

К.В. ВАЛЬКО

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

В.І. КУЗЬМИЧ, Л.В. КУЗЬМИЧ

Херсонський державний університет

СТАБІЛІЗАЦІЙНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ БЮДЖЕТУ РОЗРОБЛЕННЯ ПРОГРАМНОГО ПРОЄКТУ

Одними з поширених проблем у реалізації ІТ-проектів є перевитрата бюджету через неефективне планування ресурсів та відсутність гнучких інструментів для оперативного коригування витрат. Водночас більшість існуючих моделей бюджетування не адаптовано до потреб малих динамічних проєктів, які потребують простого й зрозумілого механізму прийняття рішень під час реалізації проєкту. У сукупності ці чинники формують актуальну потребу в розробленні нового ІТ-продукту, що дасть змогу оптимізувати процеси продажу, спростити адміністрування, а також надати зручні інструменти для контролю фінансів та аналітики.

У роботі представлено математичну модель обчислення вартості розроблення ІТ-проєкту маркетингу з продажу товарів. Модель передбачає керування вартістю розроблення проєкту у разі зміни вартості окремих ресурсів, які задіяні у його розробленні. У разі таких змін на певному етапі розроблення проєкту відбувається перерозподіл коштів між ресурсами, які залишилися, із метою повернути вартість розроблення проєкту до запланованої.

У роботі використано ідею застосування пропорційних коефіцієнтів для оптимізації розподілу витрат між ресурсами, що забезпечує гнучкість та адаптивність математичної моделі за динамічних змін вартості ресурсів, які використовуються під час розроблення проєкту. Представлена у роботі математична модель дає змогу краще враховувати обмеження ресурсів та оптимізувати рішення у складних умовах. Застосування гнучкого підходу до витрат у проєктах на завершальному етапі дає змогу здійснити перехід від статичних бюджетів до адаптивної моделі управління. Перерозподіл ресурсів забезпечує раціональне завершення проєкту в межах бюджету та сприяє досягненню бізнес-цінності за рахунок економного використання ресурсів.

Роботу моделі продемонстровано на прикладі керування вартістю розроблення конкретного ІТ-проєкту, при цьому, починаючи з деякого кроку його виконання, змінюється вартість окремих ресурсів, задіяних у реалізації цього проєкту. Перед виконанням наступного етапу реалізації проєкту проводиться пропорційний перерозподіл залишкових коштів бюджету між ресурсами, які ще будуть задіяні до завершення проєкту. При цьому перерозподілі вартість проєкту повертається до запланованої.

Ключові слова: математична модель, управління вартістю, перерозподіл бюджету, маркетинг, ІТ-проєкт.

K.V. VALKO

Taras Shevchenko National University of Kyiv

V.I. KUZMICH, L.V. KUZMICH

Kherson State University

STABILIZATION MATHEMATICAL MODEL FOR ESTIMATING THE BUDGET OF SOFTWARE PROJECT DEVELOPMENT

One of the common problems in the implementation of IT projects is budget overspending due to inefficient resource planning and the lack of flexible tools for operational cost adjustments. At the same time, most existing budgeting models are not adapted to the needs of small dynamic projects that require a simple and understandable decision-making mechanism during project implementation. Taken together, these factors create a pressing need to develop a new IT product that will optimize sales processes, simplify administration, ensure integration with logistics and payment systems, and provide convenient tools for financial control and analytics.

The paper presents a mathematical model for calculating the cost of developing an IT project for a marketplace for the sale of goods. The model involves managing the cost of developing a project in the event of a change in the cost of individual resources involved in its development. In the event of such changes at a certain stage of project development, funds redistributed between the remaining resources in order to return the cost of project development to the planned one.

The paper uses the idea of using proportional coefficients to optimize the distribution of costs between resources, which ensures the flexibility and adaptability of the mathematical model in the event of dynamic changes in the cost of resources used in the development of the project. The mathematical model presented in the paper allows for better consideration of resource constraints and optimization of solutions in complex conditions. Applying a flexible approach to project costs at the final stage allows for the transition from static budgets to an adaptive management model. The real-

location of resources ensures the rational completion of the project within the budget and contributes to the achievement of business value through the economical use of resources.

The model's operation is demonstrated on the example of managing the cost of developing a specific IT project, while starting from a certain step of its implementation, the cost of individual resources involved in the implementation of this project changes. Before the next stage of project implementation, a proportional redistribution of the remaining budget funds is carried out between the resources that will still be involved before the completion of the project. With this redistribution, the project cost returns to the planned one.

Key words: mathematical model, cost management, budget redistribution, marketplace, IT project.

Постановка проблеми

В умовах обмеженого бюджету, типових для малих та середніх підприємств, критично необхідно мати інструмент, який дає змогу контролювати витрати на різних етапах проекту та адаптувати ресурсне забезпечення без втрати ефективності. В Україні близько 80% малих та середніх компаній використовують управлінський облік в Excel, без автоматизації, що ускладнює планування, контроль витрат і прибутків.

Аналіз джерел, присвячених управлінню IT-проектами, засвідчує актуальність проблеми перевитрати бюджету та недотримання графіків реалізації. Найвні моделі здебільшого зосереджені на оптимізації розкладу робіт і загальних витрат, не враховуючи механізму пропорційного перерозподілу бюджету між ресурсами за зміни їх вартості в процесі виконання IT-проекту. Для складних цифрових продуктів, таких як створення маркетплейсу, це обмеження стає критичним, адже динаміка цін на людські, обчислювальні та інфраструктурні ресурси потребує адаптивної бюджетної моделі. Незважаючи на постійне вдосконалення підходів і методик, IT-проекти все ще залишаються у зоні ризику щодо досягнення основних критеріїв успіху: вчасності виконання, дотримання бюджету та досягнення запланованих результатів.

Отже, постає завдання: розробити математичну модель оптимізації бюджету IT-проекту з урахуванням динамічної зміни вартості ресурсів, яка передбачає пропорційний розподіл коригувальних коефіцієнтів для кожного ресурсу з метою мінімізації перевищення запланованих витрат та збереження балансу між вартістю та термінами реалізації проекту.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Функціонування маркетплейсів супроводжується низкою викликів, серед яких – жорстка конкуренція, комісійні витрати, обмеження у персоналізації та залежність від політики ціноутворення самої платформи. Такі фактори формують високу динамічність проектів зі створення маркетплейсів, що вимагає ефективних моделей управління витратами та гнучкого підходу до бюджетування [1].

Сучасні IT-проекти характеризуються високим рівнем невизначеності, зокрема щодо вартості ресурсів, як людських, так і матеріально-технічних. Ускладнення зовнішнього середовища (зміни цін, коливання ринку) вимагають гнучких підходів до планування бюджету та контролю витрат. Наприклад, згідно з даними McKinsey & Company: лише 59% IT-проектів завершуються в межах бюджету, а решта проектів перевищують бюджет на 75%; лише 47% IT-проектів завершуються вчасно, а решта проектів перевищують графік виконання проекту на 46%; лише 44% IT-проектів забезпечують очікувані переваги, а у решти проектів реальні переваги були на 39% меншими за очікувані [2]. Водночас багато традиційних моделей бюджетування є статичними і не здатні адаптуватися до динамічних змін [3].

У галузі управління проектами широко використовуються класичні методи, такі як метод освоєного обсягу (Earned Value Management, EVM) або метод критичного шляху. Ці підходи ефективні за стабільних умов, але обмежені в умовах нестабільних відхилень вартості ресурсів. Математичні моделі дають змогу краще враховувати обмеження ресурсів та оптимізувати рішення у складних умовах. Зокрема, моделі типу resource-constrained project scheduling problem (RCPSP) та його численні розширення застосовуються для врахування ресурсних

обмежень, пріоритетів та мінімізації тривалості або витрат проєкту [4]. Ідея застосування пропорційних коефіцієнтів для розподілу витрат між ресурсами забезпечує гнучкість та адаптивність за динаміки вартості. У суміжних галузях (оптимізація витрат, DEA-моделі) застосовуються DEA-based proportional-sharing-підходи в рамках бі-об'єктивної оптимізації, де фіксовані витрати діляться пропорційно до внесків (як в OR Spectrum 2023) [5].

У роботі [6] автори пропонують двоетапний підхід до стимулювання та розподілу фіксованих витрат, використовуючи DEA та моделювання ігор для оцінки ефективності підрозділів. Їхній метод дає змогу враховувати асиметричну інформацію та забезпечує справедливий розподіл ресурсів, що має пряме відношення до управління бюджетом ІТ-проєкту з багатьма ресурсами та змінними витратами.

Аналіз існуючих досліджень показує, що класична задача ресурсно-обмеженого календарного планування проєкту (RCPSP) за останнє десятиріччя зазнала значного розвитку у напрямі адаптації до реальних умов проєктного менеджменту. Зокрема:

- гібридні метаевристики забезпечують високу ефективність знаходження рішень у складних обчислювальних умовах [7];

- розширені постановки задачі дають змогу моделювати множинні та змінні у часі ресурсні обмеження, а також використовувати альтернативні цільові функції [8];

- двокритеріальні моделі з часово-залежною вартістю ресурсів відображають економічні коливання, що безпосередньо впливають на бюджет проєкту [9].

У роботі [10] пропонується зменшити витрати проєкту шляхом упровадження інноваційних підходів та цифрових рішень на кожному етапі життєвого циклу ІТ-проєкту або стартапу. Зокрема, авторка наголошує на ефективності використання гнучких методологій управління (Agile, Scrum, Kanban) у поєднанні з інструментами автоматизації та штучного інтелекту.

Думку про штучний інтелект як інструмент управління вартістю підприємств розвиває робота [11], автори якої стверджують, що застосування штучного інтелекту в управлінні вартістю підприємства може значно підвищити його конкурентоспроможність, ефективність та прибутковість.

У досліджених матеріалах не було виявлено реалізації проєкту створення маркетплейсу з використанням практик проєктного менеджменту, а також конкретних математичних моделей, які б оптимізували витрати. У подальшому в роботі буде представлено авторську модель, яка дає змогу не лише розрахувати загальний бюджет проєкту, а й визначити коефіцієнти для кожного ресурсу. Ці коефіцієнти показуватимуть, на скільки необхідно змінити вартість відповідного ресурсу, щоб не перевищити межі запланованого бюджету.

Мета дослідження

Метою роботи є розроблення дискретної математичної моделі оцінки вартості розроблення ІТ-проєкту та керування нею під час реалізації, що включає створення інструменту моделювання та коригування вартості ресурсів у рамках бюджетних обмежень проєкту. Реалізовано математичний підхід до управління бюджетом ІТ-проєкту в умовах динамічної зміни ціни ресурсів на основі пропорційного розподілу коефіцієнтів для кожного ресурсу з метою повернення вартості розроблення проєкту до запланованої.

Виклад основного матеріалу дослідження

1. Математична постановка завдання дослідження.

1.1. Формалізація математичної моделі. Для математичного опису запропонованої моделі роботи кожного ресурсу проєкту представимо у вигляді функції роботи ресурсу – залежності етапу проєкту від значень $\{0;1\}$, які показують, чи використовується цей ресурс на конкретному етапі розроблення проєкту $\{1\}$ чи ні $\{0\}$.

Загалом для знаходження бюджетної вартості розроблення проєкту можна використати інтегральну формулу (1):

$$C_d = \sum_{r \in \{R\}} \left(n_r \int_0^K p(t)r(t)dt \right), \quad (1)$$

де C_d – базисна (початкова) вартість розроблення проекту;
 r – ресурс, який використовують для розроблення проекту;
 n_r – кількість ресурсу (кількість одиниць);
 $p_r(t)$ – ціна ресурсу, яка може змінюватися з часом t ;
 K – тривалість проекту (кількість етапів: днів, місяців...);
 $\{R\}$ – множина функцій роботи ресурсу: $Pm(t), Va(t), D(t)\dots$

Формула (1) дає змогу обрахувати загальну вартість розроблення проекту, урахувавши всі затрати на ресурси протягом визначеного періоду часу. Цей підхід включає інтеграцію змінних вартостей ресурсів, які можуть змінюватися залежно від часу та умов ринку, забезпечуючи більш точне і гнучке планування бюджету.

Далі наведемо деякі умови та вимоги до дискретної моделі розрахунку вартості розроблення проекту.

1. Як допустимий базисний розв’язок задачі мінімізації використовується початкова схема розподілу витрат на розроблення проекту (розподіл на момент початку розроблення проекту).

2. Задача мінімізації розв’язується поетапно, один раз у розрахункову одиницю часу (крок розрахунку) – один раз на місяць (день), щомісяця (щодня). Перед черговим розрахунком розробник вносить актуальні на момент розрахунку числові дані по кожному із ресурсів.

3. Під час розрахунку наступного допустимого розв’язку задачі мінімізації розробник не змінює кількість одиниць кожного ресурсу, їх зміну використовують лише за форс-мажорних обставин. Незмінним є також термін розроблення проекту.

4. Із метою мінімізації вартості розроблення проекту розробник може змінювати ціну ресурсів, які доступні йому для зміни.

5. У разі збільшення вартості розроблення проекту, яка відбулася на якомусь кроці її виконання у результаті зміни цін ресурсів, задача мінімізації зводиться до пропорційного розподілу витрат на всі ресурси, починаючи з цього кроку і до завершення розроблення проекту, у межах допустимих значень цих ресурсів із метою повернення вартості розроблення до її початкового значення (до базисної вартості).

6. Якщо на якомусь кроці виконання розроблення проекту в результаті зміни цін ресурсів відбулося зменшення її вартості, то задача мінімізації зводиться до заміни, починаючи із цього кроку і до завершення розроблення, базисної вартості розроблення, на цю зменшену вартість.

7. Зміна ціни ресурсу може проводитися лише в межах її допустимих значень. За досягнення ціни ресурсу своїх мінімального чи максимального допустимих значень подальша її зміна не проводиться, а нерозподілені витрати по цьому ресурсу розподіляються між іншими ресурсами.

8. За виходу вартості розроблення проекту за межі її допустимих значень розрахунок вартості розроблення проекту припиняється (форс-мажор).

У подальшому для зручності будемо використовувати такі позначення:

R_j – j -й ресурс (Resource):

а) людські ресурси:

$R_1: H_p$ – проєктний менеджер (Project manager),

$R_2: H_f$ – розробник середнього рівня (Middle front),

$R_3: H_b$ – розробник середнього рівня (Middle back),

$R_4: H_q$ – тестувальник (QA Middle),

$R_5: H_a$ – бізнес-аналітик (BA Middle),

$R_6: H_o$ – фахівець з операційної підтримки (DevOps),

$R_7: H_d$ – дизайнер (Designer Middle),
 $R_8: H_m$ – маркетолог (Marketer),
 $R_9: H_h$ – фахівець із підбору персоналу (HR);

б) матеріальні ресурси:

$R_{10}: M_c$ – хмарний сервер (cloud);

в) програмні ресурси:

$R_{11}: P_v$ – засоби безпеки, антивірус (antivirus),

$R_{12}: P_l$ – ліцензії та права на використання програмних засобів (license),

$R_{13}: P_a$ – реклама (advertising).

Числові параметри:

K – максимальна кількість кроків розрахунку вартості розроблення проекту ($K \in \{0, 1, 2, \dots\}$),

S – максимальна кількість ресурсів ($S \in \{1, 2, \dots\}$),

$C_d^{(0)}$ – базисна (початкова) вартість розроблення проекту (development cost),

$C_d^{(k)}$ – вартість розроблення проекту на k -му кроці розрахунку ($k \in \{0, 1, 2, \dots, K\}$),

$C_d(k_1 \leq i \leq k_2)$ – кошти на розроблення проекту між k_1 і k_2 кроками розрахунку,

$p_{ij}^{(k)}$ – ціна j -го ресурсу ($j \in \{1, 2, \dots, S\}$) за i -у розрахункову одиницю часу його використання ($i \in \{0, 1, 2, \dots, S\}$) на k -му кроці розрахунку (price),

n_j – кількість j -го ресурсу (number),

$c_{ij}^{(k)}$ – вартість j -го ресурсу за i -у розрахункову одиницю часу його використання на k -му кроці розрахунку (cost),

$t_{ij}^{(k)}$ – значення (0 або 1) функції j -го ресурсу на i -й розрахунковій одиниці часу на k -му кроці розрахунку (time).

1.2. Дискретна модель розрахунку вартості розроблення проекту. Наведемо дискретний аналог формули (1) розрахунку вартості розроблення проекту за запланованої зміни цін на ресурси.

А) Базисна (початкова) вартість розроблення проекту:

$$C_d^{(0)} = \sum_{j=1}^S \sum_{i=0}^K c_{ij}^{(0)} \cdot t_{ij}^{(0)} = \sum_{j=1}^S \left(n_j \sum_{i=0}^K p_{ij}^{(0)} \cdot t_{ij}^{(0)} \right), \quad (2)$$

де $c_{ij}^{(0)} = n_j \cdot p_{ij}^{(0)}$.

Б) Вартість розроблення проекту на k -му кроці розрахунку ($k \geq 1$):

$$C_d^{(k)} = C_d(0 \leq i \leq k-1) + C_d(k \leq i \leq K),$$

де $C_d(0 \leq i \leq k-1)$ – це кошти, які вже витрачені за $k-1$ кроків на розроблення проекту за старими цінами:

$$C_d(0 \leq i \leq k-1) = \sum_{j=1}^S \sum_{i=0}^{k-1} c_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} = \sum_{j=1}^S n_j \left(\sum_{i=0}^{k-1} p_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} \right),$$

а $C_d(k \leq i \leq K)$ – кошти, які ще потрібно витратити до завершення розроблення за цінами, які ще можуть змінитися:

$$C_d(k \leq i \leq K) = \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K c_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} = \sum_{j=1}^S n_j \left(\sum_{i=k}^K p_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} \right), \quad (3)$$

де $c_{ij}^{(k)} = n_j \cdot p_{ij}^{(k)}$. Отже,

$$\begin{aligned} C_d^{(k)} &= \sum_{j=1}^S \sum_{i=0}^{k-1} c_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} + \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K c_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} = \\ &= \sum_{j=1}^S n_j \left(\sum_{i=0}^{k-1} p_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} \right) + \sum_{j=1}^S n_j \left(\sum_{i=k}^K p_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} \right). \end{aligned}$$

1.3. Оптимізація розрахунку вартості розроблення проекту за зміни цін на ресурси. Розрахуємо вартість розроблення проекту у разі незапланованої зміни цін на ресурси на k -му кроці розрахунку ($k \geq 1$).

Нехай $\Delta p_{ij}^{(k)}$ – приріст ціни на j -й ресурс на k -му кроці розрахунку, тобто нова ціна становитиме: $p_{ij}^{(k)} + \Delta p_{ij}^{(k)}$ ($k \leq i \leq K$). Позначивши через $\bar{C}_d^{(k)}$ вартість розроблення проекту, яку при цьому отримаємо, будемо мати:

$$\begin{aligned} \bar{C}_d^{(k)} &= \sum_{j=1}^S n_j \left(\sum_{i=0}^{k-1} p_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} \right) + \sum_{j=1}^S \left(\sum_{i=k}^K n_j \left(p_{ij}^{(k)} + \Delta p_{ij}^{(k)} \right) t_{ij}^{(k)} \right) = \\ &= C_d \ (0 \leq i \leq k-1) + \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K c_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} + \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K n_j \cdot \Delta p_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} = \\ &= C_d \ (0 \leq i \leq k-1) + C_d \ (k \leq i \leq K) + \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K n_j \cdot \Delta p_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} = \\ &= C_d^{(k)} + \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K c_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)}, \end{aligned}$$

де $\Delta c_{ij}^{(k)} = n_j \cdot \Delta p_{ij}^{(k)}$.

Позначимо через $\Delta C_d^{(k)}$ приріст вартості розроблення проекту, починаючи з k -го кроку ($k \geq 1$), тоді:

$$\begin{aligned} \Delta C_d^{(k)} &= \bar{C}_d^{(k)} - C_d^{(k)} = C_d^{(k)} + \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K c_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} - C_d^{(k)} = \\ &= \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K c_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} = \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K n_j \cdot \Delta p_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)}. \end{aligned} \tag{4}$$

Якщо зміни цін ресурсів відсутні, тобто виконуються рівності $\Delta p_{ij}^{(k)} = \Delta c_{ij}^{(k)} = 0$, то $\Delta C_d^{(k)} = 0$, і $C_d^{(k)} = C_d^{(k-1)}$, у цьому разі вартість проекту не змінюється і мінімізація вартості проекту не проводиться.

Якщо виконується нерівність $\Delta C_d^{(k)} > 0$, то це означає, що вартість розроблення проекту на k -му кроці збільшилася на цю величину, і необхідно провести її мінімізацію шляхом пропорційного розподілу витрат на всі ресурси, починаючи із цього кроку і до завершення розроблення проекту, у межах допустимих значень цих ресурсів із метою повернення вартості розроблення до її початкового значення (до базисної вартості).

Якщо виконується нерівність $\Delta C_d^{(k)} < 0$, то це означає, що вартість розроблення проекту зменшилася на цю величину, і потрібно замінити, починаючи із цього кроку і до завершення розроблення, базисну вартість розроблення на величину зменшеної вартості, тобто на величину $C_d^{(k)}$, у цьому разі величина $|\Delta C_d^{(k)}|$ означатиме економію коштів на розробленні проекту.

У разі пропорційного перерозподілу витрат на ресурси обчислимо вагові коефіцієнти перерозподілу:

$$\alpha_j = \frac{1}{C_d \ (k \leq i \leq K)} \sum_{i=k}^K c_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} \quad (1 \leq j \leq S), \tag{5}$$

де $c_{ij}^{(k)} = n_j \cdot p_{ij}^{(k)}$, при цьому виконується рівність:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^S \alpha_j &= \frac{1}{C_d \ (k \leq i \leq K)} \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K c_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} = \\ &= \frac{1}{C_d \ (k \leq i \leq K)} \sum_{j=1}^S n_j \left(\sum_{i=k}^K p_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} \right) = 1. \end{aligned}$$

Позначимо через $\bar{\Delta} p_{ij}^{(k)}$ скореговану величину зміни ціни j -го ресурсу на k -му кроці розрахунку, тобто:

$$\bar{\Delta} p_{ij}^{(k)} = \frac{\alpha_j}{\sum_{i=k}^K n_j \cdot t_{ij}^{(k)}} \cdot C_d^{(k)} \quad (k \leq i \leq K, 1 \leq j \leq S). \tag{6}$$

Починаючи з k -го кроку розрахунку, оптимізовані ціни ресурсів будуть:

$$\bar{p}_{ij}^{(k)} = p_{ij}^{(k)} - \bar{\Delta}p_{ij}^{(k)} + \Delta p_{ij}^{(k)}. \quad (7)$$

Позначимо через $\bar{\Delta}C_d^{(k)}$ приріст вартості розроблення проекту за застосування оптимізованих цін. Будемо мати:

$$\begin{aligned} \bar{\Delta}C_d^{(k)} &= \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K n_j \left(\Delta p_{ij}^{(k)} - \frac{\alpha_j}{\sum_{i=k}^K n_j \cdot t_{ij}^{(k)}} \cdot C_d^{(k)} \right) t_{ij}^{(k)} = \\ &= \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K n_j \cdot \Delta p_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} - \Delta C_d^{(k)} \sum_{j=1}^S \alpha_j \sum_{i=k}^K \left(\frac{n_j \cdot t_{ij}^{(k)}}{\sum_{i=k}^K n_j \cdot t_{ij}^{(k)}} \right) = \\ &= \Delta C_d^{(k)} - \Delta C_d^{(k)} \sum_{j=1}^S \alpha_j = \Delta C_d^{(k)} - \Delta C_d^{(k)} = 0. \end{aligned}$$

Це означає, що вартість розроблення проекту після корекції цін повернулася до попереднього значення.

Під час корекції цін варто перевіряти виконання нерівностей:

$$\begin{aligned} p_j^{min} \leq p_{ij}^{(k)} - \bar{\Delta}p_{ij}^{(k)} + \Delta p_{ij}^{(k)} \leq p_j^{max} \quad (k \leq i \leq K, 1 \leq j \leq S), \\ C_{min} \leq \bar{C}_d^{(k)} \leq C_{max} \quad (k \geq 1). \end{aligned}$$

Ці нерівності показують, чи лежать скореговані ціни та отримана під час корекції вартість розроблення проекту в межах їхніх допустимих значень.

2. Інтеграція моделі у формування бюджету проекту на прикладі.

Продемонструємо описаний вище метод оптимізації вартості розроблення проекту на прикладі, припустивши, що проект розробляється у 10 етапів, і з деякого розрахункового кроку ціни на окремі ресурси змінилися. Представимо значення на графіках використання ресурсів так: якщо ресурс використовується на конкретному етапі розроблення (візьмемо одиницю тривалості етапу – місяць), то його значення буде дорівнювати одиниці, якщо не використовується, то, відповідно, – нулю. Виходячи з практичного досвіду розроблення проектів, перелік ресурсів та значення їх графіків використання виберемо такі:

- «PM»: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1];
- «Middle Frontend Developer»: [0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0];
- «Middle Backend Developer»: [0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0];
- «QA Middle»: [0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0];
- «BA Middle»: [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0];
- «DevOps Middle»: [0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0];
- «Designer Middle»: [0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0];
- «Marketer»: [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0];
- «HR»: [0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0];
- «Хмарний сервер»: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1];
- «Засоби безпеки, антивірус»: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1];
- «Ліцензії та права на використання ПЗ»: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1];
- «Реклама»: [0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1].

Припустимо, що ціна одиниці ресурсу H_p – проектний менеджер збільшилася на 1 000 грн на місяць, ціна використання одиниці ресурсу M_c – хмарний сервер збільшилася на 100 грн на місяць, ціна одиниці ресурсу P_a – реклама збільшилася на 500 грн на місяць. Нехай ці зміни цін відбулися з початку 6-го місяця від початку розроблення проекту і діятимуть до кінця його розроблення.

Установимо числові значення ресурсів відповідно до схеми оптимізації та графіків функцій їх використання на протязі 10 місяців розроблення проекту:

- максимальна кількість кроків розрахунку вартості розроблення проекту: $K=9$;
- максимальна кількість ресурсів: $S=13$;

- базисна (початкова) вартість розроблення проєкту: $C_d^{(0)} = 1298000$;
- крок розрахунку: $k = 6$;
- ціна 1-го ресурсу (H_p): $p_{6,1}^{(6)} = p_{7,1}^{(6)} = p_{8,1}^{(6)} = p_{9,1}^{(6)} = 40000$;
- кількість 1-го ресурсу (H_p): $n_1 = 1$;
- ціна 2-го ресурсу (H_f): $p_{6,2}^{(6)} = p_{7,2}^{(6)} = p_{8,2}^{(6)} = 50000, p_{9,2}^{(6)} = 0$;
- кількість 2-го ресурсу (H_f): $n_2 = 1$;
- ціна 3-го ресурсу (H_b): $p_{6,3}^{(6)} = p_{7,3}^{(6)} = p_{8,3}^{(6)} = 50000, p_{9,3}^{(6)} = 0$;
- кількість 3-го ресурсу (H_b): $n_3 = 1$;
- ціна 4-го ресурсу (H_q): $p_{6,4}^{(6)} = p_{7,4}^{(6)} = p_{8,4}^{(6)} = 30000, p_{9,4}^{(6)} = 0$;
- кількість 4-го ресурсу (H_q): $n_4 = 1$;
- ціна 5-го ресурсу (H_a): $p_{6,5}^{(6)} = p_{7,5}^{(6)} = p_{8,5}^{(6)} = p_{9,5}^{(6)} = 0$;
- кількість 5-го ресурсу (H_a): $n_5 = 1$;
- ціна 6-го ресурсу (H_o): $p_{6,6}^{(6)} = p_{7,6}^{(6)} = p_{8,6}^{(6)} = p_{9,6}^{(6)} = 0$;
- кількість 6-го ресурсу (H_o): $n_6 = 1$;
- ціна 7-го ресурсу (H_d): $p_{6,7}^{(6)} = p_{7,7}^{(6)} = p_{8,7}^{(6)} = p_{9,7}^{(6)} = 0$;
- кількість 7-го ресурсу (H_d): $n_7 = 1$;
- ціна 8-го ресурсу (H_m): $p_{7,8}^{(6)} = p_{8,8}^{(6)} = 40000, p_{6,8}^{(6)} = p_{9,8}^{(6)} = 0$;
- кількість 8-го ресурсу (H_m): $n_8 = 1$;
- ціна 9-го ресурсу (H_h): $p_{6,9}^{(6)} = p_{7,9}^{(6)} = p_{8,9}^{(6)} = p_{9,9}^{(6)} = 0$;
- кількість 9-го ресурсу (H_h): $n_9 = 1$;
- ціна 10-го ресурсу (M_c): $p_{6,10}^{(6)} = p_{7,10}^{(6)} = p_{8,10}^{(6)} = p_{9,10}^{(6)} = 2000$;
- кількість 10-го ресурсу (M_c): $n_{10} = 1$;
- ціна 11-го ресурсу (P_v): $p_{6,11}^{(6)} = p_{7,11}^{(6)} = p_{8,11}^{(6)} = p_{9,11}^{(6)} = 200$;
- кількість 11-го ресурсу (P_v): $n_{11} = 1$;
- ціна 12-го ресурсу (P_l): $p_{6,12}^{(6)} = p_{7,12}^{(6)} = p_{8,12}^{(6)} = p_{9,12}^{(6)} = 1000$;
- кількість 12-го ресурсу (P_l): $n_{12} = 1$;
- ціна 13-го ресурсу (P_a): $p_{6,13}^{(6)} = p_{7,13}^{(6)} = p_{8,13}^{(6)} = p_{9,13}^{(6)} = 4000$;
- кількість 13-го ресурсу (P_a): $n_{13} = 1$.

За формулою (3) знайдемо кошти, які ще потрібно витратити до завершення розроблення, починаючи з 6-го кроку, без урахування зміни цін. Відповідно до графіків функцій використання ресурсів, у цей період будуть задіяні ресурси $R_j (j \in \{1, 2, 3, 4, 8, 10, 11, 12, 13\})$:

$$\begin{aligned}
 C_d (6 \leq i \leq 9) &= \sum_{j=1}^{13} \sum_{i=6}^9 n_j \cdot p_{ij}^{(6)} \cdot t_{ij}^{(6)} = \\
 &= \sum_{i=6}^9 n_1 \cdot p_{i,1}^{(6)} \cdot t_{i,1}^{(6)} + \sum_{i=6}^9 n_2 \cdot p_{i,2}^{(6)} \cdot t_{i,2}^{(6)} + \sum_{i=6}^9 n_3 \cdot p_{i,3}^{(6)} \cdot t_{i,3}^{(6)} + \sum_{i=6}^9 n_4 \cdot p_{i,4}^{(6)} \cdot t_{i,4}^{(6)} + \\
 &+ \sum_{i=6}^9 n_8 \cdot p_{i,8}^{(6)} \cdot t_{i,8}^{(6)} + \sum_{i=6}^9 n_{10} \cdot p_{i,10}^{(6)} \cdot t_{i,10}^{(6)} + \sum_{i=6}^9 n_{11} \cdot p_{i,11}^{(6)} \cdot t_{i,11}^{(6)} + \\
 &+ \sum_{i=6}^9 n_{12} \cdot p_{i,12}^{(6)} \cdot t_{i,12}^{(6)} + \sum_{i=6}^9 n_{13} \cdot p_{i,13}^{(6)} \cdot t_{i,13}^{(6)} = \\
 &= 1 \times 40000 \times 4 + 1 \times 50000 \times 3 + 1 \times 50000 \times 3 + 1 \times 30000 \times 3 + \\
 &+ 1 \times 40000 \times 2 + 1 \times 2000 \times 4 + 1 \times 200 \times 4 + 1 \times 1000 \times 4 + \\
 &+ 1 \times 4000 \times 4 = 658800.
 \end{aligned}$$

Тепер установимо числові значення приростів цін на ресурси $R_j (j \in \{1, 10, 13\})$ на 6-му кроці розрахунку:

$$\begin{aligned}
 \Delta p_{6,1}^{(6)} &= \Delta p_{7,1}^{(6)} = \Delta p_{8,1}^{(6)} = \Delta p_{9,1}^{(6)} = 1000 ; \\
 \Delta p_{6,10}^{(6)} &= \Delta p_{7,10}^{(6)} = \Delta p_{8,10}^{(6)} = \Delta p_{9,10}^{(6)} = 100 ;
 \end{aligned}$$

$$\Delta p_{6,13}^{(6)} = \Delta p_{7,13}^{(6)} = \Delta p_{8,13}^{(6)} = \Delta p_{9,13}^{(6)} = 500.$$

За формулою (4) знайдемо приріст вартості розроблення проєкту, починаючи з 6-го кроку:

$$\begin{aligned} \Delta C_d^{(6)} &= \sum_{j=1}^{13} \sum_{i=6}^9 n_j \cdot \Delta p_{ij}^{(6)} \Delta t_{ij}^{(6)} = \\ &= \sum_{i=6}^9 n_1 \cdot \Delta p_{i,1}^{(6)} \cdot t_{i,1}^{(6)} + \sum_{i=6}^9 n_{10} \cdot \Delta p_{i,10}^{(6)} \cdot t_{i,10}^{(6)} + \sum_{i=6}^9 n_{13} \cdot \Delta p_{i,13}^{(6)} \cdot t_{i,13}^{(6)} = \\ &= 1 \times 1000 \times 4 + 1 \times 100 \times 4 + 1 \times 500 \times 4 = 6400. \end{aligned}$$

За формулою (5) знайдемо вагові коефіцієнти перерозподілу для ресурсів R_j ($j \in \{1, 2, 3, 4, 8, 10, 11, 12, 13\}$):

$$\alpha_1 = \frac{1 \times 40000 \times 4}{658800} = \frac{160000}{658800} = 0,2429;$$

$$\alpha_2 = \frac{1 \times 50000 \times 3}{658800} = \frac{150000}{658800} = 0,2277;$$

$$\alpha_3 = \frac{1 \times 50000 \times 3}{658800} = \frac{150000}{658800} = 0,2277;$$

$$\alpha_4 = \frac{1 \times 30000 \times 3}{658800} = \frac{90000}{658800} = 0,1366;$$

$$\alpha_8 = \frac{1 \times 40000 \times 2}{658800} = \frac{80000}{658800} = 0,1214;$$

$$\alpha_{10} = \frac{1 \times 2000 \times 4}{658800} = \frac{8000}{658800} = 0,0121;$$

$$\alpha_{11} = \frac{1 \times 200 \times 4}{658800} = \frac{800}{658800} = 0,0012;$$

$$\alpha_{12} = \frac{1 \times 1000 \times 4}{658800} = \frac{4000}{658800} = 0,0061;$$

$$\alpha_{13} = \frac{1 \times 4000 \times 4}{658800} = \frac{16000}{658800} = 0,0243.$$

Перевіримо, чи дорівнює сума коефіцієнтів одиниці:

$$\begin{aligned} &\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_8 + \alpha_{10} + \alpha_{11} + \alpha_{12} + \alpha_{13} = \\ &= 0,2429 + 0,2277 + 0,2277 + 0,1366 + 0,1214 + 0,0121 + 0,0012 + 0,0061 + \\ &\quad + 0,0243 \cong 1,0000 = 1. \square \end{aligned}$$

За формулою (6) знайдемо скореговану величину зміни ціни ресурсів R_j ($R_j \in \{1, 2, 3, 4, 8, 10, 11, 12, 13\}$) на 6-му кроці розрахунку:

$$\bar{\Delta p}_{i,1}^{(6)} = \frac{0,2429}{4} 6400 = 388,64 \text{ для } i \in \{6, 7, 8, 9\};$$

$$\bar{\Delta p}_{i,2}^{(6)} = \bar{\Delta p}_{i,3}^{(6)} = \frac{0,2277}{3} 6400 = 485,76 \text{ для } i \in \{6, 7, 8\};$$

$$\bar{\Delta p}_{i,4}^{(6)} = \frac{0,1366}{3} 6400 \approx 291,41 \text{ для } i \in \{6, 7, 8\};$$

$$\bar{\Delta p}_{i,8}^{(6)} = \frac{0,1214}{2} 6400 = 388,48 \text{ для } i \in \{7, 8\};$$

$$\bar{\Delta p}_{i,10}^{(6)} = \frac{0,0121}{4} 6400 = 19,36 \text{ для } i \in \{6, 7, 8, 9\};$$

$$\bar{\Delta}p_{i,11}^{(6)} = \frac{0,0012}{4} 6400 = 1,92 \quad \text{для } i \in \{6,7,8,9\};$$

$$\bar{\Delta}p_{i,12}^{(6)} = \frac{0,0061}{4} 6400 = 9,76 \quad \text{для } i \in \{6,7,8,9\};$$

$$\bar{\Delta}p_{i,13}^{(6)} = \frac{0,0243}{4} 6400 = 38,88 \quad \text{для } i \in \{6,7,8,9\};$$

Тепер за формулою (7) знайдемо значення оптимізованих цін ресурсів R_j ($j \in \{1,2,3,4,8,10,11,12,13\}$), починаючи з 6-го кроку розрахунку:

$$\bar{p}_{6,1}^{(6)} = \bar{p}_{7,1}^{(6)} = \bar{p}_{8,1}^{(6)} = \bar{p}_{9,1}^{(6)} = 40000 - 388,64 + 1000 = 40611,36;$$

$$\bar{p}_{6,2}^{(6)} = \bar{p}_{7,2}^{(6)} = \bar{p}_{8,2}^{(6)} = 50000 - 485,76 = 49514,24; \bar{p}_{9,2}^{(6)} = 0;$$

$$\bar{p}_{6,3}^{(6)} = \bar{p}_{7,3}^{(6)} = \bar{p}_{8,3}^{(6)} = 50000 - 485,76 = 49514,24; \bar{p}_{9,3}^{(6)} = 0;$$

$$\bar{p}_{6,4}^{(6)} = \bar{p}_{7,4}^{(6)} = \bar{p}_{8,4}^{(6)} = 30000 - 291,41 = 29708,59; \bar{p}_{9,4}^{(6)} = 0;$$

$$\bar{p}_{7,8}^{(6)} = \bar{p}_{8,8}^{(6)} = 40000 - 388,48 = 39611,52; \bar{p}_{6,8}^{(6)} = \bar{p}_{9,8}^{(6)} = 0;$$

$$\bar{p}_{6,10}^{(6)} = \bar{p}_{7,10}^{(6)} = \bar{p}_{8,10}^{(6)} = \bar{p}_{9,10}^{(6)} = 2000 - 19,36 + 100 = 2080,64;$$

$$\bar{p}_{6,11}^{(6)} = \bar{p}_{7,11}^{(6)} = \bar{p}_{8,11}^{(6)} = \bar{p}_{9,11}^{(6)} = 200 - 1,92 = 198,08;$$

$$\bar{p}_{6,12}^{(6)} = \bar{p}_{7,12}^{(6)} = \bar{p}_{8,12}^{(6)} = \bar{p}_{9,12}^{(6)} = 1000 - 9,76 = 990,24;$$

$$\bar{p}_{6,13}^{(6)} = \bar{p}_{7,13}^{(6)} = \bar{p}_{8,13}^{(6)} = \bar{p}_{9,13}^{(6)} = 4000 - 38,88 + 500 = 4461,12.$$

Різниця між запланованою до зміни цін вартістю розроблення проекту C_a ($6 \leq i \leq 9$) та цією вартістю після корекції цін \bar{C}_a ($6 \leq i \leq 9$) становить нуль. Ця різниця знаходиться в межах похибки обчислень, тому можна стверджувати, що в результаті процесу оптимізації цін вартість розроблення проекту повернулася до свого базисного (початкового) значення.

Висновки

Щоб підвищити ефективність використання фінансових ресурсів у фазі завершення розроблення маркетингового плану, перш за все доцільно переглянути контрактні моделі для тимчасових ресурсів. Залучення ресурсів, що працюють короткий період (HR, Marketer, Designer), не потребує використання довготривалих чи фултайм-контрактів. Замість цього можемо впровадити:

- використання погодинної або короткострокової моделі контракту, що дає змогу оплачувати лише фактично виконані обсяги робіт;
- для спеціалістів, що долучаються на етапах підготовки, запуску або тестування, доцільними є аутсорсинг або співпраця за принципом «оплата за результат».

Наступним кроком до оптимізації витрат є впровадження індикаторів ефективності витрат (КРІ), що допомагають оцінити доцільність збереження або перегляду витрат на певні ролі. Щоб оцінити доцільність витрат, необхідно застосовувати КРІ для ролей, продуктивність яких прямо пов'язана з бізнес-результатом. КРІ маркетинголога може включати вартість залученого користувача (CPA), рівень конверсії у покупки з реклами. Для QA це кількість виявлених критичних дефектів на одиницю часу або частка автоматизованих тестів у загальному тест-плані.

Застосування КРІ дає змогу оптимізувати витрати шляхом скорочення малоефективних активностей або перегляду ставок спеціалістів.

Оскільки значна частина інфраструктури функціонує на базі хмарних технологій, логічним наступним кроком оптимізації є впровадження принципу autoscaling – автоматичного масштабування хмарних ресурсів відповідно до реального навантаження. Це особливо актуально на етапі завершення, коли активність може коливатися: наприклад, під час ручного тестування або підготовки до запуску навантаження на сервери є низьким, тоді як під час демонстрацій чи тестових релізів – значно зростає. Автоматичне масштабування дає змогу уникати

переплат за невикористані ресурси, зменшуючи кількість віртуальних машин у моменти простою і, відповідно, знижуючи операційні витрати без втрати продуктивності.

Таким чином, застосування гнучкого підходу до витрат у проєктах на завершальному етапі дає змогу здійснити перехід від статичних бюджетів до адаптивної моделі управління. Перерозподіл ресурсів забезпечує раціональне завершення проєкту в межах бюджету та сприяє досягненню бізнес-цінності за рахунок економного використання ресурсів.

Список використаної літератури

1. Lim Y., Hu K. Online Business and Marketplace. SSRN Electronic Journal/2020. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3689037> (дата звернення: 24.02.2025).
2. Balka K., Heslin B., Risse-Tenk S. Unlocking the potential of public-sector IT projects. McKinsey & Company : офіц. сайт. URL: <https://www.mckinsey.com/industries/public-sector/our-insights/unlocking-the-potential-of-public-sector-it-projects> (дата звернення: 05.07.2022).
3. The standard for project management and a guide to the project management body of knowledge (PMBOK guide). USA, Pennsylvania : Project Management Institute. 2021. 274 p. URL: <https://tegnum.edu.pe/wp-content/uploads/2023/09/Project-Management-Institute-A-Guide-to-the-Project-Management-Body-of-Knowledge-PMBOK-R-Guide-PMBOK%C2%AE%EF%B8%8F-Guide-Project-Management-Institute-2021.pdf>
4. Ding H., Zhuang C., Liu J. Extensions of the resource-constrained project scheduling problem. *Automation in Construction*. 2023. Vol. 153, 104958. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2023.104958>
5. Chu J., Dong Y., Wei F. Efficiency improvement and balance in fixed cost allocation: A trade-off approach based on DEA. *Computers & Industrial Engineering*. 2023. Vol. 183, 109527. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109527>
6. Dai Q., et al. A DEA-based incentive approach for allocating common revenues or fixed costs. *European Journal of Operational Research*. 2020. № 292(2). P. 675–686. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.11.006>
7. Pellerin R., Perrier N., Berthaut F. A survey of hybrid metaheuristics for the resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*. 2020. № 280(2). P. 395–416. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.01.063>
8. Hartmann S., Briskorn D. An updated survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*. 2022. № 297(1). P. 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.05.004>
9. Alcaraz J., Anton-Sanchez L., Saldanha-da-Gama F. Bi-objective resource-constrained project scheduling problem with time-dependent resource costs. *Journal of Manufacturing Systems*. 2022. Vol. 63. P. 506–523. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2022.05.002>.
10. Колодінська Я. Сучасні підходи до управління IT-проєктами та стартапами в умовах цифрової економіки. *Modeling The Development Of The Economic Systems*. 2025. № 1. С. 322–331. <https://doi.org/10.31891/mdes/2025-15-42>
11. Беркар Ю.В., Куклінова Т.В. Управління вартістю підприємств АПК України за допомогою штучного інтелекту. *Теоретичні методи дослідження новітніх проблем* : матеріали XXI Міжнародної наук.-практ. конф., м. Прага, Чеська Республіка, 27–29 травня 2024 р. Прага, 2024. С. 84–88. URL: <https://eu-conf.com/wp-content/uploads/2024/04/9-789-40372-404-1.pdf>

References

1. Lim, Y., & Hu, K. (2020). Online Business and Marketplace. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3689037> [in English].
2. Balka, K., Heslin, B., & Risse-Tenk, S. (2022). Unlocking the potential of public-sector IT projects. McKinsey & Company [Official site]. Retrieved from <https://www.mckinsey.com/industries/public-sector/our-insights/unlocking-the-potential-of-public-sector-it-projects> [in English].
3. The standard for project management and a guide to the project management body of knowledge (PMBOK guide) (2021). USA, Pennsylvania : Project Management Institute. Retrieved from <https://tegnum.edu.pe/wp-content/uploads/2023/09/Project-Management-Institute-A-Guide-to-the-Project-Management-Body-of-Knowledge-PMBOK-R-Guide-PMBOK%C2%AE%EF%B8%8F-Guide-Project-Management-Institute-2021.pdf> [in English].

4. Ding, H., Zhuang, C., & Liu, J. (2023). Extensions of the resource-constrained project scheduling problem. *Automation in Construction*, 153, 104958. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2023.104958> [in English].
5. Chu, J., Dong, Y., & Wei, F. (2023). Efficiency improvement and balance in fixed cost allocation: A trade-off approach based on DEA. *Computers & Industrial Engineering*, 183, 109527. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109527> [in English].
6. Dai, Q., et al. (2020). A DEA-based incentive approach for allocating common revenues or fixed costs. *European Journal of Operational Research*, 292(2), 675–686. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.11.006> [in English].
7. Pellerin, R., Perrier, N., & Berthaut, F. (2020). A survey of hybrid metaheuristics for the resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 280(2), 395–416. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.01.063> [in English].
8. Hartmann, S., & Briskorn, D. (2022). An updated survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 297(1), 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.05.004> [in English].
9. Alcaraz, J., Anton-Sanchez, L., & Saldanha-da-Gama, F. (2022). Bi-objective resource-constrained project scheduling problem with time-dependent resource costs. *Journal of Manufacturing Systems*, 63, 506–523. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2022.05.002> [in English].
10. Kolodinska, Ya. (2025). Suchasni pidkhody do upravlinnia IT proiektamy ta startapamy v umovakh tsyfrovoy ekonomiky [Modern approaches to managing IT projects and startups in the digital economy]. *Modeling The Development Of The Economic Systems*, 1, 322–331. <https://doi.org/10.31891/mdes/2025-15-42> [in Ukrainian].
11. Berkar, Yu.V., & Kuklinova, T.V. (2024). Upravlinnia vartistiu pidpriemstv APK Ukrainy za dopomohoiu shtuchnoho intelektu [Managing the value of Ukrainian agribusiness enterprises using artificial intelligence]. *Theoretical methods of research of the latest problems*. Proceedings of the XXI International Scientific and Practical Conference. Prague, Czech Republic. Retrieved from <https://eu-conf.com/wp-content/uploads/2024/04/9-789-40372-404-1.pdf> [in Ukrainian].

Валько Катерина Віталіївна – магістрантка кафедри технологій управління Київського національного університету імені Тараса Шевченка. E-mail: katerynavalko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9746-018X.

Кузьмич Валерій Іванович – к.ф.-м.н., доцент, професор кафедри алгебри, геометрії та математичного аналізу Херсонського державного університету. E-mail: vikuzmichksu@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8150-3456.

Кузьмич Людмила Василівна – к.пед.н., доцентка, доцентка кафедри алгебри, геометрії та математичного аналізу Херсонського державного університету. E-mail: lvkuzmichksu@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6727-9064.

Valko Kateryna Vitaliivna – Master's student at the Department of Management Technologies of the Taras Shevchenko National University of Kyiv. E-mail: katerynavalko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9746-018X.

Kuzmich Valerii Ivanovych – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Professor at the Department of Algebra, Geometry and Mathematical Analysis of the Kherson State University. E-mail: vikuzmichksu@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8150-3456.

Kuzmich Liudmyla Vasyliivna – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Algebra, Geometry and Mathematical Analysis, of the Kherson State University. E-mail: lvkuzmichksu@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6727-9064.

Отримано: 07.10.2025

Рекомендовано: 24.11.2025

Опубліковано: 30.12.2025

