

О. О. ЧУПРИНІН

кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри міцності літальних апаратів
Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут»
ORCID: 0000-0002-8757-559X

В. В. СЕМЕНОВА-КУЛІШ

кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри машинобудування та технічного сервісу машин
Український державний університет залізничного транспорту
ORCID: 0000-0003-4807-0625

ДОВГОВІЧНІСТЬ ЗАХИСНОГО КУПОЛА РАДАРА В УМОВАХ ДИСИПАТИВНОГО ДЕФОРМУВАННЯ

Розглянуто цілі та завдання досліджень повзучості та тривалої міцності різних металів, показано їх актуальність. Описана модель тонкостінних елементів при короткочасному та тривалому навантаженні та методика проведення розрахунків, що дозволяє визначати несівну здатність та тривалу міцність тонкостінних конструкцій. Проведено порівняння запропонованої моделі з експериментальними дослідженнями при режимі «навантаження-розвантаження» п при тривалому деформуванні. Наведено приклад розрахунків захисної конструкції радара та надано рекомендації щодо її раціонального обрису. При правильній експлуатації захисні конструкції можуть служити тривалий час без зниження несівної здатності. При помилках проектування протягом часу можуть істотно зростати деформації повзучості і досягати критичних значень в період експлуатації конструкції. Розглянуто властивості та особливості тривалого деформування елементів конструкцій в умовах складного навантаження. У процесі експлуатації мікротріщини та початкові порожнечі проявляються перш, ніж прикладаються будь-які навантаження. Крихка або пластична руйнація, яка виникає в результаті зростання залишкових деформацій, сильно залежить від характеру навантаження. Останнім етапом експлуатації матеріалу є стадія руйнування, яка проявляється макроскопічними тріщинами. Одночасно з цим зменшується напруження, необхідна для подальшого зростання деформацій, питомий обсяг збільшується, а остаточне руйнування цілісності матеріалу відбувається, коли існуючі мікротріщини з'єднуються, утворюючи на поверхні розрив через все тіло. При цьому матеріал має уповільнені деформації, які обумовлюють його довгострокову механічну поведінку та довговічність конструкцій. Довготривала експлуатація захисних конструкцій, зокрема відповідних моделям пластин і оболонок потребують адекватних моделей, здатних підтвердити надійність їх експлуатації протягом розрахункового періоду. Зокрема, скінченоелементних, як найбільш універсальних в даний час. Моделі повзучості повинні враховувати кілька важливих явищ, які суттєво впливають на поведінку конструкцій при тривалій експлуатації, таких як нелінійність, анізотропність та теплові ефекти. Аналіз експериментальних результатів повзучості тонкостінних елементів конструкцій, наведених у науковій літературі, дозволяють описати відповідні рівняння стану.

Ключові слова: повзучість, ушкоджувальність, тривала міцність, тонкостінна конструкція, купол, метод скінчених елементів.



A. A. CHUPRYNIN

PhD, Associate Professor,

Associate Professor at the Department of Aircraft Strength

National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute"

ORCID: 0000-0002-8757-559X

V. V. SEMENOVA-KULISH

PhD, Associate Professor,

Associate Professor at the Department of Mechanical Engineering

and Technical Service of Machines

Ukrainian State University of Railway Transport

ORCID: 0000-0003-4807-0625

DURABILITY OF A RADAR PROTECTIVE DOME UNDER CONDITIONS OF DISSIPATIVE DEFORMATION

The goals and objectives of research on creep and long-term strength of various metals are considered, their relevance is shown. The model of thin-walled elements under short-term and long-term loading and the calculation method are described, which allows determining the bearing capacity and long-term strength of thin-walled structures. The proposed model is compared with experimental studies in the "loading-unloading" mode and during long-term deformation. An example of calculations of a radar protective structure is given and recommendations are given for its rational outline. With proper operation, protective structures can serve for a long time without reducing the bearing capacity. With design errors, creep deformations can significantly increase over time and reach critical values during the operation of the structure. The properties and features of long-term deformation of structural elements under complex loading conditions are considered. During operation, microcracks and initial voids appear before any loads are applied. Brittle or plastic failure, which occurs as a result of the growth of residual deformations, strongly depends on the nature of the load. The last stage of material operation is the stage of destruction, which is manifested by macroscopic cracks. At the same time, the stress required for further growth of deformations decreases, the specific volume increases, and the final destruction of the integrity of the material occurs when the existing microcracks connect, forming a gap on the surface through the entire body. At the same time, the materials have slow deformations, which determine its long-term mechanical behavior and durability of structures. Long-term operation of protective structures, in particular, corresponding models of plates and shells, require adequate models that can confirm the reliability of their operation during the design period. In particular, finite element models, as the most universal at present. Creep models must take into account several important phenomena that significantly affect the behavior of structures during long-term operation, such as nonlinearity, anisotropy and thermal effects. Analysis of experimental results of creep of thin-walled structural elements given in the scientific literature allows us to describe the corresponding equations of state.

Key words: creep, damage, long-term strength, thin-walled construction, dome, finite element method.

Постановка проблеми

Велика кількість накопичених даних випробувань на повзучість дозволяє здійснити оцінку існуючих та нових моделей повзучості, проводити калібрування та підбирати відповідні константи в рівняннях стану для прогнозування повзучості. Отримані дані обробляються та аналізуються для отримання конкретних математичних моделей та конкретизації рівнянь стану. Для опису повзучості використовують різні підходи. Сучасні теорії враховують різноманітні чинники, що впливають на швидкість повзучості, окремо розглядається вплив різних чинників.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Аналіз даних дозволяє виявити різні рекомендації для тестування та верифікації, а також виправлення та уточнення існуючих методів розрахунку [1]. Велика кількість конструкцій відповідають моделям тонкостінних тіл – пластин та оболонок [2]. Такі конструкції повинні забезпечувати необхідну несівну здатність, а також мати обмежену деформативність [3]. При цьому вони є одним із найбільш відповідальних конструктивних елементів. На їхнє руйнування впливають багато факторів, і вони можуть накопичуватися і взаємодіяти один з одним [4]. Знання напружень і деформацій для заданого тіла, і навіть законів пошкоджуваності дозволяють, шляхом інтегрування у часі розглянути еволюцію ушкоджень на момент утворення макроскопічної тріщини. Отже, теорія дозволяє визначити час до руйнування. Слід зазначити, що більшість досліджень зосереджені на вирішенні технічних завдань, та не враховують економічних аспектів експлуатації захисних споруд. Орієнтуючись на скінченноелементну постановку розглянемо напружено-деформований стан тонкої оболонки обертання при довільному навантаженні в умовах тривалого деформування в тензорній формі [5].

Формулювання мети дослідження

Довговічність захисних куполів радарів – це не просто питання «краси» конструкції. Це критичний фактор, що впливає на безпеку, точність навігації та економіку. Радари часто працюють у найсуворіших точках планети.

Дослідження довговічності перевіряють, як купол подолає незворотні процеси в умовах складного навантаження. Заміна чи ремонт величезного куполу (діаметр яких може досягати десятки метрів) – це колосальні витрати. Які в основному складаються з двох складових: вартість простою (поки йде ремонт купола, радар «сліпий», що в авіації неприпустимо); ціна життєвого циклу (дослідження дозволяють підбирати матеріали, які служать десятки років без втрати властивостей, що знижує загальну вартість системи).

Таким чином дослідження довговічності – це пошук балансу між міцністю (щоб купол не руйнувалася від навантажень) та економічною ефективністю. З розвитком 5G-зв'язку та супутникових систем вимоги до точності матеріалів тільки зростають, перетворюючи матеріалознавство у цій галузі на високотехнологічну гонку. Для цього необхідно формування відповідних моделей для адекватного аналізу надійності та довговічності в умовах незворотного деформування та з урахуванням цього сформульовано завдання дослідження: отримання скінченноелементної моделі деформування тонкостінних конструкцій в умовах накопичення деформацій повзучості та аналіз довговічності захисних споруд аерокосмічної техніки.

Методологія

В рамках загальноприйнятих гіпотез дослідження поведінки елемента оболонки зводиться до дослідження поведінки її серединної поверхні. Виберемо як координатну поверхню серединну поверхню оболонки. У такому уявленні, як прийнято в теорії тонких оболонок [1], положення точки поверхні визначаються двома координатами: вздовж твірної s і кутова координата ϕ . Третьою координатою в такій постановці буде z , спрямована перпендикулярно до серединної поверхні в протилежну сторону від осі обертання.

Зв'язок між компонентами девіатора напружень в точці тіла s_{ij} (враховуючи те, що згідно з прийнятими гіпотезами, напруження, на майданчиках, паралельних серединній поверхні малі в порівнянні з іншими: $i, j = 1, 2$) і деформаціями повзучості c_{ij} ($i, j = 1, 2$) з урахуванням ушкоджуваності матеріалу конкретизуємо. Ушкодження можна розглядати як поверхневу щільність неоднорідностей речовини на майданчику, перпендикулярній нормалі, яка характеризує пошкоджений стан у довільний момент часу. Пошкодженість безпосередньо не доступна для вимірювання. Її кількісна оцінка, як і для будь-якої фізичної величини, пов'язана з визначенням внутрішніх змінних, обраних для опису явища, проводиться опосередковано шляхом вивчення властивостей матеріалів та закономірностей його деформування. У деяких випадках у конструкціях можна спостерігати різноманітне поєднання процесів, що протікають у матеріалі [6]. Наприклад, накопичення деформацій повзучості у поєднанні з ефектом відновлення, при цьому може спостерігатися деградація матеріалу, яка надалі призводить до руйнування. Насамперед слід зазначити, що означає початок і кінець процесу руйнування. Матеріал вважається вільним від будь-якої шкоди, якщо в ньому немає тріщин та порожнин у мікроскопічному масштабі. Зазвичай відомий стан, з якого починається історія навантаження. Завершення процесу руйнування – це утворення макроскопічних руйнувань. Знання напружень і деформацій та його історії для заданого тіла, і навіть законів ушкоджуваності дозволяють, шляхом інтегрування у часі розглянути еволюцію ушкоджень на момент утворення макроскопічної тріщини. Отже, теорія дозволяє визначити час до руйнації.

Викладення основного матеріалу дослідження

Для кількісної оцінки параметра пошкодження отримані феноменологічні рівняння [6], та відповідно для повзучості, запропоновані залежності у вигляді:

$$\dot{\omega} = \left[\frac{\sigma_{\text{екв}}}{A(1-\omega)} \right]^m, \quad \dot{\varepsilon}^c = \frac{3}{2} \left[\frac{\sigma_{\text{екв}}}{\lambda(1-\omega)} \right]^n \frac{\sigma}{\sigma_{\text{екв}}}, \tag{1}$$

де A , m і λ – характеристики одержувані дослідним шляхом.

Для врахування незворотного деформування анізотропних матеріалів ушкоджуваність може бути представлена тензором другого порядку. Для багатьох матеріалів цілком прийнятною є гіпотеза ізотропного ушкодження, про те, що тріщини та порожнини з різною орієнтацією розподілені рівномірно у всіх напрямках.

Зростання деформацій повзучості та ушкоджуваності залежить від величини напруження, що виникають у тілі. Розглянемо еквівалентне напруження, яке описує особливості навантаження і є суперпозицією, перетвореною з урахуванням матеріальних констант, першого, другого та третього інваріантів тензора напружень [7]:

$$\sigma_{\text{екв}c} = J_1^{c*}(\sigma) + J_2^{c*}(\sigma) + J_3^{c*}(\sigma); \quad \sigma_{\text{екв}\omega} = J_1^{\omega*}(\sigma) + J_2^{\omega*}(\sigma) + J_3^{\omega*}(\sigma), \tag{2}$$

де $J_1^{c*}(\sigma) = c_i \sigma_{ii}$; $J_2^{c*}(\sigma) = a_{ij} \sigma_{ij}$; $J_3^{c*}(\sigma) = \sqrt{b_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl}}$; $J_1^{\omega*}(\sigma) = p_i \sigma_{ii}$; $J_2^{\omega*}(\sigma) = g_{ij} \sigma_{ij}$; $J_3^{\omega*}(\sigma) = \sqrt{d_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl}}$; $c_i, a_{ij}, b_{ijkl}, p_i, g_{ij}, d_{ijkl}$ – компоненти тензорів матеріальних констант, що описують механічні властивості матеріалу. Наведені співвідношення справедливі для матеріалів з анізотропією і асиметрією властивостей. Можна отримати рівняння стану для компонентів деформацій повзучості та пошкодження матеріалу (1). Для ортотропних матеріалів, використовуючи усереднення властивостей середовища в представницькому об'ємі матеріалу, отримуємо рівняння стану. Передбачається, що головні напрями анізотропії, які залежать від армування залізобетонної конструкції, не змінюються під час деформування до руйнування.

$$\dot{\underline{\varepsilon}}^c = \frac{\dot{D}}{\sigma_{\text{звс c}}} \left(a + \frac{1}{J_3^c(\sigma)} \underline{b} \cdot \underline{\sigma} \right); \quad \dot{\underline{\omega}} = \frac{\dot{\eta}}{\sigma_{\text{звс o}}} \left(\underline{g} + \frac{1}{J_3^o(\sigma)} \underline{d} \cdot \underline{\sigma} \right), \quad (3)$$

де $\dot{\underline{\varepsilon}}^c = (\dot{\varepsilon}_{11}^c, \dot{\varepsilon}_{22}^c, 2\dot{\varepsilon}_{12}^c)$ – вектор швидкостей деформацій повзучості; $\underline{\sigma} = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12})$ – вектор компонент тензора напружень;

$$\underline{a} = (a_{11}, a_{22}, a_{12}), \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} b_{1111} & b_{1122} & 0 \\ b_{2211} & b_{2222} & 0 \\ 0 & 0 & b_{1212} \end{pmatrix} \text{ – вектор та матриця матеріальних постійних властивостей повзучості;}$$

$\dot{D} = \underline{\sigma}^T \cdot \dot{\underline{\varepsilon}}^c$ – питома потужність дисипації ушкоджуваності;

$\dot{\underline{\omega}} = (\dot{\omega}_{11}, \dot{\omega}_{22}, 2\dot{\omega}_{12})$ – вектор швидкостей компонент пошкоджуваності;

$\dot{\eta} = \underline{\sigma}^T \cdot \dot{\underline{\omega}}$ – питома потужність дисипації ушкоджуваності;

$$\underline{g} = (g_{11}, g_{22}, g_{12}), \quad \underline{d} = \begin{pmatrix} d_{1111} & d_{1122} & 0 \\ d_{2211} & d_{2222} & 0 \\ 0 & 0 & d_{1212} \end{pmatrix} \text{ – вектор та матриця матеріальних постійних властивостей ушкоджуваності.}$$

З урахуванням практики армування тонкостінних конструкцій осі анізотропії в точці тіла збігаються з координатними осями, введеними для серединної поверхні. Це три взаємоперпендикулярні осі: у напрямі твірної, окружному напрямку та зовнішньої нормалі до поверхні відповідно. У цьому випадку, представляючи потенціали дисипації як степеневі функції, рівняння стану при повзучості з урахуванням ушкодження буде у вигляді (1):

$$\dot{\underline{\varepsilon}}^c = \frac{\sigma_{\text{звс c}}^{N-1}}{(1-\eta)^N} [B] \underline{\sigma}; \quad \dot{\underline{\omega}} = \frac{\sigma_{\text{звс o}}^{k-2}}{(1-\eta)^{k+s-1}} [D] \underline{\sigma}; \quad (4)$$

$$\dot{\eta} = d_{1111}^{k/2} \frac{\sigma_{\text{звс o}}^k}{(1-\eta)^{k+s}}; \quad \eta(0) = 0, \quad \eta(t^*) = 1.$$

Для якісного опису процесу повзучості матеріалу слід враховувати зворотну повзучість. На рисунку 1 показано зміну дисипативної деформації ε^c . Тут після зняття навантаження (момент часу t_1) спостерігається зменшення деформацій на величину пружної складової ε^y і зворотну повзучість ε^r . Скористаємося інкрементальними рівняннями стану. Наближені величини швидкостей зворотної повзучості можливо визначити як різницю ординат кривих зворотної повзучості та відповідного інтервалу часу (друга ділянка на рисунку 1). Зв'язок швидкості зворотної повзучості $\dot{\varepsilon}^r$ від часу у напівлогарифмічних координатах наведено на рисунку 2. Наведена залежність потребує подібності кривих зворотної повзучості. Експериментальні дані показують, що умова подібності приблизно виконується, якщо ці криві апроксимувати сумою двох експонент:

$$\dot{\varepsilon}^r = B_1^{-\tau/\mu_1} + B_2^{-\tau/\mu_2}, \quad (5)$$

де $\tau = t - t_1$ – поточний час зворотної повзучості; t_1 – час накопичення прямої повзучості; B_1, B_2, μ_1, μ_2 – характеристики матеріалу, що визначаються дослідним шляхом.

Наведена чисельна модель і метод розрахунку використані для аналізу напружено-деформованого стану сферичного купола (серединна поверхня якого є частиною сфери відповідного радіусу). По колу основи купол жорстко защемлений. Конструкція, завтовшки t , кругла в плані (з діаметром основи $d = 10$ м) [8].

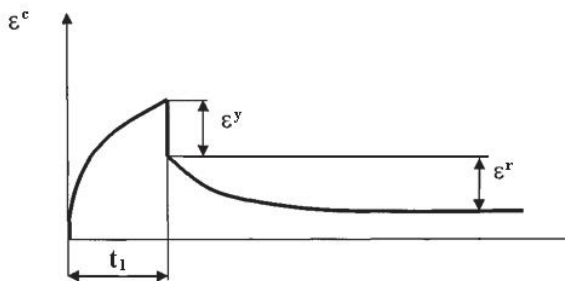


Рис. 1. Дисипативні деформації

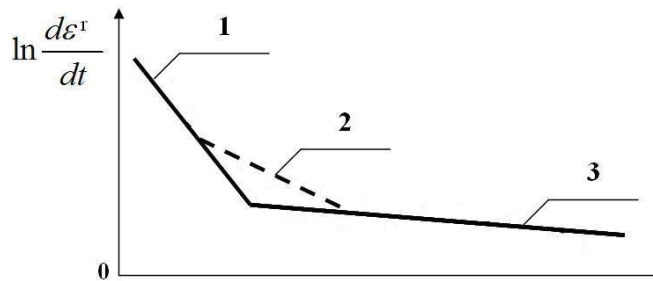


Рис. 2. Швидкість зворотної повзучості

На рисунку 3 наведена розглянута оболонка, з розбиттям на скінчені елементи – 10 вздовж твірної та 20 по колу. Така кількість елементів встановлена попередніми розрахунками для забезпечення відповідної точності [9]. У цій постановці розглянемо деформування при тривалій експлуатації. Підібрано форму купола, використовуючи критерій мінімуму накопичення ушкоджуваності. Проведені розрахунки тривалого деформування свідчать,

що купол з мінімальним рівнем накопичення ушкоджуваності можна вибрати з оцінки величини інтенсивності напружень у початковий час. Дані свідчать про досить помірний перерозподіл напружень протягом періоду експлуатації. Крім того, отримані результати розрахунків свідчать, що накопичена величина ушкоджуваності за 100 років не перевищує величини 0.1. Це дозволяє припустити, що отримані розрахункові результати можуть з достатньою мірою точності підтвердити відсутність ризику утворення тріщин у розрахунковий період [10].

Подібні залежності спостерігаються і у випадку, коли купол сприймає корисне навантаження. Проаналізуємо деформування купола під дією власної ваги конструкції (p) та корисного навантаження (q), величина якого варіюється від $q = 1 p$ до $q = 10 p$, де p – власна вага оболонки на одиницю площі (рис. 4).

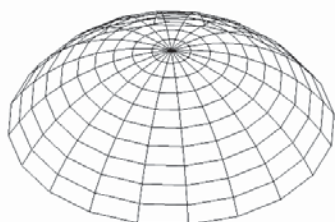


Рис. 3. СЕ представлення сферичного купола

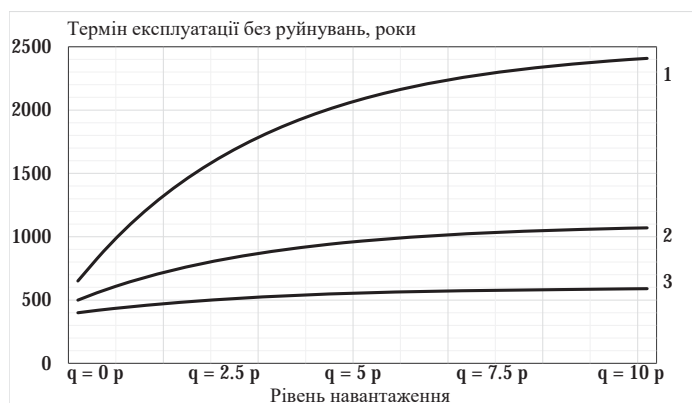


Рис. 4. Час до руйнування купола в залежності від обраного матеріалу для різного рівня навантаження; Тут крива 1 відповідає сталі 15XCHD, крива 2 – титанового сплаву VT6 (Ti-6Al-4V), 3 – алюмінієвому сплаву D16AT

У деяких випадках, при проектуванні заздалегідь точно не може бути прогнозований період експлуатації конструкції. Тоді корисною інформацією при виборі матеріалу буде оцінка довговічності конструкції в залежності від матеріалу, що використовується. Так, на рисунку 4 наведено час до руйнування описаного вище купола в залежності від матеріалу та рівня навантаження. Це дозволить здійснювати раціональний вибір параметрів конструкції з урахуванням як експлуатаційних, так і економічних чинників [11].

Висновки

Показано, що отриманий на основі запропонованої теоретичної моделі повзучості з ушкоджуваністю метод розрахунку дозволяє проводити дослідження тонкостінних конструкцій, виконаних з різних матеріалів за різних умов експлуатації [12] з урахуванням накопичення незворотних деформацій повзучості. Аналіз одержаних результатів розрахунків тривалого деформування свідчить, що купол з мінімальним рівнем накопичення ушкоджуваності можна вибрати з оцінки величини інтенсивності напружень у початковий час. Це дає можливість проводити адекватний аналіз надійності та довговічності будівельних конструкцій, а також вибирати раціональну геометрію оболонкових елементів та виробляти рекомендації проектувальникам. Наведено результати розрахунків довговічності конструкцій, які встановлюють безпечні терміни експлуатації купола в залежності від матеріалу та рівня навантаження. Ці дані можуть допомогти конструкторам у виборі конструкційних та експлуатаційних параметрів захисних споруд.

Список використаної літератури

1. Singh H., Jha R.M. Active Radar Cross Section Reduction: Theory and Applications. Cambridge: Cambridge University Press. 2015. DOI: <https://doi.org/10.1017/CBO9781316136171>
2. Breslavsky D., Chuprynin A, Morachkovsky O, Tatarinova O. and Pro W. Deformation and damage of nuclear power station fuel elements under cyclic loading / Journal of Strain Analysis for Engineering Design. 2019. Volume 54, Issue 5-6. pp. 348-359. DOI: <https://doi.org/10.1177/0309324719874923>
3. Seo S., Han M. W. A Review on Deployable Structures in Space Industry. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing-Smart Technology, 2025. 3(1), pp. 83-96. DOI: <https://doi.org/10.57062/ijpem-st.2024.00199>
4. Pan Y., Deng L., Yang K. Optimization design of radar antenna array structure and study on its mechanical performance based on ANSYS. In International Symposium on Robotics, Artificial Intelligence, and Information Engineering (RAIIE 2022), SPIE. 2022, November. Vol. 12454, pp. 433-439. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.2658605>

5. Zienkiewicz O. C., Taylor R.L., and Wood D.D. The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics. Butterworth-Heinemann. 2014. DOI: <https://doi.org/10.1016/C2009-0-26332-X>
6. Herisanu N., Marinca V. A. Solution procedure combining analytical and numerical approaches to investigate a two-degree-of-freedom vibro-impact oscillator. *Mathematics*. 2021. 9(12), 1374. DOI: <https://doi.org/10.3390/math9121374>
7. Mao X.Y., Zheng H.T., Ding H. et al. An analytical method for nonlinear and nonhomogeneous boundary value problems of plates. *Nonlinear Dyn*, 2024. 112, pp. 1691–1711. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11071-023-09110-5>
8. Zhu Z. et al. Design and Development of New Copper-Aluminum Composite Materials. The Proceedings of the 19th Annual Conference of China Electrotechnical Society. ACCES 2024. Lecture Notes in Electrical Engineering, 2024. vol. 1312. DOI: https://doi.org/10.1007/978-981-96-1391-5_74
9. Xinke Xiao, Qianqian Ma, Yifan Kong et al. An Experimental and Numerical Investigation on Enhancing the Ballistic Resistance of 316L Stainless Steel Plates Against Blunt Projectiles by Covering with 2024-T351 Aluminum Alloy Thin Plates. *Advancing Open Science*, 2025. 18(18), 4264. DOI: <https://doi.org/10.3390/ma18184264>
10. Sklepus S.M. Numerical-and-Analytical Method for Solving Geometrically Nonlinear Bending Problems of Complex-Shaped Plates from Functionally Graded Materials. *Strength Mater*, 2023, 55. pp. 927–936 DOI: <https://doi.org/10.1007/s11223-023-00583-8>
11. Pai A., Rodriguez-Millan M. Satish Sheno B. Aerospace Grade Aluminum Alloys. In: Gürgen, S. (eds) *Aluminum Technologies in Aerospace Applications*. Springer, Cham. 2025. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-82447-0_1
12. Shpachuk V., Chuprynin A., Daleka V., Suprun T. "Simulation of impact interaction of rail transport carriage in a butt roughness zone". *Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transport*, 2020. 106. pp. 141-152. DOI: <https://doi.org/10.20858/sjstst.2020.106.12>

References

1. Singh, H., & Jha, R. M. (2015). *Active Radar Cross Section Reduction: Theory and Applications*. Cambridge: Cambridge University Press. DOI: <https://doi.org/10.1017/CBO9781316136171>
2. Breslavsky, D., Chuprynin, A, Morachkovsky, O, Tatarinova, O. and Pro, W. (2019). Deformation and damage of nuclear power station fuel elements under cyclic loading / *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. Volume 54, Issue 5-6. 348-359. DOI: <https://doi.org/10.1177/0309324719874923>
3. Seo, S., & Han, M. W. (2025). A Review on Deployable Structures in Space Industry. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing-Smart Technology*, 3(1), 83-96. DOI: <https://doi.org/10.57062/ijpem-st.2024.00199>
4. Pan, Y., Deng, L., & Yang, K. (2022, November). Optimization design of radar antenna array structure and study on its mechanical performance based on ANSYS. In *International Symposium on Robotics, Artificial Intelligence, and Information Engineering (RAIIE 2022)* (Vol. 12454, pp. 433-439). SPIE. DOI: <https://doi.org/10.1117/12.2658605>
5. Zienkiewicz, O. C., Taylor, R.L., and Wood D.D. (2014). The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics. Butterworth-Heinemann. DOI: <https://doi.org/10.1016/C2009-0-26332-X>
6. Herisanu, N., Marinca. V. A. (2021). Solution procedure combining analytical and numerical approaches to investigate a two-degree-of-freedom vibro-impact oscillator. *Mathematics*. 9(12), 1374. DOI: <https://doi.org/10.3390/math9121374>
7. Mao, XY., Zheng, HT., Ding, H. et al. (2024). An analytical method for nonlinear and nonhomogeneous boundary value problems of plates. *Nonlinear Dyn*, 112, p. 1691–1711. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11071-023-09110-5>
8. Zhu, Z. et al. (2024). Design and Development of New Copper-Aluminum Composite Materials. *The Proceedings of the 19th Annual Conference of China Electrotechnical Society. ACCES 2024*. Lecture Notes in Electrical Engineering, vol. 1312. DOI: https://doi.org/10.1007/978-981-96-1391-5_74
9. Xinke Xiao, Qianqian Ma, Yifan Kong et al. (2025). An Experimental and Numerical Investigation on Enhancing the Ballistic Resistance of 316L Stainless Steel Plates Against Blunt Projectiles by Covering with 2024-T351 Aluminum Alloy Thin Plates. *Advancing Open Science*, 18(18), 4264. DOI: <https://doi.org/10.3390/ma18184264>
10. Sklepus, S.M. (2023). Numerical-and-Analytical Method for Solving Geometrically Nonlinear Bending Problems of Complex-Shaped Plates from Functionally Graded Materials. *Strength Mater* 55, 927–936. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11223-023-00583-8>
11. Pai, A., Rodriguez-Millan, M., Satish Shenoy, B. (2025). Aerospace Grade Aluminum Alloys. In: Gürgen, S. (eds) *Aluminum Technologies in Aerospace Applications*. Springer, Cham. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-82447-0_1
12. Shpachuk, V., Chuprynin, A., Daleka, V., Suprun, T. (2020). "Simulation of impact interaction of rail transport carriage in a butt roughness zone". *Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transport* 106: 141-152. DOI: <https://doi.org/10.20858/sjstst.2020.106.12>

Дата першого надходження статті до видання: 23.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 16.04.2026

Дата публікації (оприлюднення) статті: 26.05.2026