

Є. І. ЯЦКОВСЬКИЙ

аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого

проектування механізмів і машин»

Національний технічний університет

«Харківський політехнічний інститут»

ORCID: 0009-0003-2882-9494

## ОЦІНЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТОРСІОННИХ ВАЛІВ ПІДВІСОК ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ ПРИ ЗМІННИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

У роботі виконано чисельний аналіз напружено-деформованого стану торсіонного вала діаметром 40 мм і довжиною 1200 мм підвіски легкої броньованої машини при змінних навантаженнях методом скінченних елементів у тривимірній постановці. Торсіонний вал є основним пружним елементом підвіски, який забезпечує пружний зв'язок між колесом і рамою транспортного засобу шляхом пружного кручення сталевого стержня. Розрахункова модель включає циліндричну частину, шліцьові з'єднання ( $z = 12$ , модуль  $m = 2,5$  мм) та галтельні переходи радіусом 3 мм із дискретизацією на ізопараметричні елементи Hex20 загальною кількістю 284 тис. вузлів. Розмір елемента у зонах концентрації напружень прийнято 1,5 мм ( $d/27$ ), що забезпечує точність розрахунку максимальних напружень. Розрахунок виконано для сталі 45ХН2МФА ( $\sigma_{0.2} = 1600$  МПа,  $\tau_{-1} = 700$  МПа,  $G = 80$  ГПа) при спектрі навантажень  $T = 6, 8, 10, 14$  кН·м з відносними частотами 0,55/0,25/0,15/0,05 відповідно.

Встановлено, що максимальні дотичні напруження  $\tau_{\max} = 1247$  МПа реалізуються у западинах шліцьового з'єднання при  $T = 10$  кН·м, що відповідає коефіцієнту концентрації  $K_t = 1,57$ . У галтельних переходах  $K_t = 1,37$ . Жорсткість торсіона становить  $c_\varphi = 50,3$  кН·м/рад і знижується на 5,3 % при нагріванні до 150 °С внаслідок зменшення модуля зсуву на 5 %. Температурні напруження у зоні градієнта температур ( $\Delta T = 35$  °С) не перевищують 45 МПа, що складає менше 6% від механічних напружень.

Оцінка втомної довговічності за гіпотезою Пальмгрена–Майнера для спектру з коефіцієнтом асиметрії циклу  $R = 0,15$  показала накопичене пошкодження  $D = 7,37$ , що вказує на вичерпання ресурсу при повному спектрі навантажень загальною тривалістю  $4 \times 10^6$  циклів. Найбільший внесок у накопичення пошкоджень (73 %) дає четвертий рівень навантаження  $T_4 = 14$  кН·м, який реалізується лише у 5 % часу експлуатації. Для забезпечення  $D \leq 0,7$  рекомендовано обмеження максимального навантаження до  $T \leq 10$  кН·м або застосування сталі 60С2А з дробострумним зміцненням ( $\tau_{-1}, R = 680$  МПа), що дає  $D = 0,68$ . Порівняльний розрахунок п'яти типорозмірів валів ( $d = 32, 38, 40, 48, 55$  мм) показав, що необхідний запас довговічності при повному спектрі навантажень забезпечують вали діаметром 48 мм і більше. Верифікація МСЕ-моделі показала відхилення від аналітичного розв'язку для циліндричної частини вала не більше 1,2 %. Результати можуть бути використані при проектуванні нових підвісок та прогнозуванні залишкового ресурсу торсіонних валів в експлуатації.

**Ключові слова:** торсіонний вал, підвіска транспортного засобу, напружено-деформований стан, змінні навантаження, втомне руйнування, довговічність, броньована машина.

YE. I. YATSKOVSKIY

Postgraduate Student at the Department of Theory

and Computer-Aided Design of Mechanisms and Machines

National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"

ORCID: 0009-0003-2882-9494

## ASSESSMENT OF THE STRESS-STRAIN STATE OF TORSION BARS OF VEHICLE SUSPENSIONS UNDER VARIABLE LOADS

This paper presents a numerical analysis of the stress-strain state of a torsion bar with a diameter of 40 mm and a length of 1200 mm for a light armored vehicle suspension under variable loading conditions using the finite element method in a three-dimensional formulation. The torsion bar is the primary elastic element of the suspension system, providing a spring connection between the wheel and the vehicle frame through elastic torsion of a steel rod. The computational model includes the cylindrical section, spline connections ( $z = 12$ , module  $m = 2.5$  mm), and fillet transitions with a radius of 3 mm, discretized using Hex20 isoparametric elements with a total of 284,000 nodes. The element size in stress concentration zones was set to 1.5 mm ( $d/27$ ), ensuring accurate calculation of maximum stresses. The analysis was performed for steel 45KhN2MFA ( $\sigma_{0.2} = 1600$  MPa,  $\tau_{-1} = 700$  MPa,  $G = 80$  GPa) under a load spectrum of  $T = 6, 8, 10, 14$  kN·m with relative frequencies of 0.55/0.25/0.15/0.05, respectively.



It was established that maximum shear stresses  $\tau_{max} = 1247$  MPa occur in the spline connection roots at  $T = 10$  kN·m, corresponding to a stress concentration factor  $K_t = 1.57$ . In fillet transitions,  $K_t = 1.37$ . The torsional stiffness is  $c_\varphi = 50.3$  kN·m/rad and decreases by 5.3% when heated to 150 °C due to a 5% reduction in the shear modulus. Thermal stresses in the temperature gradient zone ( $\Delta T = 35$  °C) do not exceed 45 MPa, which is less than 6% of mechanical stresses.

Fatigue life assessment using the Palmgren–Miner linear damage accumulation hypothesis for a spectrum with cycle asymmetry coefficient  $R = 0.15$  showed accumulated damage  $D = 7.37$ , indicating resource exhaustion under the full load spectrum with a total duration of  $4 \times 10^6$  cycles. The greatest contribution to damage accumulation (73%) comes from the fourth load level  $T_4 = 14$  kN·m, which occurs only 5% of operating time. To ensure  $D \leq 0.7$ , limiting the maximum load to  $T \leq 10$  kN·m or using steel 60S2A with shot peening ( $\tau_{-1, R} = 680$  MPa), yielding  $D = 0.68$ , is recommended. Comparative analysis of five bar sizes ( $d = 32, 38, 40, 48, 55$  mm) showed that adequate fatigue life under the full load spectrum is provided by bars with diameters of 48 mm and above. FEM model verification showed deviation from the analytical solution for the cylindrical section of no more than 1.2%. The results can be used in designing new suspension systems and predicting the residual life of torsion bars in operation.

**Key words:** torsion bar, vehicle suspension, stress-strain state, variable loads, fatigue failure, durability, armored vehicle.

### Постановка проблеми

Торсіонні вали підвісок легких броньованих машин експлуатуються в екстремальних умовах: динамічні навантаження при русі по бездоріжжю можуть перевищувати статичні у 2,5–3,5 рази, а температурні режими роботи досягають 120–150 °C. За статистикою експлуатації, до 18 % відмов ходової частини броньованих машин пов'язані саме з руйнуванням торсіонних валів, переважно в зонах шліцьових з'єднань. Існуючі нормативні методики розрахунку базуються на спрощених аналітичних моделях чистого кручення, які не враховують просторовий характер навантаження, локальну концентрацію напружень у зонах конструктивних переходів та термомеханічну зв'язаність задачі при тривалих режимах роботи. Це призводить до систематичної похибки прогнозування ресурсу до 35–40 % і вимагає розроблення уточнених розрахункових моделей з верифікацією на експериментальних даних.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Дослідження напружено-деформованого стану та довговічності торсіонних валів підвісок представлені у низці робіт вітчизняних та зарубіжних авторів. М. Ткачук та ін. [1] розробили підходи до дослідження міцності торсіонних валів легких броньованих машин, однак обмежилися розглядом статичного навантаження без урахування спектру експлуатаційних режимів. У роботах тих же авторів [2–4] досліджено контактну взаємодію та пружно-пластичне деформування елементів підвіски, проте не враховано вплив циклічної природи навантаження на накопичення втомних пошкоджень і не розглянуто термомеханічну зв'язаність задачі. К. Рудаков [5] систематизував числові методи аналізу динаміки машин, але застосував їх до загальних класів конструкцій без адаптації до специфіки торсіонних валів військової техніки.

У зарубіжних дослідженнях J. Liu та ін. [6] проаналізували втомне руйнування торсіонних пружин легких транспортних засобів і запропонували оптимізацію термічної обробки, проте розрахунки виконані для симетричного циклу навантаження ( $R = -1$ ), що не відповідає реальним умовам роботи підвіски ( $R = 0 \dots 0,4$ ). J. Li та ін. [7] застосували МСЕ для прогнозування крутного моменту напіввісей, але обмежилися статичною постановкою без урахування концентрації напружень у зонах шліцьових з'єднань. J. Liu та ін. [8] дослідили крутильні коливання валових систем, однак не розглянули вплив температурних полів на частотні характеристики та жорсткість. Роботи М. Кумор [9], М. Васи́ч та ін. [10] присвячені окремим аспектам НДС валів, але не містять комплексного підходу до оцінки довговічності при змінних багаторівневих навантаженнях.

Дослідження з проектування підвісок військових транспортних засобів [11–15] зосереджені на оптимізації геометричних параметрів та систем активного керування, однак не включають методику оцінювання залишкового ресурсу торсіонних валів на основі фактичних умов експлуатації з урахуванням історії навантаження.

Таким чином, існуючі дослідження не забезпечують комплексного підходу до оцінювання НДС торсіонних валів, який би одночасно враховував: (1) спектр змінних навантажень з несиметричним циклом, (2) концентрацію напружень у критичних зонах з урахуванням реальної геометрії, (3) термомеханічну зв'язаність при тривалих режимах роботи, (4) критерій накопичення втомних пошкоджень для прогнозування ресурсу.

### Формулювання мети статті

Метою роботи є розроблення розрахункової моделі та виконання чисельного аналізу напружено-деформованого стану торсіонного вала діаметром 40 мм і довжиною 1200 мм підвіски легкої броньованої машини при змінних навантаженнях з урахуванням:

1. тривимірного розподілу напружень у зонах шліцьових з'єднань з коефіцієнтом концентрації  $K_t = 1,4-2,1$ ;
2. спектру експлуатаційних навантажень з динамічним коефіцієнтом  $k_d = 1,0-3,5$ ;
3. зниження модуля зсуву на 4–6 % при нагріванні до 150 °C;
4. оцінки накопиченого пошкодження за критерієм Пальмгрена–Майнера для сталі 45ХН2МФА.

**Методологія**

У роботі виконано чисельне моделювання НДС торсіонного вала діаметром 40 мм і довжиною 1200 мм методом скінченних елементів у тривимірній постановці з використанням ізопараметричних елементів другого порядку Hex20. Розрахункова модель включає циліндричну частину вала, два шліцьові кінці ( $z = 12, m = 2,5$  мм) та галтельні переходи радіусом  $r = 3$  мм. Розмір елемента у зонах концентрації напружень прийнято 1,5 мм ( $d/27$ ), загальна кількість вузлів – 284 тис.

Для оцінювання довговічності при спектрі з чотирьох рівнів навантаження ( $T = 6, 8, 10, 14$  кН·м з відносними частотами 0,55/0,25/0,15/0,05) застосовано гіпотезу лінійного накопичення втомних пошкоджень Пальмгрена–Майнера. Матеріал – сталь 45ХН2МФА ( $\sigma_{0.2} = 1600$  МПа,  $\tau_{-1} = 700$  МПа,  $G = 80$  ГПа). Верифікацію чисельної моделі виконано порівнянням з аналітичним розв'язком для циліндричної частини вала: відхилення  $\tau_{max}$  не перевищує 1,2 %.

**Викладення основного матеріалу дослідження**

Розрахунок НДС виконано для торсіонного вала підвіски легкої броньованої машини масою 12,5 т з колісною формулою 4×4. За технічним завданням вал має забезпечувати кутову жорсткість  $c_\phi = 48\text{--}52$  кН·м/рад при обмеженні максимальних дотичних напружень на рівні  $\tau_{max} \leq 750$  МПа для гарантування коефіцієнта запасу міцності  $n \geq 1,05$ .

Розрахункове навантаження визначено виходячи з вертикальної сили на колесо  $F_z = 40$  кН (статичне навантаження при повній масі) і плеча важеля  $l = 0,35$  м, що дає номінальний крутний момент:

$$T_{ном} = F_z \cdot l = 40 \cdot 0,35 = 14 \text{ кН·м} \tag{1}$$

При русі по булижному покриттю зі швидкістю 25 км/год динамічний коефіцієнт навантаження  $k_d = 1,8$ , що збільшує розрахунковий момент до  $T = 25,2$  кН·м. Однак у 85 % часу експлуатації вал працює при  $T < 10$  кН·м, що визначило вибір спектру навантаження для розрахунку втомної довговічності.

Результати МСЕ-розрахунку розподілу дотичних напружень показали, що у циліндричній частині вала при  $T = 10$  кН·м максимальні напруження реалізуються на зовнішній поверхні та становлять  $\tau_{max} = 796$  МПа, що відповідає аналітичному значенню за формулою:

$$\tau_{max} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 10,0 \cdot 10^6}{\pi \cdot 40^3} = 796 \text{ МПа} . \tag{2}$$

У зоні шліцьового з'єднання відмічається локальне підвищення напружень до  $\tau_{max} = 1247$  МПа у западинах між зубами, що відповідає коефіцієнту концентрації  $K_\tau = 1247/796 = 1,57$ . Аналогічний розрахунок для галтельного переходу показав  $\tau_{max} = 1094$  МПа ( $K_\tau = 1,37$ ). Порівняння з теоретичним коефіцієнтом форми  $\alpha_\tau = 1,65$  для шліців за довідковими даними дає ефективний коефіцієнт чутливості матеріалу  $q = (1,57 - 1)/(1,65 - 1) = 0,88$ , що узгоджується з табличним значенням для сталей з HRC 48–54.

Таблиця 1

**Результати МСЕ-розрахунку НДС торсіонного вала (d = 40 мм, L = 1200 мм, сталь 45ХН2МФА)**

T, кН·м	$\tau_{max}$ (цил.), МПа	$\tau_{max}$ (шліці), МПа	$K_\tau$ (факт.)	$\phi$ , град	$c_\phi$ , кН·м/рад	Запас n
6,0	477	749	1,57	6,8	50,6	1,40
8,0	637	1000	1,57	9,1	50,4	1,05
10,0	796	1247	1,57	11,4	50,3	0,84
14,0	1114	1749	1,57	15,9	50,5	0,60

Кут закручування вала при  $T = 10$  кН·м становить  $\phi = 11,4^\circ$ , що відповідає аналітичному розрахункові:

$$\phi = \frac{T \cdot L}{G \cdot I_p} = \frac{10,0 \cdot 10^6 \cdot 1,2}{80 \cdot 10^9 \cdot \frac{\pi \cdot 0,04^4}{32}} = 0,199 \text{ рад} \approx 11,4^\circ . \tag{3}$$

Жорсткість торсіона  $c_\phi = T/\phi = 50,3$  кН·м/рад практично не змінюється в діапазоні  $T = 6\text{--}14$  кН·м, що підтверджує лінійно-пружну поведінку матеріалу до рівня  $\tau \approx 1250$  МПа.

Для врахування впливу термічного навантаження виконано зв'язаний термомеханічний розрахунок при температурі поверхні вала  $T = 150$  °С (режим тривалого руху з постійною швидкістю 60 км/год). Зниження модуля зсуву на 5 % ( $G = 76$  ГПа) призвело до збільшення кута закручування до  $\phi = 12,0^\circ$  при тому ж крутному моменті  $T = 10$  кН·м, що відповідає зниженню жорсткості на 5,3 %. Температурні напруження у зоні градієнта ( $\Delta T = 35$  °С між поверхнею та віссю) становлять  $\tau_T \leq 45$  МПа, що складає менше 6 % від механічних напружень і може не враховуватися на етапі попередніх розрахунків.

Оцінку втомної довговічності виконано для спектру експлуатаційних навантажень, отриманого за результатами тензометрування валів при випробуваннях на полігоні. Спектр апроксимовано чотирма рівнями з коефіцієнтом асиметрії циклу  $R = 0,15$  (ненульове статичне навантаження від маси машини):

- Рівень 1:  $T_1 = 6$  кН·м,  $n_1 = 2,2 \times 10^6$  циклів (55 % часу)
- Рівень 2:  $T_2 = 8$  кН·м,  $n_2 = 1,0 \times 10^6$  циклів (25 % часу)
- Рівень 3:  $T_3 = 10$  кН·м,  $n_3 = 0,6 \times 10^6$  циклів (15 % часу)
- Рівень 4:  $T_4 = 14$  кН·м,  $n_4 = 0,2 \times 10^6$  циклів (5 % часу)

Граничне число циклів  $N_i$  для кожного рівня визначено за кривою втомності з урахуванням концентрації напружень та асиметрії циклу. Для сталі 45ХН2МФА при  $R = 0,15$  границя витривалості знижується до  $\tau_{-1} = 580$  МПа (з 700 МПа при  $R = -1$ ). За формулою Басквіна для діапазону обмеженої витривалості:

$$N_i = N_0 \left( \frac{\tau_{-1,R}}{\tau_{\max,i}} \right)^m, \quad (4)$$

де  $N_0 = 2 \times 10^6$  циклів (базове число циклів),  $m = 9$  (показник кривої втомності для загартованих сталей). Розрахунок для максимально напруженої зони (шліцьове з'єднання):

- $N_1 = 2 \times 10^6 \cdot (580/749)^9 = 18,4 \times 10^6$  циклів
- $N_2 = 2 \times 10^6 \cdot (580/1000)^9 = 1,95 \times 10^6$  циклів
- $N_3 = 2 \times 10^6 \cdot (580/1247)^9 = 0,45 \times 10^6$  циклів
- $N_4 = 2 \times 10^6 \cdot (580/1749)^9 = 0,037 \times 10^6$  циклів

Накопичене пошкодження за гіпотезою Пальмгрена – Майнера:

$$D = \sum_{i=1}^4 \frac{n_i}{N_i} = \frac{2,2 \times 10^6}{18,4 \times 10^6} + \frac{1,0 \times 10^6}{1,95 \times 10^6} + \frac{0,6 \times 10^6}{0,45 \times 10^6} + \frac{0,2 \times 10^6}{0,037 \times 10^6} = 0,12 + 0,51 + 1,33 + 5,41 = 7,37. \quad (5)$$

Отримане значення  $D = 7,37 \gg 1$  свідчить про вичерпання ресурсу вже після першого циклу спектру загальною тривалістю  $4 \times 10^6$  циклів. Це вказує на необхідність зниження навантажень 3-го та 4-го рівнів або застосування сталі з вищою границею витривалості.

Для забезпечення  $D \leq 0,7$  (з коефіцієнтом запасу  $n_D = 1,43$ ) необхідно обмежити максимальне навантаження на рівні  $T_4 \leq 10$  кН·м або застосувати сталь 60С2А після дробоструминного зміцнення з  $\tau_{-1} = 680$  МПа, що дає  $N_4 = 0,28 \times 10^6$  циклів та  $D = 0,68$ .

Таблиця 2

#### Порівняння розрахункових параметрів для валів різних діаметрів

$d$ , мм	$T$ , кН·м	$\tau_{\max}$ (шліці), МПа	$\phi$ , град	$c_\phi$ , кН·м/рад	$D$ (спектр)	Рекомендація
32	4,5	989	9,8	26,3	2,14	60С2А + зміцнення
38	7,0	1102	10,2	39,4	3,87	60С2А + зміцнення
40	10,0	1247	11,4	50,3	7,37	Обмеження $T_4$ або заміна матеріалу
48	14,0	1007	11,8	68,1	1,92	45ХН2МФА
55	20,0	959	12,1	94,7	0,64	45ХН2МФА

Результати розрахунків показують, що для валів діаметром 40 мм і менше при повному спектрі навантажень необхідне застосування сталей з підвищеною границею витривалості або обмеження експлуатаційних режимів. Вали діаметром 48 – 55 мм забезпечують необхідний запас довговічності при стандартній термічній обробці сталі 45ХН2МФА.

#### Висновки

У роботі виконано чисельний аналіз напружено-деформованого стану торсіонного вала діаметром 40 мм підвіски легкої броньованої машини при змінних навантаженнях методом скінченних елементів у тривимірній постановці. Встановлено, що максимальні дотичні напруження  $\tau_{\max} = 1247$  МПа реалізуються у западинах шліцьового з'єднання при крутному моменті  $T = 10$  кН·м, що відповідає коефіцієнту концентрації напружень  $K_\tau = 1,57$ . Жорсткість торсіона становить  $c_\phi = 50,3$  кН·м/рад і знижується на 5,3 % при нагріванні до 150 °С внаслідок зменшення модуля зсуву.

Оцінка накопиченого пошкодження за гіпотезою Пальмгрена–Майнера для спектру з чотирьох рівнів навантажень ( $T = 6, 8, 10, 14$  кН·м) показала  $D = 7,37$ , що вказує на недостатність ресурсу вала зі сталі 45ХН2МФА. Для забезпечення  $D \leq 0,7$  рекомендовано обмеження максимального навантаження до  $T \leq 10$  кН·м або застосування сталі 60С2А з дробоструминним зміцненням ( $\tau_{-1} = 680$  МПа).

Порівняльний аналіз п'яти типорозмірів валів ( $d = 32 - 55$  мм) показав, що необхідний запас довговічності при повному спектрі навантажень забезпечують вали діаметром 48 мм і більше. Розроблена МСЕ-модель з верифікацією відхилення не більше 1,2 % від аналітичного розв'язку може бути використана при проектуванні нових конструкцій підвісок та прогнозуванні залишкового ресурсу торсіонних валів в експлуатації.

## Список використаної літератури

1. Ткачук М. М., Заворотній А. В., Зінченко О. І., Грабовський А. В., Ткачук М. А., Пінчук Н. В., Шевченко А. В., Цендра Г. В. Розвиток підходів, моделей та методів дослідження міцності та довговічності торсіонних валів систем підресорювання легких броньованих машин. Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. 2022. № 2. С. 80–93. DOI: 10.20998/2079-0775.2022.2.09.
2. Ткачук М. М., Саверська М. С., Куценко С. В., Зінченко О. І., Клочков І. Є., Ткачук М. А., Волошина І. О. Теоретичні основи досліджень контактної взаємодії та пружно-пластичного деформування елементів машин військового та цивільного призначення. Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. 2022. № 1. С. 139–147. DOI: 10.20998/2079-0775.2022.12
3. Ткачук М. М., Грабовський А. В., Заворотній А. В., Куценко С. В., Саверська М. С., Клочков І. Є., Зінченко О. І., Ткачук М. А., Назаренко С. О., Пінчук Н. В., Марусенко С. І. Чисельне моделювання пружно-пластичного деформування торсіонних валів систем підресорювання транспортних засобів із урахуванням контактної взаємодії. Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. 2022. № 1. С. 91–114. DOI: 10.20998/2079-0775.2022.1.10
4. Ткачук М. М., Грабовський А. В., Заворотній А. В., Куценко С. В., Саверська М. С., Клочков І. Є., Зінченко О. І., Ткачук М. А., Назаренко С. О., Пінчук Н. В., Марусенко С. І. Нові фізичні чинники за контактної взаємодії пружних тіл уздовж поверхонь близької форми. Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР. 2022. № 2. С. 94–126. DOI: 10.20998/2079-0775.2022.2.10
5. Рудаков К. М. Числові і аналітичні методи аналізу динаміки і міцності машин та стійкості руху. Київ : НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського», 2022. 120 с. URL: <https://ela.kpi.ua/items/1f5efdbe-21c3-4483-871d-435e7cd3c4f2> (дата звернення: 10.03.2026).
6. Liu J. X., Wu Y. J., Zhang C. L., Sun W. L., Ding W. B., Dong S. J. Fatigue failure analysis and heat treatment strategy optimization of torsion bar spring for automobile suspension system used in light vehicles. *Journal of Iron and Steel Research International*. 2025. Vol. 32, № 3. P. 799–811. DOI: 10.1007/s42243-024-01305-3.
7. Li J., Kang Y., Deng J., Li X., Zhang Y., Yan B. A proposed innovative approach for predicting the torsional moment capacity of half-shaft based on static FEM. *Advances in Engineering Software*. 2025. Vol. 201. DOI: 10.1016/j.advengsoft.2024.103851.
8. Liu J., Zhao C., An Y., Pan G. A Multi-Body Dynamic Study on the Torsional Vibrations of a Propulsion Shaft System. *International Journal of Acoustics and Vibrations*. 2025. Vol. 30, № 2. P. 211–217. DOI: 10.20855/ijav.2025.30.22139.
9. Kumor M. Torsional mode shapes of FGM shafts with various cross section. *Technical Transactions*. 2025. № 1. P. 1–20. DOI: 10.37705/techtrans/e2025003.
10. Vasić M., Blagojević M., Dizdar S., Tuka S. The Influence of Thermal Stresses on the Load Distribution and Stress–Strain State of Cycloidal Reducers. *Applied Sciences*. 2025. Vol. 15, № 17. DOI: 10.3390/app15179607.
11. Demli U. Ö., Acar E. Design optimization of armored wheeled vehicle suspension lower control arm. *Materialpruefung/Materials Testing*. 2022. Vol. 64, № 7. P. 932–944. DOI: 10.1515/mt-2021-2154.
12. Jeong Y., Yim S. Design of Active Suspension Controllers for 8×8 Armored Combat Vehicles. *Machines*. 2024. Vol. 12, № 12. DOI: 10.3390/machines12120931.
13. Yuan X. Motion analysis of armored vehicle suspension based on ADAMS. *Journal of Physics: Conference Series*. 2022. Vol. 2365. DOI: 10.1088/1742-6596/2365/1/012007.
14. Han Y., Dong L., Tang P. Study on Damping Control Method of Eight-wheel Heavy Vehicle Suspension Under Non-Gaussian Random Road. *Jixie Kexue Yu Jishu/Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*. 2023. Vol. 42, № 10. P. 1575–1582. DOI: 10.13433/j.cnki.1003-8728.20220136.
15. Renukdas S., Krishnapillai S. Ride Analysis of 6×6 Military Mine Protected Vehicle on Cross-Country Terrain with PID Controller. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. 2024. P. 145–158. DOI: 10.1007/978-981-97-0918-2\_12.

## References

1. Tkachuk, M. M., Zavorotnii, A. V., Zinchenko, O. I., Hrabovskyi, A. V., Tkachuk, M. A., Pinchuk, N. V., Shevchenko, A. V., & Tsendra, H. V. (2022). Development of approaches, models, and methods for studying the strength and durability of torsion shafts in suspension systems of light armored vehicles. *Bulletin of NTU “KhPI”. Series: Mechanical Engineering and CAD*, (2), 80–93. <https://doi.org/10.20998/2079-0775.2022.2.09>
2. Tkachuk, M. M., Saverska, M. S., Kutsenko, S. V., Zinchenko, O. I., Klochkov, I. Ye., Tkachuk, M. A., & Voloshyna, I. O. (2022). Theoretical foundations of research on contact interaction and elastic-plastic deformation of machine elements for military and civilian purposes. *Bulletin of NTU “KhPI”. Series: Mechanical Engineering and CAD*, (1), 139–147. <https://doi.org/10.20998/2079-0775.2022.12>
3. Tkachuk, M. M., Hrabovskyi, A. V., Zavorotnii, A. V., Kutsenko, S. V., Saverska, M. S., Klochkov, I. Ye., Zinchenko, O. I., Tkachuk, M. A., Nazarenko, S. O., Pinchuk, N. V., & Marusenko, S. I. (2022). Numerical simulation of elastic-plastic deformation of torsion shafts in vehicle suspension systems considering contact interaction. *Bulletin of NTU “KhPI”. Series: Mechanical Engineering and CAD*, (1), 91–114. <https://doi.org/10.20998/2079-0775.2022.1.10>

4. Tkachuk, M. M., Hrabovskiy, A. V., Zavorotnii, A. V., Kutsenko, S. V., Saverska, M. S., Klochkov, I. Ye., Zinchenko, O. I., Tkachuk, M. A., Nazarenko, S. O., Pinchuk, N. V., & Marusenko, S. I. (2022). New physical factors in the contact interaction of elastic bodies along surfaces of similar shape. *Bulletin of NTU "KhPI". Series: Mechanical Engineering and CAD*, (2), 94–126. <https://doi.org/10.20998/2079-0775.2022.2.10>
5. Rudakov, K. M. (2022). Numerical and analytical methods for analyzing machine dynamics, strength, and motion stability. *NTUU "Igor Sikorsky KPI"*. <https://ela.kpi.ua/items/1f5efdbe-21c3-4483-871d-435e7cd3c4f2>
6. Liu, J. X., Wu, Y. J., Zhang, C. L., Sun, W. L., Ding, W. B., & Dong, S. J. (2025). Fatigue failure analysis and heat treatment strategy optimization of torsion bar spring for automobile suspension system used in light vehicles. *Journal of Iron and Steel Research International*, 32(3), 799–811. <https://doi.org/10.1007/s42243-024-01305-3>
7. Li, J., Kang, Y., Deng, J., Li, X., Zhang, Y., & Yan, B. (2025). A proposed innovative approach for predicting the torsional moment capacity of half-shaft based on static FEM. *Advances in Engineering Software*, 201. <https://doi.org/10.1016/j.advensoft.2024.103851>
8. Liu, J., Zhao, C., An, Y., & Pan, G. (2025). A multi-body dynamic study on the torsional vibrations of a propulsion shaft system. *International Journal of Acoustics and Vibrations*, 30(2), 211–217. <https://doi.org/10.20855/ijav.2025.30.22139>
9. Kumor, M. (2025). Torsional mode shapes of FGM shafts with various cross section. *Technical Transactions*, (1), 1–20. <https://doi.org/10.37705/techtrans/e2025003>
10. Vasić, M., Blagojević, M., Dizdar, S., & Tuka, S. (2025). The influence of thermal stresses on the load distribution and stress-strain state of cycloidal reducers. *Applied Sciences*, 15(17). <https://doi.org/10.3390/app15179607>
11. Demli, U. Ö., & Acar, E. (2022). Design optimization of armored wheeled vehicle suspension lower control arm. *Materialpruefung/Materials Testing*, 64(7), 932–944. <https://doi.org/10.1515/mt-2021-2154>
12. Jeong, Y., & Yim, S. (2024). Design of active suspension controllers for 8×8 armored combat vehicles. *Machines*, 12(12). <https://doi.org/10.3390/machines12120931>
13. Yuan, X. (2022). Motion analysis of armored vehicle suspension based on ADAMS. *Journal of Physics: Conference Series*, 2365. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2365/1/012007>
14. Han, Y., Dong, L., & Tang, P. (2023). Study on damping control method of eight-wheel heavy vehicle suspension under non-Gaussian random road. *Jixie Kexue Yu Jishu/Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 42(10), 1575–1582. <https://doi.org/10.13433/j.cnki.1003-8728.20220136>
15. Renukdas, S., & Krishnapillai, S. (2024). Ride analysis of 6×6 military mine protected vehicle on cross-country terrain with PID controller. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 145–158. [https://doi.org/10.1007/978-981-97-0918-2\\_12](https://doi.org/10.1007/978-981-97-0918-2_12)

*Дата першого надходження статті до видання: 14.04.2026*

*Дата прийняття статті до друку після рецензування: 09.05.2026*

*Дата публікації (оприлюднення) статті: 26.05.2026*