

**О. М. ІВАНОВ**

кандидат технічних наук, доцент,  
доцент кафедри будівництва та професійної освіти  
Полтавський державний аграрний університет  
ORCID: 0000-0002-1761-9913

**А. О. КЕЛЕМЕШ**

кандидат технічних наук, доцент,  
доцент кафедри агроінженерії та автомобільного транспорту  
Полтавський державний аграрний університет  
ORCID: 0000-0001-9429-8570

**С. В. ЛЯШЕНКО**

кандидат технічних наук, доцент,  
завідувач кафедри агроінженерії та автомобільного транспорту  
Полтавський державний аграрний університет  
ORCID: 0000-0002-3227-3738

**О. А. БУРЛАКА**

кандидат технічних наук, доцент,  
доцент кафедри агроінженерії та автомобільного транспорту  
Полтавський державний аграрний університет  
ORCID: 0000-0002-2296-7234

**В. В. ЛАВРЕНКО**

старший викладач кафедри агроінженерії та автомобільного транспорту  
Полтавський державний аграрний університет  
ORCID: 0009-0001-6145-9224

## МОДЕЛЮВАННЯ СТАБІЛЬНОСТІ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКУ В УМОВАХ ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЗОВАНОГО КЕРУВАННЯ ШВИДКІСТЮ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ

У статті розглянуто проблему забезпечення стабільності транспортного потоку в умовах зростання інтенсивності дорожнього руху та поширення систем автоматизованого керування швидкістю транспортних засобів. Актуальність дослідження зумовлена необхідністю підвищення ефективності функціонування автомобільного транспорту, зменшення коливань швидкості руху та запобігання виникненню транспортних заторів.

Метою роботи є розроблення аналітичної моделі стабілізації транспортного потоку з урахуванням просторової неоднорідності щільності руху та параметрів автоматизованого керування швидкістю.

У роботі запропоновано узагальнену математичну модель транспортного потоку, яка враховує динаміку взаємодії транспортних засобів у колоні, просторові зміни щільності та вплив систем автоматизованого керування. На відміну від класичних моделей слідування за автомобілем, запропонований підхід передбачає розширену взаємодію транспортних засобів із урахуванням інформації про декілька попередніх транспортних засобів, а також вплив просторових градієнтів щільності.

На основі розробленої моделі виконано аналітичне дослідження стійкості руху та чисельне моделювання процесів поширення і затухання збурень швидкості та щільності. Встановлено, що збурення швидкості мають хвилюватий характер і за умов стійкості поступово затухають уздовж транспортної колони. Показано формування локальних зон підвищеної та зниженої щільності, що відповідає закономірностям поширення транспортних хвиль.

Побудовано фундаментальну діаграму, яка підтверджує наявність залежності між щільністю та інтенсивністю руху і визначає критичний режим, за якого досягається максимальна пропускна здатність дороги. Досліджено вплив параметрів автоматизованого керування швидкістю, зокрема ступеня врахування інформації про транспортні засоби попереду, на стабільність руху. Встановлено, що їх оптимізація сприяє зменшенню коливань швидкості та підвищенню стабільності транспортного потоку.



Практичне значення отриманих результатів полягає у можливості їх використання для оцінювання ефективності алгоритмів автоматизованого керування швидкістю та підвищення пропускну здатності автомобільних доріг в умовах функціонування інтелектуальних транспортних систем.

**Ключові слова:** транспортний потік, стабільність транспортного потоку, математична модель, просторова неоднорідність щільності, автоматизоване керування швидкістю, збурення транспортного потоку.

O. M. IVANOV

PhD, Associate Professor,  
Associate Professor at the Department of Construction  
and Vocational Education  
Poltava State Agrarian University  
ORCID: 0000-0002-1761-9913

A. O. KELEMESH

PhD, Associate Professor,  
Associate Professor at the Department of Agricultural Engineering  
and Automobile Transport  
Poltava State Agrarian University  
ORCID: 0000-0001-9429-8570

S. V. LIASHENKO

PhD, Associate Professor,  
Head of the Department of Agricultural Engineering  
and Automobile Transport  
Poltava State Agrarian University  
ORCID: 0000-0002-3227-3738

O. A. BURLAKA

PhD, Associate Professor,  
Associate Professor at the Department of Agricultural Engineering  
and Automobile Transport  
Poltava State Agrarian University  
ORCID: 0000-0002-2296-7234

V. V. LAVRENKO

Senior Lecturer at the Department of Agricultural Engineering  
and Automobile Transport  
Poltava State Agrarian University  
ORCID: 0009-0001-6145-9224

## MODELLING THE STABILITY OF TRAFFIC FLOW UNDER AUTOMATED VEHICLE SPEED CONTROL SYSTEMS

*This article examines the problem of ensuring traffic flow stability in the context of increasing traffic volume and the widespread adoption of automated vehicle speed control systems. The relevance of this research stems from the need to improve the efficiency of road transport operations, reduce fluctuations in traffic speed, and prevent traffic congestion.*

*The aim of the work is to develop an analytical model for stabilizing traffic flow, taking into account the spatial heterogeneity of traffic density and the parameters of automated speed control.*

*The paper proposes a generalized mathematical model of traffic flow that accounts for the dynamics of vehicle interaction within a platoon, spatial changes in density, and the influence of automated control systems. Unlike classical vehicle-following models, the proposed approach involves extended vehicle interaction, taking into account information about several preceding vehicles, as well as the influence of spatial density gradients.*

*Based on the developed model, an analytical study of traffic stability and numerical modelling of the propagation and damping processes of velocity and density disturbances were carried out. It was established that velocity disturbances are wave-like in nature and, under stable conditions, gradually dampen along the traffic platoon. The formation of local zones of increased and decreased density is demonstrated, which corresponds to the patterns of traffic wave propagation.*

*A fundamental diagram has been constructed, which confirms the existence of a relationship between density and traffic volume and identifies the critical regime at which maximum road capacity is achieved. The influence of automated speed control parameters, in particular the degree to which information about vehicles ahead is taken into account, on traffic stability has been investigated. It has been established that their optimization contributes to a reduction in speed fluctuations and an increase in traffic flow stability.*

*The practical significance of the results lies in their potential use for evaluating the effectiveness of automated speed control algorithms and increasing the capacity of motorways in intelligent transport systems.*

**Key words:** traffic flow, traffic flow stability, mathematical model, spatial density heterogeneity, automated speed control, traffic flow disturbances.

### Постановка проблеми

Сучасні транспортні системи характеризуються постійним зростанням інтенсивності руху та щільності транспортних потоків. У таких умовах важливим фактором ефективності функціонування дорожньо-транспортної інфраструктури стає стабільність транспортного потоку, яка визначає пропускну здатність доріг, безпеку руху та ефективність транспортних перевезень. Дослідження теорії транспортного потоку показують, що зі збільшенням щільності руху система може переходити зі стабільного режиму до нестійкого, що призводить до виникнення хвиль уповільнення та формування транспортних заторів навіть за відсутності зовнішніх перешкод [1].

Фундаментальні положення теорії транспортного потоку базуються на математичних моделях взаємодії транспортних засобів, зокрема на мікроскопічних моделях слідування за автомобілем, у яких прискорення транспортного засобу визначається залежно від дистанції до попереднього автомобіля та різниці швидкостей між ними [2]. Подальший розвиток цих підходів привів до появи моделей оптимальної швидкості, інтелектуальної моделі водія та інших аналітичних моделей транспортного потоку [3, 4].

Встановлено, що навіть незначні збурення швидкості можуть призводити до розвитку нестійких режимів руху та формування транспортних хвиль, які поширюються вздовж потоку та викликають періодичні цикли прискорення і гальмування транспортних засобів [5].

У сучасних умовах розвитку транспортних технологій важливим фактором, що впливає на характеристики транспортного потоку, є використання систем автоматизованого керування швидкістю транспортних засобів, зокрема адаптивного та кооперативного круїз-контролю [6]. Разом з тим існуючі моделі транспортного потоку переважно розглядають взаємодію транспортних засобів лише локально і недостатньо враховують просторову неоднорідність щільності руху та складну структуру взаємодії транспортних засобів у змішаних транспортних потоках. У зв'язку з цим актуальним науковим завданням є розроблення аналітичної моделі стабілізації транспортного потоку з урахуванням просторової неоднорідності щільності руху та використання систем автоматизованого керування швидкістю.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

У сучасних дослідженнях транспортних систем значна увага приділяється вивченню впливу систем автоматизованого керування швидкістю транспортних засобів на динаміку транспортного потоку. У роботі [7] показано, що навіть незначна частка підключених та автономних транспортних засобів може істотно змінювати характер поширення транспортних хвиль і впливати на стабільність транспортного потоку та пропускну здатність автомобільної дороги.

Подальші дослідження підтверджують, що вплив систем адаптивного круїз-контролю (ACC) на характеристики транспортного потоку значною мірою залежить від параметрів алгоритмів керування. Зокрема, встановлено, що окремі реалізації ACC можуть призводити до нестабільності транспортного руху та зменшення пропускну здатності автомагістралей [8].

Водночас дослідження показують, що вдосконалені алгоритми ACC, які враховують стан транспортного потоку, здатні зменшувати інтенсивність транспортних хвиль та підвищувати стабільність руху [9]. Значна увага також приділяється кооперативним системам керування транспортними засобами (CACC), що передбачають обмін інформацією між ними. Показано, що використання CACC може впливати на розподіл транспортних потоків та динаміку транспортного руху у транспортних мережах [10].

Подальший розвиток цих підходів пов'язаний із застосуванням алгоритмів багатокрокового передбачення, які враховують інформацію про кілька транспортних засобів попереду та дозволяють підвищити стабільність транспортних колон [11].

У сучасних роботах також досліджуються кооперативні системи керування транспортними колонами та адаптивні системи управління транспортними потоками [12]. Дослідження змішаних транспортних потоків показують, що збільшення частки транспортних засобів із CACC сприяє зменшенню коливань швидкості та підвищенню стабільності транспортного руху [13].

Крім того, розробляються аналітичні підходи, що інтегрують параметри систем автоматизованого керування безпосередньо у рівняння транспортної динаміки, наприклад через керування часовим інтервалом між транспортними засобами [14].

Разом з тим аналіз сучасних досліджень свідчить, що існуючі підходи недостатньо враховують просторову неоднорідність транспортного потоку та складну структуру взаємодії транспортних засобів у змішаних потоках. У зв'язку з цим актуальним є подальший розвиток аналітичних моделей, які дозволять врахувати просторові градієнти щільності руху та вплив систем автоматизованого керування швидкістю на стабільність транспортного потоку. Саме вирішенню цих питань присвячено дане дослідження.

### Формулювання мети дослідження

Метою дослідження є розроблення аналітичної моделі стабілізації транспортного потоку з урахуванням просторової неоднорідності щільності руху та використання систем автоматизованого керування швидкістю, яка дозволить дослідити вплив просторових змін щільності транспортного потоку та алгоритмів автоматизованого керування швидкістю транспортних засобів на стабільність транспортного руху.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі задачі:

- сформулювати узагальнену математичну модель транспортного потоку, яка враховує просторову неоднорідність щільності руху та параметри систем автоматизованого керування швидкістю транспортних засобів;
- виконати аналітичне дослідження стабільності транспортного потоку на основі запропонованої моделі з урахуванням впливу параметрів керування та структури транспортного потоку;
- визначити умови стабілізації транспортного потоку та оцінити вплив параметрів систем автоматизованого керування швидкістю на динаміку транспортного руху.

Реалізація поставлених задач передбачає побудову узагальненої аналітичної моделі транспортного потоку, яка враховує просторову неоднорідність розподілу щільності транспортних засобів, особливості взаємодії транспортних засобів у потоці та вплив алгоритмів автоматизованого керування швидкістю на динаміку транспортного руху.

#### Викладення основного матеріалу дослідження

Для дослідження процесів формування та стабілізації транспортного потоку в умовах використання систем автоматизованого керування швидкістю запропоновано аналітичну математичну модель, яка дозволяє описати динаміку взаємодії транспортних засобів з урахуванням просторової неоднорідності щільності транспортного потоку. На відміну від більшості існуючих моделей транспортного потоку, у яких взаємодія транспортних засобів розглядається лише між безпосередньо сусідніми транспортними засобами, у запропонованій моделі додатково враховується вплив просторової зміни щільності транспортного потоку та можливість використання інформації про декілька транспортних засобів, що рухаються попереду.

Розглянемо транспортний потік, що складається з  $N$  транспортних засобів, які рухаються вздовж однієї смуги руху. Кожен транспортний засіб характеризується координатою його положення на дорожній ділянці та швидкістю руху. У межах запропонованого підходу рух транспортного засобу описується кінематичними рівняннями:

$$\frac{dx_i}{dt} = v_i, \quad (1)$$

$$\frac{dv_i}{dt} = a_i, \quad (1)$$

де  $x_i(t)$  – координата  $i$ -го транспортного засобу на дорожній ділянці, м;  $v_i(t)$  – швидкість руху  $i$ -го транспортного засобу, м/с;  $a_i(t)$  – прискорення  $i$ -го транспортного засобу, м/с<sup>2</sup>;  $t$  – час, с;  $i$  – порядковий номер транспортного засобу у транспортному потоці.

Ці рівняння описують зміну координати та швидкості транспортного засобу у часі і є базовими для побудови більш складних моделей взаємодії транспортних засобів у потоці. При цьому основним фактором, що визначає зміну швидкості транспортного засобу, є взаємодія з транспортними засобами, що рухаються попереду.

Для опису цієї взаємодії вводиться просторовий інтервал між транспортними засобами:

$$s_i = x_{i-1} - x_i - L, \quad (2)$$

де  $s_i$  – відстань між  $i$ -м транспортним засобом та транспортним засобом, що рухається попереду, м;  $x_{i-1}$  – координата попереднього транспортного засобу, м;  $x_i$  – координата  $i$ -го транспортного засобу, м;  $L$  – довжина транспортного засобу, м.

Крім відстані між транспортними засобами, важливим параметром, що визначає характер взаємодії транспортних засобів у транспортному потоці, є різниця швидкостей між ними:

$$\Delta v_i = v_{i-1} - v_i, \quad (3)$$

де  $\Delta v_i$  – різниця швидкостей між транспортними засобами, м/с;  $v_{i-1}$  – швидкість попереднього транспортного засобу, м/с;  $v_i$  – швидкість  $i$ -го транспортного засобу, м/с.

У класичних моделях слідування за автомобілем прискорення транспортного засобу визначається лише на основі відстані до попереднього автомобіля та різниці швидкостей. Проте в реальних умовах руху транспортні засоби реагують не тільки на безпосередній транспортний засіб попереду, але й на загальний стан транспортного потоку, зокрема на зміну його щільності вздовж дороги. Саме врахування цього фактору є одним із ключових елементів запропонованої моделі.

У межах розробленої моделі прискорення транспортного засобу визначається залежністю:

$$a_i = k_1(v_{ref} - v_i) + k_2(v_{i-1} - v_i) + k_3(s_i - s_{des}) + k_4 \sum_{j=1}^m \omega_j (v_{i-j} - v_i) - k_5 \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad (4)$$

де  $a_i$  – прискорення  $i$ -го транспортного засобу;  $v_{ref}$  – бажана швидкість руху транспортного засобу, м/с;  $v_i$  – фактична швидкість  $i$ -го транспортного засобу, м/с;  $v_{i-1}$  – швидкість попереднього транспортного засобу, м/с;  $s_i$  – відстань між транспортними засобами, м;  $s_{des}$  – бажана дистанція між транспортними засобами, м;  $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5$  – відповідно коефіцієнт прагнення до бажаної швидкості, коефіцієнт реакції на різницю швидкостей, коефіцієнт регулювання дистанції між транспортними засобами, коефіцієнт розширеної взаємодії транспортних засобів,

коефіцієнт впливу просторового градієнта щільності;  $m$  – кількість транспортних засобів, інформація про які використовується системою керування;  $\omega_j$  – вагові коефіцієнти впливу  $j$ -го транспортного засобу;  $\rho$  – щільність транспортного потоку, авт/м;  $\partial\rho/\partial x$  – просторовий градієнт щільності транспортного потоку.

Запропоноване рівняння враховує декілька факторів, що впливають на динаміку транспортного руху. Перший доданок описує прагнення транспортного засобу підтримувати бажану швидкість руху. Другий та третій доданки характеризують взаємодію транспортних засобів на локальному рівні. Четвертий доданок враховує вплив декількох транспортних засобів, що рухаються попереду, що характерно для транспортних засобів із системами автоматизованого керування швидкістю. П'ятий доданок враховує вплив просторової неоднорідності транспортного потоку через градієнт щільності.

Щільність транспортного потоку визначається співвідношенням:

$$\rho = \frac{1}{s_i + L}, \quad (5)$$

де  $\rho$  – щільність транспортного потоку, авт/м;  $s_i$  – відстань між транспортними засобами, м;  $L$  – довжина транспортного засобу, м.

Для аналізу динаміки малих відхилень транспортного потоку розглядається збурення щільності транспортного потоку, яке визначається як відхилення від стаціонарного значення:

$$\delta\rho_i = \rho_i - \rho^*, \quad (6)$$

де  $\rho^*$  – стаціонарна щільність транспортного потоку, авт/м.

У запропонованій моделі бажана дистанція між транспортними засобами визначається залежністю:

$$s_{des} = s_0 + Tv_i + \alpha\rho^{-1}, \quad (7)$$

де  $s_{des}$  – бажана дистанція між транспортними засобами, м;  $s_0$  – мінімальна дистанція між транспортними засобами, м;  $T$  – часовий інтервал між транспортними засобами, с;  $v_i$  – швидкість транспортного засобу, м/с;  $\rho$  – щільність транспортного потоку, авт/м;  $\alpha$  – коефіцієнт адаптації дистанції до щільності транспортного потоку.

Використання цієї залежності дозволяє врахувати зміну поведінки транспортних засобів у різних режимах транспортного руху. Зокрема, при зростанні щільності транспортного потоку транспортні засоби змушені зменшувати дистанцію між собою, що може призводити до формування нестійких режимів руху.

Для дослідження стабільності транспортного потоку розглядається стаціонарний режим руху, у якому всі транспортні засоби рухаються з однаковою швидкістю та підтримують однакову дистанцію між собою. Невеликі відхилення швидкості та відстані між транспортними засобами можуть бути представлені у вигляді:

$$v_i = v^* + \delta v_i, \quad (8)$$

$$s_i = s^* + \delta s_i, \quad (9)$$

де  $v^*$  – стаціонарна швидкість транспортного потоку, м/с;  $s^*$  – стаціонарна дистанція між транспортними засобами, м;  $\delta v_i$  – відхилення швидкості від стаціонарного значення, м/с;  $\delta s_i$  – відхилення дистанції від стаціонарного значення, м.

Після лінеаризації системи рівнянь отримується система диференціальних рівнянь, що описує динаміку збурень у транспортному потоці:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta s_i \\ \delta v_i \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \delta s_i \\ \delta v_i \end{pmatrix}, \quad (10)$$

де  $A$  – матриця коефіцієнтів лінеаризованої системи;  $\delta s_i$  – збурення відстані між транспортними засобами;  $\delta v_i$  – збурення швидкості транспортного засобу.

Стійкість транспортного потоку визначається на основі аналізу власних значень матриці  $A$ . Транспортний потік вважається стабільним у випадку, якщо дійсна частина всіх власних значень є від'ємною:

$$\operatorname{Re}(\lambda_j) < 0, \quad (11)$$

де  $\lambda_j$  – власні значення матриці системи;  $\operatorname{Re}(\lambda_j)$  – дійсна частина власного значення.

Отримані аналітичні залежності дозволяють дослідити вплив параметрів систем автоматизованого керування швидкістю на стабільність транспортного потоку. Запропонована модель дозволяє врахувати просторову неоднорідність транспортного потоку та складну структуру взаємодії транспортних засобів у транспортному потоці, що створює можливість визначення умов стабілізації транспортного руху у змішаних транспортних потоках.

Для наочного аналізу поведінки транспортного потоку та підтвердження отриманих аналітичних результатів було проведено чисельне моделювання на основі запропонованої математичної моделі.

Вибір значень параметрів моделі здійснювався з урахуванням характерних умов руху транспортного потоку для позаміських доріг із переважанням легкового транспорту. Кількість транспортних засобів у моделюванні

$N=40$  обрана як достатня для формування протяжної транспортної колони, що дозволяє досліджувати процеси поширення та затухання збурень швидкості без суттєвого впливу крайових ефектів.

Довжина транспортного засобу прийнята рівною  $L=4.5$  м, що відповідає типовій довжині легкового автомобіля середнього класу в межах від 4,2 до 4,8 м [1].

Бажана швидкість руху  $v_{ref}=16$  м/с відповідає характерним швидкостям руху на під'їздах до автомагістралей або в умовах щільного позаміського потоку, коли швидкість обмежується інтенсивністю руху. Мінімальна дистанція між транспортними засобами  $s_0=2$  м відповідає безпечній статичній відстані при малих швидкостях, тоді як часовий інтервал  $T=1.3$  с відповідає типовим значенням параметра бажаного інтервалу у мікроскопічних моделях транспортного потоку, які, зазвичай, знаходяться в межах 1.0–1.5 с [1].

Коефіцієнт адаптації дистанції до щільності транспортного потоку  $\alpha=0.7$  обраний з урахуванням необхідності забезпечення чутливості моделі до змін щільності транспортного потоку без виникнення чисельної нестійкості. Значення параметрів моделі узгоджуються з підходами, що використовуються у сучасних моделях транспортного потоку, зокрема у моделях типу Intelligent Driver Model (IDM) [1], та забезпечують адекватне відтворення характерних режимів руху від вільного до перевантаженого.

Параметри керування транспортним потоком задавалися у вигляді коефіцієнтів моделі:  $k_1=0.35$  с<sup>-1</sup>,  $k_2=0.9$  с<sup>-1</sup>,  $k_3=0.55$  с<sup>-2</sup>,  $k_4=0\dots 1.0$ ,  $k_5=0.25$ . При цьому коефіцієнт  $k_4$  є безрозмірним параметром, що визначає ступінь врахування інформації про транспортні засоби, які рухаються попереду, у процесі формування прискорення транспортного засобу. Значення  $k_4=0$  відповідає випадку локальної взаємодії, коли враховується лише найближчий попередній транспортний засіб, тоді як зі збільшенням  $k_4$  зростає вплив транспортних засобів, що знаходяться далі за потоком.

Для оцінювання впливу цього параметра на динаміку транспортного потоку було проведено параметричний аналіз у діапазоні  $0 \leq k_4 \leq 1$ . При побудові часових і просторових залежностей (рис. 1–3) використовувалося фіксоване значення коефіцієнта  $k_4=0.5$ , що відповідає умовам часткового врахування інформації про декілька транспортних засобів попереду. Водночас для дослідження стійкості транспортного потоку (рис. 4) значення  $k_4$  змінювалося у заданому діапазоні з певним кроком, а для кожного значення виконувалося чисельне моделювання та аналіз власних значень лінеаризованої системи рівнянь. Це дозволило встановити залежність показника стабільності транспортного потоку від ступеня врахування інформації про транспортні засоби, що рухаються попереду.

Для моделювання розширеної взаємодії транспортних засобів використовувалася інформація про  $m=3$  транспортні засоби попереду з ваговими коефіцієнтами  $w_1=0.6$ ,  $w_2=0.3$ ,  $w_3=0.1$ , що забезпечує зменшення впливу віддалених транспортних засобів.

Чисельне розв'язання системи рівнянь здійснювалося з використанням кроку інтегрування  $\Delta t=0.1$  с на інтервалі моделювання  $t=0\dots 60$  с. Початкові умови задавалися у вигляді стаціонарного режиму руху з подальшим внесенням локального збурення швидкості одного з транспортних засобів, що дозволяє дослідити процеси поширення та затухання збурень у транспортному потоці.

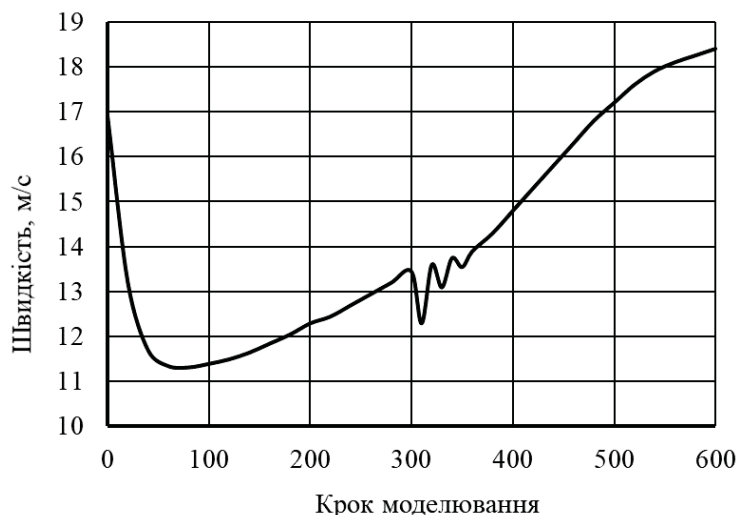
Результати моделювання представлені у вигляді графічних залежностей, що характеризують динаміку швидкості транспортних засобів, просторовий розподіл щільності транспортного потоку, а також вплив параметрів автоматизованого керування на стабільність транспортного руху.

На рис. 1 представлено зміну швидкості одного з транспортних засобів у транспортному потоці після виникнення початкового збурення швидкості. Початкове зниження швидкості моделює ситуацію короткочасного гальмування транспортного засобу, яке може виникати в реальних умовах дорожнього руху. Відповідно до запропонованої математичної моделі зміна швидкості транспортного засобу визначається рівнянням прискорення, що враховує бажану швидкість руху, дистанцію між транспортними засобами, різницю швидкостей, а також просторову зміну щільності транспортного потоку.

Із наведеного графіка видно, що після виникнення початкового збурення швидкість транспортного засобу різко зменшується, що відповідає короткочасному гальмуванню. Після цього швидкість поступово відновлюється та переходить до нового стаціонарного режиму руху. При цьому процес відновлення швидкості відбувається поступово, що відображає реакцію транспортного потоку на початкове збурення та взаємодію транспортних засобів у колоні.

На пізніх етапах моделювання (приблизно на часовому кроці близько 300) спостерігаються локальні коливання швидкості транспортного засобу. Виникнення таких коливань пояснюється динамічною взаємодією транспортних засобів у транспортному потоці та наявністю декількох зворотних зв'язків у рівнянні прискорення, що враховує як локальну взаємодію між сусідніми транспортними засобами, так і вплив транспортних засобів, що рухаються попереду. У результаті в транспортному потоці можуть виникати хвилі швидкості, що мають коливальний характер.

З математичної точки зору така поведінка системи пояснюється властивостями лінеаризованої системи рівнянь, що описує динаміку малих збурень у транспортному потоці. Стійкість транспортного потоку визначається власними значеннями матриці лінеаризованої системи. Якщо дійсні частини всіх власних значень є від'ємними  $\text{Re}(\lambda_j) < 0$ , то збурення швидкості з часом зменшується.



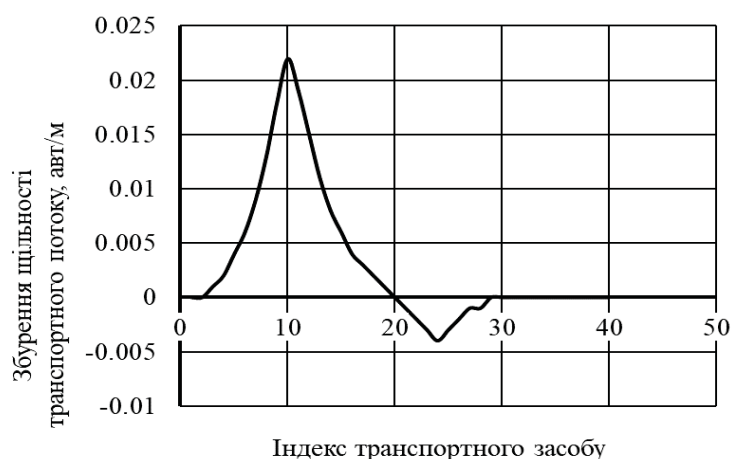
**Рис. 1.** Затухання збурення швидкості транспортного засобу у транспортному потоці

Наявність коливань на графіку свідчить про те, що власні значення системи можуть мати комплексний характер із від'ємною дійсною частиною. У цьому випадку система демонструє затухаючий коливальний режим, що відповідає асимптотично стійкому транспортному потоку.

На рис. 2 представлено просторовий розподіл збурення щільності транспортного потоку залежно від порядкового номера транспортного засобу у транспортній колоні.

Із наведеного графіка видно, що найбільші збурення щільності виникають у центральній частині транспортної колони, де відбувається реакція транспортних засобів на початкове порушення режиму руху. У міру віддалення від цієї ділянки величина збурення поступово зменшується, що свідчить про затухаючий характер просторового поширення збурень у транспортному потоці.

Після досягнення максимального значення збурення щільності спостерігається його поступове зменшення. Починаючи приблизно з індексу транспортного засобу 20, збурення змінює знак, що відповідає формуванню зони зменшеної щільності транспортного потоку. Така зона виникає внаслідок збільшення інтервалів між транспортними засобами після проходження хвилі уповільнення. У міру подальшого поширення збурення вздовж транспортної колони його амплітуда поступово зменшується і наближається до нуля приблизно біля індексу 30, що свідчить про затухаючий характер просторових коливань транспортного потоку та відповідає умовам стабільності системи, передбаченим запропонованою математичною моделлю.



**Рис. 2.** Просторовий розподіл збурення щільності транспортного потоку

Такий характер розподілу узгоджується з результатами лінеаризованого аналізу моделі транспортного потоку, згідно з яким малі відхилення щільності та швидкості поширюються вздовж транспортної колони у вигляді хвиль збурення, амплітуда яких зменшується за умов стабільності транспортного потоку.

На рис. 3 представлено фундаментальну діаграму транспортного потоку, що відображає залежність інтенсивності руху від щільності транспортних засобів. Отримана залежність має типовий вигляд із наявністю максимуму інтенсивності при певному значенні щільності, що відповідає класичним уявленням теорії транспортного потоку та підтверджує адекватність запропонованої моделі на макроскопічному рівні.

Це свідчить про коректність запропонованої математичної моделі з точки зору відтворення базових характеристик транспортного руху. Водночас положення максимуму інтенсивності та форма залежності визначаються параметрами моделі, що дозволяє використовувати її для аналізу впливу систем автоматизованого керування швидкістю на пропускну здатність транспортного потоку.

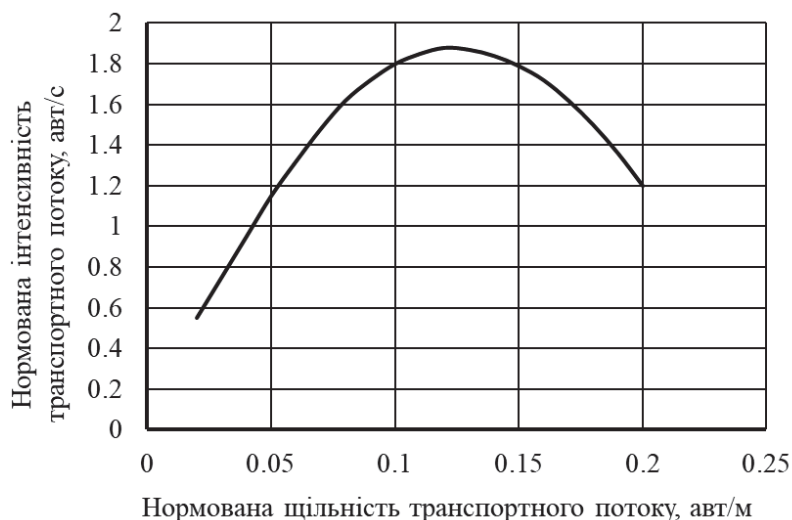


Рис. 3. Фундаментальна діаграма транспортного потоку

На рис. 4 представлено графічну залежність показника стабільності транспортного потоку від значення параметра автоматизованого керування  $k_d$ .

Із графіка видно, що при малих значеннях параметра  $k_d$  стабільність транспортного потоку є відносно низькою. У цьому випадку система керування враховує переважно локальну взаємодію між сусідніми транспортними засобами, а вплив транспортних засобів, що знаходяться попереду у транспортному потоці, є незначним. За таких умов збурення швидкості можуть поширюватися вздовж транспортної колони та призводити до виникнення коливань швидкості.

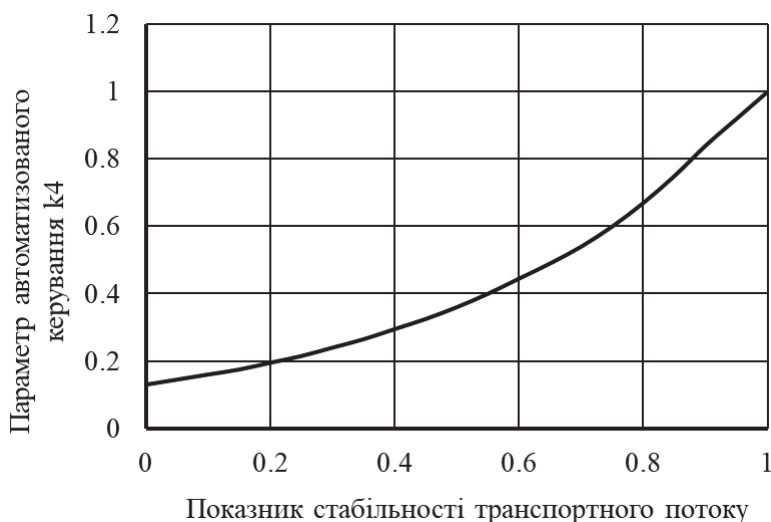


Рис. 4. Вплив параметра автоматизованого керування  $k_d$  на стабільність транспортного потоку

Із збільшенням значення параметра  $k_d$  спостерігається зростання показника стабільності транспортного потоку. Це пояснюється тим, що система автоматизованого керування починає враховувати інформацію про рух

декількох транспортних засобів попереду, що дозволяє більш ефективно прогнозувати зміну транспортної ситуації. У результаті зменшуються коливання швидкості транспортних засобів, а транспортний потік стає більш стабільним.

Запропонований підхід до моделювання транспортного потоку доцільно розглянути у порівнянні з класичними мікроскопічними моделями, зокрема моделлю оптимальної швидкості (Optimal Velocity Model, OVM) та інтелектуальною моделлю водія (Intelligent Driver Model, IDM). У моделі оптимальної швидкості прискорення транспортного засобу визначається як функція відстані до попереднього транспортного засобу, що обмежує можливість врахування складної динаміки транспортного потоку та не дозволяє описувати вплив просторової неоднорідності щільності руху. Інтелектуальна модель водія додатково враховує різницю швидкостей між транспортними засобами, що забезпечує більш адекватний опис поведінки водія, проте взаємодія транспортних засобів у ній також має переважно локальний характер і обмежується найближчим попереднім транспортним засобом.

На відміну від зазначених моделей, у запропонованій аналітичній моделі враховано просторову неоднорідність транспортного потоку шляхом введення градієнта щільності, що дозволяє описувати процеси формування та поширення транспортних хвиль у неоднорідних умовах руху. Крім того, модель передбачає розширену взаємодію транспортних засобів із урахуванням інформації про декілька транспортних засобів попереду, що відповідає принципам функціонування сучасних систем адаптивного та кооперативного круїз-контролю та забезпечує більш адекватне відтворення динаміки змішаних транспортних потоків.

Важливою перевагою запропонованого підходу є можливість аналітичного дослідження стабільності транспортного потоку. На відміну від суто імітаційних моделей, умови стійкості можуть бути визначені на основі аналізу власних значень лінеаризованої системи рівнянь, що дозволяє встановити критерії стабілізації транспортного руху та оцінити вплив параметрів керування на динаміку системи.

Таким чином, на відміну від класичних моделей OV та IDM, запропонована модель поєднує врахування просторової неоднорідності транспортного потоку, розширеної взаємодії транспортних засобів та можливість аналітичного дослідження стійкості, що забезпечує її універсальність і доцільність використання як для теоретичного аналізу, так і для чисельного моделювання транспортних потоків у задачах інтелектуальних транспортних систем.

#### Висновки

У результаті проведеного дослідження розроблено аналітичну модель транспортного потоку, яка враховує просторову неоднорідність щільності руху та особливості функціонування систем автоматизованого керування швидкістю транспортних засобів. Запропонована модель дозволяє описати динаміку взаємодії транспортних засобів у транспортному потоці та дослідити процеси поширення і затухання збурень швидкості та щільності транспортного потоку.

Проведене на основі моделі чисельне моделювання показало, що врахування просторових змін щільності транспортного потоку дозволяє відтворити характерні процеси формування та поширення збурень у транспортному потоці. Отримані результати свідчать, що використання систем автоматизованого керування швидкістю та врахування інформації про рух декількох транспортних засобів попереду сприяє зменшенню коливань швидкості транспортних засобів і підвищенню стабільності транспортного потоку.

Наукова новизна дослідження полягає у розробленні аналітичної моделі стабілізації транспортного потоку, яка, на відміну від відомих підходів, враховує просторову неоднорідність щільності транспортного потоку та розширену взаємодію транспортних засобів у транспортній колонії з урахуванням параметрів автоматизованого керування швидкістю.

Практичне значення отриманих результатів полягає у можливості використання запропонованої моделі для розроблення та вдосконалення алгоритмів адаптивного і кооперативного круїз-контролю, що застосовуються у сучасних транспортних засобах. Врахування розширеної взаємодії транспортних засобів та просторової неоднорідності транспортного потоку дозволяє підвищити точність формування керуючих впливів і забезпечити більш стабільний режим руху.

Крім того, запропонована модель може бути використана для оцінювання впливу параметрів систем автоматизованого керування швидкістю на пропускну здатність автомобільних доріг. Це створює можливість обґрунтованого вибору параметрів керування з метою оптимізації транспортних потоків та підвищення ефективності функціонування дорожньо-транспортної інфраструктури.

Важливим напрямом практичного застосування є також прогнозування виникнення транспортних заторів на основі аналізу процесів поширення збурень у транспортному потоці. Отримані результати дозволяють оцінювати умови переходу транспортного потоку до нестійких режимів руху та своєчасно виявляти передумови виникнення заторів.

У цілому запропонований підхід може бути використаний для підвищення ефективності управління транспортними потоками в інтелектуальних транспортних системах, зокрема шляхом інтеграції з сучасними засобами моніторингу та керування дорожнім рухом.

Подальші дослідження доцільно спрямувати на розвиток запропонованої моделі з урахуванням складніших умов функціонування транспортних систем, зокрема багатосмугового руху, різномірного складу транспортного потоку та взаємодії транспортних засобів у системах інтелектуального транспорту.

## Список використаної літератури

1. Treiber M., Kesting A. Traffic flow dynamics : Data, models and simulation. Springer, 2025. 781 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-93922-8>.
2. Rothery R. Car-following models : Transportation flow theory. Massachusetts Institute of Technology, 2002. 42 p. URL: [https://ocw.mit.edu/courses/1-225j-transportation-flow-systems-fall-2002/a884475721d0645b8ce2ee8640976caf\\_carfollowinga.pdf](https://ocw.mit.edu/courses/1-225j-transportation-flow-systems-fall-2002/a884475721d0645b8ce2ee8640976caf_carfollowinga.pdf) (дата звернення: 06.03.2026).
3. Treiber M., Hennecke A., Helbing D. Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations. *Physical Review E*. 2000. Vol. 62, No. 2. P. 1805–1824. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.62.1805>.
4. Wagner P., Flötteröd G. Simplified car-following models. Transportation Research Board Annual Meeting. Washington, 2011. 10 p. URL: [https://www.researchgate.net/publication/225022983\\_Simplified\\_car-following\\_models](https://www.researchgate.net/publication/225022983_Simplified_car-following_models) (дата звернення: 06.03.2026).
5. Ngoduy D., Lee S., Treiber M. Langevin method for a continuous stochastic car-following model and its stability conditions. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2019. Vol. 105. P. 599–610. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2019.06.005>.
6. Wang M., Treiber M., Daamen W., Hoogendoorn S., van Arem B. Modelling supported driving as an optimal control cycle: framework and model characteristics. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2013. Vol. 36. P. 547–563. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2013.06.012>.
7. Talebpour A., Mahmassani H. Influence of connected and autonomous vehicles on traffic flow stability and throughput. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2016. Vol. 71. P. 143–163. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2016.07.007>.
8. Shang M., Stern R. Impacts of commercially available adaptive cruise control vehicles on highway stability and throughput. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2021. Vol. 122. 102897 <https://doi.org/10.1016/j.trc.2020.102897>.
9. Goñi-Ros B., Knoop V. L., Hoogendoorn S., van Arem B. Using advanced adaptive cruise control systems to reduce congestion at sags: An evaluation based on microscopic traffic simulation. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2019. Vol. 102. P. 411–426. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2019.02.021>.
10. Melson C. L., Levin M. W., Boyles S. D., Hammit B. E. Dynamic traffic assignment of cooperative adaptive cruise control. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2018. Vol. 90. P. 114–133. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2018.03.002>.
11. Donà R., Mattas K., He Y., Albano G., Ciuffo B. Multianticipation for string stable Adaptive Cruise Control and increased motorway capacity without vehicle-to-vehicle communication. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*. 2022. Vol. 140. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2022.103687>.
12. Hota L., Nayak B. P., Sahoo B., Chong P. H. J., Kumar A. An adaptive traffic-flow management system with a cooperative transitional maneuver for vehicular platoons. *Sensors*. 2023. Vol. 23, No. 5. 2481. <https://doi.org/10.3390/s23052481>.
13. Yenench K., Walle M., Mamo T. Traffic dynamics in cooperative adaptive cruise control (CACC) vehicle platoons: Analyzing congestion and merge behaviors. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2025. Vol. 673. 130724. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2025.130724>.
14. Bekiaris-Liberis N., Delis A. PDE-based feedback control of freeway traffic flow via time-gap manipulation of ACC-equipped vehicles. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2021. Vol 29. №1. P. 461–469. <https://doi.org/10.1109/TCST.2020.2974148>.

## References

1. Treiber, M., & Kesting, A. (2025). Traffic flow dynamics : Data, models and simulation. Springer, 781. <https://doi.org/10.1007/978-3-031-93922-8>.
2. Rothery, R. (2002). Car-following models: Transportation flow theory. Massachusetts Institute of Technology, 42. URL: [https://ocw.mit.edu/courses/1-225j-transportation-flow-systems-fall-2002/a884475721d0645b8ce2ee8640976caf\\_carfollowinga.pdf](https://ocw.mit.edu/courses/1-225j-transportation-flow-systems-fall-2002/a884475721d0645b8ce2ee8640976caf_carfollowinga.pdf) (application date: 06.03.2026).
3. Treiber, M., Hennecke, A., & Helbing, D. (2000). Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations. *Physical Review E*, 62(2), 1805–1824. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.62.1805>.
4. Wagner, P., & Flötteröd, G. (2011). Simplified car-following models. Transportation Research Board Annual Meeting. Washington, 11. URL: [https://www.researchgate.net/publication/225022983\\_Simplified\\_car-following\\_models](https://www.researchgate.net/publication/225022983_Simplified_car-following_models) (application date: 06.03.2026).
5. Ngoduy, D., Lee, S., & Treiber, M. (2019). Langevin method for a continuous stochastic car-following model and its stability conditions. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 105, 599–610. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2019.06.005>.

6. Wang, M., Treiber, M., Daamen, W., Hoogendoorn, S., & van Arem, B. (2013). Modelling supported driving as an optimal control cycle: framework and model characteristics. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 36, 547–563. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2013.06.012>.
7. Talebpoor, A., & Mahmassani, H. (2016). Influence of connected and autonomous vehicles on traffic flow stability and throughput. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 71, 143–163. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2016.07.007>.
8. Shang, M., & Stern, R. (2021). Impacts of commercially available adaptive cruise control vehicles on highway stability and throughput. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 122, 102897 <https://doi.org/10.1016/j.trc.2020.102897>.
9. Goñi-Ros, B., Knoop, V. L., Hoogendoorn, S., & van Arem, B. (2019) Using advanced adaptive cruise control systems to reduce congestion at sags: An evaluation based on microscopic traffic simulation. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 102, 411–426. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2019.02.021>.
10. Melson, C. L., Levin, M. W., Boyles, S. D., & Hammit, B. E. (2018). Dynamic traffic assignment of cooperative adaptive cruise control. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 90, 114–133. <https://doi.org/10.1016/j.trc.2018.03.002>.
11. Donà, R., Mattas, K., He, Y., Albano, G., & Ciuffo, B. (2022). Multianticipation for string stable Adaptive Cruise Control and increased motorway capacity without vehicle-to-vehicle communication. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 140, <https://doi.org/10.1016/j.trc.2022.103687>.
12. Hota, L., Nayak, B. P., Sahoo, B., Chong, P. H. J., & Kumar, A. (2023). An adaptive traffic-flow management system with a cooperative transitional maneuver for vehicular platoons. *Sensors*, 23(5), 2481. <https://doi.org/10.3390/s23052481>.
13. Yenench, K., Walle, M., & Mamo, T. (2025) Traffic dynamics in cooperative adaptive cruise control (CACC) vehicle platoons: Analyzing congestion and merge behaviors. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 673, 130724. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2025.130724>.
14. Bekiaris-Liberis, N., & Delis, A. (2021) PDE-based feedback control of freeway traffic flow via time-gap manipulation of ACC-equipped vehicles. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 29(1), 461–469. <https://doi.org/10.1109/TCST.2020.2974148>.

Дата першого надходження статті до видання: 10.04.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 05.05.2026

Дата публікації (оприлюднення) статті: 26.05.2026