УДК 539.3

О.В. ТУМАШОВА
Національний університет “Львівська політехніка”

ДЕЯКІ ПІДХОДИ ДО ДОСЛІДЖЕННЯ ДЕФОРМАЦІЇ ГНУЧКИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК

У даній роботі запропонований підхід до чисельного розв’язку двовимірних нелінійних крайових задач, який базується на застосуванні наближеного аналітичного методу Власова-Канторовича, методу лінеаризації одновимірних нелінійних крайових задач та чисельного методу дискретної ортогоналізації розв’язку лінійних крайових задач. Досліджується достовірність результатів розв’язку даного класу задач з метою апробації методу Власова-Канторовича. Запропонований підхід до чисельного розв’язку крайових задач, які описують геометрично нелінійну деформацію пологих циліндричних панелей при силових навантаженнях зі змінними параметрами. Досліджується вплив різних варіантів граничних умов на криволінійних краях панелі і розподілу навантаження вздовж напрямної на її деформацію. З метою апробації методу Власова-Канторовича на базі побудованого точного аналітичного розв'язку нелінійної крайової задачі проведемо співставлення розв’язку методом Власова-Канторовича задачі про деформацію колової нескінченно довгої циліндричної панелі сталої товщини в залежності від числа утримуваних членів ряду в розвиненні. Для цього розглянуто розв’язок задачі про деформацію колової нескінченно довгої циліндричної панелі сталої товщини, яка знаходиться під дією зовнішнього навантаження q вздовж напрямної y. Для порівняння результатів розв’язку задачі при застосуванні методу Власова-Канторовича, отриманих при різному числі членів ряду,що містяться в розвиненні, розглянуто деформацію гнучкої циліндричної панелі скінченних розмірів під дією зовнішнього навантаження q. Наведено таблиці залежності амплітудних значень для прогину w в центрі панелі, на основі нелінійної теорії, від навантаження за різних значень параметра q. Досліджено вплив граничних умов на криволінійних краях колової циліндричної панелі скінченних розмірів і сталої товщини h під дією поверхневого навантаження q. Наведено таблиці залежності амплітудних значень для прогину w в центрі панелі, на основі лінійної і нелінійної теорії, від навантаження за різних значень параметра q і для різних варіантів граничних умов. Наведено таблиці значень напружень на зовнішній і внутрішній поверхнях оболонки в геометрично нелінійній постановці.

Ключові слова: циліндрична панель, нелінійна крайова задача, деформація, граничні умови, поверхневе навантаження, прогин, метод Власова-Канторовича.

О.В. ТУМАШОВА
Национальный университет “Львовская политехника”

НЕКОТОРЫЕ ПОДХОДЫ К ИССЛЕДОВАНИЮ ДЕФОРМАЦИИ ГИБКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

В данной работе предложен подход к численному решению двумерных нелинейных краевых задач, который базируется на применении приближенного аналитического метода Власова-Канторовича, метода линеаризации одномерных нелинейных краевых задач и численного метода дискретной ортогонализации решения линейных краевых задач. Исследуется достоверность результатов решения данного класса задач с целью апробации метода Власова-Канторовича. Предложен подход к численному решению краевых задач, которые описывают геометрически нелинейную деформацию пологих цилиндрических панелей при силовых нагрузках с переменными параметрами. Исследуется влияние разных вариантов граничных условий на криволинейных краях панели и распределения нагрузки вдоль направляющей на ее деформацию. С целью апробации метода Власова-Канторовича, на основе построенного точного аналитического решения нелинейной краевой задачи, проведено сопоставление решения методом Власова-Канторовича задачи о деформации круговой бесконечно длинной цилиндрической панели постоянной толщины в зависимости от числа членов ряда, содержащихся в разложении. Для этого рассмотрено решение задачи о деформации круговой длинной цилиндрической панели постоянной толщины, которая находится под действием внешней нагрузки q вдоль направляющей y. Для сравнения результатов решения задачи при применении метода Власова-Канторовича, полученных при разном числе членов ряда, содержащихся в разложении, рассмотрена деформация гибкой цилиндрической панели конечных размеров под действием внешней нагрузки q. Приведены таблицы зависимости амплитудных значений для прогиба w в центре панели, на

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.2.17

основе нелинейной теории, от нагрузки при разных значениях параметра q. Исследовано влияние граничных условий на криволинейных краях круговой цилиндрической панели конечных размеров и постоянной толщины h под действием поверхностной нагрузки q. Приведены таблицы зависимости амплитудных значений для прогиба w в центре панели, на основе линейной и нелинейной теории от нагрузки при разных значениях параметра q и для разных вариантов граничных условий. Приведены таблицы значений напряжений на внешней и внутренней поверхностях оболочки в геометрически нелинейной постановке.

Ключевые слова: цилиндрическая панель, нелинейная краевая задача, деформация, граничные условия, поверхностная нагрузка, прогиб, метод Власова-Канторовича.

O.V. TUMASHOVA
National University “Lvivska Politechnika”

SOME GOING IS NEAR RESEARCH OF DEFORMATION OF FLEXIBLE CYLINDRICAL SHELLS

In this work offered approach near the numeral decision of two-dimensional nonlinear regional tasks, that is based on application of close analytical by the Vlasov-Kantorovich method, method of linearization of unidimensional nonlinear regional tasks and numeral method of the discrete orthogonalizing of decision of linear regional tasks. Authenticity of results of decision of this class of tasks is investigated with the aim of approbation of the Vlasov-Kantorovich method. Offered approach near the numeral decision of regional tasks that describe geometrically nonlinear deformation of declivous cylindrical panels at the power loading with in-out parameters. Influence of different variants of maximum terms is investigated on the curvilinear edges of panel and partition of load along of sending to her deformation. With the aim of approbation of the Vlasov-Kantorovich method, on the base of the built exact analytical decision of nonlinear regional task will conduct comparison of decision the Vlasov-Kantorovich method of task about deformation of circular infinitely long cylindrical panel of permanent thickness depending on the number of the retained members of row in a time-table. For this purpose the decision of task is considered about deformation of circular infinitely long cylindrical panel of permanent thickness, that is under the action of the external loading of q along directing of y. For comparison of results of decision of task at application of the Vlasov-Kantorovich method, members of row, of retained in a time-table got at a different number deformation of flexible cylindrical panel of complete sizes is considered under the action of the external loading of q. Tables over of dependence of peak values are brought for bending of w in the center of panel, on the basis of nonlinear theory, from loading at the different values of parameter of q. Influence of maximum terms is investigational on the curvilinear edges of circular cylindrical panel of complete sizes and permanent thickness of h under the action of the superficial loading of q. Tables over of dependence are brought values for bending of w in the center of panel, on the basis of nonlinear theory, from loading at the different values of parameter of q. Influence of maximum terms is investigational on the curvilinear edges of колової cylindrical panel of complete sizes and permanent thickness of h under the action of the superficial loading of q. Tables over of dependence of peak values are brought for bending of w in the center of panel, on the basis of linear and nonlinear theory, from loading at the different values of parameter of q and for the different variants of maximum terms. The tables of parameter tensions are brought around to the external and internal surfaces of shell in the geometrically nonlinear raising.

Keywords: cylindrical panel, nonlinear regional task, deformation, maximum terms, superficial loading, bending, the Vlasov-Kantorovich method.

Постановка проблеми

Відкриті прямокутні в плані циліндричні оболонки зі змінними параметрами широко застосовуються як елементи сучасних конструкцій. Наявність достатньо високого рівня навантаження призводить до необхідності дослідження їх напружено-деформованого стану в геометрично нелінійній постановці. Крім того, працездатність і стійкість таких конструкцій істотно залежить від впливу різних варіантів граничних умов на краях пологої оболонки і становить безпосередній теоретичний та практичний інтерес. У даній роботі запропонований підхід до чисельного розв’язку крайових задач, які описують геометрично нелінійну деформацію пологих циліндричних панелей скінченних розмірів зі змінними параметрами. Він базується на застосуванні наближеного аналітичного методу Власова-Канторовича, методу лінеаризації

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.2.17

нелінійних одновимірних крайових задач та стійкого чисельного методу дискретної ортогоналізації розв'язку лінійних крайових задач.

Аналіз публікацій по темі дослідження

Розвитку теорії та методів дослідження напружено-деформованого стану гнучких циліндричних оболонок під дією силових навантажень присвячена велика кількість робіт вітчизняних та зарубіжних вчених. Проблемою дослідження гнучких оболонок та панелей займались такі вчені, як Новожилов В. В., Вольмир А. С., Корнишин М. С., Григоренко Я. М., Мукоєд А. П. [1-3] та інші вчені. На підставі аналізу наукових джерел слідує, що вивчались, як правило, нескінченні довгі циліндричні оболонки і пластини довільної конфігурації. За допомогою даного підходу авторами досліджувались гнучкі циліндричні пологі оболонки скінченних і нескінченних розмірів зі змінними геометричними параметрами [4, 5, 6].

Мета статті

Метою даної роботи є побудова двовимірної математичної моделі, яка описує геометрично нелінійну деформацію пологих циліндричних панелей при силових навантаженнях зі змінними параметрами. Досліджується вплив різних варіантів граничних умов на криволінійних краях панелі на її деформацію та проведення їх числового аналізу, а також отримання достовірних результатів розв'язку даного класу задач з метою апробації моделі.

Викладення основного матеріалу дослідження

Будемо виходити з рівнянь [1, 4], які описують нелінійну задачу деформації пологих оболонок, розмірності $2a{\times}2b$, які знаходяться під дією нормального поверхневого навантаження q, коли товщина та кривизна оболонки є змінними. Серединна поверхня оболонки до деформації віднесена до ортогональної системи координат XOY.

Задачу статики гнучких оболонок можна сформулювати в наступному безрозмірному векторному вигляді:

$$\frac{\partial \vec{N}^*}{\partial x^*} = \vec{F}(x^*, y^*, \vec{N}^*, \frac{\partial \vec{N}^*}{\partial y^*}, \frac{\partial^2 \vec{N}^*}{\partial y^{*2}}, \frac{\partial^3 \vec{N}^*}{\partial y^{*3}}, \frac{\partial^4 \vec{N}^*}{\partial y^{*4}}), \qquad (1)$$

де $\vec{N}^{*T} = \{N_y^*, S_x^*, Q_x^*, M_x^*, u^*, v^*, w^*, \theta_x^*\}$ – вектор розв'язувальних функцій, x^* вздовж x, $-1 \le x^* \le 1$ та y^* – вздовж напрямної y, $-1 \le y^* \le 1$.

Для визначення напружено-деформованого стану панелі необхідно задати граничні умови на прямолінійних і криволінійних краях. Покладемо граничні умови на прямолінійних краях в вигляді:

$$u^* = N_y^* = w^* = M_y^* = 0, \quad y^* = 1, y^* = -1; \qquad (2)$$

Тоді на криволінійних краях можна задати будь-які граничні умови. Для пониження розмірності системи нелінійних диференціальних рівнянь (1) представимо розв'язувальні функції та навантаження в вигляді розвинення в ряд:

$$\{N_y, Q_x, M_x, u, w, \theta_x\} = \sum_{i=1}^{p} (N_{yi}(x), Q_{xi}(x), M_{xi}(x), u_i(x), w_i(x), \theta_{xi}(x)\} \cos\frac{i\pi}{2} y;$$

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.2.17

$$\{v, S_x\} = \sum_{i=1}^{p} \{v_i(x), S_{xi}(x)\} \sin\frac{i\pi}{2} y; \tag{3}$$

$$q = \sum_{i=1}^{p} q_i \cos\frac{i\pi}{2} y;$$

Формули (3) повинні задовольняти граничним умовам (2), в них знак * ми опустили. Підставивши розвинення (3) в систему нелінійних диференціальних рівнянь (1) та застосувавши процедуру Бубнова-Галеркіна, отримаємо нелінійну систему звичайних диференціальних рівнянь порядку $8p$ у векторному вигляді:

$$\frac{d\vec{R}}{dx} = \vec{\Phi}(x, \vec{R}). \tag{4}$$

Граничні умови на криволінійних краях після перетворення набувають вигляду:

$$C_1\vec{R} = \vec{c}_1, \quad x = -1; \qquad C_2\vec{R} = \vec{c}_2, \quad x = 1; \tag{5}$$

де C_1, C_2 – прямокутні матриці розмірності $4p\times 8p$, $\vec{c}_1, \vec{c}_2$ – $4p$ вимірні вектори.

Розв'язок задачі (4), (5) за допомогою методу лінеаризації зведемо до послідовності лінійних крайових задач (6), (7) за ітераційною схемою

$$\frac{d\vec{R}^{(i+1)}}{dx} = \vec{\Phi}(x, \vec{R}^{(i)}) + J(\vec{R}^{(i)})(\vec{R}^{(i+1)} - \vec{R}^{(i)}); \tag{6}$$

$$C_1\vec{R}^{(i+1)}(x) = \vec{c}_1, \quad x = -1; \qquad C_2\vec{R}^{(i+1)}(x) = \vec{c}_2, \quad x = 1, \tag{7}$$

де $J(\vec{R})$ – матриця Якобі системи. Кожна з задач цієї послідовності розв'язується стійким чисельним методом дискретної ортогоналізації.

За початкове наближення вибирається розв'язок лінійної задачі. В процесі чисельного розв'язку значення векторів $\vec{R}^{(i)}$ між вузлами інтегрування обчислюються за допомогою лінійної інтерполяції, що дозволяє на кожному наближенні зберігати інформацію сталого об'єму.

З метою апробації методу Власова-Канторовича для розв'язку даного класу задач реалізуємо наступні кроки.

1. Проведемо співставлення розв'язку методом Власова-Канторовича задачі про деформацію колової нескінченно довгої циліндричної панелі сталої товщини в залежності від числа утримуваних членів ряду, що містяться в розвиненні (3) з точним розв'язком, отриманим в статті [6]. Для цього розглянемо розв'язок задачі про деформацію колової нескінченно довгої циліндричної панелі сталої товщини, яка знаходиться під дією зовнішнього навантаження $q = q_0 \cos\frac{\pi}{2} y$. В силу симетрії відносно площини, яка проходить через пряму $y = 0$ і нормаль до панелі, граничні умови на прямолінійних контурах мають вигляд:

$$v = \vartheta_y = Q_y = 0, \quad при \;\; y = 0;$$

$$w = N_y = M_y = 0, \quad при \;\; y = 1.$$

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.2.17

Задача розв'язувалась при наступних значеннях параметрів: $h = 1;\ k_y = 10;\ \nu = 0{,}3;\ q_o = 5;\ 10;\ 20;\ 30.$

У таблиці 1 наведені амплітудні значення для колового переміщення v при $y = 1$, отримані точно і за допомогою методу Власова-Канторовича для різних значень $p = 1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 8,\ 9$, що відповідають числу членів ряду, що містяться в розвиненні (3). Значення функції v наведені для різних навантажень q_0.

Табл. 1

q_0	Точний розв'язок	Розв'язок за методом Власова-Канторовича						
		$p=1$	$p=2$	$p=3$	$p=5$	$p=7$	$p=8$	$p=9$
5	0,6983	0,7874	0,7730	0,7623	0,7113	0,7106	0,7030	0,6986
10	1,0090	1,3652	1,1698	1,1147	1,0684	1,0655	1,0282	1,0103
20	0,4675	1,8927	1,1109	0,8906	0,7054	0,6939	0,5445	0,4728
30	-1,6243	-1,5824	-0,1768	-0,6723	-1,0894	-1,1152	-1,4511	-1,6126

З табл. 1, порівнюючи отримані результати, можна зробити висновок, що для розв'язку даної задачі про деформацію колової нескінченно довгої циліндричної панелі необхідно мати 9 членів ряду в розвиненні (3) для того, щоб отримати достатньо точний розв'язок. Аналізуючи рівняння і їх розв'язки для всіх розв'язувальних функцій, отриманих в статті [6], можна зробити висновок, що проведена оцінка для функції v відноситься до всіх розв'язувальних функцій. На цій основі можна припустити, що для панелей подібного класу будемо мати аналогічні результати.

2. Порівняємо результати розв'язку задачі при застосуванні методу Власова-Канторовича, отриманих при різному числі членів ряду, що містяться в розвиненні (3). Для цього розглянемо деформацію гнучкої циліндричної панелі скінченних розмірів під дією зовнішнього навантаження $q = q_0 \cos\frac{\pi}{2} y$. Покладемо граничні умови на прямолінійних краях у вигляді (2), а на криволінійних контурах у наступному вигляді:

$$u = v = w = M_x = 0 \quad при \quad x = 1; \quad x = -1.$$

Задача розв'язувалась при наступних значеннях параметрів: $h = 1;\ k_y = 10;\ \lambda = 4;\ \nu = 0{,}3;\ q_o = 5;\ 10;\ 20;\ 30.$ В таблиці 2 наведені амплітудні значення для прогину w в центрі панелі , отримані на основі нелінійної теорії для різних значень $p = 1,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7$, що відповідають числу утримуваних членів ряду в розвиненні (3). Значення прогину w наведені для різних значень q_0.

Табл. 2

q_0	Число членів ряду, утримуваних в розвиненні (3)				
	$p=1$	$p=3$	$p=5$	$p=6$	$p=7$
5	0,528	0,439	0,366	0,362	0,362
10	1,015	0,684	0,530	0,522	0,520
20	1,789	0,973	0,719	0,704	-
30	2,359	1,164	0,849	0,830	-

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.2.17

Наведені результати в таблиці 2 показують, що при розв'язку задачі достатньо взяти 7 членів ряду в розвиненні (3), щоб отримати похибку до 2%.

3. Розглянемо ілюстрацію запропонованого методу на прикладі напружено-деформованого стану колової циліндричної панелі сталої товщини $h=1$, яка знаходиться під дією зовнішнього навантаження $q=q_0\cos\frac{\pi}{2}y$. На прямолінійних краях виконуються умови (2), а на криволінійних краях $x=\pm1$ розглядаються два варіанти граничних умов:

1 варіант: $u=v=w=M_x=0$.

2 варіант: $u=v=w=\theta_x=0$.

Для отримання результатів з достатньою мірою точності при розв'язку задачі в розвиненнях (3) бралося сім членів ряду [4], що відповідає системі нелінійних диференціальних рівнянь 56 порядку. При інтегруванні на відрізку $-1\le x\le 1$ використовувалось 11 точок видачі результатів, 41 точка ортогоналізації і 81 точка інтегрування.

У таблиці 3 наведені амплітудні значення прогину w_0 в центрі панелі, в точці $y=0$ для двох варіантів граничних умов, в лінійній (наближення $n=1$) і нелінійній (наближення $n=5$) постановках, і для різних значень навантаження q_0.

Табл. 3

Функція	n	Варіант граничних умов	q_0			
			5	10	20	30
w_0	1	1	0,5250	1,0500	2,1000	3,1500
		2	0,5140	1,0280	2,0560	3,0840
	5-6	1	0,3621	0,5221	0,7041	0,8303
		2	0,3530	0,5060	0,6810	0,8111

З таблиці 3 видно, що в випадку граничних умов варіанта 2 прогин панелі w_0 зменшується по відношенню до випадку граничних умов варіанта 1, як в лінійній так і нелінійній постановках. Різниця результатів по двом теоріям і для двох варіантів граничних умов складає 31% при q_0=5 і 74% при q_0 = 30.

У таблиці 4 наведені значення напружень σ_x і σ_y на зовнішній (+) і внутрішній (-) поверхнях оболонки в геометрично нелінійній постановці при q_0=20. Над рискою приведені значення напружень для граничних умов варіанта 1, під рискою – для граничних умов варіанта 2 в центрі оболонки при x=0 і на самому криволінійному контурі x=1 при різних перетинах y. З таблиці 2 видно, що при заміні граничних умов варіанта 1 на варіант 2 напруження σ_x^+, σ_x^-, зменшуються на 5%, а σ_y^-, σ_y^+ зменшуються на 20% при x=0. Але для граничних умов варіанта 2 на самому криволінійному контурі напруження σ_x і σ_y на зовнішній (+) і внутрішній (-) поверхнях оболонки збільшуються на 75% при y=0 і на 94% при y=0,6.

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.2.17

Табл. 4

x	y	σ_x^+	σ_x^-	σ_y^+	σ_y^-
0	0	0,1341*10^2	0,5063*10	0,8166	0,6582
		0,1297 *10^2	0,4654*10	0,7977	0,6418
	0,4	0,3997 *10^2	0,3414*10^2	0,5402	0,4334
		0,3774*10^2	0,3217*10^2	0,5233	0,4191
	0,6	0,4200*10^2	0,3823*10^2	0,3370	0,2688
		0,3950*10^2	0,3596*10^2	0,3242	0,2569
	1	0,0	0,0	0,0	0,0
		0,0	0,0	0,0	0,0
1	0	0,3674*10	0,3674*10	0,0689	0,0689
		0,1345*10^2	0,1819*10^2	0,2522	0,3411
	0,4	0,2385*10	0,2385*10	0,0447	0,0447
		0,9843*10	0,1318*10^2	0,1860	0,2461
	0,6	0,8773	0,8773	0,0165	0,0165
		0,6513 10	0,8292*10	0,1211	0,1567
	1	0,0	0,0	0,0	0,0
		0,0	0,0	0,0	0,0

Висновки

Запропонований ефективний метод розв’язку двовимірних нелінійних крайових задач та, з метою апробації методу Власова-Канторовича для розв’язку даного класу задач, проведено співставлення розв’язку методом Власова-Канторовича задачі про деформацію колової нескінченно довгої циліндричної панелі сталої товщини в залежності від числа членів ряду в розвиненні з точним розв’язком. Порівняно результати розв’язку задачі для панелей скінченних розмірів при застосуванні методу Власова-Канторовича, отриманих при різному числі членів ряду p в розвиненні ряду, а також за допомогою даного методу проведено дослідження напружено-деформованого стану пологих циліндричних оболонок скінченної довжини з різними варіантами граничних умов і навантаження.

Список використаної літератури

1. Григоренко Я.М., Мукоєд А.П. Розв’язання лінійних і нелінійних задач теорії оболонок на ЕОМ. Київ: Либідь, 1992 . 147 с.
2. Григоренко Я.М., Касьян Ю. Б. Исследование влияния изменения кривизны и распределения нагрузки на деформирование гибкой длинной цилиндрической оболочки. *Прикладна механіка*. 2002. Т. 38. № 3. С. 81–85.
3. Григоренко Я.М., Крюков Н. Н. Решение краевых задач теории пластин с переменными параметрами с применением сплайнов. *Прикладна механіка*. 2018. Т. 54. № 4. С. 3–8.
4. Григоренко Я.М., Тумашова О.В. Розв’язок двовимірних задач про нелінійну деформацію циліндричних панелей зі змінними параметрами. *Доповіді АН УРСР* Серія. А. 1988. №7. С. 36–39.
5. Grigorenko Y.M., Tumashova O.V., Sudavcova G.K. Numerical solving problems about deformation of elastic cylindrical panels with variable thickness. *Applied Mechanics.* 1984. V. 25. pp. 66–71.

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.2.17

6. Тумашова О.В., Козак Л.І. Порівняння точного та наближеного методу розв’язків задачі деформації нескінченно довгої циліндричної панелі. *Математичне моделювання складних систем. Матеріали наук. практ. конф.* Серія: Фізико-матем. та техн. науки. м. Львів, 16 травня 2007 р. Львів, 2007. С. 71–73.

References

1. Hryhorenko, Ya.M., & Mukoied, A.P. (1992). Rozviazannia liniinykh i neliniinykh zadach teorii obolonok na EOM. Kyiv: Lybid.
2. Grigorenko, Ya.M., & Kasyan, Yu. B. (2002). Issledovanie vliyaniya izmeneniya kriviznyi i raspredeleniya nagruzki na deformirovanie gibkoy dlinnoy tsilindricheskoy obolochki. *Prikladna mehanIka*. **38**, 3, 81–85.
3. Grigorenko, Ya.M., & Kryukov, N. N. (2018). Reshenie kraevyih zadach teorii plastin s peremennyimi parametrami s primeneniem splaynov. *Prikladna mehanIka*. **54**, 4, 3–8.
4. Hryhorenko, Ya.M., & Tumashova, O.V.(1988). Rozviazok dvovymirnykh zadach pro neliniinu deformatsiiu tsylindrychnykh panelei zi zminnymy parametramy. *Dopovidi AH URSR* Seriia. A. **7**, 36–39.
5. Grigorenko, Y.M., Tumashova, O.V., & Sudavcova, G.K. (1984). Numerical solving problems about deformation of elastic cylindrical panels with variable thickness. *Applied Mechanics*. **25**, 66–71.
6. Tumashova, O.V., & Kozak, L.I. (2007). Porivniannia tochnoho ta nablyzhenoho metodu rozviazkiv zadachi deformatsii neskinchenno dovhoi tsylindrychnoi paneli. *Matematychne modeliuvannia skladnykh system. Materialy nauk. prakt. konf.* Seriia: Fizyko-matem. ta tekhn. nauky. m. Lviv, 16 travnia 2007 r. Lviv, pp. 71–73.

Тумашова Ольга Володимирівна - к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри інформаційних систем і мереж Національного університету “Львівська політехніка”.
E-mail: olga.tumashova556@gmail.com. ORCID: 0000-0003-3997-0103.

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.2.17