УДК 004.942

І.М. ГВОЗДЕВА, В.Ф. МИРГОРОД, В.В. БУДАШКО
Національний університет "Одеська морська академія"

ДВОВИМІРНЕ СИНГУЛЯРНЕ РОЗКЛАДАННЯ КОМПОНЕНТ ЧАСОВИХ РЯДІВ

Трендовий аналіз в поточний час сформувався у вигляді самостійного розділу прикладної статистики через специфіку об'єкта дослідження й важливості розв'язуваних завдань. Методи трендового аналізу знаходять широке застосування в економетриці, діагностиці, кліматології, медицині й іншим галузям. У технічних застосуваннях трендовий аналіз є складовою частиною сукупності методів діагностування стану складних комплексів устаткування. Критерії тренда й випадковості дозволяють установити на заданому рівні значимості факт початку й розвитку несприятливих тенденцій при експлуатації складних технічних об'єктів у їхньому життєвому циклі. Виділення й дослідження тренда дозволяє виконати прогноз його розвитку на майбутній період експлуатації для реалізації стратегії експлуатації по технічному стану. Одним з найбільш досконалих методів трендового аналізу є метод розкладання часового ряду на ортогональні компоненти. Алгоритмічною основою такого підходу є факторний аналіз і метод головних компонент. Перевага ортогонального розкладання, у порівнянні з іншими методами трендового аналізу, полягає в можливості виконати прогноз розвитку тренда. Пропоновані на цій основі методи SSA, catarpiller і інші є скалярними й не враховують багатомірність змінних технічного стану складних об'єктів. Тому дослідження, спрямовані на розширення методів трендового аналізу на багатомірні часові ряди, є актуальними й затребувані практикою застосування. Метою роботи є вдосконалення підходу до аналізу багатомірних часових рядів, які утворені параметрами реєстрації технічного стану складних об'єктів діагностування. Основна ідея пропонованого підходу полягає в комплексному об'єднанні часових рядів у двовимірні, формуванні прямокутної комплекснозначної траекторної матриці, і дослідженні розподілів власних значень і власних векторів унітарної кореляційної матриці. Установлено, що якщо перше власне значення унітарної кореляційної матриці багаторазово перевершує інші її власні значення, і, при цьому, підтверджується статистична гіпотеза про рівнокорельованість її рядків, то перший центрований компонент комплексного часового ряду по першому головному компоненту є двовимірним трендом. При цьому така трендова компонента й ковзне середнє цього ряду не мають статистично значимих розходжень. Встановлено, що при попарному об'єднанні багатомірної сукупності часових рядів у комплексні двовимірні, і їх послідовному ортогональному розкладанні, з'являється можливість розділити тренди групи параметрів багатомірного об'єкта на статистично зв'язані й мають загальну причину виникнення.

Ключові слова: часові ряди; тренд; методи встановлення тренду; кореляційна матриця; статистичне моделювання; діагностика

И.М. ГВОЗДЕВА, В.Ф. МИРГОРОД, В.В. БУДАШКО
Национальный университет "Одесская морская академия"

ДВУМЕРНОЕ СИНГУЛЯРНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ КОМПОНЕНТ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Трендовый анализ в настоящее время сформировался в виде самостоятельного раздела прикладной статистики ввиду специфики объекта исследования и важности решаемых задач. Методы трендового анализа находят широкое применение в эконометрике, диагностике, климатологии, медицине и других отраслях. В технических применениях трендовый анализ является составной частью совокупности методов диагностирования состояния сложных комплексов оборудования. Критерии тренда и случайности позволяют установить на заданном уровне значимости факт начала и развития неблагоприятных тенденций при эксплуатации сложных технических объектов в их жизненном цикле. Выделение и исследование тренда позволяет выполнить прогноз его развития на предстоящий период эксплуатации для реализации стратегии эксплуатации по техническому состоянию. Одним из наиболее совершенных методов трендового анализа является метод разложения временного ряда на ортогональные компоненты. Алгоритмической основой такого подхода является факторный анализ и метод главных компонент. Преимущество ортогонального разложения, по сравнению с другими методами трендового анализа,

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.1.6

заключается в возможности выполнить прогноз развития тренда. Предлагаемые на этой основе методы SSA, catarpiller и другие являются скалярными и не учитывают многомерность переменных технического состояния сложных объектов. Поэтому исследования, направленные на расширение методов трендового анализа на многомерные временные ряды, являются актуальными и востребованы практикой применения. Целью работы является усовершенствование подхода к анализу многомерных временных рядов, которые образованы параметрами регистрации технического состояния сложных объектов диагностирования. Основная идея предлагаемого подхода заключается в комплексном объединении временных рядов в двумерные, формировании прямоугольной комплекснозначной траекторной матрицы, и исследовании распределений собственных значений и собственных векторов унитарной корреляционной матрицы. Установлено, что если первое собственное значение унитарной корреляционной матрицы многократно превосходит другие ее собственные значения, и, при этом, подтверждается статистическая гипотеза о равнокоррелированности ее строк, то первая центрированная компонента комплексного временного ряда по первой главной компоненте является двумерным трендом. При этом такая трендовая компонента и скользящее среднее этого ряда не имеют статистически значимых различий. Установлено, что при попарном объединении многомерной совокупности временных рядов в комплексные двумерные, и их последовательном ортогональном разложении, появляется возможность разделить тренды группы параметров многомерного объекта на статистически связанные и имеющие общую причину возникновения.

Ключевые слова: временные ряди; тренд; методы установления тренда; корреляционная матрица; статистическое моделирование; диагностика

I.M. HVOZDEVA ,V.F. MYRHOROD, V.V. BUDASKO
National University “Odessa Maritime Academy”

TWO-DIMENSIONAL SINGULAR DECOMPOSITION OF TIME SERIES COMPONENTS

Trend analysis has now emerged as an independent section of applied statistics due to the specifics of the research object and the importance of the tasks being solved. Trend analysis methods are widely used in econometrics, diagnostics, climatology, medicine, and other industries. In technical applications, trend analysis is an integral part of a set of methods for diagnosing the state of complex equipment complexes. The criteria of trend and randomness make it possible to establish, at a given level of significance, the fact of the onset and development of unfavorable trends during the operation of complex technical objects in their life cycle. Isolation and study of the trend makes it possible to forecast its development for the upcoming period of operation in order to implement the strategy of operation based on the technical condition. One of the most advanced methods of trend analysis is the method of decomposing a time series into orthogonal components. The algorithmic basis of this approach is factor analysis and the method of principal components. The advantage of orthogonal decomposition, in comparison with other methods of trend analysis, is the ability to predict the development of a trend. The methods SSA, catarpiller and others proposed on this basis are scalar and do not take into account the multidimensionality of the variables of the technical state of complex objects. Therefore, studies aimed at expanding the methods of trend analysis to multidimensional time series are relevant and in demand in practice. The aim of the work is to improve the approach to the analysis of multidimensional time series, which are formed by the parameters of registration of the technical state of complex objects to be diagnosed. The main idea of the proposed approach is to combine time series into two-dimensional ones, form a rectangular complex-valued trajectory matrix, and study the distributions of eigenvalues and eigenvectors of the unitary correlation matrix. It has been established that if the first eigenvalue of the unitary correlation matrix is many times greater than its other eigenvalues, and, at the same time, the statistical hypothesis of the equal correlation of its rows is confirmed, then the first centered component of the complex time series by the first principal component is a two-dimensional trend. Moreover, this trend component and the moving average of this series do not have statistically significant differences. It was found that when pairwise combining a multidimensional set of time series into complex two-dimensional ones, and their sequential orthogonal decomposition, it becomes possible to divide the trends of a group of parameters of a multidimensional object into statistically related and having a common cause of occurrence.

Keywords: time series; trend; trend setting methods; correlation matrix; statistical modeling; diagnostics.

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.1.6

Постановка проблеми

Аналіз часових рядів є традиційною і, водночас, вельми специфічною галуззю прикладної статистики. Недостатня визначеність самого об'єкту досліджень, недосконалість методів розрізнення гіпотез щодо випадковості та детермінованості відліків вибірок часових рядів, невизначеність щодо часових інтервалів аналізу, різноманітність пропонованих статистичних моделей породження даних, продукують чисельні пропоновані методи, методики та алгоритми обробки часових рядів. Затребуваність прикладних застосувань тільки ускладнює ситуацію, оскільки створює можливості розповсюдження часткових рішень без урахування певних обмежень специфічних процесів. З іншої сторони, трендовий аналіз уже уводиться в нормативні документи як необхідна або бажана складова сучасних систем діагностування технічного стану складних енергетичних об'єктів. Тому дослідження, які спрямовані на вирішення актуальних питань розвитку методів трендового аналізу та їх застосування в галузях високих технологій, є актуальними та важливими для практичних застосувань.

Одним із проблемних питань запровадження методів трендового аналізу в задачах діагностики є розширення їх можливостей на багатовимірні часові ряди, оскільки пропоновані відомі методи мають переважно скалярний характер, а параметри стану та вихідні параметри складних технічних об'єктів становлять багатовимірні масиви взаємозв'язаних змінних.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Закономірності процесів зміни стану різноманітних природних, технічних, соціальних та інших систем, що знаходять своє відображення в часових рядах, є об'єктом дослідження низки фундаментальних праць [1 – 6]. Рішення прикладних питань оцінки технічного стану складних енергетичних об'єктів, побудованих на основі газотурбінних двигунів (ГТД), розглядаються в [7, 8, 9]. Згідно ISO 3977-9:1999 Gas turbines, розділ 4.1.4, за вимогою замовника, в системі моніторингу технічного стану рекомендується застосовувати трендовий аналіз.

Однак проблемні завдання щодо аналізу багатовимірних часових рядів, що характеризують технічний стан складних об'єктів діагностування, ще досить далекі від свого вирішення.

Мета дослідження

Метою роботи є вдосконалення підходу до аналізу багатовимірних часових рядів, які утворені параметрами реєстрації технічного стану складних об'єктів діагностування.

Викладення основного матеріалу досліджень

1. Обґрунтування підходу до аналізу двовимірних часових рядів

Розглянемо часові ряди y_k, z_k двох змінних, що характеризують стан об'єкту діагностування, або характеризують відхилення від номінального стану [7]. Будемо вважати, що інформація щодо статистичних властивостей часових рядів міститься [9] в траєкторних матрицях $Y_t = \left[\vec{y}_k\right], \mathrm{Z}_t = \left[\vec{z}_k\right]$ вигляду:

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.1.6

$$\begin{aligned}
&\vec{y}_1 = \left[y_1 \;\; y_2 \dots \qquad y_n\right] \\
&\vec{y}_2 = \left[y_2 \;\; y_3 \dots \quad y_{n+1}\right] \\
&\dots \\
&\vec{y}_k = \left[y_k \;\; y_{k+1} \dots y_{n+k-1}\right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\vec{z}_1 = \left[z_1 \;\; z_2 \dots \qquad z_n\right] \\
&\vec{z}_2 = \left[z_2 \;\; z_3 \dots \quad z_{n+1}\right] \\
&\dots \\
&\vec{z}_k = \left[z_k \;\; z_{k+1} \dots z_{n+k-1}\right].
\end{aligned}$$

Маючи на меті встановлення трендів взаємозв’язку та трендів відмінностей пропонується наступне об’єднання параметрів реєстрації технічного стану складних об'єктів діагностування:

$$\vec{x}_k = \vec{y}_k + j\vec{z}_k. \tag{1}$$

Зауважимо, що унітарна кореляційна матриця такого об’єднання має наступний вигляд:

$$R_{xx} = X_t X_t^H = \left(Y_t + jZ_t\right)\left(Y_t - jZ_t\right)^T = \left(Y_t Y_t^T + Z_t Z_t^T\right) + j\left(Y_t^T Z_t - Y_t Z_t^T\right). \tag{2}$$

Якщо вважати, що вказана матриця нормована відносно максимального власного значення, яке завжди є дійсним, а дисперсії компонент часового ряду на вікні аналізу не відрізняються, тоді мають місце наступні найбільш важливі часткові випадки:

1). Часові ряди взаємокорельовані з високим ступенем міжвідлікової кореляції, наближеної до одиниці.

2). Часові ряди некорельовані із ступенем міжвідлікової кореляції, наближеної до нуля.

Неважко встановити, що для вказаних можливих ситуацій довільна компонента унітарної кореляційної матриці комплексного об’єднання часових рядів є дійсною, тобто уявна її складова наближена до нуля.

Дійсно, загальна компонента унітарної кореляційної матриці вказаного об’єднання має наступний вигляд

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^{n} x_{k+j-1} x_{k+i-1}.$$

Тому її діагональ є ковзна дисперсія вибірки, а довільна строчка є переріз функції кореляції.

Звідси, якщо часові ряди взаємокорельовані з високим ступенем міжвідлікової кореляції, наближеної до одиниці, а також якщо часові ряди взаємокорельовані з однаковим ступенем міжвідлікової кореляції, то уявна компонента унітарної кореляційної матриці наближена до нуля, оскільки її компоненти рівні. Якщо часові ряди некорельовані

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.1.6

із ступенем міжвідлікової кореляції, наближеної до нуля, то уявна компонента унітарної кореляційної матриці наближена до нуля, оскільки обидві її компоненти наближені до нуля. Використовувані статистики є вибірковими, тому наближеність до нуля слід розуміти в тому сенсі, що із зростанням числа відліків ми будемо мати сходимість до нульового значення.

Саме тому має сенс розглянути клас кореляційних матриць з рівнокорельованими строчками вигляду

$$R_{00} = \left[r_{ij} \right]_n^k, r_{ii} = 1, i = \overline{1,k}; r_{ij} = r, i \neq j. \tag{3}$$

Матриці такого класу задовольняють вказаним передумовам.

Властивості пропонованого класу матриць є наступними: власні значення мають вигляд:

$$\lambda_1 = 1 + (k-1)r, \lambda_i = 1 - r,$$

а елементи першого власного вектору $\vec{u}_1$, що відповідає першому власному значенню, дорівнюють одне одному [7]: $u_{11} = u_{12} = u_{13} ... = u_{1k}$.

Унітарна кореляційна матриця (2) об'єднання часових рядів є вибірковою, тому завжди буде відрізнятися від матриці (3). Але якщо є підстави вважати статистичну обґрунтованість такого припущення, то слід скористатися, як це запропоновано в [7], відомою [10] статистикою корельованості ознак. Гіпотеза корельованості, тобто гіпотеза належності нормованої матриці (2) до класу матриць (3), спростовується при перевищенні вказаної статистики деякого порогового рівня стандартної статистики $\chi^2(\alpha, N)$. де α - рівень значущості, $N = (k+1)(k-1)/2$ - число ступенів свободи.

Гіпотеза корельованості ознак, що застосовується до траєкторної матриці, означає, що її строчки мають загальну ознаку, якою є тренд часового ряду. Тому надалі обмежимося статистичною моделлю породження даних у вигляді суми трендової та випадкової складових:

$$\vec{x}_k = \left[x_k \;\; x_{k+1} \;\; x_{k+2} \dots x_{k+n-1} \right] = \vec{x}_{tr} + \vec{x}_{noise}.$$

Таким чином, якщо унітарна кореляційна матриця (2) відповідає гіпотезі корельованості ознак, то тренди часових рядів, які представлені дійсною та уявною складовими об'єднання траєкторних матриць, є статистично пов'язаними і, можливо, мають загальну причину їх виникнення. Якщо вказана гіпотеза спростовується на заданому рівні значущості, то не має підстав вважати підтвердженим статистичний зв'язок трендів досліджуваних часових рядів. В першому випадку, крім того, можна вважати обґрунтованим припущення, що кореляційна матриця (2) є дійсною матрицею класу матриць (3), а перше її власне значення, яке пов'язується із трендовою складовою, суттєво перевищує інші. Непрямою ознакою є зворотне припущення: якщо перше власне значення унітарної кореляційної матриці (2) суттєво перевищує інші, то можна вважати що така матриця належить до матриць класу (3). Але таке припущення не є достатньо обґрунтованим.

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.1.6

Розглянемо алгоритм виділення трендових складових об'єднаних часових рядів, що викладено в [9], з урахуванням встановлених властивостей матриці (2). Згідно [9], такий алгоритм передбачає наступні кроки:

Крок 1.Рішення стандартної задачі на власні значення та власні вектори:

$$X_t X_t^H \vec{u}_i = \lambda_i \vec{u}_i,$$

де індекс H означає операцією комплексного спорядження і транспонування.

Крок 2. Визначення матриці головних компонент об'єднаного часового ряду:

$$F = U^H X_t,$$

Крок 3. Кожна із строчок вихідної траєкторної матриці представляється у вигляді розкладання по головним компонентам:

$$\vec{x}_s = \sum_{i=1}^{k} b_{si} \vec{f}_i,$$

де $s = \overline{1,k}$, b_{si} – коефіцієнти впливу, які визначаються рішенням перевизначеної $(n > k)$ системи алгебраїчних рівнянь:

$$F^H \vec{b}_s = \vec{x}_s.$$

Крок 4. Вказане рішення знаходиться з використанням псевдооберненої матриці:

$$\vec{b}_s^H = \left(FF^H\right)^{-1} F\vec{x}_s^H.$$

Оскільки $\left(FF^H\right) = diag\{\lambda_i\}$, $i = \overline{1,k}$, то звідси отримується вираз для визначення коефіцієнтів впливу:

$$b_{sj} = \vec{x}_s \vec{f}_j^H \Big/ \left(\vec{f}_j \vec{f}_j^H\right) = \lambda_j^{-1} \vec{x}_s \vec{f}_j^H,$$

Крок 5. Якщо власне число $\lambda_1 = \lambda_{\max}$ відповідає компоненті, яка в вихідній вибірці є трендовою, то вона має вигляд:

$$\vec{x}_{tr,s} = b_{s1} \vec{f}_1, \tag{1}$$

де $b_{s1} = \lambda_{\max}^{-1} \vec{x}_s \vec{f}_1^H$.

Нехай матриця кореляцій (2) належить класу матриць (3). Тоді згідно викладеному алгоритму

$$\vec{f}_1 = \vec{u}_1 X_t,$$

$$b_1 = \lambda_1^{-1} \vec{x}_s \vec{f}_1^T.$$

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.1.6

Оскільки компоненти першого власного вектору рівні, то

$$\vec{f}_1 = \sqrt{k} \cdot mean\left(X_t\right).$$

$$\vec{x}_{tr,s} = b_{s1}\vec{f}_1 = k\lambda_1^{-1}[(mean(X_t))^T \vec{x}_s]mean(X_t).$$

За властивостями матриці (3)

$$k[(mean(X_t))^T \vec{x}_s] = \lambda_1 ,$$

отримаємо на завершення

$$\vec{x}_{tr,s} = mean(X_t) = \left(mean\left(Y_t\right) + jmean\left(Z_t\right)\right).$$

Таким чином, за вказаних припущень щодо матриці (2), оцінка трендової компоненти методом ковзного середнього не має статистично значимої різниці у порівнянні з методами SSA, catarpiller і іншими, що засновані на методі головних компонент. Однак обчислювальна складність визначення ковзного середнього є суттєво меншою.

2. Обчислювальний експеримент

Для уточнення отриманих результатів та встановлення меж їх застосування проведено обчислювальний експеримент, На ілюстраціях Рис. 1 та Рис. 2 представлені вихідні дані для двох випадків порівняння корельованих та некорельованих часових рядів. Дані статистичного експерименту відповідають розглянутій статистичній моделі породження даних і становлять адитивну суміш лінійного тренду і випадкової складової з нормальним розподілом. На рисунках позначені: 1 – перший часовий ряд, 2 – другий часовий ряд.

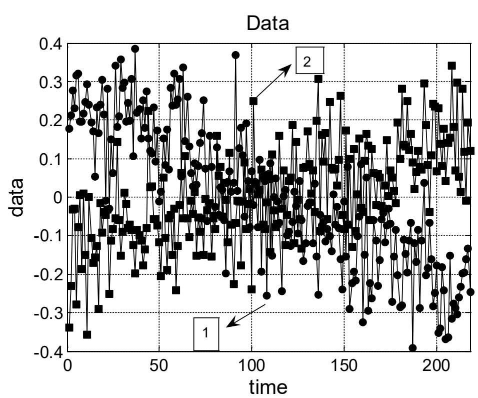

Рис.1. Вихідні корельовані часові ряди

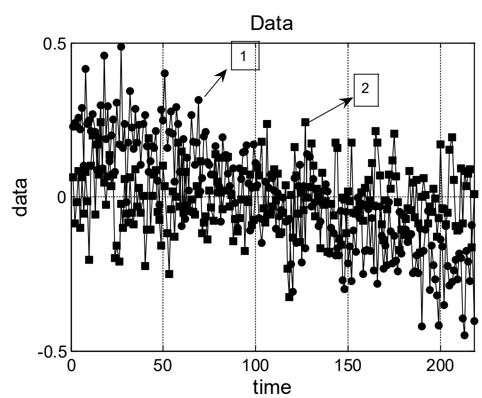

Рис. 2. Вихідні некорельовані часові ряди

Розподіли компонент першого власного вектору та власних чисел унітарної кореляційної матриці у випадку корельованих часових рядів представлені на Рис. 3 і Рис. 4. На Рис. 3 позначені: 1 – дійсна складова, 2 – уявна складова.

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.1.6

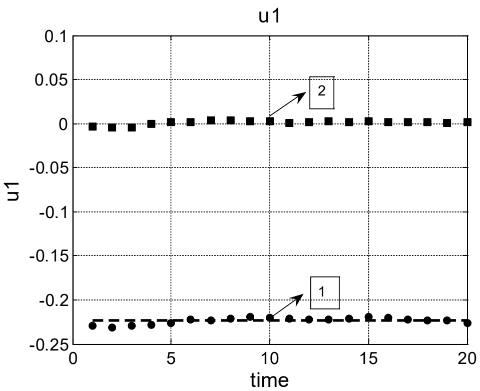

Рис. 3. Розподіл компонент першого власного вектору

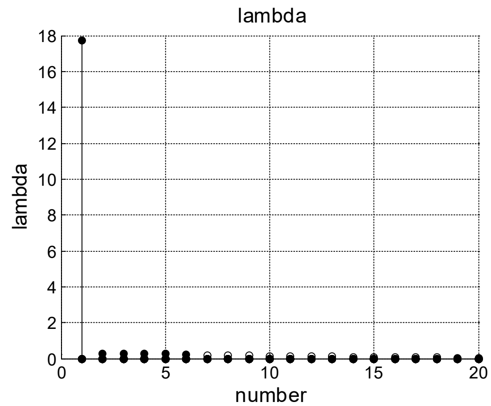

Рис. 4. Розподіл власних чисел

Рисунки 5 та 6 ілюструють площину тренду для вказаних досліджуваних випадків. На рисунках позначені: 1 – тренд за методом головних компонент, 2 – тренд за методом ковзного середнього.

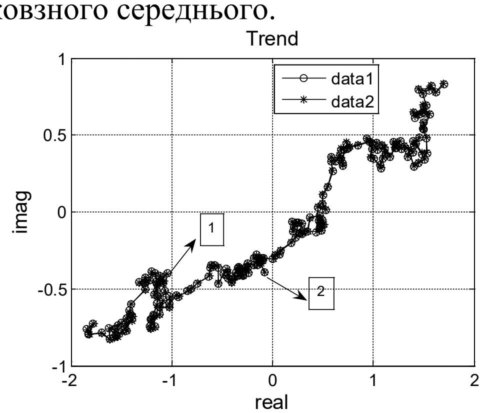

Рис. 5. Площина трендів для корельованих часових рядів

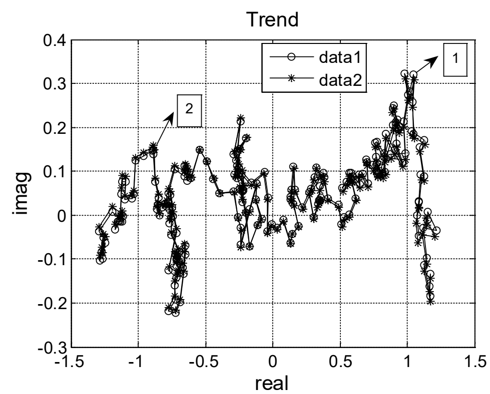

Рис. 6. Площина трендів для некорельованих часових рядів

Як це можна встановити з результатів обчислювального експерименту та з наведених ілюстрацій, теоретичні узагальнення мають задовільне підтвердження. При наявності тренду перше власне значення нормованої унітарної кореляційної матриці має значення, що наближено відповідає чисельному значенню розмірності вікна аналізу мінус одиниця. Інші її власні значення мають порядок, наближено зворотній вказаному значенню. Компоненти першого власного вектору мають наближено рівномірний розподіл з середнім, що відповідає вимогам нормування.

Висновки

Запропоновано підхід щодо удосконалення методів трендового аналізу, який ґрунтується на комплексному об'єднанні часових рядів у двовимірні, формуванні прямокутної комплекснозначної траєкторної матриці, і дослідженні розподілів власних значень і власних векторів отриманої унітарної кореляційної матриці. Установлено, що

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.1.6

якщо перше власне значення унітарної кореляційної матриці багаторазово перевершує інші її власні значення, і, при цьому, підтверджується статистична гіпотеза про рівнокорельованість її рядків, то перший центрований компонент комплексного часового ряду по першому головному компоненту є двовимірним трендом. При цьому така трендова компонента й ковзне середнє цього ряду не мають статистично значимих розходжень. Встановлено, що при попарному об'єднанні багатомірної сукупності часових рядів у комплексні двовимірні, і їх послідовному ортогональному розкладанні, з'являється можливість розділити тренди групи параметрів багатомірного об'єкта на статистично зв'язані й мають загальну причину виникнення.

Найбільш суттєвим для практичних застосувань є теоретично обґрунтована й експериментально підтверджена гіпотеза щодо статистичної еквівалентності ковзного середнього часового ряду трендовій компоненті, що отримується методом головних компонент або сингулярного розкладання двовимірної траєкторної матриці Перспективи подальших досліджень становлять розповсюдження отриманих результатів на більш складні статистичні моделі породження даних.

Список використаної літератури

1. Kendall M., Stuart A. The advanced theory of statistics. Hafner, New York, 1979. V. 2. 748 p.
2. Anderson O. D. Time series analysis and forecasting. Butterworths, London, 1976. 182 p.
3. Box G. E. P., Jenkins G. M. Time series analysis: Forecasting and control. Holden Day, San Francisco, 1976. 575 p.
4. Montgomery D. C., Johnson L. A., Gardiner J. S. Forecasting and time series analysis. McGraw-Hill, New York, 1990.
5. Shumway R. H. Applied statistical time series analysis. Prentice Hall, New York, 1988, 384 p.
6. Wei W. W. Time series analysis: Univariate and multivariate methods. Addison-Wesley, New York, 1989. 640 p.
7. Hvozdeva I., Myrhorod V., Derenh Y. The Method of Trend Analysis of Parameters Time Series of Gas-turbine Engine State. *AMiTaNS'17, AIP Conf. Proc*. V. 1895, edited by M. D. Todorov. American Institute of Physics, Melville, NY, 2017. P. 030002-1-030002-9, DOI: 10.1063/1.5007361
8. Myrhorod V., Hvozdeva I., Demirov V. Some Interval and Trend Statistics with Non-Gaussian Initial Data Distribution. *AMiTaNS'18, AIP Conf. Proc*. Vol. 2025, edited by M. D. Todorov. American Institute of Physics, Melville, NY, 2018. P. 040011-1-040011-12, DOI: 10.1063/1.5064895
9. Myrhorod V., Hvozdeva I., Derenh Y. Two-dimensional trend analysis of time series of complex technical objects diagnostic parameters. *11th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences - AMiTaNS'19*, AIP Conference Proceedings, 060013. 2019. Vol. 2164, №1. P. 040011-1-040011-12, DOI: 10.1063/1.5130815
10. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности. Финансы и статистика, Москва, 1989. 607 с.

References

1. Kendall, M. & Stuart, A. (1979). The advanced theory of statistics. Hafner, New York. **2**.
2. Anderson O. D. Time series analysis and forecasting. Butterworths, London, 1976. 182 p.

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.1.6

3. Box, G. E. P. & Jenkins, G. M. (1976). Time series analysis: Forecasting and control. Holden Day, San Francisco.
4. Montgomery, D. C., Johnson, L. A., & Gardiner, J. S. (1990). Forecasting and time series analysis. McGraw-Hill, New York.
5. Shumway, R. H. (1988). Applied statistical time series analysis. Prentice Hall, New York.
6. Wei, W. W. (1989). Time series analysis: Univariate and multivariate methods. Addison-Wesley, New York.
7. Hvozdeva, I., Myrhorod, V. & Derenh, Y. (2017). The Method of Trend Analysis of Parameters Time Series of Gas-turbine Engine State. *AMiTaNS'17, AIP Conf. Proc*. **1895**, edited by M. D. Todorov. American Institute of Physics, Melville, NY. P. 030002-1-030002-9, DOI: 10.1063/1.5007361
8. Myrhorod, V., Hvozdeva, I. & Demirov, V. (2018). Some Interval and Trend Statistics with Non-Gaussian Initial Data Distribution. *AMiTaNS'18, AIP Conf. Proc.* **2025**, edited by M. D. Todorov. American Institute of Physics, Melville, NY. P. 040011-1-040011-12, DOI: 10.1063/1.5064895
9. Myrhorod, V., Hvozdeva, I. & Derenh, Y. (2019). Two-dimensional trend analysis of time series of complex technical objects diagnostic parameters. 11th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences - AMiTaNS'19, AIP Conference Proceedings, 060013. **2164**, 1. P. 040011-1-040011-12, DOI: 10.1063/1.5130815
10. Ayvazyan, S.A., Buhshtaber, V.M., Enyukov, I.S., & Meshalkin L.D. (1989). Prikladnaya statistika. Klassifikatsiya i snizhenie razmernosti. Finansyi i statistika, Moskva.

Гвоздева Ирина Маратовна – д.т.н., професор, професор кафедри електрообладнання і автоматики суден Національного университету " Одеська морська академія ", e-mail: onopchenko.im@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5797-0559.

Миргород Володимир Федорович – д.т.н., доцент, професор кафедри автоматизації суднових енергетичних установок Національного университету "Одеська морська академія ", e-mail: v.f.mirgorod@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8361-1672.

Будашко Віталій Віталійович – д.т.н., професор, професор кафедри електричної інженерії та електроніки Національного университету " Одеська морська академія ", e-mail: bvv@te.net.ua, ORCID: 0000-0003-4873-5236.

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.1.6