

УДК: 681.5.015:620.179.17

С.О. РОЖКОВ, А.А. ІВАНОВ, К.В. ТИМОФЕЄВ, І.Б. БУТАКОВ  
Херсонська державна морська академія

## РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ПОТУЖНІСТЮ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНОГО КОМПЛЕКСУ СУДНА

Для забезпечення ефективного керування судновою електроенергетичною системою (СЕЕС) при стабілізації руху судна в умовах, які потребують використання динамічного компенсування збурень, зокрема хвиль та вітру, зазвичай реалізують метод динамічної компенсації. При цьому умови вітрових, хвильових навантажень і течій не обмежені. З огляду на тоннаж і конструктивні особливості суден, створення системи керування, інваріантної до збурень, є вкрай складним завданням. Взагалі, глобальна задача оптимізації включає задачі оптимального регулювання пропульсивного комплексу, оптимального керування дизель-генераторами, оптимальне керування СЕЕС за критерієм мінімальної узагальненої роботи та квазіоптимальне регулювання в СЕЕС.

Особливості експлуатації пропульсивного комплексу судна значним чином змінюють навантаження на гребні електродвигуни (судновий пропульсивний комплекс), що призводить до необхідності створення спеціальних систем маневрування та керування СЕЕС. Перевагою електрических пропульсивних комплексів, на відміну від дизельних, є можливість гнучкого перерозподілу потужностей між приводними двигунами, висока точність та швидкодія, що є найважливішим фактором для суден з динамічним позиціюванням. При цьому основною задачею такої системи є оптимальне керування за критерієм мінімальної узагальненої роботи.

У роботі розглянуто задачу оптимізації роботи дизель-генераторів при обмеженні з боку сталості упору гвинта. Показано, що для забезпечення сталості упору гвинта треба використовувати методи оптимального керування за критерієм максимуму швидкодії. Також проаналізовано гіпотезу опукlosti функціонала цілі i керованості обмежень, яка дозволяє реалізувати принцип максимуму Понтрягіна та принцип Белмана i визначити залежність якості регулювання від ресурсу керування.

Розв'язання задачі оптимального керування СЕЕС відповідає критерію мінімальної узагальненої роботи, а використання принципу Белмана дозволяє реалізувати в подальшому адаптивний регулятор, що забезпечує мінімальні витрати за керуванням.

**Ключові слова:** суднова електроенергетична система, пропульсивний комплекс, оптимізація, регулятор, динамічне позиціонування, судновий дизель-генератор.

С.А. РОЖКОВ, А.А. ИВАНОВ, К.В. ТИМОФЕЕВ, И.Б. БУТАКОВ  
Херсонская государственная морская академия

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ МОЩНОСТЬЮ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА СУДНА

Для обеспечения эффективного управления судовой электроэнергетической системой (СЕЕС) при стабилизации движения судна в условиях, требующих использования динамической компенсации возмущений, в частности волн и ветра, обычно реализуют метод динамической компенсации. При этом условия ветровых, волновых нагрузок и течений не ограничены. Учитывая тоннаж и конструктивные особенности судов, создание системы управления, инвариантной к возмущениям, является крайне сложной задачей. Вообще, общее задание оптимизации включает задачи оптимального регулирования пропульсивной комплекса, оптимального управления дизель-генераторами, оптимальное управление СЕЕС по критерию минимальной обобщенной работы и квазиоптимальное регулирование в СЕЕС.

Особенности эксплуатации пропульсивного комплекса судна значительным образом изменяют нагрузку на гребные электродвигатели (судовой пропульсивной комплекс), что приводит к необходимости создания специальных систем маневрирования и управления СЕЕС. Преимуществом электрических пропульсивных комплексов, в отличие от дизельных, является возможность гибкого перераспределения мощностей между приводными двигателями, высокая точность и быстродействие, что является важнейшим фактором для судов с динамическим позиционированием. При этом основной задачей такой системы является оптимальное управление по критерию минимальной обобщенной работы.

В работе рассмотрены задачи оптимизации работы дизель-генераторов при ограничении со стороны устойчивости упора винта. Показано, что для обеспечения устойчивости упора винта надо

использовать методы оптимального управления по критерию максимума быстродействия. Также выполнен анализ гипотезы выпуклости функционала цели и управляемости ограничений, которая позволяет реализовать принцип максимума Понtryгина и принцип Беллмана и определить зависимость качества регулирования от ресурса управления.

Решение задачи оптимального управления СЕЕС соответствует критерию минимальной обобщенной работы, а использование принципа Беллмана позволяет реализовать в дальнейшем адаптивный регулятор, обеспечивающий минимальные затраты на управление.

**Ключевые слова:** судовая электроэнергетическая система, пропульсивной комплекс, оптимизация, регулятор, динамическое позиционирование, судовой дизель-генератор.

S. ROZHKOV, A. IVANOV, K. TYMOFEIEV, I. BUTAKOV  
Kherson State Maritime Academy

## SOLUTION OF THE PROBLEM OF OPTIMAL POWER CONTROL ELECTRIC POWER COMPLEX OF THE SHIP

*To ensure effective control of the ship's electric power system (SEPS) while stabilizing the movement of the vessel in conditions requiring the use of dynamic compensation of disturbances, in particular waves and wind, it is necessary to implement a method of dynamic compensation. In this case, the conditions for wind, wave loads and currents are not limited. Considering the tonnage and design features of ships, the creation of a control system that is invariant to disturbances is an extremely difficult task. In general, the general optimization task includes the problems of optimal control of the propulsion complex, optimal control of diesel generators, optimal control of ship's electric power system according to the criterion of minimum generalized work, and quasi-optimal regulation in ship's electric power system.*

*The peculiarities of the operation of the propulsion complex of the vessel significantly change the load on the propulsion electric motors (ship propulsion complex), which leads to the need to create special systems for maneuvering and control of the ship's electric power system. The advantage of electric propulsion systems, in contrast to diesel ones, is the ability to flexibly redistribute power between the drive motors, high accuracy and speed, which is the most important factor for vessels with dynamic positioning. In this case, the main task of such a system is optimal control according to the criterion of minimum generalized work.*

*The paper considers the problems of optimizing the operation of diesel generators with a limitation from the side of the stability of the screw stop. It is shown that to ensure the stability of the screw stop, it is necessary to use the methods of optimal control according to the criterion of the maximum speed of response. We also analyzed the hypothesis of convexity of the functional of the goal and controllability of constraints, which makes it possible to implement the Pontryagin maximum principle and Bellman's principle and to determine the dependence of the quality of regulation on the control resource.*

*The solution of the ship's electric power system optimal control problem corresponds to the criterion of minimum generalized work, and the use of Bellman's principle makes it possible to implement in the future an adaptive controller that provides minimum control costs.*

**Keywords:** ship power system, propulsive complex, optimization, regulator, dynamic positioning, ship diesel generator.

### Постановка задачі оптимізації комплексу СЕЕС

Розвиток сучасних методів керування складними технічними комплексами дозволяє розглядати задачу оптимізації суднової електроенергетичної системи (СЕЕС), враховуючи ієрархічність системи та її складність [1, 2, 9, 10, 14]. Для розв'язання задачі оптимізації роботи суднових дизель-генераторів при обмеженні з боку сталості упору гвинта потрібно розв'язати задачу оптимального регулювання потужності в СЕЕС.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Перевагою суднових електрических пропульсивных комплексов, на відміну від дизельних суднових пропульсивных комплексов, є можливість гнучкого перерозподілу потужностей між приводними двигунами, висока точність та швидкодія, що є найважливішим фактором для суден з динамічним позиціюванням [1, 2, 4, 7, 9-13].

В напрямку дослідження та розробки автоматизованих систем керування енергетичними системами та пропульсивними комплексами суден з електричними гребними двигунами та силовими напівпровідниковими перетворювачами займається багато як вітчизняних, так й іноземних вчених. Зокрема, проблемам побудови електричних та гібридних пропульсивних комплексів присвячені роботи R.D.Geertsma [7], Perez T. [10], Sorensen J.A. [11], Fossen Thor I. [13]. Питання підвищення процесів перетворення електричної енергії розглядаються в роботах Patel Mukund R. [9], подальший розвиток ці ідеї набули у роботах J. Rodriguez та ін. вчених і фахівців.

Відомо, що ефективність енергетичної системи судна оцінюється витратами енергії на проходження судном по маршруту. Ця задача розглядається, наприклад, в роботах [1, 2, 5, 14], де показано, що для цільової функції

$$G_t = \int_0^T q_T(t) dt. \quad (1)$$

Величину миттєвої витрати палива для суднового дизеля оцінюють як залежність від швидкості судна  $v_c^3(t)$  і коефіцієнта  $r(t)$ , що визначає вплив хвильовання моря на опір руху судна [10, 14]:

$$q_T(t) = r(t)v_c^3(t). \quad (2)$$

Таким чином, можна сформувати задачу оптимального керування

$$\begin{aligned} Q_t &= \int_0^T r(t)v_c^3(t) dt; \\ v_c^*(t) &\rightarrow \min Q_t. \end{aligned} \quad (3)$$

### **Мета дослідження**

Основною метою цього дослідження є підвищення ефективності процесів керування автоматизованою СЕЕС при реалізації оптимального режиму роботи в умовах значних динамічних навантажень.

На основі аналізу системи керування судна з електрорухом, як динамічної системі, у роботі будуть використані методи оптимального управління за критерієм максимуму швидкодії. Визначення функціонала мети і керованості обмежень системи керування дозволяє реалізувати принцип максимуму Понтрягіна і принцип Беллмана.

### **Викладення основного матеріалу дослідження**

Використовуючи рівняння Ейлера, як необхідні умови оптимальності в варіаційній задачі [3, 5, 6, 8], отримуємо

$$\frac{\partial q_T(t)}{\partial v_c(t)} - \frac{d}{dt} \frac{\partial q_T(t)}{\partial \dot{v}_c(t)} = 0 \rightarrow 3r(t)v_c^2 = const = C. \quad (4)$$

Таким чином, в завданні вказано на необхідність зберігати сталість швидкості по відношенню до збурень (хвильовання моря, течії, вітру). Це означає, що на ділянці маршруту судна, де проявляються такі збурювання, швидкість судна повинна бути узгоджена з умовами безпеки плавання і підтримуватися постійною [14]. Таким чином, оптимальну швидкість руху судна при даних умовах буде визначено

$$v^* = \frac{C}{\sqrt{3r(t)}}. \quad (5)$$

При цьому необхідно визначити режим, при якому зберігається заданий критерій оптимальності з огляду на те, що упор гвинта можна визначити як

$$R = \varphi(t)v^2, \quad (6)$$

де  $\varphi(t)$  – оцінка впливу хвильових збурень,  $v$  – обороти гребного гвинта судна.

Витрати палива з урахуванням потужності, споживаної на гвинт пропульсивного комплексу судна, можуть бути оцінені як

$$Q = \int_0^T \varphi(t)v^3 dx(t). \quad (7)$$

При цьому робота на траєкторії руху судна при постійній швидкості  $v_0$  визначається як  $A = Qv_0$ . Таким чином, маємо ізопараметричну задачу вигляду

$$\left. \begin{array}{l} v^* \rightarrow \min \int_0^T \varphi(t)v^3 dx(t) \\ v_0 \int_0^T \varphi(t)v^2 dx(t) = const \end{array} \right\}. \quad (8)$$

В цьому завданні функціонал Лагранжа має вигляд

$$L(v, \lambda) = \int_0^T \varphi(t)v^3 dx(t) + \lambda v_0 \int_0^T \varphi(t)v^2 dx(t). \quad (9)$$

В завданні (9) функцію Гамільтона запишемо у вигляді

$$H(v, \lambda) = \varphi(t)v^3 + \lambda v_0 \varphi(t)v^2. \quad (10)$$

З необхідної умови оптимальності управління за швидкістю, отримуємо:

$$\frac{\partial H}{\partial v} = 0 \rightarrow 3\varphi(t)v^2 + 2\lambda v_0 \varphi(t)v = 0 \rightarrow v^* = const. \quad (11)$$

Отже, для оптимальної потужності при заданій швидкості необхідно підтримувати постійною швидкість обертання гвинта (гвинтів) суднового пропульсивного комплексу. Даний результат дозволяє визначити задачу про регулювання СЕЕС судна на інтервалі постійного збурення з боку вітрового, хвильового навантаження та течії.

Проте управління (11) викликає значні коливання потрібної потужності СЕЕС і погіршує умови роботи дизель-генераторних агрегатів судна. Тому для забезпечення умови оптимальності (11) необхідно забезпечити оптимальне управління дизель-генератором. В цьому випадку функціонал цілі зводиться до мінімального часу регулювання, що зумовлює задачу про максимальну швидкодію лінійної динамічної системи.

З урахуванням малого часу реакції генератора отримуємо оптимізаційну задачу

$$\begin{aligned} u^* &\rightarrow \min \int_0^T dt; \\ \dot{\mathbf{x}} &= A\mathbf{x} + B\mathbf{u} + Q\mathbf{g} \end{aligned} \quad (12)$$

де  $T$  – час регулювання.

Дана задача має обмеження у вигляді диференціальних рівнянь (задача Лагранжа). Розглянемо динамічну систему у формі Коші з траєкторією  $x = x(t)$  під керуванням  $u = u(t)$ , причому права частина не обов'язково може бути лінійна.

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t); \quad \dim \mathbf{x} = \dim \mathbf{f} = n, \quad (13)$$

Для цієї динамічної системи сформуємо цільовий функціонал виду

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \int_{t_0}^{t_1} f_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt. \quad (14)$$

У виразі (13) кінці траєкторій  $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$ ,  $\mathbf{x}(t_1) = \mathbf{x}_1$  закріплені. Таким чином, ставиться задача знаходження оптимального управління  $\mathbf{u}^*(t)$  і оптимальної траєкторії  $\mathbf{x}^*(t)$  на заданому інтервалі часу  $[t^*_0, t^*_1]$ :

$$\begin{aligned} (\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*, t^*) &\rightarrow \text{extr} J(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t); \\ \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) &= \mathbf{0}; \\ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}(t_1) = \mathbf{x}_1 \end{aligned} \quad (15)$$

Така задача належить до задач з обмеженням типу рівності. Проте, замість функції Лагранжа можна записати функціонал Лагранжа з інтегрантом у вигляді функції Лагранжа  $\tilde{L}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \lambda, t)$ :

$$\tilde{L}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \lambda, t) = \int_{t_0}^{t_1} [\lambda_0 f_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \sum_{i=1}^n \lambda_i (f_i - \dot{x}_i)] dt = \int_{t_0}^{t_1} [\sum_{i=0}^n \lambda_i f_i - \sum_{i=1}^n \lambda_i \dot{x}_i] dt. \quad (16)$$

Умова оптимальності  $\text{grad } L = 0$ , яка звичайно справедлива для функції, для функціонала переходить в необхідну умову рівності нулю першої варіації функціонала Лагранжа:

$$(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*, t^*) \rightarrow \delta \tilde{L}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \lambda, t) = 0; \quad t \in (t_0, t_1). \quad (17)$$

В даному випадку множники Лагранжа зберігають свій фізичний зміст, але перетворюються у функції часу  $\lambda_i = \lambda_i(t)$ ,  $\lambda_0 = \text{const}$ . Використовуючи необхідну умову оптимальності у вигляді рівняння Лагранжа-Ейлера, по відношенню до інтегранта маємо функціонал Лагранжа  $L = L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \lambda, t)$ :

$$\delta J(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = 0 \rightarrow \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{x}}} = \mathbf{0}; \quad t \in (t_0, t_1). \quad (18)$$

Тому далі можемо записати умову оптимальності у вигляді

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \sum_{i=0}^n \lambda_i f_i \right) - \frac{d}{dt} \left( \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{x}}} (\dot{x}_i) \right) = \mathbf{0}; \quad t \in (t_0, t_1). \quad (19)$$

Визначивши  $\mathbf{x}$  і  $\dot{\mathbf{x}}$  як незалежні змінні, при покомпонентному записі отримуємо

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \sum_{i=0}^n \lambda_i f_i \right) - \sum_{i=1}^n \frac{d\lambda_i}{dt} &= \mathbf{0}; \\ H(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) &= \sum_{i=0}^n \lambda_i f_i = \langle \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{f} \rangle. \end{aligned} \quad (20)$$

Функцію Лагранжа представлено у вигляді суми, тому

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, t) = H(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}(t)) - \frac{d\boldsymbol{\lambda}(t)}{dt}. \quad (21)$$

Множник Лагранжа  $\lambda_i$  – це незалежна змінна, за якою також необхідно записати умову оптимальності. Умову Лагранжа-Ейлера отримуємо в канонічній формі (22):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} &= \frac{d\boldsymbol{\lambda}}{dt} \\ \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{\lambda}} &= -\frac{d\mathbf{x}}{dt} \end{aligned} \right\}. \quad (22)$$

Функція Гамільтона  $H = H(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, t)$  визначає вплив на систему керування, тому, враховуючи стаціонарність функції Гамільтона з управління, одержуємо канонічну систему Лагранжа-Ейлера у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} &= +\frac{d\boldsymbol{\lambda}}{dt} \\ \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{\lambda}} &= -\frac{d\mathbf{x}}{dt} \\ \frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} &= \mathbf{0} \end{aligned} \right\}. \quad (23)$$

Таким чином, в поставленій задачі Лагранжа умови оптимальності зводяться до виконання канонічних умов Лагранжа-Ейлера та умови стаціонарності за управлінням.

Розв'язати систему (23) достатньо важко, тому що це система диференціальних рівнянь в частинних похідних. Тому для такої системи слід очікувати розв'язок у вигляді ряду. Але існує виняток, що дозволяє значно спростити задачу – це умова опукlosti інтегранта функціоналу мети і повна керованість динамічної системи обмежень. У цьому випадку в задачі варіаційного обчислення:

$$\mathbf{x}^*(t) = \operatorname{extr} J(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) = \operatorname{extr} \int_{t_0}^{t_1} F(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) dt. \quad (24)$$

Для випадку, коли інтегрант функції мети є опуклим на інтервалі  $[t_0, t_1]$ , виконується умова глобальності

$$\mathbf{x}^* \rightarrow \inf F(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t). \quad (25)$$

Функціонал  $J$  на траєкторії  $\mathbf{x}^*(t)$  внаслідок опукlosti має єдиний глобальний мінімум. Припустивши повну керованість динамічної системи при обмеженнях для опуклого функціоналу мети  $F(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t)$  і обмежень у вигляді динамічної системи, що описується в формі Коші, отримаємо задачу наступного виду:

$$\begin{aligned} (\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*, t^*) &\rightarrow \text{extr} \int_{t_0}^{t_1} F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt; \\ \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) &= \mathbf{0}; \\ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}(t_1) = \mathbf{x}_1 \end{aligned} \quad (26)$$

Це задача Лагранжа з обмеженнями типу рівності, тому розв'язок цієї задачі будемо шукати із застосуванням функціоналу Лагранжа

$$\tilde{L} = \int_{t_0}^{t_1} [f_0 \lambda_0 + \lambda^T \mathbf{f} - \lambda^T \dot{\mathbf{x}}] dt = \int_{t_0}^{t_1} L(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, t) dt. \quad (27)$$

Відомо [3, 5, 6], що якщо інтегрант функції мети опуклий і обмеження керовані, то для інтегранта функціоналу Лагранжа виконуються умови Куни-Такера

$$L(\mathbf{x}^*, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) \leq L(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) \leq L(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}^*). \quad (28)$$

Виділимо функцію Гамільтона в функції Лагранжа

$$L(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) = H(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) - \boldsymbol{\lambda}^T \dot{\mathbf{x}}, \quad (29)$$

і визначимо управління через множник Лагранжа  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\boldsymbol{\lambda})$  як самостійну змінну.

Далі отримуємо:

$$H(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}) - \boldsymbol{\lambda}^{*T} \dot{\mathbf{x}} \leq H(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) - \boldsymbol{\lambda}^{*T} \dot{\mathbf{x}} \leq H(\mathbf{x}, \mathbf{u}^*) - \boldsymbol{\lambda}^{*T} \dot{\mathbf{x}}. \quad (30)$$

Усуваючи подібні, отримуємо умову Куни-Такера для функції Гамільтона в завданні з опуклим функціоналом мети і керованими обмеженнями:

$$H(\mathbf{x}^*, \mathbf{u})_{|\boldsymbol{\lambda}^*} \leq H(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*)_{|\boldsymbol{\lambda}^*} \leq H(\mathbf{x}, \mathbf{u}^*)_{|\boldsymbol{\lambda}^*}. \quad (31)$$

Ця нерівність розділяється на дві умови

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{x}^*_{|\boldsymbol{\lambda}^*} \rightarrow \min H(\mathbf{x}, \mathbf{u}^*) \\ \mathbf{u}^*_{|\boldsymbol{\lambda}^*} \rightarrow \max H(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}) \end{array} \right\}. \quad (32)$$

Таким чином, перша нерівність системи породжує принцип Беллмана, а друга нерівність приводить до принципу максимуму Понтрягіна.

### Висновки

Оптимальне керування судном при хвильованні моря вимагає збереження сталості упору гвинта. Для забезпечення сталості упору гвинта необхідно використовувати методи оптимального управління з критерієм максимуму швидкодії. Гіпотеза опукlosti функціонала мети і керованості обмежень дозволяє реалізувати принцип максимуму Понтрягіна і принцип Беллмана. Використання принципу Беллмана

в подальшому дозволяє реалізувати адаптивний регулятор, що забезпечує мінімальні витрати за керуванням.

**Список використаної літератури**

1. Вагущенко Л.Л., Цымбал Н.Н. Системы автоматического управления движением судна. 3-е изд., перераб. и доп. Одесса: Феникс, 2007. 328 с.
2. Васильев А.В. Управляемость судов. Л.: Судостроение, 1989. 328 .
3. Красовский А.А Справочник по теории автоматического управления /под ред. А.А. Красовского. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 712 с.
4. Рожков С.О. Моделювання системи динамічного позиціювання судна-постачальника типу PSV. *Вестник Херсонського національного техніческого університета*. 04(55), 2015:159–166.
5. Суевалов Л.Ф. Справочник по расчетам судовых автоматических систем. Ленинград: Судостроение, 1977. 376 с.
6. Сэйдж Э.П. Оптимальное управление системами: Пер. с англ. / Под ред. Б.И. Левина. Москва: Радио и связь, 1982. 392 с.
7. Geertsma R.D., Negenborn R.R., Hopman J.J. Design and control of hybrid power and propulsion systems for smart ships. *Elsevier. Applied Energy*. 2017. Vol. 194, pp. 30–54.
8. Naidu D.S. Optimal Control Systems /Boca Raton: CRC. 2003. 433 p.
9. Patel Mukund R. Shipboard electrical power systems. CRC Press: Taylor&Francis Group, LLC. 2012. 339 p.
10. Perez T. Ship Motion Control. Monograph. Berlin: Springer, 2005, 300 p.
11. Sorensen J.A. Survey of dynamic positioning control systems. *Annual Reviews in Control*. Volume 35, Issue 1, April 2011, P. 123-136.
12. Sorensen A. J., Adnanes A. K. High Performance Thrust Allocation Scheme in Positioning of Ships Based on Power and Torque Control [Text]. *Marine Technology Society, Dynamic Positioning Conference*: Session 9 Control Systems. Houston, 1997. October 21-22, 1–17.
13. Thor I. Fossen. Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control. Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway. John Wiley & Sons, Ltd. 2011. 575 p.
14. Суворов П.С. Динамика двигателья в судовом пропульсивном комплексе. Одесса: ОНМА, 2004. 304 с.

**References**

1. Vagushhenko, L.L., & Cy'mbal, N.N. (2007). Sistemy' avtomaticheskogo upravleniya dvizheniem sudna. Odessa: Feniks.
2. Vasil'ev, A.V. (1989). Upravlyayemost' sudov. Leningrad: Sudostroenie.
3. Krasovskij, A.A. (1987). Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya /pod red. A.A.Krasovskogo. Moskva: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit.
4. Rozhkov, S.O. (2015). Modeluvannya sistemi dinamichnogo pozicziuvannya sudna-postachal'nika tipu PSV. *Vestnik Hersonskogo nacional'nogo texnicheskogo universiteta*. **04**(55). 159–166.
5. Suevalov, L.F. (1977). Spravochnik po raschetam sudovy'x avtomaticheskix sistem. Leningrad: Sudostroenie.
6. Se'jdzh, E.P. (1982). Optimal'noe upravlenie sistemami: Per. s angl./ Pod red. B.I. Levina. Moskva: Radio i svyaz'.
7. Geertsma, R.D., Negenborn, R.R., & Hopman, J.J. (2017). Design and control of hybrid power and propulsion systems for smart ships. *Elsevier. Applied Energy*. **194**, 30–54.
8. Naidu, D.S. (2003). Optimal Control Systems / Boca Raton: CRC.

9. Patel Mukund, R. (2012). Shipboard electrical power systems. CRC Press: Taylor&Francis Group, LLC.
10. Perez, T. (2005). Ship Motion Control. Monograph. Berlin: Springer.
11. Sorensen, J.A. (2011). Survey of dynamic positioning control systems. *Annual Reviews in Control*, **35**, 123-136.
12. Sorensen, A. J., & Adnanes, A. K. (1997). High Performance Thrust Allocation Scheme in Positioning of Ships Based on Power and Torque Control [Text]. *Marine Technology Society, Dynamic Positioning Conference*: Session 9 Control Systems. Houston, October 21-22, 1–17.
13. Thor I. Fossen. (2011). Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control. Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway. John Wiley & Sons, Ltd.
14. Suvorov, P.S. (2004). Dinamika dvigatelya v sudovom propul'sivnom komplekse. Odessa: ONMA.

Рожков Сергій Олександрович - д.т.н., професор, завідувач кафедри експлуатації суднового електрообладнання і засобів автоматики Херсонської державної морської академії, e-mail:rozhkov\_ser@rambler.ru, ORCID: 0000-0002-1662-004X.

Іванов Артем Анатолійович - PhD, старший викладач кафедри експлуатації суднового електрообладнання і засобів автоматики Херсонської державної морської академії, електромеханік 1-го розряду, e-mail: mailto:artiva1978@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1919-2570.

Тимофеєв Костянтин Васильович - к.т.н., доцент кафедри експлуатації суднового електрообладнання і засобів автоматики Херсонської державної морської академії, e-mail: kvtimofeev2013@gmail.com. ORCID: 0000-0002-8668-6159.

Бутаков Ігор Борисович – аспірант кафедри експлуатації суднового електрообладнання і засобів автоматики Херсонської державної морської академії, електромеханік 1-го розряду, e-mail: bib7677@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9014-1856.