

К. В. ДУДКІН
 Колективне науково-виробниче підприємство «Енергокомплекс»
 Г. Я. ПРОКОФ'ЄВА
 Придніпровська державна академія будівництва та архітектури
 В. Ф. ІРОДОВ
 Дніпровський технологічний університет «Шаг»

ЕВОЛЮЦІЙНИЙ АЛГОРИТМ ЛЕКСИКОГРАФІЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ДЛЯ ТРУБЧАСТИХ ГАЗОВИХ НАГРІВАЧІВ

Стаття присвячена прийняттю рішень за множинними критеріями для задач параметричної оптимізації трубчастих газових нагрівачів. У ній розглядається задача пошуку оптимального рішення за наявності декількох послідовних критеріїв та обмежень у вигляді нерівності. Задача зведена до пошуку бінарного відношення вибору у яке ввійшли вимоги послідовного вибору та виконання обмежень у вигляді нерівності. До такої форми зводилися такі задачі параметричної оптимізації трубчастих газових нагрівачів: оптимізація нагрівачів з природним рухом теплоносія, оптимізація параметрів нагрівача з екраном поверхні нагрівача, оптимізація параметрів нагрівача при розташуванні його у водяному просторі з вільною поверхнею. Альтернатива задачі з лексикографічною оптимізацією – це послідовне рішення декількох задач нелінійного програмування, причому пошук буде звужуватиметься, можливо, лише в останньому випадку послідовності рішень. Зведення задачі оптимізації до лексикографічного відбору дозволяють знаходити рішення у єдиному процесі. Застосовано ітераційний алгоритм з декількома гілками еволюції рішень, у якому функції генерування та відбору рішень реалізуються послідовно. Збіжність еволюційного пошуку до рішення, яке є оптимальним щодо бінарного відношення вибору, доведена у попередніх роботах авторів за умови дотримання достатньо загальних умов для бінарного відношення вибору. Наведено рішення тестової задачі з послідовними критеріями та обмеженням у вигляді нерівності. Ця задача представлена у двох формах, як задача нелінійного програмування та як задача стохастичного програмування при наявності випадкового впливу на один з критеріїв при його обчисленні. Показана достатньо хороша збіжність результатів рішення тестових задач і достатньо швидке знаходження оптимального рішення. Розроблений підхід алгоритмічного забезпечення може бути і в подальшому використаний для параметричної оптимізації трубчастих газових нагрівачів у автономних системах теплопостачання.

Ключові слова: математична модель, еволюційний пошук, бінарні відношення вибору, трубчасті газові нагрівачі.

K. V. DUDKIN
 Collective Research and Production Enterprise "Energocomplex"
 H. Ya. PROKOFIEVA
 Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture
 V. F. IRODOV
 Dnipro Technological University "STEP"

EVOLUTIONARY ALGORITHM OF LEXICOGRAPHIC OPTIMIZATION FOR TUBE GAS HEATERS

This article is devoted to multi-criteria decision-making for parametric optimization problems involving tubular gas heaters. It addresses the problem of finding an optimal solution given several sequential criteria and constraints in the form of inequalities. The problem is reduced to finding a binary selection relation that incorporates the requirements of sequential selection and the satisfaction of constraints in the form of inequalities. The following parametric optimization problems for tubular gas heaters were reduced to this form: optimization of heaters with natural convection of the heat transfer fluid, optimization of heater parameters with a screen on the heater surface, and optimization of heater parameters when the heater is located in a water space with a free surface. An alternative to the problem with lexicographic optimization is the sequential solution of several nonlinear programming problems, whereby the search may narrow down only in the final step of the solution sequence. Reducing the optimization problem to lexicographic selection allows solutions to be found in a single process. An iterative algorithm with multiple solution branches is applied, in which the solution generation and selection functions are implemented sequentially. The convergence of the evolutionary search to a solution that is optimal with respect to a binary selection relation has been proven in the authors' previous works, provided that sufficiently general conditions for the binary selection relation are satisfied. A solution to a test problem

with sequential criteria and an inequality constraint is presented. This problem is presented in two forms: as a nonlinear programming problem and as a stochastic programming problem with a random effect on one of the criteria during its calculation. The results of the test problems show sufficiently good convergence, and the optimal solution is found fairly quickly. The developed algorithmic approach can be used in the future for the parametric optimization of tubular gas heaters in autonomous heat supply systems.

Keywords: mathematical model, evolutionary search, binary choice relations, tubular gas heaters.

Постановка проблеми

Для опалення виробничих приміщень використовують інфрачервоні трубчасті газові обігрівачі. Такі нагрівачі будуються індивідуально, як результат проектування та оптимізації проектних рішень. При оптимізації трубчастих газових нагрівачів постає задача вибору параметрів нагрівача та розрахунку режиму роботи нагрівача, які відповідають низці вимог. Найбільш перспективним підходом до оптимізації трубчастих газових нагрівачів є застосування послідовної (лексикографічної) оптимізації на основі множинних критеріїв.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Обігрів промислових і сільськогосподарських підприємств здійснюється з застосуванням інфрачервоного обігріву [1; 2]. В Україні розроблено цілу серію технічних рішень щодо використання трубчастих газових нагрівачів [3]. Але як ставити та вирішувати задачу знаходження оптимальних рішень при проектуванні трубчастих газових нагрівачів для різних цілей, які представлені у [3] – такі задачі раніше не ставилась і не вирішувалась, що представляє зміст даної статті. У роботах представлено рішення задач оптимізації при наявності декількох вимог (критеріїв) до оптимального рішення [4; 5]. У статті [6] наведено рішення оптимізації трубчастого газового нагрівача за декількома критеріями. Узагальнення цього підходу може бути здійснено при лексикографічній оптимізації за декількома послідовними критеріями, чому і присвячена ця стаття.

Мета дослідження

Мета дослідження: отримати алгоритмічне забезпечення для прийняття оптимальних рішень при конструюванні та проектуванні систем тепlopостачання з трубчастими газовими нагрівачами.

Ціль роботи: Розробити алгоритм еволюційного пошуку з бінарним відношенням вибору найбільш привабливих (оптимальних) рішень для трубчастих газових нагрівачів при наявності декількох послідовних вимог і обмежень у вигляді нерівності.

Виклад основного матеріалу дослідження

Окреслимо загальні принципи еволюційного пошуку рішень за трьома послідовними критеріями $F_1 \rightarrow \min, F_2 \rightarrow \min, F_3 \rightarrow \min$ з урахуванням обмеження $F_0 \leq 0$.

Щоб побудувати загальне відношення відбору R_{SS} для знаходження найоптимальнішого рішення в цій задачі, спочатку побудуємо допоміжне відношення відбору для знаходження безумовного рішення за трьома послідовними критеріями F_1, F_2, F_3 , а потім перейдемо до відношення R_{SS} , враховуючи умову нерівності $F_0 \leq 0$.

Відношення відбору для трьох послідовних критеріїв є лексикографічним відношенням і, у нашому випадку, має вигляд (рішення x є кращим за рішення y)

$$xR_S y \equiv F_1(x) < F_1(y) \vee [F_1(x) = F_1(y) \wedge F_2(x) < F_2(y)] \vee \\ \vee [F_1(x) = F_1(y) \wedge F_2(x) = F_2(y) \wedge F_3(x) \leq F_3(y)].$$

Тоді загальне відношення вибору з урахуванням обмеження нерівності можна записати у вигляді

$$xR_{SS}y \equiv [F_0(x) \leq 0 \wedge F_0(y) > 0] \vee [F_0(x) > 0 \wedge F_0(y) > 0 \wedge F_0(x) \leq F_0(y)] \vee \\ \vee [F_0(x) \leq 0 \wedge F_0(y) \leq 0] \wedge \{F_1(x) < F_1(y) \vee [F_1(x) = F_1(y) \wedge F_2(x) < F_2(y)] \vee \\ \vee [F_1(x) = F_1(y) \wedge F_2(x) = F_2(y) \wedge F_3(x) \leq F_3(y)]\}.$$

Створений загальний коефіцієнт відбору дозволяє здійснювати прямий еволюційний пошук рішення. Однак при вирішенні задач із послідовними критеріями існує одна особливість: послідовні критерії F_1, F_2, F_3 , що обчислюються за формулами, приймають дійсні значення. Це може призвести до ситуації, коли вибір на основі певного критерію займає багато часу, вимагаючи дедалі більшої точності при мінімізації цього критерію. Це може призвести до ситуації, коли вибір на основі певного критерію займає багато часу, вимагаючи дедалі більшої точності в мінімізації цього критерію. Така глибока мінімізація може бути непотрібною. У цьому випадку доцільно перейти від дійсних значень цільової функції до дискретних значень цієї функції. Для цього можна перейти від неперервних значень критеріїв F_1, F_2, F_3 до їх дискретних значень, наприклад, таким чином

$$\bar{F}_i = \text{int}(F_i/\varepsilon_i + 0.5), \quad i = 1, 2, 3.$$

Загальний алгоритм еволюційного пошуку з бінарним відношенням вибору наведений у [6] та у попередніх роботах авторів за посиланнями у [6].

Збіжність еволюційного пошуку до оптимальних рішень з бінарними відношеннями вибору показана у роботах авторів за посиланням у [6], але представляє інтерес вирішення тестової задачі з послідовними критеріями і обмеженням у вигляді нерівності, яка наводиться нижче.

Розв'язування тестової задачі.

Необхідно знайти рішення $x = \{x^1, x^2, x^3\}$, таке, що $F_2(x) \rightarrow \min$ і також задовольняє $F_1(x) \rightarrow \max, F_3(x) \geq 0$, де:

$$F_1 = \text{int}((x^1/\sqrt{(1+x^1)^3} + x^2/\sqrt{(1+x^2)^3} - 0.769800345897) \cdot 10^8 + 0.5) \rightarrow \max, \\ F_2 = (1 + \eta)[(x^1)^2 - \cos(18x^1) + (x^3)^2 - \cos(18x^3)] \rightarrow \min, \\ F_3 = x^1 + x^2 + x^3 - 2 \geq 0,$$

Де η – випадкова величина, що має нормальний розподіл з нульовим математичним очікуванням і стандартним відхиленням σ_η 1 0.25.

The binary choice relation was used in the form:

$$xR_{SS}y \equiv [F_3(x) \geq 0 \wedge F_3(y) < 0] \vee [F_3(x) < 0 \wedge F_3(y) < 0 \wedge F_3(x) \geq F_3(y)] \vee \\ \vee [F_3(x) \geq 0 \wedge F_3(y) \geq 0 \wedge F_1(x) > F_1(y)] \vee [F_3(x) \geq 0 \wedge F_3(y) \geq 0 \wedge F_1(x) = F_1(y) \wedge F_2(x) \leq F_2(y)].$$

Параметри пошуку: $N_E = 10, N_S = 1, N_b = 3$. Початкова точка: $(0, 0, 0)$, початкові значення σ_i : $(0,5; 0,5; 0,5)$. Результати еволюційного пошуку наведено в таблиці 1.

Збіжність еволюційного пошуку проілюстровано в таблиці 1. Для порівняння в таблиці 2 наведено результати розв'язання тієї самої задачі при нульовому значенні параметра. Ці результати еволюційного пошуку наведено нижче у вигляді значень параметра для 30-го ітераційного кроку.

Як бачимо, результати еволюційного пошуку розв'язку задачі стохастичного програмування при $\sigma_\eta = 0,25$ (таблиця 1) значною мірою збігаються з результатами розв'язання задачі нелінійного програмування при $\sigma_\eta = 0$ (таблиця 2).

Таблиця 1

**Результати лексикографічного пошуку за 3 критеріями
та випадковою змінною $\sigma_{\eta} = 0,25$**

Номера ітерацій	Значення аргументів			Значення функцій		
	x_1	x_2	x_3	F_1	F_2	F_3
1 Гілки 1,2,3	-0.2526009	0.4511666	1.681275	-9.02e+008	2.597209	0.120159
	1.521962	-0.058708	-0.19862	-4.54e+008	3.886699	0.735375
	0.5251896	0.8502004	1.067471	-1.53e+008	1.476321	0
3 Гілки 1,2,3	2.146785	1.238187	4.34732	-1.54e+007	23.86207	0
	2.43539	1.065039	1.201811	-2.84e+007	7.321394	0
	2.339237	1.489584	0.740308	-7237713	5.604852	0
15 Гілки 1,2,3	1.999874	2.000486	0.01528725	19	3.108871	0
	1.999723	2.000417	0.353618	19	3.261188	0
	1.999774	2.000534	0.00041510	19	3.124864	0
30 Гілки 1,2,3	1.999709	2.000532	0.00196646	19	3.093412	0
	1.999811	2.000559	-0.00291025	19	3.080349	0
	1.999553	2.000534	-0.00077448	19	3.061659	0

Таблиця 2

**Результати лексикографічного пошуку за 3 критеріями
та випадковою змінною $\sigma_{\eta} = 0$**

Номер ітерації	Значення аргументів			Значення функцій		
	x_1	x_2	x_3	F_1	F_2	F_3
30 Гілки 1,2,3	2.000796	2.000296	0.00040491	19	3.116947	0
	2.000959	2.000174	0.00031640	19	3.114673	0
	2.000988	2.000267	0.00073505	19	3.11434	0

Висновки

Розроблено алгоритм еволюційного пошуку з бінарним відношенням вибору найбільш привабливих (оптимальних) рішень з декількома послідовними вимогами (критеріями) та обмеженням у вигляді нерівності який можна застосовувати для трубчастих газових нагрівачів.

Результати розрахунків тестової задачі наглядно показали, що розроблений алгоритм забезпечує добру збіжність пошуку до оптимального рішення як при вирішенні тестової задачі як у вигляді задачі стохастичного програмування так и при вирішенні задачі нелінійного програмування з послідовними критеріями.

Список використаної літератури

1. Желих В. М. Розробка теплофізичних основ теплозабезпечення виробничих комплексів на базі комбінованих систем опалення із застосуванням інфрачервоного нагріву : дис.... д-ра техн. наук : 05.14.06 Ін-т техн. теплофізики Нац. акад. наук України. Київ, 2013. 215 арк.
2. Gas-fired infrared heating for poultry houses/U.S.A.: Roberts-Gordon LLC, 2012. 35 p.
3. Іродов В. Ф., Хацкевич Ю. В., Чорноморець Г. Я. Розвиток технічних рішень теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури* : зб. наук. пр. 2017. Вип. 5. С. 29–35. <http://srd.pgasa.dp.ua:8080/bitstream/123456789/223/1/Irodov.pdf>
4. Deb K., Padhye N. Enhancing Performance of Particle Swarm Optimization through an Algorithmic Link with Genetic Algorithms. *Computational Optimization and Applications* 2014. 57.3 P. 761–794. <http://dx.doi.org/10.1007/s10589-013-9605-0>

5. Lai L., Fiaschi L., Cococcioni M., Deb K. Pure and mixed lexicographic-paretian many-objective optimization: state of the art. *Natural Computing*. 2023. 22. P.227–242. <https://doi.org/10.1007/s11047-022-09911-4>
6. Irodov V., Shaptala M., Dudkin K., Shaptala D., Prokofieva H. Development of evolutionary search algorithms with binary choice relations when making decisions for pellet tabular heaters. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2021. No 3/8 (111) P. 50–59. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.235837>

References

1. Zhelykh, V. M. (2013). *Rozrobka teplofizychnykh osnov teplozabezpechennia vyrobnychykh kompleksiv na bazi kombinovanykh system opalennia iz zastosuvanniam infrachervonoho nahryvu* [Development of thermophysical foundations of heat supply of production complexes based on combined heating systems using infrared heating]. (Doctor's thesis). In-t tekhn. teplofizyky Nats. akad. nauk Ukrainy. Kyiv [in Ukrainian].
2. Roberts-Gordon, LLC. (2012). *Gas-fired infrared heating for poultry house* [Gas-fired infrared heating for poultry houses]. Buffalo: Roberts Gordon [in English].
3. Irodov, V. F., Khatskevych, Yu. V. & Chornomorets, H. Ia. (2017). Rozvytok tekhnichnykh rishen teplopostachannia z trubchastymy hazovymy nahrivachamy [Development of technical solutions for heat supply with tubular gas heaters]. *Visnyk Prydniprovskoi derzhavnoi akademii budivnytstva ta arkhitektury : zb. nauk. pr.*, 5, 29–35. <http://srd.pgasa.dp.ua:8080/bitstream/123456789/223/1/Irodov.pdf> [in Ukrainian].
4. Deb, K., & Padhye, N. (2014). *Enhancing Performance of Particle Swarm Optimization through an Algorithmic Link with Genetic Algorithms* [Enhancing Performance of Particle Swarm Optimization through an Algorithmic Link with Genetic Algorithms] *Computational Optimization and Applications* 57.3, 761–794. <http://dx.doi.org/10.1007/s10589-013-9605-0> [in English].
5. Lai, L., Fiaschi, L., Cococcioni, M., & Deb, K. (2023). *Pure and mixed lexicographic-paretian many-objective optimization: state of the art* [Pure and mixed lexicographic-paretian many-objective optimization: state of the art]. *Natural Computing*. 22, 227–242. <https://doi.org/10.1007/s11047-022-09911-4> [in English].
6. Irodov, V., Shaptala, M., Dudkin, K., Shaptala, D. & Prokofieva, H. (2021). *Development of evolutionary search algorithms with binary choice relations when making decisions for pellet tabular heaters* [Development of evolutionary search algorithms with binary choice relations when making decisions for pellet tabular heaters]. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 3/8(111), 50–59. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.235837>. [in English].

Дудкін Костянтин Вячеславович – к.т.н., заступник директора наукової роботи Колективного науково-виробничого підприємства «Енергокомплекс». E-mail: kostiantyn.dudkin@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5361-2981.

Прокоф'єва Галина Яківна – к.т.н., доцент кафедри опалення, вентиляції, кондиціонування, тепло та газопостачання Придніпровської державної академії будівництва та архітектури. E-mail: hyaprok@gmail.com, ORCID: 0000-0003-4964-5785.

Іродов В'ячеслав Федорович – д.т.н., професор кафедри інформаційних технологій Дніпровського технологічного університету «Шаг». E-mail: vfirodov@i.ua, ORCID: 0000-0001-8772-9862.

Dudkin Kostiantyn Viacheslavych – Candidate of Technical Sciences, Deputy Director for scientific work of the Collective Research and Production Enterprise “Energocomplex”. E-mail: kostiantyn.dudkin@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5361-2981.

Prokofieva Halina Yakivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Heating, Ventilation, Air Conditioning, Heat and Gas Supply of the Prydnipravska State Academy of Civil Engineering and Architecture. E-mail: hyaprok@gmail.com, ORCID: 0000-0003-4964-5785.

Irodov Vyacheslav Fedorovych – Doctor of Technical Sciences, Professor at the Department of Information Technologies of the Dnipro Technological University “Step”. E-mail: vfirodov@i.ua, ORCID: 0000-0001-8772-9862.

Дата першого надходження статті до видання: 30.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 06.05.2026

Дата публікації (оприлюднення) статті: 01.07.2026



Стаття поширюється на умовах ліцензії
відкритого доступу (CC BY 4.0)