

ІНТЕГРАЛЬНА ОЦІНКА ОРІЄНТАЦІЙНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ВУЛИЧНОЇ МЕРЕЖІ ДЛЯ ПРОЄКТУВАННЯ МАГІСТРАЛЬНИХ ВОДОПРОВОДІВ

У статті розглянуто актуальну науково-прикладну задачу підвищення ефективності проєктування магістральних водопровідних мереж шляхом урахування просторової структури вуличної мережі населеного пункту. Показано, що традиційні підходи до трасування інженерних комунікацій недостатньо враховують глобальні орієнтаційні властивості міських мереж, що може призводити до неоптимальних технічних рішень. У зв'язку з цим запропоновано новий метод визначення домінуючих напрямків вуличної мережі, який базується на використанні апарату теорії графів і геометричного аналізу просторових структур.

Вуличну мережу представлено у вигляді просторового графа, де вершини відповідають вузлам (перехресттям), а ребра – ділянкам вулиць із заданими координатами. Для кожного ребра визначаються його довжина та кут орієнтації відносно фіксованої осі, що дозволяє одночасно враховувати метричні та напрямні характеристики мережі. З метою усунення впливу зовнішнього контуру здійснюється виділення підмножини внутрішніх ребер, що забезпечує більш коректну оцінку структури мережі.

Ключовим елементом запропонованого підходу є введення інтегральної геометричної характеристики, яка описує розподіл сумарної довжини елементів мережі за напрямками. На практиці ця характеристика реалізується шляхом дискретизації кутового простору та агрегування довжин ребер у відповідних інтервалах. Отримана функція інтерпретується як орієнтаційний спектр мережі, максимуми якого відповідають домінуючим напрямкам.

Проведено аналіз точності та стійкості методу з урахуванням похибок визначення координат, довжин і кутів, а також впливу дискретизації. Показано, що агрегований характер інтегральної характеристики забезпечує статистичну стійкість результатів, а сам метод є інваріантним до масштабування та паралельного перенесення системи координат. Встановлено, що точність визначення домінуючих напрямків залежить від вибору кроку дискретизації, що потребує обґрунтованого підбору при практичному застосуванні.

Запропонований підхід дозволяє перейти від локального аналізу окремих елементів до інтегральної оцінки геометричної структури вуличної мережі. Це створює науково обґрунтовану основу для оптимізації трасування магістральних водопровідних систем та підвищення надійності інженерної інфраструктури в умовах складної урбаністичної організації.

Ключові слова: магістральні водопровідні мережі, вулична мережа, просторові мережі, теорія графів, геометричний аналіз, домінуючі напрямки, орієнтаційний спектр, оптимізація трасування, інженерна інфраструктура, міські мережі.

INTEGRAL ASSESSMENT OF STREET NETWORK ORIENTATION FOR TRUNK WATER SUPPLY SYSTEM PLANNING

This paper addresses the relevant scientific and engineering problem of improving the efficiency of trunk water supply network design by incorporating the spatial structure of an urban street network. It is shown that traditional approaches to routing engineering communications often neglect the global orientation properties of urban networks, which may lead to suboptimal design solutions. In this context, a novel method for determining the dominant directions of a street network is proposed, based on graph theory and geometric analysis of spatial structures.

The street network is represented as a spatial graph, where vertices correspond to nodes (intersections), and edges represent street segments defined by their geometric coordinates. For each edge, both its length and orientation angle relative to a reference axis are determined, allowing simultaneous consideration of metric and directional properties. To eliminate the influence of the external boundary, a subset of internal edges is selected, ensuring a more accurate representation of the intrinsic network structure.

The core of the proposed approach is the introduction of an integral geometric characteristic that describes the distribution of the total edge length with respect to orientation. In practice, this characteristic is implemented through discretization of the angular space and aggregation of edge lengths within corresponding intervals. The resulting function can be interpreted as an orientation spectrum of the network, where local or global maxima correspond to dominant directions.

An analysis of the method's accuracy and robustness is carried out, taking into account errors in coordinate measurements, edge lengths, orientation angles, and discretization procedures. It is demonstrated that the aggregated nature

of the integral characteristic ensures statistical stability, while the method itself is invariant to translation and scaling transformations. It is also established that the accuracy of determining dominant directions depends on the selected discretization step, which must be carefully chosen in practical applications.

The proposed method enables a transition from local analysis of individual elements to an integral assessment of the geometric structure of street networks. This provides a scientifically grounded basis for optimizing the routing of trunk water supply systems and enhancing the reliability and efficiency of urban engineering infrastructure.

Keywords: *trunk water supply networks, street network, spatial networks, graph theory, geometric analysis, dominant directions, orientation spectrum, routing optimization, engineering infrastructure, urban networks.*

Постановка проблеми

Проектування магістральних водопровідних мереж (МВМ) є однією з ключових інженерних задач у сфері забезпечення сталого функціонування міської інфраструктури. Ефективність водопостачання безпосередньо залежить від раціональності просторового розміщення трубопроводів, їхньої протяжності, топологічної структури та узгодженості з існуючою вуличною мережею. Сучасні урбаністичні системи формуються як складні просторові мережі, які характеризуються високим рівнем неоднорідності, ієрархічності та геометричної складності [1; 2].

Вуличні мережі міст доцільно розглядати як просторові графи, що поєднують топологічні та геометричні характеристики. Такий підхід дозволяє враховувати не лише зв'язність елементів мережі, але й їхню просторову орієнтацію, довжини та взаємне розташування. Геометрія вуличної мережі істотно впливає на ефективність прокладання інженерних комунікацій, визначаючи їхню довжину, гідравлічні характеристики та надійність функціонування [3].

У сучасних підходах широко застосовуються методи оптимізації, спрямовані на мінімізацію вартості будівництва та експлуатації, а також на підвищення надійності систем [4; 5]. Значну роль відіграють також моделі, засновані на теорії складних мереж, які дозволяють аналізувати системи водопостачання як цілісні об'єкти з великою кількістю взаємопов'язаних елементів [6]. Водночас більшість існуючих методів орієнтована переважно на локальні характеристики мережі, такі як окремі вузли або ділянки трубопроводів, і не враховує глобальні властивості просторової структури вуличної мережі.

Для регулярних (сіткових) структур характерна наявність чітко виражених домінуючих напрямків, тоді як для нерегулярних мереж спостерігається більш рівномірний розподіл орієнтацій. Незважаючи на це, у практиці проектування МВМ такі властивості, як правило, не враховуються або враховуються лише частково, що обмежує можливості оптимізації трасування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Аналіз сучасних досліджень свідчить, що вуличні мережі ефективно описуються за допомогою апарату теорії графів та просторових мереж [7]. Важливим напрямком є використання центральнісних характеристик для аналізу транспортних та інженерних мереж. У роботі [8] досліджуються центральнісні характеристики просторових мереж, а в роботі [9] – структурні властивості планарних графів, що відповідають урбаністичним структурам.

У сфері водопостачання широко застосовуються оптимізаційні підходи до проектування мереж [10]. Однак питання визначення домінуючих напрямків вуличної мережі як основи для трасування МВМ залишається недостатньо дослідженим.

Мета дослідження

Метою дослідження є розроблення та обґрунтування методу визначення домінуючих напрямків вуличної мережі на основі її геометричних і топологічних характеристик з метою підвищення ефективності трасування магістральних водопровідних мереж шляхом урахування глобальних орієнтаційних властивостей просторової структури міської мережі.

Виклад основного матеріалу дослідження

Вулична мережа населеного пункту розглядається як просторовий граф $G = (V, E)$, де множина вершин V відповідає вузлам (перехрестям), а множина ребер E – ділянкам вуличної мережі. Кожне ребро задається парою точок $e_i = (P_n, P_k)$, де координати вершин визначаються як $P_n = (x_n, y_n)$, $P_k = (x_k, y_k)$. Такий підхід узгоджується з сучасними методами аналізу просторових мереж, де геометричні та топологічні характеристики розглядаються одночасно.

Для кожного ребра вводиться його метрична характеристика – довжина, що визначається як евклідова норма:

$$\rho_i = \sqrt{(x_k - x_n)^2 + (y_k - y_n)^2}. \quad (1)$$

Ця величина відображає вклад окремого елемента мережі у її загальну геометричну структуру. Водночас для аналізу орієнтаційних властивостей мережі вводиться кут нахилу ребра відносно осі OX , який доцільно визначати через функцію двоаргументного арктангенса:

$$\gamma_i = \text{atan2}(y_k - y_n; x_k - x_n), \quad (2)$$

що забезпечує однозначне визначення кута в інтервалі $(-\pi, \pi]$ та дозволяє враховувати напрямленість відрізків.

З метою виключення впливу зовнішнього контуру мережі, який може спотворювати оцінку її внутрішньої структури, виділяється підмножина внутрішніх ребер $Q \subset E$, яка визначається як доповнення множини ребер зовнішнього контуру K , тобто $Q = E \setminus K$. Виділення зовнішнього контуру здійснюється за допомогою алгоритму обходу, що базується на послідовному виборі ребра з максимальним кутом відносно фіксованого напрямку, що гарантує побудову замкненого контуру за скінченне число кроків.

Основною ідеєю запропонованого методу є побудова інтегральної геометричної характеристики мережі, яка враховує розподіл довжин ребер за їх орієнтацією. Для цього вводиться функція

$$r(\gamma) = \sum_{i=1}^M \rho_i \delta(\gamma - \gamma_i), \quad (3)$$

де $\delta(\cdot)$ – узагальнена функція Дірака, а M – кількість внутрішніх ребер. Така форма запису є теоретичною і відображає ідею концентрації довжин у певних напрямках.

На практиці, з урахуванням дискретності даних, використовується згрупована форма цієї залежності. Нехай множина значень кутів γ_i розбивається на інтервали або кластери G_j , що відповідають близьким напрямкам. Тоді інтегральна характеристика набуває вигляду:

$$r_j = \sum_{i \in G_j} \rho_i, \quad (4)$$

де r_j є сумарною довжиною всіх ребер, орієнтованих у межах j -го інтервалу. Таким чином, функція $r(\gamma)$ фактично відображає розподіл геометричної «маси» мережі за напрямками.

Побудована залежність $r(\gamma)$ може бути інтерпретована як орієнтаційний спектр мережі, подібно до спектральних характеристик у теорії складних систем [2, 6]. Наявність локальних максимумів цієї функції відповідає напрямкам, у яких зосереджена найбільша сумарна довжина елементів мережі. Відповідно, домінуючі напрямки визначаються як аргументи глобальних або локальних максимумів:

$$\gamma^* = \arg \max_{\gamma} r(\gamma). \quad (5)$$

Застосування запропонованого підходу до різних типів вуличних мереж показує його узгодженість із відомими закономірностями урбаністичних структур. Зокрема, для регулярних (сіткових) мереж функція $r(\gamma)$ має два виражені максимуми, що відповідають ортогональним напрямкам, тоді як для нерегулярних мереж спостерігається більш рівномірний розподіл значень без чітко виражених піків.

Таким чином, запропонований метод дозволяє перейти від локального аналізу окремих елементів до інтегральної оцінки геометричної структури мережі. Це створює підґрунтя для обґрунтованого вибору напрямків трасування магістральних водопровідних систем з урахуванням глобальних властивостей вуличної мережі, що є важливим кроком у підвищенні ефективності інженерного проектування.

Запропонований метод визначення домінуючих напрямків вуличної мережі базується на геометричних характеристиках її елементів, зокрема довжинах ребер ρ_i та їх орієнтаціях γ_i . У зв'язку з цим точність результатів визначається якістю вихідних даних та обраною процедурою їх обробки. Основними джерелами похибок є: неточність координат вершин, дискретизація кутового простору, а також похибки при виділенні зовнішнього контуру мережі.

Нехай координати вузлів задані з похибкою Δx , Δy . Тоді похибка визначення довжини ребра може бути оцінена як:

$$\Delta \rho_i \approx \frac{1}{\rho_i} ((x_k - x_n) \Delta x + (y_k - y_n) \Delta y). \quad (6)$$

Це свідчить про те, що відносна похибка довжини є меншою для довгих ребер, що позитивно впливає на стабільність інтегральної характеристики.

Похибка визначення кута орієнтації γ_i може бути оцінена через похідні функції atan2:

$$\Delta \gamma_i \approx \frac{(x_k - x_n) \Delta y - (y_k - y_n) \Delta x}{(x_k - x_n)^2 + (y_k - y_n)^2}. \quad (7)$$

З цієї залежності випливає, що похибка кута є обернено пропорційною квадрату довжини ребра, тобто короткі елементи мережі є більш чутливими до геометричних похибок.

Агрегована функція

$$r_j = \sum_{i \in G_j} \rho_i \quad (8)$$

є сумою великої кількості доданків, тому згідно з центральною граничною теоремою випадкові похибки частково компенсуються, що забезпечує її статистичну стійкість [2, 6]. Відповідно, відносна похибка r_j може бути оцінена як:

$$\frac{\Delta r_j}{r_j} \approx \frac{\sqrt{\sum (\Delta \rho_i)^2}}{\sum \rho_i}, \quad (9)$$

що зменшується зі збільшенням кількості елементів у групі G_j .

Окрему роль відіграє дискретизація кутового простору. Нехай інтервал групування становить $\Delta \gamma$. Тоді похибка визначення положення максимуму функції $r(\gamma)$ не перевищує:

$$\Delta \gamma^* \leq \frac{\Delta \gamma}{2}. \quad (10)$$

Це означає, що точність визначення домінуючих напрямків прямо залежить від вибраного кроку дискретизації. Зменшення $\Delta \gamma$ підвищує точність, але водночас може призводити до зростання шуму внаслідок зменшення кількості елементів у кожній групі.

Чутливість методу до змін вхідних параметрів можна оцінити через варіацію функції $r(\gamma)$:

$$\delta r_j = \sum_{i \in G_j} \delta \rho_i + \sum_{i \in G_j} \rho_i \delta(\gamma - \gamma_i). \quad (11)$$

Аналіз цієї залежності показує, що зміни довжин ребер впливають на амплітуду функції, тоді як зміни кутів можуть призводити до зміщення максимумів. При цьому для мереж із чітко вираженими напрямками (наприклад, регулярних) навіть значні варіації окремих параметрів не призводять до зміни положення глобальних максимумів, що свідчить про високу стійкість методу.

Додатково проведений аналіз показує, що метод є інваріантним до паралельного перенесення системи координат та масштабування, оскільки відносні орієнтації та співвідношення довжин зберігаються.

Таким чином, запропонований метод характеризується високою стійкістю до випадкових похибок вихідних даних та дозволяє надійно визначати домінуючі напрямки навіть у разі наявності шуму в геометричних параметрах. Найбільш суттєвим фактором, що впливає на точність результатів, є вибір параметра дискретизації Δu , що має враховуватись при практичному застосуванні методу.

Висновки

У роботі запропоновано метод визначення домінуючих напрямків вуличної мережі на основі її подання у вигляді просторового графа та використання інтегральної геометричної характеристики розподілу довжин ребер за напрямками. Показано, що така характеристика може бути інтерпретована як орієнтаційний спектр мережі, максимуми якого відповідають її домінуючим напрямкам.

Встановлено, що запропонований підхід забезпечує перехід від локального аналізу окремих елементів до інтегральної оцінки геометричної структури мережі. Метод характеризується стійкістю до випадкових похибок вихідних даних та інваріантністю до масштабування і паралельного перенесення, що підтверджує його універсальність для різних типів вуличних мереж.

Практичне значення полягає у можливості використання отриманих результатів для оптимізації трасування магістральних водопровідних мереж, що сприяє підвищенню ефективності та надійності інженерної інфраструктури. Перспективи подальших досліджень пов'язані з урахуванням додаткових параметрів мережі та інтеграцією методу з оптимізаційними моделями.

Список використаної літератури

1. Batty M. *The New Science of Cities*. Cambridge: MIT Press, 2013. <https://doi.org/10.7551/mitpress/9399.001.0001>
2. Barthélemy M. Spatial networks. *Physics Reports*. 2011. Vol. 499, Is. 1–3. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2010.11.002>
3. Porta S., Crucitti P., Latora V. The network analysis of urban streets: A primal approach. *Environment and Planning B: Planning and Design*. 2006. Vol. 33, Is. 5. 705-725 <https://doi.org/10.1068/b32045>
4. Gastner, M. T., Newman, M. E. J. (2006). Optimal design of spatial distribution networks. *Physical Review E*, 74. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.74.016117>
5. Haghghi A., Samani H., Samani Z. GA-ILP Method for Optimization of Water Distribution Networks. *Water Resources Management*. 2011. Vol. 25, Is. 7. P. 1791–1808. <https://doi.org/10.1007/s11269-011-9775-4>
6. Yazdani A., Jeffrey P. Complex network analysis of water distribution systems. *Chaos*. 2011. Vol. 21. <https://doi.org/10.1063/1.3540339>
7. Masucci A. P., Smith D., Crooks A., Batty M. Random planar graphs and the London street network. *The European Physical Journal B*. 2009. <https://doi.org/10.1140/epjb/e2009-00290-4>
8. Crucitti P., Latora V., Porta S. Centrality measures in spatial networks. *Physical Review E*. 2006. Vol. 73, Is. 3. DOI: 10.1103/PhysRevE.73.036125
9. Cardillo A., Scellato S., Latora V., Porta S. Structural properties of planar graphs of urban street patterns. *Physical Review E*. 2006. Vol. 73, Is. 6. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.73.066107>
10. Todini E. Loop network design. *Urban Water*. 2000. Vol. 2, Is. 2. P. 115–122. [https://doi.org/10.1016/S1462-0758\(00\)00049-2](https://doi.org/10.1016/S1462-0758(00)00049-2)

References

1. Batty, M. (2013). *The New Science of Cities*. MIT Press. <https://doi.org/10.7551/mitpress/9399.001.0001> [in English].
2. Barthélemy, M. (2011). Spatial networks. *Physics Reports*, 499(1–3), 1–101. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2010.11.002> [in English].
3. Porta, S., Crucitti, P., & Latora, V. (2006). The network analysis of urban streets: A primal approach. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 33(5), 705–725. <https://doi.org/10.1068/b32045> [in English].
4. Gastner, M. T., & Newman, M. E. J. (2006). Optimal design of spatial distribution networks. *Physical Review E*, 74, 016117. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.74.016117> [in English].
5. Haghighi, A., Samani, H., & Samani, Z. (2011). GA-ILP method for optimization of water distribution networks. *Water Resources Management*, 25(7), 1791–1808. <https://doi.org/10.1007/s11269-011-9775-4> [in English].
6. Yazdani, A., & Jeffrey, P. (2011). Complex network analysis of water distribution systems. *Chaos*, 21, 01611. <https://doi.org/10.1063/1.3540339> [in English].
7. Masucci, A. P., Smith, D., Crooks, A., & Batty, M. (2009). Random planar graphs and the London street network. *The European Physical Journal B*. <https://doi.org/10.1140/epjb/e2009-00290-4> [in English].
8. Crucitti, P., Latora, V., & Porta, S. (2006). Centrality measures in spatial networks. *Physical Review E*, 73(3). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.73.036125> [in English].
9. Cardillo, A., Scellato, S., Latora, V., & Porta, S. (2006). Structural properties of planar graphs of urban street patterns. *Physical Review E*, 73(6). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.73.066107> [in English].
10. Todini, E. (2000). Loop network design. *Urban Water*, 2(2), 115–122. [https://doi.org/10.1016/S1462-0758\(00\)00049-2](https://doi.org/10.1016/S1462-0758(00)00049-2) [in English].

Усенко Ірина Сергіївна – к.т.н., доцент кафедри будівництва та цивільної інженерії Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». E-mail: irina__usenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-6217-4423.

Usenko Iryna Serhiivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Construction and Civil Engineering of the National University “Yuriy Kondratyuk Poltava Polytechnic”. E-mail: irina__usenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-6217-4423.

Дата першого надходження статті до видання: 26.03.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 07.05.2026

Дата публікації (оприлюднення) статті: 01.07.2026



Стаття поширюється на умовах ліцензії відкритого доступу (CC BY 4.0)