УДК 004.942

І.М. ГВОЗДЕВА, В.Ф. МИРГОРОД
Національний університет «Одеська морська академія»

ЕКВІВАЛЕНТНІ ФОРМИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСІВ КЕРОВАНОЇ ЗМІНИ СТАНУ СИЛОВИХ І ЕНЕРГЕТИЧНИХ УСТАНОВОК

Стан силових і енергетичних установок визначається зміною багатовимірної сукупності вихідних змінних та зовнішніх збурень, які пов'язані між собою складними співвідношеннями, що відповідають інтенсивним процесам перетворення енергії та матеріальних потоків. Не для всіх таких процесів відомі фізичні закони перетворення, і тому застосовуються теоретичні та емпіричні математичні моделі. Особливості процесів керованої зміни стану силових і енергетичних установок потребують комп'ютерної реалізації таких математичних моделей у реальному часі, оскільки важлива сукупність вихідних змінних не може бути безпосередньо виміряною, або потребує складних технічних рішень для таких вимірювань. Зокрема, для силових і енергетичних установок, що побудовані на основі газотурбінних двигунів, не може бути безпосередньо вимірювана тяга, температура газів перед турбіною, наявна потужність та інше. До вихідних змінних, отримання яких потребує складних і витратних технічних рішень належить, зокрема, крутний момент для турбовальних газотурбінних двигунів. Але такі змінні використовуються в сучасних ефективних програмах регулювання і тому потребують отримання в реальному часі, що може бути досягнуто тільки шляхом застосування відповідних математичних моделей у вигляді віртуальних вимірювальних каналів. Вимоги до таких математичних моделей, зазвичай, складаються в їх адекватності та можливості комп'ютерної реалізації. Щодо адекватності, розуміється, що похибки віртуальних вимірювальних каналів повинні бути сумірними з похибками фізично реалізованих. Щодо комп'ютерної реалізації, час отримання вихідних даних за такими каналами не повинен перевищувати run time, тобто час видачі управляючої дії на об'єкт керування. Тому дослідження, що спрямовані на побудову нових класів математичних моделей зміни стану силових і енергетичних установок та їх еквівалентних перетворень мають непересічну практичну значимість.

З іншої сторони, класичні і широко застосовувані математичні моделі простору стану силових і енергетичних установок мають значні обмеження щодо їх комп'ютерної реалізації. Тому такі дослідження мають також теоретичне значення для встановлення фундаментальних властивостей систем керування, а саме, сталості, керованості та спостережуваності.

Ключові слова: математична модель; силові і енергетичні установки; еквівалентні перетворення; спостерігач стану; інтегральні рівняння.

I.M. HVOZDEVA ,V.F. MYRHOROD
National University "Odesa Maritime Academy"

EQUIVALENT FORMS OF MATHEMATICAL MODELS OF PROCESSES OF CONTROLLED CHANGE OF THE STATE OF POWER AND ENERGY INSTALLATIONS

The state of power and energy installations is determined by a change in a multidimensional set of output variables and external disturbances, which are interconnected by complex relationships corresponding to intensive processes of energy transformation and material flows. Not all such processes have known physical laws of transformation, and therefore theoretical and empirical mathematical models are used. The peculiarities of the processes of the controlled state change of power and energy installations require the computer implementation of such mathematical models in real time, since an important set of output variables cannot be directly measured, or require complex technical solutions for such measurements. In particular, for power and energy installations built on the basis of gas turbine engines, thrust, gas temperature in front of the turbine, available power, etc. cannot be directly measured. The output variables, the obtaining of which requires complex and expensive technical solutions, include, in particular, the torque for turboshaft gas turbine engines. But such variables are used in modern effective regulation programs and need to be obtained in real time, which can be achieved only by applying appropriate mathematical models in the form of virtual measuring channels. The requirements for such mathematical models usually consist in their adequacy and the possibility of computer implementation. Regarding adequacy, it is understood that the errors of virtual measuring channels should be commensurate with the errors of physically implemented ones. Regarding the computer implementation, the time of receiving output data through such channels should not exceed the run time, that is, the time of issuing a control action to the control object. Therefore, research aimed at building new classes of mathematical models of changes in the state of power and energy installations and their equivalent transformations is of great practical importance.

On the other hand, classical and widely used mathematical models of the state space of power and energy installations have significant limitations regarding their computer implementation. Therefore, such studies are also of theoretical importance for establishing the fundamental properties of control systems, namely, stability, controllability, and observability.

Keywords: mathematical model; power and energy installations; equivalent transformations; status monitor; integral equations.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2022-5-2-4

Постановка проблеми

Побудова математичних моделей (ММ) процесів керованої зміни стану силових і енергетичних установок становила важливу науково-прикладну проблему спочатку для здійснення етапів проектування, випробувань та верифікації відповідних систем керування такими об'єктами.

Необхідність налагодження таких систем керування наперед складним і вартісним етапом стендових випробувань обумовила створення напівнатурних стендів-імітаторів, які застосовували деякі спрощені нелінійні ММ статики та лінійні ММ динаміки.

З розвитком енергоефективних технологій удосконалення об'єктів керування виникла необхідність реалізації програм керування такими об'єктами за вихідними змінними, які не можуть бути безпосередньо виміряними в реальному часі. Єдиним можливим засобом отримання таких змінних є засоби математичного та комп'ютерного моделювання. Але ММ керованої зміни стану силових і енергетичних установок, які були придатні на етапах проектування, не відповідають вимогам реального часу при їх комп'ютерній реалізації.

Тому відшукання нових форм математичного опису вказаних процесів, які мають переваги щодо обчислювальних розв'язків, становить актуальну та важливу науково-прикладну проблему.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Створення математичних моделей процесів керованої зміни стану силових і енергетичних установок, зокрема, побудованих на основі газотурбінних двигунів (ГТД), розглядаються в [1–12]. Обґрунтування нових форм математичного опису вказаних процесів, які мають переваги щодо обчислювальних розв'язків, розглядаються в [13–14]. Згідно стандарту SAE AIR4548 модель двигуна у реальному часі визначається як комп'ютерна програма з перехідними характеристиками, такими, що вихідні дані двигуна генеруються зі швидкістю, що сумірна із реакцією фізичної системи, яку вона представляє.

Однак проблемні завдання щодо встановлення еквівалентних форм математичного опису процесів керованої зміни стану силових і енергетичних установок, що відповідають вимогам вказаного стандарту, ще досить далекі від свого вирішення.

Мета дослідження

Метою роботи є побудова нових класів математичних моделей зміни стану силових і енергетичних установок та їх еквівалентних перетворень, які мають переваги щодо реалізації обчислювальних розв'язків у реальному часі.

Викладення основного матеріалу досліджень

1. Математичні моделі траєкторій власних значень процесів керованої зміни стану силових і енергетичних установок

Математичні моделі процесів керованої зміни стану силових і енергетичних установок (СіЕУ), що запропоновані у формі Гаммерштейна [13] для зменшення обчислювальної складності, є моделями простору стану, що відкриває можливості для дослідження їх фундаментальних властивостей (стійкості, керованості та спостережуваності) на основі відомих критеріїв. Особливістю таких моделей є параметризація матриць відомої форми рівнянь простору стану щодо режимної змінної, що є аргументом при завданні статичних характеристик (СХ). Виходячи з [13], математична модель у формі Гаммерштейна (ММГ) має вигляд:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\vec{x}}{dt} &= A(s)\left[\vec{x} - \vec{x}_{st}(s)\right] + B(s)\Delta\vec{u} \\ \Delta\vec{y} &= C(s)\left[\vec{x} - \vec{x}_{st}(s)\right] + D(s)\Delta\vec{u} \end{aligned}\right\}. \tag{1}$$

де $\vec{x}_{st}$, $\vec{y}_{st}$ – відомі нелінійні функції режимної змінної, що визначають вигляд СХ. Якщо елементи матриць (1) апроксимовані деякими многочленами від режимної змінної, то зазначені

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2022-5-2-4

матриці є λ-матрицями , де $\lambda = s$. Згідно теорії λ-матриць, якщо супроводжуюча матриця характеристичного полінома $A(\lambda)$ є регулярною матрицею, тобто, якщо виконується умова:

$$\det\left[A(\lambda)\right] \neq 0, \ \ \forall\lambda \in R,$$

то вона еквівалентна діагональній матриці з елементами, які є інваріантними многочленами $A(\lambda)$.

Якщо розглянути траєкторну задачу на власні значення матриці $A(\lambda)$, то її розв'язок дає можливість представити (1) в модальній формі. Фундаментальні властивості ММГ (1) трактуються на основі:

– траєкторій власних значень, що визначаються рівнянням

$$\det\left[pE - A(s)\right] = 0,$$

– показників обумовленості матриць $V(s)^{-1} A(s)$ і $C(s)V(s)$, де $V(s)$ – матриця власних векторів $A(s)$.

Запропонована модель траєкторій власних значень СіЕУ має вигляд

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\vec{\nu}}{dt} &= \Lambda(s)\vec{\nu} - V^{-1}(s)A(s)\vec{x}_{st}(s) + V^{-1}(s)B(s)\Delta\vec{u} \\ \Delta\vec{y} &= C(s)V(s)\vec{\nu} - C(s)\vec{x}_{st}(s) + D(s)\Delta\vec{u} \end{aligned}\right\}, \tag{2}$$

де $\vec{\nu} = V(s)\vec{x}.$

Математична модель (2) узагальнює ММ Лейбова Р.Л. невизначених власних значень і дозволяє вирішити такі завдання:

– встановити фактичні запаси стійкості на різних режимах;

– дослідити режими біфуркацій траєкторій власних значень (перехід від дійсних значень до комплексно-сполучених);

– оцінити керованість та спостережуваність на різних режимах.

Зокрема, якщо відбувається біфуркація траєкторій власних значень, тобто перехід від пари дійсних коренів характеристичного рівняння до комплексно-сполучених, такий перехід можливий лише через кратний корінь. Як показує практика моделювання СіЕУ на базі газотурбінних двигунів (ГТД), зазначений перехід відбувається після спрацьовування клапанів перепуску повітря, при якому можливі, а також спостерігалися насправді, тимчасова втрата запасів газодинамічної стійкості, автоколивання та помпаж двигуна. Дослідження траєкторій власних значень дає можливість використовувати під час створення алгоритмів керованої зміни стану СіЕУ відомі методи.

2. Подання математичних моделей процесів керованої зміни та контролю стану силових і енергетичних установок у вигляді інтегральних рівнянь

Відомо [14], що ММ у вигляді інтегральних рівнянь (ІР) мають ряд важливих переваг при обчислювальній реалізації. Важливим завданням є встановлення взаємозв'язку та методів еквівалентних перетворень інтегральних (у вигляді ІР) та ММ у вигляді диференціальних рівнянь. Ідею пропонованого підходу до таких еквівалентних перетворень розглянемо на прикладі системи, опис входу-виходу якої має вигляд оператора Вольтерри

$$y(t) = V_r\left\{f(t)\right\} = \int_a^t r(t,s)f(s)\,ds, \tag{3}$$

де ядро інтегрального оператора є функцією перехідної системи.

Якщо задано диференціальне рівняння (ДР) відносно $y(t)$ з правою частиною у вигляді $f(t)$, або диференціального оператора від $f(t)$, то співвідношення (3) може бути отримано відомими способами.

Пропонується ввести сигнал похибки (нев'язки) у вигляді

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2022-5-2-4

$$e(t) = y(t) - f(t) = -f(t) + \int_a^t R(t,s) f(s)\, ds. \tag{4}$$

Співвідношення (4) є розв'язком ІР Вольтерри другого роду наступного виду

$$e(t) = -f(t) + V_k\{e(t)\} = -f(t) + \int_a^t K(t,s) e(s)\, ds. \tag{5}$$

Тому ІР (5) є еквівалентним поданням динамічної системи, заданої співвідношенням (3). Із (3), (4), (5) випливає відоме ІР, яке пов'язує ядро та резольвенту

$$k(t,s) = r(t,s) + \int_s^t r(t,\lambda) k(\lambda,s)\, d\lambda. \tag{6}$$

Для розв'язуваних завдань пропонований підхід до еквівалентних перетворень застосовано до ММГ. Математична модель (1) може бути еквівалентно представлена у наступному вигляді

$$\left.\begin{aligned} \Delta\vec{x} &= -\vec{x}_{st} + \int_0^t K(t,s)\Delta\vec{x}(s)\, ds \\ \vec{y} &= \vec{y}_{st} + C\Delta\vec{x} \end{aligned}\right\}. \tag{7}$$

де $K(t,s)$ – перехідна матриця розімкнутої моделі.

Інтегральне рівняння (7) має наступний резольвентний розв'язок:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\vec{x} &= -\vec{x}_{st} + \int_0^t R(t,s)\vec{x}_{st}(s)\, ds \\ \vec{y} &= \vec{y}_{st} + C\Delta\vec{x} \end{aligned}\right\}, \tag{8}$$

де $R(t,s)$ – перехідна матриця моделі замкнутої системи.

Як це випливає з (8), функції СХ, які різні для різних класів СіЕУ, є правою частиною пропонованих ММ у вигляді ІР, тому для реалізації таких ММ необхідно знайти розв'язок ІР для резольвенти.

Пропонований підхід має досить загальний характер і лише у разі лінійних стаціонарних систем (якщо матриці в ММГ мають постійні коефіцієнти) ядро та відповідна резольвента мають вигляд суперпозицій експоненційних функцій. У прикладних завданнях такі функції можуть мати досить складний вигляд, і якщо задовольняються умови застосування операційного методу [14], то розв'язок рівняння (7) дозволяє встановити зображення і потім – саму резольвенту. Подальший розв'язок ІР може бути виконаний на основі обчислювальних методів оцінки інтегралу правої частини.

ММ у вигляді ІР перспективні для побудови моделей оцінки стану, оскільки їх обчислювальна реалізація досить добре вивчена та розроблені відповідні програмні засоби [14].

3. Математичні моделі оцінки координат стану силових і енергетичних установок

Пропонована ММГ у вигляді (1) допускає розв'язання задачі оцінки стану за допомогою наступної математичної моделі:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\vec{x}_m}{dt} &= A_m(\vec{x}_m - \vec{x}_{stm}) + B_m\Delta\vec{u} + K(\Delta\vec{y} - \Delta\vec{y}_m) \\ \Delta\vec{y}_m &= \vec{y}_m - \vec{y}_{stm} = C_m(\vec{x}_m - \vec{x}_{stm}) + D_m\Delta\vec{u} \end{aligned}\right\}, \tag{9}$$

де індекс *m* позначає належність змінних та матриць моделі.

За умови точного відтворення у (9) моделей статики та динаміки, (тобто рівності однойменних матриць, а також виконання умов $\vec{x}_{stm} = \vec{x}_{st}$, $\vec{y}_{stm} = \vec{y}_{st}$), рівняння помилки спостереження записується наступним чином

$$\frac{d}{dt}(\vec{x} - \vec{x}_m) = (A - KC)(\vec{x} - \vec{x}_m), \tag{10}$$

де матриця K вибирається за заданими вимогами, наприклад, часу навчання. Зокрема, якщо матрицю K вибрати з умови кратності власних значень матриці $A - KC$, то математична

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2022-5-2-4

модель оцінки стану матиме мінімальний час навчання (форма Льюінберга). Так як набори матриць A і C заздалегідь відомі, то таке завдання може бути заздалегідь вирішене для кожного з режимів в околиці робочих точок..

Як це випливає з (9), (10), характеристики точності математичної моделі оцінки стану визначаються відповідністю її параметрів у вигляді ММГ реальним параметрам СіЕУ, особливо у виду СХ. Насправді така відмінність завжди є, оскільки СХ визначаються в процесі стендових випробувань та їх одержання супроводжують помилки вимірювання, варіації режимної змінної та інші випадкові фактори.

Подаємо результати таких вимірювань у вигляді

$$\left.\begin{aligned}\vec{x}_{st} &= \vec{x}_{sts} + \delta\vec{x}_{st}\\ \vec{y}_{st} &= \vec{y}_{st} + \delta\vec{y}_{st}\end{aligned}\right\},$$

де $\vec{x}_{sts}$, $\vec{y}_{sts}$ – відомі детерміновані функції режимної змінної, $\delta\vec{x}_{st}$, $\delta\vec{y}_{st}$ – незалежні випадкові компоненти, для яких передбачається справедливим припущення про нормальність розподілу з відомими дисперсіями.

Увівши позначення: $\vec{v}_1 = -A\delta\vec{x}_{st}$, $\vec{v}_2 = -C\delta\vec{x}_{st} + \delta\vec{y}_{st}$, отримуємо згідно (1) рівняння ММ у вигляді

$$\left.\begin{aligned}\frac{d\Delta\vec{x}}{dt} &= A\Delta\vec{x} + B\Delta\vec{u} + \vec{v}_1\\ \Delta\vec{y} &= C\Delta\vec{x} + D\Delta\vec{u} + \vec{v}_2\end{aligned}\right\}, \qquad (11)$$

які дозволяють розглядати завдання оцінки стану при корельованих збуреннях, що відповідає фільтру Калмана-Бьюїсі, з наступним розв'язком:

$$K(t) = \left[P(t)C^T + V_{12}\right]V_2^{-1}, \qquad (12)$$

де $P(t)$ – розв'язання матричного рівняння Рікатті

$$\begin{aligned}\frac{dP(t)}{dt} &= \left[A - V_{12}V_2^{-1}C\right]P(t) + P(t)\left[A - V_{12}V_2^{-1}C\right]^T - \\ &- P(t)C^TV_2^{-1}CP(t) + V_1 - V_{12}V_2^{-1}V_{12}^T,\end{aligned} \qquad (13)$$

де V_1, V_2, V_{12} – матриці дисперсій.

Так як матриці, що входять (11) відомі для кожної робочої точки, то розв'язок (13) може бути отриманий заздалегідь. Розглянута математична модель оптимальної оцінки стану реалізується в околиці режиму, для якого коефіцієнти матриць ММГ приймаються постійними. Якщо зазначені умови постійності матриць не дотримуються, слід розглядати математичну модель оптимальної оцінки стану як моделі траєкторій власних значень (1). Такій моделі відповідатиме траєкторне завдання щодо встановлення залежностей власних значень $\lambda_{kn}(s)$ матриці рівняння помилок :

$$\Lambda(s) - V^{-1}(s)K(s)C(s)V(s)$$

у функції від режимної змінної. Вибору підлягають залежності $K(s)$ при заданих обмеженнях на траєкторії $\lambda_{kn}(s)$.

Розширення сфери застосування математичних моделей оцінки стану пропонується використовувати шляхом побудови ММ досліджуваних процесів у вигляді ІР Вольтерра другого виду (5). Структура такої ММ представлена рис. 1.

Центральна частина ММ у вигляді оператора Вольтерри обчислювано реалізується як нерекурсивно-рекурсивний фільтр, де нерекурсивна частина відповідає обчислювальній реалізації інтегрального оператора, а рекурсивній частині відповідає негативний зворотний зв'язок. Крок дискретизації нерекурсивної частини визначає смугу частот моделі, що відтворюються. Рівняння пропонованої ММ оцінки стану мають вигляд

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2022-5-2-4

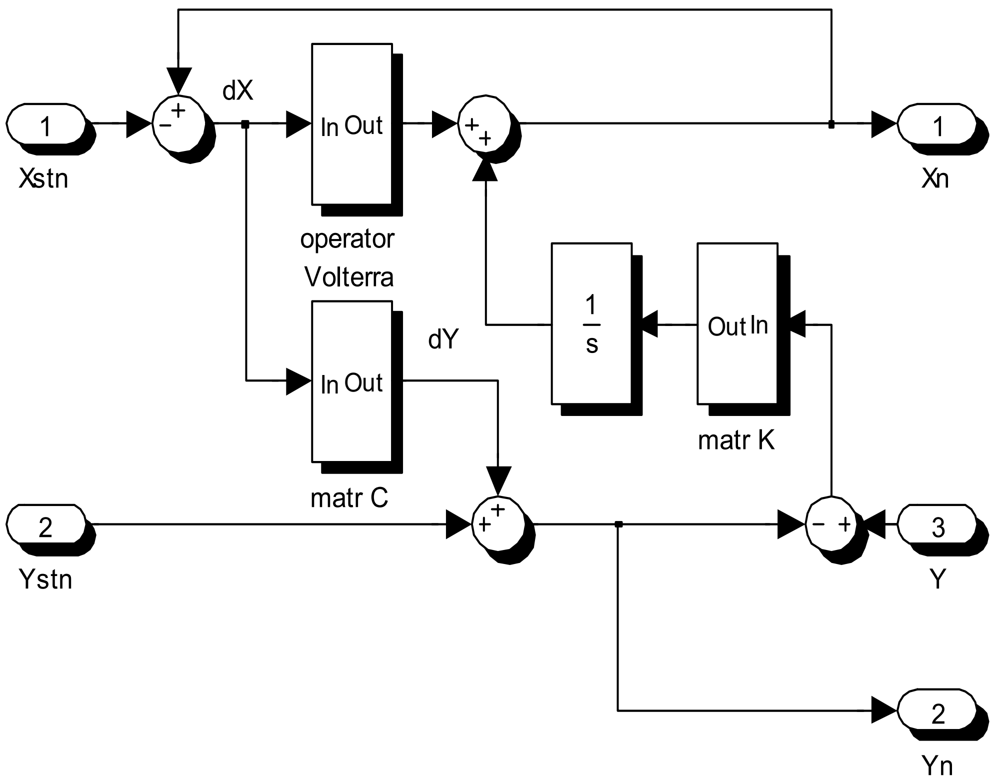

Рис. 1. Схема математичної моделі оцінки стану у вигляді інтегральних рівнянь

$$\left.\begin{aligned}\Delta\vec{x}_m &= -\vec{x}_{st} + \int_a^t K(t,s)\Delta\vec{x}_m(s)\,ds + \int_a^t KC\big(\Delta\vec{x}(s) - \Delta\vec{x}_m(s)\big)\,ds \\ \vec{y}_m &= \vec{y}_{st} + C\Delta\vec{x}_m\end{aligned}\right\}. \qquad (14)$$

Розглянуті ММ оцінки стану, засновані на запропонованому класі моделей у формі Гаммерштейна, є моделями повного порядку. Проте на практиці у побудові таких ММ завжди є необхідність, оскільки частина змінних ММ, наприклад, обороти турбін, безпосередньо вимірюються з високою точністю. Найбільш важливим призначенням запропонованих ММ оцінки стану є оптимальна оцінка змінних і опосередковано вимірюваних (обчислювальних) змінних СіЕУ, а також додаткове резервування вимірювальних каналів.

Висновки

Запропоновано підхід щодо побудови нових класів математичних моделей зміни стану силових і енергетичних установок та їх еквівалентних перетворень, які мають переваги щодо реалізації обчислювальних розв'язків у реальному часі.

Підхід ґрунтується на еквівалентному перетворені вихідних нелінійних моделей простору стану до форми Гаммерштейна, де нелінійна частина відображає статичні характеристики об'єкта, а лінійна частина утворюється шляхом параметризації відповідних матриць градієнтів.

Отримані математичні моделі траєкторій власних значень процесів керованої зміни стану силових і енергетичних установок, подання таких математичних моделей у вигляді інтегральних рівнянь, математичні моделі оцінки координат стану вказаних об'єктів.

Перспективи подальших досліджень полягають у розробці комплексної цифрової моделі керованої зміни стану силових і енергетичних установок реального часу.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2022-5-2-4

Список використаної літератури

1. SAE International. Real-time modeling methods for gas turbine engine performance. Tech. Rep., SAE International, Warrendale, PA, USA, 2013, Report No AIR4548.
2. Seldner K., Mihaloew J. R., Blaha R. J. Generalized simulation technique for turbojet engine system analysis. Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, 1972, Report No NASA-TN-D-6610.
3. Fishbach L. H., Koenig R. W. GENENG-A program for calculating design and off-design performance for turbojet and turbofan engines. Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, 1972, Report No.: NASA-TN-D-6552.
4. Koenig R. W., Fishbach L. H. GENENG II-A program for calculating design and off-design performance of two- and three-spool turbofans with as many as three nozzles. Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, 1972, Report No NASA-TN-D-6553.
5. Szuch J. R., Bruton W. M. Real-time simulation of the TF30-P-3 turbofan engine using a hybrid computer. Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, 1974, Report No. NASA-TM-X-3106.
6. Szuch R., Seldner K. Real-time simulation of F100-PW-100 Turbofan engine using the hybrid computer. Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, 1975, Report No NASA-TM-X-3261.
7. Szuch J. R. Advancements in real-time engine simulation technology. Proceedings of the 18th Joint Propulsion Conference, Boston, MA, USA, July 1982.
8. Yang W. H., Sun J. G. New development of engine real-time modeling technology. *Journal of Aerospace Power*, v. 10, no. 4, pp. 402–406, 1995, in Chinese.
9. Wei Z., Zhang S., Jafari S., Nikolaidis T. Gas turbine aero-engines real time on-board modelling: a review, research challenges, and exploring the future. *Progress in Aerospace Sciences*, v. 121, Article ID 100693, 2020.
10. Fan S. Q. Aircraft Engine Control Xian, Northwestern Polytechnical University Press, X'ian, China, 2008, in Chinese.
11. Gazzetta Junior H., Bringhenti C., Barbosa J. R., Tomita J. T. Real-time gas turbine model for performance simulations. *Journal of Aerospace Technology and Management*, v. 9, no. 3, pp. 346–356, 2017.
12. Yin K., Zhou W. X., Qiao K., Wang H. J. Research on methods of improving real-time performance for aero-engine component-level model. *Journal of Propulsion Technology*, v. 38, no. 1, pp. 199–206, 2017, in Chinese.
13. System technologies for modeling of complex processes / Monograph, edited by prof. A.I. Mikhalyov. Dnipro: NMetAU-CPI System Technologies, 2016. 608 p. ISBN 978-988-2596-19-9
14. Myrhorod V., Hvozdeva I. On One Solution of Volterra Integral Equations. *8th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences* - AMiTaNS'16, AIP Conference Proceedings; 2016, v. 1773, Issue 1, pp. 1-8. DOI: 10.1063/1.4964969

References

1. SAE International. (2013). Real-time modeling methods for gas turbine engine performance. Tech. Rep., SAE International, Warrendale, PA, USA, Report No AIR4548.
2. Seldner, K., Mihaloew, J. R., & Blaha, R. J. (1972). Generalized simulation technique for turbojet engine system analysis. Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, Report No NASA-TN-D-6610.
3. Fishbach, L. H., & Koenig, R. W. (1972). GENENG-A program for calculating design and off-design performance for turbojet and turbofan engines. Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, Report No.: NASA-TN-D-6552.

4. Koenig, R. W., & Fishbach, L. H. (1972). GENENG II-A program for calculating design and off-design performance of two- and three-spool turbofans with as many as three nozzles," Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, Report No NASA-TN-D-6553.
5. Szuch, J. R., & Bruton, W. M. (1974). Real-time simulation of the TF30-P-3 turbofan engine using a hybrid computer," Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, Report No. NASA-TM-X-3106.
6. Szuch, R., & Seldner, K. (1975). Real-time simulation of F100-PW-100 Turbofan engine using the hybrid computer. Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, Report No NASA-TM-X-3261.
7. Szuch, J. R. (1982). Advancements in real-time engine simulation technology. Proceedings of the 18th Joint Propulsion Conference, Boston, MA, USA, July 1982.
8. Yang, W. H., & Sun, J. G. (1995). New development of engine real-time modeling technology. *Journal of Aerospace Power*, **10**, (4), 402–406, in Chinese.
9. Wei, Z., Zhang, S., Jafari, S., & Nikolaidis, T. (2020). Gas turbine aero-engines real time on-board modelling: a review, research challenges, and exploring the future. *Progress in Aerospace Sciences*, **121**, Article ID 100693.
10. Fan, S. Q. (2008). Aircraft Engine Control Xian, Northwestern Polytechnical University Press, X'ian, China, in Chinese.
11. Gazzetta Junior H., Bringhenti, C., Barbosa, J. R., & Tomita, J. T. (2017). Real-time gas turbine model for performance simulations. *Journal of Aerospace Technology and Management*, **9**, (3), 346–356.
12. Yin, K., Zhou, W. X., Qiao, K., & Wang, H. J. (2017). Research on methods of improving real-time performance for aero-engine component-level model. *Journal of Propulsion Technology*, **38**, (1), 199–206, in Chinese.
13. System technologies for modeling of complex processes (2016). Monograph, edited by prof. A.I. Mikhalyov. Dnipro: NMetAU-CPI System Technologies. ISBN 978-988-2596-19-9
14. Myrhorod, V. & Hvozdeva, I. (2016). On One Solution of Volterra Integral Equations. *8th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences* - AMiTaNS'16, AIP Conference Proceedings, **1773**, (1), 1-8. DOI: 10.1063/1.4964969

Гвоздева Ірина Маратівна – д.т.н., професор, завідувач кафедри електрообладнання і автоматики суден Національного університету «Одеська морська академія», e-mail: onopchenko.im@gmail.com@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5797-0559.

Миргород Володимир Федорович – д.т.н., доцент, професор кафедри автоматизації суднових енергетичних установок Національного університету «Одеська морська академія», e-mail: v.f.mirgorod@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8361-1672.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2022-5-2-4