УДК 537.8

Р.С. МУСІЙ, Н.Б. МЕЛЬНИК Національний університет «Львівська політехніка»

ВИЗНАЧЕННЯ І АНАЛІЗ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНИХ ЗУСИЛЬ В ЕЛЕКТРОПРОВІДНОМУ ХВИЛЕВОДІ ПРИ ПОШИРЕННІ АМПЛІТУДНО МОДУЛЬОВАНОГО РАДІОІМПУЛЬСУ

Запропоновано фізико-математичну модель визначення осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля в електропровідному круговому хвилеводі при поширенні в ньому амплітудно модульованого радіоімпульсу. Електропровідний круговий хвилевод змодельовано двошаровим порожнистим циліндром. Зовнішній сталевий шар є основою, а внутрішній мідний шар – тонким покриттям. Дію розглядуваного радіоімпульсу задано значеннями осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля на внутрішній і зовнішній поверхнях хвилеводу. При поширенні радіоімпульсу у хвилеводі виникають пондеромоторні сили, які зумовлюють розподіл електродинамічних зусиль по поперечному перерізу хвилеводу.

За вихідну систему рівнянь вибрано співвідношення електродинаміки Максвелла, на основі яких сформульовано плоску осесиметричну задачу електродинаміки для довгого двошарового електропровідного порожнистого циліндра. Для побудови розв'язку сформульованої початково-крайової задачі електродинаміки використано апрокси-

для повувова розв'я ку сформулованої початково-краивової завич слектровинаміки використино ипроксимацію осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля по радіальній змінній квадратичним поліномом в кожному складовому шарі хвилеводу. Поліноми, що апроксимують визначальну функцію в кожному складоввому шарі хвилеводу, вибрано таким чином, щоб врахувати задані граничні умови на визначальну функцію, як на внутрішній і зовнішній поверхнях хвилеводу, так і на поверхні з 'єднання основи і покриття. Це дало змогу звести вихідну початково-крайову задачу на визначальну функцію до відповідної задачі Коші на інтегральні характеристики цісї функції по радіальній змінній. Записано загальні розв'язки задачі Коші за однорідної нестаціонарної електромагнітної дії, а також за однорідного поширення радіоімпульсу у хвилеводі. Отримано вираз пондеромоторної сили у хвилеводі при поширенні в ньому радіоімпульсу.

Для аналізу електродинамічних зусиль у хвилеводі при поширенні радіоімпульсу чисельно проаналізовано зміну пондеромоторної сили в часі та її розподіл по товщині стінки хвилеводу залежно від амплітудно-частотних характеристик радіоімпульсу.

Ключові слова: круговий хвилевод, радіоімпульс, напруженість магнітного поля, пондеромоторна сила, електродинамічні зусилля.

R.S. MUSII, N.B. MELNYK Lviv Polytechnic National University

DETERMINATION AND ANALYSIS OF ELECTRODYNAMIC FORCES IN A CONDUCTIVE WAVEGUIDE DURING THE PROPAGATION OF AN AMPLITUDE-MODULATED RADIO PULSE

A physico-mathematical model for determining the axial component of the magnetic field intensity vector in an electrically conductive circular waveguide when an amplitude-modulated radio pulse propagates in it is proposed.

An electrically conductive circular waveguide is modeled by a two-layer hollow cylinder. The outer steel layer is the base, and the inner copper layer is a thin coating. The action of the considered radio pulse is given by the values of the axial component of the magnetic field intensity vector on the inner and outer surfaces of the waveguide. During the propagation of a radio pulse in the waveguide, ponderomotive forces arise, which determine the distribution of electrodynamic forces along the cross-section of the waveguide.

Maxwell's relations of electrodynamics were chosen as the initial system of equations, on the basis of which a planar axisymmetric problem of electrodynamics for a long double-layer conductive hollow cylinder was formulated.

To construct the solution of the formulated initial-boundary problem of electrodynamics, the approximation of the axial component of the magnetic field intensity vector by the radial variable by a quadratic polynomial in each constituent layer of the waveguide was used. The polynomials approximating the defining function in each component layer of the waveguide are chosen in such a way as to take into account the given boundary conditions on the defining function, both on the inner and outer surfaces of the waveguide, and on the surface of the base-cover connection. This made it possible to reduce the original initial-boundary value problem on the determining function to the corresponding Cauchy problem on the integral characteristics of this function in the radial variable. The general solutions of the Cauchy problem for homogeneous non-stationary electromagnetic action, as well as for homogeneous propagation of a radio pulse in a waveguide, are recorded. The expression of the ponderomotive force in the waveguide during the propagation of a radio pulse in it is obtained.

To analyze the electrodynamic forces in the waveguide during the propagation of the radio pulse, the change in the ponderomotive force over time and its distribution over the thickness of the waveguide wall depending on the amplitude-frequency characteristics of the radio pulse were numerically analyzed.

Keywords: circular waveguide, radio pulse, magnetic field strength, ponderomotive force, electrodynamic forces.

Постановка проблеми

Електропровідні кругові хвилеводи є основними елементами антенно-фідерних систем, які використовують в багатьох радіотехнічних пристроях, зокрема, в авіаційній та космічній техніці. Для надійної експлуатації таких пристроїв важливим є правильно проаналізувати температурні та силові режими функціонування відповідних антенно-фідерних систем та їх основних елементів – хвилеводів при поширенні в них амплітудно модульованих радіоімпульсів (AMPI).

Тому, зокрема, актуальною є задача про визначення і аналіз пондеромоторних сил і зумовлених ними електродинамічних зусиль у хвилеводах при поширенні в них радіоімпульсів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Антенно-фідерні елементи (АФЕ), як правило, використовують в якості хвилеводів електромагнітного випромінювання радіочастотного діапазону [1-3]. У літературі відомі закономірності функціонування електропровідних елементів різних технічних пристроїв при поширенні в них електромагнітних хвиль в усталених і квазіусталених режимах [4, 5]. Однак недостатньо вивчено електродинамічні ефекти, що виникають в АФЕ при поширенні в них АМРІ.

Відомо, що дія радіоімпульсу на електропровідний елемент, яким є хвилевод, проявляється двома фізичними факторами: теплом Джоуля та пондеромоторними силами [6]. Вплив тепла Джоуля зумовлює розподіл температури, а вплив пондеромоторних сил – розподіл електродинамічних зусиль по поперечному перерізу хвилеводу.

У роботі [7] проаналізовано тепловий режим кругового хвилеводу при поширенні в ньому амплітудно модульованого радіоімпульсу. Однак, вплив пондероморних сил, які зумовлюють виникнення електродинамічних зусиль, не вивчено.

Мета дослідження

Метою даної роботи є побудова математичної моделі для визначення осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля в електропровідному круговому хвилеводі при поширенні в ньому AMPI та дослідження закономірностей зміни пондеромоторної сили в часі і по товщині хвилеводу для аналізу електродинамічних зусиль в ньому.

Викладення основного матеріалу дослідження

Вихідні співвідношення. Круглий хвилевід моделюємо довгим порожнистим електропровідним двошаровим циліндром. Його внутрішній шар, виготовлений з міді, є тонким покриттям, нанесеним на внутрішню поверхню зовнішнього сталевого циліндра – основи хвилеводу. Матеріали обох складових шарів хвилеводу однорідні, ізотропні і неферомагнітні. Електрофізичні параметри цих матеріалів приймаються сталими і рівними їх середнім значенням у відповідних діапазонах нагріву.

Електромагнітну дію АМРІ математично описано виразом [6]

$$H_{0\phi}(t) = kH_0\left(\exp\left(-\beta_1 t\right) - \exp\left(-\beta_2 t\right)\right)\cos\omega t.$$
(1)

Тут H_0 – амплітуда синусоїдальних несучих електромагнітних коливань частоти ω ; β_1 , β_2 – параметри, що характеризують часи фронтів наростання і спадання імпульсного сигналу $\phi(t) = \exp(-\beta_1 t) - \exp(-\beta_2 t)$, що модулює несучі синусоїдальні електромагнітні коливання; k – нормувальний множник, t – час.

Унаслідок дії АМРІ у кожному n-му (n = 1, 2) складовому шарі хвилеводу індукуються вихрові струми. При протіканні цих струмів у складових шарах виділяється нестаціонарне тепло Джоуля $Q^{(n)}$, яке має об'ємний характер. У результаті взаємодії вихрових струмів із зовнішнім електромагнітним полем, що зумовлене дією АМРІ, у складових шарах хвилеводу виникають об'ємні нестаціонарні пондеромоторні сили $F^{(n)}$.

Для визначення тепла Джоуля $Q^{(n)}$ та пондеромоторних сил $F^{(n)}$ спочатку необхідно визначити у кожному n – му (n = 1, 2) шарі хвилеводу відмінну від нуля осьову компоненту $H_z^{(n)}$ вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}^{(n)} = \{0; 0; H_z^{(n)}(r, t)\}$.

Двошарову електропровідну систему хвилеводу віднесемо до циліндричної системи координат (r, ϕ, z) , вісь 0z якої співпадає з віссю симетрії складових циліндричних шарів.

Розглядаємо однорідну дію AMPI. Тоді компонента $H_z^{(n)}(r,t)$ вектора $\vec{H}^{(n)}$ є функцією радіальної змінної r та часу t. Для знаходження функції $H_z^{(n)}(r,t)$ зі співвідношень Максвелла отримуємо рівняння

$$\frac{\partial^2 H_z^{(n)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z^{(n)}}{\partial r} - \sigma_n \mu_n \frac{\partial H_z^{(n)}}{\partial t} = 0.$$
⁽²⁾

Тут σ_n , μ_n – коефіцієнт електропровідності та магнітна проникливість матеріалу *n*-го складового шару хвилеводу. Рівняння (2) розв'язуємо за крайових умов на внутрішній $r = r_0$ і зовнішній $r = r_2$ поверхнях циліндра

$$H_{z}^{(1)}(r_{0},t) = H_{z}^{-}(t), \quad H_{z}^{(2)}(r_{2},t) = H_{z}^{+}(t).$$
(3)

На поверхні $r=r_1$ з'єднання шарів покриття та основи хвилеводу мають місце умови ідеального електромагнітного контакту

$$H_{z}^{(1)}(r_{1},t) = H_{z}^{(2)}(r_{1},t), \quad \frac{\partial H_{z}^{(1)}(r_{1},t)}{\partial r} = k_{\sigma} \frac{\partial H_{z}^{(2)}(r_{1},t)}{\partial r}.$$
(4)

Тут $k_{\sigma} = \sigma_1/\sigma_2$. При відсутності дії AMPI в момент часу t = 0 початкова умова записується

$$H_{z}^{(n)}(r,0) = 0.$$
(5)

Розв'язуючи початково-крайову задачу (2)-(5), знаходимо вираз компоненти $H_z^{(n)}$ в *n*-му шарі хвилеводу. За знайденою функцією $H_z^{(n)}$ згідно співвідношень Максвелла вирази питомих густин тепла Джоуля $Q^{(n)}$ та пондеромоторної сили $F^{(n)}$ в *n*-му шарі хвилеводу запишуться:

$$Q^{(n)} = \frac{1}{\sigma_n} \left(\frac{\partial H_z^{(n)}}{\partial r} \right)^2, \tag{6}$$

$$F_{r}^{(n)} = -\mu_{n} H_{z}^{(n)} \frac{\partial H_{z}^{(n)}}{\partial r} .$$
⁽⁷⁾

Вплив тепла Джоуля $Q^{(n)}$ на нагрів хвилеводу досліджено в роботі [7]. При проектуванні і розрахунку надійності хвилеводів необхідно також дослідити електродинамічні зусилля, зумовлені пондеромоторною силою. Оскільки аналіз таких зусиль недостатньо висвітлений у літературі, то дослідимо закономірності зміни пондеромоторної сили в часі і по товщині хвилеводу, які необхідні для аналізу електродинамічних зусиль у ньому.

Розв'язування початково-крайової задачі електродинаміки за однорідної електромагнітної дії. Для побудови розв'язку сформульованої вище початково-крайової задачі електродинаміки (2)-(5) апроксимуємо розподіл функції $H_z^{(n)}$ в кожному *n*-му шарі хвилеводу квадратичними поліномами [6, 7]

$$H_{z}^{(n)}(r,t) = \sum_{i=0}^{2} a_{i}^{(n)}(t) r^{i} .$$
(8)

Коефіцієнти $a_i^{(n)}(t)$ апроксимаційних поліномів (8) визначаємо через інтегральні (сумарні по пакету двох складових шарів) характеристики $H_{zs}(t)$ ключової функції $H_z^{(n)}(r,t)$

$$H_{zs}(t) = \sum_{n=1}^{2} \int_{r_{n-1}}^{r_n} H_z^{(n)}(r,t) r^s dr, \quad s = 1,2$$
(9)

і задані крайові значення $H^{\pm}(t)$ функції $H_z^{(n)}(r,t)$ на зовнішніх поверхнях ($r = r_0$ і $r = r_2$) та на поверхні $r = r_1$ з'єднання основи і покриття хвилеводу.

Отримуємо подання коефіцієнтів $a_i^{(n)}(t)$ у вигляді

$$a_{i}^{(n)}(t) = a_{i1}^{(n)}H_{z1}(t) + a_{i2}^{(n)}H_{z2}(t) + a_{i3}^{(n)}H_{z}^{-}(t) + a_{i4}^{(n)}H_{z}^{+}(t), \qquad (10)$$

де числові коефіцієнти $a_{is}^{(n)}$ ($i = \overline{0,2}$, $s = \overline{1,4}$) визначаються через геометричні параметри та електрофізичні характеристики матеріалів складових шарів хвилеводу.

Рівняння для визначення інтегральних характеристик $H_{zs}(t)$ отримуємо множенням вихідного рівняння (2) на ключову функцію $H_z^{(n)}(r,t)$ в кожному складовому шарі хвилеводу на r^s та інтегруванням по змінній r з урахуванням співвідношення (9). За такого підходу вихідна початково-крайова задача (2)-(5) на визначальну функцію $H_z^{(n)}(r,t)$ зводиться до задачі Коші на її інтегральні характеристики $H_{zs}(t)$ і описується системою рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dH_{z1}(t)}{dt} - d_1H_{z1}(t) - d_2H_{z2}(t) = d_3H_z^-(t) + d_4H_z^+(t) \\ \frac{dH_{z2}(t)}{dt} - d_5H_{z1}(t) - d_6H_{z2}(t) = d_7H_z^-(t) + d_8H_z^+(t). \end{cases}$$
(11)

Тут коефіцієнти d₁₊₈ подаються виразами

$$d_{j} = \sum_{n=1}^{2} \frac{1}{\sigma_{n}\mu_{n}} \Big(a_{1j}^{(n)} \alpha_{1n}^{*} + 4a_{2j}^{(n)} \alpha_{2n}^{*} \Big), \quad d_{j+4} = \sum_{n=1}^{2} \frac{1}{\sigma_{n}\mu_{n}} \Big(a_{1j}^{(n)} \alpha_{2n}^{*} + 4a_{2j}^{(n)} \alpha_{3n}^{*} \Big), \quad j = \overline{1, 4}.$$
(12)

Для розв'язування системи (11) використовуємо перетворення Лапласа за часом за нульових, відповідно до (5), початкових умов. Знаходимо вирази інтегральних характеристик $H_{zs}(t)$ функцій $H_{z}^{(n)}(r,t)$ у вигляді

$$H_{zs}^{*}(t) = \sum_{k=1}^{2} \int_{0}^{t} \left[A_{s1k} H_{z}^{-}(\tau) + A_{s2k} H_{z}^{+}(\tau) \right] e^{p_{k}(t-\tau)} d\tau , \quad s = 1, 2.$$
(13)

де

$$A_{11k} = \frac{(p_k - d_6)d_3 + d_2d_7}{2p_k - (d_1 + d_6)}, \quad A_{12k} = \frac{(p_k - d_6)d_4 + d_2d_8}{2p_k - (d_1 + d_6)}, \quad A_{21k} = \frac{(p_k - d_1)d_7 + d_3d_5}{2p_k - (d_1 + d_6)}$$
$$A_{22k} = \frac{(p_k - d_1)d_8 + d_4d_5}{2p_k - (d_1 + d_6)}, \quad p_{1,2} - \text{корені рівняння: } p^2 - p(d_1 + d_6) + d_1d_6 + d_2d_5 = 0.$$

Формула (13) описує розв'язки задачі Коші для інтегральних характеристик $H_{zs}(t)$ функцій $H_{z}^{(n)}(r,t)$ на всьому часовому інтервалі за однорідної нестаціонарної електромагнітної дії, тобто за довільно змінних в часі функцій $H_{z}^{\pm}(t)$. Підставляючи вираз (13) за врахування (10) у (8), отримуємо вираз осьової компоненти $H_{z}^{(n)}(r,t)$ вектора $\bar{H}^{(n)}(r,t)$ у вигляді

$$H_{z}^{(n)}(r,t) = \sum_{i=0}^{2} \left\{ \sum_{s=1}^{2} a_{is}^{(n)} \left(\sum_{k=1}^{2} \int_{0}^{t} \left[A_{s1k} H_{z}^{-}(t) + A_{s2k} H_{z}^{+}(t) \right] e^{p_{k}(t-\tau)} d\tau \right] + a_{i3}^{(n)} H_{z}^{-}(t) + a_{i4}^{(n)} H_{z}^{+}(t) \right\} r^{i} \quad (14)$$

Розв'язок задачі за електромагнітної дії АМРІ. Підставляючи у крайові умови (3) замість функцій $H_z^-(t)$, $H_z^+(t)$ вираз (1), що описує дію АМРІ, записуємо вирази осьової компоненти $H_z^{(n)}$

$$H_{z}^{(n)}(r,t) = \frac{k_{0}H_{0}}{2} \sum_{i=0}^{2} \left(B_{i1}^{(n)}e^{-(\beta_{1}-i\omega)t} + B_{i2}^{(n)}e^{-(\beta_{2}-i\omega)t} + B_{i3}^{(n)}e^{-(\beta_{1}+i\omega)t} + B_{i4}^{(n)}e^{-(\beta_{2}+i\omega)t} + B_{i5}^{(n)}e^{p_{1}t} + B_{i6}^{(n)}e^{p_{2}t} \right) r^{i}$$
(15)

та питомої густини радіальної компоненти $F_r^{(n)}(r,t)$ вектора $\vec{F}^{(n)}(r,t)$ пондеромоторної сили в *n*-му шарі хвилеводу

$$F_r^{(n)}(r,t) = -\mu_n \frac{k_0^2 H_0^2}{4} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 i \sum_{l=1}^{20} C_{ijl}^{(n)} e^{\alpha_l t} r^{i+j-1} .$$
⁽¹⁶⁾

Тут коефіцієнти α_l ($l = \overline{1, 20}$), $C_{ijl}^{(n)}$ ($i = 1, 2, j = 1, 2, l = \overline{1, 20}$) мають вигляд:

 $\begin{array}{ll} \alpha_1 = -2(\beta_1 - i\omega); & \alpha_2 = -(\beta_1 + \beta_2 - 2i\omega); & \alpha_3 = -2\beta_1; & \alpha_4 = -(\beta_1 + \beta_2); & \alpha_5 = -(\beta_1 - i\omega - p_1); \\ \alpha_6 = -(\beta_1 - i\omega - p_2); & \alpha_7 = -2(\beta_2 - i\omega); & \alpha_8 = -2\beta_2; & \alpha_9 = -(\beta_2 - i\omega - p_1); & \alpha_{10} = -(\beta_2 - i\omega - p_2); \\ \alpha_{11} = -2(\beta_1 + i\omega); & \alpha_{12} = -(\beta_1 + \beta_2 + 2i\omega); & \alpha_{13} = -(\beta_1 + i\omega - p_1); & \alpha_{14} = -(\beta_1 + i\omega - p_2); & \alpha_{15} = -(\beta_2 + i\omega); \\ \alpha_{16} = -(\beta_2 + i\omega - p_1); & \alpha_{17} = -(\beta_2 + i\omega - p_2); & \alpha_{18} = 2p_1; & \alpha_{19} = p_1 + p_2; & \alpha_{20} = 2p_2; & i = \sqrt{-1}; \end{array}$

$$\begin{split} C_{ij1}^{(n)} &= B_{i1}^{(n)} B_{j1}^{(n)}; \quad C_{ij2}^{(n)} &= B_{i1}^{(n)} B_{j2}^{(n)} + B_{i2}^{(n)} B_{j1}^{(n)}; \quad C_{ij3}^{(n)} &= B_{i1}^{(n)} B_{j3}^{(n)} + B_{i3}^{(n)} B_{j1}^{(n)}; \\ C_{ij4}^{(n)} &= B_{i1}^{(n)} B_{j4}^{(n)} + B_{i4}^{(n)} B_{j3}^{(n)} + B_{i3}^{(n)} B_{j2}^{(n)}; \quad C_{ij5}^{(n)} &= B_{i1}^{(n)} B_{j5}^{(n)} + B_{i5}^{(n)} B_{j1}^{(n)}; \quad C_{ij6}^{(n)} &= B_{i1}^{(n)} B_{j6}^{(n)} + B_{i5}^{(n)} B_{j6}^{(n)}; \\ C_{ij7}^{(n)} &= B_{i2}^{(n)} B_{j2}^{(n)}; \quad C_{ij8}^{(n)} &= B_{i2}^{(n)} B_{j4}^{(n)} + B_{i4}^{(n)} B_{j2}^{(n)}; \quad C_{ij9}^{(n)} &= B_{i2}^{(n)} B_{j5}^{(n)} + B_{i5}^{(n)} B_{j2}^{(n)}; \quad C_{ij10}^{(n)} &= B_{i2}^{(n)} B_{j6}^{(n)} + B_{i6}^{(n)} B_{j2}^{(n)}; \\ C_{ij11}^{(n)} &= B_{i3}^{(n)} B_{j3}^{(n)}; \quad C_{ij12}^{(n)} &= B_{i3}^{(n)} B_{j4}^{(n)} + B_{i4}^{(n)} B_{j3}^{(n)}; \quad C_{ij13}^{(n)} &= B_{i3}^{(n)} B_{j5}^{(n)} + B_{i5}^{(n)} B_{j3}^{(n)}; \quad C_{ij14}^{(n)} &= B_{i3}^{(n)} B_{j6}^{(n)} + B_{i6}^{(n)} B_{j3}^{(n)}; \\ C_{ij15}^{(n)} &= B_{i4}^{(n)} B_{j4}^{(n)}; \quad C_{ij16}^{(n)} &= B_{i4}^{(n)} B_{j5}^{(n)} + B_{i5}^{(n)} B_{j4}^{(n)}; \quad C_{ij17}^{(n)} &= B_{i4}^{(n)} B_{j6}^{(n)}; \quad C_{ij18}^{(n)} &= B_{i5}^{(n)} B_{j5}^{(n)}; \\ C_{ij19}^{(n)} &= B_{i5}^{(n)} B_{j6}^{(n)} + B_{i6}^{(n)} B_{j5}^{(n)}; \quad C_{ij20}^{(n)} &= B_{i6}^{(n)} B_{j6}^{(n)}. \end{split}$$

Величини $B_{is}^{(n)}$ $(i = \overline{0,2}, s = \overline{1,6})$ у виразах $C_{ijl}^{(n)}$ $(i = 1, 2, j = 1, 2, l = \overline{1,20})$ залежать від параметрів АМРІ $_{00}$, β_1 , β_2 ; електрофізичних характеристик σ_n , μ_n матеріалів покриття і основи та радіусів циліндричних поверхонь r_0 , r_1 та r_2 хвилеводу, а також коренів p_1 , p_2 .

Числовий аналіз силового поля хвилеводу. Розрахунки проводилися для хвилеводу з радіусами циліндричних поверхонь $r_0 = 0.008m$, $r_1 = 0.0089m$, $r_2 = 0.0099m$ (рис. 1).



Рис. 1. Сталевий хвилевод із внутрішнім мідним покриттям

Параметри AMPI приймались такими, що відповідають часу тривалості $t_i = 100\mu s$, частота несучих електромагнітних коливань $\omega = 6.28 \cdot 10^5 rad/s$ (поза околом резонансних частот електромагнітного поля для даного хвилеводу). За такої тривалості відбувається десять періодів електромагнітних коливань даної частоти. Зовнішній шар (основа) виготовлений із нержавіючої сталі X18H9T, а внутрішній (покриття) – із міді.

На рис. 2 показано зміну в часі осьової компоненти $H_z^{(n)}$ вектора напруженості магнітного поля на поверхні $r = r_1$ з'єднання основи і покриття. Лінія 1 відповідає сталевому шару, а лінія 2 – мідному. Величина $H_z^{(n)}$ віднесена до величини H_0 .

Отримано, що максимальні значення напруженості магнітного поля на поверхні $r = r_1$ досягаються в момент часу $t = 0.1t_i$. Цей момент часу відповідає максимуму функції $\phi(t)$, що модулює несучі синусоїдальні електромагнітні копивання.

Рис. 3 ілюструє зміну осьової компоненти $H_z^{(n)}$ вектора напруженості магнітного поля по товщині складових шарів хвилеводу в моменти часу $t = 0.05t_i$ (лінія 1), $t = 0.1t_i$ (лінія 2) і $t = 0.25t_i$ (лінія 3).



Рис. 2. Зміна в часі осьової компоненти $H_z^{(n)}$ на межі з'єднання основи і покриття



Рис. 3. Зміна по товщині хвилеводу осьової компоненти $H_z^{(n)}$ в моменти часу $t = 0.05t_i$, $t = 0.1t_i$, $t = 0.25t_i$ (лінії 1-3)

Встановлено, що найбільше значення градієнту осьової компоненти $H_z^{(n)}$ має місце в околі поверхні $r=r_1$ з'єднання основи і покриття хвилеводу. Це відповідає відомим фізичним закономірностям поширення електромагнітного випромінювання радіочастотного діапазону.

На рис. 4 показано зміну в часі радіальної компоненти $F_r^{(n)}$ пондеромоторної сили на внутрішній $r=r_0$ (лінія 1) і зовнішній $r=r_2$ (лінія 2) поверхнях хвилеводу, а на рис. 5 – у його складових шарах на поверхні $r=r_1$ їх з'єднання. Лінія 1 відповідає покриттю (сталевому шару), а лінія 2 – основі (мідному шару).



Рис. 4. Зміна в часі радіальної компоненти $F_r^{(n)}$ пондеромоторної сили на внутрішній $r=r_0$ (лінія 1) і зовнішній $r=r_2$ (лінія 2) поверхнях хвилеводу

Залежність розподілу радіальної компоненти $F_r^{(n)}$ пондеромоторної сили по товщині складових шарів хвилеводу у розглядувані моменти часу (лінії 1-3) наведено на рис. 6. Зауважимо, що величини компоненти $F_r^{(n)}$ на рис. 4-6 віднесені до величини H_0^2 .



Рис. 5. Зміна в часі радіальної компоненти $F_r^{(n)}$ пондеромоторної сили на межі з'єднання основи і покриття



Рис. 6. Зміна по товщині хвилеводу радіальної компоненти $F_r^{(n)}$ пондеромоторної сили у моменти часу $t = 0.05t_i$, $t = 0.1t_i$, $t = 0.25t_i$ (лінії 1-3)

Як бачимо з рис. 6, у розглядувані моменти часу максимальні значення радіальної компоненти F_r ондеромоторної сили досягаються у мідному покритті. На поверхні з'єднання покриття і основи значення компоненти F_r дають розрив. Величина стрибка цих значень зумовлена співвідношенням коефіцієнтів електропровідності та магнітної проникності матеріалів покриття і основи. Вона визначає градієнт пондеромоторної сили по товщині кругового хвилеводу.

Висновки

Отримано, що при поширенні AMPI у круговому хвилеводі максимальні значення радіальної компоненти. F_r пондеромоторної сили досягаються у тонкому мідному внутрішньому покритті. Встановлено, що максимальні розтягальні значення пондеромоторної сили $F_r^{(n)}$ у внутрішньому покритті хвилеводу приблизно у 20-30 разів більші, ніж її максимальні стискальні значення у його основі.

Виявлені закономірності є теоретичною основою для аналізу електродинамічних зусиль у хвилеводі при поширенні в ньому радіоімпульсу і мають важливе значення для проектування і прогнозування ефективності та надійності експлуатації хвилеводів електромагнітного випромінювання радіочастотного діапазону.

Список використаної літератури

- 1. Asai S. Electromagnetic Processing of Materials. Springer, 2012. 176 p.
- 2. Basu, Dipak. Dictionary of Pure and Applied Physics. CRC Press, 2018. 400 p.
- 3. Straw R. Dean. The ARRL Antenna Book, 21st Ed. Amer Radio Relay League, 2007. 976 p.
- 4. Подстригач Я.С., Бурак Я.И., Гачкевич А.Р., Чернявская Л.В. Термоупругость электропроводных тел. Киев: Наукова думка, 1977. 248 с.
- 5. Гачкевич А.Р. Термомеханика электропроводных тел при воздействии квазиустановившихся электромагнитных полей. Киев: Наукова думка, 1992. 192 с.
- 6. Гачкевич О.Р., Мусій Р.С., Тарлаковський Д.В. Термомеханіка неферомагнітних електропровідних тіл за дії імпульсних електромагнітних полів з модуляцією амплітуди. Львів: Сполом, 2011. 216 с.
- Musii R., Melnyk N., Drohomyretska Kh., Melnyk M., Hoshko L., Myskiv I. Investigation of the Heating of the Antenna-Feeder Element During the Propagation of an Amplitude-Modulated Radio Impulse. 18th International Conference on Perspective Technologies and Methods in MEMS Design, MEMSTECH 2022 (Polyana, 7-11 September 2022). P. 41-44.

References

- 1. Asai, S. (2012). Electromagnetic Processing of Materials. Springer.
- 2. Basu, & Dipak. (2018). Dictionary of Pure and Applied Physics. CRC Press.
- 3. Straw, R. Dean. (2007). The ARRL Antenna Book, 21st Ed. Amer Radio Relay League.
- 4. Podstrigach, Ya.S., Burak, Ya.I., Gachkevich, A.R., & Chernyavskaya, L.V. (1977). Termouprugost elektroprovodnyih tel. Kiev: Naukova dumka.
- 5. Gachkevich, A.R. (1992). Termomehanika elektroprovodnyih tel pri vozdeystvii kvaziustanovivshihsya elektromagnitnyih poley. Kiev: Naukova dumka.
- 6. Hachkevych, O.R., Musii, R.S., & Tarlakovskyi, D.V. (2011). Termomekhanika neferomahnitnykh elektroprovidnykh til za dii impulsnykh elektromahnitnykh poliv z moduliatsiieiu amplitudy. Lviv: Spolom.
- 7. Musii, R., Melnyk, N., Drohomyretska, Kh., Melnyk, M., Hoshko, L., & Myskiv, I. (2022). Investigation of the Heating of the Antenna-Feeder Element During the Propagation of an Amplitude-Modulated Radio Impulse. *18th International Conference on Perspective Technologies and Methods in MEMS Design*, MEMSTECH 2022 (Polyana, 7-11 September 2022), 41-44.

Мусій Роман Степанович – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри вищої математики Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: roman.s.musii@lpnu.ua, ORCID: 0000-0002-7169-2206

Мельник Наталія Богданівна – к. ф.-м. н., доцент, доцент кафедри програмного забезпечення Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: nataliia.b.melnyk@lpnu.ua, ORCID: 0000-0003-2337-2395