

УДК 519.688:004.932

Л.П. ВАКАЛ

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова

Є.С. ВАКАЛ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

МЕТОД КОДУВАННЯ КОНТУРІВ МУЗИЧНИМ ЗВУКОМ

У статті розглянуті технології перетворення візуальної інформації у звукову форму, які активно розвиваються у даний час. Ці технології використовуються у системах звукобачення для незрячих і людей із слабким зором. Зрячим людям частковий перенос візуальної інформації на акустичний сигнал дозволить покращити загальне сприйняття інформації, полегшити задачу візуального моніторингу, зосередити увагу одночасно на декількох візуальних полях. У статті запропоновано метод побудови звукового образу контуру об'єкта на цифровому зображенні за допомогою музичного звуку у зручному для сприйняття діапазоні частот від 440 Гц до 1760 Гц. Контур визначає найважливішу властивість об'єкту – його форму і є найбільш інформативною характеристикою для розпізнавання. Згідно із запропонованим методом, звуковий образ формується на основі одновимірного представлення контуру з використанням сигнатури «кут-відстань» – функції відстані від центроїда до точок контуру з рівномірним кроком по куту. Центроїд є аналогом «точки погляду» – місця, куди сфокусовані очі людини, коли вона починає оглядати обмежений контуром об'єкт. При побудові послідовності звукових сигналів використовується принцип: більшому значенню сигнатури відповідає більша частота звукового сигналу (більш висока нота). Слух людини характеризується відносно високою роздільною здатністю щодо сприйняття зміни частоти музичного звуку. Побудований за цим методом музичний образ несе візуальну інформацію про розташування точок контуру об'єкта, при цьому задачу розпізнавання форми об'єкта виконує мозок людини. Загальний час відтворення звукового образу контуру залежить від вибраного кроку по куту і заданої тривалості звучання кожного сигналу послідовності. Враховуючи інерційність слуху, рекомендовано задати тривалість звучання 65 мс. На основі звукових образів нескладно інтерпретувати прості геометричні фігури (коло, квадрат та ін.), які є фундаментальними будівельними блоками більш складних об'єктів. Тому визнання їхньої характерної звукової сигнатури – важливий крок до інтерпретації складних зображень.

Ключові слова: перетворення візуальної інформації у звук, контур, сигнатура, частота звуку.

Л.П. ВАКАЛ

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова

Є.С. ВАКАЛ

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

МЕТОД КОДИРОВАНИЯ КОНТУРОВ МУЗЫКАЛЬНЫМ ЗВУКОМ

В статье рассмотрены технологии преобразования визуальной информации в звуковую форму, которые активно развиваются в настоящее время. Эти технологии используются в системах звуковидения для незрячих и людей со слабым зрением. Зрячим людям частичный перенос визуальной информации на акустический сигнал позволит улучшить общее восприятие информации, облегчить задачу визуального мониторинга, сосредоточит внимание одновременно на нескольких визуальных полях. В статье предложен метод построения звукового образа контура объекта на цифровом изображении с помощью музыкального звука в удобном для восприятия диапазоне частот от 440 Гц до 1760 Гц. Контур определяет важнейшую особенность объекта – его форму и является наиболее информативной характеристикой для распознавания. В соответствии с предложенным методом, звуковой образ формируется на основе одномерного представления контура с использованием сигнатуры «угол-расстояние» – функции расстояния от центроида до точек контура с равномерным шагом по углу. Центроид является аналогом «точки взгляда» – места, куда сфокусированы глаза человека, когда он начинает осматривать ограниченный контуром объект. При построении последовательности звуковых сигналов используется принцип: большему значению сигнатуры соответствует большая частота звукового сигнала (более высокая нота). Слух человека характеризуется относительно высокой разрешающей способностью к восприятию изменения частоты музыкального звука. Построенный по этому методу музыкальный образ несет визуальную информацию о расположении точек контура объекта, при этом задачу распознавания формы объекта

выполняет мозг человека. Общее время воспроизведения звукового образа зависит от выбранного шага по углу и заданной длительности звучания каждого сигнала в последовательности. Учитывая инерцию слуха, рекомендовано задать длительность звучания 65 мс. На основе звуковых образов несложно интерпретировать простые геометрические фигуры (круг, квадрат и др.), которые являются фундаментальными строительными блоками более сложных объектов. Поэтому признание их характерной звуковой сигнатуры – важный шаг к интерпретации сложных изображений.

Ключевые слова: преобразование визуальной информации в звук, контур, сигнатура, частота звука.

L.P. VAKAL

V.M. Glushkov Institute of Cybernetics

YE.S. VAKAL

Taras Shevchenko National University of Kyiv

METHOD OF ENCODING CONTOURS WITH MUSICAL SOUND

The article discusses technologies for converting visual information into sound form, which are actively developing at the present time. These technologies are used in auditory-visual systems for blind and visually impaired people. For sighted people, partial transfer of visual information to an acoustic signal will improve a general perception of information, facilitate a task of visual monitoring, and focus simultaneously on several visual fields. In the article it is proposed a method for constructing a sound image of an object's contour on a digital image using musical sound in a convenient for perception frequency range from 440 Hz to 1760 Hz. The contour defines the most important feature of the object is its shape and it is the most informative characteristic for recognition. In accordance with the proposed method, the sound image is formed on a basis of a one-dimensional representation of the contour using the "angle-distance" signature is a function of the distance from centroid to the contour points with a uniform step on the angle. Centroid is analogous to the "point of view" that is a place where the eyes of a person are focused, when he begins to inspect an object bounded by the contour. When constructing a sequence of sound signals, the principle is used: a higher value of the signature corresponds to a higher frequency of the sound signal (higher note). Human hearing is characterized by a relatively high resolution to perceive changes in a musical sound frequency. The musical image constructed by this method carries visual information about the location of the object's contour points, while the task of recognizing the shape of the object is performed by the human brain. A total playback time of the sound image depends on the selected step on angle and the specified duration of sounding each signal in the sequence. Taking into account the inertia of hearing, it is recommended to set the duration of a signal 65 ms. Based on sound images, it is easy to interpret simple geometric shapes (circle, square, etc.), which are fundamental building blocks of more complex objects. Therefore, the recognition of their characteristic sound signature is an important step towards the interpretation of complex images.

Keywords: converting visual information into sound, contour, signature, sound frequency.

Постановка проблеми

У даний час активно розвиваються технології перетворення візуальної інформації у звукову форму. Вони використовуються насамперед у системах звукобачення, призначених для сліпих або людей із слабким зором. Зрячим людям частковий перенос візуальної інформації на акустичний сигнал зможе покращити загальне сприйняття інформації та полегшити задачу візуального моніторингу. Загалом, завдяки доповненню зорової сенсорної системи людини слуховими сигналами з'являється можливість розробки систем, які дозволять сприймати за межами видимого спектра, збільшити роздільну здатність сприйняття зображень, зосередити увагу одночасно на декількох візуальних полях тощо.

Для перетворення візуальної інформації у звукову форму розроблено різні технології (методи). Найбільш відомою є технологія vOICe [1], яка надає людині комплекс звуків, що несуть візуальну інформацію, і при цьому задачу розпізнавання залишає її мозку. Зображення, представлене як двовимірний матриця пікселів, конвертується у звук по стовпцях. При цьому верхньому пікселю стовпця відповідає максимальна частота звуку, нижньому – мінімальна частота, яскравості пікселя – амплітуда звуку. Сигнали з одного стовпця сумуються і результируючий акустичний

сигнал відтворюється. Описаний процес повторюється для наступних стовпців матриці.

Слід зауважити, що кодування цілого зображення попіксельно призводить до захаращення звукового сигналу, а генеровані звукові ландшафти не завжди приємні для слуху людини. Тому актуальною є розробка методів подання візуальної інформації за допомогою значно приємнішого для слуху людини музичного звуку.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

На відміну від шумів, що мають так званий суцільний частотний спектр, музичний звук – це звук тональний, який має лінійчатий дискретний частотний спектр [2]. Людина краще розпізнає і запам'ятовує саме дискретну за частотою інформацію. Музичний звук лежить в основі побудови музичного строю. Основним у сучасній європейській музиці є 12-ступеневий рівномірно темперований стрій, який містить сім повних і дві неповні октави. У кожену повну октаву входять 12 звуків, послідовно розташованих за висотою тону. Проміжок між двома сусідніми звуками називається півтоном. Тільки сім з дванадцяти звуків октави мають власні назви – це ноти «до», «ре», «мі», «фа», «соль», «ля», «сі». Основою рівномірно темперованої шкали є нота «ля» з частотою 440 Гц. Шкала має єдиний коефіцієнт для усіх інтервалів, рівний $\sqrt[12]{2} \approx 1,0595$. Це означає, що для обчислення частоти ноти f_2 , знаючи частоту ноти f_1 , потрібно помножити частоту ноти f_1 на число $(\sqrt[12]{2})^a$, де a – кількість півтонів, що відокремлюють ці ноти [2].

Слух людини характеризується досить високою роздільною здатністю щодо сприйняття зміни частоти музичного звуку. Тому при кодуванні візуальної інформації саме частоту звуку використовують, як правило, для відображення кількісних показників. Наприклад, у системі Audiograph за допомогою музики незрячому користувачу передається інформація про координати графічного об'єкта, а також про його тип і форму [3]. Координати озвучуються за принципом: більшому значенню координати відповідає більш висока нота. Абсциса і ордината розрізняються по тембру (орган і фортепіано). На основі цього принципу озвучуються також форми графічних об'єктів.

Метод кодування форми об'єкта за допомогою поліфонічної музичної послідовності запропоновано в роботі [4]. Кодування чорно-білого зображення здійснюється по стовпцях з використанням рухомого курсору, поділеного на сегменти, що відповідають нотам у чотирьох октавах шкали до мажор. Інформація щодо форми фігури в декартових координатах перетворюється в музичну послідовність, в якій абсциса представлена часом, а ордината – нотами. Складні об'єкти представляються через базові шаблони, такі як квадрати, кола тощо.

Отримати інформацію не тільки про форму, але й про колір об'єкта дозволяє система EyeMusic [5]. Зображення в ній кодується, як і в системі vOIce, по стовпцях зліва направо. Для кожного пікселя відповідно до його кольору (усього кольорів шість) встановлюється музичний інструмент, відповідно до координати Y – нота, відповідно до яскравості – гучність ноти. Максимальна частота звуку обмежена величиною 1568 Гц.

Нещодавно японськими вченими в рамках астрономічного проекту звукової обробки наукових даних про космос було розроблено програмне забезпечення під назвою SIPReS [6], яке дозволяє незрячому користувачу визначати положення точки на зображенні, просто слухаючи ноти. Частота звучання ноти залежить від яскравості точки. Мінімальна і максимальна частота дорівнюють 220 Гц і 1760 Гц відповідно.

Мета дослідження

Для сприйняття візуальної інформації незрячими і людьми зі слабким зором пропонується озвучувати контури об'єктів на зображеннях. Дослідження в галузі психології зору і численні результати в області створення автоматизованих систем розпізнавання дозволяють стверджувати, що контури є найбільш інформативними характеристиками розпізнаваних образів. Саме вони визначають найважливішу властивість об'єкта – його форму. Метою дослідження є розробка методу побудови звукового образу контуру об'єкта з використанням музичних звуків у приємному для слуху людини діапазоні частот від 440 Гц до 1760 Гц.

Виклад основного матеріалу дослідження

Контур об'єкта на зображенні можна представити у вигляді множини точок із координатами x і y . Таке представлення є двовимірним. У методі побудови акустичного образу об'єкта, що пропонується, спочатку необхідно отримати одновимірне представлення контуру. Найбільш поширеним і розвиненим підходом до побудови одновимірної функції контуру є сигнатурний аналіз – представлення функції контуру (сигнатури) відносно центроїда (деякої середньої точки об'єкта, наприклад, його центра ваги) [7]. При такому підході забезпечується інваріантність сигнатури до лінійного зміщення контуру, оскільки центроїд зміщується разом із контуром. У сигнатурному аналізі існують різні варіанти функцій-сигнатур [7, 8]. Звуковий образ контуру пропонується будувати на основі сигнатури «кут-відстань» – функції відстані від центроїда до точок контуру з рівномірним кроком по куту. Ця сигнатура додатково опрацьовується, щоб забезпечити її незалежність також від повороту і розміру контуру.

На основі сигнатури «кут-відстань» у методі, що пропонується, формується послідовність музичних звуків за принципом: більшому значенню сигнатури відповідає більш висока нота. Побудований за цим методом музичний образ несе візуальну інформацію про розташування точок контуру об'єкта, при цьому задачу розпізнавання форми об'єкта виконує мозок людини. Після нетривалого тренування на основі почутого музичного образу нескладно розрізнити на слух прості фігури, наприклад, коло, прямокутник, трикутник тощо. Ці фігури є фундаментальними будівельними блоками більш складних об'єктів, тому визнання їхньої характерної (відмінної) звукової сигнатури – важливий крок до інтерпретації складних зображень. Крім того, при такому підході до кодування звуковий канал не захаращується на відміну від методів, де у звук переводять кожний піксель зображення.

Позначимо $C^{(0)} = \{(x_i, y_i), i = \overline{1, N}\}$ множини точок контуру, упорядкованих за годинниковою стрілкою. Метод побудови звукового образу контуру з використанням музичних звуків складається з наступних кроків.

1. Обчислюються координати точки $O(x_0, y_0)$ – центра ваги описаного навколо контуру $C^{(0)}$ прямокутника:

$$x_0 = (x_{\min} + x_{\max})/2; y_0 = (y_{\min} + y_{\max})/2,$$

де \bar{x}_{\min} , \bar{y}_{\min} і \bar{x}_{\max} , \bar{y}_{\max} – відповідно мінімальні та максимальні значення координат точок контуру. Центроїд $O(x_0, y_0)$ є аналогом «точки погляду» – місця, куди сфокусовані очі людини, коли вона починає оглядати обмежений контуром об'єкт.

2. Виконується перехід від декартової системи координат (x, y) до полярної (r, φ) з полюсом у точці $O(x_0, y_0)$.

3. Набір точок контуру $C^{(1)} = \{(r_i, \varphi_i), i = \overline{1, N}\}$ у полярних координатах сортується у порядку зростання кута φ . Якщо зустрічаються дві або більше точок контуру з однаковим кутом, то вибирається точка з максимальним значенням r [7].

4. На основі набору $C^{(1)}$ будується дискретна упорядкована послідовність відстаней r_1, \dots, r_m , взятих із рівномірним кроком $\Delta\varphi$ по куту. Вибір величини кроку залежить від бажаної точності представлення контуру. Наприклад, при $\Delta\varphi = 2^\circ$ ця послідовність містить $m = 180$ елементів, які відповідають 180 точкам розгортки контуру.

Якщо для деякого кута $\varphi^* = k \cdot \Delta\varphi$ (k – натуральне число, $k < m$) у наборі $C^{(1)}$ немає відповідного значення r^* , то воно обчислюється наближено з використанням методів апроксимації або інтерполяції функцій [9–11]. Найпростіше значення r^* можна знайти лінійною інтерполяцією

$$r^* = r_i + \frac{r_{i+1} - r_i}{\varphi_{i+1} - \varphi_i}(\varphi^* - \varphi_i), \varphi_i < \varphi^* < \varphi_{i+1}, i = \overline{1, m-1}.$$

5. Елементи множини r_1, \dots, r_m нормуються по максимальному значенню r_{\max} . Це забезпечує інваріантність сигнатури щодо розміру контуру [12]. Результатом буде послідовність відстаней $d_k = r_k / r_{\max}$, $k = \overline{1, m}$, значення яких лежать у діапазоні $[0, 1]$.

6. Для незалежності сигнатури «кут-відстань» від повороту контуру елементи послідовності d_1, \dots, d_m зміщуються таким чином, щоб вказана послідовність починалась з мінімального (максимального) значення.

7. Шкала відстаней d_1, \dots, d_m у діапазоні від 0 до 1 розбивається на 25 інтервалів довжиною $h = 0,04$. Значенням d_k з першого інтервалу відповідає звукова частота 440 Гц, з останнього – 1760 Гц. Звукові частоти для усіх інтервалів та їхню музичну нотацію наведено у табл. 1, де літерами С, D, E, F, G, A, B згідно з науковою нотацією позначено ноти «до», «ре», «мі», «фа», «соль», «ля», «сі», а символом # (діез) – підвищення ноти на півтон.

Таблиця 1

Звукові частоти (в Гц) на інтервалах шкали та їхня музична нотація

№	Частота	Нотація	№	Частота	Нотація	№	Частота	Нотація
1	440,0	A ₄	10	740,0	F [#] ₅	19	1244,5	D [#] ₆
2	466,26	A [#] ₄	11	784,0	G ₅	20	1318,5	E ₆
3	493,9	B ₄	12	830,6	G [#] ₅	21	1396,9	F ₆
4	523,3	C ₅	13	880,0	A ₅	22	1480,0	F [#] ₆
5	554,4	C [#] ₅	14	932,3	A [#] ₅	23	1568,0	G ₆
6	587,3	D ₅	15	987,8	B ₅	24	1661,2	G [#] ₆
7	622,3	D [#] ₅	16	1047,4	C ₆	25	1760	A ₆
8	659,3	E ₅	17	1108,7	C [#] ₆			
9	698,5	F ₅	18	1174,7	D ₆			

8. Обчислюється частота звучання f_k сигналу для представлення точки контуру, якій відповідає значення d_k , за формулою

$$f_k = f_{\min} \cdot 2^{\frac{1}{12} \left[\frac{d_k}{h} \right]}, \quad k = \overline{1, m},$$

де f_{\min} – мінімальна частота звуку ($f_{\min} = 440$ Гц), $[\cdot]$ – ціла частина дійсного числа.

Слід зазначити, що за степенем періодичності сигнатури можна судити про складність контуру. Простим, симетричним контурам відповідають періодичні сигнатури. Складний контур має аперіодичну сигнатуру.

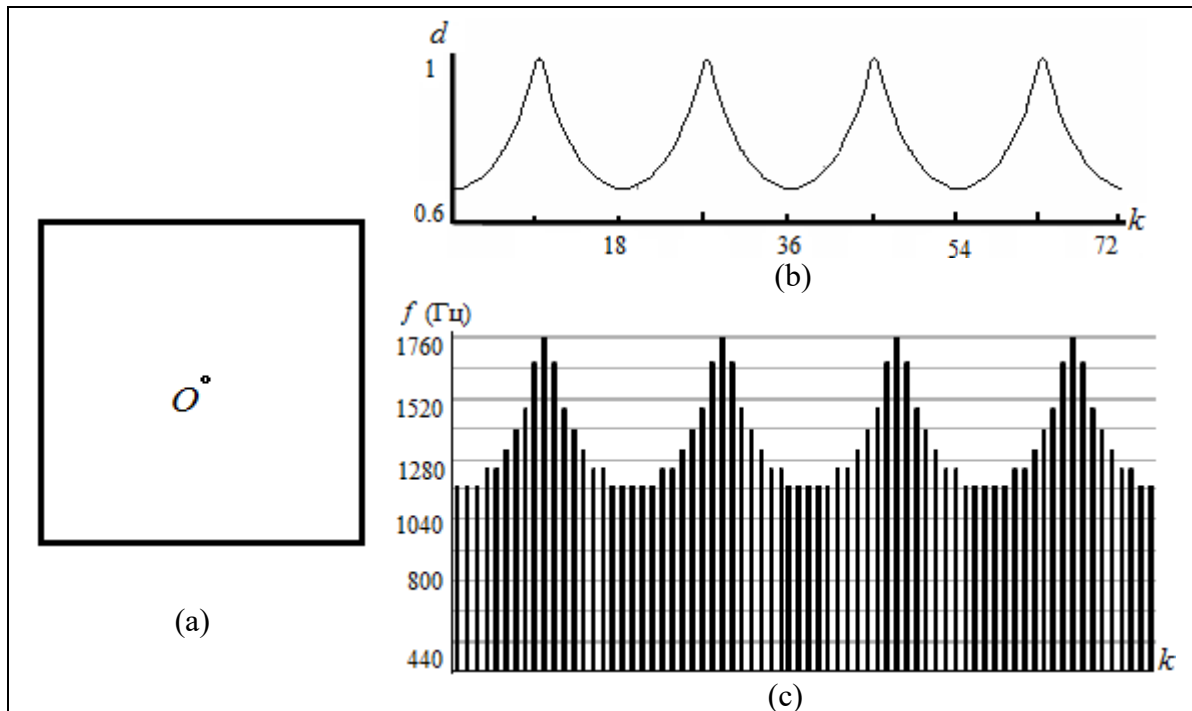


Рис. 1. Кодування контуру квадрата музичним звуком: (а) контур із центроїдом O ; (б) сигнатура; (с) частоти звуків музичного представлення.

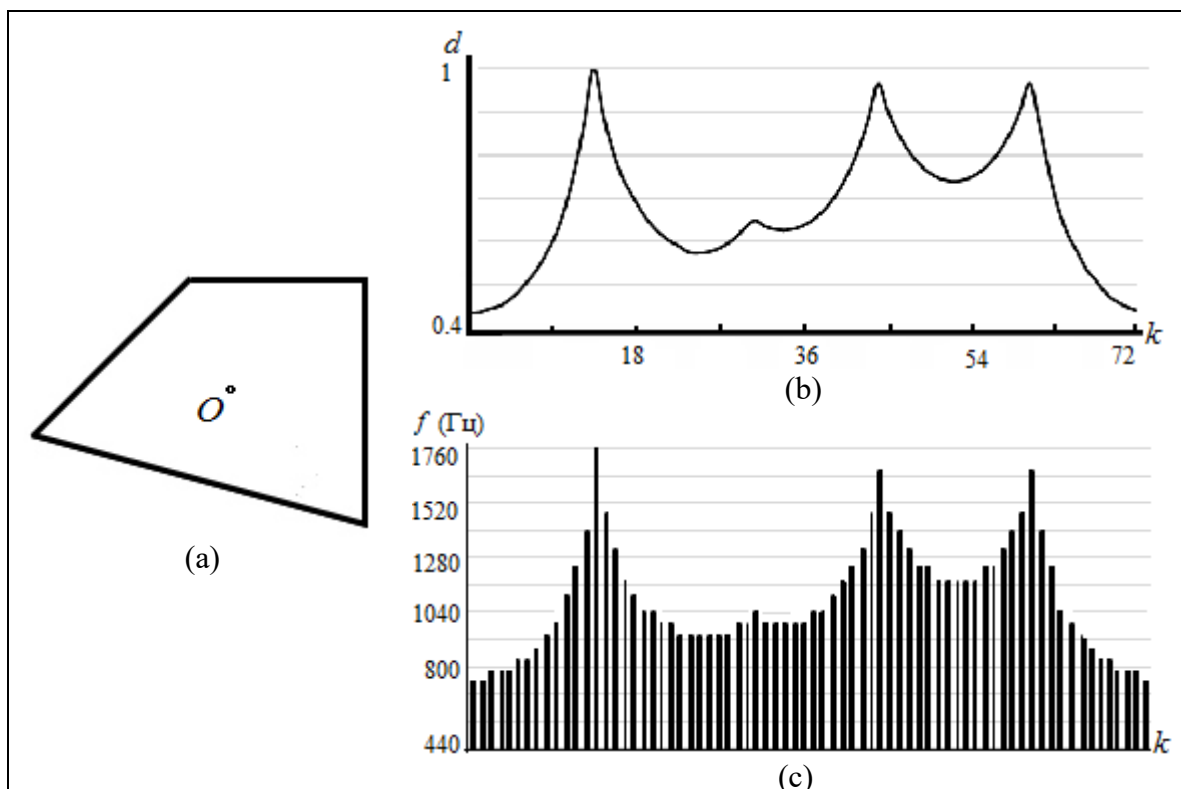


Рис. 2. Кодування контуру чотирикутника музичним звуком: (а) контур із центроїдом O ; (б) сигнатура; (с) частоти звуків музичного представлення.

Як приклад розглянемо зображення сигнатур «кут-відстань» (при $\Delta\varphi = 5^\circ$) і частот музичних звуків для представлення контурів квадрата (рис. 1) і неправильного чотирикутника (рис. 2). У випадку квадрата сигнатура складається з чотирьох однакових ланок (рис. 1, б). Звуковий образ його також складається з чотирьох однакових фрагментів (рис. 1, с), кожен з яких за допомогою музичної нотації (табл. 1) можна представити у вигляді $\{D_6 D_6 D_6 D_6^\# D_6^\# E_6 F_6 F_6^\# G_6^\# A_6 G_6^\# F_6^\# F_6 E_6 D_6^\# D_6 D_6\}$.

Загальний час відтворення музичного образу контуру залежить від вибраного кроку по куту $\Delta\varphi$ (він визначає кількість сигналів у звуковій послідовності) і заданої тривалості звучання сигналу частотою f_k . Через інерційність слуху для частот у діапазоні 1000–2000 Гц висота тону починає сприйматися через 15 мс, а для частот нижче 500 Гц – лише через 60 мс [2]. З огляду на цей факт, для впевненого сприйняття музичного образу контуру тривалість звучання сигналу будь-якої частоти можна задати рівною 65 мс. Наприклад, загальний час відтворення акустичного образу контуру при $\Delta\varphi = 5^\circ$ становитиме приблизно 5 с.

Висновки

Запропоновано метод побудови звукового образу контуру з використанням музичних звуків у зручному для сприйняття діапазоні частот від 440 Гц до 1760 Гц. Звуковий образ формується на основі одновимірного представлення контуру з використанням сигнатури «кут-відстань». При цьому більшому значенню сигнатури відповідає більш висока нота. На основі таких звукових образів нескладно інтерпретувати прості фігури (коло, квадрат та ін.), які є фундаментальними будівельними блоками більш складних об'єктів. Тому визнання їхньої характерної звукової сигнатури – важливий крок до інтерпретації складних зображень.

Список використаної літератури

1. Meijer P.B.L. An Experimental System for Auditory Image Representations. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. 1992. Vol. 39, No. 2. P. 112–121.
2. Радзишевский А.Ю. Основы аналогового и цифрового звука. Москва: Издательский дом “Вильямс”, 2006. 288 с.
3. Alty J.L., Rigas D.I. Communicating Graphical Information to Blind Users Using Music: the Role of Context. *Proceedings of the SIGCHI conference on Human factors in computing systems*, Los Angeles, USA, April 18–23 1998. P. 574–581.
4. Cronly-Dillon J., Persaud K.C., Gregory R. P. F. The Perception of Visual Images Encoded in Musical Form: A Study in Cross-Modality Information Transfer. *Proceedings: Biological Sciences*. 1999. Vol. 266, No. 1436. P. 2427–2433.
5. Abboud S., Hanassy S., Levy-Tzedek S., Maidenbaum S., Amedi A. EyeMusic: Introducing a ‘Visual’ Colourful Experience for the Blind Using Auditory Sensory Substitution. *Restorative Neurology and Neuroscience*. 2014. Vol. 32, No. 2. P. 247–257.
6. Uno S., Suzuki Y., Watanabe T., Matsumoto M., Wang Y. Sound-based image and position recognition system ‘SIPReS’. *Proceedings of the 24th International Conference on Auditory Display (ICAD 2018)*, Michigan Technological University, USA, June 10–15 2018. P. 67–72.
7. Гостев И.М. Методы идентификации графических объектов на основе геометрической корреляции. *Физика элементарных частиц и атомного ядра*. 2010. Т. 41. № 1. С. 49–96.
8. Zhang D., Lu G. Review of shape representation and description techniques. *Pattern Recognition*. 2004. Vol. 37, No. 1. P. 1–19.
9. Каленчук-Порханова А.А., Вакал Л.П. Пакет программ аппроксимации функций. *Комп’ютерні засоби, мережі та системи*. 2008. № 7. С. 32–38.
10. Вакал Л.П. Рівномірне кусково-поліноміальне наближення. *Комп’ютерні засоби, мережі та системи*. 2006. № 5. С. 53–59.
11. Vakal L.P. Solving uniform nonlinear approximation problem using continuous genetic algorithm. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2016. Vol. 48, No. 6. P. 49–59.
12. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. Москва : Техносфера, 2012. 1104 с.

References

1. Meijer P.B.L. (1992) An Experimental System for Auditory Image Representations. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. **39**, 2, 112–121.
2. Radzishhevskiy, A.Yu. (2006) Osnovy analogovogo i tsifrovogo zvuka. Moskva: Izdatelskiy dom “Vilyams”.
3. Alty, J.L., & Rigas, D.I. (1998) Communicating Graphical Information to Blind Users Using Music: the Role of Context. *Proceedings of the SIGCHI conference on Human factors in computing systems*, Los Angeles, USA, 574–581.
4. Cronly-Dillon, J., Persaud, K.C., & Gregory, R.P.F. (1999) The Perception of Visual Images Encoded in Musical Form: A Study in Cross-Modality Information Transfer. *Proceedings: Biological Sciences*. **266**, 1436, 2427–2433.
5. Abboud, S., Hanassy, S., Levy-Tzedek, S., Maidenbaum, S., & Amedi, A. (2014) EyeMusic: Introducing a ‘Visual’ Colourful Experience for the Blind Using Auditory Sensory Substitution. *Restorative Neurology and Neuroscience*. **32**, 2, 247–257.
6. Uno, S., Suzuki, Y., Watanabe, T., Matsumoto, M., & Wang, Y. (2018) Sound-based image and position recognition system ‘SIPReS’. *Proceedings of the 24th International*

- Conference on Auditory Display (ICAD 2018)*, Michigan Technological University, USA, 67–72.
7. Gostev, I.M. (2010) Metodyi identifikatsii graficheskikh ob'ektov na osnove geometricheskoy korrelyatsii. *Fizika elementarnykh chastits i atomnogo yadra*. **41**, 1, 49–96.
 8. Zhang, D., & Lu, G. (2004) Review of shape representation and description techniques. *Pattern Recognition*. **37**, 1, 1–19.
 9. Kalenchuk-Porkhanova, A.A., & Vakal, L.P. (2008) Paket programm approksimatsii funktsiy. *Kompiuterni zasoby, merezhi ta systemy*. **7**, 32–38.
 10. Vakal, L.P. (2006) Rivnomirne kuskovo-polinomialne nablyzhennia. *Kompiuterni zasoby, merezhi ta systemy*. **5**, 53–59.
 11. Vakal, L.P. (2016) Solving uniform nonlinear approximation problem using continuous genetic algorithm. *Journal of Automation and Information Sciences*. **48**, 6, 49–59.
 12. Gonsales, R., & Vuds, R. (2012) *Tsifrovaya obrabotka izobrazheniy*. Moskva: Tehnosfera.

Вакал Лариса Петрівна – к.т.н., старший науковий співробітник Інституту кібернетики ім. В.М. Глушкова. E-mail: lara.vakal@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1658-5432.

Вакал Євген Сергійович – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри математичної фізики Київського національного університету імені Тараса Шевченка. E-mail: jvakal@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8581-9098.