

УДК 621.384.6

А.С. МАЗМАНИШВИЛІ, Н.Г. РЕШЕТНЯК
 Национальный Научный Центр “Харьковский физико-технический институт”

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ И ПОВОРОТНЫХ ТРАЕКТОРИЙ ЭЛЕКТРОНОВ В ГРАДИЕНТНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ МАГНЕТРОННОЙ ПУШКИ

Рассмотрено движение электронов в цилиндрическом магнитном поле с переменной напряженностью вдоль оси поля. Используются математические и численные модели преобразования опытных данных аналитическими функциями. С целью получения прецизионных характеристик изучено формирование пучка с энергией 55 кэВ в продольном и радиальном направлениях при его транспортировке в магнитном поле соленоида. Показано, что движению электронов можно сопоставить оптическую модель прохождения световых лучей в среде с градиентным коэффициентом, зависящим от радиуса. Построено программное средство, использование которого дало возможность промоделировать основные зависимости движения электронного пучка в заданном соленоидальном магнитном поле. Представлены результаты численного моделирования траекторий электронов в градиентном магнитном поле магнетронной пушки с вторичноэмиссионным катодом. Рассмотрено формирование пучка с энергией 55 кэВ в радиальном и продольном направлениях при его транспортировке в соленоидальном магнитном поле с большим градиентом. Получены режимы работы пушки, при которых частица испытывает эффект "бутылочного горлышка" и завершает свое движение возвращением в прикатодную область. Таким образом, получены бифуркационные режимы динамики частиц при их движении вдоль оси транспортировки как вперед на мишень, так и назад в прикатодную область. Изучено влияние начальных условий при эмиссии на возникновение возвратного эффекта. Показано, что при заданной энергии электрона и фиксированном магнитном поле параметром, определяющим отражение частицы, является полярный угол влета относительно оси цилиндрического магнитного поля. Исследована зависимость формирования итогового распределения частиц от амплитуды и градиента магнитного поля вдоль оси системы. Приводятся результаты численного моделирования по движению трубчатого электронного потока. Изучена возможность управления продольной координатой точки возврата электрона. На основе модели движения электронного потока рассмотрены характеристики результирующего электронного пучка.

Ключевые слова: электронный пучок, магнетронная пушка, бифуркация, динамика электронов, градиентное магнитное поле, математическое моделирование, опытные данные.

О.С. МАЗМАНИШВИЛІ, М.Г. РЕШЕТНЯК
 Національний Науковий Центр “Харківський фізико-технічний інститут”

МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАЛЬНИХ І ПОВОРОТНИХ ТРАЄКТОРІЙ ЕЛЕКТРОНІВ В ГРАДІЄНТНОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ МАГНЕТРОННОЇ ГАРМАТИ

Розглянуто рух електронів в циліндричному магнітному полі зі змінною напруженістю вздовж осі поля. Використано математичні та чисельні моделі перетворення експериментальних даних аналітичними функціями. З метою отримання прецизійних характеристик вивчено формування пучка з енергією 55 кеВ в поздовжньому і радіальному напрямках при його транспортуванні в магнітному полі соленоїда. Показано, що руху електронів можна зіставити оптичну модель проходження світлових променів в середовищі з градієнтним коефіцієнтом, що залежить від радіуса. Побудовано програмний засіб, використання якого дало можливість промодельовати основні залежності руху електронного пучка в заданому соленоїдальному магнітному полі. Представлено результати чисельного моделювання траєкторій електронів в градієнтному магнітному полі магнетронній гармати з вторинноемісійним катодом. Розглянуто формування пучка з енергією 55 кеВ в радіальному і поздовжньому напрямках при його транспортуванні в соленоїдальному магнітному полі з великим градієнтом. Отримано режими роботи гармати, при яких частка відчуває ефект "пляшкового горлечка" і завершує свій рух поверненням в прикатодну область. Таким чином, отримані біфуркаційні режими динаміки часток при їх русі вздовж осі транспортування як вперед на мішень, так і назад в прикатодну область. Вивчено вплив початкових умов при емісії на виникнення зворотного ефекту. Показано, що при заданій енергії електрона і фіксованому магнітному полі параметром, що визначає відображення частки, є полярний кут вльоту щодо осі циліндричного магнітного поля. Досліджено залежність формування підсумкового розподілу від

амплітуди і градієнта магнітного поля вздовж осі системи. Наводяться результати чисельного моделювання по руху трубчастого електронного потоку. Вивчено можливість управління позовжньою координатою точки повернення електрона. На основі моделі руху електронного потоку розглянуті характеристики результуючого електронного пучка.

Ключові слова: електронний пучок, магнетронна гармата, біфуркація, динаміка електронів, градієнтне магнітне поле, математичне моделювання, експериментальні дані.

A.S. MAZMANISHVILI, N.G. RESHETNYAK
National Science Center “Kharkov Institute of Physics & Technology”

MODELING OF OSCILLATORY AND RETURN TRAJECTORIES OF ELECTRONS IN A GRADIENT MAGNETIC FIELD MAGNETRON GUN

The motion of electrons in a cylindrical magnetic field with variable strength along the field axis is considered. Mathematical and numerical models of transformation of experimental data by analytical functions are used. In order to obtain precision characteristics, we studied the formation of a 55 keV beam in the longitudinal and radial directions during its transportation in the magnetic field of a solenoid. It is shown that the motion of electrons can be compared with an optical model of the transmission of light rays in a medium with a gradient coefficient depending on the radius. A software tool was developed, the use of which made it possible to simulate the main dependences of the motion of an electron beam in a given solenoidal magnetic field. The results of numerical simulation of electron trajectories in a gradient magnetic field of a magnetron gun with a secondary emission cathode are presented. The formation of a beam with energy of 55 keV in the radial and longitudinal directions during its transportation in a solenoidal magnetic field with a large gradient is considered. The operating modes of the gun are obtained in which the particle experiences the "bottleneck" effect and completes its movement by returning to the cathode region.. The influence of the initial conditions during emission on the occurrence of the return effect has been studied. It is shown that for a given electron energy and a fixed magnetic field, the parameter determining the particle reflection is the polar angle of entry relative to the axis of the cylindrical magnetic field. The dependence of the formation of the final distribution of particles on the amplitude and gradient of the magnetic field along the axis of the system is investigated. The results of numerical simulation on the motion of a tubular electron flow are presented. The possibility of controlling the longitudinal coordinate of the electron return point has been studied. The characteristics of the resulting electron beam are considered on the basis of a model of electron flow motion.

Key words: electron beam, magnetron gun, bifurcation, electron dynamics, gradient magnetic field, mathematical modeling, experimental data.

Постановка проблеми

Магнетронні пушки с холодними вторичноemisсионними катодами перспективны для использования их при создании мощных СВЧ-приборов, в ускорительной технике в связи с высокой плотностью тока, конструктивной простотой, стабильностью эмиссии катодов и т.д. [1, 2]. На основе магнетронной пушки с вторичноemisсионным катодом был создан ускоритель электронов, который использует осевой электронный пучок для облучения металлических мишеней [3]. Как объект исследования, магнетронная пушка имеет то преимущество, что, с одной стороны, она может быть модифицирована для проведения экспериментов различного типа, с другой стороны, несмотря на сложность выполнения аналитического исследования, для получения количественных зависимостей вполне возможно применение вычислительных методов и сравнения числовых результатов с данными эксперимента.

Объектом данной работы является изучение параметров трубчатого электронного пучка при его транспортировке в интенсивном градиентном магнитном поле соленоида и построение вычислительной модели движения электронного потока в области роста поля. Целью исследований явилось создание математической модели движения электронного пучка с энергией в десятки кэВ в градиентном магнитном поле, исследование зависимости формирования траекторий электронов пучка от начальных условий и распределения магнитного поля вдоль оси системы. В работе на основе

гамільтонова формалізма руху електронів в магнітному полі синтезовано програмне середство, що дозволяє провести численне моделювання динаміки трубчатих електронних потоків в спадаючому магнітному полі соленоїда. Приводяться результати численного моделювання по руху трубчатого електронного потоку. Отримані результати моделювання показують на можливість в умовах експерименту встановити явище зворотного руху.

Аналіз останніх результатів і публікацій

Електронні пучки різної конфігурації і інтенсивності широко застосовуються в електронно-лучевих технологіях, високовольтній імпульсній СВЧ-електроніці, прискорювальній техніці і др. [1-4], при цьому круг задач, для рішення яких застосовуються електронні пучки, постійно розширюється. Проводяться дослідження з електронними пучками з різними енергіями і просторовою конфігурацією. В ННЦ ХФТИ використовуються джерела електронів з холодними катодами, що працюють в режимі вторичної емісії, розміщені в скрещених електричних і магнітних полях, при цьому в якості джерела електронів використовується магнетронна пушка. Вторичноемісійний механізм генерації пучка такої пушки, внаслідок його слабо руйнівного впливу на матеріал катоду, сприяє збереженню емісійних властивостей електронного джерела впродовж тривалого часу. Удосконалення магнетронної пушки, що полягає в застосуванні інтенсивних магнітних полів з підвищеним градієнтом їх напруженості, дає можливість розглянути нові явища в просторовій картині еволюції електронних пучків.

На основі магнетронної пушки з вторичноемісійним катодом створено електронний прискорювач, в якому використовується осевий електронний пучок для облучення металічних мішеней [3-5], з перспективою облучення внутрішньої циліндричної поверхні з допомогою радіального пучка. Побудовано програмне середство, використання якого дає можливість промоделивати основні залежності руху електронного пучка в заданому соленоїдальному магнітному полі [6-8].

Ціль дослідження

В цій роботі приводяться результати дослідження динаміки електронного пучка в каналі транспортування і результати численного моделювання по руху трубчатого електронного потоку. Досліджується можливість управління параметрами і типом руху електронного пучка в градієнтному магнітному полі режимами шляхом цільової регулювання початкових умов при емісії. Метою дослідження є виявлення таких режимів роботи магнетронної пушки, в яких можлива реалізація нових типів траєкторій руху електронних пучків.

Основний матеріал дослідження

1. Математична модель.

Для побудови математичної моделі рішення скористаємося аксіальною симетрією задачі. Тому будемо працювати в полярній системі координат (r, z, ϑ) . Гамільтоніан розглядаваної задачі в ній має вигляд

$$H = \frac{p_r^2 + p_z^2}{2m} + \frac{1}{2m} \left(\frac{p_\vartheta}{r} - e_0 A \right)^2, \quad (1)$$

где e_0 , m – заряд и масса покоя электрона, p_r , p_z , p_ϑ – канонические импульсы, A – магнитный потенциал. Его, с учетом азимутальной симметрии, пока запишем в виде $A(r, z) = Brf(z)$, где $f(z)$ – функция продольной координаты, которой распорядимся ниже, B – напряженность магнитного поля в рассматриваемой точке. В гамильтоновой форме уравнения движения для координат и импульсов имеют общий вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{r} = \frac{p_r}{m}, \\ \dot{z} = \frac{p_z}{m}, \\ \dot{\vartheta} = \frac{1}{m} \left(\frac{p_\vartheta}{r} - e_0 Brf(z) \right) \frac{1}{r}, \\ \dot{p}_r = \frac{1}{m} \left(\frac{p_\vartheta}{r} - e_0 Brf(z) \right) \left(\frac{p_\vartheta}{r^2} + e_0 Bf(z) \right), \\ \dot{p}_z = \frac{1}{m} \left(\frac{p_\vartheta}{r} - e_0 Brf(z) \right) \left(e_0 Br \frac{\partial}{\partial z} f(z) \right), \\ \dot{p}_\vartheta = 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

В результате нахождения частных производных получим систему из 6 уравнений. В ней перейдем, используя скорость света c , от текущего времени t к переменной $S = ct$ (она пропорциональна пути, который прошла частица вдоль траектории), производную по ней будем обозначать штрихом. Для канонических импульсов осуществим замену $p_r = e_0 Bq_r$, $p_z = e_0 Bq_z$, $p_\vartheta = e_0 Bq_\vartheta$. После преобразований приходим к системе уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} r' = \mu q_r, \quad z' = \mu q_z, \quad \vartheta' = \mu \left(q_\vartheta / r^2 - f(z) \right), \\ q_r' = \mu r \left(q_\vartheta / r^2 - f(z) \right) \left(q_\vartheta / r^2 + f(z) \right), \quad q_z' = \mu r^2 \left(q_\vartheta / r^2 - f(z) \right) df(z) / dz, \quad q_\vartheta' = 0, \end{array} \right. \quad (3)$$

в которой $f(z)$ – полевая функция продольной координаты, $df(z)/dz$ – производная функции $f(z)$.

В уравнениях (3) $\mu = e_0 B / mc$, $Bf(z)$ – функция, описывающая напряженность магнитного поля вдоль оси z . Амплитуду B выбираем так, чтобы можно было пользоваться функцией $Bf(z)$ на всем интервале возможных значений z . К уравнениям (3) необходимо присоединить начальные условия для r_0 , z_0 , ϑ_0 , а также для q_{r0} , q_{z0} , $q_{\vartheta0}$. Устойчивость алгоритма решения связана с шагом Δs решения и параметром μ . Тогда условие $\mu \Delta s \ll 1$ будет выполняться, если $\Delta s \ll 0.0001$ м. Итак, с вычислительной точки зрения задача может быть сформулирована как задача нахождения решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями. Сформулированная задача Коши может быть решена, при условии, что обеспечена возможность на каждом шаге интегрирования уравнений (3) использовать функции $f(z)$ и $df(z)/dz$ как аналитические функции.

2. Магнитное поле.

В [8] была ранее описана работа магнетронной пушки. Существенным фактором, влияющим на её работу, является вид используемого соленоидального магнитного поля (рис. 1 и рис. 2), обладающего цилиндрической симметрией. Это

позволяет использовать систему уравнений (3) для анализа и численного моделирования.

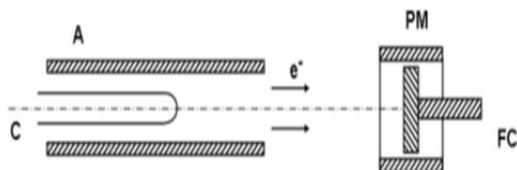


Рис. 1. Схема движения пучка электронов (А – анод, С – катод, PM – постоянный магнит, FC – мишень)

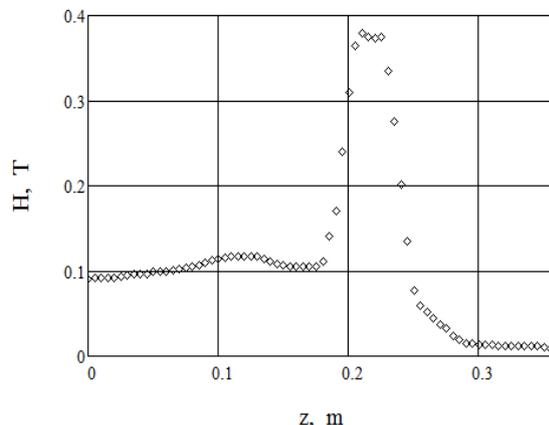


Рис. 2. Опытные данные магнитного поля H в пушке

Применение разработанного программного средства, основанного на аналитической модели распределения магнитного поля вдоль оси идеального соленоида, позволило, опираясь на массив из опытных данных на оси транспортировки электронов, восстановить амплитуду $f(z)$ магнитного поля и её производную $df(z)/dz$ как аналитические функции продольной координаты z (рис. 3 и рис. 4). Это обеспечило возможность получения решений системы (3) в виде 6-мерных массивов, описывающих траектории частиц и численно изучить динамику движения электронов в магнитном поле соленоида.

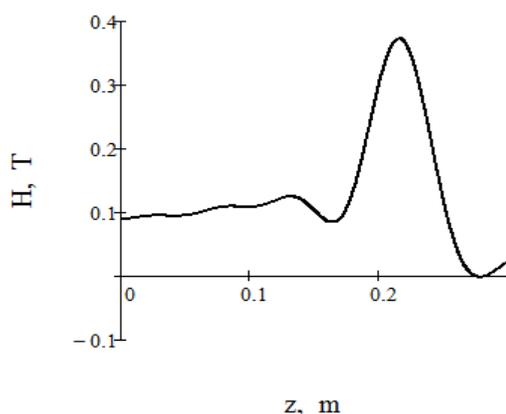


Рис. 3. Аппроксимация амплитуды H магнитного поля H

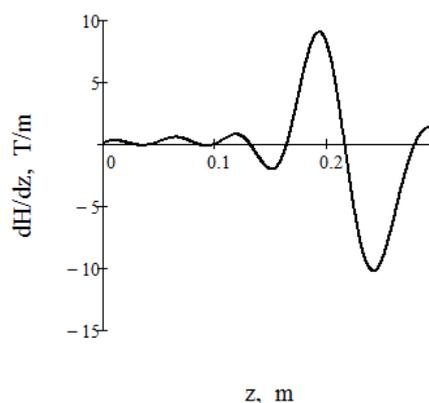


Рис. 4. Аппроксимация производной dH/dz магнитного поля

3. Результаты численного моделирования.

Ниже приведены результаты численного моделирования траекторий электронов с энергией $E=55$ кэВ в градиентном магнитном поле, выполненные при начальном условии $z_0 = 0$ мм для различных полярных углов влета $\psi_0 = q'_r$ в систему транспортировки. В качестве начальных условий были выбраны следующие: $r_0 = 21$ мм, $\vartheta_0 = 0$ рад. Далее

$$q'_z|_0 = \frac{1}{\mu} \sqrt{2 \frac{E}{E_0}}, \quad q'_\theta|_0 = r_0^2 f(z_0), \quad (4)$$

($E_0=511$ кэВ – энергия покоя электрона). Результаты расчетов приводятся для случаев $\psi_0=0.0, -0.01$ и -0.02 радиана (здесь знак "минус" означает, что частица на старте влетает, приближаясь по радиусу к оси системы).

На рис. 5 приведены примеры траекторий электрона для трех выбранных углов влета ψ_0 . Видно, что увеличение (по модулю) угла влета приводит к существенной перестройке типа траектории.

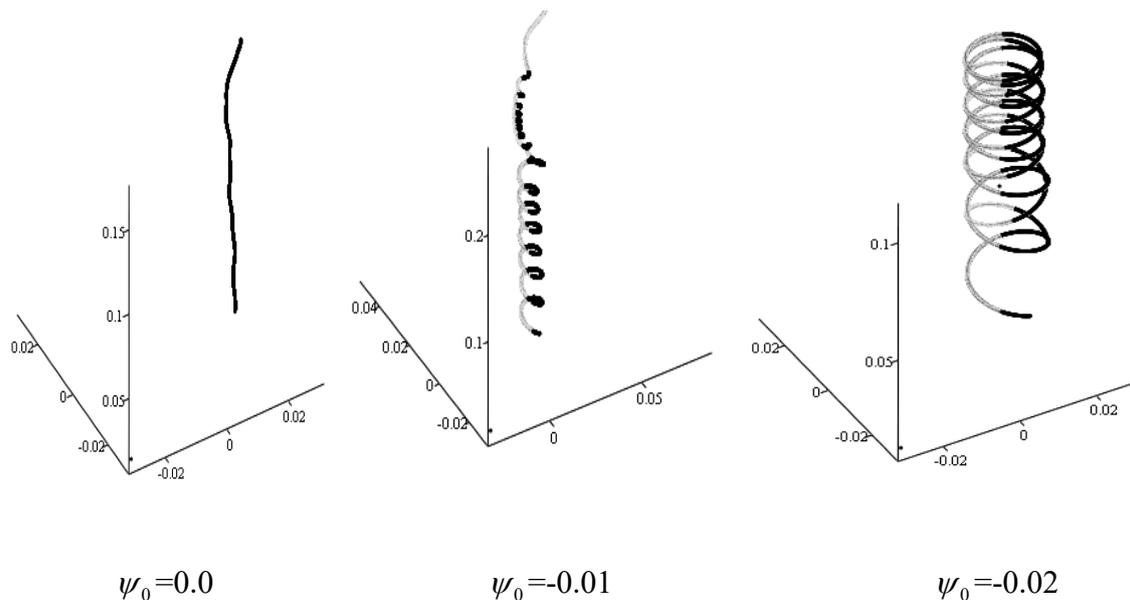


Рис. 5. Траектория электрона в градиентном магнитном поле (ось z системы направлена вверх)

На рис. 6 для трех случаев угла влета показаны зависимости текущей продольной координаты z от пройденного электроном пути S вдоль его траектории. Видно, что начиная с $\psi_0=-0.01$ траектория отклоняется от прямолинейной, а при $\psi_0=-0.02$ уже имеет место разворот с последующим движением назад в прикатодную область.

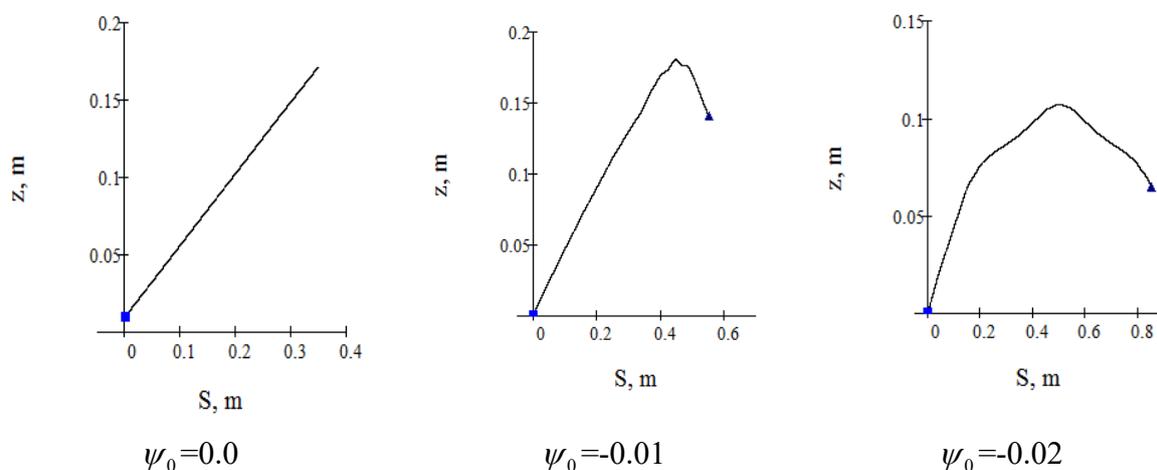


Рис. 6. Зависимость продольной координаты z от пройденного электроном пути S (квадратиком указан старт, треугольником показан финиш)

Фазовые (z,r) -карты траекторий приведены на рис. 7. В случае $\psi_0 = -0.02$ видно, что у траектории по мере приближения к градиентной области магнитного поля уменьшается продольный шаг поперечных осцилляций. Далее частица испытывает колебания в предельной возвратной точке, в которой производная dz/dS продольной координаты z обращается в ноль. Затем электрон, испытывая, как и ранее, поперечные колебания, движется назад. Такому движению электронов можно сопоставить оптическую модель прохождения световых лучей в среде с градиентным коэффициентом преломления, зависящим от радиуса, то есть имеют место режимы работы пушки, при которых частица испытывает "бутылочный" эффект и завершает свое движение возвращением в прикатодную область.

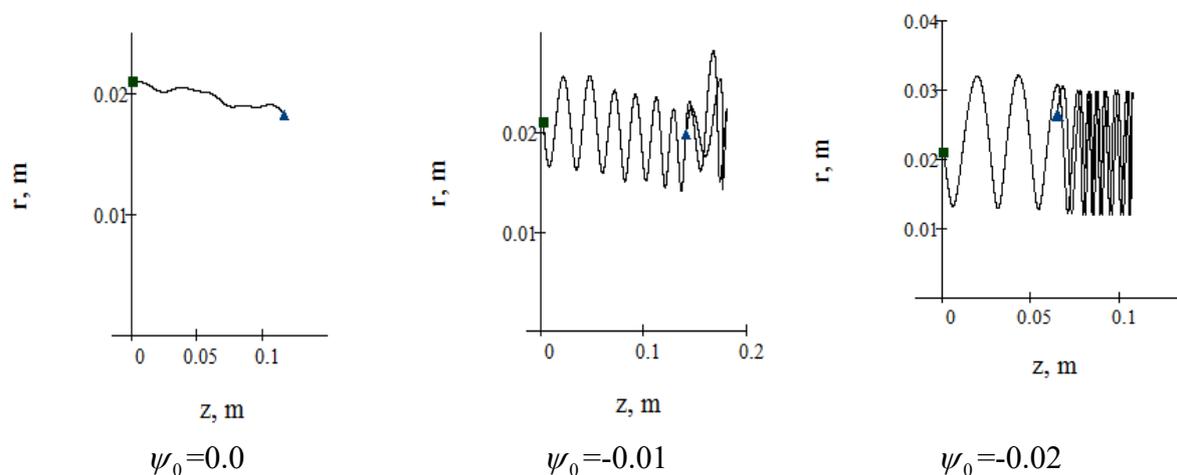


Рис. 7. Фазовые карты (z,r) (квадратиком указан старт, треугольником показан финиш)

Таким образом, получены бифуркационные режимы динамики части при их движении вдоль оси транспортировки как вперед на мишень, так и назад в прикатодную область.

Выводы

При движении в канале транспортировки пучка поток электронов испытывает преобразование плотности распределения в фазовом пространстве, которое определяется видом градиентного магнитного поля в канале. Взаимодействие электронов с интенсивным магнитным полем может привести к эффекту "бутылочного горлышка" отражения частицы – движению назад. При заданной энергии электрона и фиксированном магнитном поле параметром, определяющем отражение частицы, является полярный угол влета относительно оси цилиндрического магнитного поля. Приводятся результаты численного моделирования по движению электронного потока. Показаны примеры численных расчетов, иллюстрирующие бифуркационные режимы динамики части при их движении вдоль оси транспортировки как вперед на мишень, так и назад в прикатодную область.

Список использованной литературы

1. Dovbnya A.N., Lavrinenko S.D., Zakutin V.V. Surface modification of zirconium and Zr1%Nb alloy by the electron beam of the magnetron gun-based accelerator. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Physics of Radiation Effects and Radiation Materials Science"*. 2011, № 2. P. 39-45.
2. Ayzatsky M.I., Dovbnya A.N., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G., Romas'ko V.P., Chertishchev I.A. Studies on formation of the radially-directed electron beam generated

- by the magnetron gun with a secondary emission cathode. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Nuclear Physics Investigations"*. 2016. Issue 66. № 3(103). P. 11-16.
3. Dovbnya A.N., Dovbnya N.A., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G., Chertishchev I.A. Transport simulation of a high-current electron beam formed by the magnetron gun with a secondary-emission cathode in a decreasing solenoid field. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Nuclear Physics Investigations"*. 2015. № 6. P. 77-82.
 4. Айзацкий Н.И., Довбня А.Н, Мазманишвили А.С., Решетняк Н.Г., Ромасько В.П., Чертищев И.А. Исследование формирования электронного пучка в радиальном направлении, генерируемого магнетронной пушкой с вторично-эмиссионным катодом. *Вопросы Атомной Науки и Техники, Серия "Ядерно-Физические Исследования"*. 2016. Вып. № 3(1-3). С. 11-16.
 5. Мазманишвили А.С., Решетняк Н.Г. Динамика электронного пучка на выходе магнетронной пушки в градиентном магнитном поле. *Вопросы Атомной Науки и Техники, Серия "Ядерно-физические исследования"*. 2019. Вып. 72, № 6(124). С. 106-113.
 6. Мазманишвили А.С., Решетняк Н.Г., Шовкопляс О.А. Пучковый и секторный режимы электронных потоков в цилиндрической магнитном поле магнетронной пушки. *Журнал Нано- и Электронной Физики*. 2020. Том 12, № 3, 03001(5с).
 7. Dovbnya A.N., Dovbnya N.A., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G. Longitudinal-radial motion of an electron beam in the solenoidal field of the secondary-emission magnetron gun. *Problems of Atomic Science and Technology, series "Nuclear Physics Investigations"*. 2017. Issue № 6(112). P. 96-100.
 8. Мазманишвили А.С., Решетняк Н.Г. Преобразование массива данных цилиндрического магнитного поля магнетронной пушки и задача радиального движения электронов. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2020. Т.3, № 1. С. 108-116.

References

1. Dovbnya, A.N., Lavrinenko, S.D. & Zakutin, V.V. (2011). Surface modification of zirconium and Zr1%Nb alloy by the electron beam of the magnetron gun-based accelerator. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Physics of Radiation Effects and Radiation Materials Science"*. **2**, 39-45.
2. Ayzatsky, M.I., Dovbnya, A.N., Mazmanishvili, A.S., Reshetnyak, N.G., Romas'ko, V.P. & Chertishchev I.A. (2016). Studies on formation of the radially-directed electron beam generated by the magnetron gun with a secondary emission cathode. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Nuclear Physics Investigations"*. **66**, 3(103), 11-16.
3. Dovbnya, A.N., Dovbnya, N.A., Mazmanishvili, A.S., Reshetnyak, N.G. & Chertishchev, I.A. (2015). Transport simulation of a high-current electron beam formed by the magnetron gun with a secondary-emission cathode in a decreasing solenoid field. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Nuclear Physics Investigations"*. **6**, 77-82.
4. Ayzatskiy, N.I., Dovbnya, A.N, Mazmanishvili, A.S., Reshetnyak, N.G., Romasko, V.P. & Chertischev, I.A. (2016). Issledovanie formirovaniya elektronnoy puchki v radialnom napravlenii, generiruemogo magnetronnoy pushkoy s vtorichno-emissionnyim katodom. *Voprosyi Atomnoy Nauki i Tehniki, Seriya "Yaderno-Fizicheskie Issledovaniya"*. **3(1-3)**, 11-16.

5. Mazmanishvili, A.S. & Reshetnyak, N.G. (2019). Dinamika elektronnoho puchka na vyihode magnetronnoy pushki v gradientnom magnitnom pole. *Voprosyi Atomnoy Nauki i Tehniki, Seriya "Yaderno-fizicheskie issledovaniya"*. **72**, 6(124), 106-113.
6. Mazmanishvili, A.S., Reshetnyak, N.G. & Shovkoplyas, O.A. (2020). Puchkoviy i sektornyiy rezhimy elektronnykh potokov v tsilindricheskoj magnitnom pole magnetronnoy pushki. *Zhurnal Nano- i Elektronnoy Fiziki*. **12**, 3, 03001(5pp).
7. Dovbnya, A.N., Dovbnya, N.A., Mazmanishvili, A.S. & Reshetnyak, N.G. (2017). Longitudinal-radial motion of an electron beam in the solenoidal field of the secondary-emission magnetron gun. *Problems of Atomic Science and Technology, series "Nuclear Physics Investigations"*. **69**, 6(112), 96-100.
8. Mazmanishvili, A.S. & Reshetnyak N.G. (2020). Preobrazovanie massiva dannykh tsilindricheskogo magnitnogo polya magnetronnoy pushki i zadacha radialnogo dvizheniya elektronov. *Prikladni pitannya matematichnogo modelyuvannya*. **3**, 1, 108-116.

МАЗМАНИШВИЛИ Александр Сергеевич – доктор физико-математических наук, профессор, старший научный сотрудник НИЦ ХФТИ, e-mail: mazmanishvili@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0373-0626.

РЕШЕТНЯК Николай Григорьевич – кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник НИЦ ХФТИ, e-mail: nreshetnyak@kipt.kharkov.ua, ORCID: 0000-0002-2345-6789.