УДК 514.18

А. Ю. НИЦЫН
Харьковский технический университет «Харьковский политехнический институт»

СВЯЗЬ ГРУППЫ СИММЕТРИИ ОРНАМЕНТА НА ЭСКИЗЕ М. К. ЭШЕРА «МОРСКИЕ КОНЬКИ» С ДВИЖЕНИЯМИ ПЛОСКОСТИ, ОПИСЫВАЮЩИМИ ПОСТРОЕНИЕ ЕГО ФИГУРНОЙ ПЛИТКИ

Первое, что бросается в глаза, когда рассматриваешь эскиз М. К. Эшера «Морские коньки», – её особенность, которая состоит в том, что если принять какую-либо зооморфную форму за оригинал, то, чтобы получить её копии, необходимо выполнить центральные симметрии оригинала и его параллельные переносы, причём параллельные переносы осуществляются в шести направлениях. Мы предполагаем, что такими же центральными симметриям и параллельными переносами связаны между собой отдельные части контура зооморфной формы, целиком покрывающей плоскость. Наше предположение основывается на том, что связь между группой симметрии орнамента и группой движений плоскости, описывающей построение фигурных плиток, заполняющих плоскость без наложений и пропусков, была обнаружена нами и в гравюре М. К. Эшера «Всадники», и в его литографии «Ящерицы».

Таким образом, наша цель состоит в том, чтобы классифицировать орнаменты по кристаллографическим группам симметрии на плоскости, открытым русским учёным Е. С. Фёдоровым, и связать группы симметрии орнаментов с группами движений плоскости, описывающими построение их повторяющихся фигур.

Предложено правило построения фигурной плитки, стилизующей изображения растений и животных и заполняющей плоскость без наложений и пропусков при параллельных переносах и вращениях её повторений, в частности фигурной плитки, обобщающей изображение зооморфной формы на эскизе М. К. Эшера «Морские коньки». Предложенное правило было применено для составления орнамента, стилизующего эскиз М. К. Эшера «Морские коньки». Показано, что данный орнамент имеет множество центров симметрии и шесть векторов трансляции. Выявлена связь между группой симметрии орнамента и движениями плоскости, приводящими к образованию его фигурной плитки. Выявлена связь между движениями плоскости, приводящими к образованию фигурной плитки, и группой симметрии орнамента, полученного на её основе. Показано, что если какой-либо фигуре соответствует какая-либо группа преобразований плоскости, то такой же группе преобразований плоскости будет соответствовать орнамент, полученный параллельными переносами и вращениями её повторений. Предположено, что предметом дальнейших исследований будет приложение одной из кристаллографических групп симметрии Е. С. Фёдорова к построению фигурной плитки, стилизующей зооморфную форму на одной из гравюр М. К. Эшера.

Ключевые слова: мозаики, фигурные плитки в форме животных и растений, стилизация гравюр М. К. Эшера.

О.Ю. НІЦИН
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

ЗВ'ЯЗОК ГРУПИ СИМЕТРІЇ ОРНАМЕНТУ НА ЕСКІЗІ М. К. ЕШЕРА «МОРСЬКІ КОНИКИ» З РУХАМИ ПЛОЩИНИ, ЩО ОПИСУЮТЬ ПОБУДОВУ ЙОГО ФІГУРНОЇ ПЛИТКИ

Перше, що кидається в очі, коли розглядаєш ескіз М. К. Ешера «Морські коники», – її особливість, яка полягає в тому, що якщо прийняти будь-яку зооморфну форму за оригінал, то, щоб отримати її копії, необхідно виконати центральні симетрії оригіналу та його паралельні перенесення, причому паралельні перенесення здійснюються в шести напрямках. Ми припускаємо, що такими ж центральними симетріями і паралельними перенесеннями пов'язані між собою окремі частини контуру зооморфної форми, що цілком заповнює площину. Наше припущення ґрунтується на тому, що зв'язок між групою симетрії орнаменту і групою рухів площині, яка описує побудову фігурних плиток, що заповнюють площину без накладень і пропусків, була виявлена нами і в гравюрі М. К. Ешера «Вершники», і в його літографії «Ящірки».

Таким чином, наша мета полягає в тому, щоб класифікувати орнаменти за кристалографічними групами симетрії на площині, відкритими російським вченим Є. С. Федоровим, і

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.18

зв'язати групи симетрії орнаментів з групами рухів площині, що описують побудову їх фігур, що повторюються.

Запропоновано правило побудови фігурної плитки, що стилізує зображення рослин і тварин і заповнює площину без накладень і пропусків при паралельних перенесеннях і обертаннях її повторень, зокрема фігурної плитки, що узагальнює зображення зооморфною форми на ескізі М. К. Ешера «Морські коники». Запропоноване правило було застосовано для побудови орнаменту, що стилізує ескіз М. К. Ешера «Морські коники». Показано, що даний орнамент має множину центрів симетрії і шість векторів трансляції. Виявлено зв'язок між групою симетрії орнаменту і рухами площині, що приводять до утворення його фігурної плитки. Показано, що якщо будь-якій фігурі відповідає будь-яка група перетворень площини, то такій же групі перетворень площини буде відповідати орнамент, отриманий паралельними переносами і обертаннями її повторень. Припущено, що предметом подальших досліджень буде застосування однієї з кристалографічних груп симетрії Є. С. Федорова до побудови фігурної плитки, що стилізує зооморфну форму на одній з гравюр М. К. Ешера.

Ключові слова: замощення площини, фігурні плитки у формі тварин і рослин, стилізація гравюр М. К. Ешера.

A.YU. NITSYN

National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute"

RELATIONSHIP OF THE SYMMETRY GROUP OF THE ORNAMENT ON THE SKETCH OF M. C. ESHER'S SKETCH 'SEAHORSES' WITH THE MOTIONS OF THE PLANE DESCRIBING THE CONSTRUCTION OF ITS FIGURED TILE

The first thing that catches your eye when you look at the of M. C. Escher's sketch 'Seahorses' is its special feature, which consists in the fact that if you take any zoomorphic form for the original, then in order to get its copies, you need to complete the central symmetries of the original and its translations, with translations being carried out in six directions. We assume that the same central symmetries and translations are related to individual parts of the zoomorphic contour, which completely filling the plane. Our assumption is based on the fact that the connection between the group of symmetry of the ornament and the group of movements of the plane, describing the construction of figured tiles that fill the plane without overlaps and gaps, was discovered by us both in the M. C. Escher's print 'Horsemen', and in his lithograph "Reptiles".

Thus, our purpose is to classify the ornaments according to the crystallographic symmetry groups on the plane, discovered by the Russian scientist E. S. Fyodorov, and to connect the symmetry groups of the ornaments with the groups of plane movements describing the construction of their repeating figures.

A rule is proposed for constructing figured tiles that stylize images of plants and animals and fill the plane without overlaps and gaps by translations and rotations of its repetitions, in particular, figured tile that generalize the image of a zoomorphic form on the M. C. Escher's sketch "Seahorses". The proposed rule was applied to compose an ornament stylizing the M. C. Escher's sketch "Seahorses". It is shown that this ornament has set of centers of symmetry and six translation vectors. The connection between the symmetry group of the ornament and the movements of the plane, leading to the formation of its figured tiles was revealed. It is shown that if any group of plane transformations corresponds to any figure, then the ornament obtained by translations and rotations of its repetitions will correspond to the same group of transformations of the plane. It is assumed that the subject of further research will be the application of one of the crystallographic symmetry groups of E. S. Fyodorov to the construction of a figured tile stylizing a zoomorphic shape on one of M. C. Escher's prints.

Key words: tessellation of a plane, figured tiles in the form of animals and plants, stylization of M. C. Escher's prints.

Постановка проблемы

Решение задачи о покрытии плоскости фигурными плитками одной и той же формы без наложений и пропусков имеет как теоретическое, так и практическое значение. Её теоретическое значение состоит в определении условий, которым соответствуют фигурные плитки, целиком заполняющие плоскость, а её практическое значение – в том, что знание законов симметрии, которым подчиняются фигурные плитки, позволяет открыть новые виды кафеля и тротуарной плитки. Проблема состоит в том, что виды кафеля и тротуарной плитки, имеющие высокую эстетическую ценность и прочность, обеспечивающую им долговечность, можно пересчитать по пальцам. Мы полагаем, что специалистам, работающим в строительной отрасли, было

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.18

бы полезно внедрить в производство новые виды кафеля и тротуарной плитки, чтобы повысить конкурентоспособность их предприятий. Естественно, новые виды кафеля и тротуарной плитки должны обладать той же эстетической ценностью и долговечностью, что и традиционные виды строительных материалов. Поэтому открытие законов симметрии, которым соответствует фигурная плитка, заполняющая плоскость без наложений и пропусков при параллельных переносах, вращениях или отражениях её повторений, является актуальной задачей как теории орнамента, так и строительной индустрии.

Анализ последних исследований и публикаций

Творческому наследию выдающегося голландского художника Маурица Корнелиса Эшера (1898–1972) посвящены многочисленные статьи и монографии, выпущенные в зарубежных издательствах [1–10]. Выделим среди них сборник статей «MC Escher's Legacy: A Centennial Celebration», регулярно выходящий в немецком издательстве «Springer», по причине того, что в нём содержатся высококлассные работы о творчестве и жизни М. К. Эшера [6]. К сожалению, в отечественной литературе есть только труды по симметрии, в которых приводятся репродукции отдельных гравюр М. К. Эшера [11]. Между тем как графика М. К. Эшера содержит столько математических тайн, что их разгадок хватило бы не на одну монографию по теории орнамента. Тем более что, несмотря на многочисленные попытки проникнуть в тайну творчества М. К. Эшера, ни одна из его загадок ещё не разгадана.

Разумеется, есть статьи, авторы которых заявляют, будто им удалось разгадать способ, с помощью которого М. К. Эшер создавал свои гравюры [7]. Однако их попытки сводятся к тому, что на гравюру М. К. Эшера они накладывают ромбы, квадраты, правильные треугольники или правильные шестиугольники, вырезают с их помощью из неё повторяющийся фрагмент и заполняют им всю плоскость [1–7]. По нашему мнению, способ регулярного разбиения плоскости, состоящий в том, что повторяющийся рисунок вписывается в какой-либо правильный многоугольник, не только не приводит к объяснению того, как работал М. К. Эшер, но и уводит от него в противоположную сторону. Действительно, биографы М. К. Эшера в один голос утверждают, что по его собственному признанию он заполнял плоскость рисунка не правильными многоугольниками, а фигурками растений, животных и предметов быта, вылепленными из пластилина [12]. Поэтому о поисках в гравюрах М. К. Эшера фрагментов, вписывающихся в ромбы, квадраты, правильные треугольники или правильные шестиугольники, не может быть и речи.

По нашему мнению, разгадку тайны творчества М. К. Эшера или поиски ответа на вопрос: «Каким образом М. К. Эшер создавал такие знаменитые гравюры, как «Всадники», «День и ночь», «Небо и вода» или «Ящерицы»?», – надо начинать с изучения групп симметрии созданных им орнаментов. Например, когда мы поставили перед собой цель построить орнамент, стилизующий гравюру М. К. Эшера «Всадники», мы обратили внимание на то, что её симметрия описывается группой движений плоскости, которую М. К. Эшер назвал «скользящим зеркальным отражением» [13]. Правда, это определение является не совсем точным: фигуры человека и лошади перемещаются по плоскости не в результате параллельных переносов вдоль одного направления и зеркальных отражений относительно него, а в результате параллельных переносов вдоль двух взаимно перпендикулярных прямых и зеркальных отражений относительно одной из них. Тем не менее, определение группы движений плоскости, с которой связана симметрия орнамента, подсказало нам ответ на вопрос: «Как построить фигурную плитку орнамента, стилизующего гравюру М. К. Эшера «Всадники», чтобы её параллельными переносами и отражениями заполнить плоскость

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.18

без наложений и пропусков»? Мы предположили, что если орнамент образуется параллельными переносами вдоль двух взаимно перпендикулярных прямых и зеркальными отражениями относительно одной из них, то с помощью таких же движений плоскости образуется и его повторяющаяся фигура. К нашему удивлению, мы не ошиблись. Однако, если бы мы пошли по пути поиска раппорта, то есть правильного многоугольника, в который вписывается рисунок таким образом, чтобы его часть, примыкающая к одной стороне многоугольника, была продолжением его части, примыкающей к противоположной стороне того же многоугольника, мы никогда не достигли бы поставленной цели. Поэтому определение групп симметрии орнаментов в графике М. К. Эшера и разработка на их основе способов построения фигурных плиток, заполняющих плоскость без наложений и пропусков, является актуальной задачей теории орнамента.

Цель исследования

Таким образом, наша цель состоит в том, чтобы классифицировать орнаменты по кристаллографическим группам симметрии на плоскости, открытым русским учёным Е. С. Фёдоровым, и связать группы симметрии орнаментов с группами движений плоскости, описывающими построение их повторяющихся фигур.

Изложение основного материала исследования

Мы уже рассмотрели построение фигур, стилизующих человека и лошадь на гравюре М. К. Эшера «Всадники» и зооморфную форму на его литографии «Ящерицы» и заполняющих плоскость без наложений и пропусков при параллельных переносах, вращениях или отражениях их повторений. Теперь мы рассмотрим построение фигуры, стилизующей зооморфную форму на эскизе М. К. Эшера «Морские коньки» [13–15].

Первое, что бросается в глаза, когда рассматриваешь эскиз М. К. Эшера «Морские коньки», – её особенность, которая состоит в том, что если принять какую-либо зооморфную форму за оригинал, то, чтобы получить её копии, необходимо выполнить центральные симметрии оригинала и его параллельные переносы, причём параллельные переносы осуществляются в шести направлениях. Мы предполагаем, что такими же центральными симметриям и параллельными переносами связаны между собой отдельные части контура зооморфной формы, целиком покрывающей плоскость. Наше предположение основывается на том, что связь между группой симметрии орнамента и группой движений плоскости, описывающей построение фигурных плиток, заполняющих плоскость без наложений и пропусков, была обнаружена нами и в гравюре М. К. Эшера «Всадники», и в его литографии «Ящерицы».

Мы нашли удивительно простое правило построения фигуры, стилизующей изображение зооморфной формы на эскизе М. К. Эшера «Морские коньки» (1938) и заполняющей плоскость без наложений и пропусков при параллельных переносах и центральных симметриях её повторений. Однако из-за ограниченного объёма статьи мы не можем дать в ней его описание.

Приложим найденное нами правило к составлению орнамента, стилизующего эскиз М. К. Эшера «Морские коньки», и покажем его штриховой вариант на рис. 1.

Обратим внимание, что если в вершинах параллелограмма, связанного с каждой зооморфной формой, восстановить перпендикуляры к плоскости рисунка и повернуть весь орнамент вокруг каждого из них на угол 180°, то все зооморфные формы полностью совместятся друг с другом. Отсюда следует, что на рис. 1 представлен орнамент с множеством осей симметрии 2-го порядка. Плоскостей симметрии у данного орнамента не существует. Поэтому ни один фрагмент орнамента не может быть получен с помощью зеркального отражения его другого фрагмента. Между тем

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.18

как рассматриваемый орнамент обладает трансляционной симметрией. Это значит, что если орнамент, целиком заполняющий плоскость, сдвинуть в определённом направлении и на некоторое расстояние, то все его элементы совместятся друг с другом. Отрезок прямой линии, задающий направление и величину сдвига, будем называть вектором трансляции. Векторы трансляции рассматриваемого орнамента задают шесть направлений сдвига, которые совпадают с соответствующими сторонами параллелограмма. Причём длинами векторов трансляции являются длина стороны параллелограмма и длины его соответствующих диагоналей. Кроме того, у рассматриваемого орнамента есть ещё четыре вектора трансляции, направления которых задают стороны параллелограмма. Причём длинами векторов трансляции являются длины соответствующих сторон параллелограмма.

Раскрасим орнамент, стилизующий эскиз М. К. Эшера «Морские коньки». Очевидно, что поскольку в соответствующих точках каждой зооморфной формы сходятся две фигуры, а третья фигура примыкает к одной из них, необходимо взять три краски и раскрасить ими фигуры таким образом, чтобы зрительно отделить одну фигуру от другой. Причём порядок следования красок неизменно повторяется во всех фрагментах орнамента. Покажем на рис. 2 раскрашенный вариант орнамента, стилизующего эскиз М. К. Эшера «Морские коньки».

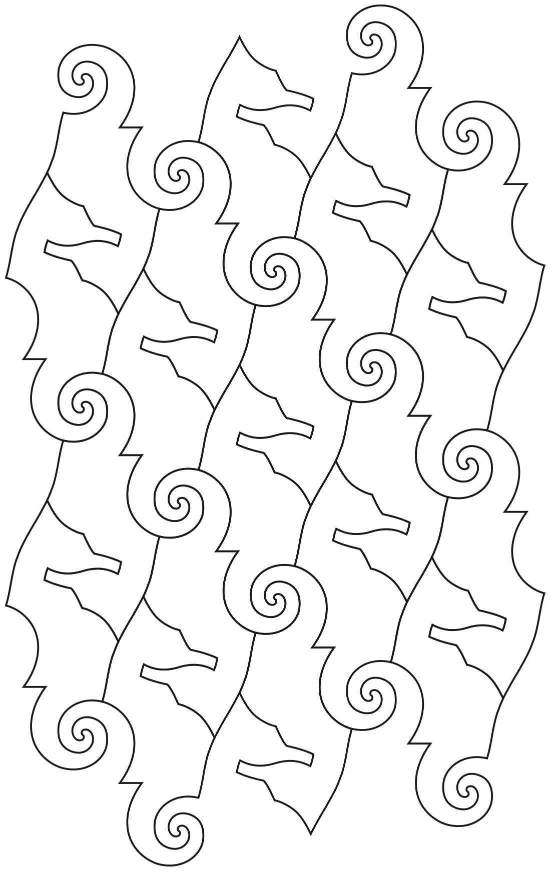

Рис. 1. Штриховой вариант орнамента, стилизующего эскиз М. К. Эшера «Морские коньки»

Рис. 2. Цветной вариант орнамента, стилизующего эскиз М. К. Эшера «Морские коньки»

Приведённый выше орнамент наглядно доказывает, что найденное нами правило построения повторяющейся фигуры можно считать законом, которому подчиняются *все* орнаменты, удовлетворяющие следующим условиям:

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.18

одна фигура является центральной симметрией другой фигуры;

центры симметрии находятся в вершинах параллелограмма, вписанного в каждую фигуру, и являются общими для группы зооморфных форм, состоящей из фигуры и четырёх фигур, примыкающих к ней;

фигуры образуют группы зооморфных форм, состоящих из фигур, полученных параллельными переносами какой-либо фигуры, входящей в группу, в направлениях, заданных сторонами и диагоналями параллелограмма, вписанного в каждую фигуру.

Обратим внимание на связь, существующую между орнаментом, стилизующим литографию М. К. Эшера «Морские коньки», и его повторяющейся фигурой. Связь состоит в том, что и симметрия орнамента, и его повторяющаяся фигура описываются группами центральных симметрий и группами параллельных переносов. Причём центры симметрии как орнамента, так и его повторяющейся фигуры находятся в вершинах параллелограмма. Группы движений орнамента и его повторяющейся фигуры отличаются лишь тем, что направления параллельных переносов орнамента совпадают с диагоналями параллелограмма и его большей стороной, а направление параллельного переноса части контура зооморфной формы – с направлением меньшей стороны параллелограмма. Отсюда следует, что если какой-либо фигуре соответствует какая-либо группа преобразований плоскости, то такой же группе преобразований плоскости будет соответствовать орнамент, полученный такими же преобразованиями фигуры на плоскости. Действительно, фигура зооморфной формы образуется центральными симметриями относительно центров симметрии, находящихся в вершинах параллелограмма, и параллельного переноса в направлении его меньшей стороны. Между тем как орнамент образуется центральными симметриями относительно центров симметрии, находящихся в вершинах параллелограмма, и параллельных переносов зооморфной формы в направлениях, заданных его большей стороной. По нашему мнению, связь между группой симметрии орнамента и движениями плоскости, приводящими к образованию его повторяющейся фигуры, совершенно очевидна.

Выводы

Таким образом, в статье предложено правило построения фигурной плитки, стилизующей изображения растений и животных и заполняющей плоскость без наложений и пропусков при параллельных переносах и вращениях её повторений, в частности фигурной плитки, обобщающей изображение зооморфной формы на эскизе М. К. Эшера «Морские коньки». Предложенное правило было применено для составления орнамента, стилизующего эскиз М. К. Эшера «Морские коньки». Показано, что данный орнамент имеет множество центров симметрии и шесть векторов трансляции. Выявлена связь между группой симметрии орнамента и движениями плоскости, приводящими к образованию его фигурной плитки. Предположено, что наша следующая работа будет посвящена приложению одной из кристаллографических групп симметрии Е. С. Фёдорова к построению фигурной плитки, стилизующей зооморфную форму на одной из гравюр М. К. Эшера.

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.18

Список использованной литературы

1. Coxeter Harold. S. M. Regular Polytopes. Tessellations and Honeycombs. Dover Books on Mathematics, 1973. 368 p.
2. Grünbaum B., Shephard G. C. Tilings and Patterns. 2nd ed. Dover Books on Mathematics, 2016. 700 p.
3. Raedschelders P. Tilings and Other Unusual Escher-Related Prints. *MC Escher's Legacy: A Centennial Celebration*. Berlin: Springer, 2005. P. 230–243.
4. Hofstadter Douglas. Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid. Basic Books, 1979. 752 p.
5. Gardner M. Penrose Tiles to Trapdoor Ciphers and the Return of Dr. Matrix. New York: W. H. Freeman, 1989. 311 p.
6. MC Escher's Legacy: A Centennial Celebration / ed. by Schattschneider D. and Emmer M. Berlin: Springer, 2005. 489 p.
7. Le San. The Art of Space Filling in Penrose Tilings and Fractals. Cornell: Cornell University, 2012. 26 p. URL: http://arxiv.org/abs/1106.2750
8. Вейль Г. Симметрия /пер. с англ. Б. В. Бирюкова и Ю. А. Данилова; под ред. Б. А. Розенфельда. Москва: Наука, 1968. 192 с.
9. Кокстер Гарольд С. М. Введение в геометрию /пер. с англ. А. Б. Катка и С. Б. Катка; под ред. Б. А. Розенфельда и И. М. Яглома. Москва: Наука, 1966. 648 с.
10. Узоры симметрии: сб. статей / под ред. М. Сенешаль и Дж. Флека; пер. с англ. Ю. А. Данилова под ред. акад. Н. В. Белова и проф. Н. Н. Шефтеля. Москва: Мир, 1980. 271 с.
11. Шубников А. В., Копцик В. А. Симметрия в науке и искусстве. Москва: Наука, 1972. 339 с.
12. Bool F. H., Kist J. R., Locher J. L., Wierda F. M. C. Escher: His life and complete graphic work. New York: Harry N. Abrams, 1982. 349 p.
13. М. К Эшер. Графика; предисловие и аннотации художника. Кёльн – Москва: Tashen – Арт-Родник, 2001. 96 с.
14. Escher M. C. The World of M. C. Escher / ed. by J. L. Locher. New York: Harry N. Abrams, 1974. 235 p.
15. Bruno Ernst. The Magic Mirror of M. C. Escher. New York: Random House, 1976.116 p.

References

1. Coxeter Harold, S. M. (1973). Regular Polytopes. Tessellations and Honeycombs. Dover Books on Mathematics.
2. Grünbaum, B.,& Shephard, G. C. (2016). Tilings and Patterns. 2nd ed. Dover Books on Mathematics.
3. Raedschelders, P. (2005). Tilings and Other Unusual Escher-Related Prints. *MC Escher's Legacy: A Centennial Celebration*. Berlin: Springer. pp. 230–243.
4. Hofstadter Douglas. (1979). Gödel, Escher, Bach: An Eternal Golden Braid. Basic Books.
5. Gardner, M. (1989). Penrose Tiles to Trapdoor Ciphers and the Return of Dr. Matrix. New York: W. H. Freeman.
6. MC Escher's Legacy: A Centennial Celebration (2005) / ed. by Schattschneider D. and Emmer M. Berlin: Springer.
7. Le San. (2012). The Art of Space Filling in Penrose Tilings and Fractals. Cornell: Cornell University. URL: http://arxiv.org/abs/1106.2750
8. Veyl, G. (1968). Simmetriya: per. s angl. B. V. Biryukova i Yu. A. Danilova pod red. B. A. Rozenfelda. Moskva: Nauka.

https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.18

9. Kokster Garold, S. M. (1966). Vvedenie v geometriyu / per. s angl. A. B. Katka I S. B. Katka; pod red. B. A. Rozenfelda s I. M. Yagloma. Moskva: Nauka.
10. Uzory simmetrii: sb. statey / pod red. M. Seneshal I Dzh. Fleka; per. s angl. Yu. A. Danilova pod red. N. V. Belova i prof. N. N. Shehtelya. (1980). Moskva: Mir.
11. Shubnskov, A. V., & Koptsik V. A. (1972). Simmetriya v nauke i iskusstve. Moskva: Nauka.
12. Bool, F. H., Kist, J. R., Locher, J. L., & Wierda, F. (1982). M. C. Escher: His life and complete graphic work. New York: Harry N. Abrams.
13. M. K. Esher. (2001). Graafika; predislovie i annotatsii hudozhnika. Kyoln – Moskva: Tashen – Art-Rodnik.
14. Escher M. C. (1974). The World of M. C. Escher / ed. by J. L. Locher. New York: Harry N. Abrams.
15. Bruno Ernst. (1976). The Magic Mirror of M. C. Escher. New York: Random House.

Ницын Александр Юрьевич – д.т.н., профессор, профессор кафедры геометрического моделирования и компьютерной графики Харьковского технического университета «Харьковский политехнический институт», e-mail: alnitsyn@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7900-2612.