

УДК 519.711-519.6

А. В. УСОВ, М. В. КУНІЩИН, Ю. І. ЗАЙЧИК
Державний університет «Одеська політехніка»

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ МОЖЛИВОСТЕЙ ПО ЗАБЕЗПЕЧЕННЮ ЯКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОВЕРХНЕВОГО ШАРУ КОНІЧНИХ ВИРОБІВ НА ФІНІШНИХ ОПЕРАЦІЯХ

У роботі розглядається модель температурного поля, яке формується у поверхневому шарі конічних виробів при обробці їх на фінішних операціях. Із застосуванням цих операцій пов'язана поява у поверхневому шарі виробів дефектів типу припиків, тріщин, розтягуючих напружень, що значно впливає на надійність і довговічність цих деталей в процесі їх експлуатації. Ці дефекти, будучи локальними концентраторами напружень, в експлуатаційних умовах призводять до передчасного виходу виробів з ладу, попри те, що навантаження на них формує напруження, величина яких не перевищує граничних значень. Модель будується на основі розв'язку початково-крайової задачі теплопровідності для виробу у вигляді усіченого кругового конуса. Отримані на підставі моделі функціональні зв'язки технологічних параметрів з температурою шліфування відображають стан оброблених поверхонь для виробів конічної форми і дозволяють за допомогою відповідних прийомів усувати припики на оброблюваних поверхнях виробів. Дослідження умов підвищення якості оброблюваних поверхонь шляхом усунення дефектів типу тріщин і припиків проводилося, в основному, на рівні виявлення зв'язків температурних полів, що формуються, з технологічними параметрами, фізико-механічними властивостями шліфованих матеріалів і геометрією виробів. Встановлено, що при шліфуванні конічних виробів від більшого радіусу у напрямі до меншого, температура збільшувалася пропорційно куту нахилу оброблюваної поверхні. Адекватність побудованої моделі перевірялася на прикладі шліфування конічних виробів із сталі з відомими фізико-механічними характеристиками, вибором інструменту і призначенням режимів обробки. Аналіз результатів моделювання показує, що температура оброблюваної поверхні зростає по мірі наближення обробляючого інструменту до конічної поверхні до меншого діаметру. Саме ця область оброблюваної поверхні конічних виробів найбільше схильна до дефектоутворення на фінішних операціях. Тому при призначенні режимів обробки таких поверхонь, їх слід призначати за умови, що при наближенні обробляючого інструменту до частини конічної поверхні меншого діаметру температура, що формується на ній, не повинна перевищувати допустимих значень, які забезпечують необхідну якість. Аналіз результатів чисельних розрахунків температурних полів показав достатню точність за граничними умовами моделювання.

Ключові слова: конічні вироби, модель температурного поля, дефекти, якість поверхневого шару, фінішні операції, адекватність.

А. В. УСОВ, М. В. КУНИЩИН, Ю. И. ЗАЙЧИК
Государственный университет «Одесская политехника»

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПО ОБЕСПЕЧЕНИЮ КАЧЕСТВЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ КОНИЧЕСКИХ ИЗДЕЛИЙ НА ФИНИШНЫХ ОПЕРАЦИЯХ

В работе рассматривается модель температурного поля, которое формируется в поверхностном слое конических изделий при обработке их на финишных операциях. С применением этих операций связано появление в поверхностном слое изделий дефектов типа прижогов, трещин, растягивающих напряжений, которые значительно влияют на надежность и долговечность этих деталей в процессе их эксплуатации. Эти дефекты, будучи локальными концентраторами напряжений, в эксплуатационных условиях приводят к преждевременному выходу изделий из строя, несмотря на то, что нагрузка на них формирует напряжения, величина которых не превышает предельных значений. Модель строится на основе решения начально-краевой задачи теплопроводности для изделия в виде усеченного кругового конуса. Полученные на основании модели функциональные связи технологических параметров с температурой шлифования отражают состояние обработанных поверхностей для изделий конической формы и позволяют с помощью соответствующих приемов устранять прижоги на обрабатываемых поверхностях изделий. Исследование условий повышения качества обрабатываемых поверхностей путем устранения дефектов типа трещин и прижогов проводилось, в основном, на уровне выявления связей температурных полей с технологическими параметрами, физико-механическими свойствами шлифованных материалов и геометрией изделий. Установлено, что при шлифовании

конических изделий от большого радиуса в направлении меньшего, температура увеличивалась пропорционально углу наклона обрабатываемой поверхности. Адекватность построенной модели проверялась на примере шлифовки конических изделий из стали с известными физико-механическими характеристиками, выбором инструмента и назначением режимов обработки. Анализ результатов моделирования показывает, что температура обрабатываемой поверхности возрастает по мере приближения обрабатывающего инструмента по конической поверхности до меньшего диаметра. Именно эта область обрабатываемой поверхности конических изделий больше всего подвержена дефектообразованию на финишных операциях. Поэтому, при назначении режимов обработки таких поверхностей, их следует назначать из условия, что при приближении обрабатывающего инструмента к части конической поверхности меньшего диаметра температура, которая формируется на ней, не должна превышать допустимых значений, обеспечивающих необходимое качество. Анализ результатов численных расчетов температурных полей показал достаточную точность с граничными условиями моделирования.

Ключевые слова: конические изделия, модель температурного поля, дефекты, качество поверхностного слоя, финишные операции, адекватность.

A. V. USOV, M. V. KUNITSYN, Y. I. ZAYCHIK
Odessa Polytechnic State University

DESIGN OF TECHNOLOGICAL POSSIBILITIES ON PROVIDING OF QUALITY DESCRIPTIONS OF SUPERFICIAL LAYER OF CONICAL WARES ON FINISH OPERATIONS

The paper considers a temperature field model that forms in the surface layer of conical products during their processing at finishing operations. These operations are associated with the appearance in the surface layers of defects such as burns, cracks, tensile stresses. Which significantly affects the reliability and durability of these parts during their operation. Being local stress concentrators under operating conditions, these defects lead to premature failure of products, even though the load on them forms stresses, the magnitude of which does not exceed the limiting values. The model is based on the initial boundary thermal conductivity problem for a product in a truncated circular cone. The functional connections of technological parameters with the grinding temperature obtained based on the model reflect the condition of the treated surfaces for conical products and eliminate burns on the treated surfaces of the products through appropriate techniques. The study of the conditions for improving the quality of treated surfaces by eliminating defects such as cracks and scorching was carried out mainly at identifying the relationship of the formed temperature fields with technological parameters, physical and mechanical properties of polished materials, and product geometry. It was found that when grinding conical products from a larger radius to a smaller one, the temperature increased in proportion to the angle of inclination of the treated surface. The adequacy of the constructed model was checked on the example of grinding conical steel products, with known physical and mechanical characteristics, the choice of tool, and the purpose of processing modes. Analysis of the simulation results shows that the temperature of the machined surface increases as the machining tool approaches the conical surface to a smaller diameter. This area of the machined surface of conical products is most prone to defect formation at the finishing operations. Therefore, when assigning modes of processing of such surfaces, they should be assigned on the condition that when approaching the machining tool to a part of a conical surface of smaller diameter, the temperature formed on it should not exceed the allowable values that provide the required quality. Analysis of the numerical calculations of temperature fields showed sufficient accuracy under the boundary conditions of modeling.

Keywords: conical products, temperature field model, defects, surface layer quality, finishing operations, adequacy.

Постановка проблеми

Відомо, що при обробці конічних виробів в поверхневому шарі формуються спадкові технологічні дефекти типу припиків і мікротріщин [1]. Ці дефекти, будучи локальними концентраторами напружень, в експлуатаційних умовах призводять до передчасного виходу виробів з ладу, незважаючи на те, що навантаження на них формують напруження, величина яких не перевищує граничних значень [2]. Насправді, при формоутворенні необхідних геометричних розмірів конічних виробів в оброблюваних поверхнях формуються стохастично розташовані мікронеоднорідності і

мікрodefекти [3]. Робочий шар конічних виробів при цьому розглядається як середовище, ослаблене випадковими дефектами, параметри яких є випадковими величинами з відомими законами їх розподілу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Статистичний підхід в оцінці несучої здатності виробів має певні переваги в тому, що він дає можливість урахування впливу на міцність відразу всіх дефектів та неоднорідностей, незалежно від їх фізичної природи, величини, форми, розташування [4]. Але, з іншого боку, цей підхід не дозволяє оцінити роль дефекту в елементарному акті руйнування, зниження міцності поверхневого шару, що містить зазначені дефекти та їх появи від технології обробки [5]. На утворення дефектів у поверхневому шарі оброблюваних виробів впливає їх геометрія [6]. Особливо це стосується до фінішних методів обробки конічних виробів. Найбільш поширеним методом остаточної обробки є шліфування, що забезпечує високу точність і високу продуктивність виготовлення деталей [7]. Але з застосуванням шліфування пов'язана поява в поверхневих шарах деталей дефектів типу припіків, тріщин, що значно впливає на надійність і довговічність цих деталей в процесі їх експлуатації. Наявні функціональні зв'язки технологічних параметрів з температурою шліфування [8] дозволяють за допомогою відповідних прийомів усувати припіки на оброблюваних поверхнях виробів, що не містять конструкторських, технологічних неоднорідностей, і матеріал яких не містить суттєвих відхилень [9].

Однак відсутність досліджень щодо особливостей процесу зародження шліфувальних дефектів, їх вплив на зниження працездатності в залежності від конструктивних, технологічних і структурних неоднорідностей матеріалу виробів не дозволяють однозначно користуватися наявними рекомендаціями щодо усунення даних дефектів.

Метою даних досліджень є побудова моделі термомеханічних процесів, що супроводжують фінішну обробку конічних виробів, під дією яких формуються дефекти в поверхневому шарі, що призводить до втрати несучої здатності цих виробів у процесі їх експлуатації.

Викладення основного матеріалу дослідження

Розглянемо наступну початково-крайову задачу теплопровідності для виробу у вигляді усіченого кругового конуса (рис. 1).

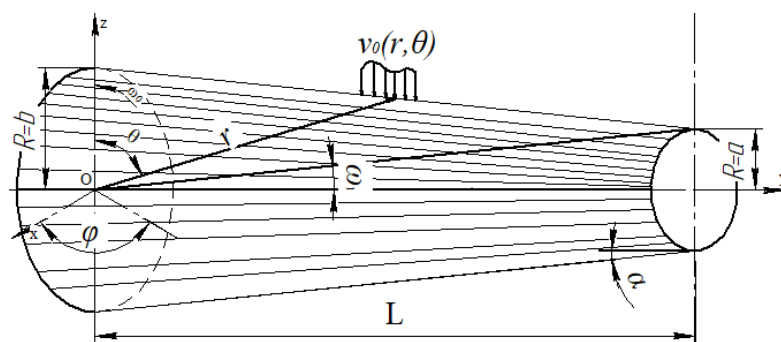


Рис. 1. Розрахункова схема для моделювання температурного поля, що формується в конічних виробках на фінішних операціях

$$\begin{aligned} \Delta v(r, \theta, \varphi, t) &= \frac{1}{a^*} \frac{\partial v(r, \theta, \varphi, t)}{\partial t}, a < r < b, \omega_0 < \theta < \omega_1, t > 0, \\ v(r, \theta, \varphi, t) &= f(r, \theta, \varphi), v(a, \theta, \varphi, t) = v(b, \theta, \varphi, t) = 0, |\varphi| < \pi, \\ a) v(r, \omega_j, \varphi, t) &= g^j(r, \varphi, t), \\ b) v(r, \omega_j, \varphi, t) + h_j v(r, \omega_j, \varphi, r) &= g^j(r, \varphi, t), \\ c) v(r, \omega_j, \varphi, t) &= g^j(r, \varphi, t); j = 0, 1, \end{aligned} \quad (1)$$

де Δ – оператор Лапласа в сферичній системі координат, постійні a^* і h – теплофізичні константи матеріалу виробу.

Граничні умови на конічних поверхнях $r = a$ і $r = b$ можуть бути трьох типів, і теж неоднорідними. Зазначені умови обрані заради скорочення записів. Як і вище, похідна по змінній θ відзначена точкою, а похідна по змінній r – штрихом. Від заданих шуканих функцій загадаємо, щоб для них були справедливі інтегральні перетворення формули обернення [10].

Послідовно застосовуючи до (1) інтегральне перетворення Лапласа за часом:

$$v_p(r, \theta, \varphi) = \int_0^\infty v(r, \theta, \varphi, t) e^{-pt} dt \quad (2)$$

і перетворення Фур'є по куту φ :

$$v_{pn}(r, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} v_p(r, \theta, \varphi) e^{-in\varphi} d\varphi, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (3)$$

замість (1) отримуємо:

$$\begin{aligned} [r^2 v_{pn}(r, \theta)]' - \nabla_n v_{pn}(r, \theta) - s^2 r^2 v_{pn}(r, \theta) &= f_n(r, \theta), \\ v_{pn}(a, \theta) = 0, v_{pn}(b, \theta) = 0, \omega_0 < \theta < \omega_1, a < r < b, \\ a) v_{pn}(r, \omega_j) &= g_{pn}^j(r), \\ b) v_{pn}(r, \omega_j) + h v_{pn}(r, \omega_j) &= g_{pn}^j(r), \\ c) v_{pn}(r, \omega_j) &= g_{pn}^j(r), j = 0, 1. \end{aligned} \quad (4)$$

Тут введені наступні позначення:

$$-\nabla_n f(r, \theta) = \frac{[\sin\theta f'(r, \theta)]}{\sin\theta} - \frac{n^2 f(r, \theta)}{\sin^2\theta}, s^2 = \frac{p}{k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Застосуємо до крайової задачі (4) інтегральне перетворення, позначивши відповідну трансформанту шуканої функції у вигляді:

$$v_{pnk}(r) = \int_{\omega_0}^{\omega_1} \sin\theta \varphi_1(\theta, v_k) v_{pn}(r, \theta) d\theta, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

і аналогічні трансформанти заданих функцій.

В результаті крайова задача (4) набуває вигляду:

$$L_s v_{pnk} \equiv [r^2 v_{pnk}(r)]' - v_k(v_k + 1)v_{pnk}(r) - r^2 s^2 v_{pnk}(r) = f_{pnk}(r) - S_k(r, \omega),$$

$$a < r < b, v_{pnk}(a) = v_{pnk}(b) = 0, \tag{6}$$

$$S_k(r, \omega) = [\varphi_1(\theta, v_k) \sin \theta v_{pn}(r, \theta)]_{\omega_0}^{\omega_1} - [\varphi_1(\theta, v_k) \sin \theta v_{pn}(r, \theta)]_{\omega_0}^{\omega_1}.$$

При цьому вираз для $S_k(r, \omega)$ розшифровується в залежності від типу граничних умов а), б) і с) у (4). Від цього залежить, із якого рівняння слід знаходити v_k і вид функції $\varphi_1(\theta, v_k)$. Так, у випадку граничної умови а) замість $\varphi_1(\theta, v_k)$ в (4) слід використовувати функцію $\varphi_a(\theta, v_k)$, що визначається формулою (7):

$$\varphi_a(\theta, V_k) = P_{V_k}^m(\cos \theta) Q_{V_k}^m(\cos \omega_1) - P_{V_k}^m(\cos \omega_1) Q_{V_k}^m(\cos \theta), \tag{7}$$

де $P_{V_k}^m(\cos \theta)$, $Q_{V_k}^m(\cos \theta)$ – лінійно незалежні розв’язки диференціального рівняння крайової задачі Штурма-Ліувілля [10], а числа V_k знаходяться з рівняння:

$$\varphi''(\theta, V_k) + \text{ctg} \theta \cdot \varphi'(\theta, V_k) + [V_k(V_k + 1) - m^2 \text{cosec}^2 \theta] \varphi(\theta, V_k) = 0, \tag{8}$$

причому вираз $S_k(r, \omega)$ з (6) перетворюється на наступне:

$$S_k^a(r, \omega) = \sum_{j=0}^1 \sin \sigma_j \varphi_a(\omega_j, v_k) g_{pn}^j(r).$$

У випадку граничних умов б) і с) замість функцій $\varphi_1(\theta, v_k)$ в (5) слід використовувати функції $\varphi_b(\theta, v_k)$ і $\varphi_c(\theta, v_k)$, які визначаються відповідно формулами:

$$\varphi_b(\theta, V_k) = P_{V_k}^m(\cos \theta) l_1^h Q_{V_k}^m - Q_{V_k}^m(\cos \theta) l_1^h Q_{V_1}^m. \tag{9}$$

Ця власна функція крайової задачі Штурма-Ліувілля [10]:

$$\ddot{T}(\theta) + \text{ctg} \theta \cdot \dot{T}(\theta) - \left[\lambda + \frac{1}{4} + \frac{m^2}{\sin^2 \theta} \right] T(\theta) = 0, \quad \omega_0 < \theta < \omega_1,$$

буде задовольняти граничним умовам:

$$\dot{\varphi}_b(\omega_j, V_k) + h_j \varphi_b(\omega_j, V_k) = 0, j = 0, 1.$$

При $h_j = 0, j = 0, 1$ власну функцію $\varphi_c(\theta, V_k)$ крайової задачі отримаємо в наступному вигляді:

$$\varphi_c(\theta, V_k) = P_{V_k}^m(\cos \theta) \frac{dQ_{V_k}^m(\cos \omega_1)}{d\omega_1} - Q_{V_k}^m(\cos \theta) \frac{dP_{V_k}^m(\cos \omega_1)}{d\omega_1}. \tag{10}$$

Вона задовольняє граничній умові $\dot{\varphi}_c(\omega_j, V_k) = 0, j = 0, 1$, а числа V_k слід знаходити з рівняння:

$$\Delta_k^m \equiv \Omega_{V_k,0}^m(\omega_0, \omega_1) = 0, k = 0,1,2, \dots \tag{11}$$

Інтегральні перетворення, що базуються на задачі Штурма-Ліувілля, визначаються наступними виразами [10,11]:

$$g_k^m = \int_{\omega_0}^{\omega_1} \sin\theta \cdot \varphi_e(\theta, V_k)g(\theta)d\omega, \quad e = a, b, c;$$

$$g(\omega) = -\frac{g_k^m \varphi_e(\theta, V_k)}{\sigma_{mk}^e(\omega_0, \omega_1)}, \quad \omega_0 \leq \theta \leq \omega_1.$$

Асимптотична формула для знаходження V_k має вигляд:

$$V_k = \gamma k - \frac{3}{2}, \quad \gamma = \pi(\omega_1 - \omega_0)^{-1}.$$

Формулу для $S_k(r, \omega)$ потрібно замінити наступними виразами:

$$\left\| \begin{matrix} S_k^b(r, \omega) \\ S_k^c(r, \omega) \end{matrix} \right\| = - \sum_{j=0}^1 \left\| \begin{matrix} \varphi_b(\omega_j v_k) \\ \varphi_c(\omega_j v_k) \end{matrix} \right\| g_{pn}^j(r) \sin\omega_j.$$

Таким чином, у всіх трьох випадках граничних умов $S_k(r, \omega)$ в (6) є відомою функцією, і розв'язання початково-крайової задачі (1) зведено до розв'язання одновимірної самоспряженої крайової задачі (6). Щоб вирішити останню, слід побудувати функцію Гріна $G_n(r, \rho)$ крайової задачі (6). Це можна зробити за допомогою прийому, викладеного в [10,11], враховуючи, що фундаментальною системою розв'язків $y_0(r)$ і $y_1(r)$ диференціального рівняння (6) є модифіковані функції Бесселя:

$$y_0(r) = r^{-1/2}I_{v+1/2}(rs), y_1(r) = r^{-1/2}K_{v+1/2}(rs), \tag{12}$$

визначник Вронського яких $W(y_0, y_1) = -r^2$ згідно з формулою [12].

Виконавши операції, передбачені згаданим прийомом, знайдемо

$$G_N(r, \rho) = \frac{\sqrt{ab}}{\Delta_N(a, b)} \begin{cases} \psi_0(\rho)\psi_1(r), r \leq \rho; \\ \psi_0(r)\psi_1(\rho), r \geq \rho, \end{cases} \tag{13}$$

де

$$\Delta_S(a, b) = I_{v+1/2}(as)K_{v+1/2}(bs) - I_{v+1/2}(bs)K_{v+1/2}(as);$$

$$\sqrt{br}\psi_0(r) = K_{v+1/2}(bs)I_{v+1/2}(rs) - I_{v+1/2}(bs)K_{v+1/2}(rs);$$

$$\sqrt{br}\psi_1(r) = I_{v+1/2}(as)K_{v+1/2}(rs) - K_{v+1/2}(as)I_{v+1/2}(rs).$$

Тут ν слід замінити на ν_k . Використовуючи побудовану функцію Гріна (13), можемо знайти трансформанту, причому вона буде мати різні назви в залежності від граничної умови в (4):

$$\left\| \begin{matrix} v_{pnk}^a(r) \\ v_{pnk}^{b,c}(r) \end{matrix} \right\| = \int_a^b G_N(r, \rho) \left[f_{pnk}(\rho) - \sum_{j=0}^1 \sin \omega_j \left\| \begin{matrix} \varphi_a(\omega_j, \nu_k) \\ \varphi_a(\omega_j, \nu_k) \end{matrix} \right\| g_{pn}^j(\rho) \right] d\rho.$$

Звернувши знайдені трансформанти, знайдемо розв’язок крайових задач (4) за формулою (14):

$$v_{pn}^e(r, \theta) = - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{v_{pnk}^c(r) \varphi_c(\theta, \nu_k)}{\sigma_{mk}^c(\omega_0, \omega_1)}, \quad e = a, b, c. \quad (14)$$

Щоб отримати розв’язок вихідних початково-крайових задач (1), слід знайдені трансформанти Фур’є (3) і Лапласа (2) звернути за відомими формулами перетворення, врахувавши при цьому, що $m = |n|$.

Перевірку адекватності побудованої моделі щодо забезпечення якісних характеристик поверхневого шару розглянемо на прикладі шліфування конічних виробів із сталі 12Х2Н4ВА, робочий шар яких піддається термообробці. Фізико-механічні характеристики сталі: $G=6,13 \times 10^9$ н/м²—модуль зсуву; $\nu = 0,27$ —коefficient Пуассона; $\alpha_t = 11,6 \times 10^{-6}$ — температурний coefficient лінійного розширення; $a_c = 16 \times 10^5$ Вт/м²×град — coefficient температуропровідності; $\lambda=22,2$ Вт/м×град — coefficient теплопровідності. Інструмент — коло суцільний 24А25 СМ18К5 ПП 250×75×20. Режими обробки: $V_d= 16$ м/хв— швидкість деталі; $P_z = 27$ Н; $V_{kp} = 30$ м/с — швидкість шліфувального круга; $L_k=21 = 1,58 \times 10^{-3}$ м — довжина дуги контакту інструменту з оброблюваною поверхнею; $t_{ш} = 0,01$ мм — глибина шліфування; $S_n = 31,6 \times 10^{-6}$ м²— площа контакту інструменту з оброблюваною поверхнею. Геометрія конічних виробів: $r = a = 0,03$ м, $r = b = 0,06$ м, $L = 0,09$ м. Розрахунок контактної температури здійснювався за формулою (14). На рис. 2 показано температурне поле, яке формується при шліфуванні робочої поверхні конічних виробів. Аналіз результатів моделювання показує, що температура оброблюваної поверхні зростає по мірі наближення обробляючого інструменту по конічній поверхні до меншого діаметру. Цей результат пояснюється тим, що відбувається стік тепла в більш вузьку частину конічної поверхні.

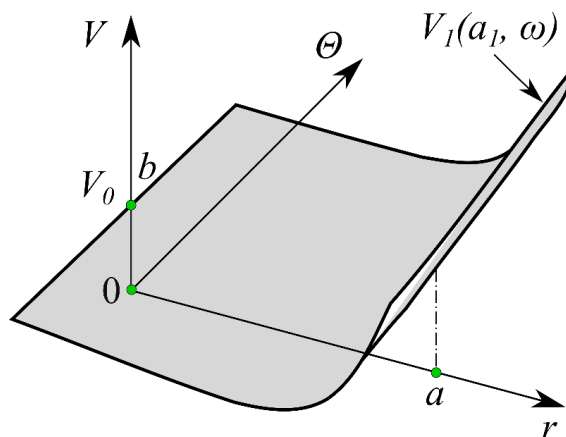


Рис. 2 Розподіл температури шліфування по поверхні конічного виробу при русі інструмента від більшого діаметра до меншого

Саме ця область оброблюваної поверхні конічних виробів найбільше схильна до дефектоутворення на фінішних операціях. Тому, при призначенні режимів обробки таких поверхонь, їх слід призначати за умови, що при наближенні оброблюючого інструменту до більш вузької частини конічної поверхні температура, яка формується на ній, не повинна перевищувати допустимих значень, які забезпечують необхідну якість.

Висновки

Розроблено модель по визначенню температурного поля, що формується в поверхневому шарі конічних виробів на фінішних операціях, яка дозволяє за рахунок функціональних зв'язків з технологічними параметрами забезпечити необхідний рівень температур на оброблюваній поверхні, щоб уникнути утворення на ній дефектів типу припиків і тріщин. Аналіз результатів моделювання показує, що температура на оброблюваній поверхні зростає по мірі наближення оброблюючого інструменту по конічній поверхні до меншого діаметру. Саме ця область оброблюваної поверхні конічних виробів найбільше схильна до дефектоутворення на фінішних операціях. Тому, при призначенні режимів обробки таких поверхонь, слід їх призначати за умови, що при наближенні оброблюючого інструменту до більш вузької частини конічної поверхні, формується температура, яка не повинна перевищувати допустимих значень, що забезпечують необхідну якість.

Список використаної літератури

1. Якимов А. В., Слободяник П. Т., Усов А. В. Теплофизика механической обработки. Киев-Одесса: Лыбидь, 1991. 240 с.
2. Kunitsyn M. V., Usov A. V. The Possibilities of Increasing the Reliability and Durability of a Cylindrical Group by Technological Methods. *Odeskyi Politechnichniy Universytet Pratsi*. 2018. Т. 1 (54). С. 26–35.
3. Altenbach H., Altenbach J., Kissing W. Mechanics of Composite Structural Elements. Singapore : Springer, 2018. 518 с.
4. Cogswell F. N. Thermoplastic Aromatic Polymer Composites: A Study of the Structure, Processing and Properties of Carbon Fibre Reinforced Polyetheretherketone and Related Materials. Elsevier Science, 2013. 288 с.
5. Kim K. T., Kim D. W., Kim S. H. et al. Synthesis and improved explosion behaviors of aluminum powders coated with nano-sized nickel film. *Applied Surface Science*. 2017. Vol. 415. P. 104–108.
6. Kunitsyn M., Usov A. Development of Quality Criteria for the Surface Layer of Cylinders with Wear-Resistant Coatings. *Advanced Manufacturing Processes*. 2020. P. 137–147.
7. Hao Nan Li, Tian Biao Yu, Li Da Zhu, Wan Shan Wang. Analytical modeling of ground surface topography in monocrystalline silicon grinding considering the ductile-regime effect. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*. 2017. Vol. 17, no. 4. P. 880–893.
8. Zhenyu Han, Hongyu Jin, Maoyue Li, Hongya Fu. An open modular architecture controller based online chatter suppression system for CNC milling. *Mathematical problems in Engineering*. 2015. Vol. 2015. P. 89-99.
9. Оборский Г. А., Дащенко А. Ф., Усов А. В., Дмитришин Д. В. Моделирование систем : монография. Одесса : Астропринт, 2013. 664 с.
10. Попов Г. Я. Избранные труды. Том. 1. Одесса: ВМВ, 2007.
11. Попов Г.Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов тонких включений и подкреплений. Москва: Наука, 1982. 342 с.

12. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции: функции Бесселя, ортогональные многочлены. Москва: Наука, 1966. 295 с.

References

1. Yakimov, A. V., Slobodyanik, P. T., & Usov, A. V. (1991). *Teplofizika mekhanicheskoy obrabotki*. Kiyev-Odessa : Lybid'.
2. Kunitsyn, M. V., & Usov, A. V. (2018). The Possibilities of Increasing the Reliability and Durability of a Cylindrical Group by Technological Methods. *Odeskyi Politechnichniy Universytet Pratsi*, **1** (54). 26–35.
3. Altenbach, H., Altenbach, J., & Kissing, W. (2018). *Mechanics of Composite Structural Elements*. Singapore : Springer.
4. Cogswell, F. N. (2013). *Thermoplastic Aromatic Polymer Composites: A Study of the Structure, Processing and Properties of Carbon Fibre Reinforced Polyetheretherketone and Related Materials*. Elsevier Science.
5. Kim, K. T., Kim, D. W., Kim, S. H. et al. (2017). Synthesis and improved explosion behaviors of aluminum powders coated with nano-sized nickel film. *Applied Surface Science*. **415**, 104–108.
6. Kunitsyn, M., & Usov, A. (2020). Development of Quality Criteria for the Surface Layer of Cylinders with Wear-Resistant Coatings. *Advanced Manufacturing Processes*. pp. 137–147.
7. Hao Nan Li, Tian Biao Yu, Li Da Zhu, & Wan Shan Wang. (2017). Analytical modeling of ground surface topography in monocrystalline silicon grinding considering the ductile-regime effect. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*. **17**, 4, 880–893.
8. Zhenyu Han, Hongyu Jin, Maoyue Li, & Hongya Fu. (2015). An open modular architecture controller based online chatter suppression system for CNC milling. *Mathematical problems in Engineering*. **Vol. 2015**. pp. 89-99.
9. Oborskiy, G. A., Dashchenko, A. F., Usov, A. V., & Dmitrishin, D. V. (2013). *Modelirovaniye sistem*. Odessa : Astroprint.
10. Popov, G. YA. (2007). *Izbrannyye trudy*. Tom. 1. Odessa: VMV.
11. Popov, G.YA. (1982). *Kontsentratsiya uprugikh napryazheniy voze shtampov, razrezov tonkikh vklyucheniye i podkrepleniye*. Moskva : Nauka.
12. Beytmen, G., & Erdeyi, A. (1966). *Vysshieye transtsendentnyye funktsii: funktsii Besselya, ortogonal'nyye mnogochleny*. Moskva : Nauka.

Усов Анатолій Васильович – д. т. н., професор, завідувач кафедри вищої математики та моделювання систем Державного університету «Одеська політехніка», e-mail: usov_a_v@opu.ua, ORCID: 0000-0002-3965-7611.

Куніцин Максим Володимирович –к. т. н., старший викладач кафедри вищої математики та моделювання систем, Державного університету «Одеська політехніка», e-mail: m.v.kunitsyn@opu.ua ORCID: 0000-0003-1764-8922.

Зайчик Юрій Ігоревич –аспірант кафедри вищої математики та моделювання систем Державного університету «Одеська політехніка», e-mail: yuriy.zaichik@gmail.com ORCID: 0000-0002-8577-1095