УДК 519.85

В.М. КОМЯК
Національний університет цивільного захисту України

К.Т. КЯЗІМОВ
Академія Міністерства з Надзвичайних ситуацій Азербайджана

О.В. ПАНКРАТОВ
Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України

КВАЗІ-PHI-ФУНКЦІЇ ДЛЯ АНАЛІТИЧНОГО ОПИСУ УМОВ НЕПЕРИТИНАННЯ СКЛАДЕНИХ ОБ'ЄКТІВ В ЗАДАЧАХ РОЗМІЩЕННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ПОТОКІВ ЛЮДЕЙ

Задачі оптимального розміщення об'єктів є предметом дослідження обчислювальної геометрії, а методи їх розв'язання – напрямком теорії дослідження операцій. До задач розміщення відносяться задачі упаковки та розкрою, які мають широкий спектр наукових і практичних застосувань у порошковій металургії, гірничодобувній промисловості для моделювання руху сипучих речовин, аналізі структур рідин та скла, задачах логістики для моделювання оптимальних упаковок вантажів, в задачах моделювання індивідуально-поточного руху людей при їх евакуації з будівель, тощо.

З точки зору методів моделювання, вищенаведені класи прикладних задач належать до класу задач геометричного проектування зі специфічною системою обмежень, яка пов'язана з їх геометричними властивостями. Цей клас задач відноситься до класу NP-складних, для розв'язання яких застосовуються, як правило, евристичні алгоритми. Для розробки ефективних алгоритмів, що засновані на методах локальної та глобальної оптимізації, виникає необхідність в побудові адекватних математичних моделей на базі аналітичного представлення умов неперетинання об'єктів з урахуванням їх неперервних трансляцій та обертань.

Одною із актуальних задач в теперішній час є задача моделювання руху потоку людей, яку, в кожний момент часу, можна розглядати, як розміщення людей за заданими обмеженнями. Результати аналізу показують відсутність моделі індивідуально-поточного руху людей, що адекватна реальному потоку. При русі людей в потоці спостерігаються наступні категорії руху: комфортний, спокійний, активний, підвищеної активності. Коли категорія руху переходить в категорію активного руху з можливими силовими діями, щільність потоку збільшується, що призводить до природних деформацій тіла людини

В роботі запропонована модель тіла людини з урахуванням її природних деформацій, як трикомпонентна модель, яка являє собою об'єднання трьох нежорстко пов'язаних еліпсів, основний із яких обертається неперервно в рамках кута маневреності відносно основного напрямку руху, а допоміжні можуть обертатися в допустимих межах відносно основного. Для аналітичного опису умов неперетинання трикомпонентних об'єктів запропонована модифікація квазі-phi-функцій складених об'єктів, яка є основою алгоритмів моделювання поточного активного руху людей та упаковки розглянутого класу об'єктів.

Ключові слова: розміщення, моделювання, рух , потік людей, трикомпонентна модель проекції тіла людини, квазі-phi-функція, складені об'єкти

10.32782/2618-0340/2020.1-3.8

В.М. КОМЯК
Национальный университет гражданской защиты Украины
К.Т. КЯЗИМОВ
Академия Министерства по Чрезвычайным ситуациям Азербайджана
А.В. ПАНКРАТОВ
Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины

КВАЗИ-PHI-ФУНКЦИЯ ДЛЯ АНАЛИТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ УСЛОВИЙ НЕПЕРЕСЕЧЕНИЯ СОСТАВНЫХ ОБЪЕКТОВ В ЗАДАЧАХ РАЗМЕЩЕНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПОТОКОВ ЛЮДЕЙ

Задачи оптимального размещения объектов является предметом исследования вычислительной геометрии, а методы их решения - направлением теории исследования операций. К задачам размещения относятся задачи упаковки и раскроя, которые имеют широкий спектр научных и практических применений в порошковой металлургии, горнодобывающей промышленности для моделирования движения сыпучих веществ, анализе структур жидкостей и стекла, задачах логистики для моделирования оптимальных упаковок грузов, в задачах моделирования индивидуально-поточного движения людей при их эвакуации из зданий и т.д.

С точки зрения методов моделирования, вышеприведенные классы прикладных задач относятся к классу задач геометрического проектирования со специфической системой ограничений, которая связана с их геометрическими свойствами. Этот класс задач относится к классу NP-сложных, для решения которых применяются, как правило, эвристические алгоритмы. Для разработки эффективных алгоритмов, основанных на методах локальной и глобальной оптимизации, возникает необходимость в построении адекватных математических моделей на базе аналитического представления условий непересечения объектов с учетом их непрерывных трансляций и вращений.

Одной из актуальных задач в настоящее время является задача моделирования движения потока людей, которую, в каждый момент времени можно рассматривать как размещение людей по заданным ограничениями. Результаты анализа показывают отсутствие модели индивидуально-поточного движения людей, адекватной реальным потокам. При движении людей в потоке наблюдаются следующие категории движения: комфортный, спокойный, активный, повышенной активности. Когда категория движения переходит в категорию активного движения с возможными силовыми действиями, плотность потока увеличивается, что приводит к естественным деформациям тела человека

В работе предложена модель тела человека с учетом его природных деформаций, как трехкомпонентная модель, которая представляет собой объединение трех нежестко связанных эллипсов, основной из которых вращается в непрерывно рамках угла маневренности относительно основного направления движения, а вспомогательные могут вращаться в допустимых пределах относительно основного. Для аналитического описания условий непересечения трехкомпонентных объектов предложена модификация квази-phi-функции составных объектов, которая может служить основой алгоритмов моделирования как поточного активного движения людей, так и упаковки рассматриваемого класса объектов.

Ключевые слова: размещение, моделирование, движение, поток людей, трехкомпонентная модель проекции тела человека, квази-phi-функция, составные объекты

10.32782/2618-0340/2020.1-3.8

V.M. KOMYAK
National University of Civil Protection of Ukraine
K.T. KYAZIMOV
Academy of the Ministry of Emergency Situations of Azerbaijan
A.V. PANKRATOV
Institute of Mechanical Engineering Problems. A.N. Podgorny NAS of Ukraine

QUASI-PHI-FUNCTIONS FOR ANALYTICAL DESCRIPTION CONDITIONS OF NON-INTERSECTIONS OF COMPOUND OBJECTS IN THE PROBLEMS OF PLACING AND MODELING MOVEMENT OF MOVEMENTS OF PEOPLE

The problems of optimal placement of objects are the subject of study of computational geometry, and methods of their solution are the direction of the theory of operations research. The placement tasks include packing and cutting tasks, which have a wide range of scientific and practical applications in powder metallurgy, in the mining industry for modeling the movement of bulk substances, at the analysis of structures of liquids and glass, in the problems of logistics for modeling of the optimal packing of goods, , in the problems of modeling individual movement people during their evacuation from buildings, etc.

From the point of view of modeling methods, the above classes of application problems belong to the class of geometric design problems with a specific constraint system that is related to their geometric properties. This class of problems belongs to the class of NP-complexes, which are usually solved by heuristic algorithms. In order to develop efficient algorithms based on local and global optimization methods, it is necessary to build adequate mathematical models based on the analytical representation of the conditions of non-intersection of objects, taking into account their continuous translations and rotations.

One of the actual problem nowadays is the task of simulating the movement of the flow of people, which, at any given time, can be considered as placing people for specified constraints. The results of the analysis show that there is no model of individually current movement of people that is adequate to the real flow. When moving people in the stream are the following categories of motion: comfortable, calm, active, of high activity. When the movement category moves into the category of active movement with possible force actions, the density of flow increases, which leads to natural deformations of the human body.

The paper proposes a model of the human body, taking into account its natural deformities, as a three-component model, which is a union of three non-rigidly bound ellipses. The main ellipse rotates continuously within the maneuverability angle relative to the main direction of movement, and the auxiliary ellipses can rotate within acceptable limits relative to the main one.For the analytical description of the conditions of non-intersections of three-component objects, a modification of the quasi-phi-functions of compound objects is proposed, which is the basis of algorithms for modeling the current active movement of people and the packing of the considered class of objects.

Keywords: placement, modeling, motion, human flow, three-component human body projection model, quasi-phi-function, compound objects.

Постановка проблеми

Задачі оптимального розміщення є предметом дослідження обчислювальної геометрії, а методи їх розв’язання – напрямком теорії дослідження операцій. До задач розміщення відносяться задачі упаковки та розкрою, які мають широкий спектр наукових і практичних застосувань у порошковій металургії, гірничодобувній

10.32782/2618-0340/2020.1-3.8

промисловості для моделювання руху сипучих речовин, аналізі структур рідин та скла, задачах логістики для моделювання оптимальних упаковок вантажів, в задачах моделювання індивідуально-поточного руху людей при їх евакуації з будівель, тощо.

З точки зору методів моделювання, вищенаведені класи прикладних задач належать до класу задач геометричного проектування [1] зі специфічною системою обмежень, яка пов'язана з їх геометричними властивостями. Цей клас задач відноситься до класу *NP*-складних, для розв'язання яких застосовуються, як правило, евристичні алгоритми. Для розробки ефективних алгоритмів, що засновані на методах локальної та глобальної оптимізації, виникає необхідність в побудові адекватних математичних моделей на базі аналітичного представлення умов неперетинання об'єктів з урахуванням їх неперервних трансляцій та обертань.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Одною із актуальних задач в теперішній час є задача моделювання руху потоку людей. Результати аналізу [2] показують відсутність моделі індивідуально-поточного руху людей, що адекватна реальному потоку, з обмеженими мобільними можливостями змішаного складу в досить широкій номенклатурі громадських будівель різних класів функціональної пожежної небезпеки.

В роботі [3] поставлена та розв'язана задача моделювання руху гетерогенних потоків людей (люди представляються еліпсами), яка зводиться до задачі щільного розміщення (переміщення) людей з різною щільністю, тобто розташуванням їх в кожний момент часу з урахуванням різних мінімально допустимих відстаней між ними згідно з рядом додаткових технологічних обмежень, серед яких можна виділити рух з різною швидкістю, урахування їх маневреності, комфортності, тощо.

Згідно [4] при русі людей в потоці спостерігаються наступні категорії руху: комфортний, спокійний, активний, підвищеної активності. Модель [3] може бути використана при комфортному і спокійному русі людей.

Коли категорія руху змінюється і переходить в категорію активного руху з можливими силовими діями, щільність потоку збільшується [2]. Зміни щільності чинять сильний вплив на характер руху людей в потоці, змінюючи його від вільного, при якому людина може вибирати швидкість і напрямок свого руху, до стиснутого руху в результаті подальшого збільшення щільності потоку, при якому він відчуває дедалі більші силові дії оточуючих його людей.

У зв'язку з вище переліченими властивостями, моделювати рух з урахуванням мінімально допустимих відстаней немає сенсу. Тому актуальною проблемою є моделювання руху людей з вираховуванням природних деформацій. тіла людини.

Мета дослідження

Створити модель тіла людини з врахуванням його природних деформацій та розробити аналітичний апарат для аналітичного опису умов неперетинання людей для моделювання їх потокового руху.

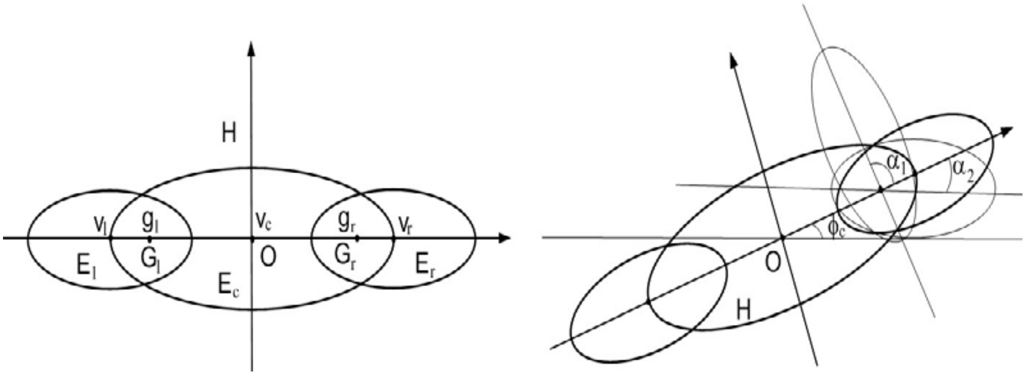
Викладення основного матеріалу дослідження

Представимо проекцію тіла людини у вигляді з'єднання трьох еліпсів: E_c з розмірами піввісь A і B, E_l і E_r з розмірами a і b (див. рис. 1). Пари точок G_l, g_l і G_r, g_r, що відмічені на рисунку 1.а , використовуються для «склеювання» компонент моделі в єдиний об'єкт *H* (див. рис. 1 а). Кожному об'єкту E зіставлені параметри розміщення $v=(x,y,\phi)$, де (x,y) – вектор трансляції об'єкта E відносно нерухомої

10.32782/2618-0340/2020.1-3.8

системи координат, а ϕ – кут його повороту. Позначимо через $E(v)$ об'єкт $E = E(0)$, який повернений на кут ϕ (далі θ) і трансльований на вектор (x, y).

Пари точок G_l, g_l і G_r, g_r, відмічені на першому рисунку, використовуються для «склеювання» компонент моделі в єдиний об'єкт *H* (див. рис. 1 а).



а) б)

Рис. 1. Трикомпонентна модель людського тіла з обмеженнями, що забезпечують: (а) умови склейки компонент моделі в єдиний об'єкт, (б) обмеження на рухливість еліпса, що моделює плече людини.

Крім умов склеювання, на взаємне положення об'єктів накладаються обмеження на співвідношення кутів повороту, що випливають із фізичних обмежень на взаємне положення частин людського тіла (див. рис. 1 б) . Так, кут повороту θ_r еліпса E_r не може бути більше, ніж кут $\theta_c + \alpha_1$ і менше, ніж $\theta_c - \alpha_2$, де θ_c – кут повороту об'єкта E_c (див. рис. 1 б). Відповідно, кут повороту θ_l еліпса E_l не може бути більше, ніж кут $\theta_c + \alpha_2$ і менше, ніж $\theta_c - \alpha_1$.

Таким чином, в якості моделі проекції людського тіла пропонується використовувати об'єкт $H(v_c, v_l, v_r)$ з наступними обмеженнями на параметри розміщення:

$$g_l(v_l) = G_l(v_c), \tag{1}$$

$$g_r(v_r) = G_r(v_c), \tag{2}$$

$$\theta_c - \alpha_2 \le \theta_r \le \theta_c + \alpha_1, \tag{3}$$

$$\theta_c - \alpha_1 \le \theta_l \le \theta_c + \alpha_2. \tag{4}$$

Слід зазначити, що в умовах високої щільності розміщення людей в число змінних параметрів моделі можуть бути включені величини a_l і a_r з обмеженнями виду

$$\alpha_0^{'} \le \alpha_l \le \alpha_1^{'}, \alpha_0^{'} \le \alpha_r \le \alpha_1^{'}, \tag{5}$$

що дозволяють врахувати в моделі вертикальне обертання плечового суглоба. Значення величин $\alpha_0^{'}$, $\alpha_1^{'}$ також визначається фізичними обмеження на взаємне положення частин людського тіла. Слід зазначити, що всі розміри об'єктів і константи при

10.32782/2618-0340/2020.1-3.8

моделюванні генеруються для кожного об'єкта випадковим чином з розподілом по нормальному закону.

Умови неперетинання двох об'єктів $H_i(v_{ci}, v_{li}, v_{ri})$ та $H_j(v_{cj}, v_{lj}, v_{rj})$ побудуємо на основі модифікації квазі-phi-функції [5] для випадку складених нежорстко пов'язаних об'єктів.

Згідно з визначенням, квазі-phi-функцією $\Phi'^{E_iE_j}(v_{i,}v_j, t_{ij})$ для об'єктів $E_i(v_i)$ і $E_i(v_i)$ називається всюди визначена, неперервна по всім змінним функція, для якої функція $\max\limits_{t_{ij}\in U\subset R^m} \Phi'^{E_iE_j}(v_{i,}v_j, t_{ij})$ є phi-функцією об'єктів $E_i(v_i)$ і $E_i(v_i)$ [5]. Тут t_{ij} – вектор допоміжних змінних, які належать деякій підмножині U простору R^m (в даному випадку $m = 1$, а U збігається з R^1 [6]).

Далі ми використовуємо таку важливу характеристику квазі-phi-функції: якщо для деякого t_{ij} виконується $\Phi'^{E_iE_j}(v_{i,}v_j, t_{ij}) \ge 0$, тоді $\operatorname{int} E_i(v_i) \bigcap \operatorname{int} E_j(v_j) = \varnothing$ [5].

Як відомо [7], для двох складених об'єктів $T_i(v_i) = \bigcup\limits_{k=1}^{n_i} T_{ik}(v_i)$ і $T_j(v_j) = \bigcup\limits_{k=1}^{n_j} T_{jm}(v_j)$ квазі-phi-функція $\Phi'^{T_iT_j}(v_{i,}v_j, t_{ij})$ може бути виписана в вигляді:

$$\Phi'^{T_iT_j}(v_{i,}v_j, t_{ij}) = \min\{\Phi'^{T_{ik}T_{jm}}(v_{i,}v_j, t_{ijkm}), k = 1,..., n_i, m = 1,..., n_j\}, \tag{6}$$

де t_{ij} – вектор допоміжних змінних $t_{ijkm}, k = 1, ..., n_i, m = 1, ..., n_j..$

Запишемо умову неперетинання двох об'єктів $H_i(v_{ci}, v_{li}, v_{ri})$ і $H_j(v_{cj}, v_{lj}, v_{rj})$ у вигляді функції $\Phi'^{H_iH_j}(v_{ci,}v_{ri}, v_{li}, v_{cj}, v_{rj}, v_{lj}, t_{ij}) \ge 0$. На основі (6) функція $\Phi'^{H_iH_j}(v_{ci,}v_{ri}, v_{li}, v_{cj}, v_{rj}, v_{lj}, t_{ij})$ може бути представлені у вигляді:

$$\begin{gathered}\Phi'^{H_iH_j}(v_{ci,}v_{ri}, v_{li}, v_{cj}, v_{rj}, v_{lj}, t_{ij}) = \min\{\Phi'^{E_{ci}E_{cj}}(v_{ci,}, v_{cj}, t_{ij1}), \Phi'^{E_{ci}E_{lj}}(v_{ci,}, v_{lj}, t_{ij2}),\\ \Phi'^{E_{ci}E_{rj}}(v_{ci,}, v_{rj}, t_{ij3}), \Phi'^{E_{li}E_{cj}}(v_{li,}, v_{cj}, t_{ij4}), \Phi'^{E_{li}E_{lj}}(v_{li,}, v_{lj}, t_{ij5}), \Phi'^{E_{li}E_{rj}}(v_{li,}, v_{rj}, t_{ij6}),\\ \Phi'^{E_{ri}E_{cj}}(v_{ri,}, v_{cj}, t_{ij7}), \Phi'^{E_{ri}E_{lj}}(v_{ri,}, v_{lj}, t_{ij8}), \Phi'^{E_{ri}E_{rj}}(v_{ri,}, v_{rj}, t_{ij9})\}.\end{gathered} \tag{7}$$

Умови опису неперетинання побудованих об'єктів базуються на описі умов неперетинання еліпсів.

Як випливає з [6], умови взаємного неперетинання еліпсів описуються нерівністю $\Phi'^{E_iE_j}(v_{i,}v_j, t_{ij}) \ge 0$, де $\Phi'^{E_iE_j}(v_{i,}v_j, t_{ij})$ квазі-phi-функція, яка може бути записана у вигляді

$$\begin{gathered}\Phi'^{E_iE_j}(v_i, v_j, t_{ij}) = (x_i - x_j)\cos t_{ij} + (y_j - y_i)\sin t_{ij} - R_i - \sqrt{b_i^2 + (a_i^2 - b_i^2)\cos^2(j_i - t_{ij})}\\ - \sqrt{b_j^2 + (a_j^2 - b_j^2)\cos^2(j_j - t_{ij})}.\end{gathered} \tag{8}$$

10.32782/2618-0340/2020.1-3.8

Слід зазначити, що квазі-phi-функція (6) нормалізована, тобто $\max_{t_{ij}\in U\subset R^m} \Phi^{'E_iE_j}(v_{i,}v_j,t_{ij})$ є нормалізованою phi-функцією об'єктів $E_i(v_i)$ і $E_i(v_i)$ і за значеннями збігається з відстанню між об’єктами $E_i(v_i)$ і $E_i(v_i)$.

З урахуванням (8), умови неперетинання $H_i(v_{ci},v_{li},v_{ri})$ і $H_j(v_{cj},v_{lj},v_{rj})$ приймають вид $\Phi^{'H_iH_j}(v_{ci,}v_{ri},v_{li},v_{cj},v_{rj},v_{lj},t_{ij})\geq 0$, де

$$\Phi^{'H_iH_j}(v_{ci,}v_{ri},v_{li},v_{cj},v_{rj},v_{lj},t_{ij})=\min\{\Phi^{'E_{ci}E_{cj}}(v_{ci,},v_{cj},t_{ij1}),\Phi^{'E_{ci}E_{lj}}(v_{ci,},v_{lj},t_{ij2}),$$
$$\Phi^{'E_{ci}E_{rj}}(v_{ci,},v_{rj},t_{ij3}),\Phi^{'E_{li}E_{cj}}(v_{li,},v_{cj},t_{ij4}),\Phi^{'E_{li}E_{lj}}(v_{li,},v_{lj},t_{ij5}),\Phi^{'E_{li}E_{rj}}(v_{li,},v_{rj},t_{ij6}),$$
$$\Phi^{'E_{ri}E_{cj}}(v_{ri,},v_{cj},t_{ij7}),\Phi^{'E_{ri}E_{lj}}(v_{ri,},v_{lj},t_{ij8}),\Phi^{'E_{ri}E_{rj}}(v_{ri,},v_{rj},t_{ij9})\},$$

де

$$\Phi^{'E_{ci}E_{cj}}(v_{ci},v_{cj},t_{ij1})=(x_{ci}-x_{cj})\cos t_{ij1}+(y_{cj}-y_{ci})\sin t_{ij1}-\sqrt{B_i^2+(A_i^2-B_i^2)\cos^2(j_{ci}-t_{ij1})}$$
$$-\sqrt{B_j^2+(A_j^2-B_j^2)\cos^2(j_{cj}-t_{ij1})};$$

$$\Phi^{'E_{ci}E_{lj}}(v_{ci},v_{lj},t_{ij2})=(x_{ci}-x_{lj})\cos t_{ij2}+(y_{lj}-y_{ci})\sin t_{ij2}-\sqrt{B_i^2+(A_i^2-B_i^2)\cos^2(j_{ci}-t_{ij2})}$$
$$-\sqrt{b_j^2+(a_j^2-b_j^2)\cos^2(j_{lj}-t_{ij2})};$$

$$\Phi^{'E_{ci}E_{rj}}(v_{ci},v_{rj},t_{ij3})=(x_{ci}-x_{rj})\cos t_{ij3}+(y_{rj}-y_{ci})\sin t_{ij3}-\sqrt{B_i^2+(A_i^2-B_i^2)\cos^2(j_{ci}-t_{ij3})}$$
$$-\sqrt{b_j^2+(a_j^2-b_j^2)\cos^2(j_{rj}-t_{ij3})};$$

$$\Phi^{'E_{li}E_{cj}}(v_{li},v_{cj},t_{ij4})=(x_{li}-x_{cj})\cos t_{ij4}+(y_{cj}-y_{li})\sin t_{ij4}-\sqrt{B_i^2+(A_i^2-B_i^2)\cos^2(j_{li}-t_{ij4})}$$
$$-\sqrt{B_j^2+(A_j^2-B_j^2)\cos^2(j_{cj}-t_{ij4})};$$

$$\Phi^{'E_{li}E_{lj}}(v_{li},v_{lj},t_{ij5})=(x_{li}-x_{lj})\cos t_{ij5}+(y_{lj}-y_{li})\sin t_{ij5}-\sqrt{a_i^2+(a_i^2-b_i^2)\cos^2(j_{li}-t_{ij5})}$$
$$-\sqrt{B_j^2+(A_j^2-B_j^2)\cos^2(j_{lj}-t_{ij5})};$$

$$\Phi^{'E_{li}E_{rj}}(v_{li},v_{rj},t_{ij6})=(x_{li}-x_{rj})\cos t_{ij6}+(y_{rj}-y_{li})\sin t_{ij6}-\sqrt{a_i^2+(a_i^2-b_i^2)\cos^2(j_{li}-t_{ij6})}$$
$$-\sqrt{b_j^2+(a_j^2-b_j^2)\cos^2(j_{rj}-t_{ij6})};$$

$$\Phi^{'E_{ri}E_{cj}}(v_{ri},v_{cj},t_{ij7})=(x_{ri}-x_{cj})\cos t_{ij7}+(y_{cj}-y_{ri})\sin t_{ij7}-\sqrt{a_i^2+(a_i^2-b_i^2)\cos^2(j_{ri}-t_{ij7})}$$
$$-\sqrt{B_j^2+(A_j^2-B_j^2)\cos^2(j_{cj}-t_{ij7})};$$

$$\Phi^{'E_{ri}E_{lj}}(v_{ri},v_{lj},t_{ij8})=(x_{ri}-x_{lj})\cos t_{ij8}+(y_{lj}-y_{ri})\sin t_{ij8}-\sqrt{a_i^2+(a_i^2-b_i^2)\cos^2(j_{ri}-t_{ij8})}$$
$$-\sqrt{b_j^2+(a_j^2-b_j^2)\cos^2(j_{lj}-t_{ij8})};$$

10.32782/2618-0340/2020.1-3.8

$$\Phi'^{E_{ri}E_{rj}}(v_{ri},v_{rj},t_{ij9}) = (x_{ri}-x_{rj})\cos t_{ij9} + (y_{rj}-y_{ri})\sin t_{ij9} - \sqrt{a_i^2+(a_i^2-b_i^2)\cos^2(j_{ri}-t_{ij9})}$$
$$-\sqrt{b_j^2+(a_j^2-b_j^2)\cos^2(j_{rj}-t_{ij9})}$$

при виконанні умов

$$\begin{gathered} g_{li}(v_{li}) = G_{li}(v_{ci}),\ g_{ri}(v_{ri}) = G_{ri}(v_{ci}),\ \theta_{ci}-\alpha_2 \le \theta_{ri} \le \theta_{ci}+\alpha_1, \\ \theta_{ci}-\alpha_2 \le \theta_{ri} \le \theta_{ci}+\alpha_1,\ g_{lj}(v_{lj}) = G_{lj}(v_{cj}),\ g_{rj}(v_{rj}) = G_{rj}(v_{cj}), \\ \theta_{cj}-\alpha_2 \le \theta_{rj} \le \theta_{cj}+\alpha_1,\ \theta_{cj}-\alpha_1 \le \theta_{lj} \le \theta_{cj}+\alpha_2\,. \end{gathered} \tag{9}$$

В роботі отримано аналітичний опис (7–9) умов для неперетинання трикомнонентних об’єктів, які являють собою об’єднання трьох нежорстко пов’язаних еліпсів, основний із яких може неперервно обертатись а допоміжні можуть обертатися в допустимих межах відносно основного.

Висновки

Таким чином, у якості моделі тіла людини з урахуванням її природних деформацій запропонована трикомпонентна модель, яка являє собою об’єднання трьох нежорстко пов’язаних еліпсів, основний із яких обертається неперервно в рамках кута маневреності відносно основного напрямку руху, а допоміжні можуть обертатися в допустимих межах відносно основного. Для аналітичного опису умов неперетинання трикомпонентних об’єктів запропонована модифікація квазі-phi-функцій складених об’єктів, яка є основою алгоритмів моделювання поточного активного руху людей та упаковки розглянутого класу об’єктів.

Список використаної літератури

1. Стоян Ю. Г. Основная задача геометрического проектирования. Харьков: Ин-т проблем машиностроения АН УССР, 1983. 36 с. (Препринт. АН УССР, Ин-т проблем машиностроения; 181).
2. Холщевников В. В. Сопоставление различных моделей движения людских потоков и результатов программно-вычислительных комплексов. *Пожаровзрывобезопасность*. 2015. Т. 24. № 5. С. 68–74.
3. Komyak Va., Komyak Vl., Danilin A. A Study of Ellipse Packing in the High-Dimensionality Problems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies.* 2017. 1/4(85). С. 17–23.
4. Холщевников В. В., Самошин Д. А. Эвакуация и поведение людей на пожарах. М.: Академия ГПС МЧС России, 2009. 210 с.
5. Стоян Ю. Г., Панкратов А. В., Романова Т. Е, Чернов Н. И. Квази-phi-функции для математического моделирования отношений геометрических объектов. *Доповіді НАН України*. 2014. Т 9. С. 49–54.
6. Данилин А. Н., Комяк В. В., Комяк В. М., Панкратов А. В. Упаковка эллипсов в прямоугольник минимальных размеров. *УСиМ*. 2016. № 5. С. 5– 9.
7. Стоян Ю. Г, Романова Т. Е., Чернов Н. И., Панкратов А. В. Полный класс Ф-функций для базових объектов. *Доповіді НАН України*. 2010. № 12. С. 25–30.

10.32782/2618-0340/2020.1-3.8

References

1. Stoyan, Yu. G. (1983). Osnovnaya zadacha geometricheskogo proektirovaniya. Harkov: In-t problem mashinostroeniya AN USSR. (Preprint. AN USSR, In-t problem mashinostroeniya; 181).
2. Holschevnikov, V. V. (2015). Sopostavlenie razlichnyih modeley dvizheniya lyudskih potokov i rezultatov programmno-vyichislitelnyih kompleksov. *Pozharovzryivobezopasnost*. **24**, 5, 68–74.
3. Komyak, Va., Komyak, Vl., & Danilin, A. (2017). A study of ellipse packing in the high-dimensionality problems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. **1/4**(85), 17–23.
4. Holschevnikov, V. V., & Samoshin, D. A. (2009). Evakuatsiya i povedenie lyudey na pozharah: uchebnoe posobie. M.: Akademiya GPS MChS Rossii.
5. Stoyan, Yu. G., Pankratov, A. V., Romanova, T. E., & Chernov, N. I. (2014). Kvazi-phi-funktsii dlya matematicheskogo modelirovaniya otnosheniy geometricheskih ob'ektov. *Dopovidi NAN Ukrainy*. **9**, 49–54.
6. Danilin, A. N., Komyak, V. V., Komyak, V. M., & Pankratov, A. V. (2016). Upakovka ellipsov v pryamougolnik minimalnyih razmerov. *USiM*. **5**, 5–9.
7. Stoyan, Yu. G., Romanova, T. E., Chernov, N. I., & Pankratov, A. V. (2010). Polnyiy klass Ф-funktsiy dlya bazovih ob'ektov. *Dopovidi NAN Ukrainy*. **12**, 25–30.

Комяк Валентина Михайлівна – д.т.н., професор кафедри фізико-математичних дисциплін Національного університету цивільного захисту України, e-mail: vkomyak@ukr.net, ORCID: 0000-0002-9840-2635.

Кязімов Кязім Тахір огли – к.т.н., начальник кафедри «Спеціалізованих дисциплін пожежної безпеки» Академії Міністерства з Надзвичайних ситуацій Азербайджана, e-mail: kazim.kazimov@fhn.gov.az, ORCID: 0000-0003-0790-9770.

Панкратов Олександр Вікторович – д.т.н., старший науковий співробітник відділу математичного моделювання та оптимального проектування Інституту проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, e-mail: pankratov2001@yahoo.com, ORCID: 0000-0002-2958-8923.

10.32782/2618-0340/2020.1-3.8