УДК 519.816

Н.К. ТИМОФІЄВА
Міжнародний науково-навчальний центр
інформаційних технологій та систем НАН та МОН України

ПРАВИЛА РОЗГОРТАННЯ ЗНАКОВИХ КОМБІНАТОРНИХ ПРОСТОРІВ

Знакові комбінаторні простори існують в двох станах: спокої (згорнутому), який задається знаком, та динаміці (розгорнутому), який розгортається зі згорнутого. Точками цих просторів є комбінаторні конфігурації різних типів. В основі їхньої побудови лежать правила утворення та впорядкування цих об'єктів. Останні формуються з елементів заданої базової множини трьома рекурентними комбінаторними операторами, а упорядковуються за правилами, в яких використано властивість періодичності. Знаковий згорнутий комбінаторний простір задається інформаційним знаком, який містить базову множину, його тип і правила утворення з елементів базової множини точок розгорнутого простору.

У природі існує скінченне число множин комбінаторних конфігурацій одного і того ж типу, кожна з яких може бути впорядкована різними способами як строго, так і хаотично. Як показав аналіз цих множин, багато з них упорядковуються одними і тими самими строгими процедурами, тобто існують закономірності їхнього генерування. Однією з них є властивість періодичності, яка випливає з рекурентного способу утворення та впорядкування комбінаторних конфігурацій. На основі цієї властивості розроблено рекурентно-періодичний метод, орієнтований для генерування комбінаторних конфігурацій різних типів. За допомогою цього методу упорядкування структурованих комбінаторних множин проводиться за одними і тими самими правилами, а деякі з них генеруються різними модифікаціями одного і того самого алгоритму.

В статті описуються правила утворення та впорядкування структурованих комбінаторних множин, відповідно і знакових комбінаторних просторів. Уведено три рекурентні комбінаторні оператори, за допомогою яких формуються комбінаторні конфігурації. Це – транспозиція, вибирання та арифметичний оператор. Сформульовано три правила, за якими упорядковуються комбінаторні множини. Ці правила формуються на основі аналізу їхньої структури. Генерування комбінаторних множин проводиться з елементів заданої базової множини за допомогою наведених правил. Тобто, для їхнього впорядкування достатньо задати тип комбінаторної конфігурації, базову множину та правила їхнього утворення та впорядкування. Аналогічно описується і знаковий комбінаторний простір.

Ключові слова: знаковий комбінаторний простір, комбінаторна конфігурація, властивість періодичності, рекурентні комбінаторні оператори, інформаційний знак.

Н.К. ТИМОФЕЕВА
Международный научно-учебный центр
информационных технологий и систем НАН и МОН Украины

ПРАВИЛА РАЗВЕРТЫВАНИЯ ЗНАКОВЫХ КОМБИНАТОРНЫХ ПРОСТРАНСТВ

Знаковые комбинаторные пространства существуют в двух состояниях: покое (свернутом), который задается знаком, и динамике (развернутом), который разворачивается из свернутого. Точками этих пространств являются комбинаторные конфигурации разных типов. В основе их построения лежат правила образования и

10.32782/2618-0340/2020.1-3.21

упорядочения этих объектов. Последние формируются из элементов заданного базового множества тремя рекуррентными комбинаторными операторами, а упорядочиваются по правилам, в которых используется свойство периодичности. Знаковое свернутое комбинаторное пространство задается информационным знаком, содержащий базовое множество, его тип и правила образования из элементов базового множества точек развернутого пространства.

В природе существует конечное число множеств комбинаторных конфигураций одного и того же типа, каждое из которых может быть упорядочено различными способами как строго, так и хаотично. Как показал анализ этих множеств, многие из них упорядочиваются одними и теми же строгими процедурами, то есть существуют закономерности их генерирования. Одной из них является свойство периодичности, которое следует из рекуррентного способа образования и упорядочения комбинаторных конфигураций. На основе этого свойства разработан рекуррентно-периодический метод, ориентированный для генерирования комбинаторных конфигураций различных типов. С помощью этого метода упорядочение структурированных комбинаторных множеств проводится по одним и тем же правилам, а некоторые из них генерируются различными модификациями одного и того же алгоритма.

В статье описываются правила создания и упорядочения структурированных комбинаторных множеств, соответственно и знаковых комбинаторных пространств. Введены три рекуррентные комбинаторные операторы, с помощью которых формируются комбинаторные конфигурации. Это – транспозиция, выбирание и арифметический оператор. Сформулированы три правила, по которым упорядочиваются комбинаторные множества. Эти правила формируются на основе анализа их структуры. Генерирование комбинаторных множеств проводится из элементов заданного базового множества с помощью приведенных правил. То есть, для их упорядочения достаточно задать тип комбинаторной конфигурации, базовое множество и правила их образования и упорядочения. Аналогично описывается и знаковое комбинаторное пространство.

Ключевые слова: знаковое комбинаторное пространство, комбинаторная конфигурация, свойство периодичности, рекуррентные комбинаторные операторы, информационный знак.

N.K. TIMOFEEVA
International Scientific Training Centre
for Information Technologies and Systems

RULES FOR DEVELOPING SIGNIFICANT COMBINARY SPACES

Significant combinatorial spaces exist in two states: tranquility (convolute), which is given by the sign, and dynamics (deployed), which deployed from convolute. The points of these spaces are combinatorial configurations of different types. Their construction is based on the rules of formation and ordering of these objects. The latter are formed from the elements of a given basic set by three recurrent combinatorial operators, and are ordered according to the rules in which the periodicity property is used. The significant convolute combinatorial space is given by an information sign, which contains the base set, its type and rules of formation from the elements of the base set of points of the deployed space.

In nature, there are a finite number of sets of combinatorial configurations of the same type, each of which can be ordered in different ways, both strictly and chaotically. As the analysis of these sets has shown, many of them are ordered by the same strict procedures, ie there are patterns of their generation. One of them is the property of periodicity, which

10.32782/2618-0340/2020.1-3.21

follows from the recurrent method of formation and ordering of combinatorial configurations. Based on this property, a recurrent-periodic method was developed, focused on generating combinatorial configurations of different types. Using this method, the ordering of structured combinatorial sets is performed according to the same rules, and some of them are generated by different modifications of the same algorithm.

The article describes the rules of formation and ordering of structured combinatorial sets and, respectively, sign combinatorial spaces. Three recurrent combinatorial operators are introduced, according to which combinatorial configurations are formed. It is a transposition, a selection, and an arithmetic operator. Three rules are formulated according to which combinatorial sets are ordered. These rules are formed on the basis of the analysis of their structure. The generation of combinatorial sets is performed from the elements of a given base set using the above rules. That is, for their generation it is enough to specify the type of combinatorial configuration, the base set and the rules of their formation and ordering. The significant combinatorial space is similarly described.

Keywords: sign combinatorial space, combinatorial configuration, periodicity property, recurrent combinatorial operators, information sign.

Постановка проблеми

Знакові комбінаторні простори існують в двох станах: спокої (згорнутому), який задається знаком, та динаміці (розгорнутому), який розгортається зі згорнутого [1]. Точками цих просторів є комбінаторні конфігурації різних типів. В основі їх побудови лежать правила утворення та впорядкування комбінаторних конфігурацій. Для встановлення правил розгортання оговорених просторів необхідно провести аналіз структури комбінаторних множин та визначити закономірності їхнього генерування та утворення комбінаторних конфігурацій. Вони формуються з елементів заданої базової множини трьома рекурентними комбінаторними операторами, а упорядковуються за правилами, в яких використано властивість періодичності.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Дослідженню комбінаторних конфігурацій і способам їхнього генерування в літературі присвячено багато робіт, наприклад [2–7]. Генерування комбінаторних конфігурацій, як правило, проводиться алгоритмами, які їх породжують, за строгою схемою або як рівномірно розподілені випадкові об'єкти. В таких алгоритмах закладаються процедури, які підвищують ефективність їхньої роботи за швидкодією. Деякі алгоритми орієнтовані на розв’язання прикладних задач комбінаторної оптимізації, тому за їх допомогою генерується не вся комбінаторна множина, а її певна підмножина. Оскільки в природі існує багато впорядкувань комбінаторних конфігурацій, тому ефективність та швидкодія алгоритмів залежать від того, яка множина з існуючих вибрана для генерування, тобто правила, за якими вона упорядковується, формують алгоритм.

Як показав аналіз цих множин, вони можуть упорядковуватися одними і тими самими процедурами, тобто існують закономірності їхнього генерування. Одна з таких властивостей описана у роботі [8], в основі якої лежить характерна для багатьох типів комбінаторних конфігурацій *властивість періодичності*, яка випливає з рекурентного способу їхнього утворення. Виявлення закономірностей упорядкування певної множини дозволяє розробляти нескладні процедури її генерування для довільного значення n і строго доводити, що ця множина містить усі нетотожні комбінаторні конфігурації. Якщо провести аналіз деяких, відомих у літературі алгоритмів генерування комбінаторних об'єктів, тоді можна помітити, що в них на інтуїтивному рівні закладені правила їхнього упорядкування, описані у [8].

10.32782/2618-0340/2020.1-3.21

Мета дослідження

Для розв'язання поставленої задачі необхідно провести аналіз структури комбінаторних множин. На основі результатів аналізу показати, що утворення комбінаторних конфігурацій проводиться за допомогою трьох рекурентних комбінаторних операторів, а їхнє строге впорядкування виконується також за трьома правилами. Генерування комбінаторних множин проводиться з елементів заданої базової множини за допомогою наведених правил. Тобто, для впорядкування комбінаторних множин достатньо задати тип комбінаторної конфігурації, базову множину та правила їхнього утворення та впорядкування. Аналогічно задається знаковий комбінаторний простір, для якого уводиться інформаційний знак.

Викладення основного матеріалу дослідження

Базові множини та комбінаторні конфігурації. Оскільки елементами комбінаторних множин є комбінаторні конфігурації певного типу, розглянемо, як вони утворюються та за якими правилами впорядковуються.

Комбінаторною конфігурацією назвемо будь-яку сукупність елементів, яка утворюється з усіх або з деяких елементів заданої множини $A = \{a_1, ..., a_n\}$ [8]. Позначимо її впорядкованою множиною $w^k = (w_1^k, ..., w_\eta^k)$. Під символом $w_j^k \in A$ розуміємо як окремі елементи, так і підмножини (блоки), $\eta \in \{1,...,n\}$ – кількість елементів у w^k, $W = \{w^k\}_1^q$ – множина комбінаторних конфігурацій. Верхній індекс k ($k \in \{1,...,q\}$) у w^k позначає порядковий номер w^k у W, $q -$ кількість w^k у W.

Комбінаторні конфігурації будь-якого типу формуються з елементів заданої множини характерною для кожного з них операцією. Одні з цих операцій змінюють порядок розміщення в них елементів, інші змінюють їхній склад.

Означення 1. Множину $A = \{a_1, ..., a_n\}$, з елементів якої утворюються комбінаторні конфігурації, назвемо базовою.

Означення 2. Рекурентним комбінаторним оператором назвемо сукупність правил, за допомогою яких з елементів базової множини A (або з попередньої w^{k-1}) утворюється комбінаторна конфігурація w^k.

Різноманітні типи комбінаторних конфігурацій утворюються за допомогою трьох рекурентних комбінаторних операторів: вибирання, транспозиція, арифметичний.

Означення оговорених операторів подано у [8].

Ураховуючи вищевикладене, узагальнимо способи утворення комбінаторних конфігурацій.

Комбінаторні конфігурації w^k з елементів базової множини A утворюються рекурентним комбінаторним оператором вибирання. Комбінаторна конфігурація w^k у множині W утворюється з $w^i \in W$ рекурентним комбінаторним оператором транспозиції або арифметичним, $k < i$. Перша w^1 утворюється з елементів множини A оператором вибирання.

Оскільки базова множина A містить усі елементи, необхідні для формування $w^k \in W$, тоді перша $w^1 \in W$ для усіх типів комбінаторних конфігурацій утворюється з A оператором вибирання. Тип комбінаторної конфігурації $w^k \in W$ визначається рекурентним комбінаторним оператором.

Як показує аналіз комбінаторних множин, вони можуть упорядковуватися одними і тими самими процедурами, тобто існують закономірності їхнього

10.32782/2618-0340/2020.1-3.21

генерування. Одна з таких закономірностей, що характерна для багатьох типів комбінаторних конфігурацій, є властивість періодичності, яка випливає з рекурентного способу їхнього утворення.

Властивість періодичності упорядкування комбінаторних множин випливає з рекурентного способу утворення комбінаторних конфігурацій і полягає в тому, що ці множини упорядковані інтервалами, в кожному з яких комбінаторні конфігурації утворюються за одними і тими самими правилами.

На основі властивості періодичності розроблено рекурентно-періодичний метод генерування комбінаторних конфігурацій.

Якщо провести аналіз деяких, відомих у літературі алгоритмів генерування комбінаторних конфігурацій, тоді можна помітити, що в них на інтуїтивному рівні закладені правила упорядкування, що ґрунтуються на цій властивості.

Упорядкуємо множину W комбінаторних конфігурацій $w^k \in W$, $k \in \{1,...,q\}$, так, що наступна w^{k+1} формується з попередньої w^k або з базової множини A характерним для певного типу рекурентним комбінаторним оператором (транспозицією, вибиранням чи арифметичним оператором). Оскільки в упорядкованій множині W комбінаторні конфігурації $w^k \in W$ розміщені в певному порядку, тоді при розробленні процедур їхнього генерування множину A, з елементів якої оператором вибирання вони утворюються, розглянемо як упорядковану і позначимо її $A = (a_1 ,..., a_n)$. Вважаємо $w^k \in W$ також упорядкованою і позначимо її $w^k = (w_1^k ,..., w_\eta^k)$.

У будь-якій упорядкованій комбінаторній множині W назвемо інтервалом $L_{b,c}$ $(b < c)$ підмножину послідовних комбінаторних конфігурацій w^k з початковим номером b і кінцевим c. Його довжиною назвемо кількість елементів w^k, які містяться в цьому інтервалі, включаючи b і c.

Розглянемо роботу рекурентно-періодичного методу на прикладі заданого упорядкування перестановок для $n = 4$. В інтервал $L_{1,6}$. входять перестановки, в яких наступна $w^k \in W$ формується з попередньої однією транспозицією двох сусідніх (першого і другого, або другого і третього) елементів. Назвемо його інтервалом нульового рангу (інтервали $L_{1,6}$, $L_{7,12}$, $L_{13,18}$, $L_{19,24}$). В кожному інтервалі нульового рангу перестановки утворюються за одними і тими ж правилами. Перша перестановка нульового рангу утворюється за іншими правилами. Назвемо її обмежувальною. Різні правила утворення обмежувальної комбінаторної конфігурації задають різні способи упорядкування комбінаторних множин.

Інтервал першого рангу перестановок ($L_{1,24}$) складається з чотирьох інтервалів нульового рангу, другого рангу – з п'яти інтервалів першого рангу, а інтервал σ-го рангу – з інтервалів $(\sigma - 1)$-го рангу. Інтервали $(\sigma - 1)$-го рангу в інтервалі σ-го рангу утворюються за одними і тими ж правилами. Аналогічно упорядковуються комбінаторні конфігурації інших типів.

Отже, для генерування комбінаторних множин з використанням властивості періодичності необхідно сформулювати три правила, за якими утворюються: а) інтервал нульового рангу; б) обмежувальна комбінаторна конфігурація (перша в інтервалі нульового рангу); в) інтервал σ-го рангу.

Означення 3. Алгоритм генерування довільної множини комбінаторних конфігурацій W назвемо коректним, якщо в результаті його роботи отримана множина $\widetilde{W}$ взаємно однозначно відображає W.

10.32782/2618-0340/2020.1-3.21

Уведемо правила утворення інтервалу нульового рангу, обмежувальної комбінаторної конфігурації та інтервалу σ-го рангу для сполучення без повторень, перестановок та розбиття натурального числа.

Правило 1. Сполучення інтервалу нульового рангу у їхній множині утворюється рекурентним комбінаторним оператором вибирання одного елемента з базової множини A таким чином, що w^k по відношенню до w^{k-1} відрізняється останнім елементом $w_\eta^k = a_j$, $a_j \in A$, $j = \overline{\delta, n}$, $k = \overline{b+1, c}$.

Величину δ назвемо коефіцієнтом інтервалу нульового рангу. Він змінюється при формуванні чергового інтервалу нульового рангу і набуває значення $\delta \in \{\eta, ..., n\}$. Інтервал нульового рангу, утворений за цим правилом, містить усі можливі w^k.

Правило 2. Обмежувальне сполучення утворюється рекурентним комбінаторним оператором вибирання таким чином, що елементи $w_j^k = a_l$, $j = \overline{\sigma', \eta}$, $l = \overline{\delta', \delta}$, де $\sigma' = (\eta - \sigma)$ – номер позиції у множині w^k, яку займає елемент $a_{\delta'} \in A$, $\delta' \in \{1, ..., \delta - 1\}$, $\sigma \in \{1, ..., \eta - 1\}$. При цьому w^k відрізняється від w^{k-1} одним або кількома елементами $w_{\sigma'}^k, ..., w_\eta^k$, а елементи $w_1^k = w_1^{k-1}, ..., w_{\sigma'-1}^k = w_{\sigma'-1}^{k-1}$. Елементи першого сполучення w^i підмножини ізоморфних сполучень набувають значення $w_1^i = a_1, ..., w_\eta^i = a_\eta$.

Правило 3. Будь-яке сполучення інтервалу σ-го рангу утворюється таким чином, що елементи $w_j^k = w_l^i = a_t$, $k \neq i$, $j \in \{1, ..., \sigma' - 1\}$, $w^k, w^i \in W_\sigma$, $l \in \{1, ..., \delta' - 1\}$, а з елементів $a_{\delta'}, ..., a_n$ множини A, які оператором вибирання розміщуються у позиціях $\sigma', ..., \eta$ сполучення $w^k = (w_1^k, ..., w_{\sigma'}^k, ..., w_\eta^k)$, утворюється множина всіляких сполучень.

Змінні σ' і δ' назвемо коефіцієнтами інтервалу σ-го рангу. Вони визначають номера позицій тих елементів $a_{\delta'} \in A$, з яких починається формування цього інтервалу.

Розглянемо розбиття натурального числа. Елементи множини w^k – числа натурального ряду.

Правило 4. Нетотожні розбиття числа n в інтервалі нульового рангу утворюються арифметичним рекурентним комбінаторним оператором таким чином, що будь-яке w^k, $k = \overline{b+1, c}$, формується з попереднього w^{k-1}, $k-1 = \overline{b, c-1}$, відніманням одиниці від першого числа w_1^{k-1} і додаванням одиниці до другого числа w_2^{k-1}, тобто $w^k = \left(w_1^{k-1} - 1, w_2^{k-1} + 1, .., w_\eta^{k-1}\right)$ при виконанні умов: $w_1^{k-1} - 1 \geq w_2^{k-1} + 1$. Кількість таких розбиттів числа в сусідніх інтервалах $t-1$, t, $t+1$ – різна.

Правило 5. Обмежувальне розбиття w^k інтервалу нульового рангу утворюється арифметичним рекурентним комбінаторним оператором так, що $w_j^k = w_r^{k-1} + 1$, $j = \overline{2, r}$, $r \in \{3, ..., \eta\}$, $w_s^k = w_s^{k-1}$, $s = \overline{r+1, \eta}$ для $r < \eta$, і $w_1^k = n - \sum_{j=2}^{\eta} w_j^k$. Початкове обмежувальне розбиття підмножини W_η дорівнює $w^k = (n - (\eta - 1), 1, ..., 1, 1)$.

Правило 6. Інтервал σ-го рангу упорядкованої множини W утворюється за правилами 4–5 таким чином, що він містить усі розбиття числа $\sum_{j=1}^{\sigma+2} w_j^k$, а w_j^k належить множині $w^k = (w_1^k, .., w_{\sigma+2}^k, ..., w_\eta^k)$, $\sigma \in \{0, ..., \eta - 2\}$.

10.32782/2618-0340/2020.1-3.21

Упорядкуємо перестановки з використанням властивості періодичності так, що наступна перестановка утворюється з попередньої однією операцією транспозиції двох елементів w_j^k, w_l^k.

Правило 7. Перестановки w^{k+1} в інтервалах нульового рангу довжиною $3!$ утворюються з попередньої w^k однією транспозицією двох сусідніх (першого, другого або третього) елементів w_1^k, w_2^k, w_3^k, $w^k = (w_1^k, w_2^k, w_3^k, ..., w_n^k)$.

Запишемо рекурентний вираз утворення наступної перестановки w^{k+1} інтервалу нульового рангу з попередньої w^k, у якому використовується арифметичний оператор:

$$\begin{aligned}\omega^{k+1}(r^k, w^k) = \; & ((w_1^k\,(1 - r_1^k) + (w_2^k, r_1^k, r_2^k)),\\ & (w_1^k\, r_2^k\, r_1^k + w_2^k\,(1 - r_2^k) + w_3^k\, r_3^k\, r_2^k),\\ & (w_2^k\, r_2^k\, r_3^k + w_3^k\,(1 - r_3^k))).\end{aligned}$$

Бінарна послідовність r^k набуває значення:

$$r_j^k = \begin{cases} 0, & \text{якщо } w_j^k = w_j^{k-1},\\ 1, & \text{якщо } w_j^k \neq w_j^{k-1},\ j = \overline{1,3}.\end{cases}$$

Вважатимемо, що перша перестановка задана і задано початкове значення бінарної послідовності $r^1 = (1, 1, 0)$. Тоді вираз для рекурентного утворення r^{k+1} набуде вигляду:

$$r^{k+1}(r^k) = ((1 - r_1^k), r_2^k, (1 - r_1^k)).$$

Правило 8. Обмежувальна перестановка або задається, або утворюється однією транспозицією двох елементів $\alpha(w_{\sigma-1}^k, w_\sigma^k)$, якщо σ – непарне, і $\alpha(w_j^k, w_\sigma^k)$, якщо σ – парне, де $j = \sigma - 1$ для другого і третього інтервалів σ-го рангу і $j \in \{(n-2)-1, ..., (n-2)-(n-3)\}$ для t-го інтервалу σ-го рангу, $\sigma \in \{4, ..., n\}$, $t \in \{4, ..., n\}$. Перехід до наступного елемента $w_{\sigma+1}^k$ проводиться тоді, коли елементи $w_1^k, ..., w_\sigma^k$ утворять усі перестановки, $w^k = (w_1^k, ..., w_\sigma^k, ..., w_n^k)$, $\sigma \in \{4, ..., n\}$.

Правило 9. Інтервал σ-го рангу упорядкованої множини W утворюється з елементів $w_1^k, ..., w_\sigma^k$ за правилами 7–8 так, що його довжина дорівнює $\sigma!$.

Ці правила справедливі для багатьох упорядкувань комбінаторних множин, які мають упорядковану структуру. В їх основі лежить властивість періодичності.

Висновки

Отже, для впорядкування комбінаторних конфігурацій достатньо задати базову множину, правила утворення та правила генерування комбінаторних множин і їхній тип. Ці правила формуються, виходячи з результатів аналізу структури певної множини. Тобто, комбінаторна множина існує в двох станах і задається інформаційним знаком. Відповідно інформаційним знаком задається і знаковий комбінаторний простір, який існує в двох станах: згорнутому (спокої) та розгорнутому (динаміці).

10.32782/2618-0340/2020.1-3.21

Список використаної літератури

1. Тимофієва Н.К. Знакові комбінаторні простори та штучний інтелект. *Штучний інтелект*. 2015. № 1-2(67-68). С.180 –189.
2. Рейнгольд Э., Нивергельт Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика / Пер. с англ. М.: Мир, 1980. 476 с.
3. Липский В. Комбинаторика для программистов / Пер. с польск. М.: Мир, 1988. 213 с.
4. Тимофієва Н.К. Теорія комбінаторної оптимізації та задачі штучного інтелекту. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2018. № 2. С. 161–172. https://doi.org/10.32782/2618-0340-2018-2-161-172
5. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. Основные алгоритмы / Пер. с англ. В 3 т. М.: Мир, 1976. Т. 1. 735 с.
6. Литвиненко О. С. Методи генерації комбінаторних конфігурацій та їх застосування в математичному і комп'ютерному моделюванні задач перевезення та обробки вантажів: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 01.05.02., Х.: Ін-т проблем машинобуд. ім. А.М. Підгорного, 2018. 21 с.
7. Стефлюк С. Д. Многочлени розбиттів та їх застосування: автореф. дис. ... канд. фіз.-мат. наук: 01.01.06. Івано-Франківськ: Прикарпатський нац. ун-т ім. В. Стефаника, 2016. 18 с.
8. Тимофієва Н.К. Теоретико-числові методи розв'язання задач комбінаторної оптимізації: автореф. дис. ... докт. техн. наук: 01.05.02. К.: ІК ім. В.М. Глушкова НАН України, 2007. 32 с.

References

1. Tymofijeva, N. K. (2015). Znakovi kombinatorni prostory ta shtuchy’j intelekt Shtuchny`j intelekt, **67-68** (1-2), 180 –189.
2. Reinhold, E., Nyverhelt, Yu., & Deo, N. (1980). Kombinatornyje alhoritmy. Teorija i praktika / Per. s anhl. M.: Mir.
3. Lypskyi, V. (1982). Kombinatorika dlija prohrammistov / Per. s polsk. M.: Mir.
4. Tymofiieva, N. K. (2018). Teoriia kombinatornoi optymizatsii ta zadachi shtuchnoho intelektu. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuvannia*. **2**, 161–172.
5. Knut, D. (1976). Iskusstvo prohrammirovanija dlja EVM. Osnovnye alhoritmy. Per. s anhl. V 3 t. M.: Myr. T. 1.
6. Lytvynenko, O. S. (2018). Metody heneratsii kombinatornykh konfihuratsiy’j ta ikh zastosuvannja v matematychnomu i kompiuternomu modeliuvanni zadach perevezennja ta obrobky vantazhiv: avtoref. dys. ... kand. tekhn. nauk : 01.05.02. Kharkiv: In-т problem machynobud. im. A.M. Pidhornoho.
7. Stefliuk, S. D. (2016). Mnohochleny rozbyttiv ta yikh zastosuvannia: avtoref. dys. ... kand. fiz.-mat. nauk, spets.: 01.01.06. Ivano-Frankivsk: Prykarpatskyy’j nath. un-т im. V. Stefanyka.
8. Tymofiieva, N. K. (2007). Teoretyko-chyslovi metody rozviazannia zadach kombinatornoi optymizatsii: avtoref. dys. ... dokt. tekhn. nauk: 01.05.02. Kyiv: IK im. V.M. Gluchkova NAN Ukrainy.

Тимофієва Надія Костянтинівна – д.т.н., старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник Міжнародного науково-навчального центру інформаційних технологій та систем НАН та МОН України (м. Київ), e-mail: Tymnad@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0312-1153.

10.32782/2618-0340/2020.1-3.21