

УДК 519.711+536:621.9

А.В. УСОВ, М.В. КУНИЦІН
Одеський національний політехнічний університет

СТОХАСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТОПОГРАФІЇ РОБОЧОЇ ПОВЕРХНІ ВИРОБІВ НА ФІНІШНИХ ОПЕРАЦІЯХ

В роботі пропонується удосконалити модель динаміки шліфування, в рамках якої кожне абразивне зерно розглядається як окрема різуча кромка з випадковими характеристиками форми та розташування на поверхні шліфувального круга. Точність форми поверхні, одержуваної при шліфуванні, залежить від жорсткості кріплення інструменту й деталі, а також режимів обробки, через те, що у динамічній системі при різанні неминуче виникають вібрації, що вимагає додаткового дослідження. Для цього розроблено удосконалену стохастичну модель, яка дозволяє досліджувати динаміку процесу шліфування та формування топографії оброблюваної поверхні виробів. У моделі процес обробки зображується як мікрорізання абразивними зернами, що випадковим чином розподілені по поверхні шліфувального круга. Геометричні параметри зерен також мають випадковий характер. У результаті моделювання отримані текстури поверхні після обробки, розподіл сил різання, динамічних відхилень інструменту. Побудовано їх спектральні характеристики, що дозволили оцінити вплив режимів обробки й параметрів технологічної системи на характер вібрацій. Показано, що в системі збуджуються вібрації як на частотах зовнішнього збудження (частота проходження зерен), так і на частотах власних коливань пружної динамічної системи, характерних для регенеративного джерела збудження. Встановлено, що при малій жорсткості технологічної системи збуджуються автоколивання типу «chatter» з великою амплітудою за рахунок механізму регенеративного збудження від зерна до зерна на частотах кратних власним частотам коливань, що призводять до втрати якості обробки і посилення зносу інструменту. Перевірка адекватності побудованої моделі проводилась порівнянням результатів моделювання з результатами експериментів. Для цього розглядалася обробка плоскої поверхні матеріалу деталі зі зносостійким покриттям шліфувальним кругом. Вигляд поверхні після проходження інструменту, одержаний за допомогою удосконаленої моделі, а також остаточний мікрорельєф поверхні після шліфування свідчать про ефективність побудованої моделі та її здатність для забезпечення необхідної топографії оброблених поверхонь виробів.

Ключові слова: стохастична модель, шліфування, топографія поверхні, динамічна система.

А.В. УСОВ, М.В. КУНИЦІН
Одесский национальный политехнический университет

СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОПОГРАФИИ РАБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ИЗДЕЛИЙ НА ФИНИШНЫХ ОПЕРАЦИЯХ

В работе предлагается усовершенствовать модель динамики шлифовки, в рамках которой каждое абразивное зерно рассматривается как отдельная режущая кромка со случайными характеристиками формы и расположения на поверхности шлифовального круга. Точность формы поверхности, получаемой при шлифовке, зависит от жесткости крепления инструмента и детали, а также режимов обработки, из-за того, что в динамической системе при резке неизбежно возникают вибрации, что требует дополнительного исследования. Для этого разработана

10.32782/2618-0340/2020.1-3.23

усовершенствованная стохастической модель, позволяющая исследовать динамику процесса шлифования и формирования топографии обрабатываемой поверхности изделий. В модели процесс обработки изображается как микрорезания абразивными зернами, которые случайным образом распределены по поверхности шлифовального круга. Геометрические параметры зерен также имеют случайный характер. В результате моделирования получены текстуры поверхности после обработки, распределение сил резания, динамических отклонений инструмента. Построены их спектральные характеристики, позволившие оценить влияние режимов обработки и параметров технологической системы на характер вибраций. Показано, что в системе возбуждаются вибрации как на частотах внешнего возбуждения (частота следования зерен), так и на частотах собственных колебаний упругой динамической системы, характерных для регенеративного источника возбуждения. Установлено, что при малой жесткости технологической системы возбуждаются автоколебания типа «chatter» с большой амплитудой за счет механизма регенеративного возбуждения от зерна к зерну на частотах кратных собственным частотам колебаний, приводящих к потере качества обработки и усилению износа инструмента. Проверка адекватности построенной модели проводилась сравнением результатов моделирования с результатами экспериментов. Для этого рассматривалась обработка плоской поверхности материала детали с износостойким покрытием шлифовальным кругом. Вид поверхности после прохождения инструмента, полученный с помощью усовершенствованной модели, а также окончательный микрорельеф поверхности после шлифовки свидетельствуют об эффективности построенной модели и ее способность для обеспечения необходимой топографии обрабатываемых поверхностей изделий.

Ключевые слова: стохастическая модель, шлифование, топография поверхности, динамическая система.

A.V. USOV, M.V. KUNITSYN
Odessa National Polytechnic University

STOCHASTIC MODELING OF THE TOPOGRAPHY OF THE WORKING SURFACE OF PRODUCTS AT FINISHING OPERATIONS

It is proposed to improve the grinding dynamics model, in which each abrasive grain is considered a distinct cutting edge with random characteristics of shape and location on the grinding wheel's surface. Because vibrations inevitably occur in the dynamic system during cutting, which requires additional research. In the model, the machining process is depicted as micro-cutting with abrasive grains that are randomly distributed on the grinding wheel's surface. The geometric parameters of the grains are also random. Because of modeling surface textures after processing, distribution of cutting forces, dynamic deviations of the tool are received. Their spectral characteristics are constructed, which allows the estimation of the influence of processing modes and parameters of the technological system on vibrations. It is shown that vibrations are excited in the system both at the frequencies of external excitation (grain frequency) and at the natural frequencies of the elastic dynamic system characteristic of a regenerative excitation source. It is established that at low rigidity of technological system self-oscillations of chatter type with big amplitude are broken because of the mechanism of regenerative excitation from grain to grain at frequencies multiple of natural frequencies of oscillations leading to loss of quality of processing of working surfaces of products and strengthening of tool wear. The adequacy of the constructed model was checked by comparing the simulation results with the experimental results. For this purpose, the treatment of the flat surface of the material of the part with a wear-resistant coating with

10.32782/2618-0340/2020.1-3.23

a grinding wheel was considered. The appearance of the surface after passing the tool was obtained using an improved model. The final microrelief of the surface after grinding shows the effectiveness of the constructed model and its ability to provide the topography of the treated surfaces of products.

Keywords: stochastic model, grinding, surface topography, dynamic system.

Постановка проблеми

У сучасних технологічних процесах механічної обробки, шліфування широко використовується як фінішна операція, що забезпечує високу точність і якість обробленої поверхні деталі. Особливістю процесу шліфування є видалення матеріалу великим числом зерен при високому тиску і температурі [1]. На відміну від точіння і фрезерування, ріжучі кромки зерен шліфувального круга мають стохастичну геометрію і випадковим чином розподілені по поверхневому шару інструменту [2]. Ця особливість створює труднощі аналізу процесу шліфування, і може бути перешкодою для прогнозування необхідної топографії оброблюваної поверхні [3].

Точність форми поверхні, одержуваної при шліфуванні, залежить від жорсткості кріплення інструменту й деталі, а також режимів обробки, через те, що у динамічній системі при різанні неминуче виникають вібрації, що вимагає додаткового дослідження [4]. На даний час відсутні повномасштабні дослідження з моделювання процесу шліфування функціонально-градієнтних матеріалів, робочі поверхні виробів з яких визначають експлуатаційні характеристики вузлів механізмів [5].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Стохастичні геометричні характеристики зерен та їх випадковий характер розподілу у поверхневому шарі інструменту створюють труднощі аналізу процесу шліфування для забезпечення необхідної шорсткості робочої поверхні деталей зі зносостійкими покриттями [4]. Огляд літературних джерел [5–8] показує, що більшість робіт присвячена дослідженню процесу обробки шліфуванням поверхонь з простої геометричної форми на основі моделі з одним ступенем свободи. В роботі пропонується удосконалити модель динаміки шліфування, в рамках якої кожне абразивне зерно розглядається як окрема ріжуча кромка з випадковими характеристиками форми та розташування на поверхні шліфувального круга.

Мета дослідження

Розробка стохастичної моделі динаміки процесу шліфування інструментом з абразивними зернами випадковим чином розподіленими по поверхні шліфувального круга для прогнозування топографії оброблюваних робочих поверхонь виробів.

Викладення основного матеріалу дослідження

Для моделювання процесу шліфування з урахуванням податливості деталі, та податливості інструменту припускаємо, що шліфувальний круг рухається в площині як тверде тіло на пружних опорах із заданою жорсткістю й демпфуванням, як показано на рис. 1.

Абразивні зерна рівномірно розподіляються по доріжках на ріжучій поверхні інструмента, таким чином, що центральний кут між осями сусідніх зерен є однаковим. Такий характер розподілу дає можливість при моделюванні описувати їх рух системою диференціальних рівнянь із постійним запізненням по куту повороту $\Delta\varphi$ за час T/N (час проходження одного зерна), при цьому для координат поверхні інструмента час запізнення є змінним.

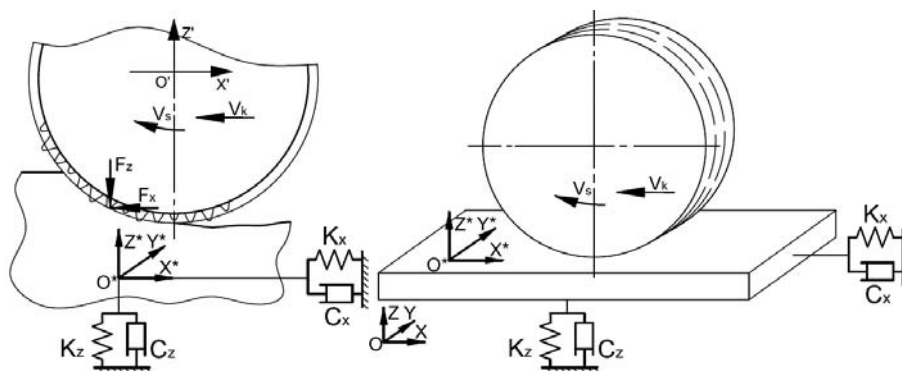


Рис. 1. Динамічна схема моделювання обробки поверхні при шліфуванні з урахуванням податливості деталі.

Усі зерна мають випадкові геометричні характеристики (висота зерен h_0 , конусний кут зерен θ , кут у вершині зерен α , щодо радіального напрямку в площині перпендикулярній доріжці). Вершини зерен округлені радіусом 10 мкм. Для шліфувального інструменту зазвичай задаються номінальні геометричні параметри щільності розподілу й розмірів зерен, які можуть бути використані при моделюванні. Розподіл обсягів зерен, зазвичай [7–9], має випадковий характер і може бути заданий за нормальним законом, який використовується при стохастичних підходах у процесі моделювання сил різання [5].

Функцію розподілу можна записати через інтеграл Лапласа наступним чином [10]:

$$\Phi(h_0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{-(h_0 - \acute{h}_0)^2}{2\sigma^2}\right) dx, \quad (1)$$

де h_0 – математичне очікування висоти зерна, $\sigma = (h_{0,max} - h_{0,min})/6$ – середньоквадратичне відхилення розподілу.

Конусний кут зерна θ по суті є переднім кутом ріжучого клина γ з протилежним знаком. Будемо вважати, що передній кут має сильно асиметричний розподіл із максимальною ймовірністю близькою до кута -30° , який добре описується за допомогою розподілу Релея [11]. Деякі дослідники для цих випадків також використовують розподіл Стюдента [12] або Вейбулла [13]. Будемо використовувати для конусного кута ріжучої кромки зерен розподіл Релея, для якого функція розподілу має вигляд:

$$\Phi(\theta) = 1 - \exp\left(\frac{-\theta^2}{2\sigma^2}\right) (\theta \geq 0). \quad (2)$$

При $\theta = \sigma$, щільність ймовірності має максимальне значення.

Припускаємо, що кут вершини зерна α розподіляється по закону, що описується функцією нормального випадкового розподілу і має вигляд:

$$\Phi(\alpha) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{-\alpha^2}{2\sigma^2}\right) dx, \quad (3)$$

де $\alpha = 0$ – математичне очікування кута ризику, $\sigma = (\alpha_{max} - \alpha_{min})/6$ – середньоквадратичне відхилення розподілу.

Функція розподілу має вигляд:

$$\Phi(\delta) = \begin{cases} 0, & \delta < -\frac{\pi}{N}; \\ \frac{\delta + \pi/N}{2\pi/N}, & -\frac{\pi}{N} \leq \delta \leq \frac{\pi}{N}; \\ 1, & \delta > \frac{\pi}{N}; \end{cases} \quad (4)$$

де $\delta_{max} = \pi/N$ – максимальне кутове зміщення доріжки; $\delta_{min} = -\pi/N$ – мінімальне кутовий зсув доріжки; $\sigma^2 = (2\pi/N)^2/12$ – дисперсія.

Систему рівнянь (5), що описують формування нових поверхонь запишемо у вигляді [11, 14]:

$$D_j(t) = \begin{cases} \left[L_j |_{t-T/N} + V_w \cdot \frac{T}{N} \cdot \sin(\varphi_j(t)) - \Delta x \cdot \sin(\varphi_j(t)) - \right. \\ \left. - \Delta z \cdot \cos(\varphi_j(t)) - (h_{0,j-1} - h_{0,j}) \right] \cdot g(\varphi_j(t)) \\ h_{cu,j}(t) = \max(0, D_j(t)) \\ \Pi(t) = \text{Trend}[\Pi_j |_{t-T/n} - h_{cu,j}(t)] \\ L_j |_0 = 0 \\ g(\varphi_j(t)) = \begin{cases} 1, & \text{if } 0 \leq \varphi_j(t) \leq \varphi_{ex} \\ 0, & \text{else} \end{cases} \end{cases} \quad (5)$$

де T/N — період проходження зерна; $L_j |_{t-T/N}$ – полярне відхилення від поверхні заготовки в момент часу $t - T/N$ для j -ого зерна тільки внаслідок повороту; $\Pi(t)$ – координати поверхні, записані в інформаційному банку даних в ПЗ «Matlab»; $\Delta x, \Delta z$ – проекції динамічного зсуву на осі X, Z ; $D_j(t)$ – відстань від j -ої різальної крайки до необробленої поверхні, яка складається зі статичної частини $L_j |_{t-T/N} + V_w \cdot \frac{T}{N} \cdot \sin(\varphi_j(t))$ і динамічної частини $\Delta x \cdot \sin\varphi_j + \Delta z \cdot \cos\varphi_j$, і величини радіальної різниці висоти суміжних зерен $h_{0,j-1} - h_{0,j}$; $h_{0,j}$ – висота j -ого зерна, $h_{0,j-1}$ – висота $(j-1)$ -ого зерна; $h_{cu,j}(t)$ – товщина шару, що зрізається j -им зерном в момент часу t , $\max(0, D_j(t))$ – функція, яка дорівнює максимальному з 0 і $D_j(t)$, тобто товщина різання не може бути від’ємною; $\Pi_j |_{t-T/n}$ – положення точки перетину між віссю j -ого зерна в момент часу t і поверхнею заготовки в момент часу $t - T/N$ в полярній системі координат; Trend – функція, що інтерполює значення по точкам, заданим в масиві; $g(\varphi_j(t))$ – функція, яка визначає, чи знаходиться j -е зерно в зоні контакту; φ_{ex} – кут виходу зерна з занурення в матеріал.

Для моделювання процесу шліфування з урахуванням піддатливості деталі, щоб аналізувати геометрію зрізаного шару форму обробленої поверхні, розглянемо схему врізання сусідніх зерен у матеріал заготовки (рис. 2), а показані положення поточного

зерна в даний момент часу t і в попередній момент $(t - T/N)$ до його зміщення за рахунок руху подачі й повороту на одне зерно.

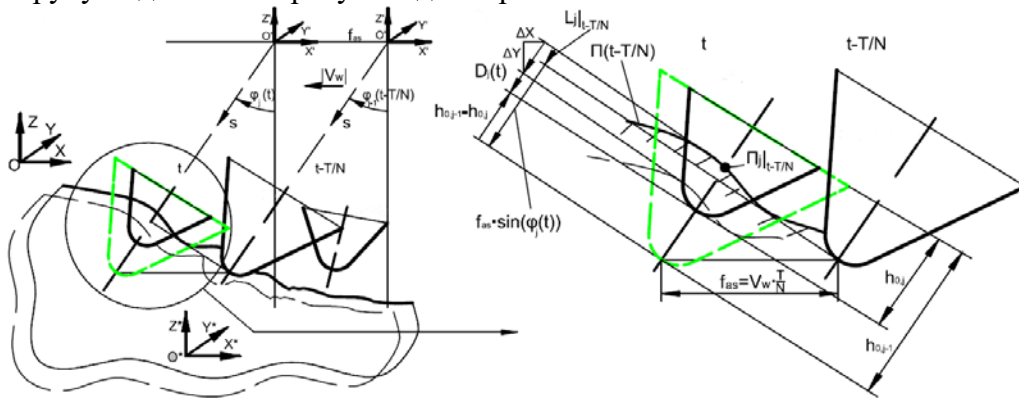


Рис. 2. (а) Система координат і положення $(j-1)$ -ого і j -ого зерен при різанні; (б) геометричний аналіз товщини зрізаного шару j -ого зерна.

Припускаємо, що, при $t = 0$, перше зерно знаходиться в зоні контакту, його номер $j = 1$. Будемо нумерувати всі зерна, пересуваючись проти годинникової стрілки. Тобто в момент часу $t = k \cdot T/N$ нумерація зерен буде відповідати тому, як показано на рис. 3.

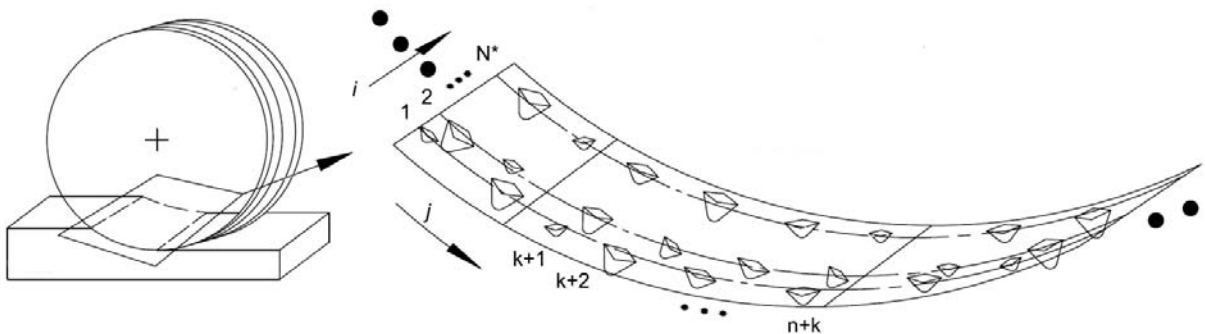


Рис. 3. Схема нумерації зерен на крузі в момент часу $t = k \cdot T/N$.

Регенерація поверхні зони обробки. Після визначення координат профілю $\Pi_i(t)$ по всіх доріжках від 1-ої до N'' -ої, інтерполюємо N'' криві з відхиленням доріжки в просторі, після цього формується поверхня заготовки (рис. 4).

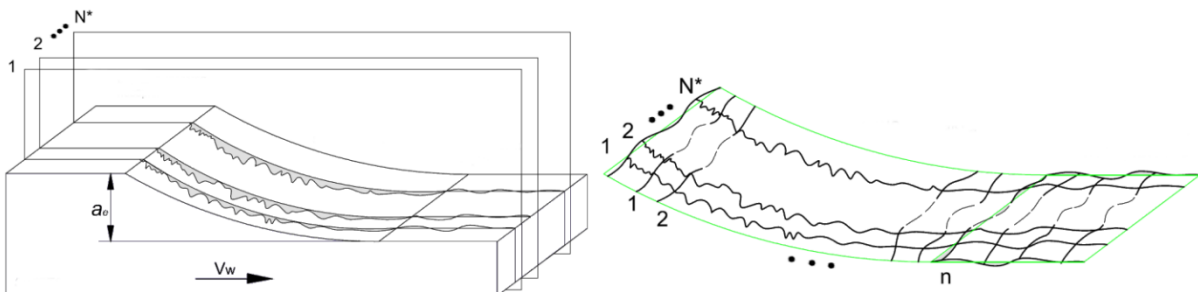


Рис. 4. Схема формування поверхні при шліфуванні множинних доріжок.

Перетворимо складові сил різання для окремого зерна $F_{t,ij}, F_{n,ij}$, що діють на i -ій доріжці, до системи координат $OXYZ$, до сил $F_{x,ij}$ і $F_{z,ij}$ (проекції сил різання на осі X, Z), використовуючи наступні співвідношення:

$$\begin{cases} F_{x,ij} = F_{t,ij} \cdot \cos\varphi_{ij} + F_{n,ij} \cdot \sin\varphi_{ij} \\ F_{z,ij} = -F_{t,ij} \cdot \sin\varphi_{ij} + F_{n,ij} \cdot \cos\varphi_{ij} \end{cases}, \quad (6)$$

Підсумовуючи сили різання, що діють на зерна в зоні контакту круга й заготовки, отримуємо сили, що діють на шліфувальний круг:

$$\begin{cases} F_x = \sum_{i=1}^{N''} \sum_{j=1}^n F_{x,ij} \\ F_z = \sum_{i=1}^{N''} \sum_{j=1}^n F_{z,ij} \end{cases}, \quad (7)$$

де n – кількість зерен у зоні контакту на одній доріжці ($n = 49$), N'' – кількість доріжок ($N'' = 50$).

Диференціальні рівняння, що описують рух системи при обробці, для випадку коли піддатливість системи в основному визначається внаслідок піддатливості інструменту, а деталь вважається абсолютно жорсткою, мають вигляд (8):

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{x} + C_x \cdot \dot{x} + K_x \cdot x = F_x \\ m \cdot \ddot{z} + C_z \cdot \dot{z} + K_z \cdot z = F_z \end{cases}, \quad (8)$$

і, навпаки, коли піддатливість системи в основному визначається внаслідок піддатливості деталі, а інструмент вважається абсолютно жорстким, мають вигляд (9) [9]:

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{x} + C_x \cdot \dot{x} + K_x \cdot x = -F_x \\ m \cdot \ddot{z} + C_z \cdot \dot{z} + K_z \cdot z = -F_z \end{cases}, \quad (9)$$

де m – маса інструменту – деталі, C_x, C_z – коефіцієнти демпфування кріплення інструменту – деталі в напрямку осей X, Z . K_x, K_z – наведені жорсткості кріплення інструменту – деталі в напрямку осей X, Z .

На Рис. 5 представлені текстури поверхні заготовки при моделюванні з урахуванням вібрації. Текстури обробленої поверхні заготовки будемо порівнювати з результатами без урахування вібрації.

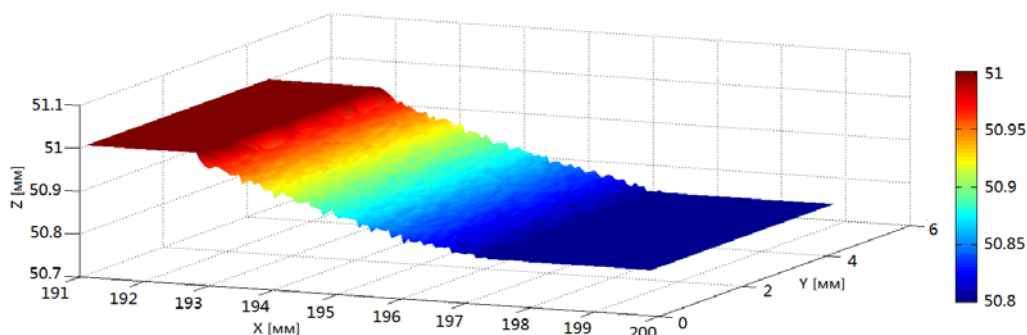


Рис. 5. Тривимірні текстури поверхні заготовки при моделюванні з урахуванням вібрації в момент часу $t = 100 \cdot T/N$.

Характеристики інструменту ПП 210x32x76 25А 40П СТ1 5 К5 Б. $V_{кр} = 35$ м/с, $t_{шл} = 0,01$ мм, Матеріал заготовки ст. 40Х, зносостійке покриття Ni/Ni-TiO₂. Розміри зразка 70x40x4. Коефіцієнти K_x, K_z, C_x, C_z вибиралися із [7–8].

Сили шліфування істотно змінюються внаслідок впливу динаміки з урахуванням вібрації. Зміна сил різання відбувається через переривчастість врізання окремих зерен, що рухаються по нерівній поверхні контакту інструменту й заготовки, а також додаткових зсувів внаслідок вібрацій інструменту (рис 6).

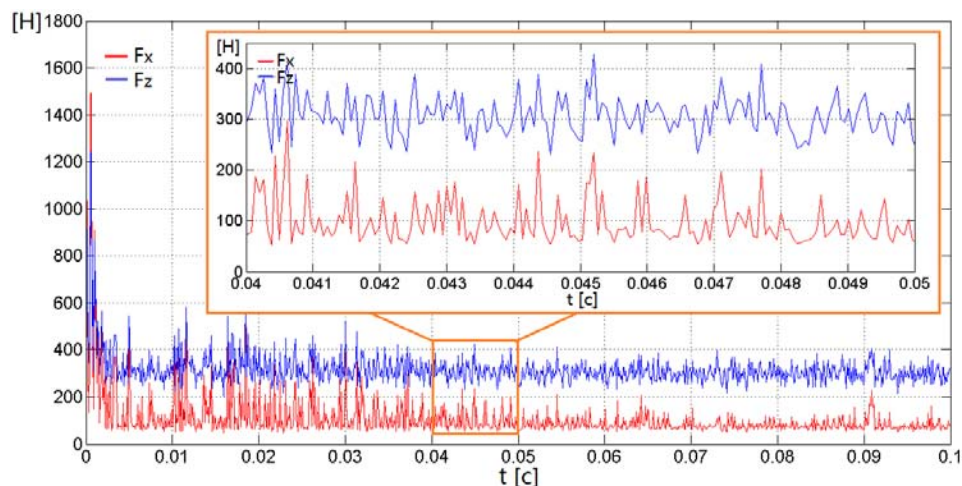


Рис. 6. Залежність сил шліфування F_x, F_z від часу t з урахуванням вібрації.

Порівнюючи зображення зони обробленої поверхні, показаної на рис. 7, можна виділити текстуру обробленої поверхні заготовки при моделюванні без і з урахуванням вібрації в момент часу $t = 100 \cdot T/N$ для різних варіантів випадковим чином обраних параметрів розташування зерен. Це дає можливість встановити, що середнє значення координати (Z) обробленої поверхні з урахуванням вібрації вище, ніж без урахування. Це пояснюється впливом пружного віджимання інструменту при пружному закріпленні з урахуванням вібрації.

За результатами моделювання топографічної картини поверхні, видно, що присутні піки і впадини різної величини. На підставі обробки поверхні, що моделюється у даній роботі, наведені такі параметри для оцінки хвилястості поверхні:

- Mean — середнє значення координати (Z) поверхні, яке визначає середню лінію профілю.
- Max, Min — максимальне й мінімальне значення координати (Z) поверхні.
- R_a — середнє арифметичне відхилення профілю, яке визначається як середнє арифметичне абсолютних значень відхилень профілю z в межах базової довжини l :

$$R_a = \frac{1}{l} \int_0^l |z(x)| dx, \quad (10)$$

де z_i — відхилення профілю, що являє собою відстань між будь-якою точкою профілю й середньою лінією, що виміряна по нормалі, яка проведена до середньої лінії через цю точку.

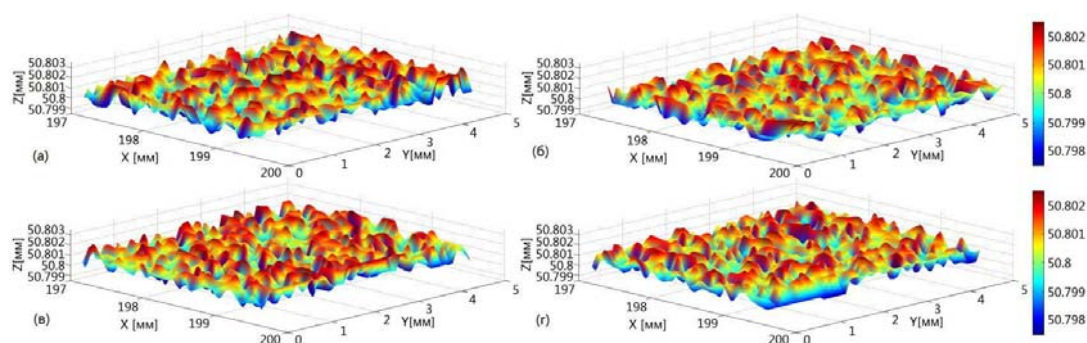


Рис. 7. Текстури обробленої поверхні заготовки при моделюванні з урахуванням вібрації в момент часу $t = 100 \cdot T/N$.

Параметр R_a характеризує висоту нерівностей профілю. Не менш важливою характеристикою нерівностей профілю є їх крок. S – середній крок нерівностей профілю по вершинах (між вершинами характерних нерівностей) у межах базової довжини.

Методика і приклади оцінки хвилястості поверхні після обробки різанням представлена в [15–16].

З наведених результатів видно, що для випадку K_x з великими значеннями жорсткості ($K_x > 45 \text{ кН/мм}$) коливання системи загасають, поведінка стабільна. А для випадків K_x з меншими значеннями спостерігаються коливання з великою амплітудою, величина яких перевищує розмір зерен, що говорить про непрацездатність таких режимів. Між ними існують такі режими, для яких на початковій ділянці відбувається зростання амплітуд коливань, але система стійка й після короткого перехідного процесу вона виходить на усталений режим, такий режим можна вважати задовільним.

Порівнюючи власні частоти з піками спектрів, можна спостерігати, що в перехідних режимах, присутня тенденція появи окремих піків, які збігаються чи мають кратні значення власних частот. А в нестійких режимах є яскраво виражені піки на значеннях частот, що кратні власним частотам системи. Аналізуючи тимчасові характеристики розв'язку за допомогою методу детектування «chatter», описаного в роботах [17–20], можна зафіксувати появу «chatter» при моделюванні. Такий характер поведінки особливо характерний для випадку при $K_x/K_z = 4$, $K_x = 30 \text{ кН/мм}$ (у цьому випадку $f_{nx} = 2 \cdot f_{nz}$), для якого частота найвищого піку кратна 3 до власної частоти f_{nx} . У цьому випадку частота «chatter» стає домінуючою, система стає нестійкою при домінуючій частоті «chatter» [15, 21].

При невеликих амплітудах зміщення шліфування можна розглядати як процес фрезерування з ріжучими крайками у великій кількості. А для випадків, коли амплітуда безрозмірних переміщень більша за одиницю, модель шліфування необхідно розглядати з урахуванням геометричного обмеження висоти зерен і контакту сполучного з матеріалом заготовки.

Для порівняння результатів моделювання з результатами експериментів розглядалася обробка плоскої поверхні матеріалу деталі зі зносостійким покриттям Ni/Ni-TiO₂ шліфувальним кругом ПП 210x32x76 25А 40П СТ1 5 К5 Б. На рис.8 представлений вигляд поверхні після проходження інструменту, одержаний за допомогою удосконаленої моделі (а), а також остаточний мікрорельєф поверхні (б) після шліфування.

Висновки

Розроблено удосконалену стохастичну модель, яка дозволяє досліджувати динаміку процесу шліфування та формування топографії оброблюваної поверхні виробів. У моделі процес обробки зображується як мікрорізання абразивними зернами, що випадковим чином розподілені по поверхні шліфувального круга. Геометричні параметри зерен також мають випадковий характер.

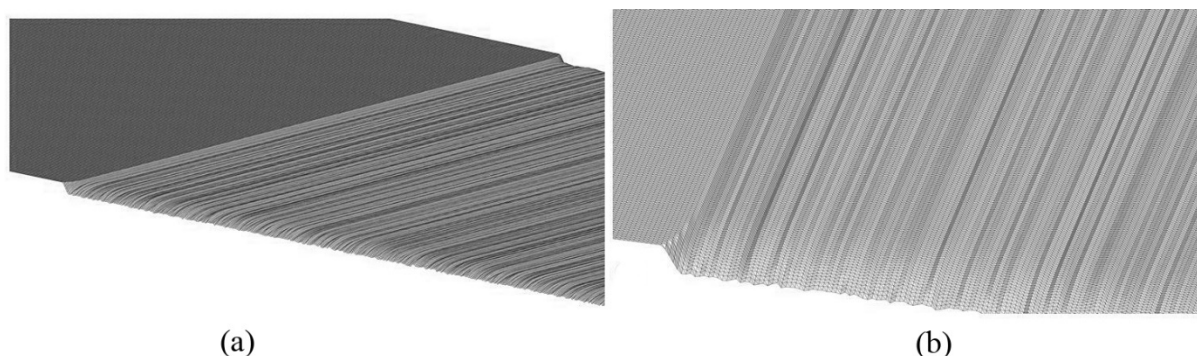


Рис. 8. Вигляд поверхні після проходження інструменту, одержаний за допомогою удосконаленої моделі (а), а також остаточний мікрорельєф поверхні (б) після шліфування.

У результаті моделювання отримані текстури поверхні після обробки, розподіл сил різання, динамічних відхилень інструменту. Побудовано їх спектральні характеристики, які дозволяють оцінити вплив режимів обробки й параметрів технологічної системи на характер вібрацій. Показано, що в системі збуджуються вібрації як на частотах зовнішнього збудження (частота проходження зерен), так і на частотах власних коливань пружної динамічної системи, характерних для регенеративного джерела збудження. Встановлено, що при малій жорсткості технологічної системи збуджуються автоколивання типу « chatter » з великою амплітудою за рахунок механізму регенеративного збудження від зерна до зерна на частотах кратних власним частотам коливань, що призводять до втрати якості обробки і посилення зносу інструменту.

Список використаної літератури

1. Воронов С. А., Ма Вэйдун. Влияние геометрии абразивного зерна на силы резания при шлифовании. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Машиностроение»*. 2017. № 5. С. 52–63.
2. Komanduri R. Machining and Grinding: A Historical Review of the Classical Papers. *Applied Mechanics Reviews*. 1993. Vol. 46. № 3. P. 80–132. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3121404>
3. Malkin S., Guo C. Grinding Technology: Theory and Applications of Machining with Abrasives. New York: Industrial Press Publ, 2008. 372 p.
4. Zhen B. H., Ranga K. On the Mechanics of the Grinding Process – Part I. Stochastic Nature of the Grinding Process. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 2003. Vol. 43. P. 1579–1593.
5. Маслов Е. Н. Теория шлифования материалов. М. : Машиностроение, 1974. 318 с.
6. Кашеев В. Н. Абразивное разрушение твердых тел. М.: Наука, 1970. 245 с.
7. Грабченко А. И., Доброскок В. Л., Федорович В. А. 3D моделирование алмазно-абразивных инструментов и процессов шлифования. Харьков : НТУ «ХПИ», 2006. 362 с.

8. Грабченко А. И., Федорович В. А. 3D процессы алмазно-абразивной обработки. Харьков : НТУ «ХПИ», 2008. 349 с.
9. Оборский Г. А., Дашенко А. Ф., Усов А. В., Дмитришин Д. В. Моделирование систем : монография. Одесса : Астропринт, 2013. 664 с.
10. Stephen H. C., William D. M. Random Vibration in Mechanical Systems. New York: Academic Press, 2014. 176 p.
11. Hecker R., Liang S. Y. Predictive Modeling of Surface Roughness in Grinding. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 2003. Vol. 43. P. 755–761.
12. Stepien P. A Probabilistic Model of the Grinding Process. *Applied Mathematical Modelling*. 2009. Vol. 33. № 10. P. 3863–3884.
13. Holtermann R., Schumann S., Menzel A. Modelling Simulation and Experimental Investigation of Chip Formation in Internal Traverse Grinding. *Production Engineering Research and Development*. 2013. Vol. 7. P. 251–263.
14. Ioan D. M., Brian R. W., Dimitrov B. Tribology of Abrasive Machining Processes. Norwich, NY : William Andrew Inc, 2012. 600 p.
15. Hao Nan Li, Tian Biao Yu, Li Da Zhu. Analytical Modeling of ground Surface Topography in Monocrystalline Silicon Considering the Ductile-Regime Effect. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*. 2017. Vol. 17, № 4. P. 880–893.
16. Young P. L., Brackbill T. P., Kandlikar S. G. Estimating Roughness Parameters Resulting From Various Machining Techniques for Fluid Flow Applications. Proceedings of the *Nanochannels, Microchannels and Minichannels: Fifth International Conference* (Mexico, Puebla, June 18-20, 2007), Puebla: ASME, 2007, pp. 827–836.
17. Altintas Y. Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations, and CNC Design. Cambridge : Cambridge University Press, 2000. 286 p.
18. Altintas Y., Stepan G., Merdol D., Dombovari Z. Chatter Stability of Milling in Frequency and Discrete Time Domain. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*. 2008. Vol. 1, P. 35–44.
19. Rivière E., Stalon V., Van den Abeele O., Filippi E., Dehombreux P. Chatter Detection Techniques Using Microphone. Proceedings of the *Theoretical and Applied Mechanics: 56-th National Congress on* (Tokio, March, 7-9, 2007). Tokio, 2006. URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.612.4595&rep=rep1&type=pdf>
20. Brecher C., Esser M., Witt S. Interaction of Manufacturing Process and Machine Tool. *CIRP Annals – Manufacturing Technology*. 2009. Vol. 58. P. 588–607.
21. Zhenyu Han, Hongyu Jin, Maoyue Li, Hongya Fu. An Open Modular Architecture Controller Based Online Chatter Suppression System for CNC Milling. *Mathematical Problems in Engineering*. 2015. Vol. 2015. 13 p. DOI: <https://doi.org/10.1155/2015/985837>.

References

1. Voronov, S. A., & Ma, Veydun. (2017). Vliyanie geometrii abrazivnogo zerna na sily rezaniya pri shlifovanii. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Seriya «Mashinostroyeniye»*. 5, 52–63.
2. Komanduri, R. (1993). Machining and Grinding: A Historical Review of the Classical Papers. *Applied Mechanics Reviews*. 46, 3, 80–132. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3121404>
3. Malkin, S., & Guo, C. (2008). Grinding Technology: Theory and Applications of Machining with Abrasives. New York : Industrial Press Publ.

4. Zhen, B. H., & Ranga, K. (2003). On the mechanics of the grinding process – Part I. Stochastic nature of the grinding process. *International journal of machine tools & manufacture*. **43**, 1579–1593.
5. Maslov, Ye. N. (1974). *Teoriya shlifovaniya materialov*. M. : Mashinostroyeniye.
6. Kashcheyev, V. N. (1970). *Abrazivnoye razrusheniye tverdykh tel*. M. : Nauka.
7. Grabchenko, A. I., Dobroskok, V. L., & Fedorovich, V. A. (2006). 3D modelirovaniye almazno-abrazivnykh instrumentov i protsessov shlifovaniya. Khar'kov : NTU «KHPI».
8. Grabchenko, A. I., & Fedorovich, V. A. (2008). 3D protsessy almazno-abrazivnoy obrabotki. Khar'kov : NTU «KHPI».
9. Oborskiy, G. A., Dashchenko, A. F., Usov, A. V., & Dmitrishin, D. V. (2013). *Modelirovaniye sistem : monografiya*. Odessa : Astroprint.
10. Stephen, H. C., & William, D. M. (2014). *Random Vibration in Mechanical Systems*. New York : Academic Press.
11. Hecker, R., & Liang, S. Y. (2003). Predictive modeling of surface roughness in grinding. *International journal of machine tools & manufacture*. **43**, 755–761.
12. Stepien, P. A. (2009). Probabilistic model of the grinding process. *Applied Mathematical Modelling*. **33**, 10, 3863–3884.
13. Holtermann, R., Schumann, S., & Menzel, A. (2013). Modelling simulation and experimental investigation of chip formation in internal traverse grinding. *Production Engineering Research and Development*. **7**, 251–263.
14. Ioan, D. M., Brian, R. W., & Dimitrov, B. (2012). *Tribology of abrasive machining processes*. Norwich, NY : William Andrew Inc.
15. Hao Nan, Li, Tian Biao, Yu, & Li Da, Zhu. (2017). Analytical modeling of ground surface topography in monocrystalline silicon considering the ductile-regime effect. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*. **17**, 4, 880–893.
16. Young P. L., Brackbill T. P., & Kandlikar S. G. (2007). Estimating Roughness Parameters Resulting From Various Machining Techniques for Fluid Flow Applications. *Proceedings of the Nanochannels, Microchannels and Minichannels: Fifth International Conference* (Mexico, Puebla, June 18-20, 2007), Puebla: ASME, pp. 827–836.
17. Altintas Y. (2000). *Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibrations, and CNC Design*. Cambridge : Cambridge University Press.
18. Altintas Y., Stepan G., Merdol D., & Dombrovari Z. (2008). Chatter Stability of Milling in Frequency and Discrete Time Domain. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*. **1**, 35–44.
19. Rivière E., Stalon V., Van den Abeele O., Filippi E., & Dehombreux P. (2006). Chatter Detection Techniques Using Microphone. *Proceedings of the Theoretical and Applied Mechanics: 56-th National Congress on* (Tokio, March, 7-9, 2007). Tokio. URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.612.4595&rep=rep1&type=pdf>
20. Brecher C., Esser M., & Witt S. (2009). Interaction of Manufacturing Process and Machine Tool. *CIRP Annals – Manufacturing Technology*. **58**, 588–607.
21. Zhenyu Han, Hongyu Jin, Maoyue Li, & Hongya Fu. (2015). An Open Modular Architecture Controller Based Online Chatter Suppression System for CNC Milling. *Mathematical Problems in Engineering*. **2015**, 13 p. DOI: <https://doi.org/10.1155/2015/985837>.

Усов Анатолій Васильович – д.т.н., професор, завідувач кафедри вищої математики та моделювання систем Одеського національного політехнічного університету, e-mail: usov_a_v@opu.ua, ORCID: 0000-0002-3965-7611.

Куніцин Максим Володимирович – старший викладач кафедри вищої математики та моделювання систем Одеського національного політехнічного університету, e-mail: m.v.kunitsyn@opu.ua ORCID: 0000-0003-1764-8922