

УДК 550.837; 621.391

Ю.В. ЧОВНЮК  
Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины  
А.А. БРОВАРЕЦЬ  
Киевский кооперативный институт бизнеса и права

### **МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ БИАНИЗОТРОПНЫХ/БИИЗОТРОПНЫХ ПАРАМЕТРОВ КАПИЛЛЯРНЫХ СИСТЕМ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ГРУНТОВ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ПРЕДНАЗНАЧЕНИЯ КАК БИООБЪЕКТОВ**

*Приведены модели капиллярных систем электропроводности грунтов сельскохозяйственного назначения как биообъектов, обладающие эффектом бианизотропии в диапазоне миллиметровых электромагнитных волн. Анализ эффективных электромагнитных бианизотропных/биизотропных параметров указанных объектов проведен для коэффициентов отражения и прохождения, позволяющий оценивать их состояние и реакцию на поляризованное электромагнитное излучение. Рассмотрены приемно-передающие устройства полевых информационных машин, предназначенных для исследования почв сельскохозяйственного назначения, которые определяют их эффективные электромагнитные параметры, в частности, капиллярной системы. Исследована задача дифракции плоской волны, которая нормально падает на пустой анизотропный цилиндр с малым электрическим радиусом и идеальной проводимостью, которая существует в нём вдоль винтовых линий, составляя малый угол с осью цилиндра. Найдены условия возникновения добротного низкочастотного резонанса, который приводит к конечному возмущению диаграммы рассеяния.*

*Ключевые слова: моделирование, анализ, электромагнитные волны, миллиметровый диапазон, биизотропность, бианизотропность, параметры, капиллярные системы, электропроводность, биообъект, модели, анализ, электропроводность, параметры, капиллярная система, почва сельскохозяйственного назначения, низкочастотные резонансы, цилиндр, круговое сечение, винтовая линия, полевая информационная машина, приемно-передающее устройство.*

Ю.В. ЧОВНЮК  
Національний університет біоресурсів і природокористування України  
О.О. БРОВАРЕЦЬ  
Київський кооперативний інститут бізнесу і права

### **МОДЕЛЮВАННЯ І АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ БІАНИЗОТРОПНИХ/БІИЗОТРОПНИХ ПАРАМЕТРІВ КАПІЛЯРНИХ СИСТЕМ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОСТІ ГРУНТІВ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОГО ПРИЗНАЧЕННЯ ЯК БІООБ'ЄКТІВ**

*Наведені моделі капілярних систем електропровідності ґрунтів сільськогосподарського призначення як біооб'єктів, котрі мають ефект біанізотропії у діапазоні міліметрових електромагнітних хвиль. Аналіз ефективних електромагнітних біанізотропних/біізотропних параметрів вказаних об'єктів проведений для коефіцієнтів відбиття та проникнення, що дозволяє оцінювати їх стан та реакцію на поляризоване електромагнітне випромінювання. Розглянуто приймально-передавальні пристрої польових інформаційних машин, призначених для дослідження ґрунтів*

сільськогосподарського призначення, які визначають їх ефективні електромагнітні параметри, зокрема, капілярної системи. Досліджено задачу дифракції плоскої хвилі, яка нормально падає на порожній анізотропний циліндр з малим електричним радіусом і ідеальною провідністю, яка існує у ньому вдовж гвинтових ліній, складаючи малий кут з віссю циліндра. Знайдено умови виникнення добротного низькочастотного резонансу, який призводить до кінцевого збурення діаграми розсіювання.

Ключові слова: моделювання, аналіз, електромагнітні хвилі, міліметровий діапазон, біізотропність, біанізотропність, параметри, капілярні системи, електропровідність, біооб'єкт, моделі, аналіз, електропровідність, параметри, капілярна система, ґрунт сільськогосподарського призначення, низькочастотні резонанси, циліндр, круговий перетин, гвинтова лінія, польова інформаційна машина, приймально-передавальний пристрій.

Y.V. CHOVNYUK

National University of Bioresources and Life Sciences of Ukraine

A.A. BROVARETS

Kyiv Cooperative Institute of Business and Law

### **MODELING AND ANALYSIS OF EFFECTIVE ELECTROMAGNETIC BI-ANISOTROPIC/BI-ISOTROPIC PARAMETERS OF CAPILLARY SYSTEMS OF ELECTRICAL CONDUCTIVITY OF AGRICULTURAL SOILS AS BIOOBJECTS**

*The models of capillary systems of electrical conductivity of agricultural soils as bioobjects with the effect of bi-anisotropic at the millimeter range of electromagnetic waves is proposed. The analysis of the electromagnetic effective bi-anisotropic/bi-isotropic parameters of mentioned objects is made for the coefficients of reflection and transmission. It gives the possibility to know the state and reaction of these objects on polarized electromagnetic emission. Transmission devices of field information machines for the study of agricultural soils which determine their effective electromagnetic parameters, in particular, the capillary system, are considered. The problem of the diffraction of a plane wave, which normally falls on an empty anisotropic cylinder with a small electric radius and ideal conductivity, which exists in it along the helical lines, forming a small angle with the axis of the cylinder, is studied. The authors have found conditions which give rise to a solid low-frequency resonance and leads to a finite perturbation of the scattering diagram. The main properties of the millimeter electromagnetic waves in a biisotropic media such as agricultural soils are determined with the help of the special new field's vectors. Such vectors give one the possibility to possess two independent systems of ordinary differential equations of the first order. This is like factorization procedure for the vector's wave field equation. The main properties of the millimeter electromagnetic waves in a "omega-like" medium are discussed as well. One may have the algorithm for the analysis of dates obtained with the help of EHF (extremely high frequency) reflectometers which use waveguides with biisotropic/chiral filling. The results of this work may be used for the refinement and for the improvement of the engineer's methods of calculation for the receiver set and the transmitter as well, which are used at the field information machines. These machines are useful usually just for the investigation of the electromagnetic parameters of the capillary conductivity systems of the agricultural soils at all stages: projection, design and at the regimes of the real exploitation.*

Keywords: modeling, analysis, electromagnetic waves, millimeter range, bi-isotropic, bi-anisotropic, parameters, capillary systems, electrical conductivity, bioobjects, model, analysis, electrical conductivity, parameters, capillary system, agricultural soil, low-frequency resonances, cylinder, circular cross-section, screw line, field information machine, receiving and transmitting device.

### Постановка проблеми

Электропроводность биообъектов живой природы определяется в основном электропроводностью флюида, находящегося в поровом пространстве. Одним из типов порового пространства является капиллярная система (т.н. открытая пористость), обеспечивающая не только электропроводность, но и гидромеханическую проницаемость биообъекта. Вычисление эффективных электромагнитных параметров такой системы представляет актуальную задачу физики живого, решение которой сопряжено с проблемой осреднения уравнений Максвелла:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \vec{J}^{cm}, \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -i\omega \vec{B}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\vec{J}$  – плотность электрического тока;  $\vec{B}$  – индукция магнитного поля;  
 $\vec{E}, \vec{H}$  – напряжённости соответственно электрического и магнитного полей;  
 $\vec{J}^{cm}$  – плотность стороннего электрического тока неэлектромагнитного происхождения;  
 $\omega$  – частота;  $i$  – символ мнимой единицы.

Как будет показано ниже, осреднение капиллярной системы электропроводности биообъектов со сложной геометрией капилляров приводит к материальным уравнениям вида:

$$\begin{cases} \vec{J}(\vec{E}, \vec{H}) = \hat{\sigma} \cdot \vec{E} + \hat{\xi} \cdot \vec{H}, \\ \vec{B}(\vec{E}, \vec{H}) = \hat{\mu} \cdot \vec{H} + \hat{\zeta} \cdot \vec{E}, \end{cases} \quad (2)$$

где в общем случае  $\hat{\sigma}, \hat{\mu}, \hat{\xi}, \hat{\zeta}$  – матрицы  $\dim[3 \times 3]$ . Параметры  $\hat{\sigma}$  и  $\hat{\mu}$  (соответственно удельная электропроводность и магнитная проницаемость среды) широко используются в электромагнитобиологии, в диагностике живой материи. Параметры  $\hat{\xi}$  и  $\hat{\zeta}$ , не получившие пока строго определённых названий, являются новыми в теории и практике диагностики/исследования живой материи. В совокупности с  $\hat{\sigma}$  и  $\hat{\mu}$  они определяют наиболее общие линейные материальные уравнения. Такие (био-)среды, получившие название бианизотропных [1, 2], описывают наиболее общие линейные электромагнитные свойства веществ.

Эффективные параметры  $\hat{\xi}$  и  $\hat{\zeta}$  необходимы для адекватного описания электромагнитных свойств живой материи со сложной системой токопроводящих путей в миллиметровом диапазоне электромагнитных волн. Их введение является следствием извилистости поровых каналов, заполненных проводящим флюидом (вода, ионы). Их физический смысл заключается в возникновении электрического тока за счёт электродвижущей силы индукции (параметр  $\hat{\xi}$ ) и появлении магнитных диполей (параметр  $\hat{\zeta}$ ) при наличии в биосреде замкнутых проводников. Такие замкнутые проводники (или замкнутые токи) формируются при разделении сложной геометрии капиллярной системы биообъекта на более простые геометрические объекты. Если рассматривать объём биообъекта, в котором отсутствуют непротяжённые (ограниченной длины) капилляры (т.н. закрытая пористость), и считать, что электропроводность биосреды обеспечивается исключительно электропроводностью флюида, находящегося в тонких протяжённых капиллярах, то каждый отдельный капилляр живого можно

представить, например, в виде прямой линии тока, гальванически связанного с петлеобразной, имеющей форму греческой буквы  $\Omega$  [2]. Вмещающая биосреда полагается изолятором, магнитная проницаемость везде одинакова и равна магнитной проницаемости вакуума (т.н.  $\Omega$  – структура).

Задача осреднения уравнений Максвелла состоит в вычислении эффективных параметров для такой модели электропроводности биообъекта. Для этого прежде всего необходимо преобразовать некоторым образом сложную систему электрических токов  $\vec{J}$  с целью получения системы токов более простой конфигурации. После этого можно детально исследовать различные физические эффекты, в частности, изменение ориентации плоскости поляризации при прохождении/отражении от биообъекта электромагнитных волн миллиметрового диапазона нетепловой интенсивности.

#### **Анализ последних исследований и публикаций**

Электродинамике сложных (искусственно созданных) сред, обладающих биизотропными, бианизотропными, киральными свойствами посвящена работа [2]. Бианизотропные/биизотропные параметры объектов исследования несут дополнительную информацию об их строении/структуре. Их изучение может быть полезным при диагностике живого, анализе и интерпретации данных электромагнитного зондирования биообъекта (коэффициентов отражения/прохождения). Например, важным следствием бианизотропных свойств биосреды является то обстоятельство, что распространение электромагнитного поля [3] в таких средах приводит к новым эффектам (в частности, к нарушению принципа взаимности [4]). Киральные среды и такие явления, как оптическая активность и круговой дихроизм, были известны с начала прошлого столетия, и оптические свойства гиротропных сред хорошо исследованы [1, 5]. Гармонические во времени электромагнитные поля в киральных и биизотропных средах изучены в [6, 7], а в бианизотропных – в [8, 9]. В живой материи подобные явления и эффекты не изучались.

Следует отметить, что в данном исследовании частично использованы результаты работ [2, 6–9]. Отметим, что грунты сельскохозяйственного назначения (ГСП) можно отнести к биообъектам, ввиду наличия в них множества микроорганизмов органического происхождения. Поэтому в дальнейшем изложении будут использованы термины, понятия и представления, присущие физике живого.

#### **Цель исследования**

Обоснование электродинамических моделей ГСП как биообъектов посредством понятийного аппарата, представлений и концепций, присущих и развитых в физике живого, учитывающих их киральные, биизотропные и бианизотропные свойства, является целью данного исследования. На основании указанных моделей проведен анализ электродинамических эффектов/явлений, возникающих в подобных биосредах, и, в частности, получены аналитические зависимости для коэффициентов отражения/прохождения при облучении ГСП (как биообъектов) электромагнитными волнами нетепловой интенсивности миллиметрового диапазона.

#### **Изложение основного материала исследования**

##### **1. Общие линейные соотношения для киральных биосред.**

Общие линейные соотношения, связывающие векторы электромагнитного поля в произвольной (линейной) биосреде можно записать в виде (2). (В данном исследовании используются диадные обозначения.) Диадные функции обозначены двумя чертами сверху символа. Диадное произведение векторов обозначается как  $ab$ , скалярное произведение –  $a \cdot b$ , и векторное произведение  $a \times b$ ). При этом материальные параметры  $\varepsilon, \mu, \xi, \zeta$  – диадные функции частоты. Запись (2) предполагает гармоническую зависимость полей от времени (записываем её в виде  $\exp(j\omega t)$ ,  $j^2 = -1$ ,  $t$  – время). Как было указано выше, такие линейные биосреды общего вида называются

бианизотропними. Соотношения (2) описывают линейные анизотропные биосреды и учитывают эффекты пространственной дисперсии первого порядка по волновому вектору плоских волн [1]. В изотропных биосредах материальные параметры – скаляры или псевдоскаляры. В этом случае материальные соотношения удобно записывать в виде:

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} + (\chi - j\kappa)\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\vec{H}, \\ \vec{B} = \mu\mu_0\vec{H} + (\chi + j\kappa)\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\vec{E}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\varepsilon, \mu, \chi, \kappa$  – безразмерные комплексные параметры (они становятся вещественными для биосред без потерь),  $\varepsilon_0, \mu_0$  – абсолютная диэлектрическая или магнитная проницаемость вакуума, соответственно. Биосреды, описываемые соотношениями (3), называются биизотропными. В соответствии с обобщённой теоремой взаимности [10] во взаимных биосредах выполняются соотношения:

$$\varepsilon = \varepsilon^T, \mu = \mu^T, \zeta = -\zeta^T, \quad (4)$$

где индекс  $T$  означает операцию транспонирования диадной функции (или матрицы, при матричной форме записи).

Следовательно, во взаимных биизотропных средах коэффициент  $\chi$  равен нулю, поэтому его называют параметром невзаимности. Другое название параметра  $\chi$  – параметр Теллегена, т.к. модель искусственной невзаимной среды с отличным от нуля параметром  $\chi$  была предложена Теллегеном [2].

Таким образом, наиболее общая изотропная взаимная линейная биосреда характеризуется тремя комплексными материальными параметрами  $\varepsilon, \mu, \kappa$ . Параметр связи электрического и магнитного полей  $\kappa$  называется параметром киральности, а сама биосреда – киральной. Термин "киральный" происходит от греческого слова "рука" (типичный зеркально-асимметричный объект). Такие среды хорошо исследованы в оптике, включая кристаллооптику [1], где они называются оптически активными или гиротропными. Параметр  $\kappa$  может быть отличен от нуля только в биосредах, содержащих элементы, не обладающие зеркальной симметрией. Действительно, при инверсии пространственных координат аксиальный вектор напряжённости магнитного поля  $\vec{H}$  изменяет знак, а полярные векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$  не изменяются. Следовательно, параметр  $\kappa$  должен изменять свой знак. Если сама биосреда не изменяется при таком преобразовании координат, параметр киральности должен быть нулём.

Итак, в изотропных киральных биосредах при взаимодействии с электромагнитным излучением (ЭМИ) мм-диапазона в качестве зеркально-асимметричных элементов чаще всего могут выступать небольшие спиралевидные структуры (нити). Частные случаи бианизотропных биосред (2) могут быть реализованы, если они включают в себя структурные элементы (частицы) сложной формы (например, частицы в форме греческой буквы  $\Omega$ ). Бианизотропные или одноосные биосреды с такими включениями (последние могут возникать при взаимодействии близлежащих клеток, при их межклеточном взаимодействии – в т.н. межщелевых контактах (мостиковых структурах), либо при функционировании мембран клеток) обладают новыми интересными электродинамическими свойствами и являются базовыми элементами для функционирования в живой материи взаимных фазовращателей, электрически управляемых ответвителей, сканирующих внутренних антенн живого, могут служить

основой для существования в биосреде тонких неотражающих ЭМИ (мм-диапазона) покрытий (как и укрытий для антенн живого организма (биологически активных точек – БАТ), функционирующих в указанном диапазоне электромагнитных волн, совпадающим с рядом характерных частот  $H_2O$ , которой насыщен любой биообъект) и, наконец, способом передачи информации между кластерами клеток живого.

2. Электромагнитные волны мм-диапазоа в биизотропных биосредах.

Рассмотрим основные электродинамические свойства биизотропных биосред, описываемых материальными соотношениями вида (3). По-видимому, наиболее рациональный способ анализа электромагнитных полей в биизотропных биосредах основан на введении новых векторов поля, для которых уравнения Максвелла распадаются на две независимых (для случая однородной биосреды) системы дифференциальных уравнений первого порядка. Этот подход основан на факторизации векторного волнового уравнения.

Ограничиваясь случаем гармонической зависимости полей от времени, запишем уравнения Максвелла в виде:

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{E} = -jk_0\eta_0\mu\vec{H} + k_0(\kappa - j\chi)\vec{E}, \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} = j\frac{k_0}{\eta_0}\varepsilon\vec{E} + k_0(\kappa + j\chi)\vec{H}, \end{cases} \quad (5)$$

где  $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ ,  $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ . Исключая вектор магнитного поля  $\vec{H}$ , приходим к векторному уравнению Гельмгольца:

$$H \cdot \vec{E} = 0, \quad (6)$$

где оператор  $H$  представляется в следующем виде:

$$H = [\nabla \times I - k_0(\kappa + j\chi)I] \cdot [\nabla \times I - k_0(\kappa - j\chi)I] - k_0^2\varepsilon\mu I, \quad (7)$$

где  $I$  – единичная диада. Оператор  $H$  (7) может быть представлен в виде произведения двух операторов первого порядка:

$$H = H_+ \cdot H_- = (\nabla \times I - k_+ \cdot I) \cdot (\nabla \times I + k_- \cdot I), \quad (8)$$

где

$$k_{\pm} = k_0 \left( \sqrt{n^2 - \chi^2} \pm \kappa \right), \quad n = \sqrt{\varepsilon\mu}. \quad (9)$$

Операторы  $H_+$  и  $H_-$ , как легко проверить, коммутируют.

Пусть теперь две векторные функции  $E_+$  и  $E_-$  удовлетворяют уравнениям первого порядка:

$$H_+ \cdot \vec{E}_+ = 0, \quad H_- \cdot \vec{E}_- = 0, \quad (10)$$

т.е.

$$\nabla \times \vec{E}_+ = k_+ \cdot \vec{E}_+, \quad \nabla \times \vec{E}_- = -k_- \cdot \vec{E}_-. \quad (11)$$

Новые переменные  $\vec{E}_{\pm}$  можно назвать волновыми полями. Очевидно, любая линейная комбинация функций  $\vec{E}_{+}, \vec{E}_{-}$  удовлетворяет исходному уравнению Гельмгольца (6). Поэтому будем искать решение исходного уравнения для электрического поля  $\vec{E}$  в виде суммы:

$$\vec{E} = \vec{E}_{+} + \vec{E}_{-}. \quad (12)$$

Выражение для магнитного поля через новые переменные получается из уравнения Максвелла:

$$\vec{H} = \frac{j}{k_0 \eta_0 \mu} \cdot [\nabla \times I - k_0 (\kappa - j\chi) I] \cdot (\vec{E}_{+} + \vec{E}_{-}) = \frac{j}{\eta} \cdot [\exp(j\varphi) \cdot \vec{E}_{+} - \exp(-j\varphi) \cdot \vec{E}_{-}], \quad (13)$$

где  $\sin \varphi = \chi / n$  – нормированный параметр невзаимности и  $\eta = \eta_0 \cdot \sqrt{\mu / \varepsilon}$ . Для взаимных биосред параметр  $\chi$  равен нулю и уравнение (13) упрощается:

$$\vec{H} = \frac{j}{\eta} \cdot (\vec{E}_{+} - \vec{E}_{-}). \quad (14)$$

Таким образом, задача для однородной биизотропной биосреды сводится к решению двух несвязных задач для двух обычных изотропных биосред. Действительно, уравнения (11) имеют такой же вид, как соответствующие волновые уравнения для изотропных биосред. Более того, вводя ещё два новых вектора  $\vec{H}_{+}$  и  $\vec{H}_{-}$  и обозначая:

$$\varepsilon_{+} = \varepsilon_0 \varepsilon \cdot (\cos \varphi + \kappa) \cdot \exp(j\varphi), \quad \varepsilon_{-} = \varepsilon_0 \varepsilon \cdot (\cos \varphi - \kappa) \cdot \exp(-j\varphi), \quad (15)$$

$$\mu_{+} = \mu_0 \mu \cdot (\cos \varphi + \kappa) \cdot \exp(-j\varphi), \quad \mu_{-} = \mu_0 \mu \cdot (\cos \varphi - \kappa) \cdot \exp(j\varphi), \quad (16)$$

уравнениям для новых переменных можно придать форму обычных уравнений Максвелла для двух эквивалентных изотропных биосред с параметрами  $\varepsilon_{\pm}, \mu_{\pm}$ :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{E}_{\pm} + j\omega \mu_{\pm} \cdot \vec{H}_{\pm} = 0, \\ \vec{\nabla} \times \vec{H}_{\pm} - j\omega \varepsilon_{\pm} \cdot \vec{E}_{\pm} = 0. \end{cases} \quad (17)$$

Векторы сторонних электрических и магнитных токов также могут быть разбиты на соответствующие волновые составляющие.

Итак, собственные волны в безграничных однородных биизотропных биосредах оказываются циркулярно поляризованными плоскими волнами с постоянными распространения (9). Две собственные волны в невзаимных биосредах также имеют различные волновые сопротивления.

Разумеется, в неоднородных биосредах волновые поля  $\vec{E}_{\pm}$  оказываются связанными. Граничные условия на поверхности, разделяющей две разные биосреды, требуют непрерывности касательных составляющих полных полей  $\vec{E}, \vec{H}$ , а на волновых полях – в отдельности.

Для решения задач отражения и прохождения волн через слоистые биизотропные биосреды можно воспользоваться методами векторных цепей и векторных линий

передачі [11–14]. Эти методы обобщают известный подход эквивалентных линий передачи, широко применяющийся при решении задач о слоистых структурах из изотропных слоёв.

Рассмотрим плоский слой биизотропного материала (элемент биосреды) толщиной  $d$ . Единичный вектор нормали к слою обозначим посредством  $\vec{n}$ . Преобразуем уравнения для полей в слое по Фурье. Двумерное преобразование Фурье выполняется по касательным координатам (в плоскости слоя). Двумерную переменную Фурье обозначим посредством вектора  $\vec{k}_t$ . Обозначая преобразованные по Фурье касательные компоненты электрического и магнитного полей на нижней границе слоя через  $\vec{E}_{t-}, \vec{H}_{t-}$  и соответствующие компоненты на верхней границе через  $\vec{E}_{t+}, \vec{H}_{t+}$ , введём т.н. матрицу передачи, связывающую эти граничные значения касательных компонент:

$$\begin{pmatrix} \vec{E}_{t+} \\ \vec{n} \times \vec{H}_{t+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{E}_{t-} \\ \vec{n} \times \vec{H}_{t-} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Элементы матрицы представляют собой диадные функции, т.к. они связывают между собой двумерные векторы касательных полей. Найти матрицу передачи можно, разложив поля на волновые компоненты (12) и решив соответствующие граничные задачи для уравнений первого порядка (11). Волновые компоненты полей на двух границах раздела связаны посредством диадных функций  $D_{\pm}$  [11, 13]:

$$D_{\pm} = \cos(\beta_{\pm} d) \cdot I_t \mp \sin(\beta_{\pm} d) \cdot \left\{ \frac{k_{\pm}}{\beta_{\pm}} \cdot \frac{[\vec{n} \times \vec{k}_t \vec{k}_t]}{k_t^2} + \frac{\beta_{\pm}}{k_{\pm}} \cdot \frac{[\vec{k}_t \vec{k}_t \times \vec{n}]}{k_t^2} \right\}, \quad (19)$$

где  $\beta_{\pm} = \sqrt{k_{\pm}^2 - k_t^2}$ , и  $I_t$  – двумерная единичная диада. Элементы матрицы  $a_{lm}$ ,  $(l, m) = (1, 2)$ , легко выражаются через диады  $D_{\pm}$  [11]:

$$\begin{cases} a_{11} = \frac{1}{2} \cdot [D_+ + D_- - j \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot (D_+ - D_-)], & a_{12} = \frac{j\eta}{2 \cos \varphi} \cdot [(D_+ - D_-) \times \vec{n}], \\ a_{21} = \frac{j}{2\eta \cos \varphi} \cdot [\vec{n} \times (D_+ - D_-)], & a_{22} = -\frac{1}{2} \cdot [\vec{n} \times [D_+ + D_- + j \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot (D_+ - D_-)] \times \vec{n}]. \end{cases} \quad (20)$$

Матрица передачи многослойной биоструктуры находится как произведение матриц передачи отдельных биослоёв.

Таким образом, плоский биизотропный слой можно моделировать эквивалентным четырёхполосником с известной матрицей передачи. Касательные компоненты электрического и магнитного полей на границах слоя играют роль эквивалентных векторных напряжений и токов соответственно.

Коэффициенты отражения и прохождения плоских волн через многослойные биоструктуры выражаются через элементы матрицы передачи. Пусть с одной из сторон биоструктуры на границе раздела выполняются импедансные граничные условия, связывающие Фурье-компоненты касательных полей:



$$\vec{E}_{t-} = z'_c \cdot [\vec{n} \times \vec{H}_{t-}], \quad (21)$$

где  $z'_c$  – импеданс "нагрузки". Такая модель описывает как поверхности биосред с заданным импедансом, в том числе анизотропным, так и границы с изотропным полупространством. Обозначим посредством  $z_c$  диадный волновой импеданс [11, 13] изотропной биосреды, в которой находится источник плоской волны, возбуждающей биизотропную биоструктуру. Входное сопротивление четырёхполюсника, моделирующего биоструктуру, с учётом импеданса "нагрузки"  $z'_c$  находится через элементы матрицы передачи  $\|a\|$  [11]:

$$\vec{E}_{t+} = z_{eq} \cdot [\vec{n} \times \vec{H}_{t+}], \quad z_{eq} = (a_{11} \cdot z'_c + a_{12}) \cdot (a_{21} \cdot z'_c + a_{22})^{-1}. \quad (22)$$

Тогда диадный коэффициент отражения, связывающий касательные компоненты падающей и отражённой волны, находится по формуле:

$$R = (z_{eq} - z_c) \cdot (z_{eq} + z_c)^{-1}. \quad (23)$$

Соответствующий коэффициент прохождения:

$$T = [a_{11} + a_{12} \cdot (z'_c)^{-1}]^{-1} \cdot (I_t + R). \quad (24)$$

Следует отметить, что невзаимный характер преобразования поляризации при прохождении плоских волн через биизотропный биослой приведен в [11]. Так, для значений параметров:  $k_0 d = 10$  (нормированная толщина слоя);  $\varepsilon = 5$ ;  $\mu = 1$ ;  $\chi = 0,3$ ;  $k = 0,01$  – поляризованная волна после отражения от биослоя оказывается поляризованной в ортогональном направлении.

3. Электромагнитные волны мм-диапазона в бианизотропных ("омега" - подобных) биосредах.

Поскольку собственными волнами в изотропных киральных биосредах являются циркулярно поляризованные волны, взаимодействие этих биосред с линейно поляризованными электромагнитными волнами оказывается, вообще говоря, менее эффективным, чем с волнами круговой поляризации. Если в биосреде преобладают не спиралевидные структуры, а структуры в форме греческой буквы  $\Omega$ , то располагаясь (в биосреде) так, чтобы электрическое поле плоской волны было направлено вдоль прямых отрезков провода ("омега-частицы"), а магнитное поле перпендикулярно петлям, эффективность дополнительного магнитоэлектрического взаимодействия существенно возрастает. Материальные соотношения, описывающие такую биосреду, будут бианизотропными. Их удобно записывать в виде [15]:

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon \vec{E} + j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \cdot K_{em} \cdot \vec{H}, \\ \vec{B} = \mu \vec{H} - j\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \cdot K_{me} \cdot \vec{E}. \end{cases} \quad (25)$$

Во взаимных биосредах выполняются соотношения (4). В частности, если прямые отрезки расположить вдоль оси  $X$ , а петли – в плоскости  $(X - Z)$ , то диадные коэффициенты будут иметь вид:

$$K_{em} = K\bar{x}_0\bar{y}_0, \quad K_{me} = K\bar{y}_0\bar{x}_0, \quad (26)$$

где  $K$  – безразмерный коэффициент связи, а  $\bar{x}_0, \bar{y}_0$  – орты соответствующих осей.

Если в биосреде обеспечивается эффективное взаимодействие с линейно поляризованными волнами независимо от направления поляризации или с неполяризованными волнами, то это, в частности, может быть вызвано существованием двух ортогональных решёток (или каркасов) из «омега-частиц». Такая биосреда обладает единственным физически выделенным направлением (ортогональным плоскости, в которой лежат прямые отрезки проводников). Материальные соотношения принимают вид:

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon\vec{E} + j \cdot K \cdot \sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \cdot \vec{J} \cdot \vec{H}, \\ \vec{B} = \mu\vec{H} - j \cdot K \cdot \sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \cdot \vec{J} \cdot \vec{E}, \end{cases} \quad (27)$$

где  $\varepsilon$  и  $\mu$  – одноосные диады:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot (\varepsilon_t I_t + \varepsilon_n \cdot \bar{z}_0 \bar{z}_0), \quad \mu = \mu_0 \cdot (\mu_t I_t + \mu_n \cdot \bar{z}_0 \bar{z}_0). \quad (28)$$

Здесь:  $I_t = (\bar{x}_0\bar{x}_0 + \bar{y}_0\bar{y}_0)$  – двумерная единичная диада,  $\vec{J} = \bar{z}_0 \times I_t = (\bar{y}_0\bar{x}_0 - \bar{x}_0\bar{y}_0)$  – оператор поворота двумерного вектора в плоскости  $(X - Y)$  на  $90^\circ$ .

Одноосная "омега-биосреда" оказывается таковой, содержащей участки в виде неотражающих покрытий (поглощающих энергию, в частности, в мм-диапазоне либо прозрачных в широком диапазоне частот и углов падения).

Для анализа электромагнитных свойств в биосредах с одноосной симметрией удобно разбить векторы поля на продольные и поперечные компоненты по отношению к единичному вектору оси  $Z$ :

$$\vec{E} = E_n \cdot \bar{z}_0 + \vec{E}_t, \quad \vec{H} = H_n \cdot \bar{z}_0 + \vec{H}_t. \quad (29)$$

После исключения продольных компонент уравнения Максвелла позволяют получить волновое уравнение для преобразованной по Фурье в плоскости  $(X - Y)$  поперечной компоненты электрического поля:

$$\frac{d^2 \vec{E}_t}{dz^2} + \left( \beta_{TM}^2 \cdot \frac{\bar{k}_t \bar{k}_t}{k_t^2} + \beta_{TE}^2 \cdot \frac{[\bar{z}_0 \times \bar{k}_t \bar{z}_0 \times \bar{k}_t]}{k_t^2} \right) \cdot \vec{E}_t = 0, \quad (30)$$

где  $\bar{k}_t$  – двумерная переменная Фурье,

$$\begin{cases} \beta_{TM}^2 = \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_n} \cdot (k_0^2 \cdot \varepsilon_n \cdot \mu_t - k_t^2) - k_0^2 \cdot K^2, \\ \beta_{TE}^2 = \frac{\mu_t}{\mu_n} \cdot (k_0^2 \cdot \varepsilon_t \cdot \mu_n - k_t^2) - k_0^2 \cdot K^2 \end{cases} \quad (31)$$

– квадраты Z-компонент постоянных распространения двух собственных волн в биосреде. Собственные волны представляют собой линейно поляризованные ТМ- и ТЕ- волны. Соответствующими индексами отмечены собственные числа [11].

Интересно отметить, что хотя биосреда взаимна, волновые сопротивления для волн, распространяющихся в положительном и отрицательном направлениях оси Z, различны. Электрическое и магнитное поля распространяющихся волн связаны соотношением:

$$\vec{E}_t = \mp z_{\pm} \cdot [\vec{z}_0 \times \vec{H}_t], \quad (32)$$

где диадная функция импеданса диагональна:

$$z_{\pm} = z_{\pm}^{TM} \cdot \frac{\vec{k}_t \vec{k}_t}{k_t^2} + z_{\pm}^{TE} \cdot \frac{[\vec{z}_0 \times \vec{k}_t \vec{z}_0 \times \vec{k}_t]}{k_t^2}, \quad (33)$$

а индексы  $\pm$  относятся к волнам, распространяющимся в положительном и отрицательном направлениях оси Z, соответственно. Скалярные коэффициенты соответствуют линейно поляризованным ТМ- и ТЕ- волнам и их вычисление даёт [9]:

$$\begin{cases} z_{\pm}^{TM} = \eta_0 \cdot \sqrt{\frac{\mu_t}{\varepsilon_t}} \cdot \left( \sqrt{1 - \frac{k_t^2}{k_0^2 \varepsilon_n \mu_t}} - K_r^2 \pm j \cdot K_r \right), \\ z_{\pm}^{TE} = \eta_0 \cdot \sqrt{\frac{\mu_t}{\varepsilon_t}} \cdot \frac{k_0^2 \varepsilon_t \mu_n}{(k_0^2 \varepsilon_t \mu_n - k_t^2)} \cdot \left( \sqrt{1 - \frac{k_t^2}{k_0^2 \varepsilon_t \mu_n}} - K_r^2 \pm j \cdot K_r \right), \end{cases} \quad (34)$$

где нормированный коэффициент связи:

$$K_r = K / \sqrt{\varepsilon_t \mu_t}. \quad (35)$$

Свойства "омега-биосред" существенно отличаются от свойств биизотропных (невзаимных с параметром киральности  $\kappa = 0$ ). В "омега-биосредах" физически выделена не только ось Z, но и направление вдоль оси, однако теорема взаимности выполняется и, кроме того, существенную роль играет одноосная симметрия структуры биосреды. (По-видимому, в высоко организованной живой материи эти выделенные направления позволяют безотражательно, т.е. без существенных потерь на отражение, распространяться электромагнитным сигналам/волнам, в т.ч. мм-диапазона. Такие пути распространения электромагнитных волн можно отождествить с т.н. "китайскими" меридианами в теле человека, животного).

В связи с этим представляет интерес исследование свойств коэффициентов отражения и пропускания плоских линейно поляризованных электромагнитных волн мм-диапазона через плоский слой "омега-биосреды". Так как плоские ТЕ- и ТМ- волны

являются собственными волнами биосреды, можно построить простую скалярную теорию, рассматривая эти две собственные поляризации отдельно. Простое обобщение теории длинных линий на случай, когда волны в противоположных направлениях имеют разные волновые импедансы, позволяет найти коэффициент отражения от биослоя толщиной  $d$  [9]:

$$R = -\frac{(z_1 - z_+)(z_2 + z_-) - (z_1 + z_-)(z_2 - z_+) \cdot \exp(-2j\beta d)}{(z_1 + z_+)(z_2 + z_-) - (z_1 - z_-)(z_2 - z_+) \cdot \exp(-2j\beta d)}. \quad (36)$$

Здесь  $z_1$  – волновое сопротивление биосреды с той стороны, с которой на слой падает плоская волна (мм-диапазона),  $z_2$  – волновое сопротивление биосреды с обратной стороны биослоя и  $z_{\pm}$  – волновые сопротивления для волн в биослое [13]. В зависимости от поляризации в (36) следует подставить значения  $z_{\pm}^{TM}$  или  $z_{\pm}^{TE}$ . Волновые сопротивления изотропных биосред  $z_{1,2}$  могут быть получены как частные случаи формулы, представленной в [13].

Коэффициент прохождения  $T$  даётся формулой:

$$T = \frac{2 \cdot (z_- + z_+) \cdot z_2 \cdot \exp(-j\beta d)}{(z_1 + z_+) \cdot (z_2 - z_1) - (z_1 - z_-) \cdot (z_2 - z_+) \cdot \exp(-2j\beta d)}. \quad (37)$$

Наибольший интерес представляет исследование условий, при которых коэффициент отражения  $R$  в биосреде обращается в нуль. Как видно из (36), для случая биослоя в воздухе ( $z_1 = z_2$ ) отражение отсутствует при любой толщине слоя, если  $z_+ = z_1 = z_2$ . В терминах материальных параметров,  $R = 0$  для ТМ-поляризованных волн при выполнении соотношения:

$$K = \frac{j}{2 \cos \varphi} \cdot \left( \mu_t - \varepsilon_t \cdot \cos^2 \varphi - \frac{1}{\varepsilon_n} \cdot \sin^2 \varphi \right) \quad (38)$$

и для ТЕ-поляризации волн (мм-диапазона) – при:

$$K = \frac{j}{2 \cos \varphi} \cdot \left( \mu_t \cdot \cos^2 \varphi - \varepsilon_t + \frac{1}{\mu_n} \cdot \sin^2 \varphi \right), \quad (39)$$

где  $\varphi$  – угол падения. При нормальном падении на биосреду плоской волны (мм-диапазона) оба условия (38) и (39), конечно, совпадают и записываются в очень простом виде:

$$K = \frac{j}{2} (\mu_t - \varepsilon_t). \quad (40)$$

В предельном случае обычного диэлектрического слоя  $K = 0$  условие (40) сводится к тривиальному требованию равенства относительных диэлектрических и магнитных проницаемостей [2].

4. Алгоритм анализа данных КВЧ- рефлектометрии при использовании волноводов с биизотропным/киральным заполнением.

При анализе данных рефлектометрии биосред в крайне высокочастотном диапазоне (КВЧ) с несущей частотой  $f \approx 60 ГГц$  обычно используются волноводы, внутрь которых помещена конкретная биосреда (или биообъект). Предположим, что этот биообъект обладает биизотропными/киральными свойствами. По-видимому, наиболее эффективный подход к анализу киральных и биизотропных волноводов основан на введении волновых полей и разбиении их на продольные и поперечные компоненты. Постоянные распространения волн в плоских волноводах могут быть определены с помощью метода векторных цепей [11,13].

Для произвольного цилиндрического волновода, заполненного однородной биизотропной биосредой, запишем волновые компоненты полей (12) в виде волн вдоль оси волновода:

$$\vec{E}_{\pm}(r) = \left[ \vec{E}_{t\pm}(\rho) + \vec{z}_0 \cdot E_{z\pm}(\rho) \right] \cdot \exp(-j\beta d), \quad (41)$$

где индексами  $t$  и  $z$  помечены поперечные и продольные компоненты волновых полей, соответственно;  $\rho$  – радиус-вектор в поперечной плоскости.

Исключая поперечные компоненты из уравнений (11), можно получить два уравнения Гельмгольца для продольных волновых полей:

$$\left( \nabla_t^2 + k_{c\pm}^2 \right) \cdot E_{z\pm} = 0, \quad (42)$$

где  $\nabla_t$  – двумерный оператор градиента в поперечной плоскости и  $k_{c\pm}^2 = k_{\pm}^2 - \beta^2$ .

Поперечные компоненты могут быть выражены через продольные [2]:

$$\vec{E}_{t\pm} = \frac{1}{k_{c\pm}} \cdot \left( -j \cdot \beta \cdot I_t \mp k_{\pm} \cdot \vec{z}_0 \times I_t \right) \cdot \nabla_t E_{z\pm}. \quad (43)$$

Далее, граничные условия на стенках волновода с помощью (43) выражаются через продольные компоненты волновых полей. В простейшем случае идеально проводящих стенок граничные условия имеют вид:

$$\begin{cases} E_{z+} + E_{z-} = 0, \\ \left( \frac{\beta}{k_{c+}^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} + j \cdot \frac{k_+}{k_{c+}^2} \cdot \frac{\partial}{\partial n} \right) \cdot E_{z+} + \left( \frac{\beta}{k_{c-}^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \tau} - j \cdot \frac{k_-}{k_{c-}^2} \cdot \frac{\partial}{\partial n} \right) \cdot E_{z-} = 0. \end{cases} \quad (44)$$

Здесь ось  $\vec{n}$  направлена по нормали к стенке волновода, а ось  $\tau$  – по касательной к ней. Подстановка соответствующих решений уравнений Гельмгольца (43) в граничные условия приводит к дисперсионным уравнениям для постоянных распространения собственных волн.

Следует отметить, что все волны, распространяющиеся в волноводах, заполненных киральными биосредами, являются гибридными. Характерной особенностью их является т.н. бифуркация мод – обычное для изотропных волноводов вырождение снимается.

5. Моделирование и анализ эффективных электромагнитных параметров дисперсных материалов (грунтов сельскохозяйственного предназначения). Использование

низкочастотных резонансов в пустых цилиндрах кругового сечения с идеальной проводимостью поверхности вдоль винтовых линий (модель приёмно-передающего устройства электромагнитных волн полевой информационной машины).

Электропроводимость грунтов сельскохозяйственного назначения (ГСП), как, скажем, и горной породы определяется в основном электропроводимостью флюида, который находится в **поровом** пространстве. Скелет (основа), например, большинства горных пород в электрическом отношении есть, вообще говоря, непроводящим. Одним из типов **порового** пространства, в частности, и в ГСП, является капиллярная система (т.н. открытая пористость), которая обеспечивает не только электропроводимость, но и гидромеханическую проницаемость ГСП (как, кстати, и в горных породах). Вычисление эффективных электромагнитных параметров такой системы представляет актуальную задачу анализа и исследования ГСП с помощью полевых информационных машин. Эффективные электромагнитные параметры капиллярной системы электропроводности горной породы исследованы ранее. Бианизотропные среды, которые описывают их наиболее общие линейные электропроводные свойства, изучены в [1, 2]. Однако подобные свойства (киральность, биизотропия, бианизотропия), присущие, по нашему мнению ГСП, до сих пор не исследованы. Наличие таких особых свойств ГСП требует специальных приёмно-передающих устройств, зондирующих ГСП поляризованными электромагнитными волнами определённого частотного диапазона. Необходимо обосновать модель для анализа эффективных электромагнитных параметров капиллярной системы электропроводности ГСП, которая позволяет исследовать разнообразные электропроводные, киральные и биизотропные свойства указанных почв как биообъектов (ввиду наличия в них множества микроорганизмов органического происхождения). Объектом исследования в данном пункте работы является полый диэлектрический цилиндр, имеющий анизотропную электропроводность. Размеры линий проводимости на этом цилиндре пренебрежимо малы по сравнению с габаритами самого цилиндра (например, с его внутренним и внешним радиусами). Используем такой цилиндр, изображённый на рис. 1, в качестве приёмно-передающего устройства полевой информационной машины (ПИМ).

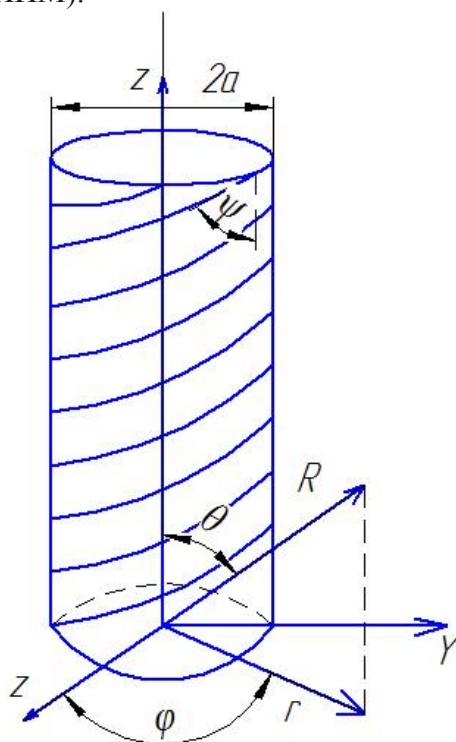


Рис. 1. Цилиндр с анизотропной проводимостью.

Рассмотрим задачу дифракции электромагнитного поля с временной зависимостью  $\exp(i \cdot \omega \cdot t)$ ,  $i^2 = -1$  на анизотропном цилиндре. Поверхность цилиндра имеет идеальную проводимость винтовых линий, каждая из которых описывается уравнением  $z = a \cdot \varphi \cdot \operatorname{ctg} \psi + \operatorname{const}$ . Угол  $\psi$  образован направлением проводимости и осью цилиндра. Для определенности поставленной задачи допустим, что винтовые линии проводимости имеют правое вращение, при этом  $0 < \psi < \pi/2$ . Граничные условия при  $r = a$  являются известными условиями анизотропной идеально проводящей поверхности:

$$\begin{cases} E_z^+ = E_z^-, E_\varphi^+ = E_\varphi^-, E_z \cdot \cos \psi + E_\varphi \cdot \sin \psi = 0, \\ (H_z^+ - H_z^-) \cdot \cos \psi + (H_\varphi^+ - H_\varphi^-) \cdot \sin \psi = 0. \end{cases} \quad (45)$$

Далее рассмотрим случай, когда падающее поле не зависит от  $z$ . Поскольку свойства цилиндра также не зависят от этой координаты, задача оказывается двумерной. Заметим, что падающее поле имеет круговую поляризацию, а  $ka \ll 1, \psi \ll 1$ , где наблюдаются низкочастотные резонансы, которые и являются предметом исследования в данном пункте настоящей работы.

Используем уравнения Максвелла для описания взаимодействия падающей электромагнитной плоской волны круговой поляризации с таким цилиндром в ближней зоне ( $ka \ll 1$ ), где  $k$  – волновой вектор электромагнитной волны (падающей),  $a$  – внешний радиус цилиндра. При этом также будем считать, что рассматривается случай малых углов  $\psi$ , т.е.  $\psi \ll 1$ . Наличие полого цилиндра в задаче дифракции электромагнитных волн на нём позволяет использовать цилиндрическую систему координат, функции Бесселя и Ганкеля для описания падающего и рассеянного на полом цилиндре электромагнитных полей. (Это классический подход к решению подобных дифракционных задач в электродинамике. При разложении функций Бесселя и Ганкеля в ряд используем асимптотику этих функций при малом значении аргумента).

Представим  $z$ -компоненты падающего электромагнитного поля, через которые можно выразить все другие компоненты, в виде рядов по функциям Бесселя с заданными коэффициентами:

$$\begin{cases} E_z^0(r, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} A_1^{(n)} \cdot I_n(kr) \cdot \exp(in\varphi), \\ H_z^0(r, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} A_2^{(n)} \cdot I_n(kr) \cdot \exp(in\varphi) \end{cases} \quad (46)$$

Полное поле везде является суммой падающего и рассеянного полей:  $E_z = E_z^0 + E_z^S, H_z = H_z^0 + H_z^S$ .

Рассеянные поля поданы в виде рядов по цилиндрическим функциям с неизвестными коэффициентами:

$$E_z^S(r, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(in\varphi) \cdot \begin{cases} B_1^{(n)} \cdot H_n^{(2)}(kr), r \geq a, \\ C_1^{(n)} \cdot I_n(kr), r \leq a. \end{cases} \quad (47^*)$$

$$H_Z^S(r, \varphi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(in\varphi) \cdot \begin{cases} B_2^{(n)} \cdot H_n^{(2)}(kr), r \geq a, \\ C_2^{(n)} \cdot I_n(kr), r \leq a. \end{cases} \quad (47^{**})$$

Удовлетворяя граничным условиям (45), можно установить, что двумерные векторы  $\vec{B}^{(n)} = \{B_1^{(n)}, B_2^{(n)}\}$  и  $\vec{C}^{(n)} = \{C_1^{(n)}, C_2^{(n)}\}$ , которые характеризуют внешние и внутренние рассеянные поля, связаны с парциальным вектором падающего поля  $\vec{A}^{(n)} = \{A_1^{(n)}, A_2^{(n)}\}$  соотношениями:

$$\vec{B}^{(n)} = L^{(n)} \cdot \vec{A}^{(n)}, \quad \vec{C}^{(n)} = M^{(n)} \cdot \vec{A}^{(n)}. \quad (48)$$

Элементы матриц  $L^{(n)}$  и  $M^{(n)}$  принимают следующие значения:

$$\begin{cases} L_{11}^{(n)} = -I_n^2(ka) \cdot \cos^2 \psi / D_n, L_{12}^{(n)} = -I_{21}^{(n)} = -i \cdot I_n'(ka) \cdot I_n(ka) \cdot \sin \psi \cdot \cos^2 \psi / D_n, \\ L_{22}^{(n)} = -[I_n'(ka)]^2 \cdot \sin^2 \psi / D_n, M_{11}^{(n)} = -I_n(ka) \cdot H_n^{(2)}(ka) \cdot \cos^2 \psi / D_n, \\ M_{12}^{(n)} = -i \cdot I_n'(ka) \cdot H_n^{(2)}(ka) \cdot \sin \psi \cdot \cos \psi / D_n, M_{21}^{(n)} = I_n'(ka) \cdot H_n^{(2)}(ka) \cdot \sin \psi \cdot \cos \psi / D_n, \\ M_{22}^{(n)} = -I_n'(ka) \cdot H_n^{(2)'}(ka) \cdot \sin^2 \psi / D_n, \end{cases} \quad (49)$$

где

$$D_n = I_n'(ka) \cdot H_n^{(2)'}(ka) \cdot \sin^2 \psi + I_n(ka) \cdot H_n^{(2)}(ka) \cdot \cos^2 \psi. \quad (50)$$

Исследуем поведение внешнего рассеянного поля. Матрица  $L(n)$  имеет два собственных вектора:

$$\vec{\ell}_1^{(n)} = \{I_n'(ka) \cdot \sin \psi, i \cdot I_n(ka) \cdot \cos \psi\}, \quad \vec{\ell}_2^{(n)} = \{I_n(ka) \cdot \cos \psi, -i \cdot I_n'(ka) \cdot \sin \psi\}. \quad (51)$$

Отметим, что вектору  $\vec{\ell}_1^{(n)}$  отвечает собственное значение, которое равняется нулю. Это означает, что если падающее поле имеет вид:  $\vec{A}^{(n)} = \vec{\ell}_1^{(n)}$ , тогда  $\vec{B}^{(n)} = 0$ , то есть в рассеянном поле отсутствует гармоника с номером  $n$ . Вектору  $\vec{\ell}_2^{(n)}$  отвечает собственное значение  $\lambda^{(n)}$ , то есть  $L^{(n)} \vec{\ell}_2^{(n)} = \lambda^{(n)} \cdot \vec{\ell}_2^{(n)}$ , которое удобно записать в виде:

$$\lambda^{(n)} = (-1) \left/ \left( 1 - i \cdot \frac{I_n'(ka) \cdot N_n'(ka) \cdot \sin^2 \psi + I_n(ka) \cdot N_n(ka) \cdot \cos^2 \psi}{(I_n'(ka))^2 \cdot \sin^2 \psi + I_n^2(ka) \cdot \cos^2 \psi} \right) \right. \quad (52)$$

Величина  $|\lambda^{(n)}|$ , как функция частоты, имеет бесконечное число максимумов, равных единице. Рассмотрим случай  $ka \ll 1$ ,  $\psi \ll 1$ .

Тогда первый резонанс возникает при выполнении условия:

$$ka = |n| \cdot \operatorname{tg} \psi. \quad (53)$$

Используя асимптотику бесселевых функций при малых аргументах в (51) и (53), будем иметь простой вид собственных векторов в условиях заданного резонанса:



$$\vec{\ell}_1^{(n)} = \{1, i\}, \quad \vec{\ell}_2^{(n)} = \{1, -i\}. \quad (54)$$

Нетрудно видеть, что вектор  $\vec{\ell}_1^{(n)}$  отвечает левой круговой поляризации, а вектор  $\vec{\ell}_2^{(n)}$  – правой круговой.

На рис. 2 представлена, рассчитанная на ПЭВМ численно, зависимость полной мощности рассеивания  $\delta$  от параметра  $ka$  для анизотропного цилиндра с углом  $\psi = 18^\circ$  при падении на него плоских волн с круговой поляризацией:

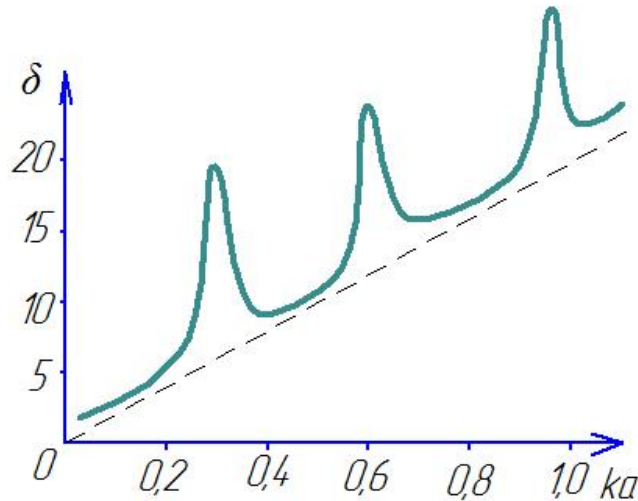
$$E_z^0 = \exp(-ikx), H_z^0 = \pm i \cdot \exp(-ikx). \quad (55)$$

Величина  $\delta$  определена как:

$$\delta = \int_0^{2\pi} (|F_E|^2 + |F_H|^2) d\varphi, \quad (56)$$

где диаметры  $F_E(\varphi)$  и  $F_H(\varphi)$  связаны с соответствующими полями в дальней зоне соотношениями:

$$E_z^s \approx F_E(\varphi) \cdot \frac{\exp(-ikr)}{\sqrt{k \cdot r}}, H_z^s \approx F_H(\varphi) \cdot \frac{\exp(-ikr)}{\sqrt{k \cdot r}}. \quad (57)$$



**Рис. 2. Зависимость полной мощности рассеивания анизотропного цилиндра от частоты при облучении плоской волной с правой поляризацией (сплошная кривая) и с левой поляризацией (штриховая линия)**

Из рис. 2 видно, что действительно резонансы проявляются при падении волны с правой круговой поляризацией и отсутствуют при падении волны с левым круговым вращением. Благодаря резонансу даже при  $ka \ll 1$  остается эффект конечного возмущения полной рассеянной мощности (при  $ka \rightarrow 0$  в резонансе  $\delta \rightarrow 16$ ).

Отметим, что при первом резонансе диаметры имеют вид  $F_E(\varphi) = i \cdot F_H(\varphi) \approx \cos \varphi$ . При этом все рассеянное поле, в том числе и поле обратного рассеивания, имеет то же направление вращения поляризации, что и падающее поле.

Исследуем поведение поля внутри цилиндра  $r \leq a$ . Матрица  $M^{(n)}$ , которая определяет коэффициент рассеяния внутреннего поля через падающее поле, имеет два собственных вектора. Один из них  $\vec{m}_1^{(n)}$  совпадает с  $\vec{\ell}_1^{(n)}$  и тоже имеет нулевое собственное значение. Потому, если возбуждается поле вида  $\vec{A}^{(n)} = \vec{\ell}_1^{(n)}$ , тогда и внутри цилиндра рассеянное поле не имеет гармоники с номером  $n$ . Второму собственному вектору:

$$\vec{m}_1^{(n)} = \left\{ H_n^{(2)}(ka) \cdot \cos \psi, -i \cdot H_n^{(2)'}(ka) \cdot \sin \psi \right\} \quad (58)$$

отвечает собственное значение  $\mu^{(n)} = -1$ . Таким образом, в случае возбуждающего поля  $\vec{A}^{(n)} = \vec{m}_2^{(n)}$  справедливым будет соотношение  $\vec{A}^{(n)} + \vec{C}^{(n)} = 0$ , то есть происходит исчезновение гармоники с номером  $n$  из полного поля внутри цилиндра, а в окрестности низкочастотного резонанса (9) векторы  $\vec{m}_1^{(n)}$  и  $\vec{m}_2^{(n)}$  близки к одному и тому же вектору  $\{1, i\}$ . Поэтому, при облучении цилиндра лево-поляризованной волной вблизи резонанса (53) происходит резкая, но конечная перестройка внутреннего поля. Она заключается в том, что внутри цилиндра гармоника с номером  $n$  или присутствует в суммарном поле в той же мере, что и в падающем (полное просветления цилиндра на этой гармонике), или отсутствует (полное экранирование).

Рассмотрим поведение внутреннего поля при право-поляризованном возбуждении, то есть когда парциальный вектор падающего поля имеет вид  $\vec{A}^{(n)} = \{1, -i\}$ . Раскладывая этот вектор по векторам  $\vec{m}_1^{(n)}$  и  $\vec{m}_2^{(n)}$ , нетрудно показать, что в условиях резонанса (9) вектор  $\vec{C}^{(n)}$  имеет вид:

$$\vec{C}^{(n)} = \frac{-i \cdot |n|! \cdot (|n| - 1)! \cdot 2^{2|n|}}{\pi \cdot (ka)^{2|n|}} \cdot \{1, i\}. \quad (59)$$

Рассмотрим структуру внутреннего поля при падении плоской волны с правой круговой поляризацией (см. (55)) и с нижним знаком в  $H_z^{(0)}$ , в условиях резонанса (53), при  $n = \pm 1$ . В этом случае векторы имеют вид:

$$\vec{A}^{(\pm 1)} = \{\pm i, \pm 1\}, \quad \vec{C}^{(\pm 1)} = \frac{(-4)}{\pi \cdot (ka)^2} \cdot \{\pm i, \pm 1\}. \quad (60)$$

При этом внутреннее поле приближенно равняется:

$$E_z^+ = -i \cdot H_z^+ \cong -\frac{4}{\pi \cdot (ka)^2} \cdot kr \cdot \cos \varphi. \quad (61)$$

Вычисляя с помощью (60) поперечные компоненты в декартовых координатах, будем иметь:

$$E_y^+ = (-i \cdot H_y^+) \cong \frac{4}{\pi(ka)^2}. \quad (62)$$

Компоненты  $E_x, H_x$  в  $(1/ka)$  раз меньше соответствующих компонент, выписанных в (61).

Отметим, что в падающей волне также присутствуют "компоненты" игрека:

$$E_y^0 = i \cdot H_y^0 = -i \cdot \exp(-ikx). \quad (63)$$

Таким образом, анизотропный резонанс особенно чувствителен именно к этим компонентам. При таком возбуждении рассматриваемый анизотропный цилиндр эквивалентен бесконечной системе размещенных вдоль оси  $Z$  электрических и магнитных диполей, ориентированных в направлении  $Y$ .

Можно показать, что внешние поперечные поля в близкой к цилиндру зоне равняются:

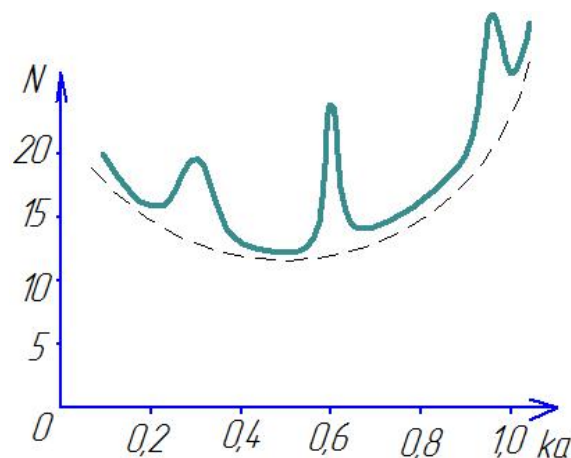
$$E_x^- = i \cdot H_x^- = -\frac{4}{\pi} \cdot \frac{\sin 2\varphi}{(kr)^2} \quad E_y^- = i \cdot H_y^- = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{\cos 2\varphi}{(kr)^2}. \quad (64)$$

Отметим, что реактивная мощность, которая запасается в условиях резонанса, одинакова во внутренней и внешней областях. Кроме того, электрическое и магнитное поле сдвинуты по фазе на  $\pi/2$  в противоположные стороны вне и внутри цилиндра (сравнить (61) и (63)). Это обеспечивает замкнутость силовых линий магнитного поля.

На рис.3 изображена зависимость от  $ka$  величины нормы тока:

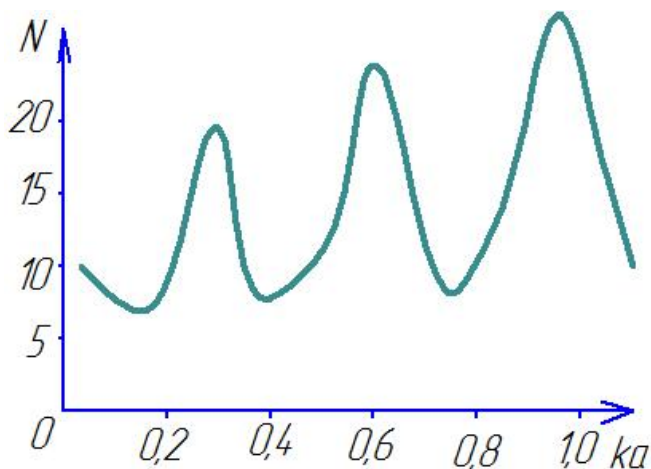
$$N = k \cdot a \cdot \int_0^{2\pi} \left[ |H_z^+ - H_z^-|^2 + |H_\varphi^+ - H_\varphi^-|^2 \right] d\varphi \quad (65)$$

при падении левополяризованной плоской волны. Как видно из рис. 3, в местах резонанса происходит резкое, но конечное изменение нормы тока.



**Рис. 3. Зависимость нормы тока  $N$  от частоты при падении левополяризованной волны на цилиндр.**

На рис. 4 представлена норма тока при падении плоской волны с правой поляризацией. Отметим, что для этого случая в условиях первого резонанса норма тока растет на два порядка.



**Рис. 4. Зависимость нормы тока  $N$  от  $ka$  при падении плоской право-поляризованной волны на цилиндр с  $\psi = 18^\circ$ .**

#### Выводы

1. Обоснована физико-математическая модель, используемая для адекватного описания эффективных электромагнитных биизотропных/бианизотропных параметров капиллярных систем электропроводности грунтов сельскохозяйственного назначения как биообъектов.
2. Для практической реализации в КВЧ-рефлектометрии полученных результатов нужно уметь рассчитывать значения материальных параметров по размерам отдельных включений (спиралей или омега-частиц, "омега – биоструктур"). Эта задача требует отдельного дополнительного исследования, которое будет проведено в ближайшем будущем.
3. Для решения проблемы измерения материальных параметров указанных выше грунтов как биообъектов/биосред предложены способы нахождения материальных констант по результатам измерений коэффициентов отражения и прохождения плоской волны определенной поляризации через плоский слой в волноводе/свободном пространстве (в миллиметровом диапазоне электромагнитных волн).
4. Теоретически найден и исследован эффект низкочастотного резонанса нового типа, принципиально отличающийся от известных аналогов низкочастотного резонанса Гельмгольца нетрадиционной структурой и амплитудой внутреннего поля, а также тем, что рассеянное поле имеет круговую поляризацию.
5. Полученные в работе результаты могут быть в последующем использованы для уточнения и совершенствования существующих инженерных методов расчета приёмно-передающих устройств полевых информационных машин для изучения и исследования электромагнитных параметров капиллярных систем электропроводности, присущих почвам сельскохозяйственного назначения, как на стадиях их проектирования/конструирования, так и в режимах реальной эксплуатации.

### Список использованной литературы

1. Фёдоров Ф.И. Теория гиротропии / Ф.И. Фёдоров. – Минск: Наука и техника, 1976. – 456 с.
2. Третьяков С.А. Электродинамика сложных сред: киральные, би-изотропные и некоторые би-анизотропные материалы / С.А. Третьяков // Радиотехника и электроника. – 1994. – Т. 39. – Вып. 10. – С. 1457-1470.
3. Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн / В.В. Никольский, Т.И. Никольская. – М.: Наука, 1989. – 544 с.
4. Шимони К. Теоретическая электротехника / К. Шимони. – М.: Мир, 1964. – 774 с.
5. Lowry T.M. Optical rotatory power / T.M. Lowry. – N.Y.: Dover, 1964. – 400 p.
6. Lakhtakia A. Time-harmonic electromagnetic fields in chiral media / A. Lakhtakia, V.K. Varadan, V.V. Varadan. – Berlin: Springer – Verlag, 1989. – 420 p.
7. Lindell I.V. Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media / I.V. Lindell, A.H. Sihvola, S.A. Tretyakov, A.J. Viitanen. – London: Artech House, 1994. – 352 p.
8. Proceedings of "Bianisotropics'93" / Eds. A. Sihvola, S. Tretyakov, I. Semchenko. Electromagnetics Lab., Helsinki University of Technology. – Report 159. – December 1993. – 210 p.
9. Tretyakov S.A. Novel uniaxial bianisotropic materials: Reflection and transmission in planar structures / S.A. Tretyakov, A.A. Sochava // Special Issue of "Progress in Electromagnetics Research on bi-isotropic media and applications" / Ed. A. Priou. – Elsevier, 1994. – 200 p.
10. Kong A.J. Electromagnetic waves theory / A.J. Kong. – N.Y.: Wiley, 1986. – 350 p.
11. Tretyakov, S. A., Oksanen, M. I. Electromagnetic Waves in Layered General Biisotropic Structures. J. Electromagnetic Waves and Applications. **6**, 10, 1393-1411. (1992)
12. Lindell, I.V., Tretyakov, S. A., Oksanen, M. I. Vector Transmission-Line and Circuit Theory for Bi-Isotropic Layered Structures. J. Electromagnetic Waves and Applications. **7**, 1, 147-173. (1993)
13. Oksanen, M. I., Tretyakov, S. A., Lindell, I. V. Vector Circuit Theory for Isotropic and Chiral Slabs. J. Electromagnetic Waves and Applications. **4**, 7, 613-643. (1990)
14. Lindell I.V. Methods For Electromagnetic Field Analysis. Clarendon Press. Oxford: (1992)
15. Tretyakov S. A. Thin pseudochiral layers: Approximate boundary conditions and potential applications. Microwave and Optical Technol. Letters. **6**, 2, 112-115. (1993)

### References

1. Fyodorov, F. I. Teoriya girotropii. Nauka i tehnika. Minsk. (1976)
2. Tretyakov, S. A. Elektrodinamika slozhnyh sred: kiralnye, biizotropnye i nekotorye bianizotropnye materialy. Radiotekhnika i elektronika. **39**, 10, 1457-1470. (1994)
3. Nikolskiy, V. V., Nikolskaya, T. I. Elektrodinamika i rasprostranenie radiovoln. Nauka. Moscow. (1989)
4. Shimoni, K. Teoreticheskaya elektrotehnika. Mir. Moscow. (1964)
5. Lowry T.M. Optical rotatory power. Dover. N.Y. (1964)
6. Lakhtakia, A., Varadan, V. K., Varadan, V. V. Time-harmonic electromagnetic fields in chiral media. Springer–Verlag. Berlin. (1989)
7. Lindell, I. V., Sihvola, A. H., Tretyakov, S. A., Viitanen, A. J. Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media. Artech House. London. (1994)
8. Proceedings of "Bianisotropics'93". Eds. A. Sihvola, S. Tretyakov, I. Semchenko. Electromagnetics Lab., Helsinki University of Technology. Report 159. December (1993)
9. Tretyakov, S. A., Sochava, A. A. Novel uniaxial bianisotropic materials: Reflection and transmission in planar structures. Special Issue of "Progress in Electromagnetics Research on bi-isotropic media and applications". Ed. A. Priou. Elsevier. (1994)

10. Kong, A. J. Electromagnetic waves theory. Wiley. N.Y. (1986)
11. Tretyakov, S. A., Oksanen, M. I. Electromagnetic Waves in Layered General Biisotropic Structures. *J. Electromagnetic Waves and Applications*. **6**, 10, 1393-1411. (1992)
12. Lindell, I.V., Tretyakov, S. A., Oksanen, M. I. Vector Transmission-Line and Circuit Theory for Bi-Isotropic Layered Structures. *J. Electromagnetic Waves and Applications*. **7**, 1, 147-173. ( 1993)
13. Oksanen, M. I., Tretyakov, S. A., Lindell, I. V. Vector Circuit Theory for Isotropic and Chiral Slabs. *J. Electromagnetic Waves and Applications*. **4**, 7, 613-643. (1990)
14. Lindell I.V. *Methods For Electromagnetic Field Analysis*. Clarendon Press. Oxford: (1992)
15. Tretyakov S. A. Thin pseudo-chiral layers: Approximate boundary conditions and potential applications. *Microwave and Optical Technol. Letters*. **6**, 2, 112-115. (1993)