

УДК 532.516

Д.А. РЕДЧИЦ  
Институт транспортных систем и технологий НАН Украины  
С.В. МОИСЕЕНКО  
Херсонский национальный технический университет

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОЗВУКОВОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ОБТЕКАНИЯ КОЛЕБЛЮЩЕГОСЯ ПРОФИЛЯ НАСА 0015

*Представлены результаты расчетов осциллирующего профиля НАСА 0015 для трех режимов течения: слабый отрыв потока, соответствующий среднему углу атаки  $4^\circ$ ; развитый отрыв –  $11^\circ$  (докритическое обтекание профиля); массивный отрыв –  $15^\circ$  (закритическое обтекание профиля). Для численного моделирования обтекания осциллирующего профиля применяются осредненные по Рейнольдсу нестационарные уравнения Навье-Стокса несжимаемой жидкости, замкнутые однопараметрической моделью турбулентной вязкости. Разработанный неявный конечно-объемный численный алгоритм базируется на методе искусственной сжимаемости модифицированный для расчета нестационарных задач. Анализируются полученные поля завихренности, мгновенные линии тока, гистерезисные кривые нестационарных аэродинамических нагрузок профиля для трех характерных режимов обтекания. Разработанная методика позволяет воспроизводить структуру нестационарного отрывного обтекания осциллирующего профиля. Различия в аэродинамических характеристиках стационарного и осциллирующего профилей при одних и тех же углах атаки хорошо согласуются с экспериментальными данными. Сравнение результатов расчетов обтекания колеблющегося профиля с экспериментальными данными и известными расчетами других авторов показало преимущество модели турбулентности SALSA по сравнению с другими тестируемыми моделями, особенно при наличии массивного отрыва потока.*

*Ключевые слова: колеблющийся аэродинамический профиль, уравнения Навье-Стокса, модель турбулентности, отрыв потока.*

Д.О. РЕДЧИЦЬ  
Институт транспортних систем і технологій НАН України  
С.В. МОІСЕЄНКО  
Херсонський національний технічний університет

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДОЗВУКОВОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ОБТІКАННЯ ПРОФІЛЮ НАСА 0015, ЩО КОЛИВАЄТЬСЯ

*Представлено результати розрахунків профілю НАСА 0015, що коливається, для трьох режимів течії: слабкий відрив потоку, що відповідає середньому куту атаки  $4^\circ$ ; розвинений відрив –  $11^\circ$  (докритичне обтікання профілю); масивний відрив –  $15^\circ$  (закритичне обтікання профілю). Для чисельного моделювання обтікання профілю, що коливається, застосовуються осереднені за Рейнольдсом нестационарні рівняння Нав'є-Стокса нестисливої рідини, замкнуті однопараметричною моделлю турбулентної в'язкості. Розроблений неявний скінчено-об'ємний чисельний алгоритм базується на методі штучної стисливості, що модифікований для розрахунку нестационарних задач. Аналізуються отримані поля завихренності, миттєві лінії течії, гістерезисні криві нестационарних аеродинамічних навантажень профілю для трьох характерних режимів обтікання. Розроблена методика дозволяє відтворювати структуру нестационарного відривного обтікання профілю, що коливається. Відмінності в аеродинамічних характеристиках стаціонарного профілю і профілю, що*

коливається, при одних і тих же кутах атаки добре узгоджуються з експериментальними даними. Порівняння результатів розрахунків обтікання профілю, що коливається з експериментальними даними і відомими розрахунками інших авторів показало перевагу моделі турбулентності SALSA в порівнянні з іншими моделями, що тестувались особливо при наявності масивного відриву потоку.

*Ключові слова:* аеродинамічний профіль, що коливається, рівняння Нав'є-Стокса, модель турбулентності, відрив потоку.

D.O. REDCHYTS

Institute of Transport Systems and Technologies of Ukrainian National Academy of Science

S.V. MOISEENKO

Kherson National Technical University

## **NUMERICAL SIMULATION OF SUBSONIC TURBULENT FLOW OF OSCILLATING NACA 0015 AIRFOIL**

*The results of calculations of the oscillating NACA 0015 airfoil for three flow regimes are presented: a weak flow separation corresponding to an average angle of attack of  $4^\circ$ ; developed separation –  $11^\circ$  (subcritical flow around the airfoil); massive separation –  $15^\circ$  (supercritical flow around the airfoil). The authors have developed a specialized CFD package in which a compromise between the required computational resources and the quality of the results. On the one hand, provide a complete approach of computational fluid dynamics based on the Navier-Stokes equations, including several differential turbulence models, as well as multi-block approach for the flows in multiply connected domains. Designed CFD package allows us to solve the problem of dynamics and aerodynamics, including electrodynamic processes, electrochemistry, multiphase fluids, combustion processes and plasma kinetics. For the numerical simulation of the flow around an oscillating airfoil, Reynolds-averaged unsteady Navier-Stokes equations of an incompressible fluid closed by a one-parameter turbulent viscosity model are used. The developed implicit finite-volume numerical algorithm is based on the method of artificial compressibility modified for the calculation of unsteady tasks. Visualization of turbulent flow around oscillating NACA 0015 airfoil is obtained. The obtained fields of vorticity, instantaneous streamlines, and hysteresis curves of unsteady aerodynamic loads of the airfoil are analyzed for three characteristic flow regimes. The stages of generation, development and stalling of vortices are described in the flow around oscillating NACA 0015 airfoil. The developed technique makes it possible to reproduce the structure of an unsteady separated flow around an oscillating airfoil. The differences in the aerodynamic characteristics of the stationary and oscillating airfoils at the same angles of attack are in good agreement with the experimental data. Comparison of the computational results of a flow around an oscillating airfoil with experimental data and known calculations by other authors showed the advantage of the SALSA turbulence model compared to other tested models, especially in the presence of massive flow separation.*

*Keywords:* oscillating aerodynamic airfoil, Navier-Stokes equations, turbulence model, flow separation.

### **Постановка проблемы**

Увеличение коэффициента использования энергии ветра ветроагрегатами связано с улучшением аэродинамических характеристик ветротурбины и технических параметров электромеханического оборудования. Известные методики расчета аэродинамических характеристик ветротурбин основаны на эмпирических соотношениях, импульсной теории и стационарных аэродинамических характеристиках

профилей [1]. Дальнейшее совершенствование аэродинамических характеристик ветроагрегатов связано с использованием методик, базирующихся на нестационарных уравнениях Навье-Стокса и уравнении вращения ветротурбины [2]. При низких коэффициентах быстроходности, а также при запуске и остановке роторов вертикально-осевых ветроагрегатов на их лопастях происходит динамический срыв потока. Явление динамического срыва потока наблюдается при выразах самолетов, движении назад лопастей ротора вертолетов, на рабочих колесах авиационных двигателей, что приводит к вибрациям, шуму, резкому изменению аэродинамических характеристик несущих поверхностей, развитию флаттера.

#### **Анализ последних исследований и публикаций**

Первые работы по этой фундаментальной проблеме механики жидкости были посвящены исследованию колебаний профиля с умеренной амплитудой. Обзор литературы можно найти в работах McCroskey [3, 4], Carr [5], Telionis [6]. В большинстве случаев эксперименты проводились в диапазоне чисел Маха от 0.01 до 0.3, что соответствует несжимаемому режиму течения, на крыльях с профилями NASA 0012 и NASA 0015.

Результаты численного моделирования динамического срыва потока приведены в работах [5-14]. Исследованию ламинарного режима обтекания посвящены работы [8, 9]. Для расчета осциллирующего профиля в работе [9] применялись уравнения Навье-Стокса несжимаемой жидкости с использованием алгоритма SIMPLE. Осредненные уравнения Навье-Стокса сжимаемого газа для расчета осциллирующего профиля использовались в работах [10-13]. В работе [15] рассматривалось пять моделей турбулентности: алгебраическая Болдвина-Ломакса [16], Renormalization Group Theory (RNG), основанная на алгебраической модели [17], полуэмпирическая Джонсона-Кинга [18, 19], однопараметрические Болдвина-Барса (BB) [20] и Спаларта-Аллмараса (SA) [21]. Удовлетворительные результаты с использованием этих моделей турбулентности были получены лишь для малых углов колебаний профиля.

#### **Цель исследования**

Целью настоящей работы является исследование особенностей обтекания и аэродинамических характеристик осциллирующего профиля на основе осредненных уравнений Навье-Стокса, выбор приемлемой модели турбулентности для расчета отрывных течений в широком диапазоне углов атаки и характера движения профиля.

#### **Изложение основного материала исследования**

**Постановка задачи.** Математическое моделирование дозвукового турбулентного обтекания колеблющегося профиля проведено с использованием нестационарных осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса (URANS).

Для замыкания осредненных уравнений Навье-Стокса несжимаемой жидкости (1) использовались однопараметрические модели турбулентности. Из однопараметрических моделей турбулентности наиболее распространенной является модель Спаларта-Аллмараса (SA) [21], которая разработана для задач внешнего обтекания при малых углах атаки с небольшими отрывными зонами. Линейная модель Спаларта-Аллмараса, адаптированная к тензору скоростей деформаций (SALSA) [23], схожа с оригинальной моделью SA. Она основана на принципе вихревой вязкости для слабосжимаемых течений с пренебрежимо малыми флуктуациями плотности. Основное отличие SALSA от стандартной модели турбулентности SA заключается в использовании тензора скоростей деформаций вместо тензора скоростей ротации, а также модификации членов генерации, диссипации и деструкции.

В качестве начальных условий задавались параметры невозмущенного потока во всей расчетной области. На внешней границе применялись неотражающие граничные условия, для расчета которых использовался метод характеристик. На поверхности

твердого тела ставилось условие прилипания. В модели турбулентности SALSА значение рабочей переменной на теле задавалось равным нулю, на выходной границе ставилось условие Неймана.

**CFD пакет и его верификация.** Для численного решения поставленной задачи использовался разработанный специализированный пакет вычислительной аэродинамики (CFD пакет) на основе уравнений Навье-Стокса, включая несколько дифференциальных моделей турбулентности, для расчета стационарных и нестационарных ламинарных и турбулентных течений.

Система исходных уравнений, записывалась относительно произвольной криволинейной системы координат. Согласование полей давления и скорости осуществлялось с помощью метода искусственной сжимаемости, модифицированного для расчета нестационарных задач [22]. Интегрирование системы исходных уравнений осуществлялось численно с использованием метода контрольного объема. Для конвективных потоков использовалась противопоточная аппроксимация Rogers-Kwak [24], основанная на схеме Roe третьего порядка точности. В моделях турбулентности для аппроксимации конвективных слагаемых применялась схема TVD с ограничителем потоков ISNAS третьего порядка. Производные в вязких членах аппроксимировались центрально-разностной схемой второго порядка. Алгоритм решения уравнений базируется на трехслойной неявной схеме с подитерациями по псевдовремени второго порядка точности по физическому времени. Полученная блочно-матричная система линейных алгебраических уравнений решалась методом минимизации обобщенной невязки GMRES с ILU(k) предобуславливанием.

Тестирование разработанного CFD пакета выполнено на следующих задачах: течение в каверне, задача Блазиуса, обтекание стационарного и вращающегося цилиндра и профиля крыла. Некоторые результаты решения этих задач приведены в работах [2, 25-27].

**Результаты и обсуждение.** Ниже представлены результаты расчетов, проведенные для осциллирующего профиля NACA 0015, применительно к экспериментальным данным, представленным в работе [28] при числе Рейнольдса, определенном по хорде профиля и скорости невозмущенного потока,  $Re = 1.95 \times 10^6$  для трех режимов течения: а) слабый отрыв потока, соответствующий среднему углу атаки  $\alpha_0 = 4^\circ$ ; б) развитый отрыв (докритическое обтекание профиля), соответствующее  $\alpha_0 = 11^\circ$ ; в) массивный отрыв (закритическое обтекание профиля), соответствующее  $\alpha_0 = 15^\circ$ . Мгновенный угол атаки крыла определяется по закону  $\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_1 \sin(\omega t)$ . Амплитуда колебаний относительно среднего угла составляла  $\alpha_1 = \pm 4.2^\circ$ , а безразмерная частота  $k = \omega c / 2V_\infty = 0.1$ . Ось вращения профиля находилась на четверти хорды от носовой части профиля. Экспериментальные данные усреднялись (двадцать циклов колебаний). Результаты приведены для третьего цикла колебаний. Расчеты выполнены на существенно неравномерной O-сетке, состоящей из 600x400 узлов. Сетка строилась методом многих поверхностей [29]. Внешняя граница расчетной области находилась на расстоянии 20 хорд от центра колебания профиля. Сгущение узлов проводилось в направлении нормали к поверхности, а также к носовой и хвостовой частям профиля. Для адекватного разрешения пристеночных эффектов в пограничном слое находилось порядка 250 точек. Безразмерный шаг по времени, рассчитанный по длине хорды и скорости невозмущенного потока, составляет  $\Delta t = 0.005$ . На один полный цикл колебания необходимо 6620 шагов.

*а) Случай слабого отрыва потока*

Основное течение безотрывное, отрыв наблюдается только в небольшой области вблизи задней кромки. Сравнение аэродинамических коэффициентов, полученных с помощью различных моделей турбулентности, с экспериментальными данными [28] приведены на рис. 1. Результаты, полученные с помощью моделей турбулентности SA ( $\sim$ ) и SALSA ( $\text{—}$ ), удовлетворительно совпадают между собой и с экспериментальными данными ( $\circ$ ) [28] по коэффициенту подъемной силы (рис. 1 а). При движении профиля вниз некоторая задержка в восстановлении пограничного слоя в хвостовой области профиля получена при использовании модели SA. Небольшие отличия в распределении давления по поверхности, практически в хвостовой области, приводят к значительным отличиям в коэффициентах силы лобового сопротивления (рис. 1 б) и крутящего момента (рис. 1 в) для модели SA. Результаты, полученные с помощью этой модели, хуже согласуются с экспериментальными данными и результатами по модели SALSA.

*б) Случай развитого отрыва (докритическое обтекание профиля)*

Основное течение стационарное, отрывная зона не превышает половины длины профиля, наблюдаются отдельные колебания в следе и в части отрывной зоны. На наветренной части профиля течение безотрывное. Колебания профиля индуцируют нестационарный отрыв турбулентного пограничного слоя на подветренной поверхности хвостовой части профиля, подобные вихревой дорожке Кармана в следе за цилиндром. При движении профиля вверх точка отрыва движется вверх по потоку в направлении передней кромки профиля, увеличивая зону отрыва. Положение точки отрыва соответствует приблизительно половине длины хорды.

При увеличении угла атаки профиля от минимального значения, величина подъемной силы совпадает с соответствующими значениями при статических углах атаки (рис. 2 а). Затем кривая подъемной силы проходит выше данных ( $\diamond$  эксперимент [30]) полученных для неподвижных профилей. Это обусловлено тем, что отрывная зона на подветренной стороне профиля не успевает развиться до размеров, соответствующих стационарному случаю. Подъемная сила с увеличением угла атаки продолжает расти почти линейно до момента, пока профиль не изменит направление своего движения. Начало движения профиля вниз приводит к изменению размеров вихрей, срывающихся с верхней поверхности профиля, падению величины подъемной силы ниже значений при статическом угле атаки. Движение по кривым направлено по часовой стрелке.

Результаты, полученные с помощью различных моделей турбулентности, приведены на рис. 2 а. Модели турбулентности SA ( $\sim$  настоящая работа,  $\square$  расчет [31]) и Wilcox  $k-\omega$  ( $\blacktriangle$  расчет [32]) показывают завышенные значения коэффициента подъемной силы и подобны между собой (рис. 2а). При использовании модели Baldwin-Barth ( $\Delta$  расчет [31]) наблюдается медленный процесс восстановления пограничного слоя в случае отрыва и присоединения при движении профиля вниз. Процесс завершается лишь на начальном этапе движения профиля вверх, чем и объясняются заниженные значения коэффициента подъемной силы.

Гистерезисная кривая коэффициента подъемной силы для модели турбулентности SALSA ( $\text{—}$  настоящая работа,  $\bullet$  расчет [31]) удовлетворительно согласуется с экспериментом. Модель турбулентности SALSA лучше передает положение точки отрыва, что сказывается на удовлетворительном совпадении коэффициента подъемной силы, включая конец этапа движения профиля вниз (рис.2а). Небольшое различие между результатами, полученными в настоящей работе для

данной модели, и данными работы [31] объясняется различными размерами расчетной сетки (600x400 узлов в настоящей работе против 482x72 узлов в работе [31]).

Модель SALSА показывает удовлетворительное совпадение с экспериментальными данными по коэффициентам лобового сопротивления и крутящего момента, в отличие от SA.

Тестирование различных моделей турбулентности не выявило отрыва потока вблизи носовой части профиля в начальном этапе динамического срыва потока. Особенности этого течения отличаются от наблюдаемых экспериментально на профиле NASA 0012. McCroskey [33] и Chancrasekhara [34] установили, что динамический срыв вихрей начинается в районе отрыва на передней кромке профиля. Этот феномен на профиле NASA 0012 объясняется наличием развитого турбулентного пограничного слоя вблизи передней кромки профиля. Отличие между этими двумя профилями состоит в различной кривизне этой области. Пограничный слой в районе передней кромки профиля NASA0012 менее заторможен, чем у профиля NASA 0015.

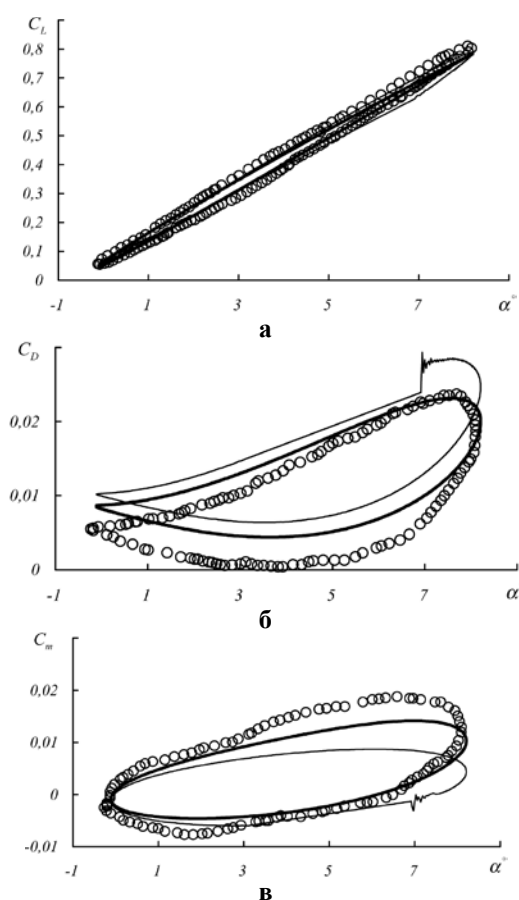


Рис. 1. Зависимости коэффициентов подъемной силы (а), лобового сопротивления (б) и крутящего момента от угла атаки для случая слабого отрыва потока.

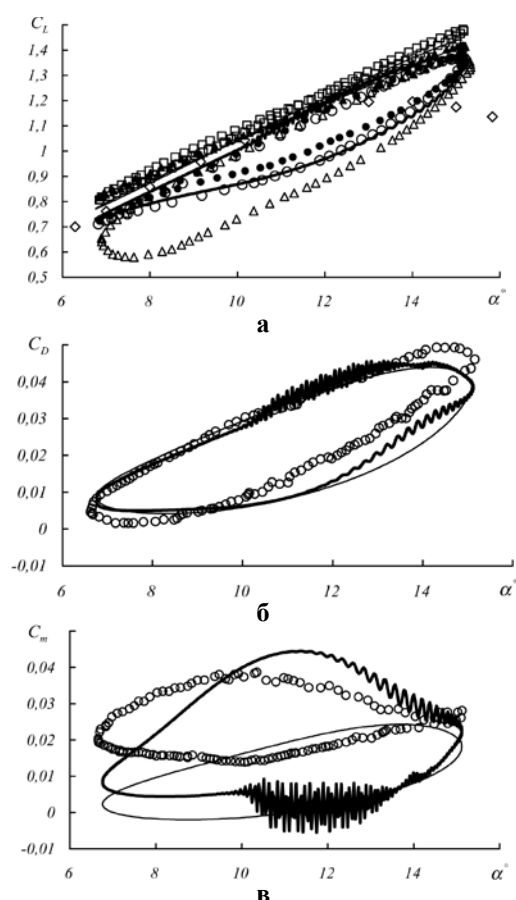


Рис. 2. Зависимости коэффициентов подъемной силы (а), лобового сопротивления (б) и крутящего момента от угла атаки для случая развитого отрыва потока.

в) Случай массивного отрыва (закритическое обтекание профиля)

Структура течения характеризуется ярко выраженными нестационарными явлениями. Отрыв потока зарождается на подветренной стороне вблизи носика профиля, распаваясь затем на систему вихрей с различными скоростями движения. В значениях интегральных параметров проявляются существенные осцилляции, зависящие от скорости схода вихрей. При  $\alpha_0 = 15^\circ$  доминирующим является крупномасштабный отрыв потока. Отрыв пограничного слоя возникает в районе задней



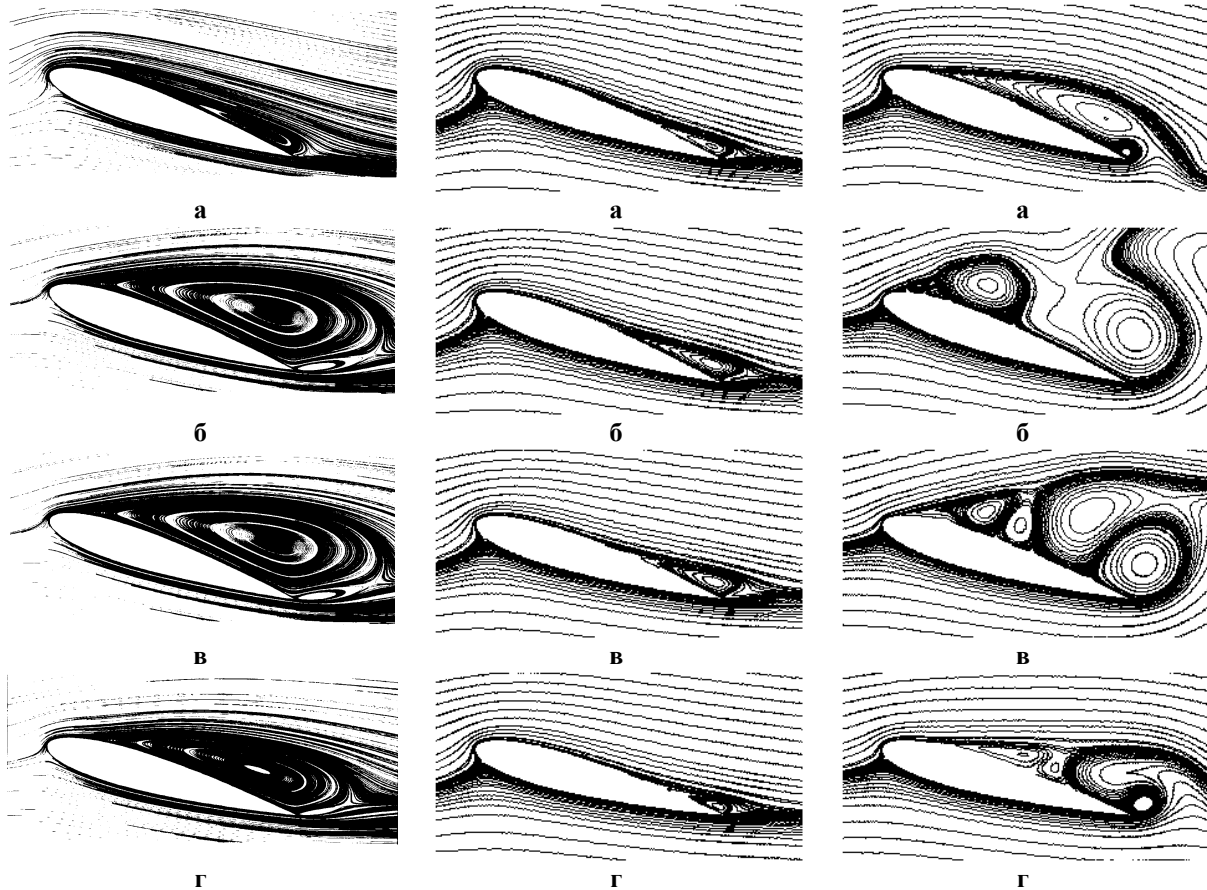


Рис. 5. Линии тока при обтекании колеблющегося профиля NACA 0015 для различных углов атаки и направлений движения: а –  $19^\circ\uparrow$ , б –  $19^\circ\downarrow$ , в –  $17^\circ\downarrow$ , г –  $15^\circ\downarrow$ .

Для этого режима течения можно выделить пять стадий.

1. Угол атаки профиля превышает статический угол срыва потока (рис. 4 а (1)). Поток изменяет направление движения в пограничном слое.

2. Начало срыва потока (рис. 3 а и рис. 4 а (2)). Дальнейшее увеличение угла атаки приводит к динамическому срыву вихрей с передней кромки профиля. Этот угол на  $5^\circ$  больше статического угла срыва, так как нестационарные эффекты затягивают срыв потока и тем самым увеличивают динамическое значение коэффициента подъемной силы в сравнении со статическим.

3. Вихри переносятся вдоль хорды приблизительно с одной четвертью скорости невозмущенного потока (рис. 3 б-г и рис. 4 а (2-3)). Это приводит к увеличению подъемной силы. Центр давления смещается от носика профиля к хвостовой части.

4. Резкое падение подъемной силы (рис. 3 д-з и рис. 4 а (3-4)). После достижения вихрем хвостовой части профиля, происходит полный (глобальный) отрыв потока с верхней поверхности. Вихрь, порожденный задней кромкой профиля, взаимодействует с основным вихрем (рис. 3 д). Направление вращения их различны. После начала движения профиля вниз пик давления в районе передней кромки профиля резко падает.

5. Присоединение потока (рис. 3 и, к и рис. 4 а (5)) начинается вблизи передней кромки и смещается по направлению к хвостовой части профиля, когда угол атаки становится достаточно малым.

Гистерезисные циклы коэффициентов подъемной силы, лобового сопротивления и крутящего момента, полученные с помощью различных моделей турбулентности при  $\alpha_0 = 15^\circ$ , показаны на рис. 4. Модель SA дает завышенный пик давления в носовой области профиля. Это приводит к завышенным значениям подъемной силы (рис. 4 а) и



заниженному лобовому сопротивлению (рис. 4 б). Модель турбулентности SALSA показывает лучшие результаты, чем SA в сравнении с экспериментом по коэффициенту подъемной силы (рис. 4 а). Однако в ее поведении наблюдаются осцилляции при движении профиля вниз. Это является следствием массивного срыва вихрей с верхней поверхности профиля (рис. 3 д-з). Отсутствие таких осцилляций в эксперименте объясняется осреднением нестационарной картины течения.

В случае массивного срыва потока наблюдается резкий рост лобового сопротивления (рис. 4 б) и крутящего момента (рис. 4 в) в конце цикла движения профиля вверх по модели SALSA. Модель турбулентности SALSA показывает удовлетворительное совпадение с экспериментом по этим интегральным характеристикам.

Сравнение линий тока, построенных по мгновенному полю скоростей, для различных положений профиля  $19^\circ \uparrow, 19^\circ \downarrow, 17^\circ \downarrow, 15^\circ \downarrow$  в течение одного цикла колебания и рассчитанные с помощью моделей турбулентности BB, SA, SALSA, приведены на рис. 5. При движении профиля вверх положение точки отрыва перемещается от задней кромки профиля вверх по потоку. Максимальный размер вихря наблюдается при угле  $\approx 17^\circ$  на участке движения профиля вниз. Его срыв приводит к смещению положения точки отрыва вниз по потоку.

Динамические вихревые структуры, полученные с помощью моделей турбулентности BB [20] и SALSA (настоящая работа), подобны между собой. При использовании модели турбулентности SALSA наблюдается большое количество вихрей при движении профиля вниз. Длина отрывной зоны при использовании модели турбулентности SA (настоящая работа) минимальна, а по модели BB – максимальна (рис. 5).

### **Выводы**

Для численного моделирования обтекания осциллирующего профиля применяются осредненные по Рейнольдсу нестационарные уравнения Навье-Стокса несжимаемой жидкости, замкнутые однопараметрической моделью турбулентной вязкости. Результаты расчетов получены на основе разработанного неявного конечно-объемного численного алгоритма, базирующегося на методе искусственной сжимаемости. Выполнен анализ полученных мгновенных линий тока, контуров интенсивностей завихренности, коэффициентов подъемной силы, лобового сопротивления и крутящего моментов для трех характерных режимов обтекания. Разработанная методика позволяет воспроизводить структуру нестационарного отрывного обтекания осциллирующего профиля. Различия в аэродинамических характеристиках стационарного и осциллирующего профилей при одних и тех же углах атаки хорошо согласуются с экспериментальными данными. Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными и известными расчетами показало преимущество модели турбулентности SALSA по сравнению с другими тестируемыми моделями.

### **Список использованной литературы**

1. Кривцов, В. С., Олейников, А. М., Яковлев, А. И. Неисчерпаемая энергия. Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "ХАИ", 2003. 919 с.
2. Приходько, А. А., Редниц, Д. А. Математическое моделирование динамики и аэродинамики ветроагрегатов. Вестник Харьковского национального университета. 2005. № 703, Вып. 5. С. 178-197.
3. McCroskey, W. J. Some current research in unsteady fluid dynamics. *Fluid Mechanics*. 1977. Vol. 12, № 3. P. 12-37.

4. McCroskey, W. J. Unsteady airfoils. *Fluid Mechanics*. 1982. Vol. 14, № 6. P. 285-301.
5. Carr, L. W. Progress in analysis and prediction of dynamic stall. *J. Aircraft*. 1988. Vol. 25, № 6. P. 285-301.
6. Telionis, D. P. Unsteady Boundary Layers, Separated and Attached. *Journal of Fluids Engineering*. 1977. 101(1). P. 29-43. DOI: 10.1115/1.3448732
7. Fant, D. B., Rockwell, L. D. Physics of unsteady separated flows at high angle of attack. *J. Aircraft*. 1992. Vol. 29, № 8. P. 121-132.
8. Ghia, K. N., Yang, Y. Study of the Role of Unsteady Separation in the Formation of Dynamic Stall Vortex. *AIAA Paper*. 1992. Vol. 32, № 12. P. 1122-1134.
9. Visbal, M. R., Shang, J. S. Investigation of the Flow Structure Around a Rapidly Pitching Airfoil. *AIAA Paper*. 1989. Vol. 27, № 4. P. 805-832.
10. Wu, J. C., Huff, D. L., Sankar, L. N. Evaluation of three turbulence models in static air loads and dynamic stall predictions. *J. Aircraft*. 1990. Vol. 27, № 5. P. 382-401.
11. Rizetta, D. P., Visbal, M. R. Comparative numerical study of two turbulence models for airfoil static and dynamic stall. *AIAA Journal*. 1993. Vol. 31, № 11. P. 784-799.
12. Rumsey, C. L., Vatsa, V. N. A comparison of the predictive capabilities of several turbulence models using upwind and central-difference computer codes. *AIAA Paper*. 1993. Vol. 31, № 11. P. 192-208.
13. Dindar, M., Kaynak U. Effect of turbulence modeling on dynamic stall of a NACA 0012 airfoil. *AIAA Paper*. 1992. Vol. 29, № 8. P. 27-53.
14. Geissler, W., Vollmers H. Unsteady separated flows on rotor airfoils analysis and visualization of numerical data. *AIAA Paper*. 1992. Vol. 29, № 8. P. 78-92.
15. Srinivasan, G. R., Ekaterinaris, J. A., McCroskey W. J. Evaluation of turbulence models for unsteady flows of an oscillating airfoil. *Computers & Fluids*. 1995. Vol. 24, № 7. P. 833-861.
16. Baldwin, B., Lomax, H. Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. *AIAA Paper*. 1978. Vol. 19, № 4. P. 18-26.
17. Yakhot, V., Orszag S. A. Renormalization group analysis of turbulence. Basic theory. *J. Scientific Computation*. 1986. Vol. 14, № 4. P. 92-101.
18. Johnson, D. A., King, L. S. A mathematically simple turbulence closure model for attached and separated turbulent boundary layers. *AIAA Journal*. 1985. Vol. 23, № 11. P. 1684-1699.
19. Johnson, D.A. Nonequilibrium algebraic turbulence modeling considerations for transonic airfoils and wings. *AIAA Paper*. 1992. Vol. 12, № 7. P. 26 -43.
20. Baldwin, B.S., Barth T. J. A one-equation turbulence transport model for high Reynolds number wall-bounded flows. *AIAA Paper*. 1991. Vol. 11, № 8. P. 610-631.
21. Spalart, P. R., Allmaras S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flow *AIAA Paper*. 1992. Vol. 12, № 1. P. 439-478.
22. Chorin, A.J. A numerical method for solving incompressible viscous flow problems. *J. Comput. Phys*. 1967. Vol. 2. P. 12-26.
23. Rung, T., Bunge, U., Schatz, M., Thiele, F. Restatement of the Spalart-Allmaras eddy-viscosity model in strain-adaptive formulation. *AIAA Journal*. 2003. Vol. 4, № 7. P. 1396-1399.
24. Rogers, S., Kwak D. An upwind differencing scheme for the incompressible Navier-Stokes equations. *Journal Numerical Mathematics*. 1991. Vol. 8. P. 43-64.
25. Приходько, А. А., Редчиц, Д. А. Численное моделирование нестационарного течения в следе за цилиндром на основе уравнений Навье-Стокса. *Прикладная гидромеханика*. 2005. Т. 7, № 1. С. 56-71.

26. Prikhod'ko, A. A., Redtchits D. A. Numerical modeling of a viscous incompressible unsteady separated flow past a rotating cylinder. *Fluid Dynamics*. 2009. Vol. 44, № 6. P. 823-829.
27. Редчиц, Д.А. Алгоритм численного решения двумерных течений несжимаемой жидкости на основе уравнений Навье-Стокса и его верификация. *Вісник Дніпропетровського університету. Механіка*. 2004. Вип. 8. Т. 1, № 6. С. 67–75.
28. Piziali, R. A. An Experimental Investigation of 2D and 3D Oscillating Wing Aerodynamics for a Range of Angle of Attack Including Stall. *NASA TM 4632*. 1993. URL: <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19950012704>
29. Флетчер, К. Вычислительные методы в динамике жидкости. Москва: Мир, 1991. Т. 1. 501 с.; Т. 2. 552 с.
30. Sheldahl, R. E., Klimas P. C. Aerodynamic characteristics of seven symmetrical airfoil sections through 180-degree angle of attack for use in aerodynamic analysis of vertical axes wind turbines. *Sandia National Laboratories Albuquerque. SAND80-2114*. 1995. P. 118.
31. Bunge, U., Martin, A., Schmidt, S., Schatz, M., Thiele F. DES and its Applications at Technical University of Berlin. *Proc. International Conf. on DES – WORKSHOP*. St. Petersburg, 2003.
32. Wilcox, D. C. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA Journal*. 1988. Vol. 26, № 11. P. 1299-1310.
33. McCroskey, W. J., Pucci S. L. Viscous inviscid interaction on oscillating airfoils in subsonic flow. *AIAA Journal*. 1982. Vol. 20, № 5. P. 167-187.
34. Chandrasekhara M. S., Cart, L. W. Compressibility effects on dynamic stall of oscillating airfoils. In AGARD-CP-552. *Proceedings of the AGARD 75th Fluid Dynamics Panel Meeting and Symposium on Aerodynamics and Aeroacoustics of Rotorcraft*. (Germany, Berlin, 1982). Berlin, 1982.

#### References

1. Krivtsov, V. S., Oleynikov, A. M., & Yakovlev, A. I. (2003) Neischerpaemaya energiya. Harkov: Nats. aerokosm. un-t "HAI".
2. Prihodko, A. A., & Redchits, D. A. (2005) Matematicheskoe modelirovanie dinamiki i aerodinamiki vetroagregatov. *Vestnik Harkovskogo Natsionalnogo Universiteta*. **703**, 5, 178-197.
3. McCroskey, W. J. (1977) Some current research in unsteady fluid dynamics. *Fluid Mechanics*. **12**, 3, 12-37.
4. McCroskey, W. J. Unsteady airfoils. *Fluid Mechanics*. 1982. Vol. 14, № 6. P. 285-301.
5. Carr, L. W. (1988) Progress in analysis and prediction of dynamic stall. *J. Aircraft*. **25**, 6, 285-301.
6. Telionis, D. P. (1977) Unsteady Boundary Layers, Separated and Attached. *Journal of Fluids Engineering*. **101**(1), 29-43. DOI: 10.1115/1.3448732
7. Fant, D. B., & Rockwell, L. D. (1992) Physics of unsteady separated flows at high angle of attack. *J. Aircraft*. **29**, 8, 121-132.
8. Ghia, K. N., & Yang, Y. (1992) Study of the Role of Unsteady Separation in the Formation of Dynamic Stall Vortex. *AIAA Paper*. **32**, 12, 1122-1134.
9. Visbal, M. R., & Shang, J. S. (1989) Investigation of the Flow Structure Around a Rapidly Pitching Airfoil. *AIAA Paper*. **27**, 4, 805-832.
10. Wu, J. C., Huff, D. L. , & Sankar, L. N. (1990) Evaluation of three turbulence models in static air loads and dynamic stall predictions. *J. Aircraft*. **27**, 5, 382-401.
11. Rizetta, D. P., & Visbal, M. R. (1993) Comparative numerical study of two turbulence models for airfoil static and dynamic stall. *AIAA Journal*. **31**, 11, 784-799.

12. Rumsey, C. L., & Vatsa, V. N. (1993) A comparison of the predictive capabilities of several turbulence models using upwind and central-difference computer codes. *AIAA Paper*. **31**, 11, 192-208.
13. Dindar, M., & Kaynak U. (1992) Effect of turbulence modeling on dynamic stall of a NACA 0012 Airfoil. *AIAA Paper*. **29**, 8, 27-53.
14. Geissler, W., & Vollmers H. (1992) Unsteady separated flows on rotor airfoils analysis and visualization of numerical data. *AIAA Paper*. **29**, 8, 78-92.
15. Srinivasan, G. R., Ekaterinaris, J. A., & McCroskey W. J. (1995) Evaluation of turbulence models for unsteady flows of an oscillating airfoil. *Computers & Fluids*. **24**, 7, 833-861.
16. Baldwin, B., & Lomax, H. (1978) Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. *AIAA Paper*. **19**, 4, 18-26.
17. Yakhot, V., & Orzag S. A. (1986) Renormalization group analysis of turbulence. Basic theory. *J. Scientific Computation*. **14**, 4, 92-101.
18. Johnson, D. A., & King, L. S. (1985) A Mathematically Simple Turbulence Closure Model for Attached and Separated Turbulent Boundary Layers. *AIAA Journal*. **23**, 11, 1684-1699.
19. Johnson, D.A. (1992) Nonequilibrium algebraic turbulence modeling considerations for transonic airfoils and wings. *AIAA Paper*. **12**, 7, 26 -43.
20. Baldwin, B.S., & Barth T. J. (1991) A one-equation turbulence transport model for high Reynolds number wall-bounded flows. *AIAA Paper*. **11**, 8, 610-631.
21. Spalart, P. R., Allmaras S. R. (1992) A one-equation turbulence model for aerodynamic flow. *AIAA Paper*. **12**, 1, 439-478.
22. Chorin, A.J. (1967) A numerical method for solving incompressible viscous flow problems. *J. Comput. Phys*. **2**, 12-26.
23. Rung, T., Bunge, U., Schatz, M., & Thiele, F. (2003) Restatement of the Spalart-Allmaras eddy-viscosity model in strain-adaptive formulation. *AIAA Journal*. **4**, 7, 1396-1399.
24. Rogers, S., & Kwak D. (1991) An upwind differencing scheme for the incompressible Navier-Stokes equations. *Journal Numerical Mathematics*. **8**, 43-64.
25. Prihodko, A. A., & Redchits, D. A. (2005) Chislennoe modelirovanie nestatsionarnogo techeniya v slede za tsilindrom na osnove uravneniy Nave-Stoksa. *Prikladnaya gidromekhanika*. **7**, 1, 56-71.
26. Prihod'ko, A. A., & Redtchits D. A. (2009) Numerical modeling of a viscous incompressible unsteady separated flow past a rotating cylinder. *Fluid Dynamics*. **44**, 6, 823-829.
27. Redchits, D.A. (2004) Algoritm chislennogo resheniya dvumernyih techeniy neszhimaemoy zhidkosti na osnove uravneniy Nave-Stoksa i ego verifikatsiya. *Visnyk Dnipropetrovskoho universytetu. Mekhanika*. **8**, 1, 6, 67-75.
28. Piziali, R. A. (1993) An Experimental Investigation of 2D and 3D Oscillating Wing Aerodynamics for a Range of Angle of Attack Including Stall. *NASA TM 4632*. 1993. Retrieved from <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19950012704>
29. Fletcher, K. (1991) Vyichislitelnyie metodyi v dinamike zhidkosti. V. 1-2. Moscow: Mir.
30. Sheldahl, R. E., & Klimas P. C. (1995) Aerodynamic characteristics of seven symmetrical airfoil sections through 180-degree angle of attack for use in aerodynamic analysis of vertical axes wind turbines. *Sandia National Laboratories Albuquerque. SAND80-2114*, pp. 118.

31. Bunge, U., Martin, A., Schmidt, S., Schatz, M., & Thiele F. (2003) DES and its Applications at Technical University of Berlin. Proceedings of the *International Conf. on DES – WORKSHOP*. (Russia, St. Petersburg, 2003), St. Petersburg.
32. Wilcox, D. C. (1998) Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA Journal*. **26**, 11, 1299-1310.
33. McCroskey, W. J., & Pucci S. L. (1982) Viscous inviscid interaction on oscillating airfoils in subsonic flow. *AIAA Journal*. **20**, 5, 167-187.
34. Chandrasekhara M. S., & Cart, L. W. (1982) Compressibility effects on dynamic stall of oscillating airfoils. In AGARD-CP-552. Proceedings of the *AGARD 75th Fluid Dynamics Panel Meeting and Symposium on Aerodynamics and Aeroacoustics of Rotorcraft*. (Germany, Berlin, 1982). Berlin.