

УДК 539.3:534

К.Г. ДЕГТЯРЬОВ, Д.В. КРЮТЧЕНКО, В.І. ГНІТЬКО, І.О. ВЕРУШКІН
 Інститут проблем машинобудування імені А.М. Підгорного НАН України
 М.Т. КОРНІЙЧУК
 Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОПРУЖНИХ КОЛИВАНЬ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ЗА НЕЧІТКИХ УМОВ НАВАНТАЖЕННЯ

Сучасне обладнання зазвичай працює в умовах підвищених силових та температурних навантажень. Це потребує ще на стадії проектування визначити міцності та динамічні характеристики елементів конструкції з метою обґрунтування надійності експлуатації. Експериментальні дослідження дозволяють оцінити необхідні характеристики з достатньою точністю. Але проведення натурних експериментів є коштовною та не завжди безпечною процедурою. Тому актуальними є дослідження міцності та коливань елементів конструкцій, засновані на комп'ютерному моделюванні. Але параметри зовнішнього навантаження не завжди можна визначити однозначно. В цій роботі розроблений ефективний метод аналізу гідропружних коливань елементів конструкцій, заснований на застосуванні методів теорії потенціалу та елементів нечіткої логіки. Спочатку задача вимушених гідропружних коливань елемента конструкції розв'язується в детерміністичному формулюванні. Припускається, що рідина є ідеальною та нестисливою, а її рух, індукований малими коливаннями пружного елемента, є безвихровим. Тоді існує потенціал швидкостей, що задовольняє рівнянню Лапласа. Використано метод заданих форм, в якості базисних функцій обрано форми коливань елемента конструкції без врахування приєднаних мас рідини. Для знаходження тиску рідини на елемент конструкції побудовано гіперсингулярне інтегральне рівняння, числове розв'язання якого здійснено методом граничних елементів з використанням апроксимації невідомої густини сталими величинами на граничних елементах. Далі параметри навантаження були фазифіковані з використанням трикутних функцій приналежності. Потім в математичну модель була додана випадковість параметрів навантаження. Отримані нечіткі стохастичні диференціальні рівняння, які розв'язані числовим методом. Подані числові результати демонструють вплив невизначеності вихідних даних на поведінку елементів конструкцій.

Ключові слова: гідропружні коливання, гіперсингулярне інтегральне рівняння, метод граничних елементів, методи нечіткої математики.

K.G. DEGTYAREV, D.V. KRIUTCHENKO, V.I. GNITKO, I.A. VIERUSHKIN
 A.N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of the Ukrainian Academy of Sciences
 M.T. KORNEICHUK
 V.N. Karazin National University

COMPUTER MODELING HYDROELASTIC VIBRATIONS OF STRUCTURE ELEMENTS UNDER FUZZY LOADING CONDITIONS

Modern equipment usually operates under increased power and temperature loads. This requires determining the strength and dynamic characteristics of structural elements at the design stage in order to substantiate the reliability of operation. Experimental studies make it possible to estimate such characteristics with sufficient accuracy. But conducting natural experiments is an expensive and not always safe procedure. Therefore, studies of the strength and vibrations characteristics of structural elements based on computer modelling are relevant. But the external load parameters cannot always be determined unambiguously. In this work, an effective method of analysing hydroelastic vibrations of structural elements is developed, based on the application of potential theory methods, and elements of fuzzy logic. First, the problem of forced hydroelastic oscillations of a structural element is solved in a deterministic formulation. It is assumed that the fluid is ideal and incompressible, and its motion, induced by small oscillations of the elastic element, is vortex-free. Then there exists a velocity potential that satisfies the Laplace equation. The method of given modes is used, the oscillation modes of the structural element without taking into account the attached fluid masses are chosen as the basic functions. To find the pressure of the liquid on the structural element, a hypersingular integral equation is received, the solution of which is carried out by the boundary element method, using the unknown density approximation by constants on the boundary elements. Next, the load parameters are fuzzified using triangular membership functions. Then the randomness of load parameters was added to the mathematical model. Fuzzy stochastic differential equations are obtained, which are solved by a numerical method. The presented numerical results demonstrate the influence of the uncertainty of the initial data on the behaviour of structural elements.

Key words: hydroelastic oscillations, hypersingular integral equation, boundary element method, methods of fuzzy mathematics.

Постановка проблеми

Ефективність та надійність роботи обладнання в різних інженерних застосунках залежить від його раціонального проектування. Таке проектування має враховувати наявність різних факторів, таких як взаємодія із оточуючим середовищем, інтенсивні силові та температурні впливи внаслідок землетрусів, терактів та інших форс-мажорних обставин. Зазвичай зовнішні навантаження мають випадковий характер. Навіть, якщо обмежитись гармонічним навантаженням, то такі параметри як частота, та амплітуда можна вважати заданими з деякою невизначеністю. Треба оцінити розбіжність результатів розрахунків динамічних характеристик устаткування, викликану невизначеністю початкових умов та параметрів навантаження. В цій роботі розглянуті вимушені коливання пружних елементів конструкцій, що взаємодіють з рідиною, за умови дії нечіткого гармонічного навантаження. Таке формулювання дає змогу надати більш адекватні характеристики міцності елементів конструкцій та знайти діапазони небажаних частот зовнішнього навантаження.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Проблема гідропружної взаємодії при вивченні коливань елементів конструкцій виникла ще в середині минулого століття, але інтерес до неї інженерів та науковців не вщухає дотепер. Це пов'язано із широким колом явищ, де потрібно враховувати взаємодію пружного тіла з рідиною або газом. Серед цих питань відмітимо дослідження міцності та вибір оптимальних параметрів лопатей повітряних установок [1], пропелерів субмарин [2], лопатей та проточних частин гідравлічних та парових турбін [3], аналіз коливань рідини в паливних баках [4] та резервуарах для збереження нафти [5], коливань тонких пластин та оболонок в рідині [6], коливань елементів обладнання під час місії ракет-носіїв [7], деякі проблеми підтоплення міських територій [8]. Останнім часом розвинені потужні числові методи для розв'язання крайових задач гідропружної взаємодії. Найбільш ефективними виявились методи скінченних елементів [9], скінченних об'ємів [10], методи теорії потенціалу з використанням граничних інтегральних рівнянь [11]. Але, навіть отримані із задовільною точністю числові розв'язки не дають змогу зробити висновки щодо надійності експлуатації обладнання внаслідок завжди присутній невизначеності в параметрах навантаження та вихідних даних. Наразі з'явилась низка досліджень, в яких використовуються поняття нечіткої математики та нечіткої логіки. Концепції нечіткого параметра та нечіткої логіки вперше були запропоновані Zadeh в [12], і з того часу вони стали потужним інструментом для моделювання невизначеності у різноманітних практичних інженерних питаннях [13]. Слід зазначити, що для такого математичного моделювання необхідне використання нечітких диференціальних рівнянь. Одним із способів подолати невизначеність є додавання випадковості деяким параметрам моделі за допомогою реалізації нечітких стохастичних диференціальних рівнянь [14].

Мета дослідження

Метою дослідження є створення розрахункової методики для оцінки динамічних характеристик елементів обладнання при взаємодії із рідиною, та за умови нечіткого завдання початкових умов та параметрів зовнішнього навантаження.

Викладення основного матеріалу дослідження

Метод граничних елементів в задачах гідропружної взаємодії елементів конструкцій

При застосуванні методу граничних елементів крайові задачі теорії пружності для елементів конструкцій, що взаємодіють із рідиною, зводяться до двовимірних сингулярних інтегральних рівнянь. Наведемо формулювання задачі. Розглянемо пружний елемент конструкції, що занурений в рідину, та здійснює коливання внаслідок дії деякого зовнішнього навантаження. Рівняння руху такого елемента у загальному вигляді можна подати таким чином:

$$\mathbf{M}_S \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_S \mathbf{U} = \mathbf{P} + \mathbf{F}. \quad (1)$$

Тут \mathbf{U} є вектором переміщень, \mathbf{M}_S , \mathbf{K}_S – матриці мас та жорсткості пружного елемента відповідно, \mathbf{P} – перепад тиску рідини на поверхнях елемента, \mathbf{F} – сила зовнішнього збудження.

Якщо рідина є нестисливою та нев'язкою, а її рух безвихровим, то існує потенціал швидкостей $\mathbf{v}(x, y, z, t) = \text{grad}\Phi(x, y, z, t)$, який задовольняє рівнянню Лапласа. На бокових поверхнях пружного елемента мають виконуватись умови непроникнення. Сформулюємо крайову задачу відносно потенціалу $\Phi(x, y, z, t)$

$$\Delta\Phi = 0, \quad \frac{\partial\Phi^\pm}{\partial\mathbf{n}} = (\dot{\mathbf{U}}, \mathbf{n}), \quad (2)$$

де \mathbf{n} є одиничною нормаллю до поверхні елемента. Оскільки ідеальна рідина створює лише нормальний тиск на поверхні зануреного тіла, то $\mathbf{P} = P\mathbf{n}$, при цьому величину P визначимо з лінеаризованого інтегралу Коші-Лагранжа

$$P = -\rho_l \left[\frac{\partial\Phi^+(x, y, z, t)}{\partial t} - \frac{\partial\Phi^-(x, y, z, t)}{\partial t} \right], \quad (3)$$

де ρ_l – густина рідини. Якщо розв'язок крайової задачі (2) знайдено, то можна записати

$$\Phi(x, y, z, t) = G(\dot{\mathbf{U}}), \quad \mathbf{P}(x, y, z, t) = -\mathbf{H}(\ddot{\mathbf{U}}), \quad (4)$$

де G , \mathbf{H} поки ще невідомі. Тоді

$$\mathbf{M}_S \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_S \mathbf{U} = -\mathbf{H}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{F}, \quad (5)$$

де \mathbf{H} є матрицею приєднаних мас рідини. Засіб її побудови з використанням методу граничних елементів наведено в [10]. Інтегральне подання для невідомого потенціалу швидкостей обрано як гармонічний потенціал подвійного шару

$$\Phi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \Gamma(\boldsymbol{\xi}, t) \frac{\partial}{\partial n_\xi} \left[\frac{1}{|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|} \right] dS_\xi, \quad \mathbf{x} = (x, y, z), \quad \boldsymbol{\xi} = (\xi, \eta, \zeta). \quad (6)$$

Тут $\Gamma(\boldsymbol{\xi}, t)$ – невідома густина потенціалу, \mathbf{n}_ξ є одиничним вектором нормалі до поверхні S_ξ . Надалі використовуємо метод заданих форм, тобто застосовуємо таке подання для визначення невідомих пружних переміщень:

$$\mathbf{U}(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^N c_k(t) \mathbf{U}_k(x, y, z), \quad (7)$$

в якому \mathbf{U}_k є формами коливань елемента конструкції в вакуумі (без врахування приєднаних мас). Тоді маємо таку формулу:

$$\Gamma(\boldsymbol{\xi}, t) = \sum_{k=1}^N \dot{c}_k(t) \Gamma_k(\boldsymbol{\xi}). \quad (8)$$

Функції $\Gamma_k(\xi)$ визначаються шляхом розв'язання таких гіперсингулярних інтегральних рівнянь:

$$\mathbf{N}\Gamma_k = \frac{1}{4\pi} \iint_S \Gamma_k(\xi) \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{n}_x \partial \mathbf{n}_\xi} \left[\frac{1}{|\mathbf{x}-\xi|} \right] dS_\xi = (\mathbf{U}_k, \mathbf{n}). \quad (9)$$

Маємо, використовуючи (3),(9),

$$\Phi^+ - \Phi^- = \sum_{k=1}^N \dot{c}_k(t) \Gamma_k(\mathbf{x}), P = -\rho_l \sum_{k=1}^N \ddot{c}_k(t) \Gamma_k(\mathbf{x}). \quad (10)$$

Таким чином,

$$\sum_{k=1}^N \ddot{c}_k(t) \mathbf{M}_S \mathbf{U}_k(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^N c_k(t) \mathbf{K}_S \mathbf{U}_k(\mathbf{x}) + \mathbf{n} \rho_l \sum_{k=1}^N \ddot{c}_k(t) \Gamma_k(\mathbf{x}) = \mathbf{F}. \quad (11)$$

З використанням співвідношень

$$\mathbf{K}_S(\mathbf{U}_k) = \omega_k^2 \mathbf{M}_S(\mathbf{U}_k), (\mathbf{M}_S(\mathbf{U}_k), \mathbf{U}_j) = \delta_{kj} \quad (12)$$

після виконання скалярного добутку рівняння (11) на функції \mathbf{U}_l здобудемо

$$\ddot{c}_l(t) [\delta_{kl} + \rho_l \sum_{k=1}^N (\mathbf{n} \Gamma_k(\mathbf{x}), \mathbf{U}_l)] + \omega_l^2 \delta_{kl} c_l(t) = (\mathbf{F}, \mathbf{U}_l). \quad (13)$$

Для однозначного розв'язку системи диференціальних рівнянь (13) треба додати початкові умови. В подальшому для розв'язання детерміністичної задачі обираємо нульові початкові умови, тобто вважаємо, що рух пластини в рідині почався із стану спокою.

Тестування детерміністичного методу

Розглянемо коливання круглої пружної пластини, зануреної в воду. Вважаємо, що пластинка жорстко закріплена вздовж контуру. Пластинка має такі фізичні та геометричні параметри: модуль пружності $E=2.06 \cdot 10^8$ Кра, коефіцієнт Пуассона $\nu=0.3$, густина матеріалу $\rho = 7850$ кг / м³, товщина $h = 0.01$ м, радіус пластини $R = 1.0$ м, рис. 1а).

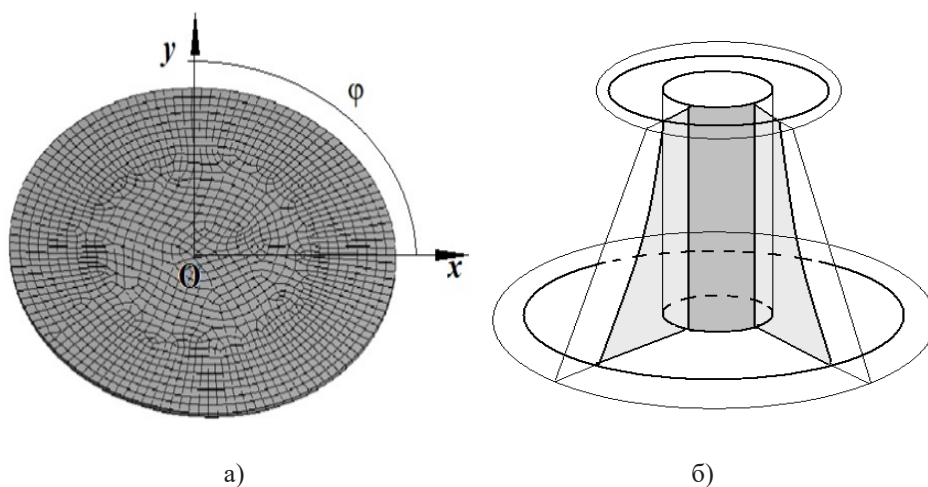


Рис. 1. Схеми елементів конструкцій, що взаємодіють із рідиною

Форми коливань цієї пластини у вакуумі знайдені у вигляді [15]

$$U_{km}(\rho, \varphi) = w_m(\rho) \cos k\varphi, \quad w_m(\rho) = J_0(\alpha_m \rho) - \frac{J_0(\alpha_m R)}{I_0(\alpha_m R)} I_0(\alpha_m \rho), \quad (14)$$

де $J_0(\alpha_m \rho)$, $I_0(\alpha_m \rho)$ – функції Бесселя та модифіковані функції Бесселя нульового порядку, α_m – корені характеристичного рівняння

$$J_0(\alpha R) I_1(\alpha R) - I_0(\alpha R) J_1(\alpha R) = 0. \quad (15)$$

Частоти коливань «сухої» круглї пластинки Ω знаходяться зі співвідношення

$$\alpha^4 = \Omega^2 \frac{12\rho(1-\nu^2)}{Eh^2}. \quad (16)$$

Для знаходження частот коливань пластини з урахуванням приєднаних мас рідини використовуємо рівняння (13) з нульовою правою частиною. При цьому застосовуємо числові розв’язки рівнянь (9). Слід зазначити, що як у випадку «сухої» пластини, так і при врахуванні доданих мас рідини існують кратні частоти, що відповідають таким формам

$$w_{11}(\rho) \cos \theta, w_{11}(\rho) \sin \theta, w_{21}(\rho) \cos 2\theta, w_{21}(\rho) \sin 2\theta. \quad (17)$$

У таблиці 1 нижче наведені значення частот для цих форм для «сухої» пластини Ω_{i1} і ω_{i1} , для пластини, зануреної в рідину, при жорсткому закріпленні. При визначенні частот та форм пластинки, зануреної в рідину, використано метод граничних елементів. На рис. 1а) наведено дискретизацію розрахункової області. Для отримання точності $\varepsilon=10^{-3}$ використано 9200 трикутних та чотирикутних граничних елементи.

Таблиця 1

Частоти коливань круглї пластини, Гц

i	0	1	2
Ω_{i1}	25.20	52.44	86.00
ω_{i1}	7.241	12.69	16.80

Зауважимо, що форми коливань пластини, зануреної в рідину, практично збігаються з формами коливань «сухої» пластини. Врахування наявності рідини призводить до значного зниження частот вільних коливань.

Наступний числовий результат стосується визначення матриці приєднаних мас для конструкції, що моделює робоче колесо радіально-осьової турбіни Френсіса, рис. 1б). Використано гіперсингулярні інтегральні рівняння, отримані за допомогою непрямого формулювання. Тут розглядався нескінченний об’єм рідини, а лопаті моделювалися тонкими поверхнями. Реалізація техніки граничних інтегральних рівнянь привела до наступної системи гіперсингулярних рівнянь:

$$\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_b} \iint_{\Omega_i} \gamma_i(\mathbf{x}) \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{n}(\mathbf{x}) \partial \mathbf{n}(\mathbf{x}_{0j})} \frac{1}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}_{0j}|} d\Omega_i = \frac{\partial w(\mathbf{x}_{0j})}{\partial t}, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (18)$$

де N_b – кількість лопатей у турбінному колесі Френсіса, N – кількість розрахункових точок, $\gamma_i(\mathbf{x})$ – невідомі густини; кожна з яких пропорційна перепаду тиску з обох сторін лопаті, функції $w(\mathbf{x}_{0j})$ зображують форми коливань лопаті без врахування приєднаних мас рідини.

У таблиці 2 наведено порівняння експериментальних даних із чисельними результатами.

Таблиця 2

Порівняння числових і експериментальних частот, Гц

Номер частоти	Числові результати	Експериментальні дані
	Метод граничних елементів	Турбоатом
1	22.2	21.6
2,3	28.7	28.5
4,5	32.9	32.7
6,7	37.8	37.2
8	45.3	40.2

В цьому випадку також наявні кратні частоти, що відповідають формам коливань у вигляді (17), але з функціями w_j , що залежать від поверхневих координат.

Експериментальні дані були отримані на підприємстві «Українські енергетичні машини» (раніше «Турбоатом») для моделі колеса турбіни Френсіса на електростанції П'єдра-дель-Агіла [10].

Отримані дані використовуються при відстроюванні від небажаних резонансних частот.

Комп'ютерне моделювання вимушених коливань конструкції за умови нечіткого завдання параметрів навантаження

Переходимо до числового розв'язання системи диференціальних рівнянь (13). Припустимо, що вектор \mathbf{F} подається таким чином:

$$\mathbf{F} = \mathbf{i}a_0 \cos(f_0 t) + \mathbf{k}a_1 \cos(f_0 t). \tag{19}$$

де f_0 є частотою зовнішнього навантаження, a_0, a_1 – амплітуди навантаження в горизонтальному та вертикальному напрямках.

Початкові дані обираємо у вигляді

$$c_k(t) = 0, \dot{c}_k(t) = 0, k \neq l, \dot{c}_l(t) = q_1. \tag{20}$$

Далі детерміновані параметри f_0, q_1, a_0, a_1 фазифікуються як трикутні нечіткі числа $B=(b_1, b_2, b_3)$ з використанням неосесиметричних функцій приналежності $\mu_B(x)$, зображених на рисунку 2.

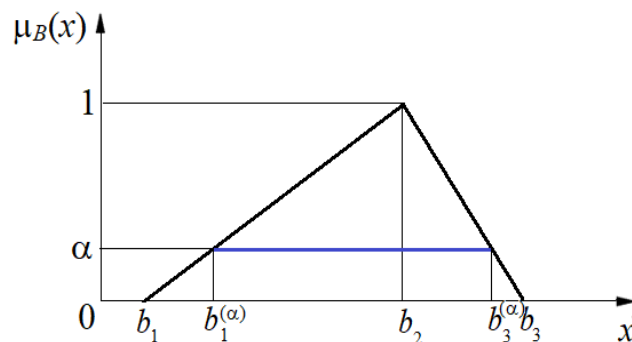


Рис. 2. Функція приналежності нечіткого числа

Функція приналежності $\mu_B(x)$ задається таким чином

$$\mu_B(x) = \begin{cases} (x - b_1)/(b_2 - b_1), & b_1 \leq x \leq b_2 \\ (b_3 - x)/(b_3 - b_2), & b_2 \leq x \leq b_3 \\ 0, & x < b_1, \quad x > b_3 \end{cases}$$

Чіткі інтервали B_α визначені операцією α -перерізу, отримуємо за допомогою наступного співвідношення $B_\alpha = [b_1^{(\alpha)}, b_3^{(\alpha)}]$, де $b_1^{(\alpha)} = (b_2 - b_1)\alpha + b_1$, $b_3^{(\alpha)} = (b_2 - b_3)\alpha + b_3$. Таким чином, всі чіткі параметри фазифікуються наступним чином

$$a_0 \leftrightarrow A_0 = (a_{01}, a_{02}, a_{03}), \quad a_1 \leftrightarrow A_1 = (a_{11}, a_{12}, a_{13}). \quad (21)$$

З фазифікованими параметрами числовий розв'язок системи (13) отримано за допомогою підходу, розробленого в [12], [14]. В результаті отримано α -перерізи для функції (\mathbf{U}, \mathbf{n}) для різних α , що дозволяє аналізувати невизначеності, внесені зовнішнім навантаженням при оцінці амплітуди коливань елементів пружної конструкції.

Нижче розглядаються інтервали α -перерізів для всіх нечітких параметрів, а також оцінюються нижня та верхня межі α -перерізів для амплітуди коливань. При цьому обирались такі трикутні нечіткі числа:

$$F_0 = (2.0, 3.45, 20.0), \quad Q_1 = (0.01, 0.05, 0.075), \quad A_0 = (0.01, 0.1, 0.2), \quad A_1 = (0.01, 0.05, 0.2).$$

Частота 3.45 Гц є основною частотою обертання валу турбіни, її розглядаємо як частоту зовнішнього навантаження. Зауважимо, що порівняно з частотою зовнішнього навантаження, що дорівнює 3.45 Гц, спектр власних частот конструкції значно вищий, як свідчать дані таблиці 2. Тому трикутне нечітке число обираємо з середнім значенням 3.45 Гц, та розповсюдженим до 20.0 Гц. Частота 20.0 Гц достатньо близька до першої власної частоти 22.2 Гц. При проведенні числового аналізу вважаємо, що коливання конструкції в рідині починається із стану спокою, але при розрахунках початкові дані також задаються нечітким числом Q_1 . Амплітуди зовнішнього навантаження задаємо нечіткими числами A_0 та A_1 . В таблиці 3 наведені верхні та нижні межі фазифікованих параметрів при різних α .

Таблиця 3

α -перерізи для фазифікованих параметрів

α -перерізи	0.25	0.5	0.75
f_0^L	2.7375	2.9750	3.2125
f_0^U	15.8525	11.7250	7.5875
a_0^L	0.0325	0.055	0.0775
a_0^U	0.175	0.15	0.125
a_1^L	0.02	0.03	0.08
a_1^U	0.165	0.125	0.0875
q_1^L	0.02	0.03	0.04
	0.06875	0.0625	0.05625

Нижче розглядаються інтервали α -перерізів для всіх введених нечітких параметрів, а також оцінюються нижня та верхня межі α -перерізів для максимальної амплітуди w коливань лопатей робочого колеса з урахуванням приєднаних мас.

Рисунки 3а)–3в) демонструють як чіткі розв’язки, так і нижню та верхню межі α -перерізів для функції w протягом перших 35 секунд руху для різних α .

Цифра 2 на цих рисунках відповідає чітким розв’язкам, цифрами 1 і 3 позначені нижня і верхня межі α -перерізів. Прийняті такі значення параметру α : 0.25, 0.5, 0.75, відповідні межі нечітких параметрів наведені в таблиці 3.

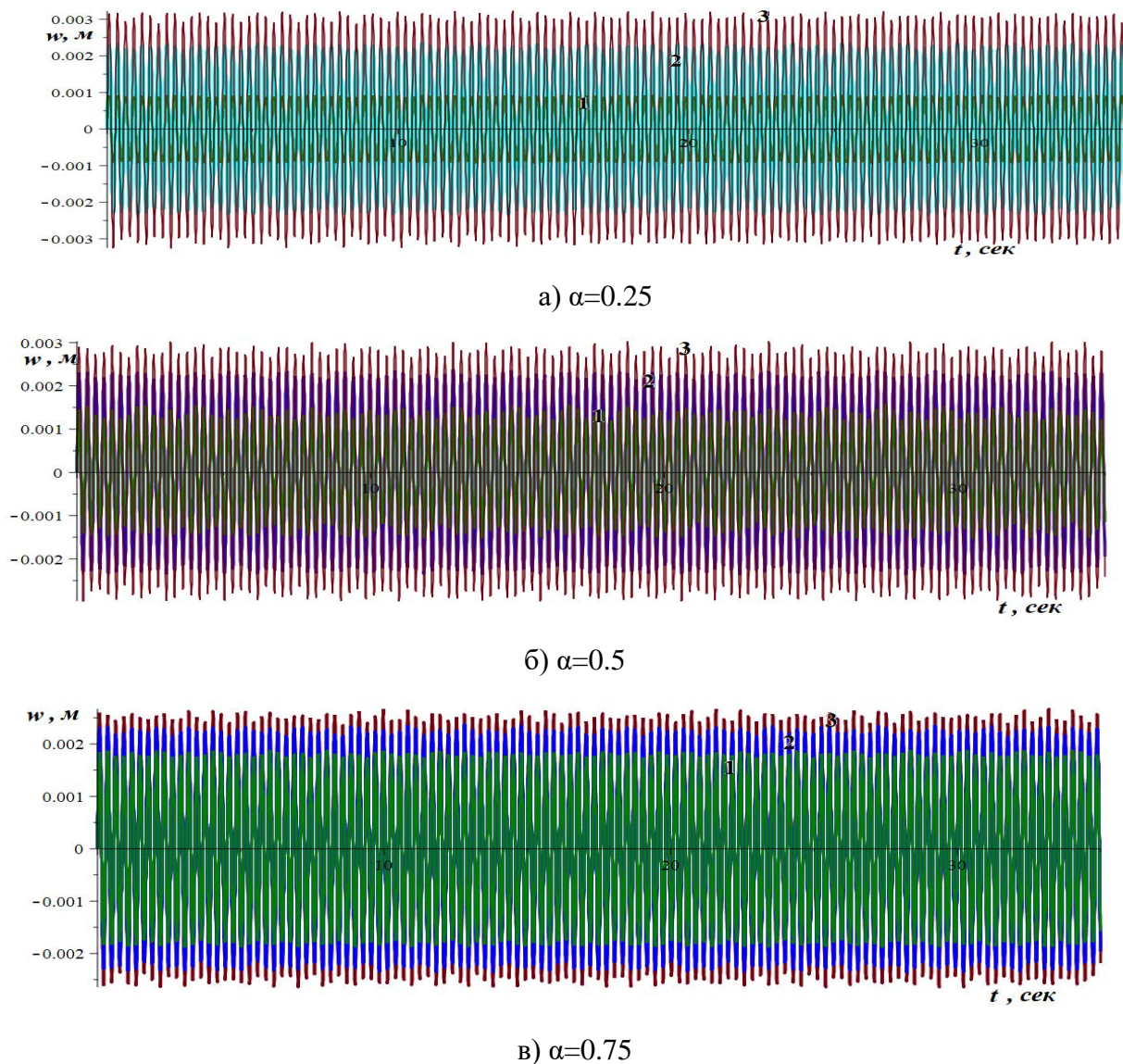


Рис. 3. Нижня та верхня межі α -перерізів для функції w

Висновки

Створено розрахункові моделі для перевірки достовірності відстроювання конструкції гідротурбіни від небажаних частот зовнішнього навантаження. З отриманих результатів можна зробити висновок, що в розглянутих діапазонах параметрів навантаження відбуваються малі коливання конструкції: найбільша амплітуда сягає 0,003 м на верхній межі α -перерізів. Це допустимі значення згідно з [10].

Список використаної літератури

1. Sierikova O., Strelnikova E., Degtyariov K. Numerical Simulation of Strength and Aerodynamic Characteristics of Small Wind Turbine Blades. In: Nechyporuk, M., Pavlikov, V., Kritskiy, D. (eds) *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering – 2022. ICTM 2022. Lecture Notes in Networks and Systems*, 657, 2023, Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-36201-9_31
2. Salvatore F., Sarichloo Z., Calcagni D. Marine Turbine Hydrodynamics by a Boundary Element Method with Viscous Flow Correction. *Journal of Marine Science and Engineering*. 6(2),53. 2018, <https://doi.org/10.3390/jmse6020053>
3. Rusanov A., Shubenko A., Senetskyi O., Babenko O., Rusanov R. Heating modes and design optimization of cogeneration steam turbines of powerful units of combined heat and power plant. *Energetika*, vol. 65(1), 39-50, 2019, <https://doi.org/10.6001/energetika.v65i1.3974>
4. Gnitko V., Karaiev A., Degtyariov K., Strelnikova E. Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells. *WIT Transactions on Engineering Sciences*, 126, 189-200, 2019, WIT Press, <https://doi.org/10.2495/BE420171>.
5. Gnitko V., Naumenko V., Rozova L., Strelnikova E. Multi-Domain Boundary Element Method for Liquid Sloshing Analysis of Tanks with Baffles. *Journal of Basic and Applied Research International*, 2016. 17(1), 75-87. URL: <https://www.ikppress.org/index.php/JOBARI/article/view/3788>.
6. Avramov K. V., E. A. Strelnikova. Chaotic vibrations of plates two-sided interacting with flux of moving fluid. *Int. Appl. Mech* 50. 2014. 329-335.
7. Gontarovskiy P., Smetankina N., Garmash N., Melezhyk I. Numerical Analysis of Stress-Strain State of Fuel Tanks of Launch Vehicles in 3D Formulation. In: Nechyporuk, M., Pavlikov, V., Kritskiy, D. (eds) *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering – 2020. ICTM 2020. Lecture Notes in Networks and Systems*, vol 188. 2021. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66717-7_52.
8. Serikova E., Strelnikova E., Yakovlev V. Mathematical model of dangerous changing the groundwater level in Ukrainian industrial cities, *Journal of Environment Protection and Sustainable Development*, vol. 1, pp. 86-90, 2015. /Files/journals/JTME/V3No1/StrelnikovaE.pdf.
9. Chantarawichit P., Sompornjaroensuk Y. Vibration of Circular Plates with Mixed Edge Conditions. Part I: Review of Research, *ITK Research Journal*, 14(2) pp. 136-156, 2020.
10. Kantor B., Strelnikova O., Medvedovska T., Rzhavska I., Yeseleva O., Lynnyk O., Zelenska O. Calculation of the Residual Resource of the Elements of the Flowing Section of HPS and HPSPP Hydro-Turbines. Methodological guidelines: normative document. SOU-N MEV 40.1 -21677681-51: 2011: approved by the Ministry of Energy and Coal Mining of Ukraine: effective as of 07.07.11. Kyiv: Ministry of Energy and Coal Mining of Ukraine. 76 p.
11. Karaiev A., Strelnikova E. Singular integrals in axisymmetric problems of elastostatics. *International Journal of Modeling. Simulation, and Scientific Computing*. 11(1), 2050003. 2020 <https://doi.org/10.1142/S1793962320500038>.
12. Zadeh L. A. Fuzzy sets, *Information and Control*, vol.8, 1965, pp. 338-353.
13. Andrić J., Lu D.-G., Seismic hazard analysis based on fuzzy-probabilistic approach, 6th ECCOMAS Thematic Conf. on Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering M. Papadrakakis, M. Fragiadakis (eds.), Greece, 15–17 June, 2017. <https://doi.org/10.7712/120117.5739.17539>.
14. Wang Z. W, Ge N., Li C. W., Structural Vibration Mode Fuzzy Control Based on BPNeural Network Algorithm, *Journal of Shandong University (Engineering Science)*, vol. 50, 243(05), 2020, pp. 17-23.
15. Gnitko V., Martynenko O., Vierushkin I., Kononenko Y., Degtyarev K. Coupled Finite and Boundary Element Methods in Fluid-Structure Interaction Problems for Power Machine Units.

In: Altenbach, H., et al. *Advances in Mechanical and Power Engineering. CAMPE 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. 2023. https://doi.org/10.1007/978-3-031-18487-1_29

References

1. Sierikova, O., Strelnikova, E., & Degtyariov, K. (2023). Numerical Simulation of Strength and Aerodynamic Characteristics of Small Wind Turbine Blades. In: Nechyporuk, M., Pavlikov, V., & Kritskiy, D. (Eds.). *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering – 2022. ICTM 2022. Lecture Notes in Networks and Systems*, 657, Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-36201-9_31 [in English]
2. Salvatore, F., Sarichloo, Z., & Calcagni, D. (2018). Marine Turbine Hydrodynamics by a Boundary Element Method with Viscous Flow Correction. *Journal of Marine Science and Engineering*, 6(2),53. <https://doi.org/10.3390/jmse6020053> [in English]
3. Rusanov, A., Shubenko, A., Senetskyi, O., Babenko, O., & Rusanov, R. (2019). Heating modes and design optimization of cogeneration steam turbines of powerful units of combined heat and power plant. *Energetika*, vol. 65(1), 39-50. <https://doi.org/10.6001/energetika.v65i1.3974> [in English]
4. Gnitko, V., Karaiev, A., Degtyariov, K., & Strelnikova, E. (2019). Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells, *WIT Transactions on Engineering Sciences*, 126, 189-200, WIT Press, <https://doi.org/10.2495/BE420171> [in English]
5. Gnitko, V., Naumenko, V., Rozova, L., & Strelnikova, E. (2016). Multi-Domain Boundary Element Method for Liquid Sloshing Analysis of Tanks with Baffles. *Journal of Basic and Applied Research International*, 17(1), 75–87. Retrieved from: <https://www.ikppress.org/index.php/JOBARI/article/view/3788> [in English]
6. Avramov, K.V., & Strelnikova, E.A. (2014). Chaotic vibrations of plates two-sided interacting with flux of moving fluid. *Int. Appl. Mech* 50. 329-335 [in English]
7. Gontarovskiy, P., Smetankina, N., Garmash, N., & Melezhyk, I. (2021). Numerical Analysis of Stress-Strain State of Fuel Tanks of Launch Vehicles in 3D Formulation. In: Nechyporuk, M., Pavlikov, V., Kritskiy, D. (eds) *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering – 2020. ICTM 2020. Lecture Notes in Networks and Systems*, vol 188. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66717-7_52 [in English]
8. Serikova, E., Strelnikova, E., & Yakovlev, V. (2015). Mathematical model of dangerous changing the groundwater level in Ukrainian industrial cities, *Journal of Environment Protection and Sustainable Development*, vol. 1, pp. 86-90. /Files/journals/JTME/V3No1/StrelnikovaE.pdf [in English]
9. Chantarawichit, P., & Sompornjaroensuk, Y. (2020). Vibration of Circular Plates with Mixed Edge Conditions. Part I: Review of Research, *ITK Research Journal*, 14(2) pp. 136-156 [in English]
10. Kantor, B., Strelnikova, O., Medvedovska, T., Rzhavska, I., Yeseleva, O., Lynnyk, O., & Zelenska, O. (2011). Calculation of the Residual Resource of the Elements of the Flowing Section of HPS and HPSPP Hydro-Turbines. Methodological guidelines: normative document. SOU-N MEV 40.1 -21677681-51: 2011: approved by the Ministry of Energy and Coal Mining of Ukraine: effective as of 07.07.11. Kyiv: Ministry of Energy and Coal Mining of Ukraine. 76 p. [in English]
11. Karaiev, A., & Strelnikova, E. (2020). Singular integrals in axisymmetric problems of elastostatics / *International Journal of Modeling. Simulation, and Scientific Computing*. 11(1), 2050003. <https://doi.org/10.1142/S1793962320500038> [in English]
12. Zadeh, L.A. (1965). Fuzzy sets, *Information and Control*, vol.8, pp. 338-353 [in English]
13. Andrić, J., Lu, D.-G. (2017). Seismic hazard analysis based on fuzzy-probabilistic approach, 6th ECCOMAS Thematic Conf. on Computational Methods in Structural Dynamics and

- Earthquake Engineering M. Papadrakakis, M. Fragiadakis (eds.), Greece, 15–17 June, 2017. <https://doi.org/10.7712/120117.5739.17539> [in English]
14. Wang, Z.W., Ge, N., & Li, C.W. (2020). Structural Vibration Mode Fuzzy Control Based on BPNeural Network Algorithm, *Journal of Shandong University (Engineering Science)*, vol. 50, 243(05), pp. 17-23 [in English]
 15. Gnitko, V., Martynenko, O., Vierushkin, I., Kononenko, Y., & Degtyarev, K. (2023). Coupled Finite and Boundary Element Methods in Fluid-Structure Interaction Problems for Power Machine Units. In: Altenbach, H., et al. *Advances in Mechanical and Power Engineering. CAMPE 2021. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-18487-1_29 [in English]

Дегтярьов Кирило Георгійович – к.т.н., молодший науковий співробітник відділу гідроаеромеханіки енергетичних машин Інституту проблем машинобудування імені А.М. Підгорного НАН України. E-mail: kdegt89@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4486-2468.

Гнітько Василь Іванович – к.т.н., старший науковий співробітник відділу гідроаеромеханіки енергетичних машин Інституту проблем машинобудування імені А.М. Підгорного НАН України. E-mail: gnitkovi@gmail.com, ORCID: 0000-0003-2475-5486.

Крютченко Денис Володимирович – провідний інженер відділу гідроаеромеханіки енергетичних машин Інституту проблем машинобудування імені А.М. Підгорного НАН України. E-mail: wollydenis@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6804-6991.

Верушкін Іван Олексійович – аспірант Інституту проблем машинобудування імені А.М. Підгорного НАН України. E-mail: ivanveruskin86@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3837-5567.

Корнейчук Микита Тимофійович – аспірант кафедри комп'ютерної фізики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. E-mail: korneichuk.nikita@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0189-6155.

Degtyarov Kyrylo Heorhiiovych – Ph.D., Junior Researcher, Department of Hydroaeromechanics of Power Machines at the A.M. Pidhornyy Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine. E-mail: kdegt89@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4486-2468.

Gnitko Vasyl Ivanovych – Ph.D., Senior Researcher, Department of Hydroaeromechanics of Power Machines at the A.M. Pidhornyy Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine. E-mail: gnitkovi@gmail.com, ORCID: 0000-0003-2475-5486.

Kriutchenko Denys Volodymyrovych – Leading Engineer, Department of Hydroaeromechanics of Power Machines at the A.M. Pidhornyy Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine. E-mail: wollydenis@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6804-6991.

Vierushkin Ivan Oleksiiovych – Postgraduate Student, Department of Hydroaeromechanics of Power Machines at the A.M. Pidhornyy Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine. E-mail: ivanveruskin86@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3837-5567.

Korneichuk Mykyta Tymofiiovych – Postgraduate Student, Department of Computer Physics at the V.N. Karazin Kharkiv National University. E-mail: korneichuk.nikita@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0189-6155.