

Г.А. ВІРЧЕНКО, П.М. ЯБЛОНСЬКИЙ
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
М.О. ТЕРЕЩУК
Київський національний університет будівництва і архітектури

КРИВІ БЕЗЬЄ ЗІ СТЕПЕНЕВОЮ ПАРАМЕТРИЗАЦІЄЮ

Сучасний розвиток різноманітної техніки характеризується широким використанням під час проектування, виготовлення та експлуатації комп'ютерних інформаційних технологій. Зазначені засоби для промислової продукції зазвичай являють собою інтегровані CAD/CAM/CAE/PLM (Computer-Aided Design/Computer-Aided Manufacturing/Computer-Aided Engineering/Product Life-cycle Management) системи. У вітчизняній практиці їм відповідає абревіатура САПР, тобто системи автоматизованого проектування. Одну з фундаментальних основ останніх становить геометричне моделювання. Для комп'ютерного формоутворення нині найбільш застосовуваний математичний апарат у вигляді NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines), тобто неоднорідних раціональних B-сплайнів, які постають базою для подальшого формування поверхонь, а потім і твердотільних фігур. Перелічені геометричні об'єкти забезпечують належне конструювання деталей, складаних одиниць, розроблення технологій їх виготовлення та експлуатації. Тому вдосконалення NURBS-ліній являє собою актуальну науково-прикладну проблему.

Криві Безьє є окремим різновидом NURBS-ліній, мають певні переваги та недоліки, іншими словами, свою сферу власного раціонального використання. Даною публікацією пропонується відмінна від традиційної лінійної степенева параметризація кривих Безьє. У статті показано, що при цьому не тільки зберігаються певні їхні корисні властивості, а й отримуються нові, доволі доречні для автоматизованого проектування багатьох промислових виробів, зокрема в галузі машинобудування. Це стосується побудови складених обводів першого та другого порядків гладкості, тобто за дотичною і кривиною, наприклад, зручністю включення до них прямолінійних відрізків.

Математичне опрацювання окреслених геометричних фігур потребує проведення подальших відповідних наукових розвідок, що становить предмет наступних досліджень у сфері комп'ютерного геометричного моделювання та автоматизованого проектування різноманітної промислової продукції. Також важливе завдання – узагальнення отримуваних теоретичних результатів, їх ретельна практична перевірка, Упровадження в реальне виробництво.

Ключові слова: автоматизоване проектування, геометричне моделювання, комп'ютерні інформаційні технології, криві Безьє, степенева параметризація, технічні об'єкти.

G.A. VIRCHENKO, P.M. YABLONSKYI
National Technical University of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"
M.O. TERESCHUK
Kyiv National University of Construction and Architecture

BEZIER CURVES WITH POWER PARAMETERIZATION

The modern development of various equipment is characterized by the widespread use of computer information technologies during its design, manufacture and operation. These tools for industrial production are usually integrated CAD/CAM/CAE/PLM (Computer-Aided Design/Computer-Aided Manufacturing/Computer-Aided Engineering/Product Life-cycle Management) systems. In domestic practice, they correspond to the abbreviation CAD, that is, computer-aided design systems. One of their fundamental bases is geometric modeling. Currently, the most widely used mathematical apparatus for computer modeling is the form of NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines), i.e. non-uniform rational B-splines. They are the basis for the further formation of surfaces, and then solid figures. The listed geometric objects ensure the proper design of parts, assembly units, and the development of technologies for their manufacture and operation. Therefore, the improvement of NURBS lines is an actual scientific and applied problem.

Bezier curves are a separate type of NURBS lines that have certain advantages and disadvantages, in other words, their own sphere of rational use. This publication proposes a power-law parameterization of these curves that differs from the traditional linear parameterization. The article shows that in this case, not only the certain useful properties of Bezier lines are preserved, but also new ones are obtained, appropriate for the computer-aided design of many industrial products, in particular, in the field of mechanical engineering. This applies to the construction of compound contours of the first and second order of smoothness, that is, by tangent and curvature, for example, the convenience of including straight line segments in them.

Mathematical processing of outlined geometric figures requires the solution of relevant scientific problems, which is the subject of further research in the field of computer geometric modeling and automated design of various industrial products. Also important is the task of generalizing the obtained theoretical results, their thorough practical verification, and implementation in real production.

Key words: automated design, geometric modeling, computer information technology, Bezier curves, power-law parameterization, technical objects.

Постановка проблеми

Сьогодні комп'ютерні інформаційні технології у вигляді систем автоматизованого проектування являють собою ефективний інструментарій для створення різноманітних технічних об'єктів. Основою зазначених процесів у багатьох випадках слугують засоби геометричного моделювання, тому їх подальше вдосконалення становить актуальну науково-прикладну проблему. Прогресивним напрямом в окресленій галузі вважається дефініція ліній, поверхонь і тіл у параметричній формі. Одними з широко вживаних у цьому плані є криві Безьє. Запропонованому їх представленню зі степеневою параметризацією присвячено дану публікацію. Отримані теоретичні та практичні результати сприяють покращенню математичного і програмного забезпечення систем автоматизованого проектування.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Базові математичні відомості стосовно формоутворення ліній і поверхонь у комп'ютерних геометричних конструкторських (Computer Aided Geometric Design) системах, тобто САГД-програмах, наведено у виданні [1]. Це стосується не тільки кривих Безьє, а й В-сплайнів, NURBS, відповідних поверхонь. Прикладами закордонних праць із досліджуваної тематики слугують роботи [2–4], у яких розглядаються конкретні питання автоматизованого формоутворення за допомогою ліній і поверхонь Безьє. До вітчизняних публікацій відносяться, зокрема, [5–8]. Статтю [5] присвячено наближенням кривих Безьє ламаними на основі алгоритмів розбиття опорних полігонів. У виданнях [6; 7] аналізується обчислення площ трапецій, обмежених лініями Безьє, подається належне практичне застосування під час комп'ютерного проектування авіаційної техніки. У праці [8] криві Безьє використовуються для опису форми конструкції за оптимізації клейових з'єднань, тобто в галузі знань, дотичній до геометричного моделювання. При цьому акцентується низка переваг, що забезпечують указані лінії. Усі зазначені вище публікації окреслюють перспективи відповідних подальших розвідок. Останнє засвідчує актуальність опрацьовуваної у даній статті наукової тематики.

Мета дослідження

Головне завдання цієї публікації полягає у висвітленні основних властивостей запропонованої нової параметризації кривих Безьє, ілюстрації на конкретних прикладах переваг розробленого математичного апарату. Важливе також питання визначення напрямів проведення відповідних подальших наукових досліджень.

Виклад основного матеріалу дослідження

Векторне параметричне рівняння кривої Безьє має вигляд:

$$\mathbf{r}(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,n} \mathbf{r}_i, \quad (1)$$

де $u \in [0, 1]$ – параметр; \mathbf{r}_i – радіус-вектори опорних точок; $n \in \mathbb{N}$;

$$B_{i,n} = \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-1} \quad (2)$$

є поліномами Бернштейна.

Геометричну інтерпретацію виразів (1) і (2) становить алгоритм де Кастельє. Послідовність зазначених дій полягає спочатку в поєднанні всіх опорних точок відрізками прямих з отриманням належної характеристичної ламаної з числом ланок n . Далі кожна з них поділяється у співвідношенні

$$u : (1-u) \quad (3)$$

і з'єднуються вказані точки. Таким чином, маємо нову ламану з кількістю ланок $n-1$.

Описаний процес повторюється до дефініції лише однієї точки кривої Безьє з величиною параметра u .

Таким чином, загальна кількість ланок-відрізків становить:

$$N_L = \sum_{k=1}^n k. \quad (4)$$

У даній праці пропонується узагальнення лінійної параметризації вигляду (3) на степеневу:

$$u^{m_k} : (1-u^{m_k}), \quad (5)$$

де індекс k відповідає залежності (4).

При $m_k=1$, $k \in (1 \dots N_L)$ співвідношення (5) відтворює вираз (3).

Проаналізуємо криві Безьє другого степеня, тобто коли $n=2$.

Згідно з формулами (1) ... (5), для лінійної параметризації маємо:

$$\mathbf{r}(u) = (1-u)^2 \mathbf{r}_0 + 2u(1-u) \mathbf{r}_1 + u^2 \mathbf{r}_2, \quad u \in [0, 1], \quad (6)$$

а для степеневі:

$$\mathbf{r}(u) = ((1-u^{m_1}) \mathbf{r}_0 + u^{m_1} \mathbf{r}_1)(1-u^{m_2}) + u^{m_2} ((1-u^{m_2}) \mathbf{r}_1 + u^{m_2} \mathbf{r}_2), \quad u \in [0, 1]. \quad (7)$$

Як видно, залежність (6) отримуємо з виразу (7) за умови:

$$m_1 = m_2 = m_3 = 1. \quad (8)$$

Тобто у цьому разі застосовується звичайна крива Безьє.

Опрацюємо співвідношення (7) із такими конкретними величинами:

$$\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0) = (0, 0); \quad \mathbf{r}_1 = (x_1, y_1) = (2, 2); \quad \mathbf{r}_2 = (x_2, y_2) = (4, 1); \quad m_3 = 1, \quad (9)$$

де $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0)$, $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1)$, $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2)$ – радіус-вектори в декартовій системі координат Oxy вершин характеристичної ламаної.

На рис. 1 показано більш товстою криву Безьє з лінійною параметризацією, а тоншими – зі степеневою. Штрихові лінії відтворюють дотичні в початковій та кінцевій точках. Рівняння (6) свідчить, що форма звичайної кривої Безьє є сталою. У випадку (7) варіювання параметрів m_k дає змогу змінювати її певним чином. Так, зокрема, найвищій лінії відповідають значення $m_1=2,5$ та $m_2=8$, трохи нижчій – $m_1=2,5$ і $m_2=3,5$. Далі йде звичайна крива Безьє, потім із величинами

$m_1=5, m_2=2$ та $m_1=20, m_2=2$. Отже, бачимо, що степенева параметризація забезпечує додаткову гнучкість порівняно зі звичайною кривою Безьє для геометричного моделювання під час автоматизованого проєктування технічних об'єктів.

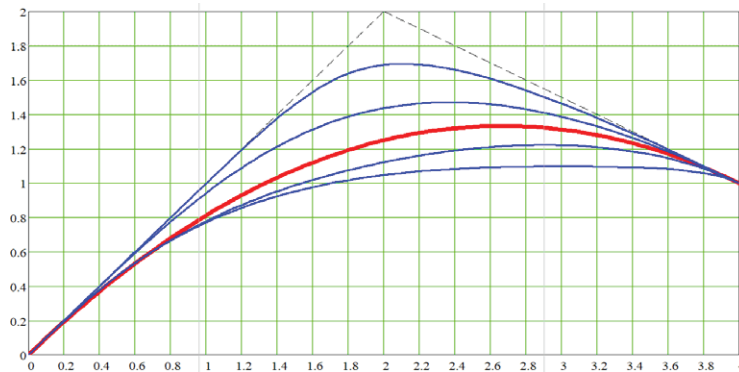


Рис. 1. Варіанти ліній Безьє другого степеня

Обґрунтуємо деякі властивості досліджуваної кривої вигляду:

$$\mathbf{r}(u) = ((1 - u^{m_1})\mathbf{r}_0 + u^{m_1}\mathbf{r}_1)(1 - u) + u((1 - u^{m_2})\mathbf{r}_1 + u^{m_2}\mathbf{r}_2), \quad u \in [0, 1]. \quad (10)$$

Важливим для конструювання багатьох технічних об'єктів у середовищі комп'ютерних інформаційних технологій є реалізація побудов складених обводів нульового, першого та другого порядків гладкості.

Підстановка до виразу (10) величин $u=0$ та $u=1$ засвідчує, що:

$$\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0 \quad \text{і} \quad \mathbf{r}(1) = \mathbf{r}_2, \quad (11)$$

тобто за наведених значень u ця крива проходить через точки \mathbf{r}_0 та \mathbf{r}_2 .

Покажемо, що опрацьовувана дуга на кінцях має дотичні, які за своїм напрямом збігаються з належними ланками характеристичного трикутника. Дотична лінії (10) у системі координат Oxy обчислюється за формулою:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx}(u) = \frac{dy(u)}{dx(u)} = \frac{dy(u)/du}{dx(u)/du} = \frac{d\mathbf{r}_y(u)}{d\mathbf{r}_x(u)}, \quad (12)$$

де

$$d\mathbf{r}_y(u) = (u^{m_1} - 1)y_0 - (u^{m_2} - 1)y_1 + m_1 u^{m_1-1}(u-1)(y_0 - y_1) - m_2 u^{m_2-1}(y_1 - y_2) - u^{m_1} y_1 + u^{m_2} y_2, \quad (13)$$

$$d\mathbf{r}_x(u) = (u^{m_1} - 1)x_0 - (u^{m_2} - 1)x_1 + m_1 u^{m_1-1}(u-1)(x_0 - x_1) - m_2 u^{m_2-1}(x_1 - x_2) - u^{m_1} x_1 + u^{m_2} x_2. \quad (14)$$

На підставі виразів (12) ... (14) для $m_1 > 1$ та $m_2 > 0$ отримуємо:

$$\frac{dy}{dx}(0) = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}, \quad \frac{dy}{dx}(1) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}. \quad (15)$$

Співвідношення (15) підтверджують збереження дотичних на кінцях модифікованої кривої Безьє.

Для промислової продукції доволі актуальне змінювання кривини проєктованих обводів. Для плоских ліній, що аналізуються, ця величина визначається залежністю:

$$k(u) = \frac{\left| \frac{dx(u)}{du} \cdot \frac{dy^2(u)}{du^2} - \frac{dx^2(u)}{du^2} \cdot \frac{dy(u)}{du} \right|}{\left(\left(\frac{dx(u)}{du} \right)^2 + \left(\frac{dy(u)}{du} \right)^2 \right)^{3/2}}. \quad (16)$$

Для звичайної кривої Безьє другого степеня:

$$\frac{dx(u)}{du} = 2 \cdot U \cdot X, \quad \frac{dx^2(u)}{du^2} = C \cdot X, \quad \frac{dy(u)}{du} = 2 \cdot U \cdot Y, \quad \frac{dy^2(u)}{du^2} = C \cdot Y, \quad (17)$$

де $U=[u-1 \ 1-2u \ u]$, $C=[2 \ -4 \ 2]$, $X=[x_0 \ x_1 \ x_2]^T$, $Y=[y_0 \ y_1 \ y_2]^T$.

Для кривої Безьє зі степеневою параметризацією:

$$\frac{dx(u)}{du} = U_1 \cdot X, \quad \frac{dy(u)}{du} = U_1 \cdot Y, \quad (18)$$

де $U_1=[f_1 \ -(f_1+f_2) \ f_2]$, $f_1=(m_1+1)u^{m_1}-m_1u^{m_1-1}$, $f_2=(m_2+1)u^{m_2}$,

$$\frac{dx^2(u)}{du^2} = U_2 \cdot X, \quad \frac{dy^2(u)}{du^2} = U_2 \cdot Y, \quad (19)$$

де $U_2=[f_3 \ -(f_3+f_4) \ f_4]$, $f_3=m_1(m_1+1)u^{m_1-1}-m_1(m_1-1)u^{m_1-2}$, $f_4=m_2(m_2+1)u^{m_2-1}$.

Співвідношення (16) ... (19) дають змогу обчислювати кривину ліній Безьє, що розглядаються.

Акцентуємо увагу на деяких моментах. Аналіз формул (18) і (19) показує, що m_1 та m_2 повинні задовольняти умові:

$$m_1 \geq 2, \quad m_2 \geq 1. \quad (20)$$

Це зумовлено проміжком змінювання параметра u .

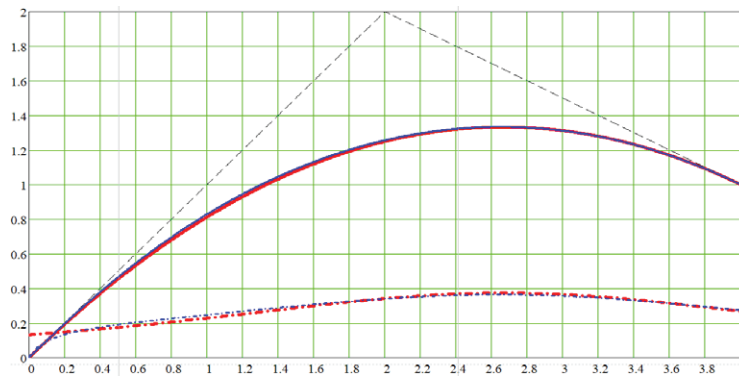
Підстановка до залежностей (19) значення $u=0$, а потім отриманих величин до виразу (16) свідчить, що для

$$m_1 > 2, \quad m_2 > 1 \quad (21)$$

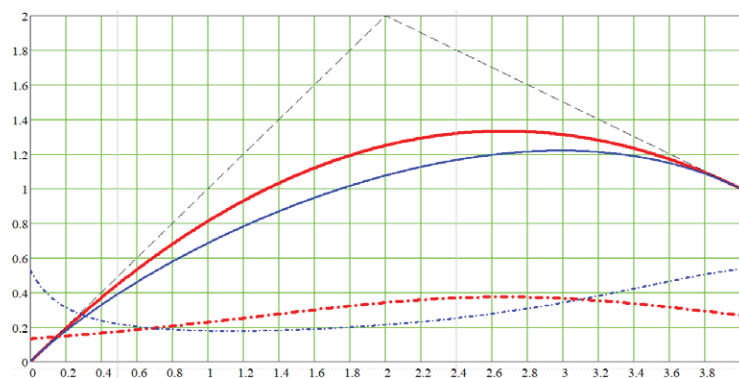
кривина k у цій точці дорівнює нулю.

Деякі приклади формоутворення проаналізованих ліній Безьє зі степеневою параметризацією на засадах викладеного математичного апарату (1) ... (21) ілюструють такі зображення. На рис. 2а показано випадок із параметрами $m_1=2,5$ та $m_2=8$. У даному разі крива Безьє зі степеневою параметризацією практично збігається з варіантом лінійної параметризації. Це стосується і змінювання кривини, яке відтворюють штрих-пунктирні лінії. Головна відмінність полягає у кривині в початковій точці, що для першого випадку дорівнює нулю. Даний інваріант для значень (20) забезпечує зручне додавання до складених обводів відрізків прямих, доволі поширених за геометричного моделювання різноманітних технічних

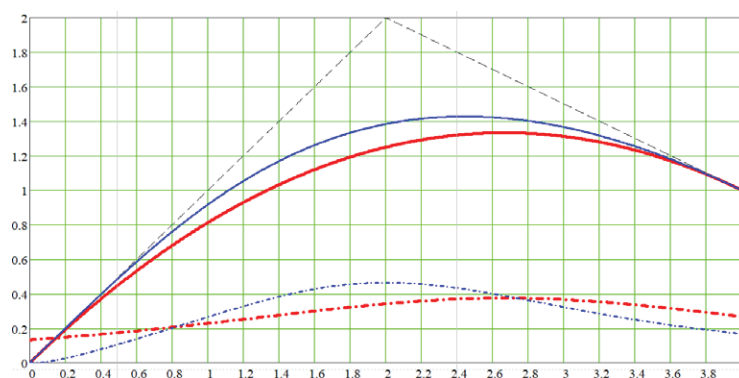
об'єктів, реалізуючи гладкість другого порядку. Цього звичайна лінія Безьє другого степеня зробити не може. Також маємо незалежність кривини в r_0 від положення r_1 та r_2 . Тобто їх розташування модифікується довільним чином, зберігаючи гладкість другого порядку в r_0 . Описане виконується й далі, наприклад коли до прямолінійного відрізка додається ще одна крива Безьє зі степеневою параметризацією. Можливе поєднання двох останніх і без проміжного прямолінійного відрізка.



а



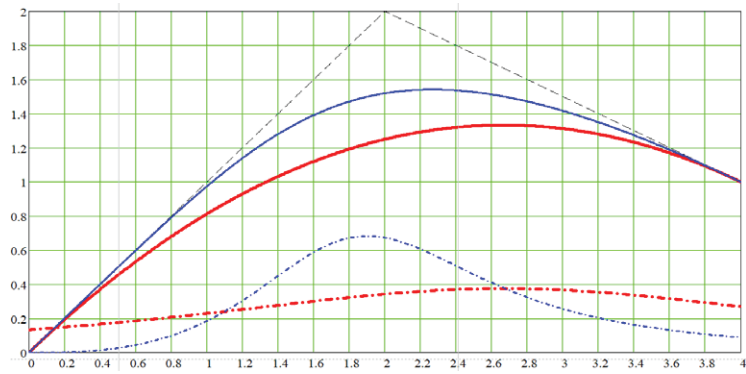
б



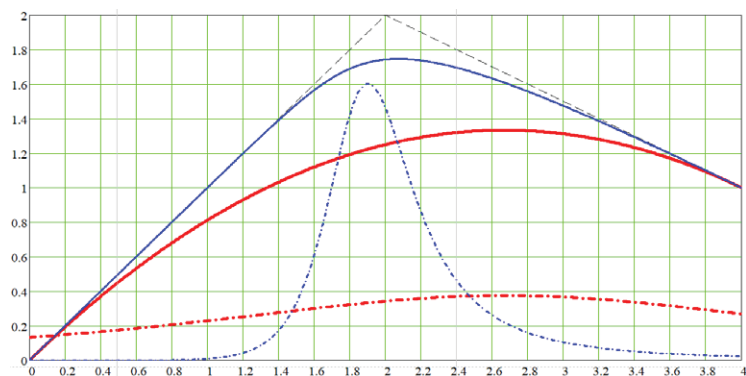
в

Рис. 2. Змінювання кривини ліній Безьє другого степеня:
 а – $m_1=2$ і $m_2=1,8$; б – $m_1=2$ та $m_2=1$; в – $m_1=2,5$ і $m_2=3$

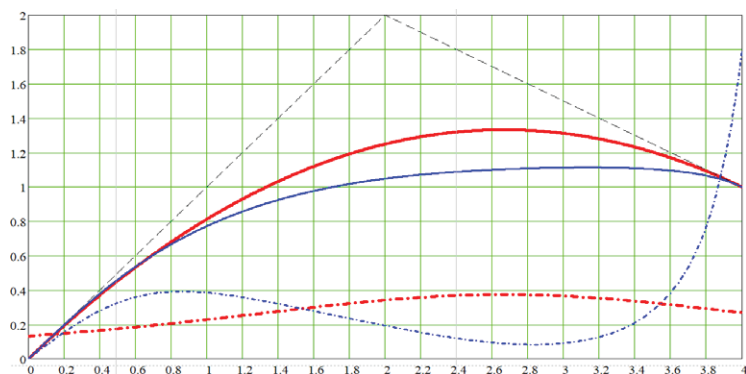
Ненульову кривину в точці r_0 ілюструє рис. 2б, а рис. 2в – ще один випадок відносно близької лінії зі степеневою параметризацією до звичайної кривої Безьє. Наступні зображення (рис. 3) відтворюють більш відмінні варіанти.



а



б



в

Рис. 3. Інші приклади ліній Безьє другого степеня:
а – $m_1=2,5$ і $m_2=4,5$; б – $m_1=2,5$ та $m_2=10$; в – $m_1=15$ і $m_2=2$

Таким чином, нами подано деякі базові властивості та основні переваги запропонованої степеневій параметризації кривих Безьє, які проілюстровано на прикладах ліній другого порядку.

Висновки

Публікацію присвячено подальшому розвитку засобів геометричного моделювання сучасних комп'ютерних інформаційних технологій. Запропоновано степеневу параметризацію кривих Безьє, що доволі популярні для автоматизованого проектування різноманітних технічних об'єктів. Це дало змогу розширити наявні можливості формоутворення за допомогою вказаних засобів. Окреслений напрям потребує проведення подальших наукових досліджень.

Список використаної літератури

1. Farin G. Curves and Surfaces for CAGD. A Practical Guide. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2002. 521 p.
2. Ursu-Fischer N., Popescu D., Radu I. Spline interpolation with third-degree Bezier functions. Acta Technica Napocensis. Series: Applied Mathematics, Mechanics and Engineering. Cluj-Napoca: TUCN, 2018. Vol. 61. Issue II. P. 167–174.
3. Arnal A., Monterde J. Bezier surfaces with prescribed diagonals. Journal of Computational and Applied Mathematics. 2023. № 424. 115018. URL: <https://www.sciencedirect.com/journal/journal-of-computational-and-applied-mathematics/vol/424/suppl/C> (дата звернення: 25.03.2024).
4. Wang H., Zhu C. The design of Bezier surface through quintic Bezier asymptotic quadrilateral. Journal of Computational Mathematics. 2019. Vol. 37. № 5. P. 720–737. doi: 10.4208/jcm.1809-m2016-0761.
5. Фролов О.В. Наближення кривих Безьє ламаними лініями на основі алгоритмів розбиття опорного полігона. Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка». 2019. № 28–29. С. 97–103. doi: 10.31474/1996-1588-2019-1-28-97-103.
6. Ванін В.В., Вірченко Г.А., Яблонський П.М. До питання геометричного моделювання з використанням кривих Безьє. Прикладна геометрія та інженерна графіка. 2020. Вип. 98. С. 29–34. doi: 10.32347/0131-579x.2020.98.29-34.
7. Вірченко Г.А., Яблонський П.М. Деякі аспекти комп'ютерного геометричного моделювання з використанням кривих Безьє. Прикладні питання математичного моделювання. 2020. Т. 3. № 1. С. 41–48. doi: 10.32782/2618-0340/2020.1-3.4.
8. Куреннов С.С., Барахов К.П., Барахова Г.С. Застосування кривих Безьє для опису форми конструкції при оптимізації клейового з'єднання. Системні дослідження та інформаційні технології. 2023. № 2. С. 127–138. doi: 10.20535/SRIT.2308-8893.2023.2.09.

References

1. Farin, G. (2002). Curves and Surfaces for CAGD. A Practical Guide. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers [in English].
2. Ursu-Fischer, N., Popescu, D., & Radu, I. (2018). Spline interpolation with third-degree Bezier functions. Acta Technica Napocensis. Series: Applied Mathematics, Mechanics and Engineering, 61-II, 167–174 [in English].
3. Arnal, A., & Monterde, J. (2024, March 25). Bezier surfaces with prescribed diagonals. Journal of Computational and Applied Mathematics. № 424 (2023) 115018. Retrieved from <https://www.sciencedirect.com/journal/journal-of-computational-and-applied-mathematics/vol/424/suppl/C> [in English].
4. Wang, H., & Zhu, C. (2019). The design of Bezier surface through quintic Bezier asymptotic quadrilateral. Journal of Computational Mathematics, 37–5, 720–737. doi: 10.4208/jcm.1809-m2016-0761 [in English].
5. Frolov, O.V. (2019). Nablyzhennia kryvykh Bezie lamany my liniiami na osnovi alhorytmiv rozbyttia opornoho polihona [Piecewise linear approximation of Bezier curves based on a control polygon subdivision]. Naukovi pratsi Donetskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu. Serii: Informatyka, kibernetyka ta obchysliuvalna tekhnika, 28–29, 97–103. doi: 10.31474/1996-1588-2019-1-28-97-103 [in Ukrainian].
6. Vanin, V.V., Virchenko, G.A., & Yablonskyi, P.M. (2020). Do pytannia heometrychnoho modeliuвання z vykorystanniam kryvykh Bezie [To the issue of geometric modeling using Bezier curves]. Applied Geometry and Engineering Graphics, 98, 29–34. doi: 10.32347/0131-579x.2020.98.29-34 [in Ukrainian].

7. Virchenko, G.A., & Yablonskyi, P.M. (2020). Deiaki aspekty kompiuternoho heometrychnoho modeliuвання z vykorystanniam kryvykh Bezie [Some aspects of computer geometric modeling using Bezier curves]. *Applied Questions of Mathematical Modelling*, 3–1, 41–48. doi: 10.32782/2618-0340/2020.1-3.4 [in Ukrainian].
8. Kurennov, S.S., Barakhov K.P., & Barakhova, H.S. (2023). Zastosuvannya kryvykh Bezie dlia opysu formy konstruktzii pry optymizatsii kleiovoho ziednannia [Application of Bezier curves for description of structure shape in optimization of adhesive joints]. *System Research and Information Technologies*, 2, 127–138. doi: 10.20535/SRIT.2308-8893.2023.2.09 [in Ukrainian].

Вірченко Геннадій Анатолійович – д.т.н., професор, завідувач кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп’ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: kpivir@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9586-4538.

Яблонський Петро Миколайович – к.т.н., доцент, доцент кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп’ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: ypn@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1971-5140.

Терещук Микола Олександрович – к.т.н., докторант кафедри архітектурних конструкцій Київського національного університету будівництва і архітектури. E-mail: nikolatereschuk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4444-3677.

Virchenko Gennadii Anatoliyovych – Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of Descriptive Geometry, Engineering and Computer Graphics of the National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute". E-mail: kpivir@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9586-4538.

Yablonskyi Petro Mykolaiovych – Ph.D in Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Descriptive Geometry, Engineering and Computer Graphics of the National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute". E-mail: ypn@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1971-5140.

Tereschuk Mykola Oleksandrovyeh – Ph.D in Technical Sciences, Doctoral Student of the Department of Architectural Structures of the Kyiv National University of Construction and Architecture. E-mail: nikolatereschuk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4444-3677.