УДК 519.7

Л.С. ГАВРИЛЬЧИК
Національний університет «Острозька академія»

ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ SIRV-МОДЕЛІ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕПІДЕМІЇ У КОНТЕКСТІ ПАНДЕМІЇ COVID-19 У РІВНЕНСЬКІЙ ОБЛАСТІ

Важливість здоров'я населення підкреслюється проблемами, пов'язаними з інфекційними захворюваннями, а досвід пандемії COVID-19 звертає нашу увагу на життєво важливу потребу в надійному механізмі охорони здоров'я. Динамічний характер передачі вірусу, що характеризується коливанням рівня інфекційності та появою нових штамів, вимагає комплексного підходу до управління системою охорони здоров'я. Модель SIRV є ключовим аналітичним інструментом, що дає змогу дослідникам та державі на будь-якому рівні симулювати сценарії, які вивчають вплив кампаній вакцинації на контроль та поширення хвороби. Завдяки об'єднанню вакцинованого населення у класичною схему Susceptible-Infected-Recovered (SIR) модель SIRV надає тонке розуміння того, як зусилля з імунізації можуть змінити динаміку захворювання. Ця модель ураховує вакциновану частину населення, уводячи критичну змінну в аналіз стратегій розвитку системи охорони здоров'я. За допомогою математичного моделювання SIRV-модель може передбачити результати вакцинації на різних рівнях, пропонуючи безцінні відомості для цілей й планування. Оскільки вакцинація стає ключовим механізмом захисту від інфекційних захворювань, такі моделі, як SIRV, є важливими для планування стратегій охорони здоров'я. Дані моделі не лише забезпечують теоретичну основу для розуміння потенційного вектору розвитку захворювань, а й сприяють оптимізації розподілу ресурсів для досягнення максимально можливого рівня імунітету в суспільстві. Окрім того, можливість адаптації моделі SIRV для включення додаткових змінних, таких як ефективність вакцини та ослаблення імунітету, дає змогу точніше та реалістичніше прогнозувати впливи на здоров'я населення. У ширшому контексті глобальної охорони здоров'я ідеї, отримані за допомогою моделі SIRV, підкреслюють важливість вакцинації для стримування захворювань. Оскільки світ продовжує боротися з пандемією COVID-19 і готується до майбутніх криз у сфері охорони здоров'я, роль прогностичного моделювання в обґрунтуванні рішень у даній сфері стає усе більш очевидною. Модель SIRV з її здатністю моделювати складну взаємодію між вакцинацією та поширенням хвороби є доказом ефективності математичного моделювання у покращенні нашого розуміння інфекційних захворювань. Власне, це підкреслює необхідність попереднього планування та цілеспрямованих стратегій утручання для пом'якшення впливу нинішніх і майбутніх пандемій.

Ключові слова: SIRV-модель, оцінка ефективності, епідемія, COVID-19, пандемія, інфекційні захворювання.

L.S. HAVRYLCHYK
National University of Ostroh Academy

EVALUATION OF THE EFFECTIVENESS OF THE SIRV MODEL FOR EPIDEMIC RESEARCH IN THE CONTEXT OF THE COVID-19 PANDEMIC IN THE RIVNE REGION

Public health's significance is underscored by the challenges posed by infectious diseases, with the COVID-19 pandemic highlighting the vital need for robust health systems. The dynamic nature of virus transmission, characterized by fluctuating infection rates and the emergence of new variants, necessitates a comprehensive approach to public health management. The SIRV model stands as a pivotal analytical tool, enabling researchers and the government to simulate scenarios that examine the impact of vaccination campaigns on controlling disease spread. By integrating vaccination into the classical Susceptible-Infected-Recovered (SIR) framework, the SIRV model offers a nuanced understanding of how immunization efforts can alter disease dynamics. This model accounts for the vaccinated segment of the population, introducing a critical variable into the examination of public health strategies. Through mathematical simulations, the SIRV model can predict outcomes of various vaccination rates, offering invaluable insights for planning purposes. As vaccination emerges as a key defense mechanism against infectious diseases, models like SIRV are essential for strategic health planning. They not only provide a theoretical framework for understanding the potential trajectory of diseases but also facilitate the optimization of resource allocation to achieve the highest possible level of community immunity. Moreover, the adaptability of the SIRV model to incorporate additional variables, such as vaccine efficacy and waning immunity, enables a more accurate and realistic projection of public health outcomes. In the broader context of global health, the insights derived from the SIRV model underscore the importance of vaccination in disease containment efforts. As the world continues to grapple with the COVID-19 pandemic and prepares for future health crises, the role of predictive modeling in informing public health decisions becomes increasingly apparent. The SIRV model, with its capacity to simulate the complex interplay between vaccination and disease spread, serves as a testament to the power of

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-1-3

mathematical modeling in enhancing our understanding of infectious diseases. It highlights the necessity of preemptive planning and targeted intervention strategies in mitigating the impact of current and future pandemics.

Key words: SIRV model, effectiveness assessment, epidemic, COVID-19, pandemic, infectious diseases.

Постановка проблеми

В основі базової SIR-моделі лежить теорія Кермака – МакКендрика, де стверджується, що розподіл інфекційної хвороби можна передбачити, коли вона поширюється між населенням протягом певного часу. Саме дана теорія стала результатом дослідження двох науковців, а умовною датою створення даної моделі можна вважати 1927 р. [1]. Проте, незважаючи на столітню давність даної моделі, вона і нині залишається ефективним інструментом для вивчення поширення інфекційних хвороб, зокрема завдяки тому, що дана модель легко піддається розширенню та модифікації. Однією з найпоширеніших її розширень є модель SIRV, що, власне, допомагає у вивченні впливу вакцинації на поширення інфекційної хвороби серед населення країни, окремого регіону чи області.

В Україні перші випадки захворювань на COVID-19 датуються 3 березня 2020 р. За перший рік епідемії в Україні середній рівень смертності становив 0,18%, проте на 24 лютого 2022 в. зріс до 0,86%, тобто фактично в чотири з половиною рази. Якщо говорити про поширення хвороби, то варто зазначити, що середній рівень зараженості за перший рік становив 9,57%, а на момент повномасштабного вторгнення Російської Федерації на територію України він уже зріс до 37,47%.

Розроблення вакцини від COVID-19 зайняла тривалий час, перші новини про успіхи у цьому напрямі почали з'являтися в кінці грудня 2020 р., а в лютому 2021 р. перша партія протестованих вакцин AstraZeneca прибула в Україну. Однак через низку недоліків та «доволі рідкісні побічні ефекти» в наступному держзамовленні дана вакцина була замінена на BioNTech, більш відому як Pfizer, яка уже встигла зарекомендувати себе як найефективніший препарат. Перші щеплення в Рівненський області були зареєстровані 25 лютого 2021 р.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Модель SIR не є чимось новим у науковому світі, тому публікацій, що вичерпно описують її, більше ніж удосталь. Проте все ж в першу чергу хотілося би виділити роботу А.Ґ. Маккендрика та В.О. Кермака, завдяки науковій праці яких стало можливим моделювання поширення інфекційних хвороб [1].

Значні внески щодо впливу вакцинації на поширення інфекційних хвороб, покращення та оптимізації SIRV-моделі були з боку японських учених, зокрема таких як М.О. Оке, О.М. Огунмілоро, Ч.Т. Акінвумі, Р.А. Раджі, але найбільше хотілося б виділити роботу М. Ісікави [3; 2].

Із початку поширення інфекційної хвороби найбільше були залучені китайські вчені, оскільки перші спалахи COVID-19 почали з'являтися саме в місті Ухань. Серед них можна виділити Ш. Ян, П. Цао, П. Ду, З. Ву, Ц. Чжуан, Л. Ян, С. Юй, Ц. Чжоу та багатьох інших. Завдяки тісній співпраці вчених було досліджено динаміку захворюваності та смертності в Китаї. Також у межах міжнародної співпраці були залучені спеціалісти зі США, зокрема Б. Дж. Коулінг та Л.А. Мейерс, для дослідження швидкості зараження, з боку Китаю дослідженням цієї проблеми займалися Ч. Ду, С. Сюй, Є. Ву та Л. Ван [5; 11].

В Україні дослідженням та моделюванням динаміки захворюваності на COVID-19 і впливом на неї сезонних чинників найбільше займалися А. Нікітін, І. Самойленко та І. Нестерук, а також у межах міжнародної співпраці українських та литовських університетів були залучені Є. Мейдуте-Каваляускене та С. Бекесіене [13; 14].

Мета дослідження

Мета роботи – проаналізувати динаміку захворюваності на COVID-19 на обласному рівні, а також зробити висновки щодо подальшої роботи у цій сфері. Розглядаючи специфіку пандемії

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-1-3

у конкретній області, ми намагаємося надати більш деталізований аналіз ситуації та впливу заходів, що вживаються для зменшення розповсюдження вірусу. Також спостереження за динамікою захворюваності на COVID-19 у Рівненській області дає можливість побачити взаємозв'язок між численними чинниками: соціально-економічними, демографічними, охорони здоров'я, та їхнім впливом на рівень поширення вірусу. Окрім того, урахування регіональних особливостей дає можливість планувати подальші дії з метою зниження захворюваності.

Виклад основного матеріалу дослідження

У дослідженні за участю близько 7 300 резидентів із восьми європейських країн удалося з'ясувати, що в середньому кількість контактів становила 13,4 на день. Частота контактів різнилася залежно від країни: Німеччина мала значно нижчу кількість контактів (7,95 контактів), а Італія (19,77) – найвищу. Серед різних вікових груп підлітки контактували приблизно з 18 особами, тоді як дорослі у віці 20–60 років мали близько 13 контактів, а особи віком 60 років і старше мали приблизно 8 [6]. Для України рівень контактів може бути таким самим низьким, як у Німеччині, або таким же високим, як в Італії. Хоча вагомі відхилення від цих цифр малоймовірні.

Важливість *середньої кількості контактів у моделі* полягає у її здатності продемонструвати *закон діючих мас* у дії. Цей принцип передбачає, що групи індивідів, по суті, однорідні, причому кожна особа взаємодіє з іншою приблизно однаково.

Дослідження епідемії грипу 1918 р. показують, що запобіжні заходи зменшили передачу інфекції на 40%. Закриття шкіл знизить рівень контактів на 50% (оскільки це впливає на частину населення з найвищим рівнем контактів). Добровільний домашній карантин (інфікованої особи та всіх членів сім'ї) знизить рівень контактів на 35%. Ізоляція лише інфікованих осіб (не членів сім'ї) знизить рівень контактів приблизно на 15% [7]. Ураховуючи результати цього дослідження та опитування резидентів європейських країн, припускаємо, що *середня кількість контактів* в Україні може становити 13,4 індивідів на день. Також ми припускаємо, що ефективність запобіжних заходів знизила цей показник на 50%, тому ми коригуємо дане значення до 6,7 для подальшого використання в моделі. Отже, виходячи з наших припущень, ми можемо сказати, що *середня кількість контактів* на особу в Рівненській області на початку епідемії та під час дії карантинних заходів могла становити 6,7 (табл. 1).

Імовірність зараження становить 2% (табл. 1). Поточне значення було отримано шляхом порівняння показників відтворення R_0 спільноти з нормальною кількістю контактів (1,4–3,9) і спільноти, яка знаходиться тривалий час ізольовано на круїзному судні, де спостерігається висока кількість контактів (14,8) [8]. Для порівняння: імовірність передачі H1N1, також відомого як «свинячий грип», була оцінена в 1,57% [9].

Беручи до уваги звіти щодо 10 перших випадків, можна стверджувати, що середня тривалість інфекційності пацієнтів становила 7,5 дні [4]. Остання ж оцінка серед 468 випадків становить від 3,68 до 4,75 дні [10]. Зовнішня оцінка у цих дослідженнях установила, що середня тривалість інфекційності пацієнтів становить від 8,71 до 10,9, що свідчить про більш вірогідний діапазон в 9–11 днів. Нагадаємо, що рекомендована тривалість карантину для потенційно інфікованих становить 14 днів [11]. Для моделі буде використана усереднена *тривалість інфекційності* в 10 днів (табл. 1).

Рівень вакцинації по всій Україні на становив 0,1% (табл. 1). Дане значення буде використано для моделі, щоб зрозуміти можливий вплив вакцинації на динаміку епідемічної ситуації в області.

Серед 4 млн підтверджених випадків COVID-19 в Україні 11,2% потребували госпіталізації, але скільки потребувало реанімаційної допомоги, на жаль, залишається невідомим, оскільки дані щодо реанімаційних заходів відсутні. Однак, звертаючись до інших досліджень, слід зазначити, що серед 44,5 тис підтверджених випадків, які були виявлені в Китаї на початку

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-1-3

пандемії, реанімаційної допомоги потребувало 4,7% [12]. Дане дослідження допоможе нам сформувати припущення, що в Україні реанімаційної допомоги потребувало приблизно стільки ж відсотків хворих. Указані коефіцієнти, що стосуються потреби інфікованих у госпіталізації та реанімації, представлені в табл. 1 під скороченнями *pNH* (*Need Hospitalization*) та *pNICU* (*Need Intensive Care Unit*), де літера *p* перед назвою вказує на те, що це відсоткове значення.

Починаючи з 24 лютого 2022 р. *середня смертність* серед хворих на COVID-19 в Україні становить 2,6%. На момент 24 лютого 2022 р. кількість нових випадків захворювань на COVID-19 становила 27,5 тис, а кількість одужалих від інфекційної хвороби – майже 35 тис осіб [5].

На момент початку пандемії, населення області становило 1 152 400 осіб, серед яких: інфікованих – 11 осіб, померлих – 1 особа, вакцинованих – 0 осіб.

Для отримання даних спостережень буде використано офіційний сайт МОЗ України та архівні дані із сайту МОЗ, опубліковані видавництвом Мінфіну [15].

Таблиця 1

Вхідні параметри SIRV-моделі

Символьне позначення	Назва параметру	Числове значення
S(0)	Особи, сприйнятливі до захворювання	1152400
I(0)	Інфіковані особи	11
R(0)	«Вилучені» особи	1
V(0)	Вакциновані особи	0
c	Середня кількість контактів	6,7
a	Імовірність зараження	2%
d	Тривалість інфекційності	10
v	Рівень вакцинації	0,1%
pNH	Особи які потребують госпіталізації (у %)	11,2%
pNICU	Особи які потребують реанімаційної допомоги (у %)	4,7%
m	Коефіцієнт смертності (на 1 мільйон)	2,6%

Урядові регуляції передбачили дію надзвичайної ситуації і карантину в Україні до 30 червня 2023 р. у зв'язку з COVID-19. Карантинні обмеження поділяються на декілька рівнів: зелений, жовтий, помаранчевий та червоний. У зеленій зоні діють обмеження на транспорт: 50% заповненість кінотеатрів, маски в будівлях, та умова: одна людина на 5 м^2 для масових заходів. Жовтий рівень передбачає обмеження для закладів, що можуть бути зняті за наявності COVID-сертифікатів та тестів. Помаранчева зона включає: обмеження жовтої, заборону на роботу ряду закладів, умову 1 на 20 м^2 та максимум 100 осіб на масових заходах. За червоного рівня обмеження суворіші, але «зелений» COVID-сертифікат дає змогу їх уникнути. Освітні заклади мали свої обмеження, а деякі місця, як-от банки та аптеки, працювали без обмежень на всіх рівнях, дотримуючись протиепідемічних правил. Місцеві органи мали можливість уводити додаткові обмеження, починаючи з помаранчевого рівня. 27 червня 2023 р. Кабінет Міністрів України своєю постановою скасував карантин через COVID-19 від 30 червня на всій території країни.

Використовуючи вхідні параметри у табл. 1, побудуємо SIRV-модель, використовуючи мову програмування R і програмне середовище для статистичних обчислень, аналізу та зображення даних у графічному вигляді RStudio. Також для побудови моделі буде використана бібліотека R Shiny, що, власне, дасть змогу зробити модель більш адаптивною та інтерактивною.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-1-3

Побудована інтерактивна модель являтиме собою окремий застосунок, створений із використанням указаної вище бібліотеки, який являтиме собою інтерактивний інструмент для моделювання та візуалізації різних аспектів епідеміології у межах моделі SIRV.

SIRV-модель додає до розрахунків категорію вакцинованих осіб. Дана модель має можливість бути доповненою, аби включати критичні параметри такі як смертність, імміграція, народжуваність, а також відновлення та імунітет. Однак навіть її базова форма може дозволити моделювати появу та розповсюдження різноманітних захворювань. У цьому контексті буде розглянуто лише версію доповненою групою вакцинованих осіб.

Розглянемо елементарну епідеміологічну модель, що розподіляє населення на певні групи в конкретний часовий період: особи, що є сприйнятливими до хвороби (*S – susceptible*), інфіковані особи (*I – infected*), «вилучені» особи (*R – removed*) та вакциновані особи (*V – vaccinated*). Група «вилучені» включає осіб, які не інфіковані та не є чутливими до захворювання; це можуть бути імунізовані особи, особи під карантином або померлі. У різних адаптаціях SIRV-моделі ця група може враховувати постійний або тимчасовий імунітет, отриманий через вакцинацію або хворобу [3]. Однак у цій спрощеній моделі імунітет (або відсутність чутливості до захворювання) є постійним. Особи можуть переходити з однієї групи до іншої; наприклад, особа може стати «вилученою» після відновлення від стану інфікованої. У цьому контексті модель ураховує взаємодію між різними групами населення (рис. 1).

Базове рівняння моделі SIRV виглядає так:

$$N = S(t) + I(t) + R(t) + V(t), \tag{1}$$

де N – це загальна кількість населення, яке приймається за константу; S(t) – сприйнятливе населення; I(t) – інфіковане населення; R(t) – «вилучене» населення; V(t) – вакциноване населення.

Для відображення динаміки зміни чотирьох підгруп, які в сукупності компенсують одне одного, користуємося таким рівнянням:

$$\frac{dS}{dt} + \frac{dI}{dt} + \frac{dR}{dt} + \frac{dV}{dt} = 0 \tag{2}$$

Розширена SIRV-модель, як і базова, передбачає, що значна частина індивідів із населення дотримується *закону діючих мас*, тобто вони вступають у контакт один з одним випадково. Імовірність контакту інфікованої особи з іншими особами серед населення описується фіксованим параметром *c*. Імовірність того, що хвороба дійсно передається, описується параметром *a*. Помноживши *a* і *c*, ми можемо звести ці дві константи в одну – β, яка вказуватиме на постійну швидкість передачі захворювання. Однак важливо звернути увагу на окремі компоненти β, коли йдеться про поширення хвороби у цілому. Закон діючих мас передбачає, що передача захворювання залежить від чисельності населення. Сталу середню швидкість «одужання» за одиницю часу позначимо як γ, що дорівнює $\frac{1}{d}$. Окрім цього, слід ураховувати швидкість вакцинації сприйнятливого населення, тобто ν. Також під час побудови моделі ми припускаємо, що імунітет є перманентним після другої дози вакцини, тому ми враховуємо частку населення, що пройшла повний курс вакцинації [2]. Дане припущення є справедливим для багатьох захворювань, таких як грип, винятком будуть лише хвороби, що передаються статевим шляхом. Однак захворювання, які мають альтернативні схеми передачі, виходять за рамки базової моделі.

Ураховуючи те, що моделювання епідемії проводиться для всієї області, нам слід нормалізувати значення *S(t)* та *I(t)*, зокрема поділивши ці значення на *N*. Необхідність даного кроку зумовлена тим, що ймовірність контакту індивіда, сприйнятливого до захворювання,

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-1-3

з інфікованим індивідом обернена пропорційно до чисельності популяції. Тобто зі збільшенням чисельності населення ймовірність зустрічі цих двох зменшується. Окрім цього, у рівняннях слід ураховувати, що після початку епідемії ефективна вакцина, яка б могла би протидіяти захворюванню, була відсутня. Лише після тривалого періоду часу в межах України почали з'являтися нові препарати, що могли стримувати вірус. Даний момент також урахований у моделі, тому калькуляція вакцинованих починається в умовний момент часу t = 410 (приблизний період часу, коли з'явилися перші вакцини).

Спираючись на твердження вище, побудуємо систему рівнянь:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta\frac{S(t)I(t)}{N} - \upsilon S(t) \tag{3}$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta\frac{S(t)I(t)}{N} - \gamma I(t) \tag{4}$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I(t) \tag{5}$$

$$\frac{dV}{dt} = \upsilon S(t) \tag{6}$$

Припустимо, що постійна швидкість передачі захворювання β і швидкість одужання γ, а також швидкості v є більшими за нуль. А швидкість оновлення сприйнятливого до захворювання населення, $\frac{dS}{dt}$ за визначенням нижче нуля. Отже, максимальна кількість сприйнятливих осіб серед населення в момент часу t=0, буде становити $S_{max} = S_0$.

Модель SIRV є системою чотирьох нелінійних диференціальних рівнянь, тому її неможливо вирішити явно. Однак систему можна розв'язати чисельно з різним ступенем точності, і цього більше ніж достатньо для розуміння моделі та використання її під час проведення різного роду запобіжних заходів [13].

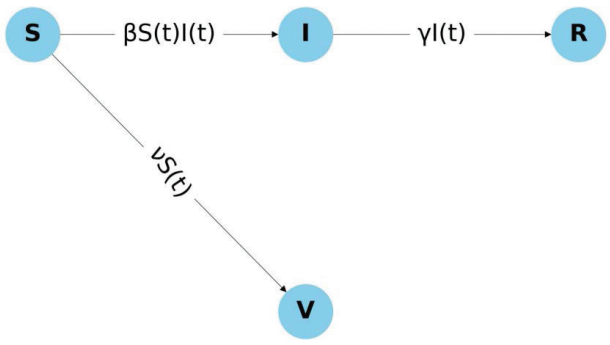

Рис. 1. Загальна схема SIRV-моделі

Установимо початкові умови. Нехай t=0 буде визначено як момент початку потенційної епідемії. Припустимо, що кількість сприятливого й інфікованого населення більше ніж нуль (інакше поширення хвороби було б неможливим). Також припустимо, що з початку епідемії імунітет до певної хвороби відсутній, відповідно, ми можемо встановити значення для «вилученого» населення рівним R(t)=0 в момент t=0. Ідентично ми можемо припустити, що для невідомої хвороби відсутня вакцина, а тому в момент t=0 вакциноване населення рівне V(t)=0.

$$S(0) = S_0 > 0,\ I(0) = I_0 > 0,\ R(0) = 0,\ V(0) = 0 \tag{7}$$

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-1-3

Знаючи значення β, γ, S_0 і $I_{0,}$ ми зможемо зрозуміти, чи поширюється інфекція та дізнатися максимальну кількість інфікованих осіб, на яку ми можемо очікувати. Для того щоб знайти швидкість зміни інфікованого населення в нульовий момент часу, ми підставляємо початкові значення в рівняння:

$$\frac{dI}{dt}\Big|_{t=0} = {}^{2} S_0 I_0 - {}^{3} I_0 \tag{8}$$

Таким чином, можемо припустити, що швидкість зміни інфікованої населення в момент 0 становить більше нуля, коли $\beta S_0 I_0 > \gamma I_0$, що можна відобразити так:

$$\beta S_0 I_0 > \gamma I_0 \tag{9}$$

$$\beta S_0 > \gamma \tag{10}$$

$$S_0 > \frac{{}^{3}}{2} \tag{11}$$

Виходячи із цього, ми можемо стверджувати, що швидкість зміни інфікованого населення буде додатною (кількість інфікованих збільшиться), коли відносна швидкість «вилученого» населення (швидкість одужання γ над швидкістю зараження β) буде меншою, ніж початкова кількість сприйнятливих до захворювання S_0. У цьому разі хвороба буде поширюватися.

Коли відносна швидкість «вилучення» більше, ніж початкова кількість сприйнятливих до захворювання S_0, тобто $\frac{dI}{dt}|_{t=0} < 0$, то це вказує на згасання спалахів хвороби і, відповідно, на відсутність епідемії.

Здійснення точної оцінки кількості пацієнтів, яким була потрібна госпіталізація (*NH*) та (або) реанімація (*NICU*), а також визначення приблизної кількості летальних випадків (*D*) є важливою частиною аналізу епідемії COVID-19. Розуміння цих метрик дає змогу оцінити навантаження на медичні заклади і медпрацівників та мобілізувати необхідні ресурси для ефективної роботи із захворюванням. Модель ураховує частку інфікованих у певний момент часу *I(t)*, визначені коефіцієнти *pNH* та *pNICU*, а також коефіцієнт *m*. Завдяки ним ми отримаємо такі рівняння:

$$NH = I(t)\, pNH \tag{12}$$

$$NICU = I(t)\, pNICU \tag{13}$$

$$D = I(t)\, m \tag{14}$$

Отже, побудувавши модель та орієнтуючись на отримані результати моделі, ми можемо порівняти їх із даними спостережень, починаючи з 27 березня 2020 р. Але в першу чергу варто ознайомитися із загальними результатами самої моделі. Моделювання проводилося протягом 900-денного періоду, що починається з початку епідемії (із моменту появи перших хворих в Україні) триває до 24 жовтня 2022 р., тобто сумарно період моделювання охоплює 2,5 роки.

У ході числових експериментів із моделлю ми змогли отримати дані, які відображають різні аспекти епідемії (табл. 2). У продемонстрованому відрізку даних був націлено встановлений

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-1-3

умовний момент часу t = 260 для демонстрації зміни вхідних даних у моделі з кожним новим кроком часу.

Таблиця 2

Приклад зміни вхідних даних у SIRV-моделі

t	*S*	*I*	*R*	*V*	*β*	*γ*	*ν*	*NH*	*NICU*	*D*
1.00	1152400.00	11.00	1.00	0.00	0.1340	0.10	0.00	1.23	0.52	0.29
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
260.01	972397.59	33951.86	146062.54	0.00	0.1340	0.10	0.00	3802.61	1595.74	882.75
261.01	968541.47	34390.77	149479.76	0.00	0.1340	0.10	0.00	3851.77	1616.37	894.16
262.01	964651.97	34819.66	152940.36	0.00	0.1340	0.10	0.00	3899.80	1636.52	905.31
263.01	960730.76	35237.90	156443.33	0.00	0.1340	0.10	0.00	3946.65	1656.18	916.19
264.01	956779.59	35644.85	159987.57	0.00	0.1340	0.10	0.00	3992.22	1675.31	926.77
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
410.00	633992.35	4508.44	513908.03	3.18	0.1340	0.10	0.0010	504.94	211.90	117.22
410.01	633990.91	4508.26	513908.70	4.14	0.1340	0.10	0.0010	504.93	211.89	117.21
410.02	633976.46	4506.51	513915.35	13.68	0.1340	0.10	0.0010	504.73	211.81	117.17
410.02	633976.46	4506.51	513915.35	13.68	0.1340	0.10	0.0010	504.73	211.81	117.17
410.04	633962.01	4504.76	513922.00	23.23	0.1340	0.10	0.0010	504.53	211.72	117.12
…	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
900.80	377467.24	0.00	529335.33	245609.42	0.1340	0.10	0.0010	0.00	0.00	0.00

Також зазначимо, що калькуляція вакцинованих відбувається за такою умовою:

$$\upsilon = \begin{cases} 0, \ t < 410 \\ 0.001, t \geq 410 \end{cases} \tag{15}$$

Аналізуючи зміни цих показників протягом часу, ми можемо відслідковувати тенденції та динаміку розвитку хвороби, що є критично важливим для розроблення стратегій активної протидії хворобі.

Із результатів побудованої моделі та з огляду на криву I можна судити, що пік епідемії припав на середину січня 2021 р. (приблизно починаючи з 15 або 20 січня), після чого епідемія почала повільно спадати протягом наступних чотирьох місяців, продовжуючи поширюватися в невеликих масштабах (рис. 2). Сприятливе до захворювання населення, яку репрезентує крива S, почало різко знижуватися після набуття нею пікових значень. Своєю чергою, кількість вилученого населення почала збільшуватися з огляду на криву R, що очікувано за взаємної залежності всіх змінних (рис. 2). Варто зазначити, що після повного курсу вакцинації імунітет є перманентним (за нашим попереднім припущенням). Отже, вакцинована частка населення буде вилучатися з групи сприятливого до захворювання населення, що, власне, зумовлює різкі зміни кривих S та V на графіку (рис. 2).

Необхідно додати, що можливий приріст інфікованих під час спалаху інфекції вплинув на збільшення кількості госпіталізованих із COVID-19, серед яких майже 5% у середньому потребували реанімаційної допомоги. Середня кількість смертей за рік від інфекції становила приблизно до 4%, а пікова кількість смертей становила приблизно 1 500, тоді як пікова кількість осіб, які потребували реанімаційної допомоги, становила 2 000 (рис. 3).

Однак якщо порівняти отримані дані з нашими спостереженнями, можемо зазначити, що модель та її результати містять значні відхилення, навіть якщо враховувати те, що сама SIRV-модель є спрощеним відображенням реальності. Зокрема, якщо глянути на кількість інфікованих, то можемо виявити, що там, де результати моделі вказують спад інфекції, у даних спостережень інфекція продовжує зростати серед населення (рис. 4). Поясненням тому може виступати декілька причин, зокрема: невраховані міграційні процеси та демографічна ситуація

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-1-3

в області; запроваджені урядом та органами місцевого самоврядування адаптивні карантинні заходи, які в певний час стримували поширення інфекції, а під час ослаблення сприяли її поширенню; найбільш імовірне повторне зараження населення, що вже відновилося новими штамами інфекції, що, власне, і зумовило хвилеподібність кривої.

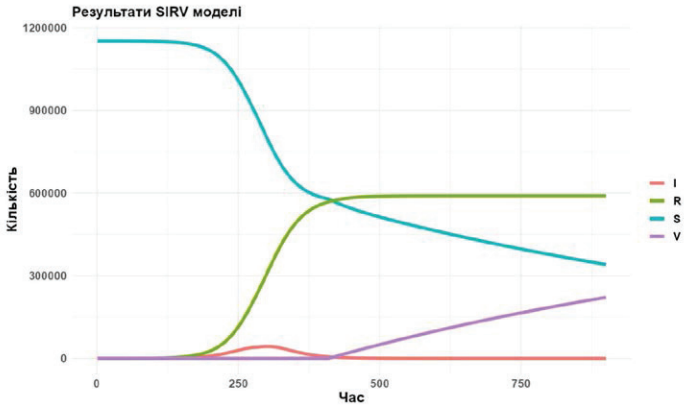

Рис. 2. Результати SIRV-моделі, що демонструють перебіг епідемії COVID-19

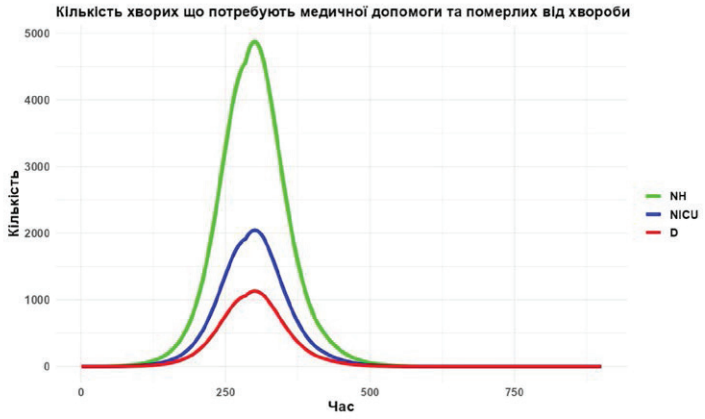

Рис. 3. Результати SIRV-моделі, що вказують на збільшення кількості хворих, які потребують медичної допомоги, та померлих від хвороби

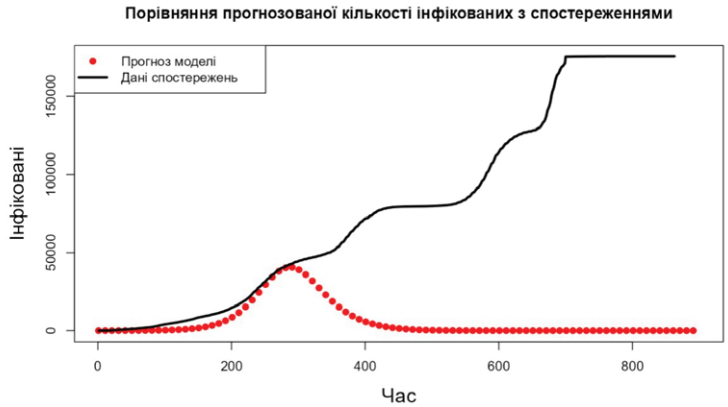

Рис. 4. Порівняння кількості інфікованого населення між результатами SIRV-моделі та даними спостережень від 27.03.2020

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-1-3

Проте дана модель надзвичайно ефективно відображає ситуацію протягом короткотривалого періоду часу з мінімальним відхиленням, що вказує на те, що вхідні коефіцієнти та значення, що допомагають визначити тривалість інфекції, були підібрані вірно (рис. 5).

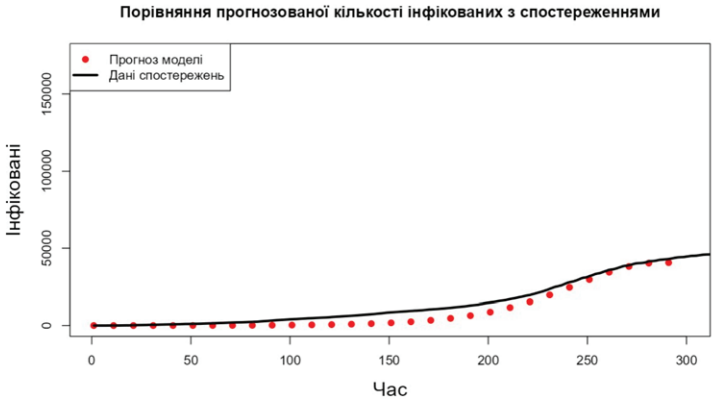

Рис. 5. Порівняння кількості інфікованого населення між результатами SIRV-моделі та даними спостережень від 27.03.2020 до 21.01.2021

Однак дана ситуація не стосується наступних графіків, що порівнюють: кількість вакцинованого населення, кількість «вилученого» населення (куди, нагадаємо, входять імунні, одужалі та померлі від хвороби) та рейтинг смертності серед населення.

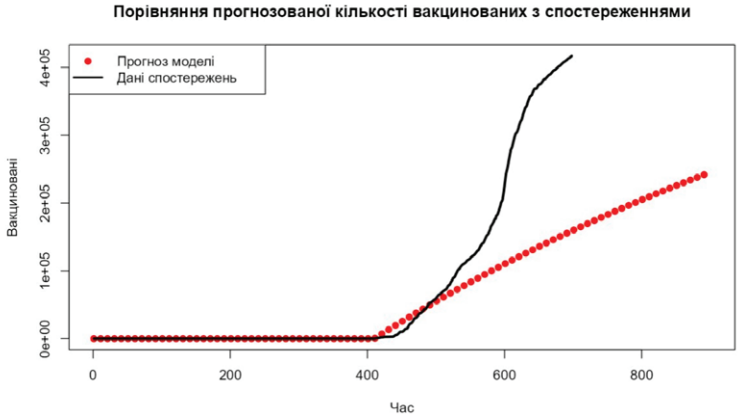

Рис. 6. Порівняння кількості вакцинованого населення між результатами SIRV-моделі та даними спостережень від 27.03.2020

Характеризуючи порівняльні результати вакцинованого населення, можна припустити, що коефіцієнт вакцинації був набагато вищий, аніж був попередньо зазначений у вхідних даних, що, власне, і могло спровокувати настільки значні відхилення в результатах самої моделі (рис. 6). Схожа ситуація також і з порівняльними результатами одужалого населення, де реальні результати набагато нижчі, що може вказувати на більш тривалий перебіг хвороби (рис. 7).

Порівняння прогнозованого рейтингу смертності, на жаль, абсолютно не описує реальної ситуації, оскільки прогнозований результат досягає свого піку разом із піком захворюваності, тоді як дані спостережень указують на поступово зростаючу смертність.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-1-3

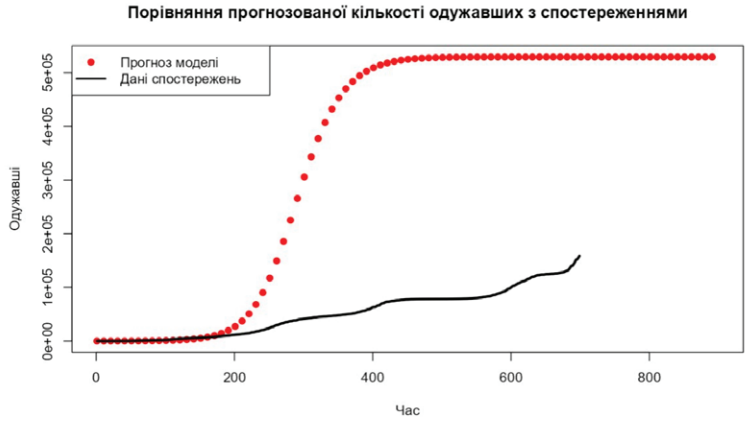

Рис. 7. Порівняння одужалого населення між результатами SIRV-моделі та даними спостережень від 27.03.2020

Висновки

Побудувавши SIRV-модель та провівши аналіз її результатів, ми можемо стверджувати, що модель дає змогу описати спалах епідемії й досягнення її пікового значення. Зокрема, спираючись на результати моделі, можна зазначити, що модель ідеально описує ситуацію протягом 2020–2021 рр., де модель найефективніше описує перебіг епідемії у Рівненській області.

Однак поточна модель містить низку похибок у зв'язку з тим, що не було враховано повторне зараження населення, що вже відновилося, що, власне, і могло викликати нові спалахи інфекції. Тому, ураховуючи це, слід обов'язково зазначити, що кількість індивідів у категорії вакцинованих та вилучених (або померлих) можуть не відповідати дійсності.

Проте слід однозначно заявити, що найефективнішим заходом для зниження епідемічного процесу, який впливає на характер кривих на рис. 2 та 7 і результати SIRV-моделі, залишається дотримання запобіжних і карантинних заходів та продовження активної вакцинації, оскільки це сприяє зменшенню ризику спалахів COVID-19.

Список використаної літератури

1. A contribution to the mathematical theory of epidemics. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, *Containing Papers of a Mathematical and Physical Character.* 1927. Т. 115, № 772. С. 700–721. https://doi.org/10.1098/rspa.1927.0118 (дата звернення: 22.02.2024).
2. Masaaki I. Optimal Strategies for Vaccination using the Stochastic SIRV Model. Transactions of the Institute of Systems, *Control and Information Engineers.* 2012. Т. 25, № 12. С. 343–348. https://doi.org/10.5687/iscie.25.343 (дата звернення: 22.02.2024).
3. Mathematical Modeling and Stability Analysis of a SIRV Epidemic Model with Non-linear Force of Infection and Treatment / M. O. Oke та ін. *Communications in Mathematics and Applications*. 2019. Т. 10, № 4. https://doi.org/10.26713/cma.v10i4.1172 (дата звернення: 22.02.2024).
4. Clinical Progression of COVID-19 Patient with Extended Incubation Period, Delayed RT-PCR Time-to-positivity, and Potential Role of Chest CT-scan / Burhan, E. та ін. Acta medica Indonesiana. 2020. Т. 52. № 1. P. 80–83.
5. Early estimation of the case fatality rate of COVID-19 in mainland China: a data-driven analysis / S. Yang та ін. *Annals of Translational Medicine.* 2020. Т. 8. № 4. P. 128. https://doi.org/10.21037/atm.2020.02.66 (дата звернення: 22.02.2024).
6. Social Contacts and Mixing Patterns Relevant to the Spread of Infectious Diseases / J. Mossong et al. *PLoS Medicine*. 2008. Т. 5. № 3. P. e74. https://doi.org/10.1371/journal.pmed.0050074 (дата звернення: 22.02.2024).

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-1-3

7. Bootsma M.C.J., Ferguson N.M. The effect of public health measures on the 1918 influenza pandemic in U.S. cities. *Proceedings of the National Academy of Sciences.* 2007. T. 104. № 18. P. 7588–7593. https://doi.org/10.1073/pnas.0611071104 (дата звернення: 22.02.2024).
8. Rocklöv J., Sjödin H., Wilder-Smith A. COVID-19 outbreak on the Diamond Princess cruise ship: estimating the epidemic potential and effectiveness of public health countermeasures. *Journal of Travel Medicine.* 2020. T. 27. № 3. https://doi.org/10.1093/jtm/taaa030 (дата звернення: 22.02.2024).
9. Multiple Estimates of Transmissibility for the 2009 Influenza Pandemic Based on Influenza-like-Illness Data from Small US Military Populations / P. Riley та ін. *PLoS Computational Biology*. 2013. T. 9. № 5. P. e1003064. https://doi.org/10.1371/journal.pcbi.1003064 (дата звернення: 22.02.2024).
10. Early Transmission Dynamics in Wuhan, China, of Novel Coronavirus–Infected Pneumonia / Q. Li et al. *New England Journal of Medicine.* 2020. T. 382. № 13. P. 1199–1207. https://doi.org/10.1056/nejmoa2001316 (дата звернення: 22.02.2024).
11. Serial Interval of COVID-19 among Publicly Reported Confirmed Cases / Z. Du et al. *Emerging Infectious Diseases.* 2020. T. 26. № 6. P. 1341–1343. https://doi.org/10.3201/eid2606.200357 (дата звернення: 22.02.2024).
12. CDC Weekly C. The Epidemiological Characteristics of an Outbreak of 2019 Novel Coronavirus Diseases (COVID-19) – China, 2020. *China CDC Weekly.* 2020. T. 2. № 8. P. 113–122. https://doi.org/10.46234/ccdcw2020.032 (дата звернення: 22.02.2024).
13. The Complex Systems for Conflict Interaction Modelling to Describe a Non-Trivial Epidemiological Situation / S. Bekesiene et al. *Mathematics.* 2022. T. 10. № 4. P. 537. https://doi.org/10.3390/math10040537 (дата звернення: 22.02.2024).
14. Nesteruk I. Simulations of new COVID-19 pandemic waves in Ukraine and in the world by generalized SIR model. *System research and information technologies.* 2022. № 2. P. 94–103. https://doi.org/10.20535/srit.2308-8893.2022.2.07 (дата звернення: 22.02.2024).
15. Коронавірус COVID-19: загальна статистика. *Мінфін*. URL: https://index.minfin.com.ua/ua/reference/coronavirus (дата звернення: 22.02.2024).

References

1. A contribution to the mathematical theory of epidemics. (1927). *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, *115*(772), 700–721. https://doi.org/10.1098/rspa.1927.0118 [in English].
2. Masaaki, I. (2012). Optimal Strategies for Vaccination using the Stochastic SIRV Model. *Transactions of the Institute of Systems, Control and Information Engineers*, *25*(12), 343–348. https://doi.org/10.5687/iscie.25.343 [in English].
3. Oke, M.O., Ogunmiloro, O.M., Akinwumi, C.T., & Raji, R.A. (2019). Mathematical Modeling and Stability Analysis of a SIRV Epidemic Model with Non-linear Force of Infection and Treatment. *Communications in Mathematics and Applications*, *10*(4). https://doi.org/10.26713/cma.v10i4.1172 [in English].
4. Burhan, E., Prasenohadi, P., Rogayah, R., Isbaniyah, F., Reisa, T., & Dharmawan, I. (2020). Clinical Progression of COVID-19 Patient with Extended Incubation Period, Delayed RT-PCR Time-to-positivity, and Potential Role of Chest CT-scan. *Acta medica Indonesiana*, *52*(1), 80–83 [in English].
5. Yang, S., Cao, P., Du, P., Wu, Z., Zhuang, Z., Yang, L., Yu, X., Zhou, Q., Feng, X., Wang, X., Li, W., Liu, E., Chen, J., Chen, Y., & He, D. (2020). Early estimation of the case fatality rate of COVID-19 in mainland China: a data-driven analysis. *Annals of Translational Medicine*, *8*(4), 128. https://doi.org/10.21037/atm.2020.02.66 [in English].

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-1-3

6. Mossong, J., Hens, N., Jit, M., Beutels, P., Auranen, K., Mikolajczyk, R., Massari, M., Salmaso, S., Tomba, G. S., Wallinga, J., Heijne, J., Sadkowska-Todys, M., Rosinska, M., & Edmunds, W.J. (2008). Social Contacts and Mixing Patterns Relevant to the Spread of Infectious Diseases. *PLoS Medicine*, *5*(3), Article e74. https://doi.org/10.1371/journal.pmed.0050074 [in English].
7. Bootsma, M.C.J., & Ferguson, N.M. (2007). The effect of public health measures on the 1918 influenza pandemic in U.S. cities. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *104*(18), 7588–7593. https://doi.org/10.1073/pnas.0611071104 [in English].
8. Rocklöv, J., Sjödin, H., & Wilder-Smith, A. (2020). COVID-19 outbreak on the Diamond Princess cruise ship: estimating the epidemic potential and effectiveness of public health countermeasures. *Journal of Travel Medicine*, *27*(3). https://doi.org/10.1093/jtm/taaa030 [in English].
9. Riley, P., Ben-Nun, M., Armenta, R., Linker, J.A., Eick, A.A., Sanchez, J.L., George, D., Bacon, D.P., & Riley, S. (2013). Multiple Estimates of Transmissibility for the 2009 Influenza Pandemic Based on Influenza-like-Illness Data from Small US Military Populations. *PLoS Computational Biology*, *9*(5), P. e1003064. https://doi.org/10.1371/journal.pcbi.1003064 [in English].
10. Li, Q., Guan, X., Wu, P., Wang, X., Zhou, L., Tong, Y., Ren, R., Leung, K.S.M., Lau, E.H.Y., Wong, J.Y., Xing, X., Xiang, N., Wu, Y., Li, C., Chen, Q., Li, D., Liu, T., Zhao, J., Liu, M., ... Feng, Z. (2020). Early Transmission Dynamics in Wuhan, China, of Novel Coronavirus–Infected Pneumonia. *New England Journal of Medicine*, *382*(13), 1199–1207. https://doi.org/10.1056/nejmoa2001316 [in English].
11. Du, Z., Xu, X., Wu, Y., Wang, L., Cowling, B.J., & Meyers, L.A. (2020). Serial Interval of COVID-19 among Publicly Reported Confirmed Cases. *Emerging Infectious Diseases*, *26*(6), 1341–1343. https://doi.org/10.3201/eid2606.200357 [in English].
12. CDC Weekly, C. (2020). The Epidemiological Characteristics of an Outbreak of 2019 Novel Coronavirus Diseases (COVID-19) — China, 2020. *China CDC Weekly*, *2*(8), 113–122. https://doi.org/10.46234/ccdcw2020.032 [in English].
13. Bekesiene, S., Samoilenko, I., Nikitin, A., & Meidute-Kavaliauskiene, I. (2022). The Complex Systems for Conflict Interaction Modelling to Describe a Non-Trivial Epidemiological Situation. *Mathematics*, *10*(4), 537. https://doi.org/10.3390/math10040537 [in English].
14. Nesteruk, I. (2022). Simulations of new COVID-19 pandemic waves in Ukraine and in the world by generalized SIR model. *System research and information technologies*, (2), 94–103. https://doi.org/10.20535/srit.2308-8893.2022.2.07 [in English].
15. Koronavirus COVID-19: zahalna statystyka. (b. d.). [The COVID-19 coronavirus: general statistics]. *Minfin.* Retrieved from: https://index.minfin.com.ua/ua/reference/coronavirus [in Ukrainian].

Гаврильчик Леонід Сергійович – аспірант кафедри економіко-математичного моделювання та інформаційних технологій Національного університету «Острозька академія». E-mail: leonid.havrylchyk@oa.edu.ua, ORCID: 0000-0002-5570-1168.

Havrylchyk Leonid Serhiiovych – Postgraduate student of the Department of Economic-Mathematical Modeling and Informational Technologies of the The National University of Ostroh Academy. E-mail: leonid.havrylchyk@oa.edu.ua, ORCID: 0000-0002-5570-1168.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-1-3