УДК 621.384.6

О.С. МАЗМАНІШВІЛІ, М.Г. РЕШЕТНЯК

Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут»

МОДЕЛЮВАННЯ ТРАЄКТОРІЙ ЕЛЕКТРОНІВ У ЗБУРЕНОМУ ВИПАДКОВИМИ Завадами магнітному полі магнетронної гармати

У роботі розглянуто рух електронів у циліндричному магнітному полі зі змінною напруженістю вздовж осі поля. Застосовано чисельну модель для розподілу магнітного поля магнетронної гармати, в якій основне поле зазнає випадкових обурень, а також алгоритмічне перетворення дослідних даних поля аналітичними функціями. У використаній моделі як перешкоду застосовано датчик нормальних випадкових чисел з нульовим математичним очікуванням та дисперсією, величина якої варіюється. Мета роботи – отримання характеристик електронного пучка з енергією 20–30 кеВ у поздовжньому та радіальному напрямках під час його транспортування у збуреному магнітному полі соленоїда магнетронної гармати. Синтезовано алгоритм, на основі якого побудовано програмний засіб, використання якого дало можливість промоделювати основні залежності руху електронного пучка в заданому збуреному соленоїдальному магнітному полі. Представлені результати чисельного моделювання траєкторій електронів в основному обуреному на заваді магнітному полі магнетронної гармати градієнтного типу з вторинноемісійним катодом. Розглянуто формування пучка з енергією 20–30 кеВ у робочому об'ємі гармати під час його транспортування в магнітному соленоїдальному полі з великим градієнтом. Під час виконання моделюючих розрахунків отримані основні характеристики електронного пучка. Визначено граничні режими пучка частинок під час їхнього руху вздовж осі транспортування. Як критерій якості вибрані СКВ електронів по вертикалі та вертикальному куту. Досліджено залежність формування результуючого розподілу частинок від величини амплітуди випадкового обурення магнітного поля вздовж осі системи. Отримано залежність поздовжнього розкиду частинок від амплітуди випадкових збурень по вертикалі та вертикальному куту. Показано, що за наявних СКВ обурення магнітного поля в магнетронних знаряддях під час руху частинок характеристики електронного пучка в основному і збудженому полях залишаються подібними та стійкими.

Ключові слова: електронний пучок, магнетронна гармата, динаміка електронів, градієнтне обурене магнітне поле, математичне моделювання, дослідні дані.

> O.S. MAZMANISHVILI, N.G. RESHETNYAK National Science Center "Kharkiv Institute of Physics and Technology"

MODELING OF ELECTRON TRAJECTORIES IN THE MAGNETIC FIELD OF THE MAGNETRON GUN DISTURBED BY RANDOM INTERFERENCE

The paper considers the motion of electrons in the cylindrical magnetic field with variable strength along the field axis. The numerical model is used for the distribution of the magnetic field of the magnetron gun, in which the main field experiences random disturbances, as well as an algorithmic transformation of the experimental field data by analytical functions. In the algorithmic model, the normal random number generator with zero mathematical expectation and the variance, the value of which varies, is used as interference. The purpose of the work is to obtain the characteristics of the electron beam with energy of 20–30 keV in the longitudinal and radial directions during its transportation in the disturbed magnetic field of the solenoid of the magnetron gun. The algorithm is synthesized, on the basis of which the software tool is built, the use of which made it possible to simulate the main dependencies of the electron beam motion in the given disturbed solenoidal magnetic field. The article presents the results of numerical modeling of electron trajectories in the main magnetic field of the gradient-type magnetron gun with the secondary-emission cathode disturbed by interference. The formation of a beam with energy of 20-30 keV in the working volume of the gun during its transportation in the solenoidal magnetic field with large gradient is considered. The main characteristics of the electron beam are obtained. The influence of initial conditions during electron emission is studied. The basic characteristics of the electron beam were obtained during the simulation calculations. The limiting modes of the particle beam during their motion along the transportation axis were determined. The root-mean-square spreads of electrons along the vertical and vertical angle were chosen as the quality criterion. The dependence of the formation of the resulting particle distribution on the amplitude of the random magnetic field disturbance along the system axis was investigated. The dependence of the longitudinal scatter of particles on the amplitude of random disturbances along the vertical and vertical angle was obtained. It was shown that with the existing root mean square of the magnetic field spread disturbance in magnetron guns during particle motion, the characteristics of the electron beam in the main and excited fields remain similar and stable.

Key words: electron beam, magnetron gun, electron dynamics, disturbed gradient magnetic field, mathematical modeling, experimental data.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-2-9

Постановка проблеми

Магнетронні гармати з холодними вторичноемісійними катодами перспективні для використання під час створення потужних НВЧ-приладів, прискорювальної техніки у зв'язку з високою щільністю струму, конструктивною простотою, стабільністю емісії катодів тощо [1; 2]. На основі магнетронної гармати зі вторинноемісійним катодом було створено прискорювач електронів, який використовує осьовий електронний пучок для опромінення металевих мішеней [3]. Як об'єкт дослідження магнетронна гармата має ту перевагу, що, з одного боку, вона може бути модифікована для проведення експериментів різного типу, а з іншого боку, незважаючи на складність виконання аналітичного дослідження, для отримання кількісних залежностей цілком можливе застосування обчислювальних методів та порівняння числових результатів з даними експерименту. Об'єктом роботи є вивчення параметрів електронного пучка, розподіленого під час емісії в площині, перпендикулярної осі системи, його транспортування в основному і інтенсивному градієнтному магнітному полі соленоїда, яке збурене випадковими перешкодами нормального типу з нульовим математичним сподіванням та дисперсією, величина якої варіюється. За допомогою побудованої моделі руху електронів у такому магнітному полі створено обчислювальне середовище, що моделює рух електронного потоку в області зростання поля. Метою досліджень було створення математичної моделі руху електронного пучка з енергією в десятки кеВ у градієнтному магнітному полі, розгляд залежності формування та стійкості траєкторій електронів пучка від розподілу магнітного поля вздовж осі системи. У роботі з урахуванням гамільтонового формалізму руху електронів у магнітному полі синтезовано програмний засіб, що дає змогу провести чисельне моделювання динаміки електронних потоків в основному магнітному полі соленоїда. Наводяться результати чисельного моделювання руху електронного потоку. Отримані результати моделювання показують межі стохастичної стійкості руху електронного пучка.

Електронні пучки різної конфігурації та інтенсивності широко застосовуються в електронно-променевих технологіях, високовольтній імпульсній НВЧ-електроніці, прискорювальній техніці тощо [1–4]. Коло завдань, на вирішення яких застосовуються електронні пучки, постійно розширюється. Проводяться дослідження з електронними пучками з різними енергіями та просторовою конфігурацією. Тому стає суттєвим питання про стійкість руху пучка за умов можливих збурень провідного магнітного поля гармати. У ННЦ ХФТІ використовуються джерела електронів з холодними катодами, що працюють у режимі вторинної емісії, поміщені в схрещені електричні та магнітні поля, при цьому як джерело електронів використовується магнетронна гармата. Вторинноемісійний механізм генерації пучка в такий гарматі внаслідок його слабко руйнівної дії на матеріал катода зумовлює збереження емісійних властивостей електронного джерела протягом тривалого часу. Удосконалення магнетронної гармати, що полягає у застосуванні інтенсивних магнітних полів з підвищеним градієнтом їхньої напруженості, приводить до необхідності розглянути питання про стійкість еволюції електронних пучків. У роботі досліджується вплив перешкод, що обурюють провідне магнітне поле в магнетроні, на тип траєкторій електронів.

Аналіз останніх результатів та публікацій

На основі магнетронної гармати з вторинноемісійним катодом створено електронний прискорювач, у якому використовується осьовий електронний пучок для опромінення металевих мішеней [3; 4], з перспективою опромінення внутрішньої циліндричної поверхні за допомогою радіального пучка. Побудовано програмний засіб, використання якого дає змогу промоделювати основні залежності руху електронного пучка у заданому соленоїдальному магнітному полі [5; 6]. У роботах [5; 7] показано, що процес генерації електронного пучка характеризується шумами, які з'являються на імпульсі струму пучка. Амплітуда шумів досягала 20% від амплітуди струсу пучка, а період шумових коливань складав одиниці наносекунд. Це

пов'язано зі взаємодією електронів з електричними полями, що виникають під час коливань просторового заряду, що призводить до змін їх енергії.

Мета дослідження

У роботі наведено результати дослідження динаміки електронного пучка, розподіленого під час емісії в площині, перпендикулярній осі системи, в ході транспортування в основному інтенсивному каналі системи. Розглядається градієнтне магнітне поле, яке збурене перешкодами нормального типу з нульовим математичним сподіванням та дисперсією, величина якої варіюється, а також результати чисельного моделювання руху плоского електронного потоку. Метою дослідження є облік впливу перешкод, що обурюють основне магнітне поле в магнетроні, на тип траєкторій електронів та стійкість їхнього руху.

Виклад основного матеріалу дослідження Математична модель

Під час побудови математичної моделі рішення скористаємося аксіальною симетрією завдання. Тому працюватимемо в полярній системі координат (r, z, ϑ) . Гамільтоніан розглянутої задачі в ній має вигляд:

$$H = \frac{p_r^2 + p_z^2}{2m} + \frac{1}{2m} \left(\frac{p_9}{r} - e_0 A\right)^2,$$
 (1)

де e_0 , m – заряд і маса покою електрона, p_r , p_z , p_{ϑ} – канонічні імпульси, A – магнітний потенціал. Його з урахуванням азимутальної симетрії поки запишемо у вигляді: A(r,z) = Brf(z), де f(z) – функція поздовжньої координати, якою розпорядимося нижче, B – напруженість магнітного поля в точці, що розглядається.

У гамільтоновій формі рівняння руху для координат та імпульсів мають загальний вигляд:

$$\begin{cases} \dot{r} = \frac{p_r}{m}, \\ \dot{z} = \frac{p_z}{m}, \\ \dot{\vartheta} = \frac{1}{m} \left(\frac{p_{\vartheta}}{r} - e_0 Brf(z) \right) \frac{1}{r}, \\ \dot{p}_r = \frac{1}{m} \left(\frac{p_{\vartheta}}{r} - e_0 Brf(z) \right) \left(\frac{p_{\vartheta}}{r^2} + e_0 Bf(z) \right), \\ \dot{p}_z = \frac{1}{m} \left(\frac{p_{\vartheta}}{r} - e_0 Brf(z) \right) \left(e_0 Br \frac{\partial}{\partial z} f(z) \right), \\ \dot{p}_{\vartheta} = 0. \end{cases}$$

$$(2)$$

В результаті знаходження частинних похідних отримаємо систему з 6 рівнянь. У ній перейдемо, використовуючи швидкість світла від поточного часу t до змінної S = ct (ця величина пропорційна шляху, який пройшла частинка вздовж траєкторії), похідну по ній позначатимемо штрихом. Для канонічних імпульсів здійснимо заміну $p_r = e_0 Bq_r$, $p_z = e_0 Bq_z$, $p_{\theta} = e_0 Bq_{\theta}$. Після перетворень доходимо системи рівнянь:

$$r' = \mu q_r,$$

$$z' = \mu q_z,$$

$$\vartheta' = \mu (q_{\vartheta} / r^2 - f(z)),$$

$$q'_r = \mu r (q_{\vartheta} / r^2 - f(z))(q_{\vartheta} / r^2 + f(z)),$$

$$q'_z = \mu r^2 (q_{\vartheta} / r^2 - f(z)) df(z) / dz,$$

$$q'_{\vartheta} = 0,$$
(3)

у якій f(z) – польова функція поздовжньої координати, df(z)/dz – похідна функції f(z). У рівняннях (3) $\mu = e_0 B/mc$, Bf(z) – функція, що описує напруженість магнітного поля вздовж осі z. Амплітуду B вибираємо так, щоб можна було користуватися функцією Bf(z)на всьому інтервалі можливих значень z. До рівнянь (3) необхідно приєднати початкові умови для r_0 , z_0 , ϑ_0 , а також для q_{r0} , q_{s0} , Стійкість алгоритму рішення пов'язана з кроком Δs рішення та параметром μ . Тоді умова $\mu \Delta s \ll 1$ буде виконуватися, якщо $\Delta s \ll 0.0001 m$. Отже, з обчислювальної точки зору завдання може бути сформульована як пошук рішення системи звичайних диференціальних рівнянь із заданими початковими умовами. Сформульована задача Коші може бути вирішена за умови, що забезпечена можливість на кожному кроці інтегрування рівнянь (3) використовувати функції f(z) та df(z)/dz як аналітичні функції.

Магнітне поле

Структура магнетронної гармати була описана, наприклад, у джерелах [5; 7]. Важливим фактором, що визначає її роботу, є вид використовуваного соленоїдального магнітного поля (рис. 1, 2), що володіє циліндричною симетрією. Це дає змогу використовувати систему рівнянь (3) для аналізу та чисельного моделювання.



Рис. 1. Дослідні дані магнітного поля Н в гарматі

Рис. 2. Об'ємна конфігурація магнітного поля Н

Для проведення чисельного дослідження при цьому необхідно на підставі масиву з дослідних даних на осі транспортування електронів $\{z_j, H_j\}$ відновити амплітуду f(z) магнітного поля та її похідну df(z)/dz як аналітичні функції поздовжньої координати (рис. 3, 4) для використання їх у системі (3). Це забезпечило можливість отримання рішень системи (3) у вигляді 6-мірних масивів, що описують траєкторії частинок та чисельно вивчити динаміку руху електронів у магнітному полі соленоїда.



Рис. 3. Апроксимація амплітуди Н магнітного поля Н

Рис. 4. Апроксимація похідної dH/dz магнітного поля

Задля дослідження впливу перешкод, що обурюють основне магнітне поле в магнетроні на тип траєкторій електронів та стійкість їхнього руху, було сконструйоване модельне магнітне поле. Поточні значення амплітуди цього поля булі збурені відносно номінальних (рис. 5, рис. 6) перешкодами нормального типу з нульовим математичним сподіванням та середньоквадратичним відхиленням, відносна величина якої досягала 5%.



Рис. 5. Збурене магнітне поле Н в гарматі



Результати чисельного моделювання

Нижче наведено результати чисельного моделювання траєкторій електронів з енергією E=20 кеВ в градієнтному магнітному полі [5; 6]. Як початкові умови були вибрані такі: $r_0 = 6$ мм, розподіл по азимутальному куту – рівномірний ($0 \le \vartheta_0 \le 2\pi$), $E_0 = 511$ кеВ – енергія покою електрона. Далі:

$$q'_{z}|_{0} = \frac{1}{\mu} \sqrt{2 \frac{E}{E_{0}}}, \ q'_{\theta}|_{0} = r_{0}^{2} f(z_{0}).$$
 (4)

На рис. 7 наведено приклади траєкторії електрона під час його руху вздовж осі z як функції пройденого шляху S, який пройшла частка вздовж свого руху для енергії E=20 кеВ у випадку, коли відносний розкид магнітного поля системи був $\sigma_H=0\%$ та $\sigma_H=5\%$. З рисунку

можна побачити вплив збурення на рух частинки. Особливо це виявляється в області максимальних значень амплітуди поля.



Рис. 7. Траєкторії електрона під час його руху; E=20 кеВ; ліворуч $\sigma_H = 0\%$, праворуч $\sigma_H = 5\%$,

На рис. 8 наведено приклади еволюції середньоквадратичних відхилень пучка під час його руху вздовж осі z для енергії E=20 кеВ у випадку, коли відносний розкид магнітного поля системи був $\sigma_H = 0\%$ (зверху) та $\sigma_H = 5\%$ (знизу). Можна бачити, що зміни дисперсій розподілу пучка по вертикалі та куту приблизно повторюють одні одних за різних СКВ обурення поля.



Рис. 8. Залежність середньоквадратичного розкиду потоку електронів від пройденого шляху, E=20 кеВ; зверху $\sigma_H = 0\%$, знизу $\sigma_H = 5\%$, ліворуч – СКВ по повздовжньої координати z, праворуч – по кутовій похідній z'

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-2-9

На рис. 9 наведено приклади еволюції середньоквадратичного відхилення пучка під час його руху вздовж осі z для енергії E=30 кеВ у випадку, коли відносний розкид магнітного поля системи був $\sigma_H = 0\%$ (зверху) та $\sigma_H = 5\%$ (знизу). Тут за E=30 кВ також основні тенденції зміни дисперсій розподілу пучка по вертикалі і куту приблизно повторюють одні одних за різних СКВ обурення поля.



Рис. 9. Залежність середньоквадратичного розкиду потоку електронів від пройденого шляху, E=30 кеВ; зверху $\sigma_H = 0\%$, знизу $\sigma_H = 5\%$, ліворуч – СКВ по повздовжньої координати z, праворуч – по кутовій похідній z'

Під час руху частинок у збуреному магнітному полі формування їх траєкторій вздовж пройденого шляху має інтеграційний характер. Флуктуації поля завдяки їхньому знакозмінному характеру взаємно компенсуються на кожних попередніх і наступних кроках траєкторії. Для магнітних полів у гарматах, що діють, розмір СКВ обурення поля не може перевищувати одиниць відсотків. Тому за таких СКВ в результаті інтегрування під час руху характеристики пучка в основному і збудженому магнітному полях залишаються подібними.

Висновки

Під час емісії та руху в каналі транспортування пучка потік електронів зазнає перетворення щільності розподілу у фазовому просторі, що визначається видом градієнтного магнітного поля в каналі магнетронної гармати. Застосовано чисельну модель для розподілу магнітного поля магнетронної гармати, в якій основне поле зазнає випадкових обурень, а також алгоритмічне перетворення дослідних даних поля аналітичними функціями. Як перешкода застосований датчик нормальних випадкових чисел з нульовим математичним сподіванням і дисперсією, величина якої варіюється задля отримання характеристик електронного пучка з енергією 20–30 кеВ в поздовжньому та радіальному напрямках під час його транспортування в збуреному магнітному полі гармати. Наводяться результати чисельного моделювання руху пучка, емітованого у вигляді прямокутного потоку. В результаті моделювання руху електронного потоку вивчено вплив середньоквадратичного відхилення під час емісії електронів та

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-2-9

отримані траєкторні розв'язки частинок пучка під час їхнього руху вздовж осі транспортування. Досліджено залежність формування результуючого розподілу частинок від величини амплітуди випадкового обурення магнітного поля вздовж осі системи. Отримано залежність поздовжнього розкиду частинок від амплітуди випадкових збурень по вертикалі та вертикальному куту. Показано, що за наявних СКВ збурення магнітного поля в магнетронних гарматах під час руху частинок характеристики електронного пучка в основному і збудженому полях залишаються подібними та стійкими.

Список використаної літератури

- Dovbnya A.N., Lavrinenko S.D., Zakutin V.V. Surface modification of zirconium and Zr1%Nb alloy by the electron beam of the magnetron gun-based accelerator. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Physics of Radiation Effects and Radiation Materials Science"*. 2011. No 2. P. 39–45.
- 2. Ayzatsky M.I., Dovbnya A.N., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G., Romas'ko V.P., Chertishchev I.A. Studies on formation of the radially-directed electron beam generated by the magnetron gun with a secondary emission cathode. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Nuclear Physics Investigations*". 2016. № 3(103). 2016. P. 11–16.
- 3. Dovbnya A.N., Dovbnya N.A., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G., Chertishchev I.A. Transport simulation of a high-current electron beam formed by the magnetron gun with a secondary-emission cathode in a decreasing solenoid field. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Nuclear Physics Investigations*". 2015. № 6. P. 77–82.
- 4. Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G., Shovkoplyas O.A. Beam and sector modes of electron flows in a cylindrical magnetic field of a magnetron gun. *Journal of Nano- and Electronic Physics*. 2020. Vol. 12. No. 3. P. 03001–03006.
- Dovbnya A.N., Dovbnya N.A., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G. Longitudinal-radial motion of an electron beam in the solenoidal field of the secundary-emission magnetron gun. *Problems of Atomic Science and Technology, series "Nuclear Physics Investigations*". 2017. № 6 (112). P. 96–100.
- 6. Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G. Transformation of the data array of the cylindrical magnetic field of the magnetron gun and the problem of radial motion of electrons. *Applied Problems of Mathematical Modeling*. 2020. Vol. 3. No. 1. P. 108–116.
- Volkolupov Yu.Ya., Dovbnja A.N., Zakutin V.V., Krasnogolovets M.A., Reshetnyak N.G., Mitrochenko V.V., Romas'ko V.P., Churyumov G.I. Generation of electron beams in a magnetron diode with a metal secondary-emission cathode. *Journal of Technical Physics*. 2001. V. 71. № 7. P. 88–91.

References

- 1. Dovbnya, A.N., Lavrinenko, S.D., & Zakutin, V.V. (2011). Surface modification of zirconium and Zr1%Nb alloy by the electron beam of the magnetron gun-based accelerator. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Physics of Radiation Effects and Radiation Materials Science"*. 2. 39–45.
- 2. Ayzatsky, M.I., Dovbnya, A.N., Mazmanishvili, A.S., Reshetnyak, N.G., Romas'ko, V.P., & Chertishchev, I.A. (2016). Studies on the formation of the radially-directed electron beam generated by the magnetron gun with a secondary emission cathode. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Nuclear Physics Investigations*". 3 (103). 11–16.
- 3. Dovbnya, A.N., Dovbnya, N.A., Mazmanishvili, A.S., Reshetnyak, N.G., & Chertishchev, I.A. (2015). Transport simulation of a high-current electron beam formed by the magnetron gun with a secondary-emission cathode in a decreasing solenoid field. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Nuclear Physics Investigations*". 6. 77–82.

- 4. Mazmanishvili, A.S., Reshetnyak, N.G., & Shovkoplyas, O.A. (2020). Beam and sector modes of electron flows in a cylindrical magnetic field of a magnetron gun. *Journal of Nano- and Electronic Physics*, 12 (3), 03001–03006.
- 5. Dovbnya, A.N., Dovbnya, N.A., Mazmanishvili, A.S., & Reshetnyak, N.G. (2017). Longitudinalradial motion of an electron beam in the solenoidal field of a secundary-emission magnetron gun. *Problems of Atomic Science and Technology, series "Nuclear Physics Investigations"*. 6 (112), 96–100.
- 6. Mazmanishvili, A.S., & Reshetnyak, N.G. (2020). Transformation of the data array of the cylindrical magnetic field of a magnetron gun and the problem of radial motion of electrons. *Applied problems of mathematical modeling*, 3 (1). 108–116. https://doi.org/10.32782/2618-034 0/2020.1-3.11.
- Volkolupov, Yu.Ya., Dovbnja, A.N., Zakutin, V.V., Krasnogolovets, M.A., Reshetnyak, N.G., Mitrochenko, V.V., Romas'ko, V.P., & Churyumov, G.I. (2001). Generation of electron beams in a magnetron diode with a metal secondary emission cathode. *Journal of Technical physics*. 71 (7). 88–91.

Мазманішвілі Олександр Сергійович – д.ф.-м.н., старший науковий співробітник Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут». Е-mail: mazmanishvili@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0373-0626.

Решетняк Микола Григорович – к.ф.-м.н., старший науковий співробітник Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут». E-mail: nreshetnyak@kipt.kharkov.ua, ORCID: 0000-0002-2345-6789.

Mazmanishvili Oleksandr Serhiiovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher at the National Science Center "Kharkiv Physical-Technical Institute". E-mail: mazmanishvili@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0373-0626.

Reshetnyak Mykola Grigorovich – Ph.D., Senior Researcher at the National Science Center "Kharkiv Physical-Technical Institute". E-mail: nreshetnyak@kipt.kharkov.ua, ORCID: 0000-0002-2345-6789.