УДК 532.516

Д.О. РЕДЧИЦЬ Інститут транспортних систем і технологій НАН України; Дніпровський державний технічний університет С.В. МОІСЕЄНКО Херсонський національний технічний університет Г.Є. ДЕШКО Інститут транспортних систем і технологій НАН України

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АЕРОДИНАМІКИ РОТОРІВ ВЕРТИКАЛЬНО-ОСЬОВИХ ВІТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ УСТАНОВОК НА ОСНОВІ НЕСТАЦІОНАРНИХ РІВНЯНЬ НАВ'Є-СТОКСА

На базі нестаціонарних осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса нестисливої рідини та рівняння обертання твердого тіла відносно нерухомої осі побудовано математичну модель для дослідження взаємовпливу процесів аеродинаміки та динаміки роторів вертикально-осьових вітроенергетичних установок. Розроблено програмно-методичне забезпечення для чисельного моделювання й визначення основних параметрів нестаціонарного обтікання роторів вертикально-осьових вітроенергетичних установок. Досліджено нестаціонарне обтікання роторів вертикально-осьових вітроенергетичних установок на основі рівнянь Нав'є-Стокса. Проаналізовано поле течії навколо ротора Дар'є. Виокремлено стадії зародження, розвитку та зриву вихорів за різних положень лопаті на траєкторії. Показано, що в'язкі та динамічні ефекти відіграють важливу роль при роботі ротора Дар'є, максимальний крутильний момент створюється на навітряній ділянці траєкторії лопаті. Установлено вплив числа Рейнольдса, коефіцієнтів швидкохідності та заповнення на енергетичні характеристики ротора Дар'є. Показано, що зростання числа Рейнольдса приводить до збільшення значень коефіцієнта потужності. При зменшенні коефіцієнта заповнення ротора Дар'є коефіцієнт потужності стає менш чутливим до зміни коефіцієнта швидкохідності. Збільшення коефіцієнта швидкохідності призводить до придушення процесу формування динамічного зриву потоку з лопатей ротора Дар'є. Розв'язано зв'язану задачу динаміки та аеродинаміки трилопатевого ротора Савоніуса. Виокремлено основні стадії формування вихрової структури при обертанні дво- та трилопатевого ротора. У дослідженому діапазоні визначальних параметрів у дволопатевого ротора Савоніуса значення енергетичних характеристик више, ніж у трилопатевого. Отримані результати задовільно погоджуються з відомими експериментальними даними.

Ключові слова: вертикально-осьова вітроенергетична установка, ротори Дар'є та Савоніуса, рівняння Нав'є-Стокса, турбулентність, динаміка й аеродинаміка.

> D.O. REDCHYTS Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine; Dniprovsky State Technical University S.V. MOISEIENKO Kherson National Technical University H.YE. DESHKO Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine

NUMERICAL SIMULATION OF VERTICAL-AXIS WIND TURBINES ROTORS AERODYNAMICS BASED ON UNSTEADY NAVIER-STOKES EQUATIONS

On the basis of unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes equations of incompressible fluid and the equation of rotation of a solid body relative to a fixed axis, a mathematical model is built to study the interaction of aerodynamics and dynamics of rotors of vertical-axis wind turbines. The software and methodological part of software for numerical simulation and determination of the main parameters of unsteady flow of rotors of vertical-axis wind turbines was developed. The unsteady flow of rotors of vertical-axis wind turbines was studied on the basis of the Navier-Stokes equations. The flow field around the Darrieus rotor is analyzed. The stages of vortex generations, development, and dissipation at different blade positions on the trajectory are distinguished. It is shown that viscous and dynamic effects play an important role in the operation of the Darrieus rotor; with the maximum torque generated on the windward part of the blade trajectory. The influence of the Reynolds number, tip-speed-ratio and solidity coefficients on the power characteristics of the Darrieus rotor is established. It is shown that an increase in the Reynolds number leads to an increase in the power

characteristics. With a decrease in the Darrieus rotor solidity coefficient, the power characteristic becomes less sensitive to changes in the tip-speed-ratio. An increase in the tip-speed-ratio coefficient leads to suppression of the process of forming a dynamic flow separation from the blades of the Darrieus rotor. The coupled problem of dynamics and aerodynamics of a three-blade Savonius rotor is solved. The main stages of the vortex structure formation during the rotation of a twoand three-blade rotor are identified. In the studied range of defining parameters, the value of energy characteristics of the two-blade Savonius rotor is higher than that of the three-blade rotor. The results obtained are in satisfactory agreement with the known experimental data.

Key words: vertical-axis wind turbine, Darrieus and Savonius rotors, Navier-Stokes equation, turbulence, dynamics and aerodynamics.

Постановка проблеми

Розробка та вдосконалення альтернативних джерел енергії є актуальною проблемою для енергетики України. До одного з перспективних напрямів розв'язання цієї проблеми належить вітроенергетика. Велике поширення у світі одержали дво- й трилопатеві горизонтально-осьові (далі – ГО) вітроенергетичні установки (далі – ВЕУ) пропелерного типу. Це пов'язано з високим коефіцієнтом використання ними енергії вітру. Близькі значення коефіцієнта потужності з вертикально-осьових (далі – ВО) ВЕУ мають тільки ротори Дар'є [1].

Підвищення потужності ВЕУ та збільшення коефіцієнта використання енергії вітру робить завдання вибору раціональної аеродинамічної форми ротора досить актуальною. Провідну роль у роботі ВЕУ відіграють нестаціонарні аеродинамічні процеси, тому основним напрямом досліджень повинна бути розробка нових універсальних методів розрахунку нестаціонарних процесів при обтіканні потоком роторів ВЕУ.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Відомі методики визначення аеродинамічних та енергетичних характеристик ротора ВЕУ засновані на експериментальних даних, імпульсній [2] та вихровій [3] теоріях, чисельному розв'язанні рівняння потенціалу. Вони використовують певні припущення при постановці завдання (квазістаціонарність потоку, відсутність урахування в'язко-нев'язкої взаємодії та ін.). Головні труднощі в розрахунку нестаціонарних процесів при обтіканні роторів ВО ВЕУ пов'язані з динамічним зривом потоку. Дотепер жодна з відомих спрощених моделей [2–4] не давала можливості адекватно розраховувати аеродинамічні характеристики роторів у разі динамічного зриву потоку.

Рівняння Нав'є-Стокса – це найбільш повна математична модель механіки рідини та газу. Їх застосування разом із диференційними моделями турбулентності, рівнянням динаміки ротора дає змогу досліджувати особливості нестаціонарного обтікання, структуру поля швидкостей, динамічний зрив потоку, процеси формування та розпаду вихорів навколо самого ротора й у сліді за ВЕУ.

Мета дослідження

Мета роботи – дослідити структуру та визначити основні параметри нестаціонарного обтікання роторів вертикально-осьових вітроенергетичних установок з роторами Дар'є та Савоніуса на основі спільного чисельного розв'язку рівнянь динаміки в'язкої нестисливої рідини й твердого тіла.

Викладення основного матеріалу дослідження

У роботі розглядаються ортогональні ротори Дар'є та Савоніуса, лопаті яких мають довжину, що багаторазово перевищує хорду (рис. 1). У такому разі можна знехтувати кінцевими ефектами на лопатях та скористатися гіпотезою про плоскопаралельну структуру течії. Так, завдання обтікання ВО ВЕУ допускає двовимірну постановку в площині, що перпендикулярна осі обертання ротора. Ротори Дар'є та Савоніуса в роботі вважаються абсолютно твердими. Оскільки для максимальних швидкостей вітру та значень коефіцієнта швидкохідності локальні числа Маху низькі (M<0.3), поле течії прийняте нестисливим [1].



Рис. 1. Розрахункові схеми для роторів Дар'є (а) та Савоніуса (б)

Процеси аеродинаміки та динаміки ВЕУ описуються нестаціонарними осередненими за Рейнольдсом рівняннями Нав'є-Стокса нестисливої рідини й рівнянням обертання ротора відносно нерухомої осі

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial \left(u_j u_i \right)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + v_t \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right], \tag{2}$$

$$I_z \frac{d\omega}{dt} = Q - Q_{ld} - Q_{fr}, \qquad (3)$$

де x_i , i = 1, 2 – декартові координати (x, y); t – час; u_i – декартові складники вектора швидкості (u, v); p – тиск; ρ – щільність; v і v_t – молекулярний і турбулентний коефіцієнти кінематичної в'язкості; I_z – момент інерції ротора; ω – кутова швидкість обертання; Q – крутильний момент, зумовлений дією потоку на лопаті ВЕУ; Q_{id} – момент корисного навантаження, прикладений до вала електрогенератора; Q_{fr} – результувальний момент тертя в електромеханічній системі ВЕУ [1].

При моделюванні турбулентності використовували однопараметричну диференціальну модель турбулентності Spalart-Allmaras, адаптовану до тензора швидкостей деформацій (SALSA) [5], яка основана на моделі SA та SARC [6; 7].

Система вихідних рівнянь (1)–(2), замкнута диференційною моделлю турбулентності SALSA, записувалася відносно довільної криволінійної системи координат. Узгодження полів тиску та швидкості здійснювалося за методом штучної стисливості, модифікованим для розрахунку нестаціонарних течій

$$I_{m}\frac{\partial\widehat{D}}{\partial t} + \frac{\partial\widehat{D}}{\partial\tau} = -\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\widehat{E} - \widehat{E}_{v}\right) - \frac{\partial}{\partial\eta}\left(\widehat{F} - \widehat{F}_{v}\right) = -\widehat{R}, \qquad (4)$$

де \hat{R} – вектор нев'язок рівнянь,

$$\widehat{D} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} p \\ u \\ v \end{bmatrix}, \ \widehat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \beta U \\ \xi_x p + uU + \xi_t u \\ \xi_y p + vU + \xi_t v \end{bmatrix}, \ \widehat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \beta V \\ \eta_x p + uV + \eta_t u \\ \eta_y p + vV + \eta_t v \end{bmatrix}, \ I_m = diag \begin{bmatrix} 0, 1, 1 \end{bmatrix}.$$
(5)

В'язкі члени в криволінійній системі координат мають вигляд

$$\widehat{E}_{\nu} = \frac{\nu + \nu_{t}}{\operatorname{Re}J} \begin{bmatrix} 0 \\ \left(\xi_{x}^{2} + \xi_{y}^{2}\right)u_{\xi} + \left(\xi_{x}\eta_{x} + \xi_{y}\eta_{y}\right)u_{\eta} \\ \left(\xi_{x}^{2} + \xi_{y}^{2}\right)v_{\xi} + \left(\xi_{x}\eta_{x} + \xi_{y}\eta_{y}\right)v_{\eta} \end{bmatrix}, \quad \widehat{F}_{\nu} = \frac{\nu + \nu_{t}}{\operatorname{Re}J} \begin{bmatrix} 0 \\ \left(\xi_{x}\eta_{x} + \xi_{y}\eta_{y}\right)u_{\xi} + \left(\eta_{x}^{2} + \eta_{y}^{2}\right)u_{\eta} \\ \left(\xi_{x}\eta_{x} + \xi_{y}\eta_{y}\right)v_{\xi} + \left(\eta_{x}^{2} + \eta_{y}^{2}\right)v_{\eta} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

де $J = \frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(x, y)} = \det \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y \\ \eta_x & \eta_y \end{bmatrix}$ – якобіан перетворення координат; $\xi_t = -x_\tau \xi_x - y_\tau \xi_y$, $\eta_t = -x_\tau \eta_x - y_\tau \eta_y$, $\xi_x = Jy_\eta$, $\xi_y = -Jx_\eta$, $\eta_x = -Jy_\xi$, $\eta_y = Jx_\xi$ – метричні коефіцієнти; $U = \xi_x u + \xi_y v$, $V = \eta_x u + \eta_y v$ – контраваріантні компоненти вектора швидкості; Re – число

Рейнольдса.

Для створення дискретного аналога вихідних рівнянь навколо роторів ВО ВЕУ як базові використовували регулярні сітки. У неоднозв'язних областях застосовували багатоблочні обчислювальні технології, у яких розмірність окремих сіток (блоків), що пересікаються, не зв'язана між собою. Такий підхід дав хмогу виробити єдину методологію розрахунку течій в'язкої рідини навколо роторів ВО ВЕУ складної геометричної форми [1].

Система вихідних рівнянь інтегрувалася чисельно з використанням методу контрольного об'єму. Для конвективних потоків використовували противнопоточну апроксимацію за схемою Р. Roe третього порядку точності [8]. У моделі турбулентності для апроксимації конвективних похідних використовували схему TVD з обмежником потоків ISNAS третього порядку. Похідні у в'язких членах апроксимувалися центрально-різницевою схемою другого порядку.

Алгоритм розв'язку рівнянь базувався на тришаровій неявній схемі з підітераціями за псевдочасом т другого порядку точності інтегрування за фізичним часом *t*

$$\left[I_{t\tau} + \left(\frac{\partial \widehat{R}}{\partial \widehat{D}}\right)^{n+1,m}\right] \left(\widehat{D}^{n+1,m+1} - \widehat{D}^{n+1,m}\right) = -\widehat{R}^{n+1,m} - \frac{I_m}{\Delta t} \left(1.5\widehat{D}^{n+1,m} - 2\widehat{D}^n + 0.5\widehat{D}^{n-1}\right),\tag{7}$$

$$I_{t\tau} = diag \left[\frac{1}{\Delta \tau}, \frac{1}{\Delta \tau} + \frac{1.5}{\Delta t}, \frac{1}{\Delta \tau} + \frac{1.5}{\Delta t} \right], \ I_m = diag \left[0, 1, 1 \right],$$
(8)

де верхній індекс *n* позначає момент часу $t = n\Delta t$. Для розв'язку рівнянь (4) і задоволенню рівняння нерозривності на кроці n+1 вводиться псевдочасовий крок *m*. Рівняння розв'язуються ітеративно так, щоб $\hat{u}^{n+1,m+1}$ та $\hat{v}^{n+1,m+1}$ наближалися до значення швидкості \hat{u}^{n+1} , \hat{v}^{n+1} на новому кроці за часом, а дивергенція швидкості наближалася до нуля [8].

Блочно-матрична система лінійних алгебраїчних рівнянь неявної схеми розв'язувалася методом мінімізації узагальненої нев'язки (GMRES) з неповним LU-розкладанням ILU(k) загальної матриці системи як передзумовлювання.

У роботі проведено чисельне моделювання обтікання одиночної лопаті, що обертається, а також роторів Дар'є та Савоніуса з двома й трьома лопатями.

Чисельне моделювання обтікання лопаті, що обертається, проведено за різних коефіцієнтів швидкохідності λ . За коефіцієнтом тангенціальної сили при $\lambda_1 = 2.5$ спостерігається широкий розкид експериментальних та розрахункових даних (рис. 2). Результати дисертаційної роботи краще погоджуються з відомими експериментальними даними, ніж розрахунки інших авторів, особливо в навітряній частині траєкторії лопаті.

Основний крутильний момент створюється на навітряній ділянці траєкторії лопаті (рис. 3). Аналіз результатів розрахунків показав, що потік, проходячи через навітряну ділянку траєкторії лопаті, втрачає частину своєї кінетичної енергії. Саме тому коефіцієнт крутильного моменту лопаті більше на цій ділянці, ніж на підвітряній. На підвітряній ділянці траєкторії цей коефіцієнт мінімальний ($\lambda_1 = 2.5$, $\lambda_2 = 5.0$) або взагалі негативний ($\lambda_3 = 7.5$) [1].



Рис. 2. Зміна коефіцієнта тангенціальної сили лопаті від кутового положення ротора △ – розрахунок І. Paraschivoiu; ○,+ – експеримент J. Oler [9]; --- розрахунок J. Strickland [3]; — – ця робота

Рис. 3. Зміна неосереднених коефіцієнтів крутильного моменту від кутового положення ротора для різних коефіцієнтів швидкохідності

Для ілюстрації особливостей обтікання ротора Дар'є обрано геометричні параметри та коефіцієнт швидкохідності, що відповідають експериментальній роботі G. Brochier (рис. 4) [10]. На рис. 4 б, окрім стандартної візуалізації вихорів, додано суцільні та переривчасті лінії, а також окремі точки для того, щоб стиль інтерпретації розрахункових даних відповідав стилю візуалізації експериментальних даних роботи G. Brochier. Наведено реконструкцію структури течії при роботі дво- й трилопатевого роторів Дар'є для коефіцієнта швидкохідності $\lambda = 2.14$ на основі натурного (а) [10] та обчислювального (б) експерименту (рис. 5). Для наочності залишені вихори максимальної інтенсивності. Виокремлено стадії зародження, розвитку та зриву вихорів за різних положень лопаті на траєкторії [1].

Загалом картина течії поблизу ротора Дар'є характеризується істотними нестаціонарними явищами. До них належать, насамперед, динамічний зрив потоку, утворення складної системи вихорів, підвищення рівня турбулентності в затіненій ділянці, взаємодія вихорів різних розмірів, швидкості руху та інтенсивності з поверхнею ротора. Отримана картина течії добре погоджується з відомими експериментальними даними [10].

Установлено вплив чисел Рейнольдса, коефіцієнтів швидкохідності та заповнення на енергетичні характеристики ротора Дар'є (рис. 6, 7). Показано, що зростання числа Рейнольдса приводить до збільшення значень коефіцієнта потужності (рис. 6, 7). При зменшенні коефіцієнта заповнення ротора Дар'є коефіцієнт потужності стає менш чутливим до зміни коефіцієнта швидкохідності.







б)





Рис. 4. Візуалізація течії при роботі дволопатевого ротора Дар'є для коефіцієнта швидкохідності $\lambda = 2.14$ на основі натурного (*a*) [10] та обчислювального (*б*) експериментів



швидкохідності для різних чисел Рейнольдса (σ = 0.67)

Рис. 5. Реконструкція структури течії при роботі дволопатевого ротора Дар'є для коефіцієнта швидкохідності λ = 2.14 на основі натурного (*a*) [10] та обчислювального (*б*) експериментів



Рис. 7. Залежність осередненого коефіцієнта потужності ротора Дар'є від коефіцієнта швидкохідності для різних коефіцієнтів заповнення (Re = 10⁵)

Проведено три типи обчислювальних експериментів з вивчення аеродинамічних та енергетичних характеристик дво- й трилопатевого ротора Савоніуса [1].







Перший тип – обчислювальні експерименти для нерухомого ротора Савоніуса, який фіксувався при різних кутах відносно потоку, що набігає, з кроком $\Delta \theta = 10^{\circ}$. Для більшості кутових положень ротора Савоніуса осереднений за часом коефіцієнт крутильного моменту позитивний.

Другий тип – обчислювальні експерименти при фіксованому коефіцієнті швидкохідності ротора. Коефіцієнти крутильного моменту та потужності дво- й трилопатевого ротора Савоніуса визначалися осередненням за один повний оберт.

Обертання ротора при $\lambda = 1.4$ характеризується квазістаціонарним режимом течії. Виокремлено основні стадії формування вихрової структури при обертанні ротора (рис. 8, 9). Періодичність у структурі течії навколо ротора спостерігається через 180° та 120° для дволопатевого та трилопатевого відповідно. Візуалізацію обтікання виконано за допомогою контурів завихрення. Визначено залежності коефіцієнтів крутильного моменту й потужності від коефіцієнта швидкохідності. У дволопатевого ротора значення енергетичних характеристик вище, ніж у трилопатевого (рис. 10). Отримані результати задовільно збігаються з відомими експериментальними даними.

Третій тип обчислювальних експериментів – розв'язання зв'язаної задачі динаміки та аеродинаміки трилопатевого ротора Савоніуса. Проаналізовано картину течії навколо ротора, наведено залежності коефіцієнтів лобового опору, піднімальної сили й крутильного моменту, а також кутової швидкості обертання від часу (рис. 11).



Рис. 10. Залежність осередненого за один оберт коефіцієнта потужності \overline{C}_P від коефіцієнта швидкохідності λ дво- (а) і трилопатевого (б) ротора Савоніуса Δ , \Box – експеримент В. Blackwell [11] (Re = 4.32×10⁵, Re = 8.64×10⁵); \blacktriangle , \blacksquare – ця робота (Re = 4.32×10⁵)

Розрахунок проводився в три етапи. Метою першого етапу ($t = 0 \div 7$) було отримання періодичної течії, яка за структурою схожа з доріжкою Кармана. На другому ($t = 7 \div 13$) та третьому ($t = 13 \div 23$) етапах разом з аеродинамічною задачею розв'язувалося рівняння динаміки ротора Савоніуса. У момент часу t = 7 ротор вивільнявся й обертався під дією потоку вітру [1].

Обертання ротора приводить до збільшення інтенсивності вихорів. Частота сходу вихорів визначається швидкістю потоку, що набігає, характерними розмірами та частотою обертання самого ротора.

На третьому етапі, у момент часу t = 13, до ротора Савоніуса прикладається момент навантаження. Відбувається стабілізація кутової швидкості обертання ротора (відносно середнього значення $\overline{\omega} = 2.8$), а також виникають близькі до періодичних коливання коефіцієнтів лобового опору, піднімальної сили та крутильного моменту (рис. 11).



Рис. 11. Зміна неосереднених коефіцієнтів лобового опору, піднімальної сили, крутильного моменту та кутової швидкості обертання трилопатевого ротора Савоніуса від часу й кутового положення ротора Re = 8.64×10⁵

Висновки

На базі нестаціонарних осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса нестисливої рідини та рівняння обертання твердого тіла відносно нерухомої осі побудовано математичну модель для дослідження взаємовпливу процесів аеродинаміки й динаміки роторів вертикально-осьових вітроенергетичних установок. Розроблено програмно-методичне забезпечення для чисельного моделювання та визначення основних параметрів нестаціонарного обтікання роторів вертикально-осьових вітроенергетичних установок. Досліджено нестаціонарне обтікання роторів вертикально-осьових вітроенергетичних установок на основі рівнянь Нав'є-Стокса. Проаналізовано поле течії навколо ротора Дар'є. Виокремлено стадії зародження, розвитку та зриву вихорів за різних положень лопаті на траєкторії. Показано, що в'язкі та динамічні ефекти відіграють важливу роль при роботі ротора Дар'є, максимальний крутильний момент створюється на навітряній ділянці траєкторії лопаті. Установлено вплив числа Рейнольдса, коефіцієнтів швидкохідності та заповнення на енергетичні характеристики ротора Дар'є. Показано, що зростання числа Рейнольдса приводить до збільшення значень коефіцієнта потужності. При зменшенні коефіцієнта заповнення ротора Дар'є коефіцієнт потужності стає менш чутливим до зміни коефіцієнта швидкохідності. Збільшення коефіцієнта швидкохідності призводить до придушення процесу формування динамічного зриву потоку з лопатей ротора Дар'є. Розв'язано зв'язану задачу динаміки та аеродинаміки трилопатевого ротора Савоніуса. Виокремлено основні стадії формування вихрової структури при обертанні дво- й трилопатевого ротора. У дослідженому діапазоні визначальних параметрів у дволопатевого ротора Савоніуса значення енергетичних характеристик вище, ніж у трилопатевого. Отримані результати задовільно погоджуються з відомими експериментальними даними.

Список використаної літератури

- Редчиць Д. О. Чисельне моделювання аеродинаміки роторів вертикально-осьових вітроенергетичних установок на основі нестаціонарних рівнянь Нав'є-Стокса : автореф. дис. ... канд. фіз.-мат. наук : 01.02.05 «Механіка рідини, газу та плазми» / Дніпропетровський національний університет. Дніпропетровськ, 2007. 21 с.
- 2. Templin R. J. Aerodynamic performance theory for the NRC vertical-axis wind turbine. *National Research Council of Canada*. 1974. 185 p.

- 3. Strickland J. H. A vortex model of the Darrieus turbine: an analytical and experimental study. *Sandia laboratories report SAND79-7058*. 1980. 253 p.
- 4. Paraschivoiu I. Wind turbine design with emphasis on Darrieus concept. Canada: *Polytechnic international press.* 2002. 438 p.
- 5. Rung T., Bunge U., Schatz M., Thiele F. Restatement of the Spalart-Allmaras eddy-viscosity model in strain-adaptive formulation. *AIAA Journal*. 2003. Vol. 4, № 7. P. 1396–1399.
- 6. Spalart P. R., Allmaras S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flow. *AIAA Paper*. 1992. Vol. 12. № 1. P. 439–478.
- 7. Spalart P. R., Shur M. On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature. *Aerospace science and technology Journal*. 1997. Vol. 1, № 5. P. 297–366.
- 8. Rogers S. E., Kwak D. An upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier-Stokes equations. *AIAA Journal*. 1990. Vol. 28, № 2. P. 253–262.
- 9. Oler J. W., Strickland J. H., Im B. J., Graham G. H. Dynamic stall regulation of the Darrieus turbine SAND83-7029. *Texas technical university.* 1983. 154 p.
- 10. Brochier G., Fraunie P., Beguier C., Paraschivoiu I. Water channel experiments of dynamic stall on Darrieus wind turbine blades. *Journal Propulsion*. 1986. Vol. 2, № 5. P. 445–449.
- Blackwell B.F., Sheldahl R.E., Feltz L.V. Wind tunnel performance data for two- and threebucket Savonius Rotors. *Sandia National Laboratories Albuquerque. SAND76-0131*. 1976. 105 p.

References

- 1. Redchyts, D. O. (2007). Chyselne modeliuvannia aerodynamiky rotoriv vertykalno-osovykh vitroenerhetychnykh ustanovok na osnovi nestatsionarnykh rivnian Navie-Stoksa [Numerical simulation of vertical-axis wind turbines rotors aerodynamics on the base of unsteady Navier-Stokes equations]. *Extended abstract of Candidate's thesis*. Dnipropetrovsk National University. Dnipropetrovsk [in Ukrainian].
- 2. Templin, R. J. (1974). Aerodynamic performance theory for the NRC vertical-axis wind turbine. *National Research Council of Canada*. Rep. LTR-160 [in English].
- 3. Strickland, J. H. (1980). A vortex model of the Darrieus turbine: an analytical and experimental study. *Sandia laboratories report SAND* 79-7058 [in English].
- 4. Paraschivoiu, I. (2002). Wind turbine design with emphasis on Darrieus concept. *Canada: Polytechnic international press* [in English].
- 5. Rung, T., Bunge, U., Schatz, M., & Thiele, F. (2003). Restatement of the Spalart-Allmaras eddy viscosity model in strain-adaptive formulation. *AIAA Journal*. 4, 7, 1396–1399 [in English].
- 6. Spalart, P. R., & Allmaras, S. R. (1992). A one-equation turbulence model for aerodynamic flow. *AIAA Paper*. 12, 1, 439–478 [in English].
- 7. Spalart, P. R., & Shur, M. (1997). On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature. *Aerospace science and technology Journal*. 1, 5, 297–366 [in English].
- 8. Rogers, S. E., & Kwak, D. (1990). An upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier-Stokes equations. *AIAA Journal*. 28, 2, 253–262 [in English].
- 9. Oler, J. W., Strickland, J. H., Im B. J., & Graham G.H. (1983). Dynamic stall regulation of the Darrieus turbine. SAND83-7029. *Texas technical university* [in English].
- 10. Brochier, G., Fraunie, P., Beguier, C., & Paraschivoiu, I. (1986). Water channel experiments of dynamic stall on Darrieus wind turbine blades. *Journal Propulsion*. 2, 5, 445–449 [in English].
- 11. Blackwell, B. F., Sheldahl, R. E., & Feltz, L. V. (1976). Wind tunnel performance data for twoand three-bucket Savonius Rotors. *Sandia National Laboratories Albuquerque. SAND76-0131* [in English].

Редчиць Дмитро Олександрович – д.ф.-м.н., старший науковий співробітник, заступник директора з науково-організаційної роботи Інституту транспортних систем і технологій НАН України; професор кафедри математичного моделювання та системного аналізу Дніпровського державного технічного університету. E-mail: redchits_da@ua.fm, ORCID: 0000-0001-8538-6026.

Моісеєнко Світлана Вікторівна – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформатики і комп'ютерних наук Херсонського національного технічного університету. E-mail: 4moiseenko@ukr.net, ORCID: 0000-0001-5802-3887.

Дешко Ганна Євгенівна – к.ф.-м.н., старший науковий співробітник відділу нових та нетрадиційних видів транспорту Інституту транспортних систем і технологій НАН України. E-mail: deshanya.itm@gmail.com, ORCID: 0009-0000-9747-0399.

Redchyts Dmytro Oleksandrovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, Deputy Director for Scientific and Organizational Work of the Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine; Professor at the Department of Mathematical Modelling and System Analysis of the Dniprovsky State Technical University. E-mail: redchits_da@ua.fm, ORCID: 0000-0001-8538-6026.

Moiseienko Svitlana Viktorivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Informatics and Computer Sciences of the Kherson National Technical University. E-mail: 4moiseenko@ukr.net, ORCID: 0000-0001-5802-3887.

Deshko Hanna Yevhenivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher at the Department of Dynamics And Strength of New Kinds of Transport of the Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine. E-mail: deshanya.itm@gmail.com, ORCID: 0009-0000-9747-0399.