УДК 004.942.001.57:681.51:658.264

Я.І. БЕГЛОВ, Л.Д. ВОВК
Національний університет «Одеська політехніка»

ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМ РЕГУЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРИ В СИСТЕМІ ТЕПЛОПОСТАЧАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ СПОЖИВАЧІВ ТЕПЛОВОЇ ЕНЕРГІЇ

Розглянуто проблему ефективного управління опаленням в індивідуальних житлових будинках із застосуванням математичного моделювання. Системи опалення в сучасних умовах мають ураховувати не тільки ефективність теплових пристроїв, а й енергозбереження, що стає особливо важливим на фоні зростання цін на енергоносії та потреби в підвищенні енергоефективності. Основною метою роботи є раціоналізація розподілу теплового навантаження між кількома споживачами, включаючи опалювальні прилади, систему теплих підлог і гаряче водопостачання, що дозволяє мінімізувати енергетичні витрати й покращити комфорт проживання. Основним завданням роботи є розроблення математичної моделі, яка дозволяє ефективно керувати опалювальною системою індивідуального будинку з урахуванням взаємодії різних джерел тепла та розподілу енергії серед споживачів.

Математична модель, запропонована в роботі, описує тепловий баланс приміщення через моделі двох теплообмінників, що враховують умови теплообміну, витрати гарячої води та різні способи регулювання температури. Застосовані диференціальні рівняння дозволяють описати процеси нагріву й охолодження у приміщенні, а також температуру води в опалювальних пристроях. Імітаційна модель дозволяє перевірити ефективність різних підходів до регулювання температури та зробити висновки щодо оптимальних методів управління тепловим навантаженням. Це дає змогу моделювати динаміку температури в будинку за різних типах регулювання – кількісному і якісному. Розглянуто обидва підходи до регулювання температури, проведено порівняння перехідних процесів для кожного з методів на основі імітаційної моделі.

Оцінювання перехідних процесів за допомогою імітаційної моделі показало, що система якісного регулювання дозволяє забезпечити більшу стабільність температури з меншими відхиленнями порівняно з кількісним регулюванням, що робить її більш ефективною для автоматизованих систем управління.

Запропонована модель дає змогу підвищувати енергоефективність опалювальних будинків завдяки раціональному розподіленню тепла по приміщеннях, може бути використана для розроблення інтелектуальних систем опалення в умовах високої вартості енергоресурсів.

Ключові слова: *енергоефективність, система опалення, математична модель, система регулювання, метод регулювання.*

YA.I. BEGLOV, L.D. VOVK
Odessa Polytechnic National University

RESEARCH OF TEMPERATURE CONTROL SYSTEMS IN THE HEAT SUPPLY SYSTEM OF INDIVIDUAL HEAT CONSUMERS

The article considers the problem of efficient heating control in individual residential buildings using mathematical modelling. Heating systems in modern conditions should take into account not only the efficiency of thermal devices, but also energy saving, which is especially important against the background of rising energy prices and the need to improve energy efficiency. The main goal of this work is to rationalise the distribution of heat load among several consumers, including heating devices, underfloor heating and hot water supply, which minimises energy costs and improves living comfort. The main objective of this work is to develop a mathematical model that allows for efficient control of the heating system of an individual house, taking into account the interaction of different heat sources and energy distribution among consumers.

The mathematical model proposed in this paper describes the heat balance of a room through the models of two heat exchangers that take into account the conditions of heat exchange, hot water consumption and various methods of temperature control. The applied differential equations allow us to describe the heating and cooling processes in the room, as well as the water temperature in the heating devices. The simulation model allows us to test the effectiveness of different approaches to temperature control and draw conclusions about the optimal methods of heat load management. This makes it possible to simulate the temperature dynamics in a building with different types of control – quantitative and qualitative. The two approaches to temperature control are considered and the transient processes for each method are compared using a simulation model.

Evaluation of transient processes using the simulation model has shown that the qualitative control system allows for greater temperature stability with less deviation compared to the quantitative control, which makes it more efficient for automated control systems.

The proposed model makes it possible to increase the energy efficiency of heated buildings by rationally distributing heat across the premises, and can be used to develop intelligent heating systems in conditions of high energy costs.

Key words: *energy efficiency, heating system, mathematical model, control system, control method.*

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-2

Постановка проблеми

Ефективне управління опаленням в індивідуальних житлових будинках є актуальним завданням, що потребує комплексного підходу й застосування сучасних методів математичного моделювання. В умовах зростання цін на енергоресурси та необхідності підвищення енергоефективності особлива увага приділяється раціональному використанню різних джерел теплової енергії, як-от газові котли, котли на твердому паливі та сонячні колектори. Оптимальний розподіл теплового навантаження між кількома споживачами, включно з опалювальними приладами, системою теплих підлог і гарячим водопостачанням, дає змогу мінімізувати енерговитрати та підвищити комфорт проживання.

Розроблення математичної моделі індивідуального будинку з погляду підвищення ефективності опалення має враховувати особливості роботи різних джерел тепла, температурні умови для різних опалювальних приміщень і способи розподілу теплової енергії всередині будівлі. Важливим аспектом є інтеграція інтелектуальних систем управління, здатних автоматично перерозподіляти теплове навантаження залежно від поточного попиту й параметрів роботи джерел тепла.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Одним із важливих питань, якому приділяється увага під час синтезу і аналізу систем керування, є опис динамічних властивостей об’єктів керування.

Щодо розроблення систем керування теплопостачанням будь-яких об’єктів, більшість досліджень присвячено розгляданню властивостей окремих елементів, з яких складається система теплопостачання [1]. Це стосується як джерел тепла, так і споживачів теплової енергії. Джерелами енергії розглядаються і традиційні опалювальні котли на твердому та газоподібному паливі, і відновлювальні джерела енергії [2].

Робота [3] присвячена моделюванню системи опалення на основі радіаторів. Змодельовано різні компоненти системи, а також динаміку опалення будівлі. За допомогою розробленої імітаційної моделі можна знаходити температуру у приміщенні як функцію його структури та вибраних стратегій керування.

У роботі [4] досліджено можливість спільного використання теплового насоса, сонячних колекторів і централізованого джерела теплової енергії для опалення та гарячого водопостачання. Запропонований алгоритм керування системою опалення та гарячим водопостачанням реалізує каскадну роботу обладнання із пріоритетом увімкнення поновлюваних джерел теплової енергії для вирішення завдання скорочення споживання енергоресурсів.

Метою роботи [5] є математичне моделювання, розроблення алгоритму програми й комп’ютерне моделювання системи із сонячного колектора плівкового типу та теплового насоса, за змінних умов його функціювання. Створена схема взаємодії сонячного колектора плівкового типу з тепловим насосом і баком-акумулятором.

У статті [6] було розглянуто автоматизовану систему управління технологічними процесами в нагрівачі із сонячним колектором. За допомогою імітаційної моделі змодельована АСР рівня та температури води в нагрівачі із сонячним колектором, отримані перехідні процеси регулювання рівня та температури залежно від зміни витрати холодної і гарячої води в допустимих межах.

Робота [7] присвячена розробленню математичної моделі роботи системи сонячного опалення з бетонним колектором. За допомогою моделі розраховуються зміни прямого і розсіяного сонячного випромінювання на поверхню колектора протягом дня з урахуванням місця розташування і орієнтації приймаючої поверхні, пори року та доби. У моделі вирішується завдання нестаціонарної теплопровідності в бетонній плиті із вбудованою системою труб із циркулюючою рідиною та баком-акумулятором.

Розглянуті моделі в [1–7] поєднує, по-перше, незмінність структури системи опалення, по-друге, споживач теплової енергії надається як єдиний і узагальнений.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-2

Водночас існують роботи, у яких споживачами використовуються моделі у вигляді поєднання декількох елементів.

Так, у роботі [8] розроблено математичну модель системи опалення багатоповерхового будинку, що дає змогу вирішувати проблему розподілу між квартирами тепла централізованого теплопостачання. Ураховується власне автономно вироблене тепло, яке визначається за допомогою індивідуальних лічильників газу й електроенергії. Принциповою особливістю моделі є можливість урахування взаємного теплообміну між квартирами. Але розроблена модель побудована на ґрунті рівнянь балансу теплових потоків і не придатна для завдань автоматичного керування.

Підхід до розроблення моделі, яка враховує зміну структури системи теплопостачання, було зроблено в роботі [9]. Ця модель інформаційна і добре підходить для статичного регулювання системи теплопостачання, для дослідження режимів роботи в різних конфігураціях, але малопридатна для дослідження перехідних процесів, які виникають під впливом зовнішніх збурень.

У роботі [10] було вивчено й порівняно три різні системи централізованого теплопостачання з використанням двох різних стратегій опалення – переривчастого і напівпереривчастого опалення. Було вивчено ефективність цих альтернатив з погляду економічності та розрахункової температури у приміщенні.

У статті [11] розглядається модель теплового балансу житлового будинку. Для розроблення системи керування була використана модель теплового балансу, яка дозволяє регулювати роботу опалювальної системи будівлі з постійним перебуванням людей. Система складається з автономних регуляторів витрати води в радіаторах і регулятора температури води в котлі.

Роботи [8–11] поєднує той факт, що завдання керування тепловим навантаженням реалізується зміною теплової потужності джерела теплової енергії. З іншого боку, ефективність використання теплової енергії можна збільшити зменшенням споживання в будинках чи приміщеннях, де це доцільно.

Формулювання цілей статті

Мета роботи полягає в розробленні математичної моделі, яка дасть змогу ефективно керувати системою опалення індивідуального будинку, з урахуванням роботи газового котла, котла на твердому паливі та сонячних колекторів, а також розподіл теплової енергії між різними споживачами. У рамках дослідження буде розглянуто підходи до моделювання розподіленої системи споживачів і системи керування розподіленням теплової енергії, що сприяє підвищенню енергоефективності системи.

Основна частина

Для досягнення поставленої мети розглянемо математичну модель приміщення. Згідно з [1; 2; 12], приміщення можна описати як поєднання двох теплообмінників. Перший теплообмінник описує процес нагрівання / охолодження повітря у приміщенні залежно від температури зовнішнього середовища та теплового потоку від радіатора опалення або від теплої підлоги.

Другий теплообмінник – це радіатор або тепла підлога. Ця модель необхідна для опису зміни температури води на вході та виході опалювального пристрою під час регулювання температури повітря у приміщенні.

Параметрична схема приміщення зображена на рис. 1.

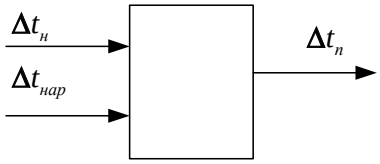

Рис. 1. Параметрична схема приміщення споживача

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-2

Приміщення являє собою прямокутну кімнату з вікном площею $F_{вікн}$, стінами загальною площею $F_с$ і встановленим нагрівачем із площею теплообміну $F_н$. Ця схема відображає зв'язок між температурами довкілля $t_{нар}$, поверхні нагрівача $t_н$ і повітря у приміщенні $t_п$. Наведена схема та тепловий баланс для приміщення споживача є основою для отриманого диференціального рівняння, яке встановлює зв'язок між зазначеними параметрами:

$$\frac{dt_п}{d\tau} = \frac{-\left(\alpha_н F_н + k_c F_c + k_{вікн} F_{вікн}\right)}{m_п c_{рп}} \Delta t_п + \frac{\alpha_н F_н}{m_п c_{рп}} \Delta t_н + \frac{k_c F_c + k_{вікн} F_{вікн}}{m_п c_{рп}} \Delta t_{нар} , \quad (1)$$

де $m_п$ – маса повітря у приміщенні;
$c_{рп}$ – питома теплоємність повітря у приміщенні;
$\alpha_н$ – коефіцієнт тепловіддачі від нагрівача повітрю у приміщенні;
$k_c, k_{вікн}$ – коефіцієнти теплопередачі через стіну й вікна приміщення відповідно.

Відповідно до параметричної схеми (рис. 2), температура води на виході опалювального пристрою $t_{г\ out}$ залежить від витрати гарячої води $M_г$ і її початкової температури $t_{г\ in}$, температури повітря в кімнаті $t_п$.

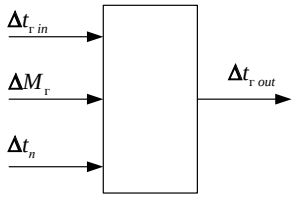

Рис. 2. Параметрична схема приміщення опалювального пристрою

Диференціальне рівняння, яке встановлює зв'язок між температурою води на виході $t_{г\ out}$, температурою води на вході $t_{г\ in}$, витратою гарячої води $M_г$ і температурою стінки опалювального пристрою $t_{ТР}$:

$$T_г \frac{dt_{г\ \text{out}}}{d\tau} + \Delta t_{г\ \text{out}} = K_1 \Delta t_{ТР} + K_2 \Delta t_{г\ in} + K_3 \Delta M_г , \quad (2)$$

де $T_Г = \dfrac{m_Г c_{р\ г}}{\alpha_Г S_Г + M_г c_{р\ г}}$ – постійна часу;

$K_1 = \dfrac{\alpha_Г S_Г}{\alpha_Г S_Г + M_г c_{р\ г}}$ – коефіцієнт передачі за $t_{ТР}$;

$K_2 = \dfrac{M_г c_{р\ г}}{\alpha_Г S_Г + M_г c_{р\ г}}$ – коефіцієнт передачі за $t_{г\ in}$;

$K_3 = \dfrac{c_{р\ г} t_{г\ in} - c_{р\ г} t_{г\ out}}{a_Г S_Г + M_г c_{р\ г}}$ – коефіцієнт передачі за $M_г$;

$\alpha_Г$ – коефіцієнт тепловіддачі від води поверхні теплообміну;

$S_Г$ – площа теплообміну з боку води;

$c_{р\ г}$ – питома теплоємність води.

Диференційне рівняння для теплообмінної поверхні:

$$T_{ТР} \frac{dt_{ТР}}{dt} + \Delta t_{ТР} = K_4 \Delta t_{г\ out} + K_4 \Delta t_п , \quad (3)$$

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-2

де:

$T_{TP} = \dfrac{m_{TP} c_{\text{тр}}}{\alpha_Г S_Г}$ – постійна часу;

$K_4 = \dfrac{\alpha_Г S_Г}{\alpha_Г S_Г + \alpha_н S_н}$ – коефіцієнт передачі за $t_{г\ out}$;

$K_5 = \dfrac{\alpha_н S_н}{\alpha_Г S_Г + \alpha_н S_н}$ – коефіцієнт передачі за $t_н$;

$m_{тр}$ – суха маса опалювального пристрою;

$c_{тр}$ – питома теплоємність матеріалу опалювального пристрою;

$S_н$ – площа теплообміну з боку повітря.

Отже, динаміка приміщення описується системою із трьох диференційних рівнянь 1-го ступеня (1), (2) і (3). Структурна схема моделі приміщення наведена на рисунку 3.

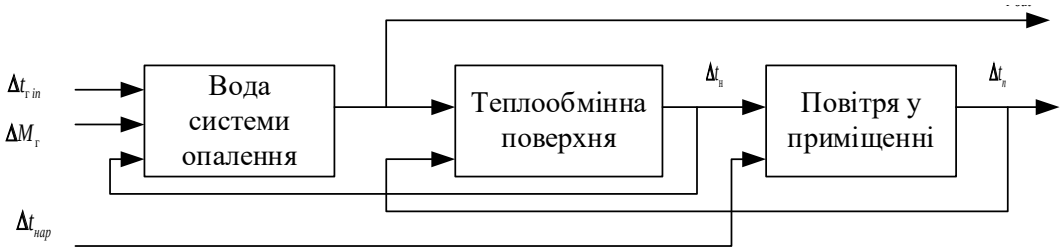

Рис. 3. Структурна схема моделі приміщення

Запропонована модель дозволяє виконувати регулювання температури у приміщені як за допомогою витрати гарячої води $M_г$, так і за допомогою температури води $t_{г\ in}$. Перший варіант регулювання має назву «кількісне регулювання», другий варіант – «якісне регулювання» [12].

Кількісне регулювання реалізувати простіше, для цього досить змінювати витрату води завдяки зміні прохідного перерізу регулювального клапана. Але за такого способу регулювання порушується розподілення теплоносія по інших приміщеннях, унаслідок цього порушуються умови теплообміну для інших опалювальних пристроїв, а саме $\alpha_Г$. Тому перевага віддається варіанту якісного регулювання.

Якісне регулювання виконується шляхом додавання зворотної, тобто охолодженої, води до гарячої прямої води за допомогою триходового клапана. Математична модель такого елементу має нелінійні властивості й може бути описана таким рівнянням:

$$\Delta t_{г\ in} = \Delta u \cdot \Delta t_г + (1 - \Delta u)\, \Delta t_{г\ out}, \tag{4}$$

де $\Delta t_г$ – зміна температури гарячої води після джерела тепла, наприклад котла;

$\Delta u = -0.5 \ldots 0 \ldots +0.5$ – керівний вплив від регулятора температури.

Для порівняння перехідних процесів регулювання за різними способами регулювання теплового потоку від опалювального пристрою було створено імітаційну модель, яка наведена на рисунку 4.

Модель має у своєму складі три блоки: Heater, Quality Control, Quantity Control, однакові як за структурою, так і за параметрами. Кожен блок описується системою рівнянь (1) – (3) , які поєднані одне з одним відповідно до структури, що зображена на рисунку 3. Блок Heater потрібний для отримання кривих розгону об’єкта керування та порівняння перехідних процесів регулювання в системах із регуляторами та системи без регулятора.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-2

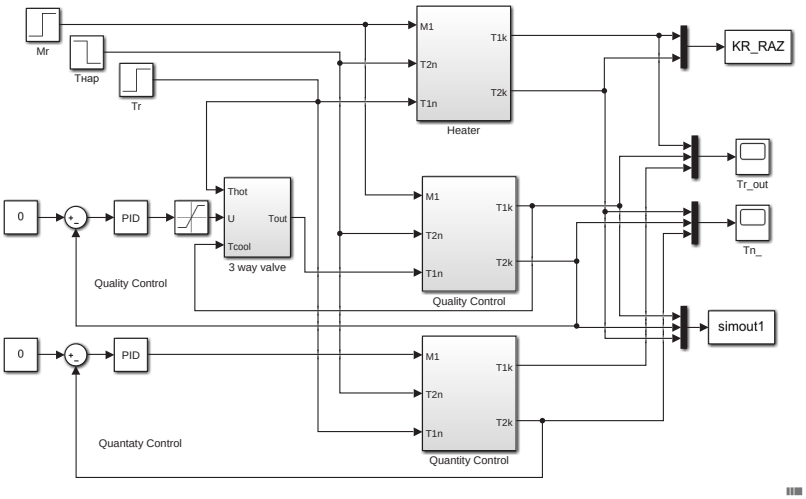

Рис. 4. Імітаційна модель регулювання температури у приміщенні

Блок “3 way valve” реалізує модель триходового клапана відповідно до рівняння (4).

Блоки Мг, Тп, Тг слугують для введення значень збурень витратою теплоносія Мг, температурою довкілля Тнар і температурою теплоносія.

Також до моделі включені два блоки регуляторів PID та блоки реєстрації результатів. Блок «обмеження» призначений для обмеження керівного впливу діапазоном −0,5 – +0,5, який відповідає ходу регулюючого органа від −50% до +50% .

Наявність добутку двох сигналів $\Delta u \cdot \Delta t_г$ робить модель якісного регулювання нелінійною. Тому в дослідженні роботи систем регулювання важливим є значення температури гарячої води $\Delta t_{г\ in}$ (Тг на схемі), яка подається на опалювальний пристрій.

Порівняння систем якісного і кількісного регулювання проводилися для таких збурень: відхилення температури довкілля – $\Delta t_{нар}$ = −5 °С, відхилення температури води, яка подається на опалення – $\Delta t_н$ = +20, +30, +50°С.

Перед порівнянням одна з одною систем регулювання варто зробити такі зауваження. Уважається, що тепловий розрахунок приміщення виконаний таким чином, що джерело теплової енергії може скомпенсувати будь-яке зменшення температури довкілля. Немає обмеження на витрату води, яка подається в опалювальний пристрій. Температура води після джерела теплової енергії підтримується постійною.

Результати моделювання наведені на рисунку 5.

Рис. 5. Моделювання процесів регулювання температури у приміщенні

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-2

На графіку лініями 1, 3, 5 позначені перехідні процеси регулювання в системі кількісного регулювання. Із графіків видно, що відбувається класичний перехідний процес із 20% перерегулюванням, відповідно до налаштувань ПІД-регулятора. Регулювання відбувається без статичної помилки, приблизно за 130 с. Максимальне відхилення регульованої температури становить: $\Delta t_п$ = 5 °С за $\Delta t_н$ = +20 °С, графік 1; $\Delta t_п$ = 9 °С за $\Delta t_н$ = +30 °С , графік 3; $\Delta t_п$ = 16 °С за $\Delta t_н$ = +50 °С , графік 5.

На графіку лініями 2, 4, 6 позначені перехідні процеси регулювання в системі якісного регулювання. Із графіків видно, що форма процесу та показники якості регулювання залежать від величини збурення. Графік 2 відповідає збуренню $\Delta t_н$ = +20 °С, процес має аперіодичний характер зі статичною помилкою регулювання приблизно в −2,5 °С, тривалість – 30 с. Графік 4 відповідає збуренню $\Delta t_н$ = +30 °С, процес уже не має статичної помилки регулювання, максимальне відхилення регульованої температури – приблизно −2,5 °С, тривалість процесу регулювання – 80 с. Графік 6 відповідає збуренню $\Delta t_н$ = +50 °С, процес уже стає помітно коливальним, але максимальне відхилення регульованої температури становить приблизно −1,5 °С, тривалість процесу регулювання – 25 с. Температура у приміщенні продовжує коливатися протягом часу спостереження в діапазоні ±1 °С, ці коливання є такими, що загасають.

Висновки

У результаті порівняння перехідних процесів для різних систем регулювання можна зробити такі висновки:

– система кількісного регулювання може компенсувати збурення температурою довкілля без статичних помилок;

– перехідні процеси мають досить велике відхилення регульованої температури;

– для системи якісного регулювання критичне значення має температура води після джерела теплової енергії, можливі такі значення, що система регулювання не здатна компенсувати зменшення температури довкілля. Цей факт відповідає досвіду експлуатації систем опалення житлових будинків;

– занадто висока температура води після джерела теплової енергії може спричинити коливання регульованої температури.

Виходячи зі сказаного вище, можна зробити висновок, що автоматизована система регулювання температури повітря у приміщенні, яка працює завдяки підтриманню температури перед опалювальним пристроєм за допомогою змішування зі зворотною водою (так зване якісне регулювання), дозволяє підтримувати температуру, що задана з якістю перехідних процесів вище, ніж система регулювання, що працює завдяки регулюванню витрати теплоносія. Важливим обмеженням є підтримання температури носія на деякому оптимальному значенні.

Запропонована модель дозволяє поєднувати окремих споживачів теплової енергії будь-яким чином (паралельно, послідовно, змішано) без урахування розподілу витрат теплоносія між цими споживачами, оскільки регулюючі впливи не змінюють витрати води у трубах опалювальної системи.

Список використаної літератури

1. Тодорцев Ю.К., Беглов К.В., Максименко І.М. Моделі елементів теплопостачання як об’єкт автоматизації. *Автоматика. Автоматизація. Електротехнічні комплекси та системи.* 2005. № 2. С. 27–31. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/aaeks_2005_2_6.
2. Системи централізованого теплопостачання з інтеграцією відновлювальних джерел енергії : монографія / О.П. Арсеньєва та ін. ; за ред. О.П. Арсеньєвої] ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О.М. Бекетова. Харків : ХНУМГ ім. О.М. Бекетова, 2023. 217 с.
3. Valle R., Pérez-Lancho B., Sanz E., Vega P. Control strategies learning for heating systems. *IFAC Proceedings Volumes.* 2006.Vol. 39. Issue 6. P. 309–314. https://doi.org/10.3182/20060621-3-ES-2905.00054.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-2

4. Процишен О.О., Улицька О.О. Розроблення алгоритму управління системами опалення та гарячого водопостачання з використанням поновлювальних джерел енергії. *Автоматизація технологічних і бізнес-процесів.* 2017. Vol. 9. Issue 4. С. 26–37. DOI: 10.15673/atbp.v10i4.818.
5. Чирін Д.А., Іродов В.Ф. Математичне та комп'ютерне моделювання системи теплопостачання від сонячних плівкових колекторів з тепловим насосом. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського.* Серія «Технічні науки». 2020. Том 31 (70). № 5. С. 135–139. https://doi.org/10.32838/2663-5941/2020.5/22.
6. Яворський О.В. Дослідження синтезу автоматичної системи регулювання нагрівача із сонячним колектором. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського.* Серія «Технічні науки». 2021. Том 32 (71). № 3. С. 187–193. https://doi.org/10.32838/2663-5941/2021.3/29.
7. Reshetnyak I., Sukhyy M. Mathematical model using for analysis of the heat operation of concrete solar collector. *Vidnovluvana Energetika*. 2020. № 4 (63). P. 42–49. https://doi.org/10.36296/1819-8058.2020.4(63).
8. Postolati V., Suslov V., Grodeţki M. Elaborarea modelului matematic al sistemului de încălzire a casei cu multe etaje. *Problemele Energeticii Regionale*. 2009. № 2 (10). P. 72–76.
9. Тодорцев Ю.К., Максименко І.М. Об'єктно орієнтована модель системи теплопостачання. Інформаційні моделі. *Праці Одеського політехнічного університету*. 2005. Вип. 2 (24). С. 160–164.
10. Yildirim N. District heating system modelling for iztech campus. The united nations university. *Geothermal Training Programme*, Reykjavik, Iceland Report, 2002. P. 359–393. URL: https://www.geothermal-library.org/index.php?mode=pubs&action=view&record=1025297.
11. Kazanavičius E., Mikuckas A., Mikuckienė I., Čeponis J. The heat balance model of residential house. *Information Technology and Control*. 2006. Vol. 35. № 4. P. 391–396.
12. Теплові мережі: ДБН В.2.5-39:2008 [Чинний. Редакція від 26.09.2023]. Київ : Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2018. 72 с.

References

1. Todortsev, Y.K., Beglov, K.V., & Maksymenko, I.M. (2005). Modeli elementiv teplopostachanna yak obekt avtomatizatsii [Models of heat supply elements as an object of automation]. *Avtomatyka. Avtomatyzatsiia. Elektrotekhnichni kompleksy ta systemy – Automatic. Automation. Electrotechnical complexes and systems*, 2, 27–31. Retrieved from: http://nbuv.gov.ua/UJRN/aaeks_2005_2_6 [in Ukrainian].
2. Arcenieva, O.P. (Ed). *Systemy tsentralizovanoho teplopostachannia z intehratsiieiu vidnovliuvalnykh dzherel enerhii [District heating systems with the integration of renewable energy sources]*. Kharkiv: KhNUMH im. O.M. Beketova. [in Ukranian].
3. Valle, R., Pérez-Lancho, B., Sanz, E., & Vega, P. (2006). Control strategies learning for heating systems, *IFAC Proceedings* Volumes, 39 **(**6), 2006, 309–314. https://doi.org/10.3182/20060621-3-ES-2905.00054 [in English].
4. Protsyshen, O.O., & Ulytska, O.O. (2017). Rozroblennia alhorytmu upravlinnia systemamy opalennia ta hariachoho vodospostachannia z vykorystanniam ponovliuvalnykh dzherel enerhii [Development of an algorithm for controlling heating and hot water supply systems using renewable energy sources]. *Avtomatyzatsiia tekhnolohichnykh i biznes-protsesiv – Automation technological and business-processes,* 9 (4), 26–37. DOI: 10.15673/atbp.v10i4.818 [in Ukranian].
5. Chirin, D.A., & Irodov, V.F. (2020). Matematychne ta kompiuterne modeliuvannia systemy teplopostachannia vid soniachnykh plivkovykh kolektoriv z teplovym nasosom [Mathematical and computer modeling of heat supply system from solar film collectors with heat pump]. *Vcheni*

zapysky Tavriiskoho natsionalnoho universytetu imeni V.I. Vernadskoho. Seriia «Tekhnichni nauky» – Scientific notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. Series: Technical Sciences, 31 (70), № 5, 135–139. https://doi.org/10.32838/2663-5941/2020.5/22 [in Ukrainian].

6. Yavorskyi, O.V. (2021). Doslidzhennia syntezu avtomatychnoi systemy rehuliuvannia nahrivacha iz soniachnym kolektorom [Study of the synthesis of an automatic control system for the heater with a solar collector]. *Vcheni zapysky Tavriiskoho natsionalnoho universytetu imeni V.I. Vernadskoho. Seriia «Tekhnichni nauky» – Scientific notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. Series: Technical Sciences*, 32 (71), 3, 187–193. https://doi.org/10.32838/2663-5941/2021.3/29 [in Ukranian].
7. Reshetnyak I., & Sukhyy M. (2020). Mathematical model using for analysis of the heat operation of concrete solar collector. *Vidnovluvana Energetika*, 4 (63), 42–49. https://doi.org/10.36296/1819-8058.2020.4(63).42-49 [in English].
8. Postolati, V., Suslov, V., & Grodeţki, M. (2009). Elaborarea modelului matematic al sistemului de încălzire a casei cu multe etaje [Development of the mathematical model of the heating system of a multi-storey house]. *Regional Energy Issues – Problemele Energeticii Regionale*, 2 (10), 72–76 [in Romanian].
9. Todortsev, Yu.K., & Maksymenko, I.M. (2005). Obiektno-oriientovana model systemy teplopostachannia. Informatsiini modeli [Objectoriented model for the heat system supply]. *Proceedings of Odessa Polytechnic University,* 2 (24), 160–164 [in Ukranian].
10. Yildirim, N. (2002). District heating system modelling for iztech campus. The United Nations university. *Geothermal Training Programme*, Reykjavik, Iceland Report, 359–393. Retrieved from: https://www.geothermal-library.org/index.php?mode=pubs&action=view&record=1025297 [in English].
11. Kazanavičius, E., Mikuckas, A., Mikuckienė, I., & Čeponis, J. (2006). The heat balance model of residential house. *Information Technology and Control*, 35 (4), pp. 391–396 [in English].
12. Teplovi merezhi [Heating networks] (2023). DBN V.2.5-39:2008 from 26th September 2023. Kyiv: Ministry of Regional Development and Construction of Ukraine [in Ukrainian].

Беглов Ярослав Ігоревич – аспірант кафедри програмних та комп’ютерно-інтегрованих технологій Національного університету «Одеська політехніка», E-mail: yarikb2394@stud.op.edu.ua, ORCID: 0009-0000-9864-2711.

Вовк Лука Давидович – студент кафедри програмних та комп’ютерно-інтегрованих технологій Національного університету «Одеська політехніка», E-mail: lukavovkod@stud.op.edu.ua.

Beglov Yaroslav Ihorevych – Postgraduate Student at the Department of Software and Computer-Integrated Technologies of the Odessa Polytechnic National University. E-mail: yarikb2394@stud.op.edu.ua, ORCID: 0009-0000-9864-2711.

Vovk Luka Davydovych – Student at the Department of Software and Computer-Integrated Technologies of the Odessa Polytechnic National University. E-mail: lukavovkod@stud.op.edu.ua.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-2