УДК 621.384.6

О.С. МАЗМАНІШВІЛІ, М.Г. РЕШЕТНЯК
Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут»

МОДЕЛЮВАННЯ ТРАЄКТОРІЙ ПЛАНАРНОГО ПУЧКА ЕЛЕКТРОНІВ У МАГНІТНОМУ ПОЛІ МАГНЕТРОННОЇ ГАРМАТИ

Розглянуто рух електронів у циліндричному магнітному полі зі змінною напруженістю вздовж головної осі поля. Використана чисельна модель розподілу магнітного поля магнетронної гармати, навіть алгоритмічне перетворення дослідних даних поля аналітичними функціями. Об'єктом дослідження була побудова моделі руху електронного пучка з енергією в десятки кеВ у градієнтному магнітному полі, вивчення формування траєкторій електронів, залежності динаміки частинок від початкових умов і розподілу магнітного поля вздовж осі системи. Мета роботи – отримання прецизійних характеристик електронного пучка з енергією 20–30 кеВ у поздовжньому та радіальному напрямках під час його транспортування у збуреному магнітному полі соленоїда магнетронної гармати. Синтезовано алгоритм, на основі якого побудовано програмний засіб, використання якого дало можливість промоделювати основні залежності руху електронного пучка в заданому магнітному соленоїдальному полі. Наведено результати чисельного моделювання траєкторій електронів в основному магнітному полі магнетронної гармати градієнтного типу із вторинноемісійним катодом. Розглянуто формування пучка з енергією 20–30 кеВ у робочому обсязі гармати при його транспортуванні в магнітному соленоїдальному полі з великим градієнтом. Під час виконання розрахунків, що моделюють, отримані основні характеристики електронного пучка. Визначено режими пучка частинок під час їхнього руху вздовж осі транспортування. Досліджено залежність формування результуючого розподілу частинок у магнітному полі вздовж осі системи. Як критерій якості вибрано середньоквадратичний розкид електронів за вертикалю. Отримано залежність поздовжнього розкиду частинок від пройденої відстані вздовж осі системи.

Ключові слова: *прецизійний електронний пучок, магнетронна гармата, динаміка електронів, магнітне градієнтне поле, математичне моделювання, експериментальні дані.*

O.S. MAZMANISHVILI, M.G. RESHETNYAK
National Science Center "Kharkov Institute of Physics & Technology"

MODELING PLANAR ELECTRON BEAM TRAJECTORIES IN THE MAGNETIC FIELD OF MAGNETRON GUN

The paper considers the motion of electrons in the cylindrical magnetic field with variable strength along the main axis of the field. A numerical model for the distribution of the magnetic field of the magnetron gun, as well as an algorithmic transformation of the experimental field data by analytical functions are used. The object of the study was to construct the model of the motion of an electron beam with an energy of tens of keV in gradient magnetic field, to study the formation of electron trajectories, the dependence of particle dynamics on the initial conditions and the distribution of the magnetic field along the axis of the system. The purpose of the work is to obtain precision characteristics of the electron beam with energy of 20–30 keV in the longitudinal and radial directions during its transportation in the disturbed magnetic field of the solenoid of the magnetron gun. An algorithm was synthesized, on the basis of which the software tool was built, the use of which made it possible to simulate the main dependencies of the electron beam motion in the given solenoidal magnetic field. The paper presents the results of numerical modeling of electron trajectories in the main magnetic field of the gradient-type magnetron gun with secondary-emission cathode. The formation of the beam with an energy of 20–30 keV in the working volume of the gun during its transportation in the solenoidal magnetic field with large gradient is considered. The main characteristics of the electron beam were obtained when performing modeling calculatio1ns. The modes of the particle beam during their movement along the transportation axis were determined. The dependence of the formation of the resulting distribution of particles in the magnetic field along the system axis was studied. The root-mean-square spread of electrons along the vertical was chosen as the quality criterion. The dependence of the longitudinal spread of particles on the distance traveled along the system axis was obtained.

Key words: *precision electron beam, magnetron gun, electron dynamics, gradient magnetic field, mathematical modeling, experimental data.*

Постановка проблеми

Коло завдань, на вирішення яких використовуються електронні пучки, постійно розширюється. У Національному науковому центрі «Харківський фізико-технічний інститут»

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-11

(далі – ННЦ «ХФТІ») проводять дослідження із джерелами електронів із холодними металевими катодами, які працюють у режимі вторинної емісії в магнітних полях. Як джерело електронів використовується магнетронна гармата. На основі цієї гармати із вторинноемісійним катодом побудовано прискорювач електронів, у якому використовується осьовий електронний пучок для опромінення металевих мішеней [1; 2]. У цій роботі представлені результати досліджень параметрів планарного електронного пучка й електронного пучка, емітованого катодами міліметрових діаметрів, та наведено результати чисельного моделювання щодо руху електронних потоків у соленоїдальному та градієнтному магнітному полі.

Електронні пучки різної конфігурації та інтенсивності застосовуються в електронно-променевих технологіях, високовольтній імпульсній НВЧ-електроніці, прискорювальній техніці й іншому [1–4]. Проводяться дослідження з електронними пучками з різними енергіями та просторовою конфігурацією. У ННЦ «ХФТІ» використовуються джерела електронів з холодними катодами, що працюють у режимі вторинної емісії, поміщені в магнітні поля, як джерело електронів використовується магнетронна гармата. Вторинноемісійний механізм генерації пучка в такий гарматі, унаслідок його слабкої руйнівної дії на матеріал катода, зумовлює збереження емісійних властивостей електронного джерела. Удосконалення магнетронної гармати, що полягає в застосуванні інтенсивних магнітних полів із підвищеним градієнтом їхньої напруженості, зумовлює необхідність розгляду питання про однорідність електронних пучків за їхньої еволюції.

У цій роботі представлені результати досліджень однорідності електронного пучка, емітованого катодами міліметрових діаметрів, та результати чисельного моделювання руху трубчастого електронного потоку в соленоїдальному та градієнтному магнітному полі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

На основі магнетронної гармати із вторинноемісійним катодом створено електронний прискорювач, у якому використовується осьовий електронний пучок для опромінення металевих мішеней [1–3], з перспективою опромінення внутрішньої циліндричної поверхні за допомогою радіального пучка. Побудовано програмний засіб, використання якого дає змогу промоделювати основні залежності руху електронного пучка в заданому соленоїдальному магнітному полі [5–7]. У роботах [5; 7; 8] показано, що процес генерації електронного пучка є стійким за часом.

Мета дослідження

У роботі наводяться результати чисельного моделювання динаміки електронного пучка, розподіленого за емісії у площині, перпендикулярній осі системи, за транспортування в основному інтенсивному каналі системи. У моделюванні розглядається магнітне поле, яке має великий повздовжній градієнт. Застосовано два вихідні розподіли електронного потоку на старті, для яких отримано розподіли пучка на фініші його руху.

Об’єктом даної роботи є вивчення параметрів електронного пучка за його руху в соленоїдальному полі великої напруженості, побудова моделі руху електронного потоку.

Метою дослідження було створення моделі руху електронного пучка з енергією в десятки кеВ у знакозмінному градієнтному магнітному полі, вивчення формування траєкторій електронів, залежності динаміки частинок від початкових умов і розподілу магнітного поля вздовж осі системи. Наводяться результати моделювання руху електронного потоку. Отримані результати моделювання свідчать про однорідність отриманого в досліді електронного пучка.

Виклад основного матеріалу дослідження

1. Методика досліджень

У ННЦ «ХФТІ» на основі магнетронної гармати було створено прискорювач електронів, який використовує осьовий електронний пучок для опромінення металевих мішеней [1; 2; 5].

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-11

Експериментальна блок-схема наведена на рис. 1. Як об'єкт для досліджень магнетронна гармата має ту перевагу, що вона може бути модифікована для проведення експериментів різного типу, а також, незважаючи на складність виконання аналітичного дослідження, для отримання кількісних залежностей можливе використання обчислювальних методів і порівняння числових результатів із даними експерименту. Одним із можливих напрямів є комбінація магнітного поля в гарматі, створюваного соленоїдами, з полем додаткових постійних магнітів [8; 9]. На рис. 1 наведена блок-схема експериментальної установки.

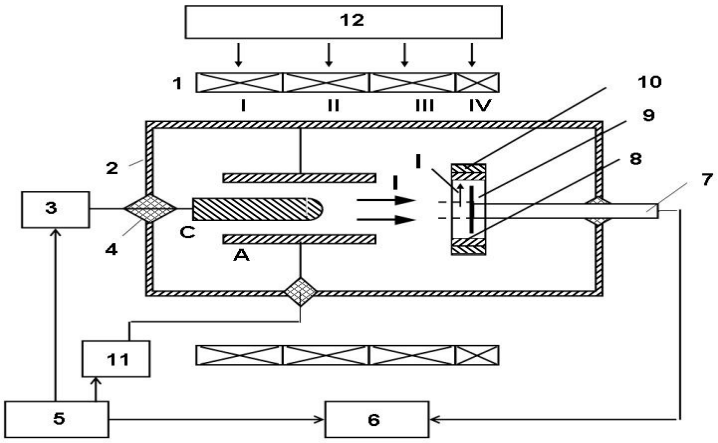

Рис. 1. Блок-схема експериментальної установки. 1 – секції соленоїда (I, II, III, IV); 2 – вакуумний об'єм; 3 – високовольтний імпульсний генератор; 4 – ізолятор; 5 – блок синхронізації; 6 – система, що вимірює; 7 – стрижень, що центрує; 8 – мідна вставка; 9 – циліндр Фарадея; 10 – постійний магніт; 11 – генератор; 12 – джерело струмів для управління магнітним полем соленоїда; A – анод; C – катод

Для отримання електронного пучка використовуються магнетронні гармати із вторинноемісійними катодами. Розміри гармат: діаметри катодів становлять 3 та 2 мм, внутрішні діаметри анодів – 16 і 50 мм, довжина катодів – 130 мм, анодів – 150 мм. Магнетронна гармата розміщується у вакуумному обсязі (2) (тиск – 10^{-6} Торр). Генератор (12) з амплітудою напруги до 16 кВ використовувався для запуску вторинноемісійного розмноження гармати. Для живлення магнетронної гармати використовувався генератор імпульсів (3) з амплітудою плоскої частини імпульсу в 7–100 кВ, тривалістю 10–30 мкс, частотою проходження у 3–10 Гц, який подається на катод гармати. У схемі генератора використовувався повний розряд накопичувальної ємності трансформатора через тиратрон. Джерело електронів (A – анод, C – катод) розміщується у вакуумному обсязі (2). Циліндр Фарадея (9) служить мішенню і розміщався з відривом 3–6 див від зрізу анода. Магнітне поле для генерації та транспортування пучка створюється соленоїдом (1), що складається із 4-х секцій, живлення яких здійснюється від джерел постійного струму. Амплітуду та поздовжнє розподілення магнітного поля можна регулювати шляхом зміни величини струмів у 4-х котушках соленоїда.

Опрацювання результатів вимірювання параметрів струму пучка із циліндра Фарадея та імпульсу напруги проводилося за допомогою вимірювальної системи (6).

2. Магнітне поле

Структура магнетронної гармати була описана, наприклад, у [6; 8]. Важливим чинником, що визначає її роботу, є вид використовуваного соленоїдального магнітного поля, що володіє циліндричною симетрією. Це дозволяє використовувати отриману систему рівнянь для аналізу та чисельного моделювання. Для проведення чисельного дослідження необхідно на підставі масиву з дослідних даних на осі транспортування електронів відновити амплітуду магнітного поля та її похідну як аналітичні функції поздовжньої координати для використання

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-11

їх у чисельних розрахунках. Це забезпечило можливість отримання рішень системи диференціальних рівнянь еволюції частинок у вигляді 6-мірних масивів, що описують траєкторії частинок, і чисельно вивчити динаміку руху електронів у магнітному полі соленоїда.

На рис. 2 та 3 наведено розподіл соленоїдального магнітного поля вздовж осі магнетронної гармати й каналу транспортування пучка, за яких проводилися експерименти та чисельне моделювання руху електронів, емітованих катодами міліметрових діаметрів, за їх транспортування вздовж осі системи.

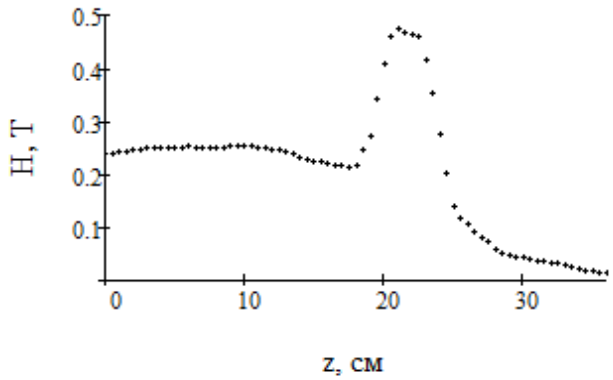

Рис. 2. Дослідні дані магнітного поля H у гарматі

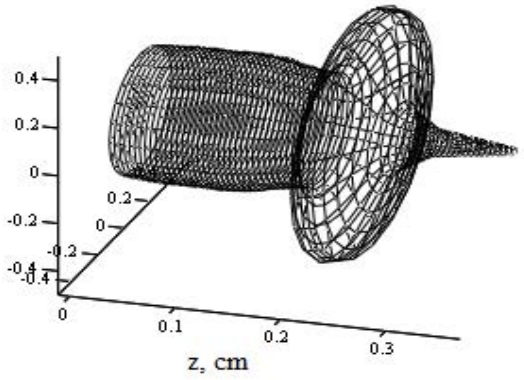

Рис. 3. Об'ємна конфігурація магнітного поля H

3. Результати чисельного моделювання

Було проведено чисельне моделювання з вибраною конфігурацією магнітного поля, з якими проводилися дослідження радіальних розмірів електронного пучка, що генерується магнетронною гарматою (діаметр катода D = 3 мм, діаметр анода D = 50 мм). Чисельні розрахунки проводилися з метою моделювання руху частинок енергії 22 кеВ в магнітному полі з максимальною амплітудою 0,47 Т в каналі транспортування електронного потоку. Моделювання розповсюдження електронного пучка проводилося для двох випадків початкових умов:

а) випадок плоского електронного пучка;

б) випадок 8-канального електронного пучка.

3.1. Планарний пучок на старті

Початкові умови для чисельного моделювання траєкторій електронів з енергією E = 22 кеВ у градієнтному магнітному полі показано на рис. 4 та 6.

Результати моделювання траєкторій електронів показано на рис. 5 і 7. Можна побачити, що пучок частинок відображає конфігурацію головного магнітного поля. Коли початковий розподіл як ціле зсунений за віссю $0x$, фінішній розподіл теж зміщується.

На рис. 8 наведено масив значень $0z$ на старті, а на рис. 9 – масив значень z на фініші, у якому всі значення горизонтальної координати $x0$ змінено на 10 мм. Розкид в 1 мм відповідає різній довжині шляху, що проходить частка за різних початкових умов.

На рис. 10 показана еволюція середньоквадратичного відхилу (далі – СКВ) потоку електронів уздовж каналу транспортування. Видно, що СКВ відображає конфігурацію магнітного поля, особливо його градієнтну область.

3.2. 8-канальний електронний пучок на старті

Початкові умови для чисельного моделювання траєкторій 8-пучкового потоку електронів з енергією E = 22 кеВ у градієнтному магнітному полі показано на рис. 11 і 14. Результати моделювання траєкторій електронів показано на рис. 12 і 15. Можна побачити, що пучок частинок відображає конфігурацію головного магнітного поля. Коли початковий розподіл як ціле зсунений за віссю $0x$, фінішній розподіл теж зміщується.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-11

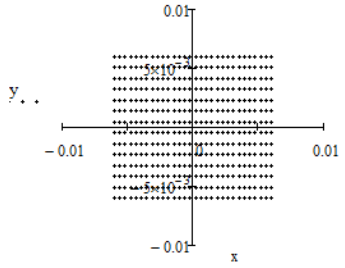

Рис. 4. Розподіл частинок на старті

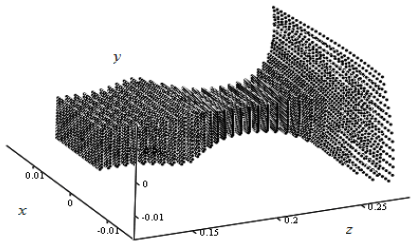

Рис. 5. Еволюція планарного потоку електронів уздовж каналу транспортування

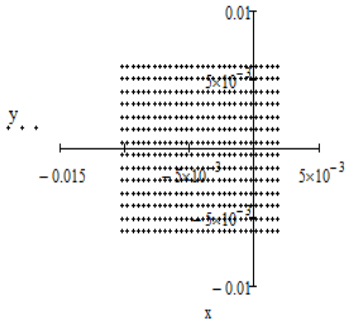

Рис. 6. Розподіл частинок на старті

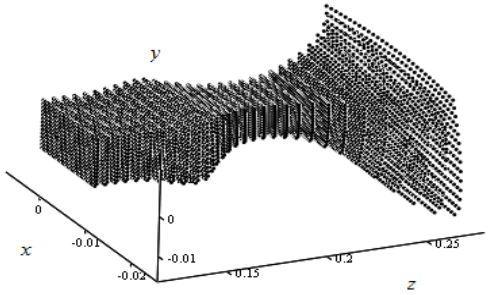

Рис. 7. Еволюція планарного потоку електронів уздовж каналу транспортування

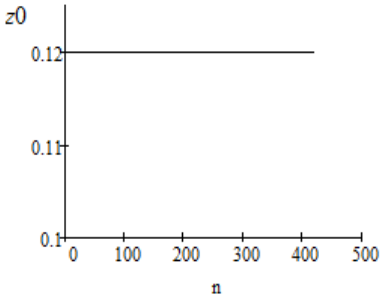

Рис. 8. Розподіл частинок за вертикаллю на старті

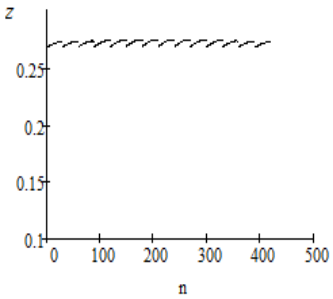

Рис. 9. Розподіл частинок за вертикаллю на фініші

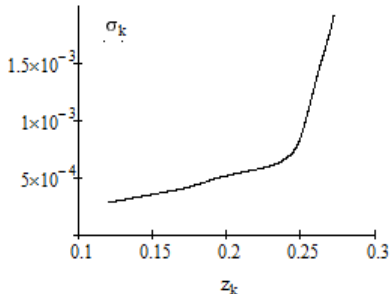

Рис. 10. Еволюція СКВ потоку електронів уздовж каналу транспортування

На рис. 16 наведено масив значень $0z$ на старті, а на рис. 17 – масив значень z на фініші, у якому всі значення горизонтальної координати $0y$ зсунуто на 10 мм. Розкид в 1 мм відповідає різній довжині шляху, що проходить частинка за різних початкових умов.

На рис. 18 показана еволюція середньоквадратичного відхилу (СКВ) потоку електронів уздовж каналу транспортування. Видно, що СКВ відображає конфігурацію магнітного поля.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-11

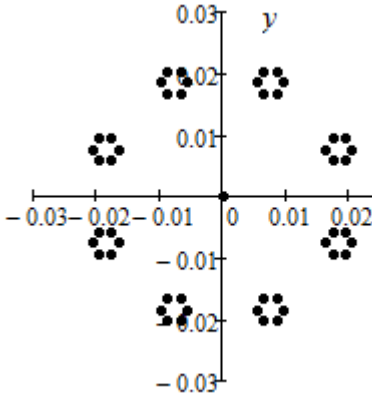

Рис. 11. Розподіл частинок на старті

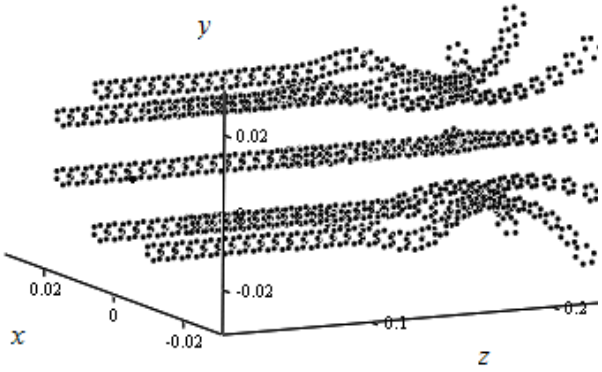

Рис. 12. Еволюція 8-канального потоку електронів уздовж каналу транспортування

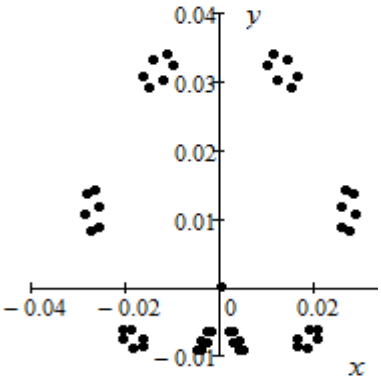

Рис. 14. Розподіл частинок на старті

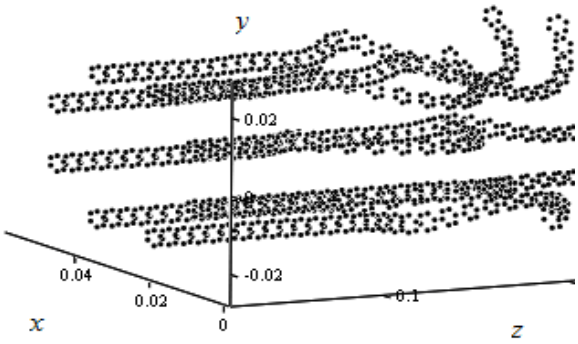

Рис. 15. Еволюція 8-канального потоку електронів уздовж каналу транспортування

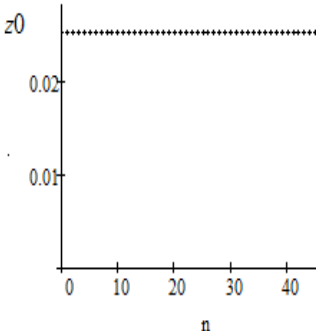

Рис. 16. Розподіл частинок за вертикаллю на старті

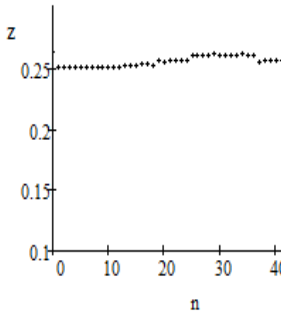

Рис. 17. Розподіл частинок за вертикаллю на фініші

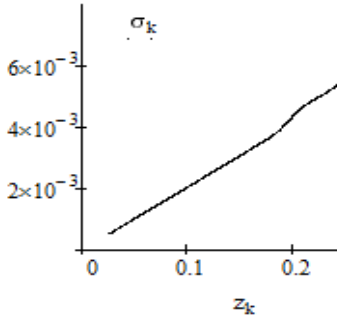

Рис. 18. Еволюція СКВ потоку електронів уздовж каналу транспортування

З отриманих результатів можна зробити висновок, що дійсна конфігурація магнетронної гармати зберігає прецизійну властивість повздовжніх розмірів потоку частинок.

4. Математична модель

У побудові математичної моделі рішення скористаємося аксіальною симетрією завдання. Тому працюватимемо в полярній системі координат (r, z, ϑ). Гамільтоніан розглянутої задачі в ній такий:

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-11

$$H = \frac{p_r^2 + p_z^2}{2m} + \frac{1}{2m}\left(\frac{p_\vartheta}{r} - e_0 A\right)^2. \tag{1}$$

Тут e_0, m – заряд і маса спокою електрона, p_r, p_z, p_ϑ – канонічні імпульси, A – магнітний потенціал. Його з урахуванням азимутальної симетрії поки запишемо як $A(r,z) = Brf(z)$, де $f(z)$ – функція поздовжньої координати, якою розпорядимося нижче, B – напруженість магнітного поля в точці, що розглядається.

На підставі (1) можна отримати рівняння руху для координат та імпульсів, що приводить до системи із 6 диференціальних рівнянь. У ній перейдемо за допомогою швидкості світла від поточного часу t до змінної $S = ct$ (ця величина пропорційна шляху, який пройшла частинка вздовж траєкторії), похідну за нею позначатимемо штрихом. Для канонічних імпульсів здійснимо заміну $p_r = e_0 Bq_r$, $p_z = e_0 Bq_z$, $p_\vartheta = e_0 Bq_\vartheta$. Після перетворень приходимо до системи рівнянь, у якій $f(z)$ – польова функція поздовжньої координати, $df(z)/dz$ – похідна функції $f(z)$.

$$\begin{cases} r' = \mu q_r, \\ z' = \mu q_z, \\ \vartheta' = \mu(q_\vartheta / r^2 - f(z)), \\ q_r' = \mu r(q_\vartheta / r^2 - f(z))(q_\vartheta / r^2 + f(z)), \\ q_z' = \mu r^2 (q_\vartheta / r^2 - f(z))\, df(z)/dz, \\ q_\vartheta' = 0, \end{cases} . \tag{2}$$

У рівняннях (2) $\mu = e_0 B / mc$ $Bf(z)$ – функція, що описує напруженість магнітного поля вздовж осі z. Амплітуду B вибираємо так, щоб можна було скористатися функцією $Bf(z)$ на всьому інтервалі можливих значень z. До рівнянь (3) необхідно приєднати початкові умови для r_0, z_0, ϑ_0, а також для q_{r0}, q_{z0}, $q_{\vartheta 0}$. Стійкість алгоритму рішення пов'язана із кроком Δs рішення та параметром μ. Тоді умова $\mu \Delta s << 1$ дотримуватиметься, якщо $\Delta s << 0.0001$ *м*. Отже, завдання може бути сформульовано як задача знаходження рішення системи звичайних диференціальних рівнянь із заданими початковими умовами. Сформульована задача Коші може бути вирішена за умови, що забезпечена можливість на кожному кроці інтегрування рівнянь (2) використовувати функції $f(z)$ та $df(z)/dz$ як аналітичні функції.

Початкові умови для імпульсів були вибрані за умов $q_z'\big|_0 = \mu^{-1}\sqrt{2E / E_0}$, $q_\theta'\big|_0 = r_0^2 f(z_0)$ (E_0 = 511 кеВ – енергія спокою електрона, E – енергія електрона).

Під час руху частинок у магнітному полі формування їхніх траєкторій уздовж пройденого шляху має траєкторний характер. Варіації поля взаємно компенсуються на кожних попередніх і наступних кроках траєкторії.

Висновки

За емісії та руху в каналі транспортування пучка потік електронів зазнає перетворення щільності розподілу у фазовому просторі, що визначається видом градієнтного магнітного поля в каналі магнетронної гармати. Застосовано чисельну модель для розподілу магнітного поля магнетронної гармати, а також алгоритмічне перетворення дослідних даних поля аналітичними функціями. Наводяться результати чисельного моделювання руху пучка, емітованого у формі прямокутного потоку. У результаті моделювання руху електронного потоку вивчено вплив середньоквадратичного відхилення під час емісії електронів і отримані траєкторні розв'язки частинок пучка під час їхнього руху вздовж осі транспортування. Досліджено залежність формування результуючого розподілу частинок від величини амплітуди магнітного поля

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-11

вздовж осі системи. З отриманих результатів можна зробити висновок, що дійсна конфігурація магнетронної гармати зберігає прецизійну властивість поздовжніх розмірів потоку частинок.

Список використаної літератури

1. Dovbnya A.N., Lavrinenko S.D., Zakutin V.V. Surface modification of zirconium and Zr1%Nb alloy by the electron beam of the magnetron gun-based accelerator. *Problems of Atomic Science and Technology*. Series "Physics of Radiation Effects and Radiation Materials Science". 2011. № 2. P. 39–45.
2. Ayzatsky M.I., Dovbnya A.N., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G., Romas'ko V.P., Chertishchev I.A. Studies on the formation of the radially-directed electron beam generated by the magnetron gun with a secondary emission cathode. *Problems of Atomic Science and Technology.* Series "Nuclear Physics Investigations". Issue 66. 2016. № 3 (103). P. 11–16.
3. Dovbnya A.N., Dovbnya N.A., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G., Chertishchev I.A. Transport simulation of a high-current electron beam formed by the magnetron gun with a secondary-emission cathode in a decreasing solenoid field. *Problems of Atomic Science and Technology*. Series "Nuclear Physics Investigations". 2015. № 6. P. 77–82.
4. Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G., Shovkoplyas O.A. Beam and sector modes of electron flows in a cylindrical magnetic field of a magnetron gun. *Journal of Nano- and Electronic Physics*. 2020. Vol. 12. № 3. P. 03001–03006.
5. Dovbnya A.N., Dovbnya N.A., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G. Longitudinal-radial motion of an electron beam in the solenoidal field of the secundary-emission magnetron gun. *Problems of Atomic Science and Technology*. Series "Nuclear Physics Investigations". 2017. № 6 (112). P. 96–100.
6. Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G. Transformation of the data array of the cylindrical magnetic field of the magnetron gun and the problem of radial motion of electrons. *Applied Problems of Mathematical Modeling.* 2020, Vol. 3. № 1. P. 108–116. https://doi.org/10.32782/2618-0340/2020.1-3.11.
7. Volkolupov Yu.Ya., Dovbnja A.N., Zakutin V.V., Krasnogolovets M.A., Reshetnyak N.G., Mitrochenko V.V., Romas'ko V.P., Churyumov G.I. Generation of electron beams in a magnetron diode with a metal secondary-emission cathode. *Journal of Technical Physics*. 2001. V. 71. № 7. P. 88–91.
8. Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G. Transformation of the data array of the cylindrical magnetic field of the magnetron gun and the problem of radial motion of electrons. *Applied Problems of Mathematical Modeling*. 2020. Vol. 3. № 1. P. 108–116.
9. Ayzatsky N.I., Churyumov G.I., Dovbnya A.N., Zakutin V.V., Reshetnyak N.G., Starchevskiy Y.L. Generation and formation of axially symmetrical tubular electron beam in a cold metal secondary-emission cathode magnetron gun. Part 1. Experiment. *IEEE. Transaction and electron device*. 2016. Vol. 63. № 4. P. 1704–1709.

References

1. Dovbnya, A.N., Lavrinenko, S.D., & Zakutin, V.V. (2011). Surface modification of zirconium and Zr1%Nb alloy by the electron beam of the magnetron gun-based accelerator. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Physics of Radiation Effects and Radiation Materials Science",* 2, 39–45 [in English].
2. Ayzatsky, M.I., Dovbnya, A.N., Mazmanishvili, A.S., Reshetnyak, N.G., Romas'ko, V.P., & Chertishchev, I.A. (2016). Studies on the formation of the radially-directed electron beam generated by the magnetron gun with a secondary emission cathode. *Problems of Atomic Science and Technology. Series* "*Nuclear Physics Investigations*", Issue 66, 3 (103), 11–16 [in English].

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-11

3. Dovbnya, A.N., Dovbnya, N.A., Mazmanishvili, A.S., Reshetnyak, N.G., & Chertishchev, I.A. (2015) Transport simulation of a high-current electron beam formed by the magnetron gun with a secondary-emission cathode in a decreasing solenoid field. *Problems of Atomic Science and Technology. Series* "*Nuclear Physics Investigations*", 6, 77–82 [in English].
4. Mazmanishvili, A.S., Reshetnyak, N.G., & Shovkoplyas, O.A. (2020). Beam and sector modes of electron flows in a cylindrical magnetic field of a magnetron gun. *Journal of Nano- and Electronic Physics*, 12 (3), 03001–03006 [in English].
5. Dovbnya, A.N., Dovbnya, N.A., Mazmanishvili, A.S., & Reshetnyak, N.G. (2017). Longitudinal-radial motion of an electron beam in the solenoidal field of a secundary-emission magnetron gun. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Nuclear Physics Investigations",* 6 (112), 96–100 [in English].
6. Mazmanishvili, A.S., & Reshetnyak, N.G. (2020). Transformation of the data array of the cylindrical magnetic field of a magnetron gun and the problem of radial motion of electrons. *Applied problems of mathematical modeling,* 3 (1), 108–116. https://doi.org/10.32782/2618-0340/2020.1-3.11 [in English].
7. Volkolupov, Yu.Ya., Dovbnja, A.N., Zakutin, V.V., Krasnogolovets, M.A., Reshetnyak, N.G., Mitrochenko, V.V., Romas'ko, V.P., & Churyumov, G.I. (2001). Generation of electron beams in a magnetron diode with a metal secondary emission cathode. *Journal of Technical physics,* 71 (7), 88–91 [in English].
8. Mazmanishvili, A.S., & Reshetnyak, N.G. (2020). Transformation of the data array of the cylindrical magnetic field of a magnetron gun and the problem of radial motion of electrons. *Applied problems of mathematical modeling*, 3 (1), 108–116. https://doi.org/10.32782/2618-0340/2020.1-3.11 [in English].
9. Ayzatsky, N.I., Churyumov, G.I., Dovbnya, A.N., Zakutin, V.V., Reshetnyak, N.G., & Starchevskiy, Y.L. (2016). Generation and formation of axially symmetrical tubular electron beam in a cold metal secondary-emission cathode magnetron gun. Part 1. Experiment. *IEEE. Transaction and electron devices*, 63 (4), 1704–1709 [in English].

Мазманішвілі Олександр Сергійович – д.ф.-м.н., старший науковий співробітник Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут». E-mail: mazmanishvili@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0373-0626.

Решетняк Микола Григорович – к.ф.-м.н., старший науковий співробітник Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут». E-mail: nreshetnyak@kipt.kharkov.ua, ORCID: 0000-0002-2345-6789.

Mazmanishvili Oleksandr Serhiiovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher at the National Science Center "Kharkiv Physical-Technical Institute". E-mail: mazmanishvili@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0373-0626.

Reshetnyak Mykola Grigorovich – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher at the National Science Center "Kharkiv Physical-Technical Institute". E-mail: nreshetnyak@kipt.kharkov.ua, ORCID: 0000-0002-2345-6789.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-11