УДК 621.923.6

А.В. УСОВ, М.В. КУНІЦИН, В.М. ДАВИДЮК
Національний університет «Одеська політехніка»

ОПТИМІЗАЦІЯ ТЕРМОМЕХАНІЧНИХ ЯВИЩ НА ФІНІШНИХ ОПЕРАЦІЯХ ДЕТАЛЕЙ ІЗ МАТЕРІАЛІВ, СХИЛЬНИХ ДО ДЕФЕКТОУТВОРЕННЯ

Дослідження присвячене розробленню та застосуванню математичних моделей для оптимізації термомеханічних процесів, що відбуваються під час фінішних операцій обробки деталей із матеріалів, схильних до дефектоутворення. У статті аналізуються сучасні технологічні вимоги, пов'язані з обробкою магнітотвердих сплавів, ферокерамічних матеріалів і високоміцних сталей, де традиційні методи не завжди забезпечують необхідний баланс між продуктивністю та якістю обробки. Основною метою роботи є створення інтегрованої математичної моделі, яка враховує вплив температурних, силових та геометричних параметрів на формування дефектів, зокрема тріщин, у процесі фінішної обробки. У статті подано теоретичну базу для формалізації завдання багатокритеріальної оптимізації, що дозволяє уніфікувати різноманітні частинні критерії в єдину систему оцінювання якості робочої поверхні. Використання принципів теорії корисності сприяє розробленню моделі, яка описує нелінійний розподіл температурного поля, дифузійні процеси та виникнення силових напружень у зоні контакту інструмента з деталлю. Завдяки застосуванню спеціалізованих охолоджувально-змащувальних середовищ вдалося знизити адгезійні явища, що дозволило мінімізувати локальні температурні перегріви та зменшити ризик появи мікротріщин. Експериментальні дослідження підтвердили ефективність моделювання, оскільки встановлено чітку залежність коефіцієнта інтенсивності напружень від розміру дефектів і режимів фінішної обробки. Отримані результати дозволяють сформувати практичні рекомендації для оптимізації технологічних параметрів, зокрема температури обробки, тривалості впливу теплового потоку та геометрії абразивного кола. Це сприяє не лише підвищенню якості оброблюваних поверхонь, але й зменшенню економічних витрат завдяки зниженню відсотка відбраку та підвищення продуктивності виробництва. Отже, дослідження має значний практичний потенціал для впровадження інноваційних рішень у галузі термомеханічної обробки важкооброблюваних матеріалів. Розроблена методика математичного моделювання створює основу для подальших експериментальних перевірок і оптимізації виробничих процесів, що сприятиме підвищенню конкурентоспроможності підприємств у сучасних умовах високотехнологічного виробництва.

Ключові слова: *термомеханічні явища, фінішна обробка, дефектоутворення, багатокритеріальна оптимізація, математичне моделювання.*

A.V. USOV, M.V. KUNITSYN, V.M. DAVYDIUK
Odessa Polytechnic National University

OPTIMIZATION OF THERMOMECHANICAL PHENOMENA IN FINISHING OPERATIONS OF PARTS MADE OF MATERIALS PRONE TO DEFECT FORMATION

The study is devoted to the development and application of mathematical models for optimizing thermomechanical processes occurring during finishing operations of machining parts made of materials prone to defect formation. The article analyzes the modern technological requirements associated with the processing of magnetically hard alloys, ferroceramic materials, and high-strength steels, where traditional methods do not always provide the necessary balance between productivity and processing quality. The main goal of the work is to create an integrated mathematical model that takes into account the influence of temperature, force, and geometric parameters on the formation of defects, including cracks, during finishing. The article presents a theoretical framework for formalizing the problem of multicriteria optimization, which allows unifying various partial criteria into a single system for assessing the quality of a working surface. The use of the principles of utility theory contributes to the development of a model that describes the nonlinear distribution of the temperature field, diffusion processes, and the occurrence of force stresses in the contact zone between the tool and the workpiece. Thanks to the use of specialized cooling and lubricating media, adhesion phenomena were reduced, which minimized local temperature overheating and reduced the risk of microcracks. Experimental studies confirmed the effectiveness of the modeling, as a clear dependence of the stress intensity factor on the size of defects and finishing modes was established. The results obtained allow us to formulate practical recommendations for optimizing technological parameters, including the processing temperature, the duration of exposure to the heat flow, and the geometry of the abrasive wheel. This contributes not only to improving the quality of the treated surfaces, but also to reducing economic costs by reducing the rejection rate and increasing production productivity. Thus, the study has significant practical potential for the implementation of innovative solutions in the field of thermomechanical processing of hard-to-machine materials. The developed methodology of mathematical modeling creates the basis for further experimental testing and optimization of production processes, which will help to increase the competitiveness of enterprises in modern conditions of high-tech production.

Key words: *thermomechanical phenomena, finishing, defect formation, multicriteria optimization, mathematical modeling.*

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-23

Постановка проблеми

Практика застосування сучасних технологічних процесів на фінішних операціях обробки робочих поверхонь деталей із матеріалів, схильних до дефектоутворення, наприклад, магнітотвердих сплавів, ферокерамічних матеріалів, високоміцних сталей, пов'язана з визначенням їхньої ефективності в умовах оптимізації [1].

Подальшого підвищення ефективності фінішних операцій можна досягти за допомогою математичного моделювання термомеханічних процесів, що їх супроводжують, на основі принципів багатокритеріальної оптимізації. Накопичений у науці та промисловості досвід [2], наявність сучасної обчислювальної техніки та засобів їх математичного забезпечення дозволяє створити комплексну систему моделей складових явищ термомеханічних процесів, що супроводжують фінішні методи обробки деталей із важкооброблюваних матеріалів [3].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Формалізація завдання багатокритеріальної оптимізації полягає в тому, що система «фінішні операції» характеризується набором різних властивостей, кожна з яких описує «локальну» якість системи, а їх сукупність характеризує систему загалом [1–4]. Кожну «локальну» властивість (точність, шорсткість, відсутність дефектів на оброблених поверхнях, продуктивність, знос оброблюваного інструменту) можна привести до виду, що допускає кількісну оцінку, тобто характеризувати частинним критерієм $k_i(x)$, $i=1,n$, де $x \in X$ – множина допустимих рішень, n – кількість частинних критеріїв. Тоді у формальній постановці задача вибору оптимального багатокритеріального рішення має вигляд [5; 6]:

$$X^0 = argextr\left(k_i(x)\right). \tag{1}$$

Найбільш конструктивною і перспективною з методів оптимального багатокритеріального вибору є теорія корисності. Ця теорія базується на гіпотезі, що на множині частинних критеріїв $k_i(x)$ існує узагальнена скалярна оцінка корисності [7]:

$$P(x) = F[a_i, (k_i(x)], \qquad i = 1, n, \tag{2}$$

де a_i – коефіцієнти ізоморфізму, що приводить різнорідні частинні критерії до однієї розмірності й однакової значущості. З урахуванням (2), модель вибору оптимального багатокритеріального розв'язку набуває вигляду:

$$X^0 = arg\ max\ P(x). \tag{3}$$

Сучасні виробничі процеси потребують високої точності та якості обробки деталей із матеріалів, схильних до тріщиноутворення, де традиційні методи фінішних методів обробки часто не забезпечують необхідного балансу між продуктивністю та якістю поверхні. Актуальність проблеми зумовлена значними силовими та температурними навантаженнями в зоні контакту інструменту з оброблюваною поверхнею, що призводить до утворення дефектів і швидкого зношування інструменту. У відповідь на ці виклики необхідно впроваджувати нові технологічні рішення, які дозволять забезпечити більш ефективний контроль фінішних методів обробки та підвищення надійності виробничої системи [8].

Наукова новизна дослідження полягає в застосуванні принципу подібності для аналізу термомеханічних явищ, що супроводжують фінішні методи обробки.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-23

Мета дослідження

Теоретико-експериментальні дослідження формування закономірностей термомеханічних явищ, що формуються на фінішних операціях під час обробки деталей зі складнооброблюваних матеріалів, загалом описуються такою системою диференціальних рівнянь [9]:

$$G\Delta\dot{U}_j^{\square} + (\lambda_t + G) grad\ div\ U_j - \rho \frac{\partial^2\ U}{\partial \tau^2} + P_j = \propto_t \beta_t\ grad\ T, \tag{4}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + V_d \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{W}{\lambda}, \tag{5}$$

де λ_t, G – постійні Ляме; $\beta_t = 3\lambda_t + 2G$; A – щільність оброблюваного матеріалу; α_t – температурний коефіцієнт лінійного розширення; a, λ – коефіцієнти температуропровідності та теплопровідності матеріалу деталей; $U(P,\tau)$ – переміщення точки P поверхневого шару оброблюваної деталі під дією термомеханічних напружень; W – потужність внутрішнього джерела; τ – час; P_j – сили різання; $j \overset{\leftarrow}{\underset{\rightarrow}{}} x, y, z$; $\text{grad}\, T = \frac{\partial T}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial T}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial T}{\partial z}\vec{k}$; $\text{div}\, \vec{U} = \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial z}$.

Мета дослідження базується на розробленні моделі подібності, яка інтегрує геометричні, фізико-хімічні та динамічні параметри процесу фінішної обробки. Основна ідея полягає у формуванні математичної моделі, що дозволяє описати взаємодію інструмента фінішної обробки з оброблюваною поверхнею за допомогою аналізу термомеханічних процесів.

Виклад основного матеріалу дослідження

Використання спеціально оптимізованих охолоджувально-змащувальних технологічних середовищ дозволяє зменшити адгезійні явища, що супроводжують процес, тим самим значно знижує теплове навантаження в зоні різання.

Початкові умови для цього завдання можна взяти у вигляді:

$$T(x, y, 0) = 0. \tag{6}$$

Граничні умови для температурних і деформаційних полів, що враховують теплообмін із поверхні поза зоною контакту інструменту з деталлю та інтенсивного тепловиділення в зоні обробки, мають вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{q(y,\tau)}{\lambda}, |y| \left\langle a^*, -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} + \gamma T = 0, |y| \right\rangle a^*, \tag{7}$$

$$\sigma_x(x, y, \tau)|_{x=0} = \tau_{\tau y}(x, y, \tau)|_{x=0} = 0, \tag{8}$$

де $q(y,\tau)$ – інтенсивність теплового потоку, що формується в результаті взаємодії кола з деталлю; λ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу; $2a^*$ – довжина зони контакту кола з оброблюваною поверхнею; γ – коефіцієнт теплообміну з навколишнім середовищем; σ_x, τ_{xy} – нормальні та дотичні напруження.

Для поверхневих шарів, що мають структурні та технологічні неоднорідності, умови розривності рішення залежно від типу дефекту будуть [10]:
на включеннях на тріщиноподібних дефектах

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-23

$$\bar{\upsilon} = 0, \sigma_x \neq 0,$$

$$\bar{v} = 0, \tau_{xy} \neq 0, \qquad \sigma_x = 0, \bar{\upsilon} \neq 0,$$

$$\tau_{xy} = 0, \bar{v} \neq 0, \tag{9}$$

де $\bar{\upsilon}$, $\bar{v}$, σ_x, τ_{xy} – стрибки компонент зміщень та напружень.

Гранично рівноважний стан поверхневого шару, що деформується, оцінювався класичними критеріями міцності [11; 12]. З наявних критеріїв руйнування, які враховують локальні фізико-механічні властивості неоднорідних матеріалів, найбільш прийнятними для цього випадку є критерії силового підходу [13; 14], пов'язані з використанням поняття коефіцієнта інтенсивності напружень (далі – КІН). Коли навантаження призводить до того, що інтенсивність напружень стає рівною граничному значенню K_{1c}, то тріщиноподібний дефект перетворюється на магістральну тріщину.

Взаємний вплив дефектів на інтенсивність напружень позначається за розташування їх із відривом один від одного трохи більше за $\sigma^* = 1/3$. Найменша тріщиностійкість матеріалу досягається якщо дефекти орієнтовані один щодо одного під кутом $\phi = \pi/6 + \pi/4$. Геометрія і властивості включень можуть створювати умови як гальмування, так і розвитку термомеханічних тріщин. Якщо тепловий потік спрямований паралельно до більшої осі еліптичного включення і прямолінійної термоізольованої тріщини, то за коефіцієнта лінійного температурного розширення α_t^B включення, більшого, ніж основного матеріалу $\alpha_t^M \left(\alpha_t^B > \alpha_t^M\right)$, збільшення жорсткості до зростання K_I щодо різних відносин коефіцієнтів теплопровідності, складників матеріалу.

Це призводить до зниження тріщиностійкості поверхневого шару. Для дефектів на кшталт тріщин, що в шарі з меншим коефіцієнтом α_t, орієнтація дефекту сильно впливає на величину КІН.

За значного видалення тріщини, розташованої в більш жорсткому шарі від лінії розділу КІН, K_I приймає максимальні значення, коли дефект орієнтований паралельно до цієї лінії, а з наближенням тріщини до межі розділу максимум K_I досягається, коли вона стає перпендикулярною до даної межі. Якщо ж тріщина в менш жорсткому матеріалі, то максимум K_I досягається, коли тріщина перпендикулярна до лінії розділу. Коефіцієнт K_{II} стає максимальним за кутів між лінією розділу шарів, що близькі до $\pi/6$, незалежно від відносної жорсткості шарів.

Для бездефектної обробки сталей і сплавів, що мають тріщиноподібні дефекти та включення, у виборі режимів обробки та характеристик інструменту варто орієнтуватися на оптимальні значення теплового потоку, що формується за фінішних методів обробки, щоб спадкові дефекти не вийшли з рівноважного стану.

Вплив технологічної спадковості на тріщиностійкість металів за фінішних методів обробки вивчався за допомогою параметра механіки руйнування K_{1c}, що враховує залежність напружено-деформованого стану від структурних складників поверхневого шару.

Підвищення міцності сталей зі зростанням вмісту вуглецю або зниження температури відпуску після загартування закономірно веде до спаду K_{1c}, отже, до посилення процесу тріщиноутворення за їх фінішної обробки. Для досягнення належного рівня тріщиностійкості цілком виправданим є використання високого відпуску та покращення таких сталей перед фінішними операціями. Такі заходи дозволяють усунути схильність цих сталей до появи тріщин від фінішної обробки.

Так, зокрема, установлено негативний вплив вмісту сірки (0,008–0,009%) у високоміцних сталях типу 18Х2Н4ВА (SNCM815, 18NCD6, 820A16, 14NiCrMo13) на їхню тріщиностійкість. На підставі фактографічних досліджень показано, що осередками мікроруйнування в цих сталях є сульфідні включення.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-23

Легування сталей, що супроводжується подрібненням зерна, дещо сприяє зростанню K_{1c}.

Підвищення чистоти сплавів за домішками завжди поєднується зі зростанням водночас тріщиностійкості та короткочасної міцності. Таким же сприятливим чинником у зниженні схильності сталей до тріщиноутворення під час їх фінішної обробки є обробка поверхневого шару на наддрібне зерно. Подрібнення зерна сталі шляхом циклічної електротермічної обробки від 15 бала (1–2 мкм) забезпечує підвищення K_{1c} на 40–50% і вихід придатних виробів із матеріалів, що особливо чутливі до тріщин від фінішної обробки, збільшується у 2,5–3 рази.

Зернограничну крихкість, до якої схильні високоміцні сплави, можна усунути підвищенням температури відпуску або високотемпературною термомеханічною обробкою, що сприяє деформації меж аустенітного зерна, унаслідок чого гладкі межі піддаються фрагментації та набувають специфічної зубчастості. Це приводить до зростання міцності кордонів і усунення зернограничного руйнування за фінішних методів обробки таких сплавів.

Кількісне оцінювання тріщиностійкості магнітотвердих сплавів проводилося залежно від способів отримання заготовок та подальшої їхньої термообробки на γ-фазу, термомагнітної обробки на $a+a'$ фазу в різних режимах відпуску та швидкості охолодження. Контрольованими параметрами були значення напруження вигину σ_{283}, розтягування $\sigma_{@}$, коефіцієнта K_{1c} та характеристики магнітних властивостей – коерцитивна сила матеріалу за намагніченістю h_C і залишкова індукція B_r. Експериментальні дані свідчать, що значення K_{1c} – різні для моно- та полікристалів у стадії заготівлі. Це пояснюється тим, що відсотковий зміст неметалевих включень у сплавах, отриманих різними способами, змінюється. Фазовий склад даних сплавів змінює значення коефіцієнта K_{1c}. Для полікристалів у вихідному стані $K_{1c}=30$ МПа м, тоді як наявність γ-фази підвищує K_{1c} до 97 МПа м. Встановлено, що γ-фаза, будучи пластичніше, порівняно з основною матрицею даного сплаву, сприяє гальмуванню мікротріщин.

Фрактографічний аналіз зламів у стані γ-фази показує, що зона руйнування має інтеркристалічний характер із вираженими лініями ковзання. Однак наявність цієї фази у сплаві знижує коерцитивну силу на 40%, залишкову магнітну індукцію – на 15–20%, максимальну магнітну енергію – більш ніж на 60%. Тому ці сплави піддаються надалі термомагнітній обробці. Особливістю структури висококоерцитивного стану сплавів, що розглядаються, є періодичне чергування еліптично образних частинок α'-фази, оточених матрицею α-фази. Подальша обробка цих сплавів фінішними методами обробки приводить до формування тріщин у поверхневому шарі. Інтенсивність тріщиноутворення пов'язана з режимами термообробки, які впливають на розміри частинок α'-фази й напрямок ТМО щодо поздовжньої подачі за фінішних методів обробки. Панівними технологічними параметрами, що впливають на тріщиностійкість та контактну температуру, є глибина фінішної обробки та характеристики кола. Так, за фінішних методів обробки з різною глибиною алмазними колами тріщиностійкість вимірюється незначно, на відміну від діапазону зміни K_{1c} у результаті обробки кругами 24А25СМ18К5 (25AF46O7B). Контактна температура в першому випадку істотно нижча, ніж у другому.

На основі побудованої моделі вивчено механізм виникнення тріщин від фінішної обробки з позицій впливу геометрії та фізичних властивостей α'-фази, її орієнтації залежно від напрямку фінішної обробки даних матеріалів у висококоерцитивному стані. Розглянуто також умови рівноваги структурних складників α'-фази залежно від панівних чинників процесу фінішних методів обробки і в'язкості руйнування K_{1c}, магніту, дотримання яких не призводить до виникнення тріщин на оброблюваній поверхні.

Розроблення технологічних критеріїв для управління бездефектними методами фінішної обробки здійснено на базі встановлених функціональних зв'язків між фізико-механічними властивостями оброблюваних матеріалів і основними технологічними параметрами.

Якість оброблюваних поверхонь буде забезпечено, якщо за допомогою керівних технологічних параметрів підібрати такі технологічні умови обробки (режими, мастильно-охолоджувальні середовища та характеристики інструменту), що поточні значення температури фінішної

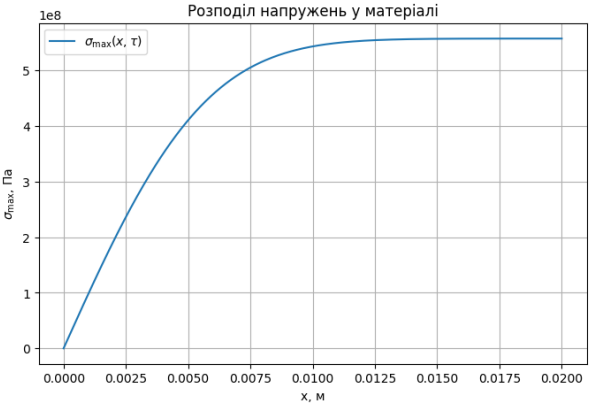
https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-23

обробки $T(x,y,\tau)$, теплового потоку $q(y,\tau)$, напружень $\sigma(M)$ і коефіцієнта K_{1c} не перевершуватимуть своїх граничних значень і забезпечать оптимальну ефективність фінішних операцій.

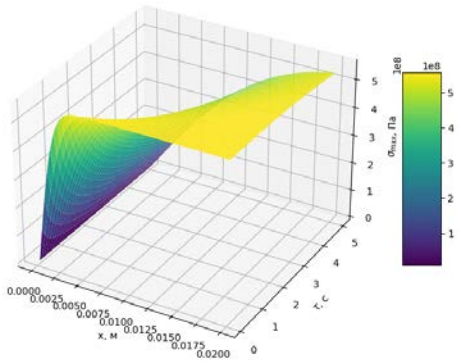
Обробку матеріалів і сплавів без термомеханічних тріщин можна забезпечити обмеженням граничних значень, що формуються в зоні інтенсивного охолодження напруження [15]:

$$\sigma_{max}(x,\tau) = 2G\frac{1+\nu}{1-\nu}\alpha_t T_k erf\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha\tau}}\right) \le [\sigma_i]. \tag{10}$$

Тут завдяки нелінійному розподілу температурного поля T_k і ефекту дифузії тепла (через параметри α і τ) формується розподіл напружень у матеріалі. Функція помилки erf вказує на поступове насичення значень напружень із віддаленням від поверхні контакту.



а



б

Рис. 1. (а) – розподіл максимальних напружень $\sigma_{\max}(x,\tau)$ у матеріалі, сформованих за допомогою функції помилки erf; (б) – розподіл максимальних напружень у матеріалі за залежності від часу τ

Рис. 1 (а) ілюструє, що за збільшення координати x напруження зростають до визначеного максимуму, що пов'язано зі збільшенням області впливу теплового потоку та розповсюдженням температурного поля. Рис. 1 (б) ілюструє, як максимальне напруження σ_{max} формується в матеріалі внаслідок розповсюдження теплового потоку й теплового поля, яке змінюється із часом. За зростання часу тепловий вплив розповсюджується глибше (підвищується знаменник аргументу erf), що модулює значення напружень. Для невеликих τ розподіл змінюється стрімко, а за великого часу значення напружень можуть насититись до стабільних значень для фіксованого x. Рис. 1 (б) показує, як параметри фінішних методів обробки (температура, властивості матеріалу, час обробки) впливають на розвиток напружено-деформованого стану. Така залежність важлива для визначення оптимальних режимів фінішної обробки, які дозволяють уникнути перевищення критичних значень напружень, отже, утворення дефектів (наприклад, термомеханічних тріщин).

У разі панівного впливу спадкової неоднорідності на інтенсивність утворення термомеханічних тріщин необхідно користуватися критеріями, до структури яких входять детерміновані зв'язки технологічних параметрів і властивості самих неоднорідностей. Як такі можна використовувати обмеження коефіцієнта інтенсивності напружень [16]:

$$K = \frac{1}{\pi\sqrt{l}}\int_{-e}^{e}\sqrt{\frac{l+t}{l-t}}\sigma_x,\sigma_y dt \le K_{Ic}. \tag{11}$$

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-23

Початкове визначення коефіцієнта інтенсивності напружень (11) містить інтеграл, який ураховує зміну напружень уздовж дефекту. За спрощення (припущення, що напруження σ_x та σ_y є сталими, а межі інтегрування збігаються з розміром дефекту) інтеграл дає класичний результат, завдяки якому K пропорційний $\sqrt{l}$. Це свідчить, що зі збільшенням розміру дефекту зростає інтенсивність напружень навколо, що має велике значення для аналізу механізму розвитку термомеханічних тріщин: більші дефекти можуть стати центрами концентрації напружень, які можуть ініціювати їх подальше розростання.

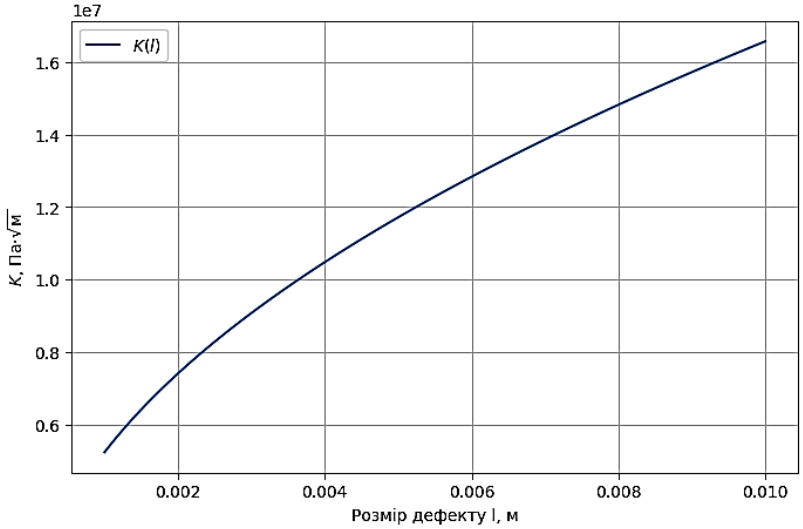


Рис. 2. Залежність коефіцієнта інтенсивності напружень K від розміру дефекту l

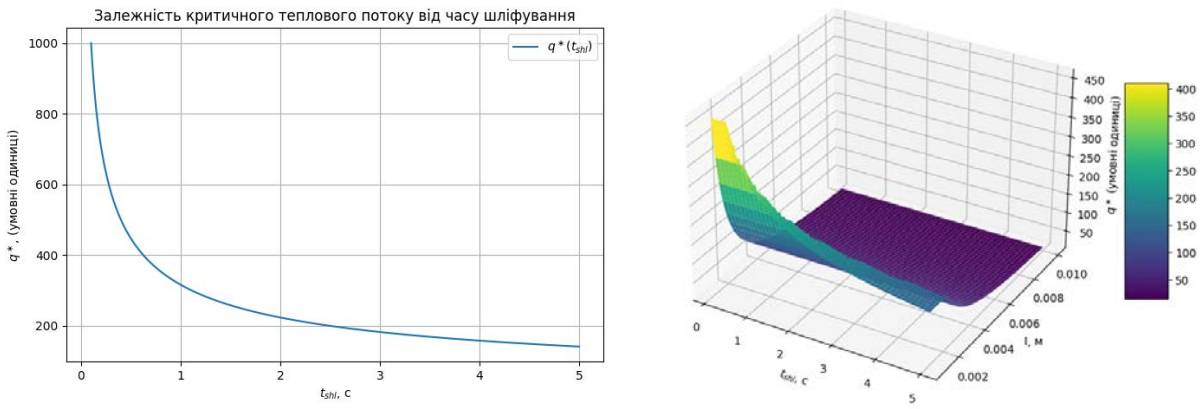
Рис. 2 ілюструє, як $K(l)$ зростає зі збільшенням розміру дефекту, водночас інтегральний внесок, який залежить від локальної варіації напружень, впливає на швидкість зростання K. Оскільки у процесі фінішної обробки дефекти можуть спричиняти концентрацію напружень, можна оцінити, як збільшення розміру дефекту впливає на потенційне зростання коефіцієнта інтенсивності напружень. За надмірного зростання K існує ризик переходу дефекту в режим пошкодження (розвитку тріщини), тому така залежність є важливою для оптимізації режимів фінішної обробки.

У разі забезпечення за допомогою керівних технологічних параметрів граничного значення теплового потоку, за якого зберігається рівновага структурних дефектів [16]:

$$q^* = \frac{P_z \upsilon_{kp} \alpha_s}{\sqrt{D t_{gr}}} \le \frac{\sqrt{3} \lambda K_{Ic}}{H l \sqrt{\pi l} \sigma}. \tag{12}$$

Ця залежність визначає критичний рівень теплового потоку, за якого забезпечується бездефектна фінішна обробка. Фізичний сенс цієї нерівності полягає в тому, що, з одного боку, критичний тепловий потік (ліва частина рівняння) залежить від технологічних параметрів і часу обробки, а з іншого – існує обмеження, яке залежить від геометрії дефекту l (права частина). За зростання характеристичного часу фінішної обробки $t_{H;}$ знаменник зростає (через квадратний корінь), що приводить до зменшення q^*. Теоретично це відображає явище, за якого подовження експозиції теплового потоку призводить до поступового зниження критичного значення теплового потоку, необхідного для уникнення надмірного нагріву та, як наслідок, появи термомеханічних тріщин.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-23



(а) (б)

Рис. 3: (а) – залежність критичного теплового потоку q^* від параметрів для визначення межі бездефектної фінішної обробки; (б) – залежність критичного теплового потоку q^* від двох параметрів – часу фінішної обробки $t_{H;}$ та розміру дефекту l

На рис. 3 (а) видно зменшення q^* зі зростанням часу фінішної обробки $t_{H;}$. Рис. 3 (б) дозволяє візуалізувати, як змінюється критичний тепловий потік у разі варіювання часу фінішної обробки та розміру дефекту, що дає можливість визначити оптимальні технологічні режими, щоб уникнути перевищення критичних значень, що можуть спричинити виникнення термомеханічних тріщин.

Умови бездефектної фінішної обробки можна реалізувати за допомогою інформації про структуру матеріалу, що обробляється. Так, у разі переважного характеру структурних недосконалостей завдовжки $2l$, їх регулярного розташування щодо зони контакту інструменту з деталлю, можна як критеріальне співвідношення використовувати умову рівноваги дефекту у вигляді [16]:

$$l_0 < \frac{K_C^2}{x\left[GT_k\left(1+\nu\right)\alpha_t\right]^2}. \tag{13}$$

У цій формулі технологічна частина міститься у зв'язку з величиною контактної температури T_k з умовами обробки.

Наведені нерівності можуть бути інформаційною базою для визначення зв'язків температурного та силового полів із керівними технологічними параметрами. Вони задають область поєднань цих параметрів, які відповідають отриманим термомеханічним критеріям. Водночас ураховуються властивості матеріалу, що обробляється, і гарантується забезпечення необхідної якості виробів.

Модель ураховує оптимізацію геометрії абразивного круга, що описується розподілом ріжучих зерен по робочій поверхні інструменту. Для цього застосовується модель рівномірного розташування зерен за принципом трикутної сітки, що дозволяє математично описати взаємодію окремих зерен із матеріалом деталі. Математичне представлення цього розподілу може бути виражено через середню відстань між зернами d, яка обчислюється за допомогою співвідношення площі робочої поверхні та кількості активних зерен. Отримані значення дозволяють визначити ефективну площу контакту, що безпосередньо впливає на розподіл сил різання та теплове навантаження.

Отже, інтегроване застосування моделей температурного режиму, аналізу силових залежностей і оптимізації геометричних характеристик дозволяє створити єдину математичну базу для

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-23

оптимізації процесу фінішної обробки важкооброблюваних матеріалів. Розроблена методологія забезпечує глибоке розуміння впливу основних параметрів процесу на якість обробки, що відкриває можливості для впровадження інноваційних технологічних рішень у виробничу практику.

Зазначені вище діаграми допомагають візуалізувати ключові зв'язки між термомеханічними параметрами й умовами обробки, що були описані в моделі. Кожен із них дає змогу зрозуміти, як технологічні параметри (час фінішної обробки, температура, властивості матеріалу) впливають на напружено-деформований стан, що критично важливо для забезпечення якості оброблюваних поверхонь.

Висновки

У дослідженні встановлено, що математичне моделювання термомеханічних процесів у фінішній обробці дозволяє визначити чіткі зв'язки між температурними, силовими та геометричними параметрами, що забезпечують бездефектну обробку важкооброблюваних матеріалів. Отримані нерівності й моделі демонструють переваги порівняно із традиційними підходами, адже дозволяють оптимізувати технологічні режими з урахуванням впливу температури, навантажень і характеристик інструменту, що сприяє мінімізації утворення тріщин та інших дефектів. Результати дослідження є інформаційною базою для розроблення практичних рекомендацій щодо вдосконалення процесів фінішної обробки та визначення напрямів подальших експериментальних перевірок моделей, забезпечуення тим самим підвищення якості виробів за збереження необхідного балансу між продуктивністю і надійністю.

Список використаної літератури

1. Diegel O., Nordin A., Motte D. Post-processing. A Practical Guide to Design for Additive Manufacturing. Singapore : Springer Singapore, 2019. P. 181–207. DOI: 10.1007/978-981-13-8281-9_12.
2. Новіков Ф.В., Полянський В.І. Теоретичне визначення температури різання при лезовій обробці. Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Технології в машинобудуванні : збірник наукових праць. 2023. С. 50–57. URL: http://repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/30742.
3. Armarego E.J.A., Herath A.B. Predictive Models for Machining with Multi-Edge Form Tools Based on a Generalised Cutting Approach. CIRP Annals. 2000. Issue 49, № 1. P. 25–30. DOI: 10.1016/S0007-8506(07)62889-3.
4. Zakeri M., Nosratollahi M., Novinzade A. Multi-Disciplinary System Design Optimization of a Launch Vehicle Upper-Stage. Journal of Aerospace Technology and Management. 2017. Vol. 9, Issue 1. P. 48–62. DOI: 10.5028/jatm.v9i1.681.
5. Roszkowska E., Burns T.R. Decision-Making Under Conditions of Multiple Values and Variation in Conditions of Risk and Uncertainty. Human-Centric Decision-Making Models for Social Sciences. Ed. Peijun Guo, Witold Pedrycz. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2014. P. 315–338. DOI: 10.1007/978-3-642-39307-5_13.
6. Fu M.C. Stochastic Gradient Estimation. Handbook of Simulation Optimization. ed. Michael C Fu. New York : Springer New York, 2015. P. 105–147. DOI: 10.1007/978-1-4939-1384-8_5.
7. Сахно В.П., Поляков В.М., Сакно О.П., Колеснікова Т.М. Метод аналізу функціонального резонансу для моделювання контролю безпеки руху автомобіля. Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. 2020. 1(46). С. 293–303. DOI: 10.33744/2308-6645-2020-1-46-293-303.
8. Wang Z., Xu Y., Ma X. et al. Towards Smart Remanufacturing and Maintenance of Machinery : Review of Automated Inspection, Condition Monitoring and Production Optimisation. 2020 25th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA). (Vienna, Austria, 09.2020). Vienna, Austria : IEEE, 2020. P. 1731–1738. DOI: 10.1109/ETFA46521.2020.9212110.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-23

9. Підстригач Я.С., Коляно Ю.М. Узагальнена термомеханіка. Київ : Наукова думка, 2013. 312 с.
10. Freiman S.W., Jr J.J.M. The fracture of brittle materials: testing and analysis. John Wiley & Sons, 2019. 256 p.
11. Sih G.C. Methods of analysis and solutions of crack problems. Springer Science & Business Media, 2013. 562 p.
12. Popov G.Y. New Integral Transformations and Their Applications to Some Boundary-Value Problems of Mathematical Physics. Ukrainian Mathematical Journal. Vol. 54, Issue 12. P. 1992–2005.
13. Моделювання та оптимізація систем / В.М. Дубовой та ін. Вінниця : ПП «ТД «Едельвейс»», 2017. 804 с.
14. Nesetova V., Lajtai E. Z. Fracture from compressive stress concentrations around elastic flaws. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. 1973. Issue 10, № 4. P. 265–284. DOI: 10.1016/0148-9062(73)90038-7.
15. Danilov V.G. Mathematical Modelling of Heat and Mass Transfer Processes. Dordrecht : Springer Netherlands, 1995. 1 p.
16. Allen A.O. Elements of queuing theory for system design. IBM Systems Journal. Vol. 14, Issue 2. P. 161–187. DOI: 10.1147/sj.142.0161.

References

1. Diegel, O., Nordin, A., & Motte, D. (2019). Post-processing. В O. Diegel, A. Nordin, & D. Motte, A Practical Guide to Design for Additive Manufacturing. Springer Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-13-8281-9_12 [in English].
2. Novikov, F.V., & Polyansky, V.I. (2023). Teoretychne vyznachennya temperatury rizannya pry lezoviy obrobtsi [Theoretical determination of cutting temperature during blade processing]. Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «Kharkivskyi politekhnichnyi instytut». Tekhnolohii v mashynobuduvanni : zbirnyk naukovykh prats – Bulletin of the National Technical University "KhPI", 2, 50–57. Retrieved from: http://repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/30742 [in Ukrainian].
3. Armarego, E.J.A., & Herath, A.B. (2000). Predictive Models for Machining with Multi-Edge Form Tools Based on a Generalised Cutting Approach. CIRP Annals, 49 (1), 25–30. https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62889-3 [in English].
4. Zakeri, M., Nosratollahi, M., & Novinzade, A. (2017). Multi-Disciplinary System Design Optimization of a Launch Vehicle Upper-Stage. Journal of Aerospace Technology and Management, 9 (1), 48–62. https://doi.org/10.5028/jatm.v9i1.681 [in English].
5. Roszkowska, E., & Burns, T.R. (2014). Decision-Making Under Conditions of Multiple Values and Variation in Conditions of Risk and Uncertainty. In: P. Guo & W. Pedrycz (eds), Human-Centric Decision-Making Models for Social Sciences, Springer Berlin Heidelberg. 502, 315–338. https://doi.org/10.1007/978-3-642-39307-5_13 [in English].
6. Fu, M.C. (2015). Stochastic Gradient Estimation. В M. C. Fu (ed.), Handbook of Simulation Optimization, 216, 105–147. Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4939-1384-8_5 [in English].
7. Sakhno, V., Poliakov, V., Sakno, O., & Kolesnikova, T. (2020). Metod analizu funktsionalnoho rezonansu dlia modeliuvannia kontroliu bezpeky rukhu avtomobilia [Functional resonance analysis method modelling of the car safety control]. Visnyk Natsionalnoho transportnoho universytetu – The National Transport University Bulletin, 1 (46), 293–303. https://doi.org/10.33744/2308-6645-2020-1-46-293-303 [in Ukrainian].
8. Wang, Z., Xu, Y., Ma, X., & Thomson, G. (2020). Towards Smart Remanufacturing and Maintenance of Machinery – Review of Automated Inspection, Condition Monitoring and Production Optimisation. 2020 25th IEEE International Conference on Emerging Technologies

and Factory Automation (ETFA), Vienna, Austria: IEEE, 1731–1738. https://doi.org/10.1109/ETFA46521.2020.9212110 [in English].
9. Pidstrygach, Ya.S., & Kolyano, Yu.M. (2013). Uzahal'nena termomekhanika [Generalized Thermomechanics]. Kyiv: Naukova Dumka [in Ukrainian].
10. Freiman, S.W., & Jr, J.J.M. (2019). The fracture of brittle materials: Testing and analysis. John Wiley & Sons [in English].
11. Sih, G.C. (2013). Methods of analysis and solutions of crack problems. Springer Science & Business Media [in English].
12. Popov, G.Y. (2002). New Integral Transformations and Their Applications to Some Boundary-Value Problems of Mathematical Physics. Ukrainian Mathematical Journal, 54 (12), 1992–2005. https://doi.org/10.1023/A:1024025315449 [in English].
13. Dubovoy, V.M., Kvetny, R.N., Mikhalov, O.I., & Usov, A.V. (2017). Modelyuvannya ta optymizatsiya system [Modeling and optimization of systems]. Vinnytsia: PP "TD "Edelweiss"" [in Ukrainian].
14. Nesetova, V., & Lajtai, E.Z. (1973). Fracture from compressive stress concentrations around elastic flaws. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 10 (4), 265–284. https://doi.org/10.1016/0148-9062(73)90038-7 [in English].
15. Danilov, V.G. (1995). Mathematical Modelling of Heat and Mass Transfer Processes. Springer Netherlands [in English].
16. Allen, A.O. (1975). Elements of queuing theory for system design. IBM Systems Journal, 14 (2), 161–187. https://doi.org/10.1147/sj.142.0161 [in English].

Усов Анатолій Васильович – д.т.н., професор, завідувач кафедри вищої математики та моделювання систем Національного університету «Одеська політехніка». E-mail: usov_a_v@op.edu.ua, ORCID: 0000-0002–3965–7611.

Куніцин Максим Володимирович – к.т.н., доцент кафедри інтегрованих технологій управління, заступник директора Інституту підготовки іноземних громадян Національного університету «Одеська політехніка». E-mail: m.v.kunitsyn@op.edu.ua, ORCID: 0000-0003-1764-8922.

Давидюк Валерій Миколайович – аспірант кафедри вищої математики та моделювання систем Національного університету «Одеська політехніка», полковник, заступник начальника Військової академії (м. Одеса) з озброєння – начальник озброєння. E-mail: ZKO_VA@ukr.net, ORCID: 0000-0002-9460-9129.

Usov Anatoly Vasylovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Higher Mathematics and Systems Modeling of the Odessa Polytechnic National University. E-mail: usov_a_v@op.edu.ua, ORCID: 0000-0002-3965-7611.

Kunitsyn Maksym Volodymyrovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Integrated Management Technologies, Deputy Director of the Institute for Training Foreign Citizens, Odessa Polytechnic National University. E-mail: m.v.kunitsyn@op.edu.ua, ORCID: 0000-0003-1764-8922.

Davydiuk Valeriy Mykolaiovych – Postgraduate Student at the Department of Higher Mathematics and Systems Modeling of the Odessa Polytechnic National University, Colonel, Deputy Head of the Military Academy (Odesa) for Armaments – Chief of Armaments. E-mail: ZKO_VA@ukr.net, ORCID: 0000-0002-9460-9129.

https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-23