

ISSN 2618-0332

Міністерство освіти і науки України

Херсонський національний технічний університет

ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Т. 2, № 1

Рекомендовано до друку Вченою радою
Херсонського національного технічного університету
(протокол № 6 від 23 квітня 2019 року)

Журнал включено до наукометричних баз, електронних бібліотек та репозитаріїв:
Google Scholar, Index Copernicus International World of Journals,
CiteFactor Academic Scientific Journals, National Library of Ukraine (Vernadsky).

Херсон 2019

Редакційна рада

Головний редактор

Тулученко Г.Я.

д.т.н., професор, завідувач кафедри вищої математики і математичного моделювання Херсонського національного технічного університету.

Заступники головного редактора

Розов Ю.Г.

д.т.н., професор, заслужений діяч науки і техніки України, перший проректор Херсонського національного технічного університету.

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., професор, заслужений діяч науки і техніки України, завідувач кафедри прикладної і вищої математики Чорноморського національного університету ім. П. Могили.

Відповідальний секретар

Омельчук А.А.

к.т.н., ст. викладач кафедри технічної кібернетики Херсонського національного технічного університету.

Редакційна колегія

Іноземні фахівці

Бабічев С.О.

Гучек П.Й.

к.т.н., доцент. (Чехія)

д.т.н., доцент, (Польща)

Автоматизація процесів керування

Алексєєв М.О.

Бардачов Ю.М.

Головко В.І.

Кондратець В.О.

Мещеряков Л.І.

Осадчий С.І.

Рожков С.О.

Рудакова Г.В.

д.т.н., професор

д.т.н., професор

д.т.н., професор

д.т.н., професор

д.т.н., професор

д.т.н., професор

д.т.н., професор

д.т.н., професор

Інформаційні технології

Аль-Амморі А.Н.	д.т.н., професор
Бень А.П.	к.т.н., доцент
Левикін В.М.	д.т.н., професор
Литвиненко О.І.	к.т.н., доцент
Мороз Б.І.	д.т.н., професор
Стеценко І.В.	д.т.н., професор
Томашевський В.М.	д.т.н., професор
Шерстюк В.Г.	д.т.н., професор

Прикладна геометрія, інженерна графіка

Борисенко В.Д.	д.т.н., професор
Ванін В.В.	д.т.н., професор
Вірченко Г.А.	д.т.н., професор
Гнатушенко В.В.	д.т.н., професор
Гумен О.М.	д.т.н., професор
Корчинський В.М.	д.т.н., професор
Мартин Є.В.	д.т.н., професор
Найдиш А.В.	д.т.н., професор
Несвідомін В.М.	д.т.н., професор
Пилипака С.Ф.	д.т.н., професор
Тулученко Г.Я.	д.т.н., професор
Устенко С.А.	д.т.н., професор
Шоман О.В.	д.т.н., професор

Інші спеціальності

Астіоненко І.О.	к.ф.-м.н., доцент
Литвиненко В.І.	д.т.н., професор
Ляшенко В.П.	д.т.н., професор
Мельник І.В.	д.т.н., професор
Різник В.В.	д.т.н., професор
Розов Ю.Г.	д.т.н., професор
Стрельнікова О.О.	д.т.н., професор
Хомченко А.Н.	д.ф.-м.н., професор

ISSN 2618-0332

Министерство образования и науки Украины

Херсонский национальный технический университет

ПРИКЛАДНЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Т. 2, № 1

Рекомендовано к печати Ученым советом
Херсонского национального технического университета
(протокол № 6 от 23 апреля 2019 года)

Журнал включен в наукометрические базы, электронные библиотеки и репозитории:
Google Scholar, Index Copernicus International World of Journals,
CiteFactor Academic Scientific Journals, National Library of Ukraine (Vernadsky).

Херсон 2019

Редакционный совет

Главный редактор

Тулученко Г.Я.

д.т.н., профессор, заведующий кафедрой высшей математики и математического моделирования Херсонского национального университета.

Заместители главного редактора

Розов Ю.Г.

д.т.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины, первый проректор Херсонского национального технического университета.

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины, заведующий кафедрой прикладной и высшей математики Черноморского национального университета им. П. Могилы.

Ответственный секретарь

Омельчук А.А.

к.т.н., ст. преподаватель кафедры технической кибернетики Херсонского национального технического университета.

Члены редакционной коллегии по специальностям:

Иностранные специалисты

Бабичев С.А.

Гучек П.И.

к.т.н., доцент (Чехия)

д.т.н., доцент (Польша)

05.13.07 – Автоматизация процессов управления

Алексеев М.А.

Бардачев Ю.Н.

Головко В.И.

Кондратец В.А.

Мещеряков Л.И.

Осадчий С.И.

Рожков С.А.

Рудакова А.В.

д.т.н., профессор

д.т.н., профессор

д.т.н., профессор

д.т.н., профессор

д.т.н., профессор

д.т.н., профессор

д.т.н., профессор

д.т.н., профессор

05.13.06 – Информационные технологии

Аль-Аммори А.Н.	д.т.н., профессор
Бень А.П.	к.т.н., доцент
Левыкин В.М.	д.т.н., профессор
Литвиненко Е.И.	к.т.н., доцент
Мороз Б.И.	д.т.н., профессор
Стеценко И.В.	д.т.н., профессор
Томашевский В.Н.	д.т.н., профессор
Шерстюк В.Г.	д.т.н., профессор

05.01.01 – Прикладная геометрия, инженерная графика

Борисенко В.Д.	д.т.н., профессор
Ванин В.В.	д.т.н., профессор
Вирченко Г.А.	д.т.н., профессор
Гнатушенко В.В.	д.т.н., профессор
Гумен Е.Н.	д.т.н., профессор
Корчинский В.М.	д.т.н., профессор
Мартин Е.В.	д.т.н., профессор
Найдыш А.В.	д.т.н., профессор
Несвидомин В.Н.	д.т.н., профессор
Пилипака С.Ф.	д.т.н., профессор
Тулученко Г.Я.	д.т.н., профессор
Устенко С.А.	д.т.н., профессор
Шоман О.В.	д.т.н., профессор

Другие специальности

Астионенко И.А.	к.ф.-м.н., доцент
Литвиненко В.И.	д.т.н., профессор
Ляшенко В.П.	д.т.н., профессор
Мельник И.В.	д.т.н., профессор
Мороз Б.И.	д.т.н., профессор
Ризнык В.В.	д.т.н., профессор
Розов Ю.Г.	д.т.н., профессор
Стрельникова Е.А.	д.т.н., профессор
Хомченко А.Н.	д.ф.-м.н., профессор

ISSN 2618-0332

Ministry of Education and Science of Ukraine

Kherson National Technical University

APPLIED QUESTIONS OF MATHEMATICAL MODELLING

V. 2, № 1

Recommended for publication by the Academic Council of
Kherson National Technical University
(Minutes № 6 on 23th April 2019)

The journal is included in the scientometric bases, electronic libraries and repositories:
Google Scholar, Index Copernicus International World of Journals,
CiteFactor Academic Scientific Journals, National Library of Ukraine (Vernadsky).

Kherson 2019

Information Technology

Al-Ammori A.N.	Doctor of Engineering Science, Professor
Ben A.P.	Ph.D., Associate Professor
Levykin V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Lytvynenko O.I.	Ph.D., Associate Professor
Moroz B.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Stetsenko I.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Tomashevskiy V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Sherstiuk V.H.	Doctor of Engineering Science, Professor

Applied Geometry, Engineering Graphics

Borysenko V.D.	Doctor of Engineering Science, Professor
Vanin V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Virchenko H.A.	Doctor of Engineering Science, Professor
Hnatushenko V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Humen O.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Korchynskiy V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Martyn Ye.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Naidysh A.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Nesvidomin V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Pylypaka S.F.	Doctor of Engineering Science, Professor
Tuluchenko H.Ya.	Doctor of Engineering Science, Professor
Ustenko S.A.	Doctor of Engineering Science, Professor
Shoman O.V.	Doctor of Engineering Science, Professor

Other Specialties

Astionenko I.O.	Ph.D., Associate Professor
Lytvynenko V.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Liashenko V.P.	Doctor of Engineering Science, Professor
Melnyk I.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Riznyk V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Rozov Yu.H.	Doctor of Engineering Science, Professor
Strelnikova O.O.	Doctor of Engineering Science, Professor
Khomchenko A.N.	Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

ЗМІСТ

Броварець О.О. Функціональна структура, програмне забезпечення, програмний код та алгоритми керування виконавчими робочими органами інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця	13
Грицик В.В. Дослідження методів сегментації зображень при їх застосуванні в прикладних задачах..	38
Гучек П.Й., Дудченко О.М. Підсистема діагностування роботи каналів вимірювання пристрою дифузної оптичної томографії високої щільності	44
Защепкіна Н.М., Маркін М.О., Таранов В.В., Наконечний О.А. Сучасні методи експертизи соняшникової олії в технологічному процесі вінтеризації	53
Круглий Д.Г., Аппазов Е.С., Безбах О.М. Сучасні системи ходового містка та інформаційна підтримка як засіб управління для зменшення часу на прийняття рішень судноводієм	66
Крютченко Д.В., Гницько В.І., Шувалова Ю.С. Вимушені коливання рідини в циліндричному резервуарі з вертикальними перегородками	76
Омельчук А.А., Лебеденко Ю.О., Поливода О.В. Автоматизована система віддаленого моніторингу стану дощувальних машин	89
Протектор Д.О., Лісін Д.О., Лісіна О.Ю. Чисельний аналіз розв'язків двовимірних задач теплопровідності за безсітковою схемою з використанням фундаментальних і загальних розв'язків ..	98
Сметанкіна Н.В., Угрімов С.В. Аналіз міцності багат шарового оскління літальних апаратів при високошвидкісному ударному навантаженні	112
Стрельнікова О.О., Крютченко Д.В., Науменко Ю.В., Усатова О.О. Аналіз стійкості коливань рідини в жорстких резервуарах при параметричному збудженні	123
Ходаков В.Є., Веселовська Г.В., Соколов А.Є., Борисенко Є.С. Дослідження та моделювання предметної галузі комп'ютерних технологій тривимірного друку в контексті вдосконалювання комп'ютерних систем інформаційної підтримки самостійної роботи з набуття компетенцій у даній галузі	133
Хомченко А.Н., Литвиненко О.І, Астіоненко І.О. Фізично адекватна конденсація і мішані моделі серендипових елементів	141
Хомченко А.Н., Бардачов Ю.М., Литвиненко О.І, Астіоненко І.О. Метод інтерпретацій та квадратури Гаусса	149
Шовгеля Д.Г., Соколова Н.О. Виявлення дефектів у тривимірних геометричних моделях, які подані на основі Half-Edge Data Structure	155
Ніцин О.Ю. Розгортка сфери як моделі сніжної хатини "іглу"	162
Тулученко Г.Я., Максимук Г.Є. Про межі практичного застосування методу точкових джерел	171
Димова Г.О., Димов В.С. Проекційні методи дослідження обернених задач лінійних динамічних систем	182

СОДЕРЖАНИЕ

Броварец А.А. Функциональная структура, программное обеспечение, программный код и алгоритмы управления исполнительными рабочими органами информационно-технической системы локального оперативного мониторинга агробиологического состояния грунтовой среды сельскохозяйственных угодий конструкции Александра Броварца	13
Грицик В.В. Исследование методов сегментации изображений при их использовании в прикладных задачах	38
Гучек П.И., Дудченко О.Н. Подсистема диагностирования работы каналов измерения устройства диффузной оптической томографии высокой плотности	44
Защепкина Н.М., Маркин М.А., Таранов В.В., Наконечный А.А. Современные методы экспертизы подсолнечного масла в технологическом процессе винтеризации	53
Круглый Д.Г., Аппазов Э.С., Безбах О.М. Современные системы ходового мостика и информационная поддержка как средство управления для снижения времени на принятие решений судоводителем	66
Крютченко Д.В., Гнитько В.И., Шувалова Ю.С. Вынужденные колебания жидкости в цилиндрическом резервуаре с вертикальными перегородками	76
Омельчук А.А., Лебеденко Ю.А., Поливода О.В. Автоматизированная система удаленного мониторинга состояния дождевальных машин	89
Протектор Д.О., Лисин Д.А., Лисина О.Ю. Численный анализ решений двумерных задач теплопроводности по бессеточной схеме с использованием фундаментальных и общих решений	98
Сметанкина Н.В., Угримов С.В. Анализ прочности многослойного остекления летательных аппаратов при высокоскоростном ударном нагружении	112
Стрельникова Е.А., Крютченко Д.В., Науменко Ю.В., Усатова О.А. Анализ устойчивости колебаний жидкости в жестких резервуарах при параметрическом возбуждении	123
Ходаков В.Е., Веселовская Г.В., Соколов А.Е., Борисенко Е.С. Исследование и моделирование предметной области компьютерных технологий трехмерной печати в контексте совершенствования компьютерных систем информационной поддержки самостоятельной работы по приобретению компетенций в данной области	133
Хомченко А.Н., Литвиненко Е.И., Астионенко И.А. Физически адекватная конденсация и смешанные модели серендиповых элементов	141
Хомченко А.Н., Бардачев Ю.Н., Литвиненко Е.И., Астионенко И.А. Метод интерпретаций и квадратуры Гаусса	149
Шовгеля Д.Г., Соколова Н.О. Обнаружение дефектов в трехмерных геометрических моделях, представленных на основе Half-Edge Data Structure	155
Ницын А.Ю. Развёртка сферы как модели снежной хижины "иглу"	162
Тулущенко Г.Я., Максимук А.Е. О границах практического применения метода точечных источников	171
Дымова А.О., Дымов В.С. Проекционные методы исследования обратной задачи линейных динамических систем	182

CONTENTS

Brovarets A.A. Functional structure, software, program code and control algorithms for the executive working bodies of the information and technical system of local operating monitoring of agrobiological conditions of soil environment of farmland by Alexander Brovarts design	13
Hrytsyk V.V. Research of image segmentation methods for applied tasks	38
Guchek P.I., Dudchenko O.N. Diagnostic subsystem of work of channels of measuring the device of high density diffuse optical tomography	44
Zashchepkina N.M., Markin M.O., Taranov V.V., Nakonechnyi O.A. Modern techniques of sunflower oil expertise in the technological process of winterization	53
Krugliy D.G., Appazov E.S., Bezbakh O.M. Modern systems of the running bridge and information support as a control means to reduce the time for watch officer's decision-making	66
Kriuthcenko D.V., Gnitko V.I., Shuvalova Yu.S. Mixed liquid flows in cylindrical reservoir with vertical crossroads	76
Omelchuk A.A., Lebedenko Yu.O., Polyvoda O.V. Automated system for remote monitoring of the sprinkling machines status	89
Protektor D.O., Lisin D.A., Lisina O.Yu. Numerical analysis of solutions of two-dimensional heat conduction problems by meshless approach using fundamental and general solutions	98
Smetankina N.V., Ugrimov S.V. Analysis of strength of multilayer glazing of aircraft at high-speed impact loading	112
Strelnikova E.A., Krutchenko D.V., Naumenko Y.V., Usatova O.A. Analysis of the stability of fluid oscillations in rigid tanks with parametric excitation	123
Khodakov V.Ye., Veselovskaya G.V., Sokolov A.Ye., Borisenko Ye.S. Research, and modeling in the subject area of computer technologies for the three-dimensional printing in the context of perfection for computer systems of the information support in the independent work on acquisition of competence in this area	133
Khomchenko A.N., Litvinenko O.I., Astionenko I.O. Physically adequate condensation and mixed models of serendipity elements	141
Khomchenko A.N., Bardachov Yu.M., Litvinenko O.I., Astionenko I.O. Interpretations method and Gaussian quadratures	149
Shovhelia D.H., Sokolova N.O. Detection of defects in three-dimensional geometric models that are presented on the basis of Half-Edge Data Structure	155
Nitsyn A.Yu. Evolvent of sphere as a model of snow hut 'igloo'	162
Tuluchenko H.Ya., Maksymuk H.Ye. About practical applications for methods of point sources	171
Dymova H.O., Dymov V.S. Projectional research methods of the reverse problem of linear dynamic systems	182

УДК 551.551.8

О.О. БРОВАРЕЦЬ

Київський кооперативний інститут бізнесу і права

**ФУНКЦІОНАЛЬНА СТРУКТУРА, ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ,
ПРОГРАМНИЙ КОД ТА АЛГОРИТМИ КЕРУВАННЯ ВИКОНАВЧИМИ
РОБОЧИМИ ОРГАНАМИ ІНФОРМАЦІЙНО-ТЕХНІЧНОЇ СИСТЕМИ
ЛОКАЛЬНОГО ОПЕРАТИВНОГО МОНІТОРИНГУ АГРОБІОЛОГІЧНОГО
СТАНУ ҐРУНТОВОГО СЕРЕДОВИЩА СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ УГІДЬ
КОНСТРУКЦІЇ ОЛЕКСАНДРА БРОВАРЦЯ**

Сучасне землеробство передбачає виконання певної технологічної операції, згідно відповідної картограми-завдання, яка розробляється попередньо на основі різнопланової інформації. Знання структури варіабельності ґрунтового покриву, які отримані з використанням інформаційно-технічних систем локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь, дозволяють прийняти ефективні оперативні рішення для управління агробіологічним потенціалом сільськогосподарських угідь.

Очевидно, що за таких умов виникає необхідність у принципово нових підходах до ведення агропромислового виробництва, які забезпечують належну якість виконання технологічних операцій. Якість виконання технологічних операцій є інтегральним показником ефективності виробництва сільськогосподарської продукції в межах агробіологічного поля. Необхідна якість виконання основних технологічних процесів у рослинництві забезпечується за рахунок інтегрованих інформаційно-технічних систем оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь.

У зв'язку, з цим ставиться завдання використання принципово нового класу інформаційно-технічних систем локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь.

Поставлене завдання вирішується шляхом використання інформаційно-технічної системи оперативного моніторингу стану ґрунтового середовища для визначення електропровідних характеристик ґрунтового середовища.

Метою даного дослідження є розробка і обґрунтування функціональної структури, програмного забезпечення, написання програмного коду та алгоритмів керування виконавчими робочими органами інформаційно-технічної системи оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь.

Ключові слова: *інформаційно-технічна система, локальний оперативний моніторинг, ґрунт, проби, варіабельність, величина, дослідження, функціональна структура, програмне забезпечення, програмний код, алгоритми керування.*

А.А. БРОВАРЕЦ

Киевский кооперативный институт бизнеса и права

**ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ СТРУКТУРА, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ,
ПРОГРАММНЫЙ КОД И АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ
ИСПОЛНИТЕЛЬНЫМИ РАБОЧИМИ ОРГАНАМИ ИНФОРМАЦИОННО-
ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ЛОКАЛЬНОГО ОПЕРАТИВНОГО
МОНИТОРИНГА АГРОБИОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ГРУНТОВОЙ
СРЕДЫ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ УГОДИЙ КОНСТРУКЦИИ
АЛЕКСАНДРА БРОВАРЦА**

Современное земледелие предполагает выполнение определенной технологической операции, согласно соответствующей картограммы-задачи, которая разрабатывается предварительно на основе разнообразной информации. Знания об определенной структуре variability почвенного покрова, полученные с использованием информационно-технических систем локального оперативного мониторинга агробиологического состояния сельскохозяйственных угодий, позволяют принять эффективные оперативные решения для управления агробиологическим потенциалом сельскохозяйственных угодий.

Очевидно, что при таких условиях возникает необходимость в принципиально новых подходах к ведению агропромышленного производства, которые заключаются в обеспечении надлежащего качества выполнения технологических операций. Качество выполнения технологических операций является интегральным показателем эффективности производства сельскохозяйственной продукции в пределах агробиологического поля. Необходимое качество выполнения основных технологических процессов в растениеводстве обеспечивается за счет интегрированных информационно-технических систем оперативного мониторинга агробиологического состояния сельскохозяйственных угодий.

В связи с этим ставится задача использования принципиально нового класса информационно-технических систем локального оперативного мониторинга агробиологического состояния сельскохозяйственных угодий.

Поставленная задача решается путем использования информационно-технической системы оперативного мониторинга состояния почвенной среды для определения электропроводящих характеристик почвенной среды.

Цель данного исследования является разработка и обоснование функциональной структуры, программного обеспечения, написание программного кода и алгоритмов управления исполнительными рабочими органами информационно-технической системы оперативного мониторинга агробиологического состояния почвенной среды сельскохозяйственных угодий.

Ключевые слова: *информационно-техническая система, локальный оперативный мониторинг, почва, пробы, variability, величина, исследования, функциональная структура, программное обеспечение, программный код, алгоритмы управления.*

O.O. BROVARETS

Kyiv Cooperative Institute of Business and Law

FUNCTIONAL STRUCTURE, SOFTWARE, PROGRAMM CODE AND CONTROL ALGORITHMS FOR THE EXECUTIVE WORKING BODIES OF THE INFORMATION AND TECHNICAL SYSTEM OF LOCAL OPERATING MONITORING OF AGROBIOLOGICAL CONDITIONS OF SOIL ENVIRONMENT OF FARMLAND BY ALEXANDER BROVARTS DESIGN

Modern agriculture involves the implementation of a particular technological operation, according to the appropriate map-task, which is developed pre-based on diverse information. Knowledge of a certain structure of soil cover variability, obtained using information and technical systems of local operational monitoring of agrobiological state of agricultural lands, allows us to adopt effective operational decisions for efficient management of agrobiological potential of agricultural lands.

Obviously, under such conditions, there is a need for fundamentally new approaches to agricultural production, which is to ensure the proper quality of technological operations. The quality of the implementation of technological operations is an integral indicator of the efficiency of production of agricultural products within the agrobiological field. The necessary quality of implementation of the basic technological processes in plant growing is provided by the integrated information and technical systems of operational monitoring of the agrobiological state of agricultural lands.

In connection with this, the task is to use a fundamentally new class of information and technical systems of local operational monitoring of the agrobiological state of agricultural lands.

The task is achieved by using the information and technical system of operational monitoring of the soil environment of the structure to determine the conductive characteristics of the soil environment.

The purpose of this research is to develop and substantiate the functional structure, software, writing code and algorithms for managing the executive bodies of the information and technical system of operational monitoring of the agrobiological state of the soil environment of agricultural lands.

The result of the use of the system for determining the electrical conductive properties of the soil environment of the Alexander Brovartsya design is to obtain a profit increase of 20-30% at the expense of optimizing the norm of seeding of the technological material, taking into account the agrobiological state of agricultural lands.

Keywords: *information and technical system, local operational monitoring, soil, samples, variability, size, research, functional structure, software, program code, management algorithms.*

Постановка проблеми

На підставі аналізу здобутків у галузі сільського господарства [1] можна стверджувати, що виникає необхідність у впровадженні технологій натурального (органічного або біологічного), біодинамічного, екстенсивного, інтенсивного (промислового) та no-till землеробства з новітніми технологіями аграрного виробництва, зокрема з інформаційно-технічними системами локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь [2].

Сучасні технології сільськогосподарського виробництва передбачають використання цілого кола автоматизованих систем для підвищення продуктивності та забезпечення належної якості агропромислового виробництва.

Головним заданням сільськогосподарського виробництва є застосування сучасних технологій землеробства з метою отримання запланованої врожайності та необхідної якості виконання технологічних операцій. З цією метою використовують керування агробіологічним потенціалом полів за допомогою зональних методів управління. Одним з ефективних інструментів виділення таких зональних методів управління та керування ними є визначення електропровідних властивостей середовища ґрунтів [1].

Важливим у цьому напрямку напрацюванням є створення принципово нового класу сільськогосподарських машин – інформаційно-технічних систем локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь.

У зв'язку із цим важливим завданням є розробка і обґрунтування функціональної структури, програмного забезпечення, написання програмного коду та алгоритмів керування виконавчими робочими органами інформаційно-технічної системи оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь.

Мета дослідження

Метою даного дослідження є розробка і обґрунтування функціональної структури, програмного забезпечення, написання програмного коду та алгоритмів керування виконавчими робочими органами інформаційно-технічної системи оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Агробіологічні параметри ґрунтового середовища змінюються в значних межах та залежать від багатьох факторів. Загальноприйнятими параметрами, які характеризують вміст поживних речовин у ґрунті є вміст органічної речовини, гумусу, азоту, фосфору, калію та кислотність ґрунту. Визначення параметрів електричної провідності, широко використовується як ефективний опосередкований засіб відображення ґрунтової структури і інших ґрунтових властивостей [5].

Швидкий опис мінливості сільськогосподарських угідь – важливий компонент для зональних методів управління [6].

Ця варіативність занадто важлива, щоб її ігнорувати, і повинна враховуватися при відборі проб (рис. 1).

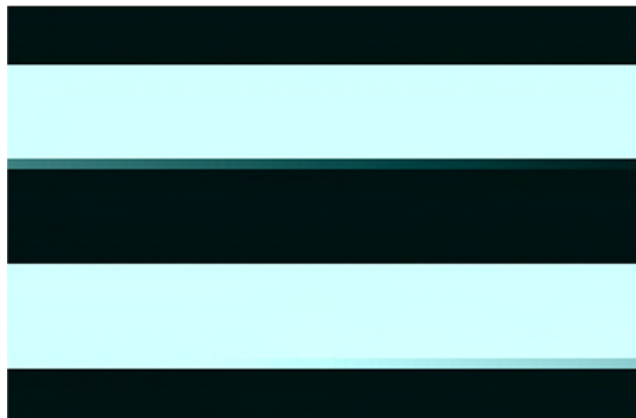


Рис. 1. Електропровідність ґрунту.

Карти ґрунтової електропровідності дають можливість отримати:

- Картограми змінних норм внесення технологічного матеріалу (насіння і мінеральних добрив) на основі очікуваної врожайності по кожній окремій ділянці, розраховані виходячи з величини електропровідності.
- Змінні норми внесення насіння на основі даних про глибину верхнього (орного) шару ґрунту.
- Змінні норми внесення в ґрунт гербіцидів на основі даних про органічні речовини, структуру ґрунту і електропровідності.
- Змінні норми внесення вапна на основі даних про агробіологічний стан ґрунтового середовища відповідно до рівнів електропровідності.

Викладення основного матеріалу дослідження

Сфера використання. Інформаційно-технічна система локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця – пристрій для визначення електропровідних властивостей ґрунтового середовища конструкції Олександра Броварця може працювати з ручними пристроями, розміщуватися на транспортних засобах високої прохідності, розміщуватися на сільськогосподарських та енергетичних засобах, які виконують технологічну операцію, що дозволяє отримувати оперативні дані про агробіологічний стан ґрунтового середовища та приймати оперативні рішення щодо керування нормою внесення технологічного матеріалу (насіння, мінеральних добрив тощо).

Всі раніше декларовані елементи таких технологій точного (керованого) землеробства (лабораторний аналіз (одна проба на 5–10 га), урожайність) не давали можливості забезпечити такий точний підхід. Ця система дає можливість отримати достовірну інформацію про агробіологічний стан ґрунтового середовища із кожного квадратного метра сільськогосподарського поля (табл. 1).

Такої точності до сих пір не мають жодні представлені на ринку технології починаючи від лабораторного обстеження (одна проба на 5–10 га) і закінчуючи супутниковим моніторингом (точність до 10 м²). Крім того необхідно враховувати вартість даних технологій, оскільки собівартість однієї проби коливається в межах 1–10 \$, супутникового моніторингу – від 20 \$, у той час коли вартість такої проби з використання запропонованої конструкції технічної системи оперативного моніторингу складає менше 0,1 \$ за м² (табл. 1).

Функціональний принцип роботи інформаційно-технічна система локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця полягає у наступному: сигнал від робочих електродів перетворюється на аналого-цифровий сигнал блоку керування технічної системи оперативного моніторингу стану сільськогосподарських угідь. Після підсилення цей сигнал передається до головного модуля цієї системи. Для наочного відображення результатів виконання технологічних операцій використовується дисплей інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця (рис. 2).

Таблиця 1

Методи моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь

№ п/п	Метод моніторингу стану агробіологічного стану	Щільність відбору проб ґрунту на 100 га	Розмір ділянки з якої проводиться забір, м²	Вартість однієї проби (знімку), \$, ум. од.	Вартість проби (знімку) на 100 га, \$, ум. од.
1	<i>Лабораторний метод</i>	10–15	10 000·1000	1–10	100–1000
2	<i>Сукупниковий моніторинг</i>	1 знімок роздільною здатністю до 10 м	100·100	10–100	100–1000
3	<i>Інформаційно-технічна система локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця</i>	1000	10·10	0,1	100
4	<i>Інформаційно-технічна система локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця</i>	10000	1·1	0,1	1000

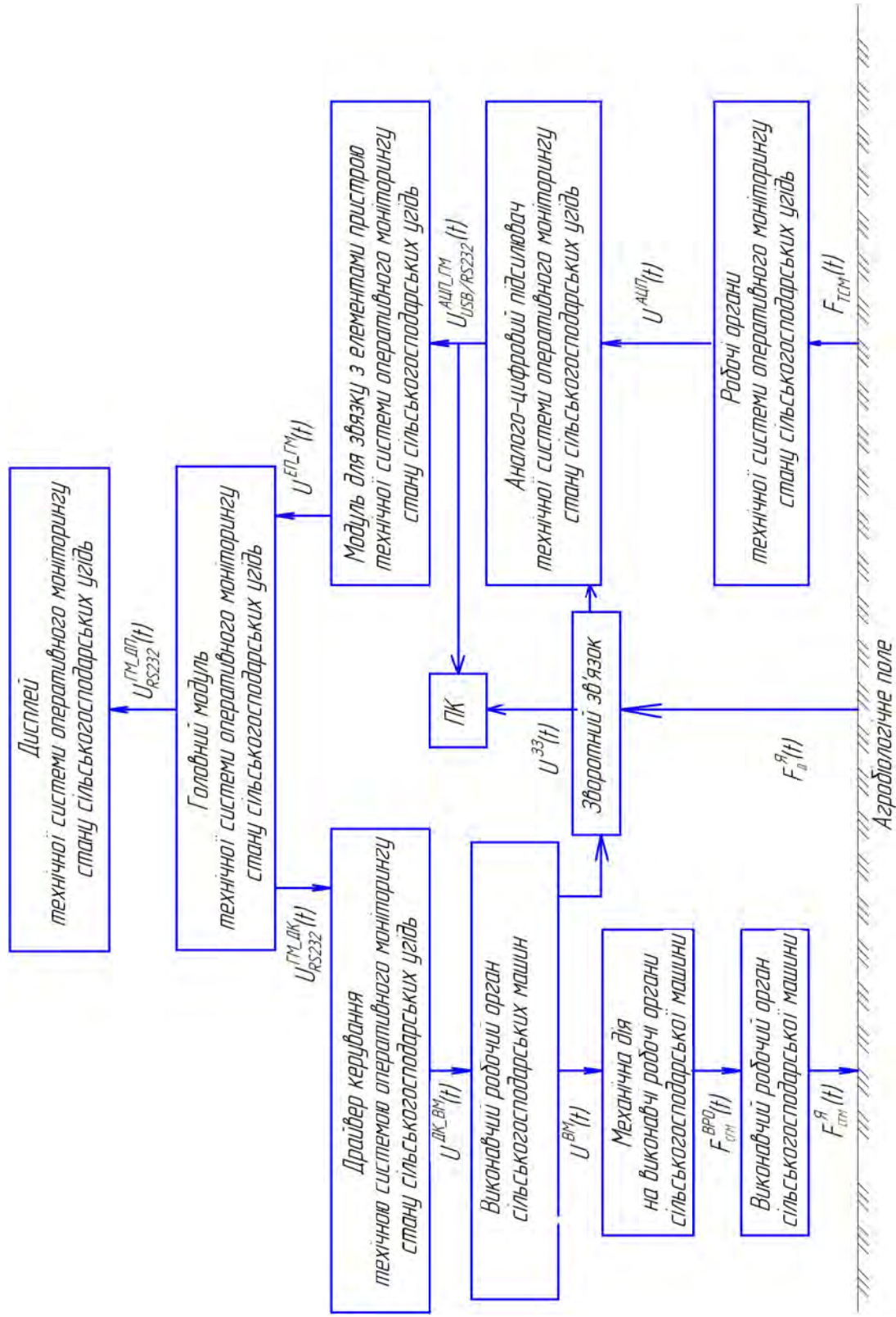


Рис. 2. Функціональна схема інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкторії Олександра Броварця.

Головний модуль інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця передає сигнал на драйвер керування інформаційно-технічною системою локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця. Від драйвера керування сигнал іде на виконавчий механізм інформаційно-технічна система локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця (сервопривід), який через механічний зв'язок забезпечує дію на робочий орган сільськогосподарської машини, яка виконує технологічну операцію.

Функцію керування технологічним процесом з використанням інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь, можна представити наступною закономірністю:

$$U_{\alpha}^{\beta}(t) = U(t_{\beta} - t_{\alpha}) = \int_{t_{\alpha}}^{t_{\beta}} \left[F_{TCM}(t) + U^{AЦП}(t) + U_{\frac{USB}{RS232}}^{AЦП_{ГМ}}(t) + U^{EП_{ГМ}}(t) + U_{RS232}^{ГМ_{ДП}}(t) + U_{RS232}^{ГМ_{ДК}}(t) + U^{ДК_{БМ}}(t) + U^{БМ}(t) + F_{СГМ}^{БРО}(t) + F_{СГМ}^{Я}(t) + F_{Д}^{Я}(t) + U^{33}(t) \right] dt \leq \mu(t_{\alpha}). \quad (1)$$

Функція оптимального керування буде мати такий вигляд:

$$+ U_{RS232}^{ГМ_{ДК}}(t) + U^{ДК_{БМ}}(t) + U^{БМ}(t) + F_{СГМ}^{БРО}(t) + F_{СГМ}^{Я}(t) + F_{Д}^{Я}(t) + U^{33}(t), \quad (2)$$

де – функція, яка описує функціонування інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь під час виконання технологічної операції;

– функція, яка описує вихідний сигнал, отриманий від робочих електродів інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь до аналого-цифрового підсилювача перетворювача за допомогою екранованих проводів;

$U_{\frac{USB}{RS232}}^{AЦП_{ГМ}}$ – функція, яка описує вихідний сигнал, отриманий від аналого-цифрового підсилювача-перетворювача інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь, та передає сигнал до модуля зв'язку із технічними системами оперативного моніторингу стану сільськогосподарських угідь з використанням порту *RS232* чи до персонального комп'ютера за допомогою порту *USB*;

$U^{EП_{ГМ}}$ – функція, що описує зв'язок елементів пристрою з головним модулем інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь;

$U_{RS232}^{ГМ_{ДП}}$ – функція, яка описує сигнал, отриманий від головного модуля до дисплею керування інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь;

$U_{RS232}^{ГМ_{ДК}}$ – функція, яка описує сигнал, отриманий від головного модуля до

драйвера керування інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь;

$U^{DK-BM}(t)$ – функція, яка описує вихідний сигнал, отриманий від драйвера

керування до виконавчих робочих органів інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь;

$U^{BM}(t)$ – функція зміни напруги керування виконавчим механізмом технічної системи оперативного моніторингу (в цьому випадку, електродвигун чи сервопривід);

$F_{CFM}^{BPO}(t)$ – функція, яка описує керування виконавчими робочими органами сільськогосподарських машини, що виконує технологічну операцію (ланцюгові передачі, варіатор та інша механічна частина);

$F_{CFM}^A(t)$ – функція, яка описує механічну дію виконавчих робочих органів сільськогосподарської машини на якість виконання технологічного процесу;

$F_D^A(t)$ – функція, яка описує інформацію від датчика якості виконання технологічної операції, які розміщується на сільськогосподарській машини з оперативним керуванням якістю залежно від технічних систем оперативного моніторингу;

$U^{33}(t)$ – функція, що описує зворотний зв'язок від параметрів та режимів роботи виконавчих робочих органів сільськогосподарських машин і синхронізується з даними аналого-цифрового підсилювача технічної системи оперативного моніторингу стану сільськогосподарських угідь $U_{USB/RS232}^{AЦП-ГМ}(t)$ та передається на головний модуль;

ПК – персональний комп'ютер, що отримує інформацію від функції $U_{USB/RS232}^{AЦП-ГМ}(t)$, яка описує вихідний сигнал отриманий від аналого-цифрового підсилювача-перетворювача технічної системи оперативного моніторингу.

Реалізації цього закону за допомогою функціональної схеми інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця (рис. 3).

Перед початком вимірювань користувач повинен налаштувати прилад та ввести умови вимірювання.

1) Умови роботи приладу:

- кількість циклів вимірювання у одній точці;
- крок вимірювання;
- вибрати вимірювальний струм;
- вказати, чи потрібно використовувати GPS.

2) Умови вимірювання:

- схема, з якою працює система - 2 полюсна або 4 полюсна;
- показник вологості ґрунту, %;
- щільність ґрунту, г/см³;
- тип електроду: стержень; диск; тор; сфера;
- відстань між контактами, м;
- площа контакту, мм²;
- вибирати, в чому будуть виводитися дані: напруга, В; електропровідність, См·м; опір, Ом·м.

3) Вказати місце розміщення:

- директорію та ім'я файлу, де будуть зберігатися результати вимірів

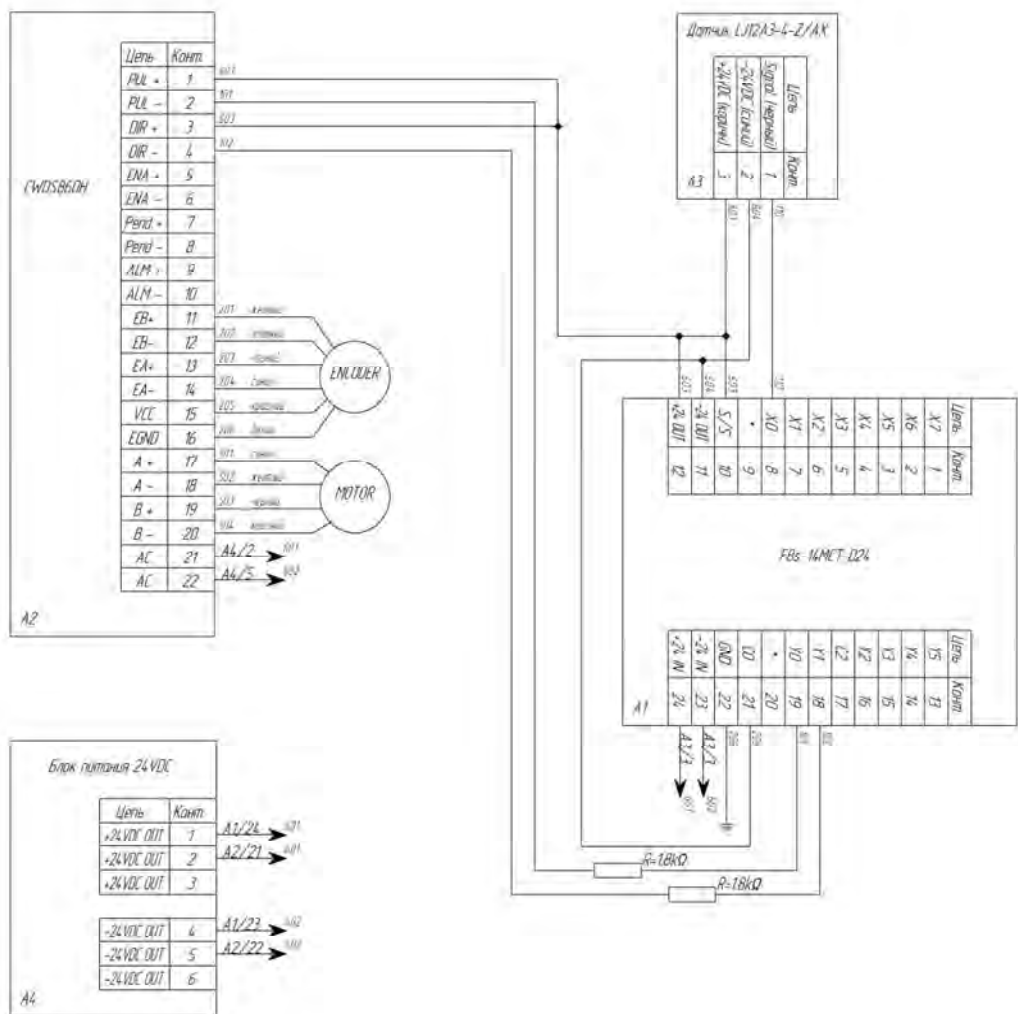


Рис. 3. Функціональна схема інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь.

Інформаційно-технічна система локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця:

- **Габаритні розміри корпусу:** 100x100x50 мм.
- **Ступінь захисту від впливів навколишнього середовища** – IP40.
- **Живлення:** живлення Приладу здійснюється від інтерфейсу USB (5 V постійного струму), споживана потужність не більш як 2,5 Вт, вимірювальна напруга $12 \pm 1,2$ V, вимірювальний струм $10 \pm 1\%$ мкА та $100 \pm 1\%$ мкА.
- **Підсвітка дисплея:** трансфлексивна.
- **Входи:** роз'єм USB типу B (для передачі даних до ПК), роз'єм DB-9 для під'єднання до контролера керування технологічними операціями (ККТО) по інтерфейсу RS-232, світлодіодний індикатор під'єднання USB, 6 клем для під'єднання електродів (2 дві для подачі вимірювального струму та 4 для 2-х пар вимірювальних електродів).
- **GPS вимоги:** протокол NMEA 0183; вхід GGA и VTG або RMC на 1 Гц (4800-8-N-1), послідовний порт з роз'єом DB9, USB типу A/
- **Оповіщення та сигналізація:** світлодіодний індикатор під'єднання USB.

- На зовнішньому боці корпусу розміщуються органи управління та комутації: роз'єм USB типу B (для передачі даних до ПК), роз'єм DB-9 для під'єднання до контролера керування технологічними операціями по інтерфейсу RS-232, світлодіодний індикатор під'єднання USB, 6 клем для під'єднання електродів (2 дві для подачі вимірювального струму та 4 для 2-х пар вимірювальних електродів).
- **Живлення приладу:** здійснюється від стандартного гнізда прикурювача транспортного засобу.
- Прилад може працювати: як з комп'ютером так і окремо без нього.
- **Обмін інформацією** між приладом та комп'ютером здійснюється через інтерфейс USB стандарту LowSpeed або FullSpeed.
- **Обмін інформацією** між вимірювачем питомого опору ґрунту та контролером керування технологічними операціями здійснюється через інтерфейс RS-232.
- **Протокол обміну інформацією** між вимірювачем питомого опору ґрунту та персональним комп'ютером чи контролером керування технологічними операціями відповідає стандартам.
- **Вимірювач питомого опору ґрунту** одночасно приймає команди як по інтерфейсу USB, так і по RS-232. При цьому дані вимірювань Прилад надсилає по обом інтерфейсам одночасно.
- **Маса:** не більше 500 г.

Таблиця 2

Перелік обладнання інформаційно-технічна система локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця

№ п/п	Назва модуля	Призначення
1	<i>Живлення може бути 220VAC або ж 24VDC</i>	Живлення обладнання.
2	<i>ПЛК Fatek FBs-10MCT (6 входів/4 виходи)</i>	Головний модуль
3	<i>Модулі з аналоговими входами/виходами</i>	Головний модуль для зв'язку з аналоговими для зв'язку з пристроєм для електропровідності вихід USB
4	<i>Модулі з аналоговими входами/виходами</i>	Для зв'язку з іншими пристроями, наприклад, по протоколу Modbus передбачені інтерфесні модулі. Як варіант для зв'язку з пристроєм GPS.
5	<i>Кроковий двигун</i>	Привід робочих органів
6	<i>Сенсорна панель</i>	Відображення та налаштування параметрів і режимів роботи
7	<i>Драйвер до двигуна</i>	Цифрові драйвери CWD556 підходять для керування різними 2-фазними кроковими двигунами з током фази від 2.1 А до 5,6 А.
8	<i>Редуктор планетарний</i>	Використовується для пониження частоти обертання та підвищення швидкості

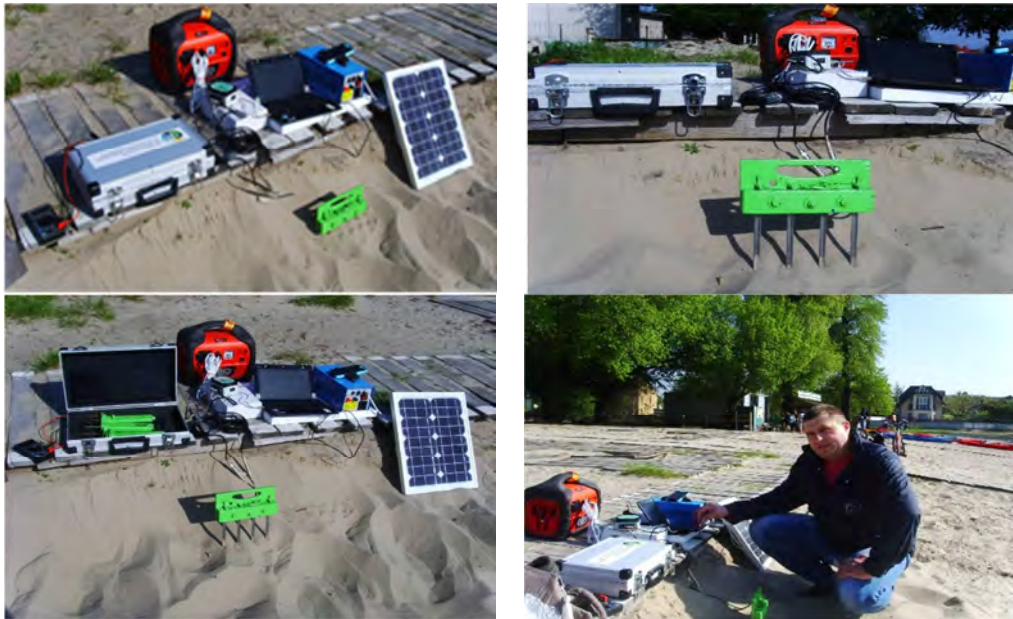


Рис. 4. Загальний вигляд робочого обладнання інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця.

Програма працює на комп'ютері під управлінням операційної системи Windows XP/7.

Форма виводу на екран програмного результатів вимірювань забезпечення пристрою для визначення електропровідних властивостей ґрунтового середовища - інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця (рис. 5, рис. 6, рис. 7):

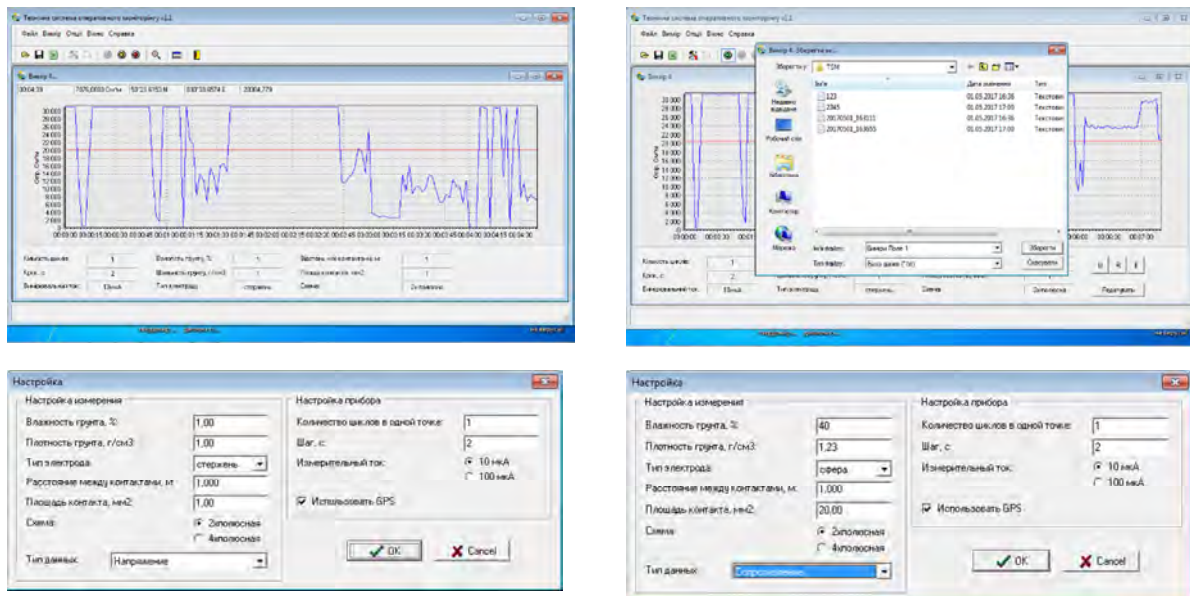


Рис. 5. Форма виводу результатів отриманих з використанням інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця.

1. Результати вимірювання виводяться на екран у вигляді графіка. Для кожного вимірювання відкривається своє вікно, на графіку показана одна крива. Горизонтальна вісь – час у форматі гг:хх:сс (гг – години; хх – хвилини; сс – секунди). Вертикальна вісь: напруга, В; опір, Ом·м; електропровідність, См·м (вибирає користувач).
2. Для графіка є можливість задавати умови масштабування осей, тобто мінімальне та максимальне значення, які будуть відкладатися на осях.
3. Відображається середнє значення для вимірних даних, яке відображується на графіку у вигляді горизонтальної лінії та у числовому вигляді..
4. Є можливість використовувати GPS та відображувати на графіку над кожною вимірною точкою віконце з її координатами.

Програмний код для забезпечення програмного керування інформаційно-технічної системи оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища конструкції Олександра Броварця як мехатронної системи представлена на рис. 6.

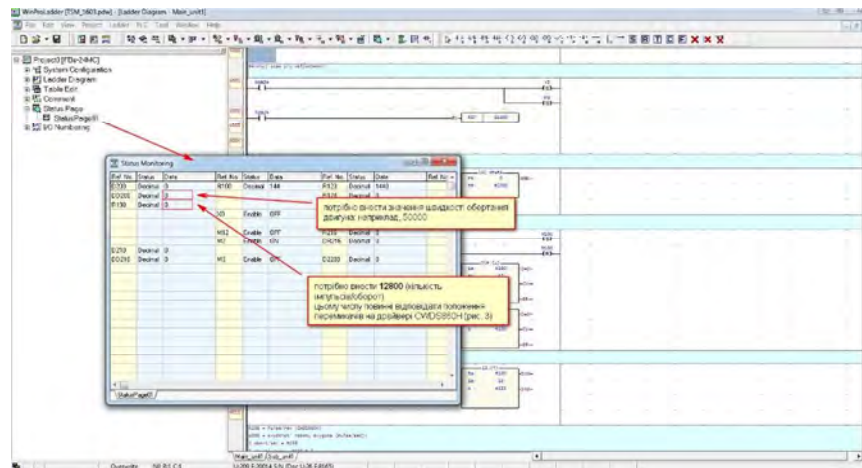


Рис. 6. Загальний вигляд програмного забезпечення для реалізації програмного коду інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця.

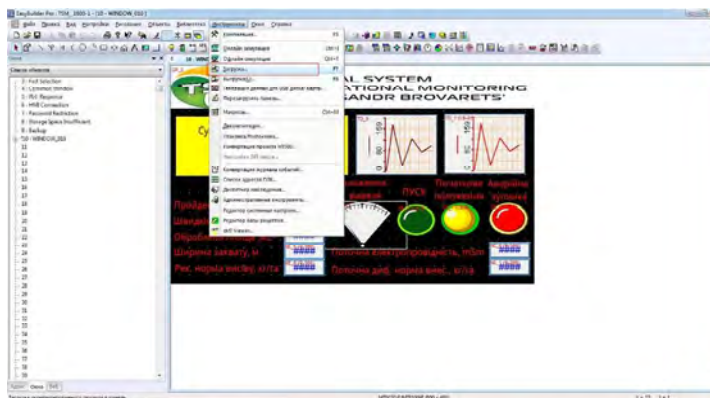


Рис. 7. Загальний вигляд програмного забезпечення для програмування сенсорної панелі інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь.

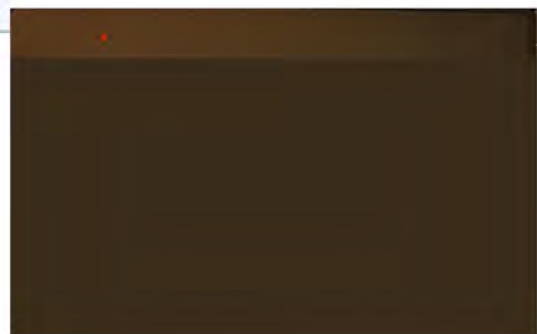


Рис. 8. Загальний вигляд робочої панелі інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця.

Положенню важеля по номерах відповідає значення електропровідності отриманого з використанням інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь, яке адекватне та синхронізоване з діапазоном даних значень (рис. 9).

Зона керування		Статистика	
Базове положення	Положення важеля номер, кут градуси	Величина електропровідності, мСм/м	Поточне кореговане положення
		Норма висіву, кг/га, млн. шт.	Кординати місцезнаходження
			Довгота
			Широта
			Поточна контрольна норма висіву на сошнику, кг/га, млн. шт.
			Дата проведення операції
	1-10, (0-7,20°)	від ____ до ____	1
	10-20, (7,20°-14,4°)	від ____ до ____	2
	20-30, (14,4°-21,6°)	від ____ до ____	3
Б	30-40, (21,6°-28,8°)	від ____ до ____	4
	40-50, (28,8°-36,0°)	від ____ до ____	П
	50-60, (36,0°-43,2°)	від ____ до ____	6
	60-70, (43,2°-50,4°)	від ____ до ____	7
	70-80, (50,4°-57,6°)	від ____ до ____	8
	80-90, (57,6°-64,8°)	від ____ до ____	9
	90-100, (64,8°-72°)	від ____ до ____	10
			Поточна норма висіву, кг/га, млн. шт.
			Середня електропровідність, мСм/м
			Поточна норма висіву, кг/га, млн. шт.
			Поточна електропровідність, мСм/м
			Поточне положення важеля, град
			Якість виконання тех. процесу, %

Рис. 9. Загальний вигляд екрану інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь



Рис. 10. Апаратна частина, блок керування та дисплей для керування інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця.



Рис. 11. Зальний вигляд робочого обладнання інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь.

Для підбору сервоприводів необхідно спочатку визначити зусилля на валу необхідне для його переміщення (рис. 12).



Рис. 12. Вимір зусилля переміщення важеля варіатора для зміни норми внесення технологічного матеріалу інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь

Для визначення зусилля використовуємо динамометр, який прикріплюємо до важеля (рис. 12). На основі отриманих величин, розраховуємо крутний момент переміщення на валу.

Навантаження для переміщення важеля складає:

$$M = F \cdot R, \quad (1)$$

де $F = 2,4 \text{ кг}$ – зусилля на переміщення важеля;

$R = 25,5 \text{ см}$ – радіус переміщення важеля.

Звідси: $M = 2,4 \cdot 25,5 = 61,2 \text{ кг}\cdot\text{см} = 6,12 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

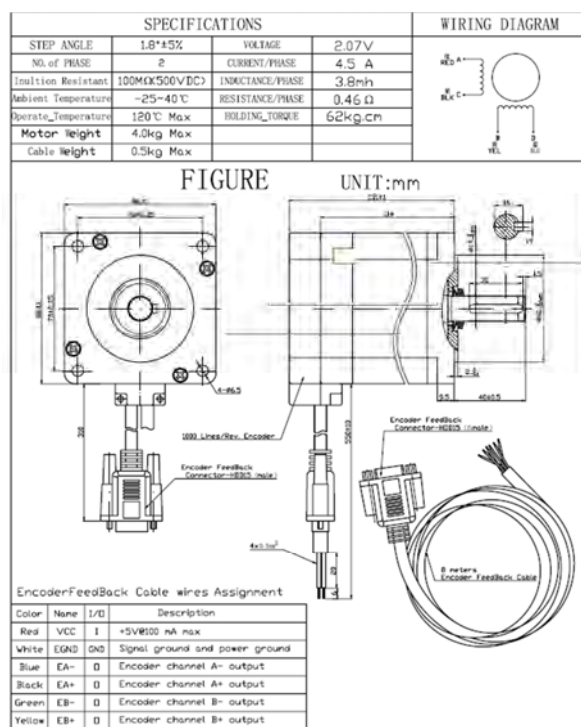


Рис. 13. Загальна характеристика виконавчого робочого органу інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь.

Як бачимо зусилля знаходиться нижче допустимого, але без запасу потужності. Тому з цією метою застосовуємо планетарний редуктор, із співвідношенням 1:10. Вибираємо планетарний редуктор PGH-60, з передаточним числом 10, та номінальним крутним моментом 37 Н·м, що менше заміряного навантаження 6,12 Н·м, з врахуванням перевантаження 18,4 Н·м.

Варто пам'ятати, що крутний момент при аварійній зупинці в 3 рази вищий від номінального крутного моменту. Фактично наша система постійно працює в цьому режимі аварійної зупинки.

У нашому випадку номінальний розрахований крутний момент на валу 183,6 кг·см. Тобто запас крутного моменту в $370 \text{ кг·см} / 183,6 \text{ кг·см} = 2,01$ рази.

З використанням заявлених характеристик сервоприводу на виході плерарного редуктора можемо мати $62 \text{ кг·см} \cdot 10 = 620 \text{ кг·см}$. Враховуючи вимірне зусилля, маємо, що пусковий крутний момент повинен бути не менше 183,6 кг·см. Тобто маємо запас по крутному моменту $620 \text{ кг·см} / 183,6 \text{ кг·см} = 3.4$ рази, при цьому воно менше номінального крутного моменту $37 \text{ Н·м} = 370 \text{ кг·см}$.

Кут положення важеля варіатора $\alpha_{\text{ПОТОЧНЕ}}$ для забезпечення диференційованої сівби залежно від величини зміни кута $\alpha_{\text{НОРМА}}$ визначеної для нормативної норми висіву технологічного матеріалу та оперативного приросту норми внесення технологічного матеріалу $\Delta\alpha_{\text{НОРМА}}$, яка залежить від величини зміни норми висіву технологічного матеріалу $K_{\%}$ залежно від агробіологічного стану сільськогосподарських угідь отриманого за допомогою технічних систем оперативного моніторингу стану сільськогосподарських угідь:

$$\alpha_{\text{ПОТОЧНЕ}} = \frac{72^0}{2,95 \cdot 100} \cdot (Y_{\text{НОРМА}}(1 \pm K_{\%}) - 40).$$

Пристрій для визначення електропровідних властивостей ґрунтового середовища конструкції Олександра Броварця дає можливість оперативно визначити параметри агробіологічного стану ґрунтового середовища, забезпечити "індивідуальний" підхід до кожної елементарної ділянки поля з використанням даних електропровідних властивостей ґрунтового середовища (рис. 14).



Рис. 14. Кріплення привідного електродвигуна до варіатора посівного апарату на якому розміщується Інформаційно-технічна система локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця.

Загальна характеристика інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця:

- **Габаритні розміри:**
 - ширина: 1366 мм;
 - довжина: 1784 мм;
 - висота: 1147 мм.
- **Мінімально потрібна потужність енергетичного засобу:** 30 к.с. (вимоги можуть змінюватися залежно від швидкості, рельєфу місцевості та ґрунту).
- **Діаметр робочих дисків-електродів:** від 100 до 500 мм (залежно від глибини моніторингу ґрунтового середовища), оптимальний робочий розмір 350 мм, товщина 2,5 мм з конічними роликівими підшипниками і чавунними концентраторами.
- **Максимальна швидкість руху по шосе:** до 100 км/год (до 62 миль/год);
- **Максимальна швидкість руху при виконанні технологічної операції:** до 30 км/год (до 18 миль/год).
- **Розмір коліс:** P205 R75.
- **Обладнаний засобами сигналізації при русі по дорогам загального користування:** катафотами стоянковими вогнями, поворотами.
- **Маса:** 420 кг.

Пристрій для визначення електропровідних властивостей ґрунтового середовища конструкції Олександра Броварця використовують: перед виконанням технологічної операції, одночасно з виконанням технологічної операції (сівба, внесення мінеральних добрив тощо); протягом вегетації та після збирання врожаю. Це відкриває

нові перспективи до ведення органічного землеробства з використанням таких "розумних" сільськогосподарських машин.

На рис. 15 зображено загальний вигляд інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця (вид зверху). На рис. 16 зображено загальний вигляд технічної системи оперативного моніторингу стану ґрунтового середовища конструкції Олександра Броварця (вид збоку).

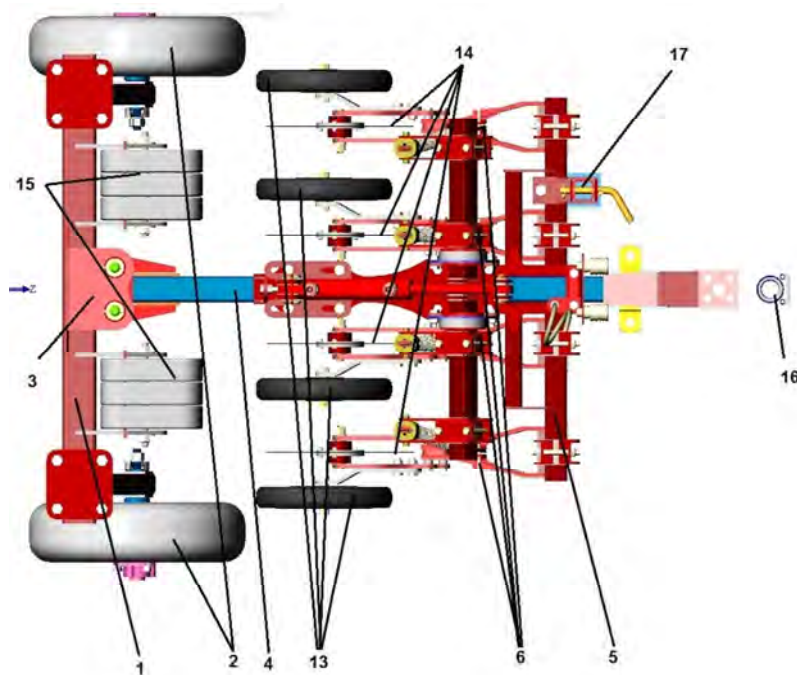


Рис. 15. Загальний вигляд інформаційно-технічної системи оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця (вид зверху).

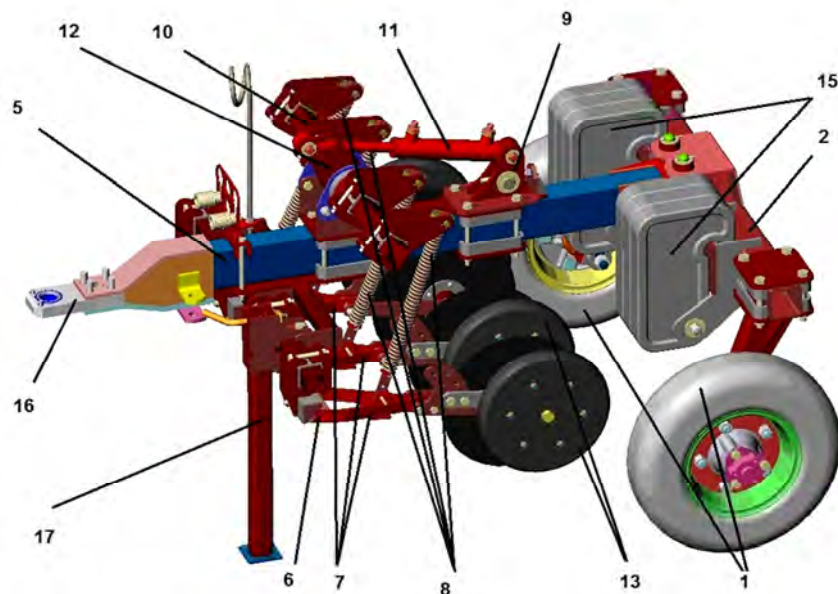


Рис. 16. Загальний вигляд інформаційно-технічної системи оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця (вид збоку).

Інформаційно-технічна система локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця складається (рис. 16) з опорних коліс 1, П-подібної рами 2, кріплення 3, повздовжньої рами 4, поперечної рами 5, шарнірів 6, важелів 7, стояків-пружин 8, кронштейну 9, обертового валу 10, гідроциліндру 11, кронштейну кріплення 12, копіювальних коліс 13, робочих електродів 14, баласту 15, фаркопу 16 та підставка 17.

Інформаційно-технічна система локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця працює наступним чином: переміщення технічної системи оперативного моніторингу стану сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця відбувається з використанням транспортного засобу за допомогою опорних коліс 1, на яких розміщується П-подібна рама 2 до якої за допомогою кріплення 3, приєднується повздовжня рама 4. До повздовжньої рами 4 відбувається приєднання поперечної рами 5 до якої через шарніри 6, важелі 7 та стояки-пружини 8 кріпляться підважені копіювальні колеса 13 з робочими електродами 14. Регулювання глибини ходу робочих електродів 14 відбувається за допомогою копіювальних коліс 13, а за допомогою стояків-пружини 8, які прикріплені до обертового валу 10, гідроциліндру 11, кронштейну кріплення 12, відбувається притискання робочих електродів до поверхні поля та їх копіювання нерівностей. Реалізація механізму піднімання/опускання робочих електродів 14 відбувається з використанням кронштейну 9, до якого приєднано гідроциліндр 11, який обертає вал 10 через кронштейн кріплення 12 (рис . 17).

Таке технологічне рішення дасть можливість забезпечити оптимальне керування нормою висіву технологічного матеріалу (насіння, добрива тощо) із врахуванням агробіологічного стану ґрунтового середовища.

Інформаційно-технічна система локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця рухаючись по поверхні поля за допомогою робочих електродів 14 забезпечує отримання оперативної інформації про агробіологічний стану ґрунтового середовища та реалізацію згідно алгоритму норм у внесення технологічного матеріалу (рис. 18).

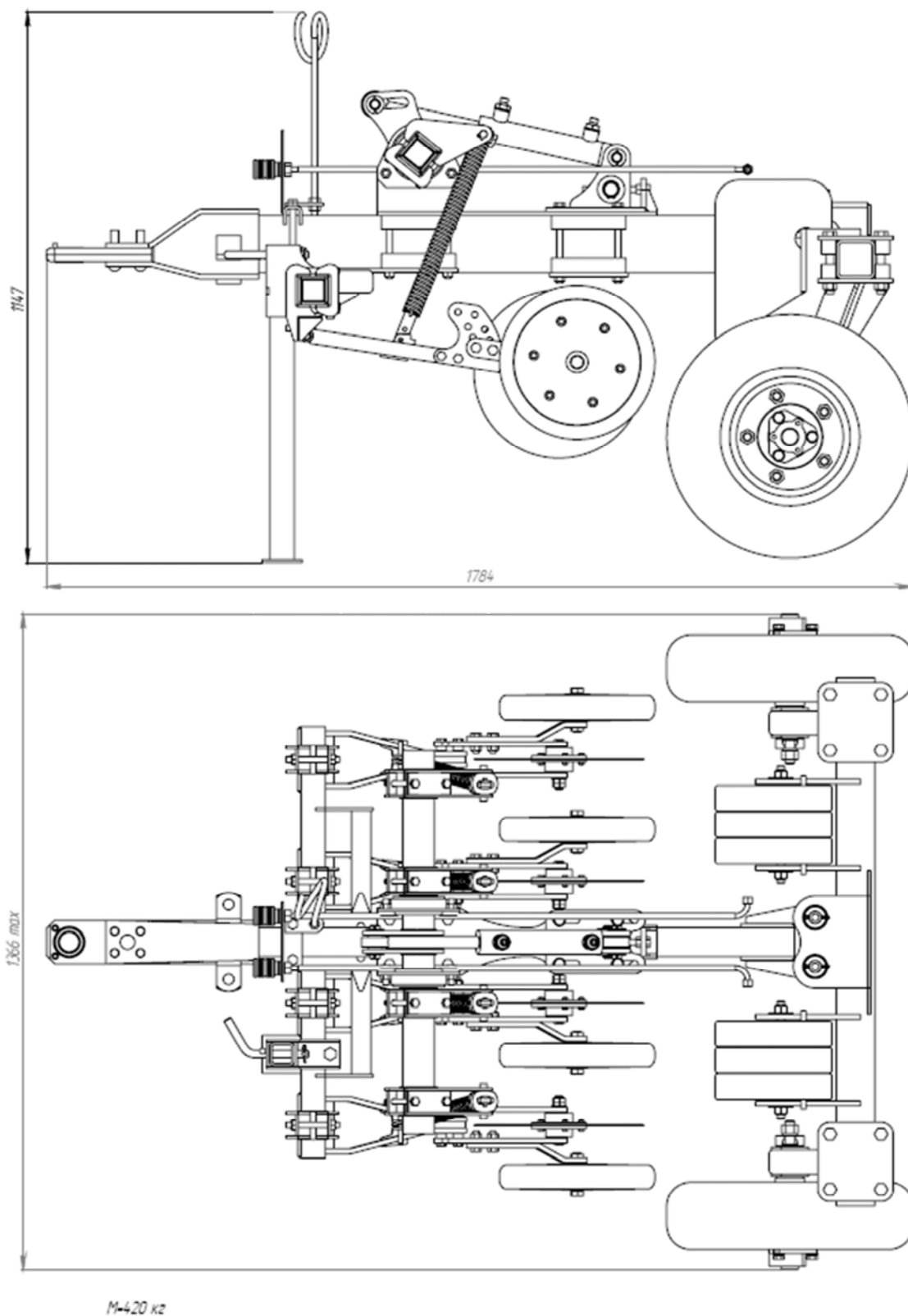


Рис. 17. Схема інформаційно-технічної системи оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця.

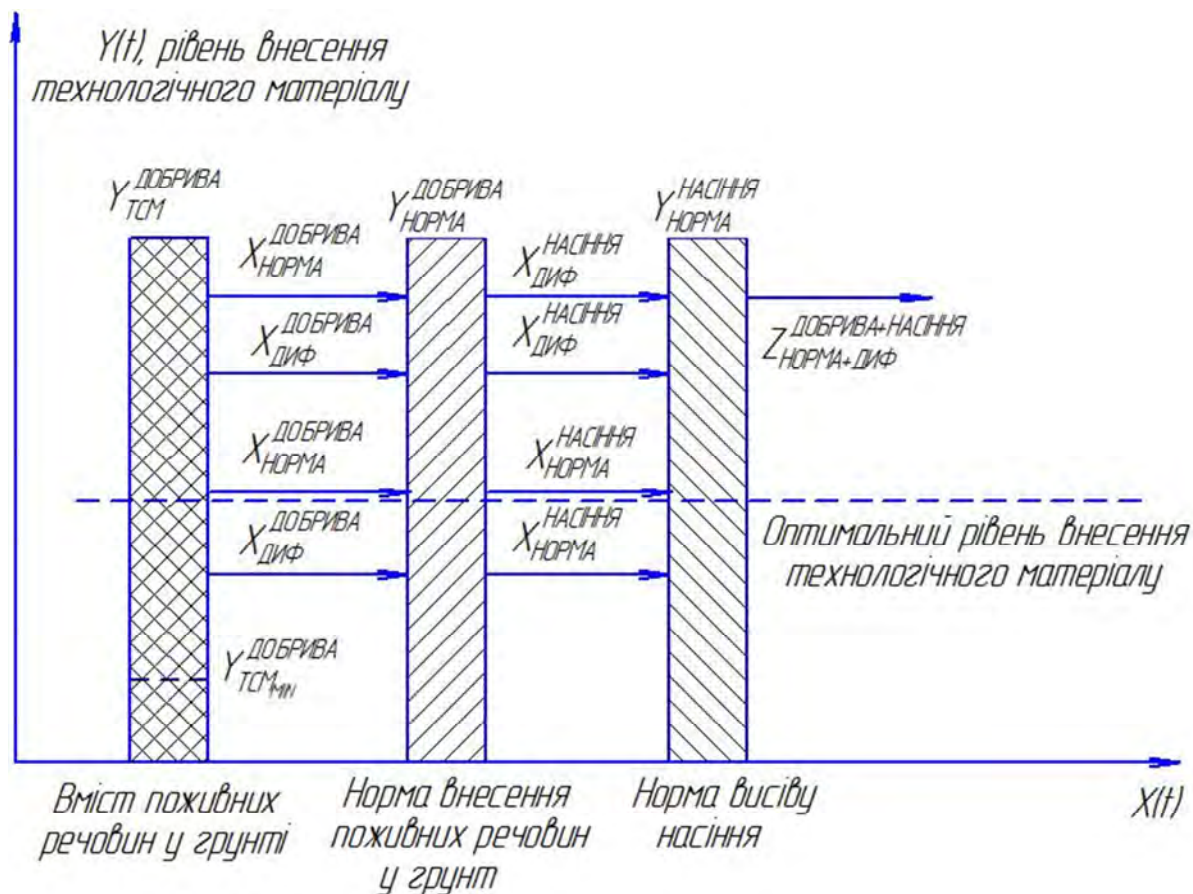


Рис. 18. Алгоритм керування нормою висіву технологічного матеріалу за різних умов реалізації з використанням інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця.

За допомогою фаркопу 16 відбувається приєднання інформаційно-технічна система локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця до транспортного засобу (трактору, транспортного засобу підвищеної прохідності, квадроциклу тощо). Підставка 17 забезпечує задану висоту фаркопу у від'єданому від транспортного засобу стані.

Інформаційно-технічна система оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця, яка містить робочі електроди на рамі, згідно запропонованого нами рішення, містить П-подібну раму, на якій розміщується баласт і два опорні колеса, повздовжню раму з розміщеною на ній поперечною рамою, з приєднаним до неї шарнірів, важелів, стояків-пружин, кронштейну, обертового валу, гідроциліндру, кронштейну кріплення та копіювальних коліс, робочих електродів, баласту, фаркопу, підставки.

Електронні засоби керування інформаційно-технічними системами оперативного моніторингу стану ґрунтового середовища конструкції Олександра Броварця розміщуються у кабіні оператора (рис. 19).



Рис. 19. Загальний вигляд Інформаційно-технічна система локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця.



Рис. 20. Інформаційно-технічна система локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця на машинно-тракторному агрегаті під час виконання технологічної операції.

Режими роботи пристрою для визначення електропровідних властивостей ґрунтового середовища конструкції Олександра Броварця:

- ручні переносні пристрої для визначення електропровідних властивостей ґрунтового середовища;
- рухомі транспортні засоби з робочими електродами для визначення електропровідності ґрунтового середовища агреговані з транспортними засобами підвищеної прохідності;
- рухомі транспортні засоби з робочими електродами для визначення електропровідності ґрунтового середовища агреговані з транспортними засобами, які виконують технологічну операцію (сівба, внесення добрив тощо).

Висновки

У дослідженні наведено функціональну структуру, програмне забезпечення, програмний код та алгоритми керування виконавчими робочими органами інформаційно-технічної системи локального оперативного моніторингу агробіологічного стану ґрунтового середовища сільськогосподарських угідь конструкції Олександра Броварця. Результатом використання такої системи для визначення електропровідних властивостей ґрунтового середовища конструкції Олександра Броварця є отримання підвищення прибутку на 20-30% за рахунок оптимізації норми висіву технологічного матеріалу із врахуванням агробіологічного стану сільськогосподарських угідь.

Список використаної літератури

1. Адамчук В.В., Мойсеєнко В.К., Кравчук В.І., Войтюк Д.Г. Техніка для землеробства майбутнього. В зб.: Механізація та електрифікація сільського господарства. Глевах: ННЦ "ІМЕСГ". 2002. Вип. 86. С. 20–32.
2. Броварець О. Від безплужного до глобального розумного землеробства Броварець О. *Техніка і технології АПК*. 2016. № 10 (85). С. 28–30.
3. Броварець О.О. Інформаційно-технічна система оперативного моніторингу стану ґрунтового середовища конструкції Олександра Броварця. *Вісник Львівського національного аграрного університету. Агроінженерні дослідження*. 2017. № 21. С. 9–29.
4. Вадюнина А.Ф. К оценке электропроводности как метода определения влажности почв. *Почвоведение*. 1937. № 3. С. 391–404.
5. Воробьев Н.И. К вопросу кондуктометрического определения засоленности почв и ґрунтов. *Почвоведение*. 1955. №4. С. 103.
6. ГОСТ 26423-85. Почвы. Методы определения удельной электрической проводимости, рН и плотного остатка водной вытяжки. [Действ. от 1986-01-01]. Изд-во офиц. Москва: Стандартинформ, 2011. 7 с.
7. Гуков Я.С., Линник Н.К., Мироненко В.Г. Автоматизированная система локально-дозированного внесения удобрений, мелиорантов и средств защиты растений.: Труды 2-й МНПК по проблемам дифференциального применения удобрений в системе координатного земледелия. Рязань, 2001. С.48–50.
8. Копикова Л.П. Опыт применения методов электропроводности для составления детальных почвенномелиоративных карт. *Бюллетень ВИУА*. 1979. №43. С. 21–23.
9. Масло І.П., Мироненко В.Г. Автоматизована система локально-дозованого внесення добрив і хімічних засобів захисту рослин. УААН: Розробки-виробництву. К.: Аграрна наука, 1999. С. 348–349.
10. Медведев В.В. Неоднородность почв и точное земледелие. Часть I. Введение в проблему. Харьков, 2007. 296 с.
11. Ормаджи К.С. Контроль качества полевых работ. М.: Росагропромиздат, 1991. 191 с.
12. Сучасні тенденції розвитку конструкцій сільськогосподарської техніки. За ред. В.І. Кравчука, М.І. Грицишина, С.М. Коваля. К.: Аграрна наука, 2004. 398 с.
13. Brovarets Oleksandr, Chovnyuk Yuriy. Modeling and analysis of efficient electromagnetic parameters of capillary system of electrical conductivity of agricultural soils i: method of analysis of non-stationary electromagnetic fields in dispersive and controlled environments. *MOTROL*. 2018. Vol. 19, № 4. P. 13–18.
14. Brovarets Oleksandr, Chovnyuk Yuriy. Technical-economic models of business management in the processes of agricultural production. *ECONTECHMOD. An International Quarterly Journal*. 2017. Vol. 6, № 3, P. 61–70.

15. Brovarets Oleksandr, Chovnyuk Yuriy. Integrated systems of management for the performance of technological processes in agricultural production which depend on the initial and final moments of their operation time. *Teka*. 2017. Vol. 17, № 2. P. 79–90.
16. Brovarets Oleksandr. Organizational and Technological Background of Project Configuration Management for Freightling. *Teka*. 2017. Vol. 17, № 3. P. 49–53.
17. Hertz A. Chad and John D. Hibbard. A Preliminary Assessment of the Economics of Variable Rate Technology for Applying Phosphorus and Potassium in Corn Production. *Farm Economics Facts & Opinions*, 93–114, Department of Agricultural and Consumer Economics, University of Illinois, Champaign-Urbana, 1993. P. 218–231.
18. Wilcox G.G. Determination of electrical conductivity of soil solutions. *Soil Science*. 1947. V. 63. P. 107.
19. Ewart G.Y., Baver L.D. Salinity Effects on soil moisture electrical resistance relationships. *Soil Scien. Soc. Amer.* 1950. V. 15. P. 56–63.
20. Rhoades J.D., Schifgaarde J. Van. An electrical conductivity probe for determining soil salinity. *Soil Scien. Soc. Amer. J.* 1976. № 5. P. 647–651.

References

1. Adamchuk, V. V., Moiseienko, V. K., Kravchuk, V. I., & Voitiuk, D. H. (2002) Tekhnika dlia zemlerobstva maibutnoho. V zb.: Mekhanizatsiia ta elektryfikatsiia silskoho hospodarstva. Hlevakha: NNTs "IMESH". **86**, 20–32.
2. Brovarets, O. (2016) Vid bezpluzhnoho do hlobalnoho rozumnoho zemlerobstva Brovarets O. *Tekhnika i tekhnologii APK*. **10** (85), 28–30.
3. Brovarets, O. O. (2017) Informatsiino-tekhnichna systema operatyvnoho monitorynhu stanu gruntovoho seredovyscha konstruktсии Oleksandra Brovartsia. *Visnyk Lvivskoho natsionalnoho ahrarnoho universytetu. Ahroinzhenerni doslidzhennia*. **21**, 9–29.
4. Vadyunina, A. F. (1937) K otsenke elektroprovodnosti kak metoda opredeleniya vlazhnosti pochv. *Pochvovedenie*. **3**, 391–404.
5. Vorobev, N. I. (1955) K voprosu konduktometricheskogo opredeleniya zasolennosti pochv i gruntov. *Pochvovedenie*. **4**, 103.
6. GOST 26423-85. Pochvyi. Metodyi opredeleniya udelnoy elektricheskoy provodimosti, pH i plotnogo ostatka vodnoy vytyazhki. [Deystv. ot 1986-01-01]. Izd-vo ofits. Moskva: Standartinform, 2011.
7. Gukov, Ya. S., Linnik, N. K., & Mironenko, V. G. (2001) Avtomatizirovannaya sistema lokalno-dozirovannogo vneseniya udobreniy, meliorantov i sredstv zaschityi rasteniy.: *Trudyi 2-y MNPk po problemam differentsialnogo primeneniya udobreniy v sisteme koordinatnogo zemledeliya*. Ryazan, pp.48–50.
8. Kopikova, L. P. (1979) Opyit primeneniya metodov elektroprovodnosti dlya sostavleniya detalnyih pochvennomeliorativnyih kart. *Byulleten VIUA*. **43**, 21–23.
9. Maslo, I. P., & Myronenko, V. H. (1999) Avtomatyzovana systema lokalno-dozovanoho vnesennia dobryv i khimichnykh zasobiv zakhystu roslyn. *UAAN: Rozrobky-vyrobnytstvu*. K.: Ahrarna nauka, pp. 348–349.
10. Medvedev, V. V. (2007) Neodnorodnost pochv i tochnoe zemledelie. Chast I. Vvedenie v problemu. Harkov.
11. Ormadzhi, K. S. (1991) Kontrol kachestva polevyih rabot. Moscow: Rosagropromizdat.
12. Kravchuka, V. I., Hrytsyshyna, M. I., & Kovalia, S. M. (Ed.) (2004) Suchasni tendentsii rozvytku konstruktсии silskohospodarskoi tekhniki. Kyiv: Ahrarna nauka.
13. Brovarets Oleksandr, & Chovnyuk Yuriy. (2018) Modeling and analysis of efficient electromagnetic parameters of capillary system of electrical conductivity of agricultural

- soils i: method of analysis of non-stationary electromagnetic fields in dispersive and controlled environments. *MOTROL*. **19**, 4, 13–18.
14. Brovarets Oleksandr, & Chovnyuk Yuriy. (2017) Technical-economic models of business management in the processes of agricultural production. *ECONTECHMOD. An International Quarterly Journal*. **6**, 3, 61–70.
 15. Brovarets Oleksandr, & Chovnyuk Yuriy. (2017) Integrated systems of management for the performance of technological processes in agricultural production which depend on the initial and final moments of their operation time. *Teka*. **17**, 2, 79–90.
 16. Brovarets Oleksandr. (2017) Organizational and Technological Background of Project Configuration Management for Freightling. *Teka*. **17**, 3, 49–53.
 17. Hertz, E. A., & Hibbard, John D. (1993) A Preliminary Assessment of the Economics of Variable Rate Technology for Applying Phosphorus and Potassium in Corn Production. *Farm Economics Facts & Opinions*, 93–114, Department of Agricultural and Consumer Economics, University of Illinois, Champaign-Urbana, pp. 218–231.
 18. Wilcox, G. G. (1947) Determination of electrical conductivity of soil solutions. *Soil Science*. **63**, 107.
 19. Ewart, G. Y., & Baver, L. D. (1950) Salinity Effects on soil moisture electrical resistance relationships. *Soil Scien. Soc. Amer.* **15**, 56–63.
 20. Rhoades, J. D., & Schifgaarde, J. Van. (1976) An electrical conductivity probe for determining soil salinity. *Soil Scien. Soc. Amer. J.* **5**, 647–651.

УДК 004.08

В.В. ГРИЦИК

Національний університет "Львівська політехніка"

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ СЕГМЕНТАЦІЇ ЗОБРАЖЕНЬ ПРИ ЇХ ЗАСТОСУВАННІ В ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧАХ

Представлено продовження досліджень елемента машино-машинного інтерфейсу на предмет можливості динамічної адаптації для покращення сприйняття зовнішнього середовища шляхом розробки методики адаптації робозору до візуального спектра. Досліджено і порівняно між собою різні порогові методи сегментації зображень різних категорій. Досліджено різні рівні складності предметної області, показано результати сегментування як на два, так і на три класи. І відповідно, досліджено якість методів при пристосуванні до потрібних умов. Показано ефективність концепції для застосування зі значним набором вибору об'єктів та практичну цінність досліджень.

Ключові слова: сегментація зображень, робозір, бінаризація, розпізнавання образів, інформаційно аналітичні системи майбутнього.

В.В. ГРИЦИК

Національний університет "Львівська політехніка"

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ СЕГМЕНТАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПРИ ИХ ИСПОЛЬЗОВАНИИ В ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧАХ

Представлено продолжение исследований элемента машинно-машинного интерфейса на предмет возможности динамической адаптации для улучшения восприятия внешней среды путем разработки методики адаптации роботизированного зрения к визуальному спектру. Исследовано и сравнено между собой различные пороговые методы сегментации изображения различных категорий. Исследовано разные уровни сложности предметной области, показано результаты сегментирования как на два, так и на три класса. Соответственно исследовано качество методов при приспособлении к требуемым условиям. Показано эффективность концепции для применения со значительным набором объектов и их практическую ценность исследования.

Ключевые слова: сегментация изображений, роботизированное зрение, бинаризация, распознавание образов, информационно-аналитические системы будущего.

V.V. HRYTSYK

Lviv Polytechnic National University

RESEARCH OF IMAGE SEGMENTATION METHODS FOR APPLIED TASKS

The necessity of constructing a mathematical model arises immediately when using a computer for image processing. By evaluating the "eye" affiliation of a pixel to a particular segment, we do not think about how it is done but for computer we need write algorithm. If the task is some adaptation we need to have written all possibility conditions. Instructing this

computer, we have to teach him to perform similar actions, that is, to put in it the corresponding data and algorithms.

The paper investigates the methods of transformation that are carried out primarily in order to reduce the information redundancy of the image for specific time conditions, leaving it only the information that is needed to solve a particular task at a specific time point. In the binary image, the parts that are of interest to us (for example, the outlines of the displayed objects) must be preserved and insignificant features (background) are excluded.

The aim of the study is to improve computer perception by developing an adaptive approach to the environment. The main idea is to integrate the intellectual property of the future with the characters in the system of perception. In particular, the computer should feel and understand the dynamics of the real world. Therefore, the author investigates the models and means of synthesizing the methods of perception of data of the visual spectrum, arriving in real time. Continue of research of the machine-machine interface element is concerned on the possibility of dynamic adaptation for improving the perception of reflection of the visual specter of environment by developing a methodic or/and methods for adapting the computer vision to the visual spectrum. The various threshold methods of image segmentation for apply task are investigated and compared among themselves. The methods were applied to segmentation tasks of divide of image to two and three classes and results (quality estimation) for different parameters are shown. Adaptation concept estimation for practical tasks are shown. Triangle, Otsu, Bottom threshold, Yen, Roshenfeld, SIS, k-means, Sezan, Ramesh methods are estimated in the paper. Mean squared error method was taken as procedure for estimating of segmentation quality. Results of bottom threshold is taken as the basic value for estimation by mean squared error method. Results of study are shown in one table and five figures. Reader cans see results as visual reflection in pictures and as digital reflection in the table and in the figures of program visualization.

Keywords: image segmentation, computer vision, pattern recognition, future information analytical systems.

Постановка проблеми

Зараз важко уявити собі вид діяльності, в якому так чи інакше не використовуються комп'ютери [3]. Вже зараз у численних галузях промисловості, науки, інтернет-технологій тощо ефективно використовуються розробки, які пов'язані з використанням систем штучного інтелекту, а також різного виду роботів або роботизованих систем. У цій роботі буде продовжено вивчення можливостей самоадаптивних технологій у такій галузі як розпізнавання, зокрема у візуальному діапазоні спектра. Нагадаємо, що з точки зору ІТ, сегментація — це процес розділення зображення на декілька сегментів (сегмент – це множина пікселів, які часто називають суперпікселями). Мета сегментації полягає у спрощенні і/або зміні представлення зображення для полегшення його аналізу. Отже, сегментація зображень — це процес присвоєння таких міток кожному пікселю зображення, що пікселі з однаковими мітками мають спільні візуальні характеристики. Результатом сегментації зображення є множина сегментів, які разом покривають все зображення, або множина контурів, виділених з зображення. Всі пікселі в сегменті схожі за деякою характеристикою або за визначеною властивістю, наприклад, колір, яскравість, текстура. Сусідні сегменти істотно відрізняються за цими характеристиками.

Нагадаємо: роботи майбутнього – це технології з інтелектуальними візуальними можливостями. Вони повинні відчувати і розуміти динаміку реального світу [7]. Тому автор досліджує моделі і засоби синтезу методів сприйняття даних візуального спектру, що надходять в режимі реального часу [2, 4]. Отже, розширено перелік досліджуваних методів сприйняття комп'ютером зовнішнього світу через розуміння відео даних [1, 5].

Мета дослідження

Метою роботи є покращення сприйняття візуального світу автономними інформаційно-аналітичними системами шляхом розробки методики адаптації машинних алгоритмів до особливостей зовнішнього середовища.

Викладення основного матеріалу дослідження

Нагадаємо [8], що аналізуючи методом MSE метод Ніблака, жорсткий поріг, гістограмні методи, метод Оцу, метод Єна, метод трикутника, отримано рис. 1. Також відповідні порівняльні дані відображені в табл. 1. Як еталонне зображення було використано оригінальне зображення, яке бінаризоване методом з нижнім порогом бінаризації. Досліджуваними виступали зображення, які отримувалися внаслідок обробки оригінального зображення кожним із методів. Похибка обчислювалась за формулою:

$$MSE = \frac{1}{w \cdot h} \cdot \sum_{i=0}^{w-1} \sum_{j=0}^{h-1} (I(i, j) - K(i, j))^2, \tag{1}$$

де $I(i, j)$ – значення яскравості пікселя у точці (i, j) досліджуваного зображення;
 $K(i, j)$ – значення яскравості пікселя у точці (i, j) еталонного зображення;
 w – ширина зображення; h – висота зображення; MSE – значення похибки.

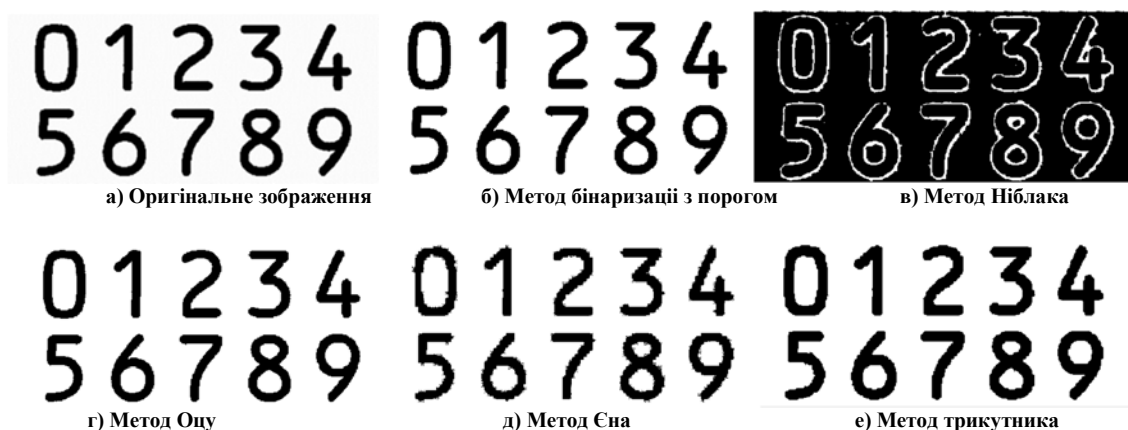


Рис. 1. Візуальне порівняння роботи алгоритмів.

Таблиця 1

Порівняння результатів застосування досліджуваних методів

№ експе- рименту	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Похибка <i>MSE</i>
Бінаризація з нижнім порогом	3088	3566	3606	3062	3298	3125	3144	3251	3390	±3281
Метод Ніблака	1004	604	874	599	780	905	588	820	991	±796
Метод Оцу	3092	3299	3593	3152	3237	3508	3109	3023	3495	±3279
Метод Єна	780	890	595	773	530	871	642	903	824	±756
Метод трикутника	634	1012	650	931	742	892	638	659	712	±763

Продовжуючи дослідження адаптивності інформаційно-аналітичної системи, отримано порівняльні результати, які відображені на рис. 2–5. Для забезпечення різноманітності умов досліджень було вибрано розподілену модель: різні учасники, адаптивні умови щодо одного набору образів та спільного методу кореляції.

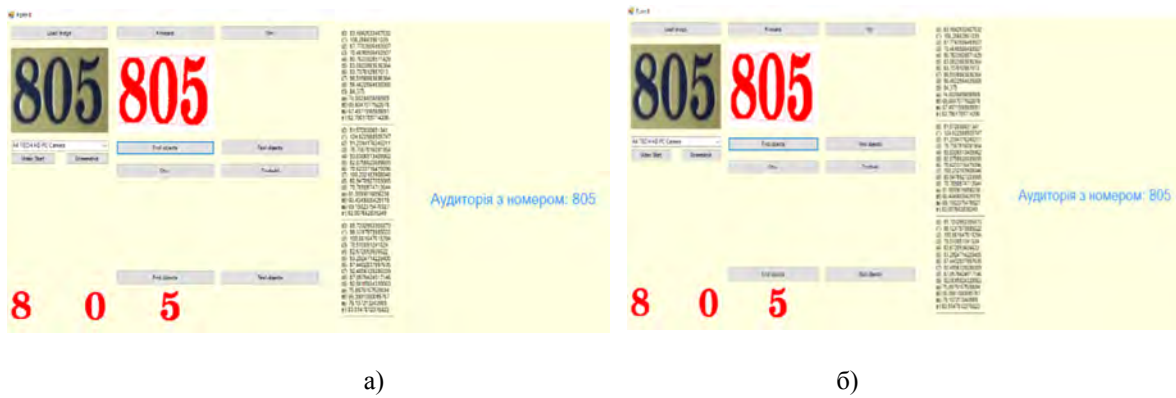


Рис. 2. Результати застосування методів: К-середнє, Єна, Отсу, Нижній поріг.



Рис. 3. Результати застосування методів: а) К-середнє, Єна, Отсу, Нижній поріг, б) Отсу, SIS, Нижній поріг, Ітеративний поріг.

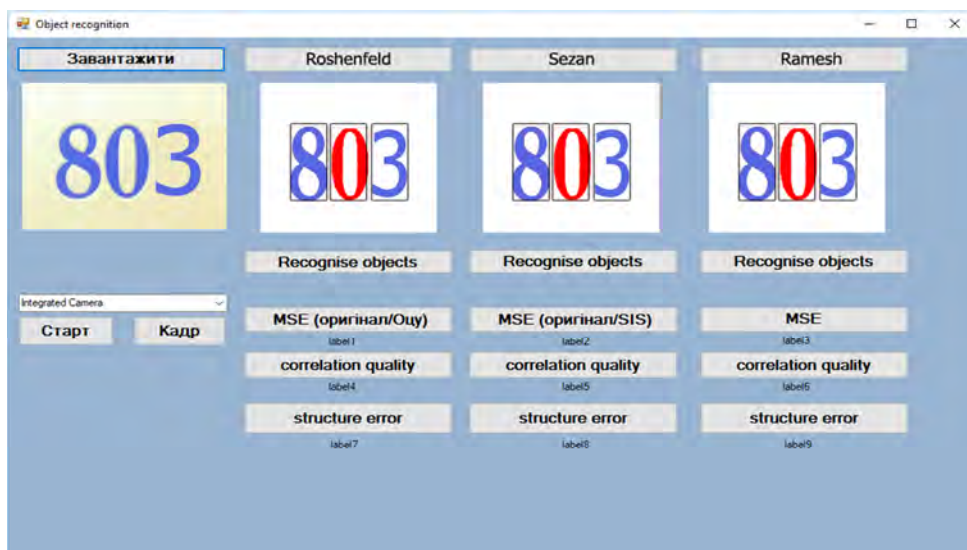


Рис. 4. Результати застосування методів: Розенфельда, Сезана, Рамеш.

На рис 5 показано автоматизоване виділення потрібного сегмента на полі уваги.

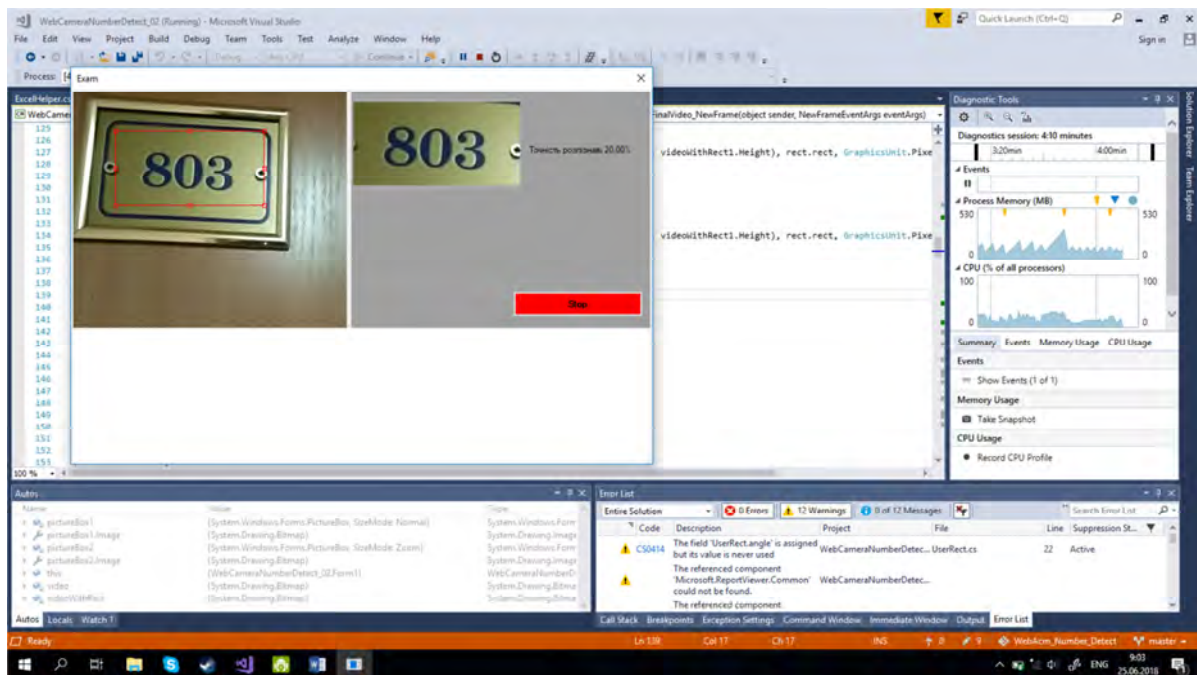


Рис. 5. Інтерфейс розпізнавання потенційно корисного об'єкта на зображенні.

Висновки

У результаті проведених експериментів були отримані дані щодо ефективності кожного методу в умовах адаптації. Порівнюючи значення MSE, які отримані для кожного методу, ми отримуємо показники ефективності кожного методу в заданих умовах. У порівнянні з дослідженням, яке представлено автором у роботі [8], окрім ускладнення поля уваги, було додано розбиття на три класи.

Список використаної літератури

1. Грицик В.В. Оцінка якості передавання і комп'ютерна обробка даних образів. *Доповіді НАН України*. 2008. № 9 : Інформатика та кібернетика. С. 43-48.
2. Audio-Visual Answer to Modern Computing. *Research*eu Results Supplement*. 2010. № 26. P. 31–32.
3. Мічо Кайку. Фізика майбутнього / переклала з англ. Анжела Кам'янець. Львів: Літопис, 2013. 432 с.
4. Software: Running Commentary for Smarter Surveillance? *Research*eu Results Supplement*. 2010. № 24. P. 29.
5. Hrytsyk V., Grondzal A., Bilenyk A. Augmented Reality for People with Disabilities. *Proceedings of the International Conference on Computer Sciences and Information Technologies, CSIT'2015 (Lviv, 2015, September 14–17)*. Lviv: Polytechnic National University, 2015. P. 188–191.
6. Korzynska A., Roszkowiak L., Lopez C., Bosch R., Witkowski L., Lejeune M. Validation of Various Adaptive Threshold Methods of Segmentation Applied to Follicular Lymphoma Digital Images Stained with 3,3'-Diaminobenzidine&Haematoxylin. *Diagnostic Pathology*. 2013. Vol. 8. Issue 48. <https://doi.org/10.1186/1746-1596-8-48>
7. Sauvola J., Pietikainen M. Adaptive document image binarization. *Pattern Recognition*. 2000. № 33. P. 225–236. DOI: 10.1016/S0031-3203(99)00055-2.

8. Грицик В.В., Дунас А.Я. Дослідження методів розпізнавання образів для систем комп'ютерного зору роботів майбутнього. *Вісник ХНТУ*. 2017. № 3, Т. 1. С. 297–301.

REFERENCES

1. Hrytsyk, V. V. (2008). Otsinka yakosti peredavannia i kompiuterna obrobka danykh obraziv. *Dopovidi NAN Ukrainy*. **9**: Informatyka ta kibernetyka, 43–48.
2. Audio-Visual Answer to Modern Computing. (2010). *Research*eu Results Supplement*. **26**, 31–32.
3. Micho, Kaiku. (2013). *Fizyka maibutnoho / pereklala z anhl.*. Anzhela Kamianets. Lviv: Litopys.
4. Software: Running Commentary for Smarter Surveillance? (2010). *Research*eu Results Supplement*. **24**, 29.
5. Hrytsyk, V., Grondzal, A., & Bilenkyj, A. (2015). Augmented Reality for People with Disabilities. Proceedings of the *International Conference on Computer Sciences and Information Technologies*, CSIT'2015 (Lviv, 2015, September 14–17). Lviv: Polytechnic National University, pp. 188–191.
6. Korzynska, A., Roszkowiak, L., Lopez, C., Bosch, R., Witkowski, L., & Lejeune, M. (2013). Validation of Various Adaptive Threshold Methods of Segmentation Applied to Follicular Lymphoma Digital Images Stained with 3,3'-Diaminobenzidine&Haematoxylin. *Diagnostic Pathology*. **8**, 48. <https://doi.org/10.1186/1746-1596-8-48>
7. Sauvola, J., & Pietikainen, M. (2000). Adaptive document image binarization. *Pattern Recognition*. **33**, 225–236. DOI: 10.1016/S0031-3203(99)00055-2.
8. Hrytsyk, V. V. & Dunas, A. Ya. (2017). Doslidzhennia metodiv rozpiznavannia obraziv dlia system kompiuternoho zoru robotiv maibutnoho. *Visnyk KhNTU*. **3**, 1, 297–301.

УДК 004.92:519.6:543.4

П.Й. ГУЧЕК

Інститут біокибернетики і біомедичної інженерії ім. М. Налеча Польської академії наук, Польща

О.М. ДУДЧЕНКО

Херсонська філія Національного університету кораблебудування ім. адм. Макарова

ПІДСИСТЕМА ДІАГНОСТУВАННЯ РОБОТИ КАНАЛІВ ВИМІРЮВАННЯ ПРИБРОЮ ДИФУЗНОЇ ОПТИЧНОЇ ТОМОГРАФІЇ ВИСОКОЇ ЩІЛЬНОСТІ

Одним із сучасних підходів до діагностування різного типу захворювань в медичній практиці є використання пристроїв дифузної оптичної томографії високої щільності, особливо це є актуальним в тих місцях, де не завжди є можливість доступу до традиційного томографічного обладнання, такого як комп'ютерна чи магнітно-резонансна томографія. У роботі розглянуто основні підходи до побудови інформаційної підсистеми діагностування роботи оптичних каналів під час вимірювань в режимі реального часу, що дає змогу оперативно реагувати на виявлені артефакти в отримуваному сигналі та приймати рішення щодо їх усунення.

Ключові слова: інформаційні технології, ближня інфрачервона спектроскопія, комп'ютерна візуалізація, медична діагностика.

П.И. ГУЧЕК

Институт биокибернетики и биомедицинской инженерии им. М. Налеча Польской академии наук,

Польша

О.Н. ДУДЧЕНКО

Херсонский филиал Национального университета кораблестроения им. адм. Макарова

ПОДСИСТЕМА ДИАГНОСТИРОВАНИЯ РАБОТЫ КАНАЛОВ ИЗМЕРЕНИЯ УСТРОЙСТВА ДИФФУЗНОЙ ОПТИЧЕСКОЙ ТОМОГРАФИИ ВЫСОКОЙ ПЛОТНОСТИ

Одним из современных подходов к диагностике различного типа заболеваний в медицинской практике является использование устройств диффузной оптической томографии высокой плотности, особенно это актуально в тех местах, где не всегда есть возможность доступа к традиционному томографическому оборудованию, такому как компьютерная или магнитно-резонансная томография. В работе рассмотрены основные подходы к построению информационной подсистемы диагностирования работы оптических каналов во время измерений в режиме реального времени, что позволяет оперативно реагировать на выявленные артефакты в получаемом сигнале и принимать решения по их устранению.

Ключевые слова: информационные технологии, ближняя инфракрасная спектроскопия, компьютерная визуализация, медицинская диагностика.

P.I. GUCHEK

Nalecz Institute of Biocybernetics and Biomedical Engineering, Poland

O.N. DUDCHENKO

Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Kherson branch

DIAGNOSTIC SUBSYSTEM OF WORK OF CHANNELS OF MEASURING THE DEVICE OF HIGH DENSITY DIFFUSE OPTICAL TOMOGRAPHY

One of the modern approaches to the diagnosis of various types of diseases in medical practice is the use of high-density diffuse optical tomography devices, especially in those

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-3>

places where it is not always possible to access traditional tomography equipment such as computed or magnetic resonance imaging. For example, on the battlefield or at a considerable distance from the diagnostic centers. And before the clinicians who participate in the diagnosis and treatment of craniocerebral injury, tumors, etc., is the difficult task to provide optimal rational diagnostics with minimal expenses, to objectify the indications for hospitalization and to determine the fastest effective method of treatment. The paper discusses the main approaches to the construction of an information subsystem for diagnosing the operation of optical channels during measurements in real time, which allows us to quickly respond to the identified artifacts in the received signal and make decisions on their elimination. Methods for object-oriented programming, system programming, computer graphics, sets theory and methods for analyzing discrete signals were used to develop the proposed subsystem. To store the results of the research and further analysis, the MySQL database management system was used, which is easy to adapt to different platforms and is quite powerful and developed for both stationary and mobile subsystems and applications. Microsoft Visual Studio and the C # programming language were used as a tool for the development of an information subsystem that allows you to create various secure and secure applications running on the .NET Framework. In order to test the quality of the optical signal in real-time, calculations of optical density were performed at certain intervals depending on the interval set by the user. The quality of the optical signal is represented as the signal strength map (SNR), which includes the signal / noise ratio for combinations of all the closest and closest to the closest pair of source detectors. These maps visualize uncertainties related to poor optical coupling of light emitted from the source fiber bundles into the tissue as well as light reemitted from the tissue into the detecting fiber bundles. Real-time mapping allows for detection of optical signal issues during fixation of the optodes on the head.

Keywords: information technology, near-infrared spectroscopy, computer visualization, medical diagnostics.

Постановка проблеми

При проведенні досліджень важливе значення необхідно приділяти тестуванню обладнання на достовірність отриманих значень як на початку, так і в процесі всього циклу дослідження. Це дає змогу своєчасно виявити похибки, які пов'язані з пошкодженням або відставанням від системи кріплення джерела випромінювання, детектора, світловода та інших.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Методи оптичної спектроскопії широко використовуються в медичній практиці з метою діагностики і займають одне з провідних місць поряд з рентгенівськими, акустичними, ядерного магнітного резонансу, радіонуклідними, ендоскопічними та іншими.

Світло видимого та ближнього інфрачервоного діапазону довжин хвиль є безпечним при малих рівнях щільності випромінювання, людський організм добре адаптований до цього виду випромінювання. Світло цього діапазону довжин хвиль добре проникає в біологічну тканину і, взаємодіючи з різними структурними та динамічними компонентами тканин, несе інформацію про структурні і динамічні зміни, що відбуваються в тканинах при різних захворюваннях. Такі добре відомі у фізиці явища, як поглинання, дифракція, інтерференція, флуоресценція, а також пружне, квазіпружне і молекулярне розсіювання, спостерігаються в біологічних середовищах і є джерелами інформації про патологічні процеси [1].

Прозорість біологічних тканин сягає свого максимуму в ближній інфрачервоній (БІЧ) області спектра, що обумовлено тим фактом, що живі тканини не містять сильних

внутрішніх хромофорів, які могли б поглинати випромінювання в цій області спектра. Світло проникає в тканини на глибину кількох сантиметрів, що важливо для просвічування об'ємних людських органів (мозок, молочна залоза і т. ін.). Однак біологічні тканини характеризуються ще досить сильним розсіюванням БЧ-випромінювання, що заважає отримувати чіткі зображення локальних неоднорідностей, які виникають в тканинах при різних патологіях, таких як утворення пухлин або локальне зростання об'єму крові, обумовлене крововиливом або розростанням мікросудин [1, 2].

Значні перспективи, з точки зору безпеки, простоти і надійності пристроїв, а також отримання надійної інформації про фізіологічні процеси, мають оптична дифузійна томографія і оптична когерентна томографія.

Таким чином, швидке діагностування при різних захворюваннях чи травмах та візуалізація результатів є досить актуальним питанням. Особливо це стосується тих місць, які не завжди мають можливість томографічного обстеження: комп'ютерну томографію та магнітно-резонансну томографію. Наприклад, на полі бою або на значній відстані від діагностичних центрів. І перед клініцистами, які беруть участь в діагностиці та лікуванні черепно-мозкової травми, пухлини та ін., стоїть непросте завдання – забезпечити оптимальну раціональну діагностику при мінімальних витратах, об'єктивізувати показання до госпіталізації та визначити найбільш швидкий ефективний метод лікування.

Мета дослідження

Розробка основних підходів і побудова інформаційної підсистеми для збору оптичних даних та попередньої обробки результатів вимірювань, діагностування апаратних проблем та візуалізація результатів в режимі реального часу.

Розробка та діагностування інформаційної підсистеми проводилася на базі Інституту біокібернетики і біомедичної інженерії ім. Налеча Польської академії наук, який розробив пристрій дифузної оптичної томографії високої щільності (HD-DOT), здатний до дослідження головного мозку дорослої людини [3–5].

Викладення основного матеріалу дослідження

Для розробки запропонованої підсистеми, що дозволяє приймати дані з пристрою HD-DOT, використовувались методи об'єктно-орієнтованого програмування, системного програмування, комп'ютерної графіки, теорії множин та методи аналізу дискретних сигналів. Для зберігання проведених результатів дослідження та подальшого аналізу виникла потреба у проектуванні бази даних. В якості інструментального середовища системи керування базою даних було обрано MySQL, яке легко адаптується під різні платформи та є досить потужною та розвиненою як для стаціонарних, так і мобільних підсистем та додатків. Microsoft Visual Studio та мова програмування C# використовувались як інструмент середовища розробки інформаційної підсистеми, які дозволяють створювати різні безпечні і надійні додатки, що працюють на платформі .NET Framework.

При створенні повноцінної інформаційної підсистеми з розвиненим графічним середовищем, в якому можлива реалізація складних математичних алгоритмів для подальших етапів аналізу даних та дослідження, виникла необхідність в інтеграції розробленої підсистеми з системою MATLAB [6], яка має колосальні математичні можливості. Пакет MATLAB Builder для .NET (.NET Builder) є розширення пакету MATLAB Compiler. Він використовується для перетворення функцій MATLAB в один або більше класів .NET, які складають компонент .NET. Кожна функція MATLAB перетворюється в метод деякого класу і може бути викликана з програми .NET. Програми, що використовують методи, які створені за допомогою .NET Builder, при своїй роботі не вимагають встановленої системи MATLAB. Однак повинна бути

встановлене MCR – середовище виконання для компонентів MATLAB (MATLAB Component Runtime) (рис. 1) [5, 7].

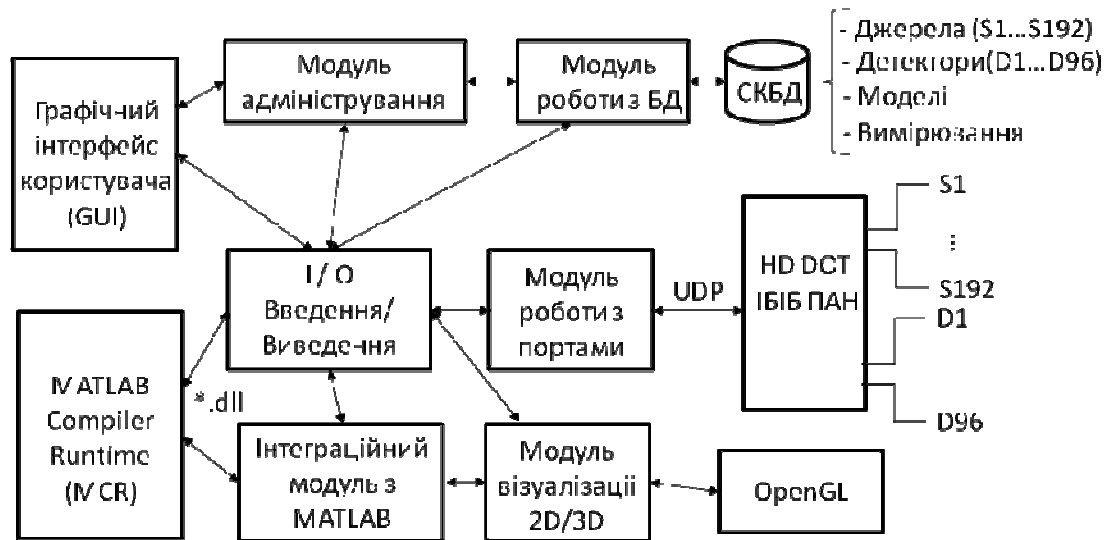


Рис. 1. Структурна схема інформаційної підсистеми збору та оброблення даних з пристрою HD-DOT (СКБД – система керування базами даних, UDP – User Datagram Protocol, I/O – Input/Output).

Пристрій HD-DOT з'єднується з інформаційною підсистемою за технологією Ethernet, використовуючи UDP протокол, який виконує обмін повідомленнями (датаграмами) без підтвердження доставки та надмірного навантаження на мережу під час проведення дослідження. До складу обладнання HD-DOT входять 192 джерела випромінювання (S1-S192), та 96 детекторів (D1-D96) для отримання результатів вимірювання. Для візуалізації в реальному часі в області двовимірної і тривимірної графіки використовувався один з найбільш популярних прикладних програмних інтерфейсів OpenGL [8], підтримуваний більшістю виробників як апаратних, так і програмних платформ. Це дало змогу контролювати дані, які надходять з обладнання в процесі вимірювання та проводити діагностування на достовірність отриманих значень.

Під час проведення досліджень різних типів захворювань на обладнанні HD-DOT виникає потреба в використанні різних схем геометричного розташування джерел випромінювання та детекторів, а також і схем каналів поширення світлового потоку фотонів (джерело випромінювання – детектор) з відповідною відстанню від джерела випромінювання до детектора (рис. 2, 3). Це накладає відповідні вимоги до розробленої підсистеми в якості візуалізації та інформативності отримуваних значень, зручності використання та їх надійності.

Тестування розробленої підсистеми проводилося на схемі, яка містить 16 джерел випромінювання та 12 детекторів (рис. 2–4). Джерела випромінювання представлені на зображеннях кружечками червоного кольору, а детектори – кружечками зеленого кольору. Дослідження проводилися одночасно на двох каналах генерації з частотами 750 нм та 850 нм. Також проводилося моделювання виходу з ладу різних джерел випромінювання та детекторів. Так, на рис. 4 представлено роботу виходу з ладу детектора номер 8, про що свідчать зміни значення оптичної щільності у каналах 8-8, 9-8, 12-8, 13-8.

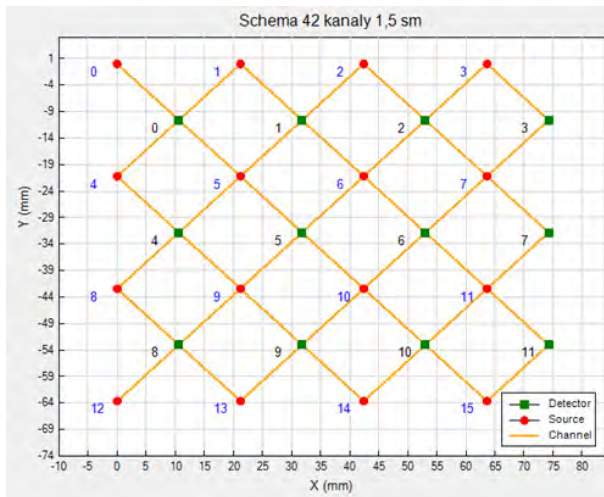


Рис. 2. Схема 16 джерел випромінювання та 12 детекторів (42 канали, 1,5 см джерело-детектор).

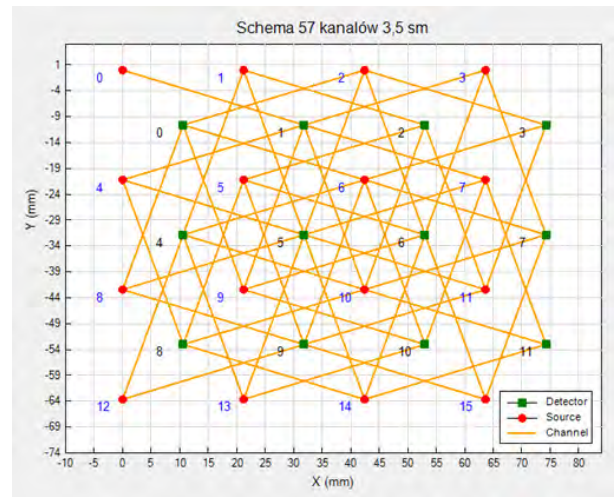


Рис. 3. Схема 16 джерел випромінювання та 12 детекторів (57 каналів, 3,5 см джерело-детектор).

На відміну від підходу, який розглянуто в [5, 7], де для наочності візуалізації нормальної роботи всіх детекторів та джерел випромінювання застосовувалась бікубічна апроксимація поверхнею Без'є значень оптичних інтенсивностей, які отримані з детекторів, цей підхід є більш інформативним та дозволяє наочно в реальному часі тестувати роботу оптичних каналів у великій кількості.

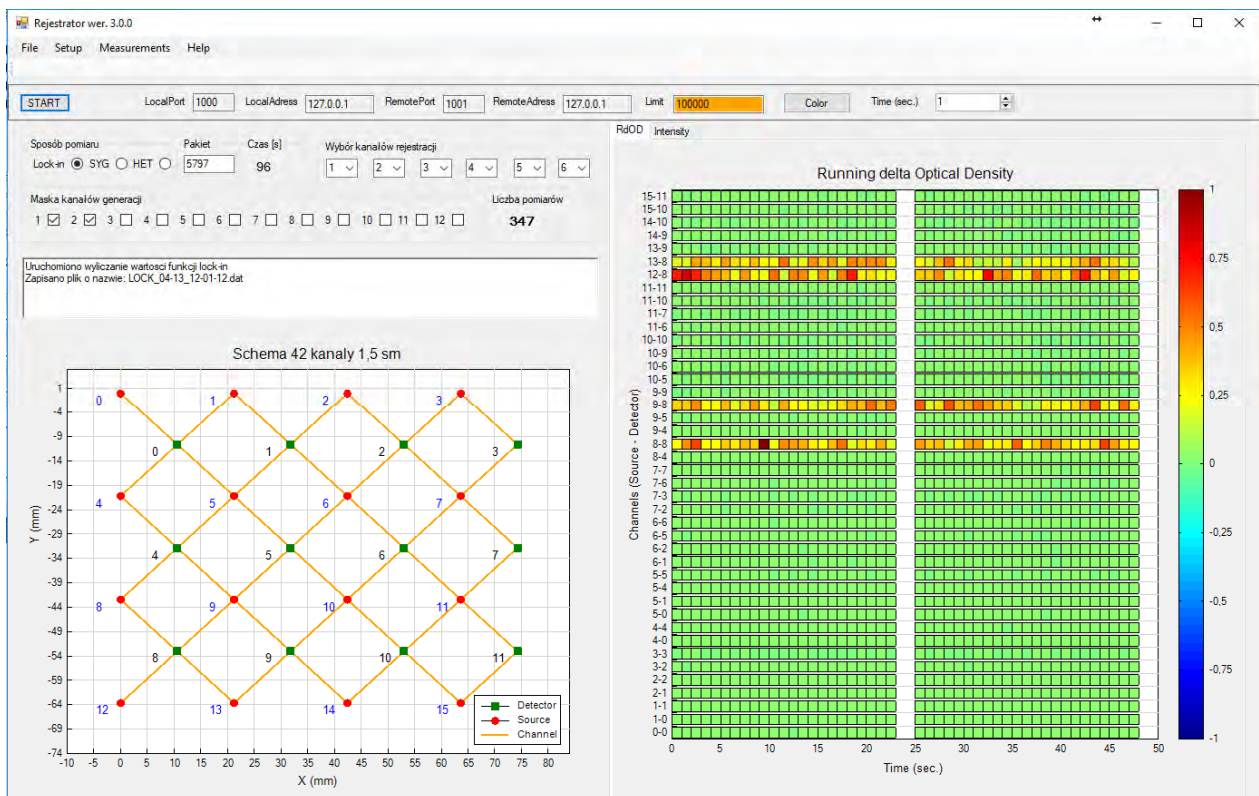


Рис. 4. Візуалізація діагностування роботи каналів вимірювання HD-DOT.

Для тестування якості оптичного сигналу в режимі реального часу проводилися розрахунки оптичної щільності в певні проміжки часу, в залежності від встановленого користувачем інтервалу (t , сек) (1) [9]:

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-3>

$$\Delta OD(ch, \lambda) = -\log \left(\frac{|I_i(ch, \lambda)|}{\frac{1}{t} \sum_{i=1}^t I_i(ch, \lambda)} \right), \quad (1)$$

де I_i – інтенсивність оптичного сигналу в i -й момент часу; t – інтервал часу (кількість замірів) для визначення поточної оптичної щільності; ch – канал (джерело випромінювання – детектор); λ – частота генерації (750 нм, 850 нм); ΔOD – поточна оптична щільність;

На рис. 5 представлено інтенсивність оптичного сигналу, отриманого з чотирьох каналів (джерело випромінювання – детектор (S0-D0, S1-D0, S4-D0, S5-D0)) при справній роботі обладнання, відповідно на частотах генерації 750 нм та 850 нм. Для тестування були вибрані комбінації усіх найближчих пар-джерел-детекторів розглянутої схеми (рис. 4), що складається з 42 каналів та мають відстань джерело-детектор 1,5 см. Аналогічно, на рис. 6 представлено для порівняння інтенсивність оптичного сигналу, отриманого з чотирьох каналів при виході з ладу одного з детекторів. Розрахунки оптичної щільності вибраних для тестування каналів представлено відповідно на рис. 7 та рис. 8.

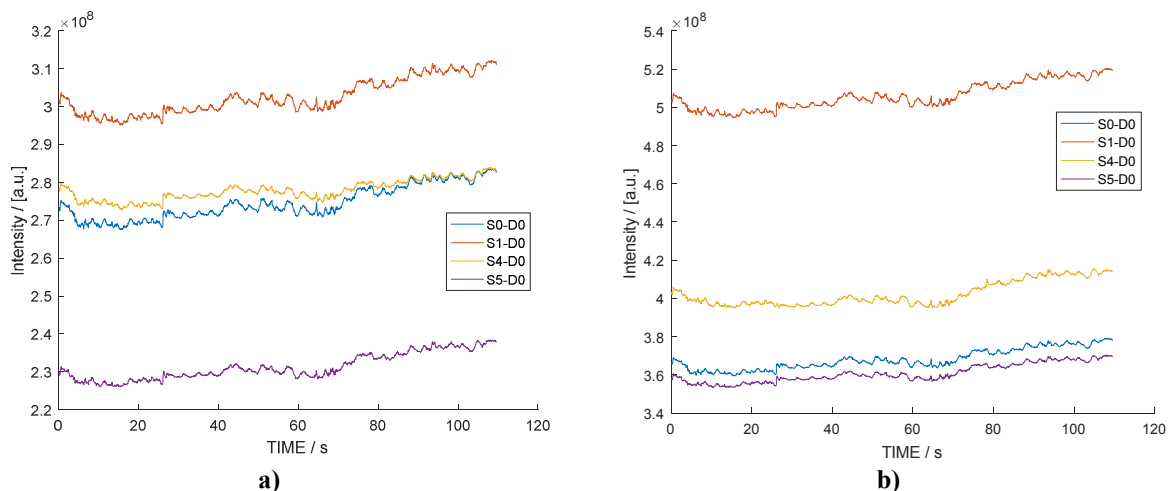


Рис. 5. Інтенсивність оптичного сигналу чотирьох каналів при справній роботі джерело - детектор (S0-D0, S1-D0, S4-D0, S5-D0) на частотах генерації: а) $\lambda_1 = 750$ нм; б) $\lambda_2 = 850$ нм.

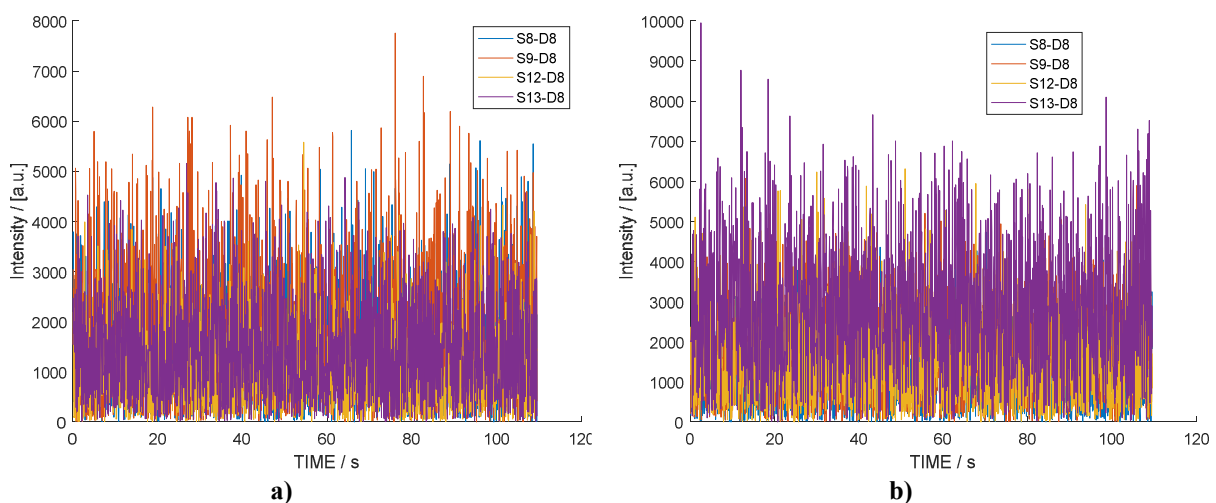


Рис. 6. Інтенсивність оптичного сигналу чотирьох каналів (S8-D8, S9-D8, S12-D8, S13-D8) при виході з ладу детектора D8 на частотах генерації: а) $\lambda_1 = 750$ нм; б) $\lambda_2 = 850$ нм.

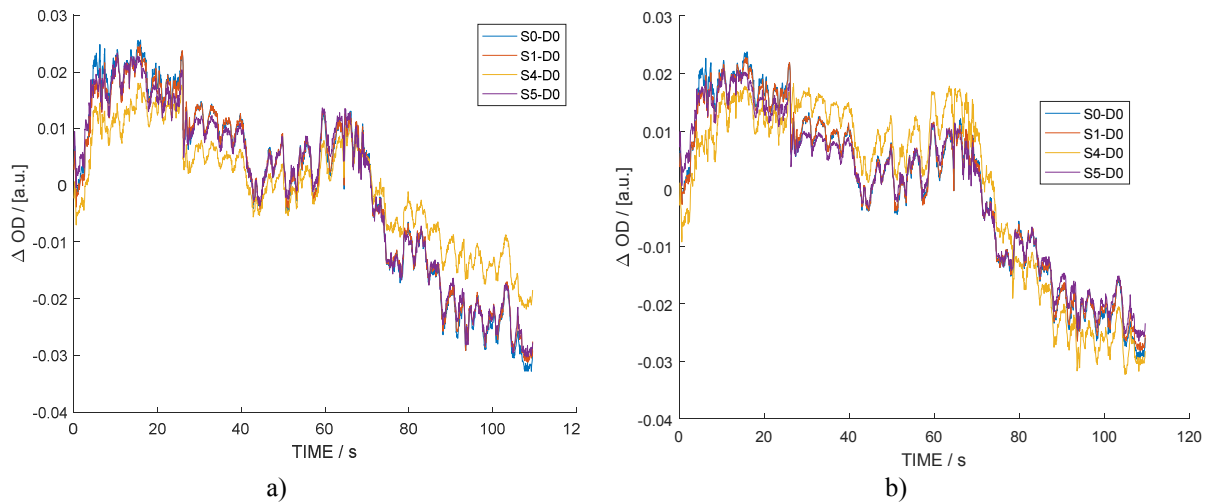


Рис. 7. Оптична щільність сигналу з чотирьох каналів при справній роботі джерело - детектор (S0-D0, S1-D0, S4-D0, S5-D0) на частотах генерації: а) $\lambda_1 = 750$ нм; б) $\lambda_2 = 850$ нм.

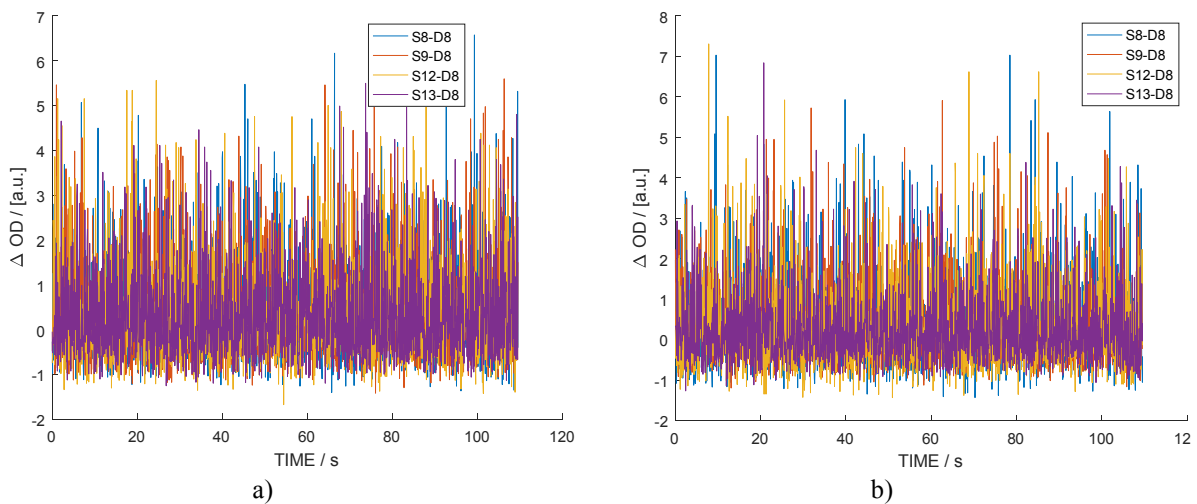


Рис. 8. Оптична щільність сигналу з чотирьох каналів (S8-D8, S9-D8, S12-D8, S13-D8) при виході з ладу детектора D8 на частотах генерації: а) $\lambda_1 = 750$ нм; б) $\lambda_2 = 850$ нм.

Якість оптичного сигналу представлено як карти SNR(signal strength map), які включають співвідношення сигнал/шум для комбінацій усіх найближчих і всіх найближчих до найближчих пар-джерел-детекторів (2):

$$STD(ch, \lambda) = \sqrt{\frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \left(\Delta OD_i(ch, \lambda) - \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \Delta OD_i(ch, \lambda) \right)^2}, \quad (2)$$

$$SNR(ch, \lambda) = \log \left(\frac{\frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \Delta OD_i(ch, \lambda)}{STD(ch, \lambda)} \right), \quad (3)$$

де $STD(ch, \lambda)$ – середньоквадратичне відхилення оптичної щільності; $SNR(ch, \lambda)$ – співвідношення сигнал/шум.

Ці карти наочно демонструють невизначеність, яка пов'язана з поганим оптичним зв'язком світла, що випускається з пучків джерельного світловолокна в тканину, а також світла, вилученого з тканини, у пучки світловолокна детектування. Відображення в режимі реального часу дозволяє виявляти проблеми оптичного сигналу під час фіксації оптичних світловодів на голові. Так, в табл. 1 представлено порівняльний аналіз роботи оптичних каналів на прикладі схеми рис. 4 (42 канали – 1,5 см.), та представлені результати обчислення середньоквадратичного відхилення оптичної щільності і співвідношення сигнал/шум.

Таким чином, аналіз представлених в табл. 1 результатів дозволяє виявити проблемні канали, які мають артефакти відображення дійсного оптичного сигналу ($S_8 - D_8$, $S_9 - D_8$, $S_{12} - D_8$, $S_{13} - D_8$), це наводить на думку про несправність каналу передачі джерело-детектор (вихід з ладу детектора, світловода, нещільність прилягання до області дослідження, тощо).

Таблиця 1

Порівняльний аналіз роботи оптичних каналів

Канал $S_i - D_j$	STD	SNR	Канал $S_i - D_j$	STD	SNR
$S_0 - D_0$	0,01595	-4,82920	$S_8 - D_4$	0,00686	-5,67369
$S_1 - D_0$	0,01534	-4,86860	$S_8 - D_8$	1,08045	-0,99658
$S_1 - D_1$	0,02445	-4,39875	$S_9 - D_4$	0,00797	-5,52393
$S_2 - D_1$	0,03460	-4,04962	$S_9 - D_5$	0,00655	-5,72084
$S_2 - D_2$	0,02001	-4,60109	$S_9 - D_8$	1,01238	-1,05624
$S_3 - D_2$	0,00815	-5,50184	$S_9 - D_9$	0,00502	-5,98696
$S_3 - D_3$	0,00295	-6,51763	$S_{10} - D_5$	0,00692	-5,66589
$S_4 - D_0$	0,00963	-5,33512	$S_{10} - D_6$	0,00338	-6,38218
$S_4 - D_4$	0,01089	-5,21027	$S_{10} - D_9$	0,00194	-6,93558
$S_5 - D_0$	0,01495	-4,89430	$S_{10} - D_{10}$	0,00558	-5,88110
$S_5 - D_1$	0,01737	-4,74260	$S_{11} - D_6$	0,01014	-5,28401
$S_5 - D_4$	0,00985	-5,31125	$S_{11} - D_7$	0,00466	-6,06377
$S_5 - D_5$	0,00654	-5,72240	$S_{11} - D_{10}$	0,00330	-6,40725
$S_6 - D_1$	0,01226	-5,09185	$S_{11} - D_{11}$	0,00850	-5,45981
$S_6 - D_2$	0,01140	-5,16531	$S_{12} - D_8$	1,11166	-0,97230
$S_6 - D_5$	0,00681	-5,68066	$S_{13} - D_8$	1,01438	-1,05382
$S_6 - D_6$	0,00566	-5,86652	$S_{13} - D_9$	0,00475	-6,04391
$S_7 - D_2$	0,00743	-5,59453	$S_{14} - D_9$	0,00724	-5,61936
$S_7 - D_3$	0,00520	-5,95075	$S_{14} - D_{10}$	0,00307	-6,47893
$S_7 - D_6$	0,00733	-5,61014	$S_{15} - D_{10}$	0,00194	-6,93727
$S_7 - D_7$	0,00677	-5,68803	$S_{15} - D_{11}$	0,00287	-6,54528

Висновки

У роботі представлено основні підходи до побудови інформаційної підсистеми для збору оптичних даних та попередньої обробки результатів вимірювань, діагностування апаратних проблем та візуалізації результатів в режимі реального часу, що дає змогу оперативно реагувати на виявлені артефакти в отримуваному сигналі та приймати рішення щодо їх усунення.

Список використаної літератури

1. Tuchin V.V. Handbook of optical biomedical diagnostics. Bellingham, Washington: SPIE Press, 2002. 1093 p.
2. Medical Optical Tomography: Functional Imaging and Monitoring / Ed. by G. Muller et al. Bellingham, WA: SPIE Press, 1993. Vol. IS11. 656 p.

- Liebert A, Wabnitz H, Steinbrink J, Obrig H, Moller M, Macdonald R, Villringer A and Rinneberg H. Time-resolved multidistance near-infrared spectroscopy of the adult head: intracerebral and extracerebral absorption changes from moments of distribution of times of flight of photons. *Appl. Opt.* 2004. Vol. 43(15). P. 3037–3047.
- Sawosz P., Kacprzak M., Weigl W., Borowska-Solonyanko A., Krajewski P., Zolek N., Ciszek B., Maniewski R., Liebert A. Experimental estimation of the photons visiting probability profiles in time-resolved diffuse reflectance measurement. *Phys. Med. Biol.* 2012. Vol. 57(23). P. 7973–7981.
- Guchek P., Bejm K., Sawosz P., Liebert A. Data acquisition and preprocessing software for high-density near-infrared spectroscopy device. *20-th Polish Conference on Biocybernetics and Biomedical Engineering* (Kraków, September 20-22, 2017). Kraków: AGH University of Science and Technology, 2017. P. 41.
- Смоленцев Н.К. Создание Windows приложений с использованием математических процедур MATLAB. М.: ДМК Пресс, 2008. 456 с.
- Гучек П.І. Інформаційна технологія обробки вимірювань і тестування роботи обладнання оптичної спектроскопії в режимі реального часу. *Вестник Херсонського національного технічного університету*. 2017. Вып. 3 (62). Т.1. С. 307-311.
- Херн Д., Бейкер М. Паулин. Компьютерная графика и стандарт OpenGL. М. : Издательский дом "Вильямс", 2005. 1168 с.
- Huppert T.J., Diamond S.G., Franceschini M.A., Boas D.A. HomER: a review of time-series analysis methods for near-infrared spectroscopy of the brain. *Appl. Opt.* 2009. Vol. 48(10). P. D280–D298.

References

- Tuchin, V. V. (2002) Handbook of optical biomedical diagnostics. Bellingham, Washington: SPIE Press.
- Muller, G. et al. (Ed.) (1993) Medical Optical Tomography: Functional Imaging and Monitoring. Bellingham, WA: SPIE Press, 1993. Vol. IS11.
- Liebert, A., Wabnitz, H., Steinbrink, J., Obrig, H., Moller, M., Macdonald R., Villringer, A., & Rinneberg, H. (2004) Time-resolved multidistance near-infrared spectroscopy of the adult head: intracerebral and extracerebral absorption changes from moments of distribution of times of flight of photons. *Applied Optics*. **43** (15), 3037–3047.
- Sawosz, P., Kacprzak, M., Weigl, W., Borowska-Solonyanko, A., Krajewski, P., Zolek, N., Ciszek, B., Maniewski, R., & Liebert, A. (2012) Experimental estimation of the photons visiting probability profiles in time-resolved diffuse reflectance measurement. *Physics in Medicine and Biology*. **57** (23), 7973–7981.
- Guchek, P., Bejm, K., Sawosz, P., & Liebert, A. (2017) Data acquisition and preprocessing software for high-density near-infrared spectroscopy device. *20-th Polish Conference on Biocybernetics and Biomedical Engineering* (Kraków, September 20-22, 2017). Kraków: AGH University of Science and Technology, pp. 41.
- Smolentsev, N. K. (2008) Sozdanie Windows prilozheniy s ispolzovaniem matematicheskikh protsedur MATLAB. М.: DMK Press.
- Guchek, P. I. (2017) Informatsiina tekhnolohiia obrobky vymiriuvan i testuvannia roboty obladnannia optychnoi spektroskopii v rezhymi realnoho chasu. *Vestnyk Khersonskoho natsyonalnoho tekhnicheskoho unyversyteta*. **3** (62), 1, 307–311.
- Hern, D., & Beyker, M. Paulin. (2005) Kompyuternaya grafika i standart OpenGL. М. : Izdatelskiy dom "Vilyams".
- Huppert, T. J., Diamond, S. G., Franceschini, M. A., & Boas, D. A. (2009) HomER: a review of time-series analysis methods for near-infrared spectroscopy of the brain. *Applied Optics*. **48** (10), D280–D298.

УДК 535.421/ 544.77.023.5/ 664:665.1

Н.М. ЗАЩЕПКИНА, М.О. МАРКІН, В.В. ТАРАНОВ, О.А. НАКОНЕЧНИЙ
Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

СУЧАСНІ МЕТОДИ ЕКСПЕРТИЗИ СОНЯШНИКОВОЇ ОЛІЇ В ТЕХНОЛОГІЧНОМУ ПРОЦЕСІ ВІНТЕРИЗАЦІЇ

Метою даного дослідження є аналіз існуючих методів та засобів контролю розмірних фракцій воскоподібних сполук соняшникової олії в технологічному процесі вінтеризації з застосуванням методики дифракційної фотометрії. Метод лазерної дифракції, або відхилення випромінювання під малим кутом (Low Angle Laser Light Scattering – LALLS), використовується для визначення розподілу частинок за розміром та заснований на аналізі профілю розсіювання світла, що виникає при освітленні частки лазерним опроміненням. У методі лазерної дифракції (Particle size analysis, PSD – Laser diffraction methods) використовується апроксимація Фраунгофера, а також обернене розсіювання світла. Даний метод є фармакопейним (USP24, EP 6.0).

Ключові слова: вінтеризація, соняшникова олія, воски, воскоподібні сполуки, виморожування, малокутове розсіювання світла, метод LALLS, дифракція Фраунгофера, теорія Мі, рівняння Фредгольма.

Н.М. ЗАЩЕПКИНА, М.А. МАРКИН, В.В. ТАРАНОВ, А.А. НАКОНЕЧНИЙ
Національний технічний університет України
"Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского"

СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ЭКСПЕРТИЗЫ ПОДСОЛНЕЧНОГО МАСЛА В ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ ПРОЦЕССЕ ВИНТЕРИЗАЦИИ

Целью данного исследования является анализ существующих методов и средств контроля размерных фракций воскоподобных соединений подсолнечного масла в технологическом процессе винтеризации с применением методики дифракционной фотометрии. Метод лазерной дифракции, или отклонения излучения под малым углом (Low Angle Laser Light Scattering – LALLS), используется для определения распределения частиц по размеру и основан на анализе профиля рассеяния света возникающего при освещении частицы лазерным излучением. В методе лазерной дифракции (Particle size analysis, PSD – Laser diffraction methods) используется аппроксимация Фраунгофера, а также обратное рассеяние света. Данный метод является фармакопейным (USP24, EP 6.0).

Ключевые слова: винтеризация, подсолнечное масло, воски, воскообразные соединения, вмораживание, малоугловое рассеяние света, метод LALLS, дифракция Фраунгофера, теория Ми, уравнения Фредгольма.

N.M. ZASHCHERKINA, M.O. MARKIN, V.V. TARANOV, O.A. NAKONECHNYI
National technical university of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv polytechnic institute"

MODERN TECHNIQUES OF SUNFLOWER OIL EXPERTISE IN THE TECHNOLOGICAL PROCESS OF WINTERIZATION

The purpose of this study is to controls for the inclusion of waxes in sunflower oil and to develop a method for controlling the size fractions of waxy compounds in sunflower oil in

the process of vintrozation using the method of diffraction photometry. In most cases, the residual content of waxy substances in the process of vitration is determined by the subjective method, analyzing the transparency of the product. Quantitative analysis of the content of phospholipids by gravimetric method, that is, the method of "wet chemistry", is carried out only at the beginning and at the end of the periods specified in the technological map that regulates the process of freezing.

The method of laser diffraction or Low Angle Laser Light Scattering (LALLS) is used to determine the size distribution of particles, and is based on the analysis of the light scattering profile that occurs when illuminating the particle by laser irradiation. To obtain data on the size spectra, concentration, specific surface area of particles of the dispersed phase, we use the solution of the inverse problem of constructing dimensional spectra based on the scattering indicatrix. Since for a sufficiently large particle the deviation of light occurs mainly due to diffraction, the Fraunhofer theory of particle size measurement can be used up to the micron range.

The proposed methodology has qualitative advantages in speed and automation of measurements while preserving the accuracy and reliability of the standard results in the field of techniques of relative gravimetry or gas chromatography with preliminary purification of oil per column. In the framework of the research the model of the measuring instrument was tested, the mathematical model and method of application of the optical measuring device of small-angle light scattering (by the LALLS method) in the diffraction photometry of the fine-particle spectra of the fine particles were confirmed, and its economic practicality and efficiency were proved. The method and instrumental measuring instrument described in this study allows the method of express diagnosis in real-time mode or with discrete intervals close to it to conduct absolute and relative measurements of granulometric indices of fine particles of waxy nature in sunflower oil.

Keywords: vintrozation, sunflower oil, waxes, waxy freezing compounds, low angle laser light scattering, LALLS method, Fraunhofer diffraction, Mi theory, Fredholm equation.

Постановка проблеми

Рослинні олії та продукти на їх основі є незамінними компонентами харчування, які забезпечують необхідний рівень енергетичної та фізіологічної цінності нормального добового раціону людини. При виробництві рослинної олії важливу роль відіграє якісний та кількісний склад кінцевого, готового до споживання, продукту та його відповідність чинним в Україні ДСТУ. Асортимент сортів соняшникової олії, які доступні для побутових та промислових споживачів в Україні, досить широкий, та істотно відрізняється у використанні обладнання в технологічних процесах виробництва.

Сучасні олієпереробні підприємства на різних етапах переробки використовують послідовні пресування, екстрагування олії з макухи, що залишилася після пресу. Після пресової та екстракційної обробки отриманий продукт відправляють на подальшу рафінацію та очищення олії від супутніх органічних домішок (відстоювання, центрифугування, виморожування, фільтрацію, відбілювання, дезодорацію тощо). Але в більшості випадків досягти абсолютної чистоти продукту не вдається. Так, при зберіганні, в результаті відстоювання або в умовах низьких температур олія починає мутніти з утворенням в структурі продукту зависей та "пластівців" воскової або стерінової природи. Позбавляються від цього шляхом виведення з рафінованої або дезодорованої олії воскових і високоплавких речовин виморожуванням – вінтерізацією, з отриманням олії придатної для виробництва фритюру, тобто більше очищеної й готової до реалізації як виморожена товарна олія [1].

Таким чином, в технологічному процесі вінтеризації є важливим визначення концентрації зависей воскової природи, як під час самого технологічного процесу (у динаміці), так і виміри відносних концентрацій воскових частинок готового продукту на виході технологічного процесу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Якість соняшникової олії, що реалізується кінцевим споживачам в Україні, відповідно до ДСТУ 4492:2017 "Олія соняшникова. Технічні умови" [3], залежить від цілого ряду показників: запах; колірне число, мг йоду; кислотне число, мг КОН/г; пероксидне число, $\frac{1}{2}$ O ммоль/кг та ін. Визначення вказаних вище параметрів дозволяє робити комплексний висновок про якісний та кількісний склад соняшникової олії. Відповідно до ДСТУ контроль показників проводиться за стандартизованими методиками з використанням відповідних інструментальних засобів та попередньої пробопідготовки. В той же час більшість методик, що застосовуються для контролю показників якості соняшникової олії, є трудомісткими, тривалими, потребують складної та багатоступінчатої пробопідготовки та обробки результатів аналізу.

У ДСТУ 4602:2006 "Олії. Методи визначення воскоподібних речовин" наведено гравіметричний метод визначення восків (що враховує швидкість осідання воскових фракцій в термостабільному розчині) та метод, який базується на колонковій хроматографії з застосуванням суміші чистого силікагелю та силікагелю, обробленого нітратом срібла [3, 6]. Перший метод не придатний для визначення слідових концентрацій воску, а другий – вимагає значних витрат на матеріали та обладнання для приготування сорбенту. В роботі [4] запропоновано методику визначення воскоподібних речовин в рослинних оліях методом газової хроматографії з попередньою очисткою на колонці, яка заповнена силікагелем. Авторами роботи [7] описано методику визначення воску і воскоподібних сполук в соняшниковій олії невідомого складу методом високотемпературної хроматографії. Воски і воскоподібні сполуки вилучали з соняшникової олії за допомогою колонкової хроматографії. Визначали воскоподібні сполуки методом капілярної газової хроматографії з внутрішнім стандартом (гексатриоктаном), який завчасно додавали до рослинної олії. Склад підготовлених проб досліджували методом газорідинної хроматографії (ГРХ).

Проаналізувавши запропоновані методики визначення восків і воскових сполук в соняшниковій олії, можна констатувати той факт, що більшість методик є досить складними за використанням інструментального забезпечення, тривалою й складною пробопідготовкою та потребують наявності фахівців з вузькоспеціалізованими навичками та вміннями. Тому перспективним є заміна класичних фізико-хімічних методів аналізу на інструментальні прийоми, які визначають досліду концентрацію воскових сполук як функцію перетворення іншої фізичної величини, без втручання в досліджувану систему сторонніх добавок та реактивів. Таким чином, досліджувана концентрація компонентів воскової природи стає функцією калібрувальної моделі обладнання. Для реалізації відносних вимірювань концентрації сполук воскової природи в соняшниковій олії, було запропоновано метод визначення розмірних фракцій воскових частинок із використанням явища дифракції електромагнітних хвиль оптичного діапазону в паралельних променях (дифракція Фраунгофера) [9].

Традиційними шляхами вирішення проблеми удосконалення процесу вінтеризації є застосування нових конструкційних, технологічних і технічних рішень, розробка нових типів обладнання і застосування нових реагентів та ін. Це вимагає великих капітальних вкладень і значного часу. В той же час, ефективний контроль показників воскоподібних речовин в соняшниковій олії в режимі реального часу, або з часом дискретизації близьким до реального, дозволяє проводити корекцію параметрів

вже існуючого технологічного обладнання та умов проведення технологічного процесу з використанням вимірювального каналу контролю [5].

Мета дослідження

Метою дослідження є розробка методу та засобу контролю розмірних фракцій воскоподібних сполук соняшникової олії в технологічному процесі вінтеризації з застосуванням дифракційної фотометрії. Для досягнення поставленої мети було сформульовано та вирішено наступні задачі:

– огляд та характеристика існуючих в даний час хімічних, фізичних та фізико-хімічних методів визначення відносних та абсолютних концентрацій сполук воскової природи в соняшниковій олії;

– вибір методів та засобів контролю наявності включень воскової природи в соняшниковій олії шляхом вимірювання розмірних спектрів воскових частинок дисперсної фази соняшникової олії в технологічному процесі вінтеризації;

– перевірка відповідності запропонованого методу вимогам експрес-діагностики та забезпеченням достатньої чутливості, повторюваності та точності вимірів.

Викладення основного матеріалу дослідження

Воскові речовини являють собою складні суміші, до складу яких входять ефіри високомолекулярних жирних кислот і спиртів. Значна частина восків – це тверді, пружнопластичні, іноді за кімнатної температури навіть крихкі речовини. Дуже небагато восків мають за кімнатної температури рідку консистенцію. У воскову фракцію ліпідів входять також вільні жирні кислоти, спирти, стероли, вуглеводи та ін [12]. В олію воски переходять з оболонки насіння в процесі пресування або екстракції. Кількість восків в олії коливається від 0,01 до 0,3% за масою. Наявні в олії воски визначають ступінь її прозорості. Температура плавлення восків коливається в межах 32–98°C [1]. При низьких температурах воски утворюють в олії сітку з кристалів, що негативно впливає на товарний вигляд олії. Крім того, воски негативно впливають на процес полірувального фільтрування і на властивості каталізаторів при гідрогенізації [13].

Процес вилучення воскових речовин називається вінтеризацією (виморожуванням). Для вилучення воскоподібних речовин з олій, зазвичай, користуються низькотемпературною кристалізацією (рис. 1). Технологія виведення воскових речовин виморожуванням полягає в повільному охолодженні олій, витримці їх при низькій температурі та наступному відділенні осаду фільтруванням [2].

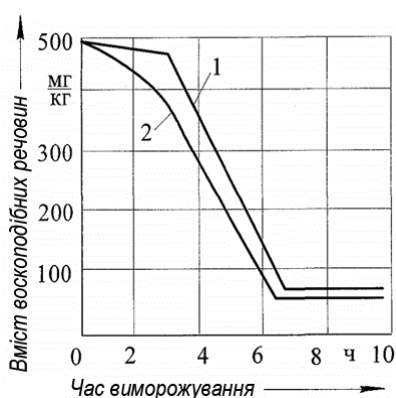


Рис. 1. Кінетика виведення воскових речовин з соняшникової олії: 1 – за традиційною технологією; 2 – технологія із порошковими добавками при виморожуванні.

Для інтенсифікації відділення воскових речовин в процесі виморожування соняшникової олії часто використовують допоміжні фільтрувальні порошки, що

поліпшують дренажні властивості осаду (кизельгур, фільтрперліт та ін.). Їх зазвичай наносять на поверхню фільтрувальних перегородок кріоколонок, що дозволяє пришвидшити процес виморожування.

Розчинність восків в соняшниковій олії залежить від температури. Час експозиції в цьому випадку проводиться протягом декількох годин (рис. 1), причому в перші дві години відбувається утворення «зародків» воскових кристалів, а в наступні години їх зростання і агломерація. Залежність швидкості утворення воскових включень від температури процесу показана на рис. 1 [10].

В якості високоплавких добавок використовуються тристеарин, трипальмітин, стеаропальмітин із температурою плавлення 50–70°C. Ці гліцериди вводять в соняшкову олію нагріту до температури 70–100°C в кількості 0,1–0,5% по масі, потім суміш охолоджують до 12–20°C і розділяють фільтрацією. Така обробка дозволяє збільшити ступінь очищення олії від воскоподібних речовин [11]. Ефіри жирних кислот C₆–C₃₀, сахарози, гліцерину, сорбіту, пропіленгліколю та інших речовин вводять в олію в розплавленому вигляді перед виморожуванням в кількості 0,01–1,0% по масі. Введення цих синтетичних поверхнево активних речовин (ПАР) дозволяє полегшити процес фільтрації вимороженої соняшникової олії [6].

Таким чином, процеси виморожування олій залишаються складними, незважаючи на численні розробки щодо їх вдосконалення. Це як і раніше вимагає великих фільтруючих поверхонь для відділення вимороженої осаду, що призводить до значних втрат олії і пов'язані з трудомісткими роботами очищення фільтрів. До того ж, відділені при низькотемпературній кристалізації воскові осадки містять значну кількість нейтрального жиру (64-65%) [7], що призводить до значних втрат олії з видаленням восковим осадом. Крім того, в процесі виморожування відбуваються деякі втрати фізіологічно цінних речовин, що знижує харчову цінність олій.

У виробничому процесу багатьох олієпереробних підприємств контроль якості олії на етапі виморожування проводиться згідно технологічних карт, в яких вказано час, відведений на проведення цього процесу, з суворим дотриманням температури, швидкості фільтрації та внесення допоміжних каталізаторів органічної або неорганічної природи. Орієнтовну динаміку змін вмісту залишкових включень воскової природи на окремих етапах процесу виморожування зображено на рис. 2 (табл. 1).

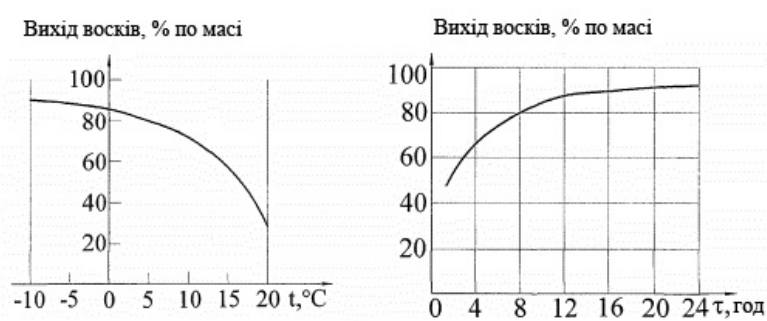


Рис. 2. Зміна інтенсивності виходу включень воскової природи в соняшниковій олії при низькотемпературній кристалізації в залежності від температури (а) та вплив тривалості експозиції на вихід воскових компонентів за масою, у % (б) [10].

У більшості випадків, залишковий вміст воскоподібних речовин у процесі вінтизації визначають суб'єктивним методом, аналізуючи прозорість продукту та відсутність в ньому воскової «сітки» або помутніння, причому кількісний аналіз вмісту фосфоліпідів проводять титруванням, тобто методом «микрої хімії», або лише на початку та в кінці періодів, вказаних в технологічній карті, що регламентує процес

виморожування, або через відносно значні проміжки часу (2-3 години), орієнтуючись при цьому в першу чергу на суб'єктивний аналіз показників прозорості та структури проб соняшникової олії.

Таблиця 1

Кінетика утворення кристалів та агрегацій восків
при вказаному часі експозиції [4]

Час експозиції, год.	Залишковий вміст восків, мг/кг	Час експозиції, год.	Залишковий вміст восків, мг/кг
1	485	6	160
2	475	7	120
3	420	8	80
4	195	9	75
5	210	10	65

Тому, є доцільною розробка методики та інструментального забезпечення контролю вмісту включень воскової природи в соняшниковій олії протягом усього процесу вінтеризації, з можливістю експрес-метрії через довільні, дискретно малі проміжки часу. Це дозволяє визначити масові та розмірні показники даних компонентів і вирахувати їх абсолютні та відносні концентрації в зразках, використовуючи об'єктивні інструментальні методи та засоби, що дозволяє виключити помилку оператора та заощадити матеріальні ресурси і час, який необхідний для проведення даних вимірювань. Також, у випадку застосування комплексних автоматизованих інформаційно-вимірювальних систем, що містять засоби об'єктивного контролю, є можливими розробка та впровадження технологічних карт для швидкого визначення масового вмісту воскоподібних речовин в соняшниковій олії окремих сортів, що дозволить автоматизувати процес аналізу та надасть можливість проводити вимірювання користувачам без спеціальної технічної підготовки, що є економічно доцільним.

Для визначення розмірних фракцій частинок воскових кристалів в розчині соняшникової олії було застосовано портативний оптичний експрес-аналізатор авторської розробки, що використовує метод малокутового розсіювання світла. Даний метод заснований на дифракції лазерного випромінювання частинками малого розміру, що відхиляють промінь світла на великий кут, тоді як частки великого розміру відхиляють його на малий кут. Розсіяне випромінювання реєструвалося під кутом 45° до нормалі збуджуючого випромінювання. Такий кут розсіювання обирався з метою мінімізації помилок у показаннях лічильників. Рахункова концентрація розраховувалася як кількість імпульсів (подій) n при проходженні частинок в робочому обсязі за певний період часу T .

У методі лазерної дифракції (*Particle size analysis, PSA – Laser diffraction methods*) використовується апроксимація Фраунгофера, а також обернене розсіювання світла. В останніх розробках застосовується повна теорія Мі (*Mie Scattering*), яка вирішує рівняння взаємодії світла з речовиною [9]. Застосування цієї теорії дозволяє отримати більш точні результати в великому розмірному діапазоні. На противагу апроксимації Фраунгофера, теорія Мі оперує об'ємом частинок, а не прогнозує проекційну область розсіювання. В цьому випадку необхідно знати або припускати величину показників заломлення досліджуваних матеріалів та середовища.

Лазерна дифракція є методом, який часто використовується для визначення характеристик гранулометричного складу досліджуваних систем в рідкій або газоподібній фазі. Інформація про частинки збирається шляхом оцінки розсіяного

світла. Якщо частинки розподілені випадковим чином і їхня оптична щільність є достатньо малою, тоді розсіяна інтенсивність $I(d)$, при куті розсіювання h , є некогерентною суперпозицією картини розсіювання B всіх N частинок ($n = 1 \dots N$) в межах об'єму вимірювання. В даному випадку отримана картина є приблизною для реальних фізичних систем через взаємну взаємодію, яка викликана багаторазовим розсіюванням променів від частинок та наявністю шуму, який викликаний електронним вимірювальним засобом [14].

Таким чином, до моделі системи, тобто до значень інтенсивностей розсіяних потоків випромінювання, буде додано шум, що включає невідомі фізичні параметри вимірювальної системи. Кутову роздільну здатність вимірювача в поєднанні із кількістю різних точок вимірювання потрібно знати для визначення правильного розподілу частинок за розміром (*particle size distribution – PSD*).

На рис. 3 наведена функціональна схема методу реєстрації дифракційної картини досліджуваного рідкого середовища, яке містить включення дрібнодисперсних частинок воскової природи, та загальна структурна схема приладу. В основу методу покладена реєстрація кута розсіювання випромінювання на вимірюване середовище та контроль інтенсивності. Наявність будь-яких інших з'єднань, які відмінні від тих, що були присутні в фоновому середовищі, яке зберігається в пам'яті комп'ютера, призводить до іншої картини розсіювання.

Метод, який заснований на дифракції лазерного випромінювання, дозволяє контролювати флуктуації діелектричної проникності середовища, використовуючи різницеві методи аналізу зображення [8]. Для отримання даних про розмірні спектри, концентрацію, питому площу поверхні частинок дисперсної фази (суспензії, пил, емульсії або аерозолі) використовується розв'язання оберненої задачі побудови розмірних спектрів на основі індикатриси розсіювання.

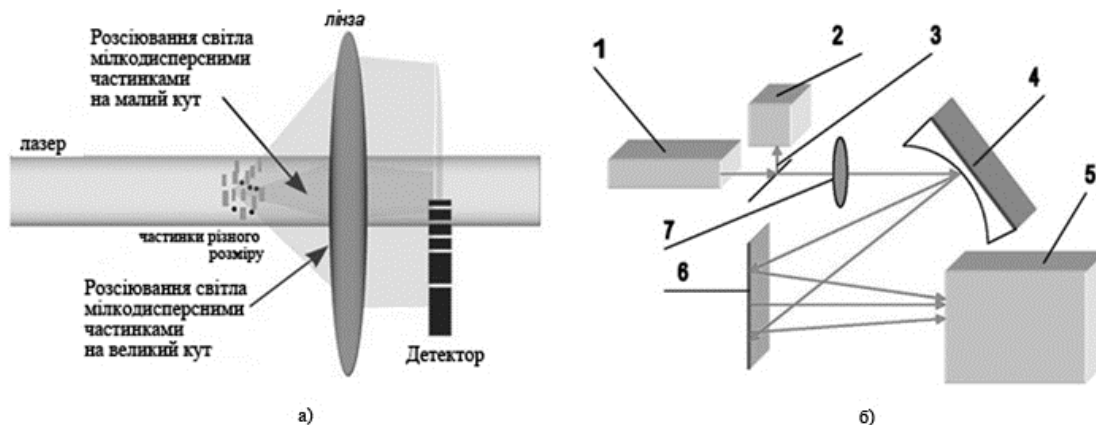


Рис. 3. Схема реєстрації дрібнодисперсних частинок в рідкій фазі методом малокутового розсіювання (а) та структурна схема макету лазерного дифракційного вимірювача (б): 1 – лазер; 2 – фотодіод; 3 – дільник лазерного пучка; 4 – дзеркало; 5 – мультиелементний сенсор; 6 – екран; 7 – середовище розсіювання світла.

Оскільки для досить великих часток відхилення світла відбувається переважно за рахунок дифракції, тому теорію Фраунгофера для вимірювання розміру часток можна використовувати до мікронного діапазону. Велика перевага теорії Фраунгофера полягає в тому, що не потрібні знання оптичних властивостей досліджуваних зразків.

Частинки призводять до розсіювання світла у всіх напрямках, але, використовуючи лінзу з перетворенням Фур'є, можна концентрувати світло, яке було розсіяне в тому ж кутовому напрямку, як показано на рис. 4, б. Колімований лазерний

промінь створює кутові зміни інтенсивності в далекому полі, як показано на рис. 4, а. Кожен з датчиків має полярний кут зміщення φ_1 та φ_2 , та кут розсіювання θ [15].

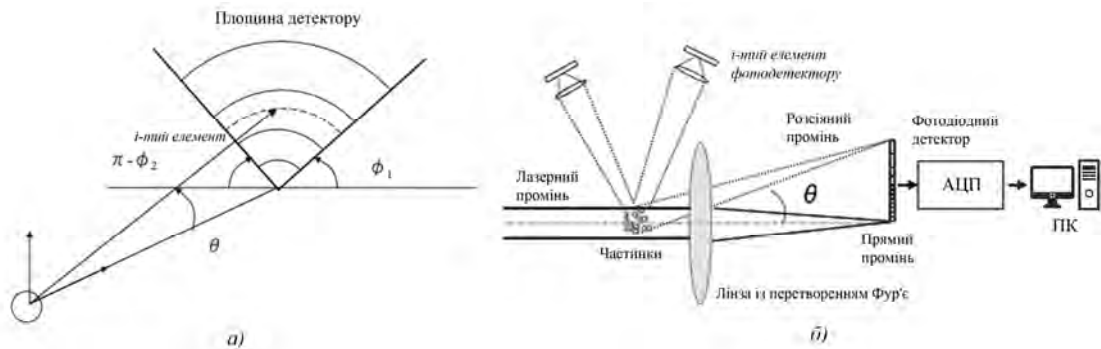


Рис. 4. Геометрія зони ресстрації фододіодного детектору (лінійки) для методу *LALLS* (а) та схематичне розташування фотодіодних елементів в площині ресстрації вимірювача (б).

Форма багатоелементного фотодіодного детектору має концентричну кільцеву структуру, оскільки форма частинок вважається сферичною, що розраховується за теорією Мі. Кожен елемент має кінцеву розмірність, що охоплює кутовий діапазон $\Delta\theta$ та $\Delta\varphi$. Значення $\Delta\theta$ та $\Delta\varphi$ залежить від радіального розташування i -го елемента фотодетектору. Повну інтенсивність розсіювання, виявлену при середніх кутах розсіювання θ та φ від частинок в обсязі розсіювання на одиницю площі детектору, можна виразити інтегральним рівнянням Фредгольма першого роду за формулою (1):

$$g(\theta, \varphi, D) = \int_{D_{\min}}^{D_{\max}} K(\theta, \varphi, D) f(D) dD. \quad (1)$$

У даному виразі $K(\theta, \varphi, D)$ називається функцією ядра, що є інтенсивністю одиничного розсіювання обсягу випромінювання від частки діаметра D , виявленої площею одиничного елемента детектора під кутами θ та φ . У практичних дослідженнях вираз (1) можна представити у вигляді дискретного матричного формату (2) для визначення розподілу розмірів частинок за функцією $f(D_j)$:

$$g_i = \sum_{j=1}^m K_i(D_j) f_i(D_j) \Delta D_j, \quad (2)$$

- де g_i – вихід i -го елемента фотодіодного детектора;
- i – кількість елементів детектора;
- $K_i(D_j)$ – функція ядра i -го розсіювання інтенсивності;
- D_j – типовий розмір частинок певної фракції;
- j – кількість рядів певного діаметра;
- $f(D_j)$ – частота розподілу частинок за розміром при D_j на основі обсягу;
- ΔD_j – інтервал між розподілами частинок за розмірами;
- m – кількість рядів частинок певного розміру.

Логарифмічні розподіли з різними стандартними відхиленнями використовуються для визначення гранулометричного складу досліджуваної системи. При цьому значення, яке ми можемо отримати експериментально, є лише сигналом на виході детектора, тому є необхідність провести обернені перетворення для визначення розподілу розміру частинок за розмірними фракціями із експериментально отриманої згортки сигналу на виході детектора.

Для цього у методі *LALLS* використовується алгоритм звичайного методу отримання розподілів за розмірами частинок. Загальноприйнятий метод отримують шляхом мінімізації рівнянь (3) та (4) із використанням алгоритму найменших квадратів [14–15], причому, обмеження полягає в тому, що розподіл представлений тільки невід’ємними числами. У результаті можна отримати гладку функцію, яка відповідає нульовим значенням на кінцях вибраного діапазону розмірів частинок в досліджуваній дисперсній фазі:

$$J = (Kf - g)^T (Kf - g) + \gamma f H f; \quad (3)$$

$$\frac{\partial J}{\partial f} = 0; \quad (4)$$

$$f = (K^T K + \gamma H)^{-1} K^T g; \quad (5)$$

де верхній індекс T позначає транспозицію, γ – параметр регуляції, який визначає ступінь згладжування, а H містить інструкції згладжування.

Отже, таким чином можна ефективно зв’язати елементи J за їхніми відмінностями другого порядку або іншими обмеженнями, фільтруючи як експериментальні, так і апроксимаційні помилки. Застосувавши метод невизначених множників Лагранжа [8, 15], отримуємо набір рівнянь для визначення гранулометричного складу досліджуваної рідкої або газоподібної фази. Квадрат залишку R^2 вимірюваних частинок обчислюють за формулою (6):

$$R^2 = \sum_{i=1}^n \left(g_i - \sum_{j=1}^m [K_i(D_j) f(D_j)] \right)^2. \quad (6)$$

Застосування методу малокутового розсіювання світла у вимірювальному обладнанні, що містить в якості методичних основ теорію Фраунгофера та повну теорію Мі, дозволяє аналізувати розмірні спектри та розподіл частинок в досліджуваній системі коефіцієнт розсіювання основної фази якої невідомий Розглянутий метод є фармакопейним (*USP24, EPh 6.0*) і використовується для визначення гранулометричного складу фармацевтичних лікарських форм у вигляді суспензій, гелів, золів, тобто речовин що містять мілкодисперсні частки в дисперсній фазі.

Застосування розглянутої вище методики в контролі розмірних включень органічної природи у неполярних розчинниках показує достовірні результати при вимірюванні дрібнодисперсних включень воскової та стерінової природи соняшникової олії що пройшла попередні процеси відстоювання та центрифугування, внаслідок чого з олійної дисперсної фази було попередньо видалено крупнодисперсні механічні розмірні фракції.

Для проведення перших дослідів було застосовано зразки олії соняшникової прямого віджиму відомого українського виробника. Зразки, у кількості 12 герметичних термостатованих ємностей об’ємом 50 мл., були надані колективу кафедри наукових аналітичних і екологічних приладів і систем (НАЕПС) Національного технічного університету України в рамках договору про співпрацю. Отримана в якості зразків соняшникова олія прямого віджиму знаходилася в колонці для відстоювання протягом 72 годин. Відстоювана олія була піддана центрифугуванню на барабанному сепараторі для відділення мікрочастинок лузги соняшникового насіння, стороннього сміття та інших макродисперсних включень, які досить добре сепаруються центрифугування та гравіметричними методами.

Наступним етапом було проведення процесу вінтеризації зразків згідно технологічних карт виробника. Для цього були рандомізовано вибрано 8 ємностей із відстояною соняшниковою олією. Із кожної ємності було відібрано 10 зразків олії об'ємом 4 мл та поміщено в термостат. Олія, яка залишилася, зберігалася при кімнатній температурі та склала контрольну групу зразків. Було проведено порівняльні виміри розмірних спектрів часток воскової природи зразків олії у кількості 40 одиниць об'ємом 4 мл, на які не спричинявся вплив низькими або пониженими температурами.

Добре видно (рис. 5), що у дисперсній фазі знаходяться найбільш численні 3 групи частинок воскової природи (y % за масою) розмірних діапазонів із діаметром (D) відповідно 14 ± 1 , 5 ± 1 та $0,1-1,0$ мкм.

У подальших вимірюваннях, в метрологічно повірений термостат було поміщено 80 зразків соняшникової олії, з яких 40 зразків знаходилися в термостаті протягом 8 годин, та 40 зразків – протягом 16 годин. Початкова температура термостату складала 25°C . Програмними засобами було задано зниження температури в термостаті 1°C за кожні 3 хвилини з наступною стабілізацією температури на рівні 5°C , при якій проби знаходилися протягом, відповідно, 7 год та 15 год. Серія з перших 40 проб була вилучена з термостату та поміщена при кімнатній температурі ($t=25^\circ\text{C}$). Через 3 години були проведені вимірювання розмірних фракцій воскових компонентів у першій партії зразків вимороженої соняшникової олії. Вони показали майже 2-кратне зменшення частинок воскової природи практично в усьому заданому діапазоні розмірних значень, за винятком проміжку $0,1-1,0$ мкм, в якому кількість частинок збільшилася. Хоча в даному діапазоні можуть існувати не тільки воскові кристали, але й речовини з меншою молекулярною масою (в першу чергу, неорганічного походження) загалом можна констатувати, що кількість часток у вимороженій олій при 8-годинному виморожуванні значно зменшилася (див. рис. 5), в першу чергу тих, що відповідають типовим розмірним параметрам часток воскової природи.

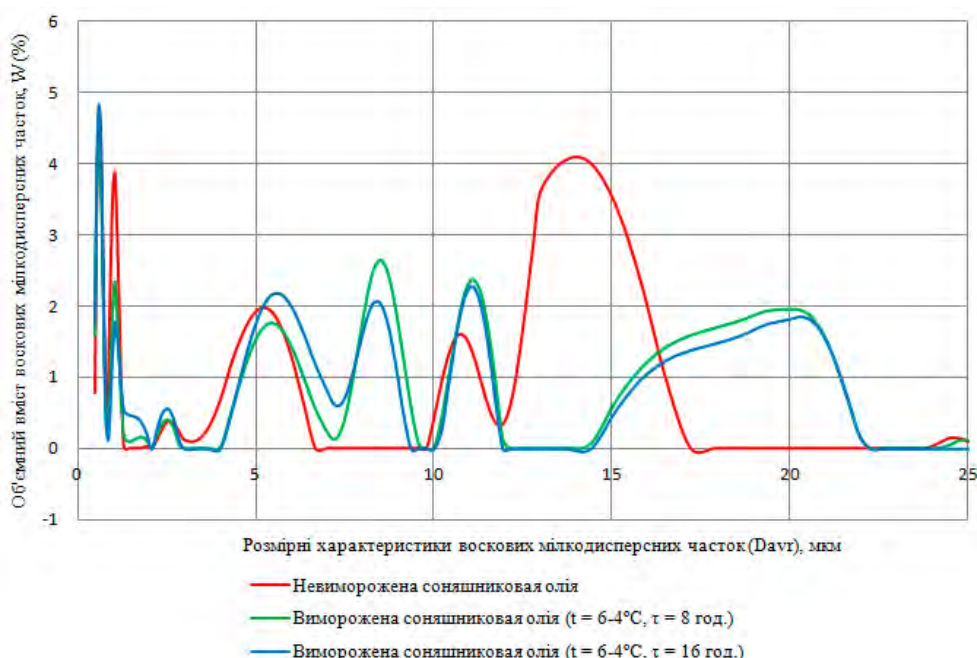


Рис. 5. Зміна розмірних спектрів включень воскової природи в соняшниковій олійі прямого віджиму (відстояної при $\tau = 72$ год., що пройшла процес центрифугування), отриманої в технологічному процесі виморожування ($t = 6-4^\circ\text{C}$, $\tau = 8-16$ год).

Наступним етапом було проведення вимірювань розмірних спектрів включень воскової природи в зразках соняшникової олії, що знаходилася в термостаті загалом протягом 16 годин (враховуючи час на початкове охолодження до 5°C). Друга серія проб була вилучена з термостату та поміщена при кімнатній температурі ($t=25^\circ\text{C}$). Через 3 години було проведені вимірювання розмірних фракцій. Результати вимірювань показали, що кількість та розмірні характеристики частинок змінилися незначно, в межах до 10% від аналогічних показників зразків олії, що перебувала під дією низьких температур протягом 8 годин. У даному випадку достовірність експерименту становила $P=0,95$ при $n=40$. Діапазон значень розмірних показників дрібнодисперсних частинок у соняшниковій олії складав 1–25 мкм.

Висновки

Проаналізувавши доступні літературні джерела та результати вищенаведеного експерименту, можна констатувати той факт, що інтенсивність виходу воскових включень із дисперсної системи, якою представлена соняшникова олія, є максимальним в перші години процесу вінтеризації, що добре корелює зі статистичними даними (рис 2. б, табл.1).

Описана в даному дослідженні методика та інструментальний вимірювальний засіб дозволяє методом експрес діагностики в режимі "реального часу", або з близькими до нього дискретними проміжками, проводити абсолютні та відносні вимірювання гранулометричних показників дрібнодисперсних часток воскової природи в соняшниковій олії. Застосування методу малокутового розсіювання світла у вимірювальному обладнанні, що містить в основі теорію Фраунгофера та повну теорію Мі, дозволяє аналізувати розмірні спектри та розподіл частинок в досліджуваній системі, коефіцієнт розсіювання основної фази якої невідомий.

У процесі досліджень було розроблено повнорозмірний макет засобу вимірювань, підтверджена доцільність використання засобів об'єктивного контролю в процесі вимірювання включень воскової природи у соняшниковій олії під час технологічного процесу вінтеризації. Під час апробації вимірювального засобу було підтверджено математичну модель та методику застосування оптичного вимірювача малокутового світлорозсіювання (за методом *LALLS*) в дифракційній фотометрії розмірних спектрів дрібнодисперсних часток, доведена його економічна практичність та ефективність.

Список використаної літератури

1. Антипов С.Т., Яценко С.М., Овсянников В.Ю. Исследование криогенного вымораживания восковых веществ из растительных масел. *Хранение и переработка сельхозсырья*. 2000. №10. С.19–20.
2. Антипов С.Т., Яценко С.М., Овсянников В.Ю. Криогенное вымораживание восковых веществ из растительных масел. *Материалы XXXVII отчетной научной конференции за 1998 г. в 2 ч.* Воронеж: госуд. технол. акад., 1999. Ч.1. С. 140–141.
3. ДСТУ 4492:2017 Олія соняшникова. Технічні умови. URL: http://document.ua/olijasonjashnikova_tehnichni-umovi-std38224.html (дата звернення: 17.04.2019).
4. Эфендиев А.А. Разработка маслоотходной технологии выведения восков из рафинированного подсолнечного масла: Автореф. дисс. на соискание ученой степени канд. техн. наук : Санкт-Петербург, 1996. С. 27–29.
5. Защепкіна Н.М., Наконечний О.А. Вибір експрес методик аналізу кількісних та якісних параметрів продуктів харчування із застосуванням УФ-випромінювання. *Вісник НТУ ХПІ. Серія: Електроенергетика та перетворювальна техніка*. 2016. Т.1. № 3(62). С. 157–159.

6. Кіщенко В.А. Визначення воску і воскоподібних сполук методом високотемпературної хроматографії. *Інтегровані технології та енергозбереження*. 2014. № 1. С. 106–107. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Itte_2014_1_16 (дата звернення: 20.04.2019).
7. Левчук І.В., Кіщенко В.А., Тимченко В.К., Куниця К.В. Удосконалення методу визначення воскоподібних речовин в оліях за допомогою високотемпературної газорідинної хроматографії. *Технологічний аудит і резерви виробництва*. 2016. № 2/4 (28). С. 26–27.
8. Пристрій для фотометричного визначення нітратів у водних розчинах: патент 116728 Україна / Таранов В.В., Бюл. № 11, 2017 р.
9. Таранов В.В. Розмірний спектр мікрогених структур як фізико-хімічний стан рідинної системи. *Вісник ХНТУ*. 2018. №3 (66). Т. 2. С.93–96.
10. Ященко С.М. Исследование и разработка процесса криогенного вымораживания растительных масел : дисс. канд. тех. наук : 05.18.12. Воронеж, 2001. С. 27–29.
11. Ященко С.М., Пойманов В.В., Константинов В.Е. Особенности криогенного замораживания пищевых продуктов. *Вестник ВГТА*. 2002. № 7. С. 141.
12. O'Brien R.D. *Fats and Oils: Formulation and Processing for Applications*. Third edition. CRC Press, 2009. P. 472–475.
13. Machado Raul Dodsworth. Melting and Crystallization of Vegetable Waxes. *Journal American Oil Chemists' Society*. 1992. Vol. 34. № 8. P. 389–390.
14. Riefler N., Wriedt Th. Intercomparison of Inversion Algorithms for Particle Sizing Using Mie Scattering. *Particle & Particle Systems Characterization*. 2008. Vol. 25. Issue3. P. 216–220.
15. Tatsuo I., Hideto Yo. Investigation of Low-Angle Laser Light Scattering Patterns Using the Modified Twomey Iterative Method for Particle Sizing. *Review of Scientific Instruments*. 2011. Vol. 82. Issue 1. P. 218–222.

References

1. Antipov, S. T., Yaschenko, S. M., & Ovsyannikov, V. Yu. (2000) Issledovanie kriogenogo vyimorazhivaniya voskovyih veschestv iz rastitelnyih masel. *Hranenie i pererabotka sel'hozsyr'ya*. **10**, 19–20.
2. Antipov, S. T., Yaschenko, S. M., & Ovsyannikov, V. Yu. (1999) Kriogennoe vyimorazhivanie voskovyih veschestv iz rastitelnyih masel. *Materialy XXXVII otchetnoy nauchnoy konferentsii za 1998 g v 2 ch*. Voronezh: gosud. tehnol. akad., 1999. Ch.1, pp. 140–141.
3. DSTU 4492:2017 Oliia soniashnykova. Tekhnichni umovy. URL: http://document.ua/olija-sonjashnikova_-tehnichni-umovi-std38224.html (data zvernennia: 17.04.2019).
4. Efendiev, A. A. (1996) Razrabotka masloothodnoy tehnologii vyvedeniya voskov iz rafinirovannogo podsolnechnogo masla: Avtoref. diss. na soiskanie uchenoy stepeni kand. tehn. nauk : Sankt-Peterburg. P. 27–29.
5. Zashchepkina, N. M., & Nakonechnyi, O. A. (2016) Vybir ekspres metodyk analizu kilkisnykh ta yakisnykh parametriv produktiv kharchuvannia iz zastosuvanniam UF-vyprominiuvannia. *Visnyk NTU KhPI. Seriya: Elektroenerhetyka ta peretvoriuvalna tekhnika*. **3**(62), 1, 157–159.
6. Kishchenko, V. A. (2016) Vyznachennia vosku i voskopodibnykh spoluk metodom vysokotemperaturnoi khromatohrafii. *Intehrovani tekhnolohii ta enerhozberezhennia*. **1**, 106–107. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Itte_2014_1_16 (data zvernennia: 20.04.2019).

7. Levchuk, I. V., Kishchenko, V. A., Tymchenko, V. K., & Kunytsia, K. V. (2016) Udoskonalennia metodu vyznachennia voskopodibnykh rehovyn v oliiakh za dopomohoiu vysokotemperaturnoi hazoridynnoi khromatohrafii. *Tekhnolohichni audyty i rezervy vyrobnytstva*. **2/4** (28), 26–27.
8. Prystii dlia fotometrychnoho vyznachennia nitrativ u vodnykh rozchynakh: patent 116728 Ukraina / Taranov V. V., Biul. № 11, 2017 r.
9. Taranov, V. V. (2018) Rozmirnyi spektr mikrohenykh struktur yak fizyko-khimichni stan ridynnoi systemy. *Visnyk KhNTU*. **3** (66), 2, 93–96.
10. Yaschenko, S. M. (2001) Issledovanie i razrabotka protsessa kriogenogo vyimorazhivaniya rastitelnykh masel : diss. kand. teh. nauk : 05.18.12. Voronezh, 2001. pp. 27–29.
11. Yaschenko, S. M., Poymanov, V. V., & Konstantinov, V. E. (2002) Osobennosti kriogenogo zamorazhivaniya pischevykh produktov. *Vestnik VGTA*. **7**, 141.
12. O'Brien, R.D. (2009) *Fats and Oils: Formulation and Processing for Applications*. Third edition. CRC Press, pp. 472–475.
13. Machado, Raul Dodsworth. (1992) Melting and Crystallization of Vegetable Waxes. *Journal American Oil Chemists' Society*. **34**, 8, 389–390.
14. Riefler, N., & Wriedt, Th. (2008) Intercomparison of Inversion Algorithms for Particle Sizing Using Mie Scattering. *Particle & Particle Systems Characterization*. **25**, 3, 216–220.
15. Tatsuo, I., & Hideto, Yo. (2011) Investigation of Low-Angle Laser Light Scattering Patterns Using the Modified Twomey Iterative Method for Particle Sizing. *Review of Scientific Instruments*. **82**, 1, 218–222.

УДК 681.51

Д.Г. КРУГЛИЙ, Е.С. АППАЗОВ, О.М. БЕЗБАХ
Херсонська державна морська академія

СУЧАСНІ СИСТЕМИ ХОДОВОГО МІСТКА ТА ІНФОРМАЦІЙНА ПІДТРИМКА ЯК ЗАСІБ УПРАВЛІННЯ ДЛЯ ЗМЕНШЕННЯ ЧАСУ НА ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ СУДНОВОДІЄМ

Забезпечення безпеки навігації є важливою науковою задачею. Відповідно до вимог безпеки судноплавства керовані судна можуть розглядатися як судна під прямим контролем (власне судно).

Більш перспективним методом планування траєкторій руху суден можна вважати метод розрахунку маневру руху суден, який заснований на погодженні напрямку вектора відносної швидкості з напрямком лінії, що умовно поєднує судна.

Інформаційна підтримка прийняття рішень судноводієм є актуальною і важливою інженерною задачею. Особливо це стосується складних умов навігації, невідповідності критики та швидкої зміни вхідних і вихідних параметрів. Зміна параметрів судна вимагає аналізу з використанням новітніх технологій і використання математико-технічних засобів і методів. Це вимагає швидкого аналізу змінної інформації з урахуванням змінних факторів для успішного досягнення поставленої мети в морській галузі, особисто для штурманів і капітанів, відповідно до основних вимог правил і конвенцій кодексів та керівних положень ІМО.

Ключові слова: ходовий місток, навігація, судно, траєкторія руху, безпека судноводіння, INMARSAT.

Д.Г. КРУГЛИЙ, Э.С. АППАЗОВ, О. М. БЕЗБАХ
Херсонская государственная морская академия

СОВРЕМЕННЫЕ СИСТЕМЫ ХОДОВОГО МОСТИКА И ИНФОРМАЦИОННАЯ ПОДДЕРЖКА КАК СРЕДСТВО УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ СНИЖЕНИЯ ВРЕМЕНИ НА ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ СУДОВОДИТЕЛЕМ

Обеспечение безопасности навигации является важной научной задачей. В соответствии с требованиями безопасности судоходства управляемые суда могут рассматриваться как суда под прямым контролем (собственное судно).

Более перспективным методом планирования траекторий движения судов можно считать метод расчета маневра движения судов, основанный на согласовании направления вектора относительной скорости с направлением линии, которая условно соединяет суда.

Информационная поддержка принятия решений судоводителем является актуальной и важной инженерной задачей. Особенно это касается сложных условий навигации, несоответствия критики и быстрого изменения входных и исходных параметров. Изменение параметров судна требует анализа с использованием новейших технологий и использования математико-технических средств и методов. Это требует быстрого анализа переменной информации с учетом переменных факторов для успешного достижения поставленной цели в морской отрасли, лично для штурманов и капитанов в соответствии с основными требованиями правил и конвенций кодексов и руководящих положений ИМО.

Ключевые слова: ходовой мостик, навигация, судно, траектория движения, безопасность судовождения, INMARSAT.

D.G. KRUGLIY, E.S. APPAZOV, O.M. BEZBAKH
Kherson State Maritime Academy

MODERN SYSTEMS OF THE RUNNING BRIDGE AND INFORMATION SUPPORT AS A CONTROL MEANS TO REDUCE THE TIME FOR WATCH OFFICER'S DECISION-MAKING

At present, providing navigation safety is an important scientific area. In accordance with the requirements for safety of navigation, a managed vessel may be considered as a vessel under direct control (own ship). In relation to the rest of the vessels, the term "ship-target" will be lawful.

All objects within the water area, other than the own vessel (which are ships, and are not ships – for example, the coastline), are called obstacles. Static objects are objects without motion, dynamic objects – moving vessels that change speed or course. Taking into account the influence of the environment during the decision of the tasks of navigation security means understanding the direction and strength of the wind or currents. Solving these problems is an urgent task.

Methods of navigation safety for vessels was analyzed:

- Methods of early detection of the possibility of dangerous convergence of vessels;*
- Management methods for leaving the ship from dangerous convergence;*
- Methods of planning the trajectory for the safe movement of the vessel.*

A more perspective method for planning the trajectories of vessel traffic can be considered a method of calculating the maneuver of vessels evading, based on the combined direction of the relative speed vector with the direction of the line connecting the vessels.

The informational support for navigator's decision making is an actual and important engineering task. This is especially true for difficult conditions of navigation, the inconsistency of criticisms and the rapid change of input and output parameters. Changing the vessel's parameters requires an analysis using the latest technology and the use of mathematical and technical means and methods. These requires are a quick analysis of the variable information, taking into account the fluid factors for the successful accomplishment and achievement of the goal by the marine industry. Personally by navigators and captains in accordance with the basic requirements of rules and conventions of IMO codes and guidelines.

Keywords: navigation bridge, navigation, vessel, trajectory of motion, safety of navigation, INMARSAT.

Постановка проблеми

На теперішній час забезпечення навігаційної безпеки судноводіння є актуальним науковим напрямком [1–3]. Відповідно вимогам забезпечення навігаційної безпеки кероване судно може розглядатися, як судно, що перебуває під безпосереднім контролем (власне судно). По відношенню до решти суден буде правомірним застосування терміну "судно-мета". Всі об'єкти, що знаходяться у межах акваторії, крім керованого судна (які є суднами, так і не є суднами – наприклад, берегова лінія), називаються перешкодами. Статичні об'єкти – це об'єкти без руху, динамічні об'єкти – рухомі судна, що змінюють швидкість або курс. Для урахування впливу зовнішнього середовища під час розв'язання задач забезпечення навігаційної безпеки судноводіння, до відповідних математичних моделей включають функції, які описують напрямок і силу вітру або течій.

Серед методів забезпечення навігаційної безпеки руху суден можна окремо виділити ті, які належать до оптимізаційних методів. Тобто ці методи містять

оптимізує процедури, наприклад, обчислення найкоротшого шляху для суден, траєкторії суден з мінімальною кількістю маневрів тощо. Динамічні моделі руху суден мають враховувати особливості руху обмеженими акваторіями, до яких належать, наприклад, бухти, протоки тощо.

Методи забезпечення навігаційної безпеки руху суден можна розподілити на три категорії:

- методи завчасного виявлення можливості небезпечного зближення суден (оцінки ризику небезпечного зближення);
- методи маневрування для відходу судна від небезпечного зближення (попередження небезпечного зближення);
- методи планування траєкторії безпечного руху судна.

Застосування методів оцінки ризику небезпечного зближення суден повинно дозволяти вчасно попереджувати судноводія про те, що існує ризик зіткнення з перешкодою або зближення з нею на неприпустимо малу відстань. Методи попередження небезпечного зближення повинні визначати алгоритм дій судноводія, який дозволяє уникнути небезпечного зближення з іншими об'єктами.

Мета дослідження

Метою дослідження є проведення аналізу комплексу проблем, які пов'язані з забезпеченням навігаційної безпеки суден та функціонуванням відповідних технічних засобів для створення системи підтримки прийняття рішень судноводієм.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Методи планування траєкторії руху судна дозволяють прогнозувати майбутню навігаційну ситуацію на основі поточної навігаційної обстановки і розрахувати плановану траєкторію судна таким чином, щоб забезпечити рух керованого судна на безпечній дистанції від інших об'єктів. Методи планування траєкторії руху суден на сучасному етапі розвитку автоматизації судноводіння можуть бути ефективно реалізовані в інтегрованих системах ходового містка судна [1, 4, 11, 12].



Рис. 1. Методи забезпечення навігаційної безпеки руху суден [4, С. 18].

Сучасні інтегровані системи ходового містка судна (англ. Integrated Bridge System) потребують обов'язкової наявності у персоналу, що їх використовують, таких компетенцій, як опанування систем програмно-апаратного комплексу. В його складі має бути застосований системний підхід до автоматизації процесів збору, обробки, відображення інформації. Також повинна бути реалізована функція навігації, управління судном, радіозв'язку і забезпечення безпеки з метою досягнення максимальної ефективності несення вахти на містку. Інтегрована система ходового

містка (позначається у вітчизняній літературі ICM) відноситься до класу інформаційно-керуючих систем [2, 4–7].

У методах оцінки ризиків, що можуть виникнути внаслідок небезпечного зближення суден, базовим поняттям є точка найкоротшого зближення суден (англ. Closest Point of Approach – CPA). У судноводінні вважається, що при безпечному русі найкоротша відстань між судами має бути більше деякого критичного значення. Під час розробки або реалізації методів планування траєкторії руху суден у ICM необхідно враховувати також величини "час руху до точки найкоротшого зближення суден" (англ. Time of Closest Point of Approach – TCPA) і "відстань до точки найкоротшого зближення суден" (англ. Distance to Closest Point of Approach – DCPA). З метою моделювання ризиків зіткнення суден використовуються уявлення про деякі "зони навігаційної безпеки" навколо кожного судна, які також мають назву "корабельний домен" [1].

ICM утворюється шляхом установки зв'язків між окремими її частинами з застосуванням спеціальних програм для забезпечення їх спільної роботи. Інтеграція систем ходового містка дозволяє:

- автоматизувати виконання комплексних завдань судноводіння;
- створити єдине інформаційне середовище як основу ефективної підтримки рішень вахтового помічника;
- організувати централізований контроль за роботою обладнання, від якого залежить безпека судна і вантажу;
- забезпечити централізоване управління силовими засобами та іншим обладнанням судна.

Основними в функціонуванні ICM є параметри, характеристики та зміст зовнішніх і внутрішніх інформаційних взаємодій. Це визначає побудову ICM як інформаційної мережі, в якій взаємодія між частинами проводиться відповідно до спеціального протоколу. Зразки ICM, які випускаються різними фірмами, мають певні відмінності за складом, списком функцій, які вони здатні виконувати, та дизайном. Типовий інтегрований місток містить:

- систему навігаційних датчиків (Navigation Sensors);
- навігаційно-інформаційну систему – НІС (Navigation and Information System);
- систему для попередження зіткнень – СПЗ (Collision Assessment and Avoidance System);
- систему оцінки і оптимізації мореплавства – СОМ (Vessel Seaworthiness Assessment and Optimization System);
- систему планування і оптимізації шляху – СПШ (Voyage Planning and Route Optimization System);
- станцію управління рухом судна – СУР (Maneuvering Control Station);
- централізовану систему моніторингу і сигналізації – ЦСМ (Centralized Monitoring and Alarm System);
- інтегровану систему радіозв'язку – ІСР (Integrated Radio Communication System – IRCS);
- реєстратор даних рейсу – РДР (Voyage Data Recorder – VDR);
- консоль управління рухом з крил містка судна (Bridge Wing Console) тощо.

ICM можуть поставлятися в різних конфігураціях. Сучасні ICM відповідають вимогам до керування судном однією людиною (One Man Bridge Operations – OMBO). У них один пульт управління з декількома робочими місцями для судноводіїв. Основою практично всіх систем, що входять в ICM, є персональний комп'ютер, монітор якого вмонтовано в спеціальну консоль. До недавнього часу ICM використовували звичайні

дисплеї з ЕЛТ. Однак на сучасному етапі їм на зміну приходять плоскі рідкокристалічними (РК, LCD) монітори [4].

Тонкі РК монітори, що використовуються у ІСМ, зараз дуже досконалі: вони забезпечують якісне контрастне, яскраве, виразне зображення. Раніше рідкокристалічні технології були повільніші, володіли великою інерційністю, особливо помітною при перегляді динамічних зображень навігаційної ситуації, їх рівень контрастності був низький. У даний час використання РК технологій має переваги перед традиційними дисплеями на ЕЛТ. У порівнянні з дисплеями на ЕЛТ, РК монітор не схильний до впливу магнітних полів, не має сферичних спотворень, менше відбиває світло, що покращує видимість в сонячних умовах. У РК технології кожний окремий піксель управляється окремим транзистором. Чіткість одержуваного на рідкокристалічному дисплеї зображення вище в порівнянні монітором на ЕЛТ. На відміну від дисплеїв на ЕЛТ у рідкокристалічній панелі не може бути ні променів відсутності зведення промінів, ні відсутності фокусування. До цього слід ще додати малі габарити і вагу, нижчу вартість і менше енергоспоживання.

Окрім вищезгаданого обладнання, судноводій повинен вміти користуватись приладами та пристроями "Глобального морського зв'язку для пошуку та рятування" (Global Maritime Distress and Safety System – GMDSS).

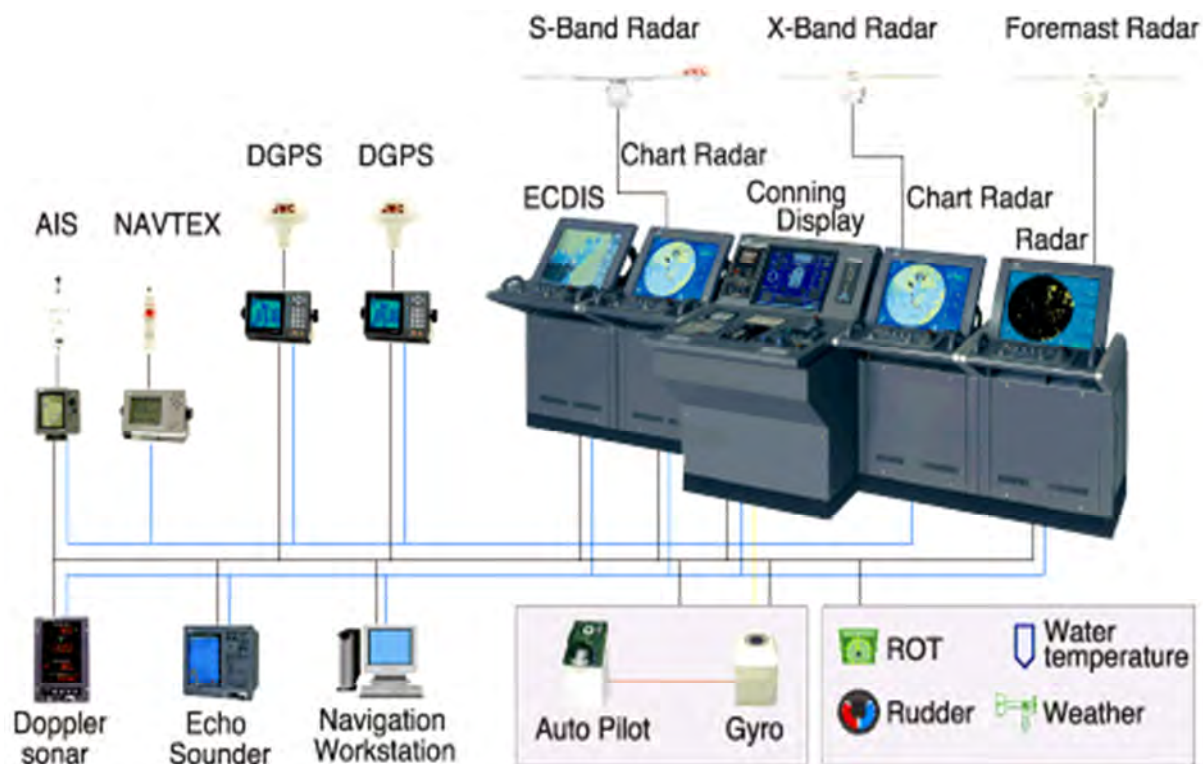


Рис. 2. План ІСМ, що відповідає вимогам до керування судном однією людиною (англ. One Man Bridge Operations – OMBO) [4, С. 76].

Викладення основного матеріалу дослідження

На містку присутні – УКХ та КХ обладнання, консоль для зв'язку за допомогою системи Inmarsat C (до її функцій входить відслідковування місцеположення, кодування інформації системи). Крім того, на містку в наявності також повний перелік електронавігаційного обладнання – датчиків, зокрема:

гірокомпас, магнітний компас, флюкс-гейт компас, відносний лаг, абсолютний лаг, ехолот.

Перелік навігаційних приладів і систем, які обов'язково повинні бути на суднах, регламентовано конвенцією СОЛАС, розділ V, правило 19. В 1999 році цей розділ був значно перероблений з врахуванням досвіду мореплавства, технічних здобутків та вдосконалень. У переробленому вона вигляді вступила в дію з 01.07.2002 р [8, 9, 13].

Зміни навколишнього середовища потребують обов'язкових адекватних корекцій підтримки інформаційного оточення, особливо систем морської галузі. Системи супутникової інформаційної підтримки зв'язку в системі GMDSS змінюються зі змінною швидкістю [10]. Прикладом є система INMARSAT. На рис. 2 відображено кінцевий стан міграції головних супутників системи.

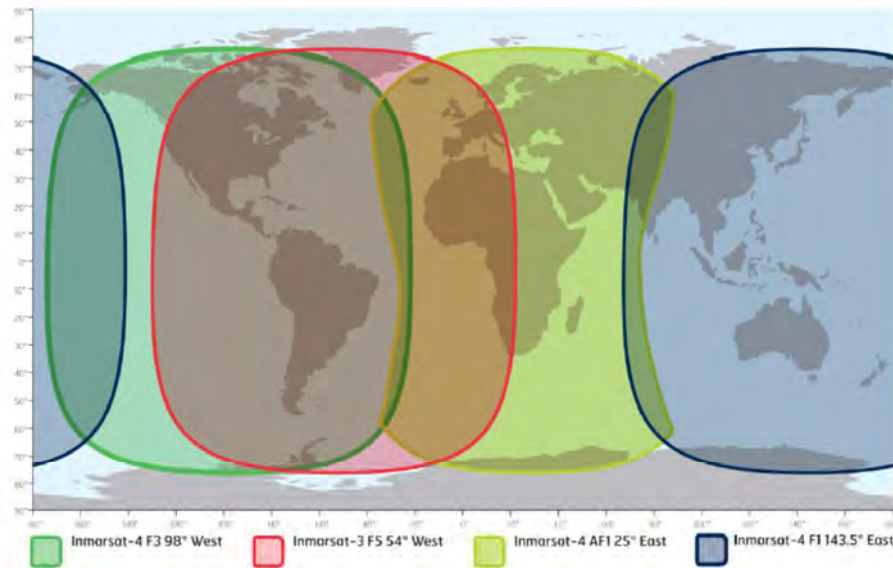


Рис. 3. Покриття супутниками після міграції [10, С. 26].

Швидкість обробки інформації системою можливо прискорити. Саме з цієї причини в апаратурі ICM переходять з традиційних моніторів на ЕЛТ на рідкокристалічні. Як приклад, можна навести систему ICM Manta Digital фірми Kelvin Hughes. Плоскі РК дисплеї використовуються також в окремому судновому устаткуванні, що випускається: навігаційних-інформаційних системах з електронними картами, наприклад ECDIS JRC JAN-901B, сучасних РЛС, що по суті представляють собою інтеграцію радіолокаційного приймача з персональним комп'ютером, наприклад суднова РЛС JRC серії JMR-5400, тощо.

Під час розробки методів планування траєкторій руху суден можна використовувати варіант індикатора зіткнення, який заснований на аналізі векторів швидкостей руху суден. Індикатор враховує "лінію небезпеки зіткнення" (англ. Collision Danger Line – CDL) і "область небезпеки зіткнення" (англ. Collision Danger Sector – CDS), лінія, що з'єднує два судна (sight-line або line-of-sight – LOS). Якщо рух судна такий, що кінець вектора швидкості лежить на "лінії небезпеки зіткнення", тоді цей рух веде до небезпеки. Судноводій повинен маневрувати таким чином, щоб кінець вектора швидкості не потрапляв на цю лінію [2].

Такий метод планування траєкторій руху суден може підійти для сигналізації про можливе зіткнення і візуалізації можливих параметрів маневрів, але не вирішує завдання вибору оптимального маневру. Метод ніяк не враховує вимоги Міжнародних правил попередження зіткнення суден у морі (МППЗС) і може призводити до ситуацій, коли судноводій при формальному виконанні рекомендацій буде змушений постійно

залишатися в кільватері судна-цілі або йти паралельно йому. Крім того, в разі знаходження на траєкторії великої кількості суден судноводієві буде важко прийняти рішення через особливості візуалізації інформації таким способом (рис. 4).

На рис. 5 наведені курси і швидкості керованого судна і судна-цілі, а також лінія, що умовно поєднує судна (LOS) і параметри, що визначають її прогнозовану зміну.

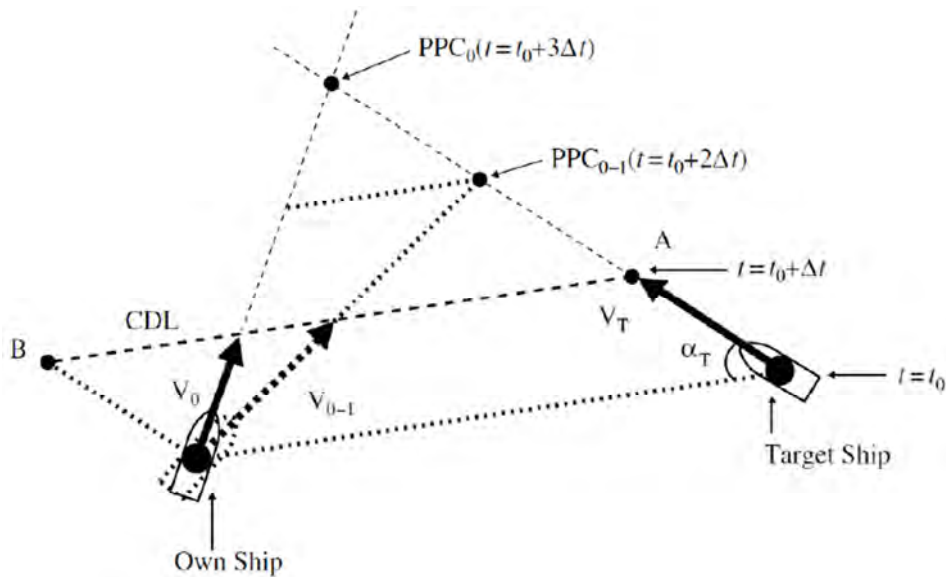


Рис. 4. Ілюстрація терміну «лінії небезпеки зіткнення», кінець вектору швидкості керованого судна не повинен лежати на лінії CDL [2, С 418].

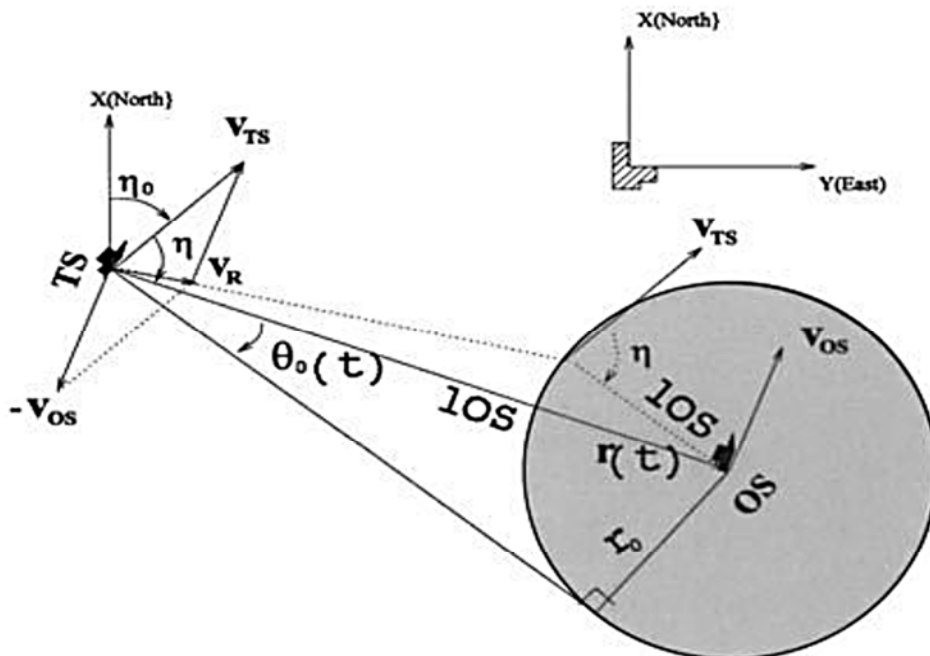


Рис. 5. Геометрична схема відносного руху двох суден [3, С. 117].

Більш перспективним методом планування траєкторій руху суден можна вважати метод обчислення маневру ухилення судна, заснований на поєднанні напряму

вектору відносної швидкості з напрямком лінії, що з'єднує судно (LOS), що є умовою зіткнення [3].

Умови можливого зіткнення суден допустимо сформулювати наступним чином: відстань між "корабельними доменами" не має бути менше критичного значення; напрямок вектора відносної швидкості повинен бути близьким до напрямку лінії, що поєднує судна (LOS); швидкість зміни вектора відносної швидкості повинна бути близька до швидкості зміни напрямку лінії, що з'єднує судна (LOC). Даний метод пропонує управляти рухом суден виключно за допомогою зміни курсу.

Висновки

Інформаційна підтримка при прийнятті рішень судноводієм є актуальною та важливою інженерною задачею. Особливо це стосується важких умов плавання, невизначеністю критеріїв та швидкою зміною вхідних і вихідних параметрів. Аналіз зміни параметрів руху судна потребує використання новітніх технологій, застосування математичних методів та технічних засобів. А це потребує оперативного аналізу змінної інформації, врахування факторів, які швидко змінюються у часі, для успішного виконання і досягнення мети працівниками морської галузі, особисто штурманами і капітанами згідно основних вимог директивних матеріалів і конвенцій щодо організації ІМО кодексів і настанов.

Пропонується подальший розвиток інформаційної системи підтримки прийняття рішень судноводієм як основи створення принципово нових технічних засобів - берегових систем управління групами суден в умовах високої інтенсивності та неоднорідності руху.

Список використаної літератури

1. Головченко Б.С., Гриняк В.М. Информационная система сбора данных о движении судов на морской акватории. *Вестник государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова*. 2014. № 2. С. 156–162.
2. Petersen E., Inoue K., Tsugane M. Simulator Studies on a Collision Avoidance Display that Facilitates Efficient and Precise Assessment of Evasive Maneuvers in Congested Waterways. *Journal of Navigation*. 2003. Vol. 56. P. 411–427. DOI: 10.1017/S0373463303002388
3. Wilson P.A., Harris C. J., Hong X. A Line of Sign Counteraction Navigation Algorithm for Ship Encounter Collision Avoidance. *Journal of Navigation*. 2003. Vol. 56. № 1. P. 111–121. DOI:10.1017/S0373463302002163.
4. Леонов В.Е., Дмитриев В.И., Безбах О.М., Гуров А.А., Сыс В.Б., Ходаковский В.Ф. Современные информационные технологии обеспечения безопасности судоходства и их комплексное использование : монография. Под ред. профессора В. Е. Леонова. Херсон : ХГМА, 2014. 324 с.
5. Пономарев Я.Л. Адаптивная к требованиям судов различного класса технология формирования рабочих мест судоводителей в составе интегрированных мостиковых систем. СПб.: ЗАО "Транзас", 2013. 60 с.
6. Дмитриев В.И. Информационные технологии обеспечения безопасности судоходства и их комплексное использование (e-NAVIGATION). М.: Моркнига, 2013. 176 с.
7. Гриняк В.М., Анисеева А.С., Васильченко Н.Ю., Гусев Е.Г. О планировании вычислительных экспериментов при исследовании методов обеспечения безопасности коллективного движения судов. *Современные наукоемкие технологии*. 2016. № 4–2. С. 230–234.

8. Ермаков С.В. Метод формализованной оценки сложности навигационной ситуации. *Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала Макарова С.О.* 2014. № 4 (26). С. 26–31.
9. Baillod F. Collisions – Why do they occur? *The Nautical Institute News (United Kingdom)*. 2004. № 173.
10. I-3 to I-4 migration – Inmarsat C (Inm-C) service guide/ URL: https://www.inmarsat.com/wpcontent/uploads/2018/09/INM_C_I3_I4_migration_guide_V3.0.pdf.
11. Кулинич А.И., Маринич А.Н., Припотнюк А.В., Устинов Ю.М. Повышение технико-экономических характеристик центров мониторинга судоходства. *Спутниковые технологии и бизнес: спец. приложение журнала "Connect. Мир информационных технологий"*. 2014. № 4. С. 40–42.
12. Львов В.Е., Мальцев А.С. Метод улучшения компенсационных свойств системы управления курсом судна. *Судовождение: сб. науч. тр.* Одесса: ОНМА. 2008. Вып. 15. С. 99–103.
13. Соколов С.С. и др. Эффективные информационные модели транспортных процессов. Материалы Международной научно-практической конференции "Современные проблемы и пути их решения в науке, транспорте, производстве и образовании". Одесса: Феникс, 2012. Вып. 4, Т. 13. С. 38–42.

References

1. Golovchenko, B. S., & Grinjak V. M. (2014) Informacionnaja sistema sbora dannyh o dvizhenii sudov na morskoy akvatorii. *Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala S. O. Makarova*. **2**, 156–162.
2. Petersen, E., Inoue, K., & Tsugane, M. (2003) Simulator Studies on a Collision Avoidance Display that Facilitates Efficient and Precise Assessment of Evasive Maneuvers in Congested Waterways. *Journal of Navigation*. **56**, 411–427. DOI: 10.1017/S0373463303002388
3. Wilson, P. A., Harris, C. J., & Hong, X. (2003) A Line of Sign Counteraction Navigation Algorithm for Ship Encounter Collision Avoidance. *Journal of Navigation*. **56**, 1, 111–121. DOI:10.1017/S0373463302002163.
4. Leonov, V. E., Dmitriev, V. I., Bezbah, O. M., Gurov, A. A., Syis, V. B., & Hodakovskiy, V. F. (2014) *Sovremennyye informatsionnyie tehnologii obespecheniya bezopasnosti sudohodstva i ih kompleksnoe ispolzovanie : monografiya*. Pod red. professora V. E. Leonova. Herson : HGMA.
5. Ponomarev, Ya. L. (2013) *Adaptivnaya k trebovaniyam sudov razlichnogo klassa tehnologiya formirovaniya rabochih mest sudovoditeley v sostave integrirovannyih mostikovyyih sistem*. SPb.: ZAO "Tranzas".
6. Dmitriev, V. I. (2013) *Informatsionnyie tehnologii obespecheniya bezopasnosti sudohodstva i ih kompleksnoe ispolzovanie (e-NAVIGATION)*. M.: Morkniga.
7. Grinyak, V. M., Anikeeva, A. S., Vasilchenko, N. Yu., & Gusev, E. G. (2016) O planirovanii vyichislitelnyih eksperimentov pri issledovanii metodov obespecheniya bezopasnosti kollektivnogo dvizheniya sudov. *Sovremennyye naukoemkie tehnologii*. **4–2**, 230–234.
8. Ermakov, S. V. (2014) Metod formalizovannoy otsenki slozhnosti navigatsionnoy situatsii. *Vestnik Gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota imeni admirala Makarova S.O.* **4** (26), 26–31.
9. Baillod F. (2004) Collisions – Why do they occur? *The Nautical Institute News (United Kingdom)*. **173**.

10. I-3 to I-4 migration – Inmarsat C (Inm-C) service guide/ URL: https://www.inmarsat.com/wp-content/uploads/2018/09/INM_C_I3_I4_migration_guide_V3.0.pdf.
11. Kulinich, A. I., Marinich, A. N., Pripotnyuk, A. V., & Ustinov, Yu. M. (2014) Povyishenie tehniko-ekonomicheskikh harakteristik tsentrov monitoringa sudohodstva. *Sputnikovyye tehnologii i biznes: spets. prilozhenie zhurnala "Connect. Mir informatsionnyih tehnologiy"*. **4**, 40–42.
12. Lvov B. E., & Maltsev A. S. (2008) Metod uluchsheniya kompensatsionnyih svoystv sistemyi upravleniya kursom sudna. *Sudovozhdenie: sb. nauch. tr. Odessa: ONMA*. **15**, 99–103.
13. Sokolov, S. S. i dr. (2012) Effektivnyie informatsionnyie modeli transportnyih protsessov. *Materialyi Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii "Sovremennyye problemy i puti ih resheniya v nauke, transporte, proizvodstve i obrazovanii"*. Odessa: Feniks. **4**, 13, 38–42.

УДК 539.3

Д.В. КРЮТЧЕНКО, В.І. ГНИТЬКО
Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного
Національної академії наук України, Харків

Ю.С. ШУВАЛОВА
Український державний університет залізничного транспорту

ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ РІДИНИ В ЦИЛІНДРИЧНОМУ РЕЗЕРВУАРІ З ВЕРТИКАЛЬНИМИ ПЕРЕГОРОДКАМИ

Запропоновані методи дослідження власних і вимушених коливань рідини в жорстких циліндричних резервуарах без перегородок та за наявності вертикальних перегородок при частковому заповненні рідиною. Вважається, що рідина є нев'язкою та нестисливою, а її рух, викликаний дією зовнішніх впливів, є безвихровим. В цих умовах існує потенціал швидкостей, що задовольняє рівнянню Лапласа. Сформульовано крайову задачу для знаходження цього потенціалу. На змочених поверхнях оболонки як граничні умови для розв'язання крайової задачі обираються умови непротікання. На вільній поверхні рідини задаються кінематична та статична умови. Статична умова полягає в рівності тиску на поверхні рідини атмосферному тиску. Тиск рідини визначається з лінеарізованого інтеграла Коші-Лагранжа. Для формулювання кінематичної умови вводиться додаткова невідома функція, яка описує саме рух вільної поверхні. Кінематична умова полягає в рівності швидкості рідини, яка описується потенціалом швидкостей, та швидкості самої вільної поверхні. Описано метод визначення власних частот і форм для розглянутих оболонок. Ці форми використовуються як система базисних функцій при розв'язанні задач про вимушені коливання рідини в резервуарах. Невідомі функції зображуються у вигляді рядів за отриманими базисними функціями. Коефіцієнти цих рядів є узагальненими координатами. Розглянуто періодичні сили збудження, що діють у вертикальному та горизонтальному напрямках. Встановлено, що вертикальне збудження веде до появи додаткового прискорення. При цьому отримуємо систему незв'язаних диференціальних рівнянь, кожне з яких є рівнянням Мат'є. Це дозволяє дослідити явища параметричного резонансу. Показано, що встановлення вертикальних перегородок зсуває спектр резонансних частот в бік високочастотних коливань. З'ясовані питання збіжності методу. Побудовані залежності зміни рівня вільної поверхні за часом за умови дії горизонтальної сили збудження. Наведені фазові портрети динамічної системи зі зазначенням резонансів. Метод дозволяє проводити відстроювання від небажаних частот збуджень на стадії проектування з метою запобігання втрати стійкості.

Ключові слова: циліндричні резервуари, ідеальна нев'язка рідина, власні та вимушені коливання, рівняння Мат'є, фазові портрети.

Д.В. КРЮТЧЕНКО, В.И. ГНИТЬКО
Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного
Национальной академии наук Украины, Харьков

Ю.С. ШУВАЛОВА
Украинский государственный университет железнодорожного транспорта

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЖИДКОСТИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ РЕЗЕРВУАРЕ С ВЕРТИКАЛЬНЫМИ ПЕРЕГОРОДКАМИ

Предложены методы исследования свободных и вынужденных колебаний жидкости в жестких цилиндрических резервуарах без перегородок и при наличии вертикальных перегородок при частичном заполнении жидкостью. Считается, что жидкость является невязкой и несжимаемой, а ее движение, вызванное действием внешних воздействий, является безвихревым. В этих условиях существует потенциал скоростей, который удовлетворяет уравнению Лапласа. Сформулирована краевая задача для нахождения этого потенциала. На смоченных поверхностях оболочки в качестве граничные условия для решения краевой задачи выбираются условия непротекания. На свободной поверхности жидкости задаются кинематическое и статическое условия. Статическое условие состоит в равенстве давления на поверхности жидкости атмосферному давлению. Давление жидкости определяется из линеаризованного интеграла Коши-Лагранжа. Для формулировки кинематического условия вводится дополнительная неизвестная функция, которая описывает именно движение свободной поверхности. Кинематическое условие состоит в равенстве скорости жидкости, которая описывается потенциалом скоростей, и скорости самой свободной поверхности. Описан метод определения собственных частот и форм свободных колебаний для рассмотренных оболочек. Эти формы используются как система базисных функций при решении задач о вынужденных колебаниях жидкости в резервуарах. Неизвестные функции изображаются в виде рядов по полученным базисным функциям. Коэффициенты этих рядов являются обобщенными координатами. Рассмотрены периодические силы возбуждения, действующих в вертикальном и горизонтальном направлениях. Если изучается вертикальное возбуждения, то это ведет к появлению дополнительного ускорения. При этом получаем систему несвязанных дифференциальных уравнений, каждое из которых является уравнением Матье. Это позволяет исследовать явления параметрического резонанса. Показано, что установление вертикальных перегородок сдвигает спектр резонансных частот в сторону высокочастотных колебаний. Выяснены вопросы сходимости метода. Построены зависимости изменения уровня свободной поверхности по времени при условии действия горизонтальной силы возбуждения. Приведены фазовые портреты динамической системы с указанием резонансов в случае действия вертикальной нагрузки. Метод позволяет проводить отстройку от нежелательных частот возмущений на стадии проектирования с целью предотвращения потери устойчивости резервуара.

Ключевые слова: цилиндрические резервуары, идеальная невязкая жидкость, свободные и вынужденные колебания, уравнения Матье, фазовые портреты.

D.V. KRIUTHCENKO, V.I. GNITKO

A.N. Podgorny Institute of Mechanical Engineering Problems Ukraine, Kharkiv

Yu.S. SHUVALOVA

Ukrainian State University of Railway Transport

MIXED LIQUID FLOWS IN CYLINDRICAL RESERVOIR WITH VERTICAL CROSSROADS

The methods of studying free and forced vibrations of a liquid in rigid cylindrical tanks without partitions and at presence of vertical partitions with partial filling by a liquid are offered. It is supposed that the fluid is ideal and incompressible one, and its motion, caused by the action of external influences, is non-vortex. In these conditions, there exists a velocity potential that satisfies the Laplace equation. The boundary value problem for this potential is formulated. On the wetted surfaces of the shell as boundary conditions for the solution of the boundary value problem, the conditions of non-penetration are chosen. On the free surface of the liquid, the kinematic and static conditions are specified. The static condition consists in the equality of pressure on the liquid free surface with to atmospheric one. The liquid pressure is determined from the linearized Cauchy-Lagrange integral. To formulate the kinematic condition, an additional unknown function is introduced, which describes the motion of the free surface. The kinematic condition is the equality of the velocity of the liquid, which is described by the velocity potential, and the velocity of the free surface itself. The method to determine eigenfrequencies and modes for the considered shells is described. These modes are used as a system of basic functions in solving problems of forced fluctuations of fluid in reservoirs. Unknown functions are depicted in the form of series for the received basic functions. The coefficients of these series are generalized coordinates. Periodic excitation forces acting in the vertical and horizontal directions are considered. If vertical excitation is studied, this leads to appearance of additional acceleration. Here we obtain a system of unbounded differential equations, each of which is the equation of Mathieu. This allows us to investigate the phenomena of parametric resonance. It is shown that the installation of vertical partitions moves the spectrum of resonant frequencies towards high frequency oscillations. The questions of convergence of the method have been clarified. Dependences of change in the level of free surface in time under the condition of horizontal force of excitation were obtained. The phase portraits of a dynamic system with indication of resonances are presented. The method allows as to carry out the adjustment of undesired excitation frequencies at the design stage in order to prevent loss of stability.

Keywords: cylindrical reservoirs, ideal incompressible fluid, free and forced oscillations, Matie's equation, phase portraits.

Постановка проблеми

Контейнери та резервуари для зберігання нафти, легкозаймистих і отруйних рідин широко використовуються в різних областях інженерної практики, таких як авіабудування, хімічна і нафтогазова промисловість, енергетичне машинобудування, транспорт. Ці резервуари функціонують в умовах підвищених технологічних навантажень. В результаті раптової дії навантажень, викликаних землетрусами, іншими форс-мажорними обставинами, рідина, що зберігається в резервуарах, починає інтенсивні плескання, які можуть призвести до небезпечних явищ, пов'язаних з виплескуванням заповнювача. Тому вивчення динамічної поведінки рідини у резервуарах є актуальною задачею.

В цій роботі запропоновані методи розв'язання задач коливань рідини в жорстких циліндричних резервуарах без перегородок та за наявності вертикальних

перегородок. Вивчаються сили збудження, що діють в горизонтальному або вертикальному напрямку.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Плескання – це феномен, пов'язаний з інтенсивним рухом рідини в частково заповнених резервуарах. Це явище може призвести до негативних наслідків, викликаних дією раптово прикладених навантажень (землетруси, падіння літаків та ін.). Для зменшення амплітуди плескань застосовують пристрої у вигляді перегородок різної форми [1–4]. Більшість дослідників обмежується вивченням горизонтальних перегородок. В роботі [3] розроблено підхід до аналізу впливу конічних перегородок на частоти коливань рідини в циліндричному резервуарі. У [1, 3] з'ясовано, що форма перегородки та її локалізація мають суттєве значення при проектуванні резервуарів з оптимальними параметрами з урахуванням геометричних та міцнісних обмежень. Аналіз досліджень, присвячених проблемам плескання рідини в резервуарах, надано в роботах [5–13]. У цих роботах розглядаються оболонки з рідиною або за відсутності перегородок, або з горизонтальними перегородками. Більшість досліджень присвячено вивченню сил збудження, що діють в горизонтальному напрямку.

Мета дослідження

Метою дослідження є створення методики для оцінки амплітуди коливань вільної поверхні рідини в циліндричних резервуарах за дії різних зовнішніх впливів та аналіз ефективності встановлення перегородок в резервуарах для зменшення амплітуди плескань.

Викладення основного матеріалу дослідження

У даній роботі розглянуті задачі про вільні та вимушені коливання рідини в жорстких циліндричних резервуарах без перегородок та з двома вертикальними перегородками. Вважається, що зовнішнє навантаження може діяти в горизонтальному або вертикальному напрямку. Схема резервуарів наведена на рис. 1.

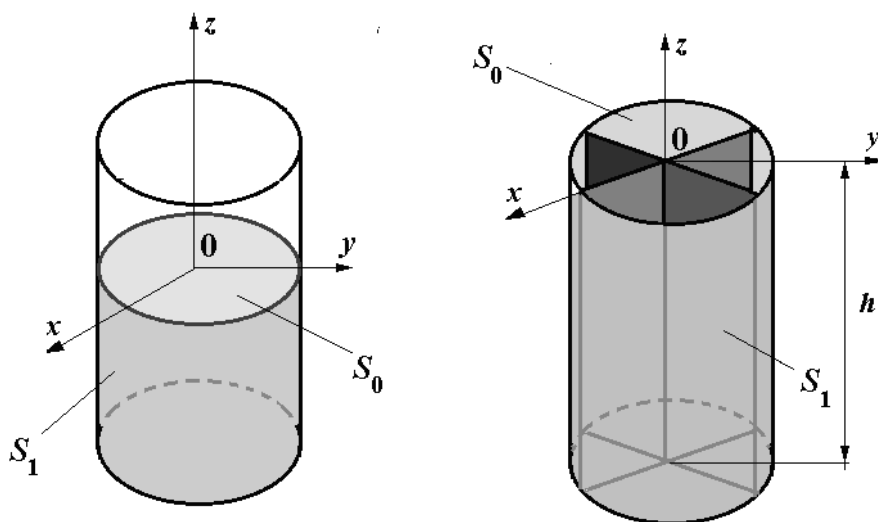


Рис. 1. Циліндричні резервуари.

Вважаємо, що рідина є нев'язкою, нестисливою, а її рух безвихровим. В цих умовах існує потенціал швидкостей $\varphi(x,y,z,t)$, такий, що

$$V_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}; V_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}; V_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Цей потенціал задовольняє рівнянню Лапласа.

Сформульовано мішану крайову задачу для цього рівняння. При цьому на бічних поверхнях та днищі резервуара задаються умови непротікання, а на вільній поверхні задаються кінематична та динамічна умови. Кінематична умова полягає у такому. Якщо точка знаходиться на вільній поверхні рідини у резервуарі в початковий момент часу, тоді вона залишатиметься на цій поверхні протягом всього руху. Динамічна умова характеризує рівність атмосферного тиску та тиску рідини на вільній поверхні. Невідомими функціями є потенціал швидкостей Φ та функція ζ , що описує рівень підйому вільної поверхні. Зв'язок між цими двома функціями дає динамічна гранична умова

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + g\zeta = 0.$$

Тут ζ – функція, яка описує зміну рівня вільної поверхні за часом, g – прискорення вільного падіння. Нехай рівняння вільної поверхні в початковий момент часу має вигляд $\zeta = 0$.

Граничні умови крайової задачі набувають вигляду:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{r=R} = 0, \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|_{z=-h} = 0, \quad \left. \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right|_{\theta=0, \theta=\frac{\pi}{2}} = 0.$$

Обираються нульові початкові умови для знаходження невідомих функцій, які відповідають припущенню, що в початковий момент часу резервуар з рідиною знаходився у стані спокою.

Тиск рідини на поверхні резервуару визначається з лінеаризованого інтеграла Коши-Лагранжа. Це дозволяє виразити тиск рідини через потенціал швидкостей.

Маємо такі вираз для інтеграла Коши-Лагранжа за наявності зовнішніх впливів

$$p - p_0 = -\rho_l \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + a_s(t)x + g\zeta \right), \quad (1)$$

якщо діє сила в горизонтальному напрямку, або

$$p - p_0 = -\rho_l \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + (a_s(t) + g)\zeta \right), \quad (2)$$

якщо діє сила в вертикальному напрямку.

Тут p_0 – атмосферний тиск, ρ_l – густина рідини, $a_s(t)$ – прискорення, що відповідає зовнішньому впливу, g – прискорення вільного падіння, z – вертикальна координата точки в об'ємі рідини.

Розглянуто циліндричні резервуари. Для циліндричних резервуарів без перегородки форми коливань, які отримані за допомогою методу інтегральних рівнянь [4]. Це дає змогу провести дослідження коливань рідини у циліндричному резервуарі за наявності внутрішніх горизонтальних та конічних перегородок [3]. У роботі [13] доведено, що розв'язком крайової задачі для резервуара з вертикальними перегородками є потенціал φ , який в циліндричній системі координат набуває вигляду:

$$\varphi(r, z, t, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \cos 2m\theta \sin(\omega_{mn}t) \frac{\cosh[\xi_{mn}(z+h)/R]}{\cosh(\xi_{mn}h)} J_{2m}\left(\frac{\xi_{mn}r}{R}\right).$$

Частоти вільних коливань рідини обчислюються за формулою:

$$\omega_{mn}^2 = \frac{g}{R} \xi_{mn} \tanh\left(\frac{\xi_{mn}h}{R}\right), \quad m = 0, 1, \dots; \quad n = 1, 2, \dots$$

Функція ζ для опису змінного рівня вільної поверхні подається у такій формі:

$$\zeta(r, z, t, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \omega_{mn} \cos 2m\theta \cos(\omega_{mn}t) J_{2m}\left(\frac{\xi_{mn}r}{R}\right).$$

В наведених виразах J_{2n} – функції Бесселя першого роду, ξ_{mn} – корені рівняння

$$\left. \frac{d J_{2m}(\xi_{mn}r/R)}{dr} \right|_{r=R} = 0.$$

Вимушені коливання рідини в циліндричних резервуарах

Переходимо до задачі про вимушені коливання рідини в циліндричних резервуарах під дією горизонтального збудження. Для цього вище сформульована крайова задача

$$\nabla^2 \varphi = 0; \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}} \right|_{S_1} = 0; \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}} \right|_{S_0} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}; \quad p - p_0|_{S_0} = 0; \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} + g\zeta + a_s(t)x \right|_{S_0} = 0.$$

Якщо розглядається задача про вимушені коливання рідини під дією вертикального збудження, маємо

$$\nabla^2 \varphi = 0; \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}} \right|_{S_1} = 0; \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}} \right|_{S_0} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}; \quad p - p_0|_{S_0} = 0; \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} + g(\zeta + a_s(t)) \right|_{S_0} = 0.$$

Подамо потенціал швидкостей у вигляді ряду [14]:

$$\varphi = \sum_{k=1}^M \dot{d}_k \varphi_k. \quad (3)$$

Підставивши цей вираз в граничну умову на вільній поверхні та виконавши скалярне множення на власні форми коливань, приходимо до таких диференціальних співвідношень в випадку дії горизонтальної сили, що збуджує:

$$\ddot{d}_k + \omega_{1k}^2 d_k + a_s(t) F_k = 0; \quad F_k = \frac{(r, \varphi_k)}{(\varphi_k, \varphi_k)}; \quad k = \overline{1, M}. \quad (4)$$

Якщо сила, що збуджує, діє в вертикальному напрямку, тоді маємо:

$$\ddot{d}_k + \omega_{1k}^2 \left[d_k + \frac{a_s(t)}{g} \right] = 0; \quad k = \overline{1, M}. \quad (5)$$

Розглянемо випадок гармонічного зовнішнього впливу, тобто вважаємо, що $a_s(t) = a \cos \omega t$.

Розв'язок системи диференціальних рівнянь (4) отримаємо у вигляді:

$$d_k(t) = \frac{aF_k}{\omega_{1k}^2 - \omega^2} (\cos \omega t - \cos \omega_{1k} t), \quad k = \overline{1, M}.$$

Зауважимо, що система незв'язаних диференціальних рівнянь (5) є сукупністю рівнянь Матьє. У цьому випадку спостерігаються параметричні резонанси.

Відмітимо також, що у разі горизонтального збудження з подання (1) впливає, що активними формами коливань є форми першої гармоніки, в той час як для вертикального збудження з подання (2) маємо, що активними є форми нульової гармоніки.

Аналіз числових результатів. Горизонтальне збудження

Як приклад числової реалізації розглянемо циліндричну оболонку з двома вертикальними перегородками, а також циліндричну оболонку без перегородок. Радіус оболонки $R=1$ м, а рівень заповнення рідиною $h=1$ м. Оболонка піддана дії гармонічного навантаження $a_s(t) = \cos \omega t$, прикладеного вздовж осі Ox . Згідно з формулою (6) отримаємо такі значення частот вільних коливань:

$$\omega_{11} = 5.461; \omega_{12} = 8.11; \omega_{13} = 9.889; \omega_{14} = 11.45.$$

Якщо перегородки відсутні, то значення частот є такими:

$$\omega_{11} = 4.14; \omega_{12} = 7.22; \omega_{13} = 9.14; \omega_{14} = 10.7.$$

Таким чином, встановлення вертикальних перегородок призводить до збільшення найменших частот.

Колівання вільної поверхні при $m=1$ зображені на рис. 2, 3 для першої і другої форми коливань відповідно.

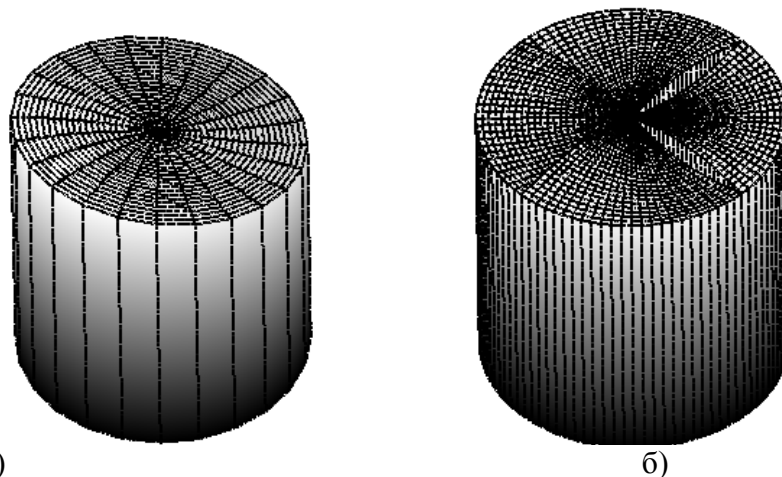


Рис. 2. Перша форма коливань вільної поверхні рідини в циліндричних оболонках.

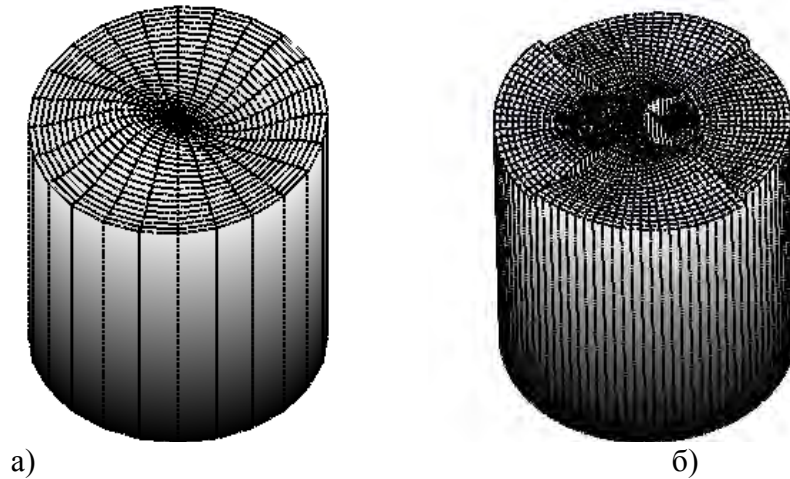


Рис. 3. Друга форма коливань вільної поверхні рідини в циліндричних оболонках.

Рис. 2а) та 3а) відповідають коливанням рідини в циліндричній оболонці без перегородок, а рис. 2б) та 3б) – оболонці з вертикальними перегородками.

Для аналізу збіжності методу були проведені розрахунки зміни рівня вільної поверхні при різній кількості власних форм у виразі (3). На рис. 4 показані результати, отримані, коли $M = 1$ та $M = 2$. Точками зображений розв'язок, який відповідає $M = 1$, а суцільною лінією – $M = 2$. Бачимо, що однієї форми власних коливань достатньо для задовільного опису процесу зміни рівня вільної поверхні.

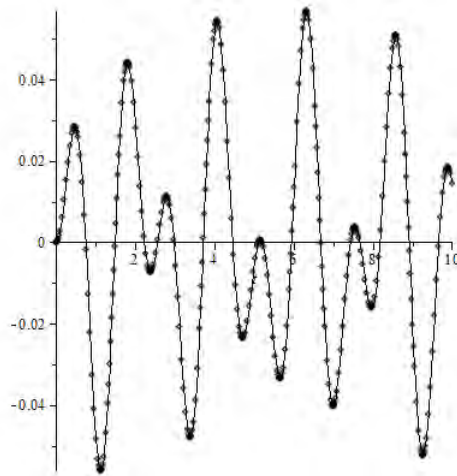


Рис. 4. Збіжність обчислювального методу.

Рис. 5а)–5б) демонструють зміну рівня вільної поверхні рідини за часом при частотах вимушених коливань $\omega = 9.9$ та $\omega = 5.5$ за наявності вертикальних перегородок.

У порівнянні з результатами, отриманими в [15], бачимо, що встановлення вертикальних перегородок здвигає спектр резонансних частот в бік високочастотних коливань.

Зауважимо, що частоти сили, що збурює, є близькими до власних частот коливань рідини в жорсткому резервуарі з перегородками. Якщо розглянемо частоту сили збурення рівною $\omega = 3.0$, яка відстоїть від власних частот обох оболонок, тоді амплітуди плескань рідини за наявності перегородок суттєво зменшуються.

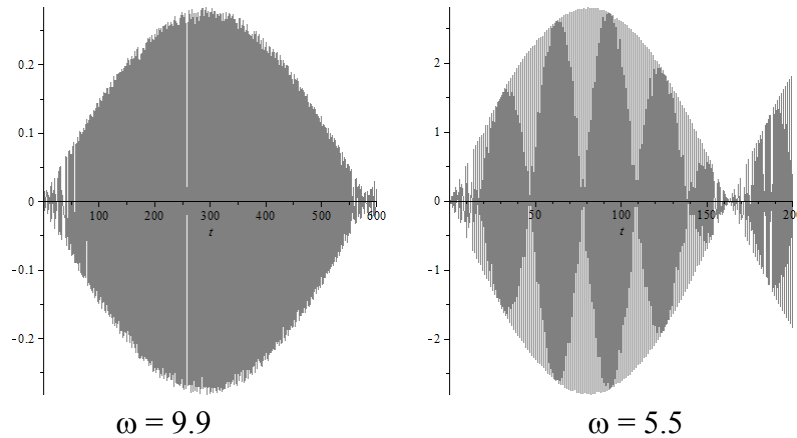


Рис. 5. Зміна рівня вільної поверхні при різних ω .

На рис. 6 зображені амплітуди плескань рідини в резервуарах, коли $a_s(t) = \cos 3t$. Чорним кольором позначені амплітуди коливань, що відповідають оболонці без перегородок, а зеленим – амплітуди коливань вільної поверхні в циліндричному резервуарі за наявності вертикальних перегородок. Розглядалася точка на вільній поверхні з координатами $z=1, r=1$, тобто точка на границі «рідина-оболонка».

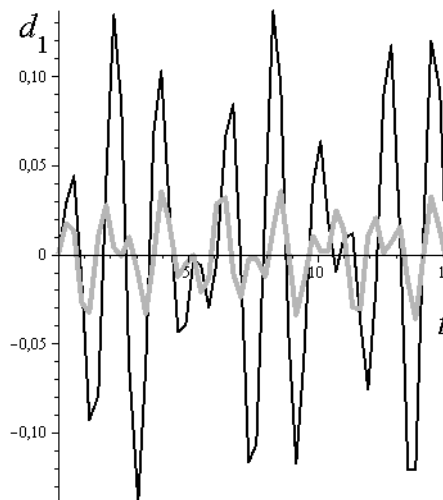


Рис. 6. Зміна рівня вільної поверхні рідини в циліндричних оболонках.

Таким чином, встановлення перегородок в резервуарах є доцільним для зменшення амплітуди плескань.

Вертикальне збудження

Розглядаємо коливання рідини в циліндричній оболонці без перегородок під дією гармонічного вертикального навантаження:

$$a_s(t) = -a \cos(\omega t).$$

Тоді рівняння (3) набувають вигляду класичних рівнянь Мат'є [16]:

$$\ddot{d}_m(t) + \chi_m^2 [d_m(t) - a \cos(\omega t) g^{-1}] d_m(t) = 0.$$

Побудуємо фазові портрети цієї динамічної системи, коли $a=1$ та мають місце початкові умови:

$$d_m(t) = 0, \quad \dot{d}_m(0) = 0.05, \quad k = \overline{1, M}.$$

Як було вказано вище, як базисні розглядаємо форми, що відповідають нульовій гармоніці. Тоді

$$\chi_1 = 6.1224; \quad \chi_2 = 8.2962.$$

Перші форми коливань рідини для нульової гармоніки для оболонок без перегородок а) та з двома вертикальними перегородками б) зображені на рис.7.

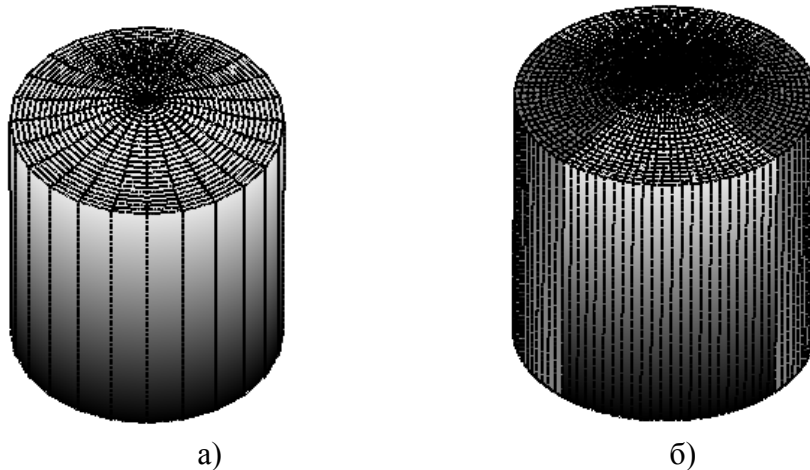


Рис. 7. Перша аксіально-симетрична форма коливань вільної поверхні рідини в циліндричних оболонках.

Бачимо, що для аксіально-симетричних коливань наявність перегородок не приводить до зміни форм коливань.

Дослідимо вплив частоти сили збурення на поведінку динамічної системи при таких значеннях частоти збурення:

$$\omega = 6.1283; \quad 8.2962; \quad 2 \cdot 6.1283.$$

Як базисна функція розглядалася перша аксіально-симетрична форма. При цьому для обох оболонок, що розглядалися, отримані однакові диференціальні рівняння, а саме

$$\ddot{d}_1(t) + \chi_1^2 [d_1(t) - a \cos(\omega t) g^{-1}] d_1(t) = 0, \quad \chi_1 = 6.1224.$$

На рис. 8 зображені фазові портрети динамічної системи.

Спостерігаємо два резонанси, що відповідають першій частоті вільних коливань рідини в циліндричному резервуарі $\omega = 6.1283$ та подвоєній першій частоті $\omega = 2 \cdot 6.1283$. Це відповідає отриманим в [16] даним про те, що параметричний резонанс має місце, коли

$$\omega = \frac{2\chi_1}{n}, \quad n = 1, 2, \dots$$

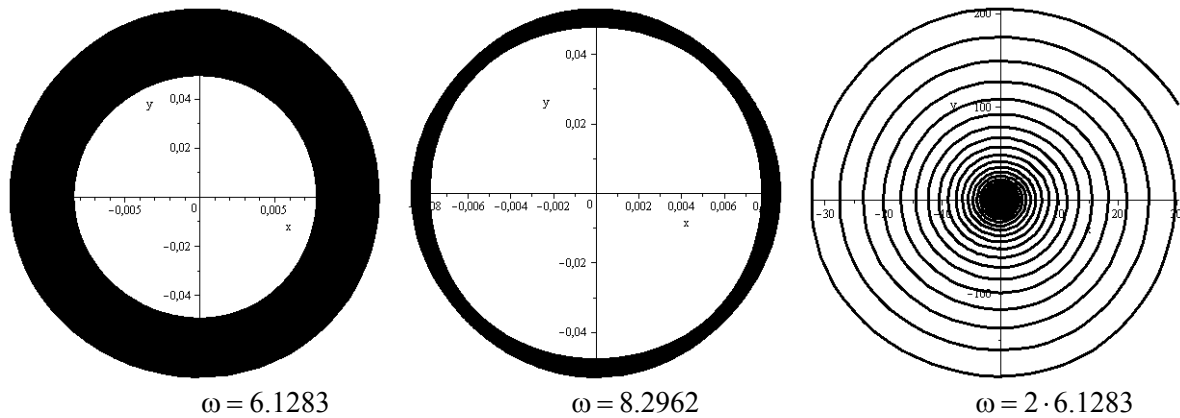


Рис. 8. Фазові портрети динамічної системи.

Головний параметричний резонанс відбувається при подвоєній частоті вільних коливань рідини, при цьому амплітуди $d_1(t)$, $\dot{d}_1(t)$ необмежено зростають.

Висновки

Досліджено поведінку рідини в циліндричних резервуарах без перегородок та з вертикальними перегородками. Встановлення вертикальних перегородок здвигає спектр резонансних частот в бік високочастотних коливань. Це дозволить проводити відстроювання від небажаних частот збуджень на стадії проектування та запобігти втраті стійкості. Досліджені явища параметричного резонансу при вертикальному збудженні.

Список використаної літератури

1. Ravnik J., Strelnikova E., Gnitko V., Degtyarev K., Ogorodnyk U. BEM and FEM Analysis of Fluid-Structure Interaction in a Double Tank. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2016. Vol. 67. P. 13–25.
2. Gavrilyuk I., Hermann M., Lukovsky I., Solodun O., Timokha A. Natural Sloshing Frequencies in Truncated Conical Tanks. *Engineering Computations*. 2008. Vol. 25, № 6. P. 518–540.
3. Gnitko V., Naumemko, Y., Strelnikova E. Low Frequency Sloshing Analysis of Cylindrical Containers with Flat and Conical Baffles. *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*. 2017. Vol. 22. Issue 4. P. 867–881.
4. Gnitko V., Degtyarev K., Naumenko V., Strelnikova E. Reduced Boundary Element Method for Liquid Sloshing Analysis of Cylindrical and Conical Tanks with Baffles. *Int. Journal of Electronic Engineering and Computer Sciences*. 2016. Vol. 1. Issue 1. P. 14–27.
5. Gnitko V., Degtyariov K., Naumenko V., Strelnikova E. BEM and FEM Analysis of the Fluid-Structure Interaction in Tanks with Baffles. *Int. Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*. 2017. Vol. 5. Issue 3. P. 317–328.
6. Watson E.B.B., Evans D.V. Resonant Frequencies of a Fluid in Containers with Internal Bodies. *Journal of Engineering Mathematics*. 1991. Vol. 25: P. 115–135.
7. Choudhary N., Bora S.N. Linear Sloshing Frequencies in the Annular Region of a Circular Cylindrical Container in Presence of a Rigid Baffle. *Sadhana-Academy Proceedings in Engineering Sciences*. 2017. Vol. 42. № 5: P. 805–815.
8. Koh Hyun Moo, Jae Kwan Kim, Jang-Ho Park. Fluid-Structure Interaction Analysis of 3-D Rectangular Tanks by a Variationally Coupled BEM-FEM and Comparison with Test Results. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. 1998. Vol. 27, Issue 2. P. 109–124.

9. Chen Y.H., Hwang W.S., Ko C.H., Numerical Simulation of the Three-Dimensional Sloshing Problem by Boundary Element Method. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*. 2000. Vol. 23. Issue 3. P. 321–330.
10. Ibrahim R.A., Pilipchuck V.N., Ikeda T. Recent Advances in Liquid Sloshing Dynamics. *Applied Mechanics Reviews*. 2001. Vol. 54. № 2. P. 133–199.
11. Ibrahim R.A. Liquid Sloshing Dynamics. New York: Cambridge University Press, 2005.
12. Еселева Е.В., Гнитько В.И., Стрельникова Е.А. Собственные колебания сосудов высокого давления при взаимодействии с жидкостью. *Проблемы машиностроения*. 2006. №1. С. 105–118.
13. Malhotra P.K. New Method for Seismic Isolation of Liquid-Storage Tanks. *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 1997. Vol. 26. Issue 8. P. 839–847.
14. Луковский И.А. Введение в нелинейную динамику жестких оболочек с полостями, заполненными жидкостью. Киев: Наукова думка, 1990. 296 с.
15. Krutchenko D.V., Strelnikova E.A., Shuvalova Y.S. Discrete Singularities Method in Problems of Seismic and Impulse Impacts on Reservoirs. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. Серія: Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління*. 2017. Т. 35. № 1. С. 31–37.
16. McLachlan N.W. Theory of Application of Mathieu Functions. Dover, New York, 1964. 600 p.

References

1. Ravnik, J., Strelnikova, E., Gnitko, V., Degtyarev, K., & Ogorodnyk, U. (2016) BEM and FEM Analysis of Fluid-Structure Interaction in a Double Tank. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. **67**, 13–25.
2. Gavrilyuk, I., Hermann, M., Lukovsky, I., Solodun, O., & Timokha, A. (2008) Natural Sloshing Frequencies in Truncated Conical Tanks. *Engineering Computations*. **25**, 6, 518–540.
3. Gnitko, V., Naumemko, Y., & Strelnikova, E. (2017) Low Frequency Sloshing Analysis of Cylindrical Containers with Flat and Conical Baffles. *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*. **22**, 4, 867–881.
4. Gnitko, V., Degtyarev, K., Naumenko, V., & Strelnikova, E. (2016) Reduced Boundary Element Method for Liquid Sloshing Analysis of Cylindrical and Conical Tanks with Baffles. *Int. Journal of Electronic Engineering and Computer Sciences*. **1**, 1, 14–27.
5. Gnitko, V., Degtyariov, K., Naumenko, V., & Strelnikova, E. (2017) BEM and FEM Analysis of the Fluid-Structure Interaction in Tanks with Baffles. *Int. Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*. **5**, 3, 317–328.
6. Watson, E.B.B., & Evans, D.V. (1991) Resonant Frequencies of a Fluid in Containers with Internal Bodies. *Journal of Engineering Mathematics*. **25**, 115–135.
7. Choudhary, N., & Bora, S.N. (2017) Linear Sloshing Frequencies in the Annular Region of a Circular Cylindrical Container in Presence of a Rigid Baffle. *Sadhana-Academy Proceedings in Engineering Sciences*. **42**, 5, 805–815.
8. Koh Hyun Moo, Jae Kwan Kim, & Jang-Ho Park. (1998) Fluid–Structure Interaction Analysis of 3-D Rectangular Tanks by a Variationally Coupled BEM–FEM and Comparison with Test Results. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*. **27**, 2, 109–124.
9. Chen, Y.H., Hwang, W.S., & Ko, C.H. (2000) Numerical Simulation of the Three-Dimensional Sloshing Problem by Boundary Element Method. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*. **23**, 3, 321–330.

10. Ibrahim, R.A., Pilipchuck, V.N., & Ikeda, T. (2001) Recent Advances in Liquid Sloshing Dynamics. *Applied Mechanics Reviews*. **54**, 2, 133–199.
11. Ibrahim R.A. (2005) *Liquid Sloshing Dynamics*. New York: Cambridge University Press.
12. Eseleva, E.V., Gnitko, V.I., & Strelnikova, E.A. (2006) Sobstvennyie kolebaniya sosudov vyisokogo davleniya pri vzaimodeystvii s zhidkostyu. *Problemy mashinostroeniya*. **1**, 105–118.
13. Malhotra, P.K. (1997) New Method for Seismic Isolation of Liquid-Storage Tanks. *Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. **26**, 8, 839–847.
14. Lukovskiy, I.A. (1990) *Vvedenie v nelineynuyu dinamiku zhestkih obolochek s polostyami, zapolnennymi zhidkostyu*. Kiev: Naukova dumka.
15. Krutchenko, D.V., Strelnikova, E.A., & Shuvalova, Y.S. (2017) Discrete Singularities Method in Problems of Seismic and Impulse Impacts on Reservoirs. *Visnyk Kharkivskoho natsionalnoho universytetu imeni V.N. Karazina. Seriya: Matematychni modeliuvannia. Informatsiini tekhnolohii. Avtomatyzovani systemy upravlinnia*. **35**, 1, 31–37.
16. McLachlan, N.W. (1964) *Theory of Application of Mathieu Functions*. Dover, New York.

УДК 631.3:681.58

A.A. OMELCHUK, Yu.O. LEBEDENKO, O.V. POLYVODA
Kherson National Technical University

AUTOMATED SYSTEM FOR REMOTE MONITORING OF THE SPRINKLING MACHINES STATUS

One of the most effective irrigation methods for main crops is sprinkling. This process is carried out by specialized irrigation machines, which have long been widely used in agriculture throughout the world. In Ukraine, due to its agro-climatic conditions and the predominant cultivation of grains and oilseeds, the advantage of sprinkling is even greater, which, in turn, led to the spread of "Frigate"-type sprinkler machines and their active use. Currently in Ukraine there are several ways to support and develop irrigation systems. The least expensive of them is the acquisition and restoration of used sprinklers and their accessories. Unfortunately, many of them are stolen. The relatively small size of i-Wob sprinklers (made in the USA) and their high cost makes them most vulnerable of the "Frigate" design elements. Given the frequent cases of theft of sprinkling machines and their parts, farms need to be protected from intruders. The aim of the study is to develop a system for remote monitoring of the state of the sprinkler, which would ensure the safety of not only the installation itself, but also its components. The article describes the system of remote monitoring of sprinkling machines. The description of the construction of such units and the difficulties of their full operation in the agricultural of Ukraine are given. The possibility of using microwave and vibration sensors to prevent invasions with the operation of sprinkler machines has been researched. The structure of the monitoring system is proposed. The main components of the systems are selected.

Keywords: sprinkler machine, monitoring system, microwave sensor, i-Wob.

A.A. ОМЕЛЬЧУК, Ю.О. ЛЕБЕДЕНКО, О.В. ПОЛИВОДА
Херсонський національний технічний університет

АВТОМАТИЗОВАНА СИСТЕМА ВІДДАЛЕНОГО МОНІТОРІНГУ СТАНУ ДОЩУВАЛЬНИХ МАШИН

Одним з найбільш ефективних методів поливу основних культур є дощування. Цей процес здійснюється спеціалізованими іригаційними машинами, які широко використовуються в сільському господарстві в усьому світі. В Україні, через її агрокліматичні умови і переважаюче вирощування зернових і олійних культур, перевага такої технології ще більше, що, в свою чергу, призводить до поширення спринклерних машин типу "Фрегат" і їх активного використання.

У даний час в Україні існує кілька способів підтримки і розвитку іригаційних систем. Найменш дорогим з них є придбання та реставрація використаних спринклерів і їх комплектуючих. На жаль, багато з них є краденими, тому що відносно невеликий розмір розбризкувачів i-Wob (виробництва США) та їх висока вартість роблять їх найбільш уразливими з елементів конструкції "Фрегата".

З огляду на часті випадки крадіжки дощувальних машин та їх частин, ферми повинні бути захищені від вторгень.

Метою дослідження є розробка системи дистанційного контролю стану дощувальної машини, яка забезпечувала б безпеку не тільки самої установки, а й її окремих чисельних компонентів.

У статті описується система віддаленого моніторингу дощувальних машин. Надано опис конструкції таких агрегатів і труднощі їх повноцінної роботи в аграрній сфері України. Досліджено можливість використання мікрохвильових датчиків для запобігання втручання у роботу дощувальних машин.

Розглянуто питання ослаблення радіохвиль в навколишньому середовищі. Різні атмосферні утворення у вигляді конденсованої водяної пари викликають зменшення напруженості поля радіохвиль. Ослаблення викликається, по-перше, нерезонансним поглинанням в частинках і, по-друге, розсіюванням енергії на частинках.

Запропоновано структуру системи дистанційного моніторингу стану машини. Досліджено можливість розпізнавання руху людини і відділення його від інших рухів в контрольованій зоні.

Ключові слова: дощувальна машина, система моніторингу, мікрохвильовий сенсор, *i-Wob*.

А.А. ОМЕЛЬЧУК, Ю.А. ЛЕБЕДЕНКО, О.В. ПОЛИВОДА
Херсонский национальный технический университет

АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА УДАЛЕННОГО МОНИТОРИНГА СОСТОЯНИЯ ДОЖДЕВАЛЬНЫХ МАШИН

В статье рассмотрена система удаленного мониторинга дождевальных машин. Приведено описание конструкции таких агрегатов и трудности их полноценной эксплуатации в сельских хозяйствах Украины. Исследована возможность использования микроволновых сенсоров для предотвращения вмешательства в работу дождевальных машин. Предлагается структура системы удаленного мониторинга состояния машины. Исследуется возможность распознавания движения человека и отделения его от других движений в контролируемой области.

Ключевые слова: дождевальная машина, система мониторинга, микроволновый сенсор, *i-Wob*.

Problem Statement

One of the most effective irrigation methods for main crops is sprinkling. This process is carried out by specialized irrigation machines, which have long been widely used in agriculture throughout the world. In Ukraine, due to its agro-climatic conditions and the predominant cultivation of grains and oilseeds, the advantage of sprinkling is even greater, which, in turn, led to the spread of sprinkling machines (SM) of the "Frigate" type and their active use (Fig. 1).

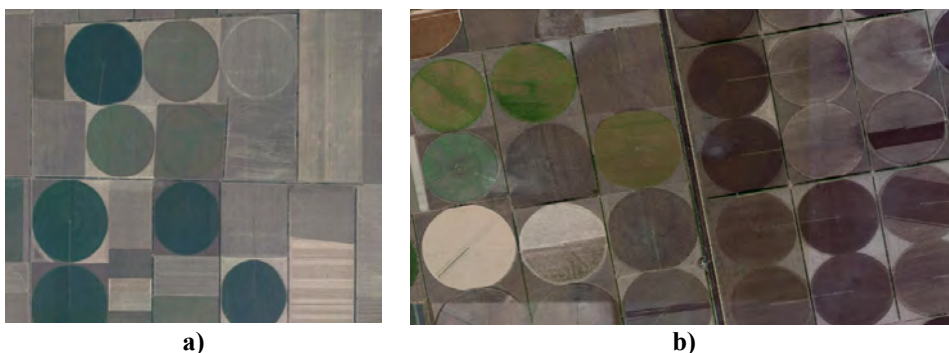


Fig. 1. Satellite images of the fields (Google Maps) on which the sprinkling machine "Frigate" type is used: a) Crimea region, b) Kherson region.

The sprinkler (Fig. 2) rotates around a central point (fixed pillar) on carts, the distance between which is up to 60 m. The energy source for the movement of carts is the water pressure in the pipeline (or electric power), which is supplied to the machine. Water through the valves is supplied to the hydraulic cylinders, which drive the wheels using a system of levers and pushers. The operator of the sprinkler sets a certain speed of movement corresponding to a given rate of irrigation.

Water can be supplied to the machine from stationary or mobile pumping stations. On the pipeline installed on the carts, there are sprayer of circular action i-Wob, which, when moving the machine in a circle, ensure uniformity of irrigation of the site.



Fig. 2. Sprinkler machine [1]: a) general appearance; b) i-Wob type sprayer.

To prevent pipeline deformation in the vertical and horizontal planes, as well as to increase rigidity, the machine is equipped with a system of vertical and horizontal cable stretch marks. When one or several carts outpace or lag along the common pipeline line during movement, the amount of water supplied to the cylinders of movement of these carts automatically changes, as a result of which their speed changes until the pipeline is level [2].

In the case when the bend of the pipeline exceeds the permissible limits, the mechanical or hydraulic protection system is activated. When the mechanical protection is triggered, the machine stops completely. Hydraulic protection system by triggering a pulse valve through a pulse tube reduces the pressure in the hydraulic protection system, which ensures that the valve is closed and the water supply to the machine is stopped [3].

Wired systems with cables or wires are also used to ensure the security of the system. In case of damage to the conductor, covering the entire sprinkler and its aggregates, an alarm is triggered. Such systems are relatively simple, but require a lot of time to deploy and install.

Analysis of Recent Researches and Publications

Motion sensors are devices that are widely used in security systems, at enterprises and in everyday life in order to ensure the comfort of visitors and energy saving. They work at the expense of built-in sensors (for example, PIR detectors or microwave sensors, that working on the Doppler Effect), which monitor certain environmental parameters and transmit information about them to the user.

PIR detectors can detect the movement of body heat, and are ideally suited where a defined detection pattern is required, such as down a walkway. However they require movement across the infrared beams, meaning they must be installed in the right position to provide effective coverage and can be easily fooled by an intruder [4].

Microwave sensors are ideal for large spaces and areas that have an awkward shape or where fine motion is detected, such as a garden or driveway due to it providing greater coverage and security. These detectors sense motion in terms of speed and size, as opposed to a PIR sensor which senses in terms of heat and light.

Most PIR sensors affected by the climate, mostly high temperatures and are only rated to IP44. Microwave sensors also offer a more stable performance and will operate in temperatures as low as -20°C and as high as 45°C .

The Doppler modulations due to human activity vary in time according to the dynamics of human movement. Non-stationary models for Doppler due to walking human targets were proposed in [5, 6]. However, walking induces high Doppler shifts in the waveform that can be observed over short time durations. The Doppler shifts due to walking also display regular repetitive frequency modulations, by virtue of the regularity of human gait. The finite non-zero dimensions of the human arm and other parts of the body result in a Doppler return that consists of multiple frequency components at each time instant [5]. In this paper, we are interested in modeling Doppler signatures due to movements that are characteristic of stationary humans. We conjecture that a human whose torso is not moving can be identified from the Doppler signatures due to activity such as breathing and movements of the arm [7].

Another way to monitor the safety of the sprinkler is to use accelerometers. The MEMS accelerometers family includes high-performance, high-reliability 3-axis, linear accelerometers [8]. Such sensors are used for anti-theft car alarm systems to detect real time status/position of a parked car, even slow moving attitude changes such as the vehicle being pulled onto a flat bed or being raised by a car jack.

One of the most important structural responses employed by SHM systems is acceleration, and as a result, nearly all wireless smart sensors include accelerometers. Because WSSs traditionally rely on battery power, low-power MEMS-based accelerometers are typically employed. Many of these accelerometers were initially developed for automobile airbag and mobile phone applications, and as a result, have relatively low resolution compared to wired accelerometers used in SHM applications.

The demands of monitoring of civil infrastructure are severe. Most wireless sensors are unable to measure these low-level structural vibration responses, undermining efforts to achieve successful SHM with WSSs [9].

The wireless surveillance sensor network with acoustic and seismic vibration sensors to detect objects and/or events for area security in real time already exist. The system includes an appropriate hardware as a part of multimedia surveillance sensor node and use proper classification technique to classify acoustic and vibration data that are collected by sensors in real-time. According to the type of acoustic data, the system triggers a camera as an action for detecting intruder (human or vehicle). Mel Frequency Cepstral Coefficients feature extraction method for acoustic sounds and, is used. Support Vector Machines as classification method for both acoustic and vibration data, is used [10].

Purpose of the Study

Currently in Ukraine there are several ways to support and develop irrigation capacity. The least expensive of them is the acquisition and restoration of used sprinkling machines and their components, which are many in the market, but, unfortunately, many of them are stolen.

The relatively small size of i-Wob type sprinklers (made in the USA) and their high cost makes them more vulnerable among the other parts of "Frigate" construction. Despite the frequent cases of theft machines and their parts, farms need to be protected from intruders. The purpose of the study is to develop a system of remote monitoring of the state of a sprinkling machine, which would ensure the safety of not only the installation itself, but also its components, in particular, sprinkler aggregates.

Description of Main Material of Research

Microwave sensors, also known as Radar, RF or Doppler sensors, detect walking, running or crawling human targets in an outdoor environment.

Advantages of microwave sensors: detect objects through obstacles; high sensitivity and response to objects regardless of their temperature; built-in ability to automatically monitor and control electrical appliances; adjusting the sensitivity, off time and range of the sensor.

The work of the microwave motion sensor is based on the generation of high-frequency electromagnetic waves, which are reflected from objects around and return back to the radiation source. Thus, the sensor registers the movements or other changes occurring nearby in a certain radius and provides a quick response to them. Such devices are very accurate and sensitive, as they instantly react to even the slightest movements behind walls, windows, partitions or other obstacles.

Serial low-cost microwave sensors can use power sources of both alternating current (110–220 V) and direct current (12–30 V). They have a radius of detection of objects from 2 to 10 m with an installation height of up to 3.5 m, and in addition, have a high ingress protection rating. Typical sensor wiring diagrams are shown in Fig. 3.

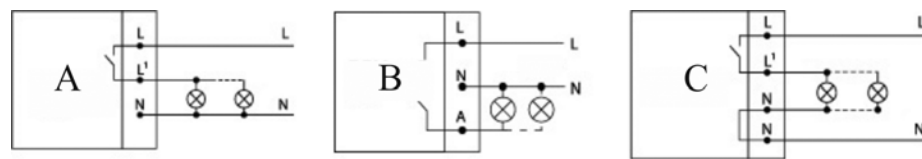


Fig. 3. Microwave sensor wiring diagrams.

Microwave motion sensors work on the principle of microwave radiation location - reflection. Sensors produce high-frequency electromagnetic waves with a frequency of 5.8 GHz and receive an echo, reflected from objects.

It should be noted that when working with sprinkling machines, such a fact as the attenuation of radio waves in the environment should be taken into account. Various atmospheric formations in the form of condensed water vapor – rain, fog, clouds, hail, snow, consisting of individual particles – droplets, ice, cause a decrease in the strength of the radio-wave field. Attenuation is caused, firstly, by non-resonant absorption in the particles and, secondly, by the scattering of energy on the particles. Attenuation may also occur due to reflection from a sharply defined strip of precipitation (which is typical of sprinkling machines). Attenuation in precipitation begins to affect frequencies $f > 6$ GHz ($\lambda < 5$ cm) and is particularly significant at frequencies above 10 GHz. The main importance is attenuation in the rain, as well as in fog and clouds, which depends on the amount of water per unit of volume, as well as on air temperature and wave frequency.

It is proposed to place the sensors and other modules of the monitoring system according to the diagram shown in Fig. 4

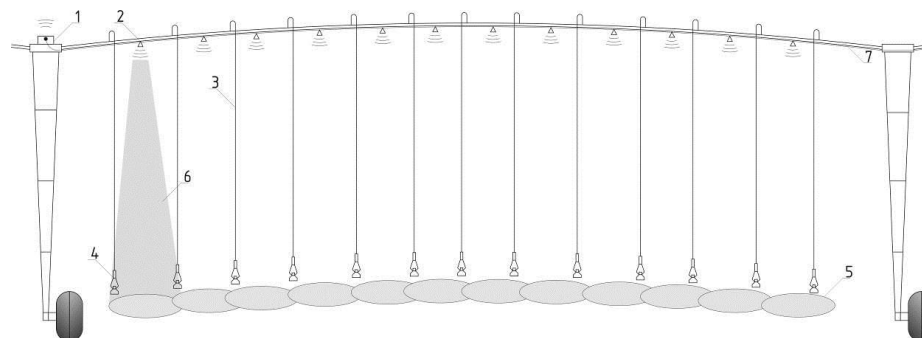


Fig. 4. The structure of the monitoring system: 1 – GSM module; 2 – microwave displacement sensor; 3 – sprinkler hose; 4 – i-Wob type sprayer; 5 – sensor control zone; 6 – "cone" of radiation of the sensor; 7 – main pipeline.

Thus, the functional scheme of the system should consist of the sensors, the router to which they are connected, and the GSM module, through which information about the state of the system will be redirected to the operator (Fig. 5).

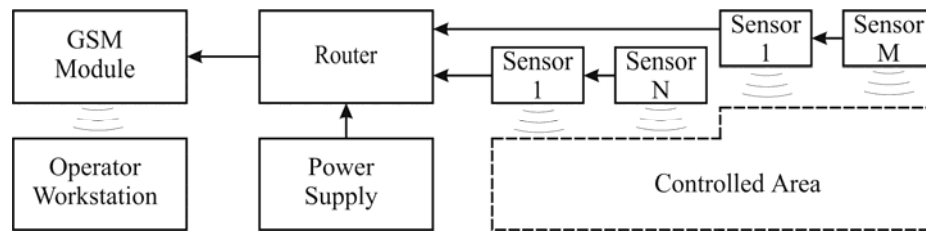


Fig. 5. Functional diagram of the monitoring system.

Registration of movement in the control zone will be carried out according to the Fig. 6

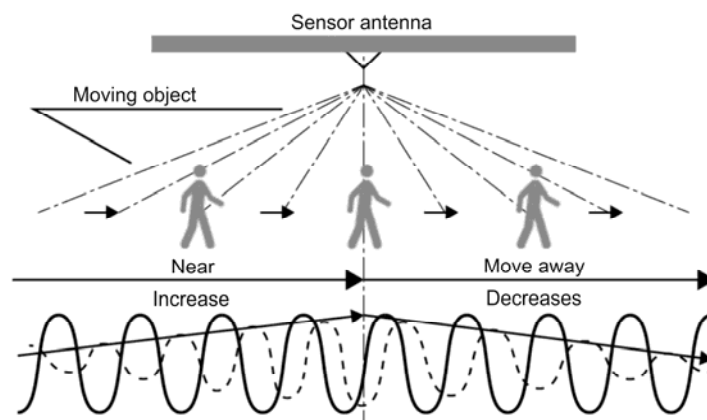


Fig. 6. Process of registration of motion by microwave sensor [11].

In Fig. 7 shows the response of the microwave sensor to motion: 00..03 - no movement; 03..05 - active movement on the spot (waving hands, turning the torso, one wide step) at a distance of 1 meter from the sensor; 05..10 - a slight movement at a distance of 2 meters; 10..16 - walk to the distance; 16..20 - no movement (the person stopped at a distance of 5 meters) 20..23 - active movement at a distance of 5 meters; 23..27 - no movement; 27 - the entrance to the room and the passage through the room to the far corner from the entrance and back. The effect of interference on the sensor operation is also shown [12].

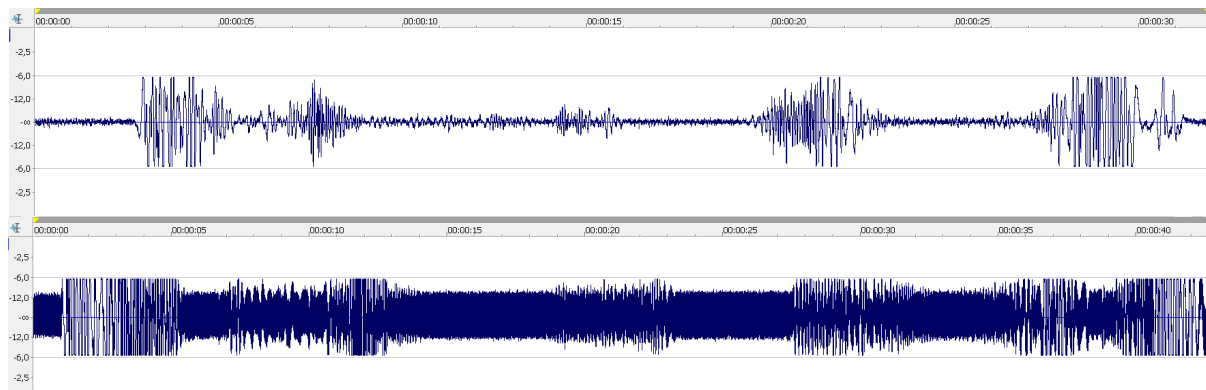


Fig. 7. Diagram of the sensor signal in the absence or presence of various movements.

In addition to controlling the perimeter around the sprinkler, it is possible to control the vibrations that occur as a result of unauthorized contact with the machine or its parts [13].

Practice shows that sensitive sensors can detect the heartbeat of a person who has touched the main pipeline of the sprinkler. At the same time, the touch point is at a distance of about 100 meters from the sensor. However, such indicators can be achieved under the condition that the sprinkler is not working normally and there are no vibrations caused by operation. Also, this approach requires a very accurate system calibration. Reliable monitoring will be provided for the basic design of the sprinkler, but not for sprayers (i-Wob).

Placing the sensors directly on the sprayers eliminates the disadvantages described above. However, placing the sensor on each individual sprayer causes a significant increase in the cost of the monitoring system and complicates its installation. It is proposed to use a wireless connection of sensor nodes for easy installation. The design of the individual sensor has also been revised [14].

There are a large number of radio modules on the electronics market, for example, the ESP8266 has a very wide functionality that is redundant for the current task. In addition, this module has an average cost of five dollars, which, in the case of an increase in the number of nodes in the network, will require significant financial costs. The best option is nRF24L01. This radio module is not a full-fledged Wi-Fi adapter, but only a transmitter. However, it has the minimum necessary functionality, which allows you to exchange small messages between two or more modules. In addition, this module has low power consumption and compactness, but has a range of up to 100 m in open areas. This distance is acceptable for the status sprinkling machine monitoring.

In quality of the microcontroller is selected Arduino Pro Mini. The following libraries were used to connect and control the nRF24L01 radio module: RF24, which serves to connect and interact with the radio module with a microcontroller; RF24Network, which provides interfaces for simple and fast networking from nRF24L01 modules. These libraries are publicly available and distributed freely.

Each node must be assigned an 15-bit address by the administrator. This address exactly describes the position of the node within the tree. The address is an octal number. Each digit in the address represents a position in the tree further from the base. Node 00 is the base node. Nodes 01-05 are nodes whose parent is the base. Node 021 is the second child of node 01. Node 0321 is the third child of node 021, and so on (Table 1).

The largest node address is 05555, so up to 781 nodes are allowed on a single channel. An example topology is shown below, with 5 nodes in direct communication with the master node, and multiple leaf nodes spread out at a distance, using intermediate nodes to reach other nodes.

Table 1

Wireless sensor network topology

		0			0				Master Node (00)
		1			4				1st level children of master (00)
	11		21			14			2nd level children of master. Children of 1st level.
11			21	21			14		3rd level children of master. Children of 2nd level.
				221		114	114	114	4th level children of master. Children of 3rd level.

The data transmitted between the modules are the values obtained from the sensors.

Thus, each individual node of the monitoring system consists of the communication module, the sensor (accelerometer) and the microcontroller. The power source is a compact large-capacity battery.

Each individual sprayer (i-Wob) is completed with a measuring network node. The nodes, using the algorithm that was described above, send the sensor data to the head module. In the head module, data are pre-processed and sent to the operator via GSM to the web interface. The data can be displayed on a personal computer, smartphone, or a specialized console of a security company.

As sensors are used inexpensive three-axis accelerometers. They allow to measure the deviation of the sprayer position from the normal working condition with high accuracy and the necessary frequency.

It is proposed to use artificial intelligence methods for decision making. This is because when working sprayers may come in contact with crops, birds or be exposed to wind. In such cases, accelerometers will also record some random deviations, which should be recognized by the monitoring system as safe.

Conclusions

The article analyzes the conditions and features of the operation of sprinkling machines in the farming enterprises of Ukraine. Based on the analysis, the choice of microwave motion sensors to ensure control of access to the sprinklers is justified. A structural and functional diagram of a system for monitoring the status of sprinkling machines has been developed.

The prospect of further research is to assess the possibility of accurately determining the source of movement in a controlled space in order to prevent false alarms of the monitoring system.

References

1. The most imitated sprinkler on the market. URL: <https://www.senninger.com/irrigation-product/i-wob2> (Accessed June 12, 2019).
2. Jagdeep, Ritula Thakur, & Daljit Singh (2015) Microcontroller Based Automatic Sprinkler Irrigation. *International Journal Of Modern Engineering Research*. **5**, 4, 47–51.
3. Gultom, J. H., Harsono, M., Khameswara, T. D., & Santoso, H. (2017) Smart IoT Water Sprinkle and Monitoring System for Chili Plant. Proceedings of the *International Conference on Electrical Engineering and Computer Science (ICECOS)*. (Indonesia, Palembang, August 22-23, 2017), pp. 212–216. DOI: 10.1109/ICECOS.2017.8167136
4. Yun, J., & Lee, S.-S. (2014) Human Movement Detection and Identification Using Pyroelectric Infrared Sensors. *Sensors*. **14**, 8057–8081. DOI:10.3390/s140508057
5. Van Dorp, P., & Groen, F. C. A. (2003) Human Walking Estimation with Radar. *IEE Proceedings – Radar, Sonar and Navigation*. **150**, 5, 356–365. DOI: 10.1049/ip-rsn:20030568
6. Lai, C.-P., Narayanan, R. M., Ruan, Q. & Davydov, A. (2008) Hilbert-Huang Transform Analysis of Human Activities Using Through-Wall Noise and Noise-Like Radar. *IET – Radar, Sonar and Navigation*. **2**, 4, 244–255. DOI: 10.1049/iet-rsn:20070140
7. Narayanan, R. M., Shastry, M. C., Chen, P.-H., & Levi, M. (2010) Through-the-Wall Detection of Stationary Human Targets Using Doppler Radar. *Progress in Electromagnetics Research B*. **20**, 147–166.
8. Mohanty, S., Gupta, K. K., Raju, K. S., Mishra, V., Kumar, V. & Prasad, P. B. (2014) Characterization of Wireless Accelerometer Sensor and Its Industrial Applications.

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-7>

- Proceedings of the *Twentieth National Conference on Communications (NCC)*. (India, Kanpur, February 28 – March 2, 2014), pp. 1–5. DOI: 10.1109/NCC.2014.6811373
9. Zhu, L., Fu, Y., Chow, R., Spencer, B.F., Park, J.W., & Mechitov, K. (2018) Development of a High-Sensitivity Wireless Accelerometer for Structural Health Monitoring. *Sensors*. **18**, 1, 16 p, DOI: 10.3390/s18010262
 10. Kūçūkbay, S. E., Sert M., & Yazici, A. (2017) Use of Acoustic and Vibration Sensor Data to Detect Objects in Surveillance Wireless Sensor Networks. Proceedings of the *21st International Conference on Control Systems and Computer Science (CSCS)*. (Bucharest, May 29-31, 2017), pp. 207–212. DOI: 10.1109/CSCS.2017.35
 11. Signalizaciya. Kak podklyuchaetsya infrakrasnyj datchik dvizheniya? URL: <https://alertok.ru/oborudovanie/datchiki/kak-podklyuchaetsya-infrakrasnyj-datchik-dvizheniya.html> (Accessed June 28, 2019).
 12. Rudakova, H., Polyvoda, O., & Omelchuk, A. (2018) Using Recurrent Procedures in Adaptive Control System for Identify the Model Parameters of the Moving Vessel on the Cross Slip-Way. *Data*. **3**, 60, 21 p. DOI: 10.3390/data3040060
 13. Astionenko, I. O., Guchek, P. I., Khomchenko, A. N., Litvinenko, O. I., & Tuluchenko G. Ya. (2018) Properties of One Method for Spline Approximation. *Information Systems Architecture and Technology: Proceedings of the 39th International Conference on Information Systems Architecture and Technology – ISAT 2018*. Part II. (Poland, Wroclaw, September 16-18, 2018), pp. 49–60. DOI: 10.1007/978-3-319-99996-8_5
 14. Lebedenko, Yu. O., Omelychuk, A. A., & Safyanik O. O. (2017) Information-Measuring Subsystem of Multi-Drive Frame Structure with Mechanisms of Parallel Structure. *Visnyk of the Kherson National Technical University*. **3** (62), 1, 317–322.

УДК 519.6

Д.О. ПРОТЕКТОР, Д.А. ЛИСИН, О.Ю. ЛИСИНА
Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ РЕШЕНИЙ ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПО БЕССЕТОЧНОЙ СХЕМЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ И ОБЩИХ РЕШЕНИЙ

В статье приводится сравнительный анализ численных решений двумерных задач теплопроводности по бессеточной схеме, полученных с использованием фундаментальных и общих решений модифицированного уравнения Гельмгольца. В работе использовался бессеточный метод, основанный на комбинации метода двойного замещения с использованием радиальных базисных функций и метода частных решений. Сравнительный анализ решений краевых задач с использованием фундаментальных и общих решений продемонстрирован на примере двух тестовых задач. Были получены численные решения краевых задач с использованием фундаментального и общего решений для различного числа интерполяционных узлов. Получены среднеквадратичные ошибки решения рассмотренных задач, а также построены сравнительные графики зависимости среднеквадратичной ошибки от числа интерполяционных узлов.

Ключевые слова: численный анализ, двумерные задачи теплопроводности, фундаментальное решение, общее решение, бессеточная схема.

Д.О. ПРОТЕКТОР, Д.О. ЛІСІН, О.Ю. ЛІСІНА
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ РОЗВ'ЯЗКІВ ДВОВИМІРНИХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ЗА БЕЗСІТКОВОЮ СХЕМОЮ З ВИКОРИСТАННЯМ ФУНДАМЕНТАЛЬНИХ І ЗАГАЛЬНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ

У статті наводиться аналіз чисельних розв'язків двовимірних задач теплопровідності за безсітковою схемою, які отримані з використанням фундаментальних і загальних розв'язків модифікованого рівняння Гельмгольца. У роботі використовувався безсітковий метод, який ґрунтується на комбінації методу подвійного заміщення з використанням радіальних базисних функцій і методу частинних розв'язків. Порівняльний аналіз розв'язків крайових задач продемонстрований на прикладі двох тестових задач. Були отримані чисельні розв'язки двовимірних нестационарних задач теплопровідності з використанням фундаментального і загального розв'язків для різного числа інтерполяційних вузлів. Були визначені середньоквадратичні похибки розв'язків розглянутих задач, а також побудовані порівняльні графіки залежності середньоквадратичної похибки від числа інтерполяційних вузлів.

Ключові слова: чисельний аналіз, двовимірні задачі теплопровідності, фундаментальний розв'язок, загальний розв'язок, безсіткова схема.

D.O. PROTEKTOR, D.A. LISIN, O.YU. LISINA
V.N. Karazin Kharkiv National University

NUMERICAL ANALYSIS OF SOLUTIONS OF TWO-DIMENSIONAL HEAT CONDUCTION PROBLEMS BY MESHLESS APPROACH USING FUNDAMENTAL AND GENERAL SOLUTIONS

This article is devoted to the analysis of numerical solutions of two-dimensional heat conduction problems by meshless approach, obtained using fundamental and general solutions of the modified Helmholtz equation. The meshless method described in this article is based on a combination of the dual reciprocity method with radial basis functions and the method of particular solutions. Based on the method of particular solutions, the solution of an inhomogeneous differential equation is represented as a sum of particular and homogeneous solutions. The fundamental and general solutions are used to find the homogeneous part of the solution, and the dual reciprocity method with radial basis functions is used to obtain the particular solution. The choice of such a meshless scheme is primarily due to the fact that the method of fundamental solutions is easily programmable, has spectral convergence and allows to achieve a high order of accuracy. The fundamental solution of a differential operator is singular at the origin, which leads to the construction of a fictitious boundary outside the physical boundary of the domain of the solution of the boundary-value problem. This is done in order to circumvent the singularity of the fundamental solutions. It is important to determine the optimal location of the fictitious boundary. It may be a circle whose center coincides with the geometric center of the solution domain. With an increase in the radius of the fictitious boundary, the accuracy of the solution obtained increases, but the conditional number of the matrix of the system of linear algebraic equations deteriorates, and vice versa. The general solution of a differential operator differs from its fundamental solution in that it is non-singular everywhere. The use of the general solution makes it possible to avoid building a fictitious boundary, which in turn makes it possible to achieve a more stable solution of a boundary-value problem. Numerical analysis of the solution of boundary-value problems using fundamental and general solutions is demonstrated into two benchmark problems. Numerical solutions of boundary-value problems were obtained using fundamental and general solutions for different numbers of interpolation nodes. In the article presents table of root mean square errors of solution to benchmark problems using fundamental and general solutions for different numbers of interpolation nodes, and also shows graph of the root mean square error off the number of interpolation nodes.

Keywords: numerical analysis, two-dimensional heat conduction problems, fundamental solution, general solution, meshless approach, the dual reciprocity method, radial basis function.

Постановка проблемы

В последние годы наблюдается растущая популярность использования бессеточных подходов при решении задач математической физики. Одна из наиболее успешно зарекомендовавших себя бессеточных схем основана на комбинации метода двойного замещения с использованием радиальных базисных функций (РБФ) и метода фундаментальных решений. Согласно методу частных решений, решение неоднородного дифференциального уравнения представляется в виде суммы частного и однородного решения. Для получения частного решения в данной схеме применяется метод двойного замещения с использованием РБФ, а для получения однородного решения используется метод фундаментальных решений. Выбор такой бессеточной схемы обусловлен, прежде всего тем, что метод фундаментальных решений является легко программно реализуемым, имеет спектральную сходимость [1] и позволяет

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-8>

достичь высокого порядка точности. Объединение метода фундаментальных решений с методом двойного замещения и радиальными базисными функциями представляет собой полностью бессеточный метод.

Однако, несмотря на все эти достоинства, метод фундаментальных решений обладает одним существенным недостатком. Данный недостаток заключается в построении фиктивной границы за пределами физической границы области решений краевой задачи, к узлам которой "привязываются" фундаментальные решения. Это делается для того, чтобы обойти сингулярность фундаментальных решений. Важно определить оптимальное размещение фиктивной границы. Она может представлять собой окружность, центр которой совпадает с геометрическим центром области решения. С увеличением радиуса фиктивной границы повышается точность полученного решения, но ухудшается число обусловленности матрицы системы линейных алгебраических уравнений, и наоборот. Произвольное размещение фиктивной границы существенно снижает практическую применимость метода фундаментальных решений, особенно на сложных многосвязных областях.

В качестве альтернативы W. Chen [2] предложил использовать общее решение, которое является несингулярной радиальной функцией, удовлетворяющей соответствующему управляющему дифференциальному уравнению. В настоящее время, общее решение широко применяется на практике для решения задач, описываемых дифференциальным уравнением Гельмгольца. Однако, систематические численные и теоретические исследования по вопросам сходимости, стабильности и точности решения задач бессеточными методами, использующими общие решения, все ещё отсутствуют.

Анализ последних исследований и публикаций

Обзоры по бессеточным методам, основанные на использовании радиальных базисных функций и общих решений, представлены в статьях [3–10].

Цель исследования

Целью данной работы является проведение численного сравнительного анализа решений двумерных задач теплопроводности по бессеточной схеме, полученных с использованием фундаментальных и общих решений модифицированного уравнения Гельмгольца.

Изложение основного материала исследования

Метод частных решений

Рассмотрим модифицированную задачу Гельмгольца. Рассматривается дифференциальное уравнение:

$$\nabla^2 u(x) - \lambda^2 u(x) = f(x), \quad x \in \Omega, \quad (1)$$

где λ – константа, $f(x)$ – неоднородный член,

со следующими краевыми условиями:

$$u(x) = g_1(x), \quad x \in \Gamma_1, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial n} u(x) = g_2(x), \quad x \in \Gamma_2, \quad (3)$$

где n – внешний вектор нормали,

в замкнутой области $\Omega \subset R^2$, ограниченной $\partial\Omega = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$, $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \emptyset$.

Решение уравнения (1) можно представить в виде суммы однородного решения $u_h(x)$ и частного решения $u_p(x)$:

$$u(x) = u_h(x) + u_p(x). \quad (4)$$

Частное решение $u_p(x)$ удовлетворяет неоднородному дифференциальному уравнению Гельмгольца:

$$\nabla^2 u_p(x) - \lambda^2 u_p(x) = f(x) \quad (5)$$

и будет получено с использованием метода двойного замещения.

Однородное решение $u_h(x)$ удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца:

$$\nabla^2 u_h(x) - \lambda^2 u_h(x) = 0, \quad x \in \Omega \quad (6)$$

и граничным условиям:

$$u_h(x) = g_1(x) - u_p(x), \quad x \in \Gamma_1; \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial n} u_h(x) = g_2(x) - \frac{\partial}{\partial n} u_p(x), \quad x \in \Gamma_2. \quad (8)$$

Исходя из уравнений (4)–(8), можно обнаружить, что неоднородная задача сводится к однородной задаче после того, как отдельно будет получено частное решение из уравнения (5).

Для получения частного решения левый член в уравнении (5) аппроксимируется в виде:

$$f(x) \cong \sum_{i=1}^{N+L} \alpha_i \varphi(r_i), \quad (9)$$

где $r_i = |x - x_i|$ – евклидовое расстояние; функции $\varphi(r_i)$ представляют собой результат воздействия модифицированного оператора Гельмгольца на соответствующие радиальные базисные функции $\Phi(r_i)$:

$$\nabla^2 \Phi(r_i) - \lambda^2 \Phi(r_i) = \varphi(r_i), \quad (10)$$

где α_i – неизвестные, подлежащие определению; N и L обозначают количество узлов внутри и на границе области, соответственно.

Реализуя процедуру интерполяции, приходим к системе из $N + L$ линейных уравнений:

$$f(x_i) \cong \sum_{j=1}^{N+L} \alpha_j \varphi(r_{ij}), \quad i = 1, \dots, N + L. \quad (11)$$

Система линейных уравнений (11) может быть выражена в матричной форме:

$$A_\varphi \alpha = f(x), \quad (12)$$

где

$$A_\varphi = \begin{bmatrix} \varphi_1(x_1) & \cdots & \varphi_{N+L}(x_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \varphi_1(x_{N+L}) & \cdots & \varphi_{N+L}(x_{N+L}) \end{bmatrix}; \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_{N+L} \end{bmatrix}; f(x) = \begin{bmatrix} f(x_1) \\ \vdots \\ f(x_{N+L}) \end{bmatrix}.$$

Неизвестные коэффициенты определяются из выражения:

$$\alpha = A_\varphi^{-1} f(x). \quad (13)$$

Частное решение $u_p(x)$ может быть получено в виде линейной комбинации базисных функций:

$$u_p(x) = \sum_{i=1}^{N+L} \alpha_i \Phi(r_i). \quad (14)$$

Фундаментальное решение

Фундаментальное решение дифференциального уравнения Гельмгольца имеет радиальный вид относительно начала координат и представляется в виде радиальной функции. Фундаментальное решение $u^*(r)$ модифицированного уравнения Гельмгольца удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению:

$$\nabla^2 u^*(r) - \lambda^2 u^*(r) = -\delta_i, \quad (15)$$

где δ_i – дельта-функция Дирака.

Для модифицированного уравнения Гельмгольца фундаментальное решение представляется в следующем виде:

$$u_m^*(r) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} K_0(\lambda r), & m = 2; \\ \frac{1}{4\pi r} e^{-\lambda r}, & m = 3; \end{cases} \quad (16)$$

где K_0 – модифицированная функция Бесселя второго рода нулевого порядка, m – размерность пространства.

Поскольку фундаментальное решение дифференциального уравнения является сингулярным в начале координат, то узлы, к которым "привязываются" фундаментальные решения, располагаются на фиктивной границе за пределами области решения краевой задачи (рис. 1).

Однородное решение $u_h(x)$ уравнения (6) аппроксимируется в виде линейной комбинации фундаментальных решений:

$$u_h(x) = \sum_{i=1}^M \beta_i u^*(r_i), \quad (17)$$

где M – количество узлов на фиктивной границе.

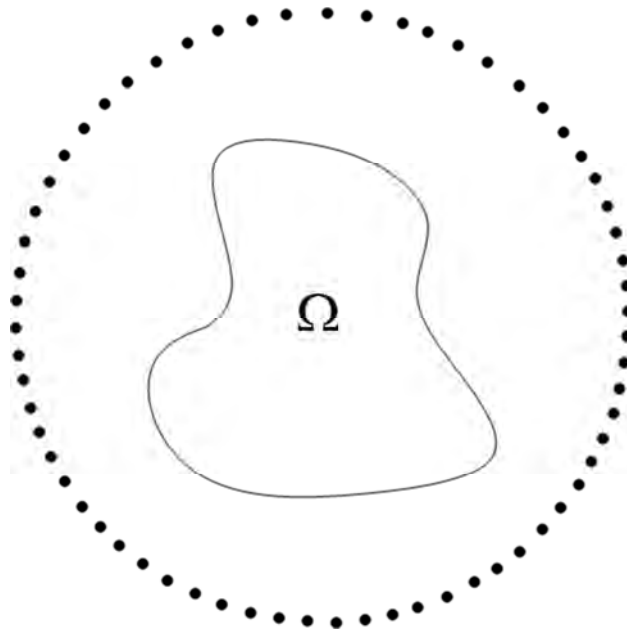


Рис. 1. Узлы на фиктивной границе.

Линейная комбинация фундаментальных решений по определению удовлетворяет модифицированному уравнению Гельмгольца во всех узлах области решения. Коэффициенты β_i выбираются таким образом, чтобы удовлетворить краевым условиям в выбранных узлах на границе решения. Используя метод коллокации в выбранных узлах на границе (17), получим:

$$\sum_{i=1}^M \beta_i u^*(r_{ij}) = g_1(x_j) - u_p(x_j), \quad j = 1, \dots, M_1, \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^M \beta_i \frac{\partial}{\partial n} u^*(r_{ij}) = g_2(x_j) - \frac{\partial}{\partial n} u_p(x_j), \quad j = M_1 + 1, \dots, M.$$

Ещё один недостаток фундаментальных решений проявляется в случае их использования при решении задач на многосвязных областях. В этом случае узлы, к которым "привязываются" фундаментальные решения, необходимо размещать также и в каждом отверстии многосвязной области, что в случае малых размеров отверстий может привести к ухудшению обусловленности системы линейных алгебраических уравнений.

Вышеперечисленных недостатков лишено общее решение дифференциального уравнения Гельмгольца.

Общее решение

Общее решение дифференциального уравнения существенно отличается от его фундаментального решения тем, что первое является всюду несингулярным, в то время как последнее является сингулярным в начале координат.

Общее решение $u^\#(r)$ модифицированного оператора Гельмгольца удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению:

$$\nabla^2 u^\#(r) - \lambda^2 u^\#(r) = 0. \quad (20)$$

Для модифицированного уравнения Гельмгольца общее решение представляется в следующем виде:

$$u_m^\#(r) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} I_0(\lambda r), & m = 2; \\ \frac{1}{4\pi r} \sinh(-\lambda r), & m = 3; \end{cases} \quad (21)$$

где I_0 – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка, m – размерность пространства.

Поскольку общее решение модифицированного уравнения Гельмгольца является несингулярным в начале координат, то узлы, к которым "привязываются" общие решения, размещаются в области решения краевой задачи (рис. 2).

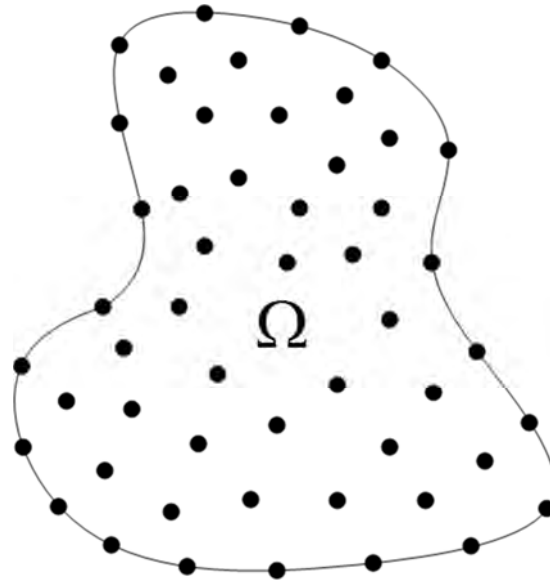


Рис. 2. Узлы, к которым "привязаны" общие решения.

Используя общее решение (21), однородное решение $u_h(x)$ уравнения (6) аппроксимируется в следующем виде:

$$u_h(x) = \sum_{i=1}^M \beta_i u^\#(r_i), \quad (22)$$

где β_i – неизвестные коэффициенты, подлежащие определению, M – количество узлов, к которым "привязаны" общие решения.

Произведя коллокацию (22) в выбранных узлах, получим:

$$\sum_{i=1}^M \beta_i u^\#(r_{ij}) = g_1(x_j) - u_p(x_j), \quad j = 1, \dots, M_1, \quad (23)$$

$$\sum_{i=1}^M \beta_i \frac{\partial}{\partial n} u^{\#}(r_{ij}) = g_2(x_j) - \frac{\partial}{\partial n} u_p(x_j), \quad j = M_1 + 1, \dots, M. \quad (24)$$

Теперь проведём численный сравнительный анализ решений двумерных задач теплопроводности по бессеточной схеме, полученных с использованием фундаментальных и общих решений модифицированного уравнения Гельмгольца.

Численные результаты

Задача 1. Двухмерная нестационарная краевая задача теплопроводности на единичной области в форме квадрата $\Omega = [0,1] \times [0,1]$ (рис. 3).

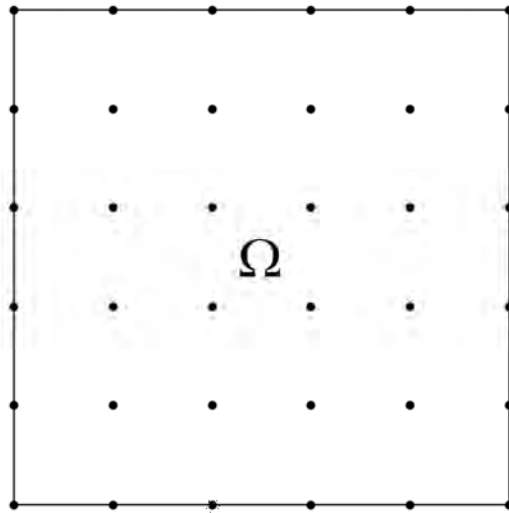


Рис. 3. Область решения краевой задачи.

Постановка задачи:

$$\rho c_p \frac{\partial u}{\partial t} - k \nabla^2 u = g(x, y, t), \quad (x, y) \in \Omega, \quad (25)$$

где $k=1$, $\rho=1$, $c_p=1$, $\Delta t=0,01$; $t \in [0,2]$, количество узлов на границе – 128, количество узлов на фиктивной границе – 121, количество узлов, к которым "привязано" общее решение – 121;

краевые и начальные условия:

$$u|_{\partial\Omega} = f(x, y, t), \quad (x, y) \in \partial\Omega, \quad (26)$$

$$u|_{t=0} = h(x, y), \quad (x, y) \in \Omega. \quad (27)$$

Точное решение имеет вид:

$$u(x, y, t) = 0.8 \exp\left(-80\left((x-r(t))^2 + (y-s(t))^2\right)\right), \quad (28)$$

где $r(t) = \frac{1}{4}(2 + \sin(\pi t))$, $s(t) = \frac{1}{4}(2 + \cos(\pi t))$.

В качестве радиальной базисной функции выбрана мультикватратичная функция $\Phi(r) = \sqrt{1 + (\varepsilon r)^2}$ с параметром формы $\varepsilon = 3$.

На рис. 4. представлена визуализация решения нестационарной краевой задачи в различные моменты времени.

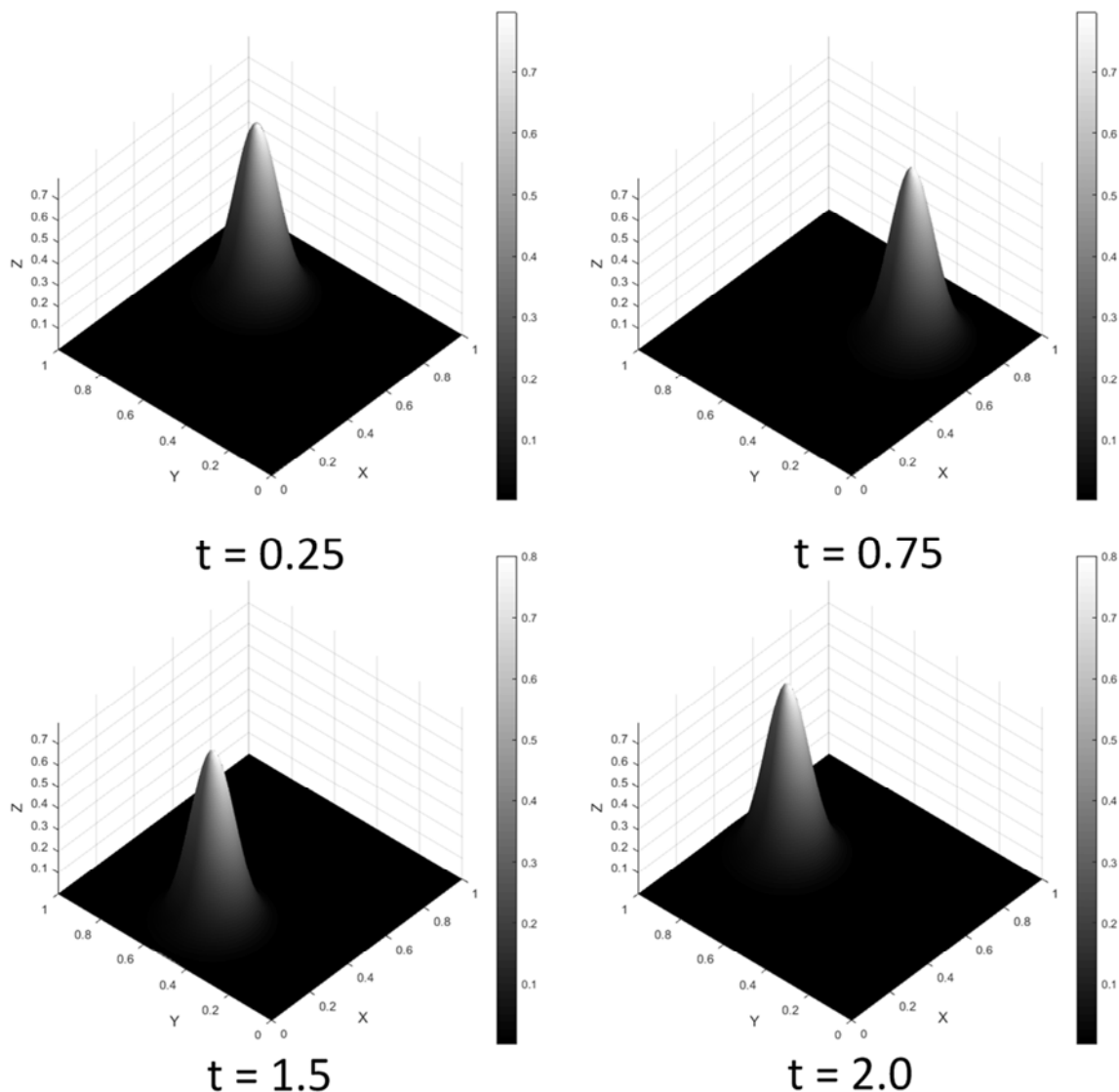


Рис. 4. Визуализация решения краевой задачи.

В табл. 1 приведены значения среднеквадратичной ошибки A_{err} решения данной краевой задачи для различного числа интерполяционных узлов N с использованием фундаментальных и общих решений.

На рис. 5 изображен график зависимости среднеквадратичной ошибки A_{err} решения краевой задачи от числа интерполяционных узлов N с использованием фундаментальных и общих решений.

Среднеквадратичная ошибка при использовании обоих решений убывает с увеличением числа интерполяционных узлов и при $N \geq 1000$ не превосходит $5 \cdot 10^{-7}$.

Таблица 1

Значения среднеквадратичной ошибки A_{err}

Фундаментальное решение		Общее решение	
N	A_{err}	N	A_{err}
144	2.5071e-05	144	4.1366e-05
169	4.8388e-06	169	2.7367e-05
225	1.1300e-06	225	2.4770e-05
289	1.4974e-07	289	3.3804e-06
441	1.8352e-07	441	9.4644e-07
676	1.7933e-07	676	4.8127e-07
841	1.8054e-07	841	1.0105e-06
1156	1.8163e-07	1156	4.6664e-07

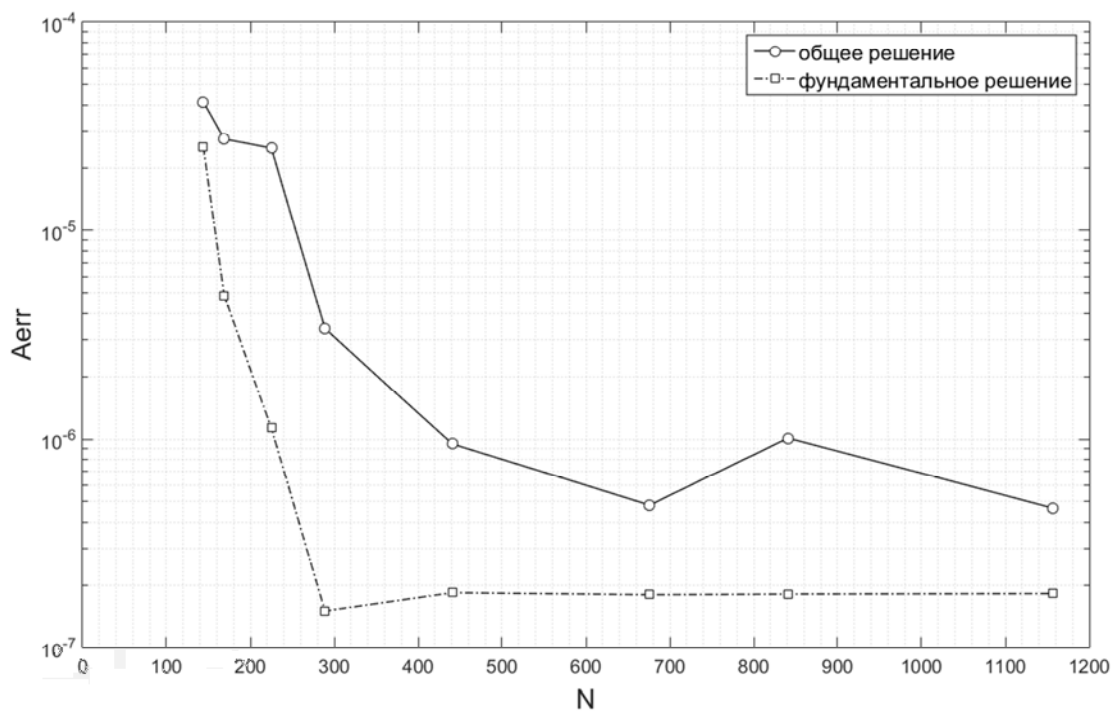


Рис. 5. Среднеквадратичная ошибка при использовании фундаментального и общего решений.

Задача 2. Двухмерная нестационарная краевая задача теплопроводности на единичной области в форме квадрата $\Omega = [0,1] \times [0,1]$ (см. рис. 3).

Постановка задачи:

$$\rho c_p \frac{\partial u}{\partial t} - k \nabla^2 u = g(x, y, t), \quad (x, y) \in \Omega, \quad (29)$$

где $k=1$, $\rho=1$, $c_p=1$, $\Delta t=0,01$; $t \in [0,1]$; количество узлов на границе – 128, количество узлов на фиктивной границе – 128.

Краевые и начальные условия заданы в виде:

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \quad (x, y) \in \partial\Omega, \quad (30)$$

$$u|_{t=0} = 0, \quad (x, y) \in \Omega. \quad (31)$$

Внутренний источник тепла описывается функцией:

$$g(x, y) = \sin(x) + \cos(y), \quad (x, y) \in \Omega. \quad (32)$$

В качестве радиальной базисной функции выбрана мультиквадратичная функция $\Phi(r) = \sqrt{1 + (\varepsilon r)^2}$ с параметром формы $\varepsilon = 3$.

В качестве верификационного решения было использовано решение данной краевой задачи, полученное с использованием MATLAB PDE Toolbox.

На рис. 6. представлена визуализация решения краевой задачи в момент 100-ой итерации.

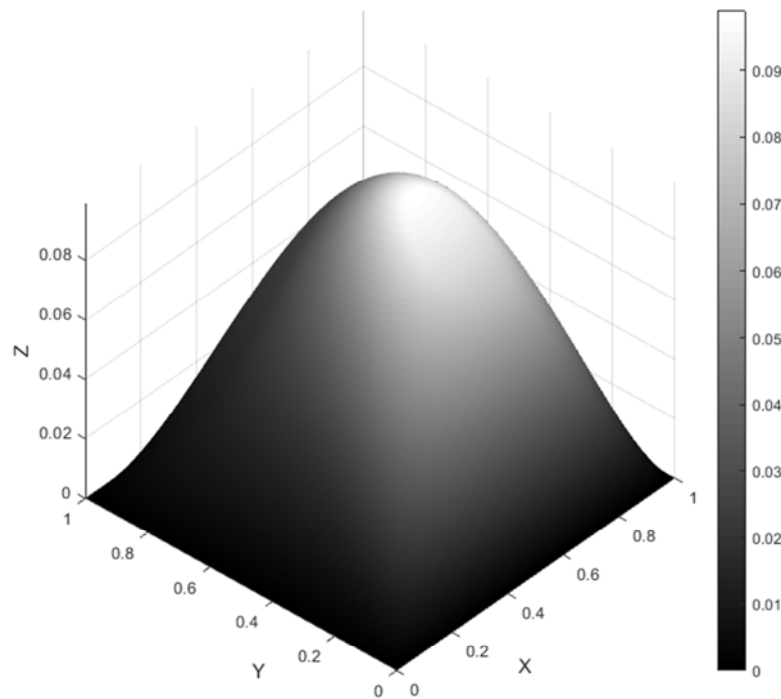


Рис. 6. Визуализация решения краевой задачи.

В табл. 2 приведены значения среднеквадратичной ошибки A_{err} решения данной краевой задачи для различного числа интерполяционных узлов N с использованием фундаментальных и общих решений.

Таблица 2

Значения среднеквадратичной ошибки A_{err}			
Фундаментальное решение		Общее решение	
N	A_{err}	N	A_{err}
289	2.4393e-09	289	6.8106e-09
441	2.1343e-09	441	6.4985e-09
676	2.2604e-09	676	6.4865e-09
841	2.2379e-09	841	6.9619e-09
1156	2.2123e-09	1156	6.3806e-09

На рис. 7 изображен график зависимости среднеквадратичной ошибки A_{err} решения краевой задачи от числа интерполяционных узлов N с использованием фундаментальных и общих решений.

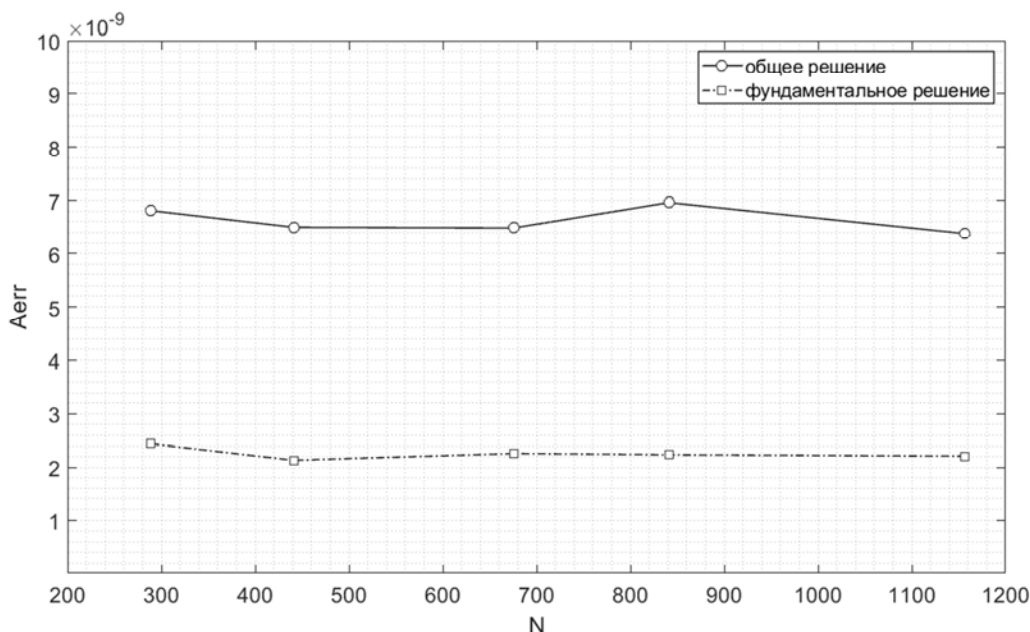


Рис. 7. Среднеквадратичная ошибка при использовании фундаментального и общего решений.

Среднеквадратичная ошибка при использовании обоих решений убывает с увеличением числа интерполяционных узлов и при $N \geq 1000$ не превосходит $7 \cdot 10^{-9}$.

Выводы

В данной работе проводился сравнительный анализ численных решений двумерных задач теплопроводности по бессеточной схеме, полученных с использованием фундаментальных и общих решений модифицированного уравнения Гельмгольца. Были получены решения краевой задачи для различного числа интерполяционных узлов, по результатам которых были посчитаны среднеквадратичные ошибки и построены графики зависимости среднеквадратичной ошибки от числа интерполяционных узлов. При использовании фундаментального и общего решений был получен одинаковый порядок точности решения краевой задачи.

Использование общего решения для аппроксимации однородного модифицированного уравнения Гельмгольца даёт существенное преимущество по сравнению с фундаментальным решением, так как позволяет избавиться от построения фиктивных границ, что в свою очередь снижает вычислительные затраты.

Список использованной литературы

1. Barnett A. H., Betcke T. Stability and convergence of the Method of Fundamental Solutions for Helmholtz problems on analytic domains. *Journal of Computational Physics*. 2018. Vol. 227. Issue 14. P. 7003–7026.
2. Chen W., Tanaka M. New insights in boundary-only and domain-type RBF methods. *International Journal Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*. 2000. Vol. 1. P. 145–152.
3. Belytschko T., Lu Y.Y., Gu L. Element-free Galerkin methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1994. Vol. 37. P. 229–256.

4. Belytschko T., Rongauz Y., Organ D. Meshless methods: an overview and recently developments. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1996. Vol. 139. P. 3–47.
5. Belytschko T., Rongauz Y., Doblaw J. On the completeness of the meshfree particle methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1998. Vol. 43(5). P. 785–819.
6. Fasshauer G. E. Meshfree Approximation Methods with MATLAB. New York: World Scientific Publishing Co., 2007. 550 p.
7. Колодяжный В.М., Лисина О.Ю. Бессеточные методы в задачах моделирования физических процессов. *Проблемы машиностроения*. 2010. Т. 13, № 3. С. 67–74.
8. Колодяжный В.М., Лисина О.Ю. Численные схемы решения краевых задач на основе бессеточных методов с использованием РБФ и АРБФ. *Проблемы машиностроения*. 2010. Т. 13, № 4. С. 49–57.
9. Колодяжный В.М., Лисин Д.А. Бессеточные методы решения нестационарных задач теплопроводности с использованием атомарных радиальных базисных функций. *Кибернетика и системный анализ*. 2013. Т. 49, №3. С. 124–131.
10. Лисин Д.А., Лисина О.Ю. Формирование процедуры решения краевой задачи теплопроводности по бессеточной схеме на основе атомарных радиальных базисных функций в комбинации методов фундаментальных решений и двойного замещения. *Краевые задачи и математическое моделирование: материалы X научной конференции (Новокузнецк, 26 ноября 2010)*. Т. 2. Новокузнецк, 2010. С. 17–22.

References

1. Barnett, A. H., & Betcke, T. (2018) Stability and Convergence of the Method of Fundamental Solutions for Helmholtz Problems on Analytic Domains. *Journal of Computational Physics*. **227**, 14, 7003–7026.
2. Chen, W., & Tanaka, M. (2000) New Insights in Boundary-Only and Domain-Type RBF Methods. *International Journal Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*. **1**, 145–152.
3. Belytschko, T., Lu, Y. Y., & Gu, L. (1994) Element-Free Galerkin Methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. **37**, 229–256.
4. Belytschko, T., Rongauz Y., & Organ, D. (1996) Meshless Methods: an Overview and Recently Developments. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **139**, 3–47.
5. Belytschko, T., Rongauz. Y., & Doblaw, J. (1998) On the completeness of the meshfree particle methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. **43**, 5, 785–819.
6. Fasshauer, G. E. (2007) Meshfree Approximation Methods with MATLAB. New York: World Scientific Publishing Co., 2007.
7. Kolodyazhnyiy, V. M., & Lisina, O. Yu. (2010) Bessetochnyye metody v zadachakh modelirovaniya fizicheskikh protsessov [Meshless methods in problems of modeling physical processes]. *Journal of Mechanical Engineering*. **13**, 3, 67–74.
8. Kolodyazhnyiy, V. M., & Lisina, O. Yu. (2010) Chislennyye skhemy resheniya kraevykh zadach na osnove bessetochnykh metodov s ispol'zovaniem RBF i ARBF [Numerical schemes for solving boundary value problems on the basis of meshless methods using RBF and ARBF]. *Journal of Mechanical Engineering*. **13**, 4, 49–57.
9. Kolodyazhnyiy, V. M., & Lisin, D. A. (2013) Bessetochnyye metody resheniya nestatsionarnykh zadach teploprovodnosti s ispol'zovaniem atomarnykh radial'nykh bazisnykh funktsiy [Meshless methods for solving non-stationary heat conduction

- problems using atomic radial basis functions]. *Cybernetics and Systems Analysis*. **49**, 3, 124–131.
10. Lisin D. A., & Lisina O. Yu. (2010) Formirovanie protsedury resheniya kraevoy zadachi teploprovodnosti po bessetochnoy skheme na osnove atomarnykh radial'nykh bazisnykh funktsiy v kombinatsii metodov fundamental'nykh resheniy i dvoynogo zameshcheniya [Formation of the procedure for solving the boundary value problem of thermal conductivity using a meshless scheme based on atomic radial basis functions in a combination of fundamental solution method and dual reciprocity method]. *Proceedings of the Kraevye zadachi i matematicheskoe modelirovanie [Boundary value problems and mathematical modeling]* (Novokuznetsk, 2010, November, 26). Vol. 2. Novokuznetsk, 2010, pp. 17–22.

УДК 534.1:539.3

Н.В. СМЕТАНКІНА, С.В. УГРИМОВ

Інститут проблем машинобудування ім. А.М Підгорного НАН України

АНАЛІЗ МІЦНОСТІ БАГАТОШАРОВОГО ОСКЛІННЯ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ ПРИ ВИСОКОШВИДКІСНОМУ УДАРНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Робота присвячена дослідженню відгуку багатошарового скла на швидкісний удар осесиметричним твердим тілом. Метою роботи є створення розрахункової методики для оцінки міцності авіаційного скла при взаємодії із ударником, що імітує кулю. Розглянуто основні відмінності у пробиванні крихкого і пластичного матеріалу. Оцінка ударостійкості оскління проводиться на основі аналізу глибини проникання ударника в пакет та процесу поширення хвиль деформацій у склі. Для оцінки глибини проникнення використовується емпірична залежність для обчислення напружень на поверхні контакту ударника із перешкодою, а для аналізу розповсюдження хвиль – тривимірні рівняння із врахуванням затухання за моделлю Кельвіна-Фойхта. Проведено тестовий розрахунок кількох композицій оскління. Запропонована методика може бути корисна при оцінці міцності оскління літальних апаратів та спеціальної військової техніки.

Ключові слова: багатошарове оскління, напружено-деформований стан, ударостійкість, розповсюдження хвиль, пробивання.

Н.В. СМЕТАНКИНА, С.В. УГРИМОВ

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины

АНАЛИЗ ПРОЧНОСТИ МНОГОСЛОЙНОГО ОСТЕКЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОМ УДАРНОМ НАГРУЖЕНИИ

Работа посвящена исследованию отклика многослойного стекла на высокоскоростной удар осесимметричным твердым телом. Целью работы являются создание расчетной методики для оценки прочности авиационного остекления при взаимодействии с ударником, имитирующем пулю. Рассмотрены основные отличия в пробивании хрупких и пластических материалов. Оценка ударостойкости остекления проводится на основе анализа глубины проникания ударника в пакет и процесса распространения волн деформаций в стекле. Для оценки глубины проникания используется эмпирическая зависимость для вычисления напряжений на поверхности контакта ударника с препятствием, а для анализа распространения волн – трехмерные уравнения с учетом затухания по модели Кельвина-Фойхта. Проведен тестовый расчет нескольких композиций остекления. Предложенная методика может быть полезная при оценке прочности остекления летательных аппаратов и специальной военной техники.

Ключевые слова: многослойное остекление, напряженно-деформированное состояние, ударостойкость, распространение волн, пробивание.

N.V. SMETANKINA, S.V. UGRIMOV

A. Pidgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of NAS of Ukraine

ANALYSIS OF STRENGTH OF MULTILAYER GLAZING OF AIRCRAFT AT HIGH-SPEED IMPACT LOADING

The article is devoted to the investigation of the response of a multilayer glass to speed impact by an axisymmetric solid. The glazing of the aircraft has a multilayer structure, the carrier layers of which are made of silicate and organic glass, polycarbonate, which are joined together by bond layers. Such structure allows to provide a smaller structure weight with account all requirements to structure strength. The purpose of the work is to create a calculation method for assessing strength of the multilayer aviation glass when interacting with the impactor simulating a ball. The method includes an algorithm for determining dynamics of the impactor penetration into a multilayer glass. The differences in the breaking of fragile and plastic material are analyzed. When impact by a thin-walled homogeneous structure, which is made of brittle material, as a result of the interaction of the straight and reflected deformation waves, the knocking of the so-called Hertz cone is observed. When punching a multilayer glass, the impactor knocks out these cones from the glass and pushes them in front of it. As a result, the pressure on the next layer until the destruction of the cone acts on a larger area, and the speed of the impactor decreases due to the involvement in the movement of additional weight from the knocked cone. The evaluation of bulletproof of multilayer glass is based on the analysis of penetration depth of the ball into the package and propagation process of deformation waves in a glass. To estimate the penetration depth of a impactor into a glass, an empirical relationship is used to calculate stresses on the contact surface of the impactor with an target, and to analyze wave propagation we use three-dimensional equations with allowance for attenuation according to the Kelvin-Voigt model. The empirical dependence reflects the known determination of the value of media resistance as the sum of strength and inertial components. This addition is complemented by a mechanism that describes the process of sequentially knocking out the Hertz cones and their involvement in motion. The test calculation of several compositions was made, which confirmed the approach efficiency. The proposed method can be applied to the calculation of bullet resistance of glazing of military and special vehicles.

Keywords: multilayer glazing, stress-strained state, impact resistance, wave propagation, punching.

Постановка проблеми

Оскління літального апарата має багат шарову структуру, силові шари якого виготовляються із силікатного та органічного скла, полікарбонату, які з'єднуються між собою клейовими шарами. Така структура дозволяє забезпечити меншу вагу усієї конструкції, що є надзвичайно важливим для авіаційної техніки. У пакеті застосовуються зміцнені силікатні стекла (за допомогою хімічного травлення, іонного зміцнення, термічно зміцнені), міцність яких у разі відрізняється від відповідних характеристик звичайного скла. Механізм зміцнення при іонній й термічній обробці базується на створенні початкових стискаючих напружень, при хімічному – на стравлюванні поверхневого дефектного шару скла. При цьому змінюється й характер руйнування (розтріскування) стекол.

До оскління кабін цивільних літальних апаратів висувається цілий комплекс вимог щодо їх міцності. До оскління військових і військово-транспортних літальних апаратів додаються спеціальні вимоги щодо їх кулестійкості, а також до стійкості при ударі уламками й іншими вражаючими елементами. Кулестійкість авіаційного оскління

забезпечується за рахунок збільшення його товщини та встановленні скла під значними кутами атаки. Таким чином, в Україні існує нагальна потреба в розробці та виробництві високоєфективних прозорих броньованих стекол для військової авіаційної техніки з підвищеними характеристиками їх ударостійкості.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Існують досить ефективні, як аналітичні так і чисельні методи для розрахунку міцності стекол при імпульсних навантаженнях [1–3]. Але задачі теоретичної оцінки ударо- та кулестійкості оскління є досить важкими для теоретичного дослідження. Це пов'язано з відомими математичними труднощами описання процесу пробивання крихкого багат шарового скла, зі складністю оцінки частини енергії, що вивільняється при розтріскуванні скла та ін.

Внаслідок фізичної та математичної складності описання високошвидкісного процесу проникання кулі в багат шарове середовище, на який впливають характеристики кулі та параметри пакету, точні аналітичні розв'язки цієї задачі відсутні. Саме тому, в практиці проектування світлопрозорих конструкцій істотне місце займають спрощені інженерні методи та широко використовуються натурні випробування зразків.

Дослідження, які присвячені питанням пробивання матеріалів проводили В. М. Аптуков [4, 5], В. Г. Баженов [6], М. В. Банічук [7], Ю. К. Бивин [8], В. А. Велданов [9], А. Я. Сагомоян [10], G. Ben-Dor, T. Elperin, A. Dubinsky [11, 12], W. Hu, Wang J. Yu, C. Yen, F. Bobaru [13], F. Ragnedda, M. Serra [14] та ін. Але вони стосуються передусім однорідних не світлопрозорих матеріалів і, як правило, мають експериментальний характер. Одним із найбільш розроблених напрямків є дослідження проникання металевих ударників у ґрунти, коли ударник можна вважати недеформованим [9, 10]. Динаміка проникання недеформованого ударника в перешкоду залежить від розподілу нормальних та зсувних напружень на поверхні контакту ударника з мішенню, який визначає силовий вплив на нього в процесі проникнення. При розрахунку проникання ударника у перешкоду використовуються різні методи. У найпростіших інженерних методах розрахунку контактні напруження визначаються за допомогою емпіричної залежності від швидкості кулі, зазвичай використовується поліном другого порядку, коефіцієнти якого характеризують динамічні властивості даної перешкоди та визначаються експериментально [9, 10]. У розрахункових методиках більш високого рівня силовий вплив на ударник одержується на основі чисельного моделювання з позицій механіки суцільних середовищ [9].

Мета дослідження

Метою роботи є створення чисельної методики для оцінки кулестійкості багат шарового авіаційного скла. Вона є продовженням циклу робіт, які пов'язані з розрахунком міцності оскління транспортних засобів при впливі різних експлуатаційних факторів [1–3, 15, 16].

Викладення основного матеріалу дослідження

Методика розрахунку. Прозора авіаційна броня повинна не допускати наскрізного пробивання кулями певного виду зброї та типу кулі. Вимоги до кулестійкості скла визначаються технічними вимогами до виробу. Загальні вимоги до характеристик кулетривкості та методів випробувань скла встановлює ДСТУ 4546:2006 [17]. Кулетривке скління, яке призначене протистояти певним рівням атаки, класифікується від BR1 до BR7 (від СК1 до СК6) у залежності від виду зброї, її калібру та типу кулі. Стекло вважається відповідним даному класу, якщо після трьох пострілів у вершини рівностороннього трикутника зі сторонами 120 мм не спостерігається прострілу скла кулею або її частками, а також немає прострілу фольги-свідка осколками скла з тильного боку його поверхні. Слід зазначити, що остання вимога

висувається до безосколкового скла, яке і використовується при осклінні літальних апаратів. При ударі по багатошаровому склу твердим тілом, яке має значну кінетичну енергію, навіть при відсутності наскрізного пробивання, іноді спостерігається вибивання пробки (відкол) з тильної сторони скла. Це викликано тим, що при ударі у склі виникають хвилі деформацій, які при проходженні кожної поверхні контакту шарів частково відбиваються назад, а частково переходять далі. При цьому з тильної сторони скла практично вся хвиля відбивається назад від вільної поверхні, що може привести при накладанні прямих і відбитих хвиль до відколу з тильної сторони. Слід зазначити, що при відображенні хвилі від поверхні контакту виникають поздовжні й зсувні хвилі, а їх швидкість уздовж границі середовищ, згідно закону Снелліуса, є сталою величиною.

Для забезпечення високої міцності й живучості прозора броня повинна мати здатність ефективно деформувати або руйнувати ударник (особливо це важливо на початку удару); високий опір пробиванню; здатність поглинати енергію без утворення великої кількості тріщин (наявність яких буде позначатися при наступних ударах). Реалізувати ці вимоги досить складно, оскільки скло є крихким матеріалом. Задача полягає в тому, щоб за рахунок вибору товщин силових і сполучних шарів забезпечити необхідну стійкість до пробивання. Скло повинно поглинути енергію кулі із найменшими руйнуваннями. При цьому більша частина енергії витрачається на пробивання й розтріскування шарів, а менша – на згинні коливання. Важлива роль у поглинанні енергії приділяється дисипативному ефекту.

Розглянемо схематично руйнування одношарової структури з крихкого матеріалу. При ударі кулею (бронебійним сердечником) у склі виникає хвиля стиску, яка після відбиття від тильної сторони стає хвилею розвантаження. Досягаючи лицьової сторони, вона, разом із хвилями стиску, призводить до руйнування скла й вибивання з нього так званого конуса Герца. На рис. 1 показано три початкові стадії удару твердим тілом, які передують пробиванню.

У випадку удару по багатошаровій структурі ударник вибиває конус Герца з першого шару й починає штовхати його перед собою. У результаті до моменту руйнування самого конуса тиск від ударника передається на наступний шар по площі істотно більшій, ніж при пробиванні пластичних матеріалів, коли дія тиску в основному обмежена діаметром кулі. Після руйнування конусу починається проникання ударника в уламки скла. Потім він досягає наступного силового шару й картина повторюється. При цьому ударник затуплюється, а її кінетична енергія зменшується.

Таким чином, при пробиванні багатошарового скла ударник послідовно вибиває конуси Герца й штовхає їх перед собою. У результаті тиск на наступний шар до моменту руйнування конуса діє по більшій площадці, а швидкість ударника падає через так званий ефект «приєднаної маси» від залученого в рух вибитого конусу.

В якості лицьової поверхні будь-якого шаруватого бронезахисту, зазвичай, використовуються шари з високою динамічною твердістю для більш ефективного деформування ударника на початку процесу удару. Динамічна твердість скла

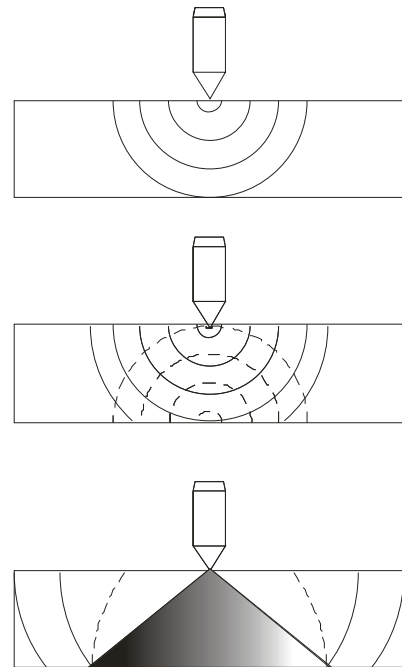


Рис. 1. Спрощена схема вибивання конусу Герца.

змінюється в невеликих межах і залежить від наявних домішок у склі. Використання в пакеті нових матеріалів, таких як Alon і сапфір [18], на даний момент є обмеженим через відносно високу їхню вартість і неможливість отримання молірованих (скривлених) стекол.

При оцінці кулестійкості прозорої броні необхідно враховувати два основних фактори, які ведуть до руйнування скла. Перший – це глибина безпосереднього проникнення кулі в пакет, а другий – поширення ударної хвилі у поперечному напрямку.

При ударі в шарах скла виникають хвилі деформацій, які розповсюджуються у склі зі швидкістю в рази вищою, а в клейових шарах – значно меншою, ніж швидкість кулі. Швидкість розповсюдження поздовжніх хвиль у склі при сталій густині складає біля 5000 м/с. При розповсюдженні хвиль у поперечному напрямку в багат шаровому склі спостерігається багатократне відбиття хвиль від кожної границі між шарами та зовнішніх поверхонь, спостерігається інтерференція хвиль. При цьому їх енергія згасає внаслідок внутрішнього тертя у матеріалі.

Аналіз робіт інших авторів [9, 10] показує, що опис процесу динамічного проникання твердого осесиметричного тіла у скло може ґрунтуватися на емпіричній залежності:

$$\sigma_n = H_d + k\rho V^2,$$

де σ_n – питома сила опору прониканню, H_d – динамічна твердість матеріалу середовища, k – коефіцієнт форми головної частини ударника, ρ – густина перешкоди, V – поточна швидкість.

Ця залежність відображає відому трактовку опору середовища як суму міцнісної та інерційної складових. Іноді у ній враховують і в'язкість матеріалу. Кожна із складових може мати головне значення при визначених швидкостях. Напруження зсуву на контактній поверхні проводиться на основі закону сухого тертя:

$$\tau = \mu\sigma_n,$$

де μ – коефіцієнт поверхневого тертя ударника об середовище.

Таким чином, на елементарній площадці бічної поверхні конуса dS діє сила опору:

$$dP = (\sigma_n \sin \alpha + \tau \cos \alpha) dS,$$

де α – половина кута розтвору конуса.

Починаючи з моменту проникання й до повної зупинки, на ударник діє сила опору, яка направлена протилежно вектору швидкості й дорівнює інтегралу по бічній поверхні зануреної частини ударника від проекції напружень на вісь ударника. Цю силу опору можна обчислити за співвідношенням:

$$P(z) = -2\pi(1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha) \operatorname{tg}^2 \alpha \int_0^z (z - \xi) (H_d(\xi) + k\rho(\xi) V^2(z)) d\xi,$$

де z – поточна глибина проникнення, ξ – координата, відлічувана від лицьової поверхні скла.

У результаті можна скласти рівняння руху ударника:

$$\frac{dV}{dt} = V \frac{dV}{dz} = -\frac{2\pi}{M} (1 + \mu \operatorname{ctg} \alpha) \operatorname{tg}^2 \alpha \int_0^z (z - \xi) (H_d(\xi) + k\rho(\xi)V^2(z)) d\xi.$$

Ця емпірична модель доповнюється механізмом, що описує процес послідовного вибивання конусів і залучення їх у рух.

У результаті розв’язання отриманого рівняння можна оцінити силу, яка діє на ударник, і глибину його проникання в перешкоду. Знаючи її, можна оцінити деформацій ударника та скорегувати його геометрію під час удару.

Оскільки процес удару супроводжується розповсюдженням хвиль у склі, необхідно паралельно проводити оцінку напружень, які виникають у ньому. Руйнування у склі можуть з’являтися не лише в місці безпосереднього контакту ударника зі склом, а також у внутрішніх шарах. У момент досягнення ударником нового шару він фактично може бути вже розтрісканим, що знижує його ударостійкість.

Для аналізу процесу розповсюдження хвиль й нестационарного напружено-деформованого стану у багатошаровому склі розглядається задача про удар твердим тілом по багатошаровій прямокутній пластині (рис. 2).

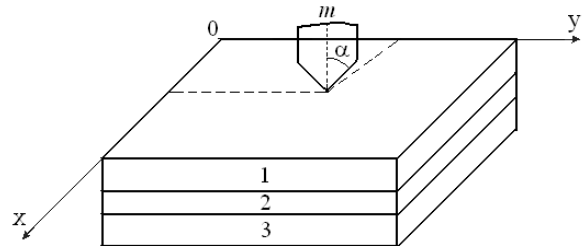


Рис. 2. Модель багатошарового скла.

При зіткненні з перепоною ударник масою M має швидкість V_0 . Для спрощення викладення кулю можна вважати стрижнем скінченної довжини з кінцевою головною частиною. Радіус циліндричної частини R . Кут розвору конуса дорівнює 2α .

Динамічний процес впливу кулі на перешкоду досліджується на основі тривимірної еластодинаміки з урахуванням затухання за моделлю Кельвіна-Фойхта [19], згідно якої деформації можна представити у вигляді:

$$\mathcal{E}_\alpha^i = \left(1 + k_i \frac{\partial}{\partial t}\right) \varepsilon^i, \quad \mathcal{E}_{\beta\nu}^i = \left(1 + k_i \frac{\partial}{\partial t}\right) \gamma_{\beta\nu}^i, \quad \alpha = (x, y, z), \quad \beta, \nu = (x, y, z), \quad \beta \neq \nu,$$

де k_i – коефіцієнт затухання в i -му шарі; $\mathcal{E}_\alpha^i, \mathcal{E}_{\beta\nu}^i$ – деформації в i -му шарі; $\varepsilon^i, \gamma_{\beta\nu}^i$ – деформації Коші:

$$\varepsilon_x^i = u_{,x}^i, \quad \varepsilon_y^i = v_{,y}^i, \quad \varepsilon_z^i = w_{,z}^i, \quad \gamma_{xy}^i = u_{,y}^i + v_{,x}^i, \quad \gamma_{xz}^i = u_{,z}^i + w_{,x}^i, \quad \gamma_{yz}^i = v_{,z}^i + w_{,y}^i.$$

Тут u^i, v^i, w^i – переміщення точки i -го шару у напрямку координатних осей.

У результаті система тривимірних рівнянь, що описує поведінку багатошарової прямокутної пластини при впливі нестационарного навантаження із урахуванням затухання за моделлю Кельвіна-Фойхта, має вигляд:

$$(\lambda_i + \mu_i)(u_{,x}^i + v_{,y}^i + w_{,z}^i)_{,x} + \mu_i(u_{,xx}^i + u_{,yy}^i + u_{,zz}^i) + k_i(\lambda_i + \mu_i)(u_{,x}^i + v_{,y}^i + w_{,z}^i)_{,xt} + k_i\mu_i(u_{,xx}^i + u_{,yy}^i + u_{,zz}^i)_{,t} - \rho_i u_{,tt}^i = P_x^i,$$

$$\begin{aligned}
 &(\lambda_i + \mu_i)(u_{,x}^i + v_{,y}^i + w_{,z}^i)_{,y} + \mu_i(v_{,xx}^i + v_{,yy}^i + v_{,zz}^i) + k_i(\lambda_i + \mu_i)(u_{,x}^i + v_{,y}^i + w_{,z}^i)_{,yt} + \\
 &\quad + k_i\mu_i(v_{,xx}^i + v_{,yy}^i + v_{,zz}^i)_{,t} - \rho_i v_{,tt}^i = P_y^i, \\
 &(\lambda_i + \mu_i)(u_{,x}^i + v_{,y}^i + w_{,z}^i)_{,z} + \mu_i(w_{,xx}^i + w_{,yy}^i + w_{,zz}^i) + k_i(\lambda_i + \mu_i)(u_{,x}^i + v_{,y}^i + w_{,z}^i)_{,zt} + \\
 &\quad + k_i\mu_i(w_{,xx}^i + w_{,yy}^i + w_{,zz}^i)_{,t} - \rho_i w_{,tt}^i = P_z^i, \quad i = \overline{1, I},
 \end{aligned}$$

де λ_i, μ_i – пружні константи Ляме; ρ_i – густина матеріалу i -го шару.

Граничні умови на поверхні першого і останнього шарів:

$$\begin{aligned}
 \tau_{xz}^1 = \tau_{yz}^1 = \sigma_z^1 = 0, \quad \text{при } z = 0, \\
 \tau_{xz}^I = \tau_{yz}^I = \sigma_z^I = 0, \quad \text{при } z = \delta_I.
 \end{aligned}$$

Умови контакту сусідніх шарів:

$$\begin{aligned}
 u^i = u^{i+1}, \quad v^i = v^{i+1}, \quad w^i = w^{i+1}, \\
 \tau_{xz}^i = \tau_{xz}^{i+1}, \quad \tau_{yz}^i = \tau_{yz}^{i+1}, \quad \sigma_z^i = \sigma_z^{i+1}, \quad \text{при } z = \delta_i, \quad i = \overline{1, I-1}.
 \end{aligned}$$

Умови на контурі опирання:

$$\begin{aligned}
 v^i = w^i = \sigma_x^i = 0, \quad \text{при } x = 0, x = A, \\
 u^i = w^i = \sigma_y^i = 0, \quad \text{при } y = 0, y = B.
 \end{aligned}$$

Тут $\sigma_x^i = 2\mu_i \varepsilon_x^i + \lambda_i \Delta^i$, $\sigma_y^i = 2\mu_i \varepsilon_y^i + \lambda_i \Delta^i$, $\sigma_z^i = 2\mu_i \varepsilon_z^i + \lambda_i \Delta^i$, $\tau_{xy}^i = \mu_i \gamma_{xy}^i$,
 $\tau_{xz}^i = \mu_i \gamma_{xz}^i$, $\tau_{yz}^i = \mu_i \gamma_{yz}^i$, $\Delta^i = \varepsilon_x^i + \varepsilon_y^i + \varepsilon_z^i$.

Наведена вище система доповнюється початковими умовами:

$$u^i = v^i = w^i = u_t^i = v_t^i = w_t^i = 0 \quad \text{при } t = 0.$$

Таким чином, поведінка багатошарової прямокутної пластини описується у рамках тривимірної теорії пружності, при цьому затухання враховується за моделлю Кельвіна- Фойхта. Порядок системи залежить від кількості шарів у пластині і становить $3I$.

Слід зазначити, що при моделюванні можна врахувати й проникання ударника в зруйновану частину, аналогічно тому, як це було запропоновано в роботі [20] за допомогою введення відповідного тензора руйнування.

Навантаження від кулі моделюється впливом масових сил \bar{P}^i , які розподілені в об'ємі, що займає конічна частина кулі при прониканні в даний момент часу t .

Коли $z > e$, в об'ємі, розташованому в інтервалі $[0, z - e]$ (циліндрична частина), $\bar{P}^i \equiv 0$ (рис. 3).

В об'ємі, що займає конічна частина кулі, $P_x^i = f_r^i \cdot \cos \varphi$, $P_y^i = f_r^i \cdot \sin \varphi$, $P_z^i = f_z^i$, $i = \overline{1, I}$, де φ – полярний кут.

Радіус перерізу конуса $r(\xi) = R(z - \xi)/e$, при $z - e \leq \xi \leq z$.

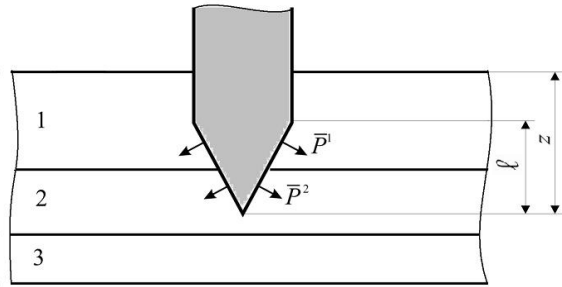


Рис. 3. Навантаження масовими силами \bar{P}^i .

Величини f_r^i, f_z^i визначаються в процесі розв'язання задачі про проникання кулі в багатошарову перешкоду в кожний момент часу t .

Метод розв'язання задачі. Шукані переміщення й зовнішні навантаження розкладаються в ряди по функціях, що задовольняють умовам на контурі опирання:

$$u^i = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{1mn}^i B_{1mn}(x, y), \quad v^i = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{2mn}^i B_{2mn}(x, y), \quad w^i = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_{3mn}^i B_{3mn}(x, y),$$

$$P_x^i = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} P_{1mn}^i \cdot B_{1mn}(x, y), \quad P_y^i = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} P_{2mn}^i \cdot B_{2mn}(x, y), \quad P_z^i = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} P_{3mn}^i \cdot B_{3mn}(x, y).$$

У випадку шарнірного опирання функції B_{imn} мають вигляд [1]:

$$B_{1mn}(x, y) = \cos \frac{m\pi x}{A} \sin \frac{n\pi y}{B}, \quad B_{2mn}(x, y) = \sin \frac{m\pi x}{A} \cos \frac{n\pi y}{B}, \quad B_{3mn}(x, y) = \sin \frac{m\pi x}{A} \sin \frac{n\pi y}{B}.$$

Крім того, похідні за поперечною координатою z замінюються їх скінченно-різницевиими виразами. Для цього використовуються симетричні різниці. В результаті може бути отримана система звичайних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.

Коефіцієнти розвинення зовнішніх навантажень $P_{1mn}^i, P_{2mn}^i, P_{3mn}^i$ при умові шарнірного обпирання скла дорівнюють:

$$P_{1mn}^i = \frac{4}{AB} \int_0^A \int_0^B f_r^i \frac{x - x_0}{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}} \cos \frac{m\pi x}{A} \sin \frac{n\pi y}{B} dx dy =$$

$$= \frac{4\pi^3 R_i^3 m f_r^i}{AB (\rho_{mn}^i)^2} \sin(\alpha x_0) \cdot \sin(\beta y_0) J_2 [J_0(\rho_{mn}^i) H_1(\rho_{mn}^i) - J_1(\rho_{mn}^i) H_0(\rho_{mn}^i)],$$

$$P_{2mn}^i = \frac{4}{AB} \int_0^A \int_0^B f_r^i \frac{y - y_0}{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}} \sin \frac{m\pi x}{A} \cos \frac{n\pi y}{B} dx dy =$$

$$= \frac{4\pi^3 R_i^3 n f_r^i}{AB} \sin(\alpha x_0) \cdot \sin(\beta y_0) [J_0(\rho_{mn}^i) H_1(\rho_{mn}^i) - J_1(\rho_{mn}^i) H_0(\rho_{mn}^i)],$$

$$P_{3mn}^i = \frac{4}{AB} \int_0^A \int_0^B f_z^i \sin \frac{m\pi x}{A} \sin \frac{n\pi y}{B} dx dy = \frac{8\pi R^2 f_z^i}{AB (\rho_{mn}^i)} \sin(\alpha x_0) \cdot \sin(\beta y_0) J_1(\rho_{mn}^i),$$

де $\rho_{mn}^i = R^i \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$; $\alpha = \frac{m\pi}{A}$; $\beta = \frac{n\pi}{B}$; J_1 – функція Бесселя; H_1 – функція Струве.

Чисельне дослідження. Проведено дослідження міцності багатошарового скла при однократному ударі кулею зі сталевим нетермозміцненим осердям масою 3,4 г при швидкості зіткнення 900 м/с, що відповідає вимогам класу кулетривкості BR5 (СКЗ).

Розглянуто декілька багатошарових композицій, які складаються з шарів скла силікатного та заливного клею.

У табл. 1 наведено розглянуті композиції стекол та результати розрахунку глибини проникнення кулі. У композиції товщини вказуються послідовно, починаючи із лицьового шару, без дужок наведено товщини шарів із скла силікатного, а в дужках – товщини клейових шарів. Результати розрахунку дають дещо завищене значення глибини проникнення по відношенню до реальної.

Таблиця 1

Композиції скла та глибина проникнення кулі

Номер композиції	Композиція скла	Товщина скла, мм	Глибина проникнення кулі, мм
1	4(1) 4(1) 4(1) 4(1) 4(1) 4(1) 4(1) 4(1) 4	44	17,5
2	6(1) 6(1) 6(1) 6(1) 6(1) 6(1) 6	48	16,6
3	10(1) 8(1) 8(1) 6(1) 4(1) 4	45	15,8
4	10(1) 8(1) 8(1) 6(1) 6(1) 4	46	15,8

Висновки

Розглянуто задачу аналізу кулестійкості оскління літальних апаратів при ударі кулею. Оцінка кулестійкості багатошарового скла проводиться на основі аналізу глибини проникання кулі в пакет та процесу поширення хвиль деформацій у склі. Пробивання багатошарового скла супроводжується вибиванням конусів Герца У результаті тиск на наступний шар до моменту руйнування конуса діє по більшій площадці, а швидкість ударника зменшується через залучення в рух додаткової ваги від вибитого конусу. Проведено тестовий розрахунок декількох композицій оскління, який довів працездатність розробленого методу.

Запропонована методика може бути застосована до розрахунку кулестійкості оскління військових та спеціальних транспортних засобів.

Роботу виконано у рамках Цільової комплексної програми наукових досліджень НАН України "Проблеми ресурсу і безпеки експлуатації конструкцій, споруд та машин" ("Ресурс-2").

Список використаної літератури

1. Сметанкіна Н.В. Нестационарное деформирование, термоупругость и оптимизация многослойных пластин и цилиндрических оболочек : монография. Харків: Міськдрук, 2011. 376 с.
2. Сметанкіна Н.В., Угрімов С.В. Математичне моделювання відгуку багатошарового скла на вибухове навантаження з урахуванням фази розрідження. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2018. № 3(1). С. 164–170.
3. Родічев Ю.М., Сметанкіна Н.В., Шупіков О.М., Угрімов С.В. Аналіз напружено-деформованого стану багатошарового оскління кабін пілотів літальних апаратів під впливом статичних і динамічних навантажень. *Проблеми міцності*. 2018. № 6. С. 49–56.
4. Аптуков В.Н., Мурзакаев А.В., Фонарев А.В. Прикладная теория внедрения. М.: Наука, 1992. 105 с.

5. Аптуков В.Н., Хасанов А.Р. Оптимизация параметров слоистых пластин при динамическом проникании жесткого индентора с учетом трения и ослабляющего действия свободных поверхностей. *Вестник ПНИПУ. Механика*. 2014. № 2. С. 48–75.
6. Баженов В.Г. и др. Экспериментально-теоретический анализ нестационарных процессов взаимодействия деформируемых ударников с грунтовой средой. *Прикладная механика и техническая физика*. 2001. Т. 42, № 6. С. 190–198.
7. Баничук Н.В., Иванова С.Ю. Оптимизация: контактные задачи и высокоскоростное проникание. М: Физматгиз, 2016. 176 с.
8. Бивин Ю.К., Симонов И.В. Механика динамического проникания в грунтовую среду. *Известия РАН. Механика твердого тела*. 2010. № 6. С. 157–191.
9. Велданов В.А. и др. Расчет проникания недеформируемых ударников в малопрочные преграды с использованием данных пьезоакселерометрии. *Журнал технической физики*. 2011. Т. 81 (7). С. 94–104.
10. Сагомоян А.Я. Проникание. М.: Изд-во Московского ун-та, 1974. 300 с.
11. Ben-Dor G., Dubinsky A., Alperin T. High-speed penetration dynamics: engineering models and methods. World Scientific Publishing Company, 2013. 696 p.
12. Ben-Dor G., Dubinsky A., Alperin T. Applied high-speed plate penetration dynamics. Dordrecht, Netherland: Springer, 2006. 357 p.
13. Hu W., Wang Y., Yu J., Yen C., Bobaru F. Impact damage on a thin glass plate with a thin polycarbonate backing. *International Journal of Impact Engineering*. 2013. № 62. P. 152–165.
14. Ragnedda F., Serra M. Optimum shape of high speed impactor for concrete targets using PSO heuristic. *Engineering*. 2010. Vol. 2(4). P 257–262.
15. Shupikov A.N., Ugrimov S.V., Kolodiazny A.V., Yareschenko V.G. High-order theory of multilayer plates. The impact problem. *International Journal of Solids and Structures*. 1998. Vol. 35, № 25. P. 3391–3404.
16. Shupikov A.N. et al. Bird dummy for investigating the bird-strike resistance of aircraft component. *Journal of Aircraft*. 2013. Vol. 50, № 3. P. 817–826.
17. ДСТУ 4546:2006. Скло в будівництві. Захисне скління. Випробовування та класифікація за кулетривкістю. [Чинний від 2006-09-01]. Київ: Держспоживстандарт України, 2006. 10 с.
18. Притула І.М. та ін. Кулестійкі сапфіро-скляні бронепакети для військової техніки. *Актуальні питання забезпечення службово-бойової діяльності військових формувань та правоохоронних органів: зб. тез. доп. наук.-практ. конф.*(Харків, 26 жовтня 2017 р.). Харків: Національна академія Національної гвардії України, 2017. С. 126–127.
19. Василенко Н. В. Теория колебаний. Киев: Вища школа, 1992. 430 с.
20. Sun X., Khaleel M.A. Modeling of glass fracture damage using continuum damage mechanics – static spherical indentation. *International Journal of Damage Mechanics*. 2004. Vol. 13(3). P. 263–285.

References

1. Smetankina, N. V. (2011) Nestatsionarnoe deformirovanie, termouprugost i optimizatsiya mnogoslownyih plastin i tsilindricheskikh obolochek : monografiya. Harkiv: Miskdruk. (in Russian).
2. Smetankina, N. V., & Ugrimov, S. V. (2018) Matematychni modeliuvannia vidhuku bahatosharovo-ho skla na vybukhove navantazhennia z urakhuvanniam fazy rozridzhennia. *Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*. **3**, 1, 164–170. (in Ukrainian).

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-9>

3. Rodichev, Yu. M., Smetankina, N. V., Shupikov, O. M., & Ugrimov S. V. (2018) Analiz napruzhenno-deformovanoho stanu bahatosharovoho osklinnia kabin pilotiv litalnykh aparativ pid vplyvom statychnykh i dynamichnykh navantazhen. *Problemy mitsnosti*. **6**, 49–56. (in Ukrainian).
4. Aptukov, V. N., Murzakaev, A. V., & Fonarev, A. V. (1992) *Prikladnaya teoriya vnedreniya*. M.: Nauka. (in Russian).
5. Aptukov, V. N., & Hasanov, A. P. (2014) Optimizatsiya parametrov sloistyih plastin pri dinamicheskom pronikanii zhestkogo indentora s uchetom treniya i oslablyayushego deystviya svobodnyih poverhnostey. *Vestnik PNIPU. Mehanika*. **2**, 48–75. (in Russian).
6. Bazhenov, V. G. i dr. (2001) Eksperimentalno-teoreticheskiy analiz nestatsionarnykh protsessov vzaimodey-stviya deformiruemykh udarnikov s gruntovoy sredoy. *Prikladnaya mehanika i tehniceskaya fizika*. **42**, 6, 190–198. (in Russian).
7. Banichuk, N. V., & Ivanova, S. Yu. (2016) Optimizatsiya: kontaktnyie zadachi i vyisokoskorostnoe pronikanie. M: Fizmatgiz. (in Russian).
8. Bivin, Yu. K., & Simonov, I. V. (2010) Mehanika dinamicheskogo pronikaniya v gruntovuyu sredu. *Izvestiya RAN. Mehanika tverdogo tela*. **6**, 157–191. (in Russian).
9. Veldanov, V.A. i dr. (2011) Raschet pronikaniya nedeformiruemykh udarnikov v maloprochnyie pregradyi s ipol-zovaniem dannykh pezoakselerometrii. *Zhurnal tehniceskoy fiziki*. **81**, 7, 94–104. (in Russian).
10. Sagomonyan, A. Ya. (1974) *Pronikanie*. M.: Izd-vo Moskovskogo un-ta. (in Russian).
11. Ben-Dor, G., Dubinsky, A., & Alperin, T. (2013) *High-Speed Penetration Dynamics: Engineering Models and Methods*. World Scientific Publishing Company.
12. Ben-Dor, G., Dubinsky, A., & Alperin, T. (2006) *Applied high-speed plate penetration dynamics*. Dordrecht, Netherland: Springer.
13. Hu, W., Wang, Y., Yu, J., Yen, C., & Bobaru, F. (2013) Impact damage on a thin glass plate with a thin polycarbonate backing. *International Journal of Impact Engineering*. **62**, 152–165.
14. Ragnedda, F., & Serra, M. (2010) Optimum shape of high speed impactor for concrete targets using PSO heuristic. *Engineering*. **2**, 4, 257–262.
15. Shupikov, A. N., Ugrimov, S. V., Kolodiazhny, A. V., & Yareschenko, V. G. (1998) High-order theory of multilayer plates. The impact problem. *International Journal of Solids and Structures*. **35**, 25, 3391–3404.
16. Shupikov, A.N. et al. (2013) Bird dummy for investigating the bird-strike resistance of aircraft component. *Journal of Aircraft*. **50**, 3, 817–826.
17. DSTU 4546:2006. Sklo v budivnytstvi. Zakhysne sklinnia. Vyprobuvuvannia ta klasyfikatsiia za kuletryvkistiu [Glass in building. Security glazing. Testing and classification of resistance against bullet attack]. [2006-09-01]. Kyiv: Derzhspozhyvstandart Ukraine, 2006. 10 p. (in Ukrainian).
18. Prytula, I. M. ta in. (2017) Kulestiiki sapfiro-skliani bronepakety dlia viiskovoi tekhniky. *Aktualni pytannia zabezpechennia sluzhbovo-boiovoi diialnosti viiskovykh formuvan ta pravookhoronnykh orhaniv*: proceeding of scientific-practical conference. (Kharkiv, 2017, October, 26). Kharkiv: National Academy of the National Guard of Ukraine, pp. 126–127. (in Ukrainian).
19. Vasilenko, N. V. (1992) *Teoriya kolebaniy*. Kiev: Vischa shkola. (in Russian).
20. Sun, X., & Khaleel, M. A. (2004) Modeling of glass fracture damage using continuum damage mechanics – static spherical indentation. *International Journal of Damage Mechanics*. **13**, 3, 263–285.

УДК 519.6

Е.А. СТРЕЛЬНИКОВА, Д.В. КРЮТЧЕНКО, Ю.В. НАУМЕНКО, О.А. УСАТОВА
Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ КОЛЕБАНИЙ ЖИДКОСТИ В ЖЕСТКИХ РЕЗЕРВУАРАХ ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ

Изучены параметрические колебания оболочек вращения, частично заполненных жидкостью и подверженных действию вертикальной возмущающей силы. Предполагается, что жидкость в оболочке идеальная, несжимаемая, а ее движение, вызванное приложенной нагрузкой, является безвихревым. В этих условиях существует потенциал скоростей жидкости, удовлетворяющий уравнению Лапласа. На смоченной поверхности оболочки вращения должны быть выполнены условия непротекания, а на свободной поверхности требуется выполнение кинематического и динамического краевых условий. Сформулирована и решена спектральная краевая задача о свободных колебаниях жидкости в оболочке вращения. Решение этой задачи осуществлено методом граничных элементов. Задача о колебаниях жидкости в оболочке под действием вертикальной возмущающей силы сведена к решению системы дифференциальных уравнений Матье. Оценка устойчивости движения осуществляется с использованием диаграммы Айнса-Сретта.

Ключевые слова: параметрические колебания, оболочки вращения, идеальная несжимаемая жидкость, метод граничных элементов, диаграмма Айнса-Сретта.

О.О. СТРЕЛЬНИКОВА, Д.В. КРЮТЧЕНКО, Ю.В. НАУМЕНКО, О.О. УСАТОВА
Институт проблем машинобудування ім.А.М.Підгорного НАН України

АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ КОЛИВАНЬ РІДИНИ В ЖОРСТКИХ РЕЗЕРВУАРАХ ПРИ ПАРАМЕТРИЧНОМУ ЗБУДЖЕННІ

Досліджено параметричні коливання оболонок обертання, які частково заповнені рідиною і піддані дії вертикальної сили, що збурює. Вважається, що рідина в оболонці ідеальна, нестислива, а її рух, викликаний прикладеним навантаженням, є безвихровим. У цих умовах існує потенціал швидкостей рідини, що задовольняє рівнянню Лапласа. На змоченій поверхні оболонки обертання виконуються умови непротікання, а на вільній поверхні задаються кінематична і динамічна крайові умови. Сформульовано і розв'язано спектральну крайова задача визначення вільних коливань рідини в оболонці обертання. Розв'язання цієї задачі здійснено методом граничних елементів. Задачу дослідження коливань рідини в оболонці під дією вертикальної сили, що збурює, зведено до розв'язання системи диференціальних рівнянь Матьє. Оцінка стійкості руху здійснюється з використанням діаграми Айнса-Сретта.

Ключові слова: параметричні коливання, оболонки обертання, ідеальна нестислива рідина, метод граничних елементів, діаграма Айнса-Сретта.

E.A. STRELNIKOVA, D.V. KRUTCHENKO, Y. V. NAUMENKO, O.A. USATOVA
A. Podgorny Institute of Mechanical Engineering Problems NAS of Ukraine

Parametric oscillations of the shells of revolution partially filled with a liquid and subjected to perturbing longitudinal forces are investigated. It is assumed that the liquid in the shell is an ideal and incompressible one, and its motion caused by the applied load is irrotational. In these conditions, there exists a velocity potential of the fluid that satisfies the Laplace equation. To determine this potential in the fluid domain it is necessary to formulate

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-10>

the boundary conditions. On the wetted surface of the shell of revolution the non-penetration condition is fulfilled, and the kinematic and dynamic boundary conditions are applied on the free liquid surface. The dynamic boundary condition consists in equality of the liquid pressure on the free surface to atmospheric one. The kinematics boundary condition requires that liquid particles always remain on the free surface if they belong it initially. The spectral boundary value problem of determining the free liquid vibrations is formulated for an arbitrary fluid domain. For shells of revolution the spectral problem of determining the frequencies and modes of the liquid vibrations is reduced to solving the eigenvalue problem formulated for a discrete analogue of the system of singular integral equations. This system contains only one-dimensional integrals. The solution of this problem is carried out by the boundary element method. The effective method for evaluating one-dimensional singular integrals is developed. This approach is based on using the characteristic property of the arithmetic-geometric mean. Study of the liquid vibrations in the shell under the perturbing vertical force is reduced to the solution of the system of uncoupled Mathieu differential equations. The assessment of the motion stability is carried out using the Ince-Strutt diagram. A method is proposed that allows us to estimate the stability of parametric oscillations of the shell of revolution, partially filled with the liquid, and under the action of the periodic vertical driving force. To assess the stability of motion, it is necessary to know the spectrum of the natural frequencies of the liquid vibrations in the shell, the amplitude and frequency of the driving force.

Keywords: parametric oscillations, shells of revolution, ideal incompressible liquid, boundary element method, Ince-Strutt diagram.

Постановка проблемы

Проблема колебаний конструкций с отсеками, содержащими жидкость, находится в центре внимания исследователей в течение нескольких последних десятилетий. Численные методы изучения движения жидкости со свободной поверхностью находят широкое применение во многих инженерных приложениях. Если баки заполнены полностью, свободная поверхность не может испытывать сильных осцилляций. Это соответствует началу полета ракетносителя. Однако, на дальнейших стадиях полета, когда уровень заполнения топливом уменьшается, эффект плескания становится доминирующим. Неоднократно отмечалось, что мощные плескания могут привести к нарушению полетной траектории, как это произошло, например, при запусках ракеты-носителя Фалькон 1 (Falcon 1) в 2006, 2007 и 2008 годах. Одной из наиболее важных и актуальных задач при изучении колебаний жидкости в резервуарах является проблема устойчивости движения, особенно при действии вертикальной возбуждающей силы. В этих условиях ускорении силы тяжести становится переменным, и возникает эффект параметрических колебаний.

Анализ последних публикаций и достижений

Первые работы в области анализа колебаний жидкости в резервуарах появились в начале 60-х годов прошлого века. Одна из них была опубликована в 1969 году [1]. В ней проведен анализ плесканий жидкости в цилиндрических баках при различных уровнях гравитации на основе аналитических методов. Частоты колебаний изучались в зависимости от числа Бонда. Обстоятельный анализ исследований по динамике жидкости в сосудах и резервуарах был дан Р. Ибрагимом в монографии [2]. Несмотря на имеющиеся теоретические достижения, проблема колебаний упругих контейнеров и баков с жидкостью остается в центре внимания многих научных школ. Феномен плесканий может быть описан как движение свободной поверхности жидкости, содержащейся в резервуаре, под действием внезапно приложенной нагрузки. Н. Olsen

привел в [3] классификацию колебаний свободной поверхности жидкости в резервуарах, выделив три основные формы плесканий: горизонтальные плескания, вертикальные плескания и вращательные плескания. Плескание – это феномен, который обнаруживается в широком диапазоне промышленных приложений: в контейнерах для хранения сжиженного газа, топливных баках ракетополетителей, в резервуарах грузовых танкеров. В грузовых танкерах проблема плесканий стоит особенно остро: даже малые движения контейнера могут привести к значительным плесканиям, что требует изучения устойчивости. Ряд исследований, посвященных проблемам плесканий жидкости в резервуарах, нашел свое отражение в обстоятельных обзорах [2,4]. Faltinsen в [5] изучал кратковременные нагрузки на резервуары с жидкостью и описал пять различных фаз движения жидкости с разными амплитудами. В [6] проведен численный эксперимент для плоского прямоугольного резервуара с жесткими стенками при действии горизонтального и вертикального ускорения. В этой работе рассматривалась невязкая несжимаемая жидкость, учитывался нелинейный характер движения. Здесь также показано, что основная частота колебаний существенно зависит от ширины резервуара и уровня заполнения. Эффекты вязкости исследовались в [7]. В этой работе доказано, что вязкость проявляется при малых амплитудах и высоком уровне заполнения. Однако, в [8] установлено, что эффектами вязкости можно пренебречь при больших амплитудах плескания. Для исследования плесканий жидкости в резервуарах применяются различные методы. Наиболее эффективным является метод граничных элементов [9, 10]. В последнее время эффективно развиваются методы анализа плесканий в нелинейной постановке [11–13].

Цель исследования

Анализ устойчивости колебаний резервуаров с жидкостью при вертикальных возбуждениях.

Изложение основного материала исследования

Спектральная краевая задача

Рассматривается резервуар в виде оболочки вращения, частично заполненный жидкостью и подверженный действию вертикального возбуждающего воздействия, рис. 1. Здесь S_1 – смоченная жидкостью поверхность оболочки, S_0 – свободная поверхность. Предполагается, что жидкость идеальная, несжимаемая, а ее движение, индуцированное колебаниями оболочки и начавшееся из состояния покоя, является безвихревым. В этих условиях существует потенциал скоростей Φ :

$$V_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}; V_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}; V_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z},$$

который удовлетворяет уравнению Лапласа. Предположение о потенциальности потока не нарушает общности, так как предполагается, что движение жидкости начинается из состояния покоя, и по теореме Кельвина остается потенциальным во все последующие моменты движения.

Динамическая составляющая давления жидкости на стенки резервуара определяется по формуле, представляющей собой линеаризированный интеграл Коши-Лагранжа:

$$p - p_0 = -\rho_1 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} + (a_z(t) + g)z + a_x(t)x \right).$$

Здесь g – ускорение свободного падения, $a_x(t)$, $a_z(t)$ – ускорение вынуждающей силы в горизонтальном и вертикальном направлениях. Для определения потенциала скоростей Φ имеем следующую краевую задачу для уравнения Лапласа:

$$\nabla^2 \Phi = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{S_1} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\partial \zeta}{\partial t} \Big|_{S_0}, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial t} + (g + a_z(t))z + a_x(t)x \Big|_{S_0} = 0. \quad (1)$$

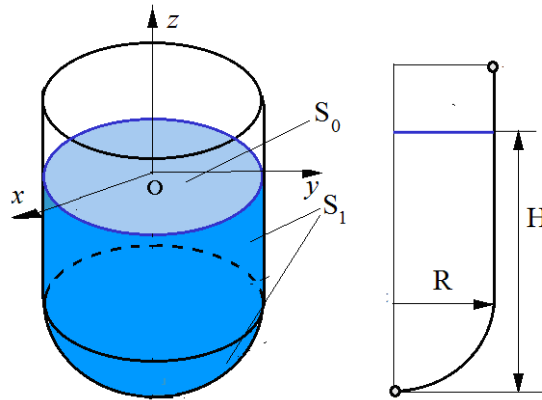


Рис. 1. Оболочка вращения с жидкостью.

Условие разрешимости краевой задачи (1) состоит в следующем:

$$\iint_{S_0} \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} dS_0 = 0. \quad (2)$$

Для определения функции Φ рассмотрим вспомогательную задачу. Пусть функция $\zeta(t, x, y, z)$ описывает положение и форму свободной поверхности. Введем вспомогательную функцию Ψ , которую определим из следующих соотношений:

$$\nabla^2 \Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{S_1} = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\chi^2}{g} \Psi \Big|_{S_0}, \quad \iint_{S_0} \frac{\partial \Psi}{\partial \mathbf{n}} dS_0 = 0. \quad (3)$$

Отметим, что задача (3) представляет собой спектральную краевую задачу для определения частот и форм свободных колебаний жидкости в резервуаре.

Система граничных интегральных уравнений

Основное соотношение для определения функции ψ из уравнений (3) записывается для произвольной области с границами S_0, S_1 в форме [14]:

$$2\pi\psi(P_0) = \iint_S \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|P-P_0|} dS - \iint_S \psi \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|P-P_0|} dS, \quad S = S_0 \cup S_1. \quad (4)$$

Уравнения задачи (3) приобретают вид:

$$2\pi\psi_1 + \iint_{S_1} \psi_1 \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left(\frac{1}{|P-P_0|} \right) dS_1 - \frac{\chi^2}{g} \iint_{S_0} \psi_0 \frac{1}{|P-P_0|} dS_0 + \iint_{S_0} \psi_0 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{|P-P_0|} \right) dS_0 = 0,$$

$$-\iint_{S_1} \psi_1 \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{|P-P_0|} \right) dS_1 - 2\pi\psi_0 + \frac{\chi^2}{g} \iint_{S_0} \psi_0 \frac{1}{|P-P_0|} dS_0 = 0, \quad (5)$$

где $|P - P_0|$ – декартово расстояние между точками P и P_0 . В уравнениях (5) для удобства через ψ_0 обозначены значения потенциала Ψ в узлах свободной поверхности S_0 , и через ψ_1 – его значения в узлах смоченной поверхности S_1 . Далее введены следующие интегральные операторы:

$$\mathbf{A}\psi_1 = 2\pi\mathbf{I}\psi_1 + \iint_{S_1} \psi_1 \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{r(P, P_0)} dS_1, \quad \mathbf{B}\psi_0 = \iint_{S_0} \psi_0 \frac{1}{r} dS_0, \quad \mathbf{C}\psi_0 = \iint_{S_0} \psi_0 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \right) dS_0, \\ \mathbf{D}\psi_1 = -\iint_{S_1} \psi_1 \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|P-P_0|} dS_1, \quad \mathbf{F}\psi_0 = \iint_{S_0} \psi_0 \frac{1}{r} dS_0. \quad (6)$$

С учетом (6) краевая задача (3) принимает вид:

$$\mathbf{A}\psi_1 = \frac{\chi^2}{g} \mathbf{B}\psi_0 - \mathbf{C}\psi_0, \quad P_0 \in S_1, \quad \mathbf{D}\psi_1 = 2\pi\mathbf{I}\psi_0 - \frac{\chi^2}{g} \mathbf{F}\psi_0, \quad P_0 \in S_0. \quad (7)$$

Исключив функцию ψ_1 из уравнений (7), приходим к следующей проблеме собственных значений относительно неизвестных значений ψ_0 на свободной поверхности:

$$(\mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{C} + 2\pi\mathbf{I})\psi_0 - \lambda(\mathbf{D}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{F})\psi_0 = 0, \quad \lambda = \chi^2/g. \quad (8)$$

Решение задачи (8) дает собственные формы и собственные частоты колебаний жидкости в жесткой оболочке. Рассмотрим краевую задачу (8) для произвольной оболочки вращения. В цилиндрической системе координат (r, z, θ) имеем:

$$\Phi = \sum_{\alpha=0}^N \cos \alpha \theta \sum_{k=1}^M d_{\alpha k}(t) \varphi_{\alpha k}(r, z). \quad (9)$$

Здесь α – номер гармоники, индексы αk – номера форм, соответствующих данному α . Таким образом, частоты и формы свободных могут быть рассмотрены отдельно для каждой гармоники α .

Из (1) и (9) получаем следующее представление для функции, характеризующей уровень подъема свободной поверхности:

$$\zeta = \frac{1}{g} \sum_{\alpha=0}^N \cos \alpha \theta \sum_{k=1}^M \chi_{\alpha k}^2 d_{\alpha k}(t) \varphi_{\alpha k}(r, 0). \quad (10)$$

Сведем интегралы в (6) к одномерным, следуя [15]. Получим для каждой гармоники α :

$$\begin{aligned} \iint_{S_1} \Psi_1 \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left(\frac{1}{|P-P_0|} \right) dS_1 &= \int_r \Psi_1(z) \Theta(z, z_0) r(z) d\Gamma, \\ \iint_{S_0} \Psi_0 \frac{1}{|P-P_0|} dS_0 &= \int_0^R \Psi_0(r) \Phi(P, P_0) r dr, \\ \Theta(z, z_0) &= \frac{4}{\sqrt{a+b}} \left\{ \frac{1}{2r} \left[\frac{r^2 - r_0^2 + (z_0 - z)^2}{a-b} E_\alpha(k) - F_\alpha(k) \right] n_r + \frac{z_0 - z}{a-b} E_\alpha(k) n_z \right\}, \\ \Phi(P, P_0) &= \frac{4}{\sqrt{a+b}} F_\alpha(k), \quad E_\alpha(k) = (-1)^\alpha (1 - 16\alpha^2) \int_0^{\pi/2} \cos 2\alpha\psi \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi} d\psi, \\ F_\alpha(k) &= (-1)^\alpha \int_0^{\pi/2} \frac{\cos 2\alpha\psi d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi}}, \quad a = r^2 + r_0^2 + (z - z_0)^2, \quad b = 2rr_0, \quad k^2 = \frac{2b}{a+b}. \end{aligned} \quad (11)$$

Вычисление одномерных сингулярных интегралов в (11) осуществлено с использованием подходов, предложенных в [15, 16].

Подставим уравнения (9), (10) для Φ и ζ в граничное динамическое условие на свободной поверхности $z = \zeta(t, x, y)$. Поскольку в цилиндрической системе координат $x = \rho \cos \theta$, получим, ограничиваясь двумя гармониками:

$$\sum_{n=0}^1 \cos \alpha \theta \sum_{k=1}^M \left[\ddot{d}_{\alpha k}(t) + \chi_{\alpha k}^2 \left(1 + \frac{a_z(t)}{g} \right) d_{\alpha k}(t) \right] \varphi_{\alpha k}(r, z) + r \cos \theta a_x(t) = 0, \quad z = \zeta. \quad (12)$$

Выполнив скалярное умножение равенства (12) на $\varphi_{\alpha l}(\alpha = 0, 1; l = \overline{1, M})$ и используя условие ортогональности собственных форм [17], получим несвязанную систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\ddot{d}_{1k} + \chi_{1k}^2 d_{1k} + a_x(t) F_{1k} = 0, \quad \ddot{d}_{0k} + \chi_{0k}^2 \left(1 + \frac{a_z(t)}{g} \right) d_{0k} = 0, \quad F_{1k} = \frac{(r, \varphi_{1k})}{(\varphi_{1k}, \varphi_{1k})}; \quad k = \overline{1, M}. \quad (13)$$

Для однозначного решения системы (13) требуется задание начальных условий.

Цилиндрическая оболочка под действием вынуждающей вертикальной силы

Рассмотрим цилиндрическую оболочку радиуса $R=1$ м, заполненную жидкостью до высоты $H=1$ м и находящуюся под действием вертикальной гармонической нагрузки $a_z(t) = -a_2 \cos \omega t$. Система уравнений (13) приобретает вид несвязанных уравнений Матъе:

$$\ddot{d}_{0k} + \chi_{0k}^2 \left(1 - \frac{a_2 \cos \omega t}{g} \right) d_{0k} = 0, \quad k = \overline{1, M}. \quad (14)$$

Рассматривались параметрические колебания жидкости в цилиндрической оболочке при различных значениях частоты ω . На рис. 2а ($\omega=3$ Гц) и 2б ($\omega=12.24$ Гц) показаны графики изменения уровня свободной поверхности в точке $\rho=0, z=\zeta$ при следующих начальных условиях:

$$\dot{d}_{01}(0) = 0.05, \dot{d}_{0k}(0) = 0.0, k = \overline{2, M}, d_{0k}(0) = 0, k = \overline{1, M}.$$

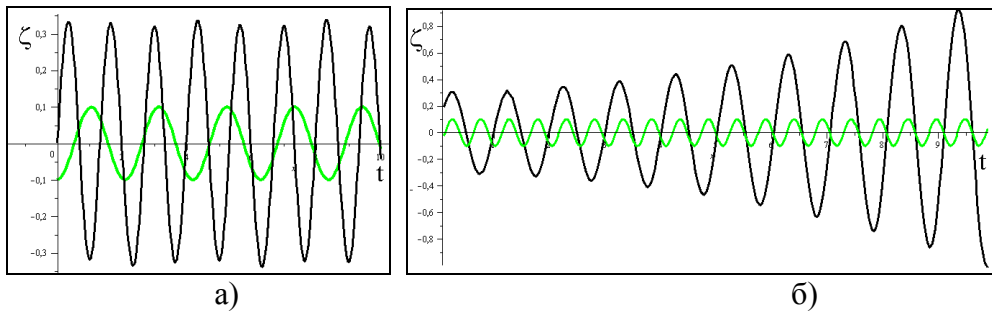


Рис. 2. Изменение уровня подъема свободной поверхности, $a_2 = 1$.

Здесь зелеными линиями показаны графики изменения вынуждающей нагрузки, черными – уровня подъема свободной поверхности. Заметим, что частота $\chi = 6.125$ Гц является нижней частотой осесимметричных колебаний. Если частота вынуждающей силы приблизительно вдвое больше нижней частоты, происходят параметрические колебания с возрастающей амплитудой, т.е. теряется устойчивость движения. Для уточненной оценки областей устойчивости используем диаграмму Айнса-Стретта в форме, предложенной в [18]. Для этого преобразуем уравнения (14) к виду:

$$\frac{d^2 u}{d\tau^2} + \kappa(1 - \mu \cos \tau)u = 0, \quad \tau = \omega t, \quad \kappa = \frac{\chi k^2}{\omega^2}, \quad \mu = \frac{a_2}{g}, \quad u = d_{0k}, \quad k = \overline{1, M}. \quad (15)$$

Диаграмма Айнса-Стретта показана на рис. 3.

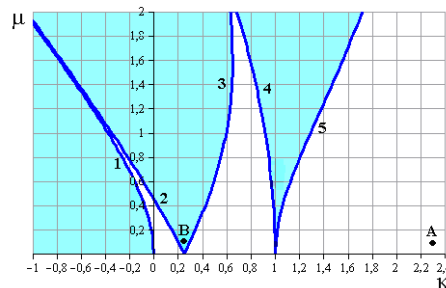


Рис. 3 Диаграмма Айнса –Стретта.

Здесь кривые (1)–(5) построены с помощью соотношений:

$$\mu_1(\kappa) = 2\sqrt{\kappa(\kappa-1)(\kappa-4)/(3\kappa-8)}, \quad \kappa < 0,$$

$$\mu_2(\kappa) = \frac{1}{4}\sqrt{(9-4\kappa)(13-29\kappa)} - (9-4\kappa), \quad 0 < \kappa < 1/4,$$

$$\mu_3(\kappa) = \frac{1}{4}\left(9-4\kappa \mp \sqrt{(9-4\kappa)(13-29\kappa)}\right), \quad 1/4 < \kappa < 13/20,$$

$$\mu_4(\kappa) = \sqrt{2(\kappa-1)(\kappa-4)(\kappa-9)/(\kappa-5)}, \quad 13/20 < \kappa < 1,$$

$$\mu_5(\kappa) = 2\sqrt{\kappa(\kappa-1)(\kappa-4)/(3\kappa-8)}, \quad \kappa > 1.$$

Эти кривые делят плоскость (κ , μ) на области, соответствующие устойчивым и неустойчивым (затененные) колебаниям жидкости в рассмотренном резервуаре.

Результатам, приведенным на рис. 2, соответствуют точки A , и B с координатами: $A(2.34; 0.102)$; $B(0.25; 0.102)$. По данной диаграмме можно оценить устойчивость вертикальных колебаний при известных частотах вынуждающей силы, частотах свободных колебаний и амплитуде вынуждающей силы.

Выводы

Предложен метод, позволяющий оценить устойчивость параметрических колебаний оболочки вращения, частично заполненной жидкостью, и находящейся под действием периодической вертикальной вынуждающей силы. Для оценки устойчивости движения необходимо знать спектр собственных частот оболочки, амплитуду и частоту вынуждающей силы. Спектральная задача определения частот и форм произвольной оболочки вращения сведена к решению проблемы собственных значений, сформулированной для дискретного аналога системы сингулярных интегральных уравнений. Решение системы сингулярных интегральных уравнений получено с использованием метода граничных элементов. Задача о колебаниях жидкости в оболочке под действием вертикальной возмущающей силы сведена к решению системы дифференциальных уравнений Матье.

Список использованной литературы

1. Salzman Jack A., William J. Masica. Lateral Sloshing in Cylinders under Low-Gravity Conditions. Washington, D.C.: National Aeronautics and Space Administration, 1969. 33 p.
2. Ibrahim, R. Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications. New York: Cambridge University Press, 2005. 998 p.
3. Olsen H.. What is Sloshing? Seminar on Liquid Sloshing. Hovik: Det Norske Veritas, 1976.
4. Ibrahim R.A., Pilipchuck V.N., Ikeda T. Recent Advances in Liquid Sloshing Dynamics. *Applied Mechanics Reviews*. 2001. Vol. 54, № 2. P. 133–199.
5. Faltinsen O., Rognebakke O., Timokha A. Resonant Three Dimensional Nonlinear Sloshing in a Square-Base Basin. Part 2. Effect of Higher Modes. *Journal of Fluid Mechanics*. 2005. Vol. 523. P. 199–218.
6. Chen B.F, Chiang H.W. Complete 2D and Fully Nonlinear Analysis of Ideal Fluid in Tanks. *Journal of Engineering Mechanics*. 1999. Vol. 125, № 1. P. 70–78.
7. Faltinsen O.M., Rognebakke O.F. Sloshing. Proceedings of the *NAV2000: International Conference on Ship and Ship Research* (Italy, Venice, September 19–22, 2000), Venice, 2000.
8. Bass R.L., Bowles J.E.B., Trundell R.W., Navickas J., Peck J.C, Yoshimura N., Endo S., Pots B.F.M. Modeling Criteria for Scaled LNG Sloshing Experiments. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*. 1985. Vol. 107. P. 272–280.
9. Gnitko V., Degtyariv K., Naumenko V., Strelnikova E. Coupled BEM and FEM Analysis of fluid-structure interaction in dual compartment tanks. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*. 2018. Vol. 6. Issue 6. P. 976–988.
10. Gnitko V., Degtyarev K., Naumenko V., Strelnikova E. Reduced Boundary Element Method for Liquid Sloshing Analysis of Cylindrical and Conical Tanks with Baffles. *International Journal of Electronic Engineering and Computer Sciences*. 2016. Vol. 1. Issue 1. P. 14–27.

11. Lukovsky I.A., Timokha A.N. Multimodal method in sloshing. *Journal of Mathematical Sciences*. 2017. Vol. 220. Issue 3. P. 239-253.
12. Dongya Zhao, Zhiqiang Hu, Gang Chen, Serena Lim, Shuqi Wan. Nonlinear Sloshing in Rectangular Tanks under Forced Excitation. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*. 2018. № 10. P. 545–565.
13. Jiadong Wang, Sai Huen Lo, Ding Zhou, Yun Dong. Nonlinear Sloshing of Liquid in a Rigid Cylindrical Container with a Rigid Annular Baffle under Lateral Excitation. *Shock and Vibration*. 2019. Volume 2019. DOI: 10.1155/2019/5398038.
14. Brebbia, C.A., Telles, J.C.F., Wrobel, L.C. Boundary Element Techniques. Berlin and New York: Springer-Verlag, 1984. 466 p.
15. Strelnikova E., Yeseleva E., Gnitko V., Naumenko V. Free and Forced Vibrations of the Shells of Revolution Interacting with the Liquid. Proceedings of the XXXII Conference Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods. WITPress, Transaction on Modeling and Simulation, 2010. Vol. 50. P. 203–211.
16. Gnitko V., Marchenko U., Naumenko V., Strelnikova E., Forced vibrations of tanks partially filled with the liquid under seismic load. Proceedings of the XXXIII Conference Boundary elements and other mesh reduction methods. WITPress, Transaction on Modeling and Simulation, 2011. Vol. 52. P. 285–296.
17. Faltinsen O.M., Timokha A.N. Sloshing. New York: Cambridge University Press, 2009.
18. Butikov E. Analytical Expressions for Stability Regions in the Ince–Strutt Diagram of Mathieu Equation. *American Journal of Physics*. 2018. Vol. 86. Issue 4. P. 257–267.

References

1. Salzman, Jack A., & William, J. Masica. (1969) Lateral Sloshing in Cylinders under Low-Gravity Conditions. Washington, D.C.: National Aeronautics and Space Administration.
2. Ibrahim, R. (2005) Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications. New York: Cambridge University Press.
3. Olsen, H.. What is Sloshing? Seminar on Liquid Sloshing. (1976) Hovik: Det Norske Veritas.
4. Ibrahim, R.A., Pilipchuck, V.N., & Ikeda, T. (2001) Recent Advances in Liquid Sloshing Dynamics. *Applied Mechanics Reviews*. **54**, 2, 133–199.
5. Faltinsen, O., Rognebakke, O., & Timokha, A. (2005) Resonant Three Dimensional Nonlinear Sloshing in a Square-Base Basin. Part 2. Effect of Higher Modes. *Journal of Fluid Mechanics*. **523**, 199–218.
6. Chen, B.F, & Chiang, H.W. (1999) Complete 2D and Fully Nonlinear Analysis of Ideal Fluid in Tanks. *Journal of Engineering Mechanics*. **125**, 1, 70–78.
7. Faltinsen, O.M., & Rognebakke, O.F. Sloshing. (2000) Proceedings of the NAV2000: International Conference on Ship and Ship Research (Italy, Venice, September 19–22, 2000), Venice.
8. Bass, R.L., Bowles, J.E.B., Trundell, R.W., Navickas, J., Peck, J.C, Yoshimura, N., Endo, S., & Pots, B.F.M. (1985) Modeling Criteria for Scaled LNG Sloshing Experiments. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*. **107**, 272–280.
9. Gnitko, V., Degtyariov, K., Naumenko, V., & Strelnikova, E. (2018) Coupled BEM and FEM Analysis of fluid-structure interaction in dual compartment tanks. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*. **6**, 6, 976–988.

10. Gnitko, V., Degtyarev, K., Naumenko, V., & Strelnikova, E. (2016) Reduced Boundary Element Method for Liquid Sloshing Analysis of Cylindrical and Conical Tanks with Baffles. *International Journal of Electronic Engineering and Computer Sciences*. **1**, 1, 14–27.
11. Lukovsky, I.A., & Timokha, A.N. (2017) Multimodal method in sloshing. *Journal of Mathematical Sciences*. **220**, 3, 239-253.
12. Dongya, Zhao, Zhiqiang, Hu, Gang, Chen, Serena, Lim, & Shuqi, Wan. (2018) Nonlinear Sloshing in Rectangular Tanks under Forced Excitation. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*. **10**, 545–565.
13. Jiadong, Wang, Sai, Huen Lo, Ding, Zhou, & Yun, Dong. (2019) Nonlinear Sloshing of Liquid in a Rigid Cylindrical Container with a Rigid Annular Baffle under Lateral Excitation. *Shock and Vibration*. **2019**. DOI: 10.1155/2019/5398038.
14. Brebbia, C.A., Telles, J.C.F., & Wrobel, L.C. (1984) Boundary Element Techniques. Berlin and New York: Springer-Verlag.
15. Strelnikova, E., Yeseleva, E., Gnitko, V., & Naumenko, V. (2010) Free and Forced Vibrations of the Shells of Revolution Interacting with the Liquid. Proceedings of the XXXII Conference Boundary Elements and Other Mesh Reduction Methods. WITPress, Transaction on Modeling and Simulation. Vol. 50, pp. 203–211.
16. Gnitko, V., Marchenko, U., Naumenko, V., & Strelnikova, E. (2011) Forced vibrations of tanks partially filled with the liquid under seismic load. Proceedings of the XXXIII Conference Boundary elements and other mesh reduction methods, WITPress, Transaction on Modeling and Simulation. Vol. 52, pp. 285–296.
17. Faltinsen, O.M., & Timokha, A.N. (2009) Sloshing. New York: Cambridge University Press.
18. Butikov, E. (2018) Analytical Expressions for Stability Regions in the Ince–Strutt Diagram of Mathieu Equation. *American Journal of Physics*. **86**, 4, 257–267.

УДК 510.6

В.Є. ХОДАКОВ, Г.В. ВЕСЕЛОВСЬКА, А.Є. СОКОЛОВ, Є.С. БОРИСЕНКО
Херсонський національний технічний університет

**ДОСЛІДЖЕННЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ПРЕДМЕТНОЇ ГАЛУЗІ
КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ТРИВИМІРНОГО ДРУКУ
В КОНТЕКСТІ ВДОСКОНАЛЮВАННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ
ІНФОРМАЦІЙНОЇ ПІДТРИМКИ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ
З НАБУТТЯ КОМПЕТЕНЦІЙ У ДАНІЙ ГАЛУЗІ**

Досліджено ряд ключових особливостей семантики предметної галузі комп'ютерних технологій тривимірного друку, з акцентуванням уваги на тих прогресивних технологіях і прикладних сферах використання, що найактивніше стимулюють розвиток тривимірного друку. Проаналізовано витоки та можливості вирішення проблеми вдосконалювання комп'ютерних систем забезпечення інформаційної підтримки процесів самостійного опановування галузі тривимірного друку, з набуттям належних компетенцій. Сформовано низку підходів до побудови моделей баз знань експертних підсистем для комп'ютерних систем інформаційної підтримки самостійної роботи щодо отримання компетенцій у галузі тривимірного друку.

Ключові слова: комп'ютерні системи, комп'ютерні технології, тривимірний друк, інформаційна підтримка, предметна галузь, компетенції, самостійна робота, дослідження, моделювання.

В.Е. ХОДАКОВ, Г.В. ВЕСЕЛОВСКАЯ, А.Е. СОКОЛОВ, Е.С. БОРИСЕНКО
Херсонский национальный технический университет

**ИССЛЕДОВАНИЕ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ
КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ТРЕХМЕРНОЙ ПЕЧАТИ
В КОНТЕКСТЕ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ
ИНФОРМАЦИОННОЙ ПОДДЕРЖКИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
ПО ПРИОБРЕТЕНИЮ КОМПЕТЕНЦИЙ В ДАННОЙ ОБЛАСТИ**

Исследован ряд ключевых особенностей семантики предметной области компьютерных технологий трехмерной печати, с акцентированием внимания на тех прогрессивных технологиях и прикладных сферах применения, которые наиболее активно стимулируют развитие трехмерной печати. Проанализированы истоки и возможности решения проблемы совершенствования компьютерных систем обеспечения информационной поддержки процессов самостоятельного освоения области трехмерной печати, с приобретением надлежащих компетенций. Сформирован ряд подходов к построению моделей баз знаний экспертных подсистем для компьютерных систем информационной поддержки самостоятельной работы по получению компетенций в области трехмерной печати.

Ключевые слова: компьютерные системы, компьютерные технологии, трехмерная печать, информационная поддержка, предметная область, компетентности, самостоятельная работа, исследование, моделирование.

V.Ye. KHODAKOV, G.V. VESELOVSKAYA, A.Ye. SOKOLOV, Ye.S. BORISENKO
Kherson National Technical University

**RESEARCH, AND MODELING IN THE SUBJECT AREA
OF COMPUTER TECHNOLOGIES FOR THE THREE-DIMENSIONAL PRINTING
IN THE CONTEXT OF PERFECTION FOR COMPUTER SYSTEMS
OF THE INFORMATION SUPPORT IN THE INDEPENDENT WORK
ON ACQUISITION OF COMPETENCE IN THIS AREA**

The advantages, problematic aspects, and a number of key features of the semantics for a highly relevant, practically significant and dynamically developing subject area of computer technology for three-dimensional printing, with an emphasis on the advanced technologies and applied applications that most actively stimulate the development of the three-dimensional printing, are explored. The main sources, and the most appropriate for the application possibilities in solving of the problem on improving for computer systems providing information support for the processes of self-mastering in the field of three-dimensional printing, with the acquisition of appropriate competencies are analyzed. According to the results of the analysis in the semantics of the subject area, the expediency on the formation of a knowledge base regarding developers, application areas, and recommendations rules regarding the optimal choice of three-dimensional printing technologies is substantiated. A number of new approaches to building models of knowledge bases for expert subsystems of computer systems on information support for independent work on obtaining competencies in the field of three-dimensional printing have been formed. In particular, for describing the fundamentally factual information of the knowledge base regarding three-dimensional printing technologies, the economic development of three-dimensional printing application areas, the display of numerical forecast indicators of the highest costs for equipment for the three-dimensional printing industry, respectively, specific directions of expenses and for certain application areas, formats of the predicates constructions to describe the relevant database of facts are represented. For the purpose of greater clarity, examples of concretization of predicates are given. The research results are applied to improve the educational process in special disciplines for the Department of Information Technology of the Faculty of Cybernetics and Systems Engineering at Kherson National Technical University.

Keywords: computer systems, computer technologies, three-dimensional printing, information support, the subject area, competence, independent work, research, modeling.

Постановка проблеми

Тривимірний друк (3D-друк) належить до категорії доволі недавно винайдених, сучасних, успішних, запитуваних і перспективних видів діяльності людини. Для більшості користувачів цільових категорій (усталених фахівців і тих, хто навчається) є безсумнівною актуальність теоретичного опанування та застосування надбань галузі 3D-друку, що мають високу практичну цінність і все ширше розповсюджуються та впроваджуються в різноманітні види та сфери діяльності. Поточний стан предметної галузі 3D-друку характеризується динамічним розвитком, постійною появою нових теоретичних і практичних надбань (забезпечення, технологій та їхніх практичних упроваджень), що обумовлено активною економічною стимуляцією підприємств-виробників і запитамі суспільства та користувачів. У перспективі, сфера 3D-друку також матиме потребу в неперервному розвитку концепцій і моделей, апаратного та програмного забезпечення, технологій організації та функціонування. Важливою є можливість нескладного та безперешкодного доступу до відповідної інформації,

швидкого та комфортного в опануванні набуття якісних компетенцій у предметній галузі 3D-друку й їхнього систематичного поновлення в режимі самостійної підготовки. Наявна ситуація стосовно інформаційної підтримки процесів самостійного опанування тематики 3D-друку не є досконалою та ставить проблему пошуку шляхів подальшого розвитку відповідних концептуальних підходів і математичних моделей.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Із моменту створення 3D-друку, тематиці висвітлення його поточних досягнень було присвячено численні наукові публікації, аналітичні огляди, науково-популярні статті фахівців даної сфери (зокрема, слід окремо відзначити публікації [1–3]). Найбільш доступним, зручним і широко розповсюдженим форматом інформаційного споживання користувачів, які хочуть отримати, в першу чергу, загальну обізнаність у предметній галузі 3D-друку, стали аналітичні огляди, що, на жаль, часто планувалися без системи та поновлювання, незабаром втрачаючи первинну актуальність. У підсумку, користувач, який хотів навчатися та бути компетентним у галузі 3D-друку, отримував наступні негативи: масу погано систематизованої та структурованої інформації, з відповідними наслідками; надлишкову інформацію у вигляді зайвих і морально застарілих даних; суттєвий брак потрібної інформації. В цілому, можна зробити висновок, що, на даний час, у відкритому загальному доступі ще відсутня належна, повноцінна, систематизована інформаційна підтримка вивчення галузі тривимірного друку й отримання дієвих рекомендацій щодо роботи в її середовищах. Вирішення зазначених проблемних питань тільки засобами існуючих класичних, фундаментальних, добре опрацьованих методів бачиться неможливим, вимагаючи нових, додаткових досліджень і напрацювань [4–9]. Згідно вище означеного, актуальним є створення нових концептуальних підходів і методів моделювання, що дозволять удосконалити систему інформаційного забезпечення самостійної навчальної діяльності з опанування предметної галузі 3D-друку. Зокрема, постає необхідність вибору найдодільніших типів моделей для випадків локалізованої комп'ютерної та глобальної мережної інформаційної підтримки вказаної діяльності. Відповідно, має бути проведений аналіз специфіки та визначення категорій моделей для створення цілісної ефективної системи інформаційної підтримки (забезпечення) предметної галузі тривимірного друку.

Мета дослідження

Метою даного дослідження є аналіз особливостей семантики предметної галузі, важливих для створення повноцінної комп'ютерної системи забезпечення ефективної інформаційної підтримки процесів самостійної роботи щодо набуття компетенцій у галузі 3D-друку, з подальшим формуванням ключових підходів до побудови моделі бази знань експертної підсистеми вказаної системи.

Викладення основного матеріалу дослідження

Для сучасних комп'ютерних технологій є характерними процеси розмивання меж між віртуальною реальністю та дійсністю. Одним із показників ефективності вказаних процесів є розвиток комп'ютерних технологій 3D-друку, що відтворюють реальні тривимірні фізичні об'єкти як віртуальні образи – об'ємні графічні та геометричні моделі, котрі надалі втілюються за допомогою спеціалізованого комп'ютерного встаткування (3D-принтерів, 3D-плотерів) у тривимірні моделі з реальних матеріалів. З технологічної точки зору, процеси 3D-друку полягають у створенні виробу-моделі шляхом покрокового накладання шарів, де форми та додаткове спорядження є лише другорядними, допоміжними факторами. Основними матеріалами для формування об'ємних моделей 3D-друку є порошкоподібні суміші, що, під впливом температури, утворюють монолітний пластик, гіпс, спеціальні полімерні матеріали тощо. Основною перевагою пристроїв 3D-друку є органічне

сполучення таких можливостей: високо точне моделювання 3D-об'єктів будь-якої складності та топології геометричної форми; потрібне різноманіття витратних матеріалів для створення 3D-об'єктів; прийнятна швидкість; неперервний технологічний розвиток, підсумком якого є постійне пришвидшення і пониження собівартості процесів виготовлення 3D-виробів і просування їх на ринок продукції. З плином часу, технології 3D-друку стають доступнішими для різних сфер діяльності. В першу чергу, дослідники в сфері практичного застосування 3D-друку націлюються на такі прикладні галузі: високо точне виготовлення складних деталей і механізмів, ювелірних і дизайнерських виробів із дорогих матеріалів у дрібносерійному виробництві; будівництво й архітектура; медицина; освіта; цифрова поліграфія; виготовлення й оздоблення подарунків, сувенірів, кондитерських виробів тощо.

На першому етапі дослідження особливостей семантики предметної галузі 3D-друку, як галузі знань, що опановується в режимі самостійної роботи, було доцільним виокремити та проаналізувати ключові семантичні категорії прогресивних технологій і прикладних сфер використання, що найактивніше стимулюють розвиток 3D-друку. Основною метою аналізу технологій 3D-друку стало виділення в якості семантичних елементів тих із них, що відповідають наступним критеріям: спрямовані на отримання провідних місць у галузі 3D-друку; знаходяться в стані неперервного доопрацювання та вдосконалювання; вдосконалюють наявні стандарти в ключових сферах діяльності, таких як моделювання композитів, виробництво екологічно чистих матеріалів друку тощо; активно використовуються на практиці; є високо актуальними для ознайомлення й опановування. Найважливішими серед технологій 3D-друку, що знаходяться в завершальній стадії робіт, є ті, що, за оцінками дослідників, будуть готові до промислового застосування протягом декількох років. Аналіз сфер використання 3D-друку мав за мету виділення наступних семантичних складових та інформації про них: найпродуктивніших виробників; найактивніших користувачів; проблемні підгалузі; нагальні потреби та напрямки розвитку предметної галузі.

Слід відзначити, що одним із наріжних каменів предметної галузі 3D-друку є такий семантичний компонент, як поняття композитного матеріалу, що має наступні особливості: є багатокомпонентним; формується з пластичної основи, армованої наповнювачами з властивостями високої міцності та жорсткості; сполучає різноманітні складові речовини таким чином, що виникає новий матеріал із якісно та кількісно відмінними властивостями; в практичному застосуванні, надає можливість, зберігаючи або навіть покращуючи механічні характеристики конструкцій, зменшувати їх масу. Наочним є стратегічне технологічне партнерство компаній MultiMechanics, розробника програмного забезпечення (ПЗ) моделювання композитів (зокрема, MultiMech), і Fortify, виробника присадок, спрямоване на підвищення передбачуваності композитного 3D-друку: в процесі ітеративного проектування композитних деталей, ПЗ виступає інструментом забезпечення потрібного зворотного зв'язку; засобами MultiMech, прогнозується структурна цілісність друкованих деталей перед друком; оптимізується дизайн виробів, із контролем напряму волокон по всій їхній структурі.

Ще один наріжний камінь та один із ключових семантичних компонентів сфери 3D-друку являє метод спрямованого енергетичного осадження (СЕО), де лазерний промінь розплавляє матеріал, поданий за допомогою пристрою подачі порошку або дроту, й який застосовується для створення 3D-моделей на основі металів і сплавів, ремонту й обслуговування конструкційних деталей. Показовим прикладом є компанія Mitsubishi Electric Corporation – розробник технології адитивного виробництва точкових металевих деталей, котра: високоточно формує вироби на засадах сполучення в 3D-друці методу СЕО з комп'ютерними технологіями лазерного та чисельного управління та виробництва; збільшує продуктивність виробництва в широкому колі

прикладних сфер (формування деталей і ремонтні роботи в автосправі, побудова літаків, створення порожніх і нависаючих форм тощо); застосовується сумісно з деталями, виробленими іншими методами; застосовує загальнодоступний і недорогий лазерний зварювальний дріт; збільшує точність (на 60%); зменшує окислення (від 20%).

У галузі медицини, показовою є здатна до вдосконалювання технологія біологічного стерео-літографічного 3D-друку, що, застосовуючи наявність кисню для програмування та контролю жорсткості заданих часток, дозволяє: формувати як штучні 3D-об'єкти кровоносні судини та тканини органів і систем організму, зі змінними та контрольованими ступенями твердості; отримувати складні мережі кровоносних судин; покращувати процеси лікування судинних захворювань; здійснювати друк із біологічними матеріалами мінімального масштабу близько 10 мікронів.

Доцільно далі розглянути таке технологічне вдосконалення галузі 3D-друку, як розробка Університету Карнегі-Меллона, що тісно стосується сфери енергетики й автоматично потрапляє до сфери інтересів користувачів портативних гаджетів: завдяки методу виготовлення та використання електродів, який дозволяє створювати геометрично складні (такі, що не піддаються виготовленню за допомогою типових екструзійних методів) структури 3D-мікрорешіток із контрольованою пористістю, стає можливим: ефективно перенесення літію вздовж усього електроду, що підвищує швидкість зарядки акумулятору; використання навіть звичайними акумуляторами повного обсягу електродів (замість 30-50%); значне збільшення ємності та сповільнення розрядки батарей. Також означений метод 3D-друку представляє великий інтерес для таких галузей, як аерокосмічні впровадження, промислове виробництво медичних пристроїв, випуск побутової електроніки тощо.

Також важливою є технологічна розробка з галузі виробництва екологічних матеріалів для 3D-друку High Impact PolyStyrene plastic (HIPS), результат співпраці компаній Coolrec і Refil, що являє собою нитку для 3D-друку з численними перевагами, серед яких, міцність і довговічність, нейтральність кольору, гарна здатність піддаватися фарбуванню й оклеюванню, легкість (у порівнянні з ABS), застосовність до численних моделей 3D-принтерів органічно сполучаються з не токсичністю (виготовленням із перероблених нетоксичних пластмас, зокрема, шляхом переробки пластикових деталей відпрацьованих холодильників). Переважними галузями використання HIPS є: створення розчинних підтримувальних елементів; виробництво легких пристроїв, корпусів, упаковок, іграшок тощо. Можливе застосування HIPS і з нитками чорного кольору на базі матеріалу, переробленого з деталей відпрацьованих телевізорів.

Таким чином, бачиться доцільним, за підсумками аналізу семантики предметної галузі, формування бази знань щодо розробників, сфер застосування та правил-рекомендацій стосовно оптимального вибору технологій 3D-друку.

Для опису основоположної фактичної інформації бази знань щодо технологій 3D-друку, представимо предикатну конструкцію для опису бази фактів у форматі FDB_3DP_T(T1, T2, T3), де T1, T2, T3 будуть позначати, відповідно, найменування, галузі застосування та розробника технології. Розглянемо приклади опису фактів щодо вище означених технологій 3D-друку: FDB_3DP_T("продуктивні 3D-композити", "моделювання композитів", "MultiMechanics"); FDB_3DP_T("високоточне 3D-формування металів", "металічне 3D-формування", "Mitsubishi Electric"); FDB_3DP_T("біологічний 3D-друк кровоносних судин і тканин органів", "медицина", "Університет Боулдер, Колорадо"); FDB_3DP_T("розчинна нитка HIPS для FDM-друку", "екологічне виробництво, органічна хімія", "Coolrec, Refil"); FDB_3DP_T("3D-мікрорешітки з контрольованою пористістю для літій-іонних батарей", "енергетика", "Університет Карнегі-Меллона").

Ринок 3D-друку (обсяги продажів устаткування, витратних та інших матеріалів, програм, послуг) активно розвивається (приблизно, на 20 % щорічно). Таким чином, доцільно сформулювати предикатну конструкцію для опису бази фактів, що характеризує економічний розвиток галузей застосування 3D-друку, в форматі $FDB_3DP_E(E1, E2, E3, E4)$, де змінні величини позначають таке: $E1$ – галузь застосування (промисловість, авіація і космос, військово-промисловий комплекс, архітектура, автомобілебудування, наука, медицина, споживчі товари, електроніка, інші галузі, узагальнена галузь тощо); $E2$ – відсоток участі певної прикладної галузі в економічному розвитку; $E3$ – світовий ринок (у мільйонах доларів); $E4$ – ринок країн колишнього СНД (у мільйонах доларів). Наведемо конкретний приклад подібного факту: FDB_3DP_E ("споживчі товари (зокрема, електроніка)", 21.8, 2616000, 78480).

Наступний предикат для опису бази фактів, що відображатиме числові прогнозні показники найбільших витрат на обладнання для галузі 3D-друку, відповідно до певних напрямків витрат, матиме наступний формат: $FDB_3DP_F(F1, F2)$, де $F1, F2$ позначають, відповідно, функціональне спрямування витрат (пристрої для 3D-друку, матеріали для 3D-друку, послуги щодо постачання запчастин і системи інтеграції, винаходи, інтегрована функція тощо) та прогнозне значення витрат (у мільйонах доларів). Наведемо наочний приклад конкретизації представленого предикату для прогнозу на 2021 рік: FDB_3DP_F ("пристрої для 3D-друку", 6800).

Ще один предикат для опису бази фактів, що відображатиме числові прогнозні показники витрат на обладнання в сфері 3D-друку для певних прикладних галузей, представимо в форматі $FDB_3DP_A(A1, A2)$, де змінні величини позначатимуть, відповідно, прикладну галузь (дискретне виробництво, медицина, освіта, споживчий сегмент, інші галузі, узагальнена галузь тощо) та прогнозне значення витрат (у мільйонах доларів). Представимо приклад конкретизації вказаного предикату для прогнозу на 2021 рік: FDB_3DP_A (галузь дискретного виробництва, 9200).

Спільні дослідження аналітиків і виробників показали такі особливості використання 3D-друку: певною мірою – 71%; 3D-принтери для виробництва готових деталей – 20%; планове збільшення бюджетних витрат на 3D-друк протягом року – 50%. У країнах колишнього СНД, загальні витрати на галузь 3D-друку становлять декілька відсотків від світового обсягу, а кількість виданих за останні півтора десятка років патентів за різними питаннями 3D-друку являє 0,15% від світового обсягу, причому більшу частку з них отримано іноземними заявниками. Поточний стан розвитку сфери 3D-друку в Україні характеризується наступним ступенем уваги до неї компаній, бізнесу: використовують активно – 12%; цікавляться та вивчають можливості – 48%; не цікавляться – 40%. 3D-друк активно застосовується в практиці високо точного друку моделей для прямого лиття, отримання ливарних форм і штампів, виробництва дрібносерійної продукції. Незважаючи на дуже помірну зацікавленість і практичне задіяння можливостей 3D-друку, порівняно з рядом інших країн, у даній предметній галузі постійно проводяться виставкові заходи та майстер-класи.

Аналіз стану справ щодо високо перспективних для подальшого розвитку технологій галузі 3D-друку (високоточного 3D-формування металів, моделювання композитів, підвищення ефективності акумуляторів, біологічного друку тканин організму, посилення екологічності матеріалів друку тощо) дозволив сформулювати наведені далі твердження. Адаптація сфери 3D-друку до виробництва пришвидшується, але підприємства недостатньо активно та всебічно застосовують її надбання. Найбільшою популярністю 3D-друк користується в сферах автомобілебудування, виробництва споживчих товарів. Аерокосмічна промисловість і військово-промисловий комплекс, не будучи найбільш масовими користувачами, рухають уперед прогрес та утримують лідерство. Ключові проблемні фактори знаходження 3D-друку на стадії

адаптації до виробництва та шляхи їх вирішення є такими: економічний фактор полягає у дуже високій для широкого застосування вартості якісних матеріалів, що має незабаром знайти вирішення з появою нових винаходів і популяризацією технологій – вартість набагато зменшиться, а користувачі зможуть обирати ресурси з ширшого асортименту та за потрібним співвідношенням ціни й якості; фактор недосконалості системи, що тягне за собою дефіцит масового ринку споживання – за промисловими масштабами, 3D-принтери мають стати більшими та швидшими; фактор браку належно підготовлених дизайнерів, із наявністю потрібних знань, досвіду й усвідомлення спеціалізованих потреб як 3D-друку в цілому, так і його конкретних прикладних галузей застосування. В цілому, виробники та користувачі застережно відносяться до сфери 3D-друку. На противагу, зростає чисельність виставок, майстер-класів, освітніх програм та інших заходів і засобів для ознайомлення з указаною сферою. Ефективне вирішення проблем можливе за підтримки комп'ютерних інформаційних систем, зокрема, експертних систем.

Висновки

Досліджено семантичні особливості предметної галузі тривимірного друку, що є важливими для створення повноцінних комп'ютерних систем забезпечення ефективної інформаційної підтримки процесів самостійної роботи з набуття компетенцій у вказаній галузі. За підсумками проведених досліджень, отримано нові наукові результати – здійснене формування ключових підходів до побудови ряду моделей баз знань експертних підсистем для комп'ютерних систем забезпечення інформаційної підтримки процесів самостійної роботи з набуття компетенцій у галузі тривимірного друку. Також результати досліджень застосовано з метою підвищення ефективності навчального процесу за фаховими дисциплінами кафедри інформаційних технологій Херсонського національного технічного університету.

Список використаної літератури

1. Luneva D. A., Kozhevnikova E. O., Kaloshina S. V. Application and prospects of 3D printing in construction activities. *Bulletin of Perm National Research Polytechnic University. Construction and Architecture*. 2017. Vol. 8, № 1. P. 90–101. DOI: 10.15593/2224-9826/2017.1.0 [in Russian].
2. Moorefield-Lang H. M. Makers in the library: case studies of 3D printers and maker spaces in library settings. *Library Hi Tech*. 2014. Vol. 32, Issue 4. P. 583–593. DOI: 10.1108/LHT-06-2014-0056.
3. Pryor S. Implementing a 3D Printing Service in an Academic Library. *Journal of Library Administration*. 2014. Vol. 54, Issue 1. P. 1–10. DOI: 10.1080/01930826.2014.893110.
4. Solomon J. Numerical algorithms: methods for computer vision, machine learning, and graphics: textbook. USA: CRC Press (AK Peters, Ltd.), 2015. 400 p.
5. Stecca G. (Eds.) Operations research applications. Rome, Italy: AIRO (Associazione Italiana di Ricerca Operativa), 2017. 123 p.
6. Yang X. Optimization techniques and applications with examples. USA, UK: WILEY, 2018. 384 p.
7. Ziegelmann J. P., Lippke S. Use of Selection, Optimization, and Compensation strategies in health self-regulation: Interplay with resources and successful development. *Journal of Aging and Health*. 2007. № 19. P. 500–518.
8. Ногин, В. Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. Москва: Физматлит, 2005. 176 с.
9. Подиновский, В. В., Ногин, В. Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Физматлит, 2007. 256 с.

References

1. Luneva, D. A., Kozhevnikova, E. O., & Kaloshina, S. V. (2017) Application and prospects of 3D printing in construction activities. *Bulletin of Perm National Research Polytechnic University. Construction and Architecture*. **8**, 1, 90–101. DOI: 10.15593/2224-9826/2017.1.0 [in Russian].
2. Moorefield-Lang, H. M. (2014) Makers in the library: case studies of 3D printers and maker spaces in library settings. *Library Hi Tech*. **32**, 4, 583–593. DOI: 10.1108/LHT-06-2014-0056.
3. Pryor, S. (2014) Implementing a 3D Printing Service in an Academic Library. *Journal of Library Administration*. **54**, 1, 1–10. DOI: 10.1080/01930826.2014.893110.
4. Solomon, J. (2015) Numerical algorithms: methods for computer vision, machine learning, and graphics: textbook. USA: CRC Press (AK Peters, Ltd.).
5. Stecca, G. (Eds.) (2017) Operations research applications. Rome, Italy: AIRO (Associazione Italiana di Ricerca Operativa).
6. Yang, X. (2018) Optimization techniques and applications with examples. USA, UK: WILEY.
7. Ziegelmann, J. P., & Lippke, S. (2007) Use of Selection, Optimization, and Compensation strategies in health self-regulation: Interplay with resources and successful development. *Journal of Aging and Health*. **19**, 500–518.
8. Nogin, V. D. (2005) Prinyatie resheniy v mnogokriterialnoy srede: kolichestvennyiy podhod. Moskva: Fizmatlit.
9. Podinovskiy, V. V., & Nogin, V. D. (2007) Pareto-optimalnyie resheniya mnogokriterialnyih zadach. M.: Fizmatlit.

УДК 519.65

А. Н. ХОМЧЕНКО

Чорноморський національний університет імені Петра Могили
О.І ЛИТВИНЕНКО, І.О. АСТІОНЕНКО
Херсонський національний технічний університет

ФІЗИЧНО АДЕКВАТНА КОНДЕНСАЦІЯ І МІШАНІ МОДЕЛІ СЕРЕНДИПОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ

У роботі розглядається серендипова версія квадратично-кубічної інтерполяції на канонічному квадраті ($|x| \leq 1$, $|y| \leq 1$). У напрямку вісі $0x$ функція змінюється за законом кубічної параболі, у напрямку $0y$ – за законом квадратичної параболі. Лагранжевий прообраз такого елемента має 12 вузлів (два внутрішніх). Як відомо, небажані внутрішні вузли виключають, щоб отримати серендипову модель. Традиційна процедура конденсації (редукції) полягає у складанні і розв'язуванні СЛАР з матрицею 12×12 . Далі, щоб усунути внутрішні вузли, потрібно знайти "рецепт" конденсації, тобто побудувати лінійну залежність внутрішніх параметрів (двох) від граничних (десяти). Відомі приклади свідчать, що математично обґрунтований "рецепт" конденсації не гарантує фізичної адекватності спектра вузлових навантажень серендипових моделей. Так було з біквадратичним елементом ("рецепт" Джордана, 1970) і трикутником третього порядку ("рецепт" Сьярле-Равьяра, 1972). Щоб уникнути аномалій в спектрі вузлових навантажень, потрібно починати з побудови бажаного спектра. Це обернена задача, коли спочатку вибирають бажані інтегральні характеристики, а після цього визначають базис, який реалізує ці характеристики. Саме такий "нематричний" підхід запропоновано в роботі. Важлива властивість нематричної редукції полягає в тому, що вона виключає внутрішні вузли, але зберігає внутрішні параметри. Наявність "прихованих" параметрів дозволяє керувати формоутворенням альтернативних серендипових поверхонь.

Ключові слова: скінченний елемент, лагранжева модель, серендипова модель, мішана модель, квадратично-кубічна інтерполяція, нематричний метод побудови мішаної серендипової моделі (10 вузлів), конденсація.

А. Н. ХОМЧЕНКО

Чорноморський національний університет імені Петра Могили
Е.И. ЛИТВИНЕНКО, И.А. АСТИОНЕНКО
Херсонский национальный технический университет

ФИЗИЧЕСКИ АДЕКВАТНАЯ КОНДЕНСАЦИЯ И СМЕШАННЫЕ МОДЕЛИ СЕРЕНДИПОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В работе рассматривается серендиповая версия квадратично-кубической интерполяции на каноническом квадрате ($|x| \leq 1$, $|y| \leq 1$). В направлении оси $0x$ функция изменяется по закону кубической параболы, в направлении $0y$ – по закону квадратичной параболы. Лагранжев прообраз такого элемента имеет 12 узлов (два внутренних). Как известно, нежелательные внутренние узлы исключают, чтобы получить серендипову модель. Традиционная процедура конденсации (редукции) состоит в составлении и решении СЛАУ с матрицей 12×12 . Далее, чтобы устранить внутренние узлы, необходимо найти "рецепт" конденсации, то есть построить линейную зависимость внутренних параметров (двух) от граничных (десяти). Известные примеры показывают, что математически обоснованный "рецепт" конденсации не гарантирует физической адекватности спектра узловых нагрузок серендиповых моделей. Так было с биквадратичным элементом ("рецепт" Джордана, 1970) и

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-12>

треугольником третьего порядка ("рецепт" Сьярле-Равьяра, 1972). Чтобы избежать аномалий в спектре узловых нагрузок, необходимо начинать с построения желаемого спектра. Это обратная задача, когда вначале выбирают желательные интегральные характеристики, а после этого определяют базис, который реализует эти характеристики. Именно такой "нематричный" подход предложен в работе. Важное свойство нематричной редукции состоит в том, что она исключает внутренние узлы, но сохраняет внутренние параметры. Наличие "скрытых" параметров позволяет руководить формобразованием альтернативных серендиповых поверхностей.

Ключевые слова: конечный элемент, лагранжевая модель, серендиповая модель, смешанная модель, квадратично-кубическая интерполяция, нематричный метод построения смешанной серендиповой модели (10 узлов), конденсация.

A. N. KHOMCHENKO
Petro Mohyla Black Sea National University
O.I. LITVINENKO, I.O. ASTIONENKO
Kherson National Technical University

PHYSICALLY ADEQUATE CONDENSATION AND MIXED MODELS OF SERENDIPITY ELEMENTS

Mixed serendipity models are models of finite elements with interpolant, which is represented by polynomials of different degree on each of two coordinates. Usage of such elements allow to coordinate elements of lower order in spheres, where sharp change of characteristics is not envisaged with elements of higher order in other spheres. The serendipity version of quadratically-cubic interpolation on the canonical square ($|x| \leq 1, |y| \leq 1$) is considered in the work. In the direction of Ox axis the function changes by the law of cubic parabola, in the direction of Oy it changes by the law of quadratic parabola. Lagrange prototype of such element has 12 nodes (two internal). As it is known internal nodes should be turned off in order to get serendipity model. The traditional procedure of condensation (reduction) involves making and solving the system of linear algebraic equations with 12×12 matrix. Then to eliminate internal nodes one should find the 'recipe' of condensation, that is to build linear dependence of internal parameters (two) on boundary ones. Known examples show that mathematically grounded 'recipe' of condensation does not guarantee physical adequateness of variety of nodal loads of serendipity models. It happened to biquadratic element (Jordan 'recipe', 1970) and triangle of third order (Ciarlet-Raviart 'recipe', 1972). In serendipity models loads of angular nodes are negative both on to biquadratic element and bicubic one. It is surprising that mathematically grounded and elegant Tailor method proves this peculiarity of standard serendipity models. To avoid anomalies in the spectrum of nodal loads, one should start with building of the desired spectrum. It is the inverse problem, when one chooses desired integral characteristics first and after that identifies the basis which implements these characteristics. This particular 'non-matrix' approach is given in the work. The important peculiarity of non-matrix reduction lies in the fact that it excludes internal nodes, but keeps internal parameters. Availability of 'hidden' parameters allows to direct the formation of alternative serendipity surfaces. Meaningful opportunities of suggested approach allow always to get natural (physically adequate) spectrum of nodal loads. It is relevant to serendipity models.

Keywords: finite element, Lagrange model, serendipity model, mixed model, quadratically-cubic interpolation, non-matrix method of building mixed serendipity model (10 nodes), condensation

Постановка проблеми

Мішаними моделями називають моделі скінченних елементів з інтерполянтном, що представлений поліномами різних степенів за кожною із двох координат. Використання таких елементів дозволяє узгодити елементи низького порядку в областях, де не передбачається різкої зміни характеристик, з елементами більш високого порядку в інших областях. В теорії методу скінченних елементів недостатньо приділяється увага серендиповим елементам мішаного порядку, хоча вони корисні та ефективні, особливо в комбінації з трикутними елементами в областях з криволінійними границями. Вважається, що оптимальним вибором є поліноми другого і третього порядку. Тому нижче ми розглядаємо модель квадратично-кубічної інтерполяції. Відповідний елемент має 10 вузлів інтерполяції і успадковує (що природно) деякі властивості класичних моделей: біквадратичної інтерполяції (8 вузлів) та бікубічної інтерполяції (12 вузлів). Цікаво, що при схрещуванні класичних моделей відбувається арифметичне усереднення кількості вузлів інтерполяції. На лагранжевих моделях (з внутрішніми вузлами) умова арифметичного усереднення не виконується. Як відомо, лагранжевий елемент біквадратичної інтерполяції має 9 вузлів, елемент бікубічної інтерполяції – 16 вузлів, а мішаний елемент квадратично-кубічної інтерполяції – 12 вузлів. Побудова базисів лагранжевих елементів полягає в узагальненні одновимірної моделі інтерполяції (шляхом прямого перемноження поліномів). На серендипових елементах не все так просто. Серендипові елементи не мають одновимірних аналогів. На нашу думку, це одна із причин того, що інформація про серендипові елементи дуже обмежена. Сьогодні ми знаємо декілька способів конструювання базисів серендипових елементів. У цій роботі ми покажемо один із способів побудови базису (10 поліномів) квадратично-кубічної інтерполяції.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Перші моделі серендипових скінченних елементів Q_8 і Q_{12} були отримані підбором і мали рівномірний розподіл вузлів інтерполяції по границі носія [1]. Через 4 роки Тейлор [2] запропонував свій метод конструювання серендипових елементів, який охоплює також і мішані моделі (з нерівномірним розподілом вузлів по границі). Модифіковані (мішані) елементи більш ефективні з обчислювальної точки зору, ніж лагранжеві. Приклад лінійно-квадратичної інтерполяції можна знайти у Сегерлінда [3]. У роботі [4] розглядається лінійно-кубічний серендипів елемент. Квадратично-кубічний елемент є в книзі [5], але він належить до лагранжевого класу (12 вузлів, 2 внутрішніх). Квадратично-кубічний базис серендипового елемента (10 вузлів) можна отримати методом прямого геометричного конструювання [6] або методом Тейлора [2]. На жаль, при цьому ми отримаємо фізично неадекватний спектр вузлових навантажень. Такий результат неважко передбачити, тому що неадекватні спектри ми спостерігаємо і на біквадратичному серендиповому елементі (8 вузлів), і на бікубічному серендиповому елементі (12 вузлів). Нижче запропонована процедура, яка дозволяє отримати фізично адекватну серендипову мішану модель. Процедура передбачає перетворення лагранжевої мішаної моделі (12 вузлів, 2 внутрішніх) у серендипову мішану модель (10 вузлів, без внутрішніх). Це своєрідна конденсація (редукція), яка гарантує додатні навантаження в усіх вузлах. Таким чином, спектр вузлових навантажень можна замовляти.

Мета дослідження

Мета статті – побудувати базис (10 поліномів) квадратично-кубічної інтерполяції шляхом перетворення лагранжевої моделі у серендипову.

Викладення основного матеріалу дослідження

Квадратично-кубічну інтерполяцію будемо розглядати на канонічному квадраті ($|x| \leq 1, |y| \leq 1$). На рис. 1 показані лагранжева і серендипова схеми розташування вузлів інтерполяції.

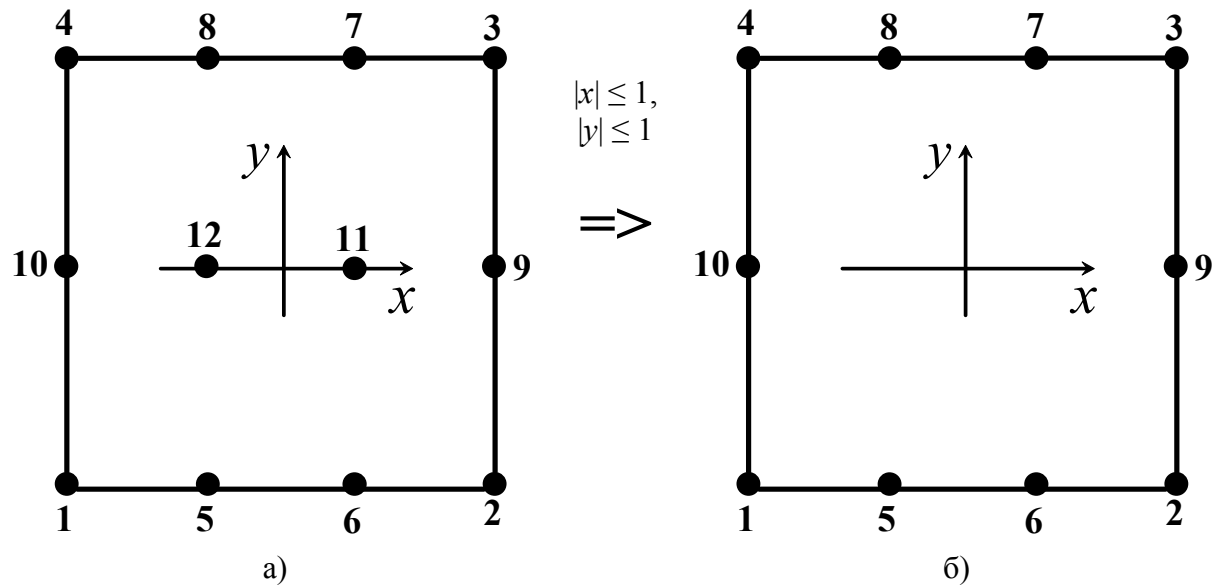


Рис. 1. Елементи квадратично-кубічної інтерполяції:
 а) лагранжева модель; б) серендипова модель.

Лагранжева схема відрізняється від аналогічної в [5] порядком нумерації. Так зручніше зберегти 10 перших вузлів після усунення внутрішніх. Покажемо базис лагранжевої версії:

$$\begin{aligned}
 N_i &= \frac{1}{32}(1 + x_i x) y_i y (1 + y_i y) (9x^2 - 1), & i = 1, 2, 3, 4, & \quad x_i = \pm 1, \quad y_i = \pm 1; \\
 N_i &= \frac{9}{32}(1 - x^2) (1 + 9x_i x) y_i y (1 + y_i y), & i = 5, 6, 7, 8, & \quad x_i = \pm \frac{1}{3}, \quad y_i = \pm 1; \\
 N_i &= \frac{1}{16}(1 + x_i x) (9x^2 - 1) (1 - y^2), & i = 9, 10, & \quad x_i = \pm 1, \quad y_i = 0; \\
 N_i &= \frac{9}{16}(1 - x^2) (1 - y^2) (1 + 9x_i x), & i = 11, 12, & \quad x_i = \pm \frac{1}{3}, \quad y_i = \pm 1.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Спектр вузлових навантажень визначається за формулою інтегрального середнього (Ньютона-Котеса):

$$\gamma_i = \frac{1}{S} \iint_D N_i(x, y) dx dy,
 \tag{2}$$

де S – площа області D .

Інтегрування базисних функцій (1) за формулою (2) дає наступний спектр:

$$\gamma_i = \frac{1}{48}, \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad \gamma_i = \frac{3}{48}, \quad i = 5, 6, 7, 8; \quad \gamma_i = \frac{4}{48}, \quad i = 9, 10; \quad \gamma_i = \frac{12}{48}, \quad i = 11, 12.$$

Зауважимо, що цей спектр можна визначити інакше, користуючись правилом Сімпсона у напрямку осі ординат і правилом "3/8" у напрямку осі абсцис.

Конденсація (редукція) полягає у правильному розподілі внутрішнього навантаження $\frac{24}{48}$ між граничними вузлами. Неважко зрозуміти, що "рецептів" розподілу безліч. Важливий висновок: задача інтерполяції на серендиповому елементі має нескінченну множину розв'язків. На лагранжевому елементі ця задача розв'язується однозначно (1). Лагранжеві поліноми (1) і серендипові поліноми, що будуть отримані нижче шляхом конденсації, мають однакові властивості (гіпотеза Лагранжа):

$$N_i(x_k, y_k) = \delta_{ik}, \quad \sum_{i=1}^{12} N_i(x, y) = 1, \quad (3)$$

де δ_{ik} – символ Кронекера, i – номер функції, k – номер вузла.

Щоб отримати серендипову версію мішаної моделі (10 поліномів) достатньо сконструювати лише три поліноми: кутовий, наприклад $\bar{N}_1(x, y)$, проміжний $\bar{N}_5(x, y)$ і проміжний $\bar{N}_{10}(x, y)$. При цьому внутрішній вузол 12 поповнює граничні вузли 1, 4, 5, 8, 10. Решту граничних вузлів поповнює вузол 11 (рис. 1). Корекція базисних поліномів відбувається за однаковою формулою, наприклад,

$$\bar{N}_1(x, y) = N_1(x, y) + \alpha_i N_{12}(x, y), \quad (4)$$

де $N_1(x, y)$ і $N_{12}(x, y)$ – лагранжеві поліноми, $\bar{N}_1(x, y)$ – серендипів поліном, α_i – частка навантаження, яку передає внутрішній вузол кутовому вузлу. Тепер покажемо три моделі квадратично-кубічної інтерполяції, які отримані шляхом природної конденсації за формулами типу (4).

Перша модель.

Кутовий поліном $N_1(x, y)$ лишаємо у формі Лагранжа, тобто $\alpha_1 = 0$, а $\bar{N}_1(x, y) = \frac{1}{32}(1-x)(1-y) \cdot y \cdot (1-9x^2)$, аналогічно $\bar{N}_i(x, y)$ для $i = 2, 3, 4$.

Вузли 5, 8 і 10 отримують по $\frac{4}{48}$ від інтегрального середнього вузла 12, тобто

$\alpha_5 = \alpha_8 = \alpha_{10} = \frac{1}{3}$. Тепер

$$\bar{N}_5(x, y) = \frac{3}{32}(1-x^2)(1-3x)(1-y)(2-y), \quad \text{аналогічно } \bar{N}_i(x, y) \text{ для } i = 5, 7, 8;$$

$$\bar{N}_{10}(x, y) = \frac{1}{8}(1-x)(1-3x)(1-y^2), \quad \text{аналогічно } \bar{N}_9(x, y).$$

Спектр вузлових навантажень має вигляд:

$$\bar{\gamma}_i = \frac{1}{48}, \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad \bar{\gamma}_i = \frac{7}{48}, \quad i = 5, 6, 7, 8; \quad \bar{\gamma}_i = \frac{1}{6}, \quad i = 9, 10.$$

Друга модель. Кутові вузли 1, 4 і проміжний вузол 10 отримують по $\frac{2}{48}$, а проміжні вузли 5 і 8 по $\frac{3}{48}$ від інтегрального середнього вузла 12. В цьому випадку серендипові поліноми мають вигляд:

$$\bar{N}_1(x, y) = \frac{1}{32}(1-x)(1-3x)(1-y)(3+3x+4y+6xy), \text{ аналогічно } \bar{N}_i(x, y) \text{ для } i = 2, 3, 4;$$

$$\bar{N}_5(x, y) = \frac{9}{64}(1-x^2)(1-3x)(1-y)^2, \text{ аналогічно } \bar{N}_i(x, y) \text{ для } i = 6, 7, 8;$$

$$\bar{N}_{10}(x, y) = \frac{1}{32}(1-x)(1-3x)^2(1-y^2), \text{ аналогічно } \bar{N}_9(x, y).$$

Спектр вузлових навантажень:

$$\bar{\gamma}_i = \frac{1}{16}, \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad \bar{\gamma}_i = \frac{1}{8}, \quad i = 5, 6, 7, 8, 9, 10.$$

Третя модель. Вузол 10 отримує $\frac{4}{48}$, а вузли 1, 4, 5, 8 отримують по $\frac{2}{48}$ від інтегрального середнього вузла 12. Серендипові поліноми мають вигляд:

$\bar{N}_1(x, y)$ не відрізняється від полінома другої моделі;

$$\bar{N}_5(x, y) = \frac{3}{32}(1-x^2)(1-3x)(1-y)(1-2y), \text{ аналогічно } \bar{N}_i(x, y) \text{ для } i = 6, 7, 8;$$

$$\bar{N}_{10}(x, y) = \frac{1}{64}(1-x)(1-3x)(5-3x)(1-y^2), \text{ аналогічно } \bar{N}_9(x, y).$$

Спектр вузлових навантажень набуває вигляду:

$$\bar{\gamma}_i = \frac{1}{16}, \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad \bar{\gamma}_i = \frac{5}{48}, \quad i = 5, 6, 7, 8; \quad \bar{\gamma}_i = \frac{1}{6}, \quad i = 9, 10.$$

Інтерполянт має вигляд $f(x, y) = \sum_{i=1}^{10} \bar{N}_i(x, y) \cdot f_i$, де f_i – вузлові аплікати.

Варто звернути увагу на конструктивні можливості запропонованого підходу. Тут завжди можна отримати природний (фізично адекватний) спектр вузлових навантажень. Для серендипових моделей це актуально. Нагадаємо, що на серендипових елементах вищих порядків завжди виникають парадоксальні від'ємні "навантаження". Наприклад [1], кутові навантаження від'ємні як на біквдратичному елементі, так і на бікубічному. Дивно, що математично обґрунтований і елегантний метод Тейлора [2] підтверджує цю особливість стандартних серендипових моделей. Ось чому необхідно конструювати альтернативні моделі [7-9].

Висновки

Кожна серендипова модель, у тому числі і мішана, має прообраз у вигляді лагранжевої моделі відповідного порядку. Лагранжева модель, як правило, має фізично адекватний спектр вузлових навантажень. Прихильники класичної конденсації не звертають уваги на цей факт. Класична процедура передбачає складання і розв'язування СЛАР. У даному випадку з матрицею 12×12 . Щоб виключити внутрішні вузли, потрібно знайти лінійну залежність внутрішніх параметрів від граничних. Це зменшує матрицю до 10×10 . Якщо визначник матриці не дорівнює нулю, маємо єдиний розв'язок (жорстка модель) – 10 серендипових поліномів. Альтернативи немає, навіть якщо цей базис реалізує фізично неадекватний спектр. Один із авторів статті [1] професор О. Зенкевич радить змиритися з цим фактом. Ми пропонуємо відмовитися від матричних перетворень. Для серендипових моделей потрібна специфічна конденсація, яка усуває небажані внутрішні вузли, але зберігає внутрішні параметри – мономи алгебраїчного трикутника Паскаля.

Наведені вище приклади переконують, що є простий і надійний спосіб збереження фізичної адекватності спектрів вузлових навантажень. При цьому з'являється можливість підбирати такий спектр, який найкращим чином відповідає умовам задачі, що розв'язується. А це призводить до суттєвого зменшення похибки апроксимації.

Список використаної літератури

1. Ergatoudis I., Irons B. M., Zienkiewich O. C. Curved isoparametric, "quadralateral" elements for finite element analysis. *Int. J. Solids Struct.* 1968. № 4. P. 31–42.
2. Teylor R. L. On completeness of shape functions for finite element analysis. *Internat. J. Numer. Methods Engrg.* 1972. Vol. 4. Issue 1. P. 17–22.
3. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов: монография. М.: Мир, 1979. 392 с.
4. Александров А. В., Лашеников Б. Я., Шапошников Н. Н. Строительная механика. Тонкостенные пространственные системы: монография. М.: Стройиздат, 1983. 488 с.
5. Немчинов Ю. И. Расчет пространственных конструкций (метод конечных элементов): монография. К.: Будівельник, 1980. 231 с.
6. Хомченко А. Н. Некоторые вероятностные аспекты МКЭ. *Деп. в ВИНТИ*, № 1213. Ивано-Франковск: Ив.-Франк. институт нефти и газа, 1982. 6 с.
7. Астионенко И. А., Литвиненко Е. И., Хомченко А. Н. О серендиповых элементах с естественным спектром узловых нагрузок. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. 2007. Вип.17. С. 97–102 .
8. Astionenko I. O, Litvinenko O. I., Osipova N. V., Tuluchenko G. Ya., Khomchenko A. N. Cognitive-graphic Method for Constructing of Hierarchical Form of Basic Functions of Biquadratic Finite Element. *AIP Conference Proceedings Report*. 2016. Vol. 1773. Issue 1. P. 040002-1– 040002-11. DOI: 10.1063/1.4964965.
9. Литвиненко О. І. Модифікована процедура генерування СЕ змішаного типу. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2013. Вип.2 (47). С. 202–210.

References

1. Ergatoudis, I., Irons, B. M., & Zienkiewich, O. C. (1968) Curved isoparametric, "quadralateral" elements for finite element analysis. *Int. J. Solids Struct.* 4, 31–42.
2. Teylor, R. L. (1972) On completeness of shape functions for finite element analysis. *Internat. J. Numer. Methods Engrg.* 4, 1, 17–22.
3. Segerlind, L. (1979) Primenenie metoda konechnyih elementov: monografiya. M.: Mir.

4. Aleksandrov, A. V., Laschenikov, B. Ya., & Shaposhnikov, N. N. (1983) *Stroitel'naya mehanika. Tonkostennyye prostranstvennyye sistemy: monografiya*. M.: Stroyizdat.
5. Nemchinov, Yu. I. (1980) *Raschet prostranstvennykh konstruktsiy (metod konechnykh elementov): monografiya*. K.: BudIvelnik.
6. Homchenko A. N. (1982) *Nekotorye veroyatnostnyye aspekty MKE*. Dep. v VINITI, № 1213. Ivano-Frankovsk: Iv.-Frank. institut nefi i gaza. 6 p.
7. Astionenko, I. A., Litvinenko, E. I., & Homchenko, A. N. (2007) *O serendipoviyh elementah s estestvennyim spektrom uzlovyih nagruzok. Heometrychne ta kompiuterne modeliuvannia*. **17**, 97–102.
8. Astionenko, I. O., Litvinenko, O. I., Osipova, N. V., Tuluchenko, G. Ya., & Khomchenko, A. N. (2016) *Cognitive-graphic Method for Constructing of Hierarchical Form of Basic Functions of Biquadratic Finite Element*. AIP Conference Proceedings Report. 1773, 1, 040002-1– 040002-11. DOI: 10.1063/1.4964965.
9. Lytvynenko, O. I. (2013) *Modyfikovana protsedura heneruvannia SE zmishanoho typu. Visnyk Khersonskoho Natsionalnoho Tekhnichnoho Universytetu*. **2** (47), 202–210.

УДК 519.64

А. Н. ХОМЧЕНКО

Чорноморський національний університет імені Петра Могили
Ю.М. БАРДАЧОВ, О.І ЛИТВИНЕНКО, І.О. АСТІОНЕНКО
Херсонський національний технічний університет

МЕТОД ІНТЕРПРЕТАЦІЙ ТА КВАДРАТУРИ ГАУССА

Будь-яка математична модель насправді є інтерпретацією природного, технологічного, розумового процесу математичною мовою. В наукових дослідженнях метод інтерпретацій зустрічається на кожному кроці. Достатньо нагадати про теорію графів, аналітичну геометрію, диференціальні рівняння, перетворення Лапласа, швидке перетворення Фур'є, теорію кодування тощо. В методі інтерпретацій, як правило, задача однієї області математики інтерпретується в іншій області, де вона або спрощується, або більше відповідає нашій інтуїції, або дозволяє використання інших підходів і т. ін. Ми звернули увагу на квадратури Гаусса не тільки тому, що саме вони використовуються в сучасних стандартних програмах інтегрування. Ми переконалися, що в квадратурах Гаусса є певний дидактичний потенціал, який може бути корисним для тих, хто вчиться і навчає математичному моделюванню. У роботі розглядається проста квадратурна формула Гаусса (два вузли інтегрування). Наведено приклади задач, в яких існує латентний зв'язок із квадратурою Гаусса. Ці задачі – своєрідна комбінація простоти і нетривіальності, в якій читач може знайти щось цікаве на свій смак. Природно, що кожна задача формулюється на двох "канонічних" інтервалах: $[-1, 1]$ і $[0, 1]$, щоб охопити дві версії квадратури: Гаусса-Лежандра і Гаусса-Бернуллі.

Ключові слова: інтерпретація, квадратура Гаусса, поліном Бернуллі, поліном Лежандра, інтерполяція за Ермітом, поліном Кунса, рівняння Пауссона.

А. Н. ХОМЧЕНКО

Чорноморський національний університет імені Петра Могили
Ю.Н. БАРДАЧЕВ, Е.И. ЛИТВИНЕНКО, И.А. АСТИОНЕНКО
Херсонский национальный технический университет

МЕТОД ИНТЕРПРЕТАЦИЙ И КВАДРАТУРЫ ГАУССА

Любая математическая модель на самом деле является интерпретацией природного, технологического, умственного процесса математическим языком. В научных исследованиях метод интерпретаций встречается на каждом шагу. Достаточно напомнить о теории графов, аналитическую геометрию, дифференциальные уравнения, преобразования Лапласа, быстрое преобразование Фурье, теорию кодирования и т.д. В методе интерпретаций, как правило, задача одной области математики интерпретируется в другой области, где она или упрощается, или больше соответствует нашей интуиции, или позволяет использование других подходов и тому подобное. Мы обратили внимание на квадратуры Гаусса не только потому, что именно они используются в современных стандартных программах интегрирования. Мы убедились, что в квадратурах Гаусса есть определенный дидактический потенциал, который может быть полезным для тех, кто учится и обучает математическому моделированию. В работе рассматривается простая квадратурная формула Гаусса (два узла интегрирования). Приведены примеры задач, в которых существует латентная связь с квадратурой Гаусса. Эти задачи – своеобразная комбинация простоты и нетривіальности, в

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-13>

которой читатель может найти что-то интересное на свой вкус. Естественно, что каждая задача формулируется на двух «канонических» интервалах: $[-1, 1]$ и $[0, 1]$, чтобы охватить две версии квадратуры: Гаусса-Лежандра и Гаусса-Бернулли.

Ключевые слова: интерпретация, квадратура Гаусса, полином Бернулли, полином Лежандра, интерполяция по Эрмиту, полином Кунса, уравнение Пауссона.

A. N. KHOMCHENKO

Petro Mohyla Black Sea National University

Yu.M. BARDACHOV, O.I. LYTVYNENKO, I.O. ASTIONENKO

Kherson National Technical University

INTERPRETATIONS METHOD AND GAUSSIAN QUADRATURES

Any mathematical model is the interpretation of natural, technological, mental process in mathematical language. In scientific researches one faces interpretations method at every step. It is sufficient to mention the graph theory, analytic geometry, differential equations, Laplace transformation, Fourier transformation, encoding theory etc. As a rule in the interpretations method the problem of one branch of mathematics is interpreted in other branch, where it is either simplified or better responds to our intuition or allows usage of other approaches etc. We paid our attention to Gaussian quadratures not only because they are used in modern standard programs of integration. We made sure that there is certain didactic potential in Gaussian quadratures, which can be useful for those who study and teach mathematical modelling. We have selected problems in which nodes of Gaussian quadrature appear unexpectedly as a result of received solution. Traditionally the search of nodes and weighting factors of Gaussian quadrature involves making and solving the system of (non-linear!) algebraic equations, while simple mathematical folklore requires more 'trivial' proves which are good for simple understanding. Simple quadrature formula of Gauss (two nodes of integration) has been reviewed in the work. Examples of problems which contain latent connection to Gaussian quadrature are given. These problems are peculiar combination of simplicity and non-triviality in which a reader can find something interesting to his/her taste. It is natural that every problem is formulated on two 'canonic' intervals: $[-1, 1]$ and $[0, 1]$, to cover two versions of quadrature: Gauss-Legendre and Gauss-Bernoulli ones. Reviewed examples give new subjects for reflections and observations. It is worth noting that approaches suggested in the work has been successfully tested for 'clearness + briefness + convenience' among students of higher education institutions. We agree with the point of view of Lithuanian mathematician R. Kashuba who thinks that interpolations method contributes to spread of democracy because it improves the ability to change point of view.

Keywords: interpretation, Gaussian quadrature, Bernoulli polynomial, Legendre polynomial, Hermite interpolation, Koons polynomial, Poisson equations.

Постановка проблеми

Ми підібрали задачі, в яких вузли квадратури Гаусса з'являються несподівано, як наслідок отриманого розв'язку. Традиційно пошук вузлів і вагових коефіцієнтів квадратури Гаусса полягає у складанні та розв'язуванні системи (нелінійних!) алгебраїчних рівнянь, в той час як простий математичний фольклор вимагає більш "тривіальних" доведень, що придатні для простого розуміння.

Ми здійснюємо пошуки нетрадиційних шляхів визначення координат вузлів інтегрування x_1 та x_2 для наступних формул:

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-13>

$$\text{квадратура Гаусса-Лежандра} \quad \int_{-1}^1 f(x)dx \approx f(x_1) + f(x_2). \quad (1)$$

$$\text{квадратура Гаусса-Бернуллі} \quad \int_0^1 f(x)dx \approx \frac{1}{2}(f(x_1) + f(x_2)). \quad (2)$$

Тут вузли інтегрування співпадають з нулями полінома Лежандра (1) і полінома Бернуллі (2) другого порядку. Ці квадратури є суттєвим удосконаленням правила трапецій, яке відоме з часів Ньютона і Котеса. На відміну від формул Ньютона-Котеса, формули (1), (2) точно інтегрують мономи $1, x, x^2, x^3$. Узагальнені формули Гаусса використовують чотири вузли на квадратному шаблоні і вісім вузлів на кубічному. Варто зауважити, що запропоновані в роботі підходи успішно пройшли тест на "зрозумілість + стислість + зручність" серед студентів вищої школи.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Про дидактичні можливості метода інтерпретацій просто, наочно і переконливо написали автори [1]. У роботі [2] наведено характерний приклад ймовірнісної інтерпретації кубічних поліномів Ерміта-Кунса. Видатний український математик академік А. В. Скороход завжди підкріплював визначну роль ймовірнісних інтерпретацій, особливо у неймовірнісних задачах [3]. Властивості поліномів Ерміта-Кунса і приклади їх практичного застосування наведені в [4, 5]. Автор книги [6] розглядає конкретну задачу конструювання квадратури Гаусса-Лежандра з двома вузлами. Він зауважує, що систему рівнянь 4×4 розв'язати можна, незважаючи на присутність в системі нелінійних рівнянь. Але, посилаючись на специфічні труднощі визначення координат вузлів інтегрування, він просто використовує відомі нулі полінома Лежандра другого порядку. Теорема, що задіяні в основній частині статті, можна знайти у будь-якому підручнику з математичного аналізу, наприклад, в [7].

Мета дослідження

Мета – підібрати задачі (на зразок [2]), у розв'язках яких прихована інформація про квадратуру Гаусса-Лежандра і Гаусса-Бернуллі (два вузли). На наш погляд, ці задачі спрощують пошук вузлів інтегрування і збагачують перелік різноманітних інтерпретацій. Розглянуті приклади дають нові теми для роздумів і спостережень.

Викладення основного матеріалу дослідження

У цій роботі ми розглядаємо квадратуру Гаусса (1–2), що спирається на поліноми Бернуллі (Лежандра) другого порядку.

Поліном Бернуллі $B_2(x) = x^2 - x + \frac{1}{6}$, $[0,1]$, з нулями в точках $x_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}$, $x_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}$; поліном Лежандра $P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$, $[-1, 1]$, з нулями в точках $x_1 = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, $x_2 = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Таким чином, маємо першу інтерпретацію: вузли інтегрування формул Гаусса-Бернуллі (Лежандра) інтерпретуються як нулі відповідного полінома і навпаки. Інші інтерпретації народжуються в наступних задачах. Всі формулювання спрямовані на версію Бернуллі. Між нулями полінома Лежандра \bar{x}_i і полінома Бернуллі існує проста залежність: $\bar{x}_i = 2x_i - 1$.

Задача 1. На кривій $f(x) = \frac{1}{4x^2 - 4x + 2}$, $0 \leq x \leq 1$, знайти точки, в яких дотична утворює з віссю Ox найбільший за абсолютною величиною кут.

Графік $f(x)$ показано на рис. 1.

Когнітивно-графічний аналіз поведінки дотичної дає відповідь $f''(x) = 0$, тобто $x_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}$, $x_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}$. Друга інтерпретація: абсциси точок перегину кривої $f(x)$ (рис. 1) інтерпретуються як нулі полінома Бернуллі і навпаки.

Задача 2. На кубічній параболі Кунса (рис. 2) знайти точки, в яких виконується теорема Лагранжа.

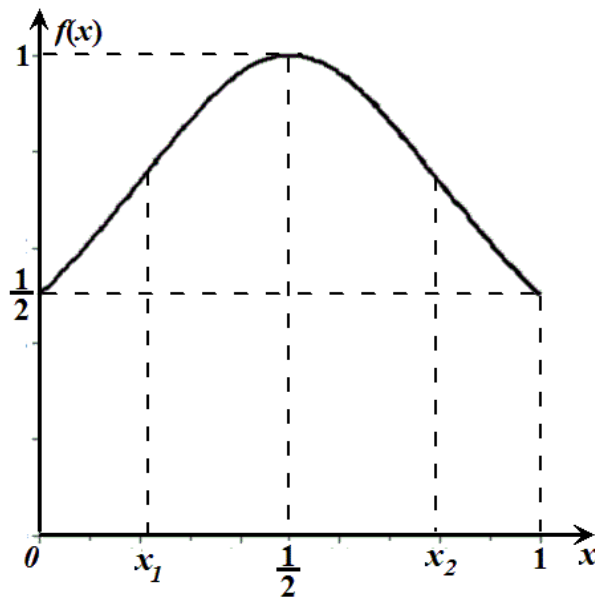


Рис. 1.

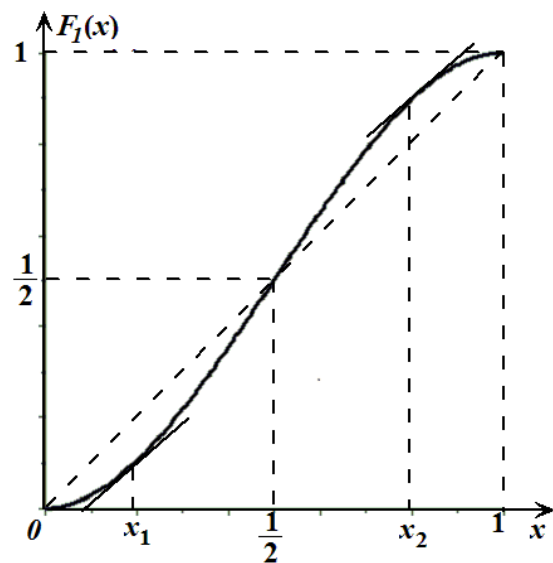


Рис. 2.

Криві Кунса – це окремий випадок інтерполяції за Ермітом. На інтервалі $[0; 1]$ існують дві симетричні криві $F_0(x)$ і $F_1(x)$ [4–5]. Загальна форма функції $F_1(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$. Конкретизація параметрів a_i здійснюється за допомогою граничних умов: $F_1(0) = 0$, $F_1(1) = 1$, $F_1'(0) = 0$, $F_1'(1) = 0$. Розв'язок СЛАР 4×4 дає параболу:

$$F_1(x) = -2x^3 + 3x^2.$$

Теорема Лагранжа $\frac{F_1(b) - F_1(a)}{b - a} = F_1'(c)$, де $a < c < b$, дає відповідь

$$c_1 = x_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}, \quad c_2 = x_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Третя інтерпретація: абсциси точок кривої Кунса, в яких виконується теорема Лагранжа, інтерпретуються як нулі полінома Бернуллі і навпаки (рис. 2).

Зауваження. $F_1(x)$ можна розглядати як закон розподілу ймовірностей [8-9].

Задача 3. Знайти точки перетину графіка щільності рівномірного розподілу ймовірностей з графіком щільності $\varphi_1(x) = F_1'(x)$ (рис. 3). Для версії Бернуллі достатньо розв'язати рівняння: $-6x^2 + 6x = 1$. Як бачимо, це стандартне рівняння $B_2(x) = 0$, тому $x_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}$, $x_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Четверта інтерпретація: абсиси точок перетину графіка щільності рівномірного розподілу ймовірностей з графіком щільності "закону Кунса" інтерпретуються як нулі полінома Бернуллі.

Задача 4. Тут розглядається гранична задача для одновимірного рівняння Пуассона із спеціальною правою частиною і нульовими граничними умовами:

$$\frac{d^2 f}{dx^2} = -1, \text{ Г.У. } f(0) = 0, f(1) = 0.$$

Якщо проінтегрувати двічі диференціальне рівняння і скористатися Г.У., отримаємо $f(x) = \frac{1}{2}(x - x^2)$ (рис. 4). Читач може впізнати діаметральний переріз круглої мембрани із експериментів Прандтля, або хронометричну криву із задачі Дуба про одновимірні випадкові блукання. В цих задачах важливу роль відіграє середнє інтегральне: $\bar{f} = \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{12}$. Вершина параболи знаходиться у точці $(\frac{1}{2}; \frac{1}{8})$.

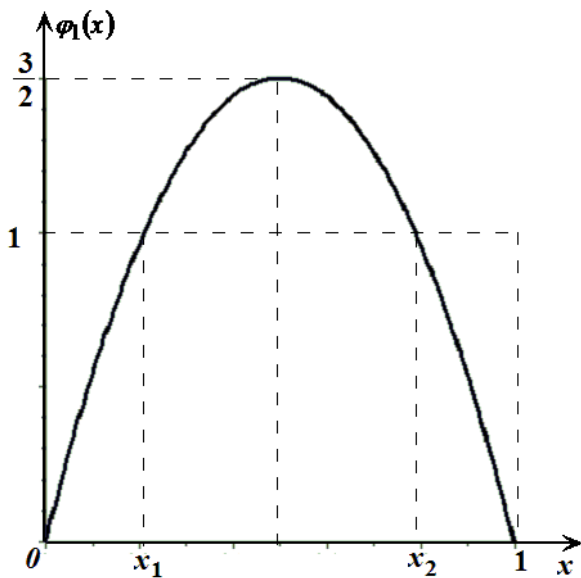


Рис. 3.

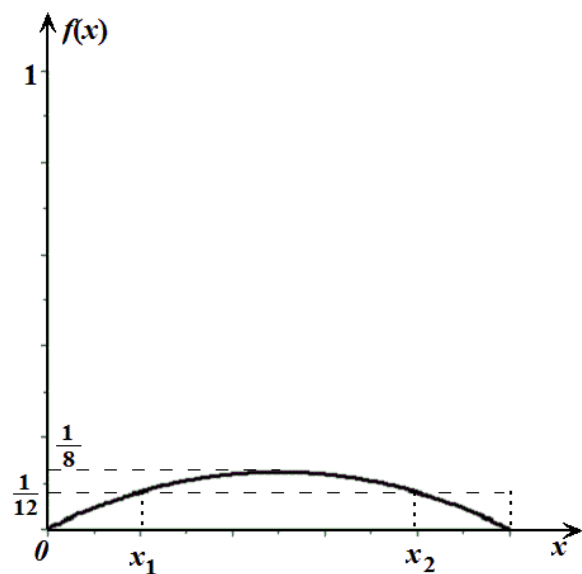


Рис. 4.

Точки середнього значення кривої Прандтля-Дуба знаходимо із рівняння $-\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = \frac{1}{12}$. Звідси $B_2(x) = 0$, $x_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}$, $x_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}$.

П'ята інтерпретація: абсиси точок середнього інтегрального значення $f(x)$ інтерпретуються як нулі полінома Бернуллі.

Висновки

Математика, як правило, дає більше, ніж від неї очікують. Ми погоджуємося з думкою литовського математика Р. Кашуби [1], який вважає, що метод інтерпретацій сприяє розповсюдженню демократії, тому що розвиває здібність міняти точку зору. Розглянуті задачі дають нові теми для роздумів і спостережень. В квадратурах Гаусса є певний дидактичний потенціал, який може бути корисним для тих, хто вчиться і навчає математичному моделюванню.

Список використаної літератури

1. Анджанс А., Бонка Д. Метод інтрепретаций. *Квант*. М.: Бюро Квантум, 2009. № 1. С. 15–18.
2. Хомченко А. Н., Козуб Н. А. Интерполяция по Кунсу и геометрическая вероятность. *Проблеми інформаційних технологій*. Херсон: ХНТУ, 2009. Вип. 5. С. 145–148.
3. Скороход А. В. Особливий характер теорії ймовірностей в математичних науках. *У світі математики*. К.: ТВіМС, 1997. Т. 3. Вип. 2. С. 2–4.
4. Постнов В. А. Численные методы расчета судовых конструкций: монография. Л. : Судостроение, 1997. 279 с.
5. Жермен-Лакур П., Жорж Л., Пистр Ф., Безье П. Математика и САПР: монография. М.: Мир, 1989. Кн. 2. 264 с.
6. Shoup T. E. A Practical Guide to Computer Methods for Engineers. Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1979. 235 p.
7. Шипачев В. С. Высшая математика: учебн. пособ. М.: Высшая школа, 1985. 471 с.
8. Хомченко А. Н. Интерполяционные функции Кунса и распределения вероятностей. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2013. Вип. 2 (47). С. 363–366.
9. Хомченко А. Н., Литвиненко О.І., Астіоненко І.О. Коноїди Ерміта-Кунса та їх властивості. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2018. Вип. 3 (66). Т.1. С.193-198.

References

1. Andzhans, A., & Bonka, D. (2009) Metod intrepretatsiy. *Kvant*. M.: Byuro Kvantum. **1**, 15–18.
2. Khomchenko, A. N., & Kozub, N. A. (2009) Interpolyatsiya po Kunsu i Geometricheskaya Veroyatnost. *Problemi Informatsiynyh Tehnologiy*. Kherson: KhNTU, **5**, 145–148.
3. Skorokhod, A. V. (1997) Osoblyvyi Kharakter Teorii Ymovirnostei v Matematychnykh Naukakh. *U Sviti Matematyky*. K.: TViMS. **3**, 2, 2–4.
4. Postnov, V. A. (1997) Chislennyye Metodyi Rascheta Sudovyih Konstruktsiy: Monografiya. L.: Sudostroenie.
5. Zhermen-Lakur, P., Zhorzh, L., Pistr, F., & Beze, P. (1989) Matematika i SAPR: Monografiya. M.: Mir. Kn. 2.
6. Shoup, T. E. (1979) A Practical Guide to Computer Methods for Engineers. Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall.
7. Shipachev, V. S. (1985) Vyisshaya Matematika: uchebn. posob. M.: Vyisshaya shkola.
8. Khomchenko, A. N. (2013) Interpolyatsionnyie Funktsii Kunsa i Raspredeleniya Veroyatnostey. *Visnyk Khersonskoho Natsionalnoho Tekhnichnoho Universytetu*. **2** (47), 363–366.
9. Khomchenko, A. N., Lytvynenko, O. I., & Astionenko, I.O. (2018) Konoidy Ermita-Kunsa ta yikh vlastyivosti. *Visnyk Khersonskoho Natsionalnoho Tekhnichnoho Universytetu*. **3** (66), T. 1, 193–198.

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-13>

УДК 004.925.8

Д.Г. ШОВГЕЛЯ, Н.О. СОКОЛОВА

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

ОБНАРУЖЕНИЕ ДЕФЕКТОВ В ТРЕХМЕРНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ, ПРЕДСТАВЛЕННЫХ НА ОСНОВЕ HALF-EDGE DATA STRUCTURE

Цифровые трехмерные модели являются ключевыми компонентами в большом количестве промышленных и научных секторов, таких как разработка и производство продукции, игр и имитационного моделирования, культурное наследие и археология, медицина, биоинформатика и фармацевтические науки. В большинстве случаев визуализация является лишь одним из многих этапов, составляющих жизненный цикл цифровой 3D-модели, которые анализируются и обрабатываются с помощью передовых алгоритмов, которые обычно имеют жесткие требования к качеству и целостности входных данных. На практике (например, при 3D-печати) эти требования часто не удовлетворяются в моделях, которые происходят из разных источников. Таким образом, адаптация несовершенных 3D-моделей к указанным требованиям имеет большое значение. Данная работа посвящена исследованию проблем связанных структур данных, а также возможностей обнаружения дефектов при манипуляции полигональными 3D-сетками, построенными на основе Half-Edge Data Structure. Инструментом исследования является библиотека с исходным кодом OpenMesh, реализующая исследуемую структуру данных. Основное внимание этой статьи направлено на выявление сингулярных (комплексных) дефектов, что являются первопричинным источником несогласованности связей между элементами, которые не могут быть воссозданы из-за ограничений внутренней топологии структуры данных, и приводят к образованию дефектов нового типа. Проводимые исследования направлены на разработку и реализацию алгоритма, использование которого позволит создавать модели из исходных данных со всеми присущими в них дефектами, без образования новых дефектов, нехарактерных для создаваемой модели. Предложенные алгоритмы позволяют производить анализ модели на наличие дефектов, что ранее не поддерживались данной структурой, а также реализовать обобщенные алгоритмы для восстановления мешей, которые описаны в этой статье. Результаты апробации рассматриваемых методов подтвердили эффективность предложенных алгоритмов при обнаружении дефектов. Для сравнительной оценки разработаны соответствующие инструменты и приведен результат их работы.

Ключевые слова: полигональные сетки, Half-Edge Data Structure, 3D-моделирование, дефекты.

Д.Г. ШОВГЕЛЯ, Н.О. СОКОЛОВА

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

ВИЯВЛЕННЯ ДЕФЕКТІВ У ТРИВИМІРНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ МОДЕЛЯХ, ЯКІ ПОДАНІ НА ОСНОВІ HALF-EDGE DATA STRUCTURE

Цифрові тривимірні моделі є ключовими компонентами у великій кількості промислових і наукових секторів, таких як розробка та виробництво продукції, ігор та імітаційного моделювання, культурна спадщина та археологія, медицина, біоінформатика та фармацевтичні науки. У більшості випадків візуалізація є лише одним

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-14>

із багатьох етапів, з яких складається життєвий цикл цифрової 3D-моделі, яка аналізується і обробляється з використанням передових алгоритмів, які зазвичай мають жорсткі вимоги до якості та цілісності вхідних даних. На практиці (наприклад, у 3D-друці) ці вимоги часто не задовольняються в моделях, що надходять з різних джерел. Таким чином, адаптація недосконалих 3D-моделей до вказаних вимог має велике значення. Дана робота присвячена дослідженню проблем зв'язаних структур, а також можливостям виявлення дефектів при маніпулюванні полігональними 3D сітками, побудованими на основі Half-Edge Data Structure. Інструментом дослідження є бібліотека з вихідним кодом OpenMesh, яка реалізує досліджувану структуру даних. Основна увага в цій статті приділяється виправленню синхронних (складних) дефектів, які є первинними джерелами невідповідності зв'язків між елементами, які не можуть бути обрані з обмежених внутрішніх топологій структури даних, і призводять до утворення дефектів нового типу. Проводяться дослідження з розробки та реалізації алгоритму, використання якого дозволить створити модель з вихідних даних з усіма дефектами, без утворення нових дефектів без змін для створення моделі. Запропоновано алгоритми, що дозволяють аналізувати моделі на наявність дефектів, які раніше не підтримувалися цією структурою, а також реалізувати алгоритми відновлення мешей, описані в цій статті. Результати досліджень методів, які розглядаються, підтвердили ефективність запропонованих алгоритмів у виявленні дефектів. Для порівняльної оцінки розроблені відповідні інструменти та наведені результати їх роботи.

Ключові слова: полігональні сітки, Half-Edge Data Structure, 3D-моделювання, дефекти.

D.H. SHOVHELIA, N.O. SOKOLOVA
Oles Honchar Dnipro National University

DETECTION OF DEFECTS IN THREE-DIMENSIONAL GEOMETRIC MODELS THAT ARE PRESENTED ON THE BASIS OF HALF-EDGE DATA STRUCTURE

Digital 3D models are key components in a large number of industrial and scientific sectors, such as product development and production, gaming and simulation, cultural heritage and archeology, medicine, bioinformatics and pharmaceutical sciences. In most cases, visualization is just one of many stages that comprise the lifecycle of a digital 3D model, which are analyzed and processed using advanced algorithms that typically have stringent requirements for the quality and integrity of input data. In practice (for example, with 3D printing), these requirements are often not met in models that come from different sources. Thus, adaptation of imperfect 3D models to such requirements is of great importance. This paper is devoted to the study of the problems of connected data structures, as well as the possibilities of detecting defects when manipulating polygonal 3D grids constructed on the basis of the Half-edge data structure. The research tool is the OpenMesh source library, which implements the research data structure. The main attention of this article is directed at the identification of singular (complex) defects, which are the primary source of inconsistency between the elements that can not be recreated because of the limitations of the internal topology of the data structure and lead to the formation of defects of a new type. The conducted researches are directed on development and realization of the algorithm, the use of which will allow to create models from the initial data with all inherent defects in them, without creating new defects uncharacteristic

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-14>

for the created model. The proposed algorithms will allow to analyze the model for the presence of defects that were not previously supported by this structure, as well as implement the generalized mesh recovery algorithms that are described in this article. The results of approbation of the considered methods confirmed the effectiveness of the proposed algorithms in detecting defects. For a comparative assessment, appropriate tools are developed and the result of their work is presented.

Keywords: polygal networks, Half-Edge Data Structure, 3D-modeling, defects.

Постановка проблемы

3D-печать является одной из самых быстроразвивающихся технологий, которая захватила большое число сфер жизнедеятельности человека и стала незаменимым их ядром, в частности, таких как архитектура, медицина, машиностроение и прочие. Основой для 3D-печати является модель. Примитивные модели не могут отобразить все разнообразие печатаемой продукции, а моделирование более сложных моделей на основе простейших может вызвать ряд дефектов, что приведет к невозможности существования такой модели в реальном мире, поэтому актуальным есть вопрос о своевременном обнаружении таких дефектов.

Анализ последних исследований и публикаций

Для моделирования объектов используют специализированные САД системы, каждая из которых базируется на той или иной внутренней структуре представления модели, и при попытке переноса объекта из одной системы в другую, изменение их представления может быть абсолютно непредсказуемо, что ведет к возникновению топологических дефектов, которые преобразуются в геометрические дефекты [4], без каких-либо возможностей их идентификации. Подобная ситуация недопустима, так как приводит к нарушению целостности печатаемого объекта.

Наряду с моделированием объекта "с нуля" при 3D-печати применяют метод трехмерного сканирования, что позволяет "переносить" объекты реального мира в компьютерную систему. Однако такой подход может сопровождаться множеством дефектов, которые по большей части классифицируются как геометрические.

Marco Attene и др. [1] провели детальный анализ имеющихся алгоритмов по восстановлению всех типов дефектов для полигональных сеток и разделяют их по эффективности.

Wang Zengbo в своей статье [5] приводит алгоритмы по быстрому восстановлению треугольных сеток, что импортируются из STL файлов.

Jixin Tan и Jianxun Chen в своих исследованиях [2] описывают обобщенные алгоритмы для устранения сингулярных дефектов. Описанный ими подход предполагает разделение моделей, соединенных сингулярными вершинами или комплексными ребрами, на два независимых объекта.

Однако следует учесть тот факт, что Half-Edge Data Structure из-за своей топологии не позволяет создавать сингулярные дефекты, что приводит к образованию дефектов другого типа и невозможности определения начальных.

Цель исследования

Цель данной работы – описание разработанного метода, позволяющего определять сингулярные дефекты на Half-Edge Data Structure, которые возникают при трансфере моделей между различными САД системами или моделировании сложных объектов. Метод не должен нарушать общий принцип топологии в структуре, а также влиять на ее эффективность. Для этого были разработаны алгоритмы дополнения уже имеющейся

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-14>

структуры данных с возможностью сохранения связей между сингулярными элементами и целостности неманифолдных мешей.

Изложение основного материала исследования

OpenMesh – это общая и эффективная структура данных для представления и манипулирования полигональными сетками. OpenMesh разработана в группе Computer Graphics, RWTH Aachen, и была профинансирована Министерством образования и науки Германии (BMBF).

Она была разработана с учетом следующих целей:

- *Гибкость*: обеспечивает основу для множества различных алгоритмов без необходимости адаптации.
- *Эффективность*: максимальная экономия времени при минимальном использовании памяти.
- *Простота использования*: оберните сложную внутреннюю структуру в простой в использовании интерфейс.

Half-Edge Data Structure (рис. 1) базируется на принципе расщепления ребра на две разнонаправленные половины. Каждая из таких половин является базовым элементом и хранит в себе топологию, что позволяет манипулировать полигональной сеткой. Согласно определению данной структуры [3], модель не должна содержать сингулярных вершин и/или комплексных ребер, поскольку создание связи между такими элементами невозможно при базовой интерпретации.

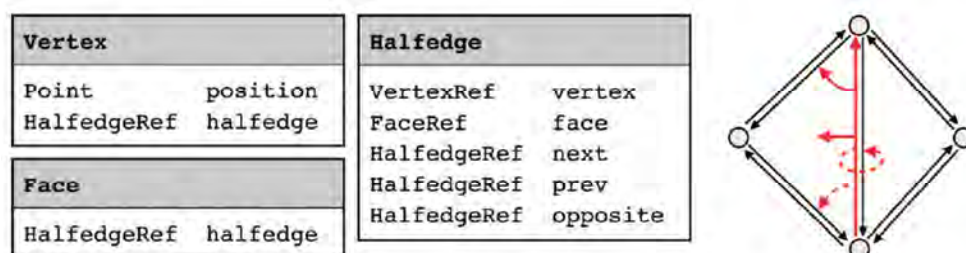


Рис. 1. Программная реализация Half-Edge Data Structure.

Сингулярные дефекты зачастую возникают в следующих ситуациях:

1. Процесс сворачивания вершин (рис. 2).
2. Булевы операции над объектами (рис. 3).
3. Ошибки алгоритмов тесселяции (огранки твердотельной модели).
4. Изменение структуры представления с более примитивной (вершинное представление) на более сложную (Half-Edge Data Structure).
5. Устранение дубликатов в тривиальных структурах данных.

При наличии подобных дефектов, дальнейший анализ такой модели покажет наличие дефектов, которых попросту не было в исходном объекте. Зачастую к ним относятся дыры и островные элементы, поскольку в основе каждой CAD системы лежит принцип сохранения исходной информации, что, в случае неудачного создания элемента, приведет к его отсоединению от цельной модели (рис. 4а).

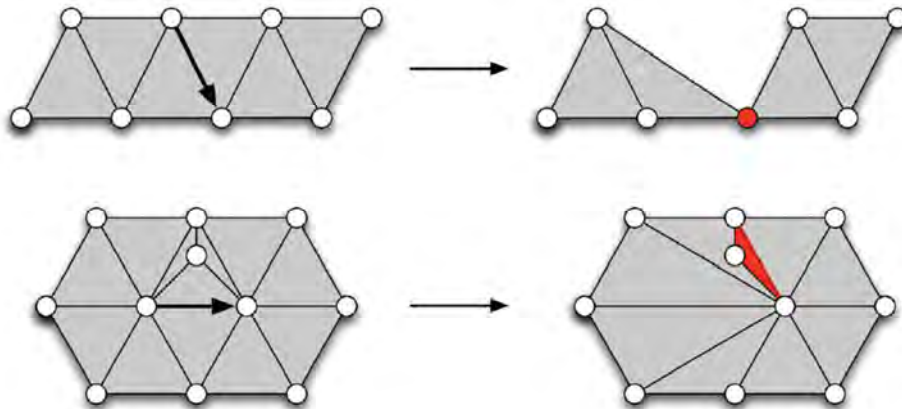


Рис. 2. Возникновение сингулярных дефектов в процессе сворачивания вершин.

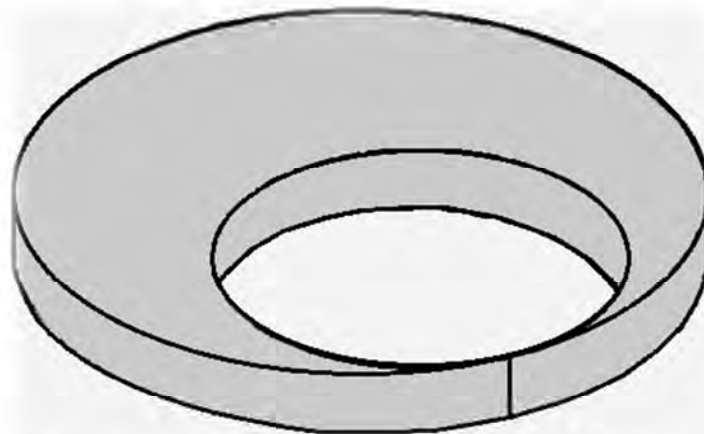


Рис. 3. Возникновение сингулярных дефектов в результате булевых операций над твердотельными объектами.

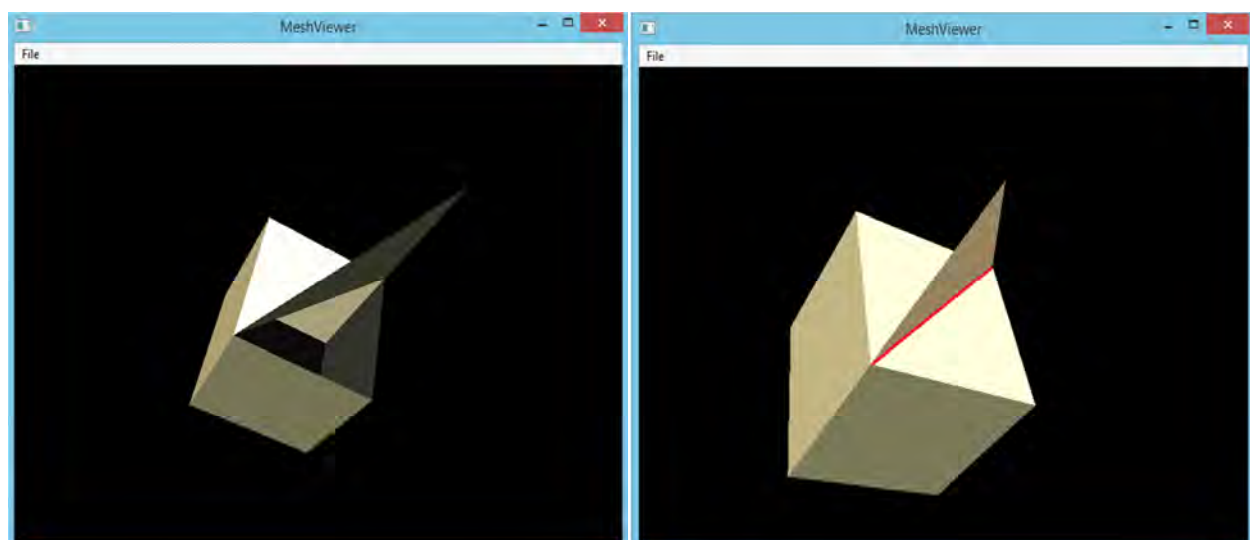


Рис. 4. Результат создания модели, которая содержит сингулярное ребро, при помощи:
а) классической реализации Half-Edge Data Structure, б) Half-Edge Data Structure и реализованным мостом.

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-14>

Для обеспечения целостности и предоставления возможности последующего анализа модели необходимо обеспечить связь между сингулярными элементами. Разработанный нами метод предполагает, что исходное ребро будет знать о всех своих претендентах, что позволит итерироваться между ними. В таком случае хранилище будет содержать внешний half-edge каждой грани, соединенной с данным ребром. Каждая пара разнонаправленных half-edge'й может быть использована для формирования базовых отношений. Однако даже нахождение внешнего half-edge в данном контейнере не лишает его свойств граничных элементов, что следует учесть в алгоритмах обхода по границам.

Такой подход позволяет идентифицировать сингулярные ребра на основе алгоритма, предложенного Jixin Tan и Jianxun Chen в своих исследованиях [2] (рис. 4).

Сингулярное ребро зачастую формирует от 3 до 5 граней. Все другие вариации встречаются очень редко. Согласно этому программная реализация поиска пары является тривиальным алгоритмом и не влияет на общую эффективность.

Следует отметить, что данный метод позволяет сохранять связь между полигонами, имеющими разное направление обхода, что согласно базовой интерпретации структуры также является недопустимым из-за особенностей топологии.

Как видно из рис. 4б, в реализации нашего метода при попытке добавить новый треугольник к существующему ребру, что приводит к созданию сингулярного ребра, другие элементы не были отделены от модели, и благодаря мосту, удалось обнаружить этот дефект. Сингулярное ребро выделено красным цветом.

Выводы

Результатом предложенного подхода является сохранение связи в топологии при формировании дефектов на полигональных сетках, что позволяет обнаружить таковые и в тоже время дает возможность осуществления разного рода манипуляций.

Недостатком такого подхода являются большие затраты памяти для хранения связи.

Дальнейшие исследования будут посвящены усовершенствованию алгоритма для обеспечения связи между всеми топологическими элементами и его программной реализации.

Список использованной литературы

1. Attene Marco, Campen Marcel, Kobbelt Leif. Polygon Mesh Repairing: An Application Perspective. *ACM Computing Surveys* (scheduled to appear). 2013. Vol. 45. Issue 2. P. 1–38.
2. Jixin Tan, Jianxun Chen. Research and Application on Model Repairing Algorithm of 3D Modelling Technology. *Proceedings of the 6th International Conference on Mechatronics, Computer and Education Informationization*. Vol. 130 Advances in Intelligent Systems Research. (China, Shenyang, 2016, November 11-13). Amsterdam / Paris: Atlantis Press, 2016. P. 226–231.
3. Botsch Mario, Kobbelt Leif, Pauly Mark at al. *Polygon Mesh Processing*. Natick, Massachusetts: A K Peters, Ltd., 2010. 243 с.
4. Ju Tao. Fixing Geometric Errors on Polygonal Models: A Survey. *Journal of Computer Science and Technology: English*. 2009. Vol. 24. Issue 1. P. 19–29.
5. Zengbo Wang. Fast topological reconstruction algorithm for a STL file. *Journal of Computer Applications*. 2014. Vol. 34. Issue 9. P. 2720–2724.

References

1. Attene, Marco, Campen, Marcel, & Kobbelt, Leif. (2013) Polygon Mesh Repairing: An Application Perspective. *ACM Computing Surveys* (scheduled to appear). **45**, 2, 1–38.
2. Jixin, Tan, & Jianxun, Chen. (2016) Research and Application on Model Repairing Algorithm of 3D Modelling Technology. *Proceedings of the 6th International Conference on Mechatronics, Computer and Education Informationization*. Vol. 130 *Advances in Intelligent Systems Research*. (China, Shenyang, 2016, November 11-13). Amsterdam / Paris: Atlantis Press, pp. 226–231.
3. Botsch, Mario, Kobbelt, Leif, & Pauly, Mark at al. (2010) *Polygon Mesh Processing*. Natick, Massachusetts: A K Peters, Ltd.
4. Ju, Tao. (2009) Fixing Geometric Errors on Polygonal Models: A Survey. *Journal of Computer Science and Technology: English*. **24**, 1, 19–29.
5. Zengbo, Wang. (2014) Fast topological reconstruction algorithm for a STL file. *Journal of Computer Applications*. **34**, 9, 2720–2724.

УДК 514.18

А.Ю. НИЦЫН

Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт"

РАЗВЁРТКА СФЕРЫ КАК МОДЕЛИ СНЕЖНОЙ ХИЖИНЫ "ИГЛУ"

Предложена условная развёртка сферы в виде условной развёртки криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующей её. Развёртка представляет собой отсек плоскости, ограниченный двумя кривыми, напоминающими клотоиду или спираль Корню. Спиральный способ построения развёртки сферы является математической основой для определения формы и размеров блоков, из которых возводится снежная хижина "иглу". Это обусловлено тем, что наиболее распространённым способом построения снежной хижины "иглу" является спиральный способ, состоящий в том, что снежные кирпичи укладываются в винтовую поверхность с прямоугольным поперечным сечением и осевой линией в виде винтовой линии, принадлежащей сфере.

Ключевые слова: развёртка поверхности, винтовая поверхность, снежная хижина "иглу".

О.Ю. НИЦИН

Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут"

РОЗГОРТКА СФЕРИ ЯК МОДЕЛІ СНІЖНОЇ ХАТИНИ "ІГЛУ"

Запропоновано умовну розгортку сфери у вигляді умовної розгортки криволінійної гвинтової поверхні, що апроксимує її. Розгорткою є відсік площини, обмежений двома кривими, що нагадують клотоїду або спіраль Корню. Спиральний спосіб побудови розгортки сфери є математичною основою для визначення форми і розмірів блоків, з яких зводиться сніжна хатина "іглу". Це зумовлено тим, що найбільш поширеним способом побудови сніжної хатини "іглу" є спіральний спосіб, який полягає в тому, що снігові цеглини укладаються в гвинтову поверхню з прямокутним поперечним перерізом і осьовою лінією у вигляді гвинтової лінії, що належить сфері.

Ключові слова: розгортка поверхні, гвинтова поверхня, сніжна хатина "іглу".

A.Yu. Nitsyn

National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute"

EVOLVENT OF SPHERE AS A MODEL OF SNOW HUT 'IGLOO'

The conditional evolvent of sphere as a conditional evolvent of curvilinear helicoid, approximating it, is proposed. The evolvent is a part of plane bounded by two curves resembling a clothoid or a Cornu spiral. The spiral method of constructing the evolvent of a sphere is a mathematical basis for determination of form and sizes of blocks from which a snow hut 'igloo' is building. This is due to the fact that the most common way to build a snow hut 'igloo' is a spiral method, consisting in the fact that snow bricks are stacked on helicoid with a rectangular cross section and axial line in the form of a helix belonging to a sphere. The snow hut 'igloo' is represented as a sphere approximating its outer surface, and snow blocks, which are used in the spiral method of its construction, is represented as elements of a curvilinear helical surface that approximates the sphere. A spherical helix is a spatial curve formed by uniform motion of a point along the meridian of the sphere, while the meridian performs a uniform rotational motion around the axis of the sphere. Two helix lines are built

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-15>

on the surface of the sphere. The part of surface of the sphere, enclosed between two helix lines, is separated and a curvilinear helical surface is obtained, approximating the sphere. This helical surface can be represented as a surface formed by rotation of an arc of a circle around its vertical axis of symmetry and simultaneous rotation around an axis perpendicular to its plane. The approximation of the sphere is performed by a family of cylindrical surfaces, for which the meridional sections of the sphere serve as directrices. It is assumed that when the part of the sphere bounded by meridional sections is replaced with a part of a cylindrical surface, the helix on the sphere is converted into a helix on a cylindrical surface. The conditional evolvent of a sphere is constructed as a set of evolvents of cylindrical surfaces that approximate it. After this, a conditional evolvent of a curvilinear helical surface is constructed as a set of evolvents of its parts built on a conditional evolvent of a sphere.

Keywords: evolvent of surface, helicoid, snow hut 'igloo'.

Постановка проблемы

Снежная хижина "иглу" – это зимнее жилище эскимосов, проживающих на Крайнем Севере Канады, и представляет собой полусферический купол, сложенный из снежных блоков. Снежная хижина "иглу" является непревзойдённым образцом жилища, приспособленного к суровым природным условиям Крайнего Севера. Несмотря на то, что её происхождению мы обязаны людям каменного века, поселившимся на Крайнем Севере 30000 лет тому назад, их изобретение до сих пор помогает современным исследователям осваивать земли, лежащие за Полярным кругом. Это обусловлено тем, что ни одна из современных палаток не способна служить полярникам достаточно надёжной защитой от стужи и ветра, которые обрушиваются на них в наиболее холодный период арктической зимы [1–2].

Анализ последних исследований и публикаций

К сожалению, снежным хижинам "иглу" посвящено не так уж много литературы. Большинство книг об исследовании Арктики было издано в 30-е годы XX века в Советской России, когда Коммунистическая партия и Советское правительство вкладывали огромные средства в освоение Крайнего Севера [3–4]. Однако после безуспешных попыток проложить Северный морской путь исследованию Крайнего Севера стали уделять всё меньше и меньше внимания. Сейчас об Арктике уже не вспоминают – заброшены даже военные объекты, построенные когда-то за Полярным кругом.

Цель исследования

Цель настоящей работы – показать, что если геометрической моделью снежной хижины "иглу" является сфера, то снежные "кирпичи", выложенные по спирали, составляют условную развёртку криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующей сферу.

Изложение основного материала исследования

Снежную хижину "иглу" можно построить двумя способами: кольцевым и спиральным [5]. Первый способ состоит в том, что снежные кирпичи укладываются в кольцо с прямоугольным поперечным сечением и осевой линией в виде окружности. Это значит, что снежная хижина "иглу" состоит из нескольких горизонтальных слоёв кирпичей, уложенных друг на друга. При этом каждый кирпич последующего слоя опирается на кирпичи предыдущего слоя только одной нижней гранью. Второй способ состоит в том, что снежные кирпичи укладываются в винтовую поверхность с прямоугольным поперечным сечением и осевой линией в виде винтовой линии, принадлежащей сфере. Это значит, что снежная хижина "иглу", построенная по второму способу, представляет собой один слой кирпичей, опоясывающий её от основания сферического купола до его вершины. При этом каждый кирпич связывается

с другими кирпичами двумя гранями, а именно: нижняя грань опирается на кирпич, принадлежащий нижнему витку винтовой поверхности, в то время как одна из его боковых граней прижимается силой земного тяготения к предыдущему кирпичу из текущего витка винтовой поверхности.

Разумеется, эскимосы, как и их далёкие предки, предпочли второй способ построения снежной хижины "иглу", – первый способ они оставили европейцам, которым почему-то кажется, что кольцевой способ кладки снежных кирпичей гораздо проще спирального способа. Как предки нынешних обитателей Крайнего Севера могли узнать о замечательных свойствах винтовой линии, построенной на поверхности сферы, до сих пор остаётся загадкой.

Первоначально все кирпичи, кроме кирпичей нижнего ряда, имеют размеры $60 \times 40 \times 15$ см. При этом кирпичи, предназначенные для первого нижнего ряда, имеют размеры $70 \times 50 \times 20$ см. Когда хижина строится по первому способу, первоначальная прямоугольная форма снежных кирпичей сохраняется только в первом ряду. Потом кирпичи обрезаются так, чтобы придать им трапециевидальную форму, а при укладке последнего ряда сферического купола кирпичи приобретают форму треугольников. Когда хижина строится по второму способу, кирпичи первого ряда также имеют прямоугольную форму, а все последующие кирпичи, в том числе и кирпичи последнего ряда сферического купола, имеют вид неправильных многоугольников.

Рассмотрим особенности кладки снежных кирпичей по винтовой линии. После того как первый нижний ряд кирпичей приобретёт форму кольца, первые его три кирпича срезаются по наклонной прямой линии, идущей от верхней правой вершины передней грани третьего кирпича до середины первого кирпича, которая определяется как точка пересечения диагоналей его передней грани. Первый кирпич второго ряда укладывается в выемку первого кирпича первого нижнего слоя, а все последующие кирпичи второго ряда укладываются на кирпичи предыдущего слоя. Это обеспечивает не только придание кирпичной кладке форму винтовой поверхности, но и перекрывание каждым кирпичом верхнего ряда стыков кирпичей, лежащих в нижнем ряду.

Чтобы придать снежной хижине "иглу" сферическую форму, кирпичи устанавливаются с наклоном внутрь. Угол наклона кирпичей должен постепенно увеличиваться от 0° в первом нижнем слое до 90° в последнем слое, примыкающем к вершине сферического купола. Кроме того, с каждым очередным витком винтовой поверхности размеры снежных кирпичей должны уменьшаться. Подгонка кирпичей осуществляется по месту их установки. При этом боковые грани подрезаются так, чтобы длина верхней грани кирпича каждого последующего ряда постепенно уменьшалась, а форма кирпича напоминала форму неправильной трапеции.

Поскольку величина угла наклона кирпичей и подгонка их формы выполняются приблизительно, на основании опыта строителей хижины, её форма лишь отдалённо напоминает полусферу. Кроме того, по причине того, что кирпичи представляют собой многогранники и устанавливаются с наклоном, в стыках между ними неизбежно образуются щели, которые после окончания строительства заделываются снегом. Это делает форму хижины ещё более грубой и далёкой от совершенства, хотя некоторые отступления внешнего вида хижины от строгой геометрической формы никак не сказываются на её способности защищать от непогоды её обитателей и обеспечивать им приемлемые условия жизни.

Рассмотрим геометрическую фигуру, которую составляют снежные блоки, которые используются при спиральном способе постройки снежной хижины "иглу", при условии, что снежные блоки размещаются на плоскости так, что один блок является продолжением другого блока. Представим снежную хижину "иглу" в виде

сферы, аппроксимирующей её наружную поверхность, а снежные блоки, которые используются при спиральном способе её постройки, как элементы развёртки криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующей сферу. Поэтому, прежде чем перейти к её построению, рассмотрим сферическую винтовую линию.

Будем называть сферической винтовой линией пространственную кривую, образованную равномерным движением точки вдоль меридиана сферы, в то время как меридиан совершает равномерное вращательное движение вокруг оси сферы. При этом под равномерным движением точки вдоль меридиана будем понимать её вращательное движение с постоянной угловой скоростью вокруг оси, проходящей через центр сферы. Сферу, по которой перемещается точка, будем называть образующей сферой, а одну из её осей – осью винтовой линии.

Проведём на сфере меридиан, плоскость которого проходит через вертикальную ось симметрии сферы, и совместим с её южным полюсом точку A . Предположим, что один виток винтовой линии соответствует повороту меридиональной плоскости на угол 360° и перемещению точки A вдоль меридиана от южного полюса сферы к её северному полюсу. Следовательно, в единицу времени, в течение которого меридиональная плоскость совершает полный оборот, точка A поворачивается на угол 180° . Поскольку точка A совершает равномерное вращательное движение, в равные единицы времени она будет поворачиваться в меридиональной плоскости на один и тот же угол. Кроме того, поскольку меридиональная плоскость также совершает равномерное вращательное движение, в равные единицы времени она также будет поворачиваться на один и тот же угол. Поэтому разделим экватор сферы на 8 равных частей и на такое же число равных частей разделим её меридиан. Найдём расстояния от горизонтальных проекций точек винтовой линии до её оси и отложим их на горизонтальных проекциях соответствующих меридианов. Проведём через горизонтальные проекции точек винтовой линии вертикальные линии, а через точки деления меридиана сферы – горизонтальные линии и через точки пересечения соответствующих вертикальных и горизонтальных линий проведём фронтальную проекцию сферической винтовой линии. Покажем на рис. 1 построение сферической винтовой линии при условии, что в единицу времени меридиональная плоскость совершает $1/8$ полного оборота вокруг вертикальной оси симметрии сферы, а точка A – $1/8$ угла поворота вокруг оси, перпендикулярной меридиональной плоскости, от южного полюса сферы к её северному полюсу.

Рассмотрим построение винтовой линии на поверхности сферы при следующих условиях. Пусть меридиональная плоскость вращается вокруг вертикальной оси симметрии на угол 360° , а полный поворот точки меридиана соответствует углу $22,5^\circ$, то есть $1/8$ угла вращения радиуса сферы от южного до северного полюса. Отсюда следует, что как на южной, так и на северной полусфере укладывается ровно 4 витка винтовой линии. Построим витки винтовой линии, принадлежащей верхней полусфере, и покажем их на рис. 2.

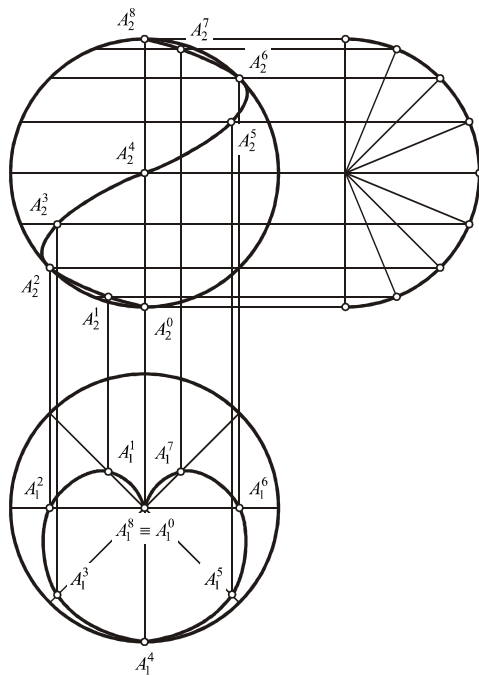


Рис. 1. Построение винтовой линии при условии, что точка сферы поворачивается вокруг оси симметрии на угол 360° и совершает вращение в меридиональной плоскости на угол 180° .

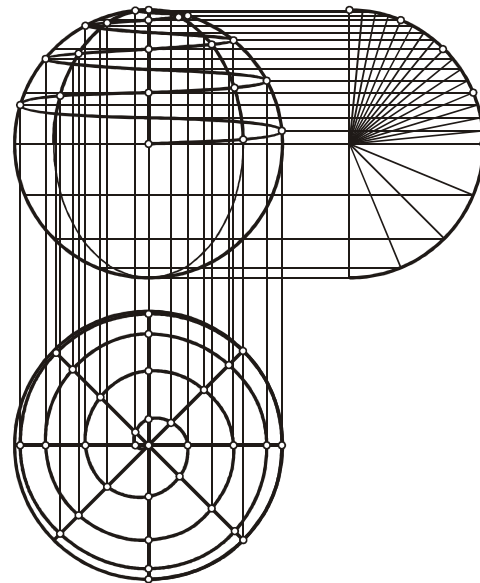


Рис. 2. Построение винтовой линии при условии, что точка сферы поворачивается вокруг оси симметрии на угол 360° и совершает вращение в меридиональной плоскости на угол $22,5^\circ$.

Построим на поверхности сферы две винтовые линии. Пусть первой винтовой линией является линия, показанная на рис. 2, а первый виток второй винтовой линии начинается в точке, в которой заканчивается второй виток первой линии. При этом последний четвёртый виток второй линии вырождается в точку, совпадающую с северным полюсом сферы.

Выделим на рис. 2 отсек поверхности сферы, заключённый между двумя винтовыми линиями, и получим отсек криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующей верхнюю полусферу. Эту винтовую поверхность можно представить как поверхность, образованную вращением дуги окружности вокруг её вертикальной оси симметрии и одновременным вращением вокруг оси, перпендикулярной её плоскости.

Построим в области экватора сферы две винтовые линии, состоящие из одного витка. Пусть первая винтовая линия начинается в точке, в которой начинается первая винтовая линия, принадлежащая верхней полусфере, а вторая винтовая линия – в точке, в которой начинается вторая винтовая линия, принадлежащая верхней полусфере. Выделим отсек криволинейной винтовой поверхности, заключённый между построенными винтовыми линиями, и получим отсек криволинейной винтовой поверхности, прилегающий к экватору сферы. Покажем на рис. 3. отсек криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующий сферу и прилегающий к её экватору.

Очевидно, что отсек криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующей нижнюю полусферу, является симметричным отсеку криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующей верхнюю полусферу, относительно экватора сферы. Покажем на рис. 4 отсек криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующий сферу и лежащий ниже её экватора.

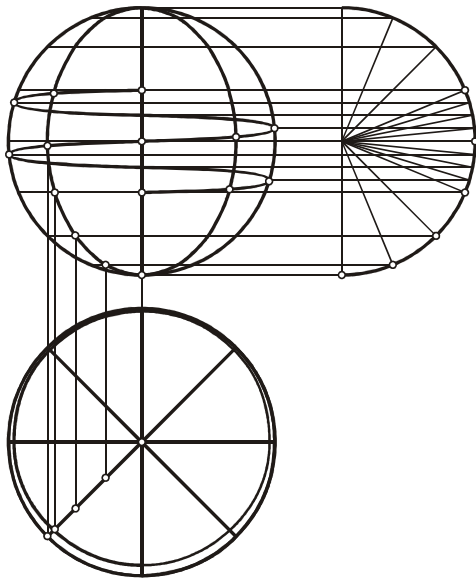


Рис. 3. Построение отсека криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующего сферу и прилегающего к её экватору.

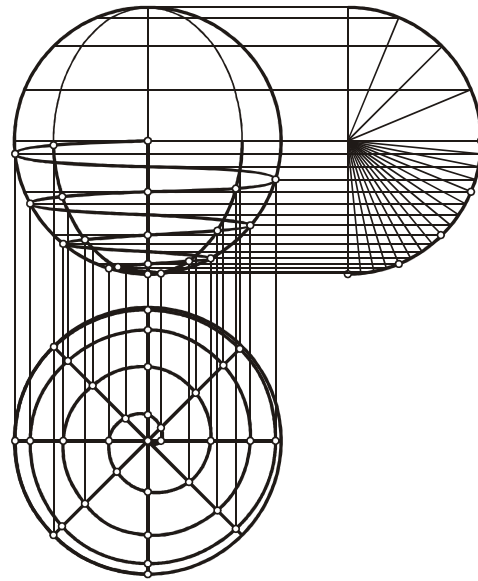


Рис. 4. Построение отсека криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующего сферу и лежащего ниже её экватора.

Выполним аппроксимацию сферы семейством цилиндрических поверхностей, для которых направляющими служат меридиональные сечения сферы [6]. Предположим, что при замене отсека сферы, ограниченного меридиональными сечениями, на отсек цилиндрической поверхности винтовая линия на сфере преобразуется в винтовую линию на цилиндрической поверхности. Построим условную развёртку сферы как совокупность развёрток цилиндрических поверхностей, аппроксимирующих её. Поскольку винтовые линии, построенные на цилиндре, переходят в прямые линии на его развёртке, при совмещении цилиндрических поверхностей, аппроксимирующих сферу, с плоскостью винтовые линии на сфере преобразуются в отрезки прямых линий на её условной развёртке.

Покажем на рис. 5 условную развёртку отсека сферы, расположенного выше экватора, с нанесёнными на неё развёртками отсеков криволинейной винтовой поверхности, ограниченных образами винтовых линий и меридиональными сечениями. Покажем на рис. 6 условную развёртку отсека сферы, прилегающего к экватору, с нанесёнными на неё развёртками отсеков криволинейной винтовой поверхности, ограниченных образами винтовых линий и меридиональными сечениями. Покажем на рис. 7 условную развёртку отсека сферы, расположенного ниже экватора, с нанесёнными на неё развёртками отсеков криволинейной винтовой поверхности, ограниченных образами винтовых линий и меридиональными сечениями.

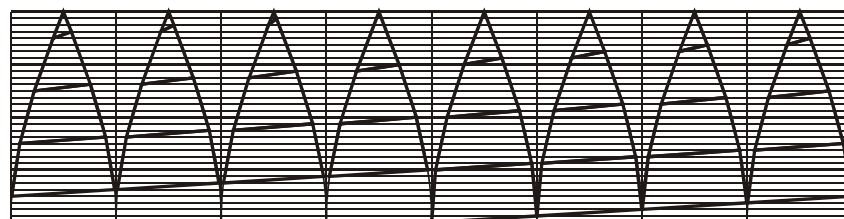


Рис. 5. Построение условной развёртки отсека сферы, расположенного выше экватора.



Рис. 6. Построение условной развёртки отсека сферы, прилегающего к экватору.

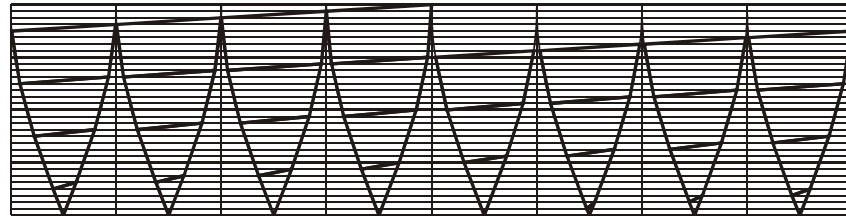


Рис. 7. Построение условной развёртки отсека сферы, расположенного ниже экватора.

Построим теперь условную развёртку криволинейной винтовой поверхности как совокупность развёрток её отсеков, построенных на условной развёртке сферы. Покажем на рис. 8 условную развёртку отсека криволинейной винтовой поверхности, расположенного выше экватора сферы, на рис. 9 – условную развёртку отсека криволинейной винтовой поверхности, расположенного ниже экватора сферы, а на рис. 10 – условную развёртку отсека криволинейной винтовой поверхности, прилегающего к экватору сферы.

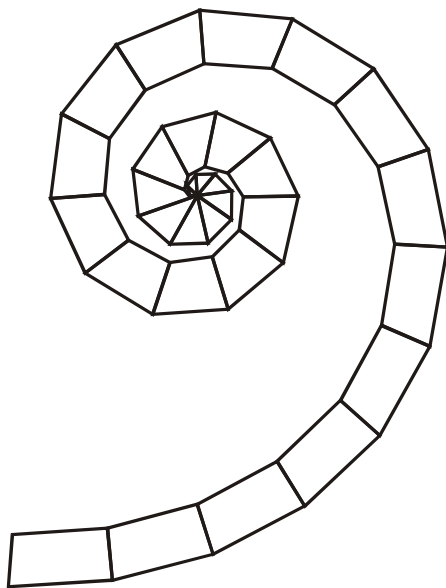


Рис. 8. Построение условной развёртки отсека криволинейной винтовой поверхности, лежащего выше экватора сферы.

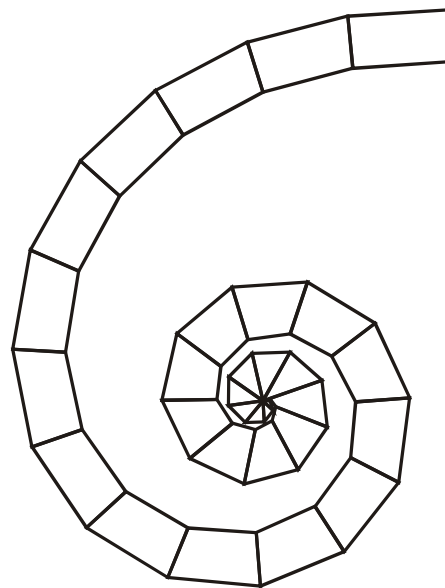


Рис. 9. Построение условной развёртки отсека криволинейной винтовой поверхности, лежащего ниже экватора сферы.

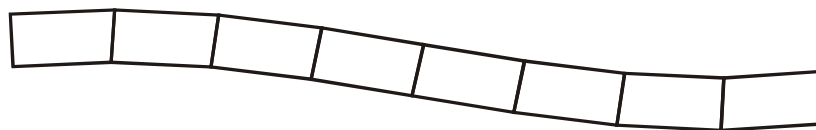


Рис. 10. Построение условной развёртки отсека криволинейной винтовой поверхности, прилегающего к экватору.

Завершим построение условной развёртки сферы построением условной развёртки криволинейной винтовой поверхности, собранной из развёрток её отсеков, расположенных выше экватора, отсеков, прилегающих к экватору, и отсеков, расположенных ниже экватора. Представим на рис. 11 условную развёртку криволинейной винтовой поверхности, аппроксимирующей сферу.

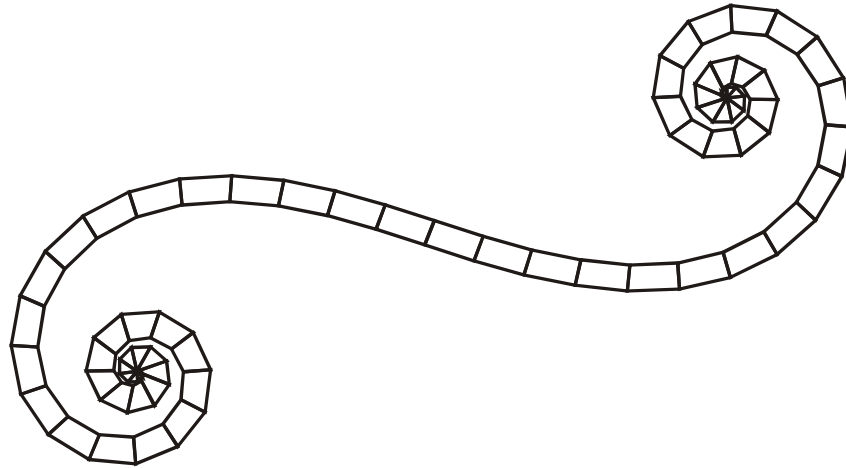


Рис. 11. Построение полной условной развёртки криволинейной винтовой поверхности.

Это и есть условная развёртка сферы.

Как показывает рис. 11, условная развёртка сферы не имеет ни разрывов, ни наложений отдельных её частей друг на друга. Это подтверждает предположение о том, при замене отсека сферы, ограниченного меридиональными сечениями, на отсек цилиндрической поверхности винтовая линия на сфере преобразуется в винтовую линию на цилиндрической поверхности.

Выводы

Таким образом, конструкция снежной хижины "иглу" и технология её построения, разработанные древними обитателями Крайнего Севера, подсказали нам способ построения условной развёртки сферы с помощью аппроксимации сферы криволинейной винтовой поверхностью и последующего её развёртывания на плоскость. Предлагаемый нами способ построения условной развёртки сферы отличается от известных нам способов тем, что вместо развёртки сферы в виде совокупности приближённых развёрток семейства цилиндрических или конических поверхностей, аппроксимирующих её, мы получаем развёртку сферы в виде условной развёртки одной криволинейной винтовой поверхности. Кроме того, предлагаемый нами способ построения условной развёртки сферы имеет ещё и практическое значение, потому что является математической основой для определения размеров "кирпичей", которые используются при спиральном способе строительства снежной хижины "иглу". Предполагаем, что наша следующая работа будет посвящена определению формы и вычислению размеров блоков, из которых возводится снежная хижина "иглу".

Список использованной литературы

1. Берман А. Е. Юный турист. Москва : Физкультура и спорт, 1977. 153 с.
2. Ницын А. Ю. Снежная хижина "иглу" – энергосберегающий дом аборигенов Крайнего Севера. *Строительство и техногенная безопасность*. Симферополь: АСА КФУ им. В. И. Вернадского, 2016. Вып. 4(56). С. 28–32.

3. Радзеевский В. А. Зимние гидрографические работы в Арктике. Москва-Ленинград: Изд-во Главсевморпути, 1940. 186 с. (Библиотека "Стахановцы Арктики").
4. Буйницкий В. Х. 812 дней в дрейфующих льдах. Москва-Ленинград: Изд-во Главсевморпути, 1945. 194 с.
5. Кузнецов М. А. Снежные хижины "иглу". Москва-Ленинград: Изд-во Главсевморпути, 1949. 38 с.
6. Бубенников А. В., Громов М. Я. Начертательная геометрия. Москва: Высшая школа, 1973. 416 с.

References

1. Berman, A. E. (1977) Yuny turist. Moskva : Fizkultura i sport.
2. Nitsyn, A. Yu. (2016) Snezhnaya hizhina 'iglu' – energosberegayushchiy dom aborigenov Kraynego Severa. *Stroitelstvo i tehnogennaya bezopasnost*. 4 (56), 28–32.
3. Radzievskiy, V. A. (1940) Zimnie gidrogra ficheskie raboty v Arktike. Moskva-Leningrad : Izd-vo Glavsevmorputi. (Biblioteka 'Stahanovtsy Arktiki').
4. Buynitskiy, V. H. (1945) 812 dney v dreyfuyushchih Idah. Moskva-Leningrad : Izd-vo Glavsevmorputi.
5. Kuznetsov, M. A. (1949) Snezhnye hizhiny 'iglu'. Moskva-Leningrad : Izd-vo Glavsevmorputi.
6. Bubennikov, A. V., & Gromov, M. Ya. (1973) Nachertatelnaya geometriya. Moskva : Vysshaya shkola.

УДК 519.6

Г.Я. ТУЛУЧЕНКО, Г.Є. МАКСИМУК
Херсонський національний технічний університет

ПРО МЕЖИ ПРАКТИЧНОГО ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ТОЧКОВИХ ДЖЕРЕЛ

Метод точкових джерел (або метод фундаментальних розв'язків у англомовній літературі), який ввели у 1963 році грузинські математики М.О. Алексидзе та В.Д. Купрадзе, типовим застосуванням має розв'язання граничних задач різних типів, для диференціальних рівнянь яких відомі фундаментальні розв'язки. За час існування методу теоретично доведена його збіжність за певних умов в областях довільної геометричної форми. Проте огляд літературних джерел свідчить, що практичне застосування методу здійснювалося дослідниками методу виключно у задачах з областями простої геометричної форми. Здебільшого це пояснюється необхідністю мати аналітичний розв'язок задачі для проведення оцінок точності різноманітних модифікацій методу точкових джерел.

У даній роботі проведено порівняння обчислювальних можливостей методу точкових джерел і методу скінченних елементів на двох тестових задачах. Областю моделювання стаціонарного температурного поля в першій задачі є традиційний прямокутник. У другій задачі прямокутник на двох протилежних сторонах має вирізи різної геометричної форми. Граничні умови в обох задачах збережені однаковими. При розв'язанні основної системи лінійних алгебраїчних рівнянь у методі точкових джерел застосовуються регуляризація за А.М. Тихоновим та аналіз диференціальних властивостей L -кривої для знаходження значення параметра регуляризації.

Показано, що метод точкових джерел значно поступається в точності методу скінченних елементів в областях складної геометричної форми.

Ключові слова: метод точкових джерел, метод скінченних елементів, фундаментальні розв'язки.

Г.Я. ТУЛУЧЕНКО, А.Е. МАКСИМУК
Херсонский национальный технический университет

О ГРАНИЦАХ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА ТОЧЕЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ

Метод точечных источников (или метод фундаментальных решений в англоязычной литературе), который ввели в 1963 году грузинские математики М.А. Алексидзе и В.Д. Купрадзе, типичным использованием имеет решение граничных задач различных типов для дифференциальных уравнений, для которых известны фундаментальные решения. За время существования метода теоретически доказана его сходимость при ряде ограничений в областях произвольной геометрической формы. Однако обзор литературных источников показывает, что практическое применение метода осуществлялось его исследователями исключительно в задачах с областями простой геометрической формы. В основном это объясняется необходимостью иметь аналитическое решение задачи для проведения оценок точности различных модификаций метода точечных источников.

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-16>

В данной работе проведено сравнение вычислительных возможностей метода точечных источников и метода конечных элементов. Областью моделирования стационарного температурного поля в первой задаче является традиционный прямоугольник. Во второй задаче прямоугольник на двух противоположных сторонах имеет вырезы разной геометрической формы. Граничные условия в обеих задачах сохранены одинаковыми. При решении основной системы линейных алгебраических уравнений в методе точечных источников используются регуляризация по А.Н. Тихонову и анализ дифференциальных свойств L-кривой для нахождения значения параметра регуляризации.

Показано, что метод точечных источников значительно уступает в точности методу конечных элементов в областях сложной геометрической формы.

Ключевые слова: метод точечных источников, метод конечных элементов, фундаментальные решения.

H.Ya. TULUCHENKO, H.Ye. MAKSYMUK
Kherson National Technical University

ABOUT PRACTICAL APPLICATIONS FOR METHODS OF POINT SOURCES

The method of point sources (or the method of fundamental solutions in the English-language literature), which was introduced in 1963 by Georgian mathematicians M.A. Aleksidze and V.D. Kupradze, in typical use, has a solution of various types of boundary problems for differential equations for which fundamental solutions are known. During the lifetime of the method, its convergence was theoretically proved under a series of restrictions in domains of arbitrary geometric shape. However, a review of literary sources shows that the practical application of the method was carried out by its researchers exclusively in problems with domains of simple geometric shape. This is mainly due to the need to have an analytical solution to the problem for assessing the accuracy of various modifications of the point source method.

This paper compares the computational capabilities of the point source method and the finite element method. The domain of simulation of the stationary temperature field in the first problem is the traditional rectangle. In the second problem, the rectangle on two opposite sides has cuts of different geometric shapes. The boundary conditions are kept the same. Convective heat exchange is observed at first boundary of the domain, the temperature of the second boundary is kept constant, and adiabaticity conditions are satisfied at the other boundaries of the domain. In solving the basic system of linear algebraic equations in the method of point sources, regularization according to A.N. Tikhonov and the analysis of the differential properties of the L-curve to find the value of the regularization parameter are used. Computational experiments have shown that even for a rectangular domain, the condition number of this system of equations varies non-monotonously depending on the radius of the circle on which fictitious sources are placed.

It is shown that the point source method is significantly inferior in accuracy to the finite element method in domains of complex geometric shape. The continuation of research is connected with the construction of approximate conformal mappings of a given domain onto domain which is bounded by the contour of fictitious sources.

Keywords: fundamental solution method, finite element method, fundamental solution.

Постановка проблеми

Метод точкових джерел (або метод фундаментальних розв'язків у англomовній літературі) позиціонується своїми розробниками, як такий, що може скласти

конкуренцію методу скінченних елементів у областях складної геометричної форми [1]. Проте більшість прикладів його використання стосуються областей простої геометричної форми, зокрема, прямокутників [2–5]. Це пояснюється необхідністю мати точний розв'язок задачі для оцінювання точності розв'язка, який отримується методом точкових джерел.

У той же час залишаються неформалізованими процедури вибору точок колокації на границі досліджуваної області, форми контуру фіктивних джерел та розміщення точок на ньому. Питання їх оптимального вибору до цього часу є нерозв'язаним.

Також негативно впливає на точність та адекватність розв'язків, які отримані методом точкових джерел, погана обумовленість системи лінійних алгебраїчних рівнянь, до розв'язання якої в цьому методі зводиться розв'язання граничної задачі. Очевидно, що в цьому випадку є необхідним застосування методу регуляризації за А.М. Тихоновим. Для встановлення значення параметра регуляризації, що, як відомо, є окремою задачею, досліджують диференціальні характеристики L -кривої, яка будується спеціальним чином [6–7]. Проте, як показують власні обчислювальні експерименти, вказана крива не завжди має описаний у літературі профіль, що робить її непридатною для знаходження значення параметра регуляризації.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Приклади застосування методу точкових джерел до розв'язання граничних задач різних типів можна знайти в роботах [1–5] та багатьох інших.

Позитивний вплив застосування методу регуляризації за А.М. Тихоновим на точність методу точкових джерел проілюстрований в роботах [6–7].

Тестова задача, що використовується в даному дослідженні, запозичена з книги [8], в якій вона розв'язується методом скінченних елементів.

Мета дослідження

Метою даної роботи є проведення порівняльного аналізу точності розв'язків тестової задачі, які отримані методом точкових джерел та методом скінченних елементів.

Викладення основного матеріалу дослідження

Розглянемо задачу про стаціонарний теплообмін у двовимірній області, яка є перерізом (рис. 1) перфорованої сталеві плити значної довжини [8, С. 56–63].

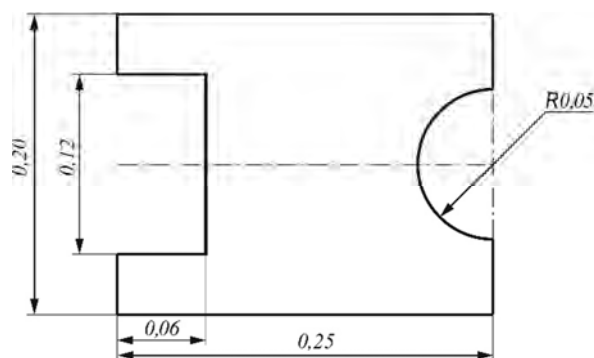


Рис. 1. Геометрична модель розрахункової області.

Введемо позначення:

$$D_{xx} = D_{yy} = 45 \frac{Вт}{м \cdot ^\circ C} - \text{коефіцієнти теплопровідності матеріалу плити;}$$

$h = 25 \frac{Вт}{м^2 \cdot ^\circ C}$ – коефіцієнт конвективної тепловіддачі;

$T_\infty = 600^\circ C$ – температура середовища, яке гріє, над верхньою поверхнею плити;

$T_0 = 50^\circ C$ – температура нижньої поверхні плити;

$a=0,25$ м і $b=0,20$ м – ширина і висота плити.

Тестова задача 1. Розв'язати граничну задачу для рівняння Лапласа:

$$D_{xx} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + D_{yy} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

з граничними умовами:

$$D_{yy} \frac{dT}{dy} \Big|_{y=b} + h \left(T \Big|_{y=b} - T_\infty \right) = 0 \text{ – на верхній границі області;}$$

$$T(x; y) \Big|_{y=0} = T_0 \text{ – на нижній границі ;} \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \text{ – адіабатичні умови на всіх інших границях області.}$$

Тестова задача 2. Спочатку розв'яжемо спрощену задачу, яка відрізняється від задачі (1–2) тільки досліджуваною областю. В другій задачі область $\Omega = [0; a] \times [0; b]$ є прямокутником, який містить весь переріз плити, включаючи вирізи.

Розв'язання задачі 2. Прямокутна область дозволяє застосувати до розв'язання задачі аналітичний метод відокремлення змінних – метод Фур'є.

Будемо шукати наближений розв'язок задачі (1–2) для прямокутної області у вигляді ряду:

$$\tilde{T}(x; y) = \frac{Y_0(y)}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(y) \cdot \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right). \quad (3)$$

Очевидно, що при цьому задовольняються граничні умови на вертикальних сторонах, коли $x = 0$ та $x = a$.

Нескладний якісний аналіз наближеного розв'язку $\tilde{T}(x; y)$ показує, що всі функції $Y_n(y) = 0$, коли $n = \overline{1; \infty}$. Отже, ця задача має точний розв'язок, який не залежить від змінної x :

$$T(x; y) = A_0 y + B_0. \quad (4)$$

Підставивши (4) до граничних умов (2), отримуємо:

$$\begin{cases} A_0 = \frac{h(T_\infty - T_0)}{D_{yy} + hb} \\ B_0 = T_0 \end{cases} \quad (5)$$

Тоді точний розв'язок граничної задачі (1–2), має вигляд (рис. 2):

$$T(x; y) = \frac{h(T_\infty - T_0)}{D_{yy} + hb} \cdot y + T_0.$$

На верхній границі області, коли $y = b$, спостерігається температура:

$$T(x; b) = \frac{h \cdot (T_\infty - T_0)}{D_{yy} + hb} \cdot b + T_0. \quad (6)$$

Запишемо вираз (6) у більш зручній для якісного аналізу формі:

$$T(x; b) = T_\infty - \frac{D_{yy} \cdot (T_\infty - T_0)}{D_{yy} + hb}.$$

Тоді при заданих числових значеннях коефіцієнтів на верхній границі області спостерігається температура: $T(x; b) = 105^\circ \text{C}$ (рис. 2).

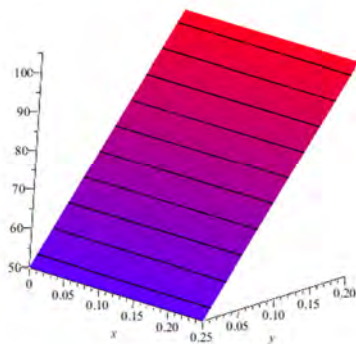


Рис. 2. Графік точного розв'язку (6) граничної задачі (1–2) для прямокутної області.

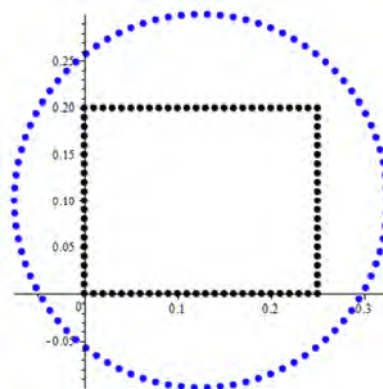


Рис. 3. Розміщення точок колокації та точок фіктивних джерел у методі точкових джерел.

Застосуємо до розв'язання досліджуваної задачі метод точкових джерел у традиційній його реалізації, тобто при рівномірному розміщенні точок колокації і точок фіктивних джерел та при використанні кола в якості контуру фіктивних джерел (рис. 3).

Розмістимо рівномірно на периметрі прямокутної області N точок колокації $r_i(x_i^C; y_i^C)$, $i = \overline{1; N}$. На колі радіусу R розмістимо таку ж кількість точок фіктивних джерел $(x_j^R; y_j^R)$, $j = \overline{1; N}$. Розв'язок задачі (1–2) будемо шукати у вигляді частинної суми ряду:

$$\tilde{T}(x; y) \approx \sum_{j=1}^N a_j \varphi_j(x; y), \quad (7)$$

де $\varphi_j(x; y) = \ln \frac{1}{\sqrt{(x - x_j^R)^2 + (y - y_j^R)^2}}$ – фундаментальний розв’язок рівняння Лапласа (1), який асоційований з фіктивним джерелом, яке розміщене в точці з координатами $R_j(x_j^R; y_j^R)$, $j = \overline{1; N}$.

Для знаходження невідомих коефіцієнтів a_j з розвинення (7) складемо систему рівнянь [1]:

$$\sum_{j=1}^N a_j l\varphi_j(r_i; R_j) = \psi(r_i), \quad i = \overline{1; N}, \quad (8)$$

де оператор $lT(x; y) \Big|_{\partial\Omega} = \psi(x; y)$ описує задані граничні умови (2).

Матрицю системи (8) позначимо G . Число обумовленості матриці G за нормою метрики L_2 позначимо $\text{Cond } G$.

Для оцінки точності отримуваних розв’язків використаємо норму:

$$\varepsilon_1 = \sqrt{\frac{1}{S_\Omega} \cdot \iint_{\Omega} (T(x; y) - \tilde{T}(x; y))^2 dx dy}$$

для вимірних на компакт $\Omega = [0; a] \times [0; b]$ функцій з простору $L_2(\Omega)$, для яких підінтегральна функція з (7) є інтегрованою за Лебегом та іншу норму:

$$\varepsilon_2 = \sqrt{\max_{\Omega} (T(x; y) - \tilde{T}(x; y))^2}$$

для неперервних на компакт $\Omega = [0; a] \times [0; b]$ функцій простору $C(\Omega)$.

Таблиця 1

Характеристики розв’язку задачі 2 для прямокутної області

Радіус, R , м	40 вузлів колокації			90 вузлів колокації		
	$\text{Cond } G$	ε_1	ε_2	$\text{Cond } G$	ε_1	ε_2
0.20	$4,7 \cdot 10^7$	$5,0 \cdot 10^{-4}$	$2,8 \cdot 10^{-3}$	$2,7 \cdot 10^{14}$	$1,1 \cdot 10^{-7}$	$3,8 \cdot 10^{-6}$
0.25	$1,3 \cdot 10^9$	$9,0 \cdot 10^{-8}$	$5,7 \cdot 10^{-7}$	$1,5 \cdot 10^{14}$	$1,5 \cdot 10^{-8}$	$1,5 \cdot 10^{-7}$
0.30	$2,5 \cdot 10^{10}$	$1,8 \cdot 10^{-9}$	$3,1 \cdot 10^{-8}$	$6,8 \cdot 10^{14}$	$4,4 \cdot 10^{-8}$	$5,7 \cdot 10^{-7}$
0.35	$3,4 \cdot 10^{11}$	$8,8 \cdot 10^{-8}$	$9,1 \cdot 10^{-8}$	$8,9 \cdot 10^{13}$	$4,0 \cdot 10^{-9}$	$5,2 \cdot 10^{-8}$
0.40	$9,6 \cdot 10^{12}$	$2,6 \cdot 10^{-8}$	$3,4 \cdot 10^{-7}$	$3,1 \cdot 10^{14}$	$3,2 \cdot 10^{-8}$	$3,1 \cdot 10^{-7}$
0.45	$4,1 \cdot 10^{12}$	$9,9 \cdot 10^{-9}$	$1,6 \cdot 10^{-8}$	$1,5 \cdot 10^{14}$	$1,5 \cdot 10^{-8}$	$4,7 \cdot 10^{-8}$
0.50	$1,6 \cdot 10^{13}$	$5,0 \cdot 10^{-9}$	$2,1 \cdot 10^{-8}$	$6,3 \cdot 10^{14}$	$4,9 \cdot 10^{-8}$	$5,2 \cdot 10^{-8}$

Дані табл. 1, з одного боку, показують, що методом точкових джерел можуть бути отримані розв'язки високої точності. З іншого боку, залежності числа обумовленості матриці системи рівнянь методу точкових джерел, середньоквадратична похибка та максимальна похибка від радіуса кола фіктивних джерел не є монотонними. Очевидно, що метод точкових джерел потребує подальшої формалізації та обґрунтування.

Розв'язання задачі 1. Для розв'язання тестової задачі 1 методом скінченних елементів використаємо пакет PDETool з системи комп'ютерної математики MATLAB (рис. 4).

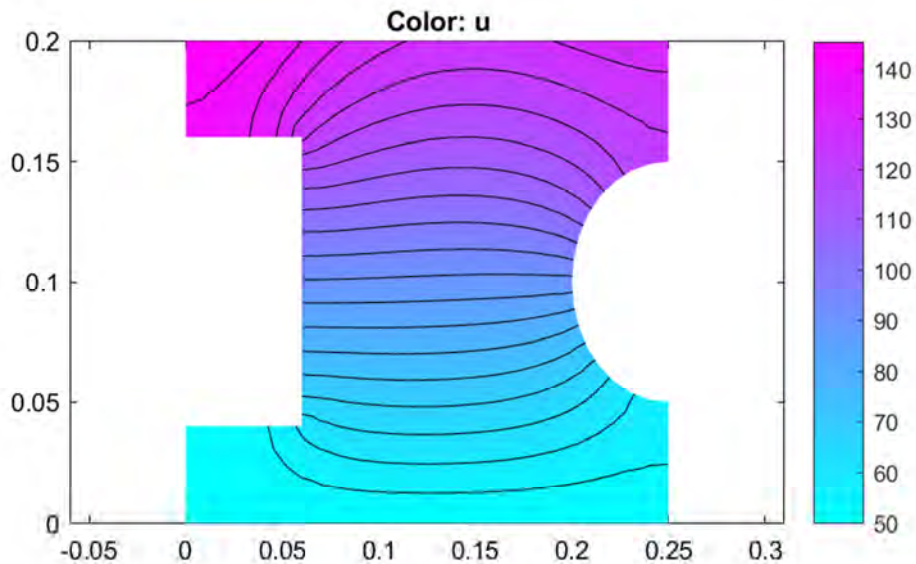


Рис. 4. Графік розв'язку граничної задачі (1–2) для перерізу плити за допомогою PDETool MATLAB.

Максимальна температура спостерігається у верхньому лівому куті $T(0;b) = 146,0^\circ C$.

Для реалізації методу точкових джерел розмістимо рівномірно на границі перерізу плити (рис. 1) рівномірно $N=108$ точок колокації (на прямолінійних ділянках границі області з кроком 0,01 м) і таку ж кількість точок фіктивних джерел, на колі радіусу $R=2$ м, яке охоплює досліджувану область. Початкове (без регуляризації) розв'язання системи, яка аналогічна системі (8), приводить до неадекватного фізичному змісту задачі наближеного розв'язку (рис. 5а).

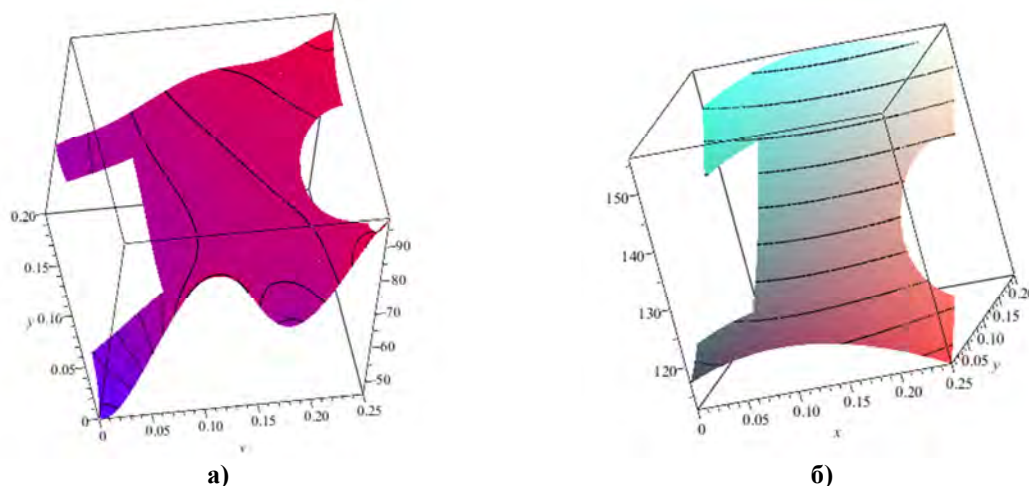


Рис. 5. Графік розв'язку граничної задачі (1–2) для перерізу плити методом точкових джерел: а) до регуляризації; б) після регуляризації.

Регуляризацію системи виду (8) виконаємо за методом А.М. Тихонова:

$$(G + \lambda E)\mathbf{a} = \mathbf{b}, \quad (9)$$

де G – матриця системи виду (8); E – одинична матриця відповідної вимірності; \mathbf{a} – вектор шуканих коефіцієнтів a_j ; \mathbf{b} – вектор значень відомих функцій $\psi(r_i)$ з правих частин граничних умов у точках колокації.

Для знаходження значення параметра регуляризації λ протабулюємо координати точок L -кривої, яка параметрично задається формулами [6–7]:

$$\begin{cases} x = \ln\|(G + \lambda E)\mathbf{a} - \mathbf{b}\|; \\ y = \ln\|\mathbf{a}\|; \end{cases} \quad (10)$$

де $\|\cdot\|$ – дискретний аналог норми метрики простору $L_2(\Omega)$,

З вказаними числовими даними задачі 1 графік L -кривої (10) наведено на рис. 6. Графік кривини L -кривої (10) наведено на рис. 7. При цьому для знаходження значень похідних в точках табуляції використані їх кінцеві аналоги. Кривина L -кривої досягає максимуму, коли параметр регуляризації $\lambda = 4,5 \cdot 10^{-3}$. Графік розв'язку задачі (1–2) після регуляризації системи виду (8) із вказаним значенням параметра наведений на рис. 5 б.

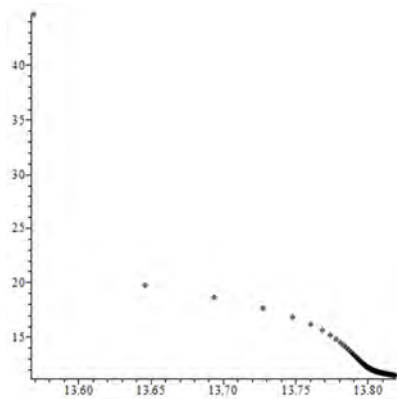


Рис. 6. Графік L -кривої.

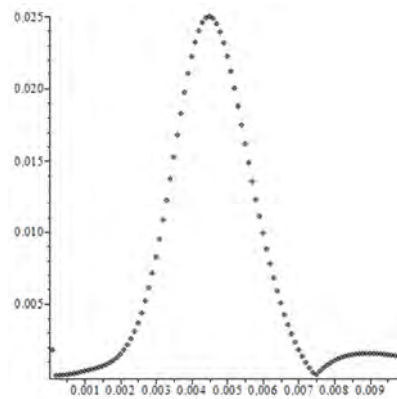


Рис. 7. Графік кривини L -кривої.

Очевидно, що розв'язок задачі (1–2) методом точкових джерел із застосуванням регуляризації не можна визнати адекватним. Звернемо увагу на той факт, що на сторонах вирізів не виконується умова адіабатичності. У зв'язку з цим обчислювальні експерименти були продовжені з залученням додаткових фіктивних джерел біля границь вирізів (рис. 8) та з контуром фіктивних джерел, який повторює контур досліджуваної області (рис. 9).

Відзначимо, що в цих випадках кількість точок колокації і точок фіктивних джерел є різною, і, як наслідок, матриця G системи (8) є прямокутною. Тому регуляризація виконувалася для системи виду:

$$(G^T G + \lambda E) \cdot \mathbf{a} = G^T \mathbf{b}.$$

Для обох способів розміщення точок фіктивних джерел також були побудовані графіки L -кривої та встановлені за їх допомогою значення параметрів регуляризації, але цього виявилось замало для знаходження фізично адекватного розв'язку задачі (1–2) методом точкових джерел для області з геометрією, яка складніша за прямокутник.

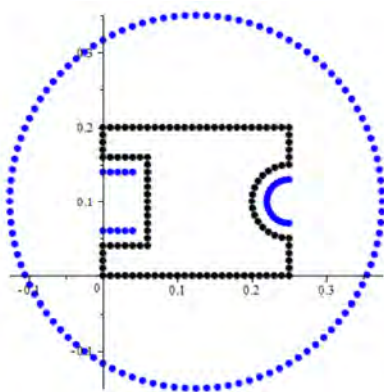


Рис. 8. Перший варіант розміщення додаткових фіктивних джерел.

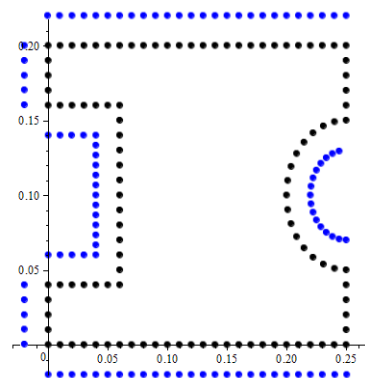


Рис. 9. Другий варіант розміщення додаткових фіктивних джерел.

Висновки

Проведені обчислювальні експерименти показали, що в області складної геометричної форми за допомогою методу точкових джерел не вдається побудувати

фізично адекватний розв'язок граничної задачі для рівняння Лапласа. На відміну від теоретичних передбачень [1] регуляризація основної системи алгебраїчних рівнянь не приводить до суттєвого покращення точності отримуваних розв'язків.

Логічним продовженням досліджень є вивчення впливу розміщення точок фіктивних джерел на точність розв'язання граничних задач. Зокрема, проведення обчислювальних експериментів для граничних задач із рівняннями Лапласа і Пуассона, коли фіктивні джерела розміщуються в образах точок колокації при конформних відображеннях досліджуваної області на коло або на контур, який повторює геометрію заданої області.

Список використаної літератури

1. Алексидзе, М.А. Фундаментальные функции в приближенных решениях граничных задач. Москва. Наука, 1991. 352 с.
2. Alves Carlos J. S., Martins Nuno F. M. (2009) The Direct Method of Fundamental Solutions and the Inverse Kirsch-Kress Method for the Reconstruction of Elastic Inclusions or Cavities. *Journal of Integral Equations and Applications*. **21**, 153–178.
3. Fairweather Graeme, Karageorghis Andreas (1998) The method of fundamental solutions for elliptic boundary value problems. *Advances in Computational Mathematics*. **9**, 69–95.
4. Kołodziej J.A., Grabski J.K. (2014) Application of the Method of Fundamental Solutions and the Radial Basis Functions for Laminar Flow and Heat Transfer in Internally Corrugated Tubes. *Proceedings of the 10th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics*. (USA, Florida, Orlando, July 14–16, 2014), pp. 456–465.
5. Golberg M.A. (1994) The method of fundamental solutions for Poisson's equation. *Transactions on Modelling and Simulation*. **8**, 299–307.
6. Karageorghis Marin L, Lesnic A. D. et al. (2017) The method of fundamental solutions for problems in static thermo-elasticity with incomplete boundary data. *Inverse Problems in Science and Engineering*. **25** (5), 652–673.
7. Vogel C. R. (1997) Non-convergence of the *L*-curve regularization parameter selection method. *Inverse Problems*. **12**, 4, 16 p.
8. Денисов М.А. Математическое моделирование теплофизических процессов. ANSYS и CAE-проектирование. Екатеринбург: УрФУ, 2011. 149 с.

References

1. Aleksidze, M. A. (1991) Fundamentalnyie funktsii v priblizhennyih resheniyah granichnyih zadach. Moskva. Nauka.
2. Alves, Carlos J. S., & Martins Nuno, F. M. (2009) The Direct Method of Fundamental Solutions and the Inverse Kirsch-Kress Method for the Reconstruction of Elastic Inclusions or Cavities. *Journal of Integral Equations and Applications*. **21**, 153–178.
3. Fairweather, Graeme, & Karageorghis Andreas. (1998) The method of fundamental solutions for elliptic boundary value problems. *Advances in Computational Mathematics*. **9**, 69–95.
4. Kołodziej, J. A., & Grabski, J. K. (2014) Application of the Method of Fundamental Solutions and the Radial Basis Functions for Laminar Flow and Heat Transfer in Internally Corrugated Tubes. *Proceedings of the 10th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics*. (USA, Florida, Orlando, July 14–16, 2014), pp. 456–465.
5. Golberg, M. A. (1994) The method of fundamental solutions for Poisson's equation. *Transactions on Modelling and Simulation*. **8**, 299–307.

6. Karageorghis, Marin L., & Lesnic, A. D. et al. (2017) The method of fundamental solutions for problems in static thermo-elasticity with incomplete boundary data. *Inverse Problems in Science and Engineering*. **25** (5), 652–673.
7. Vogel, C. R. (1997) Non-convergence of the *L*-curve regularization parameter selection method. *Inverse Problems*. **12**, 4, 16 p.
8. Denisov, M. A. (2011) *Matematicheskoe modelirovanie teplofizicheskikh protsessov. ANSYS i CAE-proektirovanie*. Ekaterinburg: UrFU.

УДК 62.505

Г.О. ДИМОВА, В.С. ДИМОВ
Херсонський національний технічний університет

ПРОЕКЦІЙНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧ ЛІНІЙНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

Розглянута можливість знаходження структури оператора динамічного об'єкта за його вихідним сигналам на основі структурних властивостей лінійних операторів та впорядкування множини вихідних сигналів, поданих у вигляді ганкелевих форм і ганкелевих матриць. Згідно з евристичним підходом вхідний сигнал діє на об'єкт, при цьому здійснюється збір інформації про всі ступені свободи динамічного некерованого об'єкта. Таким вхідним сигналом, що має нескінчений спектр, є білий шум. Розглянуто методуку знаходження структури оператора і оцінку його параметрів для лінійного випадку та метод ідентифікації моделі багатомірної динамічної системи. Розроблені методи знаходження моделі динамічної системи, що задається тільки вихідним сигналом, та визначення характеристик динамічної системи на відміну від відомих процесів, описаних задачами ідентифікації, управління і вимірювання.

Ключові слова: динамічна система, оператор, обернена задача, лінійний простір, векторний часовий ряд, ганкелеві матриці, розкладність матриці, ранг матриці, базис простору

А.О. ДЫМОВА, В.С. ДЫМОВ
Херсонский национальный технический университет

ПРОЕКЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Рассмотрена возможность нахождения структуры оператора динамического объекта по его выходным сигналам на основе структурных свойств линейных операторов и упорядочения множества выходных сигналов, представленных в виде ганкелевых форм и ганкелевых матриц. Согласно эвристическому подходу входной сигнал действует на объект, при этом осуществляется сбор информации обо всех степенях свободы динамического неуправляемого объекта. Таким входным сигналом, имеющим бесконечный спектр, является белый шум. Рассмотрена методика нахождения структуры оператора и оценка его параметров для линейного случая, а также метод идентификации модели многомерной динамической системы. Разработаны методы нахождения модели динамической системы, которая задается только выходным сигналом, и определения характеристик динамической системы, в отличие от известных процессов, описанных задачами идентификации, управления и измерения.

Ключевые слова: динамическая система, оператор, обратная задача, линейное пространство, векторный временной ряд, ганкелевы матрицы, разложимость матрицы, ранг матрицы, базис пространства

H.O. DYMOVA, V.S. DYMOV
Kherson National Technical University

PROJECTIONAL RESEARCH METHODS OF THE REVERSE PROBLEM OF LINEAR DYNAMIC SYSTEMS

The possibility of finding the structure of an operator of a dynamic object from its output signals on the basis of the structural properties of linear operators and the ordering of
<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-17>

a set of output signals presented in the form of Hankel forms and Hankel matrices is considered. According to the heuristic approach, the input signal acts on an object, while collecting information about all degrees of freedom of a dynamic uncontrolled object. Such an input signal having an infinite spectrum is white noise. The methods for finding the structure of the operator and the estimation of its parameters for the linear case, as well as the method for identifying the model of a multidimensional dynamic system, are considered. Methods have been developed for finding a model of a dynamic system, which is defined only by the output signal, and determining the characteristics of a dynamic system, in contrast to the known processes described by the problems of identification, control and measurement.

An illustrated sequence of construction of the model of the linear dynamic system operator as a solution to the inverse dynamics problem: to determine the structure of the operator in the state space based on the output signal, which allows to develop computational algorithms for real dynamical systems in a linear approximation.

Keywords: dynamical system, operator, inverse problem, linear space, vector time series, Hankel matrices, decomposability of a matrix, rank of a matrix, basis of space.

Постановка проблеми

В роботі розглядається вирішення задачі аналізу структури динамічного об'єкту: з урахуванням стохастичного підходу до аналізу вихідних сигналів та без урахування випадкових складових вихідного сигналу на підставі лінійних відображень множини лінійних просторів, тобто теоретико-множинний підхід.

Поставлена задача знаходження структури динамічного об'єкта за вихідним сигналом досліджувалася методом факторизації кореляційної матриці вихідного сигналу [1].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Розглянуті раніше методи відносяться до обернених задач дослідження динамічних систем, сутність яких заключається в тому, що вихідний спостережуваний сигнал являється рішенням динамічного оператора об'єкта, а структура самого оператора невідома. При цьому є деякі припущення про його клас: лінійний, нелінійний диференціальний і диференціальний в частинних похідних та інші. [2-7].

Евристичний підхід ґрунтується на тому, що вхідний сигнал діє на об'єкт, при цьому здійснюється збір інформації про всі ступені свободи динамічного некерованого об'єкта. Таким вхідним сигналом, що має нескінчений спектр, є білий шум. Розглянуто методику знаходження структури оператора і оцінку його параметрів для лінійного випадку та метод ідентифікації моделі багатомірної динамічної системи.

Мета дослідження

Для визначення коефіцієнтів системи диференціальних рівнянь, що описують динамічну систему, необхідно отримати таке рівняння, яке не залежить від вхідного сигналу.

Поставлена задача полягає в знаходженні моделі динамічного об'єкта за результатами вимірювань його вихідних сигналів, які після їх обробки представляють векторні часові ряди. В якості елемента класу моделей, що пояснює отриману множину спостережень і є найменшою серед можливих, потрібно знайти найбільш сильну неспростовану модель.

Викладення основного матеріалу дослідження

Модель опису структури оператора динамічних систем повинна відповідати таким вимогам:

- бути простою;
- містити мало довільних або уточнюючих елементів;

- узгоджуватися з усіма існуючими спостереженнями і пояснювати їх в рамках теорії лінійних динамічних систем;
- давати детальний передбачення результатів майбутніх спостережень, які можуть спростувати цю модель або довести її хибність, якщо передбачення, зроблені за цією моделлю, не підтверджуються.

Після введення основних властивостей лінійних операторів уточнимо фундаментальне поняття в теорії динамічних систем – поняття стану, яке надзвичайно важливо з практичної точки зору в теорії прийняття рішень і обробки сигналів.

Система з простором станів являє собою четвірку

$$\Sigma_i = \{T, W, X, \mathcal{B}_i\}, \quad (1)$$

де $T \subset R$ – множина моментів часу;
 W – алфавіт зовнішніх сигналів;
 X – простір станів;
 $\mathcal{B}_i \subset (W \times X)^T$ – множина внутрішніх станів.

Припускається, що \mathcal{B}_i задовольняє аксіомі стану

$$\{(\bar{w}_k, \bar{x}_k) \in \mathcal{B}_i, k = 1, 2, t_0 \in T, \bar{x}_1(t_0) = \bar{x}_2(t_0)\} \rightarrow \{\bar{w}_1, \bar{x}_1 \wedge_{t_0} (\bar{w}_2, \bar{x}_2) \in \mathcal{B}_i\}, \quad (2)$$

де \bar{w}_k – вектори вихідних сигналів динамічного об'єкта;
 \wedge – знак конкатенації.

З аксіоми стану випливає, що будь-яка траєкторія, що приходить в деякий стан, сумісна з будь-якою іншою траєкторією, що виходить з цього ж самого стану. Інакше, в теоретико-множинному сенсі для заданого в даний момент стану минуле і майбутнє умовно незалежні, тобто цей стан відображує минуле і майбутнє поведінки системи [8-10]. Розглянуто систему

$$\begin{aligned} \sigma \bar{x} &= \mathbf{A}' \bar{x} + \mathbf{B}' \bar{u}, \\ \bar{w} &= \mathbf{C}' \bar{x} + \mathbf{D}' \bar{u}. \end{aligned} \quad (3)$$

Вона визначає динамічну систему з простором станів, в якій σ – оператор зсуву в часі, $T = Z_+$ або Z_- множина моментів часу (дискретне або безперервне), $Z \geq 0$.

Виходячи з спостережуваного векторного часового ряду визначено алгоритми обчислення найсильнішою неспростованої моделі. Для вирішення цього розроблена теорія реалізації на основі усіченої поведінки [9, 12, 13]. Поставлена задача знайти для отриманого в результаті обробки спостережень за динамічним об'єктом q -мірного часового ряду $\bar{w}(t_0), \bar{w}(t_0 + 1), \dots, \bar{w}(t_1)$ ($-\infty \leq t_0 \leq t \leq t_1 \leq \infty$) з $\bar{w}(t) \in R^q$ динамічну модель об'єкта, що пояснює наведенні спостереження.

У загальному випадку, методичний підхід до побудови алгоритмів, що адекватно представляють модель і враховують раніше заявлені вимоги до лінійності, упорядкованості, законам збереження, розкладеності операторів, полягає в завданні деякого певного набору рівнянь, що містять мінімальний набір параметрів з мінімальним набором обмежень.

Клас моделей \mathcal{M} складається з усіх лінійних підпросторів векторного простору вихідних параметрів динамічного об'єкта. Конкретна модель \mathbf{M}_1 заданого явища (функціонування динамічного об'єкта) вважатимемо сильнішою ніж модель \mathbf{M}_2 ,

<https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-17>

якщо $M_1 \subset M_2$. При цьому будемо розглядати тільки прямі вимірювання атрибутів самого явища. Припустимо, що явище S потрібно моделювати на основі вимірювань $Z \subset S$ в заданому класі моделей $\mathcal{M} \subset 2S$. Перевагу у виборі моделі з \mathcal{M} віддамо тієї, що не суперечить Z і дає найкращі передбачення. Вона є найбільш сильною неспростованою моделлю. З математичної точки зору, вона немажоруюється в \mathcal{M} , якщо є імплікація $\{Z \subset M' \subset \mathcal{M} \text{ та } M' \subset M\} \rightarrow \{M' \equiv M\}$.

Модель M_Z^* є найбільш сильною з класу моделей \mathcal{M} , заснованої на вимірюваннях Z , якщо

$$Z \subset M_Z^* \in \mathcal{M} \text{ та } \{Z \subset M \in \mathcal{M}\} \rightarrow \{M_Z^* \subset M\}. \quad (4)$$

Це можливо, коли сімейство моделей $\mathcal{M} \subset 2S$ має властивість перетину, тобто

$$\{\mathcal{M}' \subset \mathcal{M}\} \rightarrow \left\{ \bigcap_{M \in \mathcal{M}'} M \subset \mathcal{M} \right\}, \quad (5)$$

і що для кожного $Z \in \mathcal{L} \in 2S$ існує найбільш сильна неспростована модель M_Z^* в класі моделей \mathcal{M} , яка ґрунтується на вимірюваннях Z [10]. Це виходить з наступного обґрунтування.

При $T = Z_+$ або Z розглянемо систему $\Sigma = \{T, R^q, \mathcal{B}\}$. Тоді поліноміальна матриця R , така, що $\Sigma = \Sigma(R)$, існує в тому і тільки в тому випадку, коли система Σ лінійна, стаціонарна і повна, тобто в тому і тільки в тому випадку, коли її поведінка \mathcal{B} лінійна, інваріантна щодо зсуву і замкнена в топології поточечної збіжності простору $(R^q)^T$ (простору q -мірних часових рядів). Це сама визначена з можливих характеристик цього класу систем: потрібно, щоб поведінка $\mathcal{B} \subset (R^q)^T$ було лінійним, інваріантним відносно зсуву ($\sigma\mathcal{B} \subset \mathcal{B}$, якщо $T = Z_+$ та $\sigma\mathcal{B} = \mathcal{B}$ для Z), і повним в топології поточечної збіжності, де σ – оператор зсуву.

Після наведеного обґрунтування можна приступити до вирішення поставленої задачі знаходження моделі динамічного об'єкта за його вихідними сигналами [10, 12].

Вихідні сигнали динамічного об'єкта $\bar{w}(t)$ після обробки вимірювальною системою будуть багатомірними часовими рядами: $\bar{w}(0), \bar{w}(1), \dots, \bar{w}(t)$ у 1-ому випадку дискретного часу $T = Z_+$ та $\bar{w}(-1), \bar{w}(0), \bar{w}(1), \dots, \bar{w}(t)$ у 2-ому випадку $T = Z$.

На їх підставі для структурного упорядкування інформації побудуємо нескінченні векторні ганкелеві матриці [8, 10, 11].

$$H_1(\bar{w}) := \begin{pmatrix} \bar{w}(0) & \bar{w}(1) & \dots & \bar{w}(t') & \dots & \dots \\ \bar{w}(1) & \bar{w}(2) & \dots & \bar{w}(t'+1) & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{w}(t) & \bar{w}(t+1) & \dots & \bar{w}(t+t') & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}, \quad (6)$$

(випадок $T = Z_+$)

або у випадку $T = Z$

$$\mathcal{H}_2(\bar{w}) := \begin{pmatrix} \dots & \bar{w}(-1) & \bar{w}(0) & \bar{w}(1) & \dots & \bar{w}(t') & \dots \\ \dots & \bar{w}(0) & \bar{w}(1) & \bar{w}(2) & \dots & \bar{w}(t'+1) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \bar{w}(t-1) & \bar{w}(t) & \bar{w}(t+1) & \dots & \bar{w}(t+t') & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}. \quad (7)$$

На підставі (6), (7) побудуємо розбиту на блоки (нескінченну в чотирьох напрямках) ганкелеву матрицю [8, 13] для ряду $\bar{w}(t): Z \rightarrow R^q$

$$\left(\begin{array}{c} \mathcal{H}_-(\bar{w}) \\ \hline \mathcal{H}_+(\bar{w}) \end{array} \right) := \begin{pmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & & \\ \dots & \bar{w}(-t-1) & \bar{w}(-t) & \dots & \bar{w}(0) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \bar{w}(t-2) & \bar{w}(t-1) & \dots & \bar{w}(t'+1) & \dots \\ \dots & \bar{w}(-1) & \bar{w}(1) & \dots & \bar{w}(t') & \dots \\ \dots & \bar{w}(0) & \bar{w}(1) & \dots & \bar{w}(t'+1) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \bar{w}(t-1) & \bar{w}(t) & \dots & \bar{w}(t+t') & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Введемо поняття відносного рангу по рядках $\text{rank}(\mathbf{M}_1; \mathbf{M}_2)$ розділеної на блоки нескінченної матриці (8), представивши її у вигляді

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_1 \\ \mathbf{M}_2 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Спочатку припустимо, що матриця \mathbf{M} скінченна. Тоді за визначенням

$$\text{rank}(\mathbf{M}_1; \mathbf{M}_2) = \text{rank } \mathbf{M}_1 + \text{rank } \mathbf{M}_2 - \text{rank } \mathbf{M} = \text{rank } \mathbf{M} \quad (10)$$

і припустимо далі, що матриця \mathbf{M} має нескінченне число стовпців і з урахуванням формул (7) і (8) припустимо

$$\text{rank}(\mathbf{M}_1; \mathbf{M}_2) = \lim_{t \rightarrow \infty} \text{rank}(\mathbf{M}_{1,t}; \mathbf{M}_{2,t}) = \text{rank}(\tilde{\mathbf{M}}_1; \tilde{\mathbf{M}}_2). \quad (11)$$

Тут згідно [8] $\mathbf{M}_{1,t}$ позначає матрицю, отриману з \mathbf{M}_1 в результаті обмеження її по стовпцю з номером t , а $\tilde{\mathbf{M}} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{M}}_1 \\ \tilde{\mathbf{M}}_2 \end{pmatrix}$ – підматрицю максимального рангу відповідно \mathbf{M} .

Введене визначення очевидним чином поширюється на випадок матриці з нескінченним в обидві сторони числом стовпців. В результаті отримуємо

$$\text{rank}(\mathbf{M}_1; \mathbf{M}_2) = \sup_{t \rightarrow \infty} \text{rank}(\mathbf{M}_1^{t'}; \mathbf{M}_2^{t'}), \quad (12)$$

тобто (12) є верхньою межею відносно рангу за всіма підматрицями \mathbf{M}_1 та \mathbf{M}_2 , що одержані в результаті викреслювання будь-якого числа рядків в \mathbf{M}_1 і \mathbf{M}_2 .

Доказано в [8, 10, 11], що $\text{rank}(\mathcal{H}_-(\vec{w}); \mathcal{H}_+(\vec{w})) < \infty$ і він дорівнює розмірності мінімального представлення з простором станів 1 найбільш сильної неспростованої (AR)-моделі $\mathcal{B}(R_w^*)$ часового ряду \vec{w} (тут (AR) – авторегресійна модель). Для отриманого в результаті обробки спостережуваного часового ряду $\vec{w}: Z \rightarrow R^q$ та побудованої для системи (3) матриці $\mathbf{M} \in R^{(n+q) \times (n+m)}$, яка задає відображення

$$\mathbf{M}: \begin{pmatrix} \vec{x}(t_i) \\ \vec{u}(t_i) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \vec{x}(t_i + 1) \\ \vec{w}(t_i) \end{pmatrix}, \quad (13)$$

де $\vec{x}(t)$ – вектор стану;
 $\vec{u}(t)$ – вектор управління;
 $\vec{w}(t)$ – спостережуваний часовий ряд.
 Розбивши матрицю \mathbf{M} (13) на блоки

$$\mathbf{M} := \begin{pmatrix} \mathbf{A}' & \mathbf{B}' \\ \mathbf{C}' & \mathbf{D}' \end{pmatrix}, \quad (14)$$

так, що $\mathbf{A}' = R^{n \times n}$, $\mathbf{B}' = R^{n \times m}$, $\mathbf{C}' = R^{q \times n}$ і $\mathbf{D}' = R^{q \times m}$, отримаємо модель динамічного оператора $\Sigma(\mathbf{A}', \mathbf{B}', \mathbf{C}', \mathbf{D}')$, яка є найбільш сильною неспростованою моделлю з мінімальним простором станів і мінімальним числом входів m для часового ряду $\vec{w}(t)$ [10, 14, 15]. Обґрунтуємо ці рішення, наділивши лінійні оператори необхідними додатковими властивостями: сюр'єктивною відповідністю (відображенням) між множинами, при якому кожен елемент однієї множини відповідає деякому елементу іншої множини і бієктивним відображенням – взаємно однозначною відповідністю, що є одночасно однозначною, ін'єктивною (при якому різним елементам з першої множини відповідають різні елементи іншої), і сюр'єктивною [10].

Висновки

Розроблені методи знаходження моделі динамічної системи, що задається тільки вихідним сигналом, та визначення характеристик динамічної системи на відміну від відомих процесів, описаних задачами ідентифікації, управління і вимірювання.

Пропонований метод моделювання оператора динамічної системи на основі властивостей лінійних операторів та упорядкування експериментальних даних за допомогою ганкелевих квадратичних форм і ганкелевих матриць, що дозволяє знайти рішення зворотних задач динаміки на теоретико-множинному рівні. Розроблена оптимальної точна модель (без урахування перешкод), а саме найбільш сильна неспростована модель в класі лінійних систем.

Проілюстрована послідовність побудови моделі оператора лінійної динамічної системи як вирішення зворотної задачі динаміки: по вихідному сигналу визначити структуру оператора в просторі станів, яка дозволяє розробляти обчислювальні алгоритми для реальних динамічних систем в лінійному наближенні.

Список використаної літератури

1. Марасанов В.В., Забытовская О.И., Дымова А.О. Прогнозирование структуры динамических систем. *Вестник ХНТУ*. 2012. № 1 (44). С. 292–302.

2. Борухов В.Т., Гайшун И.В., Тимошпольский В.И. Структурные свойства динамических систем и обратные задачи математической физики. Минск: Беларус.навука, 2009. 174 с.
3. Гроп Д. Методы идентификации систем. Москва: Мир, 1979. 302 с.
4. Калинин В.Н., Резников Б.А. Теория систем и управления (Структурно-математический подход). Ленинград: ВИКИ им. А.Ф. Можайского, 1978. 417 с.
5. Неймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. Москва: Наука, 1969. 526 с.
6. Портер У. Современные основания общей теории систем. Москва: Наука, 1971. 556 с.
7. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. Москва: Радио и связь, 1993. 278 с.
8. Виллемс Ян К. От временного ряда к линейной системе. Теория систем. Математические методы и моделирование. Сборник статей. Москва: Мир, 1989. 384 с.
9. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 560 с.
10. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. Москва: Едиториал УРСС, 2004. 400 с.
11. Марасанов В.В., Димова Г.О. Евристичні підходи до аналізу динамічних об'єктів по вихідним сигналам. *Проблеми інформаційних технологій*. 2017. №1(022). С. 134-141.
12. Директор С., Рорер Р. Введение в теорию систем. Москва: Мир, 1974. 464 с.
13. Пантелеев А.В., Бортакровский А.С. Теория управления в примерах и задачах: Учебное пособие. Москва: Высшая школа, 2003. 583 с.
14. Сейдж Э.П., Мелса Дж. Л. Идентификация систем управления. Москва: Наука, 1974. 284 с.

References

1. Marasanov, V. V., Zabytovskaya, O. I., & Dymova, A. O. (2012) Prediction of the structure of dynamic systems. *Bulletin of KNTU*. 1 (44), 292–302.
2. Borukhov, V. T., Gaishun, I. V., & Timoshpolsky, V. I. (2009) Structural properties of dynamic systems and inverse problems of mathematical physics. Minsk: Belarus.nauka.
3. Grop, D. (1979) Methods of system identification. Moscow: World.
4. Kalinin, V. N., & Reznikov, B. A. (1978) Systems Theory and Management (Structural and Mathematical Approach). Leningrad: VIKI them. A.F. Mozhaisky.
5. Neymark, M. A. (1969) Linear differential operators. Moscow: Science.
6. Porter, U. (1971) Modern bases of the general theory of systems. Moscow: Science.
7. Saaty, T. (1993) Decision Making. Hierarchy analysis method. Moscow: Radio and Communication.
8. Willems, Jan K. (1989) From a time series to a linear system. System Theory. Mathematical methods and modeling. Digest of articles. Moscow: World.
9. Gantmakher, F. R. (2004) Theory of matrices. Moscow: FIZMATLIT.
10. Kalman, R., Falb, P., & Arbib, M. (2004) Essays on the mathematical theory of systems. Moscow: Editorial URSS.
11. Marasanov, V. V., & Dimova, G. O. (2017) Euristic approaches to the analysis of dynamical obscans on a series of signals. *Problems and Information Technologies*. 1 (022), 134–141.
12. Director, S., & Rohrer, R. (1974) Introduction to systems theory. Moscow: World.
13. Panteleev, A. V., & Bortakovsky, A. S. (2003) Management Theory in Examples and Tasks: Tutorial. Moscow: Higher School.
14. Sage, E. P., & Melsa J. L. (1974) Identification of control systems. Moscow: Science.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ СТАТТІ до наукового журналу «Прикладні питання математичного моделювання»

Параметри файлу:

Рукопис повинен бути підготовлений за допомогою Microsoft Word-2003/2016; **формат сторінки** – А4, **орієнтація сторінки** – "книжкова"; **граници:** ліва – 2,5 см; права – 2,5 см; верхня – 2,5 см; нижня – 2,5 см; **інтервал між рядками** – 1,0; **інтервал між абзацами** "до", "після" – 0 пт.; **відступи** "ліворуч", "праворуч" – 0 пт.; **відступ першого рядка** – 1,25 см.

Обов'язкові елементи статті:

- **індекс УДК** у верхньому лівому куті сторінки (Times New Roman, 12 пт.);
 - **ініціали і прізвище автора (авторів)** великими літерами мовою статті (Times New Roman, 12 пт., вирівнювання – по правому краю);
 - **повна назва організації**, де працює автор (Times New Roman, 10 пт., по правому краю);
 - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - **назва статті** великими літерами, по центру (Times New Roman, 12 пт., жирний);
 - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - **анотація** мовою статті не менше 500 знаків (Times New Roman, 12 пт., курсив);
 - **перелік ключових слів**, який починається зі слів: "Ключові слова:" (або "Ключевые слова:") (Times New Roman, 12 пт., курсив); - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - **ініціали та прізвище автора (авторів)** великими літерами **другою мовою** (Times New Roman, 12 пт., вирівнювання – по правому краю);
 - **повна назва організації**, де працює автор (Times New Roman, 10 пт., по правому краю);
 - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - **назва статті** великими літерами, по центру (Times New Roman, 12 пт., жирний);
 - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - **анотація другою мовою** (Times New Roman, 12 пт., курсив);
 - **перелік ключових слів**, який починається зі слів: "Ключевые слова:" (або "Ключові слова:") (Times New Roman, 12 пт., курсив);
 - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - **ініціали та прізвище автора (авторів)** англійською мовою великими літерами (Times New Roman, 12 пт., вирівнювання – по правому краю);
 - **повна назва організації** англійською мовою (Times New Roman, 10 пт., по правому краю);
 - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - **назва статті** англійською мовою великими літерами, по центру (Times New Roman, 12 пт., жирний);
 - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - **анотація англійською мовою** (Times New Roman, 12 пт., курсив) обсягом не менш, як 1800 знаків, включаючи ключові слова (п.6.4 Порядку формування Переліку наукових фахових видань України за Наказом МОН України № 32 від 15.01.2018 р.);
 - **перелік ключових слів** англійською мовою, який починається зі слів: "Keywords: " (Times New Roman, 12 пт., курсив);
 - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
- Примітка.** ТЕКСТ АНОТАЦІЙ УКРАЇНСЬКОЮ ТА РОСІЙСЬКОЮ МОВАМИ МАЄ БУТИ ІДЕНТИЧНИЙ. Середній об'єм – 500 друкованих знаків, одним абзацом. (див. *Зразок оформлення статті*).
- **основний текст статті** (Times New Roman, 12 пт.), який, у відповідності до вимог МОН України, **обов'язково** повинен містити такі **виділені** елементи: **Постановка проблеми; Аналіз останніх досліджень і публікацій; Мета дослідження; Викладення основного матеріалу дослідження; Висновки; Список використаної літератури.**
 - підписи під рисунками – Times New Roman, 10 пт., жирний;
 - для набору формул використовувати редактор формул **Microsoft Equation 3.0** або **MathType**; формули по центру; нумерація формул – по правому краю; **розміри за замовчуванням: звичайний символ – 12 пт; великий індекс – 7 пт; маленький індекс – 5 пт; великий символ – 18 пт; маленький символ – 12 пт.**
 - для набору фрагментів програм використовувати шрифти **Courier New (Courier)**;
 - список літератури оформлюється у відповідності до вимог ДСТУ 8302:2015 "Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні вимоги та правила складання"; (<http://lib.pu.if.ua/files/dstu-8302-2015.pdf>)
 - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - другий список літератури, який оформлюється за правилами транслітерації англійською мовою з української/російської мов.
Пропонуємо скористатися наступними ресурсами:
 - транслітерація з російської мови: <http://translate.meta.ua/ru/translit/>
 - транслітерація з української мови: <http://ukrlit.org/transliteratsiia>
 - **пустий рядок** (Times New Roman, 12 пт.);
 - **інформація про авторів (див. Зразок оформлення статті).**

ЗРАЗОК ОФОРМЛЕННЯ СТАТТІ

УДК XXX.XX

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонський національний технічний університет
О.І. КОВАЛЕНКО
Херсонський державний університет

ВЛАСТИВОСТІ ПРОЦЕДУРИ ПОБУДОВИ РОЗКЛАДУ

Розглянуті властивості процедури побудови розкладу, яка формалізує картковий метод ручної побудови розкладу...

Ключові слова: процедура побудови розкладу, картковий метод...

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонский национальный технический университет
А.И. КОВАЛЕНКО
Херсонский государственный университет

СВОЙСТВА ПРОЦЕДУРЫ ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЯ

Рассмотрены свойства процедуры построения расписания, которая формализует карточный метод ручного составления расписаний...

Ключевые слова: процедура построения расписания, карточный метод...

V.V. KRAVCHENKO, S.V. ONOPENKO
Kherson National Technical University
A.I. KOVALENKO
Kherson State University

THE PROPERTIES OF CONSTRUCTION THE SCHEDULE PROCEDURE

The properties of construction the schedule procedure, which formalizes a card method of hand-compiling the schedules, are considered. ...

Keywords: the schedule procedure,

Постановка проблеми

...

Список використаної літератури

...

Кравченко Віктор Вікторович – д.ф.-м.н., професор. професор кафедри математичного моделювання Херсонського національного технічного університету (kravchenko@gmail.com).

Онопенко Сергій Васильович – аспірант кафедри технічної кібернетики Херсонського національного технічного університету (onopenko@ukr.net).

Коваленко Олександр Іванович – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформатики Херсонського державного університету (kovalenko@i.ua).

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЬИ для научного журнала «Прикладные вопросы математического моделирования»

Параметры файла:

Рукопись должна быть подготовлена за помощью Microsoft Word-2003/2016; формат страницы – А4, ориентация страницы – "книжная"; границы: левая – 2,5 см; правая – 2,5 см; верхняя – 2,5 см; нижняя – 2,5 см; интервал между строками – 1,0; интервал между абзацами "до", "после" – 0 пт.; отступы "слева", "справа" – 0 пт.; отступ первой строки – 1,25 см.

Обязательные элементы строки:

- индекс УДК в верхнем левом углу страницы (Times New Roman, 12 пт.);
- инициалы и фамилия автора (авторов) большими буквами на языке статьи (Times New Roman, 12 пт., выравнивание – по правому краю);
- полное название организации, где работает автор (Times New Roman, 10 пт., по правому краю);
- пустая строка (Times New Roman, 12 пт.);
- название статьи большими буквами, по центру (Times New Roman, 12 пт., жирный);
- пустая строка (Times New Roman, 12 пт.);
- аннотация на языке статьи не меньше 500 знаков (Times New Roman, 12 пт., курсив);
- список ключевых слов, который начинается со слов: "Ключевые слова:" (или "Ключові слова:") (Times New Roman, 12 пт., курсив);
- пустой рядок (Times New Roman, 12 пт.);
- инициалы и фамилия автора (авторов) большими буквами на втором языке (Times New Roman, 12 пт., выравнивание – по правому краю);
- полное название организации, где работает автор (Times New Roman, 10 пт., по правому краю);
- пустая строка (Times New Roman, 12 пт.);
- название статьи большими буквами, по центру (Times New Roman, 12 пт., жирный);
- пустая строка (Times New Roman, 12 пт.);
- аннотация на втором языке (Times New Roman, 12 пт., курсив);
- список ключевых слов, который начинается со слов: "Ключевые слова:" (или "Ключові слова:") (Times New Roman, 12 пт., курсив);
- пустая строка (Times New Roman, 12 пт.);
- инициалы и фамилия автора (авторов) на английском языке большими буквами (Times New Roman, 12 пт., выравнивание – по правому краю);
- полное название организации на английском языке (Times New Roman, 10 пт., по правому краю);
- пустая строка (Times New Roman, 12 пт.);
- название статьи на английском языке большими буквами, по центру (Times New Roman, 12 пт., жирный);
- пустая строка (Times New Roman, 12 пт.);
- аннотация на английском языке (Times New Roman, 12 пт., курсив) объемом не меньше, чем 1800 знаков, включая ключевые слова (п.6.4 Порядка формирования Списка научных специализированных изданий Украины согласно Приказу МОН Украины № 32 от 15.01.2018 г.);
- список ключевых слов на английском языке, который начинается со слова: "Keywords: " (Times New Roman, 12 пт., курсив);
- пустая строка (Times New Roman, 12 пт.);
- Примечание.** ТЕКСТ АННОТАЦИЙ НА УКРАИНСКОМ И РУССКОМ ЯЗЫКАХ ДОЛЖЕН БЫТЬ ИДЕНТИЧНЫМ. Средний объем – 500 печатных знаков, одним абзацем. (см. Образец оформления статьи).
- пустая строка (Times New Roman, 12 пт.);
- основной текст статьи (Times New Roman, 12 пт.), который, согласно **требований МОН Украины, обязательно** должен содержать такие **выделенные** элементы: **Постановка проблемы; Анализ последних исследований и публикаций; Цель исследования; Изложение основного материала исследования; Выводы; Список использованной литературы.**
- подписи под рисунками - Times New Roman, 10 пт., жирный;
- для набора формул использовать редактор формул **Microsoft Equation 3.0** или **MathType**; формулы по центру; нумерация формул – по правому краю; **размеры по умолчанию: обычный символ – 12 пт; большой индекс – 7 пт; маленький индекс – 5 пт; большой символ – 18 пт; маленький символ – 12 пт.**
- для набора фрагментов программ использовать шрифты **Courier New (Courier)**;
- список литературы оформляется согласно требований ДСТУ 8302:2015 "Информация и документация. Библиографические ссылки. Общие требования та правила составления"; (<http://lib.pu.if.ua/files/dstu-8302-2015.pdf>)
- пустая строка (Times New Roman, 12 пт.);
- второй список литературы, который оформляется по правилам транслитерации на английский язык с украинского/русского языка.
Предлагаем воспользоваться такими ресурсами:
 - транслитерация с русского языка: <http://translate.meta.ua/ru/translit/>
 - транслитерация с украинского языка: <http://ukrlit.org/transliteratsiia>
 - - пустая строка (Times New Roman, 12 пт.);
- информация об авторах (см. Образец оформления статьи).

ОБРАЗЕЦ ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЬИ

УДК XXX.XX

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонский национальный технический университет
А.И. КОВАЛЕНКО
Херсонский государственный университет

СВОЙСТВА ПРОЦЕДУРЫ ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЯ

Рассмотрены свойства процедуры построения расписания, которая формализует карточный метод ручного составления расписаний...

Ключевые слова: процедура построения расписания, карточный метод...

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонський національний технічний університет
О.І. КОВАЛЕНКО
Херсонський державний університет

ВЛАСТИВОСТІ ПРОЦЕДУРИ ПОБУДОВИ РОЗКЛАДУ

Розглянуті властивості процедури побудови розкладу, яка формалізує картковий метод ручної побудови розкладу...

Ключові слова: процедура побудови розкладу, картковий метод...

V.V. KRAVCHENKO, S.V. ONOPENKO
Kherson National Technical University
A.I. KOVALENKO
Kherson State University

THE PROPERTIES OF CONSTRUCTION THE SCHEDULE PROCEDURE

The properties of construction the schedule procedure, which formalizes a card method of hand-compiling the schedules, are considered. ...

Keywords: the schedule procedure,

Постановка проблемы

...

Список использованной литературы

...

Кравченко Виктор Викторович – д.ф.-м.н., профессор. профессор кафедры математического моделирования Херсонского национального технического университета (097-123-45-67, kravchenko@gmail.com).

Онопенко Сергей Васильевич – аспирант кафедры технической кибернетики Херсонского национального технического университета (095-987-65-43, onopenko@ukr.net).

Коваленко Александр Иванович – к.т.н., доцент, доцент кафедры информатики Херсонского государственного университета (063-135-46-78, kovalenko@i.ua).

ARTICLE SUBMISSION GUIDELINES

for scientific journal

«Applied Questions of Mathematical Modelling»

File parameters:

The manuscript must be prepared with help of Microsoft Word-2003/2007; **page format** – A4, **page orientation** – "book"; **boundaries:** left – 2,5 cm; right – 2,5 cm; top – 2,5 cm; bottom – 2,5 cm; **line spacing** – 1,0; **interval between paragraphs** "before", "after" – 0 pt.; **ident** "left", "right" – 0 pt.; **ident of first line** – 1,25 cm.

Required elements of the article:

- **index UDK** in the top left corner of the page (Times New Roman, 12 pt.);
- **the initials and surname of author (authors)** in capital letters by article language (Times New Roman, 12 pt., alignment – right-aligned);
- **full name of the organization**, in which author works (Times New Roman, 10 pt., right-aligned);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);
- **the title of the article** in capital letters, centered (Times New Roman, 12 pt., bold);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);
- **abstract** in article language no less than 500 symbols (Times New Roman, 12 pt., italic);
- **a list of key words** that begins with the words: "Keywords:" (Times New Roman, 12 pt., italic);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);
- **the initials and surname of author (authors)** in capital letters in other language (Times New Roman, 12 pt., alignment – right-aligned);
- **full name of the organization**, in which author works (Times New Roman, 10 pt., right-aligned);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);
- **the title of the article** in capital letters, centered (Times New Roman, 12 pt., bold);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);
- **abstract** in other language no less 500 symbols (Times New Roman, 12 pt., italic);
- **a list of key words** that begins with the word: "Keywords:" (Times New Roman, 12 pt., italic);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);

- **the initials and surname of author (authors)** in capital letters in the English language (Times New Roman, 12 pt., alignment – right-aligned);
- **full name of the organization**, in which author works (Times New Roman, 10 pt., right-aligned);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);
- **the title of the article** in capital letters, centered (Times New Roman, 12 pt., bold);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);
- **abstract** in English language no less than 1800 symbols including the keywords (Times New Roman, 12 pt., italic); (Section 6.4 of the Procedure for the formation of List of the Ukraine scientific specialized publications according to the Order of Ministry of Education and Science of Ukraine № 32 dated 15.01.2018);
- **a list of key words** that begins with the word: "Keywords:" (Times New Roman, 12 pt., italic);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);

Note. TEXT OF ANNOTATIONS IN UKRAINIAN AND RUSSIAN LANGUAGES MUST BE IDENTICAL. The average volume is 500 printed characters, by one paragraph. (see *A Sample of the Article*).

- **main text** (Times New Roman, 12 pt.), which, in accordance with the requirements of MES of Ukraine, must contain the following selected items: **Problem Statement; Analysis of Recent Researches and Publications; the Purpose of the Study; Description of Main Material of Research; Conclusions; References.**
- the captions under the pictures – Times New Roman, 10 pt., bold;
- for typing formulas use only equation editor **Microsoft Equation 3.0 or MathType**; formula is on the line center; the numbering of formulas is on the right edge; **sizes by default: Full – 12 pt; Subscript/Superscript – 7 pt; Sub-Subscript/Superscript – 5 pt; Symbol – 18 pt; Sub-symbol – 12 pt.**
- for a set of fragments of the programs one should use the font **Courier New (Courier)**;
- the list of literature is made in accordance with DSTU 8302:2015 "Information and documentation. Bibliographic link. General requirements and rules of drafting";
- an empty line (Times New Roman, 12 pt);
- second list of literature, which is issued according to the rules of transliteration in English from Ukrainian / Russian.
- an empty line (Times New Roman, 12 pt);
- **information about the authors (see A Sample of the Article).**

A SAMPLE OF THE ARTICLE

UDC XXX.XX

V.V. KRAVCHENKO, S.V. ONOPENKO
Kherson National Technical University
A.I. KOVALENKO
Kherson State University

THE PROPERTIES OF CONSTRUCTION THE SCHEDULE PROCEDURE

The properties of construction the schedule procedure, which formalizes a card method of hand-compiling the schedules, are considered. ...

Keywords: the schedule procedure,

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонський національний технічний університет
О.І. КОВАЛЕНКО
Херсонський державний університет

ВЛАСТИВОСТІ ПРОЦЕДУРИ ПОБУДОВИ РОЗКЛАДУ

Розглянуті властивості процедури побудови розкладу, яка формалізує картковий метод ручної побудови розкладу...

Ключові слова: процедура побудови розкладу, картковий метод...

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонский национальный технический университет
А.И. КОВАЛЕНКО
Херсонский государственный университет

СВОЙСТВА ПРОЦЕДУРЫ ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЯ

Рассмотрены свойства процедуры построения расписания, которая формализует карточный метод ручного составления расписаний...

Ключевые слова: процедура построения расписания, карточный метод...

Problem Statement

...

References

...

KRAVCHENKO Victor Viktorovich – Doctor of Engineering Science, professor, professor at the Department of Mathematical Modelling of Kherson National Technical University (097-123-45-67, kravchenko@gmail.com).

ONOPENKO Serhii Vasylovych – postgraduate student at the Department of Technical Cybernetics of Kherson National Technical University (095- 987-65-43, onopenko@ukr.net).

KOVALENKO Oleksandr Ivanovych – PhD, Associate Professor, Associate Professor at the Department of the Informatics of Kherson State University (063-135-46-78, kovalenko@yandex.ua).

ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Відповідальний за випуск	Хомченко Анатолій Никифорович, д.ф.-м.н., професор, заслужений діяч науки і техніки України
Технічний редактор	Литвиненко Олена Іванівна к.т.н., доцент
Макетування	Омельчук Антон Анатолійович

Свідоцтво про державну реєстрацію засобу масової інформації –
серія КВ № 23529-13369Р от 03.08.2018

Підписано до друку 23.04.2019 р. Формат 60x84/8 Папір офсетний.
Ум. друк. аркушів 22,79. Замовлення № 8/0819. Наклад 120 прим.

© Херсонський національний технічний університет 2019

Адреса редакції: 73008, м. Херсон, Бериславське шосе, 24, корп. 3,
каб. 425, тел. (0552) 32-69-95. E-mail: aqmm@kntu.net.ua

Видавництво та друк: «ОЛДІ-ПЛЮС»
73034, м. Херсон, вул. Паровозна, 46-а
E-mail: office@oldiplus.com
Свід. ДК № 6532 від 13.12.2018 р.