

Міністерство освіти і науки України

Херсонський національний технічний університет

ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Т. 3, № 2.2

Рекомендовано до друку Вченою радою
Херсонського національного технічного університету
(протокол № 8 від 29 червня 2020 року)

Журнал включений до Реєстру наукових фахових видань України категорії Б
на підставі Наказу МОН України від 17 березня 2020 року № 409.

Журнал включено до наукометричних баз, електронних бібліотек та репозитаріїв:
Google Scholar, Index Copernicus International Journal Master List,
CiteFactor Academic Scientific Journals, National Library of Ukraine (Vernadsky).

Херсон 2020

Редакційна рада

Головний редактор

Тулученко Г.Я.

д.т.н., професор, завідувач кафедри вищої математики і математичного моделювання Херсонського національного технічного університету.

Заступники головного редактора

Розов Ю.Г.

д.т.н., професор, заслужений діяч науки і техніки України, перший проректор Херсонського національного технічного університету.

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., професор, заслужений діяч науки і техніки України, професор кафедри інтелектуальних інформаційних систем Чорноморського національного університету ім. П. Могили.

Відповідальний секретар

Омельчук А.А.

к.т.н., доцент кафедри інтелектуальних управляючих та обчислювальних систем Університету державної фіскальної служби України (м. Ірпінь, Київська обл.)

Члени редакційної колегії за спеціальностями:

Іноземні фахівці

Бабічев С.А.

д.т.н., доцент, (Чехія)

Гучек П.Й.

д.т.н., доцент, (Польща)

113 – Прикладна математика

Андрейцев А.Ю.

к.ф.-м.н., доцент

Астіоненко І.О.

к.ф.-м.н., доцент

Гвоздева І.М.

д.т.н., професор

Гнатушенко Вікт.В.

д.т.н., доцент

Ляшенко В.П.

д.т.н., професор

Миргород В.Ф.

д.т.н., доцент

Різник В.В.

д.т.н., професор

Стрельнікова О.О.

д.т.н., професор

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., професор

122 – Комп'ютерні науки

Борисенко В.Д.	д.т.н., професор
Ванін В.В.	д.т.н., професор
Вірченко Г.А.	д.т.н., професор
Гнатушенко В.В.	д.т.н., професор
Гумен О.М.	д.т.н., професор
Корчинський В.М.	д.т.н., професор
Литвиненко В.І.	д.т.н., професор
Мартин Є.В.	д.т.н., професор
Найдиш А.В.	д.т.н., професор
Несвідомін В.М.	д.т.н., професор
Пилипака С.Ф.	д.т.н., професор
Тулученко Г.Я.	д.т.н., професор
Устенко С.А.	д.т.н., професор
Шоман О.В.	д.т.н., професор

126 – Інформаційні системи та технології

Аль-Амморі А.Н.	д.т.н., професор
Баклан І.В.	к.т.н., доцент
Бень А.П.	к.т.н., доцент
Левикін В.М.	д.т.н., професор
Литвиненко О.І.	к.т.н., доцент
Мороз Б.І.	д.т.н., професор
Стеценко І.В.	д.т.н., професор
Шерстюк В.Г.	д.т.н., професор

151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Алексєєв М.О.	д.т.н., професор
Бардачов Ю.М.	д.т.н., професор
Головко В.І.	д.т.н., професор
Кондратець В.О.	д.т.н., професор
Мещеряков Л.І.	д.т.н., професор
Омельчук А.А.	к.т.н.
Осадчий С.І.	д.т.н., професор
Рожков С.О.	д.т.н., професор
Рудакова Г.В.	д.т.н., професор

Інші спеціальності

Мельник І.В.	д.т.н., професор
Розов Ю.Г.	д.т.н., професор

ISSN 2618-0332

Министерство образования и науки Украины

Херсонский национальный технический университет

ПРИКЛАДНЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Т. 3, № 2.2

Рекомендовано к печати Ученым советом
Херсонского национального технического университета
(протокол № 8 от 29 июня 2020 года)

Журнал включен в Реестр научных специализированных изданий Украины
категории Б на основании Приказа МОН Украины от 17 марта 2020 года № 409.

Журнал включен в наукометрические базы, электронные библиотеки и репозитории:
Google Scholar, Index Copernicus International Journal Master List,
CiteFactor Academic Scientific Journals, National Library of Ukraine (Vernadsky).

Херсон 2020

Редакционный совет

Главный редактор

Тулученко Г.Я.

д.т.н., профессор, заведующая кафедрой высшей математики и математического моделирования Херсонского национального университета.

Заместители главного редактора

Розов Ю.Г.

д.т.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины, первый проректор Херсонского национального технического университета.

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины, профессор кафедры интеллектуальных информационных систем Черноморского национального университета им. П. Могилы.

Ответственный секретарь

Омельчук А.А.

к.т.н., доцент кафедры интеллектуальных управляющих и вычислительных систем Университета государственной фискальной службы Украины (г. Ирпень, Киевская обл.)

Члены редакционной коллегии по специальностям:

Иностранные специалисты

Бабичев С.А.

д.т.н., доцент, (Чехия)

Гучек П.И.

д.т.н., доцент, (Польша)

113 – Прикладная математика

Андрейцев А.Ю.

к.ф.-м.н., доцент

Астионенко И.А.

к.ф.-м.н., доцент

Гвоздева И.М.

д.т.н., профессор

Гнатушенко Викт.В.

д.т.н., доцент

Ляшенко В.П.

д.т.н., профессор

Миргород В.Ф.

д.т.н., доцент

Ризнык В.В.

д.т.н., профессор

Стрельникова Е.А.

д.т.н., профессор

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., профессор

122 – Компьютерные науки

Борисенко В.Д.	д.т.н., профессор
Ванин В.В.	д.т.н., профессор
Вирченко Г.А.	д.т.н., профессор
Гнатушенко В.В.	д.т.н., профессор
Гумен Е.Н.	д.т.н., профессор
Корчинский В.М.	д.т.н., профессор
Литвиненко В.И.	д.т.н., профессор
Мартин Е.В.	д.т.н., профессор
Найдыш А.В.	д.т.н., профессор
Несвидомин В.Н.	д.т.н., профессор
Пилипака С.Ф.	д.т.н., профессор
Тулученко Г.Я.	д.т.н., профессор
Устенко С.А.	д.т.н., профессор
Шоман О.В.	д.т.н., профессор

126 – Информационные системы и технологии

Аль-Аммори А.Н.	д.т.н., профессор
Баклан И.В.	к.т.н., доцент
Бень А.П.	к.т.н., доцент
Левыкин В.М.	д.т.н., профессор
Литвиненко Е.И.	к.т.н., доцент
Мороз Б.И.	д.т.н., профессор
Стеценко И.В.	д.т.н., профессор
Шерстюк В.Г.	д.т.н., профессор

151 – Автоматизация и компьютерно-интегрированные технологии

Алексеев М.А.	д.т.н., профессор
Бардачев Ю.Н.	д.т.н., профессор
Головко В.И.	д.т.н., профессор
Кондратец В.А.	д.т.н., профессор
Мещеряков Л.И.	д.т.н., профессор
Омельчук А.А.	к.т.н.
Осадчий С.И.	д.т.н., профессор
Рожков С.А.	д.т.н., профессор
Рудакова А.В.	д.т.н., профессор

Другие специальности

Мельник И.В.	д.т.н., профессор
Розов Ю.Г.	д.т.н., профессор

ISSN 2618-0332

Ministry of Education and Science of Ukraine

Kherson National Technical University

APPLIED QUESTIONS OF MATHEMATICAL MODELLING

V. 3, № 2.2

Recommended for publication by the Academic Council of
Kherson National Technical University
(Minutes № 8 on 29th June 2020)

The journal is included in the Register of scientific specialized publications of Ukraine of category B on the basis of Minutes of the Ministry of Education and Science of Ukraine dated March 17, 2020 № 409.

The journal is included in the scientometric bases, electronic libraries and repositories: Google Scholar, Index Copernicus International Journal Master List, CiteFactor Academic Scientific Journals, National Library of Ukraine (Vernadsky).

Kherson 2020

Editorial Board

Editor-in-Chief

Tuluchenko H.Ya.

Professor, Doctor of Engineering Science, Head of the Department of Higher Mathematics and Mathematical Modelling of Kherson National Technical University.

Deputies Editor-in-Chief

Rozov Yu.H.

Doctor of Engineering Science, Professor, Honored Worker of Science and Technology of Ukraine, First Vice-Rector of Kherson National Technical University.

Khomchenko A.N.

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Honored Worker of Science and Technology of Ukraine, Professor at the Department of Intelligent Information Systems of the Petro Mohyla Black Sea National University.

Executive Secretary

Omelchuk A.A.

Ph.D., Associate Professor at the Department of Intelligent Control and Computing Systems of University of State Fiscal Service of Ukraine (Irpin, Kyiv region).

Members of Editorial Board by specialities:

Foreign Specialists

Babichev S.A.

Doctor of Engineering Science, Associate Professor, (Czech Republic)

Guchek P.Y.

Doctor of Engineering Science, Associate Professor, (Republic of Poland)

113 – Applied Mathematics

Andreytsev A.Yu.

Ph.D., Associate Professor

Astionenko I.O.

Ph.D., Associate Professor

Hvozdeva I.M.

Doctor of Engineering Science, Professor

Hnatushenko Vikt.V.

Doctor of Engineering Science, Associate Professor

Liashenko V.P.

Doctor of Engineering Science, Professor

Myrhorod V.F.

Doctor of Engineering Science, Associate Professor

Riznyk V.V.

Doctor of Engineering Science, Professor

Strelnikova O.O.

Doctor of Engineering Science, Professor

Khomchenko A.N.

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

122 – Computer Science

Borysenko V.D.	Doctor of Engineering Science, Professor
Vanin V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Virchenko H.A.	Doctor of Engineering Science, Professor
Hnatushenko V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Humen O.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Korchynskyi V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Lytvynenko V.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Martyn Ye.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Naidysh A.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Nesvidomin V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Pylypaka S.F.	Doctor of Engineering Science, Professor
Tuluchenko H.Ya.	Doctor of Engineering Science, Professor
Ustenko S.A.	Doctor of Engineering Science, Professor
Shoman O.V.	Doctor of Engineering Science, Professor

126 – Information Systems and Technologies

Al-Ammori A.N.	Doctor of Engineering Science, Professor
Baklan I.V.	Ph.D., Associate Professor
Ben A.P.	Ph.D., Associate Professor
Levykin V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Lytvynenko O.I.	Ph.D., Associate Professor
Moroz B.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Stetsenko I.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Tomashevskyi V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Sherstiuk V.H.	Doctor of Engineering Science, Professor

151 – Automation and Computer Integrated Technologies

Aleksieiev M.O.	Doctor of Engineering Science, Professor
Bardachov Yu.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Holovko V.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Kondratets V.O.	Doctor of Engineering Science, Professor
Meshcheriakov L.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Omelchuk A.A.	Ph.D.
Osadchyi S.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Rozhkov S.O.	Doctor of Engineering Science, Professor
Rudakova H.V.	Doctor of Engineering Science, Professor

Other Specialties

Melnyk I.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Rozov Yu.H.	Doctor of Engineering Science, Professor

Професору
Хомченко

Анатолію Никифоровичу

80 років

Вітаємо!



Відомому вченому, людині, що має заслужений авторитет у наукових колах України, талановитому педагогу, який за період своєї багаторічної педагогічної та наукової діяльності виховав цілу плеяду молодих вчених і створив власну наукову школу, опублікував велику кількість науково-дослідних праць як в Україні, так і за її межами, доктору фізико-математичних наук, професору Хомченку Анатолію Никифоровичу 7 вересня 2020 року виповнюється 80 років.

Анатолій Никифорович народився 7 вересня 1940 року у місті Миколаєві у родині службовців. У 1955 році, після закінчення семи класів середньої школи, вступив до технікуму залізничного транспорту. У 1959-1962 рр проходив службу у лавах Радянської Армії. Після демобілізації, у тому ж році Анатолій Никифорович вступив до Одеського державного університету на механіко-математичний факультет.

Багаторічну педагогічну діяльність Анатолій Никифорович розпочав у 1965 році у технікумі залізничного транспорту в м. Миколаєві викладачем теоретичної механіки. З 1968 року працював викладачем кафедри вищої математики Миколаївського кораблебудівного інституту (МКІ). У 1969 році він вступив до аспірантури, після закінченні якої 4 січня 1973 року успішно захистив у Саратовському політехнічному інституті кандидатську дисертацію на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук зі спеціальності 01.023 – теорія пружності та пластичності на тему: "Деякі питання коливань та прогинів ортотропних оболонок під дією локалізованих навантажень". З

1975 року Анатолій Никифорович – доцент кафедри вищої математики Івано-Франківського інституту нафти і газу (ІФІНГ). 28 лютого 1991 року Анатолій Никифорович захищає у Казанському державному університеті докторську дисертацію на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук зі спеціальності 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла на тему: "Дискретні моделі та ймовірнісні схеми у механіці тіл, що деформуються ". Ідеї, викладені у дисертаційній роботі, стали основою його наукових досліджень на наступні роки.

У 1993 році Хомчено А.Н. очолює кафедру прикладної математики та математичного моделювання Херсонського індустріального інституту. Це була одна із перших в Україні кафедр із такою назвою, після чого цю ініціативу підхопили інші вищі навчальні заклади України.

З 2012 року Анатолій Никифорович живе у місті Миколаїв і працює у Чорноморському національному університеті ім. П. Могили. До жовтня 2019 року він очолював кафедру прикладної і вищої математики, а з листопада 2019 року працює професором кафедри інтелектуальних інформаційних систем ЧНУ ім. П. Могили.

Людина дивовижної життєвої сили та енергії, Анатолій Никифорович пройшов усі сходинки становлення як вчений та педагог. Його вирізняють надзвичайна доброзичливість та увага до аспірантів і молодих вчених. У професора багато учнів, яких він увів у науковий світ: 16 із них стали кандидатами наук, 3 – докторами наук. Учений перебуває у постійному русі, генерує все нові і нові наукові ідеї. У його арсеналі понад чотириста наукових публікацій.

Анатолій Никифорович як для студентів, так і для колег є прикладом відповідального ставлення до справи і наукової допитливості, вражає енциклопедична глибина його знань у області історії математики, біографій вчених-математиків та бібліографії, що робить його лекції надзвичайно цікавими та пізнавальними.

Улюбленим дітищем Анатолія Никифоровича стала міжнародна конференція з математичного моделювання, яка проводиться у ХНТУ під його керівництвом з 1996 року.

За вагомий внесок у розвиток науки та вищої освіти у нашій країні 15 серпня 2000 року професор Хомченко А.Н. був нагороджений почесним знаком "Відмінник освіти України", а у 2003 році наказом Президента України № 1136 від 2 жовтня йому присвоєно почесне звання "Заслужений діяч науки і техніки України".

Анатолія Никифоровича вирізняють чудові людські чесноти: порядність, працьовитість, відповідальність, делікатність, скромність.

Колеги, учні і друзі від усієї душі вітають Улюбленого Вчителя, Шановного Колегу і просто Чудову Людину з прекрасним Ювілеєм. Бажають йому міцного здоров'я, творчих успіхів та нових наукових досягнень.

Оргкомітет МКММ-2020

Редакційна колегія журналу ППММ

ЗМІСТ

АНДРІЄНКО С.В., УСТИНЕНКО О.В., БОНДАРЕНКО О.В., КЛОЧКОВ І.Є. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТА АЛГОРИТМ ОПТИМІЗАЦІЇ ЗА МАСОЮ ТРАНСМІСІЇ ГУСЕНИЧНОГО ТРАНСПОРТЕРА-ТЯГАЧА МТ-ЛБ	16
БОРИСЕНКО В.Д., УСТЕНКО С.А., УСТЕНКО І.В., КУЗЬМА К.Т. ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОФІЛЮ ЛОПАТКИ ОСЬОВОГО КОМПРЕСОРА S-ПОДІБНОЇ ФОРМИ	24
ВОРОНЦОВ О.В., ВОРОНЦОВА І.В. СПОСІБ ОДНОВИМІРНОЇ ДИСКРЕТНОЇ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ЗА КООРДИНАТАМИ ТРЬОХ ТОЧОК ЧИСЛОВИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ НА ПРИКЛАДІ ПОКАЗНИКОВИХ ФУНКЦІЙ	35
ВОРОНЦОВА Д.В., ДАШКЕВИЧ А.О., ГРИЩЕНКО Т.В. ПІДХІД ДО ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ВПРАВ ДЛЯ М'ЯЗИВ ОБЛИЧЧЯ	44
ВЯТКІН С.І., РОМАНЮК О.Н., РЕЙДА О.М., РОМАНЮК О.В. МЕТОД ВІЗУАЛІЗАЦІЇ СКЛАДНИХ ПОЛІГОНАЛЬНИЙ СЦЕН З ВИКОРИСТАННЯМ ФУНКЦІОНАЛЬНО ЗАДАНИХ ОБ'ЄКТІВ	54
ГАВРИЛЕНКО Є.А., ХОЛОДНЯК Ю.В., НАЙДИШ А.В., ЛЕБЕДЕВ В.О. СТВОРЕННЯ CAD- МОДЕЛЕЙ ПОВЕРХОНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ СПЕЦІАЛІЗОВАНОГО ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ	66
ГАЙДУК К.С., ШЕВЧЕНКО О.Г., СВЯТНИЙ В.А. ОЦІНКА ТОЧНОСТІ ВИДІЛЕННЯ КОНЦЕПТІВ І ПОНЯТЬ НА ОСНОВІ МІР АСОЦІАЦІЇ	76
ГАЛЬЧЕНКО В.Я., ТРЕМБОВЕЦЬКА Р.В., ТИЧКОВ В.В. ОПТИМАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ ВИХРОСТРУМОВИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ТА АНАЛІЗ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗКУ НЕЛІНІЙНИХ ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧ	93
ГОЛУБЕВ Л.П., КІВА І.Л. УДОСКОНАЛЕННЯ АВТОМАТИЗОВАНОЇ СИСТЕМИ СУШКИ ЗЕРНА БЕЗ ВОРУШІННЯ	105
ГОРАЛІК Є.Т., КРЮКОВ М.М. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФАЗИ ОБЕРТАННЯ РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА ПРИ СХОЖДЕННІ З ПОХИЛОЇ РАМПИ.....	113
ГОРБОВИЙ А.Ю., ЛАГОВСЬКИЙ В.В., ОМЕЛЬЧУК А.А. ШТУЧНИЙ ІНТЕЛЕКТ У ТЕКСТИЛЬНІЙ ПРОМИСЛОВОСТІ	123
ГРИЦИНА Н.І., РАГУЛІН В.М. АНАЛІЗ СУЧАСНИХ ПРОГРАМНИХ РІШЕНЬ ВІМ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ СПОРУД	133
ГУМЕН О.М., СЕЛІНА І.Б. АНАЛІЗ ТЕМПЕРАТУРНИХ ПОЛІВ І ФАЗОВОГО СКЛАДУ ТИТАНОВИХ СПЛАВІВ, ОТРИМАНИХ ТІГ ЗВАРЮВАННЯМ, МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ	140
ДОРОШ Н.Л. МОДЕЛЮВАННЯ КОНДЕНСАЦІЇ СТРУМЕНЯ ПАРИ КИСНЮ У РІДИНІ КИСНЮ	149
КОВАЛЬОВА Г.В., КАЛІНІН О.О., КАЛІНІНА Т.О., НІКІТЕНКО О.А. НАБЛИЖЕНА ПОБУДОВА ГЕОДЕЗИЧНИХ ЛІНІЙ НА ПОВЕРХНЯХ ОБЕРТАННЯ	156
ЛИТВИНЧУК Д.Г., ПОЛИВОДА О.В., ПОЛИВОДА В.В. ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДИНАМІКИ ПАРАМЕТРІВ ЗЕРНОВОЇ МАСИ У ПРОЦЕСІ КОНВЕКТИВНОГО СУШІННЯ.....	165
ЛІСОВЕЦЬ С.М., КІВА І.Л., ЗУБАЧ О.І. СИНТЕЗ ЦИФРОВИХ РЕГУЛЯТОРІВ ШЛЯХОМ ЗАДАННЯ СТЕПЕНІВ СТІЙКОСТІ І КОЛИВАЛЬНОСТІ АВТОМАТИЗОВАНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ	174
МОТАЙЛО А.П. КУБАТУРНА ФОРМУЛА ДЛЯ ОКТАЕДРА СЬОМОГО АЛГЕБРАЇЧНОГО ПОРЯДКУ ТОЧНОСТІ	184
МАТУЗКО В.Д., ГОМЕНЮК С.І. УТИЛІТА ДЛЯ АВТОМАТИЗОВАНОГО АНГЛІЙСЬКО- УКРАЇНСЬКОГО ПЕРЕКЛАДУ ІНТЕРФЕЙСУ ПРОГРАМ	194
МУСІЙ Р.С., МЕЛЬНИК Н.Б., БАНДИРСЬКИЙ Б. Й., ГОШКО Л. В., ШИНДЕР В.К. ВИЗНАЧЕННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПОПЕРЕДНЬО НАГРІТОЇ НЕОДНОРІДНОЇ ІЗОТРОПНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ	202
ОВСЬКИЙ О.Г. АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАГАЛЬНОЇ ТРИВИМІРНОЇ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ ДЛЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ	212
ПЕТРИК М.Р., МУДРИК І.Я., МИХАЛИК Д.М., ПЕТРИК О.Ю., БИЦЬ Т.П. ОГЛЯД МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ АНОРМАЛЬНИХ НЕВРОЛОГІЧНИХ РУХІВ З УРАХУВАННЯМ КОГНІТИВНИХ ФЕЕДБЕК-ВПЛИВІВ НЕЙРОВУЗЛІВ КОРИ ГОЛОВНОГО МОЗКУ	221
РЕГІДА О.В. СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧНЕ ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОПОРЯДЖУВАЛЬНИХ РОБІТ ЖИТЛОВОГО БУДИНКУ САДИБНОГО ТИПУ	235

СЕРІКОВА О.М., СТРЕЛЬНИКОВА О.О. МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЗМІНИ РІВНЯ ГРУНТОВИХ ВОД МІСЬКИХ ТЕРИТОРІЙ В ДВОВИМІРНОМУ ТА ТРИВИМІРНОМУ ФОРМУЛЮВАННІ	243
СОХАЦЬКИЙ А.В., АРСЕНЮК М.С. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ПРОСТОРОВОГО ПОЛОЖЕННЯ ВИСОКОШВИДКІСНОГО НАЗЕМНОГО ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ НА ЙОГО АЕРОДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ	257
УСЕНКО І.С. ПОБУДОВА ЕКВІДИСТАНТИ ДО ПЛОСКОЇ ЛАМАНОЇ У ФОРМУВАННІ СТРУКТУР КІЛЬЦЕВИХ ВОДОПРОВІДНИХ МЕРЕЖ	266
ХАЛАНЧУК Л.В., ЧОПОРОВ С.В. РОЗРОБКА МЕТОДУ ПОБУДОВИ НЕРІВНОМІРНИХ СІТОК НА БАЗІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ПУАССОНА	274
ХОМЧЕНКО А.Н., ТЕНДІТНА Н.В., ЛИТВИНЕНКО О.І., ДУДЧЕНКО О.М., АСТІОНЕНКО І.О. КУСКОВО-ПЛАНАРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ БАЗИСІВ МІШАНИХ СЕРЕНДИПОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ	283
ЧЕРНІКОВ О.В., АРХІПОВ О.В., ЄРМАКОВА О.А., ДЗЮБА В.В. ПАРАМЕТРИЧНИЙ ПІДХІД ДО ТРИВИМІРНОГО КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОРНАМЕНТІВ	293

СОДЕРЖАНИЕ

АНДРИЕНКО С.В., УСТИНЕНКО А.В., БОНДАРЕНКО А.В., КЛОЧКОВ И.Е. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И АЛГОРИТМ ОПТИМИЗАЦИИ ПО МАССЕ ТРАНСМИССИИ ГУСЕНИЧНОГО ТРАНСПОРТЕРА-ТЯГАЧА МТ-ЛБ	16
БОРИСЕНКО В.Д., УСТЕНКО С.А., УСТЕНКО И.В., КУЗЬМА Е.Т. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОФИЛЯ ЛОПАТКИ ОСЕВОГО КОМПРЕССОРА S-ОБРАЗНОЙ ФОРМЫ	24
ВОРОНЦОВ О.В., ВОРОНЦОВА И.В. СПОСОБ ОДНОМЕРНОЙ ДИСКРЕТНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ПО КООРДИНАТАМ ТРЕХ ТОЧЕК ЧИСЛОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ НА ПРИМЕРЕ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ	35
ВОРОНЦОВА Д.В., ДАШКЕВИЧ А.А., ГРИЩЕНКО Т.В. ПОДХОД К ВИЗУАЛИЗАЦИИ УПРЯЖНЕНИЙ МЫШЦ ЛИЦА	44
ВЯТКИН С.И., РОМАНИЮК А.Н., РЕЙДА О.Н., РОМАНИЮК О.В. МЕТОД РЕНДЕРИНГА СЛОЖНЫХ ПОЛИГОНАЛЬНЫХ СЦЕН С ПРИМЕНЕНИЕМ ФУНКЦИОНАЛЬНО ЗАДАННЫХ ОБЪЕКТОВ	54
ГАВРИЛЕНКО Е.А., ХОЛОДНЯК Ю.В., НАЙДЫШ А.В., ЛЕБЕДЕВ В.А. СОЗДАНИЕ САД- МОДЕЛЕЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ	66
ГАЙДУК К.С., ШЕВЧЕНКО О.Г., СВЯТНЫЙ В.А. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИЗВЛЕЧЕНИЯ КОНЦЕПТОВ И ПОНЯТИЙ НА ОСНОВАНИИ МЕР АССОЦИАЦИИ	76
ГАЛЬЧЕНКО В.Я., ТРЕМБОВЕЦКАЯ Р.В., ТЫЧКОВ В.В. ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ВИХРЕТОКОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ И АНАЛИЗ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ	93
ГОЛУБЕВ Л.П., КИВА И.Л. СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ СУШКИ ЗЕРНА БЕЗ ПЕРЕМЕНИВАНИЯ	105
ГОРАЛИК Е.Т., КРЮКОВ Н.Н. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФАЗЫ ВРАЩЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПРИ СХОЖДЕНИИ С НАКЛОННОЙ РАМПЫ	113
ГОРБОВОЙ А.Ю., ЛАГОВСКИЙ В.В., ОМЕЛЬЧУК А.А. ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ В ТЕКСТИЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ	123
ГРИЦЫНА Н.И., РАГУЛИН В.Н. АНАЛИЗ СОВРЕМЕННЫХ ПРОГРАММНЫХ РЕШЕНИЙ ВІМ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ СООРУЖЕНИЙ	133
ГУМЕН Е.Н., СЕЛИНА И.Б. АНАЛИЗ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ И ФАЗОВОГО СОСТАВА ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ, ПОЛУЧЕННЫХ TIG СВАРКОЙ, МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ	140
ДОРОШ Н.Л. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНДЕНСАЦИИ СТРУИ ПАРА КИСЛОРОДА В ЖИДКОМ КИСЛОРОДЕ	149
КОВАЛЕВА Г.В., КАЛИНИН А.А., КАЛИНИНА Т.А., НИКИТЕНКО О.А. ПРИБЛИЖЕННОЕ ПОСТРОЕНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЛИНИЙ НА ПОВЕРХНОСТЯХ ВРАЩЕНИЯ	156
ЛИТВИНЧУК Д.Г., ПОЛИВОДА О.В., ПОЛИВОДА В.В. ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ПАРАМЕТРОВ ЗЕРНОВОЙ МАССЫ В ПРОЦЕССЕ КОНВЕКТИВНОЙ СУШКИ	165
ЛИСОВЕЦ С.Н., КИВА И.Л., ЗУБАЧ Е.И. СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ РЕГУЛЯТОРОВ ПУТЁМ ЗАДАНИЯ СТЕПЕНЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ И КОЛЕБАТЕЛЬНОСТИ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ	174
МОТАЙЛО А.П. КУБАТУРНАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ОКТАЭДРА СЕДЬМОГО АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ	184
МАТУЗКО В.Д., ГОМЕНЮК С.И. УТИЛИТА ДЛЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО АНГЛИЙСКО-УКРАИНСКОГО ПЕРЕВОДА ИНТЕРФЕЙСА ПРОГРАММ	194
МУСИЙ Р.С., МЕЛЬНИК Н.Б., БАНДЫРСКИЙ Б.И., ГОШКО Л. В., ШИНДЕР В.К. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАГРЕТОЙ НЕОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ	202
ОВСКИЙ А.Г. АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЯ ОБЩЕЙ ТРЕХМЕРНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ ДЛЯ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ	212
ПЕТРЫК М.Р., МУДРЫК И.Я., МЫХАЛЫК Д.М., ПЕТРЫК О.Ю., БЫЦЬ Т.П. ОБЗОР МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ АНОРМАЛЬНЫХ НЕВРОЛОГИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ С УЧЕТОМ КОГНИТИВНЫХ FEEDBACK-ВОЗДЕЙСТВИЙ НЕЙРОУЗЛОВ КОРЫ ГОЛОВНОГО МОЗГА	221

РЕГИДА О.В. СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТДЕЛОЧНЫХ РАБОТ ЖИЛОГО ДОМА УСАДЕБНОГО ТИПА	235
СЕРИКОВА Е.Н., СТРЕЛЬНИКОВА Е.А. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ИЗМЕНЕНИЯ УРОВНЯ ГРУНТОВЫХ ВОД ГОРОДСКИХ ТЕРРИТОРИЙ В ДВУМЕРНОЙ И ТРЕХМЕРНОЙ ФОРМУЛИРОВКЕ	243
СОХАЦКИЙ А.В., АРСЕНЮК М.С. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО НАЗЕМНОГО ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА НА ЕГО АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ	257
УСЕНКО И.С. ПОСТРОЕНИЕ ЭКВИДИСТАНТЫ К ПЛОСКОЙ ЛОМАННОЙ В ФОРМИРОВАНИИ СТРУКТУРЫ КОЛЬЦЕВЫХ ВОДОПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ	266
ХАЛАНЧУК Л.В., ЧОПОРОВ С.В. РАЗРАБОТКА МЕТОДА ПОСТРОЕНИЯ НЕРАВНОМЕРНЫХ СЕТОК НА БАЗЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА ...	274
ХОМЧЕНКО А.Н., ТЕНДИТНАЯ Н.В., ЛИТВИНЕНКО Е.И., ДУДЧЕНКО О.Н., АСТИОНЕНКО И.О. КУСОЧНО-ПЛАНАРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БАЗИСОВ СМЕШАННЫХ СЕРЕНДИПОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ	283
ЧЕРНИКОВ А.В., АРХИПОВ А.В., ЕРМАКОВА Е.А., ДЗЮБА В.В. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ТРЕХМЕРНОМУ КОМПЬЮТЕРНОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОРНАМЕНТОВ	293

CONTENTS

ANDRIENKO S.V., USTYNENKO O.V., BONDARENKO O.V., KLOCHKOV I.E. MATHEMATICAL MODEL AND OPTIMIZATION ALGORITHM BY MASS FOR TRANSMISSION OF TRACKED LOAD-CARRIER/PRIME MOVER MT-LB	16
BORISENKO V.D., USTENKO S.A., USTENKO I.B., KUZMA K.T. GEOMETRIC MODELING OF THE BLADE AIRFOIL OF AN AXIAL FLOW COMPRESSOR OF THE S-SHAPED FORM	24
VORONTSOV O.V., VORONTSOVA I.V. METHOD OF ONE-DIMENSIONAL DISCRETE INTERPOLATION, USING COORDINATES OF THREE POINTS OF NUMERIC SEQUENCES, IN THE CASE OF EXPONENTIAL FUNCTIONS	35
VORONTSOVA D.V., DASHKEVICH A.O., HRYSHCHENKO T.V. APPROACH FOR VISUALIZATION OF FACE MUSCLES EXERCISES	44
VYATKIN S.I., ROMANYUK O.N., REYDA O.M., ROMANYUK O.V. METHOD OF RENDERING COMPLEX POLYGONAL SCENES WITH APPLICATION OF FUNCTIONALLY SPECIFIED OBJECTS	54
HAVRYLENKO Ye.A., KHOLODNIAK Yu.V., NAIDYSH A.V., LEBEDIEV V.O. FORMATION OF SURFACES CAD-MODELS USING SPECIALIZED SOFTWARE	66
HAIIDUK K.S., SHEVCHENKO O.H., SVIATNYI V.A. ASSESSMENT OF THE ACCURACY OF NOTION AND CONCEPT EXTRACTION BASED ON MEASURES OF ASSOCIATION	76
HALCHENKO V.Ya., TREMBOVETSKA R.V., TYCHKOV V.V. OPTIMAL DESIGN OF EDDY CURRENT PROBES AND METHODS OF ANALYSIS SOLUTIONS OF NONLINEAR INVERSE PROBLEMS	93
GOLUBEV L.P., KIVA I.L. IMPROVEMENT OF THE AUTOMATED GRAIN DRYING SYSTEM WITHOUT CHANGING	105
GORALIK J.T., KRYUKOV N.N. MATHEMATICAL MODELING OF THE ROTATION PHASE OF A SOLID BODY MOVEMENT WHEN DESCENDING FROM THE INCLINED RAMP	113
HORBOVYY A.Y., LAGOVSKYY V.V., OMELCHUK A.A. ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN THE TEXTILE INDUSTRY	123
HRYTSYNA N., RAGULIN V. ANALYSIS OF MODERN BIM SOFTWARE SOLUTIONS IN MODELING OF CONSTRUCTIONS	133
GUMEN O.M., SELINA I.B. FINITE ELEMENT ANALYSIS OF TEMPERATURE AND PHASE COMPOSITION OF TITANIUM ALLOY BY TIG WELDING	140
DOROSH N.L. SIMULATION OF OXYGEN STEAM JET CONDENSATION IN LIQUID OXYGEN	149
KOVALOVA G., KALININ A., KALININA T., NIKITENKO O. APPROXIMATE CONSTRUCTION OF GEODESIC LINES ON ROTATION SURFACES	156
LYTVYNCHUK D.G., POLYVODA O.V., POLYVODA V.V. RESEARCH OF THE MATHEMATICAL MODEL OF THE GRAIN PARAMETERS DYNAMICS IN THE CONVECTIVE DRYING PROCESS	165
LISOVETS S.M., KIVA I.L., ZUBACH O.I. SYNTHESIS OF DIGITAL CONTROLS BY SETTING THE STABILITY AND OSCILLATION DEGREES OF AUTOMATED CONTROL SYSTEMS	174
MOTAILO A.P. CUBATURE FORMULA FOR AN OCTAHEDRON OF THE SEVENTH ALGEBRAIC ORDER OF ACCURACY	184
MATUZKO V.D., GOMENYUK S.I. AUTOMATED ENGLISH-UKRAINIAN APPLICATION USER INTERFACE TRANSLATION TOOL	194
MUSII R.S., MELNYK N.B., BANDYRSKII B.J., HOSHKO L.V., SHYNDER V.K. DETERMINING NON-STATIONARY TEMPERATURE FIELD OF PRE-HEATED INHOMOGENEOUS ISOTROPIC CYLINDRICAL COVER	202
OVSKY O.G. ALGORITHM OF SOLVING THE GENERAL THREE-DIMENSIONAL TASK OF ELASTICITY THEORY IN CYLINDRICAL SYSTEM OF COORDINATES FOR COMPUTER MATHEMATICS SYSTEMS	212
PETRYK M.R., MUDRYK I.Ya., MYKHALYK D.M., PETRYK O.Yu., BYTS T.P. REVIEW OF MATHEMATICAL MODELS OF ABNORMAL NEUROLOGICAL MOVEMENTS WITH TAKING INTO ACCOUNT THE COGNITIVE FEEDBACK-EFFECTS OF NEURONODES OF THE CEREBRAL CORTEX	221
REGIDA O.V. STRUCTURAL-PARAMETRIC GEOMETRIC MODELING OF THE FINISHING CONSTRUCTION WORKS OF THE MANOR-TYPE HOUSES	235
SIERIKOVA O.M., STRELNIKOVA O.O. THE GROUNDWATER LEVEL CHANGING PROCESSES MODELING OF THE URBAN TERRITORIES IN 2D AND 3D FORMULATION	243

SOKHATSKY A.V., ARSENIUK M.S. MATHEMATICAL MODELING OF THE INFLUENCE OF THE SPATIAL POSITION OF A HIGH-SPEED GROUND VEHICLE ON ITS AERODYNAMIC CHARACTERISTICS	257
USENKO I.S. THE CONSTRUCTION OF EQUIDISTANT TO A FLAT BROKEN LINE IN THE FORMATION OF THE STRUCTURE OF RING WATER NETWORKS	266
KHALANCHUK L.V., CHOPOROV S.V. DEVELOPMENT OF A METHOD FOR CONSTRUCTING IRREGULAR MESHES BASED ON THE DIFFERENTIAL POISSON EQUATION	274
KHOMCHENKO A.N., TENDITNA N.V., LYTVYNENKO O.I., DUDCHENKO O.N., ASTIONENKO I.O. PIECEWISE-PLANAR MODELING OF BASES OF MIXED SERENDYPITY ELEMENTS	283
CHERNIKOV O.V., ARKHIPOV O.V., YERMAKOVA O.A., DZIUBA V.V. PARAMETRIC APPROACH TO THREE-DIMENSIONAL COMPUTER SIMULATION OF GEOMETRIC ORNAMENTS	293

УДК 629.11.032+519.863

С.В. АНДРІЄНКО

Харківський національний автомобільно-дорожній університет
О.В. УСТИНЕНКО, О.В. БОНДАРЕНКО, І.Є. КЛОЧКОВ
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТА АЛГОРИТМ ОПТИМІЗАЦІЇ ЗА МАСОЮ ТРАНСМІСІЇ ГУСЕНИЧНОГО ТРАНСПОРТЕРА-ТЯГАЧА МТ-ЛБ

Розв'язання задачі оптимізації трансмісії легкого багатоцільового гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ є перспективним напрямком досліджень, тому що дає змогу поліпшити масові характеристики машини, забезпечити навантажувальну здатність та довговічність трансмісії при модернізації. Побудовано математичну модель оптимізації трансмісії за масою, а саме: побудовано цільову функцію оптимізації трансмісії за масою, яка досить коректно враховує основні показники трансмісії; визначені змінні проектування, у якості яких обрані основні геометричні параметри зацеплень: модулі та числа зубців; сформовано систему обмежень на змінні проектування та запропоновано методику динамічного змінення обмежень на числа зубців коробки передач. Запропоновано послідовність перевірки обмежень, яка дозволить зменшити обсяг та час розрахунків для знаходження найкращого рішення. Розв'язання виконується на основі зондування простору параметрів, де у якості пробних точок в одиничному багатомірному кубі використовуються точки ЛПт-послідовності. Також було розроблено прикладну методику та докладний алгоритм оптимального проектування трансмісії. Вони враховують конструктивні, технічні та технологічні особливості останньої, а також дають змогу підвищити точність розрахунків за рахунок керуванням похибками обчислень передавальних відношень та рівності міжосьових відстаней зацеплень коробки передач та додаткового редуктора трансмісії. Алгоритм має такі етапи: ввід вхідних даних; генерування зовнішньої ЛПт-послідовності; перевірка відповідних обмежень; перевірка обмеження на міжосьові відстані; розрахунок для пробної точки передавальних відношень коробки передач; визначення граничних чисел зубців; генерування внутрішньої ЛПт-послідовності; перевірка відповідних обмежень; пошук найкращого варіанта; збільшення точності розрахунків; уточнення параметрів; додаткові перевірочні розрахунки.

Ключові слова: оптимізація; багатоцільовий транспортер-тягач МТ-ЛБ; трансмісія; цільова функція; обмеження на змінні проектування; алгоритм.

С.В. АНДРИЕНКО

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет
А.В. УСТИНЕНКО, А.В. БОНДАРЕНКО, И.Е. КЛОЧКОВ
Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И АЛГОРИТМ ОПТИМИЗАЦИИ ПО МАССЕ ТРАНСМИССИИ ГУСЕНИЧНОГО ТРАНСПОРТЕРА-ТЯГАЧА МТ-ЛБ

Решение задачи оптимизации трансмиссии легкого многоцелевого гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ является перспективным направлением исследований, так как позволяет улучшить массовые характеристики машины, обеспечить нагрузочную способность и долговечность трансмиссии при модернизации. Построена математическая модель оптимизации трансмиссии по массе, а именно: построена целевая функция оптимизации трансмиссии по массе, которая достаточно корректно учитывает основные показатели трансмиссии; определены переменные

проектирования, в качестве которых выбраны основные геометрические параметры зацеплений: модули и числа зубьев; сформирована система ограничений на переменные проектирования и предложена методика динамического изменения ограничений на числа зубьев коробки передач. Предложена последовательность проверки ограничений, которая позволит уменьшить объем и время расчетов для нахождения наилучшего решения. Решение выполняется на основе зондирования пространства параметров, где в качестве пробных точек в единичном многомерном кубе используются точки ЛПт-последовательности. Также была разработана прикладная методика и подробный алгоритм оптимального проектирования трансмиссии. Они учитывают конструктивные, технические и технологические особенности последней, а также позволяют повысить точность расчетов за счет управления погрешностями вычисления передаточных отношений и равенства межосевых расстояний зацеплений коробки передач и дополнительного редуктора трансмиссии. Алгоритм содержит следующие этапы: ввод начальных данных; генерирование внешней ЛПт-последовательности; проверка соответствующих ограничений; проверка ограничений на межосевые расстояния; расчет для пробной точки передаточных отношений КП; определение граничных чисел зубьев; генерирование внутренней ЛПт-последовательности; проверка соответствующих ограничений; поиск наилучшего варианта; увеличение точности расчетов; уточнение параметров; дополнительные проверочные расчеты.

Ключевые слова: оптимизация; многоцелевой транспортер-тягач МТ-ЛБ; трансмиссия; целевая функция; ограничения на переменные проектирования; алгоритм.

S.V. ANDRIENKO

Kharkiv National Automobile and Highway University

O.V. USTYENKO, O.V. BONDARENKO, I.E. KLOCHKOV

National Technical University 'Kharkiv Polytechnic Institute'

MATHEMATICAL MODEL AND OPTIMIZATION ALGORITHM BY MASS FOR TRANSMISSION OF TRACKED LOAD-CARRIER/PRIME MOVER MT-LB

Solving the problem of optimizing for transmission of light multipurpose tracked load-carrier/prime mover MT-LB is a perspective area of research because it improves the mass characteristics of the machine, to ensure the load capacity and durability of transmission at upgrading. Mathematical model of transmission optimization by mass was constructed, namely: optimization objective function of transmission by weight was built, which is quite correct transmission models, it takes into account the geometry, dimensions, weight and strength properties of the main parts and aggregates; variables planning are defined, which selected as basic geometric parameters of gearings: modules and number of teeth; a system of constraints on the variables planning was constructed, a technique for dynamically changing the constraints on the teeth number for gearbox was proposed. A sequence of constraint checking is proposed, which will reduce the amount and time of calculations to find the best solution. The solution is based on sensing the parameter space, where points of the LPt-sequence are used as test points in a single multidimensional cube. Also, the applied methodology and detailed algorithm for optimal design of the transmission has been developed. They take into account the constructive, technical and technological features. They also allow to reduce the error of the calculations due to the error-control of the calculations of gear ratios and the equality of the axes distance for gearbox and additional reducer meshing's. The algorithm contains the following ethics: the task of the input data; generation of an external LPt-sequence; check the relevant constraints; checking the limit on the inter-axes distances; calculation for the test point of gear ratios; determination of boundary numbers of teeth; generation of internal LPt-sequence; check the relevant constraints; search for the best

option; increase the accuracy of calculations; clarification of parameters; additional verification calculations.

Keywords: optimizing; multipurpose load-carrier/prime mover MT-LB; transmission; objective function; variables planning; constraints on the variables planning; algorithm.

Постановка проблеми

В Україні та в інших країнах широко застосовується легкий багатоцільовий гусеничний транспортер-тягач МТ-ЛБ. На сьогодні він не відповідає тактико-технічним характеристикам з точки зору потужності та середніх швидкостей руху. За останні роки запропоновано багато варіантів його модернізації, більшість з яких полягає в заміні двигуна на більш потужний. При цьому виникає проблема перевантаження трансмісії, але підвищити її навантажувальну здатність шляхом збільшення габаритів неможливо. Це зумовлено обмеженим об'ємом моторно-трансмісійного відділення (МТВ).

Тому проектування нової, оптимальної за масою, трансмісії при забезпеченні її навантажувальної здатності, довговічності та умови розміщення в існуюче МТВ є актуальною науково-практичною задачею.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Загальні проблеми оптимізації у техніці та саме для трансмісій розглянуті, наприклад, у працях [1–2]. Аналогічні питання оптимізації редукторів, трансмісій та коробок передач автомобілів досліджувались у [3–4]. Слід відмітити роботу [4], де розв'язано задачу оптимально-раціонального проектування співвісного ступінчастого механічного приводу на прикладі тривальної коробки передач автомобіля. Розв'язання виконувалось на основі зондування простору параметрів, де у якості пробних точок в одиничному багатомірному кубі використовуються точки ЛПт-послідовності [5]. Цей підхід і був обраний авторами для використання у подальших дослідженнях.

Мета дослідження

Метою даного дослідження є розробка математичної моделі оптимізації за масою трансмісії легкого багатоцільового гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ, а також побудова алгоритму для програмної реалізації розв'язання цієї задачі.

Викладення основного матеріалу дослідження

Кінематична схема трансмісії наведена на рис. 1 [6]. Вона виконана по двопоточній схемі, коробка передач об'єднана з механізмами повороту у єдиний механізм передач та повороту (МПП). Бортіві передачі – планетарні одноступінчасті.

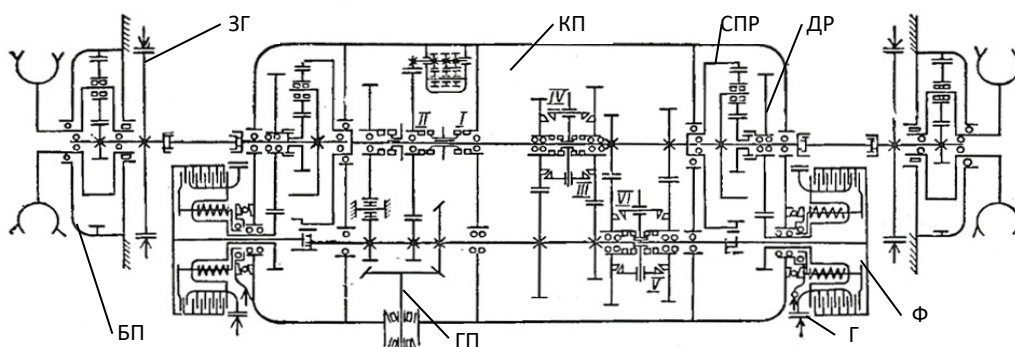


Рис. 1. Кінематична схема трансмісії транспортера-тягача МТ-ЛБ:

ГП – головна передача; КП – коробка передач; ДР – додатковий редуктор;
 Ф – фрикціон МПП; Г – гальмо МПП; СПР – підсумувальний планетарний ряд;
 ЗГ – зупиночне гальмо; БП – бортіві передачі.

Цільова функція та змінні проектування. У роботі [7] було побудовано цільову функцію для випадку мінімізації маси трансмісії:

$$F_M = \sum M \rightarrow \min, \quad (1)$$

де $\sum M$ – сумарна маса основних елементів трансмісії, кг,

$$\begin{aligned} \sum M = & \sum_{i=1}^2 M_{зкГПi} + M_{вГП} + \sum_{i=1}^{n_{зкКП}} M_{зкКПi} + \sum_{i=1}^2 M_{вКПi} + \sum_{i=1}^{n_{СКП}} M_{СКПi} + 2 \sum_{i=1}^2 M_{зкДРi} + \\ & + 2M_{вФ} + 2M_{фГ} + 2 \sum_{i=1}^{n_{зкСПР}} M_{зкСПРi} + 2 \sum_{i=1}^{n_{вСПР}} M_{вСПРi} + 2M_{вДСПР} + 2M_{кв} + \\ & + 2M_{зГ} + 2 \sum_{i=1}^{n_{зкБП}} M_{зкБПi} + 2 \sum_{i=1}^{n_{вБП}} M_{вБПi} + 2M_{вДБП} + \sum_{i=1}^{n_{п}} M_{Pi} + M_{кМПП} + 2M_{кБП}, \end{aligned} \quad (2)$$

де $\sum_{i=1}^2 M_{зкГПi}$ – сумарна маса зубчастих коліс ГП; $M_{вГП}$ – маса вхідного валу ГП; $\sum_{i=1}^{n_{зкКП}} M_{зкКПi}$ – сумарна маса зубчастих коліс КП, $n_{зкКП}$ – кількість зубчастих коліс КП ($n_{зкКП} = 2(k-1)+1$, де k – кількість передач переднього та заднього ходу, одиниця враховує паразитну шестерню заднього ходу, а -1 враховує відсутність зубчастих коліс першої передачі, яка реалізується зупинкою епіциклів СПР); $\sum_{i=1}^2 M_{вКПi}$ – сумарна маса валів КП; $\sum_{i=1}^{n_{СКП}} M_{СКПi}$ – сумарна маса синхронізаторів КП, $n_{СКП}$ – кількість синхронізаторів; $2 \sum_{i=1}^2 M_{зкДРi}$ – сумарна маса зубчастих коліс ДР; $2M_{вФ}$ – сумарна маса валів фрикціонів МПП; $2M_{фГ}$ – сумарна маса фрикціонів та гальм МПП; $2 \sum_{i=1}^{n_{зкСПР}} M_{зкСПРi}$ – сумарна маса зубчастих коліс СПР, $n_{зкСПР}$ – кількість зубчастих коліс СПР; $2 \sum_{i=1}^{n_{вСПР}} M_{вСПРi}$ – сумарна маса валів та осей СПР, $n_{вСПР}$ – кількість валів та осей СПР; $2M_{вДСПР}$ – сумарна маса водил СПР; $2M_{кв}$ – сумарна маса карданних валів; $2M_{зГ}$ – сумарна маса зупиночних гальм; $2 \sum_{i=1}^{n_{зкБП}} M_{зкБПi}$ – сумарна маса зубчастих коліс БП, $n_{зкБП}$ – кількість зубчастих коліс БП; $2 \sum_{i=1}^{n_{вБП}} M_{вБПi}$ – сумарна маса валів та осей БП, $n_{вБП}$ – кількість валів та осей БП; $2M_{вДБП}$ – сумарна маса водил БП; $\sum_{i=1}^{n_{п}} M_{Pi}$ – сумарна маса підшипників трансмісії, $n_{п}$ – кількість підшипників трансмісії; $M_{кМПП}$ – маса картеру МПП; $2M_{кБП}$ – сумарна маса картерів БП.

Маси зубчастих коліс обчислюються безпосередньо через значення змінних проектування з урахуванням системи обмежень. Маси інших деталей та вузлів – згідно з розрахунками на міцність, витривалість та (або) жорсткість.

У якості змінних проектування обрано геометричні параметри зачеплень [4, 7] – модулі зачеплень m , числа z та кути нахилу β зубців, а саме: для ГП – $m_{нГП}$, $z_{ГП1}$, $z_{ГП2}$, $\beta_{мГП}$; для КП – $m_{кП\mu}$, $z_{кП\mu,1}$ ($\mu = 2, \dots, k-1$ – номер передачі переднього ходу); для ДР – $m_{ДР}$, $z_{ДР1}$, $z_{ДР2}$; для СПР – $m_{СПР}$, $z_{СПРс}$, $z_{СПРe}$; для БП – $m_{БП}$, $z_{БПс}$, $z_{БПе}$.

З метою скорочення розмірності задачі числа зубців ведених коліс КП $z_{кП\mu,2}$ не є змінними проектування, а розраховуються через числа зубців привідних коліс $z_{кП\mu,1}$ та наперед задані передавальні відношення трансмісії $i_{Т\mu}$.

Обмеження на змінні проектування. Нижче наведено послідовність прийнятих обмежень у порядку зростання орієнтовного обсягу математичних обчислень, а також враховано, що деякі обмеження можливо перевірити тільки після інших.

1) Модулі зубців для циліндричних передач стандартизовано, вони обираються з наступного ряду:

$$m_n = 2; 2,25; 2,5; 2,75; 3; 3,5; 4; 4,5; 5; 5,5; 6, \dots, m_{n\max}. \quad (3)$$

У конічної передачі модуль може бути нестандартною величиною, тому для неї

$$m_{n\min} \leq m_n \leq m_{n\max}. \quad (4)$$

2) Числа зубців коліс повинні приймати цілі значення (мають бути натуральними – N), а також обмежені верхнім z_{\max} та нижнім значенням z_{\min} . Тоді

$$\{z_{ГП1}, z_{ГП2}, z_{КП2,1}, \dots, z_{КПk-1,1}, z_{КП2,2}, \dots, z_{КПk-1,2}, z_{ДР1}, z_{ДР2}, z_{СПРc}, z_{СПРст}, z_{СПРе}, z_{БПе}, z_{БПст}, z_{БПе}\} \in N;$$

$$z_{\min} \leq \{z_{ГП1}, z_{ГП2}, z_{КП2,1}, \dots, z_{КПk-1,1}, z_{КП2,2}, \dots, z_{КПk-1,2}, z_{ДР1}, z_{ДР2}, z_{СПРc}, z_{СПРст}, z_{СПРе}, z_{БПе}, z_{БПст}, z_{БПе}\} \leq z_{\max}. \quad (5)$$

3) Числа зубців коліс планетарних рядів повинні задовольняти умовам співвісності, збірки та сусідства з урахуванням кількості сателітів $n_{ст}$,

$$z_{ст} = 0,5(z_c - z_c); \quad (z_c + z_c)/n_{ст} = \text{ціле число}; \quad (z_c + z_{ст}) \sin \pi/n_{ст} > (z_{ст} + 2). \quad (6)$$

4) Кути нахилу зубців конічних коліс повинні бути у межах від $\beta_{m\min}$ до $\beta_{m\max}$, тоді

$$\beta_{m\min} \leq \beta_m \leq \beta_{m\max}. \quad (7)$$

5) Міжосьові відстані зачеплень КП на передньому ходу та ДР повинні бути рівні між собою, тобто з урахуванням змінних проектування для кожної передачі

$$0,5m_{КП2}(z_{КП2,1} + z_{КП2,2}) = \dots = 0,5m_{КПk-1}(z_{КПk-1,1} + z_{k-1,2}) = 0,5m_{ДР}(z_{ДР,1} + z_{ДР,2}). \quad (8)$$

6) Розрахункові передавальні відношення трансмісії $i_{Т\mu}^{розр}$ повинні задовольняти умові, що пов'язана з цілими значеннями чисел зубців,

$$i_{Т\mu} (1 - \Delta i_T / 100) \leq i_{Т\mu}^{розр} \leq i_{Т\mu} (1 + \Delta i_T / 100), \quad \mu = 1, \dots, k - 1, \quad (9)$$

де Δi_T – похибка передавального відношення трансмісії, що задається проектувальником;

$$i_{Т1}^{розр} = i_{ГП} \cdot i_{ДР} \cdot i_{БП} (1 + |p_{СПР}|) = \frac{z_{ГП2}}{z_{ГП1}} \cdot \frac{z_{ДР2}}{z_{ДР1}} \cdot \left(1 + \frac{z_{БПе}}{z_{БПе}}\right) \left(1 + \frac{z_{СПРе}}{z_{СПРc}}\right);$$

$$i_{Т\mu}^{розр} = \frac{i_{ГП} \cdot i_{КП\mu} \cdot i_{ДР} \cdot i_{БП} (1 + |p_{СПР}|)}{|p_{СПР}| \cdot i_{ДР} + i_{КП\mu}} = \frac{\frac{z_{ГП2}}{z_{ГП1}} \cdot \frac{z_{КП\mu 2}}{z_{КП\mu 1}} \cdot \frac{z_{ДР2}}{z_{ДР1}} \cdot \left(1 + \frac{z_{БПе}}{z_{БПе}}\right) \left(1 + \frac{z_{СПРе}}{z_{СПРc}}\right)}{\frac{z_{СПРе}}{z_{СПРc}} \cdot \frac{z_{ДР2}}{z_{ДР1}} + \frac{z_{КП\mu 2}}{z_{КП\mu 1}}}, \quad \mu = 2, \dots, k - 1. \quad (10)$$

7) Обмеження на передавальні відношення зубчастих пар трансмісії. З вимоги габаритного співвідношення зубчастих коліс маємо:

$$|i_{\min}| \leq |i| = |\omega_1 / \omega_2| = z_2 / z_1 \leq |i_{\max}|. \quad (11)$$

Для планетарних рядів обмеження (11) записується через внутрішнє передавальне відношення p ,

$$|p_{\min}| \leq |p| = z_3/z_c \leq |p_{\max}|. \quad (12)$$

8) *Забезпечення для зубців коліс контактної та згинної витривалості, а також міцності при перевантаженнях, а саме,*

а) для конічного зачеплення ГП:

$$\sigma_{HГП} \leq \sigma_{HRГП}, \sigma_{HMГП} \leq \sigma_{HRMГП}; \sigma_{FГП(2)} \leq \sigma_{FRГП(2)}, \sigma_{FMГП(2)} \leq \sigma_{FRMГП(2)}; \quad (13)$$

б) для циліндричних зачеплень КП та ДР:

$$\sigma_{H\mu} \leq \sigma_{HR\mu}, \sigma_{HM\mu} \leq \sigma_{HRM\mu}; \sigma_{F\mu(2)} \leq \sigma_{FR\mu(2)}, \sigma_{FM\mu(2)} \leq \sigma_{FRM\mu(2)};$$

$$\sigma_{HДР} \leq \sigma_{HRДР}, \sigma_{HMДР} \leq \sigma_{HRMДР}; \sigma_{FДР(2)} \leq \sigma_{FRДР(2)}, \sigma_{FMДР(2)} \leq \sigma_{FRMДР(2)}; \quad (14)$$

в) для циліндричних зачеплень планетарних рядів СПР та БП:

$$\sigma_{HСПРc-ct} \leq \sigma_{HRСПРc-ct}, \sigma_{HСПРct-3} \leq \sigma_{HRСПРct-3}, \sigma_{HМСПРc-ct} \leq \sigma_{HRМСПРc-ct}, \sigma_{HМСПРct-3} \leq \sigma_{HRМСПРct-3};$$

$$\sigma_{HБПc-ct} \leq \sigma_{HRБПc-ct}, \sigma_{HБПct-3} \leq \sigma_{HRБПct-3}, \sigma_{HМБПc-ct} \leq \sigma_{HRМБПc-ct}, \sigma_{HМБПct-3} \leq \sigma_{HRМБПct-3};$$

$$\sigma_{FСПРc} \leq \sigma_{FRСПРc}, \sigma_{FСПРct} \leq \sigma_{FRСПРct}, \sigma_{FСПР3} \leq \sigma_{FRСПР3}, \sigma_{FМСПРc} \leq \sigma_{FRМСПРc}, \sigma_{FМСПРct} \leq \sigma_{FRМСПРct}, \sigma_{FМСПР3} \leq \sigma_{FRМСПР3};$$

$$\sigma_{FБПc} \leq \sigma_{FRБПc}, \sigma_{FБПct} \leq \sigma_{FRБПct}, \sigma_{FБП3} \leq \sigma_{FRБП3}, \sigma_{FМБПc} \leq \sigma_{FRМБПc}, \sigma_{FМБПct} \leq \sigma_{FRМБПct}, \sigma_{FМБП3} \leq \sigma_{FRМБП3}, \quad (15)$$

де σ_H, σ_F і $\sigma_{HM}, \sum_{M(\text{кол } z_n)} \sigma_{FM}$ – контактні та згинні напруження при дії номінального і максимального навантаження; σ_{HR}, σ_{FR} і $\sigma_{HRM}, \sigma_{FRM}$ – відповідні напруження, що допускаються.

10) *Коефіцієнти ширини зубчастого колеса ψ_{bd} для циліндричних зачеплень та $\psi_m = b_w/R_m$ для конічних не повинні перевищувати максимальні значення,*

$$\psi_{bd} \leq \psi_{bd \max}; \psi_m \leq \psi_{m \max}. \quad (16)$$

11) *Габаритні обмеження для картерів МПП та БП:*

$$L_{MПП} \leq L_{MПП \max}, V_{MПП} \leq V_{MПП \max}, H_{MПП} \leq H_{MПП \max}; D_{КБП} \leq D_{КБП \max}, V_{КБП} \leq V_{КБП \max}, \quad (17)$$

де $L_{MПП \max}, V_{MПП \max}, \sum_{M(\text{кол } z_n)}, H_{MПП \max}, D_{КБП \max}, V_{КБП \max}$ – відповідні максимально можливі габарити із умови розміщення МПП та БП в існуюче МТВ.

Алгоритм оптимального проектування. Доповнимо вище наведений матеріал етапами вводу-виводу даних, складання таблиці можливих комбінацій параметрів, пошуку найкращого варіанта (пробної точки, що відповідає мінімальному значенню цільової функції) та зведемо їх у єдиний алгоритм, який представлено на рис. 2.

Особливістю цього алгоритму є наявність зовнішньої та внутрішньої ЛПт-последовностей. У зовнішньому циклі генерується ЛПт-последовність для усіх змінних проектування, окрім $z_{КП\mu,1}$, а у внутрішньому – ЛПт-последовність $z_{КП\mu,1}$ з урахуванням звуження діапазонів $z_{КП\mu,1 \min}, z_{КП\mu,1 \max}$. Для цього, після перевірки основних обмежень:

1. У пробній точці обчислюються передавальні відношення КП $i_{КП\mu}$,

$$i_{КП\mu} = \frac{z_{КП\mu,2}}{z_{КП\mu,1}} = \frac{i_{Т\mu} \cdot z_{ДР2} \cdot z_{ГП1} \cdot z_{БПc} \cdot z_{СПРc}}{z_{ДР2} \cdot z_{ГП2} (z_{СПРc} + z_{СПРe}) (z_{БПc} + z_{БПe}) - i_{Т\mu} \cdot z_{ДР1} \cdot z_{ГП1} \cdot z_{БПc} \cdot z_{СПРe}}, \mu = 2, \dots, k-1. \quad (18)$$

2. Визначаються граничні числа зубців $z_{КП\mu,1 \min}$ та $z_{КП\mu,1 \max}$, починаючи з другої передачі. Якщо $i_{КП\mu} \geq 1$,

$$z_{КП\mu,1 \min} = z_{\min}, z_{КП\mu,1 \max} = z_{\max} / i_{КП\mu}; \quad (19)$$

якщо $i_{КП\mu} < 1$,

$$z_{КП\mu,1 \min} = z_{\min} / i_{КП\mu}, z_{КП\mu,1 \max} = z_{\max}. \quad (20)$$

3. Генерується внутрішня ЛПт-послідовність для $z_{кп\mu,1}$ та обчислюються $z_{кп\mu,2}$,

$$z_{кп\mu,2} = z_{кп\mu,1} \cdot i_{кп\mu}. \quad (21)$$

Така побудова алгоритму зменшує час розрахунків завдяки звуженню обмежень для чисел зубців коліс КП $z_{кп\mu,1}$.

Якщо пробна точка проходить всі умови, то вона потрапляє до таблиці можливих варіантів. Таблиця являє собою двовимірний масив, у якому кожному номеру точки відповідає набір параметрів проектування та значення цільової функції. Пошук найкращого варіанта здійснюється сортуванням, наприклад, методом вставки.

У процесі збільшення точності розрахунків проводиться поступове зменшення похибки рівності міжосьових відстаней зачеплень КП та ДР. При необхідності можливо також зменшувати похибку передавального відношення трансмісії.

На етапі уточнення параметрів можливо забезпечення точної рівності міжосьових відстаней зачеплень КП та ДР розрахунком необхідного сумарного коефіцієнта зміщення похідного контуру $x_{\Sigma} = x_1 \pm x_2$ для кожного зачеплення.

Висновки

1. Оптимізація трансмісії транспортера-тягача МТ-ЛБ є перспективною науково-прикладною задачею, розв'язання якої дає можливість покращити масові характеристики машини, а також забезпечити навантажувальну здатність та довговічність трансмісії при модернізації.

2. Побудовано математичну модель оптимізації трансмісії за масою, а саме, розглянуто цільову функцію, що враховує геометрію, міцність та масогабаритні властивості основних деталей та вузлів; визначені змінні проектування; сформовано систему обмежень.

3. Розроблено алгоритм оптимального проектування трансмісії. Він враховує її основні особливості, зменшує час розрахунків завдяки звуженню обмежень для чисел зубців коліс КП $z_{кп\mu,1}$, дозволяє підвищити точність розрахунків керуванням похибками обчислень передавальних відношень та рівності міжосьових відстаней зачеплень.

Список використаної літератури

1. Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К. Оптимизация в технике. Пер. с англ. Москва, Мир, 1986. Т.1. 349 с.
2. Александров Е. Е., Самородов В. Б. Проблемы многокритериальной оптимизации трансмиссий транспортных средств. *Машиноведение и техносфера на рубеже 21 века. Т. 1.* Донецк, 1999. С. 26–29.



Рис. 2. Схема алгоритму оптимального проектування трансмісії транспортера-тягача МТ-ЛБ.

- зубчастих редукторів. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Проблеми механічного приводу.* 2016. № 23 (1195). С. 64–71.
4. Бондаренко О. В., Устиненко О. В. Оптимізація співвісних ступінчастих приводів машин по масогабаритним характеристикам на прикладі тривальних коробок передач. *Вісник НТУ «ХПІ». Тематичний випуск «Машинознавство та САПР».* 2012. № 22. С. 16–27.
 5. Соболев И. М., Статников Р. Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. Москва, Дрофа, 2006. 175 с.
 6. Легкий многоцелевой гусеничный транспортер-тягач МТ-ЛБ. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. Москва, Военное изд-во, 1985. 447 с.
 7. Бондаренко О. В., Клочков І. Є., Устиненко О. В. Оптимізація трансмісії гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ за масою: цільова функція, змінні проектування та обмеження. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР.* 2017. № 12 (1234). С. 3–8.

References

1. Rekleytys, H., Reyvyn dran, A., & Rjehsdel, K. (1983). *Engineering Optimization*. New York, John Wiley and Sons Publ.
2. Aleksandrov, E. E., & Samorodov, V. B. (1999). Problemy mnohokryteryal'noy optymyzatsyy transmyssyj transportnykh sredstv. In *Mashynovedenye y tekhnosfera na rubezhe 21 veka*. Vol. 1. Donetsk, pp. 26–29.
3. Kalinin, P. M., Ostapchuk, Yu. O., Zherezhon-Zaychenko, Yu. V., Yusov, V. I., & Syerykov, V. I. (2016). Do pytannia optymalno-ratsionalnoho proektuvannia stupinchastykh zubchastykh reduktoriv. *Visnyk NTU 'KhPI'. Serii: Problemy mekhanichnoho pryvodu.* **23 (1195)**, 64–71.
4. Bondarenko, O. V., & Ustynenko, O. V. (2012). Optyimizatsiia spivvisnykh stupinchastykh pryvodiv mashyn po masohabarytnym kharakterystykam na prykladi tryvalnykh korobok peredach. *Visnyk NTU 'KhPI'. Tematychnyi vypusk 'Mashynoznavstvo ta SAPR'.* **22**, 16–27.
5. Sobol', I. M., & Statnikov, R. B. (2006). *Vybor optimal'nyh parametrov v zadachah so mnogimi kriterijami*. Moscow, Drofa Publ.
6. Ministerstvo oborony SSSR. (1985). *Lehkyy mnohotselevoy husenychny transporter-tyahach MT-LB. Tekhnicheskoe opysanye i instruktsiya po ekspluatatsii*. Moscow, Voennnoe izd-vo.
7. Bondarenko, O. V., Klochkov, I. Ye., & Ustynenko, O. V. (2017). Optyimizatsiia transmisii husenychnoho transportera-tiahacha MT-LB za masoiu: tsilova funktsiia, zminni proektuvannia ta obmezhenia. *Visnyk NTU 'KhPI'. Serii: Mashynoznavstvo ta SAPR.* **12 (1234)**, 3–8.

Андрієнко Сергій Володимирович – викладач кафедри інженерної та комп'ютерної графіки Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, e-mail: andrisergejjsv@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4310-3128.

Устиненко Олександр Віталійович – к.т.н., доцент, старший науковий співробітник, професор кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org, ORCID: 0000-0002-6714-6122.

Бондаренко Олексій Вікторович – к.т.н., доцент кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», e-mail: avbondko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2693-5301.

Клочков Ілля Євгенович – аспірант кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», e-mail: s008@tmm-sapr.org, ORCID: 0000-0003-4923-2833.

УДК 514.18:621.515

В.Д. БОРИСЕНКО

Миколаївський національний університет імені В.О. Сухомлинського

С.А. УСТЕНКО

Одеський національний технічний університет

І.В. УСТЕНКО

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

К.Т. КУЗЬМА

Миколаївський національний університет імені В.О. Сухомлинського

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОФІЛЮ ЛОПАТКИ ОСЬОВОГО КОМПРЕСОРА S-ПОДІБНОЇ ФОРМИ

Пропонується метод геометричного моделювання профілю лопатки осьового компресора S-подібної форми, який передбачає розподіл добре відпрацьованого симетричного аеродинамічного профілю вздовж середньої лінії з її перегинном у вихідній ділянці модельованого профілю. Середня лінія профілю подається складеною кривою та формується з двох ділянок. Обидві ділянки складеної кривої моделюються у натуральній параметризації, де параметром виступає довжина дуги лінії, а також застосуванні певних законів розподілу кривини. Кривина першої ділянки підпорядковується квадратичній залежності від довжини дуги, друга ділянка моделюється із застосуванням поліноміальної залежності n'ятого степеня. В точці стикування ділянок, розташованій в місці максимального підйому середньої лінії, забезпечується третій порядок гладкості, який передбачає в цій точці рівність значень функцій, її похідних, кривини та похідних від кривини по довжині дуги. Вихідними даними для моделювання середньої лінії виступають координати чотирьох точок, дві з яких знаходяться в початковій та кінцевій точках модельованої кривої, третя точка – в місці максимального підйому середньої лінії, четверта точка – в місці розташування перегину кривої. В початковій та кінцевій точках задаються кути нахилу дотичних, які визначаються в газодинамічному розрахунку осьового компресора та враховують кут установки профілю. В точці максимального підйому лінії кут нахилу дотичної дорівнює нулю. В точці перегину середньої лінії, що надає профілю S-подібність, кут нахилу дотичної не задається, оскільки він визначається в процесі моделювання кривої. Також у процесі моделювання ділянок кривої знаходяться невідомі коефіцієнти залежностей розподілу кривини та довжини дуг. Це реалізується шляхом мінімізації відхилення проміжно отриманих точок від заданих базових точок. На першій ділянці задача мінімізації є однокритеріальною, на другій – двокритеріальною, оскільки модельована лінія має пройти через задану проектантом точку перегину середньої лінії. Саме наявність перегину середньої лінії дозволяє отримувати профілі лопаток осьових компресорів S-подібної форми.

Ключові слова: осьовий компресор, профіль лопатки, середня лінія, S-подібна форма, натуральна параметризація.

В.Д. БОРИСЕНКО

Николаевский национальный университет имени В.А. Сухомлинского

С.А. УСТЕНКО

Одесский национальный технический университет

И.В. УСТЕНКО

Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова

Е.Т. Кузьма

Николаевский национальный университет имени В.А. Сухомлинского

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОФИЛЯ ЛОПАТКИ ОСЕВОГО КОМПРЕССОРА S-ОБРАЗНОЙ ФОРМЫ

Предлагается метод геометрического моделирования профиля лопатки осевого компрессора S-образной формы, предусматривающий распределение хорошо отработанного симметричного аэродинамического профиля вдоль средней линии, имеющей перегиб в выходной области моделируемого профиля. Средняя линия профиля представляется составной кривой и формируется из двух участков. Оба участка составной кривой моделируются в натуральной параметризации, в которой параметром выступает длина дуги линии, а также применении определенных законов распределения кривизны. Кривизна первого участка подчиняется квадратичной зависимости от длины дуги, второй участок моделируется с применением полиномиальной зависимости пятой степени. В точке стыковки участков, расположенной в месте максимального подъема средней линии, обеспечивается третий порядок гладкости, предусматривающий в этой точке равенство значений функций, ее производных, кривизны и производных от кривизны по длине дуги. В качестве исходных данных для моделирования средней линии используются координаты четырех точек, две из которых находятся в начальной и конечной точках моделируемой кривой, третья точка – в месте максимального подъема средней линии, четвертая точка – в месте расположения перегиба кривой. В начальной и конечной точках задаются углы наклона касательных, которые определяются в газодинамическом расчете осевого компрессора и учитывают угол установки профиля. В точке максимального подъема линии угол наклона касательной равен нулю. В точке перегиба средней линии, что придает профилю S-образность, угол наклона касательной не задается, поскольку он определяется в процессе моделирования кривой. Также в процессе моделирования участков кривой находятся неизвестные коэффициенты зависимостей распределения кривизны и длины дуг. Это реализуется путем минимизации отклонения промежуточно полученных точек от заданных базовых точек. На первом участке задача минимизации является однокритериальной, на втором – двухкритериальной, поскольку моделируемая линия должна пройти через заданную проектантом точку перегиба средней линии. Именно наличие перегиба средней линии позволяет получать профили лопаток осевых компрессоров S-образной формы.

Ключевые слова: осевой компрессор, профиль лопатки, средняя линия, S-образная форма, натуральная параметризация.

V.D. БОРИСЕНКО
V.O. Sukhomlinsky Mykolayiv National University
S.A. USTENKO
Odessa National Technical University
I.B. USTENKO
Admiral Makarov National University of Shipbuilding
K.T. KUZMA
V.O. Sukhomlinsky Mykolayiv National University

GEOMETRIC MODELING OF THE BLADE AIRFOIL OF AN AXIAL FLOW COMPRESSOR OF THE S-SHAPED FORM

A method of geometric modeling of the airfoil of an S-shaped axial flow compressor blade is proposed, which provides the distribution of a well-developed symmetric aerodynamic airfoil along the camber line, which has an inflection point in the outlet region of the modeled airfoil. The camber line of the airfoil is represented by a constructed curve and is formed from two sections. Both sections of the compound curve are modeled in natural parameterization, in which the parameter is the length of the arc of the line, as well as the application of certain laws of curvature distribution. The curvature of the first section obeys a quadratic dependence on the arc length; the second section is modeled using a polynomial dependence of the fifth degree. At the point of joining of the sections, located at the place of the maximum rise of the camber line, the third order of smoothness is provided, which provides for the equality of the values of functions, its derivatives, curvature and derivatives of curvature along the arc length at this point. The coordinates of four points are used as the initial data for modeling the camber line, two of which are located at the leading and trailing points of the modeled curve, the third point is at the place of the maximum rise of the camber line, the fourth point is at the location of the inflection of the curve. At the leading and trailing points, the angles of inclination of the tangents are set, which are determined in the gas-dynamic calculation of the axial flow compressor and take into account the stagger angle of the airfoil. At the point of maximum rise of the line, the angle of inclination of the tangent is zero. At the inflection point of the camber line, which gives the airfoil an S-shape, the angle of inclination of the tangent is not specified, since it is determined during the modeling of the curve. Also, in the process of modeling the sections of the curve, unknown coefficients of the dependences of the distribution of curvature and length of arcs are found. This is done by minimizing the deviation of the intermediate points from the given base points. In the first section, the minimization problem is one-criterion, in the second, it is two-criterion, since the modeled line must pass through the inflection point of the camber line specified by the designer. It is the presence of the bend in the camber line that makes it possible to obtain S-shaped axial flow compressor blade airfoils.

Keywords: axial flow compressor, blade airfoil, camber line, S-shape, natural parameterization.

Постановка проблеми

Одним із основних компонентів газотурбінних двигунів є компресори осьового типу, які забезпечують подачу стиснутого повітря в камеру згорання. Продукти згорання палива розширюються в турбіні, що надає можливість отримувати корисну роботу. Із трьох перелічених компонентів газотурбінного двигуна найбільший вплив на його ефективні показники оказує компресор. Тому в багатьох науково-дослідних і проектних організаціях проводяться інтенсивні роботи, пов'язані з підвищенням ККД осьових компресорів. Компресори – це газодинамічні пристрої, в яких рух

стискуваного повітря має дифузорний характер зі всіма негативними явищами, до яких, в першу чергу, відноситься відрив повітря в вихідних ділянках решітчастого апарату, що знижує ефективні показники роботи компресорів. Одним із ефективних засобів розв'язання існуючої проблеми є зниження градієнтів тиску повітря в вихідних ділянках решіток лопаткових апаратів. Конструктивно це реалізується наданням профілям лопаток так званої *S*-подібної форми, що обумовлює моделювання їх середніх ліній з перегином на виході із решітки.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Проектування лопаткових апаратів осьових компресорів є складним багатоетапним процесом. З метою підвищення їх ефективних показників роботи застосовуються заходи, пов'язані зі зміною геометрії лопаток: навал [1], стрілоподібність [2], парусність [3], зміна конфігурації вхідної кромки [4], використання профілів з «керованою» дифузорністю [5] тощо. Але ключовою, дуже важливою, складовою розробки проектів компресорів є побудова решіток профілів їх лопаткових апаратів.

Традиційно профілі формуються шляхом розподілу добре відпрацьованих аеродинамічних профілів вздовж деякої середньої лінії (рис. 1). Середня лінія має забезпечувати задані кути входу потоку в решітку профілів і виходу з неї, що досягається відповідними кутами нахилу дотичних в початковій і кінцевій точках цієї лінії.

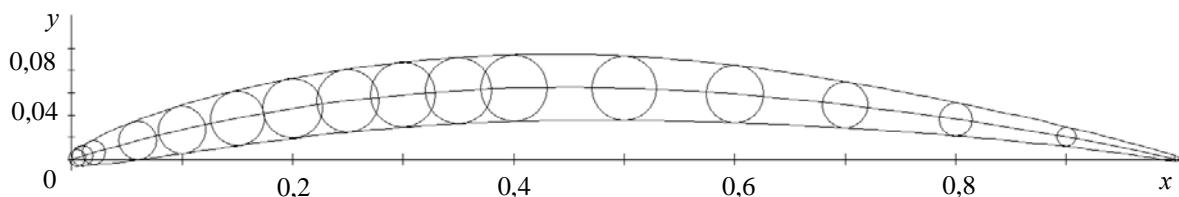


Рис. 1. Традиційний профіль лопатки осьового компресора.

З підвищенням швидкості руху течії робочої речовини проектанти компресорів почали надавати середнім лініям *S*-подібну форму, що призводить до так званої "керованої" дифузорності. Це забезпечує безградієнтність руху робочої речовини на виході з міжлопаткових каналів.

У практиці створення лопаткових апаратів компресорів застосовуються різні аналітичні методи моделювання середніх ліній профілів лопаток, які відрізняються між собою, головним чином, математичними залежностями, покладеними в їх основу. У деяких з цих методів використовуються дуги кіл, сполучення двох дуг кіл різного радіусу, ділянок експоненціальних кривих, поліноміальні криві, ділянки гіпербол, дрібно-раціональні криві тощо.

Починаючи з раннього етапу розробки проектів осьових компресорів і до сих пір середню лінію профілів лопаток часто описують дугою кола [6]. Сполучення двох дуг кіл дозволяє побудувати складену криву *S*-подібної форми, забезпечити задані кути входу і виходу потоку, а також перегин і кут нахилу дотичної в заданій проектантом точці складеної кривої [7]. Але при цьому впливати на кут установки профілю в решітці також немає ніякої можливості, крім того в точці стикування дуг кіл відбувається стрибкоподібна зміна радіусів кривини. При невисоких швидкостях течії робочої речовини подібна ситуація не була критичною.

При аналітичному поданні середньої лінії профілю лопатки осьового компресора дуже часто застосовуються параболічні криві, як правило, не вище другого степеня. Приклад застосування параболи можна зустріти в роботі [8]. Відомо, що парабола

другого степеня є унімодальною кривою, тому, зрозуміло, вона не може забезпечити побудову *S*-подібної середньої лінії.

У роботі [9] передбачається середню лінію профілю лопатки осьового компресора описувати дрібно-раціональною функцією, яка, на жаль, також не надає можливості будувати *S*-подібну лінію.

У роботі [10] середню лінію профілю лопатки пропонується подавати поліномом п'ятого степеню у наступному вигляді:

$$Y=a+bX+cX^2+dX^3+fX^4+eX^5.$$

Коефіцієнти *a*, *b*, *c*, *d*, *f*, *e* цього поліному знаходяться розв'язанням системи з восьми рівнянь. Перші п'ять рівнянь відповідають геометричному поданню середньої лінії в системі координат, в якій початкова і кінцева точки середньої лінії знаходяться на осі абсцис, розташованій горизонтально, а вісь ординат орієнтована перпендикулярно до цієї осі. Шосте і сьоме рівняння системи передбачають, що вхідна ділянка середньої лінії описується дугою кола. І тільки восьме рівняння надає можливість забезпечити вихідній ділянці модельованій середній лінії *S*-подібну форму. Відносно методу, описаному в роботі [10], можна відмітити, що середня лінія профілю лопатки компресора не повністю описується поліноміальною кривою. Вхідна ділянка подається дугою кола. В місці сполучення дуги кола з поліноміальною кривою є розрив кривини, тобто сполучення кривих виконується із забезпеченням першого порядку гладкості. Крім того, поліноміальним кривим високих степенів інколи притаманні так звані осциляційні ефекти, що у випадку середніх ліній профілів лопаток є небажаним явищем.

Мета дослідження

Метою роботи є розробка методу геометричного моделювання *S*-подібних профілів плоских перерізів лопаток осьових компресорів, середні лінії яких подаються складеною з двох ділянок кривою із забезпеченням перегину в прикінцевій частині лінії. Ділянки цієї кривої подаються у натуральній параметризації із заданими законами розподілу кривини від довжини власної дуги. Кривина першої ділянки має підпорядковуватися квадратичній залежності від довжини дуги, друга ділянка має моделюватися із застосуванням поліноміальної залежності п'ятого степеня. В точці стикування ділянок, розташованій в місці максимального підйому середньої лінії, забезпечується третій порядок гладкості.

Викладення основного матеріалу дослідження

Середня лінія профілю лопатки осьового компресора будується у відносних координатах із забезпеченням заданих кутів нахилу дотичних φ_{T_0} і φ_{T_3} в точках перетину з віссю абсцис (рис. 2). Указані кути визначаються з урахуванням кутів входу і виходу потоку з решітки профілів та кута їх установки.

На рис. 2 позначені чотири точки T_0 – T_3 , які є базовими при моделюванні середньої лінії профілю лопатки компресора. Координати точок T_1 і T_2 задаються з вихідними даними. Точка T_1 відповідає максимальному підйому середньої лінії, кут нахилу в ній дотичної дорівнює нулю. Точка T_2 визначає місце розташування перегину кривої.

Базуючись на ідеях роботи [11], розробимо метод геометричного моделювання профілю плоского перерізу лопатки осьового компресора розподілом товщин симетричного аеродинамічного профілю вздовж середньої лінії *S*-подібної форми, модельованої у натуральній параметризації із застосуванням законів розподілу кривини другого та п'ятого степенів.

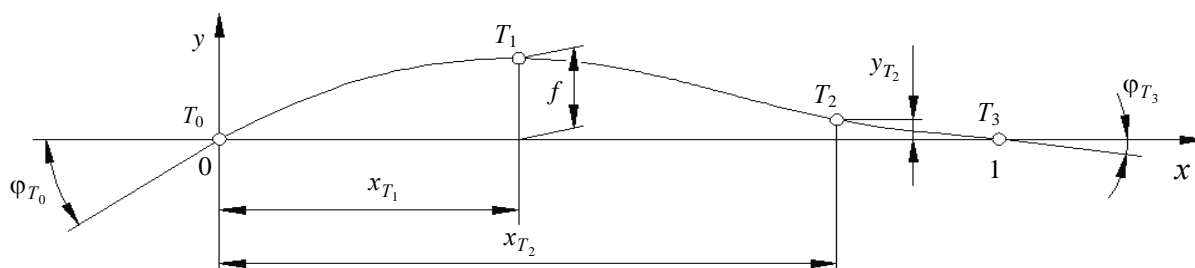


Рис. 2. Середня лінія профілю лопатки S-подібної форми та вихідні дані для її побудови.

Ділянка ділянки T_0T_1 будується за умови, що її кривина k_1 підпорядковується квадратичному закону розподілу від довжини дуги:

$$k_1 = a_1s^2 + b_1s + c_1, \quad (1)$$

де s – довжина модельованої дуги кривої;

a_1 , b_1 і c_1 – невідомі коефіцієнти, які знаходяться в процесі моделювання кривої.

Для визначення кривини в точці T_1 треба знайти три невідомих коефіцієнти a_1 , b_1 і c_1 закону розподілу кривини (1) та довжину S_1 дуги ділянки T_0T_1 . Для їх знаходження застосовуються три інтегральних рівняння:

$$\varphi(s) = \varphi(0) + \int_0^s k(s)ds; \quad (2)$$

$$x(s) = x(0) + \int_0^s \cos \varphi(s)ds; \quad (3)$$

$$y(s) = y(0) + \int_0^s \sin \varphi(s)ds,$$

де $\varphi(0)$, $x(0)$, $y(0)$ – кут нахилу дотичної та координати початкової точки модельованої кривої.

Четвертою умовою, необхідною для побудови ділянки кривої T_0T_1 , виступатиме забезпечення мінімального значення різниці між кривиною в кінцевій k_{T_1} та початковій k_{T_0} точках ділянки кривої.

Це дозволяє знайти вираз для коефіцієнта b_1 :

$$b_1 = -2a_1S_1.$$

У початковій точці ділянки кривої, де $s=0$, коефіцієнт c_1 залежності (1) дорівнює кривині кривої k_{T_0} , тобто $c_1 = k_{T_0}$.

Інтегруванням виразу (2) з урахуванням закону розподілу кривини (1) і того, що $c_1 = k_{T_0}$, матимемо:

$$\varphi_{T_1} = \varphi_{T_0} + \frac{a_1S_1^3}{3} + \frac{b_1S_1^2}{2} + k_{T_0}S_1.$$

Приймаючи до уваги залежність для коефіцієнта b_1 , отримуємо вираз для розрахунку коефіцієнта a_1 :

$$a_1 = \frac{3}{2S_1^2} \left(k_{T_0} - \frac{\varphi_{T_1} - \varphi_{T_0}}{S_1} \right).$$

З урахуванням цього вираз для коефіцієнта b_1 остаточно набуде вигляду:

$$b_1 = \frac{3}{S_1} \left(\frac{\varphi_{T_1} - \varphi_{T_0}}{S_1} - k_{T_0} \right).$$

Таким чином, для побудови ділянки T_0T_1 кривої необхідно знайти значення довжини дуги S_1 і кривини k_{T_0} в точці T_0 . Застосовавши рівняння (3) будемо мати:

$$\begin{aligned} x_{T_1} &= x_{T_0} + \int_0^{S_1} \cos \varphi(s) ds; \\ y_{T_1} &= y_{T_0} + \int_0^{S_1} \sin \varphi(s) ds. \end{aligned}$$

Наявність цих рівнянь дозволяє числовим методом мінімізації цільової функції, яка встановлює відстань між проміжно отриманою кінцевою точкою та її вихідною величиною, знайти значення невідомих k_{T_0} і S_1 для моделювання потрібної кривої лінії.

При моделюванні ділянки T_1T_3 враховується те, що крива, яка починається в точці T_1 , має пройти через проміжну точку T_2 і закінчитися в точці T_3 . Для її побудови застосовано закон розподілу кривини у вигляді поліному п'ятого степеня:

$$k_2 = a_2s^5 + b_2s^4 + c_2s^3 + d_2s^2 + e_2s + f_2, \quad (4)$$

де $a_2, b_2, c_2, d_2, e_2, f_2$ – невідомі коефіцієнти, які підлягають визначенню в процесі моделювання кривої.

При $s = 0$ коефіцієнт f_2 дорівнює кривині в кінцевій точці першої ділянки середньої лінії профілю лопатки осьового компресора. Тобто,

$$f_2 = k_{T_1}.$$

Похідна від кривини k_2 , яка визначається за виразом (4), по довжині дуги s має вигляд

$$\frac{dk_2}{ds} = 5a_2s^4 + 4b_2s^3 + c_2s^2 + 2d_2s + e_2.$$

При $s = 0$ похідна дорівнює нулю, що впливає з умови моделювання першої ділянки середньої лінії із забезпеченням мінімальної різниці кривини в кінцевій і початковій її точках. За цих обставин коефіцієнт e_2 дорівнює нулю, тобто $e_2 = 0$.

Залежність розподілу кута нахилу дотичної від точки T_1 до точки T_3 має вигляд:

$$\varphi_{T_3} = \varphi_{T_1} + \frac{a_2S^6}{6} + \frac{b_2S^5}{5} + \frac{c_2S^4}{4} + \frac{d_2S^3}{3} + f_2S. \quad (4)$$

У цьому виразі під S розуміється довжина дуги кривої між точками T_1 і T_3 , яка складається з довжин двох ділянок T_1T_2 і T_2T_3 , які позначені, як S_2 і S_3 , відповідно.

Для того, щоб точка T_2 була точкою перегину необхідно в ній отримати нульове значення кривини, а це означає, що

$$a_2S_2^5 + b_2S_2^4 + c_2S_2^3 + d_2S_2^2 + k_{T_1} = 0. \quad (5)$$

І

з рівнянь (4) і (5) знаходимо вирази для коефіцієнта a_2 , прирівнявши які отримуємо залежність для розрахунку коефіцієнта b_2 наступного вигляду:

$$b_2 = \frac{FS^3S_2^3 - c_2SS_2(1,5S_2^2 - S^2) - d_2(2S_2^3 - S^3)}{S^2S_2^2(1,2S_2 - S)},$$

де $F = \frac{6}{S^6}(\varphi_{T_3} - \varphi_{T_1}) + \frac{k_{T_1}}{S_2^5} - \frac{6k_{T_1}}{S^5}$.

Визначивши коефіцієнт b_2 , розраховуємо коефіцієнт a_2

$$a_2 = -\left(\frac{b_2}{S_2} + \frac{c_2}{S_2^2} + \frac{d_2}{S_2^3} + \frac{k_{T_1}}{S_2^5}\right).$$

Отже, для моделювання ділянки T_1T_3 середньої лінії профілю лопатки осьового компресора необхідно знайти значення коефіцієнтів c_2 і d_2 закону (4) розподілу кривини та довжини S_2 і S_3 ділянок T_1T_2 і T_2T_3 кривої.

Для визначення координат точок T_2 і T_3 скористуємося залежностями (3), які послідовно застосуємо для точок T_2 і T_3 :

$$\begin{aligned} x_{T_2} &= x_{T_1} + \int_0^{S_2} \cos \varphi(s) ds; & y_{T_2} &= y_{T_1} + \int_0^{S_2} \sin \varphi(s) ds; \\ x_{T_3} &= x_{T_2} + \int_{S_2}^{S_3} \cos \varphi(s) ds; & y_{T_3} &= y_{T_2} + \int_{S_2}^S \sin \varphi(s) ds. \end{aligned}$$

Як і у першій ділянці середньої лінії, невідомі коефіцієнти та довжини дуг знаходять шляхом розв'язання задачі мінімізації відхилення модельованої кривої від базових точок T_2 і T_3 .

На рис. 3 наведено приклад побудованої S -подібної середньої лінії профілю лопатки компресора.

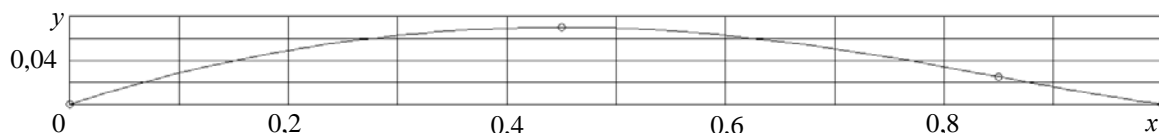


Рис. 3. Середня лінія профілю лопатки осьового компресора.

На рис. 4 для розглянутого прикладу S -подібної середньої лінії профілю лопатки показані графіки розподілу кривини (крива 1) та її похідної від відносної довжини дуги (крива 2).

Крива розподілу кривини монотонно зростає по мірі збільшення довжини дуги. Вона проходить через центр маленького кола, розташованого на осі з нульовим значенням кривини, що підтверджує наявність перегину змодельованої лінії в точці T_2 .

Графік розподілу похідної від кривини на початковій ділянці T_0T_1 середньої лінії має лінійний характер, що узгоджується з законом (1) розподілу кривини. Маленьке коло на графіку відповідає точці T_1 , в якій стикуються похідні двох ділянок

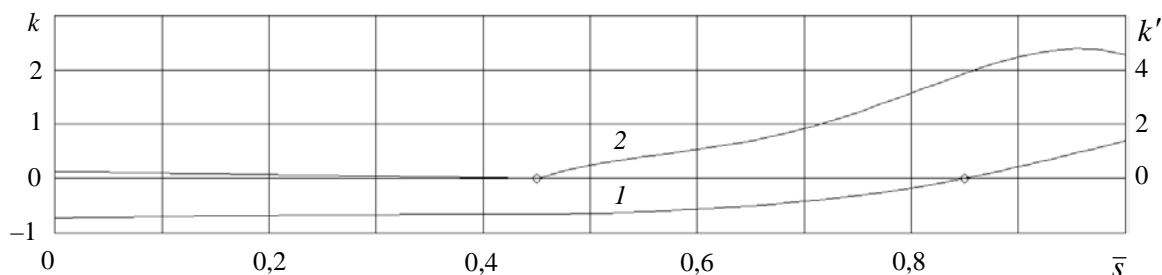


Рис. 4. Графіки розподілу кривини та її похідної.

середньої лінії профілю лопатки осьового компресора. На ділянці T_1T_3 похідна від кривини спочатку зростає і тільки наприкінці середньої лінії дещо зменшується. Обидва графіки є сприятливими, вони підтверджують третій порядок гладкості стикування ділянок T_0T_1 і T_1T_3 .

На рис. 5 показано профіль лопатки компресора S -подібної форми, отриманий розподілом вздовж середньої лінії, показаної на рис. 3, товщин взятого для прикладу симетричного профілю ВС-10, поширеного у вітчизняній практиці розробки проектів лопаткових апаратів осьових компресорів.

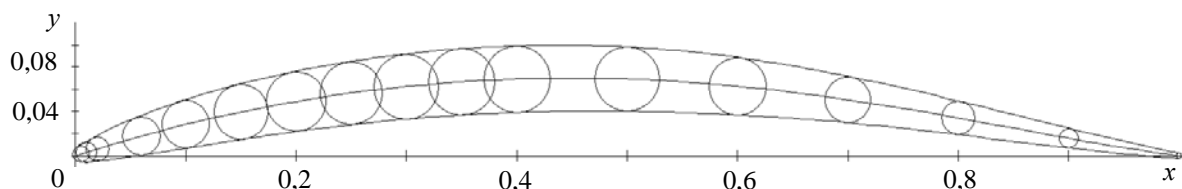


Рис. 5. Профіль S -подібної лопатки осьового компресора.

Запропонований метод дозволить проектувати профілі лопаток осьових компресорів S -подібної форми з прийнятними з газодинамічної точки зору графіками розподілу кривини, що призведе до зменшення втрат енергії при обтіканні лопаток стискуванням в компресорі середовищем.

Висновки

Розроблено метод геометричного моделювання S -подібних профілів плоских перерізів лопаток осьових компресорів, який передбачає розподіл товщин симетричного аеродинамічного профілю вздовж середньої лінії, модельованої у вигляді складеної з двох ділянок кривої з перегином в прикінцевій її частині. Кожна ділянка подається у натуральній параметризації, застосуванням законів другого і п'ятого степенів розподілу кривини від довжини власної дуги та забезпеченням третього порядку гладкості в точці стикування ділянок.

Метод моделювання профілю лопатки осьового компресора S-подібної форми реалізовано у вигляді програмного коду. Проведені тестові розрахунки підтвердили його працездатність. Метод може бути корисним організаціям, які займаються проектуванням осьових компресорів газотурбінних двигунів.

Список використаної літератури

1. Denton J. D., Xu L. The Effects of Lean and Sweep on Transonic Fan Performance. *TASK QUARTERLY*. 2002. Vol. 6. № 1. P. 7–23.
2. Biollo R., Benini E. Aerodynamic Behavior of a Novel Three-Dimensional Shaped Transonic Compressor Rotor Blade. *Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea, and Air: 6th International Conference of ASME*. Vol. 6: *Turbomachinery*. Parts A, B, C. (Germany, Berlin, June 9–13, 2008). P. 695–706.
3. Гостелю Дж. Аэродинамика решеток турбомашин. Москва: Мир, 1987. 385 с.
4. Liu H., Liu B., Li L., Jiang H. Effect of Leading-Edge Geometry on Separation Bubble on a Compressor Blade. *Turbo Expo 2003: Power for Land, Sea, and Air: International Joint Power Generation Conference of ASME*. Vol. 6. Parts A and B. (USA, Atlanta, June 16–19, 2003). P. 387–395.
5. Бекнев В. С., Василенко С. Е., Сорокалетов М. Ю. и др. Исследование компрессорных решеток с управляемой формой средней линии профиля. *Теплоэнергетика*. 1997. № 4. С. 38–42.
6. Виноградов Л. В. Профилирование лопаток компресора. *Вестник РУДН. Серия: Инженерные исследования*. 2009. № 2. С. 87–91.
7. Frost G. R., Hearsey R. M., Wennerstrom A. J. A Computer Program for the Specification of Axial Compressor Airfoils. *Aerospace Research Laboratories*, 1972. 158 p. URL: <https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/756879.pdf>
8. Panchal S., Mayavanshi V. Experimental Study of Flow through Compressor Cascade. *Case Studies in Thermal Engineering*. 2017. Vol. 10. P. 234–243.
9. Giesecke D., Bullent M., Friedrichs J., Stark U. Optimization of High Subsonic, high Reynolds Number Axial Compressor Airfoil Sections for Increased Operating Range. *Proceedings of the Global Power and Propulsion Society Forum 18*. (Montreal, May 7–9, 2018). 9 p. DOI: 10.5281/zenodo.1343465
10. Шелковский М. Ю. Параметрическое исследование газодинамических характеристик компрессорных решеток. *Проблемы машиностроения*. 2012. Т. 15, № 3–4. С. 27–36.
11. Борисенко В. Д., Устенко С. А., Устенко І. В. Геометричне моделювання кривих ліній і поверхонь у натуральній параметризації. Миколаїв: МНУ, 2018. 220 с.

References

1. Denton, J. D., & Xu, L. (2002). The Effects of Lean and Sweep on Transonic Fan Performance. *TASK QUARTERLY*. 6, 1, 7–23.
2. Biollo R., Benini E. Aerodynamic Behavior of a Novel Three-Dimensional Shaped Transonic Compressor Rotor Blade. *Proceedings of the Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea, and Air: 6th International Conference of ASME*. Vol. 6: *Turbomachinery*. Parts A, B, C. (Germany, Berlin, June 9–13, 2008), pp. 695–706.
3. Gostelou, Dzh. (1987). *Aerodinamika reshetok turbomashin*. Moscow: Mir.
4. Liu, H., Liu, B., Li, L., & Jiang, H. (2003). Effect of Leading-Edge Geometry on Separation Bubble on a Compressor Blade. *Proceedings of the Turbo Expo 2003: Power for Land, Sea, and Air: International Joint Power Generation Conference of ASME*. Vol. 6. Parts A and B. (USA, Atlanta, June 16–19, 2003), pp. 387–395.

5. Beknev, V. S., Vasilenko, S. E., & Sorokaletov, M. Yu. et. al. (1997). Issledovanie kompressornyh reshetok s upravlyаемoy formoy sredney linii profilya. *Teploenergetika*, **4**, 38–42.
6. Vinogradov, L. V. (2009). A compressor blade profile. *Vestnik RUDN. Seriya: Inzhenernye issledovaniya*. **2**, 87–91.
7. Frost, G. R., Hearsay, R. M., Wennerstrom, A. J. (1972). A Computer Program for the Specification of Axial Compressor Airfoils. *Aerospace Research Laboratories*. URL: <https://apps.dtic.mil/dtic/tr/fulltext/u2/756879.pdf>
8. Panchal, S., Mayavanshi, V. (2017). Experimental Study of Flow through Compressor Cascade. *Case Studies in Thermal Engineering*. **10**, 234–243.
9. Giesecke, D., Bullent, M., Friedrichs, J., & Stark, U. (2018). Optimization of High Subsonic, high Reynolds Number Axial Compressor Airfoil Sections for Increased Operating Range. Proceedings of the *Global Power and Propulsion Society Forum 18*. (Montreal, May 7-9, 2018). 9 p. DOI: 10.5281/zenodo.1343465
10. Shelkovskiy M. Yu. (2012). Parametricheskoe issledovanie gazodinamicheskikh harakteristik kompressornyh reshetok. *Problemy mashinostroeniya*. **15**, 3-4, 27–36.
11. Borysenko, V. D., Ustenko, S. A., Ustenko, I. V. (2018). Neometrychne modeliuvannia kryvykh liniy i poverkhon u naturalniy parametryzatsiyi. Mykolaiv: MNU.

Борисенко Валерій Дмитрович – д.т.н., професор, професор кафедри інформаційних технологій Миколаївського національного університету імені В.О. Сухомлинського, e-mail: borisenko.valery@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0857-0708.

Устенко Сергій Анатолійович – д.т.н., доцент, професор кафедри проектного навчання в інформаційних технологіях Одеського національного політехнічного університету, e-mail: ustenko.s.a@gmail.com, ORCID: 0000-0003-4968-1233.

Устенко Ірина Валеріївна – к.т.н., доцент, доцент кафедри програмного забезпечення автоматизованих систем Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова, e-mail: ustenko.irina@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1541-2414.

Кузьма Катерина Геодозіївна – к.т.н., старший викладач кафедри інформаційних технологій Миколаївського національного університету імені В. О. Сухомлинського, e-mail: katushke2017@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0937-7299.

УДК 514.18

О.В. ВОРОНЦОВ

Національний університет «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

I.В. ВОРОНЦОВА

Полтавський коледж нафти і газу Національного університету
«Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

СПОСІБ ОДНОВИМІРНОЇ ДИСКРЕТНОЇ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ ЗА КООРДИНАТАМИ ТРЬОХ ТОЧОК ЧИСЛОВИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ НА ПРИКЛАДІ ПОКАЗНИКОВИХ ФУНКЦІЙ

Дискретне геометричне моделювання має на меті дискретне представлення та визначення геометричних образів (будь-яких інженерних об'єктів, процесів чи явищ).

Розв'язання більшості інженерних задач вимагає побудови і аналізу геометричних моделей, процесів, явищ у дискретному вигляді. Основні вимоги до таких моделей — адекватність, наочність, простота, точність. Створювані моделі із заданою точністю повинні відображати усі характерні риси об'єктів і одночасно бути максимально доступними при дослідженнях. Дискретне геометричне трактування чисельних методів, зокрема методу скінчених різниць, тісно пов'язане з конкретними прикладними задачами, надає чисельним методам наочності і робить їх ефективним інструментом проектування геометричних об'єктів.

Реалізація процесу дискретного геометричного моделювання передбачає, зокрема, розроблення ефективних алгоритмів переходу від дискретно представленого образу до його неперервного аналогу і навпаки тому, що найбільш суттєві теоретичні та прикладні результати створення методик моделювання отримані для неперервних форм вхідних даних, а більшість вхідних даних, цільових умов та вимог вирішуваних прикладних задач, форми представлення, обробки та аналізу даних на ПЕОМ мають дискретний характер. Залучення геометричного апарату суперпозицій дозволяє простими методами виконувати такі переходи.

Застосування геометричного апарату суперпозицій у поєднанні з класичним методом скінчених різниць, дозволяє істотно підвищити ефективність та розширити можливості процесу дискретного моделювання геометричних образів (ГО). Зокрема дослідити можливість використання у якості інтерполянтів не тільки параболічних, а й будь-яких інших функціональних залежностей.

На прикладі показникової функції показано, що одержані формули обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції заданих трьох вузлових точок для обраних розрахункових схем, дозволяють розв'язувати задачі суцільної дискретної інтерполяції та екстраполяції числовими послідовностями будь-яких одновимірних функціональних залежностей (визначати ординати шуканих точок дискретних кривих за трьома заданими ординатами вузлових точок) без трудомістких операцій складання та розв'язання великих систем лінійних рівнянь.

Ключові слова: дискретне моделювання, геометричні образи, метод скінчених різниць, геометричний апарат суперпозицій, показникові функції.

О. В. ВОРОНЦОВ

Национальный университет «Полтавская политехника имени Юрия Кондратюка»

И.В. ВОРОНЦОВА

Полтавский колледж нефти и газа Национального университета
«Полтавская политехника имени Юрия Кондратюка»

СПОСОБ ОДНОМЕРНОЙ ДИСКРЕТНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ПО КООРДИНАТАМ ТРЕХ ТОЧЕК ЧИСЛОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ НА ПРИМЕРЕ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ

Целью дискретного геометрического моделирования является дискретное представление и определение геометрических образов (любых инженерных объектов, процессов или явлений).

Решение большинства инженерных задач требует построения и анализа геометрических моделей, процессов, явлений в дискретном виде. Основные требования к таким моделям - адекватность, наглядность, простота, точность. Создаваемые модели с заданной точностью должны отражать все характерные черты объектов и одновременно быть максимально доступными при исследованиях. Дискретная геометрическая трактовка численных методов, в частности метода конечных разностей, тесно связано с конкретными прикладными задачами, придает численным методам наглядности и делает их эффективным инструментом проектирования геометрических объектов.

Реализация процесса дискретного геометрического моделирования предусматривает, в частности, разработку эффективных алгоритмов перехода от дискретно представленного образа к его непрерывному аналогу и наоборот потому, что наиболее существенные теоретические и прикладные результаты создания методик моделирования получены для непрерывных форм входных данных, а большинство входных данных, целевых условий и требований решаемых прикладных задач, формы представления, обработки и анализа данных на ПЭВМ имеют дискретный характер. Привлечение геометрического аппарата суперпозиций позволяет простыми методами выполнять такие переходы.

Применение геометрического аппарата суперпозиций в сочетании с классическим методом конечных разностей, позволяет существенно повысить эффективность и расширить возможности процесса дискретного моделирования геометрических образов (ГО). В частности исследовать возможность использования в качестве интерполянтов не только параболических, но и любых других функциональных зависимостей.

На примере показательной функции показано, что полученные формулы вычисления величин коэффициентов суперпозиции заданных трех узловых точек для избранных расчетных схем, позволяют решать задачи сплошной дискретной интерполяции и экстраполяции числовыми последовательностями любых одномерных функциональных зависимостей (определять ординаты искомым точек дискретных кривых по трем заданным ординатами узловых точек) без трудоемких операций составления и решения больших систем линейных уравнений.

Ключевые слова: дискретное моделирование, геометрические образы, метод конечных разностей, геометрический аппарат суперпозиций, показательные функции.

O.V. VORONTSOV

National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»

I.V. VORONTSOVA

Poltava Oil and Gas College of National University «Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic»

METHOD OF ONE-DIMENSIONAL DISCRETE INTERPOLATION, USING COORDINATES OF THREE POINTS OF NUMERIC SEQUENCES, IN THE CASE OF EXPONENTIAL FUNCTIONS

The purpose of discrete geometric modeling is a discrete representation and definition of geometric images (any engineering objects, processes or phenomena).

Solving of most engineering problems requires constructing and analyzing geometric models, processes, phenomena in a discrete form. The main demands for such models are adequacy, clarity, simplicity and accuracy. Created models with a given accuracy should reflect all the characteristic features of objects and at the same time be as accessible as possible during research. A discrete geometric interpretation of numerical methods, in particular the finite difference method, is closely related to specific applied problems, gives more visualization to the numerical methods and makes them an effective tool for designing geometric objects.

An implementation of the discrete geometric modeling process involves, in particular, a development of effective algorithms of transition from a discretely presented image to its continuous analogue and vice versa. It is necessary, because the most significant theoretical and applied results of creating modeling techniques were obtained for continuous forms of input data, but the most of input data, target conditions and requirements of applied tasks, their presentation, processing and analysis of data are discrete. Using the geometric apparatus of superposition allows to perform such transitions in the simplest way.

Using the geometric apparatus of superpositions in combination with the classical method of finite differences can significantly increase efficiency and expand capabilities of the process of geometric images discrete modeling. In particular, it allows investigating a possibility of using not only parabolic, but also any other functional dependencies as interpolants.

By the example of the exponential function, it is shown that the obtained formulas for calculating the superposition coefficients values of given three nodal points for selected computational schemes allow to solve problems of continuous discrete interpolation and extrapolation by numerical sequences of any one-dimensional functional dependences (to determine ordinates of desired points of discrete curves by three given ordinates of nodal points) without laborious operations of compiling and solving huge systems of linear equations.

Keywords: discrete modeling, geometric images, finite difference method, geometric apparatus of superposition, exponential functions.

Постановка проблеми

Для дискретного моделювання геометричних образів можуть бути використані чисельний метод скінчених різниць, статико-геометричний метод, математичний апарат числових послідовностей, що мають свої переваги і недоліки відносно розв'язання конкретних практичних завдань.

Залучення геометричного апарату суперпозицій і математичного апарату числових послідовностей для формування дискретно визначених геометричних образів (ДВГО) значно розширює можливості дискретного геометричного моделювання об'єктів, процесів та явищ. Оскільки далеко не всі числові послідовності є дискретними

аналогами неперервних аналітичних залежностей, що визначають відповідні геометричні образи, тому актуальною вбачається проблема вивчення можливостей використання суперпозицій точкових множин нескінченних числових послідовностей для дискретного моделювання неперервних геометричних образів.

У даній статті пропонується застосування у поєднанні з вище переліченими методами геометричного апарату суперпозицій, що дозволяє істотно підвищити ефективність і розширити можливості процесу дискретного моделювання (ГО), а також дає можливість збагачення їх новими ефективними алгоритмами, вдосконалення їх моделюючих можливостей, розширення кола практичних завдань і оптимізації створюваних для їх реалізації моделей. Зокрема моделювати одновимірні ГО без складання і розв'язання великих систем лінійних рівнянь,

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Питанням застосування для дискретного моделювання ГО геометричного апарату суперпозицій в поєднанні з класичним методом скінченних різниць, статико-геометричним методом, математичним апаратом числових послідовностей присвячені роботи авторів даної статті [1–6].

Мета дослідження

Метою даного дослідження є розроблення способу, що дозволяє розв'язувати задачі суцільної дискретної інтерполяції та екстраполяції числовими послідовностями будь-яких одновимірних функціональних залежностей (визначати ординати шуканих точок дискретних кривих за трьома заданими ординатами вузлових точок) без трудомістких операцій складання та розв'язання великих систем лінійних рівнянь.

Викладення основного матеріалу дослідження

Згідно доведеної властивості [4, с. 728], координати будь-якої точки одновимірної множини точок є суперпозицією (1) координат трьох довільних точок цієї множини:

$$\begin{aligned} x_0 &= k_1x_1 + k_2x_2 + k_3x_3 \\ y_0 &= k_1y_1 + k_2y_2 + k_3y_3 \end{aligned} \quad (1)$$

де $k_3 = 1 - k_1 - k_2$.

Виведемо загальні формули обчислення величин коефіцієнтів суперпозиції трьох заданих довільних точок: $A_1(i+p_1)$, $A_2(i+p_2)$, $A_3(i+p_3)$ – одновимірних числових послідовностей що представляють нескінченні дискретні форми певних функціональних залежностей, для визначення координат невідомих вузлових точок даних послідовностей. При введенні позначень: $i + p_n = V_n$, $i + p = V$, $T_n = T_n(V_n)$, $T = T(V)$, система рівнянь для визначення коефіцієнтів суперпозиції має вигляд (2):

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^3 k_n = 1; \\ \sum_{n=1}^3 k_n V_n = V; \\ \sum_{n=1}^3 k_n T_n = T. \end{cases} \quad (2)$$

Коефіцієнти суперпозиції обчислюються за формулами (3):

$$k_s = \frac{\Delta_s}{\Delta}, \quad s = \overline{1,3}. \quad (3)$$

Перевіримо вірність рівнянь (2) на прикладі одновимірної числової послідовності:

$$y_i = a^i \quad (4)$$

для вихідних даних:

$$i=0; p_1=-10; p_2=0; p_3=10; p=-10; \dots; 0; \dots; 10;$$

$$V_1=-10; V_2=0; V_3=10;$$

$$V=-10; -9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10.$$

$$a=2.$$

Звідси, для послідовності (4) маємо:

$$T_n = a^{V_n}.$$

Результати розв'язання системи рівнянь (2) для послідовності (4) при умові: $T_1=1/1024; T_2=1; T_3=1024$, у вигляді дискретного ряд точок показано на рис. 1.

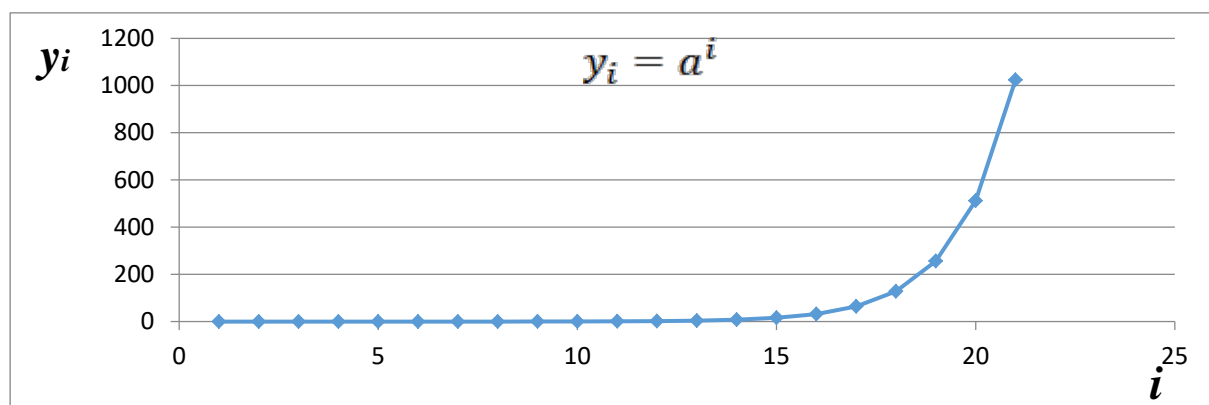


Рис. 1. Дискретний ряд точок послідовності $y_i = a^i$.

Дискретні значення величин коефіцієнтів суперпозиції: k_1, k_2, k_3 – графічно представлено на рис. 2 а), б), в).

На підставі одержаних вище значень величин коефіцієнтів суперпозиції для вихідних умов розрахункової схеми, представленої на рис. 3, обчислимо дискретні значення вузлових точок модельованої кривої за формулою (5), як

$$y_i = k_1 y_{i_1} + k_2 y_{i_2} + k_3 y_{i_3}, \quad (5)$$

суперпозиції двох контурних і центральної вузлових точок за вихідними даними (6):

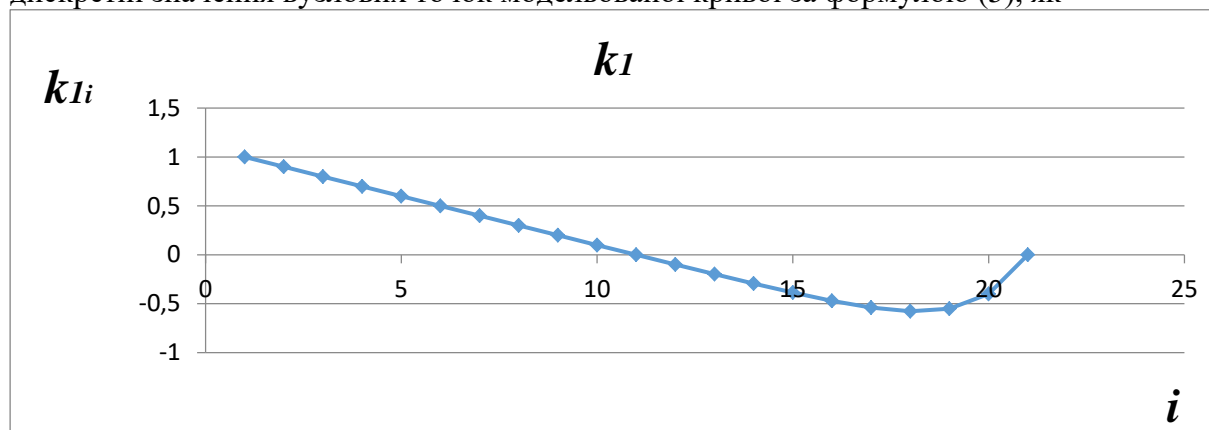
$$i_1 = -10, i_2 = 0, i_3 = 10; y_{i_1} = 1, y_{i_2} = 3, y_{i_3} = 20. \quad (6)$$

Результати обчислень дискретних значень ординат модельованої кривої графічно показано на рис. 4.

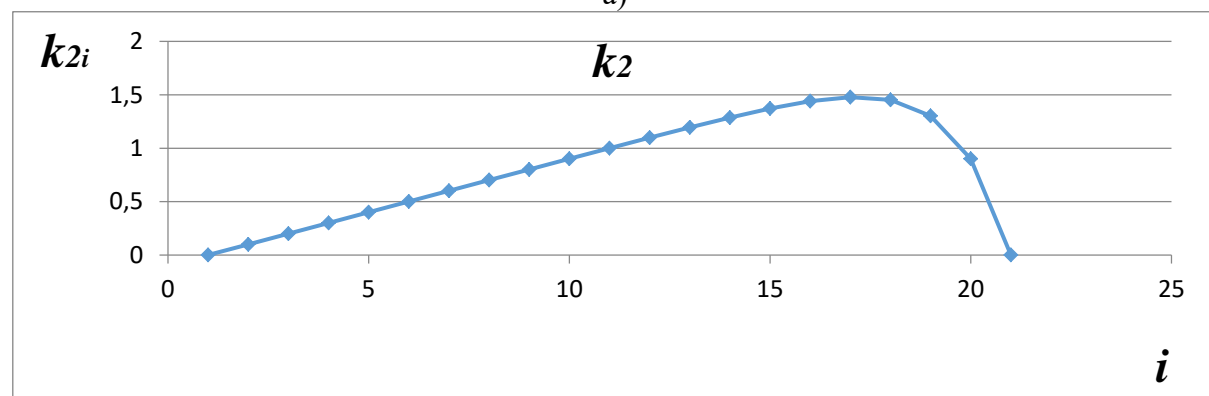
Як видно із наведених вище значень ординат y_i рис. 4, отримані дискретні значення ординат модельованої кривої являють собою числову послідовність, подібної до одновимірної числової послідовності виду (4).

Таким чином, виконано дискретну інтерполяцію суперпозиціями координат трьох точок одновимірної числової послідовності (4).

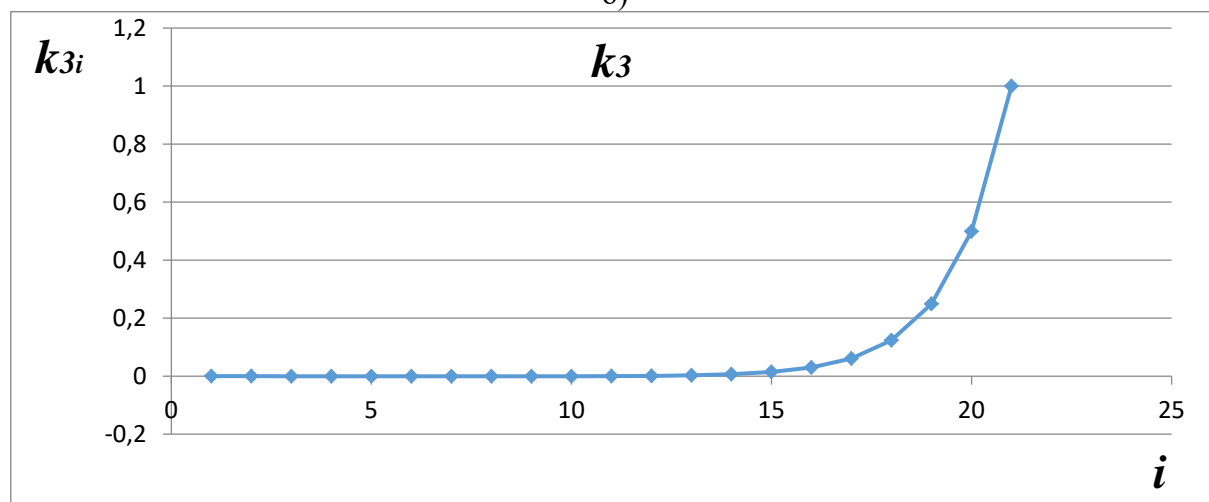
Також, на підставі одержаних вище значень величин коефіцієнтів суперпозиції для симетричних вихідних умов розрахункової схеми, представленої на рис. 5, обчислимо дискретні значення вузлових точок модельованої кривої за формулою (5), як



а)



б)



в)

Рис. 2. Дискретні значення величин коефіцієнтів суперпозиції: а) k_1 ; б) k_2 ; в) k_3 .

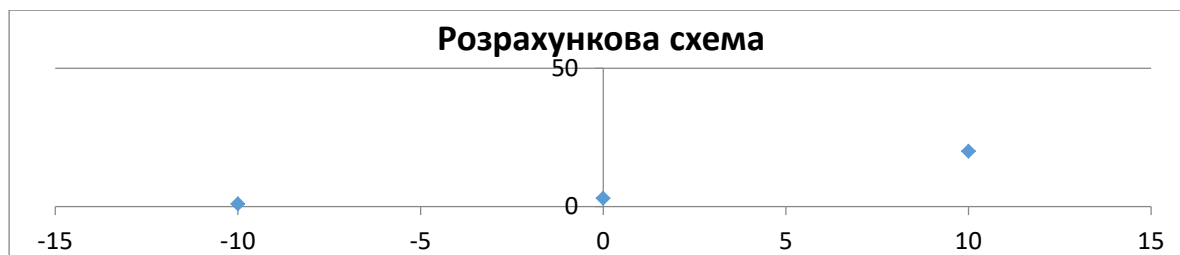


Рис. 3. Розрахункова схема моделювання кривих за вихідними умовами:
 $i_1 = -10; i_2 = 0; i_3 = 10; y_{i_1} = 1; y_{i_2} = 3; y_{i_3} = 20$.

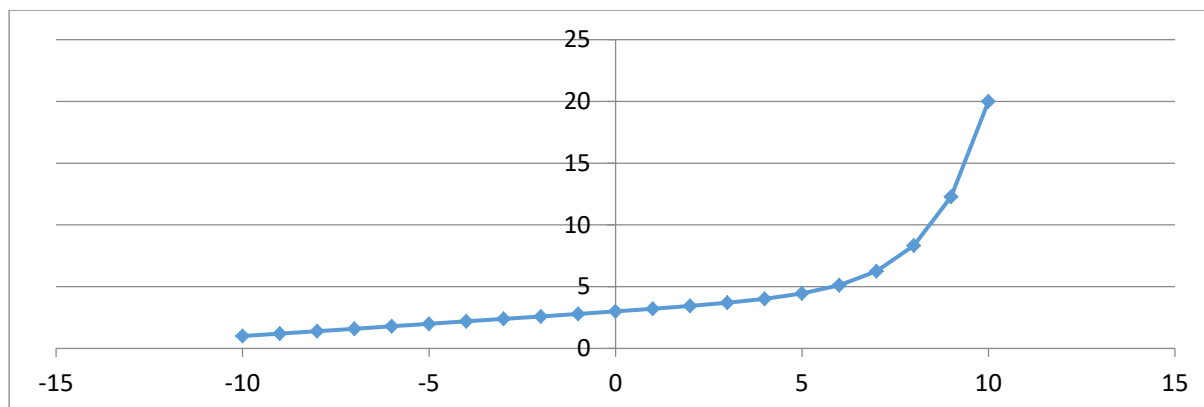


Рис. 4. Дискретний ряд точок модельованої кривої виду $y_i = a^i$.



Рис. 5. Розрахункова схема моделювання кривих за симетричними вихідними умовами:
 $i_1 = -10; i_2 = 0; i_3 = 10; y_{i_1} = 10; y_{i_2} = 0; y_{i_3} = 10$.

суперпозиції двох контурних і центральної вузлових точок за іншими вихідними даними (7):

$$i_1 = -10, i_2 = 0, i_3 = 10; y_{i_1} = 10, y_{i_2} = 0, y_{i_3} = 10. \quad (7)$$

Результати обчислень дискретних значень ординат модельованої кривої представлені на рис. 6.

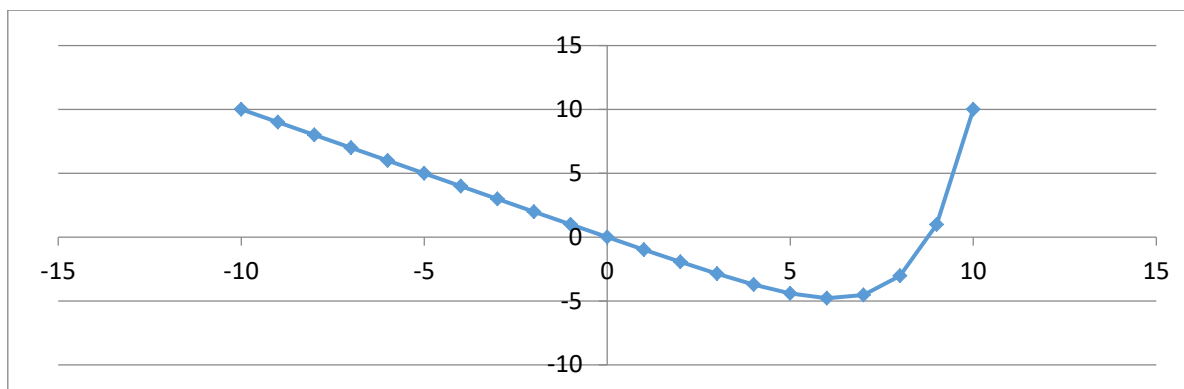


Рис. 6. Дискретний ряд точок модельованої кривої.

Таким чином виконано дискретну інтерполяцію суперпозиціями координат трьох точок одновимірної числової послідовності (4).

Висновки

На основі геометричного апарату суперпозицій розроблено спосіб, що дозволяє формувати одновимірні ГО у вигляді дискретних рядів точок кривих, які проходять через довільно задані три вузлові точки. На прикладі показникової функціональної залежності показано, що запропонований спосіб дозволяє за трьома довільно заданими точками виконувати суцільну одновимірну дискретну інтерполяцію числовими послідовностями будь-яких функціональних залежностей.

Таким чином, результати даної роботи можуть бути основою подальших досліджень одновимірної інтерполяції ГО за трьома довільно заданими точками числовими послідовностями будь-яких інших функціональних залежностей.

Список використаної літератури

1. Vorontsov O. V., Tulupova L. O., Vorontsova I. V. Discrete Modeling of Mesh Frames of Covering Surfaces by Chains of Superpositions. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*. 2016. Vol. 69 (2). P. 651–656.
2. Воронцов О. В. Дискретна інтерполяція суперпозиціями одновимірних точкових множин показникових функцій. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2018. Вип. 94. С. 296–300. DOI: 10/323447/0131-579X.2019.96
3. Воронцов О. В., Тулупова Л. О., Воронцова І. В. Визначення координат внутрішніх вузлів, як суперпозицій заданих координат центрального та двох контурних вузлів дискретно представлені кривої. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2019. Вип. 2(69). Ч. 3. С. 249–253. DOI: 10.32782
4. Воронцов О. В., Тулупова Л. О., Воронцова І. В. Визначення координат внутрішніх вузлів, як суперпозицій заданих координат центрального та двох контурних вузлів дискретно представлені кривої. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2018. Вип. 3(66). Ч. 2. С. 120–124. DOI: 10.32782
5. Vorontsov O., Tulupova L., Vorontsova I. Discrete Modeling of Building Structures Geometric Images. *International Journal of Engineering & Technology*. 2018. Vol. 7. № 3.2. P. 727–731. DOI: 10.14419/ijet.v7i3.2.15467
6. Vorontsov O., Tulupova L., Vorontsova I. Geometric and Computer Modeling of Building Structures Forms. *International Journal of Engineering & Technology*. 2018. Vol. 7. № 4.8, Special Issue 8. P. 560–565. DOI: 10.14419/ijet.v7i4.8.27306

References

1. Vorontsov, O. V., Tulupova, L. O., & Vorontsova, I. V. (2016). Discrete Modeling of Mesh Frames of Covering Surfaces by Chains of Superpositions. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*. **69** (2), 651–656.
2. Vorontsov, O. V. (2018). Dyskretna interpoliatsiia superpozytsiiamy odnovymirnykh tochkovykh mnozhyn pokaznykovykh funktsii. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. 94, 296–300.
3. Vorontsov, O. V., Tulupova, L. O., & Vorontsova, I. V. (2019). Vyznachennia koordynat vnutrishnikh vuzliv, yak superpozytsii zadanykh koordynat tsentralnoho ta dvokh konturnykh vuzliv dyskretno predstavlenoi kryvoi. *Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*. **2**(69), 3, 249–253.
4. Vorontsov, O. V., Tulupova, L. O., & Vorontsova, I. V. (2018). Vyznachennia koordynat vnutrishnikh vuzliv, yak superpozytsii zadanykh koordynat tsentralnoho ta dvokh konturnykh vuzliv dyskretno predstavlenoi kryvoi. *Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*. **3**(66), 2, 120–124.
5. Vorontsov, O. V., Tulupova, L. O., & Vorontsova, I. V. (2018). Discrete Modeling of Building Structures Geometric Images. *International Journal of Engineering & Technology*. **7**, 3.2, 727–731.
6. Vorontsov, O. V., Tulupova, L. O., & Vorontsova, I. V. (2018). Geometric and Computer Modeling of Building Structures Forms. *International Journal of Engineering & Technology*. **7**, 4.8, Special Issue 8, 560–565.

Воронцов Олег Вікторович – к.т.н., доцент, завідувачий кафедрою нарисної геометрії і графіки Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», e-mail: voronoleg6163@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7339-9196.

Воронцова Ірина Валеріївна – к.пед.н., викладач Полтавського коледжу нафти і газу Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», e-mail: ira061061@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9131-2816.

УДК 004.92

Д.В. ВОРОНЦОВА, А.О. ДАШКЕВИЧ, Т.В. ГРИЩЕНКО
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

ПІДХІД ДО ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ВПРАВ ДЛЯ М'ЯЗІВ ОБЛИЧЧЯ

Сьогодні ІТ технології не тільки надають змогу збирати, опрацьовувати, зберігати інформацію, але і демонструвати її в інтересах користувачів. Одним із способів презентації інформації є комп'ютерна графіка. За допомогою комп'ютерної графіки з'явилась можливість унаочнити те, що неможливо побачити у реальному житті: зазирнути, роздивитись, навіть торкнутись речей, які раніше були представлені тільки на ілюстраціях.

На сьогодні існує велика кількість програм, додатків, Інтернет ресурсів, цифрових атласів, відео, що презентують пристрої складних механізмів, явища природи, анатомію людини, виконання фізичних вправ і т.п. Не дуже розвинутою сферою, з точки зору цифрового унаочнення, виявилась сфера фейсбїлдингу. Вправи гімнастики обличчя, презентовані на малюнках, або представлені на реальних відео яєї не демонструють м'язи, що навантажені. Необхідно відмітити: розуміння внутрішнього розподілу зусиль на відповідні м'язи при виконанні вправ призводить до кращого результату та допомагає уникнути помилок.

В роботі наведено загальну схему 3D моделювання, текстурування, рїгу, анімації та візуалізації для створення базової моделі інструктора фейсбїлдингу із застосуванням таких програмних пакетів, як Autodesk Maya, Zbrush, Adobe Photoshop. Розроблено спосіб 3D унаочнення на анатомічному рівні певних груп м'язів обличчя та шийного відділу. За базові приймались вправи спортивно-оздоровчого комплексу для обличчя, розроблених лікарем-косметологом центру лазерних технологій. На основі розробленої моделі, за запропонованим підходом унаочнення, з урахуванням рекомендацій лікаря-косметолога створені демонстраційні відео виконання фізичних вправ фейсбїлдингу засобами Sony Vegas Pro з аудіо супроводженням. Початкові кадри демонструють виконання вправ моделі з реалістичною текстурою. Наступні кадри показують обліт камери й зміну матеріалу моделі, а саме модель інструктора приймає білий матовий колір, а м'язи, що навантажені, підсвічуються червоним кольором. Така зміна матеріалів надає змогу більш інформативно представити виконання вправ. Отримані відеоролики можуть використовуватись у медичній практиці та косметології для демонстрації вправ м'язів шийного відділу та обличчя.

Ключові слова: 3D модель, фейсбїлдинг, унаочнення роботи м'язів, анімація, демонстраційне відео, візуалізація, м'язи шийного відділу та обличчя.

Д.В. ВОРОНЦОВА, А.А. ДАШКЕВИЧ, Т.В. ГРИЩЕНКО
Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»

ПОДХОД К ВИЗУАЛИЗАЦИИ УПРПЖНЕНИЙ МЫШЦ ЛИЦА

Сегодня ІТ технологии не только дают возможность собирать, обрабатывать, хранить информацию, но и демонстрировать ее в интересах пользователей. Одним из способов презентации информации является компьютерная графика. С помощью компьютерной графики появилась возможность увидеть то, что невозможно увидеть в реальной жизни: заглянуть, рассмотреть, даже коснуться вещей, которые ранее были представлены только на иллюстрациях.

На сегодня существует большое количество программ, приложений, Интернет ресурсов, цифровых атласов, видео, представляющих устройства сложных механизмов, явления природы, анатомию человека, выполнение физических упражнений и т.д. Не очень развитой сферой, с точки зрения цифровой визуализации, оказалась сфера фейсбилдинга. Упражнения гимнастики лица представлены на рисунках, или представлены на реальных видео, которые не демонстрируют мышцы, на которые идет нагрузка. Необходимо отметить, что понимание внутреннего распределения усилий на соответствующие мышцы при выполнении упражнений приводит к лучшему результату и помогает избежать ошибок.

В работе приведена общая схема 3D моделирования, текстурирования, рига, анимации и визуализации для создания базовой модели инструктора фейсбилдинга с применением таких программных пакетов как Autodesk Maya, Zbrush, Adobe Photoshop. Разработан способ 3D визуализации на анатомическом уровне определенных групп мышц лица и шейного отдела. В качестве базовых принимались упражнения спортивно-оздоровительного комплекса для лица, разработанные врачом-косметологом центра лазерных технологий. На основе разработанной модели, подхода визуализации, рекомендаций врача-косметолога созданы демонстрационные видео выполнения физических упражнений фейсбилдинга средствами Sony Vegas Pro с учетом аудио сопровождения. Начальные кадры демонстрируют выполнение упражнений модели с реалистичной текстурой. Следующие кадры показывают облет камеры и изменение материала модели, а именно: модель инструктора принимает белый матовый цвет, а нагруженные мышцы подсвечиваются красным цветом. Такое изменение материалов дает возможность более информативно представить выполнение упражнений. Полученные видеоролики могут использоваться в медицинской практике и косметологии для демонстрации упражнений мышц шейного отдела и лица.

Ключевые слова: моделирование, 3D модель, фейсбилдинг, визуализация (работы) мышц, анимация, демонстрационные видео, мышцы шейного отдела и лица.

D.V. VORONTSOVA, A.O. DASHKEVICH, T. V. HRYSHCHENKO
National technical university 'Kharkiv polytechnic institute'

APPROACH FOR VISUALIZATION OF FACE MUSCLES EXERCISES

Today, IT technologies not only allow to collect, process, store information, but also to demonstrate it in the interests of users. One of the way of information presentation is computer graphics. With the help of computer graphics, it is possible to visualize what cannot be seen in real life: to look, even to touch things that were previously presented only in illustrations.

Today there are a large number of programs, applications, Internet resources, digital atlases and videos, which present complex mechanisms, natural phenomena, human anatomy, exercise and more. From the point of view of digital visualization, the sphere of face building is not very developed sphere. Exercises are presented by pictures, or by real videos that do not show the muscle, which had been used. It should be noted that understanding the internal distribution of effort on the relevant muscles during exercise leads to better results and helps to avoid mistakes. This work is devoted to the development of a 3D demonstration method of facial muscles exercise with visualization at the anatomical level of certain muscle groups.

The paper also provides a general scheme of 3D modeling, texturing, rigging, animation and visualization to create a basic model of a facebuilding instructor using software packages such as Autodesk Maya, Zbrush, Adobe Photoshop. The basic exercises

were face building's exercises, which were developed by the cosmetologist. On the basis of the developed model, of the visualization approach, of doctor beautician recommendations demonstration videos of physical exercises of face building by means of Sony Vegas Pro taking into account audio support were created. It was decided that the initial shots would demonstrate the model execution of an exercises with a realistic texture. Next, the camera was flown over the model and the material of the model was changed, namely the girl's model was take on a matte white color, and some muscles were highlighted in red. This change of materials allowed for a clearer presentation of the exercises. The resulting videos can be used in medical practice and cosmetology to demonstrate the exercises of the neck and face muscles.

Keywords: 3D model, face building, muscle visualization, animation, demonstration video, visualization, neck and face muscles

Постановка проблеми

Сьогоднішній світ перейшов на новий етап життя, де головну роль виконують ІТ-технології. Інформаційні технології надають змогу збирати, опрацювати, демонструвати, зберігати і розповсюджувати інформацію в інтересах її користувачів. Способи подання інформації з розвитком ІТ - технологій значно виросли не тільки в кількості, але також і в якості. За допомогою комп'ютерної графіки з'явилась можливість унаочнити те, що не можливо побачити у реальному житті: зазирнути, роздивитись, навіть торкнутись речей, які раніше були тільки представлені на ілюстраціях.

На сьогодні існує велика кількість програм, додатків, Інтернет ресурсів, цифрових атласів, відео що презентують пристрої складних механізмів, явища природи, анатомію людини, виконання фізичних вправ та інш. Не дуже розвиненою сферою, з точки зору цифрового унаочнення, виявилась сфера фейсбїлдингу. Вправи презентовані на малюнках, або представлені на реальних відео, що не демонструють м'язі, на які йде навантаження. Необхідно відмітити, що розуміння внутрішнього розподілу зусиль на відповідні м'язи при виконанні фізичних вправ приводить до кращого результату та допомагає уникнути помилок.

Дана робота присвячена розробці способу 3D демонстрації виконання фізичних вправ м'язів обличчя з унаочненням на анатомічному рівні певних груп мускул.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Сьогодні застосування комп'ютерної графіки в навчальних системах не тільки збільшує швидкість сприйняття інформації учнями і підвищує рівень її розуміння, але і сприяє розвитку таких важливих для фахівця будь-якої галузі якостей, як інтуїція, образне і логічне мислення [1]. Наприклад в курсі анатомії на медичному факультеті створюються повні перенесення в тривимірний простір [2, 3].

Взагалі, анатомія - галузь біологічної науки в медичній освіті, яку досить важко пізнати особливо якщо це робиться лише при читанні книг. Технологічні розробки, особливо додатки, що ґрунтуються на 3 вимірах, допомагають процесу навчання цього предмета науки. В роботі [4] запропоновано використовувати віртуальну реальність (VR). Завдяки VR користувачі відчули досвід занурення під час вивчення анатомії, який вони не можуть отримати через навчання, лише читаючи книги.

В роботах [5, 6] приводиться аналіз тривимірних візуалізацій, які використовуються для вивчення анатомії, та оцінюють, чи покращують вони медичні розуміння учнями анатомії порівняно з традиційними методами навчання. З 1148 статей, студенти-медики вважають, що краще використовувати тривимірну візуалізацію для вивчення анатомії.

Також в медицині використовують комп'ютерну графіку для наукових досліджень, наприклад, таких як, імітація фіброзного середовища, що характеризує м'язову дистрофію [7].

Автори роботи [8] пропонують основу для ознайомлення нового способу вивчення анатомічної кінетики опорно-рухового апарату за допомогою інтерактивної взаємодії та візуалізації руху, що можна використовувати для полегшення вивчення анатомії медицини та спорту студентам, а також для широкої громадськості спільноти зрозуміти анатомію людини в дії.

Наочна демонстрація актуальна не тільки в освітньому процесі. Наочне зображення, наприклад, м'язів при демонстрації виконання фізичних вправ, є ефективним та дійним методом під час спортивних тренувань або дистанційних занять. Велика кількість існує ілюстрацій, відео роликів, комп'ютерних додатків, які пояснюють як виконувати вправу та які м'язи приймають участь під час її виконання. Навіть існують додатки для допомоги у спортивних тренуваннях [9]. В мобільних додатках віртуальний спортсмен точно відтворює рух реальних гімнастичних спортсменів, далі здійснюється аналіз рухів та надаються поради для підвищення технічного рівня спортсмена.

У спортивних мобільних додатках представлені вправи для різних частин тіла, але, як виявилось, гімнастиці м'язів обличчя приділено мало уваги. Фейсбїлдінг дозволяє зміцнити м'язи, вирівняти шкіру і зробити її більш пружною, а також забезпечити кращий контроль над мімікою [10]. Перша письмова згадка про аеробіку обличчя зустрічається в 1710 році в брошурі з порадами по догляду за собою авторства Джинн Совалов. Аеробіка для обличчя продовжила розвиватися на початку 1900-х років, коли Беннетт Сенфорд опублікував свою легендарну книгу «*Exercising in Bed*» [11]. Також велика кількість прийомів, відомих сьогодні, були розроблені в кінці 50-х років і популяризувались в 60-х автором книги про фейсліфтінг Сента Марією Рунге [12].

В роботі [13] проводяться дослідження ефективності фейсбїлдингу. 50 жінок (середній вік, $40,0 \pm 10,0$ років; діапазон, 30-63 роки) приймали участь у експерименті та надали дані для аналізу. Дослідження виконувались за допомогою тривимірних 3D анатомічних моделей та впливу на них вправ м'язів обличчя. Отримані результати продемонстрували сприятливий вплив фізичних вправ для обличчя на омолодження та стан шкіри обличчя.

Аналіз сучасного мультимедійного матеріалу для вправ фейсбїлдингу виявив, що існує велика кількість ілюстрацій, відео записів людей, які демонструють вправи. Але зазначені види презентацій мають недоліки: не чіткі інструкції, які приводять до не коректного виконання вправ, що в свою чергу може привести не до прогресу, а до регресу; відсутність унаочнення м'язів, які підлягають навантаженню, що приводить до неусвідомленого виконання вправ.

Отже, фейсбїлдинг лише починає набувати популярність в нашій країні і відповідні демонстраційні матеріали існують поки ще на низькому рівні. Тому можна зробити висновок, що створення демонстраційних відео аеробіки для обличчя з поясненням та унаочненням відповідних м'язів є актуальною задачею.

Мета дослідження

В даній роботі необхідно здійснити геометричне моделювання виконання вправ фейсбїлдингу з урахуванням 3D унаочнення на анатомічному рівні певних груп м'язів обличчя. На основі отриманих 3D анімацій створити ряд демонстраційних відео з урахуванням аудіо супроводження.

Викладення основного матеріалу дослідження

За базові вправи приймалися вправи спортивно-оздоровчого комплексу для обличчя розроблених лікарем-косметологом Наталею Григор'євою центра лазерних технологій «ЛОРЕДАН ПЛЮС». Щоб коректно відтворити усі вправи здійснювалась зйомка лікаря косметолога (рис. 1), в процесі якої детально були обговорені та виконані вправи для м'язів обличчя та шийного відділу. Були розглянуті вправи для розігріву м'язів шийного відділу та ряд вправ направлених на розтягнення м'язи під назвою платизма (рис.2). Необхідно було, щоб відео мало інформацію про коректне виконання вправ з ракурсами з різних кутів спостереження, наочно показувало м'язи, які навантажуються та розтягуються, а також супроводжувалось відповідними аудіо інструкціями.

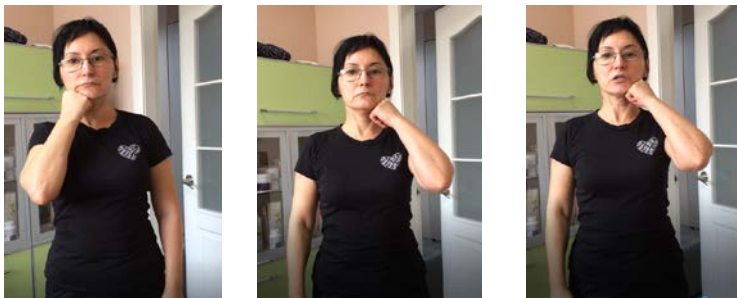


Рис. 1. Кадри з відео зйомки спортивно-оздоровчого комплексу лікаря косметолога.

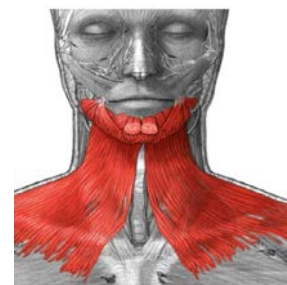


Рис. 2. М'язя платизма виділена червоним кольором.

Щоб здійснити поставлену задачу прийшли до висновку, що на основі аналізу вже існуючих методів і підходів розробки демонстраційних відео необхідно:

- створити 3D модель та навколишнє середовище;
- налаштувати анімацію;
- створити відображення м'язів під час виконання вправ;
- виконати зйомку камер з відповідних кутів спостереження;
- здійснити монтаж відео з урахуванням аудіо ряду.

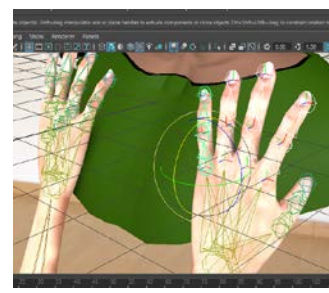
Для створення 3D моделі та навколишнього середовища застосовували програмне забезпечення Autodesk Maya. Ця програма володіє широкою функціональністю 3D-моделювання, анімації та візуалізації.



а



б



в

Рис. 3. Моделювання 3D моделі.

В даній роботі було використано полігональне моделювання та NURBS моделювання. Також було застосовано техніку 3d-скульптинга за допомогою програми ZBrush. Моделювання персонажу було розпочато зі створення геометрії обличчя. За основу було обрано площину (рис.3, а). Спрощену модель голови було експортовано до програми ZBrush для скульптинга дрібних деталей. Вирішено було обрати таку зачіску

яка не буде приховувати шию (рис. 3, б). Останнім етапом моделювання у програмному комплексі Autodesk Maya було створення геометрії рук. (рис. 3, в).

На рисунку 4 представлено розміщення основних кістей (джоїнтів) геометрії тіла та голови для подальшої анімації. Було зафіксовано точки плечей, щоб вони не піддавались впливу інших джоїнтів. Керуючим джоїнтом в процесі ригу був джоїнт, що розміщений у верхній частині шиї, в місці де починається голова. Також були створені інші фіксуючі точки у геометрії голови для того щоб уникнути деформування інших поверхонь під час анімації.

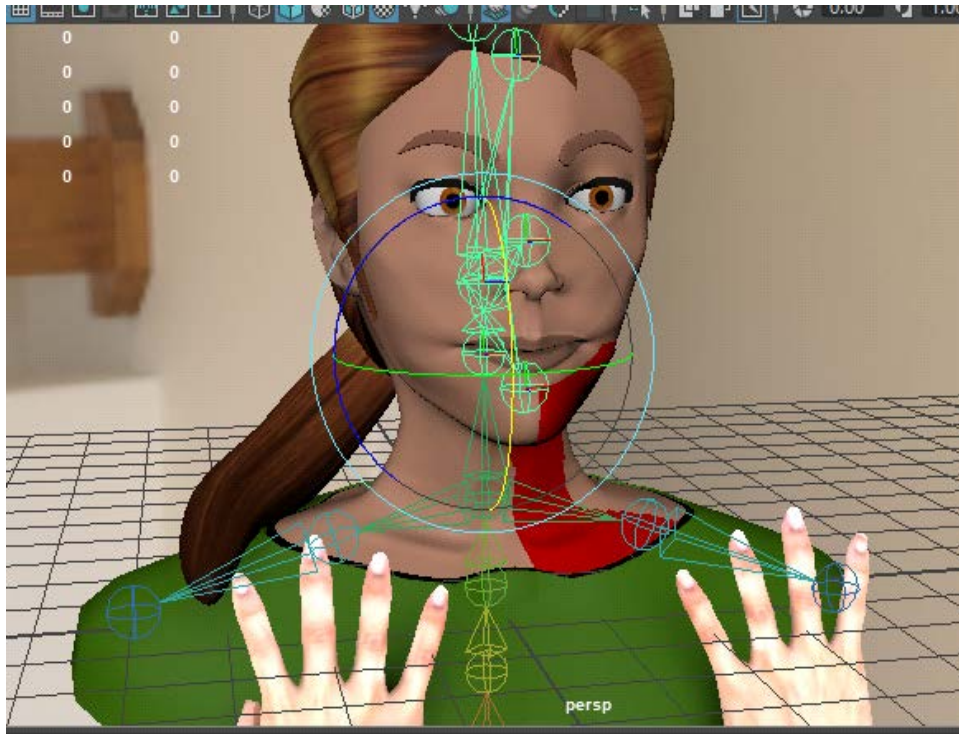


Рис. 4. Ріг моделі.

Далі було розглянуто питання вибору способу унаочнення м'язів обличчя з урахуванням аналізу вже існуючих методів демонстрації анатомії людини. Необхідність розробки новітнього способу обумовлена особливостями майбутнього відео. У зв'язку з тим, що майбутні демонстраційні відео фейсбїлдіngu не планується використовувати у навчальному процесі в сфері медицини, вирішили спростити геометричне моделювання м'язів. Було вирішено демонструвати не всі м'язи обличчя та шийного відділу, а тільки окремі, на які йде найбільше навантаження під час виконання вправ. Першим варіантом відображення м'язів було налаштування видимості накладних поверхонь, що симулювали розташування та розмір м'язів (рис. 5). Цей варіант виглядав не реалістично. Наступним варіантом унаочнення була зміна кольору шкіри моделі в області, що відповідає розташуванню та розмірам задіяної м'язи (рис. 6). М'язи на цьому варіанті виглядали мало помітними. Наступний спосіб унаочнення включав в себе комбінацію перших двох варіантів, а саме моделі було призначено базовий матовий однотонний матеріал, а ділянку м'язи позначили червоним кольором (рис. 7). Третій варіант був визначений найбільш інформативним і на базі нього виконувались наступні демонстраційні відео.



Рис. 5. Перший варіант унаочнення м'язів.

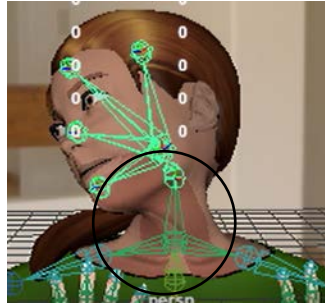


Рис. 6. Другий варіант унаочнення м'язів.

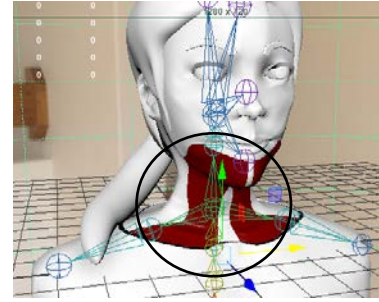


Рис. 7. Третій варіант унаочнення м'язів.

Розглянемо створення демонстраційних відео на основі отриманих анімацій 3D моделі. Було вирішено, що початкові кадри демонструватимуть виконання вправ моделі з реалістичною текстурою. У наступних кадрах було здійснено обліт камери й зміна матеріалу на моделі, а саме модель інструктора приймала білий матовий колір, а м'яза, що навантажена, підсвічувалась червоним кольором. Така зміна матеріалів надала змогу більш інформативно представити виконання вправ. Монтаж відео здійснювався засобами програми Sony Vegas Pro. Приклад деяких кадрів з відео ролику приведено на рисунках 8, 9.



Рис.8. Кадри з відео ролику вправ для розтягнення м'язи платизма.

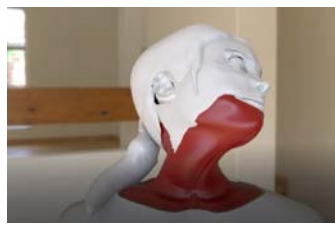
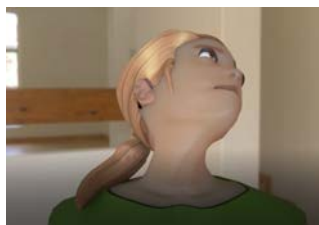


Рис. 9. Кадри з відео ролику вправ для м'язів шийного відділу.

Висновки

В роботі проаналізовано сучасні види 3D унаочнення м'язів людини. На основі отриманих знань було розроблено підхід до візуалізації вправ для м'язів шийного відділу та обличчя. В ході роботи було створено 3D модель та анімацію інструктора фейсбілдингу, на базі цього було застосовано розроблений спосіб унаочнення м'язів обличчя та отримано ряд демонстраційних відео з урахуванням аудіо супроводження.

Практична направленість результатів полягає в провадженні отриманих результатів у медичну практику центра лазерних технологій «ЛОРЕДАН ПЛЮС». Розроблені демонстраційні відео можуть бути використані в медичній практиці або косметології.

Список використаної літератури

1. Соловов А. В. Когнитивная компьютерная графика в инженерной подготовке. *Высшее образование в России*. 1998. №2. С. 90–96.
2. Said C. S., Khairulanuar S., Ramlah M., Rasyidi J., Firdaus S. The Application of 3D Visualization Tool in Anatomy Education. Proceedings of the *International Conference on University Teaching and Learning* (Malaysia, Shah Alam, December 02, 2014). DOI: 10.13140/RG.2.1.4403.3445.
3. Brazina D., Fojtik R., Rombova Z. 3D Visualization in Teaching Anatomy. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*. 2014. Vol. 143. P. 367–371. DOI: 10.1016/j.sbspro.2014.07.496
4. Fahmi F., Nainggolan F., Siregar B. 3D Anatomy Learning System Using Virtual Reality and VR Controller. Proceedings of the *3rd International Conference on Computing and Applied Informatics* (Indonesia, Medan, September 18-19, 2018). DOI: 10.1088/1742-6596/1235/1/012043.
5. Boshkovikj V., Fluke C. J., Crawford R. J., Ivanova E. P. Three-Dimensional Visualization of Nanostructured Surfaces and Bacterial Attachment Using Autodesk® Maya®. *Scientific Reports*. 2015. Vol. 4. Issue 4228. <https://doi.org/10.1038/srep04228>
6. Azer S. A., Azer S. 3D Anatomy Models and Impact on Learning: A Review of the Quality of the Literature. *Health Professions Education*. 2016. Issue 2. P. 80–98. DOI: 10.1016/j.hpe.2016.05.002
7. Bersini S., Gilardi M., Ugolini G. S., Sansoni V., Talò G., Perego S., Zanotti S., Ostano P., Mora M., Soncini M., Vanoni M., Lombardi G., Moretti M. Engineering an Environment for the Study of Fibrosis: A 3D Human Muscle Model with Endothelium Specificity and Endomysium. *Cell Reports*. 2018. Issue 25. DOI: 10.1016/j.celrep.2018.11.092.
8. Bauer A., Palet F., Cahouet V., Dicko A.H., Palombi O., Faure F. et al. Interactive Visualization of Muscle Activity During Limb Movements: Towards Enhanced Anatomy Learning. Proceedings of the *4th Eurographics Workshop on Visual Computing for Biology and Medicine*. (Switzerland, Aire-la-Ville, Switzerland, September 7, 2017), pp. 191–198.
9. Yang J. The Application Research of 3D Simulation Modeling Technology in the Sports Teaching. Proceedings of the *4th National Conference on Electrical, Electronics and Computer Engineering* (China, Xi'an, December 12-13, 2015). DOI: 10.2991/nceese-15.2016.304.
10. Агаєва С. Фейсбїлдинг: лїпимо обличчя. *ELLE*. 2013. № 6.
11. Reinhold Benz. Five-minute Face-lift: A Daily Program for a Beautiful, Wrinkle-Free Face. 2008. 64p. URL: <https://www.amazon.com/Five-Minute-Face-lift-Program-Beautiful-Wrinkle-Free/dp/1402753721>.
12. Кундерт-Гиббс Джон, Ларкинс Майк, Деракшани Дариус, Кунзендорф Эрик. Освоение Maya 8.5 Mastering Maya 8.5. М.: Диалектика, 2007. 928 с.
13. Hwang U., Kwon O., Jung S., Ahn S., Gwak G. Effect of a Facial Muscle Exercise Device on Facial Rejuvenation. *Aesthetic Surgery Journal*. 2018. № 38. С. 463–476. DOI: 10.1093/asj/sjx238.

References

1. Solovov, A. V. (1998). Cognitive computer graphics are in engineering preparation. *Higher education in Russia*. **2**, 90–96.
2. Said, C. S., Khairulanuar, S., Ramlah, M., Rasyidi, J., & Firdaus, S. (2014). The Application of 3D Visualization Tool in Anatomy Education. Proceedings of the *International Conference on University Teaching and Learning* (Malaysia, Shah Alam, December 02, 2014). DOI: 10.13140/RG.2.1.4403.3445.
3. Brazina, D., Fojtik, R., Rombova, Z. (2014). 3D Visualization in Teaching Anatomy. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*. **143**, 367–371. DOI: 10.1016/j.sbspro.2014.07.496.
4. Fahmi, F., Nainggolan, F., & Siregar, B. (2018). 3D Anatomy Learning System Using Virtual Reality and VR Controller. Proceedings of the *3rd International Conference on Computing and Applied Informatics* (Indonesia, Medan, September 18-19, 2018). DOI: 10.1088/1742-6596/1235/1/012043.
5. Boshkovikj, V., Fluke, C. J., Crawford, R. J., & Ivanova, E. P. (2015). Three-Dimensional Visualization of Nanostructured Surfaces and Bacterial Attachment Using Autodesk® Maya®. *Scientific Reports*. **4**, 4228. <https://doi.org/10.1038/srep04228>.
6. Azer, S. A., & Azer, S. (2016). 3D Anatomy Models and Impact on Learning: A Review of the Quality of the Literature. *Health Professions Education*. **2**, 80–98. DOI: 10.1016/j.hpe.2016.05.002
7. Bersini, S., Gilardi, M., Ugolini, G. S., Sansoni, V., Talò, G., Perego, S., Zanotti, S., Ostano, P., Mora, M., Soncini, M., Vanoni, M., Lombardi, G., & Moretti, M. (2018). Engineering an Environment for the Study of Fibrosis: A 3D Human Muscle Model with Endothelium Specificity and Endomysium. *Cell Reports*. **25**. DOI: 10.1016/j.celrep.2018.11.092.
8. Bauer, A., Paquet, F., Cahouet, V., Dicko, A.H., Palombi, O., Faure, F., et al. (2017). Interactive Visualization of Muscle Activity During Limb Movements: Towards Enhanced Anatomy Learning. Proceedings of the *4th Eurographics Workshop on Visual Computing for Biology and Medicine*. (Switzerland, Aire-la-Ville, Switzerland, September 7, 2017), pp. 191–198.
9. Yang, J. (2015). The Application Research of 3D Simulation Modeling Technology in the Sports Teaching. Proceedings of the *4th National Conference on Electrical, Electronics and Computer Engineering* (China, Xi'an, December 12-13, 2015). DOI: 10.2991/ncece-15.2016.304.
10. Agaieva Sabina. (2013). Facebook building: hypocritically revealing. *ELLE*. **6**.
11. Reinhold Benz. (2008). Five-minute Face-lift: A Daily Program for a Beautiful, Wrinkle-Free Face. URL: <https://www.amazon.com/Five-Minute-Face-lift-Program-Beautiful-Wrinkle-Free/dp/1402753721>.
12. Kundert-Gibbs Dzhon, Larkins Mayk, Derakshani Darius, Kunzendorf Erik. (2007). *Osvoenie Maya 8.5 Mastering Maya 8.5. M.: Dialektika*.
13. Hwang, U., Kwon, O., Jung, S., Ahn, S., & Gwak, G. (2018). Effect of a Facial Muscle Exercise Device on Facial Rejuvenation. *Aesthetic Surgery Journal*. **38**, 463–476. DOI: 10.1093/asj/sjx238.

Воронцова Дар'я Володимирівна – к.т.н., доцент кафедри геометричного моделювання та комп'ютерної графіки Харківського національного університету «Харківський політехнічний інститут», e-mail: dvorontso@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7868-0067.

Дашкевич Андрій Олександрович – к.т.н., доцент кафедри геометричного моделювання та комп'ютерної графіки Харківського національного університету «Харківський політехнічний інститут», e-mail: dashkewich.a@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9963-09.

Грищенко Тетяна Віталіївна – студентка кафедри геометричного моделювання та комп'ютерної графіки Харківського національного університету «Харківський політехнічний інститут», e-mail: tatyanaadoluda@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1360-4116.

УДК 004.92

С.И. ВЯТКИН,
Институт автоматки и электрометрии СО РАН
А.Н. РОМАНИЮК, О.Н. РЕЙДА, О.В. РОМАНИЮК
Винницкий национальный технический университет

МЕТОД РЕНДЕРИНГА СЛОЖНЫХ ПОЛИГОНАЛЬНЫХ СЦЕН С ПРИМЕНЕНИЕМ ФУНКЦИОНАЛЬНО ЗАДАННЫХ ОБЪЕКТОВ

В последнее время возможности аппаратной визуализации существенно возросли. Однако, обработка сложных сцен по-прежнему является одной из самых фундаментальных проблем в компьютерной графике. При этом важно генерировать сложные графические объекты с приемлемой производительностью, достаточной для динамического и интерактивного режимов.

Представлен метод рендеринга сложных сцен. Основная идея метода заключается в генерации изображения сцены путем ее реконструкции из динамически выбранного набора случайных точек выборки поверхности. Визуализируется изображение сложной трехмерной сцены, состоящей из примитивов – треугольников, с помощью реконструкции из динамически выбранного массива точек поверхностей. Опорные точки представляют сложную геометрию сцены, поэтому не каждый треугольник должен обрабатываться отдельно во время рендеринга. На первом этапе выбираются точки случайной выборки таким образом, чтобы они покрывали проекции объектов в плоскости изображения приблизительно равномерно. На втором этапе, метод реконструирует видимость между выбранными опорными точками.

Метод не зависит от связности сетки и топологии. В результате время рендеринга растет только логарифмически от количества треугольников в сцене. Автоматическое определение сцены с низкой детализацией обеспечивает высокую скорость рендеринга. Предварительно вычисленные структуры данных позволяют интерактивно делать динамическое обновление сцены.

Для описания поверхностей используются функции отклонения (второго порядка) от базовой квадрики. Для формирования моделей сложных объектов на базе функций возмущения используются теоретико-множественные операции объединения и пересечения, осуществляемые с применением булевых функций.

Требования к памяти растут линейно с количеством треугольников. Схема инсталляции на основе графа сцены создает условия для дальнейшего снижения объема памяти. Для увеличения сложности сцен добавлены функционально заданные объекты.

Предложенный метод может быть эффективно использован в системах высоко реалистической компьютерной графики.

Ключевые слова: рендеринг; полигоны; уровни детализации; функционально заданные объекты; графические процессоры.

С.И. ВЯТКИН,
Институт автоматки та електрометрії СО РАН
О.Н. РОМАНИЮК, О.М. РЕЙДА, О.В. РОМАНИЮК
Вінницький національний технічний університет

МЕТОД ВІЗУАЛІЗАЦІЇ СКЛАДНИХ ПОЛІГОНАЛЬНИЙ СЦЕН З ВИКОРИСТАННЯМ ФУНКЦІОНАЛЬНО ЗАДАНИХ ОБ'ЄКТІВ

Останнім часом можливості апаратної візуалізації істотно зросли. Однак, обробка складних сцен є однією з найбільш фундаментальних проблем в комп'ютерній

графіці. При цьому важливо генерувати складні графічні об'єкти з прийнятною продуктивністю, достатньої для динамічного та інтерактивного режимів.

Представлено метод візуалізації складних сцен. Основна ідея методу полягає в генерації зображення сцени шляхом її реконструкції з динамічно обраного набору випадкових точок вибірки поверхні.

Візуалізується зображення складної тривимірної сцени, що складається з примітивів – трикутників, за допомогою реконструкції з динамічно обраного масиву точок поверхонь. Опорні точки представляють складну геометрію сцени, тому не кожен трикутник повинен оброблятися окремо під час рендеринга. На першому етапі вибираються точки випадкової вибірки таким чином, щоб вони покривали проекції об'єктів в площині зображення приблизно рівномірно. На другому етапі, метод реконструює видимість між обраними опорними точками.

Метод не залежить від зв'язності мережі та топології. У результаті час рендерингу зростає тільки логарифмічно від кількості трикутників у сцені. Автоматичне визначення сцени з низькою деталізацією забезпечує високу швидкість рендерингу. Попередньо обчислені структури даних дозволяють інтерактивно робити динамічне оновлення сцени.

Для опису поверхонь використовуються функції відхилення (другого порядку) від базової квадрик. Для формування моделі складних об'єктів на базі функцій збурення використовуються теоретико-множинні операції об'єднання і перетину, реалізовані з застосуванням булевих функцій.

Вимоги до пам'яті ростуть лінійно з кількістю трикутників. Схема інсталяції на основі графа сцени створює умови для подальшого зниження об'єму пам'яті. Для збільшення складності сцен додані функціонально задані об'єкти. Запропонований метод може бути ефективно використаний у системах високо реалістичної комп'ютерної графіки.

Ключові слова: рендеринг; полігони; рівні деталізації; функціонально задані об'єкти; графічні процесори.

S.I. VYATKIN,
Institute of Automation and Electrometry of SB ASR
O.N. ROMANYUK, O.V. ROMANYUK
Vinnitsa National Technical University

METHOD OF RENDERING COMPLEX POLYGONAL SCENES WITH APPLICATION OF FUNCTIONALLY SPECIFIED OBJECTS

Recently, the capabilities of hardware visualization have increased significantly. However, handling complex scenes is still one of the most fundamental problems in computer graphics. At the same time, it is important to generate complex graphic objects with acceptable performance sufficient for dynamic and interactive modes.

A method for rendering complex scenes is presented. The main idea of the method is to generate a scene image by reconstructing it from a dynamically selected set of random surface sampling points.

The image of a complex three-dimensional scene consisting of primitives - triangles is visualized using reconstruction from a dynamically selected array of surface points.

Anchor points represent the complex geometry of the scene, so not every triangle needs to be processed separately during rendering. At the first stage, random sampling points are selected so that they cover projections of objects in the image plane approximately uniformly. In the second step, the method reconstructs the visibility between the selected anchor points.

The method is independent of grid connectivity and topology. As a result, the rendering time grows only logarithmically from the number of triangles in the scene. Automatically detecting scenes with low detail provides high-speed rendering. Precomputed data structures enable interactive dynamic scene updating.

To describe the surfaces, the deviation functions (second order) from the base quadric are used. To form models of complex objects based on perturbation functions, set-theoretic union and intersection operations using Boolean functions are used.

Memory requirements grow linearly with the number of triangles. The installation diagram based on the scene graph creates the conditions for a further reduction in memory. Functional objects were added to increase the complexity of scenes.

The proposed method can be effectively used in highly realistic computer graphics systems.

Keywords: rendering; polygons; levels of detail; functionally defined objects; GPUs.

Постановка проблемы

В последнее время возможности аппаратной визуализации существенно возросли. Однако, обработка сложных сцен по-прежнему является одной из самых фундаментальных проблем в компьютерной графике. Интерактивное отображение сложных сцен, является серьезной проблемой для алгоритмов рендеринга.

Анализ последних исследований и публикаций

В работе [1] рассмотрен алгоритм рендеринга, адаптированный к выходным данным. Его временная сложность слабо зависит от сложности сцены на входе. Классические алгоритмы, такие как алгоритм z-буфера, не соответствуют этому требованию, потому что их время рендеринга растет линейно с числом элементарных объектов в сцене. Несмотря на аппаратные реализации, эти алгоритмы не способны отображать очень сложные сцены в режиме реального времени.

Большое количество подходов было предложено для того, чтобы достичь максимума сложности сцен в интерактивных приложениях. Был предложен метод мульти-разрешения при моделировании сцен. В этом подходе объекты сцены хранятся на разных уровнях детализации. Соответствующий уровень детализации выбирается во время рендеринга в соответствии с метрической ошибкой, зависящей от точки наблюдения. Уровни детальности могут быть созданы автоматически с помощью алгоритмов упрощения треугольных сеток [2]. Однако некоторые сцены, такие как сцены сложной топологии, не могут быть упрощены без ущерба их общего внешнего вида.

Рендеринг на основе изображений – это другой подход к уменьшению сложности сцены. Этот метод использует производные представлений фиксированной сложности из графических данных для объектов более высокой сложности. Большое число подходов было предложено. Их можно разделить на две группы.

Первая группа использует предварительно вычисленные структуры данных [3–5]. Они отличаются друг от друга использованием геометрической информации и требованиями к памяти. Ограничение всех этих методов заключается в том, что максимальное качество изображения ограничено разрешением данных, которое фиксировано заранее. Также нельзя сделать эффективное динамическое изменение сцены.

Вторая группа изображений на основе структуры данных получает свое содержимое динамически, подобно стратегии кэширования. В работах [6–7] кэшированные данные получены путем представления части сцены с использованием обычного алгоритма Z-буфера. Использование точечных образцов для визуализации

моделей поверхностей было описано в [8]. Такие примитивы применялись также для аморфных объектов в публикациях [9–11]. В работе [12] применялся рендеринг сложных сцен с использованием блоков небольшого проецируемого размера, взятых из пространственной иерархии. В работе [13] описан рендеринг сложного объекта из точечных образцов, полученных из ортогональных представлений объекта с использованием иерархического алгоритма для реконструкции изображения. Два последних метода используют точечный образец с несколькими разрешениями. В работе [14] описывается метод рендеринга для быстрого отображения больших сеток от данных сканера. Ограничение иерархии сфер строится на основе точек выборки поверхности, хранящих среднее значение атрибут, таких как нормали и цвета в каждом узле. В работе [15] описан метод, в котором преобразуется геометрия сцены в представление точечного образца путем построения иерархии слоистых изображений по глубине [4]. То есть, для каждого узла восьмеричного дерева, точечные выборки генерируются с помощью трассировки лучей объектов в фиксированном разрешении из трех ортогональных направлений. Для каждой точки образца, хранятся атрибуты положения и поверхности. Во время рендеринга происходит интерполяция между смежными уровнями восьмеричного дерева для выполнения сглаживания. Недостатком обоих методов является то, что представление точечной выборки, использованной для отображения, должно быть построено на этапе подготовки для фиксированного разрешения. Качество изображения, доступное после этого, всегда ограничено максимальной плотностью выборки генерируемых точечных образцов. Для того, чтобы получить хорошее качество изображения с близкого расстояния необходимо затратить большой объем памяти. Это особенно сложно, если уровень детализации меняется.

Цель исследования

Цель работы состоит в разработке метода рендеринга с учетом выходных данных. Основная идея метода заключается в генерации изображения сцены путем ее реконструкции из динамически выбранного набора случайных точек. Опорные точки представляют сложную геометрию сцены, поэтому не каждый треугольник должен обрабатываться отдельно во время рендеринга. На первом этапе выбираются точки случайной выборки таким образом, чтобы они покрывали проекции объектов в плоскости изображения приблизительно равномерно. На втором этапе, метод реконструирует видимость между выбранными опорными точками.

Изложение основного материала исследования

Разработка метода

Предположим, что задано множество выборочных точек, которые были выбраны случайно, независимо, и равномерно распределены на проекции объектов на плоскости. Предположим, что сцена S , состоящая из N треугольников, задана вместе с функцией затенения, которая определяет цвет для каждой точки в S и которая может быть оценена как $O(1)$. Функция затенения может зависеть от текущей точки обзора и глобальной настройки освещения. Это включает в себя, например, затенение Фонга, текстуры и карты окружающей среды. Для каждого кадра дается плоская перспективная проекция. Метод рендеринга состоит из двух основных шагов: выбор опорных точек и реконструкция изображения.

Эффективный алгоритм выбора опорных точек – это ключ к достижению интерактивной частоты кадров. Реализован метод, который эффективно генерирует точечный образец представления сцены на лету, в соответствии с данными наблюдателя. Опорные точки должны быть равномерно распределены по проекциям объектов в плоскости изображения.

На этапе предварительной обработки, сцена подразделяется на иерархию групп треугольников, которые показывают аналогичный коэффициент масштабирования во время проекции. Для каждой точки зрения, выбирается динамически подходящий набор групп из иерархии. Оценивается максимальный коэффициент проекции для определения количества выбранных опорных точек из каждой группы. В большинстве случаев достаточно рассматривать только расстояние между группой и зрителем для того, чтобы оценить коэффициент проекции. В особых случаях лучшие результаты могут быть достигнуты за счет дополнительного учета ориентации треугольников. Точки выборки затем выбираются в пределах группы по проекционной площади треугольников, используя предварительно вычисленные структуры поиска. Можно показать, что это приближение не вредит качеству изображения и времени извлечения группы из иерархии, т. е. сцены с равномерно распределенными векторами нормалей поверхности.

После выбора набора опорных точек для группы объектов, они хранятся в кэше образца, для того, чтобы уменьшить затраты. Идентифицируются треугольники с большими проекционными областями. Только треугольники с небольшой площадью проекции будут заменены точками выборки. Эта стратегия гарантирует, что скорость рендеринга не снизится.

Далее происходит реконструкция изображения. Необходимо восстановить изображение от выборочных точек. Закрытые точки должны быть удалены. После этого изображение получается интерполяцией между видимыми точками выборки. Если плотность образца достаточно высока, так что каждый пиксель в изображении получает примерно точку из объекта переднего плана, сцена будет реконструирована правильно.

Используя метод сплаттинга [15], реконструкция может быть отрегулирована как в качестве, так и в скорости. Использование большого сплатта постоянного цвета и глубины ускоряет ход реконструкции. Качественные результаты могут быть получены путем взвешенного усреднения видимых опорных точек, с использованием гауссовых фильтров. Шума и артефактов при сглаживании можно избежать за счет более длительного, а не реального, времени реконструкции.

Метод включает реконструкцию на едином уровне детализации для всех частей изображения. Метод позволяет иметь гибкий компромисс между качеством изображения и скоростью восстановления.

По-пиксельный алгоритм восстановления принимает все точки выборки в произвольном порядке. Проецирует их на плоскость изображения и генерирует их как пиксели, используя z-буфер для того, чтобы решить видимость. Предполагаем, что каждый пиксель полностью покрыт треугольниками. Изображение считается правильным, если каждый пиксель изображения показывает цвет, который можно найти на любом фрагменте треугольника через этот пиксель. Это определение правильности немного отличается от алгоритмов рендеринга, таких как рей-трэйсинг или Z-буферизация с субпикселями.

Чтобы получить правильное изображение при по-пиксельной реконструкции, каждый пиксель должен получить хотя бы один образец из области переднего плана. Дополнительно, одна из точек переднего плана должна иметь наименьшее значение глубины среди всех опорных точек. Так, что это приведет к перезаписи всех остальных опорных точек в z-буфер и воспроизведет правильно окрашенный пиксель.

Определим количество опорных точек, которые необходимо выбрать, чтобы гарантировать, что каждый пиксел получает хотя бы одну точку из фрагмента треугольника. Во-первых, предполагаем, что на изображении нет скрытых поверхностей. Поскольку каждый пиксель по определению полностью покрыт видимой поверхностью, можно рассматривать простую модель. Для учета окклюзий моделируем

процесс как два шага случайного эксперимента: пусть N -проекция и закрытые поверхности измеряются в пикселях. Формула $A := V+h$ – это общее значение объема проектируемой площади (эти значения будут оцениваться далее). Закрытая область представлена h дополнительными ячейками, которые выбираются с той же вероятностью. Используя нормальное приближение в биномиальном распределении, можно показать, что $A \cdot \ln v + O(A)$ образца точек достаточно, чтобы гарантировать, что каждый пиксель получает хотя бы один образец от видимой части объекта с высокой вероятностью. Эксперименты показывают, что абсолютное значение точки выборки – это хороший выбор на практике.

По-пиксельный алгоритм восстановления иногда слишком дорог для запуска в интерактивном режиме. Простой способ снижения затрат на рендеринг – это использовать метод сплаттинга, то есть вместо генерации одиночных пикселей, генерировать более большие квадратичные зоны с длиной стороны D , которые заливаются одинаковым цветом и значением глубины, выполняющем сравнение глубины для каждого пикселя. Это уменьшает размер выборки. Можно охватить все изображения площадью на $\frac{1}{d^2}$. Качество изображения падает с увеличением коэффициента d . Однако, результаты всегда лучше, чем полученные простым уменьшением разрешения на коэффициент d . Значения $d \approx 2..5$ – хороший компромисс. Значение $d=2$ обеспечивает хорошее качество изображения. Даже для сцен с высокочастотными деталями, сохраняя время вычисления около 75%. В то время как более высокие значения могут привести к нежелательным визуальным артефактам. Для получения более качественных реконструкций используется сплаттинг только для удаления скрытых опорных точек. Затем заполняется изображение с использованием средневзвешенного значения соседних видимых точек с помощью весовых функций Гаусса. Необходимо использовать большой размер выборки (примерно в десять раз больше размера пикселя реконструкции), чтобы избежать низкочастотные шумы, которые подчеркиваются фильтрованием.

Теперь рассмотрим алгоритм эффективного выбора опорных точек. Для эффективного решения нет необходимости гарантии точного и равномерного распределения точек выборки по объектам на плоскость изображения. Реконструкция изображения будет правильной, если части изображения содержат слишком много точек выборки. Они просто вызывают дополнительные расходы на обработку. Необходимо только обеспечить что плотность образца нигде не опускается ниже идеальной плотности отбора проб. Время работы алгоритма реконструкции будет увеличено пропорционально завышению прогнозируемой площади. Получим функцию плотности вероятности для выбора выборочных точек. Рассмотрим бесконечно малый фрагмент поверхности s и вычислим коэффициент проекции, $prj(s)$, по которому он масштабируется при проецировании на плоскость изображения. Коэффициент проекции для такого фрагмента поверхности s задается z -расстоянием до центра проекции, измеренным ортогонально к плоскости проекции. Начинаем описание процесса отбора образцов, предполагая, что все значения площади проекции треугольников известны заранее. Выбираем случайные точки выборки в соответствии с вероятностью функции плотности f за два шага. Сначала выбирается треугольник с вероятностью, пропорциональной его прогнозируемой площади. Во-вторых, случайная точка на треугольнике выбирается с помощью случайной линейной комбинации его вершин. Случайный треугольник может быть выбран эффективно с помощью списков распределения. Список распределения строится для треугольников, поступающих в произвольном порядке, вставки указателя на треугольник и дополнительного значения площади треугольника в списке. Начинаем со спроецированной площади первого

треугольника, и увеличиваем значение суммированной площади с помощью площади проецирования каждого вставленного треугольника. Таким образом, получаем функцию, пропорциональную дискретному распределению функции вероятности выбора треугольников. Чтобы выбрать случайный треугольник, определим случайное число. Для этого число выбирается из интервала $[0,1]$ с использованием стандартного псевдо-генератора случайных чисел с равномерным распределением. Масштабируем значение посредством общей суммы области проецирования, а затем выполняем поиск первой записи в списке с помощью значения суммированной области, которое больше случайного значения. Алгоритм выбирает треугольники в соответствии с заданной функцией распределения по суммированным значениям площадей проецирования. Результат статистики обратной функции распределения применяется к случайной переменной, равномерно распределенной в интервале $[0, 1]$. При двоичном поиске инверсия дискретной функции распределения, заданной списком распределения, может быть выполнена эффективно. Используя этот метод, выбирается выборочная точка в течение $O \log_2 n$ времени для n треугольников, если значения проецируемых площадей всех треугольников известны. Для оценки значений площади проецирования сцена делится на группы треугольников, показывающих аналогичный коэффициент проекции. Группы выбираются динамически от предвычисленной иерархии групп треугольников. Для каждой выбранной группы, определяется количество опорных точек, которые она должна получить. Определяется с помощью произведения проекции площади всех треугольников в группе и верхней границы для проекционного фактора этой группы. Это гарантирует, что плотность выбора не падает ниже минимальной плотности образца. Для каждой группы список рассылки хранится в соответствии с проекционной площадью треугольников, используемых для выбора опорных точек. Разделение сцены на группы должно связывать три фактора, так как суммарный коэффициент проекции является произведением трех независимых величин: коэффициента глубины $\frac{1}{z^2}$, коэффициента ориентации $\cos \alpha$ и искажения в направлении границ изображения $\frac{1}{\cos \beta}$. Влияние искажения на фактор проекции довольно мало. Для типичного значения максимального угла зрения оно может быть проигнорировано. Остается связать лишь два других фактора. Строим восьмеричное дерево для треугольников сцены на шаге предварительного вычисления. Каждый узел дерева имеет габаритный ящик. Треугольники, которые пересекают сетку восьмеричного дерева, хранятся в наименьшем внутреннем узле, и имеют габаритный ящик, который полностью содержит треугольник. Каждый узел восьмеричного дерева содержит список распределения значений не проецируемых площадей всех треугольников, содержащихся в этом узле. Внутренние узлы получают свой список в виде объединения дочерних списков и списков собственных треугольников в фиксированном порядке. В общей сложности необходим только один список, хранящий все значения суммированной области. Узлы размечают свою часть списка с помощью указателей на их участках. Таким образом, общий объем хранящихся данных составляет $O(n)$, где n - число треугольников. Предварительное вычисление может быть выполнено за время $O(n \log_2 n)$.

Когда наблюдатель перемещается в новое положение, выбирается массив восьмеричного дерева. Алгоритм рекурсивно пересекает восьмеричное дерево от корня. Рекурсия выбирает все пересеченные узлы, для которых отношение между минимальным и максимальным коэффициентами глубины не больше заданного постоянного значения. Можно показать, что время обхода восьмеричного дерева определяется соотношением между наименьшим и максимально возможным значением

глубины в сцене. Таким образом, оно всегда ограничено отношением расстояния передней плоскости отсечения к диаметру сцены. Логарифмический рост числа доменов в дереве позволяет обрабатывать очень большие сцены без значительных затрат на обработку поля.

Динамическая версия структуры данных для выборки может быть получена путем применения некоторых незначительных изменений к статическому варианту данных. Основная проблема в том, что список рассылки хранения накопленных значений площади не может быть эффективно обновлен. Можно заменить динамически сбалансированное дерево поиска для списка рассылки. Это приводит к динамическому времени обновления $O(t)$ с t , обозначающим высоту пространственного восьмеричного дерева при сохранении времени выборки $O \log_2 n$, как в статическом случае. Если сцена состоит из однородных объектов, распределенных, по крайней мере, в одном пространственном измерении, накладные расходы на поддержание дополнительного динамически сбалансированного дерева поиска могут быть незначительными. Для таких сцен само восьмеричное дерево относительно хорошо сбалансировано, и его можно использовать как «дерево распределения».

Функционально заданные объекты

Для описания поверхностей используются функции отклонения (второго порядка) от базовой квадрики [16]. Функция задается алгебраическим неравенством второй степени с тремя неизвестными x, y, z в виде $F(x, y, z) \geq 0$. Поверхности рассматриваются как замкнутые подмножества Евклидова пространства, определяемые описывающей функцией $F(x, y, z) \geq 0$. Где F – непрерывная вещественная функция; x, y, z – задаваемая координатными переменными точка в E^3 . Здесь $F(x, y, z) > 0$ задает точки внутри поверхности, $F(x, y, z) = 0$ – точки на границе и $F(x, y, z) < 0$ – точки, лежащие снаружи и не принадлежащие поверхности.

Алгебраическим неравенством второй степени (с тремя неизвестными x, y, z) называется всякое неравенство вида:

$$F(x, y, z) = A_{11}x^2 + A_{22}y^2 + A_{33}z^2 + A_{12}xy + A_{13}xz + A_{23}yz + A_{14}x + A_{24}y + A_{34}z + A_{44} \geq 0, \quad (1)$$

где x, y и z – пространственные переменные.

Можно записать это неравенство в матричном виде:

$$(x \ y \ z \ 1) \begin{pmatrix} 2A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{12} & 2A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{13} & A_{23} & 2A_{33} & A_{34} \\ A_{14} & A_{24} & A_{34} & 2A_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \geq 0. \quad (2)$$

Поверхности генерируются с помощью квадрик и представляются композицией базовой квадрики и возмущений:

$$F'(x, y, z) = F(x, y, z) + \sum_{i=1}^N f_i R_i(x, y, z), \quad (3)$$

где f_i - форм-фактор; $R(x, y, z)$ – возмущение:

$$R_i(x, y, z) = \begin{cases} Q_i^3(x, y, z), & \text{if } Q_i(x, y, z) \geq 0; \\ 0, & \text{if } Q_i(x, y, z) < 0; \end{cases} \quad (4)$$

где $Q(x, y, z)$ – возмущающая квадратика.

Геометрическая модель создаёт условия для конструирования объектов и их композиций различной сложности. Для этого используется множество геометрических операций Φ , определяемое математически следующим образом [16]:

$$\Phi_j : M^1 + M^2 + \dots + M^n \rightarrow M. \quad (5)$$

Для формирования моделей сложных объектов на базе функций возмущения используются теоретико-множественные, осуществляемые с применением булевых операций объединения и пересечения. Бинарная операция ($n=2$) (5) объектов G_1 и G_2 означает операцию $G_3 = \Phi_j(G_1, G_2)$ с определением:

$$f_3 = \psi(f_1(x, y, z), f_2(x, y, z)) \geq 0, \quad (6)$$

где ψ – непрерывная вещественная функция двух переменных.

Выводы

Так как метод генерирует опорные точки «на лету» из первоначального геометрического описания сцены, сцену можно отображать с произвольных точек зрения. Из-за накладных расходов генерация опорных точек «на лету» выполняется медленнее, чем рендеринг предварительно вычисленных наборов точек. Используется схема кэширования, чтобы избежать этих накладных расходов. Наборы выборок с низким коэффициентом передискретизации создаются динамически. Они могут быть повторно использованы для нескольких кадров. Предлагаемое представление сцены позволяет динамические ввод и удаления объектов. В этой работе представлен метод рендеринга с учетом выходных данных. Основная идея метода заключается в генерации изображения сцены путем ее реконструкции из динамически выбранного набора случайных точек выборки поверхности. Опорные точки представляют сложную геометрию сцены, поэтому не каждый треугольник должен обрабатываться отдельно во время рендеринга. Логарифмический рост времени рендеринга позволяет отображать сцены высокой сложности (рис. 1).



Рис. 1. Сцена, состоящая из 5×10^6 треугольников и функционально заданного объекта.

Метод реалізований на C++, використовується OpenGL з розширеннями nVidia для рендерингу. Метод був реалізований з використанням центрального процесора Intel Core2 CPU E8400 3.0 GHz і графічного процесора GPU 470 GTX.

Список использованной литературы

1. Вяткин С. И., Романюк О. В., Обидник М. Д. Особенности полигонального моделирования в системах компьютерной графики. *Современные проблемы радиоэлектроники, телекоммуникаций и приборостроения СПРТП–2009*: материалы IV Международной научно-технической конференции. (Винница, 8–10 октября 2009 г.). Винница, 2009. С. 24.
2. Вяткин С. И., Романюк А. Н., Костюкова Н. С. Базы данных и моделирующие комплексы для систем визуализации реального времени. *Информационные технологии и информационная безопасность в науке, технике и образовании*: материалы Международной научно-практической конференции. (Севастополь, 5–10 сентября 2011 г.). Севастополь, 2011. С. 156–157.
3. Gortler S., Grzeszczuk R., Szeliski R., Cohen M. The Lumigraph. Proceedings of the *SIGGRAPH '96: 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. (New Orleans, August 4-9, 1996). New York: Association for Computing Machinery, 1996. P. 43–54.
4. Shade J., Gortler S., He L., Szeliski R. Layered Depth Images. Proceedings of the *SIGGRAPH '98: 25th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. (Orlando, July 19-24, 1998). New York: Association for Computing Machinery, 1998. P. 231–242.
5. Levoy M., Hanrahan P. Light Field Rendering. Proceedings of the *SIGGRAPH '96: 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. (New Orleans, August 4-9, 1996). New York: Association for Computing Machinery, 1996. P. 31–42.
6. Shade J., Lischinski D., Salesin D., DeRose T., Snyder J. Hierarchical Image Caching for Accelerated Walkthroughs of Complex Environments. Proceedings of the *SIGGRAPH '96: 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. (New Orleans, August 4-9, 1996). New York: Association for Computing Machinery, 1996. P. 75–82.
7. Schaufler G. Per-Object Image Warping with Layered Impostors. Proceedings of the *SIGGRAPH '98: 25th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. (Orlando, July 19-24, 1998). New York: Association for Computing Machinery, 1998. P. 145–156.
8. Levoy M., Whitted T. The Use of Points as a Display Primitive. North Carolina : University of North Carolina at Chapel Hill, 1985. 19 p. (Technical report 85-022).
9. Вяткин С. И. Моделирование неоднородностей при визуализации атмосферных эффектов. *Вестник компьютерных и информационных технологий*. 2016. № 7. С. 9–14.
10. Vyatkin S., Romaniuk S., Romaniuk O. Visualization of 3D-amorphous Objects Using Free Forms. *Електротехнічні та комп'ютерні системи*. 2015. № 19 (95). С. 227–230.
11. Вяткин С. И., Романюк А. Н., Поддубецкая М. П. Анимация трехмерных объектов. *Измерительная и вычислительная техника в технологических процессах*. 2013, № 1 (42). С. 207–211.
12. Vyatkin S. I., Romanyuk A.N., Pavlov S. V., Moskovko M. V., Askarova N., Sagymbekova A., Wojcik W., Kotyra A. Fast Ray Casting of Function-Based Surfaces. *Przegląd Elektrotechniczny*. 2017. № 5. P. 83–86. DOI:10.15199/48.2017.05.16

13. Grossman J., Dally W. Point Sample Rendering. Proceedings of the *Rendering Techniques '98: Eurographics Workshop in Vienna*. (Vienne, June 29 – July 1, 1998). Vienne: Springer, 1998. P. 181–192.
14. Rusinkiewicz S., Levoy M. Qsplat: A Multiresolution Point Rendering System for Large Meshes. Proceedings of the *SIGGRAPH '00: 27th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. (New Orleans, July 23-28, 2000). New York: ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 2000. P. 343–352.
15. Pfister H., Zwicker M., J. van Baar, Gross M. Surfels: Surface Elements as Rendering Primitives. Proceedings of the *SIGGRAPH '00: 27th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. (New Orleans, July 23-28, 2000). New York: ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 2000. P. 335–342.
16. Vyatkin S. I. Complex Surface Modeling Using Perturbation Functions, *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. 2007. Vol. 43. Issue 3. P. 226–231.

References

1. Vyatkin, S. I., Romanyuk, O. V., & Obidnik, M. D. (2009). Osobennosti poligonal'nogo modelirovaniya v sistemakh komp'yuternoy grafiki. Proceedings of the *Sovremennyye problemy radioelektroniki, telekommunikatsiy i priborostroyeniya SP RTP–2009: materialy IV Mezhdunarodnoy nauchno-tehnicheskoy konferentsii*. (Vinnitsa, October 8–10, 2009), Vinnitsa, pp. 24.
2. Vyatkin, S. I., Romanyuk, A. N., & Kostyukova, N. S. (2011). Bazy dannykh i modeliruyushchiye komplekсы dlya sistem vizualizatsii real'nogo vremeni. Proceedings of the *Informatsionnyye tekhnologii i informatsionnaya bezopasnost' v nauke, tekhnike i obrazovanii: materialy Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii*, (Sevastopol', September 5–10, 2011), Sevastopol, pp. 156–157.
3. Gortler, S., Grzeszczuk, R., Szeliski, R., & Cohen, M. (1996). The Lumigraph. Proceedings of the *SIGGRAPH '96: 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. (New Orleans, August 4-9, 1996). New York: Association for Computing Machinery, pp. 43–54.
4. Shade, J., Gortler, S., He, L., & Szeliski, R. (1998). Layered Depth Images. Proceedings of the *SIGGRAPH '98: 25th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. (Orlando, July 19-24, 1998). New York: Association for Computing Machinery, pp. 231–242.
5. Levoy, M., & Hanrahan, P. (1996). Light Field Rendering. Proceedings of the *SIGGRAPH '96: 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. (New Orleans, August 4-9, 1996). New York: Association for Computing Machinery, pp. 31–42.
6. Shade, J., Lischinski, D., Salesin, D., DeRose, T., & Snyder, J. (1996). Hierarchical Image Caching for Accelerated Walkthroughs of Complex Environments. Proceedings of the *SIGGRAPH '96: 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. (New Orleans, August 4-9, 1996). New York: Association for Computing Machinery, pp. 75–82.
7. Schaufler, G. (1998). Per-Object Image Warping with Layered Impostors. Proceedings of the *SIGGRAPH '98: 25th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. (Orlando, July 19-24, 1998). New York: Association for Computing Machinery, pp. 145–156.
8. Levoy, M., & Whitted, T. (1985). The Use of Points as a Display Primitive. North Carolina : University of North Carolina at Chapel Hill. (Technical report 85-022).
9. Vyatkin, S. I. (2016). Modelirovaniye neodnorodnostey pri vizualizatsii atmosferykh

- effektov. *Vestnik komp'yuternykh i informatsionnykh tekhnologiy*. **7**, 9–14.
10. Vyatkin, S., Romaniuk, S., & Romaniuk, O. (2015). Visualization of 3D-amorphous objects using free forms. *Elektrotekhnicheskiye i komp'yuternyye sistemy*. **19** (95), 227–230.
 11. Vyatkin, S. I., Romanyuk, A. N., & Poddubetskaya, M. P. (2013). Animatsiya trekhmernykh ob'yektov. *Izmeritel'naya i vychislitel'naya tekhnika v tekhnologicheskikh protsessakh*. **1** (42), 207–211.
 12. Vyatkin, S. I., Romanyuk, A.N., Pavlov, S. V., Moskovko, M. V., Askarova, N., Sagymbekova, A., Wojcik, W., & Kotyra, A. (2017). Fast Ray Casting of Function-Based Surfaces. *Przeglad Elektrotechniczny*. **5**, 83–86. DOI:10.15199/48.2017.05.16
 13. Grossman, J., & Dally, W. (1998). Point Sample Rendering. Proceedings of the *Rendering Techniques '98: Eurographics Workshop in Vienna*. (Vienne, June 29 – July 1, 1998), Vienne: Springer, pp. 181–192.
 14. Rusinkiewicz, S., & Levoy, M. (2000). Qsplat: A Multiresolution Point Rendering System for Large Meshes. Proceedings of the *SIGGRAPH '00: 27th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. (New Orleans, July 23-28, 2000). New York: ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., pp. 343–352.
 15. Pfister, H., Zwicker, M., van Baar, J., & Gross, M. (2000). Surfels: Surface Elements as Rendering Primitives. Proceedings of the *SIGGRAPH '00: 27th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*. (New Orleans, July 23-28, 2000). New York: ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., pp. 335–342.
 16. Vyatkin, S. I. (2007). Complex Surface Modeling Using Perturbation Functions, *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*. **43**, 3, 226–231.

Вяткин Сергей Иванович – к.т.н., ст.н.с. лаборатории синтезирующих систем визуализации Института автоматизации и электротехники СО РАН, e-mail: sivser@mail.ru, ORCID: 0000-0002-1591-3588.

Романюк Александр Никифорович – д.т.н., профессор, заведующий кафедрой программного обеспечения Винницкого национального технического университета, e-mail: rom8591@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2245-3364.

Рейда Александр Николаевич – к.т.н., доцент, доцент кафедры программного обеспечения Винницкого национального технического университета, e-mail: rom8591@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8231-6268.

Романюк Оксана Владимировна – к.т.н., доцент, доцент кафедры программного обеспечения Винницкого национального технического университета, e-mail: rom8591@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0235-8615.

УДК 514.18

Е.А. ГАВРИЛЕНКО, Ю.В. ХОЛОДНЯК

Таврический государственный агротехнологический университет имени Дмитрия Моторного

А.В. НАЙДЫШ, В.А. ЛЕБЕДЕВ

Мелитопольский государственный педагогический университет имени Богдана Хмельницкого

СОЗДАНИЕ САД-МОДЕЛЕЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Технология моделирования в САД-системе предполагает формирование поверхностей на основе линейчатых каркасов. Геометрические характеристики элементов каркаса (кривых линий) определяют функциональные свойства моделируемых поверхностей. В работе предложена методика моделирования в САД-системе поверхностей сложной формы, основанная на формировании обводов, которые с заданной точностью представляют линии из определителя поверхности.

Разработанные алгоритмы позволяют определить исходный точечный ряд, принадлежащий любой кривой линии, и обеспечивают заданную точность интерполяции при формировании обвода. Созданное на основе разработанной методики программное обеспечение опробовано при моделировании функциональных поверхностей планетарно-роторного компрессора.

Модели поверхностей корпуса и ротора сформированы исходя из передаточного числа зубчатого зацепления планетарно-роторного механизма и размеров ротора. С целью увеличения производительности компрессора выполнена оптимизация рабочих поверхностей ротора. Максимальный объем рабочей камеры увеличен за счет увеличения радиуса подвижной шестерни планетарно-роторного механизма. С целью предотвращения заклинивания ротора в процессе работы компрессора был изменен контур ротора. Исходный контур сформированной окружности был заменен на обвод, интерполирующий точечный ряд, узлы которого определены по специально разработанному алгоритму. Алгоритм основан на определении взаимного расположения контура корпуса и ротора в различные моменты работы компрессора. Моделирование рабочих поверхностей компрессора потребовало формирования линейных элементов каркаса на основе точечного ряда, полученного исходя из аналитического представления кривой, и точечного ряда, полученного конструктивно.

Недостатком предложенной методики является то, что она основана на формировании только плоских обводов. Задача дальнейших исследований – интерполяция с заданной точностью точечных рядов, которые принадлежат пространственным кривым линиям.

Ключевые слова: САД-модель, каркас поверхности, плоский обвод, осцилляция, монотонное изменение дифференциально-геометрических характеристик

Є.А. ГАВРИЛЕНКО, Ю.В. ХОЛОДНЯК

Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного

А.В. НАЙДИШ, В.О. ЛЕБЕДЕВ

Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького

СТВОРЕННЯ САД-МОДЕЛЕЙ ПОВЕРХОНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ СПЕЦІАЛІЗОВАНОГО ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

Технологія моделювання в САД-системі передбачає формування поверхонь на основі лінійчатих каркасів. Геометричні характеристики елементів каркаса (кривих

ліній) визначають функціональні властивості поверхонь, що моделюються. В роботі запропонована методика моделювання в CAD-системі поверхонь складної форми, яка основана на формуванні обводів, які з заданою точністю представляють лінії з визначника поверхні.

Розроблені алгоритми дозволяють визначити вихідний точковий ряд, який належить будь-якій кривій лінії, та забезпечують задану точність інтерполяції при формуванні обводу. Створене на основі розробленої методики спеціалізоване програмне забезпечення випробувано при моделюванні функціональних поверхонь планетарно-роторного компресора.

Моделі поверхонь корпусу та ротора сформовані виходячи з передавального числа зубчастого зачеплення планетарно-роторного механізму та розмірів ротора. З метою збільшення продуктивності компресора виконано оптимізацію робочих поверхонь ротора. Максимальний об'єм робочої камери збільшено за рахунок збільшення радіуса рухомої шестерні планетарно-роторного механізму. З метою попередження заклинювання ротора в процесі роботи компресора був змінений контур ротора. Вихідний контур, сформованого кола було замінено на обвід, що інтерполює точковий ряд, вузли якого визначено за спеціально розробленим алгоритмом. Алгоритм заснований на визначенні взаємного розташування контуру корпусу і ротора в різні моменти роботи компресора. Моделювання робочих поверхонь компресора зажадало формування лінійних елементів каркаса на основі точкового ряду, отриманого виходячи з аналітичного представлення кривої, та точкового ряду, отриманого конструктивно.

Недоліком запропонованої методики є те, що вона заснована на формуванні тільки плоских обводів. Завдання подальших досліджень - інтерполяція із заданою точністю точкових рядів, які належать просторовим кривим лініям.

Ключові слова: CAD-модель, каркас поверхні, плоский обвід, осциляція, монотонна зміна диференціально-геометричних характеристик

Ye.A. HAVRYLENKO, Yu.V. KHOLODNIAK
Dmytro Motornyi Tavria State Agrotechnological University
A.V. NAIDYSH, V.O. LEBEDIEV

Melitopol State Pedagogical University named after Bogdan Khmelnytsky

FORMATION OF SURFACES CAD-MODELS USING SPECIALIZED SOFTWARE

The modeling technology in the CAD system involves the formation of surfaces based on linear frames. The geometric characteristics of the frame elements (curved lines) determine the functional properties of the simulated surfaces. The modeling technique in the CAD system of surfaces of complex shape, based on the formation of contours that represent lines from the surface determinant with a given accuracy is proposed in this article.

The developed algorithms make it possible to determine the initial point series that belongs to any curve of the line and provide the specified interpolation accuracy when forming the contour. The software created on the basis of the developed technique was tested in modeling the functional surfaces of a planetary rotary compressor.

Models of the surfaces of the housing and rotor are formed based on the gear ratio of the gearing of the planetary-rotor mechanism and the dimensions of the rotor. In order to increase the compressor performance, optimization of the rotor working surfaces has been performed. The maximum volume of the working chamber is increased by increasing the radius of the movable gear of the planetary-rotor mechanism. In order to prevent jamming of the rotor during compressor operation, the rotor contour was changed. The initial contour of the formed circle was replaced by a contour interpolating a point row whose nodes were

determined by a specially developed algorithm. The algorithm is based on determining the relative position of the body and rotor circuits at various times of the compressor. Modeling the compressor working surfaces required the formation of linear frame elements based on a point series obtained from the analytical representation of the curve and a point series obtained constructively.

The disadvantage of the proposed method is that it is based on the formation of only flat contours. The task of further research is the interpolation with a given accuracy of the point series that belong to spatial curved lines.

Key words: CAD model, frame of surface, plane contour, oscillation, monotonic change of differential geometric characteristics

Постановка проблемы

Изделия, ограниченные поверхностями сложной формы, обрабатываются на станках с числовым программным управлением (ЧПУ). Технология изготовления на станках с ЧПУ позволяет обрабатывать поверхности любой формы. Управляющая программа для станка с ЧПУ создается в автоматизированном режиме в САМ-системе. Исходными данными для САМ-системы является трехмерная модель изделия, которая формируется в САД-системе (SolidWorks, AutoCAD, NX CAD и другие) [1].

Точность обработки определяется точностью формирования трехмерной модели, точностью определения траектории режущего инструмента САМ-системой и точностью, с которой станок выполняет запрограммированные операции [2].

Корректное формирование трехмерной модели – необходимое условие качественного изготовления изделия. Технология моделирования в САД-системе предполагает формирование поверхностей на основе линейчатых каркасов [3,4]. Геометрические характеристики кривых линий – элементов каркаса определяют функциональные свойства моделируемых поверхностей. Необходимые свойства многих поверхностей обеспечиваются применением в качестве элементов каркаса определенных кривых линий. Это могут быть эвольвенты, трохойды, кривые, которые не имеют аналитического представления и формируются на основе алгоритма.

Существующие САД-системы используют ограниченный набор кривых линий. У большинства САД-систем это прямая линия, кривые второго порядка, В-сплайн. При использовании линий, которые САД-система не формирует, линии заменяются составной кривой. Участки составной кривой формируются кривыми из библиотеки САД-системы. Главное условие формирования составных кривых в САД-системе – обеспечение необходимой точности представления исходных элементов каркаса. Средства, которые позволяют контролировать выполнение указанного условия, в современных САД-системах отсутствуют.

Разработка автоматизированных технологий моделирования сложных функциональных поверхностей на основе кривых линий, которые не содержатся в библиотеках САД-систем – актуальная задача геометрического моделирования.

Анализ последних исследований и публикаций

Методика формирования компьютерных моделей поверхностей предложена в работах [4–7]. Модели создаются на основе каркасов, которые состоят из двух семейств линий. В первое семейство входят линии, которые описывают при своем движении поверхность (образующие линии). Линии второго семейства определяют перемещение образующей линии в пространстве (направляющие линии).

Каркас модели создается на основе определителя поверхности, в который входят образующие и направляющие линии, представленные аналитически. В работе [5] определитель включает в себя В-сплайн, в работе [4] – кривые второго порядка. Для

таких поверхностей формирование каркаса в САД-системе не требует дополнительных операций при формировании элементов каркаса.

В работе [6] определитель поверхности содержит линии, которые отсутствуют в библиотеке САД-системы (циклоида и трохоида). Линейные элементы модели формируются следующим образом: аналитически рассчитываются координаты точек, принадлежащих кривой. Полученный точечный ряд формируется в САД-системе и интерполируется В-сплайном.

В работе [7] решается задача обратного инжиниринга. Координаты точек, на основании которых формируются линейные элементы модели, замеряются на поверхности реальных изделий. Элементы модели формируются в САД-системе интерполяцией точечного ряда В-сплайном.

В работах [8–9] предложена методика представления плоских и пространственных траекторий перемещения режущего инструмента сопровождающей ломаной линией или коробовой линией окружностей. Траектория формируется на основе точечного ряда, который принадлежит поверхностям трехмерной компьютерной модели, полученной в САД-системе.

Точность представления исходной кривой обводом зависит от числа узлов интерполяции, которые назначены на исходной кривой. В САД-системе кривая, интерполирующая точечный ряд, может быть сформирована в ручном режиме. Например, при формировании В-сплайна на экране монитора с помощью мыши указывается последовательность узловых точек обвода. Приложения, позволяющие формировать обводы точечных рядов в автоматизированном режиме, в современных САД-системах отсутствуют. Ручной режим ограничивает число исходных узлов, а значит и точность представления линий обводом. Оценка точности, с которой сформированные в САД-системе линии представляют теоретические траектории, - одна из проблем моделирования поверхностей.

Способ определения максимальной абсолютной погрешности, с которой сформированный обвод представляет исходную кривую, предложен в работах [10–11]. Погрешность интерполяции определяется на основании области возможного расположения кривой линии с известными геометрическими свойствами. Для плоских кривых линий такое свойство - это направление возрастания радиусов кривизны вдоль кривой. Для пространственных кривых - это ход кривой, направление возрастания радиусов кривизны и радиусов соприкасающихся сфер. Область возможного расположения участков исходной кривой и обвода, интерполирующего принадлежащий кривой точечный ряд, определяется расстоянием между точками, ограничивающими участок.

Решение задачи использования в САД-системе любых кривых линий, заданных аналитически или конструктивно - важный этап разработки технологии создания управляющей программы для станка с ЧПУ.

Цель исследования

Целью исследования является разработка методики формирования компьютерных моделей сложных поверхностей на основе каркаса, состоящего из кривых линий, которые отсутствуют в библиотеках САД-систем.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- разработать алгоритмы формирования обводов с заданной точностью представляющие кривые линии, заданные аналитически или конструктивно, которые являются линейными элементами определителя поверхности;

- разработать программное обеспечение для автоматизированного формирования в САД-системе каркасов, состоящих из обводов, представляющих линейные элементы определителя поверхности;
- испытать разработанную методику при формировании функциональных поверхностей планетарно-роторного компрессора.

Изложение основного материала исследования

Алгоритм, позволяющий определить область возможного расположения кривой линии, основан на контроле возникновения осцилляции (перемена выпуклости-вогнутости) на ее участках [11]. Для выпуклой кривой, в каждой точке которой существует единственное положение касательной, любой участок располагается внутри треугольника, который будем называть базисным. Базисный треугольник (БТ) ограничен хордой, соединяющие точки, принадлежащие кривой, и касательными к кривой в этих точках.

Любой обвод, интерполирующий точечный ряд, назначенный на выпуклой кривой, на участках которого не происходит перемены выпуклости-вогнутости, располагается внутри последовательности БТ с вершинами в узловых точках обвода. Высоту БТ наибольшей длины можно принять за максимальную абсолютную погрешность интерполяции.

В случае, когда исходные точки обвода определены на неизвестной кривой, касательные к обводу определяются исходя из ее предполагаемых свойств. Этим свойством является направление возрастания радиусов кривизны вдоль кривой. Направление возрастания радиусов определяется на основе прилегающих окружностей, проходящих через три последовательные точки ряда. Направление возрастания вдоль кривой радиусов прилегающих окружностей и радиусов кривизны совпадает. Касательная к обводу определяется как среднее положение касательных к двум прилегающим окружностям, проходящим через данную точку.

На основе указанного алгоритма разработана технология автоматизированного формирования линий в САД-системе SolidWorks. На первом этапе определяются координаты точек, принадлежащих выпуклому участку моделируемой кривой и последовательность БТ, сформированных на их основе. Условие формирования точечного ряда – максимальная высота БТ не превышает допустимую абсолютную погрешность формирования линии в САД-системе.

Для расчетов координат узлов ДПК используется среда Maple. Координаты полученных точек в автоматическом режиме записываются в текстовые файлы.

На втором этапе выполняется формирование линии в SolidWorks. Программа для формирования линий написана в среде Delphi 10.2. С использованием инструмента API (Application Program Interface) программа интегрирована с САД-системой – SolidWorks. Исходными данными для работы программы являются текстовые файлы с координатами точек, которые рассчитаны в Maple. Программа автоматически создает В-сплайн, который интерполирует исходный точечный ряд. На основе полученной сплайновой кривой с помощью стандартных функций SolidWorks строится компьютерная модель поверхности.

Разработанная технология применена для моделирования функциональных поверхностей планетарно-роторного компрессора.

Схема работы компрессора показана на рис. 1. Компрессор состоит из корпуса (1) и ротора (2). При обкатывании шестерней (3), которая соединена с ротором, неподвижной шестерни (4), которая соединена с корпусом, ротор совершает планетарное вращение внутри корпуса. Вершины ротора находятся в постоянном контакте с внутренней поверхностью корпуса. Поверхности ротора и корпуса

ограничивают три рабочие камеры компрессора. При вращении ротора объем рабочих камер постоянно изменяется. На рис. 1 показано положение ротора, при котором объем рабочей камеры, ограниченный стороной A , максимальный (рис. 1,а) и минимальный (рис. 1,б). Продуктивность работы компрессора определяется разностью диаметров шестерен планетарно-роторного механизма (позиции 3 и 4) и размерами ротора.

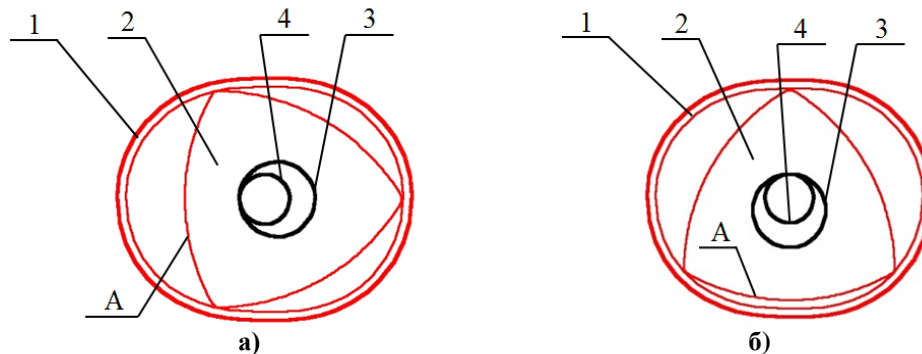


Рис. 1. Положение рабочих органов планетарно-роторного компрессора: а – при максимальном объеме рабочей камеры; б – при минимальном объеме рабочей камеры.

Рабочая поверхность корпуса представляет собой цилиндрическую поверхность, которую определяет эпитрохоида – кривая, полученная движением вершины ротора (точка A), жестко связанной расстоянием d и углом φ с окружностью радиуса R . Эта окружность катится без скольжения по зафиксированной окружности радиуса r (рис. 2, а). Соотношение между радиусом подвижной (R) и неподвижной (r) окружностей составляет $3/2$.

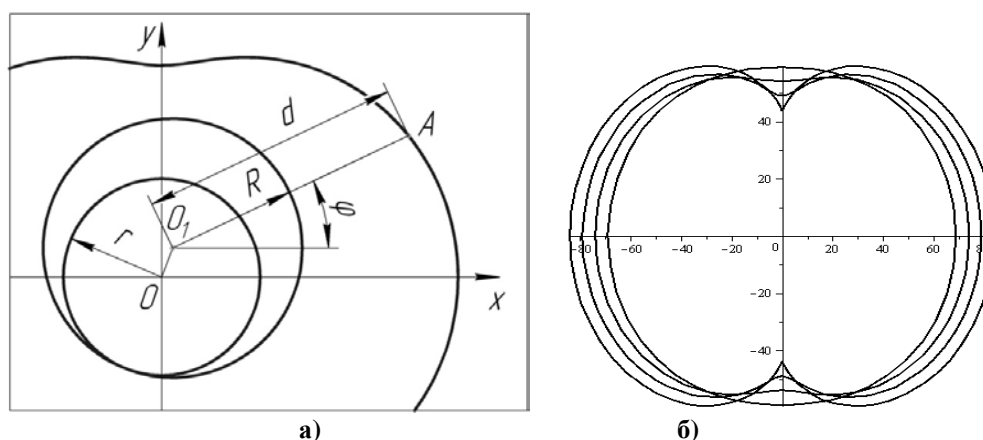


Рис. 2. Формирование профиля корпуса компрессора: а – схема образования эпитрохоиды; б – семейство эпитрохонд для различных значений R при $R/r=3/2$.

Поперечное сечение ротора – криволинейный треугольник Релло, стороны которого образуются дугами окружностей. Размеры ротора определяются расстоянием d между центром и вершиной треугольника.

При неизменном расстоянии d увеличение радиусов окружностей приводит к тому, что форма корпуса становится более вытянутой и самая узкая часть корпуса уменьшается (рис. 2, б). В результате увеличивается амплитуда колебаний ротора и разница между максимальным и минимальным объемами рабочих камер. Производительность компрессора увеличивается. При увеличении радиусов окружностей наступает момент, когда профили корпуса и ротора пересекаются (ротор заклинивается в корпусе). Для ротора с сечением в виде треугольника Релло, который

определяется размером $d=60$ мм максимальный из возможных радиус делительной окружности подвижной шестерни $R=23,4$ мм.

Для дальнейшего увеличения объема рабочих камер потребовалась оптимизация профиля ротора. Сторона оптимизированного профиля ротора сформирована В-сплайном, интерполирующим точечный ряд, координаты узлов которого определены конструктивно. Положение исходных точек определяется на составной кривой, участки которой формируются следующим образом. Положение исходного профиля ротора фиксируется. Контур корпуса жестко связывается с окружностью радиуса r . Эта окружность обкатывает зафиксированную окружность R , и профиль корпуса совершает планетарное движение. При этом движении определяется часть ротора, попадающая в пределы различных положений контура корпуса (рис. 3). Оптимизация формы ротора заключается в удалении указанной части.

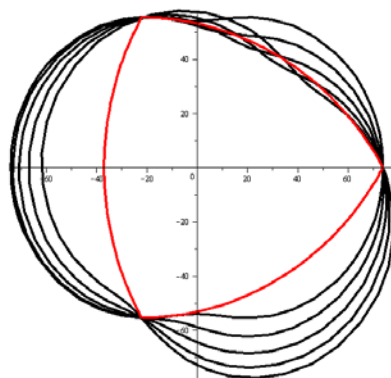


Рис. 3. Перемещение эпитроихиды относительно профиля ротора.

Для формирования исходного точечного ряда определяется последовательность положений контура ротора. Число этих положений равно количеству исходных узлов. Формируется составная кривая, каждый участок которой принадлежит эпитроихиде в одном из ее положений. Участки ограничены точками пересечения последовательных положений эпитроихид. В середине каждого участка назначается исходная точка. На основании полученного точечного ряда формируется В-сплайн, определяющий оптимизированный контур ротора.

Оптимизированные профили корпуса и ротора сформированы для радиуса подвижной окружности $R=30$ мм (делительный диаметр подвижной шестерни планетарно-роторного механизма) и расстояния $d=60$ мм (расстояние от центра тяжести сечения ротора до его вершины).

Профиль стороны ротора сформирован на основании 32 узлов, координаты которых рассчитаны по предложенной методике. Максимальная абсолютная погрешность интерполяции (δ_i) составила $3,16 \cdot 10^{-4}$ мм.

Выбранные параметры планетарно-роторной машины определили профиль корпуса в виде эпитроихиды, которая определяется уравнениями:

$$\begin{cases} x = 10 \cos \varphi + 60 \cdot \cos \frac{\varphi}{3}, \\ y = 10 \sin \varphi + 60 \cdot \sin \frac{\varphi}{3}. \end{cases} \quad (1)$$

На полученной кривой рассчитано положение узлов исходного точечного ряда, на основании которого сформирован В-сплайн – линейный элемент для формирования

моделі поверхності в SolidWorks. Максимальна абсолютна погрешність представлення епітрохіди (δ_i) склала $2,94 \cdot 10^{-4}$ мм.

Исходные точечные ряды, на основании которых моделируются контуры ротора и корпуса, сформированы исходя из требований необходимой точности интерполяции. Эта точность должна превышать точность, с которой станок с ЧПУ обеспечивает обработку запрограммированных траекторий. Для особо точных станков (класса С) эта точность составляет $1,6 \cdot 10^{-3}$ мм.

Трёхмерная модель изделия, созданная в САД – системе (SolidWorks), импортируется в САМ – систему (PowerMill). Импорт модели осуществляется с помощью прямых трансляторов или через нейтральные форматы iges, x_b, step, sat и другие, которые передают данные о поверхностях, ограничивающих изделие. Управляющая программа для обработки изделия на станке с ЧПУ создается с помощью стандартных функций САМ – системы.

Выводы

В работе предложена методика формирования компьютерных моделей сложных поверхностей на основе каркаса, состоящего из кривых линий, которые отсутствуют в библиотеках САД-систем.

В результате исследований получены следующие результаты.

1. Разработаны алгоритмы формирования обводов, которые с заданной точностью представляют кривые линии, заданные аналитически или конструктивно. Сформированные обводы используются в САД-системе качестве линейных элементов модели поверхностей.

2. Разработано программное обеспечение для автоматизированного формирования в САД-системе обводов, представляющих кривые линии из определителя поверхности. Обводы используются для создания линейчатых каркасов, на основании которых с помощью стандартных функций САД-системы формируется модель поверхности.

3. Разработанная методика опробована при моделировании функциональных поверхностей планетарно-роторного компрессора. Выполнена оптимизация формы профилей корпуса и ротора компрессора с целью увеличения его производительности. Модели поверхностей получены исходя из передаточного числа зубчатого зацепления $3/2$, расстояния от центра поперечного сечения ротора до его вершины $d=60$ мм. Радиус делительной окружности подвижной шестерни увеличен с $R=23,4$ мм у исходной модели до $R=30$ мм. Показатели сравнивались с характеристиками традиционной модели планетарно-роторного компрессора, у которой ротор выполнен в форме треугольника Релло. У исходной конструкции разность между максимальным и минимальным объемами рабочей камеры составляет 302600 мм^3 , а после оптимизации разность объемов увеличилась до 345400 мм^3 .

Список використаної літератури

1. Light R., Gossard D. Modification of Geometric Models through Variational Geometry. *Computer Aided Design*. 1982. Vol. 14. № 4. P. 209–214.
2. Czerech L., Kaczynski R., Werner A. Machining Error Compensation for Objects Bounded by Curvilinear Surfaces. *Acta Mechanica et Automatica*. 2012. Vol. 6. P. 26–30.
3. Короткий В. А., Усманова Е. А., Хмарова Л. И. Компьютерное моделирование кинематических поверхностей. *Геометрия и графика*. 2016. Т.3. № 4. С.19–26.
4. Chekalin A. A., Reshetnikov M. K., Shpilev V. V., Borodulina S. V. Design of Engineering Surfaces Using Quartic Parabolas. *Proceedings of the Innovative*

- Technologies in Engineering: VIII International Scientific Practical Conference.* (Russian Federation, Yurga, May 18-20, 2017), Bristol: Institute of Physics Publishing, 2017. Vol. 221. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 8 p. DOI:10.1088/1757-899X/221/1/012015.
5. Pérez-Arribas F., Pérez-Fernández R. A B-spline Design Model for Propeller Blades. *Advances in Engineering Software*. 2018. Vol. 118. P. 35–44.
 6. Lai T.-S. Design and Machining of the Epicycloid Planet Gear of Cycloid Drives. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2006. Vol. 28. P. 665–670.
 7. Saini D., Kumar S., Gulati T. R. NURBS-Based Geometric Inverse Reconstruction of Free-Form Shapes. *Journal of King Saud University – Computer and Information Sciences*. 2017. Vol. 29. № 1. P. 116–133.
 8. Zhang Y., Ye P., Wu J., Zhang H. An Optimal Curvature-Smooth Transition Algorithm with Axis Jerk Limitations along Linear Segments. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2018. Vol. 95. P. 875–888.
 9. Pessoles X., Landon Y., Rubio W. Kinematic Modelling of a 3-Axis NC Machine Tool in Linear and Circular Interpolation. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2010. Vol. 47. P. 639–655.
 10. Холодняк Ю. В., Дмитриев Ю. А. Формирование одномерных обводов с закономерным изменением кривизны. *Динамика систем, механизмов и машин*. 2014. № 3. С. 241–243.
 11. Havrylenko Y., Kholodniak Y., Vershkov O., Naidysh A. Development of the method for the formation of one-dimensional contours by the assigned interpolation accuracy. *Eastern-European Journal of Enterprise Technology*. 2018. Vol. 1. № 4(91). P. 76–82.

References

1. Light, R. & Gossard, D. (1982). Modification of Geometric Models through Variational Geometry. *Computer Aided Design*. **14**, 4, 209–214.
2. Czerech, L., Kaczynski, R. & Werner, A. (2012). Machining Error Compensation for Objects Bounded by Curvilinear Surfaces. *Acta Mechanica et Automatica*. **6**, 26–30.
3. Korotkiy, V. A., Usmanova, E. A. & Hmarova, L. I. (2016). Компьютерное моделирование кинематических поверхностей. *Геометрија и графика*. **3**, 4, 19-26.
4. Chekalin A. A., Reshetnikov M. K., Shpilev V. V, Borodulina S. V. (2017). Design of Engineering Surfaces Using Quartic Parabolas. Proceedings of the *Innovative Technologies in Engineering: VIII International Scientific Practical Conference.* (Russian Federation, Yurga, May 18-20, 2017), Bristol: Institute of Physics Publishing. Vol. 221. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. DOI:10.1088/1757-899X/221/1/012015.
5. Pérez-Arribas, F. & Pérez-Fernández, R. (2018). A B-Spline Design Model for Propeller Blades. *Advances in Engineering Software*. **118**, 35–44.
6. Lai, T.-S. (2006). Design and Machining of the Epicycloid Planet Gear of Cycloid Drives. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. **28**, 665–670.
7. Saini, D., Kumar, S. & Gulati, T.R. (2017). NURBS-Based Geometric Inverse Reconstruction of Free-Form Shapes. *Journal of King Saud University – Computer and Information Sciences*. **29**, 1, 116–133.
8. Zhang, Y., Ye, P., Wu, J. & Zhang, H. (2018) An Optimal Curvature-Smooth Transition Algorithm with Axis Jerk Limitations along Linear Segments. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. **95**, 875–888.

9. Pessoles, X., Landon, Y. & Rubio, W. (2010). Kinematic Modelling of a 3-Axis NC Machine Tool in Linear and Circular Interpolation. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. **47**, 639–655.
10. Holodnyak Yu.V. & Dmitriev Yu.A. (2016). Formirovanie odnomernyih obvodov s zakonomernym izmeneniyem krivizny. *Dinamika sistem, mehanizmov i mashin*. **3**, 241–243.
11. Havrylenko, Y., Kholodniak, Y., Vershkov, O. & Naidysh, A. (2018). Development of the method for the formation of one-dimensional contours by the assigned interpolation accuracy. *Eastern-European Journal of Enterprise Technology*. **1**, 4(91), 76–82.

Гавриленко Євген Андрійович – к.т.н., доцент, доцент кафедри технічної механіки та комп'ютерного проектування імені професора В.М. Найдиша Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного, e-mail: eagavrilenko15@gmail.com, ORCID: 0000-0003-4501-445X.

Холодняк Юлія Володимирівна – к.т.н., старший викладач кафедри технічної механіки та комп'ютерного проектування імені професора В.М. Найдиша Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного, e-mail: yuliya.kholodnyak@tsatu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-8966-9269.

Найдиш Андрій Володимирович – д.т.н., професор, завідувач кафедри прикладної математики та інформаційних технологій Мелітопольського державного педагогічного університету імені Богдана Хмельницького, e-mail: nav1304@ukr.net, ORCID: 0000-0003-4057-7085.

Лебедєв Володимир Олександрович – к.т.н., доцент, доцент кафедри прикладної математики та інформаційних технологій Мелітопольського державного педагогічного університету імені Богдана Хмельницького, e-mail: nevsdzer253@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9563-621X.

УДК 004.91 + 81'32

К.С. ГАЙДУК, О.Г. ШЕВЧЕНКО, В.А. СВЯТНИЙ
Донецкий национальный технический университет МОН Украины

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИЗВЛЕЧЕНИЯ КОНЦЕПТОВ И ПОНЯТИЙ НА ОСНОВАНИИ МЕР АССОЦИАЦИИ

В работе представлены результаты оценки качества двоичной классификации пар слов (биграмм) на основании различных мер ассоциации, в ходе которой выполнялось разделение биграмм на классы «концепты и понятия» и «прочие биграмм». Показано, что обычное ранжирование объектов на основании значений меры ассоциации, с последующим применением пороговой фильтрации (либо отбором фиксированного количества первых элементов сортированного списка), позволяет получить лишь некоторую вершину рейтинга, но не позволяет достичь эффективного решения задачи классификации.

Предложенный авторами подход основан на пороговой фильтрации не значений меры ассоциации, но вероятности принадлежности биграммы классу «концепты и понятия» при заданном значении меры ассоциации. Указанная вероятность рассчитывается на основании значений функций плотности вероятности (ФПВ), соответствующих распределением меры ассоциации как случайной величины в обоих классах. Построение эмпирических ФПВ выполнено посредством анализа размеченной обучающей выборки.

Определение порогового значения вероятности сведено к решению одномерной задачи оптимизации, в ходе которой максимизируется отношение количества объектов, идентифицированных как «концепты и понятия», к количеству объектов, отнесенных к классу «прочие биграмм». Определение характера статистического распределения большинства рассмотренных мер ассоциации вызывает затруднение (отклонение нулевой гипотезы для основных известных распределений по итогам χ^2 -теста), в силу чего была использована аппроксимация ФПВ методом окна Парзена-Розенблатта. Подобное решение позволило существенно увеличить качество классификации (прирост F_1 -меры до 58% для отдельных мер ассоциации).

Выполненный корреляционный анализ мер ассоциации позволил выделить два кластера: меры, ориентированные на силу связи в коллокации, и меры, ориентированные на частоту встречаемости коллокации. Функция логарифмического правдоподобия и критерий Стьюдента примерно в равной степени учитывают оба указанных фактора.

Установлено, что применение функции логарифмического правдоподобия (как меры ассоциации), совместно с предложенным алгоритмом пороговой фильтрации, позволяет достичь классификации с единичным значением F_1 -меры (по данным, полученным для использованных обучающей и тестовой выборки).

Ключевые слова: выделение понятий и концептов; коллокации; меры ассоциации; классификация; функция логарифмического правдоподобия; метод KDE.

К.С. ГАЙДУК, О.Г. ШЕВЧЕНКО, В.А. СВЯТНИЙ
Донецкий національний технічний університет МОН України

ОЦІНКА ТОЧНОСТІ ВИДІЛЕННЯ КОНЦЕПТІВ І ПОНЯТЬ НА ОСНОВІ МІР АСОЦІАЦІЇ

В роботі наведено результати оцінки якості двійкової класифікації пар слів (біграм) на підставі різних мір асоціації, в ході якої виконувався поділ біграм на класи

«концепти і поняття» та «інші біграми». Показано, що звичайне ранжування об'єктів на підставі значень мір асоціації, з подальшим застосуванням порогової фільтрації (або відбором фіксованої кількості перших елементів сортованого списку), дозволяє отримати лише деяку верхню рейтинг, але не дозволяє досягти ефективного вирішення задачі класифікації.

Запропонований авторами підхід заснований на пороговій фільтрації не значень міри асоціації, але ймовірності приналежності біграми класу «концепти і поняття» при заданому значенні міри асоціації. Вказана ймовірність розраховується на підставі значень функцій густини ймовірності (ФГЙ), що відповідають розподілам міри асоціації як випадкової величини в обох класах. Побудову емпіричних ФГЙ виконано шляхом аналізу розміченої навчальної вибірки.

Визначення порогового значення ймовірності зведено до вирішення одновимірної задачі оптимізації, в ході якої максимізується відношення кількості об'єктів, ідентифікованих як «концепти і поняття», до кількості об'єктів, віднесених до класу «інші біграми». Визначення характеру статистичного розподілу більшості розглянутих мір асоціації викликає труднощі (відхилення нульової гіпотези для основних відомих розподілів за результатами χ^2 -тесту), з урахуванням чого було використано апроксимацію ФГЙ методом вікна Парзена-Розенблатта. Подібне рішення дозволило істотно збільшити якість класифікації (приріст F_1 -міри до 58% для окремих мір асоціації).

Виконаний кореляційний аналіз мір асоціації дозволив виділити два кластери: міри, орієнтовані на силу зв'язку в колокації, та міри, орієнтовані на частоту зустрічаємості колокації. Функція логарифмічної правдоподібності та критерій Стьюдента приблизно в рівній мірі враховують обидва зазначені чинники.

Встановлено, що застосування функції логарифмічної правдоподібності (як міри асоціації), спільно із запропонованим алгоритмом порогової фільтрації, дозволяє досягти класифікації з одиничним значенням F_1 -міри (за даними, отриманими для використаних навчальної та тестової вибірок).

Ключові слова: виділення понять та концептів; колокації; міри асоціації; класифікація; функція логарифмічної правдоподібності; метод KDE.

K.S. HAIDUK, O.H. SHEVCHENKO, V.A. SVIATNYI
Donetsk National Technical University MES of Ukraine

ASSESSMENT OF THE ACCURACY OF NOTION AND CONCEPT EXTRACTION BASED ON MEASURES OF ASSOCIATION

The paper presents the results of assessing the quality of the binary classification of pairs of words (bigrams) on the basis of various measures of association, during which the bigrams were divided into classes 'concepts and notions' and 'other bigrams'. It is shown that the usual ranking of objects based on the values of the association measure, followed by the use of threshold filtering (or selection of a fixed number of the first elements of the sorted list), allows you to get only a certain top of the rating, but does not allow you to achieve an effective solution to the classification problem.

The approach proposed by the authors is based on the threshold filtering not of the values of the association measure, but the probability of the bigram belonging to the class 'concepts and notions' for a given value of the association measure. The indicated probability is calculated based on the values of the probability density functions (PDFs) corresponding to the distributions of the association measure as a random variable in both classes. The construction of empirical PDFs was performed by analyzing the labeled training sample.

Determination of the threshold value of the probability is reduced to solving a one-dimensional optimization problem, during which the ratio of the number of objects identified as 'concepts and notions' to the number of objects classified as 'other bigrams' is maximized. Determination of the nature of the statistical distribution of most of the considered association measures is difficult (rejection of the null hypothesis for the main known distributions based on the results of the χ^2 -test), due to which the PDF was approximated by the Parzen-Rosenblatt window method. Such a solution made it possible to significantly increase the quality of the classification (an increase in the F_1 -measure up to 58% for certain association measures).

The performed correlation analysis of measures of association made it possible to distinguish two clusters: measures focused on the strength of connection in a collocation, and measures focused on the frequency of occurrence of collocation. The logarithmic likelihood function and Student's t test take into account both of these factors approximately equally.

It was found that the use of the log-likelihood function (as a measure of association), together with the proposed threshold filtering algorithm, makes it possible to achieve a classification with a value of the F_1 -measure equal to one (according to the data obtained for the training and test samples used).

Keywords: extraction of notions and concepts; collocations; measures of association; classification; function of logarithmic likelihood; KDE method.

Постановка проблемы

Коллокации являются важными объектами исследования компьютерной лингвистики, и представляют собой устойчивые словосочетания, состоящие из слов-коллокатов. Под устойчивостью в данном случае подразумевается ограниченное количество слов, с которыми может встречаться в паре данное, а также регулярность появления соответствующей комбинации в текстах, что делает возможным использование для выявления коллокаций статистических мер (мер ассоциации) [1]. В роли коллокаций могут выступать [2–3]: ключевые слова – слова или словосочетания, в своей совокупности обеспечивающие высокоуровневое описание содержания текста, и отражающие его тематику; понятия – отражения в мышлении объектов и явлений на основании их существенных признаков; концепты – в отличие от понятий, учитывают также несущественные признаки объектов и явлений; термины – названия понятий определенной области; именованные сущности – слова или словосочетания, обозначающие явление или предмет определенной категории; устойчивые обороты речи (описание некоторого действия или события определенными словами), идиомы и др. С учетом сказанного, возникает проблема идентификации выделенных из текста коллокаций – их интерпретации как понятий, терминов, ключевых слов и пр., что актуально для специалистов различных областей (информационный поиск, извлечение информации, инженерия знаний, лингвистика и др.) [1–2].

Меры ассоциации обладают различными возможностями в контексте выделения коллокаций того или иного вида [1–3], что широко используется для выделения ключевых слов, терминов и оборотов речи [1, 4–6], однако проблема выделения понятий и концептов на сегодняшний день всё еще остается актуальной [7–8]. Эффективным в данном контексте представляется совместное использование различных мер ассоциации, лингвистических шаблонов, систем продукций и методов машинного обучения [4, 8–10].

Анализ последних исследований и публикаций

Вопросам изучения мер ассоциации, а также их сравнительному анализу, посвящен ряд работ, среди которых [3, 6, 11–14] и др. Возможности использования

статистического и лингвистического подходов к извлечению коллокаций рассмотрены в [15]. В [8] представлен подход к извлечению концептов из текстов медицинской тематики, основанный на использовании сверточных нейронных сетей. Обширный обзор методов и алгоритмов извлечения ключевых слов приведен в [9].

Цель исследования

Целью данной работы является сравнительный анализ мер ассоциации, а также оценка качества (точность, полнота, F_1 -мера) извлечения понятий и концептов из корпуса текстов посредством бинарной классификации на основании мер ассоциации.

Изложение основного материала исследования

Меры ассоциации

Ниже рассмотрены наиболее часто встречающиеся в литературе [3, 12, 13, 15] меры ассоциации, используемые для выделения коллокаций:

Мера Дайса [1]:

$$Dice(x, y) = \frac{2f(x, y)}{f(x) + f(y)}, \quad (1)$$

где $f(x, y)$ – частота встречаемости в корпусе текстов упорядоченной пары слов x и y , $f(x)$, $f(y)$ – частоты встречаемости слов x и y соответственно (здесь и далее подразумеваются абсолютные, а не относительные значения частот).

Если слова x и y встречаются исключительно парами вида xy , то

$$f(x) = f(y) = f(x, y), \quad (2)$$

и значение меры будет максимальным: $\sup Dice(x, y) = 1$. Если слова x и y никогда не встречаются парами вида xy , то значение меры будет минимальным: $\inf Dice(x, y) = 0$. Даже если в корпусе текстов пара xy встречается лишь один раз, и выполнено условие (2), то значение меры для такой биграммы будет максимальным. Т. о., на вершине рейтинга могут быть пары сильно связанных слов (например, имя и фамилия), но не имеющих ценности в плане отражения смысла текста.

Модифицированная мера Дайса [2]:

$$Dice'(x, y) = \log_2 \left(\frac{2f(x, y)}{f(x) + f(y)} \right). \quad (3)$$

Пусть, имеется некоторое множество биграмм мощностью M , и $p(x, y) = Dice(x, y)$ - вероятность того, что биграмма xy является искомым объектом (ключевым словом, термином и пр.). В таком случае, имеем систему с M возможными состояниями, а (3) – это частная энтропия соответствующего состояния, взятая со знаком минус. Область значений: $\text{ran } Dice'(x, y) = (-\infty; 0]$.

Коэффициент взаимной информации (mutual information, MI) [1–2]:

$$MI(x, y) = \log_2 \left(\frac{f(x, y) * N}{f(x) * f(y)} \right) = \log_2 \left(\frac{f(x, y)}{f(x) * f(y)} \right) + \log_2(N), \quad (4)$$

где N – общее количество слов в корпусе.

Очевидно, что умножение на $N = \text{const}$ не имеет смысла, и дает только смещение значения меры.

Область значений функции $MI(x, y)$: $ran MI(x, y) = (-\infty; -\log_2(f(x, y))]$ (без умножения на N в числителе).

Поточечная взаимная информация (point wise mutual information, PMI) [16]:

$$PMI(x, y) = \log_2 \left(\frac{p(x, y)}{p(x) * p(y)} \right), \quad (5)$$

где $p(x) = f(x)/N$, $p(y) = f(y)/N$, а $p(x, y)$ приравнивают к $f(x, y)$ [17].

Действительно, рейтинг биграмм не зависит от делителя частоты $f(x, y)$ (единица, либо иной), однако называть частоту вероятностью, всё же, некорректно. Кроме того:

$$PMI(x, y) = \log_2 \left(\frac{f(x, y)}{\frac{f(x) * f(y)}{N}} \right) = \log_2 \left(\frac{f(x, y)}{f(x) * f(y)} N^2 \right) = \log_2 \left(\frac{f(x, y)}{f(x) * f(y)} \right) + \log_2(N^2). \quad (6)$$

Откуда следует, что рейтинги, сформированные на основании (4), и на основании (5-6), не будут отличаться.

Нормализованная поточечная информация (normalized point wise mutual information, NPMI) [16]:

$$NPMI(x, y) = \frac{\log_2 \left(\frac{p(x, y)}{p(x) * p(y)} \right)}{-\log_2(p(x, y))}, \quad (7)$$

При условии расчета $p(x, y)$ в соответствии с выражением $f(x, y)/N$, получим $ran NPMI(x, y) = (-1; 1]$, откуда и название «нормализованная».

$sup NPMI(x, y) = 1$ следует из выражения для области значений $MI(x, y)$, а $inf NPMI(x, y) = -1$ легко находится как предел:

$$\lim_{p(x, y) \rightarrow 0} \frac{\log_2 \left(\frac{p(x, y)}{p(x) * p(y)} \right)}{-\log_2(p(x, y))} = \lim_{p(x, y) \rightarrow 0} \frac{[\log_2(p(x, y)) - \log_2(p(x)) - \log_2(p(y))]'}{[-\log_2(p(x, y))]'} = \frac{\frac{1}{p(x, y) \ln 2}}{\frac{1}{p(x, y) \ln 2}} = -1. \quad (8)$$

Мера Миколова [18]:

$$m - score(x, y) = \frac{f(x, y) - \delta}{f(x) * f(y)}, \quad (9)$$

где $\delta \geq 0$ – некое пороговое целочисленное значение, позволяющее отсеивать биграммы с частотами $f(x, y) \leq \delta$.

В случае $\delta = 0$, получим $\log_2(m - score(x, y)) = MI(x, y)$.

Мера Жаккара (Жаккарда, Джаккарда) [19]:

$$K_J(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}, \quad (10)$$

где A и B – два некоторых множества.

Чем больше общих элементов содержат множества, тем выше значение меры сходства $K_J(A, B)$. $ran K_J(A, B) = [0; 1]$.

Если спроецировать (10) на задачу выделения коллокаций, то можно получить меру вида (11):

$$K'_j(x, y) = \frac{f(x) * f(y)}{f(x) + f(y)}. \quad (11)$$

В работе [20] также приведен вариант (12):

$$K'_j(x, y) = \frac{f(x, y)}{f(x) + f(y) - f(x, y)}. \quad (12)$$

Несложно заметить, что логика расчета рассмотренных мер ассоциации весьма схожа. Выражение вида $f(x) + f(y)$ можно интерпретировать как аналог вероятности появления слова x ИЛИ y (при условии несовместности x и y), выражение $f(x) * f(y)$ – как аналог вероятности совместного появления двух независимых событий x И y , $f(x) + f(y) - f(x, y)$ – как аналог вероятности $P(x$ ИЛИ $y)$ для совместных событий.

Если частоту встречаемости биграммы $f(x, y)$ рассматривать как случайную величину Z , подчиняющуюся биномиальному закону распределения [12, 15], то получим

$$Z = Bin(n, p), \quad (13)$$

где n – некое верхнее граничное значение для частоты, p – вероятность встречи биграммы xu в корпусе текстов.

Т. о., получаем интервал возможных значений случайной величины $\{0, \dots, n\}$, и соответствующее распределение вероятностей, с которыми Z может принимать значения из заданного интервала.

Если отобрать первые n биграмм из корпуса, то вероятность встречи среди них k биграмм xu будет оцениваться как

$$P(Z = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}. \quad (14)$$

На основании (14) можно построить функцию логарифмического правдоподобия [3, 12, 13, 15, 21]

$$\begin{aligned} LL(a, b, c, d) = & a \cdot \log(a + 1) + b \cdot \log(b + 1) + c \cdot \log(c + 1) + d \cdot \log(d + 1) - \\ & -(a + b) \cdot \log(a + b + 1) - (a + c) \cdot \log(a + c + 1) - \\ & -(b + d) \cdot \log(b + d + 1) - (c + d) \cdot \log(c + d + 1) + \\ & +(a + b + c + d) \cdot \log(a + b + c + d + 1), \end{aligned} \quad (15)$$

причем [11–12]

$$LL(a, b, c, d) = \frac{L(H_1)}{L(H_0)} \quad (16)$$

где a – частота заданной пары слов, b – сумма частот пар с той же левой леммой (нормализованной формой слова), c – сумма частот пар с той же правой леммой, d – сумма частот пар, отличных от a , $L(H_1)$ – вероятность гипотезы о наличии статистической связи между словами в биаграмме a , $L(H_0)$ – вероятность гипотезы об отсутствии статистической связи между словами в биграмме a .

Аппроксимируя дискретную случайную величину Z некоей непрерывной случайной величиной X с нормальным законом распределения, для оценки случайности совместного нахождения слов в биграмме, можно использовать критерий Стьюдента t [1–2]:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{s^2/n}} = \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{s^2/(N-1)}}, \quad (17)$$

где \bar{x} – выборочное среднее, s^2 – выборочная дисперсия, N – количество слов в корпусе, $n = N - 1$ – размер выборки (общее количество биграмм, а не количество уникальных биграмм), μ – генеральное среднее. Стоит отметить, что, при больших размерах корпуса ($N > 10^5$) различиями между N и n можно пренебречь.

Зная параметры биномиального распределения, можно записать:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= np = n \frac{f(x,y)}{n} = f(x,y), \\ \sqrt{\frac{s^2}{n}} &= \sqrt{\frac{npq}{n}} = \sqrt{pq} = \sqrt{p(1-p)} = \sqrt{\frac{f(x,y)}{n} \left(1 - \frac{f(x,y)}{n}\right)} \approx \sqrt{\frac{f(x,y)}{n}} = \sqrt{f(x,y)}/\sqrt{n}. \end{aligned}$$

Проецируя (17) на задачу выделения коллокаций, \bar{x} именуют наблюдаемой (observed) частотой, а μ – ожидаемой (expected) частотой. Последняя рассчитывается следующим образом (из предположения независимости слов x и y):

$$\mu = \hat{f}(x,y) = n * p(x \& y) = n \left(\frac{f(x)}{N} \frac{f(y)}{N}\right) \approx \frac{f(x)*f(y)}{N}.$$

Учитывая то, что деление на \sqrt{n} знаменателя не влияет на рейтинг биграмм, получаем [2, 12]:

$$t - score(x,y) = \frac{f(x,y) - \frac{f(x)*f(y)}{N}}{\sqrt{f(x,y)}}. \quad (18)$$

$$ran\ t - score(x,y) = (-\infty; \sqrt{f(x,y)} \left(1 - \frac{f(x,y)}{N}\right)].$$

Чем больше значение критерия $t - score(x,y)$, тем меньше вероятность нулевой гипотезы о независимости слов x и y .

Мера C-value [5]:

$$C - value(a) = \begin{cases} \log_2(|a|) * f(a), & \text{если терм не вложен в другие} \\ \log_2(|a|) * \left(f(a) - \frac{1}{|S_a|} \sum_{b \in S_a} f(b)\right), & \text{в противном случае} \end{cases} \quad (19)$$

где a – n -грамма, для которой выполняется расчет меры, $|a|$ – количество слов в n -грамме, $f(a)$ – частота a , S_a – множество n -грамм, в которые входит данная (например, выполняя расчет меры для биграммы, можно оценивать количество ее вхождений в некоторое множество отобранных триграмм), $|S_a|$ – мощность множества S_a , $f(b)$ – частота b – той n -граммы из S_a .

Если не выполнять оценку количества вхождений a в n -граммы с количеством слов больше $|a|$, то $C - value$ вырождается просто в частоту встречаемости, масштабированную на $\log_2(|a|)$. Если же n -грамма является составной частью более

сложных коллокаций, ее вес понижается. Умножение на $\log_2(|a|)$ имеет смысл лишь при расчете меры для n -грамм различной мощности.

Существуют также расширения ряда рассмотренных мер для n -грамм с $n > 2$ [2].

Модель TF*IDF

В случае использования модели TF*IDF, корпус из n документов, содержащий m уникальных слов, представляется матрицей размером $m \times n$, элементами которой являются произведения значений локальной функции $TF(w, d)$ и глобальной функции $IDF(w, d)$, рассчитанных для соответствующих слова w (в общем случае, - n -граммы) и документа d . Произведение $TF(w, d) * IDF(w, d)$ называется также TF*IDF-мерой, определяющей вес слова w в документе d .

Существуют различные подходы к расчету функций $TF(w, d)$ и $IDF(w, d)$, а также нормализации значений TF*IDF-меры в пределах столбца матрицы. Ряд наиболее известных подходов объединен в рамках т. н. системы информационного поиска SMART [22].

Норма вектора, соответствующего слову (биграмме) в матрице TF*IDF, в данной работе использована как дополнительная мера ассоциации. Корпус документов при этом делился на K условных документов примерно равного размера.

Формирование обучающей и тестовой выборки

Для исследований использован корпус из шести книг тематики «программирование на языке Си». Предварительная обработка текстов в себя включала следующие этапы: токенизация (разделение на слова, знаки пунктуации и пр.); удаление небуквенных символов; приведение к нижнему регистру; удаление слов с длиной менее двух букв, а также слов, содержащих латиницу; фильтрация стоп-слов на основании вспомогательного словаря; лемматизация (приведение слов к их словарной форме); частеречная разметка; отбор имен существительных и прилагательных. В результате выполнения перечисленных этапов, были сформированы корпус размером 208689 словоупотреблений и словарь, содержащий 5154 слова. Количество уникальных биграмм в корпусе составило 79316. Стоит отметить, что процесс лемматизации текстов является достаточно ресурсоемким, и на машине с 2 Гб ОЗУ и двухъядерным ЦП (для обработки использовано лишь одно) корпус указанного размера, являющийся крайне малым по общим меркам, обрабатывался порядка 6 мин. Временная сложность алгоритма лемматизации составляет $O(n)$.

На основании полученного корпуса сформирована размеченная выборка размером 508 биграмм, из которых половина идентифицирована как «концепты и понятия». Полученная выборка разделена на обучающую и тестовую в соотношении 4:1.

Расчет значений порогов фильтрации

Пусть, имеется размеченная выборка биграмм, представленная матрицей $S_{m \times n+2}$, в которой каждая строка соответствует вектору вида $\{class, bg, M_1, \dots, M_n\}$, где bg - биграмма, $class$ - код класса ($c_1 = 1$ - «концепты», $c_2 = 0$ - «не концепты»), M_1, \dots, M_n - значения мер ассоциации. Количество биграмм каждого класса одинаково, и равно $m/2$.

Расчет вероятности принадлежности каждой биграммы классу c_1 на основании значения меры M_i выполняется на основании формулы (20):

$$P(bg \in c_1 | M_i = x) = \frac{p_1(x)}{p_1(x) + p_2(x)}, \quad (20)$$

где x – вещественное значение меры, p_1 и p_2 – функции плотности вероятности, соответствующие распределению значений меры в классах c_1 и c_2 .

Бинаризация значений мер выполняется в соответствии с выражением (21):

$$M_i^b(bg|M_i = x) = \begin{cases} 1, & \text{if } P(bg \in c_1|M_i = x) > T_i; \\ 0, & \text{if } P(bg \in c_1|M_i = x) \leq T_i; \end{cases} \quad (21)$$

где $M_i^b(bg|M_i = x)$ – бинаризованное значение меры M_i для биграммы bg , T_i – порог бинаризации для меры M_i .

В результате бинаризации будут получены вектор-столбцы X_1^i и X_2^i , содержащие двоичные оценки меры для биграмм из классов c_1 и c_2 соответственно, где i – номер меры.

На основании полученных данных может быть рассчитана величина r_i , являющаяся отношением сумм элементов в X_1^i и X_2^i :

$$r_i = \frac{\text{sum}(X_1^i)}{\text{sum}(X_2^i)}. \quad (22)$$

Чем больше r_i , тем больше биграмм со значением $M_i^b = 1$ будет отнесено к классу c_1 , в сравнении с количеством биграмм, отнесенных к c_2 . Определение порогового значения T_i выполняется путем максимизации функционала $r_i(T_i)$.

Определение функций распределения вероятностей

В случае затруднительности определения закона распределения случайной величины X_{ic} , можно прибегнуть к ядерной оценке плотности (Kernel Density Estimation, KDE), также именуемой методом окна Парзена-Розенблатта) [23], аппроксимировав гистограмму эмпирического распределения X_{ic} функционалом вида (23), с последующим нормированием:

$$\hat{p}(x) = \frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{x-x_i}{h}\right), \quad (23)$$

где x – значение случайной величины (СВ), для которой рассчитывается значение функции плотности вероятности, x_i – i -ое значение СВ из выборки размером N элементов, $h > 0$ – т.н. ширина полосы, K – функция, именуемая взвешенным ядром (существуют различные варианты данной функции [23]).

При слишком малом значении h , $\hat{p}(x)$ будет содержать много случайных выбросов, при слишком большом h , - будет чрезмерно сглажена.

Результаты и обсуждение

1. Оценка качества выделения понятий и концептов на основании меры TF*IDF.

С целью исследования влияния гиперпараметров модели TF*IDF на качество извлечения понятий и концептов (ПКТ) из корпуса текстов, была произведена оценка на основании первых 50-ти биграмм рейтинга, формируемого для каждого набора параметров (табл. 1). В качестве гиперпараметров рассматривались различные SMART-функции fun [22], а также количество условных документов N , на которое делится корпус D .

На основании табл. 1 можно заключить, что субоптимальными для решения задачи выделения ПКТ наборами мнемоник SMART являются тройки вида $(p_1 p_2 p_3) \in \{n, a\} \times \{t\} \times \{n, c, u\}$. Также видно, что N должно иметь порядок 3-5.

2. Корреляционный анализ взаимосвязи между мерами ассоциации.

Выполним кодирование мер: $M1$ – мера Дайса, $M2$ – модифицированная мера Дайса, $M3$ – коэффициент взаимной информации (MI), $M4$ – нормализованная поточечная информация (NPMI), $M5$ – мера Миколова, $M6$ – критерий Стьюдента, $M7$ – логарифмическая функция правдоподобия, $M8$ – мера Жаккара, $M9$ – C-value, $M10$ – частота встречаемости, $M11$ – TF*IDF. Результат визуализации корреляционной матрицы для перечисленных мер представлен на рис. 1:

Таблица 1

Зависимость точности классификации от гиперпараметров модели TF*IDF

TF(w,d)		IDF(w,d)		Normalization		$N = D $	
<i>fun</i>	<i>P</i>	<i>fun</i>	<i>P</i>	<i>fun</i>	<i>P</i>	<i>N</i>	<i>P</i>
<i>b</i>	0.66	<i>n</i>	0.78	<i>n</i>	0.80	2	0.74
<i>n</i>	0.80	<i>f</i>	0.76	<i>c</i>	0.80	3	0.80
<i>a</i>	0.80	<i>t</i>	0.80	<i>u</i>	0.80	5	0.80
<i>l</i>	0.70	<i>p</i>	0.68	<i>b</i>	0.78	10	0.76
<i>L</i>	0.66						
<i>d</i>	0.70						

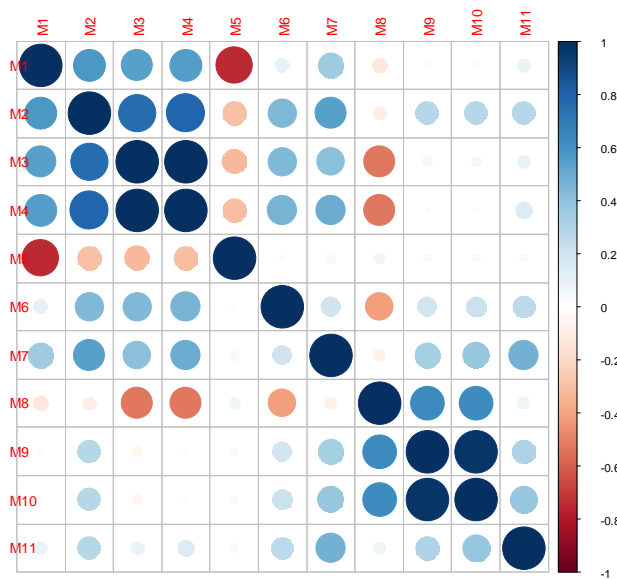


Рис. 1. Визуализация корреляции между мерами ассоциации.

Из рис. 1 видно, что наиболее сильно связь выражена между мерами, рассчитываемыми схожим образом. Можно выделить следующие условные кластеры: $M1$ – $M4$ (см. (1), (3), (4), (7)) и $M8$ – $M10$ (см. (11), (19)). Несмотря на то, что частота встречаемости биграммы не используется при расчете меры Жаккара ($M8$, расчет на основании (11)), наблюдается выраженная корреляция с $M9$ – $M10$. Функция логарифмического правдоподобия ($M7$) приблизительно в равной мере коррелирует с элементами из кластеров $M1$ – $M4$ и $M9$ – $M10$, а также с TF*IDF ($M11$), что говорит о равном учете как частоты биграммы, так и силы связи слов в ней. Несмотря на отличия в логике расчета критерия Стьюдента ($M6$, (18)), видна выраженная корреляция с $M1$ – $M4$. Мера Миколова ($M5$) практически не коррелирует с $M6$ – $M11$, и находится в выраженной антикорреляции по отношению к $M1$ – $M4$.

Расчеты производились на основании размеченной выборки размером 508 биграмм.

3. Определение функций плотности вероятности.

Обозначим через $X_{ij} = \{M_i|c_j\}, i = \overline{1,11}, j = \overline{1,2}$ случайную величину (СВ), соответствующую значениям меры M_i при условии принадлежности соответствующей биграммы классу c_j . Т. о., имея размеченную выборку биграмм, получим 22 выборки соответствующих случайных величин X_{ij} .

По итогам χ^2 -теста, нулевая гипотеза о нормальном характере распределения X_{ij} при уровне значимости $\alpha = 0.1\%$ подтвердилась лишь для четырех СВ из 22-х ($X_{2,1}, X_{3,1}, X_{4,1}, X_{2,2}$). При том же уровне значимости, было получено подтверждение нулевых гипотез для ряда иных распределений и СВ: бета-распределение: $X_{1,1}, X_{8,1}$; гамма-распределение: $X_{2,2}, X_{8,1}$; распределение Вейбула: $X_{2,2}, X_{8,1}$; экспоненциальное: $X_{8,1}$. Полученные результаты свидетельствуют о затруднительности определения характера распределения случайных величин $X_{ij}, i = \overline{1,11}, j = \overline{1,2}$, что дает основание для использования метода окна Парзена-Розенблатта (KDE). Пример результата применения указанного метода приведен на рис. 2, где $p_1(x)$ – эмпирическая функция плотности вероятности (ФПВ), $p_2(x)$ – аппроксимация посредством ФПВ нормального распределения, $p_3(x)$ – аппроксимация посредством KDE ($h = 0.02$), с использованием ядра Лапласа [23]. Видно, что $p_3(x)$ меньше отличается от $p_1(x)$, нежели $p_2(x)$, и является более гладкой, нежели $p_1(x)$.

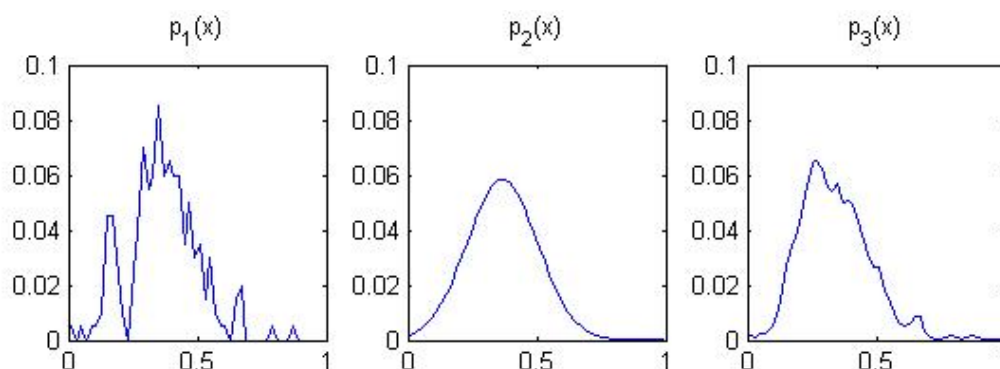


Рис. 2. Аппроксимация эмпирической функции плотности вероятности для $X_{3,1}$.

4. Результаты пороговой фильтрации.

Расчет пороговых значений фильтрации выполнялся в соответствии с выше изложенным алгоритмом на основании функций плотности вероятности $p_i(x), i = \overline{1,3}$ (в случаях $p_1(x)$ и $p_3(x)$ использована интерполяция по ближайшему соседу). Для максимизации значения (22) применен метод золотого сечения. Результаты классификации на основании одного признака приведены в табл. 2 (определение параметров распределений выполнено на основании обучающей выборки, классификация – на основании тестовой). Важно отметить, что используемая классификация базируется не на расчете порогового значения меры ассоциации, но на расчете порогового значения вероятности (20), на основании которого выполняется бинаризация значений меры.

Из табл. 2 видно, что использование $p_3(x)$ вместо $p_2(x)$ позволяет в ряде случаев существенно (более чем в 15 раз для M_2) повысить качество классификации, что особенно выражено для мер M_1, M_2, M_5 и M_8 . Возможным является также ухудшение качества классификации (M_3, M_4, M_6), особенно выраженное для меры M_6 ,

однако уменьшение ширины полосы до $h = 0.001$ позволяет достичь классификации на основании M_6 с $F_1 = 1.0$, но двое ухудшает качество классификации по M_7 . Данное обстоятельство указывает на целесообразность индивидуального подбора ширины окна h для каждой меры.

Таблица 2

Результаты бинарной классификации на основании одного признака

ФПВ	Оценка	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8	M_9	M_{10}	M_{11}
$p_1(x)$	P	-	0,17	0,93	0,78	0,50	1,00	1,00	0,85	-	-	-
	F_1	-	0,03	0,63	0,64	0,67	0,11	1,00	0,64	-	-	-
$p_2(x)$	P	0,50	0,33	0,96	0,95	0,50	1,00	1,00	0,95	1,00	1,00	0,75
	F_1	0,67	0,04	0,98	0,97	0,67	0,41	1,00	0,53	0,04	0,04	0,10
$p_3(x),$ $h = 0.01$	P	0,77	0,76	0,92	0,87	0,83	1,00	1,00	0,89	1,00	1,00	0,67
	F_1	0,79	0,62	0,90	0,93	0,91	0,04	1,00	0,71	0,04	0,04	0,13

P – точность, F_1 – F_1 -мера.

Прочерки в оценках для $p_1(x)$ обусловлены отношением по итогам классификации всех объектов к одному классу («не концепты»). Данные табл. 2 также указывают на высокую селективную способность меры M_7 (функция логарифмического правдоподобия) в отношении концептов и понятий.

Для сравнения, в табл. 3 приведены оценки точности мер ассоциации на основании первых 50-ти биграмм, отобранных из соответствующих рейтингов. Разместив меры в порядке убывания соответствующей точности, получим ряд $M_8, M_{10}, M_9, M_{11}, M_6, M_5, M_7, M_1, M_2, M_4, M_3$, в котором мера M_7 находится на седьмой позиции. Это объясняется тем, что в данном случае отбор осуществлялся исключительно на основании ранжирования значений меры ассоциации, без учета характера распределений.

Эмпирические и аппроксимированные функции плотности вероятности для случайных величин $X_{7,1}$ и $X_{7,2}$, соответствующих мере M_7 , показаны на рис. 3 (эмпирические показаны в виде гистограмм, аппроксимированные – сплошной линией).

Таблица 3

Оценка точности мер ассоциации на основании первых 50-ти биграмм рейтинга

Мера	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8	M_9	M_{10}	M_{11}
Точность P	0.14	0.14	0.04	0.08	0.72	0.74	0.66	0.92	0.80	0.82	0.76

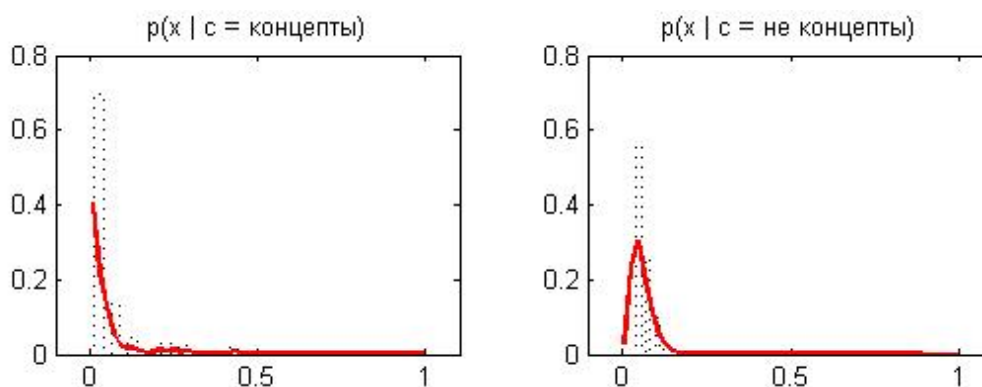


Рис. 3. Эмпирические и аппроксимированные распределения СВ $X_{7,1}$ и $X_{7,2}$.

Рассмотрим также распределение значений мер между классами, выполнив суммирование значений каждой меры по отдельным классам и последующую нормализацию полученных сумм (рис. 4). Полученная гистограмма согласуется с результатами табл. 2-3 и заключением о том, что различающим признаком является не столько само значение меры, сколько характер ее статистического распределения.

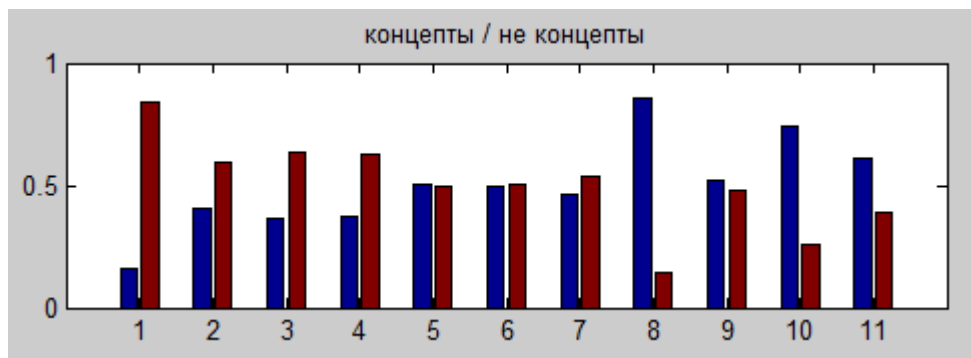


Рис. 4. Распределение значений мер между классами.

Уместным является вопрос о том, имеется ли смысл в фильтрации по порогу вероятности (20-21), или же достаточно выполнять бинаризацию на основании проверки неравенства

$$P(bg \in c_1 | M_i = x) > P(bg \in c_2 | M_i = x). \tag{24}$$

Результаты в табл. 4 показывают, что бинаризация на основании (24) понижает качество классификации для мер M_1, M_3, M_4, M_5 и M_7 , и повышает для прочих семи. Однако, понижение F_1 -меры для M_7 с 1.00 до 0.70 (например) является более критичным, нежели ее увеличение с 0.04 до 0.21 для M_9 (например).

Таблица 4

Результаты классификации (значения F_1 -меры) при разных подходах к бинаризации значений мер ассоциации

Критерий	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	M_8	M_9	M_{10}	M_{11}
на основании порога	0,79	0,62	0,90	0,93	0,91	0,04	1,00	0,71	0,04	0,04	0,13
на основании соотношения вероятностей	0,68	0,69	0,69	0,70	0,67	0,26	0,70	0,91	0,21	0,21	0,31

Выводы

1. В контексте извлечения коллокаций из текста, первостепенным является не столько значение используемой меры ассоциации, сколько характер ее распределения (см. табл. 2 и рис. 4).

2. На основании корреляционного анализа, рассмотренные меры можно разделить на два кластера: ориентированные на силу связи в коллокации (M_1-M_4) и ориентированные на частоту встречаемости коллокации (M_9-M_{11}). Меры M_6-M_7 примерно в равной степени учитывают оба данных фактора (хотя, в случае пороговой фильтрации на основании (20-21), мера M_6 показывает низкую точность

классификации). Мера M_8 (11) явно не учитывает частоту встречаемости коллокации, однако находится в том же кластере, что и M_9 – M_{11} . Мера M_5 находится в антикорреляции с M_1 – M_4 , и не коррелирует с прочими, однако обладает достаточно высокой селективной способностью (табл. 2–3).

3. Бинаризация значений меры в соответствии с (20–21) обеспечивает большую точность классификации на основании мер M_1 , M_3 , M_4 , M_5 и M_7 , нежели в соответствии с (24). Последний вариант повышает точность классификации для прочих мер ассоциации, однако получаемый уровень точности нельзя считать приемлемым.

4. Целесообразным является индивидуальный подбор ширины полосы h в методе KDE для каждой меры ассоциации. Если при $h = 0.01$ получено $F_1 = 1.0$ для меры M_7 , то при $h = 0.001$ – для меры M_6 .

5. Более эффективной является фильтрация не на основании значения самой меры, но на основании вероятности (20). Первый вариант позволяет получить «топ» коллокаций (табл. 3), но не выполнить классификацию (табл. 2).

6. Мера M_7 существенно отличается от прочих рассмотренных учетом контекста коллокации. Однако, существуют подходы, позволяющие учитывать контекст также при использовании иных мер [2].

Перспективы дальнейших исследований: устранение переносов и ошибок на этапе предварительной обработки текстов, выбор требуемого варианта леммы на основании контекста слова, сопряжение коллокатов (род, число, падеж), распараллеливание процесса лемматизации.

Список использованной литературы

1. Баранов В. А. Опыт создания модуля n -грамм системы «Манускрипт» и оценки эффективности его использования для поиска коллокаций в корпусе М. В. Ломоносова. *Интеллектуальные системы в производстве*. 2016. №4. С. 124–131.
2. Большакова Е. И., Клышинский Э. С., Ландэ Д. В. и др. Автоматическая обработка текстов на естественном языке и компьютерная лингвистика. М.: МИЭМ, 2011. 272 с.
3. Lyse G. I., Andersen G. Collocations and statistical analysis of n -grams: Multiword expressions in newspaper text. *Exploring Newspaper Language*. Amsterdam, New York: John Benjamins, 2012. P. 79–109.
4. Виноградова Н. В., Иванов В. К. Современные методы автоматизированного извлечения ключевых слов из текста. *Информационные ресурсы России*. 2016. № 4. С. 13–18.
5. Lossio-Ventura J. A., Jonquet C., Roche M. et al. Combining C-value and Keyword Extraction Methods for Biomedical Terms Extraction. Proceedings of the *LBM: Languages in Biology and Medicine: 5th International Symposium*, (Japan, Tokyo, December 12-13, 2013). Tokyo, 2013, pp. 1–6.
6. Evert S., Krenn B. Using Small Random Samples for the Manual Evaluation of Statistical Association Measures. *Computer Speech & Language*. 2005. Vol. 19. P. 450–466.
7. Wei C.-H., Allot A., Leaman R. & Lu Z. PubTator central: Automated Concept Annotation for Biomedical Full Text Articles. *Nucleic Acids Research*. 2019. Vol. 47. P. 587–593.
8. Gehrman S., Derenoncourt F., Li Y. et al. Comparing Deep Learning and Concept Extraction Based Methods for Patient Phenotyping from Clinical Narratives. *PLoSOne*. 2018. Vol. 13. Issue 2. P. 1–19.

9. Ванюшкин А. С., Гращенко Л. А. Методы и алгоритмы извлечения ключевых слов. *Новые информационные технологии в автоматизированных системах*. 2016. №19. С. 85–93.
10. Мозжерина Е. С. Автоматическое построение онтологии по коллекции текстовых документов. *Электронные библиотеки: перспективные методы и технологии, электронные коллекции: Труды 13-й Всероссийской научной конференции*. (Россия, Воронеж, 19-22 октября 2011 г.) Воронеж: Издательство Воронежского государственного университета, 2011. С. 293–298.
11. Christopher D. M., Hinrich S. *Foundations of Statistical Natural Language Processing*. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1999. P. 178–183.
12. Thanopoulos A., Fakotakis N., Kokkinakis G. Comparative Evaluation of Collocation Extraction Metrics. *Proceedings of the Third International Conference on Language Resources and Evaluation (LREC'02)*. (Canary Islands – Spain, Las Palmas, May, 2002). Luxembourg: European Language Resources Association (ELRA), 2002. P. 620–625.
13. Kolesnikova O. Survey of Word Co-occurrence Measures for Collocation Detection. *Computacion y Sistemas*. 2016. Vol. 20. № 3. P. 327–344. DOI: 10.13053/CyS-20-3-2456.
14. Hoang H. H., Kim S. N., Kan M.-Y. A Re-examination of Lexical Association Measures. *Proceedings of the Identification, Interpretation, Disambiguation and Applications: Workshop on Multiword Expressions (MWE 2009)*. (Singapore, Singapore, August, 2009). Stroudsburg: Association for Computational Linguistics, 2009. P. 31–39.
15. Paziienza M. T., Pennacchiotti M., Zanzotto F. B. Terminology extraction: an analysis of linguistic and statistical approaches. *Studies in Fuzziness and Soft Computing*. 2006. Vol. 185. P. 255–279.
16. Bouma G. Normalized (Pointwise) Mutual Information in Collocation Extraction. *Proceedings of the Biennial GSCL Conference*. 2009. P. 1–11.
17. Calculate Pointwise Mutual Information (PMI)/ URL: <https://polmine.github.io/polmineR/reference/pmi.html>.
18. Mikolov T., Sutskever I., Chen K. et al. Distributed Representations of Words and Phrases and their Compositionality. *Proceedings of the Neural Information Processing Systems 2013: conference*. (USA, Lake Tahoe, 2013). In *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2013. 9 p.
19. Когай В. Н., Пак В. С. Алгоритмическая модель компьютерной системы выделения ключевых слов из текста на базе онтологий. *Проблемы современной науки и образования*. 2016. № 16(58). С. 33–40.
20. Damani O. Improving Pointwise Mutual Information (PMI) by Incorporating Significant Co-occurrence. *Proceedings of the Seventeenth Conference on Computational Natural Language Learning*. (Bulgaria, Sofia, August 8-9, 2013). Madison: Omnipress, 2013. P. 20–28.
21. Андреев И. А., Башаев В. А., Клейн В. В. и др. Комбинирование статистического и лингвистического методов для извлечения двухсловных терминов из текста. *Автоматизация процессов управления*. 2013. № 4. С. 61–70.
22. SMART Information Retrieval System. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/SMART_Information_Retrieval_System.
23. Поршневу С. В., Копосов А. С. Использование аппроксимации Розенблатта-Парзена для восстановления функции распределения непрерывной случайной величины с ограниченным одномодальным законом распределения. *Научный журнал КубГАУ*. 2013. № 92. С. 1–14.

References

1. Baranov, V. A. (2016). Opyit sozdaniya modulya n-gramm sistemyi «Manuskript» i otsenki effektivnosti ego ispolzovaniya dlya poiska kollokatsiy v korpuse M. V. Lomonosova. *Intellektualnyie sistemyi v proizvodstve*. **4**, 124–131.
2. Bolshakova, E.I., Klyishinskiy, E.S., & Lande, D. V. i dr. (2011). *Avtomaticheskaya obrabotka tekstov na estestvennom yazyike i kompyuternaya lingvistika*. M.: MIEM...
3. Lyse, G. I. & Andersen, G. (2012). Collocations and statistical analysis of *n*-grams: Multiword expressions in newspaper text. *Exploring Newspaper Language*. Amsterdam, New York: John Benjamins, pp. 79–109.
4. Vinogradova, N. V., & Ivanov, V. K. (2016). Sovremennyye metodyi avtomatizirovannogo izvlecheniya klyuchevyih slov iz teksta. *Informatsionnyie resursy Rossii*. **4**, 13–18.
5. Lossio-Ventura, J. A., Jonquet, C., & Roche, M. et al. (2013). Combining C-value and Keyword Extraction Methods for Biomedical Terms Extraction. Proceedings of the *LBM: Languages in Biology and Medicine: 5th International Symposium*, (Japan, Tokyo, December 12-13, 2013). Tokyo, pp. 1–6.
6. Evert, S., & Krenn, B. (2005). Using Small Random Samples for the Manual Evaluation of Statistical Association Measures. *Computer Speech & Language*. **19**, 450–466.
7. Wei, C.-H., Allot, A., Leaman, R. & Lu, Z. (2019). PubTator central: automated concept annotation for biomedical full text articles. *Nucleic Acids Research*. **47**, 587–593.
8. Gehrman, S., Derenoncourt, F., & Li, Y. et al. (2018). Comparing Deep Learning and Concept Extraction Based Methods for Patient Phenotyping from Clinical Narratives. *PLoSOne*. **13**, 2, 1–19.
9. Vanyushkin, A. S., & Graschenko, L. A. (2016). Metodyi i algoritmyi izvlecheniya klyuchevyih slov. *Novyye informatsionnyie tehnologii v avtomatizirovannyih sistemah*. **19**, 85–93.
10. Mozzherina, E. S. (2011). Avtomaticheskoe postroenie ontologii po kolleksii tekstovyih dokumentov. Proceedings of the *Elektronnyie biblioteki: perspektivnyie metodyi i tehnologii, elektronnyie kolleksii: Trudyi 13-y Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii*. (Russia, Voronezh, October 19-22, 2011). Voronezh: Izdatelstvo Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta, pp. 293–298.
11. Christopher, D. M., Hinrich, S. (1999). Foundations of Statistical Natural Language Processing. MIT Press: Cambridge, Mass., pp. 178–183.
12. Thanopoulos, A., Fakotakis, N., & Kokkinakis, G. (2002). Comparative Evaluation of Collocation Extraction Metrics. Proceedings of the *Third International Conference on Language Resources and Evaluation (LREC'02)*. (Canary Islands – Spain, Las Palmas, May, 2002). Luxembourg: European Language Resources Association (ELRA), pp. 620–625.
13. Kolesnikova, O. (2016). Survey of Word Co-occurrence Measures for Collocation Detection. *Computacion y Sistemas*. **20**, 327–344. DOI: 10.13053/CyS-20-3-2456.
14. Hoang, H. H., Kim, S. N., & Kan, M.-Y. (2009). A Re-examination of Lexical Association Measures. Proceedings of the *Identification, Interpretation, Disambiguation and Applications: Workshop on Multiword Expressions (MWE 2009)*. (Singapore, Singapore, August, 2009). Stroudsburg: Association for Computational Linguistics, pp. 31–39.
15. Paziienza, M. T., Pennacchiotti, M., & Zanzotto, F. B. (2006). Terminology extraction: an analysis of linguistic and statistical approaches. *Studies in Fuzziness and Soft Computing*. **185**, 255–279.

16. Bouma, G. (2009). Normalized (Pointwise) Mutual Information in Collocation Extraction. Proceedings of the *Biennial GSCL Conference*, pp. 1–11.
17. Calculate Pointwise Mutual Information (PMI). Retrieved from: <https://polmine.github.io/polmineR/reference/pmi.html>.
18. Mikolov, T., Sutskever, I., & Chen, K. et al. (2013). Distributed Representations of Words and Phrases and their Compositionality. Proceedings of the *Neural Information Processing Systems 2013: conference*. (USA, Lake Tahoe, 2013). In *Advances in Neural Information Processing Systems*. 9 p.
19. Kogay, V. N., & Pak, V. S. (2016). Algoritmicheskaya model kompyuternoy sistemyi vyideleniya klyuchevyih slov iz teksta na baze ontologiy. *Problemyi sovremennoy nauki i obrazovaniya*. **16** (58), 33–40.
20. Damani, O. (2013). Improving Pointwise Mutual Information (PMI) by Incorporating Significant Co-occurrence. Proceedings of the *Seventeenth Conference on Computational Natural Language Learning*. (Bulgaria, Sofia, August 8-9, 2013). Madison: Omnipress, pp. 20–28.
21. Andreev, I. A., Bashaev, V. A., & Kleyn, V. V. i dr. (2013) Kombinirovaniye statisticheskogo i lingvisticheskogo metodov dlya izvlecheniya dvuhslovnyih terminov iz teksta. *Avtomatizatsiya protsessov upravleniya*. **4**, 61–70.
22. SMART Information Retrieval System. Retrieved from: https://en.wikipedia.org/wiki/SMART_Information_Retrieval_System.
23. Porshnev, S. V., & Kopusov, A. S. (2013). Ispolzovanie approksimatsii Rozenblatta-Parzena dlya vosstanovleniya funktsii raspredeleniya nepreryivnoy sluchaynoy velichinyi s ogranichennym odnomodalnym zakonom raspredeleniya. *Nauchnyiy zhurnal KubGAU*. **92**, 1–14.

Гайдук Кирилл Сергеевич – аспирант кафедры компьютерной инженерии Донецкого национального технического университета, e-mail: kyrylo.haiduk@donntu.edu.ua, ORCID:0000-0002-8040-9062.

Шевченко Ольга Георгиевна – старший преподаватель кафедры компьютерной инженерии Донецкого национального технического университета, e-mail: olha.shevchenko@donntu.edu.ua, ORCID:0000-0002-1056-2571.

Святный Владимир Андреевич – д.т.н., профессор, профессор кафедры компьютерной инженерии Донецкого национального технического университета, e-mail: volodymyr.svyatnyy@donntu.edu.ua, ORCID:0000-0003-4550-3616.

УДК 620.179.147+519.853.6

В.Я. ГАЛЬЧЕНКО, Р.В. ТРЕМБОВЕЦЬКА, В.В. ТИЧКОВ
Черкаський державний технологічний університет

ОПТИМАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ ВИХРОСТРУМОВИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ ТА АНАЛІЗ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗКУ НЕЛІНІЙНИХ ОБЕРНЕНИХ ЗАДАЧ

Реалізація априорі заданих характеристик вихрострумів перетворювачів передбачає використання процедур оптимального синтезу їх конструкцій, зокрема, систем збудження на етапі проектування. Розглянуто формулювання задачі оптимального проектування перетворювача із наперед заданою характеристикою чутливості як некоректно поставленої оберненої нелінійної з математичної точки зору задачі. Проведено огляд та відповідний аналіз математичних методів, що використовуються для розв'язку задач такого класу, а саме, введення шуканого розв'язку до множини коректності, регуляризації із використанням функціоналу Тихонова, методи ітеративної регуляризації, що створені на єдиній схемі поточної апроксимації зворотного оператора, оптимізаційний метод. Окреслені переваги та недоліки цих методів. Розглянуто особливості, які необхідно враховувати при виборі методу оптимізації, такі як, багатоекстремальність задачі; необхідність пошуку глобального екстремуму; складність топології гіперповерхні пошуку; наявність обмежень, введення яких до цільової функції ускладнює топологію поверхні пошуку; суттєву нелінійність та можливу недиференційованість функції цілі; алгоритмічне або складне аналітичне представлення цільової функції. Враховуючи це, обрано оптимізаційний метод розв'язку нелінійної оберненої задачі проектування системи збудження вихрострумів перетворювача з використанням сучасного метаевристичного стохастичного алгоритму пошуку глобального екстремуму. Даний алгоритм заснований на низькорівневій гібридизації методів оптимізації роєм часток та генетичного алгоритму і забезпечує еволюційне формування складу рою. В дослідженнях доведена доцільність застосування сурогатної оптимізації для розв'язку сформульованої задачі з метою зменшення ресурсоемності оптимізаційних алгоритмів при обчисленнях з використанням складних для розрахунків цільових функцій. Вказано ефективні апроксимаційні техніки побудови метамодель, необхідні для практичної реалізації сурогатної оптимізації.

Ключові слова: оптимальний синтез; вихрострумів перетворювач; густина вихрових струмів; обернена задача; нелінійна некоректна задача; регуляризаційні методи; сурогатна оптимізація; метамодель; стохастичний метаевристичний алгоритм оптимізації.

В.Я. ГАЛЬЧЕНКО, Р.В. ТРЕМБОВЕЦКАЯ, В.В. ТЫЧКОВ
Черкасский государственный технологический университет

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ВИХРЕТОКОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ И АНАЛИЗ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

Реализация априори заданных характеристик вихретоковых преобразователей предусматривает использование процедур оптимального синтеза их конструкций, в частности систем возбуждения, на этапе проектирования. Рассмотрена формулировка задачи оптимального проектирования преобразователя с заранее заданной характеристикой чувствительности как некорректно поставленной

обратной нелинейной с математической точки зрения задачи. Проведен обзор и соответствующий анализ математических методов, используемых при решении задач такого класса, а именно, введение искомого решения в множество корректности, регуляризации с использованием функционала Тихонова, методы итеративной регуляризации, созданные на единой схеме поточечной аппроксимации обратного оператора, оптимизационный метод. Указаны преимущества и недостатки этих методов. Рассмотрены следующие особенности, которые необходимо учитывать при выборе метода оптимизации: многоэкстремальность задачи; необходимость поиска глобального экстремума; сложность топологии гиперповерхности поиска; наличие ограничений, введение которых в целевую функцию усложняет топологию поверхности поиска; существенную нелинейность и возможную недифференцируемость функции цели; алгоритмическое или сложное аналитическое представление целевой функции. Учитывая это, избран оптимизационный метод решения нелинейной обратной задачи проектирования системы возбуждения вихревого преобразователя с использованием современного метаэвристического стохастического алгоритма поиска глобального экстремума. Данный алгоритм основан на низкоуровневой гибридизации методов оптимизации роем частиц и генетического алгоритма и обеспечивает эволюционное формирование состава роя. В исследовании доказана целесообразность применения суррогатной оптимизации для решения сформулированной задачи с целью уменьшения ресурсоемкости оптимизационных алгоритмов при вычислениях с использованием сложных целевых функций. Указаны эффективные аппроксимационные техники построения метамоделей, необходимые при практической реализации суррогатной оптимизации.

Ключевые слова: оптимальный синтез; вихревой преобразователь; плотность вихревых токов; обратная задача; нелинейная некорректная задача; регуляризационные методы; суррогатная оптимизация; мета модель; стохастический метаэвристический алгоритм оптимизации.

V.Ya. HALCHENKO, R.V. TREMBOVETSKA, V.V. TYCHKOV
Cherkasy State Technological University

OPTIMAL DESIGN OF EDDY CURRENT PROBES AND METHODS OF ANALYSIS SOLUTIONS OF NONLINEAR INVERSE PROBLEMS

The implementation of a priori specified characteristics of eddy current probes involves the use of procedures for the optimal synthesis of their structures, in particular, excitation systems at the design stage. The formulation of the optimal design problem of a probe with a predetermined sensitivity characteristic, as an incorrectly posed inverse nonlinear from a mathematical point of view of the problem, is considered. A review and a corresponding analysis of the mathematical methods used to solve problems of this class are carried out, namely, the introduction of the desired solution into the set of correctness regularized using the Tikhonov functional, iterative regularization methods created by the unified scheme of pointwise approximation of the inverse operator, optimization method. The advantages and disadvantages of these methods are indicated. The following features that must be considered when choosing an optimization method are considered: multi-extreme task; the need to search for a global extremum; the complexity of the search hypersurface topology; the presence of restrictions whose introduction into the objective function complicates the topology of the search surface; significant non-linearity and possible non-differentiability of the target function; an algorithmic or complex analytical representation of the objective function. With this in mind, the optimization method for solving the nonlinear

inverse problem of designing an eddy current probe excitation system using the modern metaheuristic stochastic global extremum search algorithm was chosen. This algorithm is based on a low-level hybridization of particle swarm optimization methods and the genetic algorithm and provides the evolutionary formation of the swarm composition. The study proved the feasibility of using surrogate optimization to solve the formulated problem in order to reduce the resource consumption of optimization algorithms in calculations using complex objective functions. Effective approximation techniques for constructing metamodels that are necessary for the practical implementation of surrogate optimization are indicated.

Keywords: optimal synthesis; eddy current probe; eddy current density; inverse problem; nonlinear ill-posed problems; regularization methods; surrogate optimization; metamodel; stochastic metaheuristic optimization algorithm.

Постановка проблеми

В огляді [1] узагальнено та систематизовано накопичений досвід, а також результати теоретичних досліджень, присвячені проблемі проектування вихрострумівих перетворювачів (ВСП) з рівномірною чутливістю в зоні контролю, обумовленою однорідним розподілом густини індукованих струмів, що протікають в об'єкті. Забезпечення цієї умови значно покращує можливості визначення форми дефектів при контролі об'єктів, їх допустимих геометричних розмірів, наявних локальних структурних відхилень матеріалу. Сучасні підходи реалізації апіорі заданих характеристик перетворювачів передбачають використання процедур оптимального синтезу їх конструкцій, зокрема систем збудження (СЗ) [2–3], на етапі проектування.

Зазвичай при проектуванні виконується структурний та параметричний синтез конструкції об'єкта [4–10]. Внаслідок суттєвих проблем з формалізацією структурний синтез реалізувати значно складніше, тому в конструкторській практиці частіше застосовується процедура параметричного синтезу [8, 11]. Зазначимо, що під структурним синтезом будемо розуміти визначення переліку різнотипних в загальному випадку компонентів (секцій котушки), які є складовими об'єкту (СЗ перетворювача) та забезпечують найкраще їх поєднання, а також схему взаємодії між ними (узгоджене або зустрічне включення по полю), виходячи із природи фізичного зв'язку [4–5]. Результату досягають використанням дискретної оптимізації для пошуку прийнятної структури варіюванням невідомих на кінцевій множині. В складних випадках доводиться розв'язувати задачі відносно високої розмірності, які відносяться до категорії

NP–важких. Тому повний перебір варіантів структур і навіть скорочений, здійснений методами випадкового пошуку, є неприйнятними.

Оптимальний параметричний синтез полягає в визначенні найкращих значень параметрів для вибраної на попередньому етапі структури системи збудження перетворювача із врахуванням усіх вимог до неї, зокрема щодо забезпечення заданого розподілу густини вихрових струмів (ГВС) в об'єкті контролю (ОК) [6–7].

Далі обмежимося розглядом задачі параметричного оптимального синтезу СЗ ВСП із наперед заданою характеристикою чутливості.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

З точки зору співвідношення причина-наслідок задачу оптимального синтезу перетворювача з однорідною чутливістю в зоні контролю можна віднести до обернених задач (ОЗ) математичного моделювання [12]. Тобто розв'язок ОЗ дає змогу визначитися з невідомими параметрами СЗ перетворювача, використовуючи в якості вхідних даних апіорі задану її бажану характеристику. В загальному випадку математичне формулювання ОЗ в операторній формі має вигляд:

$$A \cdot z = u, u \in U, z \in Z, \quad (1)$$

де z – шукане рішення;
 u – задана права частина;
 A – оператор зв'язку між z та u (лінійний, нелінійний, інтегральний, диференціальний і тощо);
 U, Z – метричні простори.
 Причому замість точних u і A відомі їх приблизні значення u_δ, A_h такі, що:

$$\|u_\delta - u\|_U \leq \delta, \quad \|A_h - A\| \leq h,$$

де $\delta \geq 0, h \geq 0$ – похибки правої частини і оператора.

Тобто за даних умов необхідно виконати розв'язок операторного рівняння:

$$A_h \cdot z = u_\delta. \quad (2)$$

Слід зазначити, що права частина рівняння (2) асоціюється з наперед заданою характеристикою розподілу ГВС в ОК, а шуканий розв'язок – з параметрами СЗ перетворювача, які реалізують цю характеристику.

Розв'язок ОЗ складає окрему проблему, що обумовлено певними їх математичними особливостями. Внаслідок такої специфічності цей клас задач відноситься до некоректно поставлених [13–14]. Причиною цього є характерна для них практично завжди відсутня неперервна залежність від правої частини рівняння (2), що при незначних збуреннях вхідних даних призводить до нестійких значень розв'язку, тобто його пілкоподібного характеру із значними відмінностями від точного. Розв'язок ОЗ далеко не завжди буває однозначно визначеним, тобто є не єдиним [15–16]. Крім того, ОЗ лише в дуже рідких випадках, які представляють практичну цінність в технічних додатках, є лінійними. Зазвичай шукані параметри входять до операторного рівняння нелінійним чином. Відповідно до цих зауважень проблема розв'язання ОЗ полягає в пошуку умовно коректного за А.М. Тихоновим її розв'язку [17], максимально наближеного до точного, стійкого до змін вхідних даних. Перевагою такого підходу є гарантоване отримання певного розв'язку ОЗ.

Мета дослідження

Провести аналіз та узагальнити наукові дослідження стосовно існуючих методів розв'язку некоректно поставлених нелінійних обернених задач та відібрати доцільний для реалізації задачі оптимального синтезу СЗ ВСП.

Викладення основного матеріалу дослідження

Теорія нелінійних некоректних задач на даному етапі ще знаходиться у розвитку та опрацьована в значно меншій степені ніж лінійних. Універсального методу розв'язку некоректних задач на даний час не існує. Стійкість розв'язку ОЗ залежить від вибору простору розв'язків: задачі можуть бути некоректно поставленими у одному просторі розв'язків та коректно поставленими в іншому. Отримання наближеного стійкого розв'язку ОЗ є можливим із використанням додаткової інформації щодо нього. Один із шляхів такого підходу полягає у *введенні шуканого розв'язку у множину коректності*,

тобто при умові його належності деякому компакт (множині спеціальної структури) [18–19]. Відповідно до ідеї, сформульованої А.М. Тихоновим, якщо є відомим факт того, що множина розв'язків є компактом, тоді задача розв'язку операторного рівняння вважається коректною при умові, коли права частина рівняння належить образу компакту. Ідея є вірною також і для нелінійних операторів. Такий підхід забезпечує стійкість розв'язку ОЗ до варіацій вхідних даних, які не виводять його за межі множини коректності. При такій ситуації апріорні відомості щодо рівня похибки вхідних даних при пошуку розв'язку не потрібні. Особливістю методу є суттєве використання апріорних обмежень, а саме кількісної та якісної інформації щодо структури розв'язку ОЗ. Близькими до групи методів, що реалізують цю ідею, є методи підбору, квазірозв'язку, квазіобернення тощо [12]. До появи сучасних ефективних методів регуляризації методи цієї групи використовувалися в якості основних для пошуку задовільних для дослідників наближених розв'язків некоректних задач. Необхідність попереднього визначення компакту є головним недоліком даного підходу.

До найбільш популярних чисельних методів, які призначені для розв'язання некоректних ОЗ, відносяться *регуляризаційні*. Загалом існує значна кількість підходів до побудови регуляризуючих операторів, але найбільше поширення отримав *варіаційний*. В його основі закладено універсальний спосіб наближеного розв'язання некоректної ОЗ, запропонований А.М. Тихоновим, який полягає в зведенні вихідної задачі виду (2) до іншої, що вимагає пошуку мінімуму певного згладжуючого функціонала. Суть ідеї складає стабілізація мінімуму середньоквадратичного відхилення лівої частини операторного рівняння від правої його частини внаслідок введення до складу функціоналу залежного від параметра регуляризації доданка. Вибір значення параметра регуляризації здійснюється в залежності від рівня збурення вхідних даних задачі та є компромісом між точністю процедури її розв'язку та стійкістю його оцінок, а проблема адекватного вибору параметра регуляризації має визначальне значення для пошуку розв'язку максимально наближеного до точного. Функціонал Тихонова має наступний вигляд [13]:

$$z_{\eta}^{\alpha} = \arg \min_{z \in D} \left(\|A_h z - u_{\delta}\|^2 + \alpha \cdot \|z\|^2 \right), \quad (3)$$

де $\alpha > 0$ параметр регуляризації;

A – лінійний оператор, діючий із гільбертова простору Z в гільбертовий простір U ;

D – замкнута випукла множина, причому $z \in D \subseteq Z$.

Доведено, що модифікована задача (3) має єдиний розв'язок навіть для випадку, коли у вихідній задачі він взагалі відсутній. Метод не потребує знання апріорної інформації про належність розв'язку ОЗ деякій множині коректності.

Незважаючи на те, що ці теоретичні здобутки було отримано для лінійного оператора рівняння (2), А.М. Тихоновим вони були узагальнені на випадок розв'язку нелінійних некоректних ОЗ в рамках варіаційного підходу [20]. Проблемою в цьому є мінімізація функціоналу нев'язки з причини його не випуклості. Але схема є можливою при виконанні умови посиленої неперервності нелінійного оператора, коли він перетворює послідовності, які слабо збігаються у просторі Z , в послідовності, що сильно збігаються у просторі U . Або також при використанні схеми компактного вкладення з трьома просторами $V \rightarrow Z \rightarrow U$, де простір V вкладається в простір Z із допомогою неперервного оператора B . Тоді функціонал Тихонова приймає вигляд:

$$M^\alpha [v] = \|A_h Bv - u_\delta\|^p + \alpha \cdot \|v\|^2, \quad z = Bv. \quad (4)$$

Також слід зазначити, що для побудови наближеного розв'язку некоректно поставлених ОЗ з нелінійним оператором можливим є використання згладжуючого функціонала Тихонова (3), що підтверджується дослідженнями [21-23] з певною специфікою щодо апостеріорного вибору параметра регуляризації. Недоліком методу вважається фактично емпіричне налаштування регуляризуючого функціонала під кожен конкретну задачу.

В якості альтернативи до регуляризуючого алгоритму Тихонова широке використання отримали методи *ітеративної регуляризації* [21-23], що створені на єдиній схемі поточної апроксимації оберненого оператора. Завдяки ефективності, алгоритмічній простоті побудови та універсальності ітеративні регуляризаційні методи знайшли застосування при розв'язанні не тільки лінійних ОЗ, а й нелінійних задач. На сьогоднішній час обґрунтованими є принципи побудови регуляризуючих алгоритмів на основі виконання деяких ітераційних схем обчислень, в яких номер ітерації, узгоджений з похибками вхідних даних, використовується в якості параметра регуляризації. Формально ці схеми не знайшли суттєвих змін в порівнянні до класичних ітераційних [26–30]. Ідея полягає в тому, що ітераційні методи є робастними до похибок даних, з якими вони працюють, і тому на перших ітераціях наближені результати розв'язку ОЗ незначною мірою відрізняються від аналогічних наближень, що спостерігаються для точних вхідних даних. Похибки наростають поступово при збільшенні числа ітерацій, тому має сенс переривати обчислювальний процес при досягненні стійких наближень з урахуванням рівня похибок вхідних даних. В узагальненому випадку ітераційний процес виконується відповідно до формули при виборі різних $G_k(z_k^\delta, u_\delta)$:

$$z_{k+1}^\delta = z_k^\delta + G_k(z_k^\delta, u_\delta). \quad (5)$$

Серед ефективних методів ітераційної регуляризації можна відзначити метод нелінійних ітерацій Ландвебера (Landweber), методи Ньютонівського типу (Levenberg–Marquardt, Gauss–Newton, Broyden's method, iterated Tikhonov regularization). До недоліків ітераційних методів регуляризації можна віднести обмежену область застосування, низьку в деяких випадках збіжність та проблему вибору належного початкового наближення.

Значну кількість прикладних задач, зокрема оптимального проектування ВСП, може бути сформульовано як *екстремальні*, тобто задачі пошуку екстремуму функціонала при заданих певних обмеженнях на аргументи. Серед таких задач зустрічаються і не стійкі, тобто некоректні. Зосередимся на задачах, які потребують знаходження мінімуму функціонала J на множині D : $J^* = \inf \{J(z) : z \in D\}$. До функціонала досить легко приєднати обмеження з використанням множників Лагранжа. Для стійкого наближеного розв'язку екстремальних некоректних задач необхідним є використання регуляризації. Варіанти варіаційних алгоритмів розв'язку нелінійних операторних рівнянь наведено в [20, 30], де використовуються певні стабілізаційні функціонали. Здебільшого для розв'язання таких задач застосовують градієнтні методи пошуку, які характеризуються досить високою збіжністю.

Досить успішним також є досвід використання для розв'язку екстремальних некоректних задач принципу *саморегуляризації*. При цьому первинне формулювання некоректної ОЗ зберігається, її розв'язок виконується з застосуванням наближених методів, які надають можливість керувати за рахунок «в'язкості» обчислювальних процедур алгоритмів мірою близькості шуканого розв'язку до точного. Відповідні зміни параметрів обчислювальних алгоритмів забезпечують природну фільтрацію високочастотних складових шуканого розв'язку.

В більшості випадків в якості цільової функції задачі оптимізації застосовують суму квадратів нев'язок, але можливими є й інші варіанти. При виборі методу оптимізації необхідно враховувати певні особливості, що є характерними при такому формулюванні задачі нелінійного математичного програмування:

- наявність значної кількості локальних екстремумів, тобто багатоекстремальність задачі;
- необхідність пошуку глобального екстремуму;
- складна топологія гіперповерхні пошуку, яка характеризується багатовимірною «яружністю», наявністю «плато», точок перегину поверхні тощо;
- наявність обмежень, введення яких до цільової функції ще більш ускладнює топологію поверхні пошуку;
- суттєва нелінійність та можлива недиференційованість функції цілі;
- алгоритмічне або складне аналітичне представлення цільової функції, що потребує значних обчислювальних ресурсів та затрат часу для розрахунків, обумовлює використання громіздких чисельних методів та часто становить непросту самостійну задачу.

Всім цим вимогам задовольняють сучасні метаевристичні стохастичні алгоритми оптимізації як еволюційні, так і поведінкові, які засновані на моделюванні колективної поведінки систем, що самоорганізуються та складаються з взаємодіючих агентів [31, 32].

Суттєва ресурсоемність нелінійних оптимізаційних задач зі складними для обчислень цільовими функціями робить затребуваними для використання технології *сурогатної оптимізації* [33], яка передбачає заміну ресурсоемної функції цілі її замісником, що є апроксимованим аналогом, тобто метамоделлю, та потребує значно менших обчислювальних ресурсів і дає можливість пошуку розв'язку за реальний час. Під метамоделлю будемо розуміти просту в обчислювальному сенсі формальну модель на більш складну модель, побудовану на фізичних законах.

Складова функція цілі задачі оптимального синтезу СЗ ВСП являє собою складну аналітичну залежність J , яка містить невластні кратні інтеграли I-го роду, складні функції форми котушки, що включають в себе спеціальні функції Бесселя I-го роду I-го порядку. Дослідження [34] показали значні витрати часу навіть для однократних обчислень значень цільових функцій. В табл. 1 показано часові витрати на розрахунок аналітичної залежності розподілу ГВС в ОК для СЗ у вигляді витків кругової та прямокутної форм із їх розташуванням паралельно та перпендикулярно до поверхні ОК.

Такі значні часові витрати, отримані для найпростішого випадку СЗ у вигляді одиночного кругового витка або прямокутної рамки, свідчать про неможливість безпосереднього використання аналітичної функціональної залежності [34] в задачах оптимального синтезу.

Застосування сурогатної оптимізації дозволяє усунути проблему необмеженого збільшення обчислювальних ресурсів та розв'язувати задачі оптимального синтезу з використанням метамоделей ВСП. В цьому випадку в оптимізаційному алгоритмі має сенс використовувати модель – замісник \hat{J} , що описує поверхню відгуку:

$$F_{target} = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{k=1}^M \hat{J}_{ik} - J_{reference} \right)^2 \rightarrow \min .$$

Таблиця 1

Витрати часу на розрахунок ГВС для різновидів котушок збудження

Форма котушки збудження	Положення СЗ відносно ОК	Розмір котушки, мм	Час на розрахунок, годин
кругова	нерухома	5	3,5
		25	8
		35	11
	рухома	5	8
		25	15
		35	20
прямокутна	нерухома	20x40	2,5
	рухома		9
прямокутна	нерухома тангенціальна	12x12	2
		12x24	3
	рухома тангенціальна	12x12	7
		12x24	9

При цьому задача створення метамоделі є непростю і зводиться до побудови апроксимаційної функції поверхні відгуку і виконується на попередньому перед оптимальним синтезом етапі. В складних випадках для її реалізації застосовують комбіновані методи апроксимації із поєднанням методів штучного інтелекту та традиційних математичних методів наближення та аналізу даних.

Певні особливості побудови метамоделей продемонстровано авторами в роботах [35, 36], де на прикладах показано їх створення для СЗ планарної та об’ємної структури ВСП.

Висновки

Таким чином, в статті виконано формулювання задачі оптимального проектування вихрострумового перетворювача з наперед заданою характеристикою чутливості як оберненої некоректної нелінійної з математичної точки зору задачі. Проведено огляд та відповідний аналіз математичних методів, що використовуються для розв’язку задач такого класу.

Внаслідок наявності ефективного алгоритму глобального пошуку екстремуму [31, 37], оснований на низькорівневій гібридизації метаевристичних стохастичних методів оптимізації роєм часток з парадигмою колективного інтелекту та генетичного алгоритму, як представника еволюційного підходу, та певних математичних особливостей обрано оптимізаційний метод розв’язку нелінійної оберненої задачі проектування системи збудження ВСП, що забезпечує однорідну чутливість в зоні контролю об’єкта.

В дослідженнях доведена доцільність застосування сурогатної оптимізації для розв’язання сформульованої задачі з метою зменшення ресурсоемності оптимізаційних алгоритмів при обчисленнях з використанням складних для розрахунків цільових функцій. Вказано ефективні апроксимаційні техніки побудови метамоделей, необхідні для практичної реалізації сурогатної оптимізації.

Список використаної літератури

1. Halchenko V. Ya., Trembovetskaya R. V., Tychkov V. V. Surface Eddy Current Probes: Excitation Systems of the Optimal Electromagnetic Field (Review). *Devices and Methods of Measurements*. 2020. № 1 (11). P. 42–52.
2. Gal'chenko V. Ya., Vorob'ev M. A. Structural Synthesis of Attachable Eddy-Current Probes with a Given Distribution of the Probing Field in the Test Zone. *Russian Journal of Nondestructive Testing*. 2005. № 1 (41). P. 29–33.
3. Гальченко В. Я., Павлов О. К., Воробйов М. О. Нелінійний синтез магнітних полів збудження вихрострумових перетворювачів дефектоскопів. *Методи і прилади контролю якості*. 2002. № 8. С. 3–5.
4. Норенков И. П. Основы автоматического проектирования. Москва: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2002. 336 с.
5. Норенков И. П. Автоматизированное проектирование. Москва: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. 188 с.
6. Ли К. Основы САПР (CAD/CAV/CAE). Санкт-Петербург: Питер, 2006. 580 с.
7. Корячко В. П., Курейгин В. М., Норенков И. П. Теоретические основы САПР. Москва: Энергоатомиздат, 1987. 400 с.
8. Андронов С. А. Методы оптимального проектирования. Санкт-Петербург: СПбГУАП, 2001. 168 с.
9. Аветисян Д. А. Автоматизация проектирования электротехнических систем и устройств. Москва: Высшая школа, 2005. 511 с.
10. Свирщева Э. А. Структурный синтез неизоморфных систем с однородными компонентами. Харьков: ХТУРЕ, 1998. 256 с.
11. Черноруцкий И. Г. Оптимальный параметрический синтез. Ленинград: Энергоатомиздат, 1987. 128 с.
12. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. Москва: Наука, 1986. 288 с.
13. Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В. В., Ягола А. Г. Численные методы решения некорректных задач. Москва: Наука. 1990. 230 с.
14. Охріменко М. Г., Фартушний І. Д., Кулик А. Б. Некоректно поставлені задачі та методи їх розв'язування. Київ: НТУУ «КПІ», 2014. 228 с.
15. Кабанихин С. И. Обратные и некорректные задачи. Новосибирск: Сибирское научное издательство, 2008. 457 с.
16. Ягола А. Г., Степанова И. Э., Титаренко В. Н. Обратные задачи и методы их решения. Приложения к геофизике. Москва: БИНОМ. Лаб. знаний, 2014. 216 с.
17. Петров Ю. П., Сизиков В. С. Корректные, некорректные и промежуточные задачи с приложениями. Санкт-Петербург: Политехника, 2003. 261 с.
18. Васин В. В., Агеев А. Л. Некорректные задачи с априорной информацией. Екатеринбург: Наука, 1993. 263 с.
19. Сумин М. И. Некорректные задачи и методы их решения. Нижний Новгород: НГУ, 2009. 288 с.
20. Тихонов А. Н., Леонов А. С., Ягола А. Г. Нелинейные некорректные задачи. М.: Наука, 1995. 312 с.
21. Qi-Nian J., Zong-Yi H. On the Choice of the Regularization Parameter for Ordinary and Iterated Tikhonov Regularization of Nonlinear Ill-Posed Problems. *Inverse Problems*. 1997. № 13. P. 815–827.
22. Танана В. П., Боков А. В. Регуляризация нелинейных операторных уравнений. *Известия Челябинского научного центра*. 2003. № 1 (18). С. 6–8.

23. Liu F., Nashed M. Z. Tikhonov Regularization of Nonlinear Ill-Posed Problems with Closed Operators in Hilbert Scales. *Journal of Inverse and Ill-posed Problems*. 1997. № 4 (5). P. 363–376.
24. Алифанов О. М., Артюхин Е. А., Румянцев С. В. Экстремальные методы решения некорректных задач. Москва: Наука, 1988. 287 с.
25. Бакушинский А. Б., Гончарский А. В. Некорректные задачи. Численные методы и приложения. Москва: МГУ, 1989. 1999 с.
26. Engl H. W., Hanke M., Neubauer A. Regularization of Inverse Problems. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996. 319 p.
27. Kaltenbacher B., Neubauer A., Schertz O. Iterative Regularization Methods for Nonlinear Ill-posed Problems. Berlin, New York: Walter de Gruyter & Co, 2008. 202 p.
28. Kaipio J., Somersalo E. Statistical and Computational Inverse Problems. New York: Springer Verlag. 2004. 340 p.
29. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. Москва: ЛКИ, 2009. 480 с.
30. Жданов М. С. Теория обратных задач и регуляризации в геофизике. Москва: Научный мир, 2007. 712 с.
31. Гальченко В. Я., Якимов А. Н. Популяционные метаэвристические алгоритмы оптимизации роєм частиц: Учебное пособие. Черкассы: ФЛП Третьяков А.Н., 2015. 160 с.
32. Скобцов Ю. А., Федоров Е. Е. Метаэвристики: монография. Донецк: Ноулидж, 2013. 426 с.
33. Jiang P., Zhou Q., Shao X. Surrogate Model-Based Engineering Design and Optimization. Springer (Springer Tracts in Mechanical Engineering), 2020. 240 p.
34. Trembovetska R. V., Halchenko V. Ya., Tychkov V. V. Studying the Computational Resource Demands of Mathematical Models for Moving Surface Eddy Current Probes for Synthesis Problems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. № 5/5 (95). P. 39–46.
35. Гальченко В. Я., Трёмбовецька Р. В., Тичков В. В. Нейромережева метамодель циліндричного накладного вихрострумового перетворювача як складова сурогатного оптимального синтезу. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2018. № 3/1 (66). С. 32–38.
36. Trembovetska R. V., Halchenko V. Ya., Tychkov V. V. Multiparameter Hybrid Neural Network Metamodel of Eddy Current Probes with Volumetric Structure of Excitation System. *International Scientific Journal «Mathematical Modeling»*. 2019. № 4(3). P. 113–116.
37. Гальченко В. Я., Якимов А. Н., Остапущенко Д. Л. Поиск глобального оптимума функций с использованием гибрида мультиагентной роєвой оптимизации с эволюционным формированием состава популяции. *Інформаційні технології*. 2010. № 10. С. 9–16.

References

1. Halchenko, V. Ya., Trembovetskaya, R. V., & Tychkov, V. V. (2020). Surface Eddy Current Probes: Excitation Systems of the Optimal Electromagnetic Field (Review). *Devices and Methods of Measurements*. **1** (11). 42–52.
2. Gal'chenko, V. Ya., & Vorob'ev, M. A. (2005). Structural Synthesis of Attachable Eddy-Current Probes with a Given Distribution of the Probing Field in the Test Zone. *Russian Journal of Nondestructive Testing*. **1** (41). 29–33.

3. Halchenko, V. Ya., Pavlov, O. K., & Vorobyov M. O. (2002). Nonlinear Synthesis of Excitation Magnetic Fields of Eddy Current Converters of Flaw Detectors. *Methods and Devices of Quality Control*. **8**. 3–5.
4. Norenkov, I. P. (2002). *Osnovy avtomaticheskogo proektirovanija*. Moskva: Izd-vo MGTU im. Baumana.
5. Norenkov, I. P. (2000). *Avtomatizirovannoe proektirovanie*. Uchebnik. Serija: Informatika v tehničeskom universitete. Moskva: Izd-vo MGTU im. N.Je. Baumana.
6. Li, K. (2006). *Osnovy SAPR (CAD/CAV/CAE)*. Sankt-Peterburg: Piter.
7. Korjachko, V. P., Kurejgin, V. M., & Norenkov, I. P. (1987). *Teoreticheskie osnovy SAPR*. Moskva: Jenergoatomizdat.
8. Andronov, S. A. (2001). *Metody optimal'nogo proektirovanija*. Sankt-Peterburg: SPbGUAP.
9. Avetisjan, D. A. (2005). *Avtomatizacija proektirovanija jelektrotehničeskikh sistem i ustrojstv*. Moskva: Vysshaja shkola.
10. Svirshheva, Je. A. (1998). *Strukturnyj sintez neizomorfnyh sistem s odnorodnymi komponentami*. Har'kov: HTURE.
11. Chernoruckij, I. G. (1987). *Optimal'nyj parametriceskij sintez*. Leningrad: Jenergoatomizdat.
12. Tihonov, A. N., & Arsenin, V. Ja. (1986). *Metody reshenija nekorrektnyh zadach*. Moskva: Nauka.
13. Tihonov, A. N., Goncharskij, A., Stepanov, B. B., & Jagola, A. G. (1990). *Chislennye metody reshenija nekorrektnyh zadach*. Moskva: Nauka.
14. Ohrimenko, M. G., Fartushnij, I. D., & Kulik, A. B. (2014). *Nekorektno postavleni zadachi ta metodi ih rozv'jazuvannja*. Kii'v: NTUU «KPI».
15. Kabanihin, S. I. (2008). *Obratnye i nekorrektnye zadachi*. Novosibirsk: Sibirskoe nauchnoe izdatel'stvo.
16. Jagola, A. G., Stepanova, I. E., & Titarenko, V. N. (2014). *Obratnye zadachi i metody ih reshenija. Prilozhenija k geofizike*. Moskva: BINOM. Lab. znaniy.
17. Petrov, Ju. P., & Sizikov, V. S. (2003). *Korrektnye, nekorrektnye i promezhutochnye zadachi s prilozhenijami*. Sankt-Peterburg: Politehnika.
18. Vasin, V.V., & Ageev, A.L. (1993). *Nekorrektnye zadachi s apriornoj informaciej*. Ekaterinburg: Nauka.
19. Sumin, M. I. (2009). *Nekorrektnye zadachi i metody ih reshenija*. Nizhnij Novgorod: NGU.
20. Tihonov, A. N., Leonov, A. S., & Jagola, A. G. (1995). *Nelinejnye nekorrektnye zadachi*. Moskva: Nauka.
21. Qi-Nian, J., & Zong-Yi, H. (1997). On the Choice of the Regularization Parameter for Ordinary and Iterated Tikhonov Regularization of Nonlinear Ill-Posed Problems. *Inverse Problems*. **13**. 815–827.
22. Tanana, V. P., & Bokov, A. V. (2003). Reguljarizacija nelinejnyh operatornyh uravnenij. *Izvestija Cheljabinskogo nauchnogo centra*. **1** (18). 6-8.
23. Liu, F., & Nashed M. Z. (1997). Tikhonov Regularization of Nonlinear Ill-Posed Problems with Closed Operators in Hilbert Scales. *Journal of Inverse and Ill-posed Problems*. **4** (5). 363-376.
24. Alifanov, O. M., Artjuhin, E. A., & Rumjancev, S. V. (1988). *Jekstremal'nye metody reshenija nekorrektnyh zadach*. Moskva: Nauka.
25. Bakushinskij, A. B., & Goncharskij, A. B. (1989). *Nekorrektnye zadachi. Chislennye metody i prilozhenija*. Moskva: MGU.

26. Engl, H. W., Hanke, M., & Neubaue A. (1996). *Regularization of Inverse Problems*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers
27. Kaltenbacher, B., Neubauer, A., & Schertzer, O. (2008). *Iterative Regularization Methods for Nonlinear Ill-posed Problems*. Berlin, New York: Walter de Gruyter & Co.
28. Kaipio, J., & Somersalo E. (2004). *Statistical and Computational Inverse Problems*. New York: Springer Verlag.
29. Samarskij, A. A., & Vabishhevich, P. N. (2009). *Chislennye metody reshenija obratnyh zadach matematicheskoy fiziki*. Moskva: LKI.
30. Zhdanov, M. S. (2007). *Teorija obratnyh zadach i reguljarizacii v geofizike*. Moskva: Nauchnyj mir.
31. Halchenko, V. Ya., & Jakimov, A. N. (2015). *Populjacionnye metajevristicheskie algoritmy optimizacii roem chastic: Uchebnoe posobie*. Cherkassy: FLP Tretjakov A.N.
32. Skobcov, Ju. A., & Fedorov, E. E. (2013). *Metajevristiki: monografija*. Doneck: Noulidzh.
33. Jiang, P., Zhou, Q., & Shao X. (2020). *Surrogate Model-Based Engineering Design and Optimization*. Springer (Springer Tracts in Mechanical Engineering).
34. Trembovetska, R. V., Halchenko, V. Ya., & Tychkov, V. V. (2018). Studying the computational resource demands of mathematical models for moving surface eddy current probes for synthesis problems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 5/5 (95). 39-46.
35. Halchenko, V. Ya., Trembovetska, R. V., & Tychkov, V. V. (2018). Nejromerezheva metamodel' cilindrichnogo nakladnogo viprostrumovogo peretvorjuvacha jak skladova surogatnogo optimal'nogo sintezu. *Visnik Hersons'kogo nacional'nogo tehničnogo universitetu*. 3/1 (66). 32–38.
36. Trembovetska, R. V., Halchenko, V. Y., & Tychkov, V. V. (2019). Multiparameter hybrid neural network metamodel of eddy current probes with volumetric structure of excitation system. *International Scientific Journal «Mathematical Modeling»*. 4 (3). 113-116.
37. Halchenko, V. Ya., Yakimov, A. N., & Ostapushchenko D. L. (2010). Poisk global'nogo optimuma funkcij s ispol'zovaniem gibrida mul'tiagentnoj roevoy optimizacii s jevoljucionnym formirovanjem sostava populjacii. *Informacionnye tehnologii*. 10. 9–16.

Гальченко Володимир Якович – д.т.н., професор, професор кафедри приладобудування, мехатроніки та комп'ютеризованих технологій Черкаського державного технологічного університету, член Українського товариства неруйнівного контролю та технічної діагностики, e-mail: halchvl@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0304-372X.

Трембовецька Руслана Володимирівна – к.т.н., доцент, доцент кафедри приладобудування, мехатроніки та комп'ютеризованих технологій Черкаського державного технологічного університету, член Українського товариства неруйнівного контролю та технічної діагностики, e-mail: r.trembovetska@chdtu.edu.ua, ORCID: 0000-0002-2308-6690.

Тичков Володимир Володимирович – к.т.н., доцент кафедри приладобудування, мехатроніки та комп'ютеризованих технологій Черкаського державного технологічного університету, член Українського товариства неруйнівного контролю та технічної діагностики, e-mail: v.tychkov@chdtu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9997-307X.

**УДОСКОНАЛЕННЯ АВТОМАТИЗОВАНОЇ СИСТЕМИ СУШКИ ЗЕРНА
БЕЗ ВОРУШІННЯ**

В статті розглянуто удосконалення автоматизованої системи сушки зернових культур на базі багатокамерного бункера. Запропоновано нове рішення, яке ґрунтується на заміні бункера на однокамерний та розробці автоматизованої системи управління на базі контролера. Завдяки цьому досягається істотне збільшення продуктивності та надійності системи, та універсальність її налаштування по відношенню до різноманітних видів зернової продукції. Зазначено, що багатокамерні сушильні камери мають ряд обмежень в досягненні необхідного рівня уніфікації та гнучкості, що необхідна сучасним виробництвам. Так, багатокамерні системи сушки зерна для виготовлення солоду потребують суттєвих технічних змін за необхідності в процесі переробки змінити сорт зерна або навіть культуру. Однокамерні системи сушки зернового продукту виявляються більш гнучкими по відношенню до багатокамерних, але при цьому вимагають значного удосконалення саме систем керування, наприклад, шляхом впровадження мікропроцесорної техніки. Така модернізація однокамерної автоматизованої системи сушки зерна без ворущіння проведена з використанням програмованого модульного мікроконтролера Simantic S7-300. При розробці програмного забезпечення враховувалась його модульна структура Step 7, завдяки чому стало можливим здійснювати індивідуальні програмні налаштування алгоритму управління під необхідний тип зернової культури. Схема автоматизованої сушильної камери без ворущіння передбачає надходження зерна разом з водою по трубопроводу до бункера, де рівномірно розмішується. Рівень зерна в ємності постійно регулюється, а вода в цей час зливається по трубопроводу. Після заповнення ємності та рівномірного розподілення зерна вмикається газогенератор. Процес подачі газів керується за допомогою клапанів на трубопроводах, тиск в яких регулюється за показами первинних перетворювачів, які встановлені в характерних точках. Гаряче повітря з теплогенератора подається в бункер вентилятором, та проходячи крізь шар зерна витяжним вентилятором виноситься назовні. Можливість продувати шар зерна гарячим повітрям за допомогою вентилятора дозволяє процесу протікати без ворущіння. Ступінь готовності зерна в процесі сушки визначається по різниці температур між сухим та вологим повітрям, до шару зерна та після відповідно. Програмне забезпечення мікроконтролера побудоване таким чином, що є можливість зміни параметрів керування режимом обробки зерна на кожному окремому етапі незалежно і, відповідно, оперативно налаштовувати систему керування при зміні асортименту.

Ключові слова: автоматизована система; бункер; сушильна камера; сушка зерна, контролер, Simantic S7-300.

**СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ
СУШКИ ЗЕРНА БЕЗ ПЕРЕМЕНИВАНИЯ**

В статье рассмотрены усовершенствования автоматизированной системы сушки зерновых культур на базе многокамерного бункера. Предложено новое решение,

основанное на замене бункера на однокамерный и разработке автоматизированной системы управления на базе контроллера. Благодаря этому достигается существенное увеличение производительности и надежности системы, и универсальность ее настройки по отношению к различным видам зерновой продукции. Отмечено, что многокамерные сушильные камеры имеют ряд ограничений в достижении необходимого уровня унификации и гибкости, необходимой современным производствам. Так, многокамерные системы сушки зерна для производства солода требуют существенных технических изменений при необходимости в процессе переработки изменить сорт зерна или даже культуру. Однокамерные системы сушки зернового продукта оказываются более гибкими по отношению к многокамерным, но при этом требуют значительного усовершенствования именно систем управления, например, путем внедрения микропроцессорной техники. Такая модернизация однокамерной автоматизированной системы сушки зерна без перемешивания проведена с использованием программируемого модульного микроконтроллера Simantic S7-300. При разработке программного обеспечения учитывалась его модульная структура Step 7, благодаря чему стало возможным осуществлять индивидуальные программные настройки алгоритма управления под необходимый тип зерновой культуры. Схема автоматизированной сушильной камеры без перемешивания предусматривает поступление зерна вместе с водой по трубопроводу в бункер, где равномерно размешивается. Уровень зерна в емкости постоянно регулируется, а вода в это время сливается по трубопроводу. После заполнения емкости и равномерного распределения зерна включается газогенератор. Процесс подачи газов управляется с помощью клапанов на трубопроводах, давление в которых регулируется по показаниям первичных преобразователей, установленных в характерных точках. Горячий воздух из теплогенератора подается в бункер вентилятором, и проходя через слой зерна вытяжным вентилятором выносятся наружу. Возможность продувать слой зерна горячим воздухом с помощью вентилятора позволяет процессу протекать без перемешивания. Степень готовности зерна в процессе сушки определяется по разнице температур между сухим и влажным воздухом, до слоя зерна и после соответственно. Программное обеспечение микроконтроллера построено таким образом, что есть возможность изменения параметров управления режимом обработки зерна на каждом отдельном этапе независимо и, соответственно, оперативно настраивать систему управления при изменении ассортимента.

Ключевые слова: автоматизированная система; бункер; сушильная камера; сушка зерна; контроллер; Simantic S7-300.

L.P. GOLUBEV, I. L. KIVA
Kyiv National University of Technology and Design

IMPROVEMENT OF THE AUTOMATED GRAIN DRYING SYSTEM WITHOUT CHANGING

The article discusses the improvements in the automated system for drying grain crops based on a multi-chamber bunker. A new solution is proposed based on replacing the bunker with a single-chamber one and developing an automated control system based on a controller. Thanks to this, a significant increase in the productivity and reliability of the system is achieved, and the versatility of its adjustment in relation to various types of grain products. It is noted that multi-chamber drying chambers have a number of limitations in achieving the required level of unification and flexibility required by modern industries. Thus, multi-chamber grain drying systems for the production of malt require significant technical changes if it is necessary to change the type of grain or even the crop during processing.

Single-chamber systems for drying a grain product turn out to be more flexible in relation to multi-chamber ones, but at the same time they require significant improvements in control systems, for example, by introducing microprocessor technology. This modernization of a single-chamber automated grain drying system without mixing was carried out using a programmable modular microcontroller Simantic S7-300. When developing the software, its Step 7 modular structure was taken into account, which made it possible to carry out individual software settings of the control algorithm for the required type of grain crop. The scheme of an automated drying chamber without mixing provides for the flow of grain along with water through a pipeline into the hopper, where it is evenly mixed. The grain level in the tank is constantly regulated, while the water is drained through the pipeline at this time. After filling the container and evenly distributing the grain, the gas generator is turned on. The gas supply process is controlled by valves on the pipelines, the pressure in which is regulated according to the indications of the primary converters installed at characteristic points. Hot air from the heat generator is supplied to the hopper by a fan, and passing through the grain layer by an exhaust fan is carried out. The ability to blow the grain layer with hot air using a fan allows the process to proceed without stirring. The degree of grain readiness during the drying process is determined by the temperature difference between dry and moist air, before and after the grain layer, respectively. The microcontroller software is built in such a way that it is possible to change the control parameters of the grain processing mode at each separate stage independently and, accordingly, quickly adjust the control system when changing the assortment.

Keywords: automated system; bunker; drying chamber; grain drying; controller; Simantic S7-300.

Постановка проблеми

В процесі приготування зерна автоматизована сушильна камера використовується для зменшення степені вологості зерна, а також «обжарки» необхідних сортів.

З часом багатокамерні сушильні камери відходять на другий план так як не дають достатнього рівня уніфікації та гнучкості що необхідна сучасним виробництвам. За роки роботи було виявлено що багатокамерні автоматизовані системи сушки зерна для виготовлення солоду, окрім того що більш громіздкі, потребують технічних змін за необхідності змінити сорт зерна або навіть культуру. А однокамерні в той же час не дають необхідного рівня універсальності, а також менш надійні [1–3].

Так як сушка зернових культур в процесі виготовлення необхідної продукції один з найважливіших процесів заготування зернової продукції, незалежно від того чи для зберігання чи для підготування зерна до виготовлення продукту, як, наприклад, карамелізації солоду в пивоварінні, тому її удосконаленню та уніфікації сьогодні приділяється дуже велика увага.

При цьому дуже часто виникає необхідність в модифікації існуючого обладнання, шляхом впровадження сучасних систем управління. Для забезпечення цього найкраще підходять новітні мікропроцесорні системи, які відрізняються своєю варіативністю, доступністю і простотою програмування, налаштування і управління.

Для модернізації було прийнято рішення відмовитися від каскадної системи камер в перевагу однокамерної автоматизованої системи сушки зерна без ворущіння, що керується програмованим модульним мікроконтролером Simantic S7-300. Ця система відрізняється своєю універсальністю відносно сорту зерна і його типу без необхідності змін в апаратному плані обмежуючись програмним.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Звісно на сьогодні відомі конструкції однокамерних систем сушки зерна, проте їх система просто передбачає зменшення кількості бункерів без зміни основного функціонала. Як результат отримуємо конвеєрну будову бункера з необхідністю витрат тепло елемента на протязі всієї стрічки, що також призводить до неминучого збільшення вірогідності пожежі. Як альтернативу можу запропонувати систему сушки без ворухіння де шляхом зниження шару зерна можливо продувати його наскрізь, а програмне забезпечення зможе замінити конвеєрну систему, в цьому випадку можна знизити небезпеку та шанси на пошкодження зерна в процесі сушки [4].

Мета дослідження

Основна мета роботи полягає в тому, щоб розробити удосконалену схему автоматизованої системи управління (АСУ) сушки зерна без ворухіння для однокамерного бункера, та створити програмне управління технологічним процесом.

АСУ має бути здатна на автоматизовану сушку зерна без необхідності втручання оператора в процес та з можливістю створити на базі розробленого програмного забезпечення SCADA- систему для контролю роботи.

Викладення основного матеріалу дослідження

Для управління процесом сушки зерна без ворухіння розроблена автоматизована система. Розробка програмного забезпечення виконувалась в середовища Step 7, створеного для лінійки контролерів Simantic. Модульна система цього середовища дозволяє встановити індивідуальні програмні налаштування для управління під необхідний тип зернової культури.

В розробленій системі управління необхідно встановлювати періоди простою для додаткового контролю за якістю зерна та запобігання згорання продукту.

Наприклад, для солоду було розроблено програму при якій зміна його вологості й температури має проходити в межах відповідних трьом етапам сушки :

- фізіологічна фаза – температура солоду підвищується з 20 до 40 градусів, вологість зменшується з 45%до 30%
- ферментативна фаза – температура солоду підвищується з 40 до 60 градусів, вологість зменшується з 30%до 10%
- хімічна фаза – температура солоду підвищується з 60 до 80 градусів, вологість зменшується з 10% до 3%

Між кожним етапом передбачений період простою (при якому зберігається вже досягнута температура) в 1 годину для того щоб дати зерну «відпочити» від агресивності навколишнього середовища.

Нижче наведений приклад програми нагріву сушки для солоду:

<p>Network 1: Команда для нагріву до 20 градусів.</p>	<p>Network 2: Команда на вимкнення нагріву на годину для «відпочинку» зерна.</p>
<pre>L «Temp» IW270 L 20 <=I = M 0.0</pre>	<pre>AN M 0.0 L S5T1H0M0S SP T 1 NOP 0 NOP 0 NOP 0 A T 1 = M 0.1</pre>

<p>Network 3: Команда для нагріву до 40 градусів.</p> <pre> AN M 0.1 A (L "Temp" IW270 L 40 <=I) = M 0.2 </pre>	<p>Network 4: Команда на вимкнення нагріву на годину для «відпочинку» зерна.</p> <pre> AN M 0.2 L S5T1H0M0S SP T 2 NOP 0 NOP 0 NOP 0 A T 2 = M 0.3 </pre>
<p>Network 5:</p> <pre> AN M 0.2 A (L "Temp" IW270 L 60 <=I) = M 0.4 </pre>	<p>Network 6: Команда на вимкнення нагріву на годину для «відпочинку» зерна.</p> <pre> AN M 0.4 L S5T1H0M0S SP T 3 NOP 0 NOP 0 NOP 0 A T 3 = M 0.5 </pre>

Якщо поглянути на схему перебігу технологічного процесу виготовлення/заготовки зерна (рис.1), то можна побачити, що сушка зерна є центральним елементом системи. Апаратно сушильна камера 3 розміщується після грядок для пророщення зерна 2, звідки воно транспортується в ємність для сушки за допомогою води і з'єднана конвеєром з очисним апаратом куди зерно відправляється після протікання процесу сушки.

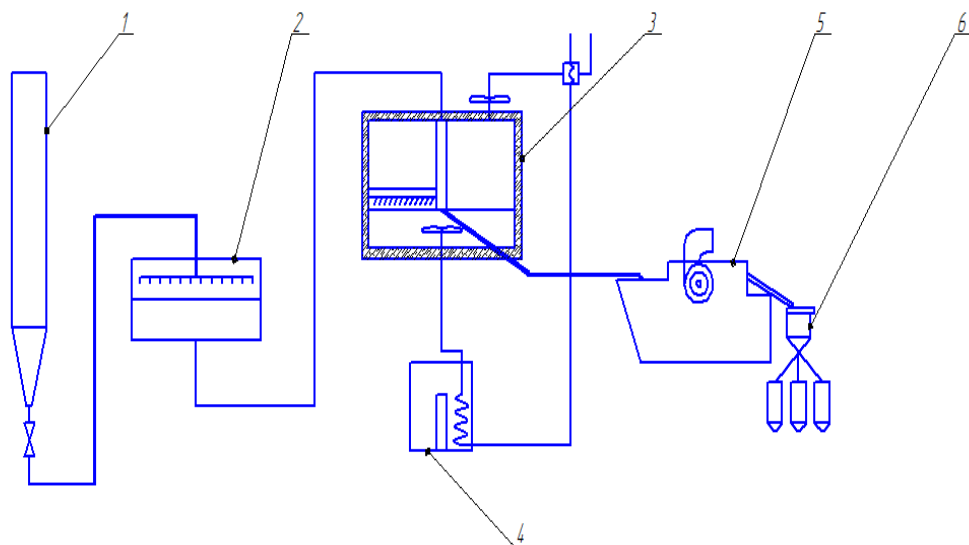


Рис. 1. Схема перебігу процесу виготовлення/заготовки зерна:
1 – елеватор для зерна, 2 – грядки, де знаходиться зерно до утворення в ньому ростків, 3 – сушильна камера для сушки зерна, 4 – теплогенератор газовий, 5 – апарат для чистки зерна після сушки, 6 – сортувальна машина для відбору відходів від зерна.

Розроблена автоматизована схема управління сушінням зерна без ворущіння [5] наведена на рис. 2.

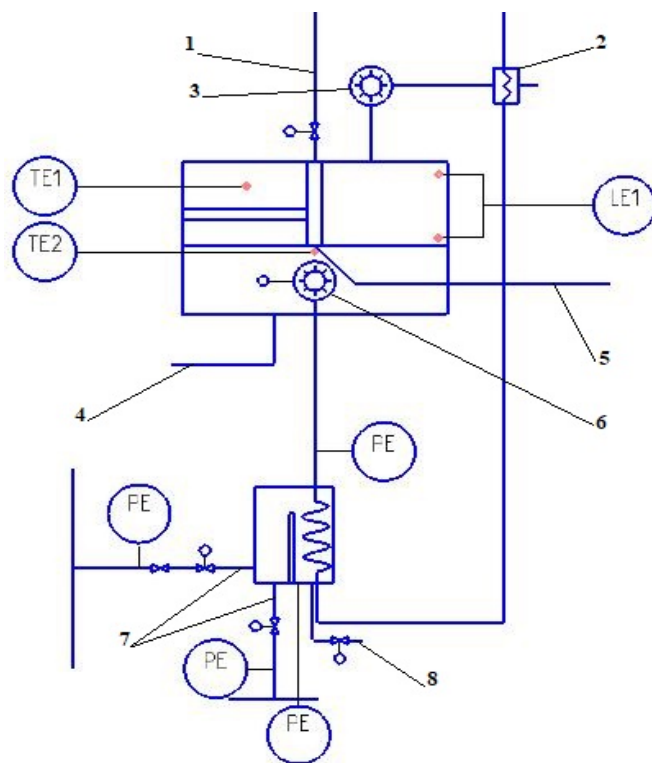


Рис. 2. Схема автоматизованої сушильної камери без ворущіння:

- 1 – трубопровід, по якому зерно разом з водою потрапляє до сушильної камери, 2 – схематичне зображення теплообмінника для нагрівання вуличного повітря що забирається до теплогенератора з метою економії, 3 – витяжний вентилятор, 4 – злив для води, 5 – вивідний конвектор для готової продукції, 6 – вентилятор, що подає тепло з теплогенератора в бункер, 7 – трубопроводи для подачі газового палива в теплогенератор, 8 – протиаварійний витяжний механізм теплогенератора.

По трубопроводу 1 зерно надходить до бункера та рівномірно розміщується черв'ячним валом.

Рівень зерна в ємності регулюється датчиком рівня LE1, а вода в цей час зливається по трубопроводу 4. Для запобігання uszkodжень також встановлено захисну перегородку над вентилятором 6.

Після надходження зерна в ємність та рівномірного розподілення вмикається газогенератор.

Газогенератор здатен працювати на більш дешевому природному паливі, але його для цього необхідно додатково запалювати за допомогою більш горючих газів. Процес подачі газів керується за допомогою клапанів на трубопроводах 7, тиск в яких регулюється за показами датчиків PE. Для додаткової безпеки та запобігання аварії в газогенераторі встановлено протиаварійний витяжний механізм що при надмірному тиску відкриває заслону і дозволяє стравити газ.

Гаряче повітря з теплогенератора подається в бункер вентилятором 6, та проходячи крізь шар зерна витяжним вентилятором виноситься назовні крізь теплообмінну систему труб 2, крізь яку наганяється повітря з вулиці, що також дозволяє зекономити теплові ресурси.

Можливість продувати шар зерна вентилятором дозволяє даному процесу протікати без ворушіння і тим самим як спростити схему в програмному плані так і здешевити її в технологічному.

Вологість зерна в процесі сушки визначається як різниця температур між сухим та вологим повітрям, до шару зерна та після відповідно. Для цього встановлені температурні датчики Т1 над шаром зерна та Т2 над вентилятором.

Після закінчення процесу сушки зерно по вивідному конвеєру для зерна відправляється далі згідно технічній карті процесу.

Використовуваний в даній системі контролер Simantic S7-300 в своїй структурі передбачає модульну конструкцію, тому можливо з'єднати вторинні перетворювачі що з'єднані з датчиками вмонтованими по місцю Profibus-ом через модульну базу ET 1200. Таким чином біля всіх необхідних елементів можна встановити щити по місцю, та керувати ними через SCADA систему з операторського місця.

Загалом дана система має стати більш надійною, універсальною, а також більш безпечною аніж аналогічні системи сушки зерна.

Висновки

Удосконалення, запропоноване в даній статі, забезпечує оптимізацію та уніфікацію процесу сушки під час обробки та заготівлі зерна.

Використання запропонованої роботи з модернізації дозволить більш ефективно підходити до процесу сушки зерна та мати можливість обирати більш різноманітні сорти та види зернових культур. Крім того ця схема переробки суттєво знижує ризики виникнення аварійних ситуацій, які можуть виникнути внаслідок виділення небезпечних токсинів та супутніх газів від зерна.

Також широкі можливості в програмному налаштуванні запропонованим мікроконтролером дозволять лише заміною програми змінити обрану зернову культуру та налаштувати процес сушки під необхідні потреби. Значним плюсом в даному плані стає можливість встановити SCADA систему для полегшення роботи з програмою операторам лінії.

Список використаних джерел

1. Баланов П. Е., Смотраева И. В. Технология солода. СПб.: НИУ ИТМО; ИХиБТ, 2014. 82 с.
2. Манасян С. К. Методы интенсификации процессов сушки зерна. *Ресурсосберегающие технологии сельского хозяйства: Приложение к «Вестнику КрасГАУ»*. 2007. Вып. 4. С. 89–92.
3. Пузик Л.М., Пузик В.К.Технологія зберігання і переробки зерна. Х.: ХНАУ, 2013. 312 с.
4. Цугленок Н. В., Манасян С. К., Демский Н. В. Техника и технология сушки зерна. Красноярск: Красноярский гос. аграрный ун-т., 2009. 104 с.
5. ДСТУ Б А.2.4-3:2009. СПДБ. Правила виконання робочої документації автоматизації технологічних процесів. [Чинний від 2010-01-01]. Вид. офіц. Київ : Держспоживстандарт України, 2009. 56 с.

References

1. Balanov, P. E., & Smotraeva, I. V. (2014). *Tehnologiya soloda*. SPb.: NIU ITMO; IHiBT.
2. Manasyan, S. K. (2007). *Metodyi intensifikatsii protsessov sushki zerna. Resursosberegayuschie tehnologii selskogo hozyaystva: Prilozhenie k «Vestniku KrasGAU»*. 4, 89–92.
3. Puzik, L. M., & Puzik, V. K. (2013). *Tekhnolohiia zberihannia i pererobky zerna*. Kh. : KhNAU.

4. Tsuglenok, N. V., Manasyan, S. K., & Demskiy, N. V. (2009). *Tehnika i tehnologiya sushki zerna*. Krasnoyarsk: Krasnoyarskiy gos. agrarniy un-t.
5. DSTU В А.2.4-3:2009. SPDB. *Pravyla vykonannya robochoi dokumentatsii avtomatyzatsii tekhnolohichnykh protsesiv*. [Chynnyi vid 2010-01-01]. Vyd. ofits. Kyiv : Derzhspozhyvstandart Ukrainy.

Голубев Леонтій Петрович – к.т.н., доцент кафедри комп’ютерно-інтегрованих технологій та вимірювальної техніки Київського національного університету технологій та дизайну, e-mail: golubev1@ukr.net, ORCID: 0000-0002-2980-8017.

Ківа Ігор Леонідович – к.т.н., доцент кафедри комп’ютерно-інтегрованих технологій та вимірювальної техніки Київського національного університету технологій та дизайну, e-mail: leonidovich1259@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2920-5312.

УДК 531

Е.Т. ГОРАЛИК, Н.Н. КРЮКОВ
Государственный университет инфраструктуры и технологий

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФАЗЫ ВРАЩЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПРИ СХОЖДЕНИИ С НАКЛОННОЙ РАМПЫ

Известные математические модели движения твердых тел, сходящих с конвейера или наклонной рамп, основаны на построении систем трех дифференциальных уравнений в прямоугольной декартовой системе координат. Однако результаты расчетов параметров движения с использованием этих моделей и их сопоставление с другими расчетными и экспериментальными данными для конкретных объектов в открытой печати отсутствуют.

Цель работы заключается в построении и апробации новой адекватной математической модели фазы вращения движения твердого тела при схождении с наклонной рамп для исследования параметров его движения в начале свободного падения.

Рассматривается задача о фазе вращения твердого тела (схождение с опорной поверхности с нарастающим углом наклона с момента, когда центр масс тела оказывается над краем опоры, до отрыва от опоры его заднего конца), которое моделируется прямым однородным стержнем, при схождении с наклонной рамп в полярной системе координат. Дифференциальные уравнения движения стержня составлены с помощью уравнений Лагранжа второго рода. В качестве обобщенных координат приняты расстояние r от края опоры до центра масс стержня и полярный угол φ между горизонтальной осью и осью стержня. Для полученной нелинейной разрешающей системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка сформулирована соответствующая задача Коши, которая решается численно с помощью метода Рунге-Кутты четвертого порядка точности. На основе предложенного подхода проведены численные эксперименты, результаты которых представлены в виде графиков зависимостей от начальной скорости центра масс времени фазы вращения, угла поворота, угловой скорости вращения и линейной скорости центра масс в конце фазы вращения для стержней длиной 5, 10 и 15 м при угле наклона рамп 35° .

Установлено, что увеличение начальной скорости центра масс приводит к возрастанию его конечной скорости, а также уменьшению времени фазы вращения, угла поворота и угловой скорости стержня. С увеличением длины стержня время фазы вращения и конечная скорость центра масс возрастают, а углы поворота и угловые скорости стержня уменьшаются.

Ключевые слова: плоскопараллельное движение; стержень; наклонная рамп; уравнения Лагранжа второго рода; обыкновенные дифференциальные уравнения; задача Коши; численное моделирование; метод Рунге-Кутты.

Є.Т. ГОРАЛІК, М.М. КРЮКОВ
Державний університет інфраструктури та технологій

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФАЗИ ОБЕРТАННЯ РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА ПРИ СХОЖДЕННІ З ПОХИЛОЇ РАМПИ

Відомі математичні моделі руху твердих тіл, що сходять з конвеєра або похилої рамп, базуються на побудові систем трьох диференціальних рівнянь у

прямокутній декартовій системі координат. Однак результати розрахунків параметрів руху за допомогою цих моделей і їх порівняння з іншими розрахунковими і експериментальними даними для конкретних об'єктів у відкритих джерелах не опубліковані.

Мета роботи полягає в побудові та апробації нової адекватної математичної моделі фази обертання руху твердого тіла при сходженні з похилої рампи для дослідження параметрів його руху на початку вільного падіння.

Розглянуто задачу про фазу обертання руху твердого тіла (сходження з опорної поверхні зі зростаючим кутом нахилу від моменту, коли центр маси тіла опиняється над краєм опори, до відриву від опори його заднього кінця), що моделюється прямим однорідним стрижнем, при сходженні з похилої рампи в полярній системі координат.

Диференціальні рівняння руху стрижня складені за допомогою рівнянь Лагранжа другого роду. В якості узагальнених координат прийняті відстань r від краю опори до центру мас стрижня і полярний кут φ між горизонтальною віссю і віссю стрижня. Для отриманої нелінійної розв'язувальної системи двох звичайних диференціальних рівнянь другого порядку сформульовано відповідну задачу Коші, яка розв'язується чисельно методом Рунге-Кутта четвертого порядку точності. Виходячи з запропонованого підходу, проведено чисельні експерименти, результати яких представлені у вигляді графіків залежностей тривалості фази обертання, кута повороту, кутової швидкості обертання і лінійної швидкості центру мас в кінці фази обертання від початкової швидкості центру мас стрижня для стрижнів довжиною 5, 10 і 15 м при куті нахилу рампи 35° .

Встановлено, що збільшення початкової швидкості центру мас призводить до збільшення його кінцевої швидкості, а також зменшення тривалості фази обертання, кута повороту і кутової швидкості стрижня. Зі збільшенням довжини стрижня тривалість фази обертання і кінцева швидкість центру мас зростають, а кути повороту і кутові швидкості стрижня зменшуються.

Ключові слова: плоскопаралельний рух, стрижень, похила рампа, рівняння Лагранжа другого роду, звичайні диференціальні рівняння, задача Коші, чисельне моделювання, метод Рунге-Кутта.

J.T. GORALIK, N.N. KRYUKOV
State University of Infrastructure and Technologies

MATHEMATICAL MODELING OF THE ROTATION PHASE OF A SOLID BODY MOVEMENT WHEN DESCENDING FROM THE INCLINED RAMP

Known mathematical models of solids coming off a conveyor belt or sloping ramp are based on the construction of three differential equation systems in a rectangular Cartesian system of coordinates. However, there are no results of calculations of motion parameters using these models and their comparison with other calculation and experimental data for specific objects in open print.

The aim of the work is to build and test a new adequate mathematical model of the phase of rotation of solid movement when coming down from the sloping ramp to study the parameters of its movement at the beginning of free fall.

The task of the solid body rotation phase (a convergence from the supporting surface with a growing angle of inclination from the moment when the center of the body mass is above the edge of the support, to the detachment from the support of its rear end) is

considered, which is simulated by a straight homogeneous rod, when descending from the inclined ramp in the polar coordinate system.

Differential equations of the rod movement are made with the help of Lagrange equations of the second kind. The generalized coordinates are the distance r from the edge of the support to the center of the rod masses and the polar angle φ between the horizontal axis and the axis of the rod. For the received non-linear resolution system of two ordinary differential equations of the second order, the corresponding task of Koshi is formulated, which is solved numerically by the Runge-Kutt method of the fourth order of accuracy. On the basis of the proposed approach, numerical experiments were conducted, the results of which are presented in the form of graphs dependencies time the rotation phase, angle of the turn and the angular speed and linear velocity of center of mass at the end of the rotation phase from the initial velocity of the center of mass of the rod for rods of 5, 10 and 15 m by an angle of ramp 35° .

It has been established that the increase in the initial speed of the center of the mass leads to an increase in its final speed, as well as a decrease in the time of the rotation phase, the angle of the turn and the angular speed of the rod. As the length of the rod increases, the rotational phase and the final speed of the center of the mass increase, and the turning angles and angular speeds of the rod decrease.

Keywords: plane-parallel motion, rod, inclined ramp, Lagrange equation of the second kind, ordinary differential equations, Cauchy problem, numerical simulation, Runge-Kutta method.

Постановка проблемы

При сходжении первоначально поступательно движущегося твердого тела (транспортного средства, заготовки или штучного груза) с опоры (рольганга, конвейера) оно начинает вращаться под действием момента пары сил, возникающего после перемещения центра тяжести за край опоры, то есть движется плоскопараллельно. Положение тела, а также величина опасного ударного импульса при последующем контакте с поверхностью других тел (земли, воды, штабеля и др.) зависит от параметров его движения при сходжении с опоры. Поскольку проведение экспериментальных и особенно натурных исследований при создании новых технических средств, как правило, весьма дорогостояще, математическое моделирование движения при сходжении с опоры штучных грузов, транспортных средств, в частности, спасательных шлюпок свободного падения и др., безусловно, актуально.

Анализ последних исследований и публикаций

Известны математические модели движения штучных грузов, сходящих с конвейера [1], спасательных шлюпок свободного падения при сходжении с наклонной рампы, например [2–3], с использованием систем трех дифференциальных уравнений плоскопараллельного движения и прямоугольных декартовых систем координат. Однако результаты расчетов параметров движения с использованием этих моделей для конкретных объектов в открытой печати, к сожалению, отсутствуют [4].

Цель исследования

Цель работы заключается в построении и апробации новой адекватной математической модели фазы вращения движения твердого тела при сходжении с наклонной рампы для исследования влияния его начальной скорости и длины на скорость, угловую скорость и угол поворота в начале свободного падения.

Изложение основного материала исследования

При исследовании плоскопараллельного движения тел его обычно представляют как сумму двух движений: поступательного вместе с центром масс и вращательного вокруг этой точки. При этом реальные тела во многих случаях с достаточной точностью могут моделироваться однородным прямым стержнем.

Первый этап падения тела при его схождении с опорной поверхности (фаза вращения) с нарастающим углом наклона начинается с момента, когда центр масс тела оказывается над краем опоры (крайним роликом рампы), и заканчивается в момент отрыва от опоры его заднего конца [3–4].

Рассмотрим в полярной системе координат (r, φ) именно этот этап – схождение с наклонной рампы однородного прямого стержня массой m длиной L , который имеет в начальный момент начальную скорость V_0 (рис. 1).

Перемещение центра масс стержня за край опоры на длину отрезка $r = OC$ под действием силы тяжести $\vec{P} = m\vec{g}$ вызывает появление вращательного момента $M = Px = mgr \cos \varphi$, под действием которого стержень вращается с угловым ускорением в вертикальной плоскости.

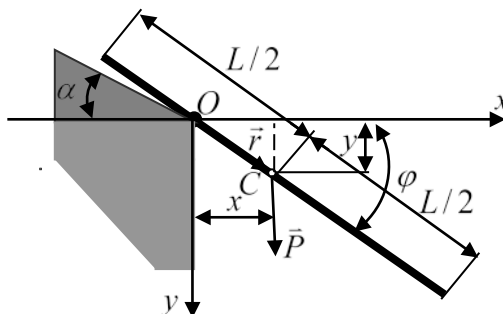


Рис. 1. Схождение однородного стержня с наклонной опоры.

Для составления дифференциальных уравнений движения стержня используем уравнения Лагранжа второго рода [5]. При этом силами трения пренебрегаем.

В качестве обобщенных координат принимаем радиус $r = OC$ – расстояние от центра масс стержня до края опоры и полярный угол φ между горизонтальной осью x и направлением OC – осью стержня.

В данном случае уравнение Лагранжа второго рода имеют вид:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \dot{r}} \right) - \frac{\delta T}{\delta r} = Q_1,$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \dot{\varphi}} \right) - \frac{\delta T}{\delta \varphi} = Q_2,$$

где T – кинетическая энергия стержня, $\dot{r} = \frac{dr}{dt}$ – модуль радиальной скорости центра масс, $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$ – модуль угловой скорости стержня, $\ddot{\varphi} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ – модуль углового ускорения стержня, Q_1 и Q_2 – обобщенные силы.

Кинетическая энергия стержня при его плоскопараллельном движении представляется в виде следующего выражения:

$$T = \frac{I_{zc} \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{mV_c^2}{2},$$

где I_{zc} – момент инерции стержня относительно центра масс, V_c – модуль вектора скорости центра масс.

С учетом известных формул для момента инерции стержня относительно центра масс $I_{zc} = \frac{mL^2}{12}$ и модуля вектора скорости точки в полярной системе координат $V = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2}$ получаем следующее выражение для кинетической энергии стержня:

$$T = \frac{mL^2}{12} \cdot \frac{\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2)}{2}.$$

Найдя выражения для производных, входящих в левые части уравнений Лагранжа, получим:

$$\frac{\delta T}{\delta \dot{r}} = m\dot{r}; \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \dot{r}} \right) = m\ddot{r}; \quad \frac{\delta T}{\delta r} = m r \dot{\varphi}^2; \quad \frac{\delta T}{\delta \dot{\varphi}} = \frac{L^2}{12} m \dot{\varphi} + m r^2 \dot{\varphi};$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \dot{\varphi}} \right) = 2 m r \dot{\varphi} + \left(\frac{L^2}{12} + r^2 \right) m \ddot{\varphi}; \quad \frac{\delta T}{\delta \varphi} = 0;$$

Определим обобщенную силу Q_1 по координате $q_1 = r$. Для этого рассмотрим возможное перемещение системы, обусловленное возможным приращением обобщенной координаты δr (рис. 2).

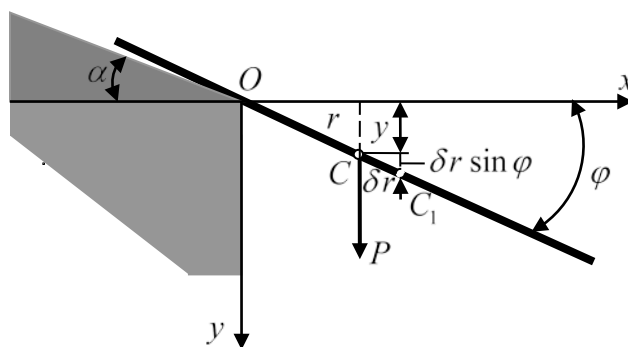


Рис. 2. Возможное перемещение системы, обусловленное возможным приращением обобщенной координаты δr .

Сумма элементарных работ всех активных сил, приложенных к системе во время этого перемещения равна: $\delta A = P \delta r \sin \varphi = m g \delta r \sin \varphi$.

С другой стороны, $\delta A = Q_1 \delta q_1 = Q_1 \delta r$. Таким образом, $Q_1 = m g \sin \varphi$. Так же определим обобщенную силу Q_2 по координате $q_2 = \varphi$.

Рассмотрим возможное перемещение системы, обусловленное возможным приращением обобщенной координаты $\delta\varphi$ (рис. 3).

Сумма элементарных работ всех активных сил, приложенных к системе во время этого перемещения равна

$$\delta A = Pr[\sin(\varphi + \delta\varphi) - \sin \varphi] = mgr[\sin \varphi \cos \delta\varphi + \cos \varphi \sin \delta\varphi - \sin \varphi].$$

Поскольку $\cos \delta\varphi \approx 1$ и $\sin \delta\varphi \approx \delta\varphi$, можно считать, что $\delta A = mgr \cos \varphi \delta\varphi$. С другой стороны, $\delta A = Q_2 \delta q_2 = Q_2 \delta\varphi$. Следовательно, $Q_2 = mgr \cos \varphi$.

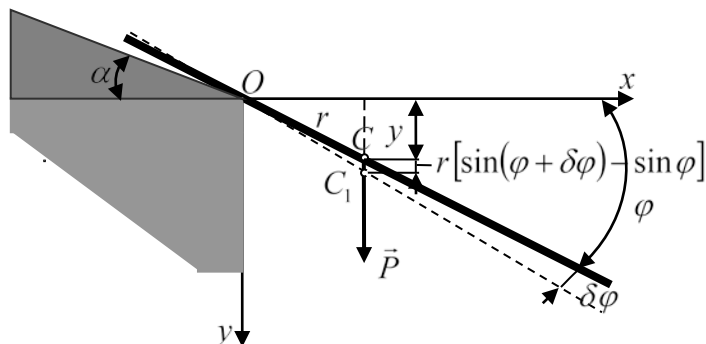


Рис. 3. Возможное перемещение системы, обусловленное возможным приращением обобщенной координаты $\delta\varphi$.

Подставим полученные выше выражения в уравнения Лагранжа и получим следующую разрешающую систему дифференциальных уравнений второго порядка

$$\begin{aligned} \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 &= g \sin \varphi; \\ 2r\dot{r}\dot{\varphi} + \left(\frac{L^2}{12} + r^2\right)\ddot{\varphi} &= gr \cos \varphi. \end{aligned} \tag{1}$$

Для формулирования задачи Коши для полученной системы дифференциальных уравнений (1) необходимо добавить начальные условия:

$$r(0) = r_0, \quad \dot{r}(0) = V_0, \quad \varphi(0) = \varphi_0, \quad \dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}_0. \tag{2}$$

Запишем задачу Коши (1)–(2) в векторной форме:

$$\frac{d\vec{Y}}{dt} = \vec{F}(t, \vec{Y}), \quad \vec{Y}(0) = \vec{Y}_0, \tag{3}$$

где $\vec{Y} = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}^T$, $\vec{F}(t, \vec{Y}) = \{f_1, f_2, f_3, f_4\}^T$

$$\begin{aligned} \text{Тут } y_1 &= r, \quad y_2 = \dot{r}, \quad y_3 = \varphi, \quad y_4 = \dot{\varphi}, \quad f_1 = y_2, \quad f_2 = y_1 y_4^2 + g \sin y_3, \quad f_3 = y_4, \\ f_4 &= \frac{gy_1 \cos y_3 - 2y_1 y_2 y_4}{a + y_1^2}, \quad a = \frac{L^2}{12}, \quad \vec{Y}_0 = \{y_{10}, y_{20}, y_{30}, y_{40}\}^T. \end{aligned}$$

Поскольку точное или приближенное аналитическое решение задачи (3) найти трудно, будем решать ее с помощью численного метода Рунге-Кутты четвертого порядка точности [7].

На основе предложенной модели проведено серию численных экспериментов для определения времени схождения стержня, скорости центра масс, углов поворота и угловой скорости стержня в момент отрыва от рампы при $\alpha = 35^\circ$ и разных значениях начальной скорости центра масс в диапазоне от 1 до 10 м/с и длине стержня в диапазоне от 5 до 15 м, результаты которых представлены на рис. 4–7.

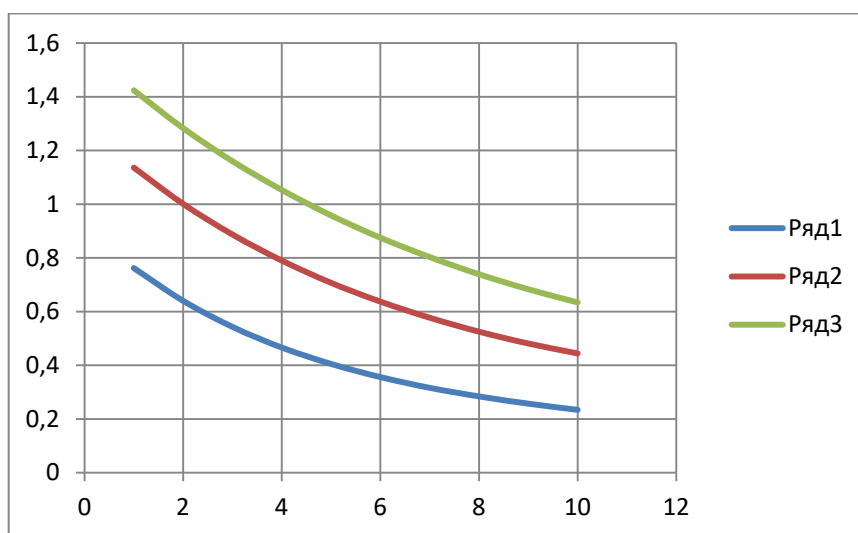


Рис. 4. Зависимость времени схождения стержня (с) от начальной скорости (м/с) при угле наклона рампы 35° : Ряд1 – $L = 5$ м; Ряд2 – $L = 10$ м; Ряд3 – $L = 15$ м.

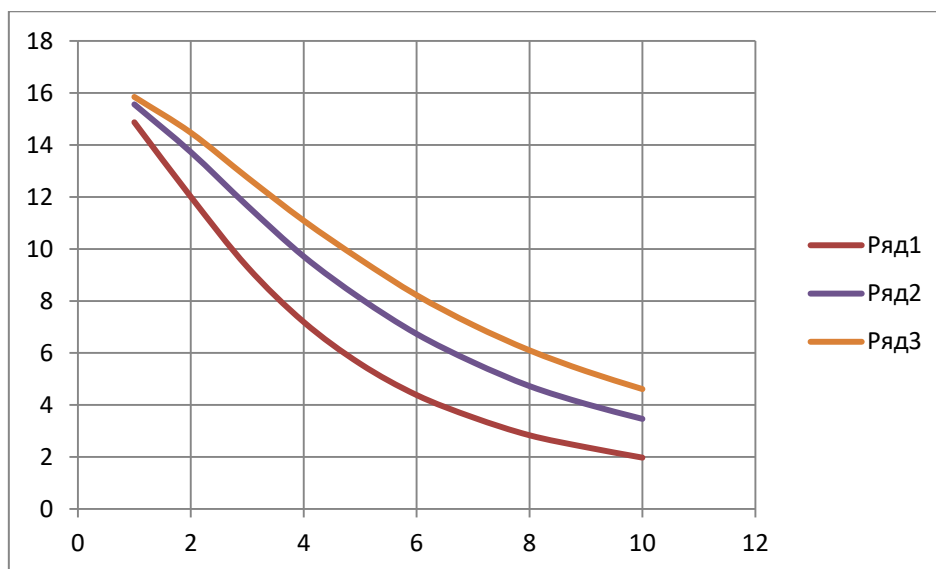


Рис. 5. Зависимость угла поворота ($^\circ$) от начальной скорости (м/с) при схождении с наклонной рампы при угле наклона рампы 35° : Ряд1 – $L = 5$ м; Ряд2 – $L = 10$ м; Ряд3 – $L = 15$ м.

Как видно из графиков на рис. 4, время фазы вращения с увеличением длины стержня возрастает, а с увеличением начальной скорости – уменьшается. Графики зависимостей времени схождения для стержней длиной 5, 10 и 15 метров имеют вид почти эквидистантных вогнутых кривых. Время схождения для стержней длиной 5, 10 и 15 метров при возрастании начальной скорости от 1 до 10 м/с уменьшается от 0,762 до 0,234 с, от 1,136 до 0,444 с, и от 1,424 до 0,634 с, соответственно, то есть

уменьшение времени при возрастании скорости с увеличением длины для исследованных стержней составляет 0,528, 0,692 и 0,79 с.

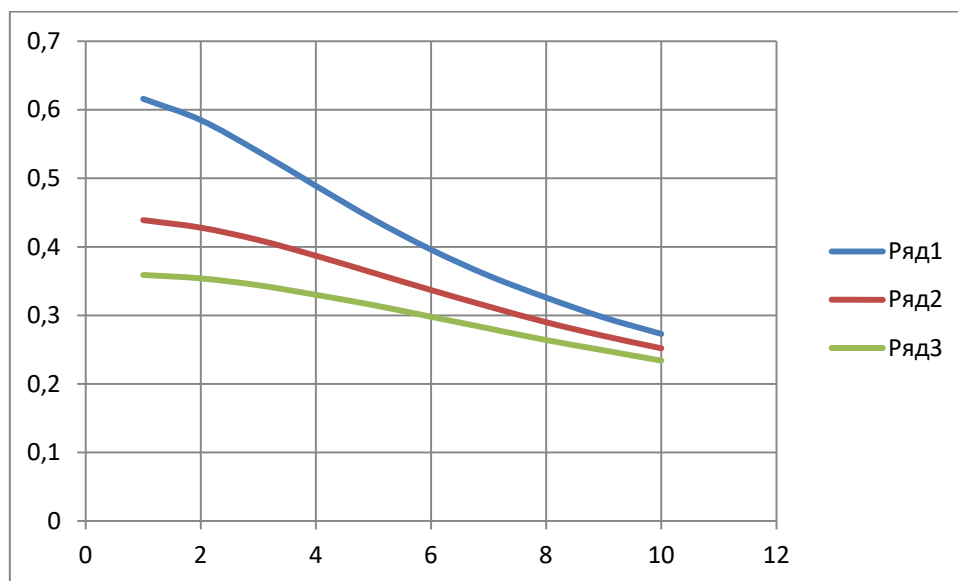


Рис. 6. Зависимость угловой скорости вращения (с⁻¹) от начальной скорости (м/с) при сходе с наклонной рампой при угле наклона рампой 35°: Ряд1 – $L = 5$ м, $V_0 = 6$ м/с; Ряд2 – $L = 10$ м, $V_0 = 8$ м/с; Ряд3 – $L = 15$ м, $V_0 = 10$ м/с.

На рис. 5 видно, что углы поворота с увеличением скорости уменьшаются, а с увеличением длины стержня возрастают. Первые, из указанных зависимостей, описываются убывающими функциями, графики которых представляют собой вогнутые кривые, причем кривые для больших длин располагаются выше, а их кривизна уменьшается – зависимость приближается к линейной. Максимальные углы поворота имеют место при начальной скорости 1 м/с и для стержней длиной 5, 10 и 15 м составляют 14,873°, 15,56° и 15,847°, соответственно. При увеличении начальной скорости до 10 м/с углы поворота этих стержней уменьшаются до 1,975°, 3,465° и 4,612°.

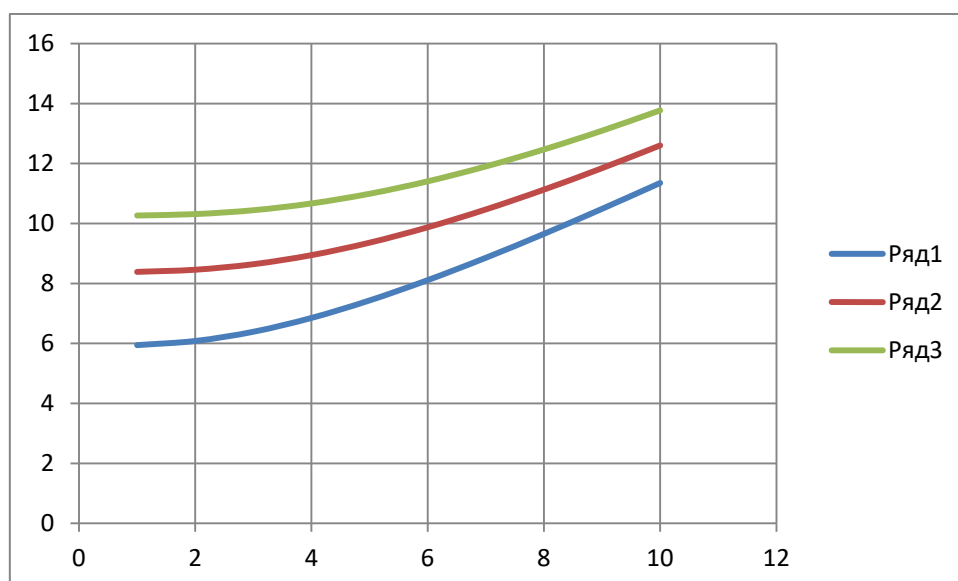


Рис. 7. Зависимость скорости центра масс шлюпки (м/с) в момент отрыва от рампой от начальной скорости (м/с) при угле наклона рампой 35°: Ряд1 – $L = 5$ м, $V_0 = 6$ м/с; Ряд2 – $L = 10$ м, $V_0 = 8$ м/с; Ряд3 – $L = 15$ м, $V_0 = 10$ м/с.

Угловые скорости вращения с увеличением начальной скорости так же, как и с увеличением длины уменьшаются (рис. 6). При минимальной начальной скорости для исследованных длин соответствующие угловые скорости вращения составляют $0,616 \text{ с}^{-1}$, $0,439 \text{ с}^{-1}$ и $0,359 \text{ с}^{-1}$. При максимальной начальной скорости эти величины уменьшаются до $0,273 \text{ с}^{-1}$, $0,252 \text{ с}^{-1}$ и $0,234 \text{ с}^{-1}$.

Напротив, скорости центра масс стержней в момент отрыва от рампы с увеличением начальной скорости так же, как и с увеличением длины возрастают (рис. 7): для стержней длиной 5 м, 10 м и 15 м – от 5,944 м/с до 11,352 м/с, от 8,387 м/с до 12,604 м/с и от 10,267 м/с до 13,773 м/с. С увеличением начальной скорости разница скоростей центров масс стержней разной длины в момент отрыва уменьшается (расстояние между соответствующими кривыми уменьшается).

Выводы

Предложенная математическая модель первого этапа падения тела при его схождении с опорной поверхности (фазы вращения) позволяет с помощью численных экспериментов находить с достаточной точностью рациональные значения углов поворота и угловой скорости, а также скорости центра масс исследуемого объекта.

Список использованной литературы

1. Любимов В. М. Исследование процесса метания тарно-штучного груза ленточным конвейером. Киев: КТИПП, 1983. 14 с. URL: [dspace.nuft.edu.ua > 2.pdf](https://dspace.nuft.edu.ua/2.pdf)
2. Бугаенко Б. А., Галь А. Ф. Принципы проектирования и особенности конструирования судовых устройств и судовой техники морских технологий. Ч. 2. Николаев: УГМТУ, 1995. 105 с.
3. Karim M. M., Iqbal K. S., Khondoker M. R. H., Rahman S. M. H. Influence of Falling Height on the Behavior of Skid-Launching Free-Fall Lifeboat in Regular Waves. *Journal of Applied Fluid Mechanics*. 2011. Vol. 4, № 1. P. 77–88.
4. Микитюк В. Е., Миронов Д. А. Параметры движения шлюпки свободного падения перед приводнением. *Збірник наукових праць НУК*. 2011. № 1. С. 44–49.
5. Машиностроение. Энциклопедия / Ред. совет: К. В. Фролов и др. М.: Машиностроение, 1999. Т. 1–2. Теоретическая механика. Термодинамика. Теплообмен. / Под общ. ред. К. С. Колесникова, А. И. Леонтьева. 600 с.
6. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений. Т.2. М.: Физматгиз, 1962. 639 с.

References

1. Lyubimov, V. M. (1983). Issledovanie protsessa metaniya tarnu-shtuchnogo gruzha lentochnyim konveyerom. Kiev: KTIPP, 1983. Retrieved from [dspace.nuft.edu.ua > 2.pdf](https://dspace.nuft.edu.ua/2.pdf).
2. Bugaenko, B. A., & Gal A. F. (1995). Printsipy proektirovaniya i osobennosti konstruirovaniya sudovyih ustroystv i sudovoy tehniky morskikh tehnologiy. Parth 2. Nikolaev : UGM TU.
3. Karim, M. M., Iqbal, K. S., Khondoker, M. R. H. & Rahman S. M. H. (2011). Influence of Falling Height on the Behavior of Skid-Launching Free-Fall Lifeboat in Regular Waves. *Journal of Applied Fluid Mechanics*. 4, 1, 77–88.
4. Mikityuk, V. E., & Mironov, D. A. (2011). Parametryi dvizheniya shlyupki svobodnogo padeniya pered privodnieniem. *Zbirnyk naukovykh prats NUK*. 1, 44–49.
5. Kolesnikova, K. S., & Leonteva A. I. (Eds.) (1999). Teoreticheskaya mehanika. Termodinamika. Teploobmen. In Frolov K. V. et al. (Eds.), *Mashinostroenie. Entsiklopediya* (Vol. 1–2). Moscow: Mashinostroenie.

6. Berezin, I. S., & Zhidkov, N. P. (1962). *Metodyi vyichisleniy*. Vol. 2. M.: Fizmatgiz.

Горалік Євгеній Тадеушевич – к.т.н., доцент, завідувач кафедри природничо-технічного забезпечення діяльності водного транспорту Державного університету інфраструктури і технологій, e-mail: et_gor@ukr.net, ORCID: 0000-0003-2399-5373.

Крюков Микола Миколайович – д.т.н., професор, професор кафедри вищої і прикладної математики Державного університету інфраструктури і технологій, e-mail: mmkryukov@ukr.net, ORCID: 0000-8156-1720.

УДК 004.896

А.Ю. ГОРБОВИЙ, В.В. ЛАГОВСЬКИЙ, А.А. ОМЕЛЬЧУК
Університет державної фіскальної служби України

ШТУЧНИЙ ІНТЕЛЕКТ У ТЕКСТИЛЬНІЙ ПРОМИСЛОВОСТІ

Штучний інтелект та експертні системи успішно використовуються в багатьох видах промисловості. В роботі показано, що впровадження цих систем дає ряд переваг. Обґрунтовується необхідність впровадження систем штучного інтелекту у виробництво в рамках концепції Industry 4.0. Описані основні напрямки розвитку систем штучного інтелекту у текстильній промисловості, та переваги і недоліки різних підходів.

Незважаючи на ряд прикладів використання цих систем в легкій промисловості, їх потенціал ще повністю не використовується. Однією з причин обмеженого застосування таких систем у текстильній промисловості є особливості областей знань і «ноу-хау» в цій галузі.

Конкурентоспроможність є ключовим фактором цієї галузі. Очевидно, що модернізація повинна бути спрямована на зниження витрат і збільшення обсягу виробництва. Це зазвичай досягається за рахунок зниження витрат на робочу силу і підвищення рівня автоматизації. Однак досвід майстрів, які все життя пропрацювали в цьому секторі, не може бути легко автоматизований. Ця інформація зазвичай втрачається, якщо не робляться зусилля для зберігання знань і досвіду в спеціалізованій системі. Підкреслюється, що вибір конфігурації для кожної системи буде залежати від ряду факторів. Подібні системи мають розроблятися фахівцями з інформаційних технологій спільно з експертами у галузі.

У роботі була запропонована структура системи експрес-експертизи, де функції експертизи відводяться системі на базі штучного інтелекту, з якою через мережу з'єднані портативні пристрої (клієнти). Пропонується застосування таких пристроїв особисто (покупець у магазині), на підприємствах (магазини одягу, текстильне виробництво), у державних органах (митна служба). У кожному з цих випадків система може мати спеціалізований адаптований функціонал: платні і безплатні послуги, відкриті і конфіденційні бази даних, рекламні послуги.

Результати досліджень мають сприяти впровадженню нових систем контролю якості текстильних виробів, які дозволять підвищити якість продукції на ринку, що в кінцевому рахунку буде сприяти відновленню економіки України.

Ключові слова: штучний інтелект; Cognex; експертні системи; розпізнавання образів.

А.Ю. ГОРБОВОЙ, В.В. ЛАГОВСКИЙ, А.А. ОМЕЛЬЧУК
Университет государственной фискальной службы Украины

ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ В ТЕКСТИЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Искусственный интеллект и экспертные системы успешно используются во многих видах промышленности. В работе показано, что внедрение этих систем дает ряд преимуществ. Обосновывается необходимость внедрения систем искусственного интеллекта в производство в рамках концепции Industry 4.0. Описаны основные направления развития систем искусственного интеллекта в текстильной промышленности, и преимущества и недостатки различных подходов.

Несмотря на ряд примеров использования этих систем в легкой промышленности, их потенциал еще полностью не используется. Одной из причин ограниченного применения таких систем в текстильной промышленности являются особенности областей знаний и «ноу-хау» в этой отрасли.

Конкурентоспособность является ключевым фактором этой отрасли. Очевидно, что модернизация должна быть направлена на снижение издержек и увеличение объема производства. Это обычно достигается за счет снижения затрат на рабочую силу и повышение уровня автоматизации. Однако опыт мастеров, которые всю жизнь проработали в этом секторе, не может быть легко автоматизирован. Эта информация обычно теряется, если не предпринимаются усилия для хранения знаний и опыта в специализированной системе. Подчеркивается, что выбор конфигурации для каждой системы будет зависеть от ряда факторов. Подобные системы должны разрабатываться специалистами по информационным технологиям совместно с экспертами в области.

В работе была предложена структура системы экспресс-экспертизы, где функции экспертизы отводятся системе на базе искусственного интеллекта, с которой через сеть соединены портативные устройства (клиенты). Предлагается применение таких устройств лично (покупатель в магазине), на предприятиях (магазины одежды, текстильное производство), в государственных органах (таможенная служба). В каждом из этих случаев система может иметь специализированный адаптированный функционал: платные и бесплатные услуги, открытые и конфиденциальные базы данных, рекламные услуги.

Результаты исследований должны способствовать внедрению новых систем контроля качества текстильных изделий, которые позволят повысить качество продукции на рынке, что в конечном счете будет способствовать восстановлению экономики Украины.

Ключевые слова: искусственный интеллект; Cognex; экспертные системы; распознавания образов.

A.Y. HORBOVYY, V.V. LAGOVSKYY, A.A. OMELCHUK
University of the State Fiscal Service of Ukraine

ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN THE TEXTILE INDUSTRY

Artificial intelligence and expert systems are successfully used in many types of industries. The work shows that the implementation of these systems provides a number of advantages. The necessity of introducing artificial intelligence systems into production within the framework of the Industry 4.0 concept is substantiated. The main directions of the development of artificial intelligence systems in the textile industry, and the advantages and disadvantages of various approaches are described.

Despite a number of examples of the use of these systems in light industry, their potential has not yet been fully exploited. One of the reasons for the limited use of such systems in the textile industry is the specific areas of expertise and know-how in the industry.

Competitiveness is a key factor in this industry. It is obvious that modernization should be aimed at reducing costs and increasing production. This is usually achieved through lower labor costs and increased levels of automation. However, the experience of the craftsmen who have worked in this sector all their lives cannot be easily automated. This information is usually lost if no effort is made to store knowledge and experience in a specialized system. It is emphasized that the choice of configuration for each system will depend on a number of factors. Such systems should be developed by information technology specialists in conjunction with experts in the field.

The work proposed the structure of an express examination system, where examination functions are assigned to a system based on artificial intelligence, with which portable devices (clients) are connected via a network. It is proposed to use such devices personally (the buyer in the store), at enterprises (clothing stores, textile production), in government

agencies (customs service). In each of these cases, the system can have specialized adapted functionality: paid and free services, open and confidential databases, advertising services.

The research results should contribute to the introduction of new quality control systems for textile products, which will improve the quality of products on the market, which ultimately will contribute to the recovery of the Ukrainian economy.

Keywords: artificial intelligence; Cognex; expert systems; pattern recognition.

Постановка проблеми

Використання комп'ютерів в харчовій і текстильній промисловості почалося в 1960-х роках. За ці роки було опубліковано значну кількість робіт, що описують застосування комп'ютерного контролю в різних областях текстильної промисловості, включаючи виробництво волокна, формування пряжі і тканини, фарбувальні машини. Хоча термін «штучний інтелект» був придуманий в 1956 році, саме протягом останнього десятиліття 20-го століття дослідники текстилю активно займалися його застосуванням в різних областях. Одним з ранніх застосувань штучного інтелекту була робототехніка, яка застосовувалася для автоматизації технологічного процесу. Однак останнім часом штучні нейронні мережі (ANN), нечітка логіка і деякі експертні системи привертають увагу дослідників в різних секторах промисловості.

Швидкий розвиток інформаційних технологій з одного боку, і постійне підвищення вимог до якості та екологічності продукції з іншого, призвели до появи компактних пристроїв, що здатні у режимі реального часу аналізувати структуру виробу чи вміст хімічних елементів у ньому.

Більше одного мільярда продуктів перевіряється, оцінюється і відстежується з використанням систем штучного інтелекту кожен день. Володіючи широким спектром рішень для промисловості, які вже забезпечують прийнятну якість, гнучкість і прибутковість для світових виробників, системи штучного інтелекту (зокрема від фірми Cognex) за своєю природою підготовлені до впровадження автоматизації виробництва за стандартами Industry 4.0.

Очікується, що застосування систем машинного зору значно розшириться у всьому ланцюгу виробництва. Розробники цих систем інвестують в них значні кошти задля збільшення функціональності і конкурентоспроможності, пропонуючи підприємствам моніторинг продуктивності в реальному часі (RTM). Такі інноваційні системи надають виробникам деякі переваги Big Data від Industry 4.0. Моніторинг допомагає відслідковувати, діагностувати і вирішувати проблеми зі штрих-кодами в режимі реального часу для досягнення більшої пропускну здатності, а також збирає і оцінює якість зображень штрих-коду та надає інші дані для управління технологічним процесом. Моніторинг працює разом з мережею давачів-зчитувачів, що використовують потужні алгоритми для зчитування практично будь-яких штрих-кодів (пошкоджених, розташованих під кутом, зім'ятих або перекритих відблисками).

Завдяки еволюції інформаційних технологій, обробка зображень на основі технологій штучного інтелекту, характеризується високою ефективністю і можливістю позбутися недоліків традиційних рішень для контролю якості текстильних виробів та встановити нові стандарти параметризації. Крім того, нові рішення характеризуються меншими витратами, високою роздільною здатністю і точністю, мобільністю і простотою в обслуговуванні [1].

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Якість тканини прямо залежить від особливостей і однорідності пряжі [2]. Для оцінки якості пряжі існують спеціалізовані пристрої, прикладом яких може слугувати виріб фірми Uster [1]. Ці тестери включають в себе, крім інших, характеристик, 8 мм

ємнісні датчики для аналізу маси пряжі, оптику темного поля для аналізу ворсистості пряжі з роздільною здатністю 1 см і некогерентне світло для вимірювання діаметра [3].

Подібні пристрої добре себе зарекомендували, однак, можна відзначити кілька недоліків, а саме: їх високу вартість, габарити, велику вагу, неможливість використання в режимі онлайн під час виробництва, обмежена роздільна здатність і точність в визначення параметрів пряжі [3]. Крім того, вони представляють собою комплекс складного вимірювального електронного та оптичного устаткування, вимагають періодичного технічного обслуговування через зміни параметрів електронного обладнання і не можуть використовуватися для оцінки нових типів ниток [4].

Застосування засобів та підходів штучного інтелекту може підвищити ефективність функціонування подібних систем.

Традиційний підхід – це використання систем, заснованих на правилах. Системи діагностики, засновані на правилах, представляють досвід кваліфікованих діагностів або знання про симптоми і несправності в формі правил, які зазвичай приймають форму «якщо симптом (симптоми), то несправність (несправності)». Висновок на основі правил включає отримання інформації про проблемні області та виклик правил, які відповідають цій інформації.

Експертні системи на основі правил є найбільш поширеними інтелектуальними діагностичними системами в галузі. Головними перевагами систем на основі правил є їх інтуїтивна простота. Інші перевагами є широка доступність, що значно полегшує розвиток; правила по своїй суті є модульними, що полегшує обслуговування і оновлення системи; послідовність виведення може бути легко простежена. Системи, засновані на правилах, мають і такі недоліки: складність накопичення знань для створення бази правил; нездатність впоратися з новими помилками. Системна залежність, тобто нова база правил, повинна бути згенерована для кожного нового типу системи. Традиційними підходами є дерева помилок (рішень) – ієрархічна структура даних, що складається з вузлів, які зберігають інформацію або знання, і гілок, які з'єднують вузли. У дереві помилок в якості відправної точки використовуються симптоми або результати тесту, за яким йде дерево рішень з розгалуженням, що складається з дій, рішень і, нарешті, рекомендацій щодо виправлення. Основною перевагою дерев відмов є простота і зручність використання. Однак для більш складних систем повне дерево відмов може бути дуже великим і закладним. Крім того, дерево відмов залежить від системи, і навіть невеликі зміни в системі можуть означати значні оновлення. Нарешті, дерево помилок не дає ніяких вказівок на знання, використані для генерації відповіді.

Модельно-орієнтований підхід – заснований на Model-Based Reasoning (MBR), використовує моделі, щоб передбачити помилки, застосовуючи спостереження і інформацію від реального пристрою або системи.

Рис. 1 дає широку класифікацію різних підходів до діагностики несправностей.

На початку 1970-х років були опубліковані перші дослідні звіти по модельній діагностиці. Деякими з ранніх областей, які були досліджені, стали хімічна і авіакосмічна промисловість. З тих пір дослідження по модельній діагностиці активізувалися як в 1980-х, так і в 1990-х роках. Сьогодні це все ще велика область досліджень з багатьма невирішеними питаннями. Були використані різні типи підходів, включаючи моделі відмов, структурні моделі та поведінкові моделі. Застосовувалися моделі несправностей (або словники несправностей), причинно-наслідкові зв'язки та моделі, що засновані на структурі і поведінці.

Три великих класи знань використовуються для діагностики: евристичні, фундаментальні і історичні. Евристичне знання використовує правила, які пов'язують симптоми з помилками, часто з відповідною достовірністю або можливостями.



Рис. 1. Підходи до діагностики з використанням штучного інтелекту.

Правило типу «якщо – то» є прикладом такого підходу. Фундаментальні знання використовують основоположні принципи роботи системи. Системи засновані на моделі мислення є прикладом такого підходу. Історичні знання використовують дані або досвід, записаний під час попередніх діагностичних заходів, для винесення нових діагнозів [5].

Мета дослідження

Метою роботи є дослідження можливостей застосування засобів штучного інтелекту та формування теоретико-методологічних основ ідентифікації та експертизи продукції в різних галузях легкої промисловості.

Викладення основного матеріалу дослідження

Функції експертизи відводяться системі на базі штучного інтелекту, з якою через мережу з'єднані портативні пристрої (клієнти). Таким чином, користувач може або власноруч проаналізувати показники приладу, або отримати підтримку у прийнятті рішень від системи [6]. Подібні пристрої можуть ефективно застосовуватися особисто (покупець у магазині), у бізнесі (магазин одягу), у державних органах (митна служба). У кожному з цих випадків система може мати спеціалізований функціонал: платні і безоплатні послуги, відкриті і конфіденційні бази даних, рекламу.

Пропонується наступна структура системи експрес-експертизи (рис. 2).

Прикладом реалізації такого пристрою може слугувати «NIRONE Sensor» компанії Spectral Engines, зовнішній вигляд якого і опис його конструкції та компонентів наведені на рис. 3 і рис. 4. Це спектральний сенсор, що працює в діапазоні довжин хвиль від 1100 до 2450 нм. Конструкція датчика заснована на InGaAs детекторах (арсенід галію-індію) і MEMS FPI (інтерферометр Фабрі-Перо), що дозволяє здійснювати швидкі та надійні вимірювання у різних умовах. Крім аналізатора складу матеріалів, «NIRONE Sensor» включає RGB-давач кольору. Детектори «NIRONE» розроблені безпосередньо для інтеграції в інформаційну систему користувача і для цього мають вбудовані мікроконтролер, роз'єм (шина I2C), засоби штучного інтелекту, які забезпечують стабільність вихідного сигналу [7–9].



Рис. 2. Структура системи експрес-експертизи продукції.

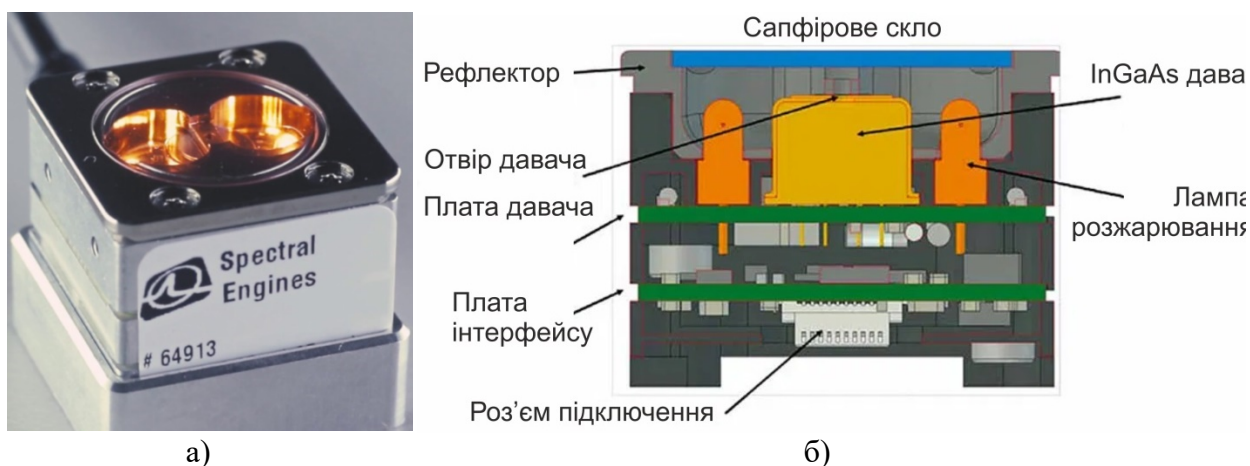


Рис. 3. Прилад «NIRONE Sensor»: а – загальний вигляд; б – опис основних компонентів.

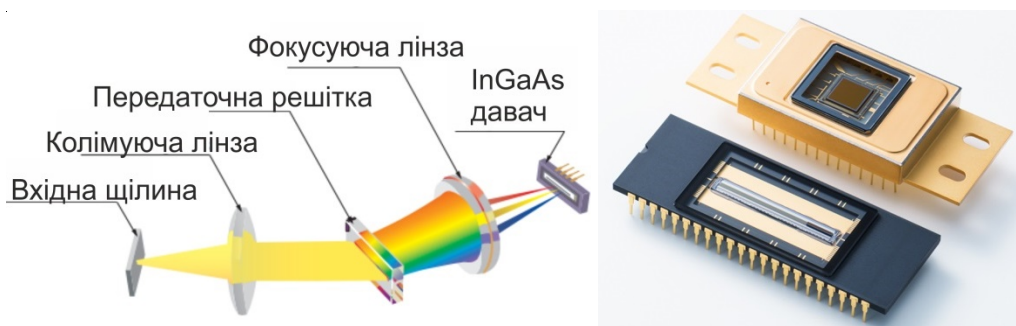


Рис. 4. Схема міні-спектрометра і вигляд мікросхеми InGaAs давача.

Високоєфективні програмні інструменти пропонуються компанією Cognex. Програмне забезпечення глибокого навчання Cognex ViDi (рис. 5) використовується для навчання оптимізованої для зору глибокої нейронної мережі (VODNN),

заснованої на наборі міток зображень [10]. Навчена мережа може робити наступне:

- Знаходити і визначати особливості на зображень.
- Знаходити і читати символи і рядки в зображеннях.
- Виявляти, знаходити і охарактеризувати дефекти на зображеннях.
- Класифікувати зображення.

Робота інструментів ViDi розділена на дві фази. Фаза навчання: тут інструменти аналізують маркований набір навчальних образів і навчають мережу. Фаза виконання: на цьому етапі інструменти опрацьовують вхідні зображення і виробляють маркування на основі своїх навчальних даних. Інструменти Cognex ViDi представляють собою набір інструментів машинного зору, які вирішують різні складні для програмування завдання за допомогою глибокого навчання. Кожен інструмент має різну спрямованість, аналізуючи окремі точки, окремі області або цілі зображення.

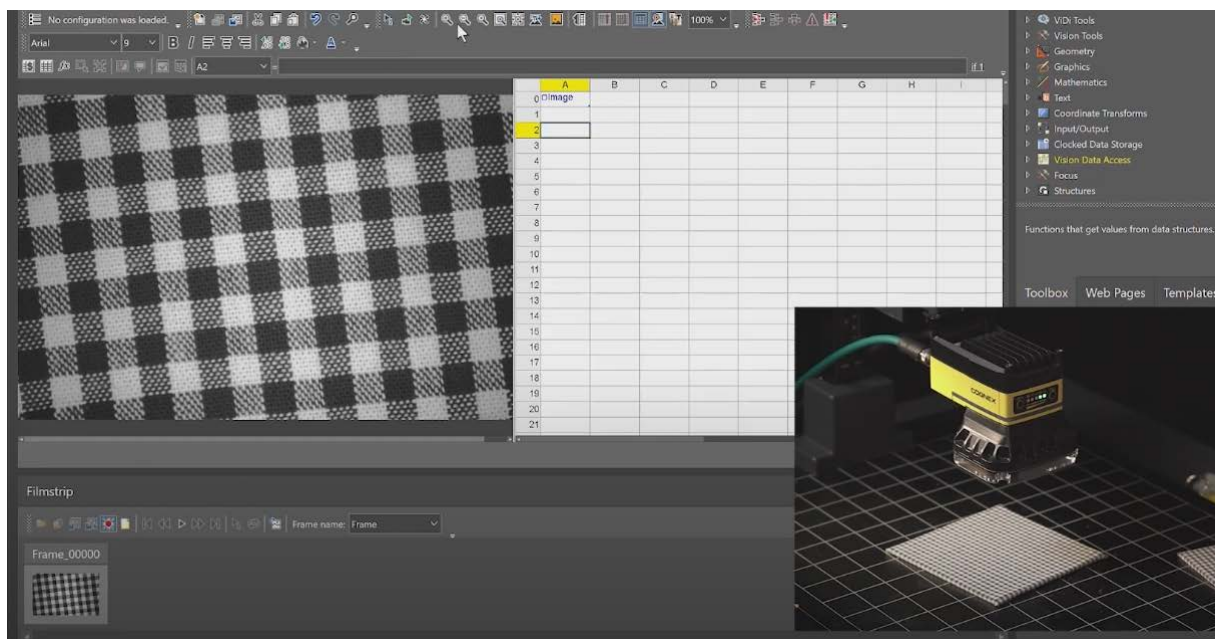


Рис. 5. Робоче вікно інструменту Red Analyze (ViDi Tool Graphics).

ViDi Blue Locate Tool використовується для пошуку і локалізації одного або декількох об'єктів в зображенні. Від невеликих об'єктів на різнобарвному фоні до скупчень складних об'єктів. ViDi Blue Read Tool використовується для оптичного розпізнавання символів в зображенні. Інструмент Blue Read дозволяє розпізнавати і читати символи, починаючи з чисто надрукованих символів і закінчуючи сильно деформованими символами на дуже яскравому фоні. ViDi Red Analyze Tool – режим використовується для виявлення аномалій і дефектів, наприклад пошук подряпин на декорованій поверхні, неповних або неправильних збірок приладів або проблем плетіння в текстилі. ViDi Green Classify Tool використовується для класифікації об'єкта або всієї сцени. Це може бути ідентифікація продуктів на основі їх упаковки, класифікація зварювальних швів або поділ допустимих і неприпустимих дефектів.

Коли інструмент Red Analyze (ViDi Tool Graphics) знаходиться в режимі супервізора, основна увага приділяється навчанню мережі тому, як виглядають дефекти. Під час тренування розглядаються тільки зображення з маркуванням. Зображення, які містять помічені області дефектів, використовуються для навчання. Крім того, інструмент також запам'ятовує частини позначених зображень, які не містять дефектних областей. В цілому, коли застосовується інструмент Red Analyze в

режимі супервізора, йде процес навчання програми розпізнавати дефекти і реагувати на них. Якщо зображення позначено як дефектне (рис. 6), то кожен дефект в зображенні повинен бути окреслений.

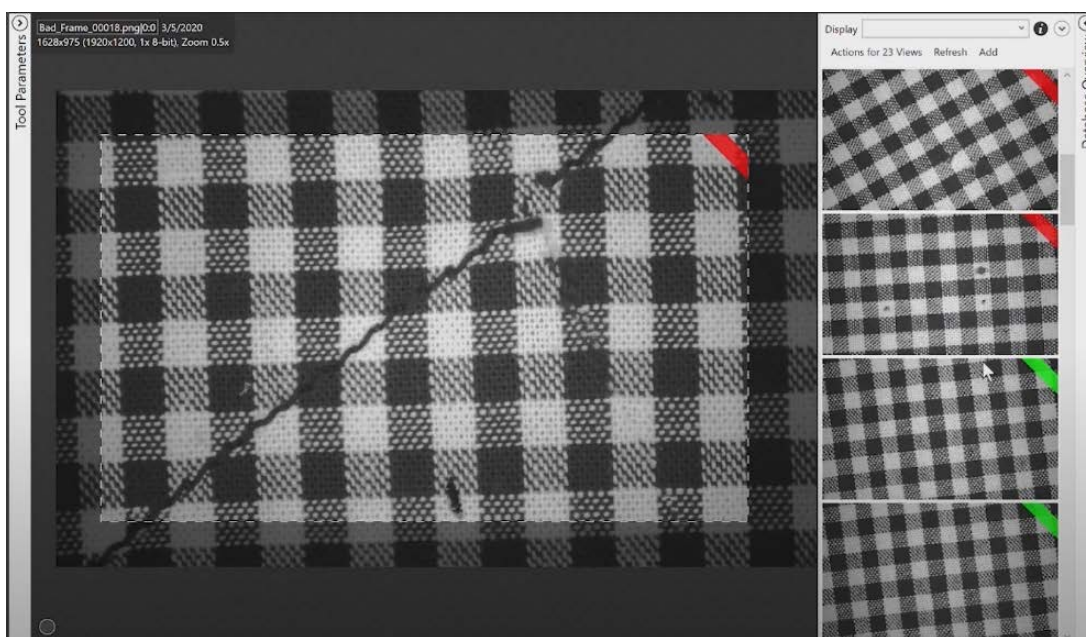


Рис. 6. Маркування дефектних і нормальних зображень.

Якщо позначити зображення як «нормальне» в режимі супервізора (тобто зображення, яке не містить дефектних областей), інструмент також буде використовувати це зображення для навчання. Зокрема, інструмент спробує навчити мережу таким чином, щоб зображення, помічені як «нормальні», не генерували ніяких дефектних відповідей (рис. 7).

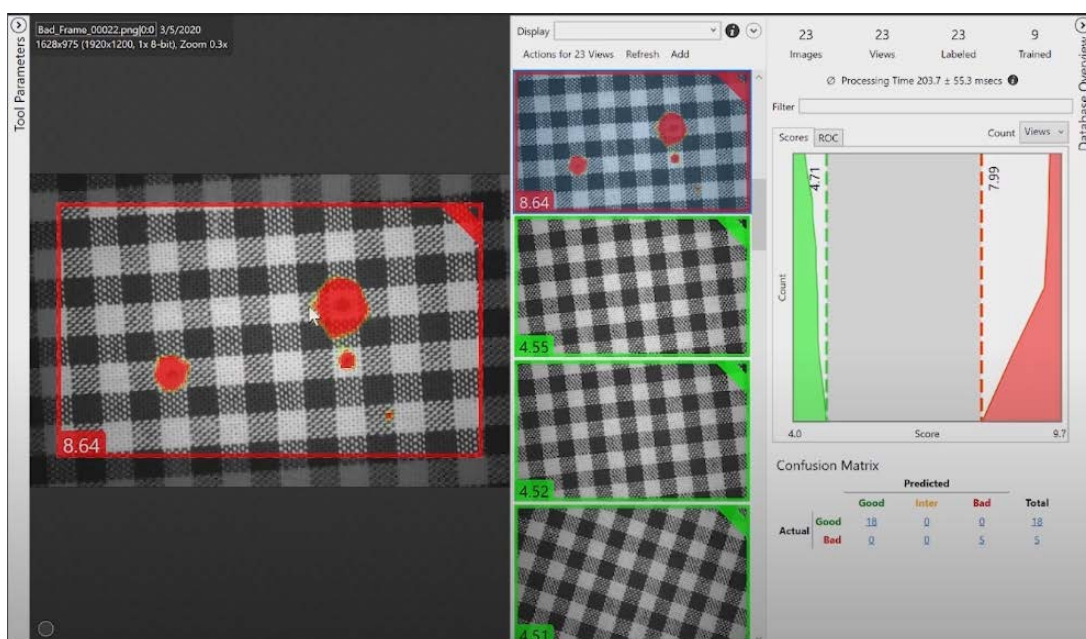


Рис. 7. Аналіз зображень у Red Analyze.

При виборі зображень необхідно переконатися, що в наявності є набір навчальних образів, який включає всі дефекти, з якими зіткнеться система під час роботи, а також зображення без дефектів. Якщо інструмент не навчений тому, як виглядає конкретний дефект (навчений тільки на подряпинах), тоді інструмент не знайде цей дефект (ігноруватиме плями).

Висновки

У роботі досліджується можливість створення компактних пристроїв, що здатні у режимі реального часу аналізувати структуру виробу чи вміст хімічних елементів у ньому. На основі отриманих даних проводиться порівняння з відомими зразками (зібраними самою системою або наданими виробниками) і робиться висновок про відповідність. У подальшому планується провести поглиблені теоретичні дослідження у сфері штучного інтелекту, оцінити доцільність застосування експертних систем, нейронних мереж і методів розпізнавання образів для експрес-експертизи продукції та перевірки її на відповідність стандартам. Мають бути протестовані спеціалізовані сенсори, що виготовлені за різними технологіями, і на основі відібраних планується створити прототипи та провести практичні випробування у різних умовах.

Таким чином, у роботі обґрунтовується можливість створення українських зразків портативних приладів для експрес-експертизи продукції, що не будуть поступатися закордонним зразкам.

Список використаної літератури

1. Carvalho V., Soares F., Vasconcelos R. Artificial Intelligence and Image Processing Based Techniques: A Tool for Yarns Parameterization and Fabrics Prediction. Proceedings of the *IEEE Conference on Emerging Technologies & Factory Automation* (Spain, Palma de Mallorca, September 22-25, 2009), pp. 1–4. DOI: 10.1109/ETFA.2009.5347255.
2. Neves J. A Irregularidade dos Fios Têxteis, Sua Origem, Medição e Análise. Oporto, 1968.
3. Carvalho V. Automatic Yarn Characterization System. (PhD Thesis), Braga: Minho University, 2008.
4. Salhotra. K. R. Fancy Yarn Manufacture-The Changing Scenario. *The Indian Textile Journal*. 1990. Vol. 101. P. 30–34.
5. Shamey R., Hussain T. Artificial Intelligence in the Colour and Textile Industry. *Review of Progress in Coloration and Related Topics*. 2003. Vol. 33. P. 33–45. DOI:10.1111/j.1478-4408.2003.tb00142.x.
6. Омельчук А. А., Лаговський В. В., Гнатюк С. С. Портативні засоби для експрес-експертизи продукції за допомогою спектрального аналізу. *Матеріали VIII Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених з автоматичного управління присвяченої Дню космонавтики*. (м. Херсон, 08-10 квітня 2020 р.). Херсон: Видавництво ФОП Вишемирський В.С., 2020. С. 58-59.
7. Zimmerleiter R., Reischer T., Koppensteiner R., Roßbory M., Brandstetter M. Inline Measurement of Formaldehyde Concentration in an Industrial Production Plant by NIR Microspectrometer Technology. Proceedings of the *Herbstkolloquium Prozessanalytik* (Germany, Marl, November 25-27, 2019). DOI:1-710.13140/RG.2.2.20282.34249.
8. NIRONE SENSOR S [Електронний ресурс]. *Theremino System*. URL: <https://www.theremino.com/en/downloads/automation> (дата звернення 19.03.20).

9. Theremino Spectrometer Documentation [Електронний ресурс]. *SPECTRAL ENGINES*. URL: <https://www.spectralengines.com/products/nirone-sensors> (дата звернення 19.06.20).
10. COGNEX ViDi SUITE. Deep Learning-based Industrial Image Analysis [Електронний ресурс]. *Cognex Corporation*. URL: <https://www.cognex.com/products/deep-learning/visionpro-vidi> (дата звернення 19.06.20).

References

1. Carvalho, V., Soares, F., & Vasconcelos, R. (2009). Artificial Intelligence and Image Processing Based Techniques: A Tool for Yarns Parameterization and Fabrics Prediction. Proceedings of the *IEEE Conference on Emerging Technologies & Factory Automation* (Spain, Palme de Mallorca, September 22-25, 2009), pp. 1–4. DOI: 10.1109/ETFA.2009.5347255.
2. Neves, J. (1968). A Irregularidade dos Fios Têxteis, Sua Origem, Medição e Análise. Oporto.
3. Carvalho, V. (2008). Automatic Yarn Characterization System. (PhD Thesis), Braga: Minho University8.
4. Salhotra, K. R. (1990). Fancy Yarn Manufacture-The Changing Scenario. *The Indian Textile Journal*. **101**, 30–34.
5. Shamey, R., & Hussain, T. (2003). Artificial Intelligence in the Colour and Textile Industry. *Review of Progress in Coloration and Related Topics*. **33**, 33–45. DOI:10.1111/j.1478-4408.2003.tb00142.x.
6. Omelchuk A. A., Lahovskyi V. V., & Hnatiuk S. S. (2020). Portatyvni zasoby dlia ekspres-ekspertyzy produktsii za dopomohoiu spektralnoho analizu. Proceedings of the VIII Vseukrainskoi naukovo-praktychnoi konferentsii studentiv, aspirantiv ta molodykh vchenykh z avtomatychnoho upravlinnia prysviachenoj Dniu kosmonavtyky. (Ukraine, Kherson, April, 08-10, 2020). Kherson: Vydavnytstvo FOP Vyshemyrskyi V.S., pp. 58–59.
7. Zimmerleiter, R., Reischer, T., Koppensteiner, R., Roßbory, M., & Brandstetter, M. (2019). Inline Measurement of Formaldehyde Concentration in an Industrial Production Plant by NIR Microspectrometer Technology. Proceedings of the *Herbstkolloquium Prozessanalytik* (Germany, Marl, November 25-27, 2019). DOI:1-710.13140/RG.2.2.20282.34249.
8. NIRONE SENSOR S. *Theremino System*. Retrieved from: <https://www.theremino.com/en/downloads/automation> (дата звернення 19.03.20).
9. Theremino Spectrometer Documentation. *SPECTRAL ENGINES*. Retrieved from: <https://www.spectralengines.com/products/nirone-sensors> (accessed 19.06.20).
10. COGNEX ViDi SUITE. Deep Learning-based Industrial Image Analysis. *Cognex Corporation*. Retrieved from: <https://www.cognex.com/products/deep-learning/visionpro-vidi> (accessed 19.06.20).

Горбовий Артур Юліанович – д.т.н., професор, директор навчально-наукового інституту інформаційних технологій Університету Державної фіскальної служби України, e-mail: horbovuua@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7281-2222.

Лаговський Володимир Вікторович – к.е.н., доцент, завідувач кафедри економічної кібернетики Університету Державної фіскальної служби України, e-mail: kravchenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2154-5427.

Омельчук Антон Анатолійович – к.т.н., доцент кафедри інтелектуальних управляючих та обчислювальних систем Університету Державної фіскальної служби України, e-mail: tareon@ukr.net, ORCID: 0000-0001-6318-7464.

УДК 514.18

Н.І. ГРИЦІНА, В.М. РАГУЛІН
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

АНАЛІЗ СУЧАСНИХ ПРОГРАМНИХ РІШЕНЬ BIM ПРИ МОДЕЛЮВАННІ СПОРУД

BIM – технології інформаційного моделювання будівель і споруд на всіх етапах проектування, будівництва та експлуатації, аж до знесення споруди. Використання даної технології дозволяє об'єднати діяльність фахівців в різних областях, робота яких виконується з використанням програмних продуктів, що дозволяє проводити моделювання значно дешевше і з меншими витратами часу, а також спрощує процеси пов'язані з візуалізацією майбутнього об'єкта.

Використання BIM у галузі цивільного будівництва стало досить поширеним явищем, а ось в області будівництва штучних транспортних споруд, процес впровадження даних технологій йде з значним відставанням.

Таким чином, можна констатувати, що будівельна галузь, разом із суміжними, має тенденцію до переходу з виробництва креслень до генерації та управління інформацією як інтелектуальним, так і аналітичним активом, що суттєво змінює сам підхід до всіх процесів і зміщує акцент з їхнього лінійного покрокового поступу на більш інтерактивний процес. Варто зазначити, що це не завжди призводить до значного прискорення, радше до перерозподілу пріоритетів – зменшується частка зусиль, що витрачаються на рутинні операції, в той час як вивільнені ресурси можуть бути направлені на більш інтелектуальну та технологічну діяльність, зосереджуючись на якості проектних рішень, інформаційних моделей, аналітичних вишукувань, управлінні.

Також незаперечною перевагою інформаційного моделювання перед САД моделюванням є можливість виявлення набагато більшого відсотка помилок, колізій і невідповідностей всередині єдиного проекту.

Проблема впровадження програмних комплексів BIM є важливою і вкрай актуальною для проектних організацій нашої країни. Інформаційний підхід в розробці проектів відкриває нові горизонти в питаннях економії ресурсів, особливо фінансових і тимчасових.

У даній роботі буде проведено порівняння областей застосування технології інформаційного моделювання в цивільному будівництві та мостобудуванні, а також проведений огляд специфічних областей проектування мостових споруд, в яких застосування інформаційних моделей дало б значний позитивний ефект.

Ключові слова: штучна транспортна споруда, міст, інформаційні технології, інформаційна модель, BIM.

Н.И. ГРИЦЫНА, В.Н. РАГУЛИН
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

АНАЛИЗ СОВРЕМЕННЫХ ПРОГРАММНЫХ РЕШЕНИЙ BIM ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ СООРУЖЕНИЙ

Технология BIM – технология информационного моделирования зданий и сооружений на всех этапах проектирования, строительства и эксплуатации, вплоть до сноса сооружения. Использование данной технологии позволяет объединить деятельность специалистов в различных областях, работа которых выполняется с внедрением программных продуктов, что позволяет, проводить моделирование

значительно дешевле и с меньшими затратами времени, упрощает процессы, связанные с визуализацией будущего объекта.

Внедрение BIM в области гражданского строительства стало достаточно распространенным явлением, а вот в области строительства искусственных транспортных сооружений, процесс внедрения данных технологий идет со значительным отставанием.

Таким образом, можно констатировать, что строительная отрасль, вместе со смежными отраслями, имеет тенденцию к переходу по производству чертежей до генерации и управления информацией как интеллектуальным, так и аналитическим активом; существенно меняет сам подход ко всем процессам и смещает акцент с их линейного пошагового прогресса на более интерактивный процесс. Стоит отметить, что это не всегда приводит к значительному ускорению, скорее к перераспределению приоритетов - уменьшается доля усилий, затрачиваемых на рутинные операции, в то время как высвободившиеся ресурсы могут быть направлены на более интеллектуальную и технологическую деятельность, сосредотачиваясь на качестве проектных решений, информационных моделей, аналитических изысканий, управлении.

Также неоспоримым преимуществом информационного моделирования перед САД моделированием является возможность выявления гораздо большего процента ошибок, коллизий и несоответствий внутри единого проекта.

Проблема внедрения программных комплексов BIM является важной и крайне актуальной для проектных и строительных компаний нашей страны. Информационный подход в разработке проектов открывает новые горизонты в вопросах экономии ресурсов, особенно финансовых и временных.

В данной работе будет проведено сравнение областей применения технологии информационного моделирования в гражданском строительстве и в мостостроении, а также произведен обзор специфических областей проектирования мостовых сооружений, в которых применение информационных моделей дало бы значимый положительный эффект.

Ключевые слова: искусственное транспортное сооружение, мост, информационные технологии, информационная модель, BIM.

N. HRYTSYNA, V. RAGULIN

Kharkiv National Automobile and Highway University

ANALYSIS OF MODERN BIM SOFTWARE SOLUTIONS IN MODELING OF CONSTRUCTIONS

BIM technology – information modeling technologies for buildings and structures at all stages of design, construction and operation, up to the demolition of structures. Using this technology allows you to combine the activities of specialists in various fields whose work is carried out with the introduction of software products, which allows modeling much cheaper and with less time, simplifies the processes associated with the visualization of the future object.

The prevailing implementation of BIM in the field of civil engineering has become quite common, but in the field of construction of artificial transport facilities, the process of implementing these technologies is with a significant lag.

Thus, it can be stated that the construction industry, together with related ones, tends to move to the production of drawings to generate and manage information as an intellectual, analytical asset, significantly changes the approach to all processes and shifts the emphasis from their linear step-by-step progress to more interactive process. It is worth noting that this does not always lead to a significant acceleration rather of a redistribution of priorities – the

proportion of efforts spent on routine operations decreases, while the released resources can be directed to more intellectual and technological activities, focusing on the quality of design solutions, information models, analytical research, management.

Also, the undeniable advantage of information modeling over CAD modeling is the ability to detect a much larger percentage of errors, collisions and inconsistencies within a single project.

The problem of introducing BIM software systems is important and extremely relevant for design and construction companies in our country. An informational approach in project development opens up new horizons in the field of saving resources, especially financial and time ones.

In this work, we will compare the areas of application of information modeling technology in civil engineering and in bridge building, as well as review specific areas of designing bridge structures in which the use of information models would give a significant positive effect.

Keywords: artificial transport structure, bridge, information technology, information model, BIM.

Постановка проблеми

Багато мостових споруд та автомобільних доріг України мають великий термін експлуатації, вони побудовані за старими нормами і технологіями, знаходяться в незадовільному стані і вимагають серйозної реконструкції і ремонту. Більшість споруд вимагає повної заміни несучих конструкцій вже через 35-40 років, тоді як світова практика свідчить, що терміни служби залізобетонних мостів повинні бути не менше 70-80 років [1].

В останні роки в процес проектування і реконструкції об'єктів активно впроваджуються різні програми, електронні системи та інформаційні технології.

Необхідність використання BIM-технологій для вирішення питань у будівництві штучних транспортних споруд ставить серйозне завдання по підготовці кадрів, котрі зможуть поєднати багаторічний досвід та сучасні вміння роботи з наявними технологіями.

Аналіз останніх досліджень и публікацій

Аналіз експлуатаційного стану мостів Харківської області показав [2], що за станом 2016 року і до цього дня на території Харківської області знаходиться в експлуатації більше 800 мостових споруд. З них 84% – залізобетонні мости, 9% – металеві, 5% – сталебетонні і 2% – дерев'яні. Велика частина металевих мостів (46%) виконані з прогонових споруд довжиною 24-34 м, 19% – 16-24м, 19% – 10-16м, 6% – 34-70м, 6% – 4-6м та 4% – 6-10м. Сталебетонні прогонові споруди довжиною 9-15м складають 53%, 15-33м – 26%, а більш 33м – 21%.

Так авторами [2] розглянуті мости по типу несучої конструкції. Залізобетонні прогонові споруди ділять на плитні (52%), ребристі (43%) і коробчасті (5%). З них 65% прогонових споруд, що виконані зі збірного залізобетону, 30% – з монолітного і 5% – із збірно-монолітного залізобетону. Найбільш часто зустрічається габарит Г-10 – 24%; Г-8 – 21%; Г-7 – 17%; Г-6 – 13%; Г-11,5 – 6% і більше 11,5 м – 19%. Як показали матеріали обстежень і розрахунків мостів [2], 46% споруд не відповідають сучасним навантаженням. Це мости споруджені до 1962-1963 років, запроєктовані під навантаження Н-10, Н-13 і НГ-60.

В останні роки в процес проектування різних об'єктів активно впроваджуються різні програмні комплекси і програми, електронні системи та інформаційні технології. Тому, буде дуже корисним і цікавим проведення порівняння процесів застосування інформаційних технологій в проектуванні і будівництві штучних споруд транспортної

інфраструктури, промислових і цивільних будівель.

Впровадження BIM-технології в різні сфери проектування є революцією в питаннях традиційного процесу будівництва. У США процес впровадження інформаційного моделювання споруди почався в 2003 році. Трохи пізніше, в 2007 році, до США приєдналися Європа і Азія [3]. Відповідно до даних досліджень McGraw-Hill Construction, рівень залучення проектних бюро США і Канади в технології BIM в 2007 році становив 28%, в 2009 – 49%, в 2012 – 71%.

У багатьох країнах Європи впровадження передових BIM технологій проводиться цілеспрямованими діями влади. Зокрема, у Великобританії, ще в 2010 році, був затверджений план заходів, відповідно до якого, починаючи з 2016 року, всі фінансовані державою будівельні проекти повинні розроблятися відповідно до стандартів BIM. Україна також не відстає від решти спільноти, і з 2019 року розробляє концепцію впровадження BIM на будівництві.

Що важливо, застосування комп'ютерних програм призводить до скорочення часу проектування майже на 40%, це дозволяє істотно заощадити на грошових витратах. Таким чином, підвищується рівень продуктивності на всіх етапах від проектування до введення в експлуатацію об'єкта, в зв'язку з цим підвищуються виплати співробітникам і збільшується загальний прибуток.

Безліч статей присвячено питанням застосування і впровадження BIM-технології в зарубіжних статтях [4–6]. Питання ефективності та переваг впровадження інформаційного моделювання докладно розглянуті Астаф'євою Н.С. зі співавторами [7].

Мета дослідження

Метою даного дослідження є аналіз взаємозв'язку сучасного програмного забезпечення та існуючих фундаментальних рішень інженерів та проектувальників для подальшого їх втілення в учбовий процес при підготовки фахівців за освітньою програмою «Транспортне будівництво та цивільна інженерія». Серед безлічі програмних рішень BIM навчитись приймати рішення по вибору найоптимальніших програмних продуктів.

Якщо аналізувати дорожню галузь, як транспортну артерію країни, варто відзначити, що інформація про вже побудовані дороги зберігається в паперових архівах, електронних паспортах і креслениках. Однак немає електронної моделі вже побудованих доріг. Життєвий цикл об'єкта будівництва складається з безлічі етапів, таких як: планування, концептуальний дизайн, проектування, аналіз, документування, будівництво, управління часом і ресурсами при будівництві, будівельна логістика, зміст, ліквідація або оновлення. Одним з основних принципів інформаційного моделювання є прагнення об'єднати в одній інформаційній моделі всі стадії життєвого циклу споруди та всі розділи проектування.

Сучасні програмні продукти сприяють підвищенню ефективності і прозорості будівельних робіт і управління будівництвом. Фактично, програмні продукти для інформаційного моделювання будівель стали обов'язковими для будівельників. Вони стають все більш комерційно доступними і впроваджуються для студентів закладів вищої освіти в цій області.

Інструменти BIM пропонують безліч можливостей для виявлення існуючих проблем і запобігають зайвій втраті часу і грошей. Інтелектуальний підхід на основі 3D-моделей дає можливість, використовуючи правильні інструменти, досягти ефективнішого проектування і управління будівництвом.

Одним з лідерів і засновників руху стала компанія Autodesk, досягнення якої послужили поштовхом до створення альянсу із взаємодії різних графічних платформ. На ринку багато і інших компаній по програмному продукту: ArchiCAD компанії

GraphiSoft (Угорщина), Tekla Structures компанії Tekla (Фінляндія), VectorWorks, AllPlan, SCIA компанії Nemetschek (Німеччина), Revit та AutoCAD компанії Autodesk (США), Openbim, відкритий інструмент BIM для розробки додатків, заснованих на IFC, ScetchUp компанії Trimble (США), FreeCAD, пакет тривимірного проектування з відкритими початковими кодами з архітектурним модулем на базі ядра OpenCASCADE.

Головна перевага і особливість проектування в програмах, що відображають BIM-принципи (наприклад, до числа цих програм відносяться Autodesk c, Allplan, Tekla Structures, Bentley Building Designer, MagiCad, Graphisoft Archicad, САПФІР-3D і інші), полягає в тому, що споруду необхідно віртуально «побудувати». Тобто, звести з нуля до моменту початку експлуатації або навіть до знесення, демонтажу. Такий підхід до роботи дозволяє принципово виключити ряд помилок, наприклад, таких як банальна невідповідність розмірів фасадів розмірам планів або розрізів проектованої моделі. Як не дивно, такого роду помилки зустрічаються дуже часто. Як правило, вони виникають через те, що над проектом працює команда з великої кількості людей. Дуже складно врахувати не тільки свої помилки, але і безліч помилок співучасників проекту.

Для більшості будівельних організацій основна мета застосування BIM-технологій полягає в підвищенні якості, скорочення помилок і витраченого часу при підготовці проектної документації, а також застосування принципів BIM-моделювання в розрахункових операціях і при візуалізації.

Розглянемо детальніше застосування Autodesk Revit для виконання завдань з навчальної дисципліни «Використання пакету Revit в задачах будівництва мостів» що проводяться кафедрою «Інженерна та комп'ютерна графіка» ХНАДУ.

Переваги Revit:

- Як і для всіх програм, заснованих на технології BIM, користувач практично нічого сам не креслить, він виконує тільки роботу по оформленню документів згідно з ДСТУ.
- Всі графічні позначення можна міняти – товщина ліній, колір, штрихування.
- Є функція багатоваріантності одного і того ж рішення об'єкта.
- Передбачена окрема можливість для визначення типу робіт – будівництво, знесення, реконструкція.
- Управління найдрібнішими деталями креслення – кути повітропроводів, перила і сходи, пробки на кінцях труб і тощо. В САПР вкладені нормативи з армування та облаштування комунікацій за зразком європейських стандартів.
- Впровадження компонентів з зовнішніх файлів.
- Можливість тривимірної візуалізації представлена через хмари точок. За користувачем залишається вибір їх щільності та розмірів пікселів. Так легше управляти зображенням.
- Всі параметри, отримані дані можна формувати по групах, щоб полегшити процес заповнення документів, кошторисів.
- Проектні ідеї можна окремо виділяти на макеті кольором, щоб наочно побачити їх необхідність, а також перетин з іншими рішеннями.
- Автоматизація випуску специфікацій.
- Можливість маркувати будь-які елементи будівництва.
- Повна підтримка імпорту та експорту з AutoCAD.
- Можливість віддаленої командної роботи в одному файлі.

Недоліки Revit:

- Для української локалізації відсутня можливість користування бібліотекою штампів і сімейств.
- Відсутні будівельні норми для України.

- Автоматичне армування або аналіз роботи, часто, буває помилковим і непридатним для даного проекту. Виправлення витрачає більше часу, ніж самостійне креслення.
- Revit більше підходить для монолітного будівництва, ніж для збірних металоконструкцій. Другі вимагають додаткової розробки елементів.
- Дуже довге очікування завантаження.
- Повільний поворот 3D-видів.
- При експорті аналітики в розрахункові комплекси схема виходить неповною.
- Командна робота ускладнюється тим, що вивантаження макета можна робити тільки в хмарне сховище компанії Autodesk.
- Працювати з документами, які були створені в новій версії програми, можуть тільки ті розробники, у яких встановлено таке ж свіже ПО. Проектувальники, які не встигли придбати оновлену ліцензію просто не зможуть працювати з проектом.

В даний час серйозним завданням стала необхідність для ЗВО підготувати випускника, компетентного в питаннях інформаційного моделювання. Створення BIM моделі починається зі створення самого конструктиву, а потім візуалізація, об'ємні види, об'ємні перерізи, рендери, і звичайно ж, оформлення креслеників та специфікацій. Для засвоєння особливостей моделювання в системі Autodesk Revit для студентів дорожньо-будівельного факультету ХНАДУ було розроблено кілька завдань по створенню об'єктів цивільного будівництва та мостобудування: побудова двоповерхового будинку (рис. 1) та моделювання прольотної будови малого моста (рис. 2) з подальшим оформленням конструкторської документації.

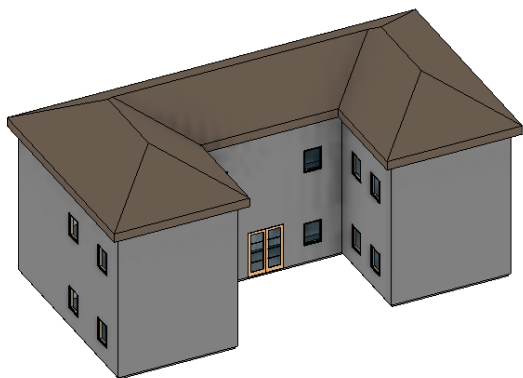


Рис. 1. Тривимірне зображення двоповерхового будинку.

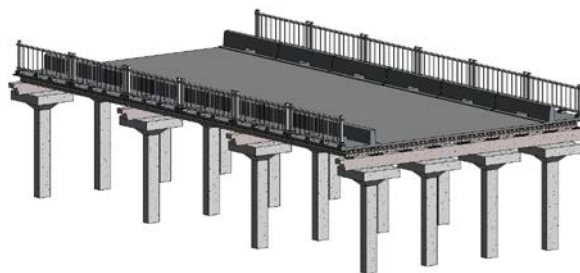


Рис. 2. Тривимірне зображення прольотної будови малого моста.

Висновки

Основною проблемою впровадження BIM-технологій в проектні компанії є недостатня зацікавленість самих будівельних організацій. Головною причиною цього є неготовність підприємств до досить великих початкових витрат та відтік молодих кваліфікованих кадрів за кордон. Друга проблема полягає в автоматизованому випуску готової проектної та робочої документації, оформленої відповідно до ДСТУ. На прикладі Autodesk Revit, можна відзначити, що дуже багато ентузіастів розробляють готові шаблони оформлення, орієнтовані під норми ДСТУ, проте і цього може не вистачити. Для вирішення окремих завдань потрібне спеціалізоване програмне забезпечення, з чого і випливає наступна проблема: ситуація, при якій комбінують розділ марки AP випущений в Revit і розділи марок КМ / КМД – в Tekla Structures. Таким чином, для розробки повноцінного проекту, необхідно закупити відразу кілька дорогих продуктів і ліцензій, що не завжди представляється можливим. Будівельні компанії усвідомлюють, що з часом їх основні конкуренти перейдуть на BIM-моделювання, тому необхідно шукати рішення проблем при впровадженні технологій в кожен конкретну організацію для того, щоб в майбутньому залишитися на ринку.

Список використаної літератури

1. Матаров И. А., Смирнова Л. С., Шилина А. Л. Сборные железобетонные мосты с многорядной сварной арматурой. Москва : Автотрансиздат, 1959. 186 с.
2. Кожушко В. П., Бильченко А. В., Кислов А. Г. и др. Повышение долговечности автодорожных мостов: монография / Под. ред. В.П. Кожушко. Харьков: ХНАДУ, 2016. 236 с.
3. Шарманов В. В., Мамаев А. Е., Болейко А. С., Золотова Ю. С. Трудности поэтапного внедрения BIM. *Строительство уникальных зданий и сооружений*. 2015. № 10. С. 109.
4. Becerik-Gerber B., Jazizadeh F., Li N., Calis G. Application areas and data requirements for BIM-enabled facilities management *J. Constr. Eng. Manag.* 2012. Vol. 138. P. 431–442.
5. DiBernardo S. Integrated Modeling Systems for Bridge Asset Management. CaseStudy. Proceedings of the *Structures Congress*. (Chicago, March 29-31, 2012). Red Hook: Curran, 2012, pp. 483–493.
6. Ding L., Zhou Y., Akinci B. Building Information Modeling (BIM) application framework: the process of expanding from 3D to computable *Automation in construction*. 2014. Vol. 46. P. 82–93.
7. Астафьева Н. С., Кибирева Ю. А., Васильева И. Л. Преимущества использования и трудности внедрения информационного моделирования зданий *Строительство уникальных зданий и сооружений*. 2017. № 8. С. 41–62.

References

1. Matarov, I. A., Smirnova, L. S., & Shilina, A. L. (1959). *Sbornye zhelezobetonnye mosty s mnogoryadnoj svarnoj armaturoj*. Moskva: Avtotransizdat.
2. Kozhushko, V. P., Bilchenko, A. V., & Kislov, A. G. et al. (2016). *Povyshenie dolgovechnosti avtodorozhnyh mostov: monografiya / Pod. red. V. P. Kozhushko*. Kharkov: HNADU.
3. Sharmanov, V. V., Mamaev, A. E., Bolejko, A. S., & Zolotova, Yu. S. (2015). *Trudnosti poetapnogo vnedreniya BIM. Stroitelstvo unikalnyh zdaniy i sooruzhenij*. **10**, 109.
4. Becerik-Gerber, B., Jazizadeh, F., Li, N., & Calis, G. (2012). Application areas and data requirements for BIM-enabled facilities management *J. Constr. Eng. Manag.* **138**, 431–442.
5. DiBernardo S. (2012). Integrated Modeling Systems for Bridge Asset Management. CaseStudy. Proceedings of the *Structures Congress*. (Chicago, March 29-31, 2012). Red Hook: Curran, pp. 483–493.
6. Ding, L., Zhou, Y., & Akinci, B. (2014) Building Information Modeling (BIM) application framework: the process of expanding from 3D to computable. *Automation in construction*. **46**, 82–93.
7. Astafeva, N. S., Kibireva, Yu. A., & Vasileva, I. L. (2017). *Preimuschestva ispolzovaniya i trudnosti vnedreniya informatsionnogo modelirovaniya zdaniy. Stroitelstvo unikalnyh zdaniy i sooruzheniy*. **8**, 41–62.

Грицина Наталія Іванівна – к.т.н., доцент, доцент кафедри інженерної та комп’ютерної графіки Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, e-mail: natagritsina@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2043-6085.

Рагулін Віталій Миколайович – викладач кафедри інженерної та комп’ютерної графіки Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, e-mail: ragulinrvn@ukr.net, ORCID: 0000-0003-2083-4937.

UDC 514.18

O.M. GUMEN, I.B. SELINA
National Technical University of Ukraine
«Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF TEMPERATURE AND PHASE COMPOSITION OF TITANIUM ALLOY BY TIG WELDING

Titanium and its alloys have been widely used in varied industries such as aerospace, automobile, marine, chemical, medical due to their high strength, corrosion resistance and toughness. One of the factors constraining the widespread use of titanium alloys is the high cost of titanium parts, which is associated with the technology of their manufacture and the relatively high cost of the raw materials used. Reducing the cost of products involves the development of alloys using cheap raw materials and such technological processes that provide higher efficiency in the use of consumed energy and materials. The most promising in terms of reducing the price is the creation of economically alloyed alloys with improved processability, since for titanium the cost of manufacture accounts for most of the total cost of parts. In recent years, lowcost alloyed titanium alloys are becoming more common, in which expensive alloying elements are replaced by inexpensive and accessible elements, such as iron, carbon, oxygen and nitrogen, but their weldability is still under heavy investigation.

In this study a mathematical model of argon-arc welding with tungsten electrode of an economically alloyed titanium alloy Timetal LCB has been developed. To calculate the effect of welding mode parameters on the formation of a weld, a three-dimensional mathematical model of thermal processes in titanium was built for welding with a scanning heat source, which is based on the differential heat equation. Comparison of the calculation results with experimental data confirmed the adequacy of the developed mathematical model. Based on this model, the thermal fields in the welded joint are determined.

Nowadays the finite element method (FEM) is a suitable method for simulation of the welding process phenomena. It is possible the prediction of weld geometry through the optimization of the welding parameters, FEM simulation can calculate the weld pool shape, thermal distortion, residual stress and metallurgical change for various combinations of welding parameters. In FEM simulation, one of the topics is the choice of the heat source parameters, which is paramount for a satisfactory representation of welding process.

Keywords: model; thermal process; titanium alloy; methods of mathematical simulation; welding parameters.

O.M. ГУМЕН, І.Б. СЕЛІНА
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

АНАЛІЗ ТЕМПЕРАТУРНИХ ПОЛІВ І ФАЗОВОГО СКЛАДУ ТИТАНОВИХ СПЛАВІВ, ОТРИМАНИХ ТІГ ЗВАРЮВАННЯМ, МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Титан та його сплави широко використовуються в різних галузях промисловості, таких як аерокосмічна, автомобільна, морська, хімічна, медична завдяки високій міцності, корозійній стійкості та в'язкості. Одним із факторів, що стримують широке використання титанових сплавів, є висока вартість титанових деталей, що пов'язано з технологією їх виготовлення та відносно високою вартістю використаної сировини. Зниження собівартості продукції передбачає розробку сплавів з використанням дешевої сировини та таких технологічних процесів, що

забезпечують більш високу ефективність використання споживаної енергії та матеріалів. Найбільш перспективним з точки зору зниження ціни є створення економно легированих сплавів з покращеною технологічністю, оскільки вартість виготовлення титану становить більшу частину загальної вартості деталей. Останніми роками все частіше використовуються низько затратні титанові сплави, в яких дорогі легуючі елементи замінюються недорогими та доступними елементами, такими як залізо, вуглець, кисень та азот, але їх зварюваність ще залишається під значним дослідженням.

У даній роботі розроблена математична модель аргонодугового зварювання вольфрамовим електродом економно легированого титанового сплаву Timetal LCB. Для розрахунку впливу параметрів режиму зварювання на формування шва була побудована тривимірною математичною моделлю теплових процесів у титані для зварювання скануючим джерелом тепла, основана на диференціальному рівнянні теплопровідності. Порівняння результатів розрахунку з експериментальними даними підтвердило адекватність розробленої математичної моделі. На основі цієї моделі визначаються теплові поля в зварному шві.

На сьогодні метод скінченних елементів (МСЕ) є підходящим методом для моделювання явищ зварювального процесу. Можливо прогнозування геометрії зварного шва за рахунок оптимізації параметрів зварювання, моделювання МСЕ дозволяє обчислити форму зварного шва, напруження, деформації та металургічні зміни для різних комбінацій параметрів зварювання. У моделюванні МСЕ одна з основних тем – це вибір параметрів джерела тепла, що є першорядним для задовільного подання зварювального процесу.

Ключові слова: модель; тепловий процес; титановий сплав; методи математичного моделювання; параметри зварювання.

Е.Н. ГУМЕН, И.Б. СЕЛИНА

Национальный технический университет Украины
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»

АНАЛИЗ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ И ФАЗОВОГО СОСТАВА ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ, ПОЛУЧЕННЫХ TIG СВАРКОЙ, МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Титан и его сплавы широко используются в различных отраслях промышленности, таких как авиационная, автомобильная, морская, химическая, медицинская благодаря высокой прочности, коррозионной стойкости и вязкости. Одним из факторов, сдерживающих широкое использование титановых сплавов, является высокая стоимость титановых деталей, что связано с технологией их изготовления и относительно высокой стоимостью используемого сырья. Снижение себестоимости продукции предусматривает разработку сплавов с использованием дешевого сырья и таких технологических процессов, которые обеспечивают более высокую эффективность использования потребляемой энергии и материалов. Наиболее перспективным с точки зрения снижения цены является создание экономически легированных сплавов с улучшенной технологичностью, поскольку стоимость изготовления титана составляет большую часть общей стоимости деталей. В последние годы все чаще используются низко затратные титановые сплавы, в которых дорогие легирующие элементы заменяются недорогими и доступными элементами, такими как железо, углерод, кислород и азот, но их свариваемость еще остается под значительным исследованием.

В данной работе разработана математическая модель аргонодуговой сварки вольфрамовым электродом экономно легированного титанового сплава Timetal LCB. Для расчета влияния параметров режима сварки на формирование шва была построена трехмерная математическая модель тепловых процессов в титане для сварки сканирующим источником тепла, основанная на дифференциальном уравнении теплопроводности. Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными подтвердило адекватность разработанной математической модели. На основании этой модели определяются тепловые поля в сварном шве.

На сегодня метод конечных элементов (МКЭ) является подходящим методом для моделирования явлений сварочного процесса. Возможно прогнозирование геометрии сварного шва за счет оптимизации параметров сварки, моделирование МКЭ позволяет вычислить форму сварного шва, напряжение, деформации и металлургических изменений для различных комбинаций параметров сварки. В моделировании МКЭ одна из основных тем – это выбор параметров источника тепла, что является первостепенным для удовлетворительного представления сварочного процесса.

Ключевые слова: модель; тепловой процесс; титановый сплав; методы математического моделирования; параметры сварки.

Problem statement

Titanium and its alloys have been widely used in varied industries such as aerospace, automobile, marine, chemical, medical due to their high strength, corrosion resistance and toughness. One of the factors constraining the widespread use of titanium alloys is the high cost of titanium parts, which is associated with the technology of their manufacture and the relatively high cost of the raw materials used.

Reducing the cost of products involves the development of alloys using cheap raw materials and such technological processes that provide higher efficiency in the use of consumed energy and materials. The most promising in terms of reducing the price is the creation of economically alloyed alloys with improved processability, since for titanium the cost of manufacture accounts for most of the total cost of parts.

Analysis of recent reports and publications

In recent years, lowcost alloyed titanium alloys are becoming more common, in which expensive alloying elements are replaced by inexpensive and accessible elements, such as iron, carbon, oxygen and nitrogen [1], but their weldability is still under heavy investigation.

The finite element method (FEM) is a suitable method for simulation of the welding process phenomena. It is possible the prediction of weld geometry through the optimization of the welding parameters, FEM simulation can calculate the weld pool shape, thermal distortion, residual stress and metallurgical change for various combinations of welding parameters. In FEM simulation, one of the topics is the choice of the heat source parameters, which is paramount for a satisfactory representation of welding process.

For this research, an economically alloyed Timetal LCB alloy doped with cheap eutectoid-forming elements (i.e. iron in an amount of 4.5%) was chosen (Table 1).

Table 1

Chemical composition of lowcost titanium alloy Timetal LCB

<i>Ti</i>	<i>Mo</i>	<i>Fe</i>	<i>Al</i>	<i>O</i>
Base	6,8	4,5	1,5	0,15

This alloy belongs to the class of high-strength pseudo-beta titanium alloys and has the following mechanical characteristics (Table 2).

Table 2

Mechanical characteristics of the alloy

Ultimate tensile strength, MPa	Yield strength, MPa	El, %	RA, %	KCV, J/cm ²
1187	1166	13	40	3

When producing welded joints of pseudo-β-alloys by fusion welding, there are due to the high content of alloying elements in them, the crystalline structure of the β-phase of titanium and the tendency to develop chemical and physical heterogeneity in the weld metal and the HAZ. The specificity of phase and structural transformations in various parts of the welded joint caused by the thermal welding cycle, which results in a large number of metastable phases in the weld metal and HAZ, adversely affecting the mechanical properties of the welded joint, has a negative effect on the weldability of β-alloys. To reduce the formation of metastable phases, it is necessary to conduct welding with controlled cooling rates [2]. The use of preheating is one of the methods of influencing the cooling rate in a welded joint.

Purpose of the Study

Therefore, the purpose of this work is to study the effect of the thermal cycle of welding when using preheating on the shape and size of the weld metal and the HAZ, as well as on the cooling rate and phase composition of the cooling metal.

Description of Main Material of Research

The dependence of enthalpy on temperature for non-stationary thermal analysis with phase transition was determined for the pseudo-β titanium alloy Timetal LCB according to the Neumann-Kopp rule. In comparison with the technical titanium VT1-0, the heat capacity of the alloy Timetal LCB is 2 – 6% less, mainly due to the low heat capacity of *Fe* and *Mo* (Fig. 1).

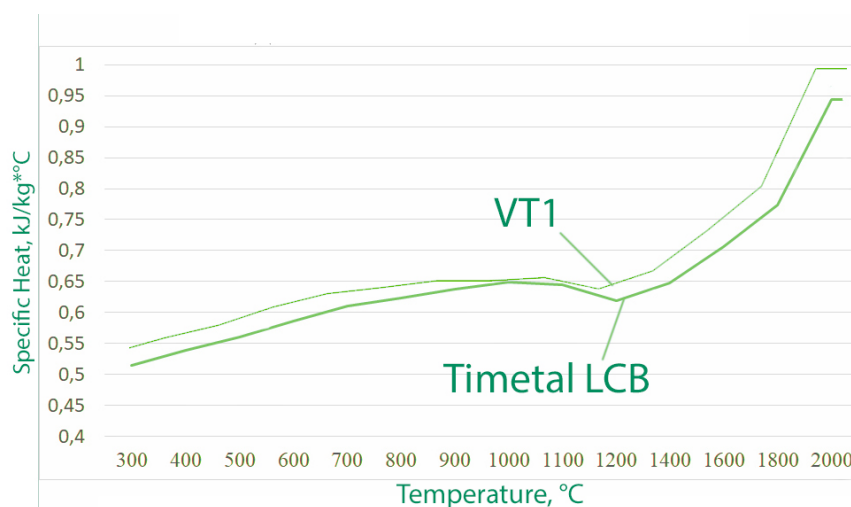


Figure 1. Comparison of the specific heat of VT1 technical titanium and Timetal LCB economically alloyed titanium alloy.

To calculate the effect of welding mode parameters on the formation of a weld, a three-dimensional mathematical model of thermal processes in titanium was built for welding with a scanning heat source, which is based on the differential heat equation:

$$\rho c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right).$$

The simulation was performed on a sample with dimensions 200x100x10mm, for which a finite element model was constructed. The following boundary conditions are formulated, describing the heat exchange of the product with the environment (Fig. 2).

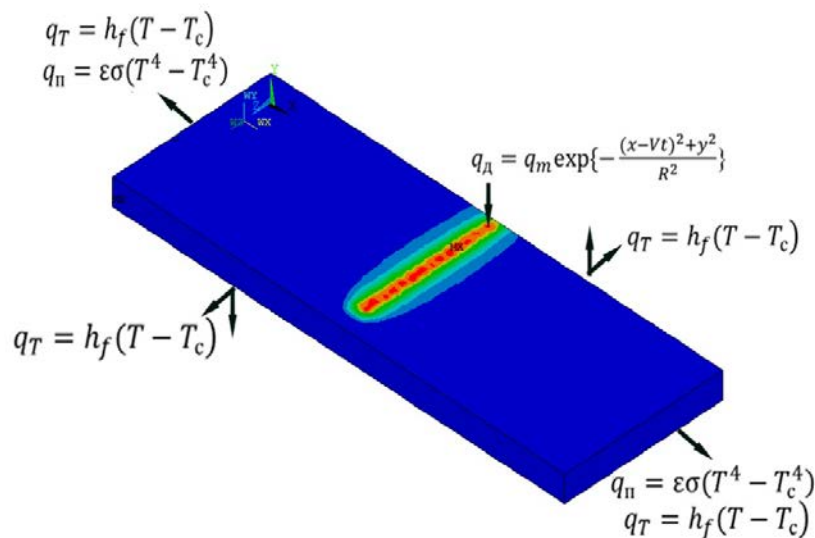


Figure 2. Boundary conditions describing the heat exchange products with the environment.

This model was used to simulate welding processes in titanium alloys VT23 and VT19 [3]. Comparison of the calculation results with experimental data confirmed the adequacy of the developed mathematical model (Fig. 3). The difference in the width of the deposited bead in the calculated and experimental sample was 3.1%, the width of the return bead was 2.4%.

Calculations of thermal fields were carried out for 4 welding modes, with lower and higher heat input, as well as with and without using preheating (Table 3).

According to the calculation results, the isotherms of maximum temperatures were constructed, with the help of which the depth and width of the weld metal and the heat-affected zone were determined (Fig. 4).

Welding modes were chosen, in which the complete penetration of the weld metal was absent. This is done to determine the effect of preheating on the form and the dimensions of the weld metal and HAZ. So, when using preheating in the mode with higher heat input (mode # 2), the penetration depth increased by 17% compared to the mode without preheating (mode # 1). For the regime with less heat input, the use of preheating increased the penetration depth by 16% (modes # 3 and # 4). At the same time, the width of the HAZ when using preheating also increased (Table 4).

The calculated cooling rates in the welded joint in different temperature ranges were constructed. In the temperature range of 1200 ... 1100° C, high cooling rates above 200° C / s are recorded. The diagram of the distribution of cooling rates (Fig. 5) shows that the cooling of the HAZ is more uniform using preheating.

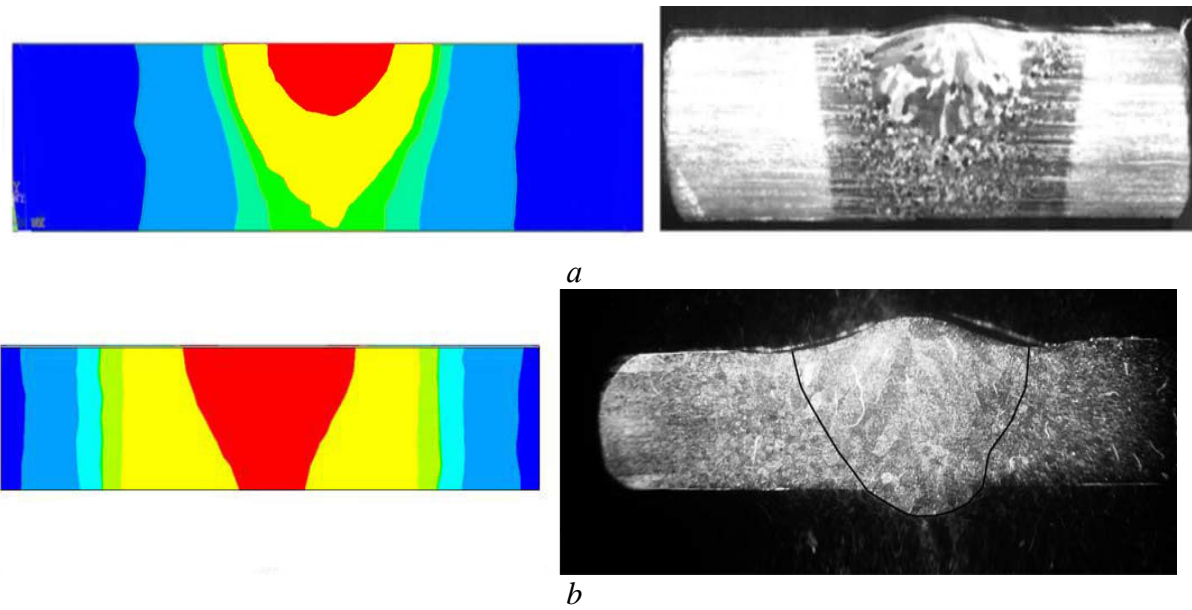


Figure 3. Adequacy of the developed mathematical model:
a – using the example of TIG welding of a two-phase high-strength titanium alloy VT23;
b – using the example of the TIG welding of a pseudo- β -titanium alloy VT19.

Table 3

Modes of argon-arc welding by tungsten electrode of lowcost titanium alloy Timetal LCB,
 for which modeling was performed

№	Welding current, <i>A</i>	Welding voltage, <i>V</i>	Welding speed, m/h	Heat input, kJ / cm ²
1	240	12	10	17280
2	240	12	10	17280
3	320	12	16	14440
4	320	12	16	14440

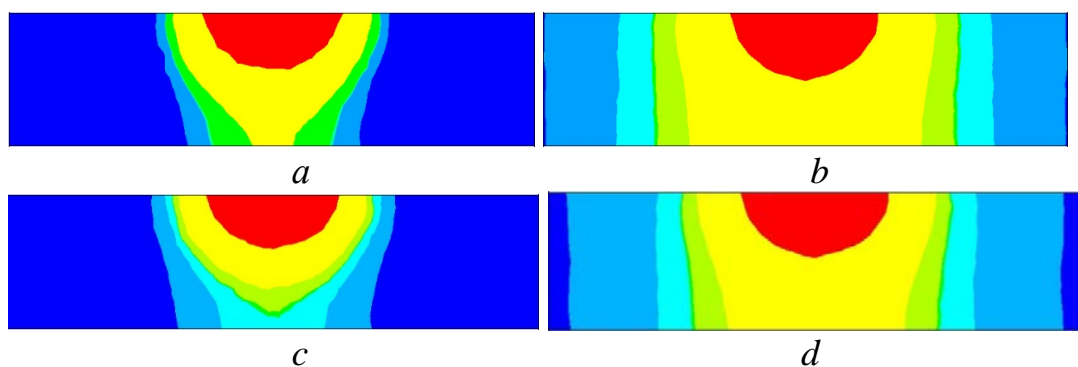


Figure 4. The depth and width of the seam metal and heat-affected zone of welded joints of lowcost titanium alloy Timetal LCB obtained in different welding modes:
a – mode № 1, *b* – mode № 2, *c* – mode № 3, *d* – mode № 4.

Table 4

Values of penetration depth of the weld metal and the width of the heat-affected zone

№	Penetration depth, mm	Width of HAZ, mm
1	4,22	10,81
2	5,11	11,18
3	4,02	9,89
4	4,80	11,08

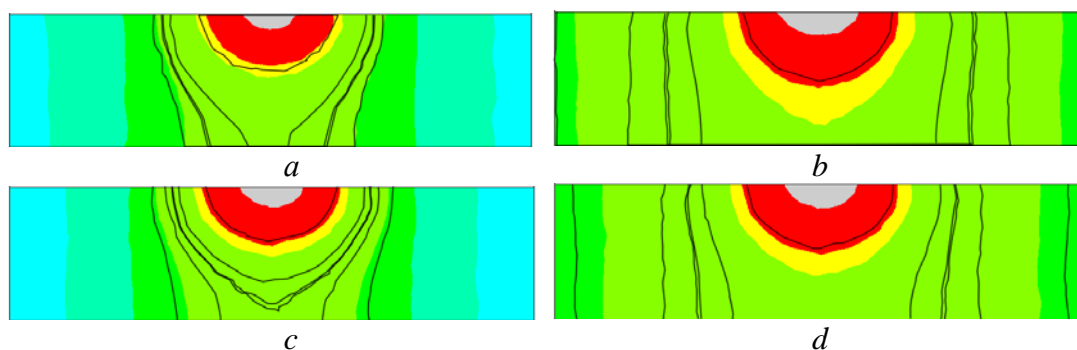


Figure 5. Cooling speeds in temperature range 1200-1000° C:
a – mode № 1, *b* – mode № 2, *c* – mode № 3, *d* – mode № 4.

The same is observed in the temperature range of 1000 ... 900° C, where cooling rates above 130° C / s are also recorded in all modes. Starting from the temperature range of 600 ... 500 C / s, the cooling rates are aligned in all modes, both with and without preheating (Fig. 6).

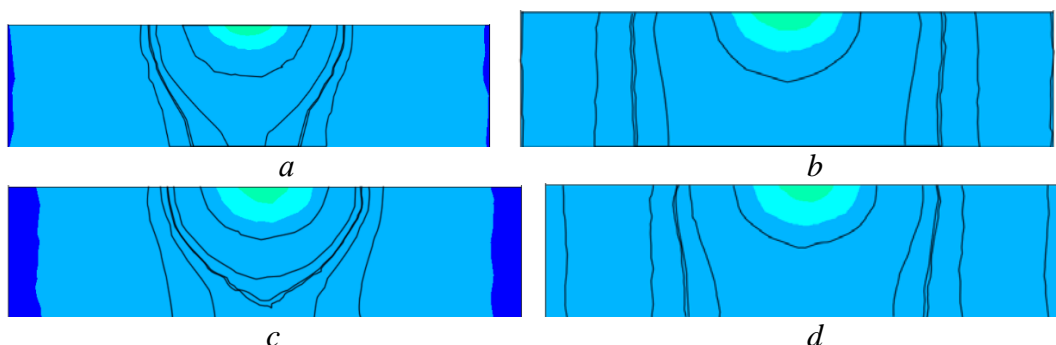


Figure 6. Cooling speeds in temperature range 600-500° C:
a – mode № 1, *b* – mode № 2, *c* – mode № 3, *d* – mode № 4.

Analyzing the obtained cooling rates, a comparative chart was drawn up (Fig. 7), from which it can be seen that the lowest values of the cooling rates are fixed at mode № 4 using preheating during welding with a lower heat input.

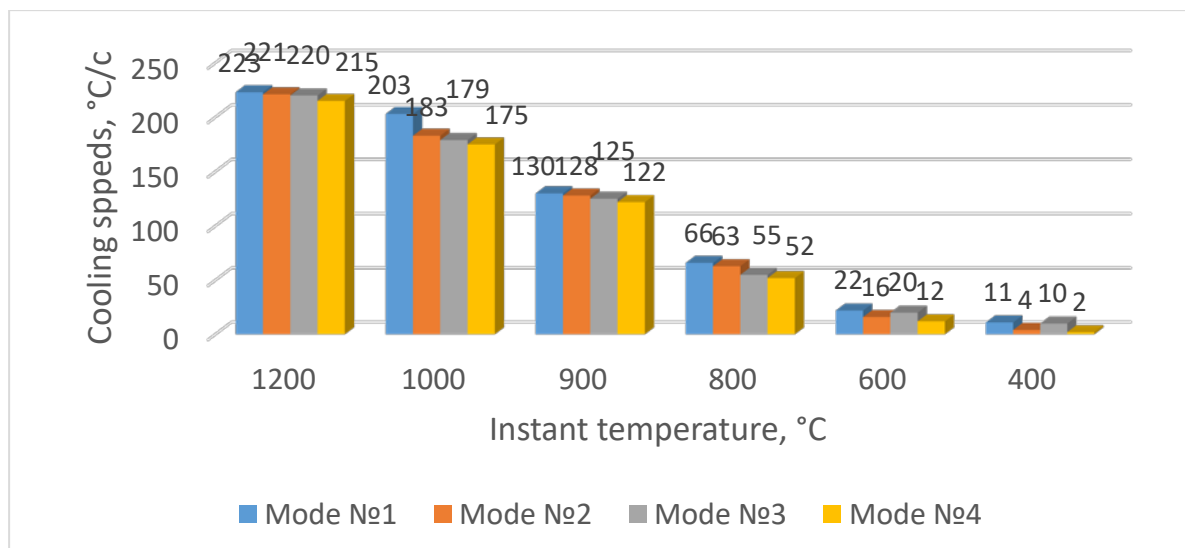


Figure 7. Values of cooling rates in different temperature ranges.

Conclusions

Taking into account the preheating of the welded joint to a temperature of 400° C, a mathematical model of argon-arc welding with tungsten electrode of an economically alloyed titanium alloy Timetal LCB has been developed. Based on this model, the thermal fields in the welded joint are determined. It is shown that the use of preheating leads to an increase in the depth of penetration by 16 ... 17%, and the width of the HAZ to 10%. The fields of cooling rates of the welded joint were constructed, which made it possible to conclude that with the use of preheating, the cooling rate is less than without using it. Based on this, assumptions were made that when using preheating and welding in a mode with lower heat input, there will be less metastable phases in the weld metal and HAZ, and accordingly, this welded joint will have better mechanical characteristics.

Список використаної літератури

1. Осипенко А. В. Разработка технологии получения сырья для сплавов титана из некондиционного титана губчатого. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. 2015. Т. 4. № 5. С. 28–32. DOI: 10.15587/1729-4061.2015.47789.
2. Casalino G., Angelastro A., Perulli P., Casavola C., Moramarco V. Study on the Fiber Laser/TIG Weldability of AISI 304 and AISI 410 Dissimilar Weld. *Journal of Manufacturing Processes*. 2018. Vol. 35. P. 216–225. DOI: 10.1016/j.jmapro.2018.08.005.
3. Casalino G., Hu S.J., Hou W. Deformation Prediction and Quality Evaluation of the Gas Metal Arc Welding Butt Weld. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*. 2003. Vol. 217. Issue 11. P. 1615–1622. DOI: 10.1243/095440503771909999.

References

1. Osipenko, A. V. (2015). Razrabotka tekhnologii polucheniya syriya dlya spлавov titana iz nekonditsionnogo titana gubchatogo. *Vostochno-Yevropeyskiy zhurnal peredovykh tekhnologiy*. 4, 5, 28–32. DOI: 10.15587/1729-4061.2015.47789.
2. Casalino, G., Angelastro, A., Perulli, P., Casavola, C., & Moramarco, V. (2018). Study on the Fiber Laser/TIG Weldability of AISI 304 and AISI 410 Dissimilar Weld. *Journal of Manufacturing Processes*. 35, 216–225. DOI: 10.1016/j.jmapro.2018.08.005.

3. Casalino, G., Hu, S.J., & Hou, W. (2003). Deformation Prediction and Quality Evaluation of the Gas Metal Arc Welding Butt Weld. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*. **217**, 11, 1615–1622. DOI: 10.1243/095440503771909999.

Гумен Олена Миколаївна – д.т.н., професор кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», e-mail: gumens@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3992-895X.

Селіна Ірина Борисівна – старший викладач кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», e-mail: irinaselina2016@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4010-3819.

УДК 004.9:621.6

Н.Л. ДОРОШ
Національна металургійна академія України

МОДЕЛЮВАННЯ КОНДЕНСАЦІЇ СТРУМЕНЯ ПАРИ КИСНЮ У РІДИНІ КИСНЮ

Представлені результати чисельних розрахунків довжини області конденсації струменя газоподібного кисню в потоці рідкого кисню.

Конденсація струменя перегрітої пари низькотемпературного середовища має свої особливості в порівнянні з конденсацією струменя водяної пари. При моделюванні течій різних середовищ можуть бути використані наступні безрозмірні параметри і критерії: відношення щільності рідини і пари, відношення швидкості рідини і пари, критерій фазового переходу. Температура газоподібного кисню може бути істотно вище температури насичення, це призводить до відмінності умов конденсації.

Використано дані експериментальних досліджень з візуалізацією процесу конденсації струменя газоподібного кисню в потоці рідкого кисню, а саме, фотографії, на яких показано взаємодію струменя газоподібного кисню з потоком рідкого кисню. На фотографіях область конденсації, переважно, має форму факела. В ранніх дослідженнях струменевої конденсації водяної пари у воді струмінь має форму конуса.

В результаті узагальнення експериментальних даних отримана формула для визначення довжини області конденсації. Безрозмірна довжина області конденсації є нелінійною функцією безрозмірних параметрів: відношення швидкостей рідкого і газоподібного кисню і критерію фазового переходу. У результаті застосування методів нелінійного регресійного аналізу уточнені значення параметрів для функції, за якою визначається довжина області конденсації газоподібного кисню в потоці рідкого кисню. Було обчислено середньоквадратичне відхилення експериментальних даних від теоретичних даних, які розраховувалися за аналітичною залежністю з двома комплектами значень параметрів: новими та запропонованими в роботі [2]. Проведено порівняльний аналіз точності побудованих апроксимуючих функцій. Нова функція є більш точною і може бути використана для математичного моделювання динаміки насосної системи рідинного ракетного двигуна.

Ключові слова: конденсація; струмінь газоподібного кисню; потік рідкого кисню; довжина області конденсації; критерій фазового переходу; швидкість газоподібного кисню; швидкість рідкого кисню; узагальнення експериментальних даних; регресійний аналіз.

Н.Л. ДОРОШ
Национальная металлургическая академия Украины

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНДЕНСАЦИИ СТРУИ ПАРА КИСЛОРОДА В ЖИДКОМ КИСЛОРОДЕ

Представлены результаты численных расчетов длины области конденсации струи газообразного кислорода в потоке жидкого кислорода.

Конденсация струи перегретого пара низкотемпературной среды имеет свои особенности по сравнению с конденсацией струи водяного пара. При моделировании течений различных сред могут быть использованы следующие безразмерные параметры и критерии: отношение плотностей жидкости и пара, отношение скоростей жидкости и пара, критерий фазового перехода. Температура

газообразного кислорода может быть существенно выше температуры насыщения, это приводит к отличию условий конденсации.

Использованы данные экспериментальных исследований с визуализацией процесса конденсации струи газообразного кислорода в потоке жидкого кислорода, а именно, фотографии, на которых показано взаимодействие струи газообразного кислорода с потоком жидкого кислорода. На фотографиях область конденсации, преимущественно, имеет форму факела. В ранних исследованиях струйной конденсации водяного пара в воде струя имеет форму конуса.

В результате обобщения экспериментальных данных получена формула для определения длины области конденсации. Безразмерная длина области конденсации является нелинейной функцией безразмерных параметров: отношения скоростей жидкого и газообразного кислорода и критерия фазового перехода. В результате применения методов нелинейного регрессионного анализа уточнены значения параметров для функции, с помощью которой определяется длина области конденсации газообразного кислорода в потоке жидкого кислорода. Были вычислены среднеквадратические отклонения экспериментальных данных от теоретических данных, которые рассчитывались на основе аналитической зависимости с двумя комплектами значений параметров: новыми и предложенными в работе [2]. Выполнен сравнительный анализ точности построенных аппроксимирующих функций. Новая функция является более точной и может быть использована для математического моделирования динамики насосной системы жидкостного ракетного двигателя.

Ключевые слова: конденсация; струя газообразного кислорода; поток жидкого кислорода; длина области конденсации; критерий фазового перехода; скорость газообразного кислорода; скорость жидкого кислорода; обобщение экспериментальных данных; регрессионный анализ.

N.L. DOROSH

National Metallurgical Academy of Ukraine

SIMULATION OF OXYGEN STEAM JET CONDENSATION IN LIQUID OXYGEN

The results of numerical calculations of the length of the condensation region of a gaseous oxygen jet in a liquid oxygen flow are presented.

Condensation of superheated steam jet of a low-temperature substances has its own characteristics in comparison with condensation of a water vapor jet. When modeling flows of various substances, the following dimensionless parameters and criteria can be used: density ratio of liquid and vapor, velocity ratio liquid to vapor, and the phase transition criterion. The oxygen gas temperature can be significantly higher than the saturation temperature, which leads to different condensation conditions.

Experimental data with visualization of the condensation process of a stream of gaseous oxygen in a stream of liquid oxygen, namely, photographs are used. In the photographs, the condensation area is predominantly in the shape of a torch; in the early studies of jet condensation of water vapor in water, the jet was shaped like a cone.

As a result of generalization of the experimental data, a formula was obtained for determining the length of the condensation region. As a result of applying the methods of nonlinear regression analysis, the values of the parameters for the function, which are used to determine the length of the condensation region of gaseous oxygen in the flow of liquid oxygen, have been refined. We calculated the standard deviations of the experimental data from the theoretical data, which were obtained on the basis of an analytical dependence with two sets of parameter values: new and proposed in [2]. Comparative analysis of the accuracy

of the constructed approximating functions is carried out. New function is more accurate and can be used for mathematical modeling of the dynamics of the pumping system of a liquid propellant rocket engine.

Keywords: condensation; gaseous oxygen stream; liquid oxygen flow; length of the condensation region; phase transition criterion; oxygen gas velocity; liquid oxygen velocity; generalization of experimental data; regression analysis

Постановка проблеми

Конденсація струменя пари в рідині має місце в захисних системах первинних контурів парогенераторів, в підігрівачах прямого контакту, в системах живлення двигунів космічних апаратів, які працюють на екологічно чистому паливі. Практичний інтерес представляє визначення області конденсації пари, часу і швидкості конденсації. Наприклад, можливою причиною зниження власної частоти коливань рідини в насосній системі подачі палива ракетного двигуна може бути наявність газоподібного кисню через неповну його конденсацію [1].

Конденсація струменя перегрітої пари низькотемпературного середовища має особливості в порівнянні з конденсацією струменя водяної пари.

Широко відомі методи розрахунку течії, яка реалізована при взаємодії водяної пари з водою. У традиційному підході розглядається початкова ділянка струменя, де пара повністю конденсується, а границя розділу рідкої і парової фаз має форму, яка близька конусної. Температура розділу фаз є відомою і дорівнює температурі насичення водяної пари. Вказані задачі розв'язують методами теорії пограничного шару. Визначають параметри течії і розмір «конуса конденсації», тобто області конденсації. При конденсації кисню в умовах роботи рідинного ракетного двигуна конвективний струм тепла «пар-рідина» істотно перевищує теплоту фазового переходу, відбувається нерівноважний процес конденсації. Температура і форма границі розділу фаз є невідомими. Моделювання досліджуваного процесу конденсації ускладнюється.

У роботі [2] наведені результати експериментальних досліджень струминної конденсації газоподібного кисню у рідині кисню, які були використані при моделюванні струминної конденсації пари кисню у потоці рідкого кисню.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Різноманіття завдань і складність процесу призвели до появи великої кількості робіт з експериментального та теоретичного дослідження струминної конденсації. Більшість робіт присвячені питанням конденсації насиченої пари води у воді. Однак не можна сказати, що процеси конденсації струменя пари в рідині досліджені досить повно. Автори робіт [3–4] при моделюванні двофазної течії використовують той факт, що струмінь конденсується повністю на гладкій границі розділу фаз, що існує між паром і рідиною. Автори публікації [5] допускають можливість взаємопроникнення фаз.

Одним з основних параметрів тепломасопереносу двофазного потоку, що виникає при взаємодії струменя пари з рідиною, є довжина області поширення пари до повної її конденсації або довжина струменя. Одним з перших довжину струменя водяної пари у воді визначив Глікман Б.Ф. [3]. На підставі його теоретичних і експериментальних досліджень був зроблений висновок, що струмінь водяної пари конденсується на відстані, яка дорівнює калібру отвору вдуву пари, а границя розділу фаз має форму конуса. Ці результати частково підтвердилися в дослідженні [4]. Але встановлено, що діапазон значень довжини струменя пари в рідині суттєво ширший і може приймати значення 0,5-30 калібрів отвору вдуву пари.

Важливу роль при моделюванні течій має теорія подібності [6]. Звичайно, результати розрахунку довжини струменя водяної пари можуть бути використані в задачі конденсації струменя газоподібного кисню в потоці рідкого кисню при дотриманні умов моделювання течій. Практично у всіх роботах використовуються такі безрозмірні параметри і критерії: відношення щільності рідини і пари, відношення швидкостей рідини і пари, критерій фазового переходу [7]. Але температура газоподібного кисню може бути істотно вище температури насичення, це призводить до істотної відмінності умов конденсації. Таким чином, визначення довжини і форми області конденсації при взаємодії струменя газоподібного кисню і рідини кисню представляє як практичний, так і теоретичний інтерес.

Мета дослідження

Метою роботи є узагальнення результатів експериментальних даних з конденсації струменя пари кисню у рідині кисню, які пов'язані з визначенням форми та розмірів області конденсації.

Викладення основного матеріалу дослідження

Експериментальні дослідження парорідини, яка є результатом вдуву струменя газоподібного кисню в потік рідкого кисню, надані в роботі [2].

До складу установки для проведення експериментальних досліджень входить прозорий трубопровід для спостереження вдуву газоподібного кисню в рідину кисню. Наявність прозорої частини дозволяє проводити візуальні дослідження рідини з використанням фотографування. Температура рідкого кисню на вході в прозору ділянку становить 90–113 К; температура газоподібного кисню – 290 К, максимальний тиск в прозорій ділянці складає 0,5 МПа.

В результаті експериментальних досліджень одержані фотографії, на яких зафіксований момент вдуву газоподібного кисню в рідкий кисень при різних параметрах: тиску і температури. На основі цих фотографій стає можливим ретельне вивчення взаємодії струменя кисню з рідиною кисню, а саме, процес конденсації.

Як приклад, на рис. 1 представлено фотографію потоку кисню, у який проведено вдув газоподібного кисню. У верхній частині фотографії розташований електронний секундомір-таймер, за допомогою якого відбувається прив'язка до параметрів газоподібного кисню та рідини кисню. З фотографії видно, що пара до конденсації має форму струменя (факельна форма). Інтерес представляє розмір області конденсації.

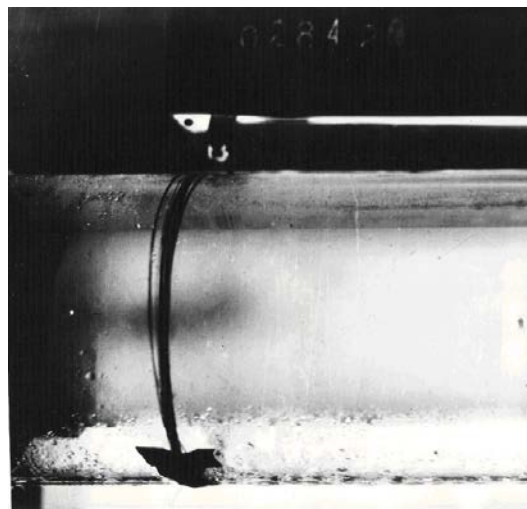


Рис. 1. Фото вдуву газоподібного кисню у рідину кисню.

Довжина області конденсації визначається безпосереднім вимірюванням.

Коефіцієнт масштабування обчислено за розміром зовнішньої оболонки трубопроводу.

Для характеристики двофазного потоку, який виникає при вдуві пари в рідину, використовують параметри: W_v , м/с – швидкість пари; W_l , м/с – швидкість рідини; T_l , К – температура рідини; P_s , МПа – тиск на лінії насичення; T_s , К – температура на лінії насичення.

Найважливіше значення для розв’язання задачі струминної конденсації набувають методи дослідження, що використовують теорію подібності. В існуючих моделях струминної конденсації використовувалися параметри α , γ і K_l [8].

Тобто при взаємодії струменя пари з рідиною, визначаються: параметр швидкості α , параметр щільності γ , критерій фазового переходу K_l :

$$\alpha = \frac{w_l}{w_v}; \quad (1)$$

$$\gamma = \frac{\rho_l}{\rho_v}; \quad (2)$$

$$K_l = \frac{r}{c_l(T_s - T_l)}; \quad (3)$$

де w_l , w_v – швидкість рідини та пари, ρ_l , ρ_v – щільність рідини та пари, c_l – питома теплоємність рідини, r – теплота пароутворення, T_s – температура насичення, T_l – температура рідини.

Вид формули для узагальнення даних з довжини області конденсації збережено відповідно до роботи [2]:

$$\frac{l}{d_0} = C\alpha^n K_l^m, \quad (4)$$

де l – довжина області конденсації, d_0 – діаметр отвору вдуву пари кисню; C , n , m – невідомі коефіцієнти.

Виконаємо лінеаризацію залежності (4) шляхом логарифмування обох частин рівності [9]:

$$\ln \frac{l}{d_0} = \ln C + n \ln \alpha + m \ln K_l \quad (5)$$

Значення параметрів: $\ln C$, n , m – у формулі (5) розраховуються за стандартними алгоритмом регресійного аналізу для лінійних залежностей [9].

В результаті аналітична залежність для визначення довжини області конденсації газоподібного кисню у потоці рідкого кисню має вигляд:

$$\frac{l}{d_0} = 0.01379 \alpha^{-0.5865} K_l^{1.0257}. \quad (6)$$

Формула (6) отримана в наступному діапазоні зміни параметрів: $\alpha=0,04 - 0,19$; $K_l=9 - 30$.

На рис. 2 представлений графік поверхні, яка відповідає отриманій нелінійній регресії (6), в координатах α і K_l , а також відзначені похибки експериментальних даних. Похибки, що мають від'ємні значення, виділені синім кольором. Похибки, що мають додатні значення, виділені червоним кольором.

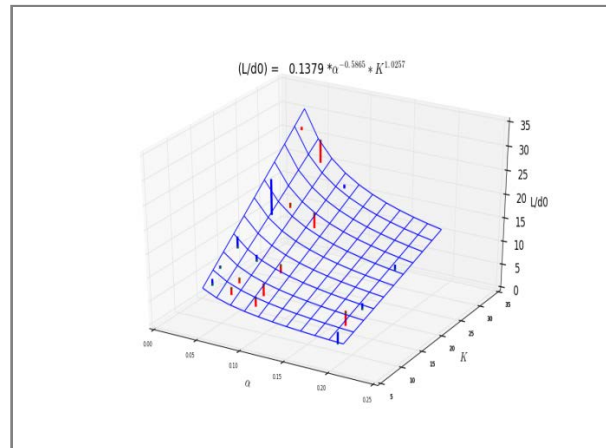


Рис. 2. Графік залежності (6).

В попередніх дослідженнях струминної конденсації пари кисню в рідині кисню запропоновано формулу для обчислення довжини області конденсації [2]:

$$\frac{L}{d_0} = 0.013 \alpha^{-0.7} K_l^{1.67} \quad (7).$$

Середньоквадратичне відхилення похибок для залежності (7) становить 3,707, а для залежності (6) – 2,347. Очевидно, що формула (6) з уточненими значеннями параметрів має кращу точність.

У роботах [1, 10] розрахунок піддатливості області неконденсованого кисню проведено на підставі результатів отриманих в роботі [2]. Використання формули (6) дозволяє підвищити точність цих розрахунків.

Висновки

Проведено аналіз зображень двофазного потоку кисню, які отримані з експериментального дослідження парорідинної течії при вдві газоподібного кисню у потік рідкого кисню. Встановлено, що струмінь має форму факелу.

Уточнено значення параметрів у формулі для обчислення довжини області конденсації кисню у рідині кисню порівняно з роботою [2].

Список використаної літератури

1. Пилипенко О. В., Прокопчук А. А., Долгополов С. И., Писаренко В. Ю., Коваленко В. Н., Николаев А. Д., Хоряк Н. В. Особенности математического моделирования низкочастотной динамики маршевого ЖРД с дожиганием генераторного газа при запуске. *Космична наука і технологія*. 2017. Т. 23, № 5. С. 3–12. DOI: 10.15407/knit2017.05.003.

2. Пилипенко В. В., Дорош Н. Л., Манько И. К. Экспериментальное исследование конденсации пара при вдуве струи газообразного кислорода в поток жидкого кислорода. *Техническая механика*. 1993. Вып. 2. С. 77–80.
3. Гликман Б. Ф. О конденсации струи пара в пространстве, заполненном жидкостью. *Известия АН СССР*. 1957. № 2. С. 43–49.
4. Накоряков В. Е., Сафарова Н. С. Простая формула для определения положения поверхности раздела фаз при конденсации затопленной струи пара. *Известия СО АН СССР. Серия техн. наук*. 1975. Т. 8. № 2. С. 69–71.
5. Kudo A., Eguso T., Toda S. Basic Study on Vapor Suppression. *Proceedings of the 5th International Heat Transfer Conference (Tokyo, 1974)*. Vol. 3. P. 221–225.
6. Ісаченко В. Н., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача. М.: Энергоиздат, 1981. 416 с.
7. Акуличев В. Л., Алексеев В. Н., Буланов В. А. Периодические фазовые превращения в жидкостях. М.: Наука, 1988. 280 с.
8. Кутателадзе С. С., Накоряков В. Е. Тепломассообмен и волны в газожидкостных системах. Новосибирск. Наука, Сиб. Отделение АН СССР, 1984. 302 с.
9. Сигел Э. Практическая бизнес-статистика: Пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2008. 1056с.
10. Пилипенко О. В., Долгополов С. І., Ніколаєв О. Д., Хоряк Н. В. Математическое моделирование запуска многодвигательной жидкостной ракетной двигательной установки. *Технічна механіка*. 2020. №1. С. 5–18. DOI: 10.15407/itm2020.01.005.

References

1. Pilipenko, O. V., Prokopchuk, A. A., Dolgoplov, S. I., Pisarenko, V. Yu., Kovalenko, V. N., Nikolaev, A. D., & Horyak, N. V. (2017). Osobennosti matematicheskogo modelirovaniya nizkochastotnoy dinamiki marshevogo ZhRD s dozhiganiem generatornogo gaza pri zapuske. *Kosmichna nauka i tehnologiya*. **23**, 5, 3–12. DOI: 10.15407/knit2017.05.003.
2. Pilipenko, V. V., Dorosh, N. L., & Manko, I. K. (1993). Eksperimentalnoe issledovanie kondensatsii para pri vduve strui gazoobraznogo kisloroda v potok zhidkogo kisloroda. *Tekhnicheskaya mehanika*. **2**, 77–80.
3. Glikman, B. F. (1957). O kondensatsii strui para v prostranstve, zapolnennom zhidkostyu. *Izvestia AN SSSR*. **2**, 43–49.
4. Nakoryakov, V. E., & Safarova, N. S. (1975). Prostaya formula dlya opredeleniya polozheniya poverhnosti razdela faz pri kondensatsii zatoplennoy strui para. *Izvestia SO AN SSSR. Seria tehn.nauk*. **8**, 2, 69–71.
5. Kudo, A., Eguso, T., & Toda, S. (1974). Basic Study on Vapor Suppression. *Proceedings of the 5th International Heat Transfer Conference*. Vol. 3. (Tokyo, 1974), pp. 221–225.
6. Isachenko, V. N., Osipova, V. A., & Sukomel, A. S. (1981). *Teploperedacha*. М.: Energoizdat.
7. Akulichev, V. L., Alekseev, V. N., & Bulanov, V. A. (1988). *Periodicheskie fazovyye prevrascheniya v zhidkostyah*. М.: Nauka
8. Kutateladze, S. S., & Nakoryakov, V. E. (1984). *Tplomassoobmen i volnyi v gazozhidkostnyih sistemah*. Novosibirsk. Nauka, Sib. Otdelenie ANSSSR.
9. Sigel, E. (2008). *Prakticheskaya biznes-statistika*.: Per. s angl. М.: Izdatelskiy dom «Vilyams».
10. Pilipenko, O. V., Dolgoplov, S. I., Nikolaev, O. D., & Horyak, N. V. (2020). Matematicheskoe modelirovanie zpuska mnogodvigatelnoy zhidkostnoy raketnoy dvigatelnoy ustanovki. *Tekhnichna mehanika*. **1**, 5–18. DOI: 10.15407/itm2020.01.005.

Дорош Наталія Леонідівна – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційних технологій та систем Національної металургійної академії України (м. Дніпро), e-mail: natalidorosh53@gmail.com, ORCID: 0000-0003-4184-3648.

УДК 514.18

Г.В. КОВАЛЬОВА, О.О. КАЛІНІН, Т.О. КАЛІНІНА
 Одеська державна академія будівництва та архітектури
 О.А. НІКІТЕНКО
 Варшавський університет сільського господарства

НАБЛИЖЕНА ПОБУДОВА ГЕОДЕЗИЧНИХ ЛІНІЙ НА ПОВЕРХНЯХ ОБЕРТАННЯ

На даний час геодезичні лінії привертають увагу як вітчизняних так і зарубіжних науковців. В теоретичних дослідженнях геодезична лінія відіграє важливу роль як лінія внутрішньої геометрії поверхні. На практиці властивості геодезичних ліній використовуються для визначення найкоротших відстаней або армування оболонок тощо. При спряженні двох поверхонь лінія їх контакту теж є геодезичною. Цією властивістю можна скористатися для проектування спряжених циклічних гвинтових поверхонь, які мають місце, наприклад, в зачепленнях Новікова. Пошук геодезичних ліній на нерозгортуваних поверхнях є досить складним. В аналітичному плані ця задача зводиться до складання і розв'язування диференціальних рівнянь, знайти явний розв'язок яких вдається лише в нечисленних випадках. Автори пропонують графо-аналітичний метод відшукування геодезичних на поверхні обертання загального вигляду за допомогою розгортки. Точність цього методу безпосередньо залежить від точності побудови умовних (наближених) розгортки нерозгортуваних поверхонь обертання. У цьому випадку доцільно використовувати метод побудови розгортки з використанням інтегрального числення. Запропонований графо-аналітичний метод відшукування геодезичних можна також використовувати і для інших поверхонь. Наближені геодезичні лінії на поверхнях за допомогою розгортки можна будувати двома способами: в першому враховується положення теореми Клеро, а в другому – сегменти умовної наближеної розгортки поверхні поєднуються так, щоб можна було провести суцільну пряму лінію. Для докладного опису двох методів розглянуто дві поверхні – параболоїд обертання і катеноїд. Визначати загальний вигляд геодезичних ліній на поверхнях можна без побудови самих розгортки, а використовувати тільки принцип побудови геодезичної на ній. Наближена геодезична лінія є ламаною, довжину якої легко порахувати, маючи необхідні геометричні розміри поверхні. Запропонований графо-аналітичний метод визначення геодезичних ліній досить простий. Його легко застосовувати для поверхонь обертання загального виду або «гофрованих».

Ключові слова: геодезична лінія, розгортка, наближена побудова, параболоїд обертання, катеноїд.

Г.В. КОВАЛЕВА, А.А. КАЛИНИН, Т.А. КАЛИНИНА
 Одесская государственная академия строительства и архитектуры
 О.А. НИКИТЕНКО
 Варшавский университет сельского хозяйства

ПРИБЛИЖЕННОЕ ПОСТРОЕНИЕ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ЛИНИЙ НА ПОВЕРХНОСТЯХ ВРАЩЕНИЯ

В настоящее время геодезические линии привлекают внимание как отечественных так и зарубежных ученых. В теоретических исследованиях геодезическая линия играет важную роль как линия внутренней геометрии поверхности. На практике свойства геодезических линий используются для

определения кратчайших расстояний или армирования оболочек и так далее. При сопряжении двух поверхностей линия их контакта также является геодезической. Этим свойством можно воспользоваться для проектирования сопряженных циклических винтовых поверхностей, которые имеют место, например, в передачах Новикова. Поиск геодезических линий на неразвертываемых поверхностях достаточно сложен. В аналитическом плане эта задача сводится к составлению и решению дифференциальных уравнений, найти явное решение которых удается лишь в редких случаях. Авторы предлагают графо-аналитический метод отыскания геодезических на поверхности вращения общего вида с помощью разверток. Точность этого метода напрямую зависит от точности построения условных (приближенных) разверток неразвертываемых поверхностей вращения. В этом случае целесообразно использовать метод построения разверток с использованием интегрального исчисления. Предложенный графо-аналитический метод отыскания геодезических можно использовать и для других поверхностей. Приближенные геодезические линии на поверхностях с помощью разверток можно строить двумя способами: в первом учитывается положение теоремы Клеро, а во втором - сегменты условной приближенной развертки поверхности стыкуются так, чтобы можно было провести сплошную прямую линию. Для подробного описания двух методов рассмотрены две поверхности - параболоид вращения и катеноид. Определять общий вид геодезических линий на поверхностях можно без построения самых разверток, а использовать только принцип построения геодезической на ней. Приближенная геодезическая линия является ломаной, длину которой легко посчитать, имея необходимые геометрические размеры поверхности. Предложенный графо-аналитический метод определения геодезических линий достаточно прост. Его легко применять для поверхностей вращения общего вида или «гофрированных».

Ключевые слова: геодезическая линия, развертка, приближенная построение, параболоид вращения, катеноид.

G. KOVALOVA, A. KALININ, T. KALININA
Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture
O. NIKITENKO
Warsaw University of Life Sciences

APPROXIMATE CONSTRUCTION OF GEODESIC LINES ON ROTATION SURFACES

At present, geodesic lines attract the attention of many scientists. In theoretical studies, the geodesic line plays an important role as a line of the internal geometry of the surface. In practice, the properties of geodesic lines are used to determine the shortest distances or reinforce covering and so on. When two surfaces are conjugated, their contact line is also a geodesic. This property can be used to design conjugate cyclic helical surfaces that occur, for example, in Novikov gears. The search for geodetic lines on non-expandable surfaces is quite complicated. In analytical terms, this problem is reduced to the making and solving of differential equations, the explicit solution of which can only be found in rare cases. The authors propose a graph-analytical method for finding geodesics on a surface of rotation of a general form using sweeps. The accuracy of this method directly depends on the accuracy of constructing conditional (approximate) sweeps of non-expandable surfaces of rotation. In this case, it is advisable to use the method of constructing scans using the integral calculus. The proposed graph-analytical method for finding geodesics can be used for other surfaces. Approximate geodesic lines on surface using sweep can be constructed in two ways: in the first, the statement of the Clereau theorem is taken into account, and in the second,

segments of the conditional approximate sweep of the surface are connected so that a continuous straight line can be drawn. For a detailed description of the two methods, two surfaces are considered - a paraboloid of rotation and a catenoid. It is possible to determine the general appearance of geodesic lines on surfaces without constructing their sweeps, and use only the principle of constructing geodesic lines on it. The approximate geodesic line is a broken line, the length of which is easy to calculate, knowing the necessary geometric dimensions of the surface. The proposed graph-analytical method for determining geodesic lines is quite simple. It is easy to apply to general surfaces of rotation or "corrugated" surfaces.

Keywords: geodesic line, sweep, approximate construction, paraboloid of rotation, catenoid.

Постановка проблеми

Геодезичні лінії займають особливе місце в проектуванні і виготовленні різних виробів. Наприклад, при виготовленні поверхонь обертання з композитних матеріалів нитки армування необхідно розташовувати по геодезичних лініях. Так само в процесі робочої напруги в деталях траєкторії тріщин з'являються уздовж сімейства геодезичних [1, С. 158]. Однак аналітичний пошук геодезичних ліній на нерозгортуваних поверхнях є досить складним.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

На поверхнях обертання геодезичні лінії визначаються за допомогою диференціальних рівнянь, які встановлюють взаємозв'язок між внутрішніми координатами поверхні [2, С. 25]. Однак в загальному випадку побудувати геодезичні лінії в повній мірі не вдається, тільки на деяких фрагментах. Особливий інтерес представляє дисертаційна робота Кремець Я. [3], в якій він модифікував інтеграл на основі рівняння Клеро для побудови геодезичних ліній на поверхнях обертання у функції довжини дуги і розглянув їх на поверхнях псевдосфери, катеноїда, тора, еліпсоїда, а також на поверхні, утвореної обертанням верз'єри.

Мета дослідження

Автори пропонують графо-аналітичний метод відшукування геодезичних на поверхні обертання загального вигляду за допомогою розгортки. Точність цього методу безпосередньо залежить від точності побудови умовних (наближених) розгортки нерозгортуваних поверхонь обертання. У цьому випадку доцільно використовувати метод побудови розгортки з використанням інтегрального числення [4]. Запропонований графо-аналітичний метод відшукування геодезичних можна також використовувати і для інших поверхонь.

Викладення основного матеріалу дослідження

Перший метод. Розглянемо поверхню параболоїда обертання

$$x^2 + y^2 = z.$$

Для побудови одного сегмента був використаний інтеграл для обчислення довжини дуги меридіана і формула для обчислення довжин дуг паралелей. Вся розгортка складається з 12 сегментів, меридіани на поверхні розташовані через 30°. На розгортці накреслена ламана, всі ланки якої відповідають теоремі Клеро для геодезичної лінії (рис. 1), тобто добуток радіуса паралелі на косинус кута, під яким геодезична перетинає цю паралель, залишається постійним уздовж самої геодезичної

[5]:

$$r \cos t = \text{const.}$$

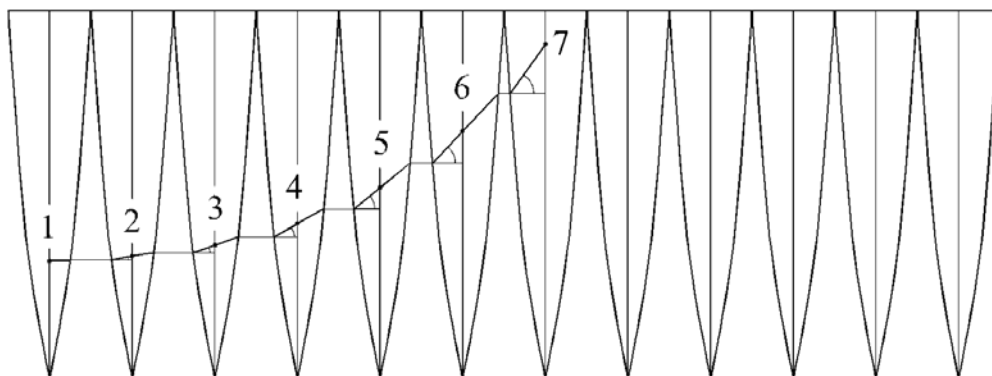


Рис. 1. Розгортка параболоїда обертання і наближена геодезична лінія на ній (ламана).

Нахил першої ланки ламаної геодезичної визначається бажаним напрямком, в якому будемо геодезичну. В нашому прикладі перша ланка нахилена до паралелі поверхні на 3° . Для визначення кутів нахилу наступних ланок використовували пропорцію:

$$r_1 \cos t_1 = r_2 \cos t_2. \quad (1)$$

Для визначення координат пунктів 1, 2, ... 7 меридіанів на самій поверхні необхідно поміряти довжину l для цих пунктів і визначити координати x , y і z (рис. 2).

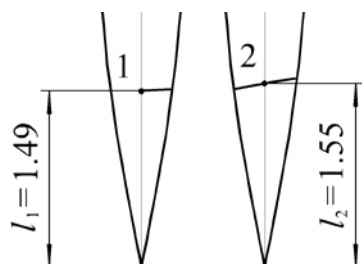


Рис. 2. Визначення довжини відрізків меридіанів параболоїда.

Оскільки інтеграл для обчислення довжини дуги даної поверхні має вигляд:

$$l = \int_a^b \sqrt{1+4x^2} dx = \left[\frac{1}{2} x \sqrt{1+4x^2} + \frac{1}{4} \ln \left| 2x + \sqrt{1+4x^2} \right| \right]_a^b, \quad (2)$$

тому для визначення координати x_n для пунктів 1, 2, ... 7 необхідно розв'язати наступне рівняння:

$$l_n = \frac{1}{2} x_n \sqrt{1+4x_n^2} + \frac{1}{4} \ln \left| 2x_n + \sqrt{1+4x_n^2} \right|. \quad (3)$$

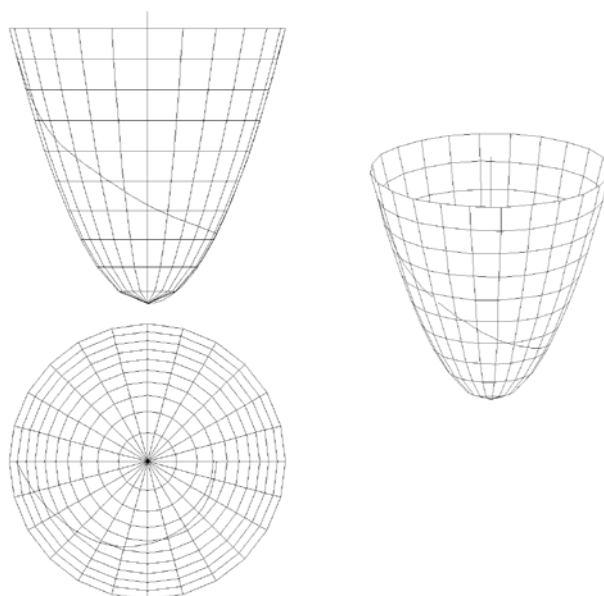


Рис. 3. Параболоїд обертання і наближена геодезична лінія на ньому:
а) комплексне креслення; б) аксонометрія.

Кожний меридіан повернутий відносно осі обертання на деякий кут α_n ($\alpha_1=0$, $\alpha_2=30^\circ$, $\alpha_3=60^\circ$, ..., $\alpha_7=180^\circ$), при цьому координати кожного пункту визначаються з рівняння поверхні. Обчисливши всі координати кінців ламаної, що наближає геодезичну, можемо її зобразити в графічному редакторі (рис. 3). Ламану, що наближає геодезичну лінію, можна відразу будувати в графічному редакторі без побудови розгортки. Для розрахунків нам необхідно виміряти радіуси R_n і висоту h_n паралелей, а також довжини дуг меридіанів між паралелями l_n і скористатися залежністю (1). Нехай розглядувана геодезична виходить з початкової точки 1 з координатами X_1, Y_1, Z_1 під кутом φ_1 . Для визначення наступної точки 2 на поверхні необхідно обчислити кут, під яким вона буде перетинати паралель з радіусом R_2 . Для цього використовуємо пропорцію (1):

$$\cos \varphi_2 = \frac{R_1}{R_2} \cos \varphi_1.$$

Отримавши значення φ_2 , можемо обчислити координати точки перетину геодезичної з паралеллю радіуса R_2 . Таким чином, будемо геодезичну бажаної довжини.

Розглянемо ще одну поверхню – катеноїд, утворений обертанням ланцюгової лінії $x = \frac{1}{2}(e^z + e^{-z})$ навколо осі OZ .

На розгортці катеноїда накреслені ланки ламаної геодезичної лінії відповідно до теореми Клеро. Перша і остання ланки нахилені до паралелі поверхні на 63° , а центральна (на осі) на 28° (рис. 4).

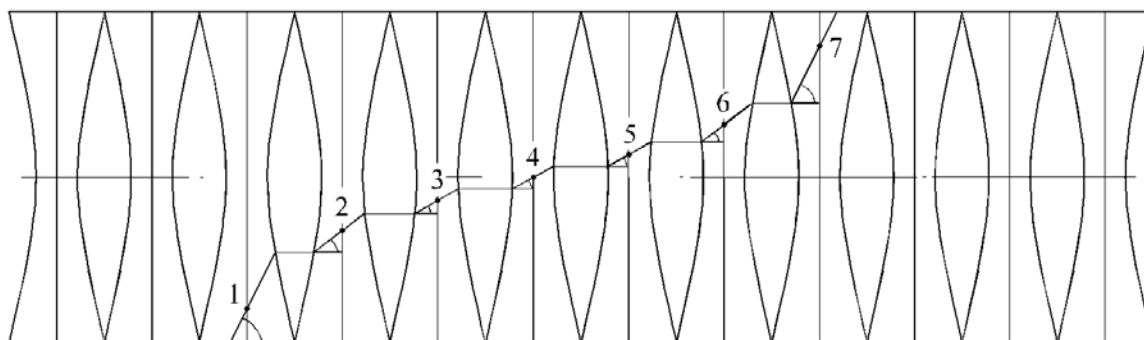


Рис. 4. Розгортка катеноїда і наближена геодезична лінія на ній (ламана).

Як і в попередньому прикладі, для визначення координат пунктів 1, 2, ... 7 меридіанів на самій поверхні необхідно виміряти довжину l для цих пунктів і визначити координати x , y і z (рис. 5).

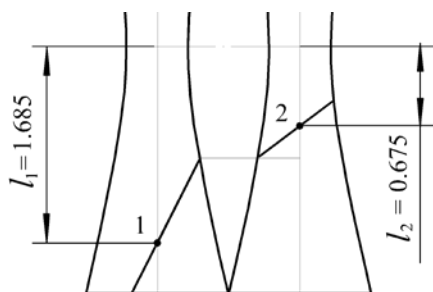


Рис. 5. Визначення довжини відрізків меридіанів катеноїда.

Оскільки інтеграл для обчислення довжини дуги даної поверхні має вигляд:

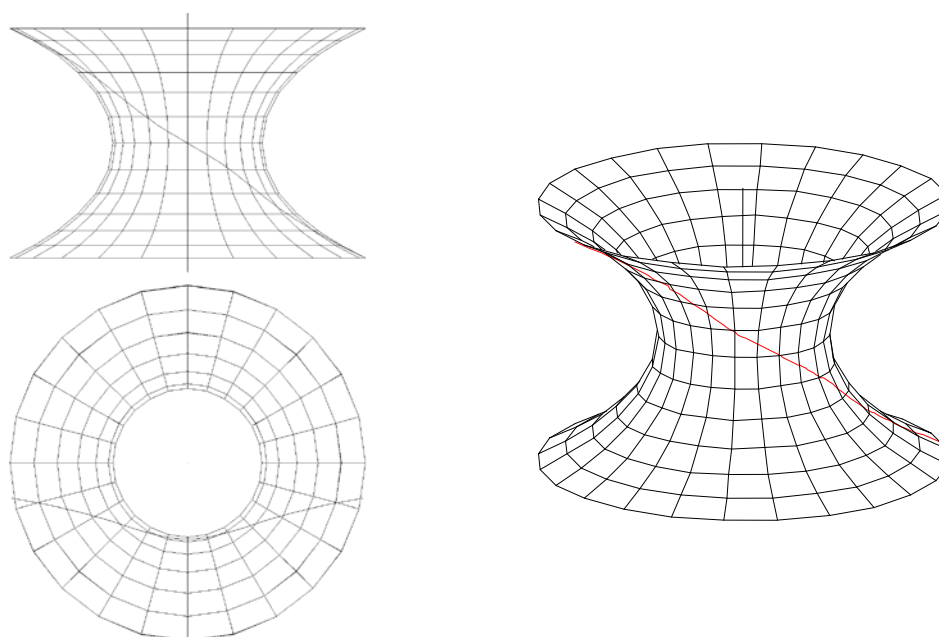
$$l = \frac{1}{2} \int_a^b (e^x + e^{-x}) dx = \frac{1}{2} (e^x - e^{-x}) \Big|_a^b, \quad (4)$$

тому для визначення координати x_n для пунктів 1, 2, 3 і 4 (5, 6 і 7 симетричні пунктам 1, 2, 3) необхідно розв'язати наступне рівняння:

$$e^{2z_n} - 2l_n e^{z_n} - 1 = 0. \quad (5)$$

Кожний меридіан повернутий щодо осі на деякий кут α_n ($\alpha_1=0$, $\alpha_2=30^\circ$, $\alpha_3=60^\circ$, ..., $\alpha_7=180^\circ$), при цьому координати кожного пункту визначаються з рівняння поверхні. Порахувавши всі координати кінців ламаної, що наближає геодезичну, можемо її зобразити в графічному редакторі (рис. 6), для кращого сприйняття вважаємо, що поверхня прозора.

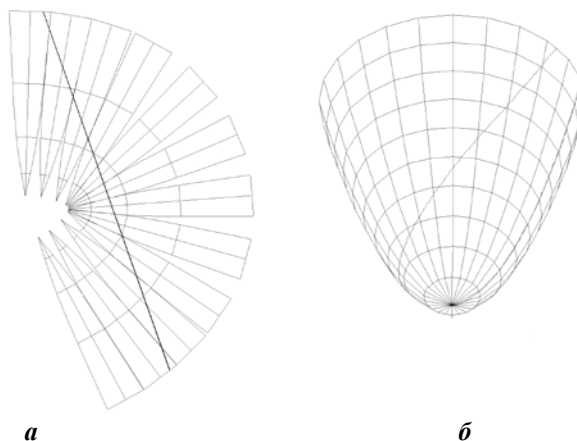
Для перевірки точності побудови геодезичних запропонованим методом авторами був використаний метод мінімізації довжини кривої, який показав, що відносна похибка запропонованого методу становить не більше 1%. Для підвищення точності побудови необхідно задати більш дрібне розбиття заданої поверхні.



a *б*
Рис. 6. Катеноїд та наближена геодезична лінія на ньому:
***a*) комплексне креслення; *б*) аксонометрія.**

Другий метод. У другому методі зберігається такий самий принцип побудови точних розгорток за допомогою інтегрального числення, однак відшукування геодезичної принципово інше. Якщо в першому методі ми на розгортці креслили ланки ламаної, що наближає геодезичну, то в цьому випадку геодезична креслиться суцільною прямою лінією, а сегменти розгортки стикаються так, щоб ця лінія не переривалася. Фактично необхідно, щоб дотичні до двох сегментів збігалися в точці їх перетину з геодезичною.

Визначення координат на поверхні x, y і z аналогічно першому методу – необхідно визначити довжини меридіанів, розв’язати рівняння (3) для параболоїда або (6) для катеноїда і порахувати координати кінців сегментів розгортки (рис. 7) та (рис. 8). Цей метод добре демонструє, як геодезична, будучи просторовою кривою, при побудові умовної розгортки перетворюється в пряму лінію, і підкреслює її геометричну суть – геодезична лінія реалізує найкоротшу відстань між двома точками на поверхні. Однак, мінусом цього методу є те, що в ньому необхідні додаткові графічні побудови, які знижують точність розрахунків.



a *б*
Рис. 7. Параболоїд обертання і геодезична лінія на ньому: *a*) умовна розгортка; *б*) аксонометрія.

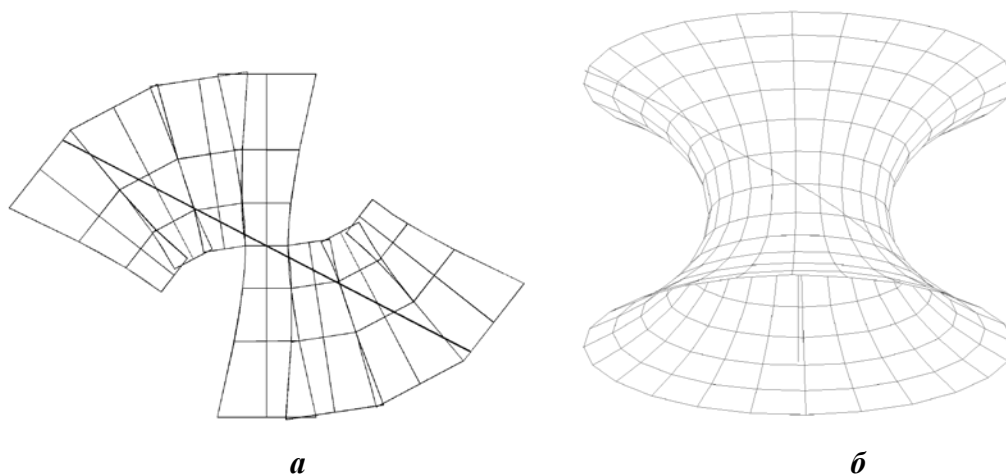


Рис. 8. Катеноїд і геодезичні лінії на ньому: а) умовна розгортка; б) аксонометрія.

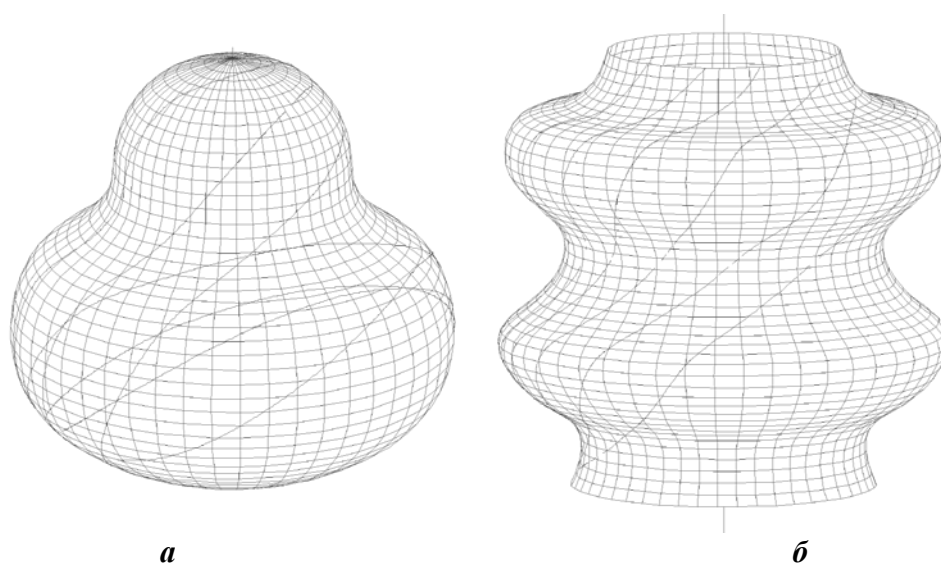


Рис. 10. Геодезичні на поверхнях обертання: а) поверхня загального вигляду; б) «гофрована».

Запропонований метод можна застосовувати і до більш складних поверхонь обертання. На рис. 10 представлені дві поверхні обертання загального виду. Геодезичні лінії на них побудовані запропонованим методом.

Висновки

Запропонований графо-аналітичний метод дозволяє доволі просто та точно будувати геодезичні лінії на поверхнях обертання. Його легко застосовувати для поверхонь обертання загального виду або «гофрованих».

Список використаної літератури

1. Спиридонова Н. А. Геодезические линии круговой конической оболочки и их практическое применение. *Альманах современной науки и образования*. 2008. № 12. С. 158–161.
2. Пришляк О. Диференціальна геометрія. К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2004. 68 с.
3. Кремець Я. С. Геодезичні лінії поверхонь в задачах армування оболонок та інерційного руху матеріальної точки : автореф. дис. ... канд. техн. наук. Дніпро, 2017. 25 с.

4. Nikitenko O., Kernytsky I., Kalinin A., Kovalova G. Use of Integral Calculus for Building Developments of Undevelopable Surfaces of Revolution. *Вісник ОДАБА*. 2018. № 71. С. 17–24.
5. Норден А. П. Теория поверхностей. М.: ГИТТЛ, 1956. 260 с.

References

1. Spiridonova, N. A. (2008). Geodezicheskie linii krugovoy konicheskoy obolochki i ih prakticheskoe primeneniye. *Almanah sovremennoy nauki i obrazovaniya*.12, 158–161.
2. Pryshliak, O. (2004). *Dyferentsialna heometriia*. K.: Vydavnycho-polihrafichnyi tsentr 'Kyivskiy universytet'.
3. Kremets, Ya. S. (2017). *Heodezychni linii poverkhon v zadachakh armuvannya obolonok ta inertiinoho rukhu materialnoi tochky: avtoref. dys. ... kand. tekhn. nauk*. Dnipro.
4. Nikitenko, O., Kernytsky, I., Kalinin, A., Kovalova, G. (2018). Use of Integral Calculus for Building Developments of Undevelopable Surfaces of Revolution. *Visnyk ODABA*. **71**, 17–24.
5. Norden, A. P. (1956). *Teoriya poverhnostey*. M.: GITTL.

Ковальова Галина Володимирівна – к.ф.-м.н., доцент кафедри вищої математики Одеської державної академії будівництва та архітектури, e-mail: gkovalova@ukr.net ORCID 0000-0003-2228-2312.

Калінін Олександр Олександрович – к.т.н., доцент кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки Одеської державної академії будівництва та архітектури, e-mail: chessking@ukr.net ORCID 0000-0002-3054-4995.

Калініна Тетяна Олександрівна – к.т.н., доцент кафедри будівельної механіки Одеської державної академії будівництва та архітектури, e-mail: kalininat384@gmail.com ORCID 0000-0002-3184-3604.

Nikitenko Oksana – assistant of Department of Civil Engineering, Faculty of Civil and Environmental Engineering, Warsaw University of Life Sciences – SGGW, e-mail: onikitenko@ukr.net ORCID 0000-0002-3546-1603.

УДК 519.7: 664.723

Д.Г. ЛИТВИНЧУК, О.В. ПОЛИВОДА,
Херсонський національний технічний університет
В.В. ПОЛИВОДА
Херсонська державна морська академія

ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДИНАМІКИ ПАРАМЕТРІВ ЗЕРНОВОЇ МАСИ У ПРОЦЕСІ КОНВЕКТИВНОГО СУШІННЯ

Стаття присвячена експериментальним дослідженням математичної моделі динаміки температури та вологості зернової маси у процесі конвективного сушіння з використанням конвеєрної сушарки. Розглянуті особливості процесів, що відбуваються під час конвективного сушіння. Зазначена перспективність використання конвеєрних сушарок для удосконалення процесу сушіння зерна. У зв'язку з тим, що процес сушіння умовно поділяється на два етапи, а саме, безпосередньо підігрів зерна нагрітим повітрям та відлежування, при якому зменшення вологості зерна відбувається за рахунок отриманої теплової енергії, доведена доцільність розробки математичної моделі процесу, що дозволить прогнозувати динаміку температури та вологості зернової маси як на етапі активного сушіння, так і при «сухій аерації». При виборі оптимального режиму сушки і раціональної конструкції зерносушильного обладнання в першу чергу слід забезпечити умови, необхідні для отримання заданих технологічних властивостей зерна. Це завдання пов'язане зі знаходженням нестационарних полів вологовмісту і температури в процесі сушіння, тобто з рішенням системи диференціальних рівнянь тепло- і масопереносу. При розробці моделі динаміки параметрів зерна запропоновано використовувати метод кінцевих різниць. Підкреслено важливість формулювання початкових та граничних умов з урахуванням конструктивних та технологічних особливостей зерносушарок, та істотний вплив цих умов на адекватність загальної моделі динаміки процесу сушіння. Для перевірки адекватності математичної моделі процесу сушіння зерна, проведено ряд експериментальних досліджень з використанням сушильної шафи, трьох датчиків температури, датчику вологості та програмно-апаратні засоби Arduino для обробки отриманих даних. Перевірка адекватності математичної моделі, з використанням отриманих експериментальних даних, довела, що розроблену модель, реалізовану у програмному пакеті Matcad, можна використовувати для оптимізації процесу сушки з урахуванням кількісних характеристик теплофізичних і термодинамічних властивостей зерна, що впливають на процес тепло- і масопереносу в зерновому шарі.

Ключові слова: автоматизована система керування; сушіння; зерно; математична модель; метод кінцевих різниць.

Д.Г. ЛИТВИНЧУК, О.В. ПОЛИВОДА
Херсонский национальный технический университет
В.В. ПОЛИВОДА
Херсонская государственная морская академия

ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ПАРАМЕТРОВ ЗЕРНОВОЙ МАССЫ В ПРОЦЕССЕ КОНВЕКТИВНОЙ СУШКИ

Статья посвящена экспериментальным исследованиям математической модели динамики температуры и влажности зерновой массы в процессе конвективной сушки с использованием конвейерной сушилки. Рассмотрены особенности процессов, которые происходят во время конвективной сушки. Показана перспективность

использования конвейерных сушилок для усовершенствования процесса сушки зерна. В связи с тем, что процесс сушки условно делится на два этапа, а именно, непосредственно подогрев зерна нагретым воздухом и отлеживание, при котором уменьшение влажности зерна происходит за счет полученной тепловой энергии, доказана целесообразность разработки математической модели процесса, которая позволит прогнозировать динамику температуры и влажности зерновой массы как на этапе активного сушения, так и при «сухой аэрации». При выборе оптимального режима сушки и рациональной конструкции зерносушильного оборудования в первую очередь нужно обеспечить условия, необходимые для получения заданных технологических свойств зерна. Эта задача связана с нахождением нестационарных полей влажностермодинамики и температуры в процессе сушки, то есть с решением системы дифференциальных уравнений тепло- и массопереноса. При разработке модели динамики параметров зерна предложено использовать метод конечных разностей. Подчеркнута важность формулирования начальных и граничных условий с учетом конструктивных и технологических особенностей зерносушилок, и существенное влияние этих условий на адекватность общей модели динамики процесса сушки. Для проверки адекватности математической модели процесса сушки зерна, проведен ряд экспериментальных исследований с использованием сушильного шкафа, трех датчиков температуры, датчика влажности и программно-аппаратные средства Arduino для обработки полученных данных. Проверка адекватности математической модели, с использованием полученных экспериментальных данных, доказала, что разработанную модель, реализованную в программном пакете Matcad, можно использовать для оптимизации процесса сушки с учетом количественных характеристик теплофизических и термодинамических свойств зерна, которые влияют на процесс тепло- и массопереноса в зерновом слое.

Ключевые слова: автоматизированная система управления; сушка; зерно; математическая модель; метод конечных разностей.

D.G. LYTVYNCHUK, O.V. POLYVODA

Kherson National Technical University

V.V. POLYVODA

Kherson State Maritime Academy

RESEARCH OF THE MATHEMATICAL MODEL OF THE GRAIN PARAMETERS DYNAMICS IN THE CONVECTIVE DRYING PROCESS

The article is devoted to experimental research of the mathematical model of the dynamics of temperature and moisture content of grain mass in the convective drying process using a conveyor dryer. The features of the processes that occur during convective drying are considered. The prospects of using conveyor dryers for improving the grain drying process are shown. Due to the fact that the drying process is conventionally divided into two stages, namely, direct heating the grain with heated air and post-heating exposure, in which the moisture content of the grain decreases due to the received thermal energy, the expediency of developing a mathematical model of the process that will allow predicting the dynamics of temperature and moisture content of the grain mass both at the stage of active drying and during "dry aeration" is proved. When choosing the optimal drying mode and rational design of grain drying equipment, first of all, it is necessary to provide the conditions needed to obtain the specified technological properties of grain. This problem is associated with finding non-stationary fields of moisture content and temperature during the drying process, that is, with solving a system of differential equations for heat and mass transfer. While developing a model for the dynamics of grain parameters, it is proposed to use the method of finite

differences. The importance of formulating the initial and boundary conditions, taking into account the design and technological features of grain dryers, and the significant influence of these conditions on the adequacy of the general model of the dynamics of the drying process are emphasized. To check the adequacy of the mathematical model of the grain drying process, a number of experimental researches were carried out using a drying cabinet, three temperature sensors, a humidity sensor and Arduino software and hardware tools for processing the data obtained. Checking the adequacy of the mathematical model, using the obtained experimental data, proved that the developed model, implemented in the Matcad software package, can be used to optimize the drying process, taking into account the quantitative characteristics of the thermophysical and thermodynamic properties of grain, which affect the process of heat and mass transfer in the grain layer.

Keywords: automated control system; drying; grain; mathematical model; finite difference method.

Постановка проблеми

Основним способом сушіння зерна є конвективна сушка, при якій теплота передається до зерна від нагрітого повітря. Підведена конвективним шляхом передачі теплота витрачається на підігрів вологи до температури випаровування, на утворення пари і на нагрів самого зерна. Утворені водяні пари поглинаються повітрям і виводяться із зони сушіння. Нагріте повітря виконує функції не тільки теплоносія, а й вологопоглинача й називається агентом сушіння [1].

При конвективному способі сушіння випаровування вологи залежить від температури агента сушіння: з підвищенням температури випаровування збільшується. Але при порушенні рекомендованих режимів сушіння зерна у ньому відбуваються незворотні процеси, що можуть привести до негативних наслідків, таких як втрата схожості, погіршення хлібопекарських властивостей та повного псування зерна [2].

Одним з перспективних напрямків удосконалення процесу сушіння зерна є застосування конвеєрних сушарок з конвективним методом сушіння. Конвеєрні сушарки – це установки з горизонтальним розташуванням зернового шару, що знаходиться на конвеєрній стрічці. Сушіння проводиться за рахунок продування зернового шару нагрітим повітрям. Зерно з приймального бункера потрапляє на стрічку транспортера, де пристроєм для регулювання висоти шару забезпечується необхідна висота шару зерна, після чого відбувається підігрів зерна нагрітим повітрям. Після закінчення процесу сушіння зерно відправляють на відлежування, тобто застосовують принцип «сухої аерації», коли зменшення вологості зерна відбувається за рахунок отриманої теплової енергії [3]. У зв'язку з тим, що процес сушіння складається з двох етапів, які можуть повторюватися декілька разів в залежності від початкового стану зернової маси та технологічних характеристик зерносушильного обладнання, доцільно розробити математичну модель процесу сушіння зерна, яка дозволить прогнозувати динаміку температури та вологості зернової маси як на етапі активного сушіння, так і при «сухій аерації».

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У автоматизованих системах керування конвеєрними сушарками вибір та оптимізація режимних параметрів сушіння, рішення задач контролю та керування процесом виконується з урахуванням даних про температуру та вологість зерна в кожній точці зернового шару. Для визначення динаміки вказаних параметрів зерна традиційно застосовують диференційні рівняння тепло- і масопереносу [1], у вигляді:

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z} \left(a_m \frac{\partial W}{\partial z} + a_m \delta \frac{\partial t_3}{\partial z} \right), \quad (1)$$

$$c \rho_0 \frac{\partial t_3}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial t_3}{\partial z} + \varepsilon r \rho_0 \frac{\partial W}{\partial z} \right), \quad (2)$$

де W – вологість, t_3 – температура, ρ_0 – щільність, c – теплоємність, λ – теплопровідність зерна; a_m – коефіцієнт дифузії вологи; δ – термоградієнтний коефіцієнт; ε – критерій фазового перетворення; z – координата; τ – час.

Рівняння (1), (2) містять частинні похідні, що ускладнює отримання точного розв'язку, тому в роботі [4] розроблено модель динаміки температури та вологості зерна на основі рівнянь тепло- і масопереносу з використанням методу кінцевих різниць [5], яка дає можливість прогнозувати вологість $W(z, \tau)$ та температуру зернової маси $t_3(z, \tau)$ у кожному шарі зернової маси як

$$W(i, j+1) = a_m \frac{K}{h^2} [W(i+1, j) - 2W(i, j) + W(i-1, j)] + a_m \delta \frac{K}{h^2} [t_3(i+1, j) - 2t_3(i, j) + t_3(i-1, j)] + W(i, j), \quad (3)$$

$$t_3(i, j+1) = \frac{\lambda \cdot K}{c \cdot \rho_0 \cdot h^2} [t_3(i+1, j) - 2t_3(i, j) + t_3(i-1, j)] + \frac{\varepsilon \cdot r \cdot K}{c \cdot h^2} [W(i+1, j) - 2W(i, j) + W(i-1, j)] + t_3(i, j). \quad (4)$$

де $i = 0, 1, \dots, N$; $j = 0, 1, \dots, M$; $K = t_c / M$; $h = l_3 / N$, l_3 – висота шару зерна на стрічці сушарки, t_c – час циклу сушіння, N – кількість вузлових точок за висотою шару зерна, а M – за часом.

При розв'язанні рівнянь (1)–(2) важливим питанням є формулювання початкових та граничних умов, які визначаються з урахуванням конструктивних та технологічних особливостей зерносушарок, та істотно впливають на адекватність загальної моделі динаміки процесу сушіння.

Мета дослідження

Метою дослідження є аналіз, удосконалення та експериментальне дослідження математичної моделі динаміки вологості і температури зернової маси в процесі конвективного сушіння з використанням зерносушильного обладнання конвеєрного типу та сучасних апаратних і програмних засобів автоматизації.

Викладення основного матеріалу дослідження

Для знаходження розв'язку рівнянь тепло- і масопереносу, яке є рівнянням в частинних похідних, сформулюємо початкові і граничні умови.

Початкові умови до рівнянь (1)–(2) можна записати як:

$$t_3(z, \tau)|_{t=\tau_0} = t_3(z), \quad W(z, \tau)|_{t=\tau_0} = W(z), \quad (5)$$

де $t_3(z)$ і $W(z)$ – відомі функції.

Граничні умови на поверхні зерна визначаються насамперед принципом розподілу теплоносія, початковою вологістю та температурою зерна, температурою агента сушіння, інтенсивністю теплового потоку. Наприклад, для конвеєрної сушарки з перехресним потоком, у якій потоки зерна і агента сушіння спрямовані перпендикулярно, граничні умови можуть бути задані як

$$\frac{\partial t_3(z, \tau)}{\partial z} + \frac{\alpha(W(z, \tau))}{\lambda(W(z, \tau))} [T_{ac} - t_3(z, \tau)] = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial W(z, \tau)}{\partial z} + \frac{b \cdot t_3(z, \tau)}{a_m(W, t_3)} [W(z, \tau) - W_p] = 0, \quad (7)$$

де b – емпіричний коефіцієнт, $b = 0,86 \cdot 10^{-7}$ для щільного шару [1], W_p – рівноважний вологовміст зерна, $W_p = 9,1\%$, T_{ac} – температура агента сушіння для верхніх граничних умов або температура, обумовлена нагріванням конвеєрної стрічки для нижніх граничних умов.

Після дискретизації початкових (5) та граничних (6), (7) умов методом кінцевих різниць, значення W_{i0} та t_{3i0} на лівій стороні сітки визначаються з початкових умов як $W_{i0} = W(i, 0) = W_0$ та $t_{3i0} = t_3(i, 0) = t_{30}$ відповідно. Граничні значення температури і вологості на верхній ($i = 0$) і нижній ($i = N$) сторонах сітки обчислюються як

$$t_3(0, j+1) = \frac{t_3(1, j+1) + \frac{h \cdot \alpha(i, j) \cdot T_{ac}}{\lambda(i, j)}}{1 + \frac{h \cdot \alpha(i, j)}{\lambda(i, j)}}, \quad (8)$$

$$W(0, j+1) = \frac{-b \cdot t_3(1, j+1) \cdot h}{a_m(i, j)} (W(1, j+1) - W_p) + W(1, j+1). \quad (9)$$

Розроблена дискретизована математична модель була реалізована у програмному пакеті Matcad. На першому етапі (підігрів зерна) досліджувалась зернова маса з наступними початковими характеристиками: $t_{30} = 27,6$ °С, $W_0 = 0,22$ (22%). Час циклу сушіння $t_c = 60$ хв, висота шару зерна на стрічці сушарки $l_3 = 0,2$ м, кількість вузлових точок за висотою шару зерна $N = 10$, кількість вузлових точок за часом $M = 3600$, температура агенту сушіння $T_{ac} = 100$ °С. При моделюванні використовувались кількісні характеристики теплофізичних і термодинамічних властивостей зерна, аналітичні залежності яких отримані у роботі [4]. Результати моделювання динаміки температури та вологості за шарами зернової маси на етапі активного сушіння наведені на рис. 1. На другому етапі (суха аерація) досліджувалась зернова маса з усередненими характеристиками, отриманими у кінці першого етапу:

$t_3 = 58,7 \text{ }^\circ\text{C}$, $W = 0,213$ (21,3%), час відлежування склав $t_c = 60$ хв. Результати моделювання динаміки температури та вологості за шарами зернової маси на етапі відлежування наведені на рис. 2. Усереднена температура наприкінці етапу відлежування склала $t_3 = 45,1 \text{ }^\circ\text{C}$, а вологість $W = 0,207$ (20,7%).

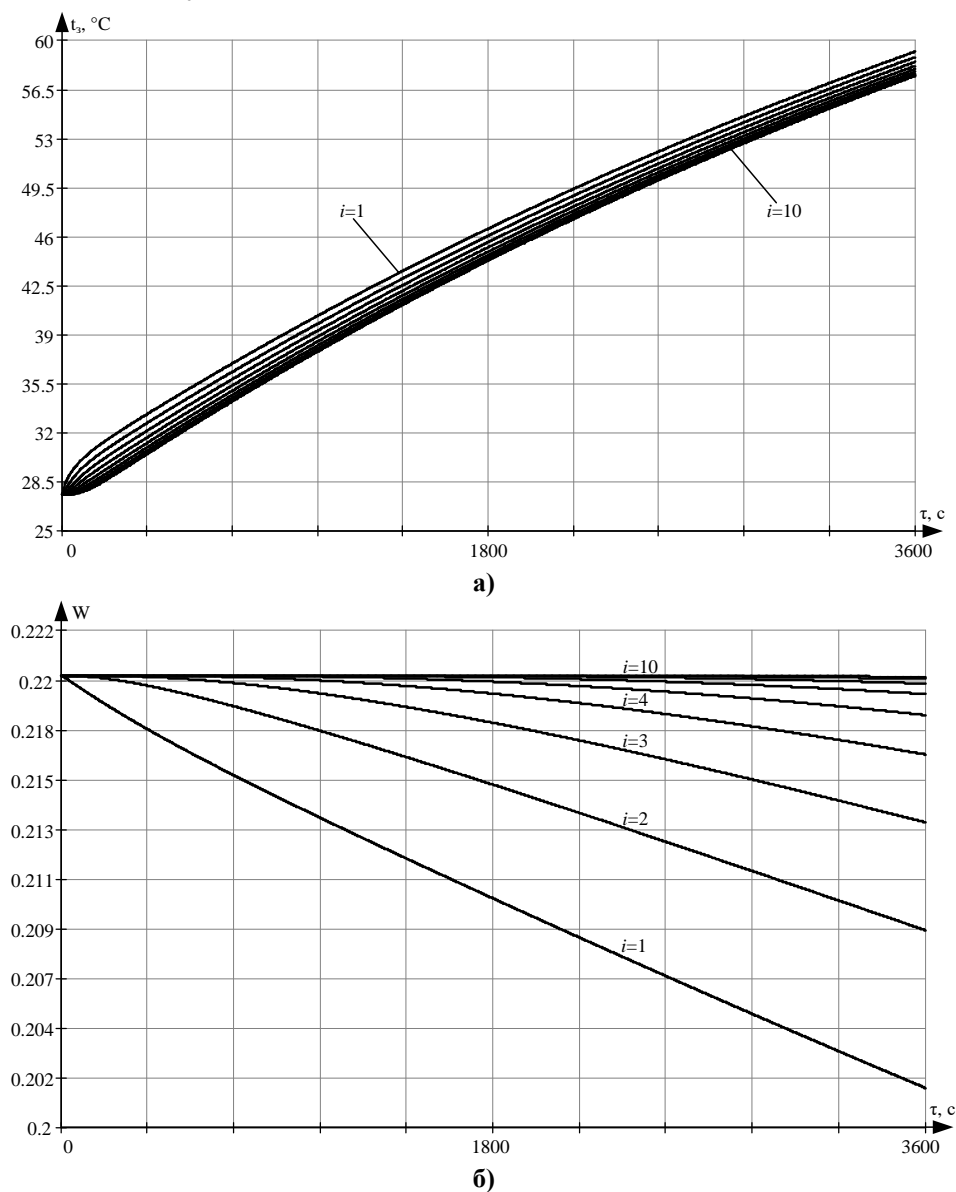


Рис. 1. Динаміка температури (а) та вологості (б) зерна за шарами етапі активного сушіння.

Для перевірки адекватності розробленої математичної моделі було проведено ряд експериментальних досліджень. Для проведення експериментів використовувалася лабораторна сушильна шафа СП-30 місткістю 28 л із примусовою конвекцією. Матеріал поміщався в експериментальну комірку із сітчастою основою. Початковий вологовміст зерна 22%, тривалість сушіння 60 хв. Експеримент був проведений у приміщенні при постійних зовнішніх умовах із пшеницею 6-го класу ДСТУ 3768–98. Проби були відібрані за ДСТУ 13586.3–83. Під час сушіння, проводився контроль температури зерна. Датчики типу DS18B20 були встановлені в кількості 3 шт для точного відстеження змін температури зерна під час сушіння. Ще один датчик знаходився усередині сушильної шафи для контролю температури повітря усередині камери. Після сушіння зерна вимірювалась його вологість за допомогою вологоміру «Wile 55». За аналогічним принципом відстежувались температура та вологість зерна у

процесі відлежування. На рис. 3 наведені розрахункові (суцільна лінія) та експериментальні (пунктирна лінія) залежності температури зерна у середньому шарі від часу на першому (рис. 3а) та другому (рис. 3б) етапах процесу сушіння. На рис. 4 наведені результати обчислень відносної похибки для двох етапів сушки.

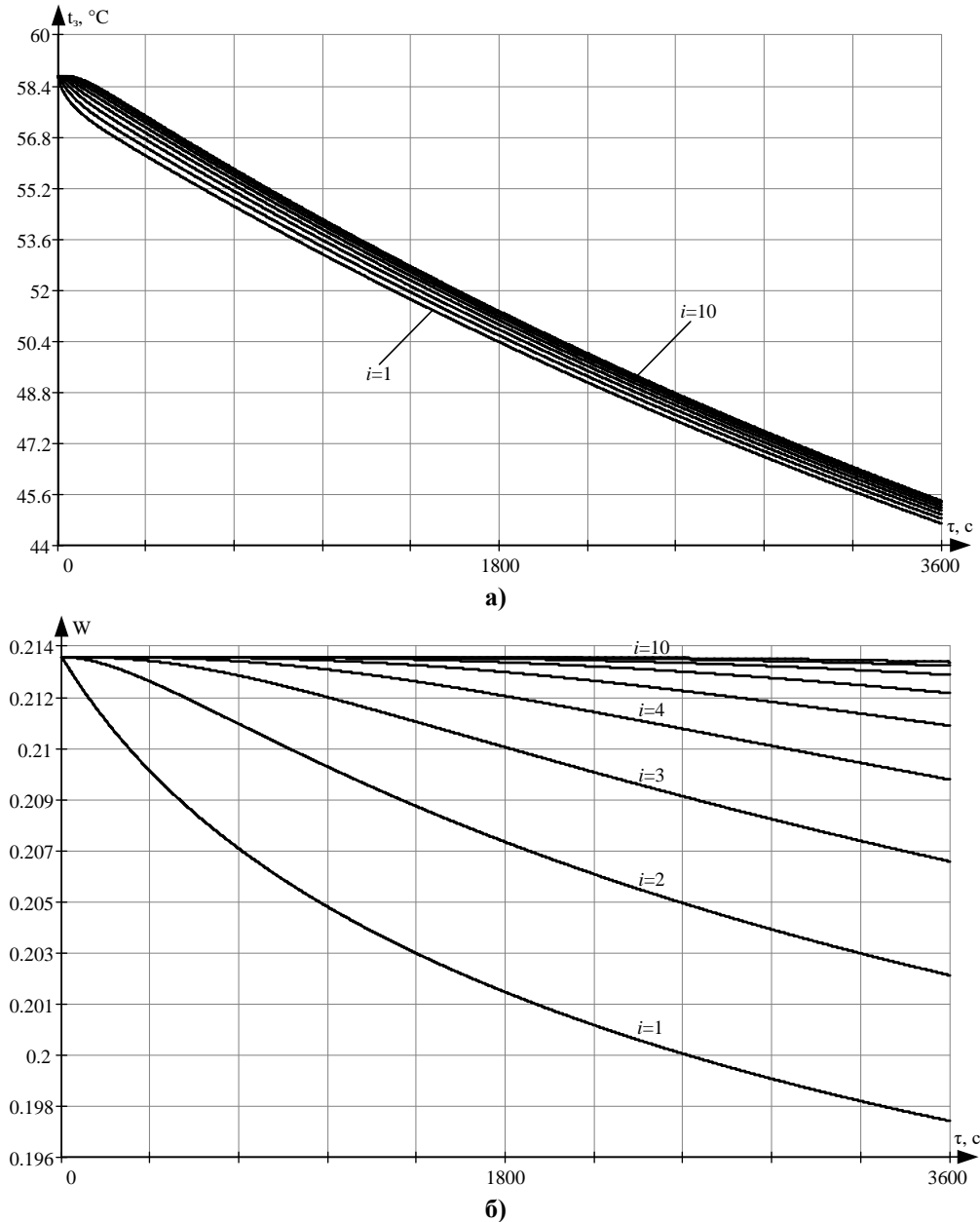


Рис. 2. Динаміка температури (а) та вологості (б) зерна за шарами на етапі відлежування.

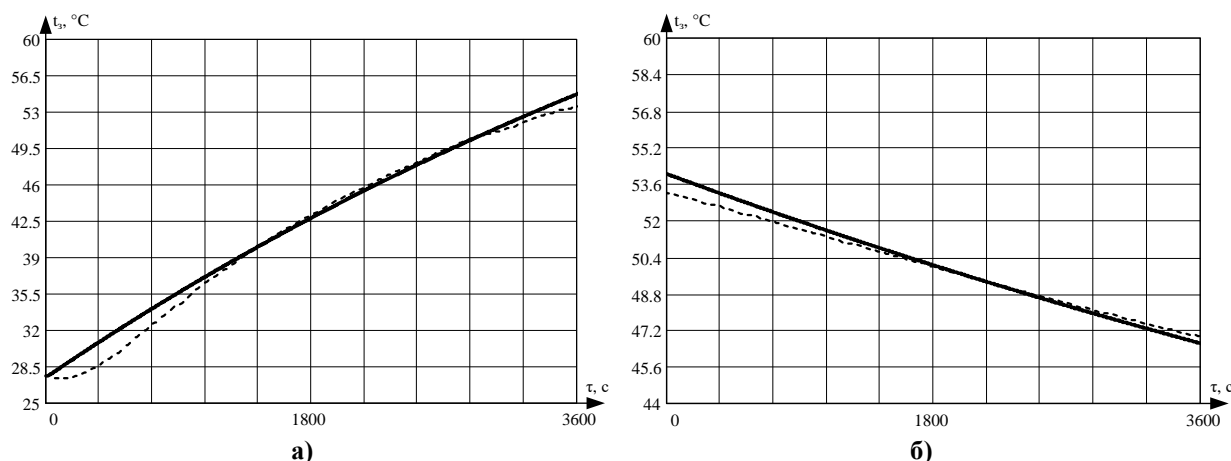


Рис. 3. Розрахункові (суцільна лінія) та експериментальні (пунктирна лінія) залежності температури зерна від часу: а) на першому етапі, б) на другому етапі.



Рис. 4. Розрахункові залежності похибки моделі від часу: а) на першому етапі, б) на другому етапі.

Аналіз обчислених похибок математичної моделі доводить її адекватність що дає можливість її подальшого використання для оптимізації процесу сушки.

Висновки

Розроблено модель динаміки температури та вологості зерна на основі рівнянь тепло- і масопереносу з використанням методу кінцевих різниць. Підкреслено важливість формулювання початкових та граничних умов з урахуванням конструктивних та технологічних особливостей зерносушарок. Перевірка адекватності математичної моделі, з використанням отриманих експериментальних даних, довела, що розроблену модель можна використовувати для оптимізації процесу сушки з урахуванням кількісних характеристик теплофізичних і термодинамічних властивостей зерна, що впливають на процес тепло- і масопереносу в зерновому шарі.

Список використаної літератури

1. Остапчук Н. В. Математическое моделирование технологических процессов хранения и переработки зерна. М.: Колос, 1977. 240 с.
2. Гинзбургер А. С. Влага в зерне. М.: Колос, 1969. 221 с.
3. Jan A. Delcour and R. Carl Hosney: Principles of Cereal Science and Technology. 3rd ed., St. Paul, Minn.: AACCC International, 2010. 270 p.
4. Литвинчук Д. Г., Поливода О. В., Поливода В. В., Гавриленко В. О. Математична модель динаміки вологості та температури зерна в процесі сушіння. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2018. № 3 (66). С. 85–90.

5. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978. 592 с.

References

1. Ostapchuk, N. V. (1977). *Matematicheskoe modelirovanie tehnologicheskikh protsessov hraneniya i pererabotki zerna*. M.: Kolos.
2. Ginzburger, A. S. (1969). *Vlaga v zerne*. M.: Kolos.
3. Jan, A. Delcour & R. Carl, Hosney (2010). *Principles of Cereal Science and Technology*. 3rd ed., St. Paul, Minn.: AACC International.
4. Lytvynchuk, D. H., Polyvoda, O. V., Polyvoda, V. V., & Havrylenko, V. O. (2018). Matematychna model dynamiky volohosti ta temperatury zerna v protsesi sushinnia. *Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*. **3** (66), 85–90.
5. Samarskiy, A. A., & Nikolaev, E. S. (1978). *Metodyi resheniya setochnyih uravneniy*. M.: Nauka.

Литвинчук Дмитро Григорович – аспірант кафедри автоматики, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету, e-mail: drewsua@ukr.net, ORCID: 0000-0001-5431-2438.

Поливода Оксана Валеріївна – к.т.н., доцент, доцент кафедри автоматики, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету, e-mail: pov81@ukr.net, ORCID: 0000-0002-6323-3739.

Поливода Владислав Володимирович – к.т.н., доцент кафедри експлуатації суднового електрообладнання і засобів автоматики Херсонської державної морської академії, e-mail: polivodavv@rambler.ru, ORCID: 0000-0001-7742-255X.

УДК 681.513.2

С.М. ЛІСОВЕЦЬ, І.Л. КИВА, О.І. ЗУБАЧ
Київський національний університет технологій та дизайну

СИНТЕЗ ЦИФРОВИХ РЕГУЛЯТОРІВ ШЛЯХОМ ЗАДАННЯ СТЕПЕНІВ СТІЙКОСТІ І КОЛИВАЛЬНОСТІ АВТОМАТИЗОВАНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ

Розглянуто синтез цифрових регуляторів, які характеризуються коефіцієнтом підсилення та мають один нуль і один полюс. На прикладі типового об'єкта керування другого порядку показано, що такі регулятори можна синтезувати таким чином, щоб результуюча автоматизована система керування мала степені стійкості і коливальності не гірше заданих. Це досягається розміщенням трьох коренів характеристичного рівняння такої системи на z -площині таким чином, щоб вони не виходили за межі зон, обмежених лініями постійного степеня стійкості і постійного степеня коливальності.

Перехідний процес в такій системі, отриманий в результаті моделювання в пакеті Simulink, показав свою відповідність заданим степеням стійкості і коливальності.

Межа зони, яка є лінією постійного степеня стійкості на z -площині, представляє собою коло – із збільшенням степеня стійкості радіус такого кола зменшується. Межа зони, яка є лінією постійного степеня коливальності на z -площині, представляє собою спіраль – із зменшенням степеня коливальності розміри такої спіралі також зменшуються. Таким чином, z -площина умовно розділяється на чотири зони: зону I, в якій не виконуються умови ні заданого степеня стійкості, ні заданого степеня коливальності; зону II, в якій виконується умова заданого степеня стійкості; зону III, в якій виконується умова заданого степеня коливальності; зону IV, в якій виконуються умови і заданого степеня стійкості, і заданого степеня коливальності.

Таке розміщення коренів характеристичного рівняння досягалося розв'язанням системи з трьох рівнянь, в яку в якості невідомих входили коефіцієнт підсилення цифрового регулятора, його один нуль і його один полюс.

Необхідно зауважити, що, з одного боку, наявність заданих степенів стійкості і коливальності не виключає, наприклад, наявності у автоматизованої системи керування статичної похибки. Але при цьому, з іншого боку, можна підібрати цифровий регулятор з більш складною структурою і, виконавши аналогічні обчислення, зробити таку систему астатичною, внаслідок чого статична похибка буде дуже малою або взагалі буде відсутньою.

Ключові слова: автоматизована система керування, інтервал дискретизації, кореневий годограф, степінь стійкості, степінь коливальності, цифровий регулятор.

С.Н. ЛІСОВЕЦЬ, І.Л. КИВА, Е.И. ЗУБАЧ
Киевский национальный университет технологий и дизайна

СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ РЕГУЛЯТОРОВ ПУТЁМ ЗАДАНИЯ СТЕПЕНЕЙ УСТОЙЧИВОСТИ И КОЛЕБАТЕЛЬНОСТИ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрено синтез цифровых регуляторов, которые характеризуются коэффициентом усиления и имеют один нуль и один полюс. На примере типового объекта управления второго порядка показано, что такие регуляторы можно синтезировать таким образом, чтобы результирующая автоматизированная

система управління мала ступені устойчивості і коливальності не гірше заданих. Це досягається розміщенням трьох коренів характеристичного рівняння такої системи на z -площині таким образом, щоб вони не виходили за межі зон, обмежених лініями постійної ступені устойчивості і постійної ступені коливальності.

Перехідний процес в такій системі, отриманий в результаті моделювання в пакеті *Simulink*, показав своє відповідність заданим ступеням устойчивості і коливальності.

Границя зони, яка є лінією постійної ступені устойчивості на z -площині, представляє собою коло – з збільшенням ступені устойчивості радіус такого кола зменшується. Границя зони, яка є лінією постійної ступені коливальності на z -площині, представляє собою спіраль – з зменшенням ступені коливальності розміри такої спіралі також зменшуються. Таким образом, z -площина умовно розділяється на чотири зони: зону I, в якій не виконуються умови ні заданої ступені устойчивості, ні заданої ступені коливальності; зону II, в якій виконується умова заданої ступені устойчивості; зону III, в якій виконується умова заданої ступені коливальності; зону IV, в якій виконуються умови і заданої ступені устойчивості, і заданої ступені коливальності.

Таким чином розміщення коренів характеристичного рівняння досягалося рішенням системи з трьох рівнянь, в яку в якості невідомих входили коефіцієнт посилення цифрового регулятора, його один нуль і його один полюс.

Необхідно зауважити, що, з однієї сторони, наявність заданих ступеней устойчивості і коливальності не виключає, наприклад, наявності у автоматизованій системі управління статическої помилки. Але при цьому, з іншої сторони, можна підібрати цифровий регулятор з більш складною структурою і, виконавши аналогічні обчислення, зробити таку систему астатическою, внаслідок чого статическа помилка буде дуже малою або взагалі буде відсутньою.

Ключові слова: автоматизована система управління, інтервал дискретизації, корневої годограф, ступінь устойчивості, ступінь коливальності, цифровий регулятор.

S.M. LISOVETS, I.L. KIVA, O.I. ZUBACH
Kyiv National University of Technologies and Design

SYNTHESIS OF DIGITAL CONTROLS BY SETTING THE STABILITY AND OSCILLATION DEGREES OF AUTOMATED CONTROL SYSTEMS

The synthesis of digital controllers, which are characterized by a gain and have one zero and one pole, is considered. Using the example of a typical second-order control object, it is shown that such controllers can be synthesized in such a way that the resulting automated control system has degrees of stability and oscillation no worse than the specified ones. This is achieved by placing the three roots of the characteristic equation of such a system on the z -plane so that they do not go beyond the zones bounded by the lines of constant degree of stability and constant degree of oscillation.

The transient process in such a system, obtained as a result of modeling in the Simulink package, showed its compliance with the specified degrees of stability and oscillation.

The border of the zone, which is a line of constant degree of stability on the z -plane, is a circle – with an increase in the degree of stability, the radius of such a circle decreases. The

border of the zone, which is a line of constant degree of oscillation on the z -plane, is a spiral – with a decrease in the degree of oscillation, the dimensions of such a spiral also decrease. Thus, the z -plane is conventionally divided into four zones: zone I, in which the conditions of neither a given degree of stability, nor a given degree of oscillation are satisfied; zone II, in which the condition of a given degree of stability is satisfied; zone III, in which the condition of a given degree of oscillation is satisfied; zone IV, in which the conditions of both a given degree of stability and a given degree of oscillation are satisfied.

Such an arrangement of the roots of the characteristic equation was achieved by solving a system of three equations, which included the gain of the digital controller, its one zero and its one pole as unknowns.

It should be noted that, on the one hand, the presence of specified degrees of stability and oscillation does not exclude, for example, the presence of a static error in the automated control system. But at the same time, on the other hand, it is possible to choose a digital controller with a more complex structure and, having performed similar calculations, make such a system astatic, as a result of which the static error will be very small or absent altogether.

Keywords: automated control system, sampling interval, root hodograph, degree of stability, degree of oscillation, digital controller.

Постановка проблеми

Синтез регуляторів, які б забезпечували для автоматизованих систем керування степені стійкості і коливальності не гірше заданих, є непростою задачею. Часто для такого синтезу використовуються кореневі годографи [1]. Кореневі годографи як на s -площині для неперервних автоматизованих систем керування, так і на z -площині для дискретних автоматизованих систем керування можна використовувати як для аналізу, так і для синтезу таких систем. Суть кореневого годографа полягає в тому, що отримують характеристичне рівняння автоматизованої системи керування, в якому один з параметрів такої системи (наприклад, коефіцієнт підсилення цифрового регулятора) виступає в якості незалежної змінної.

Змінюючи такий параметр в допустимих межах, будують розподіл коренів характеристичного рівняння на z -площині: такий розподіл і є корневим годографом. Кореневі годографи на z -площині будуються таким же самим чином, як і кореневі годографи на s -площині. Відповідність між s - і z -площинами здійснюється шляхом взаємного перетворення

$$z = e^{Ts}, \quad (1)$$

де T – інтервал дискретизації.

Але, якщо межею стійкості на s -площині є вісь ординат, то межею стійкості на z -площині є одиничне коло, для якого виконується вимога $|z|=1$. Синтез цифрових регуляторів на z -площині за допомогою корневих годографів зводиться, по суті, до того, щоб отримати структуру і налаштування цифрового регулятора таким чином, щоб корені і нулі замкненої автоматизованої системи керування на z -площині займали потрібне положення відповідно до потрібної якості перехідних процесів.

Якщо на z -площині побудований корневий годограф дискретної системи керування, то по траєкторіях коренів її характеристичного рівняння можна робити висновки не тільки про стійкість, але і про запас стійкості автоматизованих систем керування. Отже, синтез цифрових регуляторів з використанням корневих годографів зводиться до дослідження положення коренів характеристичного рівняння відносно наступних ліній: степеня стійкості і степеня коливальності [1–3].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Згідно із визначенням, степінь стійкості h відповідає найменшому за модулем від'ємному дійсному кореню або найменшій за модулем від'ємній дійсній частині комплексно-спряжених коренів характеристичного рівняння дискретної системи керування. Якщо на s -площині задана лінія постійного степеня стійкості h , то на z -площині вона буде відображатися як коло з радіусом

$$z = e^{-Th} \quad (2)$$

і центром в початку координат (див. рис. 1).

Якщо задатися кількома степенями стійкості h , то лінії постійного степеня стійкості h будуть мати вигляд концентричних кіл із центрами в початку координат z -площини.

Також, згідно із визначенням, степінь коливальності μ відповідає максимальному за модулем відношенню уявної частини комплексно-спряжених коренів характеристичного рівняння автоматизованої системи керування до їх від'ємної дійсної частини (при наявності тільки від'ємних дійсних коренів степінь коливальності $\mu = 0$).

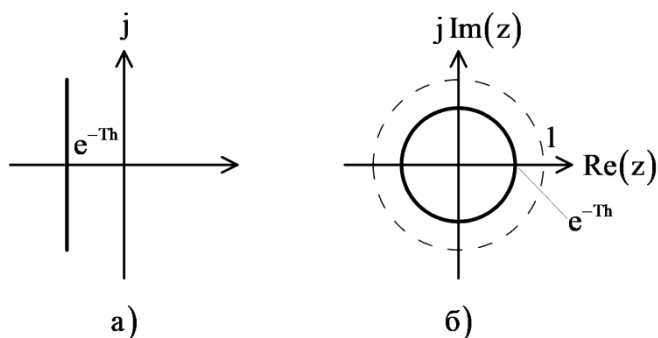


Рис. 1. Відповідність між степенями стійкості h на s - і z -площинах.

Якщо на s -площині задана лінія постійного степеня коливальності μ , то на z -площині вона буде відображатися як логарифмічна спіраль (див. рис. 2), яка описується наступними рівняннями:

$$\begin{cases} \text{Re}(z) = e^{-\frac{\omega T}{\mu}} \cos(\omega T); \\ \text{Im}(z) = e^{-\frac{\omega T}{\mu}} \sin(\omega T), \end{cases} \quad (3)$$

де ω – колова частота.

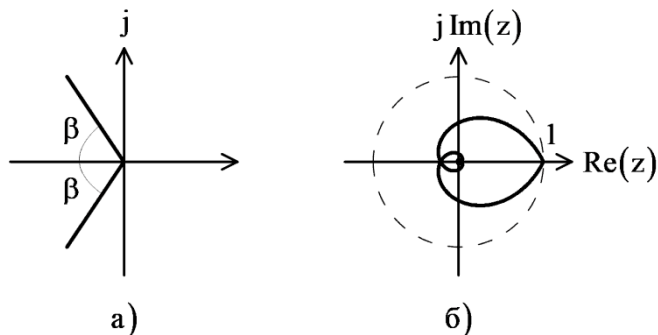


Рис. 2. Відповідність між степенями коливальності μ на s - і z -площинах.

Якщо задатися кількома степенями коливальності μ , то лінії постійного степеня

коливальності μ будуть мати вигляд, наведений на рис. 3.

При цьому кут β пов'язаний із степенем коливальності μ наступним чином:

$$\beta = \operatorname{arctg}(\mu). \quad (4)$$

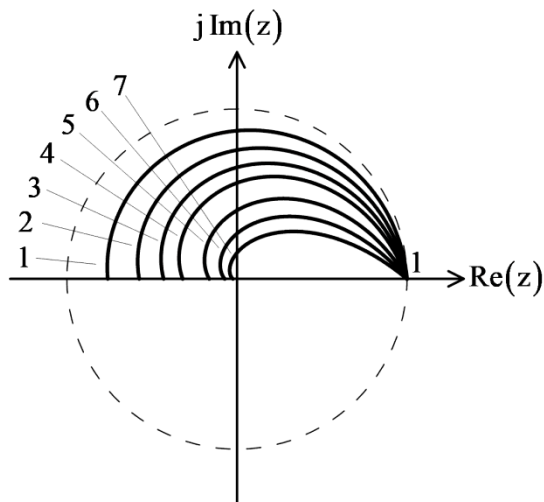


Рис. 3. Лінії постійного степеня коливальності μ : 1 – $\mu = 11,4$ ($\beta = 85^\circ$); 2 – $\mu = 5,67$ ($\beta = 80^\circ$); 3 – $\mu = 3,73$ ($\beta = 75^\circ$); 4 – $\mu = 2,75$ ($\beta = 70^\circ$); 5 – $\mu = 1,73$ ($\beta = 60^\circ$); 6 – $\mu = 1,19$ ($\beta = 50^\circ$); 7 – $\mu = 0,839$ ($\beta = 40^\circ$).

Мета дослідження

Багато технологічних об'єктів керування в промисловості, з точки зору теорії автоматичного керування, мають неперервну передатну функцію $W(s)$ або першого порядку у вигляді

$$W(s) = \frac{K}{T_1 s + 1}, \quad (5)$$

або другого порядку у вигляді

$$W(s) = \frac{K}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}, \quad (6)$$

де K – коефіцієнт підсилення; T_1, T_2 – сталі часу.

Таким чином, стоїть задача для таких об'єктів керування синтезувати цифрові регулятори таким чином, щоб вони забезпечували степені стійкості h і коливальності μ не гірше заданих.

Викладення основного матеріалу дослідження

Нехай в автоматизованій системі керування використовується цифровий регулятор з коефіцієнтом підсилення K_p , який має один дійсний нуль z_p і один дійсний полюс p_p [1]. Таким чином, передатна функція цифрового регулятора матиме наступний вигляд:

$$C(z) = K_p \frac{z - z_p}{z - p_p}. \quad (7)$$

В залежності від співвідношення між величинами z_p і p_p цифровий регулятор можна характеризувати наступним чином.

Або як фільтр верхніх частот при

$$p_p < z_p, \tag{8}$$

як наведено на рис. 4.

Або як фільтр нижніх частот при

$$z_p < p_p. \tag{9}$$

як наведено на рис. 5.

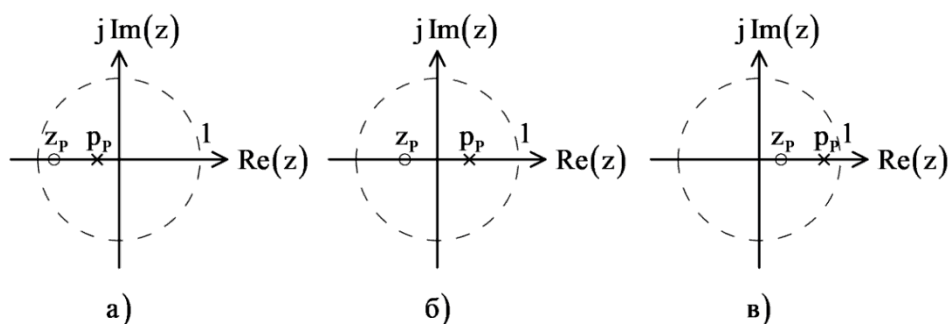


Рис. 4. Розташування нулів і полюсів передатної функції цифрового регулятора $C(z)$ (як фільтра верхніх частот).

Розглянемо об'єкт керування з неперервною передатною функцією другого порядку

$$W(s) = \frac{1}{(10s + 1)(20s + 1)}, \tag{10}$$

Нехай інтервал T квантування становить 2τ (це відповідає типовому часу опитування програмованих логічних контролерів і іншого аналогічного обладнання).

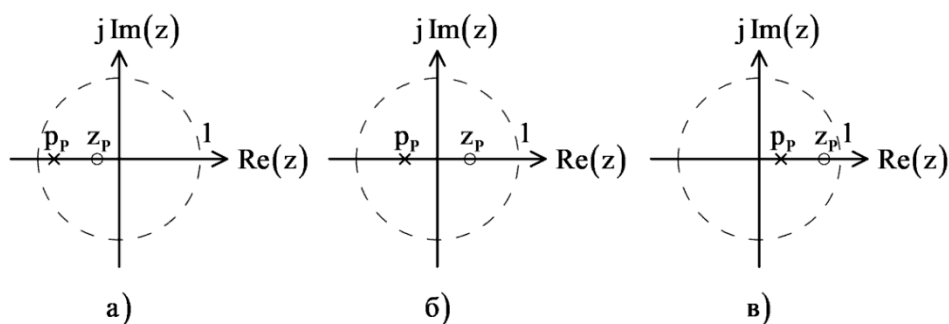


Рис. 5. Розташування нулів і полюсів передатної функції цифрового регулятора $C(z)$ (як фільтра нижніх частот).

При використанні екстраполятора нульового порядку з передатною функцією

$$H(s) = \frac{1 - e^{-2s}}{s} \tag{11}$$

передатна функція аналогової частини автоматизованої системи керування буде мати наступний вигляд:

$$H(s)W(s) = \frac{1 - e^{-2s}}{s(10s+1)(20s+1)}. \quad (12)$$

Розкладаючи цю передатну функцію на елементарні дроби і виконуючи зворотне z -перетворення, отримаємо наступне:

$$\begin{aligned} \frac{z-1}{z} Z\{H(s)W(s)\} &= \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{1 - e^{-Ts}}{s(10s+1)(20s+1)}\right\} = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{2(1 - e^{-2s})}{s(20s+1)} - \frac{1 - e^{-2s}}{s(10s+1)}\right\} = \\ &= \frac{0,19032516}{z-0,90483742} - \frac{0,18126925}{z-0,81873075} = \frac{0,00905592z + 0,00819413}{z^2 - 1,72356817z + 0,74081822}. \end{aligned} \quad (13)$$

Отже, передатна функція автоматизованої системи керування в розімкненому стані матиме наступний вигляд:

$$C(z) \frac{z-1}{z} Z\{H(s)W(s)\} = K_p \frac{z - z_p}{z - p_p} \frac{0,00905592z + 0,00819413}{z^2 - 1,72356817z + 0,74081822}. \quad (14)$$

Відповідно до цього, передатна функція автоматизованої системи керування в замкненому стані матиме наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{C(z) \frac{z-1}{z} Z\{H(s)W(s)\}}{1 + C(z) \frac{z-1}{z} Z\{H(s)W(s)\}} &= \frac{K_p \frac{z - z_p}{z - p_p} \frac{0,00905592z + 0,00819413}{z^2 - 1,72356817z + 0,74081822}}{1 + K_p \frac{z - z_p}{z - p_p} \frac{0,00905592z + 0,00819413}{z^2 - 1,72356817z + 0,74081822}} = \\ &= \frac{K_p (z - z_p)(0,00905592z + 0,00819413)}{(z - p_p)(z^2 - 1,72356817z + 0,74081822) + K_p (z - z_p)(0,00905592z + 0,00819413)}. \end{aligned} \quad (15)$$

Характеристичне рівняння такої системи матиме наступний вигляд:

$$\begin{aligned} z^3 + (0,00905592K_p - 1,72356817 - p_p)z^2 + \\ + (0,74081822 + 0,00819413K_p + 1,72356817p_p - 0,00905592K_pz_p)z + \\ + (-0,74081822p_p - 0,00819413K_pz_p) = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Як можна побачити, характеристичне рівняння автоматизованої системи керування має третій порядок і, відповідно до цього, має три кореня z_1 , z_2 і z_3 . В якості прикладу припустимо, що необхідно отримати автоматизовану систему керування, яка має степінь стійкості h не гірше 0,3 і степінь коливальності μ не гірше 1,2. Відповідно до цього, на рис. 6 наведені лінії постійного степеня стійкості $h = 0,3$ в вигляді кола з радіусом

$$e^{-2 \cdot 0,3} = 0,5488 \quad (17)$$

і постійного степеня коливальності $\mu = 1,2$ в вигляді спіралі.

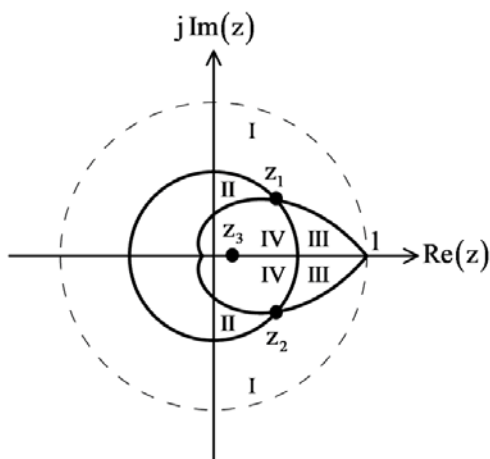


Рис. 6. Лінії постійного степеня стійкості $h = 0,3$ і постійного степеня коливальності $\mu = 1,2$.

В зоні I умови $h > 0,3$ і $\mu < 1,2$ не виконуються. В зоні II виконується умова $h > 0,3$ і не виконується умова $\mu < 1,2$. В зоні III не виконується умова $h > 0,3$ і виконується умова $\mu < 1,2$. В зоні IV виконуються одночасно і умова $h > 0,3$, і умова $\mu < 1,2$. Таким чином, для забезпечення заданих степенів стійкості і коливальності всі три кореня z_1 , z_2 і z_3 не повинні виходити за межі зони IV.

Припустимо, що корені z_1 і z_2 комплексно-спряжені, а корінь z_3 – дійсний. Розмістимо на z -площині ці корені наступним чином. Нехай корені z_1 і z_2 розміщуються в точках перетину меж зон II і III. Розв’язок рівнянь, які описують ці межі, показує, що це точки з координатами $(0,4126; 0,3619j)$ і $(0,4126; -0,3619j)$. Крім цього, розмістимо корінь z_3 в точці $(0,1; 0)$.

Таким чином, в перехідних процесах автоматизованої системи керування складова, яка визначається коренем z_1 , буде дуже швидко загасати, а степені стійкості і коливальності такої системи будуть визначатися переважно складовими, які визначаються коренями z_1 і z_2 .

Отже, характеристичне рівняння автоматизованої системи керування матиме наступний вигляд:

$$(z - 0,1)(z - (0,4126 + 0,3619j))(z - (0,4126 - 0,3619j)) = 0, \quad (18)$$

або ж

$$z^3 - 0,92519946z^2 + 0,38371416z - 0,03011942 = 0. \quad (19)$$

Таким чином, можна отримати наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} 0,00905592K_p - 1,72356817 - p_p = -0,92519946; \\ 0,74081822 + 0,00819413K_p + 1,72356817p_p - 0,00905592K_p z_p = 0,38371416; \\ -0,74081822p_p - 0,00819413K_p z_p = -0,03011942. \end{cases} \quad (20)$$

Ця система рівнянь утримує три рівняння і троє невідомих: K_p , z_p і p_p . Отже, її можна однозначно розв’язати. Розв’язок дає наступні значення невідомих: коефіцієнт

підсилення $K_p = 54,6457$, нуль $z_p = 0,5694$ і полюс $p_p = -0,3035$.

Отже, передатна функція цифрового регулятора (див. формулу (7)) матиме наступний вигляд:

$$C(z) = 54,6457 \frac{z - 0,5694}{z + 0,3035} = \frac{54,6457z - 31,1148}{z + 0,3035}. \quad (21)$$

Перехідний процес в автоматизованій системі керування з неперервним об'єктом керування (10) і цифровим регулятором (21), побудований за допомогою пакета Simulink (рис. 7), наведено на рис. 8 [4].

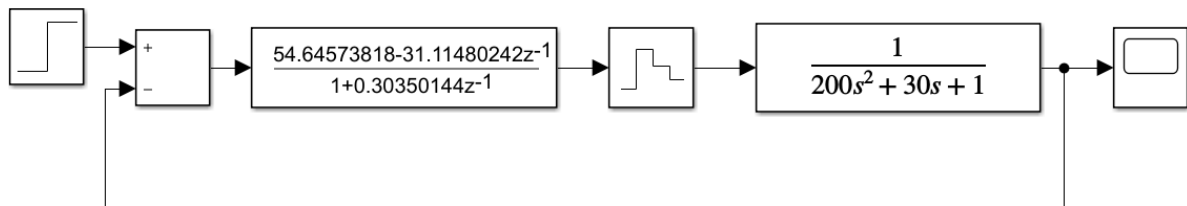


Рис. 7. Модель автоматизованої системи керування в пакеті Simulink.

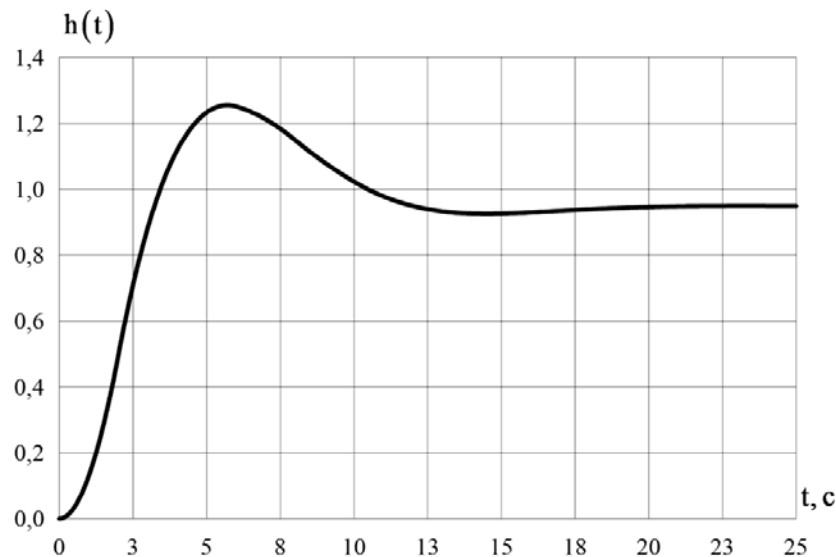


Рис. 8. Перехідний процес в автоматизованій системі керування.

Аналіз перехідного процесу показав відносно непогану відповідність цього процесу заданим степеням стійкості і коливальності.

Наприклад, якщо взяти типову похибку роботи автоматизованої системи керування $\Delta = 5\%$, то відносно усталеного значення перехідного процесу $h_{уст.} = 0,9475$ ширина зони керування становитиме $0,9001 \dots 0,9949$. Відповідно до цього, час керування становитиме $t_{КЕР.} = 10,6$ с.

Згідно з [5], ступінь стійкості по перехідному процесу може бути визначений наступним чином:

$$h = \frac{\ln\left(\frac{100\%}{\Delta}\right)}{t_{КЕР.}} = \frac{\ln\left(\frac{100\%}{5\%}\right)}{10,6 \text{ с}} = 0,2826, \quad (22)$$

що дає значення, дуже близьке до заданого степеня стійкості $h = 0,3$. При цьому треба пам'ятати, що на степінь стійкості h впливають не тільки комплексно-спряжені корені z_1 і z_2 , але й дійсний корінь z_3 .

Висновки

В результаті розрахунку параметрів настроювання цифрового регулятора з трьома незалежними параметрами для об'єкта керування другого порядку шляхом розміщення певним чином трьох коренів характеристичного рівняння автоматизованої системи керування на z -площині було з'ясовано, що таким чином можна для такої системи визначити степені стійкості і коливальності не гірше заданих. В той же час, наявність заданих степенів стійкості і коливальності не виключає наявності у автоматизованої системи керування, наприклад, статичної похибки. Але, підібравши цифровий регулятор з більш складною структурою і виконавши аналогічні обчислення, можна таку систему зробити астатичною, внаслідок чого статична похибка буде дуже малою або взагалі буде відсутньою.

Список використаної літератури

1. Куо Б. Теория и проектирование цифровых систем управления : пер. с англ. Москва: Машиностроение, 1986. 448 с.
2. Изерман Р. Цифровые системы управления. Москва: Мир, 1984. 541 с.
3. Поляков К. Ю. Основы теории цифровых систем управления. Санкт-Петербург : Санкт-петербургский государственный морской технический университет, 2006. 161 с.
4. Дьяконов В. П., Круглов В. В. MATLAB : анализ, идентификация и моделирование систем : специальный справочник. Санкт-Петербург : Питер, 2001. 448 с.
5. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория автоматического управления : изд. 4-е, перераб. и доп. Санкт-Петербург : Профессия, 2003. 752 с.

References

1. Kuo, B. (1986). Teoriya i proektirovanie tsifrovyykh sistem upravleniya. Moskva: Mashinostroenie [in Russian].
2. Izerman, R. (1984). Tsifrovyye sistemy upravleniya. Moskva: Mir [in Russian].
3. Polyakov, K. Yu. (2006). Osnovy teorii tsifrovyykh sistem upravleniya. Sankt-Peterburg: Sankt-Peterburgskiy Gosudarstvenniy Morskoy Tehnicheskiy Universitet [in Russian].
4. Dyakonov, V. P., & Kruglov, V. V. (2001). MATLAB. Analiz, identifikatsiya i modelirovanie sistem. Spetsialnyy spravochnik. Sankt-Peterburg: Piter [in Russian].
5. Besekersky, V. A., & Popov, E. P. (2003). Teoriya avtomaticheskogo upravleniya. Sankt-Peterburg: Professiya [in Russian].

Лісовець Сергій Миколайович – к.т.н., доцент кафедри комп'ютерно-інтегрованих технологій та вимірювальної техніки Київського національного університету технологій та дизайну, e-mail: ser.lis.290171@gmail.com, ORCID: 0000-0003-3643-046X.

Ківа Ігор Леонідович – к.т.н., доцент кафедри комп'ютерно-інтегрованих технологій та вимірювальної техніки Київського національного університету технологій та дизайну, e-mail: leonidovich1259@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2920-5312.

Зубач Олена Іванівна – магістрант кафедри комп'ютерно-інтегрованих технологій та вимірювальної техніки Київського національного університету технологій та дизайну, e-mail: zelena1094@gmail.com.

УДК 519.6

А.П. МОТАЙЛО

Херсонська державна морська академія

КУБАТУРНА ФОРМУЛА ДЛЯ ОКТАЕДРА СЬОМОГО АЛГЕБРАЇЧНОГО ПОРЯДКУ ТОЧНОСТІ

При розв'язанні задач математичної фізики методом скінченних елементів для об'ємних областей із використанням решіток тетраедрадно-октаедрадної структури існує задача вибору певного базису октаедра та формули чисельного інтегрування по даному багатограннику. Чисельний розв'язок задачі є розв'язком системи лінійних алгебраїчних рівнянь з коефіцієнтами, які є елементами матриць жорсткості та мас. Від точності кубатурних формул для октаедра залежить точність розв'язку граничної задачі.

При дискретизації розрахункової області лінійними октаедром та тетраедром задачу чисельного інтегрування по області октаедра частково вирішено. Побудовані кубатурні формули для обчислення локальної матриці жорсткості для октаедра з кусково-лінійним, тригонометричним та поліноміальними другого порядку базисами. Кубатурна формула для обчислення елементів локальної матриці мас побудована для октаедра з тригонометричним базисом. Кубатурні формули для октаедра з тригонометричним та поліноміальними другого порядку базисами є точними, відповідно, для тригонометричного окремого виду та алгебраїчного третього порядку поліномів та містять мінімальну кількість вузлів інтерполяції.

У даній роботі побудовано кубатурну формулу для квадратичного октаедра з поліноміальним четвертого порядку базисом. Дана формула є точною для алгебраїчних поліномів сьомого порядку та має два різних набори координат вузлів та вагових коефіцієнтів. Отримано оцінку залишкового члена кубатурної формули для підінтегральних функцій, які належать класу $C^8(\Omega)$. Теоретичні результати перевірено при обчисленні елементів локальної матриці жорсткості для системи поліноміальних четвертого порядку базисних функцій квадратичного октаедра. За результатами обчислень визначено оптимальну за точністю кубатурну формулу. Вагові коефіцієнти даної формули є додатними, одна з чотирьох груп вузлів інтерполяції не належить області октаедра.

Побудована кубатурна формула може бути застосована при розв'язанні граничних задач математичної фізики для об'ємних областей, які дискретизовані решіткою тетраедрадно-октаедрадної структури.

Ключові слова: квадратичний октаедр, кубатурна формула, алгебраїчний порядок точності, скінченний елемент, матриця жорсткості.

А.П. МОТАЙЛО

Херсонская государственная морская академия

КУБАТУРНАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ ОКТАЭДРА СЕДЬМОГО АЛГЕБРАИЧЕСКОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ

При решении задач математической физики методом конечных элементов для объемных областей с использованием решеток тетраэдрально-октаэдральной структуры существует задача выбора определенного базиса октаэдра и формулы численного интегрирования по данному многограннику. Численное решение задачи является решением системы линейных алгебраических уравнений с коэффициентами,

которые являются элементами матриц жесткости и масс. От точности кубатурных формул для октаэдра зависит точность решения граничной задачи.

При дискретизации расчетной области линейными октаэдром и тетраэдром задача численного интегрирования по области октаэдра частично решена. Построены кубатурные формулы для вычисления локальной матрицы жесткости для октаэдра с кусочно-линейным, тригонометрическим и полиномиальными второго порядка базисами. Кубатурная формула для вычисления элементов локальной матрицы масс построена для октаэдра с тригонометрическим базисом. Кубатурные формулы для октаэдра с тригонометрическим и полиномиальными второго порядка базисами являются точными, соответственно, для тригонометрического частного вида и алгебраического третьего порядка полиномов и содержат минимальное количество узлов интерполяции.

В данной работе построена кубатурная формула для квадратичного октаэдра с полиномиальным четвертого порядка базисом. Данная формула является точной для алгебраических полиномов седьмого порядка и имеет два разных набора координат узлов и весовых коэффициентов. Получена оценка остаточного члена кубатурной формулы для подынтегральных функций класса $C^8(\Omega)$. Теоретические результаты проверены при вычислении элементов локальной матрицы жесткости для системы полиномиальных четвертого порядка базисных функций квадратичного октаэдра. По результатам вычислений определена оптимальная по точности кубатурная формула. Весовые коэффициенты формулы положительны, одна из четырех групп узлов интерполяции не принадлежит области октаэдра.

Данная кубатурная формула может быть использована при решении граничных задач математической физики для объемных областей, которые дискретизированы решеткой тетраэдрально-октаэдральной структуры.

Ключевые слова: квадратичный октаэдр, кубатурная формула, алгебраический порядок точности, конечный элемент, матрица жесткости.

A.P. MOTAÏLO
Kherson State Maritime Academy

CUBATURE FORMULA FOR AN OCTAHEDRON OF THE SEVENTH ALGEBRAIC ORDER OF ACCURACY

When solving the problems of mathematical physics by the finite element method for volume regions using lattices of a tetrahedral-octahedral structure, there is the problem of choosing a specific basis for the octahedron and the formula for numerical integration over this polyhedron. The numerical solution of the problem is the solution of a system of linear algebraic equations with coefficients that are elements of the stiffness and mass matrices. The accuracy of the solution of the boundary problem depends on the accuracy of the cubature formulas for the octahedron.

When the computational domain is discretized by the linear octahedron and tetrahedron, the problem of numerical integration over the octahedron region is partially solved. Cubature formulas are constructed for calculating the local stiffness matrix for an octahedron with piecewise linear, trigonometric and second-order polynomial bases. The cubature formula for calculating the elements of the local mass matrix is constructed for an octahedron with a trigonometric basis. Cubature formulas for an octahedron with trigonometric and second-order polynomial bases are exact for a trigonometric partial form and third-order algebraic polynomials, respectively, and contain a minimal number of interpolation nodes.

In this paper, a cubature formula for a quadratic octahedron with a fourth-order polynomial basis is constructed. This formula is exact for seventh-order algebraic polynomials and has two different sets of node coordinates and weight coefficients. An estimate of the remainder term of the cubature formula for integrand functions of the class $C^8(\Omega)$ is obtained. Theoretical results were verified by calculating the elements of the local stiffness matrix for a fourth-order polynomial system of basis functions of a quadratic octahedron. Based on the calculation results, the cubature formula optimal in accuracy is determined. The weighting coefficients of the formula are positive; one of the four groups of interpolation nodes does not belong to the region of the octahedron.

This cubature formula can be used to solve the boundary problems of mathematical physics for volume regions that are discretized by the lattice of the tetrahedral-octahedral structure.

Keywords: quadratic octahedron, cubature formula, algebraic order of accuracy, finite element, stiffness matrix.

Постановка проблеми

Одним з наближених методів розв'язання прикладних задач математичної фізики є метод скінченних елементів (МСЕ). Згідно даному методу гранична задача зводиться до розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно координат вектора невідомих, які є значеннями шуканої функції у вузлах скінченно-елементної моделі області. Коефіцієнтами при векторі невідомих є матриці, які у теорії пружності називають матрицями жорсткості та мас. Елементи локальних матриць жорсткості та мас знаходять інтегруванням добутків базисних функцій та їх похідних по області скінченного елемента (СЕ).

Чисельне інтегрування є невід'ємною частиною програмної реалізації МСЕ. Вибір певної кубатурної формули залежить від геометрії та порядку СЕ. Якщо розрахункова область дискретизована решіткою тетрадрально-октадральної структури, існує задача побудови кубатурних формул по октаедру, який не включено до бібліотеки СЕ відомих програмних комплексів. Питання чисельного інтегрування по області тетраедра докладно описано в роботах Крилова, Зенкевича, Сегерлінда, Пінежанінова та використовується при алгоритмізації МСЕ сучасними системами скінченно-елементного аналізу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У роботах [1–2] побудовано формули чисельного інтегрування по об'єму лінійного октаедра з кусково-лінійними базисними функціями, які дозволяють точно визначати елементи локальної матриці жорсткості на СЕ у формі октаедра. У роботі [3] побудовано кубатурну формулу третього алгебраїчного степеня точності з мінімальною кількістю вузлів для лінійного октаедра з поліноміальним другого степеня базисом, яка дозволяє точно обчислювати елементи локальної матриці жорсткості на даному багатограннику. У роботі [4] побудовано кубатурну формулу для тригонометричних поліномів окремого виду з мінімальною кількістю вузлів, яка дозволяє точно знаходити елементи матриць жорсткості та мас для октаедра з тригонометричним базисом. Кубатурні формули, які побудовані у роботах [3–4], є найкращими за кількістю вузлів, мають додатні вагові коефіцієнти та розташовані в області октаедра вузли інтерполяції.

У роботі [5] отримано набір поліноміальних четвертого порядку базисних функцій квадратичного октаедра. Для використання даного багатогранника як комірки скінченно-елементної решітки в ансамблі з квадратичним тетраедром необхідно розв'язати задачу чисельного інтегрування по квадратичному октаедру.

Мета дослідження

Метою даного дослідження є побудова кубатурної формули для октаедра, яка може бути використана для знаходження елементів локальної матриці жорсткості квадратичного октаедра з поліноміальним четвертого порядку скінченно-елементним базисом.

Викладення основного матеріалу дослідження

Розглянемо область $\Omega = \{(x, y, z) : |x| + |y| + |z| \leq 1\} \subset R^3$ у формі октаедра, де $f(x, y, z)$ – неперервна на Ω функція. Для квадратичного октаедра з поліноміальними четвертого порядку базисними функціями [4] елементи матриці жорсткості $k = [k_{pq}] = \iiint_{\Omega} B^T D B dx dy dz$, де $B^T = \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial x}, \frac{\partial \varphi_i}{\partial y}, \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} \right)$ – матриця градієнтів базисних функцій $\{\varphi_s\}_{s=1}^{18} = \{\varphi_s(x, y, z)\}_{s=1}^{18}$, D – матриця пружності є поліномами степеня $2(n-1)$, де n – степінь поліномів φ_s . Якщо $n=4$, тоді елементи матриці жорсткості скінченного елемента у формі октаедра є алгебраїчними поліномами шостого степеня.

Для побудови кубатурної формули по октаедру скористаємось основними результатами теорії чисельного інтегрування по найпростішим областям в R^3 , які викладено у роботах авторів [6–8]. Кубатурну формулу по октаедру будемо шукати у вигляді:

$$\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz \approx \sum_{s=1}^N G_s f(x_s, y_s, z_s) = I_R(f), \quad (1)$$

де G_s – вагові коефіцієнти, (x_s, y_s, z_s) – вузли інтерполяції, N – кількість вузлів.

Вузли інтерполяції формули (1) розташуємо в області Ω , враховуючи центральну та осьову симетрії октаедра. Розіб'ємо усі вузли на чотири групи:

a_s – вузли, які лежать на осях октаедра, що проходять через протилежні вершини багатогранника, розташовані на відстані p від його центра, та мають координати $(\pm p, 0, 0)$, $(0, \pm p, 0)$, $(0, 0, \pm p)$;

b_s – вузли, які є точками перетину сфери радіуса q з осями октаедра, що проходять через середини протилежних ребер багатогранника, та мають координати $(\pm q, \pm q, 0)$, $(0, \pm q, \pm q)$, $(\pm q, 0, \pm q)$;

c_s – вузли, розташовані у точках перетину сфери радіуса r з осями октаедра, що проходять через центри тяжіння протилежних граней багатогранника та мають координати $(\pm r, \pm r, \pm r)$;

d_0 – центр октаедра з координатами $(0, 0, 0)$.

Тоді формула (1) приймає вигляд:

$$\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz \approx \sum_{s=1}^6 A_s f(a_s) + \sum_{s=1}^{12} B_s f(b_s) + \sum_{s=1}^8 C_s f(c_s) + D_0 f(d_0), \quad (2)$$

де A_s, B_s, C_s, D_0 – вагові коефіцієнти, $N = 27$.

Для полінома $P_6(x, y, z) = \sum_{|\alpha|=0}^6 a_{ijk} x^i y^j z^k$, де a_{ijk} – коефіцієнти, $\alpha = \alpha(i, j, k)$ – мультиіндекс, $|\alpha| = i + j + k$, $i, j, k = \overline{1, 3}$, формула (1) є точною, тобто

$$\iiint_{\Omega} P_6(x, y, z) dx dy dz = \sum_{s=1}^{27} G_s P_6(x_s, y_s, z_s). \quad (3)$$

Потрійний інтеграл у лівій частині формули (3) як сума повторних інтегралів дорівнює:

$$\begin{aligned} \iiint_{\Omega} P_6(x, y, z) dx dy dz &= \int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{1-x-y} P_6(x, y, z) dx dy dz + \int_{-1}^0 \int_0^{1+x} \int_{-x+y-1}^{1+x-y} P_6(x, y, z) dx dy dz + \\ &+ \int_{-1}^0 \int_{-1-x}^0 \int_{-x-y-1}^{1+x+y} P_6(x, y, z) dx dy dz + \int_0^1 \int_{-1+x}^0 \int_{x-y-1}^{1-x+y} P_6(x, y, z) dx dy dz = \\ &= \frac{4}{3} a_{000} + \frac{2}{15} (a_{200} + a_{020} + a_{002}) + \frac{4}{105} (a_{400} + a_{040} + a_{004}) + \frac{2}{315} (a_{220} + a_{022} + a_{202}) + \\ &+ \frac{1}{63} (a_{600} + a_{060} + a_{006}) + \frac{1}{945} (a_{420} + a_{402} + a_{240} + a_{042} + a_{204} + a_{024}) + \frac{1}{5670} a_{222}. \end{aligned} \quad (4)$$

Права частина формули (3) після підстановки координат вузлових точок має вигляд:

$$\sum_{s=1}^{27} G_s P_6(x_s, y_s, z_s) = \sum_{s=1}^6 A_s P_6(a_s) + \sum_{s=1}^{12} B_s P_6(b_s) + \sum_{s=1}^8 C_s P_6(c_s) + D_0 P_6(d_0). \quad (5)$$

Прирівнюючи коефіцієнти при однакових a_{ijk} , отримаємо систему рівнянь:

$$\left\{ \begin{aligned} 6A_1 + 12B_1 + 8C_1 + D_0 &= \frac{4}{3}; \\ A_1 p^2 + 4B_1 q^2 + 4C_1 r^2 &= \frac{1}{15}; \\ A_1 p^4 + 4B_1 q^4 + 4C_1 r^4 &= \frac{2}{105}; \\ 2B_1 q^4 + 4C_1 r^4 &= \frac{1}{105}; \\ 2A_1 p^6 + 8B_1 q^6 + 8C_1 r^6 &= \frac{1}{21}; \\ 4B_1 q^6 + 8C_1 r^6 &= \frac{1}{315}; \\ C_1 r^6 &= \frac{1}{45360}. \end{aligned} \right. \quad (6)$$

Відмітимо, що рівновіддалені від центра октаедра вузли мають рівні вагові коефіцієнти, тобто $A_1 = \dots = A_6$, $B_1 = \dots = B_{12}$, $C_1 = \dots = C_8$.

Система (6) має два розв'язки, які задовольняють умовам поставленої задачі:

$$\begin{aligned}
 1) \quad p_1 &= \sqrt{\frac{948 + \sqrt{2370}}{1830}}, \quad q_1 = \sqrt{\frac{168 - \sqrt{2370}}{834}}, \quad r_1 = \sqrt{\frac{276 + 5\sqrt{2370}}{546}}, \\
 A_s &= \frac{79}{11340 \cdot p_1^6} = \frac{4550}{89373} - \frac{142325}{889618842} \sqrt{2370}, \quad s = \overline{1,6}; \\
 B_s &= \frac{1}{4536 \cdot q_1^6} = \frac{3926}{89373} + \frac{14507}{22521996} \sqrt{2370}, \quad s = \overline{1,12}; \\
 C_s &= \frac{1}{45360 \cdot r_1^6} = \frac{324461}{6256110} - \frac{47963}{45043992} \sqrt{2370}, \quad s_3 = \overline{1,8}; \\
 D_0 &= \frac{4}{3} - 6A_1 - 12B_1 - 8C_1 = \frac{89492}{1042685} + \frac{777893}{444809421} \sqrt{2370};
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad p_2 &= \sqrt{\frac{948 - \sqrt{2370}}{1830}}, \quad q_2 = \sqrt{\frac{168 + \sqrt{2370}}{834}}, \quad r_2 = \sqrt{\frac{276 - 5\sqrt{2370}}{546}}, \\
 A_s &= \frac{79}{11340 \cdot p_2^6} = \frac{4550}{89373} + \frac{142325}{889618842} \sqrt{2370}, \quad s = \overline{1,6}; \\
 B_s &= \frac{1}{4536 \cdot q_2^6} = \frac{3926}{89373} - \frac{14507}{22521996} \sqrt{2370}, \quad s = \overline{1,12}; \\
 C_s &= \frac{1}{45360 \cdot r_2^6} = \frac{324461}{6256110} + \frac{47963}{45043992} \sqrt{2370}, \quad s = \overline{1,8}; \\
 D_0 &= \frac{4}{3} - 6A_1 - 12B_1 - 8C_1 = \frac{89492}{1042685} - \frac{777893}{444809421} \sqrt{2370}.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Таким чином, формула (2) має вигляд:

$$\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz \approx A_s \sum_{s=1}^6 f(a_s) + B_s \sum_{s=1}^{12} f(b_s) + C_s \sum_{s=1}^8 f(c_s) + D_0 f(d_0), \tag{9}$$

де вузли інтерполяції та вагові коефіцієнти відповідають формулам (7) або (8).

При цьому у випадку, коли вузлам a_s, b_s, c_s відповідають значення p_1, q_1, r_1 , вузли c_s не належать області октаедра. У випадку, коли вузлам a_s, b_s, c_s відповідають значення p_2, q_2, r_2 , вузли b_s не належать області октаедра. Вагові коефіцієнти A_s, B_s, C_s, D_0 приймають додатні значення в обох випадках.

Замітимо, що формула (9) залишається точною для поліномів сьомого степеня $P_7(x, y, z)$. Дійсно,

$$\iiint_{\Omega} P_7(x, y, z) dx dy dz = \iiint_{\Omega} P_6(x, y, z) dx dy dz + \iiint_{\Omega} \sum_{|\alpha|=7} a_{ijk} x^i y^j z^k dx dy dz.$$

Оскільки область інтегрування у потрійному інтегралі є симетричною відносно кожної з осей координат, а степінь полінома $\sum_{|\alpha|=7} a_{ijk} x^i y^j z^k$ є непарним, маємо:

$$\iiint_{\Omega} \sum_{|\alpha|=7} a_{ijk} x^i y^j z^k dx dy dz = 0.$$

Відповідна система рівнянь

$$\iiint_{\Omega} \sum_{|\alpha|=7} a_{ijk} x^i y^j z^k dx dy dz = \sum_{|\alpha|=7} G_s x_s^i y_s^j z_s^k = 0$$

має розв'язок $A_1 = \dots = A_6$, $B_1 = \dots = B_{12}$, $C_1 = \dots = C_8$ при довільних значеннях p, q, r , який не протирічить розв'язку системи (6).

Отже, формула (9) є точною для поліномів $P_m(x, y, z)$ степеня $m \leq 7$.

Оцінимо точність отриманої формули. Будемо вважати, що функція $f(X) = f(x, y, z)$ належить класу $C^8(\Omega)$ неперервно-диференційованих до восьмого порядку включно на Ω функцій. Нехай $X_0 = (x_0, y_0, z_0)$ – довільна точка області Ω . Запишемо формулу Тейлора для $f(X)$ в околі точки X_0 із залишковим членом у формі Лагранжа:

$$f(X) = \sum_{s=1}^7 \sum_{|\beta|=s} \frac{1}{\beta!} \frac{\partial^{|\beta|} f(X_0)}{\partial X^\beta} (X - X_0)^\beta + \sum_{|\beta|=8} \frac{1}{\beta!} \frac{\partial^{|\beta|} f(X_0 + \theta(X - X_0))}{\partial X^\beta} (X - X_0)^\beta, \quad (10)$$

де $\beta = \beta(i, j, k)$ – мультиіндекс, $|\beta| = i + j + k$, $i, j, k = \overline{1, 3}$, $\beta! = i! j! k!$, $0 < \theta < 1$ – деяке число.

Проінтегруємо залишковий член формули (9) по області Ω :

$$R_8(f) = \iiint_{\Omega} \sum_{|\beta|=8} \frac{1}{\beta!} \frac{\partial^{|\beta|} f(X_0 + \theta(X - X_0))}{\partial X^\beta} (X - X_0)^\beta dX, \quad (11)$$

де $R_8(f) = \iiint_{\Omega} f(X) dX - I_R(f)$ – залишковий член формули (1), $dX = dx dy dz$ – елемент об'єму.

Оцінимо рівність (10), враховуючи, що $|X - X_0| \leq 2$ для довільних точок $X, X_0 \in \Omega$:

$$|R_8(f)| \leq \iiint_{\Omega} \sum_{|\beta|=8} \left| \frac{1}{\beta!} \frac{\partial^{|\beta|} f(X_0 + \theta(X - X_0))}{\partial X^\beta} (X - X_0)^\beta \right| dX \leq$$

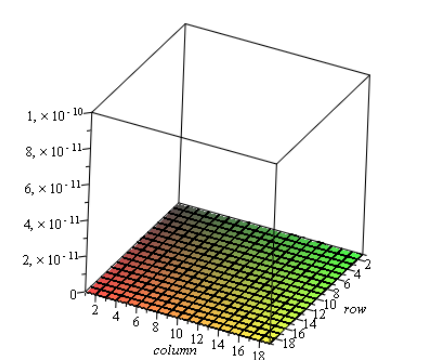
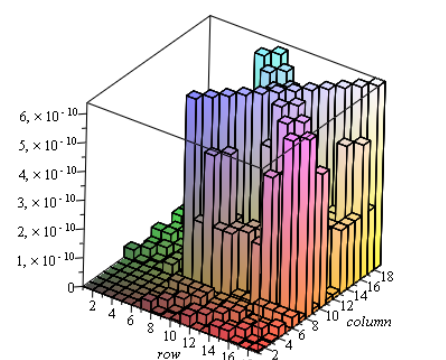
$$\leq \iiint_{\Omega} \sum_{|\beta|=8} \left| \frac{2^{\beta} \partial^{|\beta|} f(X_0 + \theta(X - X_0))}{\beta! \partial X^{\beta}} \right| dX = K.$$

Справедливість формули (9) перевірено при обчисленні елементів матриці жорсткості квадратичного октаедра з поліноміальними функціями четвертого порядку.

У табл.1 наведено значення похибки $\Delta = \max_{k_{pq}, p, q=1,18} |R_8(f)|$, де $f = k_{pq}$. Розрахунки виконано у системі комп'ютерної математики Maple. Значення K відповідає $X_0 = 0$.

Таблица 1

Оцінка точності кубатурної формули (9)

Параметри вузлів інтерполяції октаедра	p_1, q_1, r_1	p_2, q_2, r_2
Δ	0	$6.38 \cdot 10^{-10}$
Розподіл похибки $ R_8(f) $ за елементами матриці k		

Аналізуючи результати в табл.1 зазначимо, що формула (9) є нестійкою відносно похибок округлення, якщо вузли інтерполяції та вагові коефіцієнти відповідають формулам (8). Отже, формула (9) з вузлами інтерполяції та ваговими коефіцієнтами, які визначаються формулами (7), є оптимальною за точністю обчислень, оскільки має похибку $\Delta = \max_{k_{pq}, p, q=1,18} |R_8(f)| = 0$, і може бути використана для обчислення елементів локальної матриці жорсткості квадратичного октаедра з поліноміальними четвертого порядку базисними функціями.

Також слід відмітити, що за формулою [6, С. 4] оптимальна кількість вузлів інтерполяції становить:

$$N \cong \left[\frac{(n+m)!}{(n+1)!m!} \right],$$

де m – степінь полінома, n – розмірність простору.

Для $m=3$ та $n=6$ маємо $N \cong 21$.

Побудована кубатурна формула містить більше 21 вузла інтерполяції. Спроби зменшити кількість вузлів у формулі (9) шляхом виключення або дублювання будь-якої з груп вузлів a_s, b_s, c_s приводить до несумісної системи рівнянь (6).

Також перевірено, що існує послідовна мінімальна кубатурна формула Гаусса, яка є точною для тривимірних поліномів сьомого степеня в області октаедра. Дана формула містить 64 вузли інтерполяції, які належать області інтегрування. Усі вагові коефіцієнти є додатними.

Для найпростіших областей в R^3 , таких як куб або сфера, послідовна мінімальна кубатурна формула Гауса, яка є точною для тривимірних поліномів сьомого степеня, також містить 64 вузли інтерполяції, які належать області інтегрування, а вагові коефіцієнти є додатними [9].

Висновки

У роботі побудовано інтерполяційну кубатурну формулу по області квадратичного октаедра, яка є точною для алгебраїчних поліномів сьомого степеня та має два різних набори координат вузлів та вагових коефіцієнтів. Отримано оцінку залишкового члена кубатурної формули для підінтегральних функцій, які належать класу $C^8(\Omega)$. Результати перевірено при обчисленні елементів локальної матриці жорсткості для системи поліноміальних четвертого порядку базисних функцій квадратичного октаедра. За результатами обчислень виявлено оптимальну за точністю кубатурну формулу, якій відповідають координати вузлів та вагові коефіцієнти формули (7). Побудована кубатурна формула може бути застосована при розв'язанні граничних задач математичної фізики для об'ємних областей, які дискретизовані решіткою тетраедраально-октаедраальної структури.

Список використаної літератури

1. Grosso R., Greiner G. Hierarchical Meshes for Volume Data. *Computer Graphics International: International Conference* (Germany, Hannover, June 22–24, 1998). Washington: IEEE Computer Society Press, 1998. P. 761–771.
2. Мотайло А. П. О численном решении стационарной задачи теплопроводности методом конечных элементов на решетке тетраэдрально-октаэдральной структуры. *Научные ведомости БелГУ. Математика. Физика*. 2014. № 25(196). С. 119–127.
3. Мотайло А. П., Білоусова Т. П. Побудова кубатурної формули для октаедра. *Сучасні енергетичні установки на транспорті, технології та обладнання для їх обслуговування: матеріали 10-ї міжнародної науково-практичної конференції* (Херсон, 12–13 вересня 2019 р.). Херсон: ХДМА, 2019. С. 277–280.
4. Мотайло А. П., Алексенко В. Л. Кубатурна формула по октаедру для тригонометричного полінома окремого виду. *Перспективні напрямки сучасної електроніки, інформаційних і комп'ютерних систем: матеріали IV-ї всеукраїнської науково-практичної конференції* (Дніпро, 27–29 листопада 2019 р.). Дніпро: ДНУ, 2019. С. 58–60.
5. Мотайло А. П. Побудова гармонічного базису квадратичного октаедра. *Сучасні технології промислового комплексу: матеріали V Міжнародної науково-практичної конференції* (Херсон, 10–15 вересня 2019 р.). Херсон: ХНТУ, 2019. С. 178–180.
6. Мысовских И. П. О построении кубатурных формул для простейших областей. *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 1964. Т. 4, № 1. С. 3–14.

7. Крылов В. И. Приближенное вычисление интегралов. Москва: Наука, 1967. 500 с.
8. Попов А. С. Кубатурные формулы на сфере, инвариантные относительно группы вращений диэдра с инверсией D_{4h} . *Сибирские электронные математические известия*. 2015. Т. 12. С. 457–464. DOI: 10.17377/semi.2015.12.039
9. Калиткин Н. Н. Численные методы: учеб. пособие. СПб: БХВ-Петербург, 2011. 592 с.

References

1. Grosso, R., & Greiner, G. (1998). Hierarchical Meshes for Volume Data. *Computer Graphics International: International Conference* (Germany, Hannover, June 22–24, 1998). Washington: IEEE Computer Society Press, pp. 761–771.
2. Motajlo, A. P. (2014). О численном решении стационарной задачи теплопроводности методом конечных элементов на решетке тетраэдрально-октаэдральной структуры. *Научные ведомости БелГУ. Математика. Физика*. **25**(196), 119–127.
3. Motajlo, A. P., & Bilousova T. P. (2019), Побудова кубатурної формули для октаедра. Proceedings of the *Suchasni enerhetychni ustanovky na transporti, tekhnologii ta obladnannia dlia yikh obsluhovuvannia: 10-ta mizhnarodna naukovo-praktychna konferentsiia* (Kherson, September 12–13, 2019). Kherson: KDMA, pp. 277–280.
4. Motajlo, A. P., & Aleksenko V. L. (2019). Кубатурна формула по октаэдру для тригонометричного полинома окремого выду. Proceedings of the *Perspektyvni napriamky suchasnoi elektroniky, informatsiinykh i kompiuternykh system: IV vseukrainska naukovo-praktychna konferentsiia* (Dnipro, November 27–29, 2019). Dnipro: DNU, pp. 58–60.
5. Motajlo, A. P. (2019). Побудова гармоничного базису квадратичного октаедра. Proceedings of the *Suchasni tekhnologii promyslovoho kompleksu: V Mizhnarodna naukovo-praktychna konferentsiia* (Kherson, September 10–15, 2019). Kherson: KNTU, pp. 178–180.
6. Мысовских, И. П. (1964). О построении кубатурных формул для простейших областей. *Zhurnal vyichislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki*. **4**, 1, 3–14.
7. Kryilov, V. I. (1967). Priblizhennoe vyichislenie integralov. Moskva: Nauka.
8. Popov, A. S. (2015). Kubaturnye formuly na sfere, invariantnyie otnositelno gruppyi vrascheniy diebra s inversiey D_{4h} . *Sibirskie elektronnyie matematicheskie izvestiya*. **12**, 457–464. DOI: 10.17377/semi.2015.12.039
9. Kalitkin, N. N. (2011). Chislennyye metody: ucheb. posobie. SPb: BHV-Peterburg.

Мотайло Анжеліка Павлівна – к.т.н., старший викладач кафедри природничо-наукової підготовки Херсонської державної морської академії: e-mail: motajlo.anzhelika@ksma.ks.ua, ORCID: 0000-0002-6775-5788.

УТИЛІТА ДЛЯ АВТОМАТИЗОВАНОГО АНГЛІЙСЬКО-УКРАЇНСЬКОГО ПЕРЕКЛАДУ ІНТЕРФЕЙСУ ПРОГРАМ

Інтерфейс користувача грає велику роль під час роботи з різними обчислювальними пристроями. На сьогоднішній день можливість розробити та розповсюдити в мережі Інтернет свій програмний додаток має кожний бажаючий. Але далеко не кожний розробник досконало володіє декількома мовами світу. Мережа Інтернет надає вільний доступ до сучасних потужних систем перекладу тексту, але це все одно потребує від розробників дорожчий час. Це може суттєво обмежити успішне розповсюдження, кількість користувачів розробленої програми та навіть негативно вплинути на якість ключового програмного функціоналу. Тому постає питання створення якісного перекладу інтерфейсу користувача.

В роботі проведено дослідження існуючих засобів та представлено проект утиліти для розробників, бажаючих досягнути потенційних користувачів по всьому світі. У ході цього дослідження наведено приклади існуючих систем перекладу тексту в мережі Інтернет та оглянуто їх функціонал у контексті перекладу інтерфейсів користувача. Також було проведено аналіз цільової аудиторії та огляд сучасного стану ринків мобільних додатків, за допомогою якого показано актуальність проблеми мови інтерфейсів на комп'ютерах та мобільних пристроях, і визначено важливість зручного користування розробленою програмою для кінцевого споживача.

Під час дослідження було проведено огляд існуючих рішень для автоматизованого перекладу, виявлено їх ключовий функціонал та недоліки. В проекті запропонованої утиліти описано програмний інтерфейс перекладача, розроблений для збільшення зручності процесу перекладу саме інтерфейсів розроблюваного програмного забезпечення. Головний функціонал утиліти базуватиметься на використанні текстових файлів з спеціальним форматом записів для автоматичного відображення відповідних рядків в вихідному коді програми. Було проведено аналіз існуючих текстових форматів, їх використання в існуючих системах перекладу та розглянуто можливі підходи їх впровадження в проєктованій програмі. Також було запропоновано створення власного формату текстового файлу для утиліти перекладу.

Ключові слова: машинний переклад, розробка програмного забезпечення, інтерфейс користувача, мобільні додатки.

УТИЛІТА ДЛЯ АВТОМАТИЗИРОВАНОГО АНГЛІЙСЬКО-УКРАЇНСЬКОГО ПЕРЕВОДА ІНТЕРФЕЙСА ПРОГРАМ

Інтерфейс користувача грає велику роль під час роботи з різними обчислювальними пристроями. На сьогоднішній день можливість розробити та розповсюдити в мережі Інтернет свій програмний додаток має кожний бажаючий. Але далеко не кожний розробник досконало володіє декількома мовами світу. Мережа Інтернет надає вільний доступ до сучасних потужних систем перекладу тексту, але це все одно потребує від розробників дорожчий час. Це може суттєво обмежити успішне розповсюдження, кількість користувачів розробленої програми та навіть негативно вплинути на якість ключового програмного функціоналу. Тому постає питання створення якісного перекладу інтерфейсу користувача.

негативно повліять на якість ключового програмного функціонала. Поєтому встаєт вопрос создания качественного перевода пользовательского интерфейса.

В работе проведено исследование существующих средств и представлен проект утилиты для разработчиков, желающих достичь потенциальных пользователей по всему миру. В ходе этого исследования приведены примеры существующих систем перевода текста в сети Интернет и осмотрен их функционал в контексте перевода пользовательских интерфейсов. Также был проведён анализ целевой аудитории и обзор современного состояния рынков мобильных приложений, с помощью которого определена актуальность проблемы языка интерфейсов на компьютерах и мобильных устройствах, и показана важность удобного пользования разработанной программой для конечного потребителя.

Во время исследования был проведён обзор существующих решений автоматизированным переводом, выяснен их ключевой функционал и недостатки. В проекте предложенной утилиты описан программный интерфейс переводчика, разработанный для повышенного удобства процесса перевода именно интерфейсов разрабатываемого программного обеспечения. Главный функционал утилиты будет базироваться на использовании текстовых файлов со специальным форматом записей для автоматического отображения соответствующих строк в исходном коде программы. Был проведён анализ существующих текстовых форматов, их использование в существующих системах перевода и рассмотрены возможные подходы к их внедрению в проектируемой программе. Также было предложено создание собственного формата текстового файла для утилиты перевода.

Ключевые слова: машинный перевод, разработка программного обеспечения, пользовательский интерфейс, мобильные приложения.

V.D. MATUZKO, S.I. GOMENYUK
Zaporizhzhia National University

AUTOMATED ENGLISH-UKRAINIAN APPLICATION USER INTERFACE TRANSLATION TOOL

The user interface plays a big part when using various computing devices. Nowadays anyone has the ability to develop their own software application and distribute it on the Internet. However not every developer can be fluent in several world languages. The Internet provides free access to powerful modern text translation services, however that still requires precious time on behalf of the developer. This may severely limit the success and amount of users of the developed application, and even negatively impact the quality of the application's key functionality. This raises the question of creating a quality user interface translation.

This article analyses existing methods and presents a design concept of a tool for developers that wish to reach potential users across the whole world. The process of this research provides examples of existing text translation systems in the Internet and an overview of their features within the context of translating a user interface. Also conducted were analyses of the target audience and the current state of the mobile app markets, showing the relevance of the problem with user interface languages for computers and mobile devices, as well as the importance of providing a comfortable and quality application user experience for the end consumers.

The research also includes an overview of existing solutions for automated and assisted translation tools, their key functions and shortcomings. The proposed project of the translation utility describes a program interface for the translator, designed to make the translation process more comfortable and geared specifically for translating developed

software interfaces. The primary functionality of the translation tool would be based on using plain text files with a special format of records to enable automatic displaying of corresponding lines within the source code of the program. An analysis of such existing text formats was conducted, with considerations of their use and implementations in already existing translation systems and possible approaches of their implementation in the proposed translation tool. The creation of a custom text format specifically for the project was proposed as well.

Keywords: machine translation, software development, user interface, mobile applications.

Постановка проблеми

З кожним роком у світі збільшується кількість користувачів комп'ютерами та іншими пристроями. Новітні технології швидко поширюються і зараз доступні всім бажаючим. Люди мають можливість користуватися багатофункціональними персональними пристроями та підлаштовувати їх під свої унікальні потреби за допомогою програмних додатків. Велика кількість таких додатків вільно доступні у мережі Інтернет, та створені розробниками зі всього світу [1–2]. Тому виникає достатньо випадків, коли потрібна програма наявна з інтерфейсом лише на одній-двох мовах, а альтернативних рішень немає. Зазвичай це відбувається через нездатність або незручність створення пакетів локалізації розробниками додатків.

В даній роботі пропонується програмний засіб для полегшення та автоматизації створення перекладу інтерфейсу користувача. Розробники зможуть використовувати цю утиліту для поширення кола своїх користувачів не витрачаючи при цьому завеликих зусиль.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У сфері автоматизованого машинного перекладу уже більш двох десятиліть проводяться дослідження та розробляються все більш ефективні методи перекладу. Корпорації Google та Microsoft є одними з найбільших учасників в дослідженнях у цьому напрямку з їх багатофункціональними сервісами машинного перекладу [3–4]. Розробки цих та інших компаній вже зараз дозволяють людям зі всього світу спілкуватися між собою та користуватися іноземними веб-сайтами.

Але ще наявна проблема перекладу інтерфейсу користувача для комп'ютерних та мобільних додатків. Існує багато програм з інтерфейсом лише на рідній мові розробника, що суттєво обмежує потенційне коло користувачів. Також поширена проблема поганого використання машинного перекладу при створенні пакетів локалізації, що в багатьох випадках змушує користувачів вгадувати призначення тієї чи іншої функції в меню програми через неперевірений переклад.

У випадку додатків для мобільних пристроїв існують рішення за допомогою Google Translate [5] та Microsoft Translator [6]. Але цей підхід схожий по своїй зручності на постійне користування словником та не гарантує ідеальний результат перекладу у контексті кожного існуючого додатку. Також це вимагає додаткового часу та зусиль від кінцевого користувача.

Викладення основного матеріалу дослідження

Згідно статистиці кількість додатків, доступних в переліках Google Play та Apple App Store вимірюється мільйонами [7–8]. За їх допомогою користувачі мають можливість налаштувати свої пристрої для виконання чіткого переліку функцій. Однак велика кількість цих додатків має версії лише на одній мові, або використовує машинний переклад без перевірки коректності результату та урахування контексту в

інтерфейсі. Також якість машинного перекладу також залежить від конкретної мовної пари. Китай є одним з найбільших постачальників сучасних мобільних додатків. До того ж, машинний переклад з китайської історично відрізнявся своєю складністю у порівнянні з перекладом між європейськими мовними групами. Дослідження та розробки у цьому напрямку відбуваються постійно [9].

Щодо інтерфейсів комп'ютерних програм ситуація дуже схожа, але зазвичай розробники користуються допомогою команд перекладачів, тим самим уникаючи ситуацій з низькою якістю перекладу. Однак ці перекладачі мають виконувати переклад та знаходити методи і засоби для цього власноруч.

Існує багато програмних рішень створених для полегшення праці перекладачів, кожне з них зі своїм підходом до вирішення цього питання. Декілька з них навіть є престижними платними програмними пакетами з великим функціоналом для професіональних перекладацьких компаній [10]. Але при близькому огляді можна помітити відсутність програм націлених на переклад саме комп'ютерних інтерфейсів користувача. Цей вид перекладу відрізняється від перекладу текстів статей або книжок. Багато слів та фраз використовуються по декілька разів у різних місцях в додатках, при тому їх значення може суттєво змінюватися залежно від контексту та функціоналу програми. До того ж, зазвичай утиліти для автоматизованого перекладу мають інтерфейс більш спрямований для перекладу порівняно великих текстів, але через це не дуже ефективний при перекладі коротких рядків або окремих слів.

У цій роботі розглянуто проект утиліти, що спрямована на ефективну автоматизацію перекладу інтерфейсу користувача для невеликих команд розробників без необхідності використання спеціальних послуг перекладу. Однією з головних функцій в цьому проекті є можливість перегляду оригінального вихідного коду програми для повного розуміння контексту при перекладі інтерфейсу. Іншою важливою функцією є надання можливості використання машинного перекладу для підвищеної швидкості та ефективності роботи з подальшою можливістю провести контроль якості за допомогою зручного інтерфейсу перекладача.

Такий підхід вимагає створення спеціального інтерфейсу для перекладача, приклад якого наведений на рис. 1.

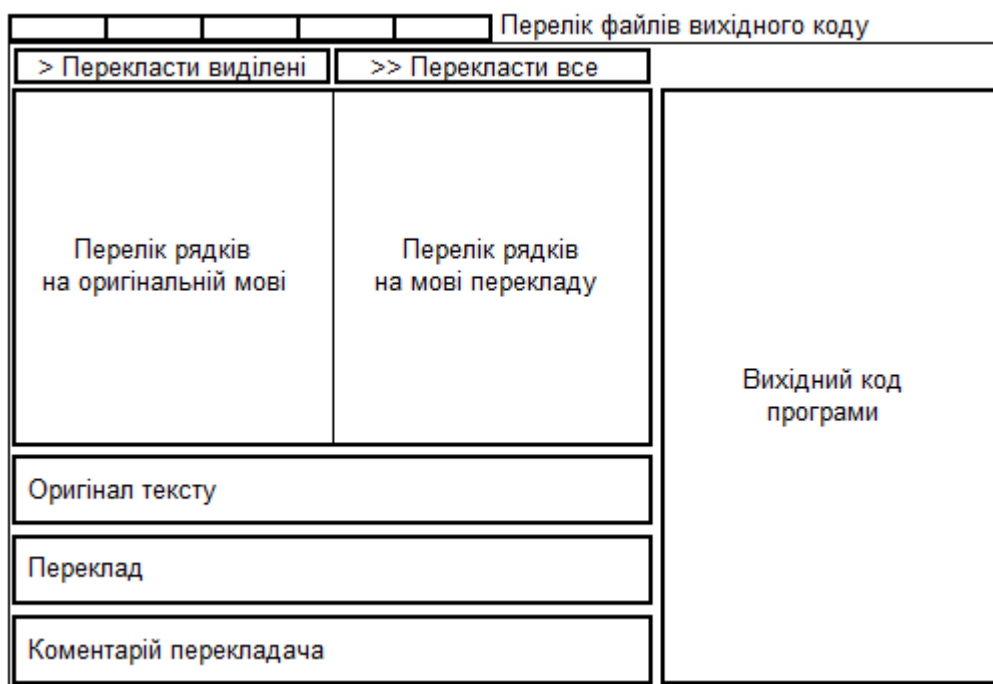


Рис. 1. Пропонована версія робочого інтерфейсу утиліти.

Цей інтерфейс має містити всю потрібну інформацію у зручному вигляді. Вікно вихідного коду програми має можливість автоматично знаходити рядок у коді, що відповідає обраному рядку оригінального тексту в переліку рядків. Таким чином перекладач миттєво бачить у якому контексті знаходяться елементи інтерфейсу в своїй програмі. Також інтерфейс надає можливість працювати з декількома файлами одночасно за допомогою вкладок. Автоматизація відбувається з використанням існуючих онлайн-сервісів машинного перекладу через програмний доступ. Як приклад можна привести Google Translate API, який дозволяє розробникам вбудовувати доступ до послуг перекладу в свої додатки [11].

Для користування машинним перекладом перекладач постачає свій ключ доступу до API. Це надає можливість автоматично локалізувати деякі або всі рядки в обраному файлі. Після цього можна з легкістю провести контроль якості проведеного перекладу та скоригувати знайдені помилки без необхідності витратити час на послідовний переклад кожного рядка.

Для використання утиліти розробник має належно підготувати інтерфейс до локалізації та експортувати текстову інформацію інтерфейсу в один з існуючих форматів даних, що використовуються для локалізації текстів. Одним з популярних таких форматів є .PO, який використовується в системі локалізації GNU gettext [12]. Ця система потребує від розробника написання коду з урахуванням його наступної локалізації. Це також забезпечує функціонування вікна перегляду вихідного коду програми в пропонованій утиліті. Після цього процесу розробник може згенерувати PO-файл, в якому буде міститись набір рядків, відповідних тексту інтерфейсу. Формат записів в файлах PO показаний на рис. 2.

```

white-space
# translator-comments
#. extracted-comments
#: reference...
#, flag...
#| msgid previous-untranslated-string
msgid untranslated-string
msgstr translated-string
    
```

Рис. 2. Схема запису в форматі PO.

Отриманий файл потім можна відкрити в утиліті для перекладу. Особливість такого підходу полягає у тому, що підтримка gettext реалізована тільки для конкретного переліку популярних мов програмування, тому його важко назвати універсальним рішенням для розробників [13].

Іншою альтернативою є формат XLIFF (XML Localization Interchange File Format). На відміну від попереднього методу XLIFF не має залежності від мови програмування, що дозволяє використовувати його у значно більшій кількості випадків, ніж gettext [14]. Але через це від розробника додатку потребується створення або використання існуючої бібліотеки для зчитування інформації з XLIFF-файлів. Як і в випадку з gettext інтерфейс програми також треба підготувати до локалізації, але на відміну від gettext реалізація залежить від самого розробника.

Стандарт XLIFF базується на форматі XML, тому на вигляд він більш громіздкий, ніж PO (рис. 3). Це не впливає на робочий процес при використанні утиліти.

```

<xliff xmlns="urn:oasis:names:tc:xliff:document:2.0" version="2.0"
srcLang="en-US" trgLang="ja-JP">
<file id="f1" original="Graphic Example.psd">
<skeleton href="Graphic Example.psd.skl"/>
<unit id="1">
<segment>
<source>Quetzal</source>
<target>Quetzal</target>
</segment>
</unit>
<unit id="2">
<segment>
<source>An application to manipulate and process XLIFF documents</source>
<target>XLIFF 文書を編集、または処理するアプリケーションです。</target>
</segment>
</unit>
</file>
</xliff>

```

Рис. 3 Приклад записів в форматі XLIFF.

Сама утиліта має мати можливість працювати з хоча б одним з вище зазначених форматів, а також мати алгоритм пошуку відповідних рядків тексту в вихідному коді програми. Також корисною буде можливість збереження вищезазначених ключів API в захищеному вигляді для поліпшення продуктивності перекладачів.

Висновки

В даній роботі розглянуто проблему низькоякісних інтерфейсів в різних видах програмного забезпечення, існуючі рішення цієї проблеми та недоліки цих рішень. Також було запропоновано та описано проект програмної утиліти, що спеціалізована для перекладу інтерфейсів користувача та дозволяє цей автоматизувати процес. Як подальше дослідження розробки додаткових функцій утиліти можуть бути створення і використання повністю власного формату для збереження та роботи над перекладом.

Список використаної літератури

1. How Many People Have Smartphones Worldwide (June 2020). URL: <https://www.bankmycell.com/blog/how-many-phones-are-in-the-world> (дата звернення: 04.06.2020)
2. Global Digital Overview – DataReportal – Global Digital Insights. URL: <https://datareportal.com/global-digital-overview> (дата звернення: 04.06.2020)
3. Google Translate – A Personal Interpreter on Your Phone or Computer. URL: <https://translate.google.com/intl/en/about> (дата звернення: 05.06.2020)
4. Microsoft Translator. URL: <https://www.microsoft.com/en-us/translator> (дата звернення: 05.06.2020)
5. Translate text in other apps – Android – Google Translate Help. URL: <https://support.google.com/translate/answer/6350658?co=GENIE.Platform%3DAndroid&hl=en> (дата звернення: 05.06.2020)
6. Microsoft Translator Adds Image Translation to Android – Microsoft Translator Blog. URL: <https://www.microsoft.com/en-us/translator/blog/2016/04/20/microsoft-translator-adds-image-translation-to-android/> (дата звернення: 05.06.2020)
7. Google Play: number of available apps by quarter 2020 | Statista. URL: <https://www.statista.com/statistics/289418/number-of-available-apps-in-the-google-play-store-quarter/> (дата звернення: 06.06.2020)
8. Apple App Store: number of available apps by quarter 2020 | Statista. URL: <https://www.statista.com/statistics/779768/number-of-available-apps-in-the-apple-app-store-quarter/> (дата звернення: 06.06.2020)
9. Achieving Human Parity on Automatic Chinese to English News Translation. arXiv:1803.05567 [cs.CL] URL: <https://arxiv.org/abs/1803.05567> (дата звернення: 06.06.2020)

10. Top Translation Software Tools in 2020 – Some Even Free!. URL: <https://www.smartcat.ai/blog/top-translation-software-tools-in-2019-some-even-free/> (дата звернення: 07.06.2020)
11. Try the Free Website Translator & Translate API – Google Translate. URL: <https://translate.google.com/intl/en/about/forbusiness/> (дата звернення: 07.06.2020)
12. gettext – GNU Project – Free Software Foundation (FSF). URL: <https://www.gnu.org/software/gettext/> (дата звернення: 07.06.2020)
13. GNU gettext utilities: List of Programming Languages. URL: https://www.gnu.org/software/gettext/manual/html_node/List-of-Programming-Languages.html (дата звернення: 07.06.2020)
14. XLIFF Version 2.1. URL: <https://docs.oasis-open.org/xliff/xliff-core/v2.1/xliff-core-v2.1.html> (дата звернення: 07.06.2020)

References

1. How Many People Have Smartphones Worldwide (June 2020). Retrieved from: <https://www.bankmycell.com/blog/how-many-phones-are-in-the-world> (last accessed: 04.06.2020)
2. Global Digital Overview – DataReportal – Global Digital Insights. Retrieved from: <https://datareportal.com/global-digital-overview> (last accessed: 04.06.2020)
3. Google Translate – A Personal Interpreter on Your Phone or Computer. Retrieved from: <https://translate.google.com/intl/en/about> (last accessed: 05.06.2020)
4. Microsoft Translator. Retrieved from: <https://www.microsoft.com/en-us/translator> (last accessed: 05.06.2020)
5. Translate text in other apps – Android – Google Translate Help. Retrieved from: <https://support.google.com/translate/answer/6350658?co=GENIE.Platform%3DAndroid&hl=en> (last accessed: 05.06.2020)
6. Microsoft Translator Adds Image Translation to Android – Microsoft Translator Blog. Retrieved from: <https://www.microsoft.com/en-us/translator/blog/2016/04/20/microsoft-translator-adds-image-translation-to-android/> (last accessed: 05.06.2020)
7. Google Play: number of available apps by quarter 2020 | Statista. Retrieved from: <https://www.statista.com/statistics/289418/number-of-available-apps-in-the-google-play-store-quarter/> (last accessed: 06.06.2020)
8. Apple App Store: number of available apps by quarter 2020 | Statista. Retrieved from: <https://www.statista.com/statistics/779768/number-of-available-apps-in-the-apple-app-store-quarter/> (last accessed: 06.06.2020)
9. Achieving Human Parity on Automatic Chinese to English News Translation. arXiv:1803.05567 [cs.CL]. Retrieved from: <https://arxiv.org/abs/1803.05567> (last accessed: 06.06.2020)
10. Top Translation Software Tools in 2020 – Some Even Free! Retrieved from: <https://www.smartcat.ai/blog/top-translation-software-tools-in-2019-some-even-free/> (last accessed: 07.06.2020)
11. Try the Free Website Translator & Translate API – Google Translate. Retrieved from: <https://translate.google.com/intl/en/about/forbusiness/> (last accessed: 07.06.2020)
12. gettext – GNU Project – Free Software Foundation (FSF). Retrieved from: <https://www.gnu.org/software/gettext/> (last accessed: 07.06.2020)
13. GNU gettext utilities: List of Programming Languages. Retrieved from: https://www.gnu.org/software/gettext/manual/html_node/List-of-Programming-Languages.html (last accessed: 07.06.2020)

14. XLIFF Version 2.1. Retrieved from: <https://docs.oasis-open.org/xliff/xliff-core/v2.1/xliff-core-v2.1.html> (last accessed: 07.06.2020)

Гоменюк Сергій Іванович – д.т.н., професор, завідувач кафедри програмної інженерії Запорізького національного університету, e-mail: gserega71@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7340-5947.

Матузко Володимир Дмитрович – аспірант кафедри програмної інженерії Запорізького національного університету, e-mail: matuzkovd@ukr.net, ORCID: 0000-0002-3005-6051.

УДК 539.3

Р.С. МУСИЙ, Н.Б. МЕЛЬНИК, Б. Й. БАНДИРСЬКИЙ, Л. В. ГОШКО, В.К. ШИНДЕР

Національний університет «Львівська політехніка»

ВИЗНАЧЕННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПОПЕРЕДНЬО НАГРІТОЇ НЕОДНОРІДНОЇ ІЗОТРОПНОЇ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ

Подано методику зведення тривимірної задачі теплопровідності для неоднорідної ізотропної оболонки довільної геометричної конфігурації до двовимірної. Оболонка віднесена до змішаної криволінійної ортогональної системи координат. Методика ґрунтується на використанні лінійного закону розподілу температури по товщині оболонки, що має місце для тонких оболонок і підтверджується експериментально. З використанням усереднення температури по товщині оболонки отримано систему вихідних рівнянь на інтегральні характеристики температури для оболонки довільної конфігурації. Як окремий випадок записано систему двовимірних рівнянь на інтегральні характеристики температури циліндричної неоднорідної ізотропної оболонки. Сформульовано початкові та крайові умови на інтегральні характеристики скінченної по довжині циліндричної оболонки. З використанням подвійного скінченого інтегрального перетворення Фур'є за просторовими координатами і перетворення Лапласа за часом записано загальний розв'язок отриманої системи двовимірних рівнянь на інтегральні характеристики температури. Для випадку попередньо нагрітої до заданої температури циліндричної оболонки даного типу з неоднорідного ізотропного матеріалу, що знаходиться за умов конвективного теплообміну з довкіллям, знайдено вираз температурного поля. Чисельно проаналізовано температурне поле циліндричної оболонки з ізотропної неоднорідної металокераміки на її зовнішній поверхні залежно від значень осьової і колової координат за різних значень безрозмірного часу і заданого коефіцієнта неоднорідності. Аналіз проведено для випадку степеневого закону зміни коефіцієнта неоднорідності k по радіальній змінній. Досліджено залежність температурного поля в центрі області нагріву від безрозмірного часу для різних значень коефіцієнта тепловіддачі. Встановлено, що зі зменшенням частки кераміки температура на зовнішній поверхні оболонки зменшується. Знайдено, що температура є сталою в області нагріву, а при переході в ненагріту ділянку вона різко зменшується до температури зовнішнього середовища.

Ключові слова: неоднорідна ізотропна оболонка, тепла дія, циліндрична оболонка, ізотропна металокераміка, температурний режим.

Р.С. МУСИЙ, Н.Б. МЕЛЬНИК, Б. И. БАНДЫРСКИЙ, Л. В. ГОШКО, В.К. ШИНДЕР

Национальный университет «Львовская политехника»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАГРЕТОЙ НЕОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Представлена методика сведения трехмерной задачи теплопроводности для неоднородной изотропной оболочки произвольной геометрической конфигурации к двумерной. Оболочка отнесена к смешанной криволинейной ортогональной системе координат. Методика основывается на использовании линейного закона распределения температуры по толщине оболочки, который имеет место для тонких оболочек и подтверждается экспериментально. С использованием усреднения температуры по

толщине оболочки получена система исходных уравнений на интегральные характеристики температуры для оболочки произвольной конфигурации. Как частный случай записана система двумерных уравнений на интегральные характеристики температуры цилиндрической неоднородной изотропной оболочки. Сформулированы начальные и краевые условия на интегральные характеристики конечной по длине цилиндрической оболочки. С использованием двойного конечного интегрального преобразования Фурье по пространственным координатам и преобразования Лапласа по времени записано общее решение полученной системы двумерных уравнений относительно интегральных характеристик температуры. Для случая предварительно нагретой до заданной температуры цилиндрической оболочки данного типа из неоднородного изотропного материала, находящегося в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой, найдено выражение температурного поля. Численно проанализированы температурное поле цилиндрической оболочки из изотропной неоднородной металлокерамики на ее внешней поверхности в зависимости от значений осевой и круговой координат при различных значениях безразмерного времени и заданного коэффициента неоднородности. Анализ проведен для случая степенного закона изменения коэффициента неоднородности по радиальной переменной. Исследована зависимость температурного поля в центре области нагрева от безразмерного времени для различных значений коэффициента теплоотдачи. Установлено, что с уменьшением доли керамики температура на внешней поверхности оболочки уменьшается. Найдено, что температура постоянна в области нагрева, а при переходе в ненагретый участок она резко уменьшается до температуры внешней среды.

Ключевые слова: неоднородная изотропная оболочка, тепловое воздействие, цилиндрическая оболочка, изотропная металлокерамика, температурный режим.

R.S. MUSII, N.B. MELNYK, B.J. BANDYRSKII, L.V. HOSHKO, V.K. SHYNDER
Lviv Polytechnic National University

DETERMINING NON-STATIONARY TEMPERATURE FIELD OF PRE-HEATED INHOMOGENEOUS ISOTROPIC CYLINDRICAL COVER

The method of reduction of the three-dimensional thermal conductivity problem for an inhomogeneous isotropic shell of arbitrary geometric configuration to two-dimensional one has been provided. The shell is referred to a mixed curvilinear orthogonal coordinate system. The method is based on the use of a linear law of temperature distribution over the thickness of the shell, which is applicable for thin shells and has been experimentally confirmed. Using the averaging of the temperature over the thickness of the shell, a system of initial equations for the integral characteristics of the temperature for the shell of arbitrary configuration has been obtained. A system of two-dimensional equations for the integral temperature characteristics of a cylindrical inhomogeneous isotropic shell has been written as a partial case. The initial and boundary conditions for the integral characteristics of a finite-length cylindrical shell have been formulated. Using the double-finite integral Fourier transform in spatial coordinates and the Laplace time transform, the general solution of the obtained system of two-dimensional equations on the integral characteristics of temperature has been recorded. For the case of a cylindrical shell of this type preheated to a given temperature from an inhomogeneous isotropic material under conditions of convective heat exchange with the environment, the expression of the temperature field has been found. The temperature field of a cylindrical shell made of isotropic inhomogeneous cermets on its outer surface has been numerically analyzed depending on the values of axial and circular coordinates at

different values of dimensionless time and a given coefficient of inhomogeneity. The analysis for the case of the power law of change of the coefficient of inhomogeneity k in the radial variable has been performed. The dependence of the temperature field in the center of the heating region on the dimensionless time for different values of the heat transfer coefficient has been discovered. It has been established that with a decrease in the proportion of ceramics, the temperature on the outer surface of the shell decreases. It has been found that the temperature is constant in the heating area, and when moving to the unheated area, it decreases sharply to ambient temperature.

Key words: inhomogeneous isotropic shell, thermal action, cylindrical shell, isotropic metal ceramics, temperature regime.

Постановка проблеми

У зв'язку з широким застосуванням неоднорідних ізотропних матеріалів для виготовлення елементів конструкцій, що перебувають за інтенсивного нагрівання [1–5], необхідно удосконалювати математичні моделі теплопровідності таких елементів, зокрема тонких циліндричних оболонок. Це необхідно для прогнозування температурних режимів їх експлуатації за дії відповідних теплових джерел та умов попереднього нагрівання до заданої температури.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Для захисту від агресивного середовища, для зміцнення конструкції, теплоізоляції або інтенсифікації передачі тепла використовують багатошарові конструкції [6–8]. Технологічні властивості неоднорідних ізотропних матеріалів, які мають високу жорсткість на злам, здатні витримувати підвищені теплові напруження, є жаротривкі і не схильні до корозії та ерозії, розглянуто в роботах [9–12]. Питання моделювання і дослідження теплової поведінки оболонок і пластин з таких матеріалів наведено в статті [13].

На практиці, як правило, в якості зазначених матеріалів використовують сплави кераміки та металу або комбінації різних матеріалів. Їх особливістю є те, що їх фізико-механічні властивості плавно і неперервно змінюються в певному напрямку.

Мета дослідження

Метою даної роботи є побудова двовимірної математичної моделі теплопровідності тонкостінних неоднорідних ізотропних оболонок, зокрема циліндричної форми, та отримання розв'язків задачі теплопровідності для неоднорідної ізотропної циліндричної оболонки, попередньо нагрітої до заданої температури, та проведення їх числового аналізу.

Викладення основного матеріалу дослідження

Тривимірна нестационарна задача теплопровідності для неоднорідної ізотропної тонкостінної оболонки

За вихідне візьмемо тривимірне рівняння теплопровідності для неоднорідного ізотропного тіла, записане в криволінійній ортогональній системі координат α, β, z . Після спрощення з точністю, що відповідає першому наближенню Лява [1], воно має вигляд:

$$\lambda_r(z)\Delta t + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_r(z) \frac{\partial t}{\partial z} \right) + 2k_0 \lambda_r(z) \frac{\partial t}{\partial z} - c(z) \frac{\partial t}{\partial \tau} + w_r = 0. \quad (1)$$

Для знаходження розв'язку цього рівняння необхідно долучити одну з граничних умов першого, другого або третього роду:

$$t = t^{(s)}, \lambda_t \frac{\partial t}{\partial n} = -q_s, \lambda_t \frac{\partial t}{\partial n} + \alpha_s (t - t_s^c) = 0$$

на поверхні S , яка обмежує тіло, і початкову умову $t|_{\tau=0} = t_0$, що відповідає заданій постійній температурі тіла у початковий момент часу $\tau = 0$.

Тут $\lambda_t(z)$ – коефіцієнт теплопровідності; $c(z)$ – питома теплоємність; α_s – коефіцієнт тепловіддачі; $t(\alpha, \beta, z, \tau)$ – температурне поле; Δ – узагальнений оператор Лапласа [1]; w_t – густина теплових джерел; t_s^c – температура довкілля; k_0 – середня кривина; τ – змінна часу; \bar{n} – зовнішня нормаль до поверхні S .

Система двовимірних рівнянь на інтегральні характеристики температури неоднорідної ізотропної оболонки

Для зведення сформульованої просторової задачі теплопровідності до двовимірної використаємо гіпотезу про лінійний характер розподілу температури по товщині стінки $2h$, що оправдано для тонкостінних елементів:

$$t(\alpha, \beta, z, \tau) = T_1(\alpha, \beta, \tau) + \frac{z}{h} T_2(\alpha, \beta, \tau), \quad (2)$$

де $T_i = \frac{2i-1}{2h^i} \int_{-h}^h t z^{i-1} dz, (i=1,2).$

Тоді методом усереднення одержимо такі двовимірні рівняння:

$$\begin{aligned} \lambda_t^{(1)} \Delta T_1 + \lambda_t^{(2)} \Delta T_2 + \frac{2k_0}{h} \lambda_t^{(1)} T_2 - C^{(1)} \frac{\partial T_1}{\partial \tau} - C^{(2)} \frac{\partial T_2}{\partial \tau} + W_t^{(1)} &= f_1, \\ \lambda_t^{(2)} \Delta T_1 + \lambda_t^{(3)} \Delta T_2 - \frac{1}{h^2} \lambda_t^{(1)} T_2 + \frac{2k_0}{h} \lambda_t^{(2)} T_2 - C^{(2)} \frac{\partial T_1}{\partial \tau} - C^{(3)} \frac{\partial T_2}{\partial \tau} + W_t^{(2)} &= f_2, \end{aligned} \quad (3)$$

де $\{\lambda_t^{(i)}, C^{(i)}, W_t^{(i)}\} = \int_{-h}^h \{\lambda_t, c, w_t\} \left(\frac{z}{h}\right)^{i-1} dz, (i=1,2,3); f_1, f_2$ – функції, що залежать від граничних умов на поверхнях $z = \pm h$.

Так, для умов другого роду ці функції такі: $f_n = q^+ - (-1)^n q^-$, а для третього – маємо: $f_n = (T_1 - t_1^z) \varepsilon_n^t + (T_2 - t_2^z) \varepsilon_{3-n}^t$, причому $\varepsilon_n^t = (\alpha^+ - (-1)^n \alpha^-)$; $t_n^z = \frac{1}{2} (t_z^+ - (-1)^n t_z^-)$ ($n=1,2$); t_z^+ і t_z^- – температура середовищ відповідно на поверхнях $z=h$ і $z=-h$; α^+, α^- – коефіцієнти тепловіддачі з цих поверхонь; q^+, q^- – теплові потоки на них.

Для кругових циліндричних оболонок з радіусом середньої поверхні R і сталою товщиною $2h$ рівняння теплопровідності в циліндричній системі координат x, θ, z набудуть вигляду:

$$\begin{aligned} \Delta_{(1)}T_1 + \Delta_{(2)}T_2 + \frac{\lambda_t^{(1)}}{Rh}T_2 - C^{(1)}\partial_\tau T_1 - C^{(2)}\partial_\tau T_2 &= f_1 - W_t^{(1)}, \\ \Delta_{(2)}T_1 + \Delta_{(3)}T_2 - \frac{\lambda_t^{(1)}}{h^2}T_2 + \frac{\lambda_t^{(2)}}{Rh}T_2 - C^{(2)}\partial_\tau T_1 - C^{(3)}\partial_\tau T_2 &= f_2 - W_t^{(2)}, \end{aligned} \quad (4)$$

де $\Delta_{(i)} = \lambda^{(i)}(\partial_{11}^2 + \partial_{22}^2/R^2)$; $\partial_1 = \partial/\partial x$; $\partial_2 = \partial/\partial \theta$; $\partial_\tau = \partial/\partial \tau$.

Якщо оболонка має скінченну довжину l , тоді для однозначності розв'язку системи (4) на краях $x = 0$ і $x = l$ потрібно задати комбінацію величин $a_0T_1 + a_1\partial T_1/\partial x$, $a_2T_2 + a_3\partial T_2/\partial x$, де $a_i = const$, а в початковий момент – значення температурних характеристик T_1 і T_2 .

Припустимо, що оболонка виготовлена із композиту метал–кераміка. Тоді ефективні матеріальні властивості композиту P_{ef} через властивості кераміки P_c і металу P_m можна записати так: $P_{ef}(z) = P_c f_c + P_m f_m$, де f_c і f_m – відносні частки відповідно кераміки і металу в композиті, розподіл яких по товщині потрібно задати, причому $f_c + f_m = 1$. Задамо степеневий закон розподілу [2]:

$$f_c = f_c^- + (f_c^+ - f_c^-) \left(\frac{z}{2h} + \frac{1}{2} \right)^k,$$

де f_c^+ і f_c^- – частка кераміки f_c відповідно на верхній $z = h$ і нижній $z = -h$ поверхнях; k – параметр неоднорідності, який характеризує зміну частки матеріалу вздовж товщини і може набувати значень $k \geq 0$.

Тоді формула для ефективних властивостей матеріалу набуває вигляду:

$$P_{ef}(z) = P_m + (P_c - P_m) \left[f_c^- + (1 - 2f_c^-) \left(\frac{z}{2h} + \frac{1}{2} \right)^k \right]. \quad (5)$$

Зокрема, коли частка кераміки на нижній $z = -h$ поверхні дорівнює нулю, тобто $f_c^- = 0$, маємо:

$$P_{ef}(z) = P_m + (P_c - P_m) \left(\frac{z}{2h} + \frac{1}{2} \right)^k.$$

Змінюючи параметр неоднорідності k , можна досягнути оптимального складу композиту. Очевидно, що зі зменшенням параметра k до нуля матеріал оболонки набуватиме властивостей чистої кераміки, а зі збільшенням k до нескінченності – чистого металу.

Загальний розв'язок задачі теплопровідності для скінченної циліндричної оболонки

Нехай на краях $x = 0$ і $x = l$ задані такі умови:

$$T_1 = T_2 = 0, \quad (6)$$

а в початковий момент $\tau = 0$ такі:

$$T_1(x, \theta, 0) = T_1^0(x, \theta), \quad T_2(x, \theta, 0) = T_2^0(x, \theta). \quad (7)$$

Вважатимемо також, що умови теплообміну на поверхнях $z = \pm h$ однакові: $\alpha^+ = \alpha^- = \alpha_z$, $t_z^+ = t_z^- = 0$, внутрішні джерела тепла відсутні і $c = \text{const}$. Тоді, використовуючи інтегральне перетворення Лапласа за часом і подвійне скінченне перетворення Фур'є за поверхневими координатами згідно з умовами (6), (7), знайдемо розв'язок системи (4) у вигляді:

$$\begin{aligned} T_1 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i \neq j=1}^2 \frac{(p_i - g_4)T_{1nm}^0 + g_2 T_{2nm}^0}{p_i - p_j} e^{-p_i \tau} \sin \frac{\pi n x}{l} \cos m \theta, \\ T_2 &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{i \neq j=1}^2 \frac{(p_i - g_1)T_{2nm}^0 + g_3 T_{1nm}^0}{p_i - p_j} e^{-p_i \tau} \sin \frac{\pi n x}{l} \cos m \theta, \end{aligned} \quad (8)$$

де $p_i = \frac{g_1 + g_4}{2} + (-1)^i \sqrt{\frac{(g_1 - g_4)^2}{4} + g_2 g_3}$, $g_1 = \beta_1 \xi + \text{Bi} / \delta^2$, $g_2 = \beta_2 \xi - \beta_1 / \delta$, $g_3 = 3 \beta_2 \xi$,
 $g_4 = 3(\beta_3 \xi + \beta_1 / \delta^2 - \beta_2 / \delta + \text{Bi} / \delta^2)$, $\mu_n = \frac{\pi n R}{l}$, $\xi = \mu_n^2 + m^2$, $\text{Bi} = \frac{\alpha_z h}{\lambda_m}$, $\delta = \frac{h}{R}$,
 $\beta_2 = \frac{(\lambda_c / \lambda_m - 1)k}{(k+1)(k+2)}$, $\beta_1 = \frac{\lambda_c / \lambda_m + k}{k+1}$, $\beta_3 = \frac{1}{3} \left\{ 1 + \frac{3(\lambda_c / \lambda_m - 1)(k^2 + k + 2)}{(k+1)(k+2)(k+3)} \right\}$,
 $T_{imn}^0 = \frac{\zeta}{\pi d} \int_0^l \int_{-\pi}^{\pi} T_i^0(x, \theta) \sin \frac{\pi n}{l} x \cos m \theta dx d\theta$, $\zeta = \begin{cases} 1, & m = 0 \\ 2, & m \neq 0 \end{cases} \quad (i = 1, 2), \quad (9)$

Розв'язок задачі для попередньо нагрітої до заданої температури циліндричної оболонки

Тривимірне температурне поле в циліндричній оболонці знаходимо із співвідношення (2), підставивши у нього вирази (8) з урахуванням (9).

Нехай в початковий момент часу задане стале за товщиною температурне поле, яке рівномірно розподілене на поверхні циліндричної оболонки по прямокутній області $[2d \times 2\eta]$. Запишемо його через кусково-неперервну функцію

$$T_1^0(x, \theta) = T^* [S_-(x - x_0 + d) - S_+(x - x_0 - d)] \times [S_-(\theta + \eta) - S_+(\theta - \eta)], \quad T_2^0(x, \theta) = 0, \quad (10)$$

де $T^* = \text{const}$; $2d$ і 2η – відповідно ширина і кут області нагріву; $(x_0, 0)$ – координати центра цієї області; $S_+(x)$; $S_-(x)$ – одиничні функції.

Тоді з формул (9) і (10) одержимо такі вирази для коефіцієнтів Фур'є:

$$\begin{aligned} T_{1n0}^0 &= \frac{4\eta T^*}{\pi^2 n} \sin \frac{\pi d}{l} \sin \frac{\pi n x_0}{l}, \quad T_{2n0}^0 = 0, \quad T_{1nm}^0 = \frac{8T^*}{\pi^2 n m} \sin \frac{\pi n x_0}{l} \sin \frac{\pi m d}{l} \sin m \eta, \\ T_{2nm}^0 &= 0 \quad (m \neq 0). \end{aligned} \quad (11)$$

Підставивши їх у вирази (8), знаходимо значення температурних характеристик, а потім з рівняння (2) – розподіл температури в даній оболонці за вказаних умов.

Числовий аналіз температурного поля циліндричної оболонки з ізотропної металокераміки

Числові дослідження здійснено для циліндричної оболонки, виготовленої з композитного матеріалу метал-кераміка з відповідними тепло-фізичними властивостями [2, 12]: метал (Ti-6Al-4V): $\lambda_m = 18,1 \text{ W/mK}$, $c_m = 808,3 \text{ J/kg K}$; кераміка (ZrO_2): $\lambda_c = 2,036 \text{ W/mK}$, $c_c = 615,6 \text{ J/kg K}$. Інші параметри вибрано таким чином: $h/R = 0,05$, $l/R = 2$, $\eta = \pi/2$, $d/l = 0,5$, $x_0 = l/2$, $f_c^- = 0$.

Обчислення проведено для безрозмірного температурного поля $t' = t/T^*$, для різних значень безрозмірного часу $\tau' = \lambda_m \tau / (c_m h^2)$ і безрозмірного коефіцієнта тепловіддачі (критерія Біо) $Bi = \alpha_z h / \lambda_m$. Прийнято, що неоднорідність композиту по товщині змінюється від поверхні $z = h$ (суцільна кераміка) до поверхні $z = -h$ (суцільний метал) за степеневим законом (5) при таких значеннях параметра неоднорідності: $k = 1; 2; 5$ і $k = 20$. На рис. 1 показано вплив цього параметра на розподіл температури вздовж напрямної $x' = 0,5$. Встановлено, що зі зменшенням частки кераміки по товщині оболонки температура на її зовнішній поверхні зменшується. Це є наслідком того, що коефіцієнт теплопровідності кераміки менший, ніж металу.

Зміна температурного поля t' уздовж твірної $\theta = 0$ від її середини до її кінця ($0,5 \leq x' = x/l \leq 1$) зображена на рис. 2. Зміна температури t' вздовж напрямної $x' = 0,5$ від середини нагрітої області до середини не нагрітої ($0 \leq \theta \leq \pi$) – рис. 3. Обчислення виконували для коефіцієнта неоднорідності $k = 1$ і таких значень безрозмірного часу: $\tau' = 0,1; 3$ і 6 . Отримано, що температура є сталою в області нагріву, а при переході в ненагріту ділянку вона різко зменшується до температури зовнішнього середовища.

Залежність температурного поля, обчисленого в центрі області нагріву ($l/2, 0$), від часу τ' для різних значень коефіцієнта тепловіддачі $Bi = 0,1; 0,2; 0,5$ і 1 показано на рис. 4. Виявлено, що з плином часу температура зменшується. Інтенсивність її зменшення зростає зі збільшенням коефіцієнта тепловіддачі Bi .

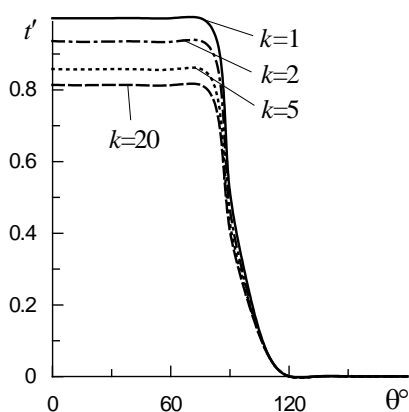


Рис. 1. Залежність температури t' від кулової координати θ за різних значень коефіцієнта неоднорідності ($x' = 0,5$; $Bi = 0,1$; $\tau' = 0,1$).

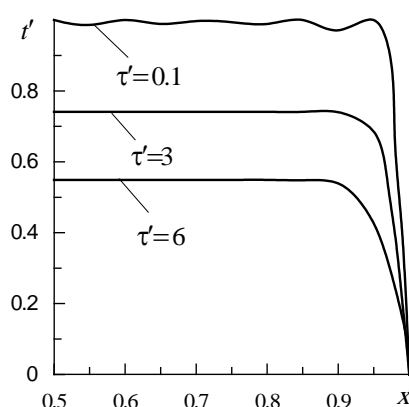


Рис. 2. Зміна температурного поля t' від осевої координати x' в різні моменти часу ($\theta = 0$; $k = 1$; $Bi = 0,1$).

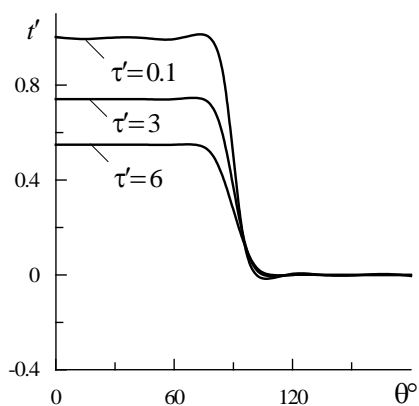


Рис. 3. Зміна температурного поля t' від колової координати θ в різні моменти часу ($x' = 0.5$; $k = 1$; $Bi = 0.1$).

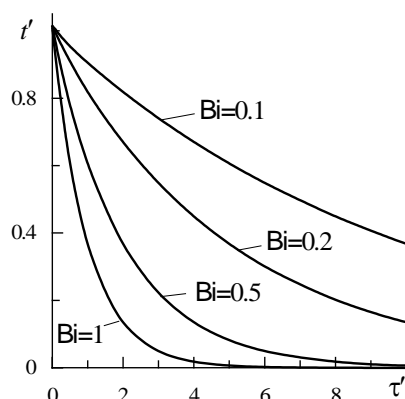


Рис.4. Залежність температури t' в центрі області нагріву від часу τ' для різних значень коефіцієнта тепловіддачі Bi ($x' = 0.5$; $\theta = 0$; $k = 1$).

Висновки

Використовуючи гіпотезу про лінійний розподіл температури по товщині неоднорідної оболонки записано лінійні рівняння теплопровідності за умов конвективного теплообміну між зовнішніми поверхнями оболонки і довкіллям. На їх основі шляхом усереднення температури по товщині неоднорідної циліндричної оболонки отримано вихідну систему двовимірних рівнянь на інтегральні характеристики температури даної оболонки. З використанням скінченного подвійного перетворення Фур'є та інтегрального перетворення Лапласа побудовано загальний розв'язок нестационарної задачі теплопровідності для неоднорідної циліндричної оболонки скінченної довжини за умови її попереднього нагріву до заданої температури. За допомогою розрахунків проаналізовано температурне поле у неоднорідній циліндричній оболонці з ізотропного композитного матеріалу (метал-кераміка), властивості якого змінюються в радіальному напрямку за степеневим законом. Досліджено залежність температурного поля на зовнішній поверхні від осової і колової координат та його зміну в часі для різних значень безрозмірного коефіцієнта тепловіддачі.

Список використаної літератури

1. Reddy J. N. *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells. Theory and Analysis*. New York: CRC Press, 2004. 831p.
2. Hetnarski R. B., Eslami M. R. *Thermal Stresses – Advanced Theory and Applications*. Springer Science Business Media, B.V., 2009. 559 p.
3. Awrejcewicz J., Krysko V. A., Krysko A. V. *Thermo-Dynamics of Plates and Shells (Foundations of Engineering Mechanics)*. Verlag, Berlin, Heidelberg: Springer, 2010. 789 p.
4. Kushnir R. M., Nykolyshyn M. M., Zhydyk U. V., Flyachok V. M. On the Theory of Inhomogeneous Anisotropic Shells with Initial Stresses. *Journal of Mathematical Sciences*. 2012. Vol. 186. P. 61–72.
5. Fazelzadeh S. A., Rahmani S., Ghavanloo E., Marzocca P. Thermoelastic Vibration of Doubly-Curved Nano-Composite Shells Reinforced by Graphene Nanoplatelets. *Journal of Thermal Stresses*. 2019. Vol. 42. Issue 1. P. 1–17.
6. Punera D., Kant T., Desai Y. M. Thermoelastic Analysis of Laminated and Functionally Graded Sandwich Cylindrical Shells with Two Refined Higher Order Models. *Journal of Thermal Stresses*. 2018. Vol. 41. Issue 1. P. 54–79.

7. Brishetto S., Carrera E. Heat Conduction and Thermal Analysis in Multilayered Plates and Shells. *Mechanics Research Communications*. 2011. Vol. 38. Issue 6. P. 449–455.
8. Shvets R. M., Flyachok V. M. Heat Conduction Equations for Multilayer Anisotropic Shells. *Journal of Thermal Stresses*. 1999. Vol. 22. Issue 2. P. 241–254.
9. Pandey S., Pradyumna S. Transient Stress Analysis of Sandwich Plate and Shell Panels with Functionally Graded Material Core under Thermal Shock. *Journal of Thermal Stresses*. 2018. Vol. 41. Issue 5. P. 543–567.
10. Esmaeili H. R., Arvin H., Kiani Y. Axisymmetric Nonlinear Rapid Heating of FGM Cylindrical Shells. *Journal of Thermal Stresses*. 2019. Vol. 42. Issue 4. P. 490–505.
11. Ohmichi M., Noda N., Sumi N. Plane Heat Conduction Problems in Functionally Graded Orthotropic Materials. *Journal of Thermal Stresses*. 2017. Vol. 40. Issue 6. P. 747–764.
12. Bahtui A., Eslami M. R. Coupled Thermoelasticity of Functionally Graded Cylindrical Shells. *Mechanics Research Communications*. 2007. Vol. 34. Issue 1. P. 1–18.
13. Thai H. T., Kim S. E. A Review of Theories for the Modeling and Analysis of Functionally Graded Plates and Shells. *Composite Structures*. 2015. Vol. 128. P. 70–86.

References

1. Reddy, J. N. (2004). *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells. Theory and Analysis*. New York: CRC Press.
2. Hetnarski, R. B., & Eslami, M. R. (2009). *Thermal Stresses – Advanced Theory and Applications*. Springer Science Business Media, B.V.
3. Awrejcewicz, J., Krysko, V. A., & Krysko, A. V. (2010). *Thermo-Dynamics of Plates and Shells (Foundations of Engineering Mechanics)*. Verlag, Berlin, Heidelberg: Springer.
4. Kushnir, R. M., Nykolyshyn, M. M., Zhydyk, U. V., & Flyachok, V. M. (2012). On the Theory of Inhomogeneous Anisotropic Shells with Initial Stresses. *Journal of Mathematical Sciences*. **186**, 61–72.
5. Fazelzadeh, S. A., Rahmani, S., Ghavanloo, E., & Marzocca, P. (2019). Thermoelastic Vibration of Doubly-Curved Nano-Composite Shells Reinforced by Graphene Nanoplatelets. *Journal of Thermal Stresses*. **42**, 1, 1–17.
6. Punera, D., Kant, T., & Desai, Y. M. (2018). Thermoelastic Analysis of Laminated and Functionally Graded Sandwich Cylindrical Shells with Two Refined Higher Order Models. *Journal of Thermal Stresses*. **41**, 1, 54–79.
7. Brishetto, S., & Carrera, E. (2011). Heat Conduction and Thermal Analysis in Multilayered Plates and Shells. *Mechanics Research Communications*. **38**, 6, 449–455.
8. Shvets, R. M., & Flyachok, V. M. (1999). Heat Conduction Equations for Multilayer Anisotropic Shells. *Journal of Thermal Stresses*. **22**, 2, 241–254.
9. Pandey, S., & Pradyumna, S. (2018). Transient Stress Analysis of Sandwich Plate and Shell Panels with Functionally Graded Material Core under Thermal Shock. *Journal of Thermal Stresses*. **41**, 5, 543–567.
10. Esmaeili, H. R., Arvin, H., & Kiani, Y. (2019). Axisymmetric Nonlinear Rapid Heating of FGM Cylindrical Shells. *Journal of Thermal Stresses*. **42**, 4, 490–505.
11. Ohmichi, M., Noda, N., & Sumi, N. (2017). Plane Heat Conduction Problems in Functionally Graded Orthotropic Materials. *Journal of Thermal Stresses*. **40**, 6, 747–764.
12. Bahtui, A., & Eslami, M.R. (2007). Coupled Thermoelasticity of Functionally Graded Cylindrical Shells. *Mechanics Research Communications*. **34**, 1, 1–18.
13. Thai, H. T., & Kim, S. E. (2015). A Review of Theories for the Modeling and Analysis of Functionally Graded Plates and Shells. *Composite Structures*. **128**, 70–86.

Мусій Роман Степанович – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри вищої математики Національного університету «Львівська політехніка», завідувач кафедри біофізики, інформатики та вищої математики Львівського медичного інституту, e-mail: roman.s.musii@lpnu.ua. ORCID: 0000-0002-7169-2206

Мельник Наталія Богданівна – к.ф.-м.н., доцент кафедри програмного забезпечення Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: nataliia.b.melnyk@lpnu.ua, ORCID: 0000-0003-2337-2395.

Бандирський Богдан Йосипович – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри прикладної математики Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: bohdan.y.bandyrskiy@lpnu.ua.

Гошко Любомир Васильович – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри прикладної математики Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: liubomyr.v.hoshko@lpnu.ua.

Шиндер Валентин Костянтинович – к.ф.м. н., доцент, Доцент кафедри опору матеріалів та будівельної механіки Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: valentyn.k.shynder@lpnu.ua.

АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАГАЛЬНОЇ ТРИВИМІРНОЇ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ ДЛЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ

Дана стаття присвячена проблемі автоматизації аналітичних методів статичної теорії пружності на електронно-обчислювальних машинах. Практично усі тілах мають в якійсь мірі властивість пружності – здатність повертатися в початкову форму при деформаціях, викликаних зовнішніми силами. При пружній деформації її величина не залежить від передісторії і повністю визначається механічними напруженнями, тобто є однозначною функцією від напруг. Для більшості інженерних матеріалів цю залежність можна з хорошою точністю вважати прямо пропорційністю, яка описується законом Гука.

Основною задачею статичної теорії пружності є визначення деформацій тіла, їх змін при заданих зовнішніх силах. Системою рівнянь для розв'язання цієї задачі є три рівняння рівноваги, які замикаються рівняннями сумісності деформацій. А.І. Лур'є і В.З. Власов запропонували один із варіантів розв'язку системи рівнянь – аналітичний метод початкових функцій. В.В. Власов, Ф.А. Гохбаум вдосконалили метод початкових функцій для циліндричної системи координат. Однак в силу складності символічних перетворень метод довго не застосовувався в математичному моделюванні. Тепер це стало можливим з розвитком систем комп'ютерної математики. В запропонованій статті показана можливість застосування методу початкових функцій в математичному моделюванні. Розглянуті питання побудови загального розв'язку тривимірної задачі теорії пружності методами початкових функцій В. З. Власова, В. В. Власова. Описаний процес переходу з декартових координат до циліндричних координат. Наведена осесиметрична задача для тіла обертання. Запропоновано алгоритм побудови символічного розв'язку у вигляді диференціальних операторів в системах комп'ютерної математики. Алгоритм запрограмований в системі комп'ютерної математики *Matha*. Увійшов до бібліотеки підпрограм, написаних автором для розв'язання статичних задач теорії пружності в двовимірних і тривимірних постановках. Наведено приклади роботи з розробленою бібліотекою в *Matha*.

Ключові слова: система комп'ютерної математики (СКМ), осесиметрична задача, циліндричні координати, символічний розв'язок.

А.Г. ОВСЬКИЙ
Запорожский национальный университет

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ РЕШЕНИЯ ОБЩЕЙ ТРЕХМЕРНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ ДЛЯ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Данная статья посвящена проблеме автоматизации аналитических методов статической теории упругости на электронно-вычислительных машинах. Практически все тела обладают в какой-то мере свойством упругости – способностью возвращаться в изначальную форму при деформациях, вызванных внешними силами. При упругой деформации её величина не зависит от предыстории и полностью определяется механическими напряжениями, то есть является

однозначной функцией от напряжений. Для большинства инженерных материалов эту зависимость можно с хорошей точностью считать прямой пропорциональностью, которая описывается законом Гука.

Основной задачей статической теории упругости является определение деформаций тела, их изменений при заданных внешних силах. Системой уравнений для решения этой задачи являются три уравнения равновесия, которые замыкаются уравнениями совместности деформаций. А.И. Лурье и В.З. Власов предложили один из вариантов решения системы уравнений - аналитический метод начальных функций. В.В. Власов, Ф.А. Гохбаум усовершенствовали метод начальных функций для цилиндрической системы координат. Однако в силу сложности символических преобразований метод долго не применялся в математическом моделировании. Теперь это стало возможным с развитием систем компьютерной математики. В предложенной статье показана возможность применения метода начальных функций в математическом моделировании. Рассмотрены вопросы построения общего решения трехмерной задачи теории упругости методом начальных функций В.З. Власова, В.В. Власова. Описан процесс перехода от декартовых координат к цилиндрическим. Приведена осесимметричная задача для тела вращения. Предполагается, что тело вращения, испытывающее действие внешних сил является идеально-упругим, т.е. оно полностью восстанавливает свою первоначальную форму после снятия воздействия. Предложен алгоритм построения символического решения в форме дифференциальных операторов в системах компьютерной математики. Алгоритм запрограммирован в системе компьютерной математики *Matha*. Вошел в библиотеку подпрограмм, написанную автором для решения статических задач теории упругости в двумерной и трехмерной постановках. Даны примеры работы с разработанной библиотекой в *Matha*.

Ключевые слова: система компьютерной математики (СКМ), осесимметричная задача, цилиндрические координаты, символическое решение.

O.G. OVSKY
Zaporozhya national university

ALGORITHM OF SOLVING THE GENERAL THREE-DIMENSIONAL TASK OF ELASTICITY THEORY IN CYLINDRICAL SYSTEM OF COORDINATES FOR COMPUTER MATHEMATICS SYSTEMS

This article is devoted to the problem of automation of analytical methods of the static theory of elasticity on electronic computers. Almost all bodies have to some extent the property of elasticity - the ability to return to their original shape during deformations caused by external forces. With elastic deformation, its value does not depend on the history and is completely determined by mechanical stresses, that is, it is an unambiguous function of stresses. For most engineering materials, this dependence can be considered with good accuracy as a direct proportionality, which is described by Hooke's law.

The main task of the static theory of elasticity is to determine the deformations of the body, their changes under given external forces. The system of equations for solving this problem is three equilibrium equations, which are closed by the equations of compatibility of deformations. A.I. Lurie and V.Z. Vlasov proposed one of the options for solving the system of equations - the analytical method of initial functions. V.V. Vlasov, F.A. Gochbaum improved the method of initial functions for a cylindrical coordinate system. However, due to the complexity of symbolic transformations, the method has not been used for a long time in

mathematical modeling. This has now become possible with the development of computer mathematics systems. The proposed article shows the possibility of using the method of initial functions in mathematical modeling. The issues of constructing a common solution to the three-dimensional problem of the theory of elasticity by the methods of the initial functions of V.S. Vlasov, V.V. Vlasov are considered. The process of transition from Cartesian coordinates to cylindrical coordinates is described. An ossymmetrical task for body rotation is presented. The algorithm of building a symbolic solution in the form of differential operators in computer mathematics systems is proposed. The algorithm is programmed in the Maxima computer mathematics system. Entered the library of routines, written by the author to solve static problems of the theory of elasticity in two-dimensional and three-dimensional productions. Examples of work with the library in Maxima are given.

Keywords: a system computer mathematics (SCM), ossymmetrical task, cylindrical coordinates, symbolic solution.

Постановка проблемы

Одной из основных целей математического моделирования задач теории упругости является получение достоверных результатов, которые позволяют анализировать поведение того или иного тела, описываемого моделью. Необходимое условие для этого – выбор наиболее точного математического описания поставленной задачи. Под математическим описанием в данной статье понимается постановка задачи, выбор метода ее решения (численный, аналитический), алгоритмизация метода. В математическом моделировании задач теории упругости чаще применяются численные методы. Их проще алгоритмизировать и автоматизировать на ЭВМ (электронно-вычислительной машине), они покрывают большой класс задач, но обладают недостатками: достоверность результатов численного метода необходимо проверять, производить анализ сходимости решения, оценивать погрешность метода; результат численного метода не обладает общностью и зависит от расчетной схемы. Поэтому в настоящее время возрастает потребность в применении аналитических методов, которые, несмотря на свой основной недостаток – сложность алгоритмизации и программирования – позволяют получать более обобщенный и достоверный результат. Основная проблема применения аналитических методов в моделировании – их узкая направленность. Зачастую они решают одну поставленную задачу теории упругости и не могут покрыть класс задач. Однако существуют исключения, есть методы, которыми возможно решать классы задач теории упругости. Одним из таких является метод начальных функций В.З. Власова, доработанный его сыном В.В. Власовым, в силу сложности математического аппарата этот метод долго не применялся на ЭВМ. Теперь это становится возможным, с развитием систем компьютерной математики. В этой статье автор занимается решением проблемы использования аналитического метода в математическом моделировании, представляет алгоритм реализации решения общей трехмерной задачи теории упругости в цилиндрических координатах. Полученное решение охватывает класс осесимметрических задач статической теории упругости, становится возможным применять ЭВМ для символических преобразований сложных выражений метода.

Анализ последних исследований и публикаций

Алгоритмизация аналитических методов – отдельное направление в компьютерных исследованиях. Достижения этого направления стали основой для создания и развития систем компьютерной математики (СКМ), которые позволяют производить символьные преобразования. Вопросами математического моделирования в СКМ занимаются ученые: В.З. Аладьев, Н.Н. Васильева, В.П. Дьяконов, Г.Б. Ефимов,

функций в декартовой системе координат выражаются через начальные функции для цилиндрической системы координат в виде соотношений [4]:

$$\begin{cases} U_0(x, y) = U_{c0}(r)\cos\theta - V_{c0}(r)\sin\theta; \\ V_0(x, y) = U_{c0}(r)\sin\theta + V_{c0}(r)\cos\theta; \\ X_0(x, y) = R_0(r)\cos\theta - T_0(r)\sin\theta; \\ Y_0(x, y) = R_0(r)\sin\theta + T_0(r)\cos\theta. \end{cases} \quad (3)$$

И наоборот цилиндрические координаты, выраженные через декартовые имеют вид:

$$\begin{cases} U_c(r, z) = U(x, y)\cos\theta + V(x, y)\sin\theta; \\ V_c(r, z) = -U(x, y)\sin\theta + V(x, y)\cos\theta; \\ R(r, z) = X(x, y)\cos\theta + Y(x, y)\sin\theta; \\ T(r, z) = -X(x, y)\sin\theta + Y(x, y)\cos\theta. \end{cases} \quad (4)$$

Подстановка в систему (4) выражений (2), в которые вместо начальных функций $U_0(x, y)$, $V_0(x, y)$, $X_0(x, y)$, $Y_0(x, y)$, $Z_0(x, y)$ подставляются выражения (3), приводит к формированию общего решения исследуемой задачи. Преобразование символических выражений в СКМ Maxima с учетом осевой симметрии дает общее решение задачи теории упругости в цилиндрических координатах:

$$\begin{cases} U(r, z) = L_{UU}(z)U_0(r) + L_{UW}(z)W_0(r) + L_{UZ}(z)Z_0(r) + L_{UR}(z)R_0(r), \\ W(r, z) = L_{WU}(z)U_0(r) + L_{WW}(z)W_0(r) + L_{WZ}(z)Z_0(r) + L_{WR}(z)R_0(r), \\ Z(r, z) = L_{ZU}(z)U_0(r) + L_{ZW}(z)W_0(r) + L_{ZZ}(z)Z_0(r) + L_{ZR}(z)R_0(r), \\ R(r, z) = L_{RU}(z)U_0(r) + L_{RW}(z)W_0(r) + L_{RZ}(z)Z_0(r) + L_{RR}(z)R_0(r), \\ \sigma_r(r, z) = A_U(z)U_0(r) + A_W(z)W_0(r) + A_Z(z)Z_0(r) + A_R(z)R_0(r), \\ \sigma_\theta(r, z) = B_U(z)U_0(r) + B_W(z)W_0(r) + B_Z(z)Z_0(r) + B_R(z)R_0(r), \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} V(r, z) = L_{VV}(z)V_0(r) + L_{VT}(z)T_0(r), \\ S(r, z) = L_{TV}(z)V_0(r) + L_{TT}(z)T_0(r), \\ \tau_{r\theta}(r, z) = C_V(z)V_0(r) + C_T(z)T_0(r), \end{cases} \quad (6)$$

здесь $U_0(r)$, $V_0(r)$, $W_0(r)$, $Z_0(r)$, $T_0(r)$, $R_0(r)$ – начальные функции осесимметричной задачи.

Для упрощения и наглядности результата индекс s в формулах (5) и (6) для перемещений в цилиндрических координатах опущен. Линейные дифференциальные операторы выделяются из полученного в системе решения [9]. Алгоритмизация преобразования осуществляется за правилами работы [6]. Однако для осесимметричной задачи процесс автоматизации вывода усложняется, вводятся обозначения упрощающей символики:

$$\gamma_1 = \sqrt{\frac{d}{dr} \left(\frac{d}{dr} + \frac{1}{r} \right)},$$

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{d}{dr} + \frac{1}{r} \right) \frac{d}{dr}},$$

$$\rho = \frac{d}{dr}$$

Весь процесс осуществляет система за правилами символических преобразований, после чего выделяются операторы в машинном виде рис.1.

$$\begin{aligned}
 L_{uu} &= \frac{\gamma z \sin(\gamma z)}{2(\nu - 1)} + \frac{\nu \cos(\gamma z)}{\nu - 1} - \frac{\cos(\gamma z)}{\nu - 1} \\
 L_{uw} &= -\frac{\nu r \sin(\gamma z)}{(\nu - 1)\gamma} + \frac{r \sin(\gamma z)}{2(\nu - 1)\gamma} + \frac{r \cos(\gamma z)}{2(\nu - 1)} \\
 L_{uz} &= \frac{r \cos(\gamma z)}{4(\nu - 1)\gamma} \\
 L_{ur} &= \frac{\nu \sin(\gamma z)}{\gamma(\nu - 1)} - \frac{3 \sin(\gamma z)}{4\gamma(\nu - 1)} - \frac{z \cos(\gamma z)}{4(\nu - 1)} \\
 L_{wu} &= \frac{\nu r \sin(\gamma z)}{\gamma(\nu - 1)} - \frac{r \sin(\gamma z)}{2\gamma(\nu - 1)} + \frac{\nu \sin(\gamma z)}{\gamma(\nu - 1)r} \\
 &\quad - \frac{\sin(\gamma z)}{2\gamma(\nu - 1)r} + \frac{r \cos(\gamma z)}{2(\nu - 1)} + \frac{z \cos(\gamma z)}{2(\nu - 1)r} \\
 L_{ww} &= -\frac{\gamma z \sin(\gamma z)}{2(\nu - 1)} + \frac{\nu \cos(\gamma z)}{\nu - 1} - \frac{\cos(\gamma z)}{\nu - 1} \\
 L_{wz} &= \frac{\nu \sin(\gamma z)}{(\nu - 1)\gamma} - \frac{3 \sin(\gamma z)}{4(\nu - 1)\gamma} + \frac{z \cos(\gamma z)}{4(\nu - 1)} \\
 L_{wr} &= \frac{r \cos(\gamma z)}{4\gamma(\nu - 1)} + \frac{z \sin(\gamma z)}{4\gamma(\nu - 1)r} \\
 L_{zu} &= -\frac{\gamma r \cos(\gamma z)}{\nu - 1} - \frac{\gamma z \sin(\gamma z)}{(\nu - 1)r} \\
 L_{zw} &= \frac{\gamma \sin(\gamma z)}{\nu - 1} - \frac{\gamma z^2 \cos(\gamma z)}{\nu - 1} \\
 L_{zz} &= -\frac{\gamma z \sin(\gamma z)}{2(\nu - 1)} + \frac{\nu \cos(\gamma z)}{\nu - 1} - \frac{\cos(\gamma z)}{\nu - 1} \\
 L_{zr} &= -\frac{\nu r \sin(\gamma z)}{\gamma(\nu - 1)} + \frac{r \sin(\gamma z)}{2\gamma(\nu - 1)} - \frac{\nu \sin(\gamma z)}{\gamma(\nu - 1)r} + \frac{\sin(\gamma z)}{2\gamma(\nu - 1)r} + \\
 &\quad + \frac{r \cos(\gamma z)}{2(\nu - 1)} + \frac{z \cos(\gamma z)}{2(\nu - 1)r} \\
 L_{ru} &= \frac{\gamma \sin(\gamma z)}{\nu - 1} + \frac{\gamma z^2 \cos(\gamma z)}{\nu - 1} \\
 L_{rw} &= -\frac{r \gamma \sin(\gamma z)}{\nu - 1} \\
 L_{rz} &= \frac{\nu r \sin(\gamma z)}{(\nu - 1)\gamma} - \frac{r \sin(\gamma z)}{2(\nu - 1)\gamma} + \frac{r \cos(\gamma z)}{2(\nu - 1)} \\
 L_{rr} &= \frac{\gamma z \sin(\gamma z)}{2(\nu - 1)} + \frac{\nu \cos(\gamma z)}{\nu - 1} - \frac{\cos(\gamma z)}{\nu - 1} \\
 Au &= \frac{2\left(ro + \frac{\nu}{r}\right) \cos(\gamma z) - \gamma r \cos(\gamma z)}{1 - \nu}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Aw &= \frac{\left(ro^2 + \frac{2vro}{r}\right) \sin(z\gamma)}{\gamma} + ro^2 z \cos(z\gamma) \\
 Az &= \frac{\frac{ro^2 z \sin(z\gamma)}{\gamma} - 2v \cos(z\gamma)}{2(v-1)} \\
 Ar &= \frac{\left((2v-3)ro + \frac{2v}{r}\right) \sin(\gamma z)}{\gamma} - roz \cos(\gamma z)}{2(v-1)} \\
 Bu &= \frac{2\left(vro + \frac{1}{r}\right) \cos(\gamma z) - \frac{\gamma z \sin(\gamma z)}{r}}{1-v} \\
 Bw &= \frac{\left(2vro^2 + \frac{ro}{r}\right) \sin(z\gamma)}{\gamma} + \frac{roz \cos(z\gamma)}{r} \\
 Bz &= -\frac{\frac{roz \sin(z\gamma)}{r\gamma} - 2v \cos(z\gamma)}{2(v-1)} \\
 Br &= \frac{\left(\frac{2v-3}{r} - 2vro\right) \sin(\gamma z) + \frac{z \cos(\gamma z)}{r}}{2(v-1)} \\
 Lvv &= \cos(\gamma z) \\
 Lvt &= \frac{\sin(\gamma z)}{\gamma} \\
 Ltv &= -\gamma \sin(\gamma z) \\
 Ltt &= \cos(\gamma z) \\
 Cv &= \left(ro - \frac{1}{r}\right) \cos(\gamma z) \\
 Ct &= \frac{\left(ro - \frac{1}{r}\right) \sin(\gamma z)}{\gamma}
 \end{aligned}$$

Рис. 1. Лине́йные дифференциальные операторы решения осесимметричной задачи в цилиндрических координатах.

Необходимо подчеркнуть, что решение на рис. 1 содержит в себе тригонометрические функции, которые разлагаются в ряды Маклорена. В рядах содержатся производные высокого порядка от начальных функций. В каждой конкретной задаче теории упругости для получения решения необходимо задать начальные функции и решить систему дифференциальных уравнений, используя методы, изложенные в [5]. Если решения не удастся получить в аналитическом виде, иногда прибегают к численным решениям именно дифференциальных уравнений и их систем. В таких случаях строится аналитико-численное решение, но это лишь в случаях, если в аналитическом виде решение получить невозможно для конкретной задачи [9].

Для того, чтобы получить общее решение необходимо вызвать библиотеку подпрограмм в СКМ Mathematica. Задать систему координат и получить операторы решения можно, используя следующий код.


```
load(vlas)$
operators(D3, cylindrical)$
```

После выполнения кода решение становится доступным в СКМ в переменных $L_{uu}, L_{uv}, L_{vw}, \dots, L_{rr}, A_u, \dots, A_r, B_u, \dots, B_r, C_v, C_t$.

Осесимметричная задача состоит из двух независимых задач. Формулы (5) являются формулами симметричного состояния, (которое относится к случаю симметричной деформации тела вращения), деформация происходит в плоскости, когда $\theta = \text{const}$. А формулы (6) задают обратную симметричную задачу для тела вращения: деформация из плоскости $\theta = \text{const}$, осуществляет кручение тела вращения.

Выводы

В работе предложен алгоритм вывода решения общей осесимметричной задачи теории упругости в цилиндрических координатах. Он запрограммирован в СКМ Maxima и дополняет ее функционал. Становится возможным решать в СКМ Maxima осесимметричные задачи теории упругости. Однако одной Maxima применение алгоритма не исчерпывается. Возможно его применение в любой СКМ. Например, автором также создана реализация алгоритма в СКМ Maple [6–7].

К недостаткам алгоритма следует отнести сложность его реализации. Достоинствами алгоритма являются его достоверность и общность символического решения. Решение на ЭВМ совпадает с решением теории В.В. Власова [3]. Таким образом, становится возможным полностью использовать аналитический метод начальных функций Лурье-Власова на ЭВМ.

Список использованной литературы

1. Власов В. З. Избранные труды. Том 1. Очерк научной деятельности «Общая теория оболочек». Статьи. Москва: Издательство АН СССР, 1962. 528 с.
2. Власов В. З., Леонтьев Н. Н. Балки плиты и оболочки на упругом основании. Москва: ФИЗМАТГИЗ, 1960. 491 с.
3. Власов В. В. Метод начальных функций в задачах теории упругости и строительной механики. Москва: Стройиздат, 1975. 223 с.
4. Безухов Н. И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. Москва: изд. МГУ, 1968. 512 с.
5. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения. Москва: Наука, 1980. 230 с.
6. Галан Е. Е., Овский А. Г., Толлок В. А. Использование системы Maple при реализации метода начальных функций Власова. *Вісник Запорізького національного університету. Серія: Фізико-математичні науки*. 2008. №1. С. 16–26.
7. Овский А. Г., Толлок В. А. Моделирование схемы решения трехмерной задачи теории упругости в системе Maple. *Гідроакустичний журнал*. 2008. № 3. С. 88–97.
8. Овский А. Г., Толлок В. А. Препроцессор решения статических двумерных и трехмерных задач теории упругости. *Інформаційні технології моделювання і управління*. 2014. № 1(85). С. 47–58.
9. Овський О. Г., Леонтьєва В. В., Кондрат'єва Н. О. Математичне моделювання деформування тришарової пластини на пружній основі. *Вісник Запорізького національного університету. Серія: Фізико-математичні науки*. 2016. № 2. С. 192–201.

References

1. Vlasov, V. Z. (1962). Chosen works. Volume I. Essay of Scientific Activity «General Theory of Covers». Articles. Moscow: Academy of Sciences of the USSR Publishing House.
2. Vlasov, V. Z., & Leontev, N. N. (1960). Beams of a Plate and a Cover on the Elastic Foundation. Moscow: PHYSMATGIZ.
3. Vlasov, V. V. A (1975). Method of Initial Functions in Problems of the Elasticity's Theory and Construction Mechanics. Moscow: Stroyizdat.
4. Bezukhov, N. I. (1968). Bases of the Theory of Elasticity, Plasticity and Creep. Moscow: Publishing House of MSU.
5. Tikhonov, A. N., Vasilyeva, A. B., & Sveshnikov, A. G. (1980). Differential Equations. Moscow: Science, 1980.
6. Galan E. E., Ovsky, A. G., & Tolok, V. A. (2008). A. Use of System Maple at Realization of a Vlasov Method of Initial Functions. *Bulletin of Zaporizhzhia National University. Series: Physical and Mathematical Sciences*. **1**, 16–26.
7. Ovsky, A. G., & Tolok, V. A. (2008). Modelling of the Scheme for a Solution of a Three-Dimensional Problem of the Theory of Elasticity in System. *Hydroacoustic Journal*. **3**, 88–97.
8. Ovsky, A. G., & Tolok, V. A. (2014). Preprocessor of the Solution of Static Two-Dimensional and three-dimensional Problems of the Elasticity's Theory. *Information Technologies of Modeling and Management*. **1**(85), 47–58.
9. Ovsky, O. G., Leontieva, V. V., & Kondratyeva, N. O. (2016). Mathematical modeling of deformation of three-layer plate on elastic basis. *Bulletin of Zaporizhzhia National University. Series: Physical and Mathematical Sciences*. **2**, 192–201.

Овський Олександр Геннадійович – здобувач кафедри математичного моделювання Запорізького національного університету, e-mail: masterguyver@gmail.com, ORCID: 0000-0002-5713-1939.

УДК 004.942

М.Р. ПЕТРИК, І.Я. МУДРИК, Д.М. МИХАЛИК, О.Ю. ПЕТРИК, Т.П. БИЦЬ
Тернопільський національний технічний університет

ОГЛЯД МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ АНОРМАЛЬНИХ НЕВРОЛОГІЧНИХ РУХІВ З УРАХУВАННЯМ КОГНІТИВНИХ FEEDBACK-ВПЛИВІВ НЕЙРОВУЗЛІВ КОРИ ГОЛОВНОГО МОЗКУ

Завдяки використанню сучасних комп'ютерних технологій, можна здійснити цифровий, послідовний та автоматизований підхід до діагностики стану здоров'я. Зокрема, у цій статті наводиться приклад застосування даних технологій до діагностики стану тремору. Будь-яке його відхилення щодо норми показує, що в людини може бути втома, надто збуджений емоційний стан, або ж патологія. Причиною патології можуть бути порушення в корі головного мозку або ж вона може бути безпосередньо на периферії людського тіла (кінцівки, очі).

До найпрогресивніших технологій оцифрування тремору можна віднести запис рухів людини в просторі з допомогою високочутливих швидкісних камер та спосіб визначення тремору на площині через розпізнавання рисунку по спіралі Архімеда на перовому графічному планшеті.

В основу апаратного рішення покладено планшет із шаблоном спіралі Архімеда, пристрій графічного цифрового пера з вбудованим 3D-мікроакселерометром та електроенцефалограф. За допомогою використання вбудованого модуля 3D-мікроакселерометра в цифрове перо графічного планшета забезпечується умова збереження існуючої задовільної точності вимірів з додатковою можливістю контролю відриву пера від поверхні.

Важливі елементи розробки – це алгоритми отримання значень параметрів модельованої системи, можливість візуального представлення отриманих результатів, необхідність динамічного задання параметрів системи. Все це дозволяє з більшою наочністю представляти результати та сприяє цільовому використанню технології. Хорошим рішенням та позитивним елементом даної розробки є імплементація у вигляді окремого модуля з можливістю постійно оновлювати методи та підтримувати актуальність досліджень. Реалізація програмного забезпечення у такий спосіб сприяє підвищенню адаптивності, зручності використання у різноманітних системах в ході ведення досліджень.

Математичні методи, а саме алгоритми обчислення, реалізовано у вигляді набору класів з методами, що моделюють поведінку. Програмні модулі, класи, та їх взаємодію реалізовано у вигляді єдиного модуля-бібліотеки, що дозволить гнучко використовувати метод аналізу вхідних даних у різноманітних прикладних задачах та програмах.

Ключові слова: тремор, кора головного мозку (КГМ), електроенцефалограма (ЕЕГ), аномальні неврологічні рухи (АНР), feedback-зв'язок, feedback-модель, feedback-взаємодія, функціонал-нев'язка, тремор-об'єкт (Т-об'єкт), спіраль Архімеда, електроенцефалограф, 3D-мікроакселерометр, перетворення Фур'є.

М.Р. ПЕТРЫК, И.Я. МУДРЫК, Д.М. МЫХАЛЫК, О.Ю. ПЕТРЫК, Т.П. БЫЦЬ
Тернопольский национальный технический университет

ОБЗОР МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ АНОРМАЛЬНЫХ НЕВРОЛОГИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ С УЧЕТОМ КОГНИТИВНЫХ FEEDBACK-ВОЗДЕЙСТВИЙ НЕЙРОУЗЛОВ КОРЫ ГОЛОВНОГО МОЗГА

Благодаря использованию современных компьютерных технологий, можно обеспечить цифровой, системный и автоматизированный подход к мониторингу состояния здоровья. В частности, в этой статье приводится пример применения данных технологий к диагностике состояния тремора. Любое отклонение относительно нормы показывает, что у человека может быть усталость, слишком возбуждено эмоциональное состояние, или же патология. Причиной патологии могут быть нарушения в коре головного мозга или она может быть непосредственно на периферии человеческого тела (конечности, глаза).

К наиболее распространенным на сегодня технологиям оцифровки тремора можно отнести запись движений человека в пространстве с помощью высокочувствительных скоростных камер и способ идентификации тремора на плоскости с помощью спирали Архимеда, который можно выполнять на первом графическом планшете.

В основу аппаратного решения возложен планшет с шаблоном спирали Архимеда, устройство графического цифрового пера с встроенным 3D-микроакселерометром и электроэнцефалограф. С помощью использования встроенного модуля 3D-микроакселерометра в цифровое перо графического планшета обеспечивается условие сохранения существующей удовлетворительной точности измерений с дополнительной возможностью контроля отрыва пера от поверхности.

Важные элементы разработки – это алгоритмы получения значений параметров моделируемой системы, возможность визуального представления полученных результатов, необходимость динамического задания параметров системы. Все это позволяет с большей наглядностью представлять результаты и способствует целевому использованию технологии.

Хорошим решением и положительным элементом данной разработки является имплементация в виде отдельного модуля с возможностью постоянно обновлять методы и поддерживать актуальность исследований. Реализация программного обеспечения таким образом способствует повышению адаптивности, удобства использования в различных системах в ходе ведения исследований. Математические методы, а именно алгоритмы вычисления, реализовано в виде набора классов с методами, моделирующие поведение. Программные модули, классы, и их взаимодействие реализовано в виде единого модуля-библиотеки, что позволит гибко использовать метод анализа входных данных в различных прикладных задачах и программах.

Ключевые слова: тремор, кора головного мозга (КГМ), электроэнцефалограмма (ЭЭГ), аномальные неврологические движения (АНР), feedback-связь, feedback-модель, feedback-взаимодействие, функционал-невязка, тремор-объект (Т-объект), спираль Архимеда, электроэнцефалограф, 3D-микроакселерометр, преобразования Фурье.

M.R. PETRYK, I.Ya. MUDRYK, D.M. MYKHALYK, O.Yu. PETRYK, T.P. BYTS
Ternopil National Technical University

REVIEW OF MATHEMATICAL MODELS OF ABNORMAL NEUROLOGICAL MOVEMENTS WITH TAKING INTO ACCOUNT THE COGNITIVE FEEDBACK-EFFECTS OF NEURONODES OF THE CEREBRAL CORTEX

With the use of modern computer technology, it is possible to provide a digital, systematic and automated approach to health monitoring. In particular, this article provides an example of the application of these technologies to the diagnosis of tremor. Any deviation from the norm indicates that a person may have fatigue, an overly excited emotional state, or pathology. The cause of pathology can be disorders in the cerebral cortex or directly on the periphery of the human body (limbs, eyes).

The most advanced technologies today include recording human movements in space using high-sensitivity speed cameras and a method of identifying tremor on the plane by recognizing the Archimedes spiral pattern, which can be performed on a pen graphics tablet.

The hardware solution is based on a tablet with an Archimedes spiral pattern, a graphic digital pen device with a built-in 3D microaccelerometer and an electroencephalograph. By using the built-in module of the 3D microaccelerometer in the digital pen of the graphics tablet, the condition of maintaining the existing satisfactory accuracy of measurements with the additional ability to control the separation of the pen from the surface is provided.

Important elements of development are algorithms for obtaining the values of the simulated system parameters, the possibility of visual representation of the obtained results, the need for dynamic setting of system parameters. All this allows you to more clearly present the results and promotes the targeted use of technology.

A good solution and a positive element of this development is the implementation in the form of a separate module, with the ability to constantly update methods and maintain the relevance of research. The implementation of software in this way helps to increase the adaptability, ease of use in various systems in the course of research.

Mathematical methods, namely computational algorithms, are implemented as a set of classes with methods that model behavior. Software modules, classes, and their interaction are implemented in the form of a single module-library, which will allow flexible use of the method of analysis of input data in various applications and programs.

Keywords: tremor; cerebral cortex (CC); electroencefalogram (EEG); abnormal neurological movement (ANM); feedback-communication; feedback-model; feedback-interaction; incoherent functionality; tremor-object (T-object); Archimedes spiral; electroencephalograph; 3D microaccelerometer; Fourier transform.

Постановка проблеми

Використовуючи новітні технології, зокрема: штучний інтелект, нові високопродуктивні обчислювальні рішення з урахуванням сучасних архітектур програмного забезпечення, систем паралельних багатокрокових обчислень, нових алгоритмів багатопараметричної ідентифікації та ін. можна забезпечити системний підхід до проектування методів цифрової діагностики стану здоров'я, особливо для людей, уражених критичними захворюваннями нервової системи [1]. В контексті низки європейських програм до таких критичних захворювань віднесені есенційний та аномальний неврологічні тремори, пов'язані з тремтінням кінцівок людини, швидке прогресування яких призводить до хвороб Альцгеймера, Паркенсона та ін. Тремор – це серія небажаних, малих коливних рухів частин тіла (пальці рук, повіки, очні яблука, органи мовлення та ін.), що виникають в результаті мимовільного скорочення м'язів [2].

Відхилення в амплітуді, частоті і формах коливань щодо норми свідчить про певне порушення рухової активності людини. Аналіз цих параметрів важливий для визначення окремих зон нейровузлів кори головного мозку (КГМ), що відповідають за рухову активність. Також на основі цифрових даних тремору та оцифрованих даних електроенцефалограм (ЕЕГ) сигналів вузлів КГМ можливо точно діагностувати рухові порушення, а на основі визначеного діагнозу є необхідність вибрати і відкоректувати оптимальні методи сучасної нейротерапії.

Проблема складності оцінювання тремору кінцівок існує в основному внаслідок низької точності оцінювання ступеня тремору, відсутності однозначності в оцінюваннях та високої вартості впровадження новітніх методів і обладнання в профільних клініках [2].

Тому пошук нових методів діагностування тремору в реальних умовах є актуальним завданням.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

До найпрогресивніших на сьогодні технологій оцифрування тремору можна віднести 3D-motion test [1], або зчитування рухів людини у просторі за допомогою надчутливих камер, що полягає в повному зчитуванні рухів більшості елементів і ділянок тіла людини за допомогою інфрачервоних міток та 3d-камер [1]. Також відомо про спосіб визначення тремору на площині завдяки розпізнаванню рисунку по спіралі Архімеда, що здійснюється на графічному планшеті за допомогою цифрового пера [3].

Деякі дослідження, пов'язані з аналізом тремору та feedback-впливами нейровузлів КГМ на стан Т-об'єктів, були здійснені такими дослідниками, як А. Легранд, М. Відає, Е. Апартіз, Ж. Ванг, Е. Луїс та ін. [2–5]. Вони зосереджують свою увагу на вивченні рухових патологій. Застосовують класичні методи цифрової обробки на основі інтегрального перетворення Фур'є. В роботах [1–3] наближено оцінено когнітивні feedback-зв'язки через нейромережі. Вищезгаданий підхід не аналізує аномальні неврологічні рухи (АНР) і кількісні оцінки станів та поведінки, які властиві пацієнтам, інші частини тіла яких (окрім рук) мають явні ознаки з високими ступенем тремору (Т-об'єкти). Також недоліком цього підходу є те, що для аналізу зазвичай використовують одновимірні моделі та пристрої, що реєструють показники руху лише за одною з координат [4–5]. Через це можлива втрата від 40 до 80% інформації, що де-факто визначає низький рівень показників такого аналізу. З іншого боку, класичні моделі цифрової обробки тремору від 60 до 80% знижують якість досліджень для Т-об'єктів з аномальними станами, тому що ці методи також відкидають важливі дані, за допомогою яких можливо виявити когнітивні механізми впливу на окремі сегменти АНР- кривих [1–3].

Мета дослідження

Ідентифікація параметрів, що визначають вказані вище feedback-зв'язки та впливи на природу АНР та розроблення моделей і засобів, що підвищують точність аналізу неврологічного стану Т-об'єктів.

Викладення основного матеріалу дослідження

Метод аналізу, запропонований авторами для визначення неврологічних станів Т-об'єктів, орієнтований насамперед на визначення параметрів аномальних рухів пацієнтів, викликаних дисфункцією певних нервових вузлів КГМ. Метод ґрунтується на використанні гібридної моделі нейросистеми (вузли КГМ і Т-об'єкт), яка описує стан і поведінку Т-об'єктів за допомогою поширення хвильового сигналу – покроковий опис 3D елементів траєкторій АНР досліджуваного Т-об'єкта (руки), який включає

матриці когнітивних впливів груп нейровузлів КГМ, що включає гібридну спектральну функцію системи з урахуванням усіх сегментів АНР [11]. Для того, щоб розкласти АНР на прості елементи, розділ можна вибирати довільно залежно від складності зображення АНР. Завдяки такій математичній моделі отримуємо кількісні характеристики тремору. У цьому методі аналізу даних надзвичайно важливим результатом є можливість отримання частотної характеристики з використанням гібридного інтегрального перетворення Фур'є та методів цифрової обробки сигналу на гібридних спектральних функціях [9]. Основою для реалізації апаратного рішення є метод безперервного визначення положення електронного пера щодо будь-якої координати. Для випробувань використовували сенсорний планшет (Wacom Cintiq 12WX) із частотою 133 Гц та точністю $\pm 0,25$ мм. Візерунок має форму архімедової спіралі з декількома витками за годинниковою або проти годинникової стрілки (інтерпетля 9мм). Шаблон знаходиться на екрані планшета з можливістю малювати електронною ручкою.

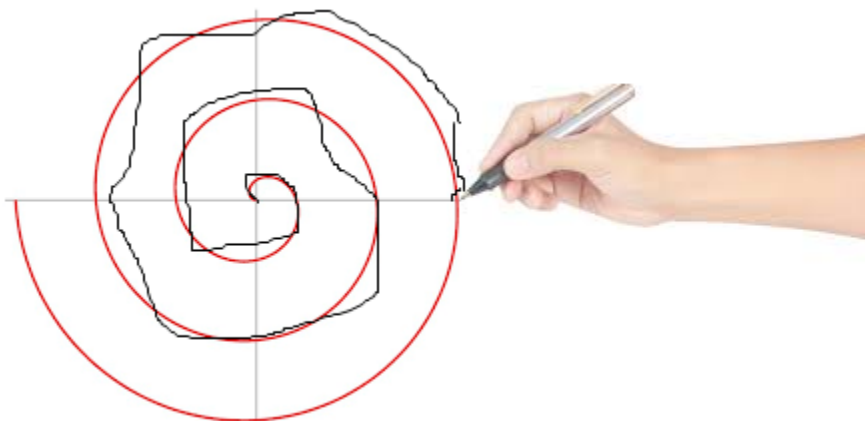


Рис. 1. Спосіб ідентифікації рукописної інформації пацієнта для діагностування тремору.

Для ідентифікації рукописної інформації (цифри, текстова інформація, шаблони) або для запису та оцифрування довільних рухів кінцівки (руки) використовується електронне перо. Наша команда запропонувала графічний цифровий ручковий пристрій із вбудованим 3D-мікроакселерометром для діагностичного тестування. Мікроконтролер зчитує та обробляє інформацію з тривимірного датчика (мікроакселерометра). Відповідно до запропонованих формул визначаються покази миттєвих координат положення акселерометра в просторі [11]. У паралельному потоці отримується інформація про рух електронного пера по площині графічного планшета. При виявленні нульового значення тиску пера на чутливій поверхні планшета (із зазначенням відокремлення пера від поверхні) необхідну інформацію про рух пера отримують з мікроакселерометра. Оцифроване значення положення ручки передається через передавач WIFI на ПК. Дані про рух пера у вигляді 3D-моделі TP-об'єкта АНР формуються у графічному вікні (рис. 2) з можливістю розкладання складних 3D-рухів на три проекції (x , y , z) та подальшого аналізу кожного з них.

Для побудови математичної моделі АНР використані дані з однієї з визначальних проекцій руху по спіралі (згідно з рис. 2), яка легко перетворюється на декартову графічну вісь z (рис. 3). Ця траєкторія пов'язана з когнітивними зворотними зв'язками з певним набором нейровузлів КГМ, який посиляє керуючі сигнали коливального неврологічного руху та визначає динаміку АНР досліджуваного

Т-об'єкта (рис. 3). Для вимірювання сигналів протягом його тривалості використовується система датчиків у вигляді спеціального шолома, який контактує з відповідними нейронами КГМ пацієнта протягом усього часу використання цифрової ручки, яка реєструє поведінку Т-об'єкта (кінцівки) (рис. 3). Тенденції електроенцефалограм, записані датчиками шолома, зберігаються у відповідній базі даних [11]. Для того, щоб розкласти складний маршрут АНР для подальшого формулювання математичної моделі, використовується декомпозиційний підхід до багатокомпонентного розкладання сегментів їх траєкторії.

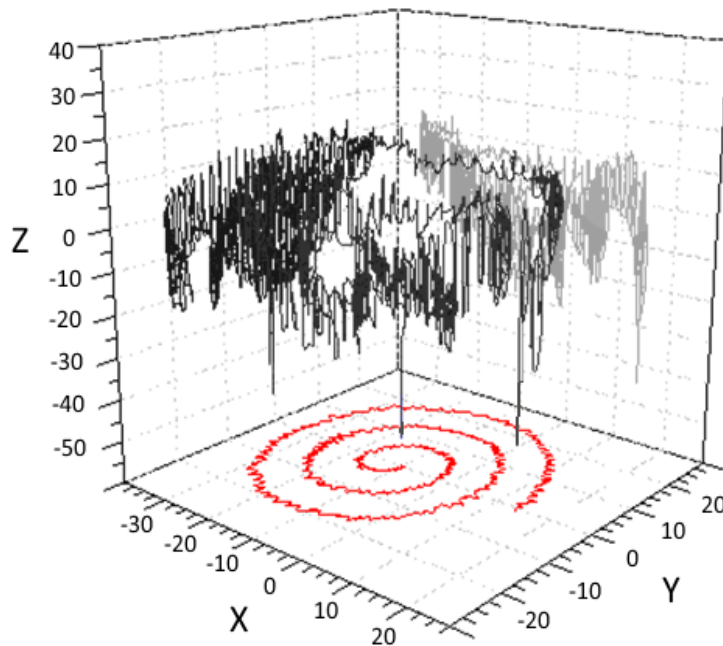


Рис. 2. Тривимірна модель АНР Т-об'єкта на основі зчитаних даних з планшета з електронним пером з мікроакселерометром.

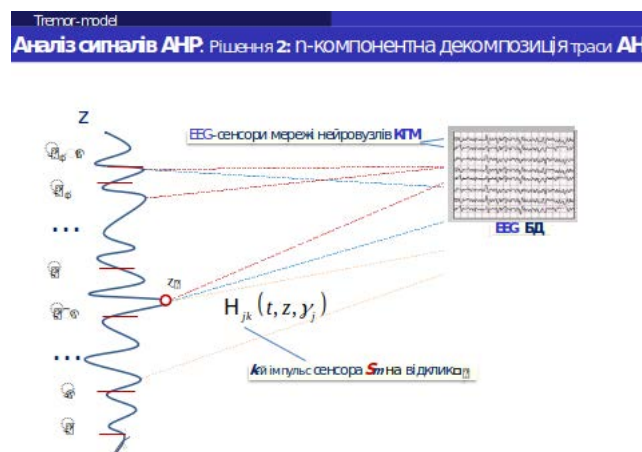


Рис. 3. Взаємодія між нейровузлами КГМ та Т-об'єктом.

Відповідно, можна простежити кореляцію розподілу трендів ЕЕГ-сигналів, яка контролює коливальний неврологічний рух і в цілому визначає динаміку АНР для кожного j -го відрізка маршруту (траєкторії), $j = \overline{1, n_1 + 1}$, де n_1 – кількість точок розбиття АНР-траєкторії. Розподілення можна встановлювати автоматично і довільно, з будь-якою

кінцевою кількістю сегментів, довжини яких можуть бути різними залежно від рівня деталізації ділянок руху та вибору основних функцій та побудови на їх основі прийнятних залежностей їх наближення [11]. Одним із критеріїв визначення довжини елементів розподілення можуть бути амплітудні характеристики окремих тенденцій рухів АНР та інші [11].

Математичне формулювання задачі. Пряма неоднорідна початково-крайова задача визначення параметрів АНР Т-об'єкту може бути описана у вигляді системи рівнянь [9, 11]

$$\frac{\partial^2 u_j(t, z)}{\partial t^2} = b_j^2 \frac{\partial^2 u_j}{\partial z^2} + S_j^*(t, z), \quad z \in (l_{j-1}, l_j), \quad j = \overline{1, n_1 + 1} \quad (1)$$

з однорідними початковими умовами

$$u_j(t, z)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u_j}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0, \quad j = \overline{1, n_1 + 1} \quad (2)$$

та з однорідними крайовими умовами і системою інтерфейсних умов

$$\frac{\partial}{\partial z} u_1(t, z)|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial z} u_n(t, z)|_{z=l} = 0, \quad (3)$$

$$\left[u_j(t, z) - u_{j+1}(t, z) \right] \Big|_{z=l_j} = 0, \quad \left(b_j^2 \frac{\partial}{\partial z} u_j(t, z) - b_{j+1}^2 \frac{\partial}{\partial z} u_{j+1}(t, z) \right) \Big|_{z=l_j} = 0, \quad j = \overline{1, n_1} \quad (4)$$

в багатокомпонентній області $D_{n_1}^+ = \left\{ (t, z) : t \in (0; T), z \in I_{n_1} = \bigcup_{j=1}^{n_1+1} (l_{j-1}, l_j); l_0 = 0, l_{n_1+1} \equiv l < \infty \right\}$.

Система рівнянь (1) описує АНР-траєкторії тремору на кожному j -му сегменті траєкторії $j = \overline{1, n_1 + 1}$ залежно від сукупності сигналів $S_j^*(t, z)$, що поступають від ЕЕГ-сенсорів для визначеної множини нейровузлів КГМ, що здійснюють керування поведінкою досліджуваного Т-об'єкта.

У формулах (1)–(4) компоненти фазової швидкості поширення хвиль АНР, які є амплітудними характеристиками хвильового тремор-руху, позначені як b_j , $j = \overline{1, n_1 + 1}$.

Адаптивна матриця $S_j^*(\tau, \xi) = \sum_{i=1}^{n_2} \alpha_{ji} S_i(\tau, \xi)$, $[\alpha_{ji}]$, $j = \overline{1, n_1}$, $i = \overline{1, n_2}$, визначає зв'язки і впливи нейровузлів КГМ на окремі сегменти АНР-траси.

Умови (3) та (4) забезпечують неперервність і цілісність розв'язку задачі для всієї багатокомпонентної області її визначення.

Побудова аналітичного розв'язку крайової задачі АНР.

Аналітичний розв'язок прямої неоднорідної задачі (1)–(4) доцільно будувати з використанням інтегрального гібридного перетворення Фур'є (ГПФ) [9]. Назване перетворення містить гібридні інтегральні оператори, подані у матричній формі:

- прямої дії

$$F_{n_1} [\dots] = \left[\int_{l_0}^{l_1} \dots V_1(z, \beta_m) \sigma_1 dz \int_{l_1}^{l_2} \dots V_2(z, \beta_m) \sigma_2 dz \dots \int_{l_{n_1-1}}^{l_{n_1}} \dots V_{n_1}(z, \beta_m) \sigma_{n_1} dz \int_{l_{n_1}}^{l_{n_1+1}} \dots V_{n_1+1}(z, \beta_m) \sigma_{n_1+1} dz \right]; \quad (5)$$

- оберненої дії

$$F_{n_1}^{-1} [\dots] = \left[\begin{array}{c} \sum_{m=1}^{\infty} \dots V_1(z, \beta_m) \left(\|V(z, \beta_m)\|^2 \right)^{-1} \\ \sum_{m=1}^{\infty} \dots V_2(z, \beta_m) \left(\|V(z, \beta_m)\|^2 \right)^{-1} \\ \dots \\ \sum_{m=1}^{\infty} \dots V_{n_1+1}(z, \beta_m) \left(\|V(z, \beta_m)\|^2 \right)^{-1} \end{array} \right], \quad (6)$$

де $[V_k(z, \beta_m)]$ ($k = \overline{1, n_1+1}$) – вектор гібридної спектральної функції гібридного інтегрального перетворення, який містить компоненти

$$\begin{bmatrix} V_1(z, \beta_m) \\ \dots \\ V_k(z, \beta_m) \\ \dots \\ V_{n_1+1}(z, \beta_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \prod_{i=1}^{n_1} \xi_{i+1} \frac{\beta_m}{b_{i+1}} \left(\omega_0^2(\beta_m) \mathcal{G}_1^{11} \left(\frac{\beta_m}{b_1} z \right) - \omega_0^1(\beta_m) \mathcal{G}_1^{21} \left(\frac{\beta_m}{b_1} z \right) \right) \\ \dots \\ \prod_{i=k}^{n_1} \xi_{i+1} \frac{\beta_m}{b_{i+1}} \left(\omega_{k-1}^2(\beta_m) \mathcal{G}_k^{11} \left(\frac{\beta_m}{b_k} z \right) - \omega_{k-1}^1(\beta_m) \mathcal{G}_k^{21} \left(\frac{\beta_m}{b_k} z \right), \quad k = \overline{2, n_1} \right) \\ \dots \\ \omega_{n_1}^2(\beta_m) \mathcal{G}_{n_1+1}^{11} \left(\frac{\beta_m}{b_{n_1+1}} z \right) - \omega_{n_1}^1(\beta_m) \mathcal{G}_{n_1+1}^{21} \left(\frac{\beta_m}{b_{n_1+1}} z \right) \end{bmatrix}; \quad (7)$$

$\{\beta_m\}_{m=0}^{\infty}$ – множина спектральних значень ГПФ, які є коренями трансцендентного рівняння

$$\omega_{n_1}^2(\beta) \mathcal{G}_{n_1+1}^{11} \left(\frac{\beta}{b_{n_1+1}} l_{n_1+1} \right) - \omega_{n_1}^1(\beta) \mathcal{G}_{n_1+1}^{21} \left(\frac{\beta}{b_{n_1+1}} l_{n_1+1} \right) = 0. \quad (8)$$

Перелічені перетворення авторами покладено в основу рекурентної методики обчислення компонентів гібридної спектральної функції АНР:

$$\omega_k^j(\beta) = \omega_{k-1}^2(\beta) \psi_{1j}^k \left(\frac{\beta}{b_k} l_k, \frac{\beta}{b_{k+1}} l_k \right) - \omega_{k-1}^1(\beta) \psi_{2j}^k \left(\frac{\beta}{b_k} l_k, \frac{\beta}{b_{k+1}} l_k \right);$$

$$\psi_{ij}^k \left(\frac{\beta}{b_k} l_k, \frac{\beta}{b_{k+1}} l_k \right) = \mathcal{G}_k^{i1} \left(\frac{\beta}{b_k} l_k \right) \mathcal{G}_k^{j2} \left(\frac{\beta}{b_{k+1}} l_k \right) - \mathcal{G}_k^{i2} \left(\frac{\beta}{b_k} l_k \right) \mathcal{G}_k^{j1} \left(\frac{\beta}{b_{k+1}} l_k \right), \quad i, j = \overline{1, 2}, \quad k = \overline{1, n_1};$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_k^{11}\left(\frac{\beta}{b_s}l_k\right) &= \cos\left(\frac{\beta}{b_s}l_k\right), \quad \mathcal{G}_k^{21}\left(\frac{\beta}{b_s}l_k\right) = \sin\left(\frac{\beta}{b_s}l_k\right); \\ \mathcal{G}_k^{12}\left(\frac{\beta}{b_s}l_k\right) &= -\xi_s \frac{\beta}{b_s} \sin\left(\frac{\beta}{b_s}l_k\right), \quad \mathcal{G}_k^{22}\left(\frac{\beta}{b_s}l_k\right) = \xi_s \frac{\beta}{b_s} \cos\left(\frac{\beta}{b_s}l_k\right), \quad s \in \{k, k+1\}; \\ \omega_0^1(\beta) &= -\mathcal{G}_0^{11}\left(\frac{\beta}{b_1}l_0\right), \quad \omega_0^2(\beta) = -\mathcal{G}_0^{21}\left(\frac{\beta}{b_1}l_0\right); \\ \sigma_j &= \frac{1}{b_j^2}, \quad j = \overline{1, n_1}. \end{aligned}$$

Перейдемо до матричної форми подання системи рівнянь (1) та умов (2) крайової задачі (1)–(4):

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - b_1^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) u_1(t, z) \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - b_2^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) u_2(t, z) \\ \dots \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - b_{n_1+1}^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) u_{n_1+1}(t, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1(t, z) \\ S_2(t, z) \\ \dots \\ S_{n_1+1}(t, z) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} u_1(t, z) \\ u_2(t, z) \\ \dots \\ u_{n_1+1}(t, z) \end{bmatrix} \Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} u_1(t, z) \\ u_2(t, z) \\ \dots \\ u_{n_1+1}(t, z) \end{bmatrix} \Big|_{t=0} = 0 \tag{9}$$

До задачі (9) застосуємо інтегральний оператор ГПФ прямої дії F_{n_1} (5):

$$F_{n_1} \left[L_{n_1} [u(z)] \right] = -\beta_m^2 u_m,$$

де $L_{n_1} [\dots] = \sum_{j=1}^{n_1+1} b_j^2 \theta(z - l_{j-1}) \theta(l_j - z) \frac{d^2}{dz^2}$ – гібридний диференціальний оператор Фур'є, θ – функція Гевісайда.

У результаті здійснення вказаних перетворень переходимо до задачі Коші:

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \beta_m^2\right) u_m(t) = S_m^*(t); \quad u_m(t) \Big|_{t=0} = 0, \quad \frac{d}{dt} u_m(t) \Big|_{t=0} = 0.$$

У роботах [9, 11] показано, що розв'язком останньої задачі є функція:

$$u_m(t) = \int_0^t \frac{\sin \beta_m(t - \tau)}{\beta_m} S_m^*(\tau) d\tau \tag{10}$$

Єдиний розв'язок неоднорідної крайової задачі АНР (1)–(4) одержуємо після застосування до (10) оберненого інтегрального оператора ГПФ $F_{n_1}^{-1}$ (6):

$$u_j(t, z) = \sum_{k=1}^{n_1+1} \int_0^t \int_{l_{k-1}}^{l_k} \mathcal{H}_{jk}(t-\tau, z, \xi) S_k^*(\tau, \xi) \sigma_k d\xi d\tau, \quad j = \overline{1, n_1+1}. \quad (11)$$

У формулі (11) під знаком подвійного інтеграла знаходиться матриця

$$\mathcal{H}_{jk}(t, z, \xi) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin \beta_m t V_j(z, \beta_m) V_k(\xi, \beta_m)}{\beta_m \|V(z, \beta_m)\|^2}; \quad j, k = \overline{1, n_1+1}; \quad (12)$$

елементами якої є відклики системи АНР (13) на вплив k -го сегмента результуючої дії сигналів S_k^* визначеної множини нейровузлів КГМ на j -сегменті траси АНР.

Ідентифікація амплітудних компонент АНР. Обернена неоднорідна крайова задача з урахуванням когнітивних feedback-впливів нейровузлів КГМ.

Вибір функціонала-нев'язки. Будемо вважати амплітудні компоненти фазової швидкості поширення хвилі АНР b_k , $k = \overline{1, n_1+1}$ в крайовій задачі (1)–(4) невідомими функціями від часу. Але на поверхнях областей $\gamma_k \subset \Omega_k$, $k = \overline{1, n_1+1}$, відомі розв'язки (траєкторії АНР)

$$u_k(t, z)|_{\gamma_k} = U_{l_k}(t, z)|_{\gamma_k}. \quad (13)$$

Таким чином, задача (1)–(4) та (13) полягає в знаходженні функцій b_k , $k = \overline{1, n_1+1} \in D$, де $D = \left\{ v(t, z): v|_{\Omega_{k_T}} \in C(\Omega_{k_T}), v > 0, k = \overline{1, n_1+1} \right\}$.

Величина відхилення шуканого розв'язку від слідів цього розв'язку на поверхнях γ_k визначається функціоналом-нев'язкою:

$$J(b_k) = \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{k=1}^{n_1+1} \|u_{s_k}(\tau, z, b_k) - U_k^*\|_{L_2(\gamma_k)}^2 \sigma_k d\tau, \quad (14)$$

де $\|\varphi\|_{L_2(\gamma_k)}^2 = \int_{\gamma_k} \varphi^2 d\gamma_k$ – квадрат норми, тому $\|\varphi\|_{L_2(\gamma_k)} = |\varphi(t, z)|_{z=\gamma_k}$.

Задача функціональної ідентифікації амплітудних параметрів АНР.

Існує необхідність подання розв'язку задачі (1)–(4) у формі реалізації процедури функціонального визначення амплітудних компонентів фазової швидкості поширення хвилі АНР b_k^2 , $k = \overline{1, n_1+1}$ як функції часу та за умов, що відомі сліди розв'язку для кожного досить тонкого k -го сегмента, $k = \overline{1, n_1+1}$. Для досягнення цієї мети задача (1)–(4) може бути сформульована як пряма крайова задача:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} u_k(t, z) = b_k^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} u_k + S_k^*(t, z) \quad (15)$$

з початковими умовами:

$$u_k(t, z)|_{t=0} = 0, \quad \frac{\partial u_k}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0, \quad k = \overline{1, n_1 + 1}; \quad (16)$$

та крайовими умовами на кожному з тонких сегментів АНР по z :

$$u_{k-1}(t, z)|_{z=l_{k-1}} = U_{L_{k-1}}, \quad u_k(t, z)|_{z=l_k} = U_{l_k}, \quad k = \overline{1, n_1 + 1}. \quad (17)$$

Задача (15)–(17) складається з системи однорідних початково-крайових задач для послідовних тонких сегментів АНР.

Вибір функціонала-нев'язки. Компоненти фазової швидкості поширення хвилі АНР b , $k = \overline{1, n_1 + 1}$ в крайовій задачі (15)–(17) є невідомими функціями, які залежать від часу. Для відомого положення пера $u_k(t, z)$ в точках спостереження на сегментах АНР $\gamma_k \subset \Omega_k$, $k = \overline{1, n_1 + 1}$

$$u_k(t, z)|_{\gamma_k} = U_{l_k}(t, z)|_{\gamma_k}. \quad (18)$$

Тому початково-крайова задача (15)–(17) може бути розглянута для кожної точки z для кожного тонкого k -го сегмента траси АНР. В цьому випадку вона полягає в знаходженні функцій $b_k \in D$, де $D = \left\{ v(t, z) : v|_{\Omega_{kT}} \in C(\Omega_{kT}), v > 0, k = \overline{1, n_1 + 1} \right\}$.

У роботі [10] показано, що функціонал-нев'язка відхилення розв'язку від його слідів на $\gamma_{k_1} \in \Omega_{k_1}$ має вигляд:

$$J_k(b_{kk}) = \frac{1}{2} \int_0^T \left(\|u_k(t, z, b_k) - U_k^*\|^2 \right) dt. \quad (19)$$

Формули для компонентів градієнтів та регуляризаційні вирази

Формули для компонентів градієнтів. Згідно з [10–11] мають місце такі аналітичні вирази для компонентів градієнтів функціонала-нев'язки:

$$\nabla J_{\tilde{b}_k} = \int_0^T \int_{l_{k-1}}^{l_k} \phi_k(t, z) \frac{\partial^2}{\partial z^2} u_k(t, z) dz dt. \quad (20)$$

Як показано [6, 9], для задачі функціональної ідентифікації компоненти градієнтів функціонала-нев'язки задаються формулами:

$$\nabla J_{\tilde{b}_k}(t) = \int_{l_{k-1}}^{l_k} \phi_k(t, z) \frac{\partial^2}{\partial z^2} u_k(t, z) dz; \quad (21)$$

$$\phi_k(t, z) = \frac{2}{\Delta h} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1 - \text{ch}(b_k \beta_m (T - t))}{(b_k \beta_m)^2} \sin \beta_m \gamma_k \sin \beta_m (z - l_{k-1}) (U_k^* - u_{k_k}^n), \quad k = \overline{1, n_1 + 1};$$

$$u_k(t, z) = \frac{2}{\Delta h} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1 - \cos(b_k \beta_m t)}{\beta_m} \sin \beta_m (z - l_{k-1}) \left(S_k^* \frac{1}{(b_k \beta_m)^2} ((-1)^m - 1) + U_{l_{k-1}} \left(1 - (-1)^m \frac{U_{l_k}}{U_{l_{k-1}}} \right) \right);$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} u_k(t, z) = -\frac{2}{\Delta h} \sum_{m=0}^{\infty} \beta_m (1 - \cos(b_k \beta_m t)) \sin \beta_m (z - l_{k-1}) \left(S_k^* \frac{1}{(b_k \beta_m)^2} ((-1)^m - 1) + U_{l_{k-1}} \left(1 - (-1)^m \frac{U_{l_k}}{U_{l_{k-1}}} \right) \right).$$

Регуляризаційні вирази для $(n+1)$ -го кроку визначення ідентифікуючої функціональної залежності. Згідно з [10], з використанням методу мінімальних похибок для визначення залежності ідентифікації амплітудних компонентів фазової швидкості поширення хвилі АНР \tilde{b}_k^{n+1} від часу для кожного k -го елемента АНР $k = \overline{1, n_1 + 1}$, отримаємо:

$$\tilde{b}_k^{n+1}(t) = \tilde{b}_k^n(t) - \nabla J_{b_k}^n(t) \frac{\|u_k^n(t, \gamma_k, \tilde{b}_k^n) - U_k^*\|^2}{\|\nabla J_{b_k}^n(t)\|_{\gamma_k}^2}, \quad t \in (0, T), \quad k = \overline{1, n_1} \quad (22)$$

Циклічні обчислення на основі пропорційного зменшення аналізованих масивів даних дозволяють ефективно аналізувати отримані результати. Оцінювання та порівняння здійснюються для кожної ітерації.

Висновки

Розроблено гібридну модель (нейро-feedback-система), що описує стан і поведінку тремор-об'єктів (Т-об'єктів) на базі поширення хвильового сигналу, тобто здійснюється посегментний опис 3D-елементів траєкторій АНР рухів через матриці когнітивних впливів груп нейровузлів КГМ. Розроблена методика дозволяє збільшити якість і точність ідентифікації та розпізнавання зв'язків і взаємовпливів, значно оптимізувати обсяги обчислень через їх розпаралелювання, зменшити кількість обчислювальних елементів, забезпечити реальний час при зростанні вимог до кількості даних, розробити платформу незалежні динамічні архітектури програмного забезпечення досліджуваних feedback-систем. В майбутньому планується уточнити розроблені математичні моделі за рахунок застосування штучного інтелекту, зокрема такої його «підгалузі», як нейромережі.

Для отримання позитивного ефекту від застосування штучного інтелекту необхідно накопичити суттєві об'єми тестових даних для аналізу. Мінімальна вибірка для навчання нейронної мережі передбачає наявність експериментальних даних після проходження процедури, що зображена на рис. 3, не менше, ніж 10 добровольцями (здоровими та з порушенням рухової активності). Дані для навчання попередньо забезпечуються маркерами рухів здорових людей та осіб, що мають профільні захворювання. За допомогою штучного інтелекту планується вивчення кореляції даних EEG сигналів з даними, отриманими за методикою, що використовує спіраль Архімеда.

Список використаних джерел

1. Rajaraman V., Jack D., Adamovich S. V., Hening W., Sage J., Poizner H. A Novel Quantitative Method for 3D Measurement of Parkinsonian Tremor. *Clinical Neurophysiology*. 2000. Vol. 11. Issue 2. P. 187–369.

2. Haubenberger D., Kalowitz D., Nahab F. B, Toro C., Ippolito D., Luckenbaugh D. A., Wittevrongel L., Hallett M. Validation of Digital Spiral Analysis as Outcome Parameter for Clinical Trials in Essential Tremor. *Movement Disorders*. 2011. Vol. 26. Issue 11. P. 2073–2080.
3. Legrand A. P., Rivals I., Richard A., Apartis E., Roze E., Vidailhet M., Meunier S., Hainque E. New Insight in Spiral Drawing Analysis Methods – Application to Action Tremor Quantification. *Clinical Neurophysiology*. 2017. Vol. 128. Issue 10. P. 1823–1834.
4. Wang J.-S., Chuang F.-C. An Accelerometer-Based Digital Pen with a Trajectory Recognition Algorithm for Handwritten Digit and Gesture Recognition. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2012. Vol. 59. Issue 7. P. 2998–3007. DOI: 10.1109/TIE.2011.2167895.
5. Louis E. D., Gillman A., Böschung S., Hess C. W., Yu Q., Pullman S. L. High width Variability during Spiral Drawing: Further Evidence of Cerebellar Dysfunction in Essential Tremor. *Cerebellum*. 2012. Vol. 11. Issue 4. P. 872–879. DOI: 10.1007/s12311-011-0352-4.
6. Sergienko I. V., Deineka V. S. Optimal Control of Distributed Systems with Conjugation Conditions. New York: Kluwer Academic Publishers, 2005. 383 p.
7. Lions J.-L. Perturbations Singulières dans les Problèmes aux Limites et en Contrôle Optimal. New York: Springer, 2008. 645 p.
8. Sergienko. I. V., Petryk M. R, Leclerc S., Fraissard J. Highly Efficient Methods of the Identification of Competitive Diffusion Parameters in Inhomogeneous Media of Nanoporous Particles. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2015. Vol. 51. Issue 4. P. 529–546. DOI: 10.1007/s10559-015-9744-7.
9. Ленюк М. П., Петрик М. Р. Методи інтегральних перетворень Фур'є-Бесселя в задачах математичного моделювання масопереносу в неоднорідних середовищах. Київ: Наукова думка, 2000. 372 с.
10. Хіміч О. М., Петрик М. Р., Михалик Д. М., Бойко І. В., Попов О. В., Сидорук В. А. Методи математичного моделювання та ідентифікації складних процесів і систем на основі висопродуктивних обчислень (нейро- та нанопористі кібер-фізичні системи із зворотніми зв'язками, моделі з даними розрідженої структури, паралельні обчислення). Київ: Національна Академія наук України, Інститут кібернетики імені В. В. Глушкова, 2019. 180 с.
11. Mykhalyk D., Mudryk I., Hoi A., Petryk M. Modern Hardware and Software Solution for Identification of Abnormal Neurological Movements of Patients with Essential Tremor. Proceeding of the 9th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (Czech Republic, Budejovice, June 5-7, 2019). 2019. P. 183–186.

References

1. Rajaraman, V., Jack, D., Adamovich, S. V., Hening, W., Sage, J., & Poizner, H. (2000). A Novel Quantitative Method for 3D Measurement of Parkinsonian Tremor. *Clinical Neurophysiology*. **11**, 2, 187–369.
2. Haubenberger, D., Kalowitz, D., Nahab, F. B, Toro, C., Ippolito, D., Luckenbaugh, D. A., Wittevrongel, L., & Hallett, M. (2011). Validation of Digital Spiral Analysis as Outcome Parameter for Clinical Trials in Essential Tremor. *Movement Disorders*. **26**, 11, 2073–2080.
3. Legrand, A. P., Rivals, I., Richard, A., Apartis, E., Roze, E., Vidailhet, M., Meunier, S., & Hainque, E. (2017). New Insight in Spiral Drawing Analysis Methods – Application to Action Tremor Quantification. *Clinical Neurophysiology*. **128**, 10, 1823–1834.

4. Wang, J.-S., & Chuang, F.-C. (2012). An Accelerometer-Based Digital Pen with a Trajectory Recognition Algorithm for Handwritten Digit and Gesture Recognition. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. **59**, 7, 2998–3007. DOI: 10.1109/TIE.2011.2167895.
5. Louis, E. D., Gillman, A., Böschung, S., Hess, C. W., Yu, Q., & Pullman, S. L. (2012). High width Variability during Spiral Drawing: Further Evidence of Cerebellar Dysfunction in Essential Tremor. *Cerebellum*. **11**, 4, 872–879. DOI: 10.1007/s12311-011-0352-4.
6. Sergienko, I. V., & Deineka, V. S. (2005). Optimal Control of Distributed Systems with Conjugation Conditions. New York: Kluwer Academic Publishers.
7. Lions, J.-L. (2008). Perturbations Singulières dans les Problèmes aux Limites et en Contrôle Optimal. New York: Springer.
8. Sergienko, I. V., Petryk, M. R., Leclerc, S., & Fraissard, J. (2015). Highly Efficient Methods of the Identification of Competitive Diffusion Parameters in Inhomogeneous Media of Nanoporous Particles. *Cybernetics and Systems Analysis*. **51**, 4, 529–546. DOI: 10.1007/s10559-015-9744-7.
9. Leniuk, M. P., & Petryk, M. R. (2000). Metody intnhralnykh peretvoren Furie-Besselia v zadachakh matematychnoho modeliuвання masoperenosu v neodnorodnykh seredovyschakh. Kyiv: Naukova dumka.
10. Khimich, O. M., Petryk, M. R., Mykhalyk, D. M., Boyko, I. V., Popov, O. V., & Sydoruk, V. A. (2019). Metody matematychnoho modeliuвання ta identyfikatsii skladnykh protsesiv i system na osnovi vysoproduktyvnykh obchyslen (neiro- ta nanoporysti kiber-fizychni systemy iz zvorotnyimi zviazkamy, modeli z danymy rozridzhenoi struktury, paralelni obchyslennia). Kyiv: Natsionalna Akademiia nauk Ukrainy. Instytut kibernetiky imeni V. V. Hlushkova.
11. Mykhalyk, D., Mudryk, I., Hoi, A., & Petryk, M. (2019). Modern Hardware and Software Solution for Identification of Abnormal Neurological Movements of Patients with Essential Tremor. Proceeding of the *9th International Conference on Advanced Computer Information Technologies* (Czech Republic, Budejovice, June 5-7, 2019), pp. 183–186.

Петрик Михайло Романович – д.ф.-м.н., професор кафедри програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, e-mail: mykhaiylo_petryk@tntu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-6612-7213.

Мудрик Іван Ярославович – аспірант кафедри програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, e-mail: i1mudryk@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4305-1911.

Михалик Дмитро Михайлович – к.т.н., доцент кафедри програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, e-mail: mddm@ukr.net, ORCID: 0000-0001-9032-695X.

Петрик Оксана Юліанівна – старший викладач кафедри комп'ютерних систем та мереж Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, e-mail: petryk@gmail.com, ORCID: 0000-0003-2167-4410.

Биць Тарас Петрович – аспірант кафедри програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, e-mail: byts.taras@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8827-0894.

СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧНЕ ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОПОРЯДЖУВАЛЬНИХ РОБІТ ЖИТЛОВОГО БУДИНКУ САДИБНОГО ТИПУ

Нині доволі популярні одноквартирні малоповерхові будинки садибного типу, розташовані на окремих земельних ділянках і призначені для літнього використання. Це пов'язано з розширенням у ринкових умовах приватного будівництва, з прагненням людей у вільний час бути ближче до природи.

На практиці для замовників дуже важливим є максимальне врахування у створюваних архітектурних формах їх персональних побажань, які обмежуються лише відповідними фінансовими можливостями. Для проєктувальників описані обставини породжують необхідність проведення варіантних багатокритеріальних оптимальних модифікацій опрацьовуваних об'єктів, що становить певну проблему. Успішному її вирішенню сприяють BIM (Building Information Modeling) технології, тобто засоби автоматизованого інформаційного будівельного моделювання. Прикладами таких систем слугують вітчизняні САПФІР і ЛІРА-САПР, закордонні ArchiCAD, Allplan, Revit тощо, які підвищують якість проєктування, спорудження та експлуатації архітектурних об'єктів, зменшують витрати протягом усього їх життєвого циклу.

Це значною мірою досягається завдяки гнучкому, реалістичному і продуктивному комп'ютерному параметричному твердотільному формоутворенню елементів будівельних конструкцій. У багатьох дослідженнях обґрунтовуються переваги викладеного підходу, удосконалюються належні методи, способи, прийоми та алгоритми. Нині школа прикладної геометрії Київського національного університету будівництва і архітектури теж приділяє гідну увагу проаналізованим питанням. Так, зокрема, виконано ряд публікацій стосовно покращення поданої методології шляхом її узагальнення до структурно-параметричного геометричного моделювання. Останнє полягає у здійсненні комплексного, тобто в аспектах кількох дисциплін, наприклад, архітектури, конструкції, технології, експлуатації, економіки тощо, та інтегрального, тобто протягом усього життєвого циклу, оптимального проєктування технічного об'єкта завдяки ефективному поєднанню поміж собою кількох його варіантних параметричних моделей.

Стаття базується на раніш опублікованих працях за участю автора, присвячених методологічним і математичним основам структурно-параметричного формоутворення в будівництві, містить їх практичну реалізацію в системі Revit на прикладі опоряджувальних робіт житлового будинку садибного типу.

Ключові слова: будинок садибного типу; опоряджувальні роботи; структурно-параметрична геометрична модель; BIM-технології.

СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТДЕЛОЧНЫХ РАБОТ ЖИЛОГО ДОМА УСАДЕБНОГО ТИПА

Сейчас довольно популярны одноквартирные малоэтажные дома усадебного типа, расположенные на отдельных земельных участках и предназначенные для

летнего использования. Это связано с расширением в рыночных условиях частного строительства, стремлением людей в свободное время быть ближе к природе.

На практике для заказчиков очень важным является максимальный учет в создаваемых архитектурных формах их персональных пожеланий, которые ограничены только соответствующими финансовыми возможностями. Для проектировщиков описанные обстоятельства порождают необходимость проведения вариантных многокритериальных оптимальных модификаций технических объектов, что составляет определенную проблему. Успешному ее решению способствуют BIM (Building Information Modeling) технологии, то есть автоматизированное информационное строительное моделирование. Примерами таких систем служат отечественные САПФИР и ЛИРА-САПР, зарубежные ArchiCAD, Allplan, Revit и т. д., которые повышают качество проектирования, возведения и эксплуатации архитектурных объектов, уменьшают расходы в течение всего их жизненного цикла.

Это в значительной степени достигается благодаря гибкому, реалистическому и продуктивному компьютерному параметрическому твердотельному формообразованию элементов строительных конструкций. Во многих исследованиях обосновываются преимущества изложенного подхода, совершенствуются надлежащие методы, способы, приемы и алгоритмы. Сейчас школа прикладной геометрии Киевского национального университета строительства и архитектуры уделяет должное внимание проанализированным вопросам. Так, в частности, выполнен ряд публикаций по улучшению представленной методологии путем ее обобщения до структурно-параметрического геометрического моделирования. Последнее заключается в осуществлении комплексного, т. е. в аспектах нескольких дисциплин, и интегрального, т. е. на протяжении всего жизненного цикла, оптимального проектирования технического объекта благодаря эффективному объединению между собой нескольких его вариантных параметрических моделей.

Статья базируется на ранее опубликованных работах с участием автора, посвященных методологическим и математическим основам структурно-параметрического формообразования в строительстве, содержит их практическую реализацию в системе Revit на примере отделочных работ дома усадебного типа.

Ключевые слова: дом усадебного типа, отделочные работы, структурно-параметрическая геометрическая модель, BIM-технологии.

O.V. REGIDA

Kyiv National University of Construction and Architecture

STRUCTURAL-PARAMETRIC GEOMETRIC MODELING OF THE FINISHING CONSTRUCTION WORKS OF THE MANOR-TYPE HOUSES

One-apartment low-rise manor houses located on separate plots of land and intended for summer use, are very popular today. This is due to the expansion of private construction in market conditions, the wish of people to be closer to nature in their free time.

The desire of many customers of architectural forms to take into account their personal requirements, which are limited only by the relevant financial capabilities, is particularly important. The described circumstances require designers to carry out multi-criteria optimal modifications of the processed objects. This is a certain problem. BIM (Building Information Modeling) technologies, i.e. means of automated building information modeling, contribute to its successful solution. Examples of such systems are domestic SAPHIR and LIRA-SAPR, foreign ArchiCAD, Allplan, Revit, etc., which improve the quality of design, construction and operation of architectural objects, reduce costs throughout their entire life cycle.

Flexible, realistic and productive computer parametric solid-state shaping of building structures ensures the achievement of this goal. Many scientific researches substantiate the advantages of the described approach and make better its methods, techniques and algorithms. Now the School of Applied Geometry of the Kyiv National University of Construction and Architecture also pays appropriate attention to the analyzed issues. So, in particular, a number of publications have been made to improve the presented methodology by generalizing it to structural-parametric geometric modeling. The latter consists in the implementation of a comprehensive, i.e. in the aspect of several disciplines, for example, such as architecture, construction, technology, operation, economics, etc., and integrated, i.e. throughout the entire life cycle, optimal design of a technical object due to an effective combination of several its variant parametric models.

The article is based on previously published works with the author's participation, devoted to the methodological and mathematical foundations of structural-parametric shaping in construction, contains their real practical implementation in the Revit system on the example of finishing works of a manor-type house.

Keywords: manor-type house, finishing works, structural-parametric geometric model, BIM-technologies.

Постановка проблеми

У наш ринковий час доволі популярні одноквартирні малоповерхові будинки садибного типу, розташовані у приміській або сільській місцевості, які використовуються для проживання влітку. Важливою особливістю їх розроблення є максимальне врахування побажань замовників стосовно створюваних для них об'єктів. Це спонукає проєктувальників до повторюваних варіантних багатокритеріальних оптимальних модифікацій опрацьовуваних будинків, що становить певну проблему. Успішному її вирішенню сприяють ВІМ-технології (Building Information Modeling), тобто автоматизоване інформаційне будівельне моделювання. Прикладами таких систем слугують вітчизняні САПФІР і ЛІРА-САПР, закордонні ArchiCAD, Allplan, Revit тощо, які підвищують якість проєктування, спорудження та експлуатації архітектурних об'єктів, зменшують витрати протягом усього їх життєвого циклу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Застосування комп'ютерного моделювання в будівництві докладно розглянуто в монографії [1]. Публікації [2–5] присвячено опису відповідних можливостей автоматизованих систем САПФІР, ЛІРА-САПР, ArchiCAD, Allplan та Revit. У дослідженні [6] обґрунтовано базову роль параметричного формоутворення для підвищення ефективності ВІМ-технологій. Здійснено комп'ютерне ескізне проєктування одноквартирного мансардного будинку садибного типу, визначено необхідні плани поверхів, фасади, реалізовано параметричне твердотільне геометричне моделювання елементів конструкції. Викладено методику комплексного врахування різноманітних вимог до технічних об'єктів протягом усього їх життєвого циклу. Висвітлено деякі проблемні питання, зокрема, відсутність у сучасних комп'ютерних інформаційних системах засобів для оцінки функціональної ефективності виконуваних користувачами варіювань параметрів. Тобто, внаслідок існуючих протиріч між архітектурою, технологією, експлуатацією, економікою тощо, отримувані нові варіанти опрацьованого будинку досить часто в комплексному інтегральному плані будуть гіршими за попередні. Це недоцільно для автоматизованого проєктування. Зазначено, що окреслена актуальна задача потребує свого наукового розв'язання. У виданні [7] сформульовано новий підхід до моделювання будівельних об'єктів і процесів на основі використання методології структурно-параметричного формоутворення, наведено

відповідну концепцію. На підставі цього в публікації [8] запропоновано інваріантну методику, прийоми та алгоритми архітектурного проектування, які проілюстровано на прикладі опоряджувальних робіт одноквартирного житлового будинку.

Мета дослідження

Завдання статті полягає в поданні комп'ютерної структурно-параметричної геометричної моделі опоряджувальних робіт будинку садибного типу, що створена в інтегрованому середовищі систем Autodesk Revit і Microsoft Excel із застосуванням додаткових програмних засобів, що дозволяють користувачам реалізовувати свої власні алгоритми автоматизованого проектування.

Викладення основного матеріалу дослідження

Загальний вид опрацьовуваного житлового будинку показано на рис. 1, а; план першого поверху – на рис. 1, б.

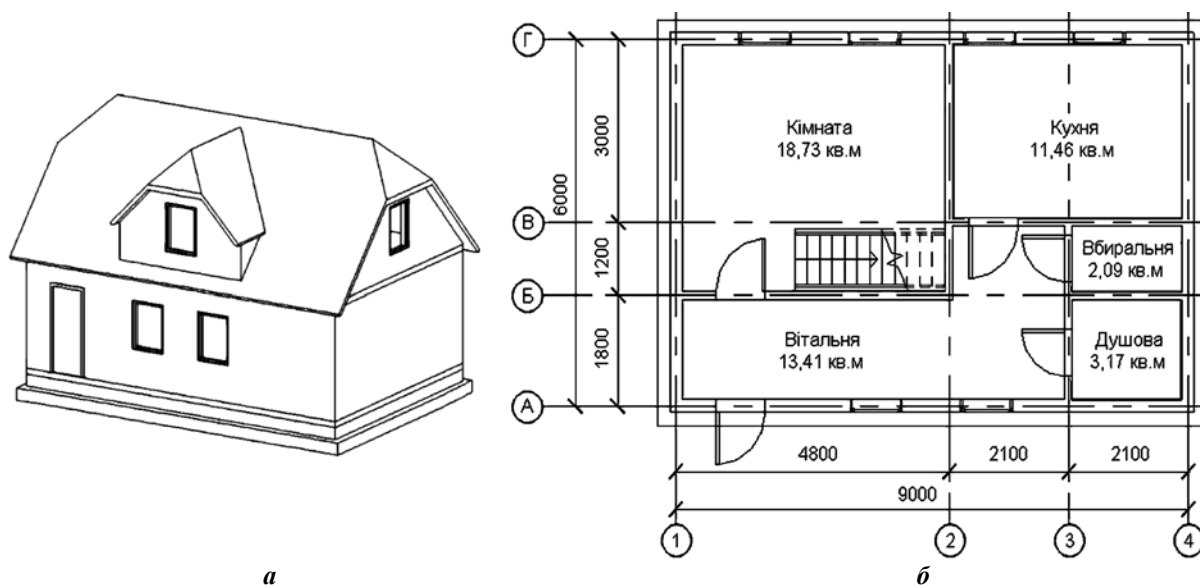


Рис. 1. Житловий будинок садибного типу:
а – аксонометричний вид; б – план першого поверху.

Граф проаналізованої в дослідженні [8] структурно-параметричної геометричної моделі опоряджувальних робіт стін кухні та санітарного вузла (душової і вбиральні) зображено на рис. 2, а; один із варіантів їх виконання – на рис. 2, б.

Опоряджувальні роботи визначаються множиною:

$$OP = (OP_i)_1^{N_{op}} = (\text{Штукатурення, Облицювання, Фарбування}) = (\text{ШТК, ОБЛ, ФРБ}). \quad (1)$$

Структура складових (1):

$$\text{ШТК} = (\text{ШТК}_i)_1^{N_{штк}} = (\text{Мокре}) = (\text{ШМ}), \quad (2)$$

де ШМ = $(\text{ШМ}_i)_1^{N_{шм}} = (\text{Просте, Поліпшене, Високоякісне});$

$$\text{ОБЛ} = (\text{ОБЛ}_i)_1^{N_{обл}} = (\text{Керамічною плиткою}), \quad (3)$$

$$\PhiРБ = (\PhiРБ_i)_1^{N_{\PhiРБ}} = (\text{Водне емульсійне поліпшене}). \quad (4)$$

Згідно з виразами (2) ... (4) отримуємо кортеж проектних варіантів опоряджувальних робіт:

$$OP = (OP_k)_1^{N_{OP}}, \quad (5)$$

які відтворює показана на рис. 2, а структурно-параметрична геометрична модель.

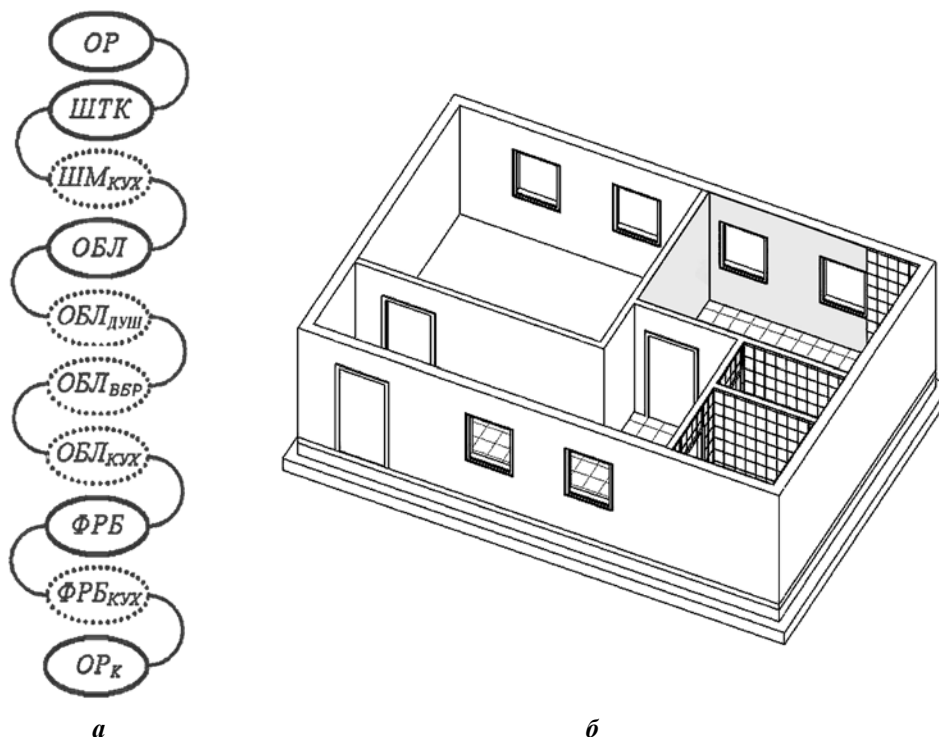


Рис. 2. Опоряджувальні роботи стін кухні та санітарного вузла:
а – граф моделі; б – поточний варіант.

Роботи (5) проводяться на завершальному етапі зведення будинку з метою реалізації належних санітарно-гігієнічних та естетичних вимог. Полягають у покритті частини стінових конструкцій кухні мокрою штукатуркою, облицюванні стін душової, вбиральні, решти стін кухні керамічною плиткою, фарбуванні оштукатурених стін кухні. Порядок здійснення робіт відповідає рис. 2, а; комп'ютерне моделювання яких виконується наступним чином.

У Microsoft Excel формується база даних норм матеріальних, трудових, фінансових витрат та вподобань замовників щодо опоряджувальних робіт, фрагменти якої наведені на рис. 3. На її підставі за отриманою з Autodesk Revit за допомогою програмного пакета Dynamo інформацією про опрацьовувані площі стін кухні, душової, вбиральні, розміри застосованої керамічної плитки і т. д., обчислюються довжини кратних ребер мультиграфа, зображеного на рис. 2, а. Це можуть бути вартість матеріалів, трудомісткість робіт, сумарні фінансові витрати, значення спеціалізованих цільових функцій оптимізації, які компромісно враховують, наприклад, фінансові витрати та вподобання замовників тощо. Подальше визначення раціональних проектних варіантів опоряджувальних робіт реалізується за методикою та алгоритмами, викладеними в публікації [8].

<i>Штукатурення мокре</i>									
№	Вид	Одиниця виміру	Матеріал			Праця		Уподобання	
			Витрати	Вартість	Витрати	Вартість	замовників		
			розчин, кг	грн.	люд.-год.	грн.	%		
1	Просте, товщина 5 мм	1 кв. м поверхні	9	12	0,8	54	60		
2	Поліпшене, товщина 7 мм		12,8	18	1,2	90	80		
3	Високоякісне, товщина 12 мм		22	32	1,8	150	70		

a

<i>Облицювання керамічною плиткою</i>											
№	Плитка	Одиниця виміру	Матеріал					Праця		Уподобання	
			Довжина	Висота	Вартість	Витрати	Вартість	Витрати	Вартість	замовників	
			мм	мм	грн.	розчин, кг	грн.	люд.-год.	грн.	%	
1	Golden Tile, біла, моноколор	1 кв. м поверхні	200	300	170	12	35	2	210	80	
2	Golden Tile, бежева, камінь		200	300	150	12	35	2	210	80	
3	АТЕМ, бежева, бетон		200	300	180	12	35	2	210	0	
4	Golden Tile, світло-блакитна, мрамор		200	300	190	12	35	2	210	90	
5	Golden Tile, зелена, штукатурка		200	300	160	12	35	2	210	60	

б

<i>Фарбування водне емульсійне поліпшене</i>									
№	Фарба	Одиниця виміру	Матеріал			Праця		Уподобання	
			Витрати	Ємність	Вартість	Витрати	Вартість	замовників	
			кг	кг	грн./ємн.	люд.-год.	грн.	%	
1	Farbex, акрилова	1 кв. м поверхні	0,2	1,4	90	0,2	25	70	
2	Siltek, латексна		0,15	1,35	155	0,2	25	70	
3	Ceresit, латексна		0,2	4,35	465	0,2	25	0	
4	EcoCristal, латексна		0,15	1,35	150	0,2	25	70	
5	Alpina, акрилова		0,2	1,5	170	0,2	25	60	

в

Рис. 3. Фрагменти бази даних у Microsoft Excel норм матеріальних, трудових, фінансових витрат та вподобань замовників для опоряджувальних робіт стін: а – штукатурення; б – облицювання керамічною плиткою; в – фарбування.

Подані вище норми штукатурних робіт, крім таких їх основних складових як провішування поверхонь, нанесення набризку, ґрунту з розрівнюванням, накривного шару, затирання, оброблення кутів, також враховують очищення поверхонь, їх змочування, перелопачування розчину, переміщення матеріалів тощо. Подібний докладний зміст характерний і для норм облицювання керамічною плиткою та фарбування, але на цьому зупинятися більш не будемо.

Дані про вартість матеріалів та оплату праці мають ілюстративний характер, оскільки в ринкових умовах постійно змінюються, залежать від регіону будівництва, часу здійснення і т. д. Наведені величини враховують витрати на доставляння матеріалів, використання технологічного обладнання, оснащення та інструменту, податкові відрахування тощо. За потреби гнучко й оперативно можуть змінюватися користувачами автоматизованої системи.

Стовпець із процентом уподобань замовників дозволяє формально оцінити їх побажання. Нульове значення свідчить про відмову від застосування даного елемента опоряджувальних робіт.

Особливість обчислення кількості та вартості керамічної плитки полягає в тому, що розраховану за площею стін її величину варто збільшувати на певний процент, наприклад 2 ... 10 %, але не менш ніж на 5 ... 10 штук. Це дозволяє мати резерв для подолання непередбачуваних виробничих випадків і подальшої експлуатації будинку. Для фарби характерне постачання в ємностях, на що обов'язково необхідно зважати

при визначенні належних їй обсягів та вартості. Оскільки площі душової і вбиральні менші за 5 кв. м, то подані в базі даних величини трудомісткості збільшуються на 20 відсотків.

Можливість використання проаналізованої комп'ютерної твердотільної структурно-параметричної моделі для динамічного, тобто в часі, відображення будівельних процесів показано рис. 4, де приведено деякі стадії виконання розглянутих опоряджувальних робіт. Завершальний їх вигляд містить рис. 2, б.

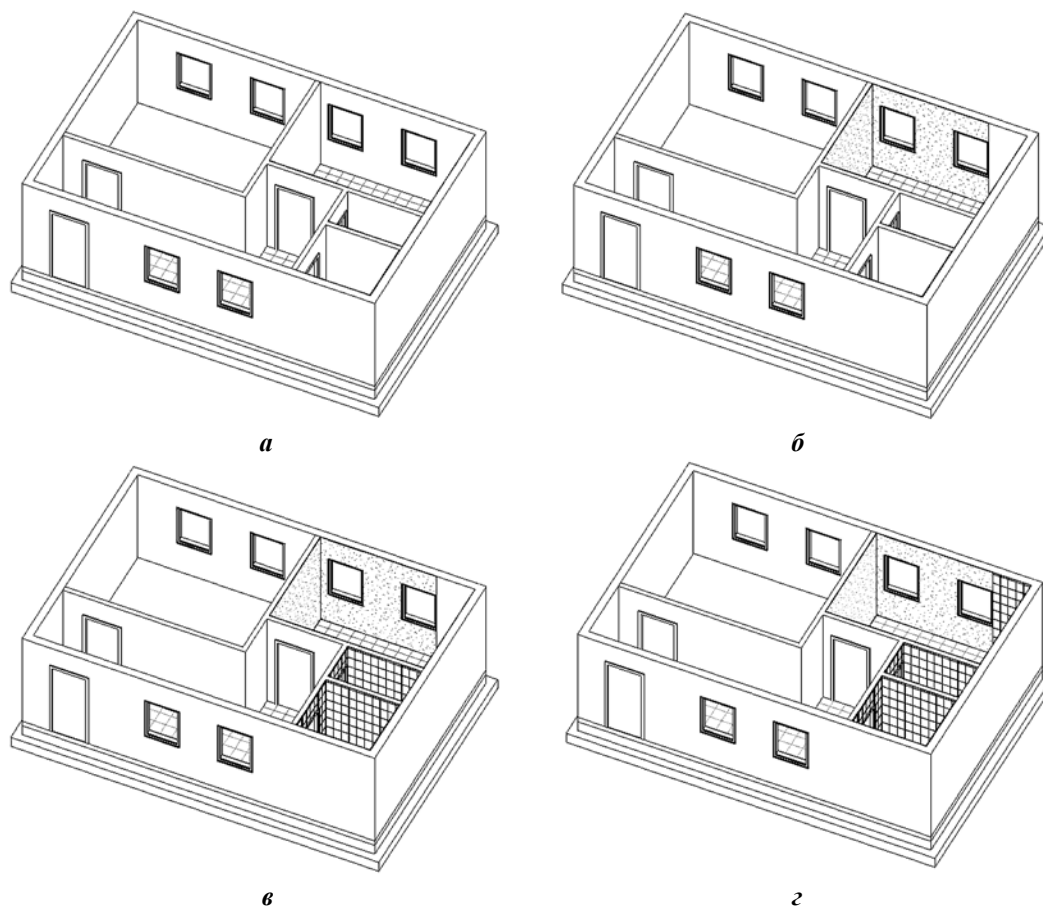


Рис. 4. Стадії опоряджувальних робіт стін кухні та санітарного вузла:
а – початковий стан; *б* – оштукатурені стіни кухні;
в – облицьований санітарний вузол; *г* – облицьована кухня.

Таким чином, нами викладено основи запропонованої методики варіантного структурно-параметричного формоутворення на прикладі опоряджувальних робіт житлового будинку садибного типу.

Висновки

У статті описано комп'ютерну структурно-параметричну геометричну модель опоряджувальних робіт проєктованого будинку садибного типу, виконану в інтегрованому середовищі систем Autodesk Revit і Microsoft Excel із застосуванням програмного пакета Dynamo. Обґрунтовано на конкретних прикладах, що такий підхід дає користувачам можливість успішно реалізовувати свої власні алгоритми автоматизованого проєктування. Це дозволяє підвищувати ефективність наявних BIM-технологій, забезпечуючи їх гнучку адаптацію до вимог практики. Окреслений напрямок є перспективним і тому потребує проведення подальших відповідних науково-прикладних досліджень.

Список використаної літератури

1. Барабаш М. С. Компьютерное моделирование процессов жизненного цикла объектов строительства: Монография. Киев: Сталь, 2014. 301 с.
2. Барабаш М. С. Программные комплексы САПФИР и ЛИРА-САПР – основа отечественных BIM-технологий: Монография. Москва: Юрайт, 2013. 366 с.
3. Ланцов А. Л. Компьютерное проектирование в архитектуре. ArchiCAD 11. Москва: ДМК-Пресс, 2009. 800 с.
4. Некрасов А. В., Срыбных М. А. Allplan 2014. Первый проект от эскиза до презентации. Екатеринбург: Уралкомплект-наука, 2014. 250 с.
5. Aubin P. F. The Aubin Academy Revit Architecture, covers Version 2016 and beyond. Oak Lawn: G3B Press, 2015. 801 p.
6. Плоский В. О., Регіда О. В., Терещук М. О. Комп'ютерне геометричне моделювання як засіб підвищення ефективності архітектурно-будівельного проектування. *Шляхи підвищення ефективності будівництва в умовах формування ринкових відносин*. 2018. Вип. 37. С. 37–46.
7. Регіда О. В., Терещук М. О. Деякі перспективи розвитку сучасного комп'ютерного будівельного моделювання. *Управління розвитком складних систем*. 2020. Вип. 42. С. 111–116.
8. Регіда О. В. До питання розроблення методик та алгоритмів структурно-параметричного моделювання будівельних об'єктів. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2020. Том 3, № 1. С. 178–186. DOI: <https://doi.org/10.32782/2618-0340/2020.1-3.18>

References

1. Barabash, M. S. (2014). *Kompyuternoe modelirovanie protsessov zhiznennogo tsikla ob'ektov stroitelstva*: Monografiya. Kiev: Stal.
2. Barabash, M. S. (2013) *Programmnyie komplekseyi SAPFIR i LIRA-SAPR – osnova otechestvennyih BIM-tehnologiy*: Monografiya. Moskva: Yurayt.
3. Lantsov, A. L. (2009). *Kompyuternoe proektirovanie v arhitekture*. ArchiCAD 11. Moskva: DMK-Press.
4. Nekrasov, A. V., & Sryibnyih, M. A. (2014). *Allplan 2014. Pervyyi proekt ot eskiza do prezentatsii*. Ekaterinburg: Uralkomplekt-nauka.
5. Aubin, P. F. (2015). *The Aubin Academy Revit Architecture, covers Version 2016 and beyond*. Oak Lawn: G3B Press.
6. Ploskyi, V.O., Rehida, O.V, & Tereshchuk, M.O. (2018). *Kompiuterne heometrychne modeliuvannia yak zasib pidvyshchennia efektyvnosti arkhitekturno-budivelnogo proektuvannia*. *Shliakhy pidvyshchennia efektyvnosti budivnytstva v umovakh formuvannia rynkovykh vidnosyn*. **37**, 37–46.
7. Rehida, O. V, & Tereshchuk, M. O. (2020). *Deiaki perspektyvy rozvytku suchasnoho kompiuternoho budivelnogo modeliuvannia*. *Upravlinnia rozvytkom skladnykh system*. **42**, 111–116.
8. Rehida, O. V. (2020). *Do pytannia rozroblennia metodyk ta alhorytmiv strukturno-parametrychnoho modeliuvannia budivelnikh obiektiv*. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuvannia*. **3**, 1, 178–186. DOI: <https://doi.org/10.32782/2618-0340/2020.1-3.18>

Регіда Олег Віталійович – аспірант кафедри архітектурних конструкцій Київського національного університету будівництва і архітектури, e-mail: regidatatyana@gmail.com, ORCID: 0000-0003-2193-3240.

УДК 504.43

О.М. СЕРІКОВА
Національний університет цивільного захисту України
О.О. СТРЕЛЬНИКОВА
Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ЗМІНИ РІВНЯ ҐРУНТОВИХ ВОД МІСЬКИХ ТЕРИТОРІЙ В ДВОВИМІРНОМУ ТА ТРИВИМІРНОМУ ФОРМУЛЮВАННІ

На території великих міст вплив техногенних факторів поповнення ґрунтових вод в декілька разів перевищує природні. Тому є актуальним врахування природних та техногенних факторів впливу на ґрунтові води, створення математичних моделей та прогнозів, що їх враховують. Двовимірне та тривимірне моделювання процесів зміни рівнів ґрунтових вод (РГВ) дозволить більш чітко та об'єктивно враховувати параметри факторів впливу на зміну РГВ у довгостроковому прогнозуванні. Метою дослідження є підвищення рівня екологічної безпеки територій, схильних до підтоплення шляхом вдосконалення прогнозів зміни рівня ґрунтових вод.

На основі рівняння Муфтахова А. Ж. було побудовано математичну модель, яка дозволила отримати розв'язок сформульованої задачі в замкнутому аналітичному вигляді (у вигляді рядів). Це дало можливість провести візуалізацію результатів і підтвердити попередньо отримані автором дані про вплив додаткового живлення на рівень ґрунтових вод з використанням традиційного інженерного підходу. Для моделювання процесу зміни РГВ у двовимірному формулюванні, було розглянуто рівняння фільтраційного напору у випадку плоскої фільтрації, що може бути базовим для створення математичної моделі опису змін РГВ, якою можна врахувати фактори штучних покриттів та евапотранспірації. На території багатьох міст України значну площу займають штучні дорожні покриття і будови, що перешкоджають природним процесам інфільтрації атмосферних опадів, випаровування та транспірації. Тому при моделюванні зміни рівня ґрунтових вод враховано існування таких ділянок території, що частково покриті штучними покриттями, де вплив природних і техногенних факторів буде відбуватися лише на незабудованій поверхні цієї ділянки.

Обґрунтовано необхідність створення тривимірних математичних моделей для описання змін рівня ґрунтових вод та покращення прогнозів їх змін. Розроблено тривимірну математичну модель зміни рівня ґрунтових вод міських територій, що враховує інфільтрацію атмосферних вод, додаткове живлення в ґрунтові води, транспірацію, випаровування, евапотранспірацію і водовідбір з підземних вод. Сформульовано граничні умови тривимірної математичної моделі. Тривимірне моделювання зміни РГВ на відміну від двовимірного дозволяє враховувати залежність дії евапотранспірації від наявності штучних покриттів на поверхні ґрунту, що розташовані нерівномірно та мають різний коефіцієнт фільтрації, що зумовлює відповідні зміни РГВ урбанізованих територій.

Ключові слова: додаткове живлення, рівень ґрунтових вод, евапотранспірація, підтоплення, математичне моделювання зміни рівня ґрунтових вод, екологічна безпека.

Е.Н. СЕРИКОВА
Национальный университет гражданской защиты Украины
Е.А. СТРЕЛЬНИКОВА
Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ИЗМЕНЕНИЯ УРОВНЯ ГРУНТОВЫХ ВОД ГОРОДСКИХ ТЕРРИТОРИЙ В ДВУМЕРНОЙ И ТРЕХМЕРНОЙ ФОРМУЛИРОВКЕ

На территории крупных городов влияние техногенных факторов пополнения ґрунтовых вод в несколько раз превышает природные. Поэтому актуальным является

учет природных и техногенных факторов влияния на грунтовые воды, создание математических моделей и прогнозов, которые их учитывают. Двумерное и трехмерное моделирование процессов изменения уровней грунтовых вод (УГВ) позволит более четко и объективно учитывать параметры факторов влияния на изменение УГВ в долгосрочном прогнозировании. Целью исследования является повышение уровня экологической безопасности территорий, подверженных подтоплению путем совершенствования прогнозов изменения уровня грунтовых вод.

На основе уравнения Муфтахова А. Ж. была построена математическая модель, которая позволила получить решение сформулированной задачи в замкнутом аналитическом виде (в виде рядов). Это позволило провести визуализацию результатов и подтвердить предварительно полученные автором данные о влиянии дополнительного питания на уровень грунтовых вод с использованием традиционного инженерного подхода. Для моделирования процесса изменения УГВ в двумерной формулировке, были рассмотрены уравнения фильтрационного напора в случае плоской фильтрации, что может быть базовым для создания математической модели описания изменений УГВ, которой можно учесть факторы искусственных покрытий и эвапотранспирации. На территории многих городов Украины значительную площадь занимают искусственные дорожные покрытия и строения, препятствующие естественным процессам инфильтрации атмосферных осадков, испарению и транспирации. Поэтому при моделировании изменения УГВ учтено существование таких участков территории, частично покрытых искусственными покрытиями, где влияние природных и техногенных факторов будет происходить только на незастроенной поверхности этого участка.

Обоснована необходимость создания трехмерных математических моделей для описания изменений уровня грунтовых вод и улучшения прогнозов их изменения. Разработана трехмерная математическая модель изменения уровня грунтовых вод городских территорий, учитывающая инфильтрацию атмосферных вод, дополнительное питание в грунтовые воды, транспирацию, испарение, эвапотранспирацию и водоотбор из подземных вод. Сформулированы граничные условия трехмерной математической модели. Трехмерное моделирование изменения УГВ в отличие от двумерного позволяет учитывать зависимость действия эвапотранспирации от наличия искусственных покрытий на поверхности почвы, расположенных неравномерно и имеющих разный коэффициент фильтрации, что обуславливает соответствующие изменения УГВ урбанизированных территорий.

Ключевые слова: дополнительное питание, уровень грунтовых вод, эвапотранспирация, подтопление, математическое моделирование изменения уровня грунтовых вод, экологическая безопасность.

O.M. SIERIKOVA

National University of Civil Defence of Ukraine

O.O. STRELNIKOVA

A.M. Pidhorny Institute for Mechanical Engineering Problems NAS of Ukraine

THE GROUNDWATER LEVEL CHANGING PROCESSES MODELING OF THE URBAN TERRITORIES IN 2D AND 3D FORMULATION

In large cities, the technogenic impact factors on groundwater replenishment in several times higher than natural. Therefore, it is important to take into account natural and technogenic factors of groundwater influencing, to create mathematical models and forecasts to include it. Two-dimensional and three-dimensional modeling of groundwater level changing (GWL) processes will allow more clearly and objectively take into consideration the parameters of influencing GWL factors change in long-term forecasting. The aim is to

increase the environmental safety level of areas prone to flooding by improving the forecasts of groundwater levels changes.

On the basis of the Muftakhov A. Zh. equation the mathematical model has been developed, which allowed to obtain the solution of the formulated problem in a closed analytical form (in the form of series). It has been visualized the results and confirm the previously obtained data by the author of the impact of additional replenishment on the groundwater level using a traditional engineering approach. To model the process of GWL change in two-dimensional formulation, the filtration pressure equation in the case of flat filtration has been considered, which can be the basis for creating a mathematical model for describing GWL changes, which can take into account factors of artificial coverings and evapotranspiration. In many cities of Ukraine, the significant area is occupied by artificial coverings and structures that prevent natural processes of precipitation infiltration, evaporation and transpiration. Therefore, the modeling of changes in groundwater levels takes into account the existence of such areas that partially covered with artificial surfaces, where the influence of natural and technogenic factors will occur only on the undeveloped surface of this area.

The necessity of creating three-dimensional mathematical models for describing the groundwater level changes and improving the forecasts of their changes has been substantiated. The three-dimensional mathematical model of groundwater level changing of urban areas has been developed, which takes into account atmospheric water infiltration, additional groundwater replenishment, transpiration, evaporation, evapotranspiration, and groundwater abstraction. The boundary conditions of the three-dimensional mathematical model have been formulated in the paper. Three-dimensional modeling of GWL change in contrast to two-dimensional allows taking into consideration the dependence of evapotranspiration on the presence of artificial coverings on the soil surface, which have uneven structure and have different filtration coefficients, to cause the due changes in GWL of urban areas.

The groundwater level changing nature under the external factors influence has been determined in the paper. The necessity of creating three-dimensional mathematical models to describe groundwater level changing and improve forecasts of their changes has been substantiated. A three-dimensional mathematical model of groundwater level changing of urban areas has been developed, which takes into account atmospheric water infiltration, additional groundwater replenishment, transpiration, evaporation, evapotranspiration, and groundwater abstraction. The boundary conditions of a three-dimensional mathematical model have been formulated.

Keywords: additional groundwater replenishment, groundwater level, evapotranspiration, flooding, mathematical modeling of groundwater level changing, environmental safety.

Постановка проблеми

Для сталого розвитку міст, захисту забудови від небезпечного підйому рівня ґрунтових вод (РГВ) та підтоплення, необхідно правильно оцінювати існуючі гідрогеологічні умови та з необхідною точністю їх прогнозувати [1]. Основним завданням є визначення характеру зміни рівня ґрунтових вод під дією зовнішніх факторів.

В попередніх роботах авторів [19–21] було встановлено та доведено, що на території великих міст вплив техногенних факторів поповнення ґрунтових вод в декілька разів перевищує природні. Тому є актуальним врахування природних та техногенних факторів впливу на ґрунтові води, створення математичних моделей та прогнозів, що їх враховують. Двовимірне та тривимірне моделювання процесів зміни рівнів ґрунтових вод дозволить більш чітко та об'єктивно враховувати параметри факторів впливу на зміну РГВ у довгостроковому прогнозуванні.

Мета дослідження

Метою дослідження є підвищення рівня екологічної безпеки територій, схильних до підтоплення шляхом вдосконалення прогнозів зміни рівня ґрунтових вод.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Проблему потоку підземних вод обговорювали багато дослідників з різними аспектами, як, наприклад, Klute [2] провів зведення рівняння дифузії до звичайного диференціального рівняння та застосував метод прямого інтегрування та метод ітерацій для розв'язання отриманого рівняння, Verma [3] отримав розв'язок рівняння, що описує одновимірне живлення ґрунтових вод для постійної дифузивності та лінійної провідності, шляхом перетворення Лапласа, Prasad та ін. [4] розроблено числову модель для імітації потоку вологи через ненасичені зони методом скінченних елементів, Desai [5] отримав композитний розширювальний розчин для підзарядки ґрунтових вод у вертикальному напрямку, Mehta та Patel [6] отримали розв'язки рівняння Бургера для опису одновимірного живлення ґрунтових вод шляхом поширення в пористих середовищах, Joshi та ін. [7] отримали розв'язок рівняння відносно одновимірного вертикального живлення ґрунтових вод за груповим теоретичним підходом, Nasserі та ін. [8] досліджено розв'язок рівняння адвекційно-дифузійного рівня на основі спрощеної моделі Брукса-Корі для провідності ґрунтів та дифузійності. В роботі Koohestani N. враховано тільки природні джерела живлення підземних вод та на основі цих даних складено водний баланс підземних вод і зроблено прогноз зміни РГВ [9].

Swaroop і Mehta [10] отримали рішення проблеми одновимірного потоку в ненасичених пористих середовищах з використанням методу скінченних елементів.

В роботі S. P. Pathak, T. Singh [11] отримано диференціальне рівняння одновимірного живлення ґрунтових вод за припущенням Дюпюї. Обговорено три випадки з відповідними граничними умовами та різними схилами непроникної межі нахилу. Математичним моделюванням проблем, пов'язаних зі зміною режиму ґрунтових вод, займалися такі українські та російські вчені, як Яковлев Є. О. [12], Телима С.В. [13], Муфтахов А.Ж. [14], Кремез В.С. [15,16], Золотарьов Н.В. [17], Венгерський П. С. [18] та інші.

Викладення основного матеріалу дослідження

На основі рівняння Муфтахова А. Ж. [14] було побудовано математичну модель, яка дозволила отримати розв'язок сформульованої задачі в замкнутому аналітичному вигляді (у вигляді рядів). Це дало можливість провести візуалізацію результатів і підтвердити попередньо отримані автором дані про вплив додаткового живлення на рівень ґрунтових вод з використанням традиційного інженерного підходу.

З метою створення математичної моделі обрано диференціальні рівняння для опису зміни РГВ та відповідні граничні умови [22].

При цьому прийняті такі припущення: зміна РГВ має усталений характер, про що свідчать дані багаторічних досліджень Геологічної партії в 3-х режимних водопунктах м. Харків; [21]; розглядаються ділянки з однорідними гідрогеологічними умовами вздовж одного з напрямків, що дозволяє використовувати рівняння плоскої фільтрації.

Моделювання процесів зміни РГВ у двовимірному формулюванні

Для моделювання розглянуто рівняння фільтраційного напору у випадку плоскої фільтрації, що може бути базовим для створення математичної моделі опису змін РГВ, якою можна врахувати фактори штучних покриттів та евапотранспірації:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \gamma_i^2 \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0, \quad (1)$$

де h – рівень ґрунтових вод, м; x, y – координати, показані на рис. 1; γ – коефіцієнт анізотропії.

На території багатьох міст України значну площу займають штучні дорожні покриття і будови, що перешкоджають природним процесам інфільтрації атмосферних опадів, випаровування та транспірації. Тому при моделюванні зміни рівня ґрунтових вод враховано існування таких ділянок території, що частково покриті штучними покриттями, де вплив природних і техногенних факторів буде відбуватися лише на незабудованій поверхні цієї ділянки (рис. 1).

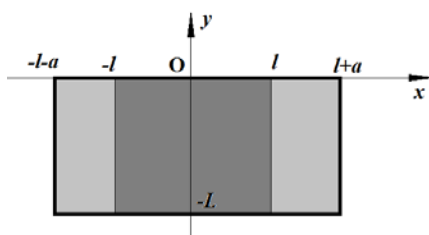


Рис. 1. Схема розрахункової області для визначення РГВ.

Припустимо, що на ділянках $[-l-a \div -l]$ та $[l \div l+a]$ відбувається вплив природних і техногенних факторів на зміну рівня ґрунтових вод; в той час як на ділянках $[-l \div 0]$ та $[0 \div l]$ впливу на рівень ґрунтових вод не відбувається завдяки штучним покриттям (рис. 1). Тоді, враховуючи, що зовнішня нормаль на відрізку $[-l \div l]$ при $y = -L$ співпадає з протилежним напрямком осі Oy , маємо таку граничну умову, що характеризує наявність штучних покриттів:

$$\left. \frac{\partial h}{\partial y} \right|_{-l \leq x \leq l, y = -L} = 0.$$

На ділянках $[-l-a, -l]$ та $[l, l+a]$ відбувається інфільтрація, водовідбір, транспірація і випаровування, тому маємо

$$-\left. \frac{\partial h}{\partial y} \right|_{l \leq x \leq l+a, y = -L} = f_1 + s_1 - g_1 - d_1 - k_1,$$

де f_1 – додаткове живлення ґрунтових вод (прибуткова частина балансу ґрунтових вод); s_1 – кількість опадів, яка інфільтрується в ґрунтові води (прибуткова частина балансу ґрунтових вод); g_1 – інтенсивність транспірації (видаткова частина балансу ґрунтових вод); d_1 – інтенсивність випаровування (видаткова частина балансу ґрунтових вод); k_1 – водовідбір з ґрунтових вод (видаткова частина балансу ґрунтових вод).

Аналогічну умову ставимо на ділянці $[-l-a, -l]$ при $y = -L$, позначаючи відповідні параметри водного балансу з індексом 2. В подальшому використовуємо симетричну модель, тому вважаємо, що

$$f_1 = f_2; s_1 = s_2; g_1 = g_2; d_1 = d_2; k_1 = k_2.$$

Отримаємо

$$-\frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{l \leq x \leq -l-a, y = -L} = f_2 + s_2 - g_2 - d_2 - k_2,$$

Оскільки зміна рівнів ґрунтових вод та їх розповсюдження є локальним, і моделювання проводиться для обмежених ділянок міської території (промислових об'єктів, будівель і т. ін.), з однорідними гідрогеологічними умовами, тому можна прийняти, що боковий приплив і відтік рівні між собою, тому

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=l+a} = e_1(y) \\ \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=-l-a} = e_1(y) \end{cases}, \quad e_1(y) = \frac{2}{1 + (y/y_{50})^\tau}, \quad (2)$$

де τ – відносна мінливість транспірації; y_{50} – параметр, що характеризує висоту капілярного всмоктування води; y – глибина, де відбувається тиск вологи, який всмоктує.

У розрахунках прийнято значення $\tau = 2,2$. У подальших розрахунках прийнято, що $y_{50} = 3$, тобто вважалось, що $L = 6$ м. Якщо евапотранспірація не враховується, тоді значення L обговорюється окремо. Початковий рівень приймається за точку відліку, $h=0$:

$$h \Big|_{y=0} = 0.$$

Таким чином, сформульовано таку крайову задачу для визначення невідомої функції $h(x, y)$. Знаходимо розв'язок диференціального рівняння

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \gamma_i^2 \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

при таких крайових умовах:

$$\frac{\partial h}{\partial y} \Big|_{-l \leq x \leq l, y = -L} = 0, \quad (3)$$

$$-\frac{\partial h}{\partial y} \Big|_{l \leq x \leq l+a, y = -L} = f_1 + s_1 - g_1 - d_1 - k_1, \quad (4)$$

$$-\frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{l \leq x \leq -l-a, y = -L} = f_2 + s_2 - g_2 - d_2 - k_2, \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=l+a} = e_1(y), \\ \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=-l-a} = e_1(y), \end{array} \right. \quad (6)$$

де функція $e_1(y) = \frac{2}{1 + (y/y_{50})^r}$ визначена в (2).

Зауважимо, що неможливо побудувати одну систему базисних функцій для цієї крайової задачі з неоднорідними крайовими умовами на трьох межах. Тому в роботі запропоновано шукати невідому функцію $h(x, y)$ у вигляді суми двох доданків:

$$h(x, y) = h_1(x, y) + h_2(x, y).$$

Кожній функції $h_i(x, y)$, $i = 1, 2$ відповідає своя крайова задача, при чому в кожній з цих задач наявні однорідні граничні умови, що дає змогу побудувати системи незалежних базисних функцій. Такий засіб не лише дозволяє побудувати розв'язок сформульованої крайової задачі (1), (3) – (6), що враховує наявність штучних покриттів, інфільтрацію, випаровування та транспірацію, а також ефект евапотранспірації, але й дослідити окремо вплив штучних покриттів та ефект евапотранспірації.

Так, крайова задача для функції $h_1(x, y)$ описує наявність штучних покриттів, інфільтрацію, випаровування та транспірацію, але не враховує ефект евапотранспірації в залежності від глибини. Цю задачу сформулюємо наступним чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 h_1}{\partial x^2} + \gamma^2 \frac{\partial^2 h_1}{\partial y^2} = 0, \\ h_1 \Big|_{y=0} = 0, \\ \frac{\partial h_1}{\partial y} \Big|_{-l \leq x \leq l, y = -L} = 0, \\ -\frac{\partial h_1}{\partial y} \Big|_{-l-a \leq x < -l, y = -L} = f_1 + s_1 - k_1, \\ -\frac{\partial h_1}{\partial y} \Big|_{l < x \leq l+a, y = -L} = f_1 + s_1 - k_1, \\ \frac{\partial h_1}{\partial x} \Big|_{x=\pm(l+a)} = 0, \end{array} \right. \quad (7)$$

де f_1 – додаткове живлення ґрунтових вод (прибуткова частина балансу ґрунтових вод); s_1 – кількість опадів, яка інфільтрується в ґрунтові води (прибуткова частина балансу

грунтових вод); k_1 – водовідбір з ґрунтових вод (видаткова частина балансу ґрунтових вод).

Тривимірне моделювання процесів зміни РГВ

У зв'язку з тим, що провідність в анізотропних ґрунтах в різних напрямках різна, якщо будова пористого середовища така, що має більш високу провідність в одному напрямку ніж в інших, існує необхідність враховувати зміни РГВ у тривимірному моделюванні [1, 18]. Для прогнозування зміни рівня ґрунтових вод розроблено математичну модель, що враховує інфільтрацію атмосферних вод, додаткове живлення в ґрунтові води, транспірацію, випаровування, евапотранспірацію і водовідбір з підземних вод.

При цьому вважається, що зміна РГВ має усталений характер, про що свідчать дані багаторічних досліджень [21], в 3-х режимних водопунктах м. Харків. На відміну від досліджень [22, 23] в цій роботі розглянуто задачу прогнозування зміни РГВ в тривимірному формулюванні.

Розглянемо рівняння фільтраційного напору у вигляді:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + \gamma_1^2 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \gamma_2^2 \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0, \quad (8)$$

де h – рівень ґрунтових вод, x, y, z – координати, показані на рис. 2, γ_1, γ_2 – коефіцієнти анізотропії.

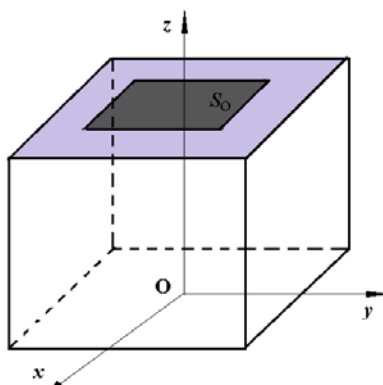


Рис. 2. Розрахункова область для визначення РГВ.

Сформулюємо крайові умови для рівняння (8), які враховують наявність штучних покриттів, інфільтрацію, випаровування та транспірацію, а також ефект евапотранспірації. Ці умови ставимо відносно значень невідомої функції, або її нормальної похідної на межах розрахункової області. Припустимо, що розрахункова область є прямокутним паралелепіпедом. Нижня та верхні грані цього паралелепіпеда є прямокутниками S зі сторонами $[2a, 2b]$. Висоту паралелепіпеда позначимо як L . Нехай область S_0 є квадратом зі сторонами $[2l, 2l]$, який розташовано в центрі верхньої грані.

Припустимо, що на ділянці $S_1 = S \setminus S_0$ відбувається вплив природних і техногенних факторів на зміну рівня ґрунтових вод; в той час як на ділянці S_0 впливу на рівень ґрунтових вод не відбувається завдяки наявності штучних покриттів. Маємо таку граничну умову, що характеризує наявність штучних покриттів:

$$\left. \frac{\partial h}{\partial z} \right|_{S_0} = 0. \quad (9)$$

На ділянці $S \setminus S_0$ відбувається інфільтрація, водовідбір, транспірація і випаровування, тому маємо

$$\left. \frac{\partial h}{\partial z} \right|_{S_1, z=L} = f + s - g - d - k,$$

де f – додаткове живлення ґрунтових вод (прибуткова частина балансу ґрунтових вод); s – кількість опадів, яка інфільтрується в ґрунтові води (прибуткова частина балансу ґрунтових вод); g – інтенсивність транспірації (видаткова частина балансу ґрунтових вод); d – інтенсивність випаровування (видаткова частина балансу ґрунтових вод); k – водовідбір з ґрунтових вод (видаткова частина балансу ґрунтових вод).

Переходимо до умов, які враховують евапотранспірацію. Оскільки зміна рівнів ґрунтових вод та їх розповсюдження є локальним, і моделювання проводиться для обмежених ділянок міської території (промислових об'єктів, будівель і т.ін.), з однорідними гідрогеологічними умовами, то можна прийняти, що боковий приплив і відтік рівні між собою, тому

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=l+a} = e_1(z), & \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=-l-a} = e_1(z), \\ \left. \frac{\partial h}{\partial y} \right|_{y=l+b} = e_1(z), & \left. \frac{\partial h}{\partial y} \right|_{y=-l-b} = e_1(z). \end{cases}$$

В цих рівняннях згідно з [21] маємо

$$e_1(z) = \frac{2}{1 + (z/z_{50})^\tau}, \quad (10)$$

де τ – відносна мінливість потенційної транспірації; z_{50} – параметр, що характеризує висоту капілярного всмоктування води; y – глибина, де відбувається тиск вологи, який всмоктує.

У розрахунках згідно [21, 23] прийнято значення $\tau=2,2$. У подальших розрахунках прийнято, що $z_{50} = 3$, тобто вважалось, що $L=6$ м. Якщо евапотранспірація не враховується, тоді значення L обговорюються окремо.

Початковий рівень приймається за точку відліку, $h=0$:

$$\left. h \right|_{z=0} = 0.$$

Таким чином, сформулювало таку крайову задачу для визначення невідомої функції $h(x, y, z)$. Знайти розв'язок диференціального рівняння (8) при таких крайових умовах:

$$\frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{s_0} = 0, \quad \frac{\partial h}{\partial z} \Big|_{S_1, z=L} = f + s - g - d - k, \quad h \Big|_{z=0} = 0,$$

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=l+a} = e_1(z), & \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=-l-a} = e_1(z), \\ \frac{\partial h}{\partial y} \Big|_{y=l+b} = e_1(z), & \frac{\partial h}{\partial y} \Big|_{y=-l-b} = e_1(z). \end{cases}$$

Зауважимо, що неможливо побудувати одну систему базисних функцій для цієї крайової задачі з неоднорідними крайовими умовами на шості межах. Тому в роботі запропоновано шукати невідому функцію $h(x, y, z)$ у вигляді суми трьох доданків:

$$h(x, y, z) = h_1(x, y, z) + h_2(x, y, z) + h_3(x, y, z).$$

Кожній функції $h_i(x, y)$, $i = 1, 2, 3$ відповідає своя крайова задача, при чому в кожній з цих задач наявні однорідні граничні умови, що дає змогу побудувати системи незалежних базисних функцій. Такий засіб не лише дозволяє побудувати розв'язок сформульованої крайової задачі, що враховує наявність штучних покриттів, інфільтрацію, випаровування та транспірацію, а також ефект евапотранспірації, але й дослідити окремо вплив штучних покриттів та ефект евапотранспірації.

Крайова задача для функції $h_1(x, y, z)$ описує наявність штучних покриттів, інфільтрацію, випаровування та транспірацію, але не враховує ефект евапотранспірації в залежності від глибини. Цю задачу сформулюємо наступним чином:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 h_1}{\partial z^2} + \gamma_1^2 \frac{\partial^2 h_1}{\partial x^2} + \gamma_2^2 \frac{\partial^2 h_1}{\partial y^2} = 0, \\ & \frac{\partial h_1}{\partial z} \Big|_{s_0} = 0, \quad \frac{\partial h_1}{\partial z} \Big|_{S_1, z=L} = f + s - g - d - k, \quad h_1 \Big|_{z=0} = 0, \\ & \begin{cases} \frac{\partial h_1}{\partial x} \Big|_{x=l+a} = 0, & \frac{\partial h_1}{\partial x} \Big|_{x=-l-a} = 0, \\ \frac{\partial h_1}{\partial y} \Big|_{y=l+b} = 0, & \frac{\partial h_1}{\partial y} \Big|_{y=-l-b} = 0. \end{cases} \end{aligned} \tag{11}$$

Для функції $h_2(x, y, z)$ отримаємо таку крайову задачу:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 h_2}{\partial z^2} + \gamma_1^2 \frac{\partial^2 h_2}{\partial x^2} + \gamma_2^2 \frac{\partial^2 h_2}{\partial y^2} = 0, \\ & \frac{\partial h_2}{\partial z} \Big|_{s_0 \cup S_1} = 0, \quad h_2 \Big|_{z=0} = 0, \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial h_2}{\partial x} \Big|_{x=l+a} = e_1(z), & \frac{\partial h_2}{\partial x} \Big|_{x=-l-a} = e_1(z), \\ \frac{\partial h_2}{\partial y} \Big|_{y=l+b} = 0, & \frac{\partial h_2}{\partial y} \Big|_{y=-l-b} = 0. \end{cases}$$

Аналогічно для функції $h_3(x, y, z)$ маємо:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 h_3}{\partial z^2} + \gamma_1^2 \frac{\partial^2 h_3}{\partial x^2} + \gamma_2^2 \frac{\partial^2 h_3}{\partial y^2} &= 0, \\ \frac{\partial h_3}{\partial z} \Big|_{S_0 \cup S_1} &= 0, \quad h_3 \Big|_{z=0} = 0, \\ \frac{\partial h_3}{\partial x} \Big|_{x=l+a} &= 0, \quad \frac{\partial h_3}{\partial x} \Big|_{x=-l-a} = 0, \\ \frac{\partial h_3}{\partial y} \Big|_{y=l+b} &= e_1(z), \quad \frac{\partial h_3}{\partial y} \Big|_{y=-l-b} = e_1(z). \end{aligned} \tag{13}$$

Тривимірне моделювання зміни РГВ на відміну від двовимірного дозволяє враховувати залежність дії евапотранспірації від наявності штучних покриттів на поверхні ґрунту, що розташовані нерівномірно та мають різний коефіцієнт фільтрації, що зумовлює відповідні зміни РГВ урбанізованих територій.

Висновки

- Визначено характер зміни рівня ґрунтових вод під дією зовнішніх факторів.
- Визначено необхідність створення тривимірних математичних моделей для описання змін РГВ та покращення прогнозів їх змін.
- Розроблено тривимірну математичну модель зміни РГВ міських територій, що враховує інфільтрацію атмосферних вод, додаткове живлення в ґрунтові води, транспірацію, випаровування, евапотранспірацію і водовідбір з підземних вод.
- Сформульовано граничні умови тривимірної математичної моделі.

Список використаної літератури

1. Маринова И. В. Современные математические методы прогноза и планирования эксплуатации водоносного горизонта. *Вестник Таганского института управления и экономики*. 2008. №2. С. 74–77.
2. Klute A. A Numerical Method for Solving the Flow Equation for Water in Unsaturated Materials. *Soil Science*. 1952. I. 73(2). P. 105–116.
3. Verma A. P. The Laplace Transform Solution of a one Dimensional Groundwater Recharge by Spreading. *Annals of Geophysics*. 1969. I. 22(1). P. 25–31.
4. Prasad K. H., Kumar M. M., Sekhar M. Modeling Flow through Unsaturated Zone: Sensitivity to Unsaturated Soil Properties. *Sadhana, Indian Academy of Sciences*. 2001. Vol. 26(6). P. 517–528.
5. Desai N. B. The Study of Problems Arises in Single Phase and Multiphase Flow through Porous Media. (Ph.D. Thesis), South Gujarat University, Surat, India. 2002.

6. Mehta M. N., Patel T. R. A Solution of the Burger's Equation Type One Dimensional Groundwater Recharge by Spreading in Porous Media. *J. Indian Academy of Mathematics*. 2006. 28(1), P. 25–32.
7. Joshi M. S., Desai N. B., Mehta M. N. One Dimensional and Unsaturated Fluid Flow through Porous Media. *Int. J. Appl. Math. and Mech.* 2010. Vol. 6(18). P. 66–79.
8. Nasser M., Daneshbod Y., Pirouz M. D., Rakhshandehroo G. R., Shirzad A. New Analytical Solution to Water Content Simulation in Porous Media. *J. Irrigation and Drainage Engineering*. 2012. Vol. 138(4). P. 328–335.
9. Koohestani N, Halaghi MM, Dehghani AA. Numerical Simulation of Groundwater Level Using MODFLOW Software (A Case Study: Narmab Watershed, Golestan Province). *International Journal of Advanced Biological and Biomedical Research*. 2013. Vol. 1. Issue 8. P. 858–873.
10. Swaroop A., Mehta M. N. A Solution to the Problem of One Dimensional Flow in Unsaturated Porous Media Taking Finite Element Approach. Proceedings of the *International Conference on Mathematical Modeling*. (India, Roorkee, January 29-31, 2001). Roorkee, pp. 141–143.
11. Pathak S. P., Singh T. An Analysis on Groundwater Recharge by Mathematical Model in Inclined Porous Media. *International Scholarly Research Notices*. Hindawi Publishing Corporation. 2014. P. 1–4.
12. Яковлев Є. О., Щербак О. В., Долін В. В. Моделювання гідрогеофільтраційного поля ґрунтових вод у зоні впливу металургійного виробництва. *Мінеральні ресурси України*. 2018. № 3. С. 19–25.
13. Телима С. В. Прогнозування процесів підтоплення міських територій та промислово-міських агломерацій в сучасних умовах. *Методи і методика досліджень. Містобудування та терит. планування*. 2005. Вип. 22. С. 367–378.
14. Муфтахов А. Ж. Гидродинамические основы прогноза подтопления промплощадок и фильтрационные расчеты защитного дренажа в сложных гидрогеологических условиях: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Москва, 1975. 44с.
15. Кремез В. С. Актуальные вопросы моделирования подтопления территорий и других опасных процессов, связанных с изменением режима грунтовых вод. *Екологія довкілля та безпека життєдіяльності*. 2003. № 6. С. 56–64.
16. Кремез В. С., Буц Ю. В., Цимбал В. А. Моделювання процесу підтоплення територій в зоні впливу водосховищ. *Людина та довкілля. Проблеми неоекології*. 2012. № 1–2. С. 128–130.
17. Золотарев Н. В. Моделирование подтопления и дренирования мелиорируемых ландшафтов методом электронных таблиц с целью прогнозирования их состояния: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Омск, 2013. 22 с.
18. Венгерський П. С. Чисельне моделювання руху поверхневих і ґрунтових потоків та їх взаємодія на території водозбору: дис. д-ра фіз.-мат. наук. Львів, 2017. 293 с.
19. Серикова Е.Н., Яковлев В.В. Дополнительная инфильтрация в подземные воды на территории крупных городов (на примере г. Харькова). *Научно-технический сборник «Коммунальное хозяйство городов»*. 2011. С. 344–348.
20. Серикова Е. Н., Яковлев В. В. Роль управленческих методов в предотвращении подтопления городов. *Науковий вісник будівництва*. 2012. №68. С. 382–387.
21. Серікова О. М. Прогнозування і управління рівнем ґрунтових вод для підвищення екологічної безпеки забудованих територій України: автореф. дис. ... канд. техн. наук : 21.06.01. Суми, 2019. 24 с.
22. Серикова Е.Н. Математическое моделирование повышения уровня грунтовых вод под воздействием дополнительной инфильтрации. *Восточно-европейский журнал передовых технологий*. 2012. №6/4 (60). С. 26–33.

23. Serikova E., Strelnikova E., Yakovlev V. Mathematical Model of Dangerous Changing the Groundwater Level in Ukrainian Industrial Cities. *Journal of Environment Protection and Sustainable Development*, USA. 2015. Vol. 1, № 2. P. 86–90.

References

1. Marinova, I. V. (2008). Sovremennyye matematicheskie metodyi prognoza i planirovaniya ekspluatatsii vodonosnogo gorizonta. *Vestnik Taganskogo instituta upravleniya i ekonomiki*. **2**, 74–77.
2. Klute, A. (1952). A Numerical Method for Solving the Flow Equation for Water in Unsaturated Materials. *Soil Science*. **73**(2), 105–116.
3. Verma, A. P. (1969). The Laplace Transform Solution of a one Dimensional Groundwater Recharge by Spreading. *Annals of Geophysics*. **22**(1), 25–31.
4. Prasad, K. H., Kumar, M. M., & Sekhar, M. (2001). Modeling Flow through Unsaturated Zone: Sensitivity to Unsaturated Soil Properties. *Sadhana, Indian Academy of Sciences*. **26**(6), 517–528.
5. Desai, N. B. (2002). The Study of Problems Arises in Single Phase and Multiphase Flow through Porous Media. (Ph.D. Thesis), South Gujarat University, Surat, India.
6. Mehta, M. N., & Patel, T. R. (2006). Solution of the Burger's Equation Type One Dimensional Groundwater Recharge by Spreading in Porous Media. *J. Indian Academy of Mathematics*. **28**(1), 25–32.
7. Joshi, M. S., Desai, N. B., & Mehta, M. N. (2010). One Dimensional and Unsaturated Fluid Flow Through Porous Media. *Int. J. Appl. Math. and Mech.* **6**(18), 66–79.
8. Nasser, M., Daneshbod, Y., Pirouz, M. D., Rakhshandehroo, G. R., & Shirzad, A. (2012). New Analytical Solution to Water Content Simulation in Porous Media. *J. Irrigation and Drainage Engineering*. **138**(4), 328–335.
9. Koohestani, N., Halaghi, MM, & Dehghani, AA. (2013). Numerical Simulation of Groundwater Level Using MODFLOW Software (A Case Study: Narmab Watershed, Golestan Province). *International Journal of Advanced Biological and Biomedical Research*. **1**(8): 858–873.
10. Swaroop, A., & Mehta, M. N. (2001). A Solution to the Problem of One Dimensional Flow in Unsaturated Porous Media Taking Finite Element Approach. Proceedings of the *International Conference on Mathematical Modeling*. (India, Roorkee, January 29-31, 2001). Roorkee, pp. 141–143.
11. Pathak, S. P., & Singh, T. (2014). An Analysis on Groundwater Recharge by Mathematical Model in Inclined Porous Media. *International Scholarly Research Notices*. Hindawi Publishing Corporation. P. 1–4.
12. Iakovliev, Ye. O., Shcherbak, O. V., & Dolin, V. V. (2018). Modeliuvannia hidroheofiltratsiinoho polia gruntovykh vod u zoni vplyvu metalurhiinoho vyrobnytstva. *Mineralni Resursy Ukrainy*. **3**, 19–25.
13. Telyma, S. V. (2005). Prohnozuvannia protsesiv pidtoplennia miskykh terytorii ta promyslovo-miskykh ahlomeratsii v suchasnykh umovakh. *Metody i metodyka doslidzhen. Mistobuduvannia ta teryt. planuv.* **22**, 367–378.
14. Muftahov, A. Zh. (1975). Hidrodinamicheskie osnovy prognoza podtopleniya promploschadok i filtratsionnyie raschetyi zaschitnogo drenazha v slozhnykh gidrogeologicheskikh usloviyah. (PhD Thesis), Moskva.
15. Kremez, V. S. (2003). Aktualnyie voprosy modelirovaniya podtopleniya territoriy i drugih opasnykh protsessov, svyazannykh s izmeneniem rezhima gruntovykh vod. *Ekolohiia dovkillia ta bezpeka zhyttiediialnosti*. **6**, 56–64.

16. Kremez, V. S., Buts, Yu. V., & Tsymbal, V. A. (2012). Modeliuvannia protsesu pidtoplennia terytorii v zoni vplyvu vodoskhovyshch. Liudyna ta dovkillia. *Problemy neoeekologii*. 1–2, 128–130.
17. Zolotarev, N. V. (2013). Modelirovanie podtopleniya i drenirovaniya melioriruemiyh landshaftov metodom elektronnyih tablits s tselyu prognozirovaniya ih sostoyaniya. (PhD Thesis), Omsk.
18. Venherskyi P. S. (2017). Chyselne modeliuvannia rukhu poverkhnevyykh i hruntovykh potokiv ta yikh vzaiemodiia na terytorii vodozboru. (Unpublished doctoral dissertation). Lviv.
19. Serikova, E. N., & Yakovlev, V. V. (2011). Dopolnitelnaya infiltratsiya v podzemnyie vody na territorii krupnyih gorodov (na primere g. Harkova). *Nauchno-tehnicheskii sbornik «Kommunalnoe hozyaystvo gorodov»*. P. 344–348.
20. Serikova, E. N., & Yakovlev, V. V. (2012). Rol' upravlencheskih metodov v predotvrashchenii podtopleniya gorodov. *Naukovyi visnyk budivnytstva*. 68, 382–387.
21. Sierikova, O. M. (2019). Prohnozuvannia i upravlinnia rivnem gruntovykh vod dlia pidvyshchennia ekolohichnoi bezpeky zabudovanykh terytorii Ukrainy: avtoref. dys. ... kand. tekhn. nauk : 21.06.01. Sumy, 2019. 24 s.
22. Serikova, E. N. (2012). Matematicheskoe modelirovanie povysheniya urovnya gruntovykh vod pod vozdeystviem dopolnitelnoy infiltratsii. *Vostochno-evropeyskiy zhurnal peredovyih tehnologiy*. 6/4 (60), 26–33.
23. Serikova, E., Strelnikova, E., & Yakovlev, V. (2015). Mathematical Model of Dangerous Changing the Groundwater Level in Ukrainian Industrial Cities. *Journal of Environment Protection and Sustainable Development, USA*. 1, 2, 86–90.

Серікова Олена Миколаївна – к. т. н., старший викладач кафедри прикладної механіки та технологій захисту навколишнього середовища Національного університету цивільного захисту України, e-mail: elena.kharkov13@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0354-9720.

Стрельнікова Олена Олександрівна – д.т.н., професор, провідний науковий співробітник; Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України; e-mail: elena15@gmx.com; ORCID: 0000-0003-0707-7214.

УДК 519.6: 533,6: 629.3

А.В. СОХАЦЬКИЙ

Інститут транспортних систем та технологій НАН України
Університет митної справи та фінансів

М.С. АРСЕНЮК

Інститут транспортних систем та технологій НАН України

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ПРОСТОРОВОГО ПОЛОЖЕННЯ ВИСОКОШВИДКІСНОГО НАЗЕМНОГО ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ НА ЙОГО АЕРОДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Розглянуто проблему моделювання аеродинаміки високошвидкісного наземного транспортного засобу. Математичне моделювання аеродинаміки транспортних апаратів є доволі складною та актуальною задачею. На сьогодні найбільш досконалі математичні моделі аеродинаміки побудовані на фізичних властивостях в'язкого стисливого газу та ґрунтуються на рівняннях Нав'є-Стокса. Реальні течії навколо транспортних апаратів є турбулентними. Розрахунок таких течій залишається однією з найбільш складних проблем. На сьогодні в обчислювальній аеродинаміці відсутні універсальні математичні моделі турбулентності. Надійне передбачення характеристик турбулентних потоків, відноситься до винятково важливої наукової проблеми і пов'язане з складністю та недостатнім вивченням турбулентності як фізичного явища. Метою роботи є побудова математичної моделі, числового методу, алгоритму розв'язування задачі та створення програмного забезпечення для дослідження аеродинамічних характеристик високошвидкісного наземного транспортного засобу типу Maglev.

В статті розглядається задача моделювання аеродинаміки високошвидкісного наземного транспортного засобу. Для опису течії навколо транспортного засобу використано осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є-Стокса. Для замикання осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса застосовано двопараметричну модель турбулентності SST Ментера. Модель SST за якістю перевершує ряд інших моделей турбулентності, але за обчислювальною простотою і витратам поступається моделям з одним рівнянням. Розроблено методіку, алгоритм розв'язування задачі, та програмне забезпечення. Для числового інтегрування системи диференціальних рівнянь використано скінченно-об'ємний метод. Задача розв'язувалася в багатоблочній постановці. Проведено тестування розробленої методіки на стандартних задачах аеродинаміки.

Виконано числове моделювання аеродинамічних характеристик високошвидкісного наземного транспортного засобу. Всі розрахунки проводилися для числа Рейнольдса $Re=3,8 \cdot 10^6$ та числа Маха $M=0,15$. Числове моделювання проводилися на гексаедральній багатоблоковій сітці, що складалася з 3,3 млн. вузлів. Досліджено вплив просторового положення корпусу високошвидкісного наземного транспортного засобу відносно шляхової структури на аеродинамічні характеристики. Проведені дослідження показали, що величина куту встановлення транспортного засобу відносно шляхової структури істотно змінює його аеродинамічні характеристики. Подальший аналіз теоретичних та практичних досліджень показує, що аеродинамічні характеристики мають значний вплив на динаміку руху високошвидкісного транспортного засобу. Таким чином для забезпечення потрібних параметрів динаміки руху високошвидкісного наземного транспортного засобу необхідно ураховувати його аеродинамічні характеристики.

Ключові слова: аеродинаміка транспортних апаратів; числове моделювання; рівняння Нав'є-Стокса; моделі турбулентності.

А.В. СОХАЦКИЙ

Институт транспортных систем и технологий НАН Украины

Университет таможенного дела и финансов

М.С. АРСЕНЮК

Институт транспортных систем и технологий НАН Украины

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО НАЗЕМНОГО ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА НА ЕГО АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Рассмотрена проблема моделирования аэродинамики высокоскоростного наземного транспортного средства. Математическое моделирование аэродинамики транспортных аппаратов является достаточно сложной и актуальной задачей. На сегодня наиболее совершенные математические модели аэродинамики построены на физических свойствах вязкого сжимаемого газа и основываются на уравнениях Навье-Стокса. Реальные течения вокруг транспортных аппаратов являются турбулентными. На сегодняшний день в вычислительной аэродинамике отсутствуют универсальные математические модели турбулентности. Расчет таких течений остается одной из наиболее сложных проблем. Надежное предвидение характеристик турбулентных потоков, относится к исключительно важной научной проблеме и связано со сложностью и недостаточным изучением турбулентности как физического явления. Целью работы является построение математической модели, численного метода, алгоритма решения задачи и создания программного обеспечения для исследования аэродинамических характеристик высокоскоростного наземного транспортного средства типа Maglev.

В статье рассматривается задача моделирования аэродинамики высокоскоростного наземного транспортного средства. Для описания течения вокруг транспортного средства использовано осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса. Для замыкания осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса применена двухпараметрическая модель турбулентности SST Ментера. Модель SST по качеству превосходит ряд других моделей турбулентности, но по вычислительной простоте и расходам уступает моделям с одним уравнением. Разработана методика, алгоритм решения задачи, и программное обеспечение. Для численного интегрирования системы дифференциальных уравнений использован конечно-объемный метод. Задача решалась в многоблочной постановке. Проведено тестирование разработанной методики на стандартных задачах аэродинамики.

Выполнено численное моделирование аэродинамических характеристик высокоскоростного наземного транспортного средства. Все расчеты проводились для числа Рейнольдса $Re = 3,8 \cdot 10^6$ и числа Маха $M = 0,15$. Численное моделирование проводилось на гексаэдральной многоблочной сетке, состоящей из 3,3 млн. узлов. Исследовано влияние пространственного положения корпуса высокоскоростного наземного транспортного средства относительно дорожной структуры на аэродинамические характеристики. Проведенные исследования показали, что величина угла установления транспортного средства относительно дорожной структуры существенно изменяет его аэродинамические характеристики. Дальнейший анализ теоретических и практических исследований показывает, что аэродинамические характеристики имеют значительное влияние на динамику движения высокоскоростного транспортного средства. Таким образом для обеспечения требуемых параметров динамики движения высокоскоростного наземного

транспортного средства необходимо учитывать его аэродинамические характеристики.

Ключевые слова: аэродинамика транспортных аппаратов; численное моделирование; уравнения Навье-Стокса; модели турбулентности.

A.V. SOKHATSKY

Institute of transport systems and technologies of National academy of sciences of Ukraine
University of customs and finances

M.S. ARSENIUK

Institute of transport systems and technologies of National academy of sciences of Ukraine

MATHEMATICAL MODELING OF THE INFLUENCE OF THE SPATIAL POSITION OF A HIGH-SPEED GROUND VEHICLE ON ITS AERODYNAMIC CHARACTERISTICS

The problem of modeling the aerodynamics of a high-speed ground vehicle is considered. Mathematical modeling of the aerodynamics of transport vehicles is a rather complex and urgent task. Today, the most advanced mathematical models of aerodynamics are based on the physical properties of a viscous compressible gas and are based on the Navier-Stokes equations. Real currents around transport vehicles are turbulent. To date, there are no universal mathematical models of turbulence in computational aerodynamics. Calculation of such flows remains one of the most difficult problems. Reliable prediction of the characteristics of turbulent flows is an extremely important scientific problem and is associated with the complexity and insufficient study of turbulence as a physical phenomenon. The aim of this work is to build a mathematical model, a numerical method, an algorithm for solving the problem and creating software for studying the aerodynamic characteristics of a high-speed land vehicle of the Maglev type.

The article deals with the problem of modeling the aerodynamics of a high-speed ground vehicle. To describe the flow around the vehicle, the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations are used. To close the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations, Menter's two-parameter SST turbulence model is used.

The SST model is superior in quality to a number of other turbulence models, but is inferior to models with one equation in terms of computational simplicity and cost.

A methodology, an algorithm for solving the problem, and software have been developed. For the numerical integration of the system of differential equations, a finite-volume method was used. The problem was solved in a multi-unit setting. The developed technique was tested on standard aerodynamic problems.

Numerical modeling of the aerodynamic characteristics of a high-speed ground vehicle has been performed. All measurements were carried out for the Reynolds number $Re = 3.8 \cdot 10^6$ and the Mach number $M = 0.15$. The numerical modeling was carried out on a hexahedral many blocks computational grid, which was stored at 3.3 million universities. The influence of the spatial position of the hull of a high-speed ground vehicle relative to the road structure on aerodynamic characteristics has been investigated. The studies carried out have shown that the value of the angle of installation of the vehicle relative to the road structure significantly changes its aerodynamic characteristics. Further analysis of theoretical and practical research shows that aerodynamic characteristics have a significant impact on the dynamics of a high-speed vehicle. Thus, to ensure the required parameters of the dynamics of the high-speed ground vehicle, it is necessary to take into account its aerodynamic characteristics.

Keywords: aerodynamics of transport vehicles; numerical modeling; CFD; Reynolds averaged Navier-Stokes equations; turbulence models.

Постановка проблеми

Математичне моделювання аеродинаміки транспортних апаратів є доволі складною та актуальною задачею. На сьогодні найбільш досконалі математичні моделі аеродинаміки побудовані на фізичних властивостях в'язкого стисливого газу та ґрунуються на рівняннях Нав'є-Стокса. Правомірність їх використання підтверджується багаточисельними дослідженнями. Складності додає той факт, що реальні течії є турбулентними. Розрахунок турбулентних течій і на теперішній час залишається однією з найбільш складних проблем, а надійне передбачення характеристик турбулентних потоків, що представляють практичний інтерес, як і раніше є швидше виключенням, ніж правилом, що пояснюється винятковою складністю турбулентності як фізичного явища [1–2].

Специфічна особливість турбулентності полягає в тому, що, на відміну від багатьох інших фізичних явищ, для опису яких строгі математичні моделі відсутні, турбулентні течії, згідно з сучасним рівнем знань, описуються класичним рівнянням Нав'є-Стокса, і в цьому сенсі проблема моделювання турбулентності може вважатися давно вирішеною [1–2].

Проте, не дивлячись на величезний прогрес обчислювальної техніки, досягнутий в останні десятиліття, її можливості все ще далеко не достатні для розв'язування цих рівнянь. Вважається що для високих чисел Рейнольдса, які представляють практичний інтерес навіть за найоптимістичнішими прогнозами проблеми моделювання турбулентності залишатимуться такими принаймні аж до кінця XXI століття [1–2].

Розвиток аеродинаміки має більш ніж вікову історію. Проте математичне моделювання турбулентних течій і на сьогодні залишається виключно актуальною проблемою, хоча і спостерігається швидкий розвиток теоретичної та обчислювальної аеродинаміки.

В роботі розглядаються проблеми моделювання аеродинаміки транспортних апаратів на основі моделей в'язкої рідини з використанням осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса.

Мета дослідження

Реальні течії навколо транспортного засобу є виключно турбулентними. Їх математичне моделювання і на сьогодні залишається складною проблемою обчислювальної аеродинаміки. Тому розробка математичних моделей аеродинамічних процесів є актуальним та важливим завданням. Метою роботи є побудова математичної моделі, числового методу, алгоритму розв'язування задачі та створення програмного забезпечення для дослідження аеродинамічних процесів турбулентних течій навколо високошвидкісного наземного транспортного засобу (ВШНТЗ) типу Maglev.

Викладення основного матеріалу дослідження

Математична модель та методика розв'язування задачі. Для розв'язування задачі з визначення аеродинамічних характеристик транспортного засобу типу Maglev обрано модель течії в'язкого стисливого газу, що описується осередненими за Рейнольдсом рівняннями Нав'є-Стокса. Розрахункова область навколо транспортного апарата є складною, тому доцільно використовувати багатоблоковий підхід та криволінійну систему координат. Система рівнянь Нав'є-Стокса осереднена за Рейнольдсом для довільної криволінійної системи координат запишеться

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\hat{E} - \hat{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial (\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \zeta} = \hat{H}, \quad (1)$$

де \hat{Q} – вектор невідомих змінних; $\hat{E}, \hat{F}, \hat{G}$ – вектори нев'язких потоків; $\hat{E}_V = \xi_x E_V + \xi_y F_V + \xi_z G_V$, $\hat{F}_V = \eta_x E_V + \eta_y F_V + \eta_z G_V$, $\hat{G}_V = \zeta_x E_V + \zeta_y F_V + \zeta_z G_V$ – вектори в'язких потоків; $\hat{H} = 1/jH$ – вектор джерельних членів.

Вектори $\hat{Q}, \hat{E}, \hat{F}, \hat{G}, E_V, F_V, G_V$ визначаються наступними співвідношеннями:

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E_t \end{bmatrix}, \hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U u + \xi_x p \\ \rho U v + \xi_y p \\ \rho U w + \xi_z p \\ (E_t + p)U - \xi_i p \end{bmatrix}, \hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ \rho w V + \eta_z p \\ (E_t + p)V - \eta_i p \end{bmatrix}, \hat{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho u W + \zeta_x p \\ \rho v W + \zeta_y p \\ \rho w W + \zeta_z p \\ (E_t + p)W - \zeta_i p \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$E_V = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} - q_x \end{bmatrix}, F_V = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_y \end{bmatrix}, G_V = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} - q_z \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де $\xi_x, \xi_y, \xi_z, \eta_x, \eta_y, \eta_z, \zeta_x, \zeta_y, \zeta_z$ – метричні коефіцієнти, $J = \partial(\xi, \eta, \zeta) / \partial(x, y, z)$ – якобіан перетворення координат, $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ – компоненти тензора напружень та q_x, q_y, q_z – компоненти вектора теплових потоків. $E_t = \rho \left[e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \right]$.

В системі рівнянь (1) n -компонентні вектори $\hat{Q}, \hat{E}_i, \hat{F}_i, \hat{G}_i, \hat{E}_V, \hat{F}_V, \hat{G}_V$ мають відповідний вигляд в залежності від моделі турбулентності.

Для замикання системи рівнянь (1) використано модель турбулентності SST (Shear Stress Transport) Ментера [4]. В загальному вигляді ця система рівнянь запишеться

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_k - Y_k, \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i \omega)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega,$$

де G_ω , – генерація дисипації кінетичної турбулентності ω на одиницю k ; Y_k – дисипація кінетичної енергії турбулентності; Y_ω – дисипація кінетичної турбулентності ω ; $\Gamma_k = \mu + \mu_t / \sigma_k$; $\Gamma_\omega = \mu + \mu_t / \sigma_\omega$; D_ω , – перехресний дифузійний член.

Модель турбулентності SST є комбінацією $k-\varepsilon$ і $k-\omega$ моделей турбулентності. Для розрахунку течії у вільному потоці використовуються рівняння $k-\varepsilon$ моделі, а в області поблизу стінок – рівняння $k-\omega$ моделі. Вимоги до щільності сітки тут ті ж, що і у $k-\omega$ моделі і низькорейнольдсової $k-\varepsilon$ моделі. Ця модель турбулентності

позбавлена ряду недоліків початкових $k-\varepsilon$ і $k-\omega$ моделей. Вважається, що модель SST за якістю перевершує ряд інших моделей турбулентності. Проте за обчислювальною простотою і витратам вона поступається моделям з одним рівнянням [1–5].

Числовий метод. Для числового розв'язування системи рівнянь (3) використано метод контрольного об'єму. Основні засади методу контрольного об'єму (МКО) полягають в тому, що розглядаються класичні рівняння балансу деякої величини Q в контрольному об'ємі V , обмеженому поверхнею $S = \sum S_k$ з зовнішньою нормаллю n . Інтегруючи рівняння (1) по контрольному об'єму, отримуємо

$$\iiint_{\Delta V} \left[\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial (\hat{E} - \hat{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial (\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \zeta} - H \right] dV = 0. \quad (5)$$

Застосовуючи до рівняння (5) теорему про середнє значення функції і теорему Остроградського-Гаусса, отримуємо:

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} = -\frac{1}{\Delta V} \iint_S [(\hat{E} - \hat{E}_v)n_x + (\hat{F} - \hat{F}_v)n_y + (\hat{G} - \hat{G}_v)n_z] dS + \tilde{H}, \quad (6)$$

де S – поверхня навколо контрольного об'єму ΔV ; \vec{n} – вектор зовнішньої нормалі до поверхні S .

Верхній знак $[\sim]$ означає середнє значення шуканої функції за об'ємом:

$$\tilde{f} = \frac{1}{\Delta V} \iiint_{\Delta V} f dV. \quad (7)$$

Отримана система алгебраїчних рівнянь розв'язувалася методом Гаусса-Зейделя. Розроблена методика, алгоритм та програмне забезпечення тестувалося на ряді стандартних задач.

Для математичного моделювання впливу просторового положення високошвидкісного наземного транспортного засобу на його аеродинамічні характеристики було обрано модель транспортного засобу типу Maglev (рис.3) [3]. Досліджувався вплив просторового положення високошвидкісного наземного транспортного засобу в без крилевого варіанті на його аеродинамічні характеристики. Геометричні розміри корпусу моделі ВШНТЗ складалі: довжина – 1400 мм, висота – 110 мм, ширина – 150 мм (рис. 1) [3].

В серії розрахунків відстань від днища корпусу ВШНТЗ в крайній задній точці до шляхової структури складала 0,013 висоти корпусу ВШНТЗ. Кут установки корпусу ВШНТ змінювався в межах від 0 до 2,5° (рис. 2).

Розрахункова сітка розбита на ряд блоків, де центральний блок О-типа розміщується навколо корпусу транспортного засобу. Уся сітка складається з 23 блоків. Із них шість блоків навколо тіла (О-сітка), шість спереду, шість з заду і п'ять з боків центрального О-блока. Це дозволяє вільно змінювати відстань до зовнішньої межі розрахункової області і кількість вузлів у блоках без впливу на геометрію внутрішніх блоків біля корпусу транспортного засобу.



Рис. 1. Фото моделі високошвидкісного наземного транспортного апарату в крилевій компоновці з від'ємною V-подібністю крила [3].

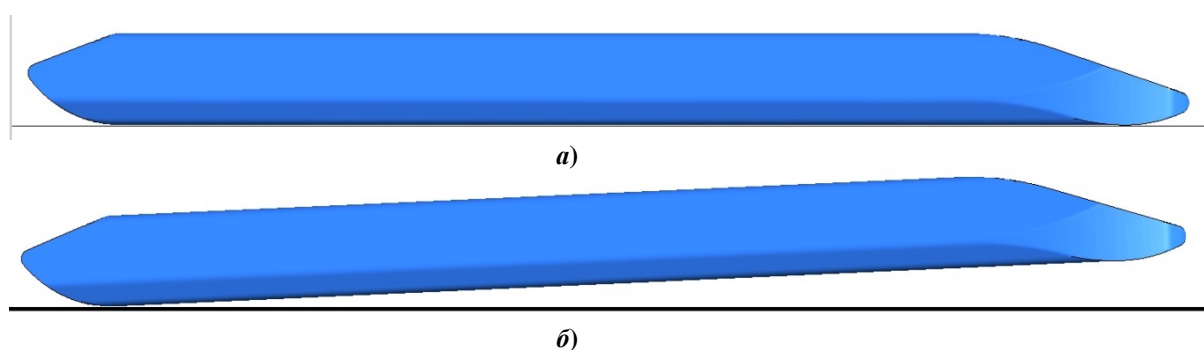


Рис. 2. Схема розміщення корпусу ВШНТЗ над шляховою структурою при зміні кута установки: а- $\alpha = 0^\circ$; б- $\alpha = 2,5^\circ$.

Всі розрахунки проводилися для числа Рейнольдса $Re=3,8 \cdot 10^6$ та числа Маха $M=0,15$. Числове моделювання проводилися на гексадральній багатоблочній сітці, що складалася з 3,3 млн. вузлів (рис. 3).

Мінімальний крок сітки складав $2,5 \cdot 10^{-6}$ довжини корпусу. Середня товщина в'язкого підшару по корпусу складала $y^+=0,88$.

На рис.4 представлені залежності аеродинамічних коефіцієнтів C_x , C_y , m_z від кута встановлення транспортного засобу відносно шляхової структури. Видно, що при зростанні кута встановлення до значення $\alpha = 0,1$ коефіцієнт лобового опору C_x спадає. Зі збільшенням кута після значення $\alpha = 0,1$ коефіцієнт лобового опору C_x починає зростати на усьому дослідженому проміжку зі значення 0,302 до 0,318. Аналогічні особливості спостерігаються і для зміни коефіцієнта підйімальної сили C_y . Мінімальне значення коефіцієнта C_y спостерігається при значенні кута установки $0,05^\circ$. Після значень кута установки $\alpha = 0,05^\circ$ спостерігається зростання значень коефіцієнта C_y . При цьому негативні значення коефіцієнта C_y спостерігаються при кутах установки від 0 до $0,7$, а при великих кутах установки він стає позитивним.

Значення коефіцієнта моменту m_z в усьому дослідженому діапазоні кутів установки були від'ємними. Максимальне значення m_z спостерігається при куті встановлення $\alpha = 0,025^\circ$. Із зростанням кута встановлення понад $\alpha = 0,025^\circ$ значення коефіцієнта m_z спадає.

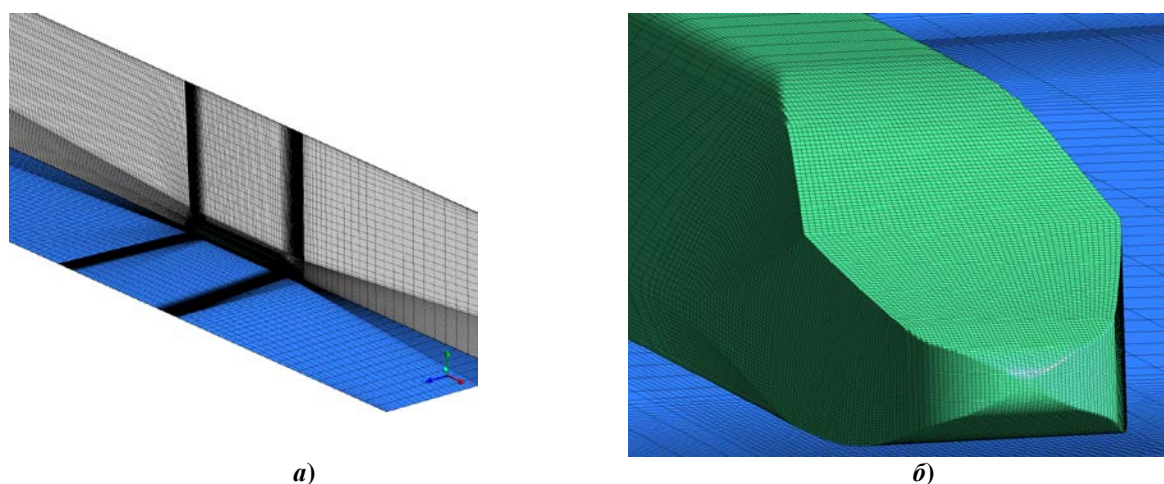


Рис. 3. Розрахункова сітка навколо ВШНТЗ:

a – загальний вигляд розрахункової сітки, *б* – розрахункова сітка поблизу носової частини.

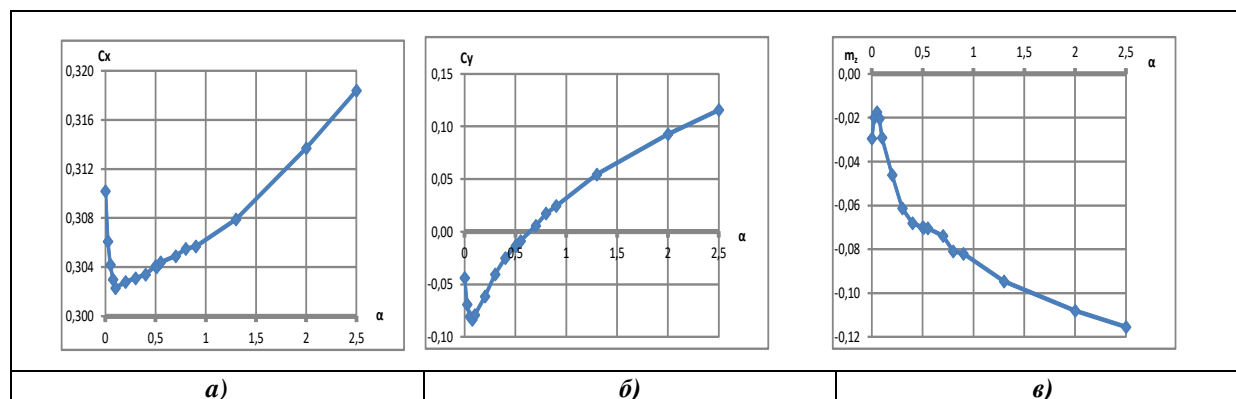


Рис. 4. Вплив кута встановлення на аеродинамічні коефіцієнти:

a – залежність коефіцієнта лобового опору C_x від кута встановлення,
б – залежність коефіцієнта підйимальної сили C_y від кута встановлення,
в – залежність коефіцієнта моменту тангажу m_z від кута встановлення.

Висновки

Побудовано математичну модель обтікання транспортного засобу турбулентним потоком. Розроблено числову методику розв’язування задачі, алгоритми та програмне забезпечення моделювання течії в’язкого стисливого газу на основі розв’язування осереднених за Рейнольдом рівнянь Нав’є-Стокса. Проведені дослідження показали, що величина кута встановлення транспортного засобу відносно шляхової структури істотно змінює його аеродинамічні характеристики. Аналіз теоретичних та практичних досліджень показує, що аеродинамічні характеристики мають значний вплив на динаміку руху високошвидкісного транспортного засобу. Таким чином для забезпечення потрібних параметрів стійкості високошвидкісного наземного транспортного засобу необхідно враховувати його аеродинамічні характеристики. В подальших дослідженнях передбачається розв’язувати зв’язану задачу динаміки та аеродинаміки транспортного засобу.

Список використаної літератури

1. Волков К. Н., Емельянов В. Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. М.: Физматлит, 2008. 368 с.

2. Гарбарук А. В., Стрелец М. Х., Травин А. К., Шур М. Л. Современные подходы к моделированию турбулентности. СПб. Изд-во Политехн. ун-та, 2016. 234 с.
3. Сохацький А. В. Теоретичні основи створення аеродинамічних компонентів перспективних швидкісних транспортних апаратів: автореф. дис. д-ра техн. наук. Київ, 2010. 39 с.
4. Menter F. R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *AIAA Journal*. 1994. Vol. 32. Issue 8. P. 1598–1605.
5. Spalart P. R., Allmaras S. R. A One-Equations Turbulence Model for Aerodynamic Flows. *AIAA paper*. 1992. Vol. 0439. 21 p.

References

1. Volkov, K. N., & Emelyanov V. N. (2008). Modelirovanie krupnykh vihrey v raschetakh turbulentnykh techeniy. M.: Fizmatlit.
2. Garbaruk, A. V., Strelets M. H., Travin A. K., & Shur M. L. (2016). Sovremennyye podhody k modelirovaniyu turbulentnosti . SPb. Izd-vo Politehn. un-ta.
3. Sohatskiy, A. V. (2010). Teoretichni osnovi stvorennya aerodinamichnih komponovan perspektivnih shvidkisnih transportnih aparativ (Doctor of Engineering Science Thesis). Kyiv: National Aviation University.
4. Menter F. R. (1994). Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. *AIAA Journal*. **32**, 8, 1598–1605.
5. Spalart P. R., & Allmaras S. R. (1992). A One-Equations Turbulence Model for Aerodynamic Flows. *AIAA paper*. **0439**, 21 p.

Сохацький Анатолій Валентинович – д.т.н., професор, завідувач кафедри транспортних систем та технологій Університету митної справи та фінансів, провідний науковий співробітник Інституту транспортних систем та технологій Національної академії наук України, e-mail: Sokhatsky_anatoly@ukr.net, ORCID: 0000-0002-3593-6517.

Арсенюк Михайло Сергійович – провідний інженер Інституту транспортних систем та технологій Національної академії наук України, e-mail: ars_mix@ukr.net, ORCID: 0000-0002-7805-1372.

УДК 514.18

І.С. УСЕНКО
Національний університет
«Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

ПОБУДОВА ЕКВІДИСТАНТИ ДО ПЛОСКОЇ ЛАМАНОЇ У ФОРМУВАННІ СТРУКТУР КІЛЬЦЕВИХ ВОДОПРОВІДНИХ МЕРЕЖ

У статті наголошується, що рівномірне розташування ліній та вузлів водопроводів визначає раціональне їх розташування в структурі міста. Це пояснюється необхідністю врахування невизначеного положення вузлів в традиційному порядку прокладки магістральних водопроводів. Розташування вузлів водопроводу на межі міста не допускається, оскільки необхідно жити територію по обидва боки, що відповідає економічності будівництва і експлуатації мережі.

На основі аналізу останніх досліджень і публікацій було встановлено, що доцільно використовувати опорні лінії для рівномірного розміщення трубопроводів у вуличній мережі міста в процесі будівництва нових і реконструкції існуючих систем водопостачання. Зазначено, що ці лінії повинні бути рівновіддалені одна від одної та від периметра забудови на плані міста.

Метою дослідження є розробка методу визначення опорних ліній для рівномірності трасування трубопроводів магістральної водогінної мережі міста. У дослідженні розглядається орієнтований замкнений багатокутник, який утворений точками на площині і відображає межу розвитку міста. Визначено орієнтацію еквідистанти щодо внутрішньої замкнутої області площини. Вказується, що положення кожної точки еквідистанти повністю визначається трьома послідовними точками граничного контуру, що не лежать на одній прямій лінії. Використовуються площа і діаметр трикутника з вершинами на еквідистанті, а також значення її зміщення.

У статті розглядається опуклий орієнтований контур і записується рівняння прямих, що проходять через точки багатокутної лінії. Щоб зберегти рівність відстаней і знайти координати точки, записується система рівнянь з двома невідомими і обчислюється основний визначник системи. Рішення системи отримано за формулами Крамера. Відзначено, що в залежності від значення основного детермінанта системи рівнянь середня точка може бути виключена з розгляду, що призводить до зміни форми багатокутника. Щоб отримати множину еквідистант на плані міста, потрібно встановити значення зсуву, яке залежить від середньої відстані між вулицями.

Ключові слова: внутрішня еквідистанта, структура мережі, кільцева водопровідна мережа.

І.С. УСЕНКО
Національний університет
«Полтавская политехника имени Юрия Кондратюка»

ПОСТРОЕНИЕ ЭКВИДИСТАНТЫ К ПЛОСКОЙ ЛОМАНОЙ В ФОРМИРОВАНИИ СТРУКТУРЫ КОЛЬЦЕВЫХ ВОДОПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ

В статье отмечается, что равномерное расположение линий и узлов водопроводов определяет рациональное их расположение в структуре города. Это объясняется необходимостью учёта неопределённого положения узлов в

традиційному порядку прокладки магістральних водопроводів. Розположення вузлів водопровода на границі міста не допускається, оскільки необхідно питати територію з обох сторін, що відповідає економічності будівництва і експлуатації мережі.

На основі аналізу останніх досліджень і публікацій було встановлено, що цілорозумно використовувати опорні лінії для рівномірного розміщення трубопроводів в вуличній мережі міста в процесі будівництва нових і реконструкції існуючих систем водопровода. Вказано, що ці лінії повинні бути рівноудалені між собою і від периметра забудови на плані міста.

Метою дослідження є розробка методу визначення опорних ліній для рівномірності трасування трубопроводів магістральної водопровідної мережі міста. В дослідженні розглядається орієнтований замкнений багатокутник, який утворений точками на площині і відображає межі розвитку міста. Визначена орієнтація евідистанти відносно внутрішньої замкненої області площини. Вказується, що положення кожної точки евідистанти повністю визначається трьома послідовними точками граничного контуру, які не лежать на одній прямій лінії. Використовуються площа і діаметр трикутника з вершинами на евідистанті, а також значення її зміщення.

В статті розглядається випуклий орієнтований контур і записується рівняння прямих, що проходять через точки багатокутної лінії. Щоб зберегти рівність відстаней і знайти координати точки, записується система рівнянь з двома невідомими і вирішується основний визначник системи. Розв'язок системи отримано за формулами Крамера. Відзначено, що в залежності від значення основного детермінанта системи рівнянь середня точка може бути виключена з розгляду, що призводить до зміни форми багатокутника. Щоб отримати множину евідистант на плані міста, потрібно встановити значення зміщення, яке залежить від середньої відстані між вулицями.

Ключові слова: внутрішня евідистанта, структура мережі, кільцева водопровідна мережа.

I.S. USENKO
National University
'Yuri Kondratyuk Poltava Polytechnic'

THE CONSTRUCTION OF EQUIDISTANT TO A FLAT BROKEN LINE IN THE FORMATION OF THE STRUCTURE OF RING WATER NETWORKS

The paper notes that the uniform arrangement of lines and nodes of the water pipelines determines the rational laying of the water pipelines in the city structure. This is explained as taking into account the lack of previous uncertainty in the position of the nodes of the traditional order of laying the main water pipelines. The location of water pipeline nodes on the city border is not allowed since it is necessary to feed the territory from both sides, which corresponds to the economics of building and operating the network.

Based on the analysis of recent studies and publications, it was determined that it is advisable to use support lines to evenly place pipelines in the city's street network in the process of constructing new and reconstructing existing water pipeline and distribution systems. It is indicated that such lines should be taken equidistant on the city plan. They are equidistant from each other and from the perimeter of the city.

The research objective is presented as the development of a method for determining reference lines for uniform tracing of pipelines of the city's main water pipeline network. The study examines the oriented closed polyline, which is formed by points on the plane and defines the boundary of urban development. The orientation of the equidistant relative to the inner closed region of the plane is determined. It is indicated that the position of each point of the equidistant is completely determined by three consecutive points of the limit contour; they do not lie on one straight line. The area and diameter of the triangle with the vertices on the equidistant are used, as well as the offset value of the equidistant.

The paper considers a convex oriented contour and writes down the equation of lines passing through the points of the polygonal line. To maintain equality of distances and find the coordinates of a point, a system of equations with two unknowns is written and the main determinant of the system is calculated. The solution to the system is obtained by Cramer's formulas. It is noted that, depending on the value of the main determinant of the system of equations, the midpoint may be excluded from consideration, which changes the shape of the polyline. To get a lot of equidistant on the urban plan, you need to set the offset values in steps that depend on the average distance between the streets.

Keywords: internal equidistant, network structure, ring water supply network.

Постановка проблеми

При однаковій щільності населення і рівня благоустрою житлової забудови трасування водопровідних мереж (ВМ) повинно виконуватися рівномірним по всій території населеного пункту. Якщо розташувати лінії та вузли ВМ рівномірно, тоді це визначить деякою мірою раціональне прокладення мережі трубопроводів водопостачання у структурі міста. Таким чином, компенсується недолік попередньої невизначеності місцеположення вузлів традиційного порядку трасування ВМ. Окрім цього, розташування вузлів ВМ на межі населеного місця (НМ) не допускається або допускається тільки у виняткових випадках, оскільки трубопровід, який пройде через них, має жити територію з обох боків, що неможливо на межі ВМ і є порушенням однієї із суттєвих вимог економічності трасування ВМ.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У літературних джерелах [3, 5] опрацьовані питання розвитку, зниження швидкості розростання міст та збільшення їх компактності. Контроль розростання територій міст обмежує посилення негативного впливу на оточуюче середовище. У багатьох випадках міські території використовуються не досить ефективно завдяки невисокій щільності забудови. Структура інженерних мереж визначається плануванням міста оскільки вони прив'язані до вуличної мережі. В рамках практичного застосування принципу компактності у роботах науковців розглядаються питання, які пов'язані з основними напрямками вуличної мережі міста [1, 2, 4]. Магістральна водопровідна мережа міста систематизована до чотирьох схем [1, 2]. Є доцільним визначення опорних ліній (еквідистант) для рівномірного розміщення трубопроводів у вуличній мережі міста під час побудови нових та реконструкції діючих систем подачі та розподілу води. Множину еквідистант на плані міста та його частин можна вважати опорними для розташування ліній структури магістральної водопровідної мережі.

Мета дослідження

Мета дослідження – розроблення способу визначення опорних ліній для рівномірного трасування трубопроводів магістральної водопровідної мережі міста.

Викладення основного матеріалу дослідження

Для планування рівномірно розташованих трубопроводів ВМ використаємо множину ліній, що рівновіддалені одна від одної та від периметру НМ. Ці лінії повинні мати деяке зміщення одна відносно одної. Розглянемо їх побудову.

Нехай $M=[M_1 M_2 \dots M_n]$, $M_n=M_1$ – орієнтована замкнена ламана, утворена точками $M_i(x_i, y_i)$, $i=1, 2, \dots, n$, які лежать на площині. Ця ламана визначає границю міської забудови. Орієнтацію лінії будемо вважати додатною, якщо нумерація її вершин здійснюється «проти годинникової стрілки» (рис. 1) і від’ємною – якщо «за годинниковою стрілкою» відносно внутрішньої замкненої області площини (рис. 2).

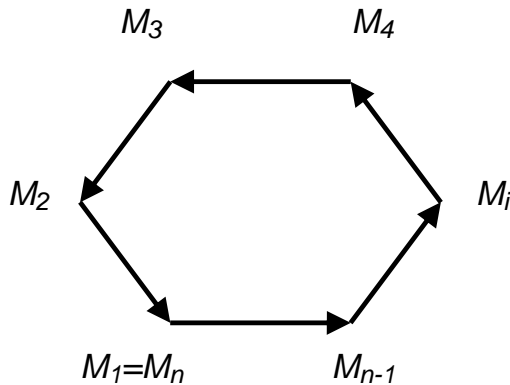


Рис. 1. Додатна орієнтація ламаної

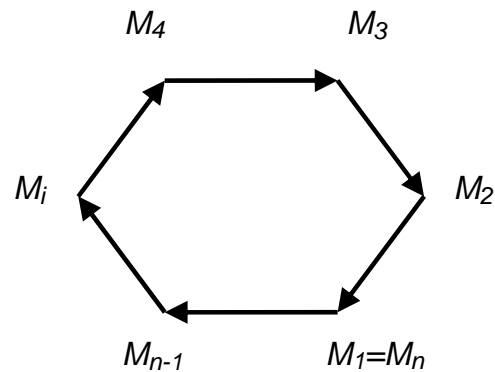


Рис. 2. Від’ємна орієнтація ламаної

Площа трикутника з вершинами $M_{i-1} M_i M_{i+1}$ визначається за формулою:

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_{i-1} & y_{i-1} & 1 \\ x_i & y_i & 1 \\ x_{i+1} & y_{i+1} & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_i - x_{i-1} & y_i - y_{i-1} \\ x_{i+1} - x_{i-1} & y_i - y_{i-1} \end{vmatrix}, \tag{1}$$

де S – площа трикутника, $x_i, y_i, x_{i-1}, y_{i-1}, x_{i+1}, y_{i+1}$ – координати точок M_{i-1}, M_i, M_{i+1} .

Якщо $S > 0$, тоді вершини трикутника орієнтовані в додатному напрямі, а якщо $S < 0$ – у від’ємному.

Визначимо діаметр багатокутника M_i :

$$\rho = \max |M_i M_k|. \tag{2}$$

Нехай $D < \rho$ – задане значення зміщення. Знайдемо внутрішню еквідистанту до контуру M , тобто таку ламану $N=[N_1 N_2 \dots N_n]$, $N_n=N_1$, всі вершини якої знаходяться на відстані $D > 0$ до контуру M (рис. 3) у внутрішній частині області, обмеженої контуром M .

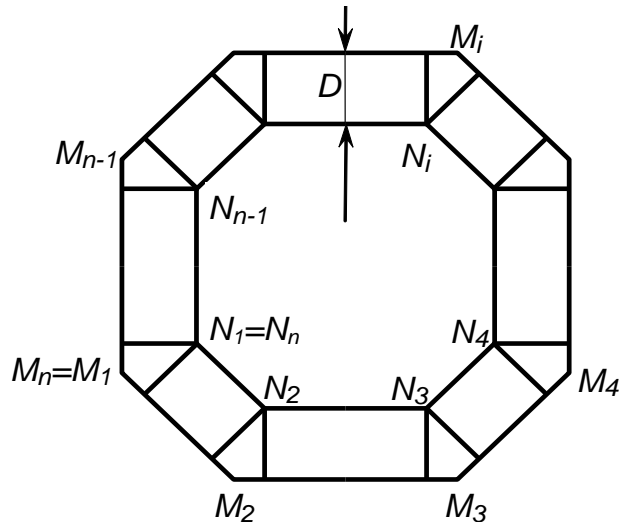


Рис. 3. Внутрішня еквідистанта плоскої ламаної

Положення кожної точки N_i еквідистанти повністю визначається трьома послідовними точками M_{i-1} , M_i , M_{i+1} граничного контуру, які не лежать на одній прямій, $S(\Delta M_{i-1} M_i M_{i+1}) \neq 0$.

Розглянемо спочатку опуклий додатньо орієнтований контур M . Запишемо рівняння прямих, що проходять через точки M_{i-1} , M_i та M_i , M_{i+1} (відрізків $[M_{i-1}, M_i]$ та $[M_i, M_{i+1}]$):

$$[M_{i-1} M_i]: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_{i-1} & y_{i-1} & 1 \\ x_i & y_i & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

\Leftrightarrow

$$(y_{i-1} - y_i)x + (x_i - x_{i-1})y + \begin{vmatrix} x_{i+1} & y_{i-1} \\ x_i & y_i \end{vmatrix} = 0;$$

$$[M_i M_{i+1}]: \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_i & y_i & 1 \\ x_{i+1} & y_{i+1} & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (4)$$

\Leftrightarrow

$$(y_i - y_{i+1})x + (x_{i+1} - x_i)y + \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_{i+1} & y_{i+1} \end{vmatrix} = 0.$$

Позначимо змінними X_i , Y_i шукані координати точки N_i (рис. 4).

Тоді відстань D_i від точки N_i до прямої (M_{i-1}, M_i) дорівнює:

$$D_i = \frac{1}{|M_{i-1} M_i|} \begin{vmatrix} X_i & Y_i & 1 \\ x_{i-1} & y_{i-1} & 1 \\ x_i & y_i & 1 \end{vmatrix}; \quad (5)$$

$$|M_{i-1} M_i| = \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2},$$

а відстань D_2 до прямої (M_i, M_{i+1}) :

$$D_2 = \frac{1}{|M_i M_{i+1}|} \begin{vmatrix} X_i & Y_i & 1 \\ x_i & y_i & 1 \\ x_{i+1} & y_{i+1} & 1 \end{vmatrix}; \quad (6)$$

$$|M_i M_{i+1}| = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}.$$

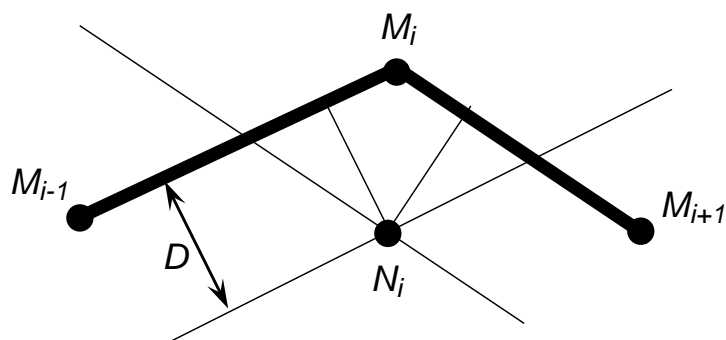


Рис. 4. Визначення точки, що знаходиться на однаковій відстані від $[M_{i-1}, M_i]$ та $[M_i, M_{i+1}]$

Необхідно, щоб дотримувалась рівність відстаней $D_1 = D_2 = D$, тому для знаходження координат точки N_i одержуємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \begin{vmatrix} X_i & Y_i & 1 \\ x_{i-1} & y_{i-1} & 1 \\ x_i & y_i & 1 \end{vmatrix} = D \cdot |M_{i-1} M_i|; \\ \begin{vmatrix} X_i & Y_i & 1 \\ x_i & y_i & 1 \\ x_{i+1} & y_{i+1} & 1 \end{vmatrix} = D \cdot |M_i M_{i+1}|; \end{cases} \quad (7)$$

яка представляється двома рівняннями з двома невідомими:

$$\begin{cases} \begin{vmatrix} y_{i-1} & 1 \\ y_i & 1 \end{vmatrix} X_i + \begin{vmatrix} 1 & x_{i-1} \\ 1 & x_i \end{vmatrix} Y_i = D |M_{i-1} M_i| - \begin{vmatrix} x_{i-1} & y_{i-1} \\ x_i & y_i \end{vmatrix}; \\ \begin{vmatrix} y_i & 1 \\ y_{i+1} & 1 \end{vmatrix} X_i + \begin{vmatrix} 1 & x_i \\ 1 & x_{i+1} \end{vmatrix} Y_i = D |M_i M_{i+1}| - \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_{i+1} & y_{i+1} \end{vmatrix}. \end{cases} \quad (8)$$

Обчислимо головний визначник Δ системи (8):

$$\Delta_i = \begin{vmatrix} y_{i-1} - y_i & x_i - x_{i-1} \\ y_i - y_{i+1} & x_{i+1} - x_i \end{vmatrix} = (y_{i-1} - y_i)(x_{i+1} - x_i) - (x_i - x_{i-1})(y_i - y_{i+1}). \quad (9)$$

Нехай $\Delta \neq 0$, тоді за формулами Крамера одержимо розв'язок системи (8):

$$X_{ei} = \frac{1}{\Delta_i} \begin{vmatrix} D |M_{i-1}M_i| - \begin{vmatrix} x_{i-1} & y_{i-1} \\ x_i & y_i \end{vmatrix} & x_i - x_{i-1} \\ D |M_iM_{i+1}| - \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_{i+1} & y_{i+1} \end{vmatrix} & x_{i+1} - x_i \end{vmatrix}; \quad (10)$$

$$Y_{ei} = \frac{1}{\Delta_i} \begin{vmatrix} y_{i-1} - y_i & D |M_{i-1}M_i| - \begin{vmatrix} x_{i-1} & y_{i-1} \\ x_i & y_i \end{vmatrix} \\ y_i - y_{i+1} & D |M_iM_{i+1}| - \begin{vmatrix} x_i & y_i \\ x_{i+1} & y_{i+1} \end{vmatrix} \end{vmatrix}.$$

або в іншому вигляді (після спрощення):

$$X_{ei} = \frac{1}{\Delta_i} \begin{vmatrix} D |M_{i-1}M_i| - (x_{i-1}y_i - x_iy_{i-1}) & x_i - x_{i-1} \\ D |M_iM_{i+1}| - (x_iy_{i+1} - x_{i+1}y_i) & x_{i+1} - x_i \end{vmatrix} \quad (11)$$

$$Y_{ei} = \frac{1}{\Delta_i} \begin{vmatrix} y_{i-1} - y_i & D |M_{i-1}M_i| - (x_{i-1}y_i - x_iy_{i-1}) \\ y_i - y_{i+1} & D |M_iM_{i+1}| - (x_iy_{i+1} - x_{i+1}y_i) \end{vmatrix}.$$

Якщо $\Delta_i=0$, то із рівності (9) випливає, що

$$\frac{y_{i-1} - y_i}{y_i - y_{i+1}} = \frac{x_i - x_{i-1}}{x_{i+1} - x_i}. \quad (12)$$

тобто точки M_{i-1} , M_i , M_{i+1} лежать на одній прямій і вектори $\overline{M_{i-1}M_i}$ та $\overline{M_iM_{i+1}}$ – колінеарні.

В цьому випадку внутрішня точка виключається із розгляду, а замість ланок M_{i-1} , M_i , M_{i+1} уводиться один відрізок $M_{i-1}M_{i+1}$. Знайдені точки послідовно сполучаються відрізками прямих, що складають еквідистанту. Для побудови множини еквідистант потрібно змінювати параметр D .

Висновки

Опрацювання способу побудови еквідистанти до ламаної лінії розвиває дослідження із математичного моделювання в прикладних інженерних задачах. Виконання умови рівномірності водопровідних мереж в плануванні міста, спрямоване на забезпечення розвитку їх благоустрою. Побудова мережі еквідистант допомагає використати важливу властивість рівномірності, що може бути використана для реалізації сучасних тенденцій в удосконаленні міської інфраструктури.

Список використаної літератури

1. Абрамов Н. Н. Водоснабжение. Москва: Стройиздат, 1982. 440 с.

2. Новохатній В. Г. Водопостачання. Системи і мережі. Полтава: ПолтНТУ, 2014. 162 с.
3. Сосновский В. А., Русаков Н. С. Прикладные методы градостроительных исследований. Москва : Архитектура-С, 2006. 112 с.
4. Усенко І. С. Аналіз надійності та побудова трасувань кільцевих водопровідних мереж : автореф. дис... канд. техн. наук : 05.23.04. Київ. нац. ун-т буд-ва і архіт. К., 2004. 20 с.
5. Breheny M. The Contradictions of the Compact City, a review. *Sustainable Development and Urban Form*. M. Breheny (Ed.). London: Pion Limited, 1992. P. 138–159.

References

1. Abramov, N. N. (1982). *Vodosnabzhenie*. Moskva: Stroyizdat.
2. Novokhatnii, V. H. (2014). *Vodopostachannia. Systemy i merezhi*. Poltava: PoltNTU, 162 p.
3. Sosnovskiy, V. A., & Rusakov, N. S. (2006). *Prikladnyie metodyi gradostroitelnyih issledovaniy*. Moskva : Arhitektura-S.
4. Usenko, I. S. (2004). *Analiz nadiinosti ta pobudova trasuvan kiltsevykh vodoprovidnykh merezh. Extended abstract of PhD dissertation (Vodopostachannia, kanalizatsiia)*, Kyiv : Kyiv. nats. un-t bud-va i arkhит.
5. Breheny M. (1992). The Contradictions of the Compact City, a review. In M. Breheny (Ed.), *Sustainable Development and Urban Form*. London: Pion Limited, pp. 138–159.

Усенко Ірина Сергіївна – к.т.н., доцент, доцент кафедри архітектури та міського будівництва Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка», e-mail: irina_usenko@ukr.net, ORCID [http:// orcid.org/0000-0002-6217-4423](http://orcid.org/0000-0002-6217-4423).

УДК 004.942: 519.6

Л. В. ХАЛАНЧУК
Таврійський державний агротехнологічний університет імені Дмитра Моторного
С. В. ЧОПОРОВ
Запорізький національний університет

РОЗРОБКА МЕТОДУ ПОБУДОВИ НЕРІВНОМІРНИХ СІТОК НА БАЗІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ПУАССОНА

Математичне моделювання реальних процесів у конструкціях, що складаються з досить великої кількості компонентів і зв'язків між ними, має певні труднощі. Це пов'язано зі складністю геометричної форми відповідних областей. Розроблено методи генерації дискретних моделей геометричних об'єктів, скінченні елементи яких згущуються в місцях концентрації напруг і в місцях з особливою формою конструкції. Ця задача є актуальною, наприклад, для дослідження міцності та витривалості інженерних конструкцій. Розроблено математичний апарат для побудови нерівномірних структурованих дискретних моделей (сіток) диференціальними методами з заданими параметрами згущення і гарантією якості моделі. Для криволінійної розрахункової області при побудові сітки використано перетворення координат, що дозволяє криволінійну фізичну область перевести до прямокутної розрахункової області. Перетворення від фізичної області до розрахункової було отримано диференціальним методом шляхом розв'язання рівняння Пуассона. Розглянуто вплив параметрів контрольних функцій, за допомогою яких можна виконати згущення до прямих ліній (вертикальних і горизонтальних), на якість сітки, а саме її ортогональність (кути комірок сітки повинні бути близькими до прямих). Визначено значення максимального кута кожного елемента нерівномірних структурованих дискретних моделей. Проведено візуалізацію дослідження ортогональності за допомогою розфарбовування елементів дискретної моделі в градаціях сірого кольору відповідно до зміни значення максимального кута кожного елемента сітки. Емпіричним методом встановлено залежність між значеннями змінних розрахункової та фізичної областей. Генерація нерівномірних структурованих дискретних моделей еліптичним методом і візуалізація отриманих даних під час дослідження були виконані за допомогою вільно розповсюджуваного пакету програм Scilab.

Ключові слова: нерівномірні структуровані дискретні моделі; згущення сітки; параметри контрольних функцій; ортогональність сітки; рівняння Пуассона.

Л. В. ХАЛАНЧУК
Таврический государственный агротехнологический университет имени Дмитрия Моторного
С. В. ЧОПОРОВ
Запорожский национальный университет

РАЗРАБОТКА МЕТОДА ПОСТРОЕНИЯ НЕРАВНОМЕРНЫХ СЕТОК НА БАЗЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПУАССОНА

Математическое моделирование реальных процессов в конструкциях, состоящих из достаточно большого количества компонентов и связей между ними, имеет определенные трудности. Это связано со сложностью геометрической формы соответствующих областей. Разработаны методы генерации дискретных моделей геометрических объектов, конечные элементы которых сгущаются в местах концентрации напряжений и в местах с особой формой конструкции. Эта задача

является актуальной, например, для исследования прочности и выносливости инженерных конструкций. Разработан математический аппарат для построения неравномерных структурированных дискретных моделей (сеток) дифференциальными методами с заданными параметрами сгущения и гарантией качества модели. Для криволинейной расчетной области при построении сетки использовано преобразование координат, которое позволяет криволинейную физическую область перевести в прямоугольную расчетную область. Преобразование от физической области к расчетной было получено дифференциальным методом путем решения уравнения Пуассона. Рассмотрено влияние параметров контрольных функций, с помощью которых можно выполнить сгущение к прямым линиям (вертикальным и горизонтальным), на качество сетки, а именно ее ортогональность (углы ячеек сетки должны быть близкими к прямым). Определены значения максимального угла каждого элемента неравномерных структурированных дискретных моделей. Проведено визуализацию исследования ортогональности с помощью раскрашивания элементов дискретной модели в градациях серого цвета в соответствии с изменением значения максимального угла каждого элемента сетки. Эмпирическим методом установлена зависимость между значениями переменных расчетной и физической областей. Генерация неравномерных структурированных дискретных моделей эллиптическим методом и визуализация полученных данных в ходе исследования были выполнены с помощью свободно распространяемого пакета программ Scilab.

Ключевые слова: неравномерные структурированные дискретные модели; сгущение сетки; параметры контрольных функций; ортогональность сетки; уравнение Пуассона.

L. V. KHALANCHUK

Dmytro Motorny Tavria State Agrotechnological University

S. V. CHOPOROV

Zaporizhzhia National University

DEVELOPMENT OF A METHOD FOR CONSTRUCTING IRREGULAR MESHES BASED ON THE DIFFERENTIAL POISSON EQUATION

Mathematical modeling of real processes in structures consisting of a large number of components and connections between them has certain difficulties. This is due to the complexity of the geometric shape of the respective areas. Methods for generating discrete models of geometric objects, the finite elements of which are condensed in places of stress concentration and in places with a special shape of the structure, have been developed. This is an urgent task, for example, to study the strength and durability of engineering structures. The mathematical device for construction of non-uniform structured discrete models (grids) by differential methods with the set parameters of condensation and a guarantee of quality of model is developed. Coordinate transformation was used for the curvilinear computational domain when constructing the grid, which allows the curvilinear physical domain to be translated into a rectangular computational domain. The transformation from the physical domain to the calculated one was obtained by the differential method by solving the Poisson equation. The influence of parameters of control functions, by means of which it is possible to perform thickening to straight lines (vertical and horizontal), on grid quality, namely its orthogonality (grid cell angles should be close to straight lines) is considered. The value of the maximum angle of each element of non-uniform structured discrete models is determined. Visualization of orthogonality research is carried out by means of coloring of elements of discrete model in gradations of gray color according to change of value of the maximum angle of each element of a grid. An empirical method has established the relationship between

the values of the variables of the computational and physical areas. The generation of non-uniform structured discrete models by the elliptical method and the visualization of the data obtained during the study were performed using a freely distributable software package Scilab.

Keywords: non-uniform structured discrete models; mesh thickening; parameters of control functions; mesh orthogonality; Poisson equation.

Постановка проблеми

На сучасному етапі в інженерії актуальними є дослідження із застосуванням комп'ютерного моделювання реальних процесів. Математичне моделювання процесів у конструкціях, що складаються з досить великої кількості компонентів і зв'язків між ними, має певні труднощі, які пов'язані зі складністю геометричної форми відповідних областей. Дискретною моделлю геометричного об'єкту (сіткою) називають множину точок, що розподілені в досліджуваній області, разом зі зв'язками між цими точками (вузлами). Дискретна модель геометричного об'єкта замінює вихідну неперервну область скінченною множиною простих фігур [1]. Загалом на практиці зустрічається математичне моделювання на базі нерівномірних сіток, в яких відбувається згущення елементів дискретної моделі у «особливих» місцях об'єкта (наприклад, гострі кути, тріщини, отвори тощо). При цьому важливою вимогою є гладкість сітки, що забезпечується використанням диференціального рівняння Пуассона при комп'ютерному моделюванні процесу. Розробка методів генерації дискретних моделей, скінченні елементи яких згущуються в місцях концентрації напружень і в місцях з особливою формою конструкції, є актуальною задачею, наприклад, для віртуального дослідження міцності та витривалості інженерних конструкцій, що є важливою складовою сучасного проектування техніки.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Огляд актуальних підходів і методів автоматичної генерації структурованих сіток (дискретних моделей геометричних об'єктів) наведено в роботі [2].

Згущення вузлів сіток по координатним лініям сітки (вертикальним і горизонтальним) та до певного вузла за допомогою диференціального методу розглянуто в працях [3–4]. Вплив контрольних функцій і форми границі області на розподіл вузлів сітки, що генерується еліптичним методом через розв'язання рівняння Бельтрамі, досліджено в роботах [5–6].

Дослідження згущення вузлів сітки через контрольні функції, що задавали області діагональних ліній, круга, синусоїди за допомогою рівняння Ейлера, що застосовується в задачах газової динаміки, показано в статті [7].

Дослідження контрольних функцій, що визначають розповсюдження джерел на межі кризь задану область, розглянуто в праці [8].

Генерація близьких до ортогональних сіток без зміни розподілу розміру комірки вихідних сіток методом деформування сітки на основі якісно виконаних деформацій, а також вплив контрольних функцій на ортогональність сітки розглянуто в роботі [9].

Застосування контрольних функцій як фільтра згущення сітки використовується для глобальних кліматичних моделей в статті [10].

Мета дослідження

Метою даного дослідження є розробка математичного апарату для побудови нерівномірних структурованих дискретних моделей (сіток) диференціальними методами з заданими параметрами згущення і гарантією якості моделі.

Викладення основного матеріалу дослідження

Для криволінійної розрахункової області при побудові сітки використовують перетворення координат, що дозволяє криволінійну фізичну область у системі координат (x, y) перевести до прямокутної розрахункової області в системі (ξ, η) . Зв'язок між фізичною та розрахунковою областями визначається залежностями:

$$x = x(\xi, \eta), y = y(\xi, \eta). \quad (1)$$

Для будь-яких класів сіток перетворення від фізичної області до розрахункової може бути отримано диференціальним методом, тобто шляхом розв'язання рівнянь в частинних похідних. Найбільш загальним рівнянням у частинних похідних, що використовується для побудови сіток, є рівняння Пуассона [1], що в розрахунковій області системи координат (ξ, η) отримує вигляд

$$\begin{cases} g_{22} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} - 2g_{12} \frac{\partial^2 x}{\partial \xi \partial \eta} + g_{11} \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} + g \left(P \frac{\partial x}{\partial \xi} + Q \frac{\partial x}{\partial \eta} \right) = 0, \\ g_{22} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - 2g_{12} \frac{\partial^2 y}{\partial \xi \partial \eta} + g_{11} \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} + g \left(P \frac{\partial y}{\partial \xi} + Q \frac{\partial y}{\partial \eta} \right) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

де

$$g_{11} = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \xi} \right)^2, g_{12} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta}, g_{22} = \left(\frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2, g = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial y}{\partial \xi} \frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2. \quad (3)$$

У загальному випадку рівняння (2) є нелінійними, тому розв'язуються чисельно, використовуючи, наприклад, різницеві схеми.

Розглянемо кілька прикладів згущення вузлів сіток. Щоб виконати згущення вузлів до певної координатної лінії, можна використати контрольні функції, що можуть бути задані формулами:

$$P(\xi, \eta) = -\sum_{n=1}^N a_n \frac{(\xi - \xi_n)}{|\xi - \xi_n|} e^{-c_n |\xi - \xi_n|}, \quad (4)$$

$$Q(\xi, \eta) = -\sum_{n=1}^N a_n \frac{(\eta - \eta_n)}{|\eta - \eta_n|} e^{-c_n |\eta - \eta_n|}, \quad (5)$$

де N – кількість ліній (координатних ліній $\xi = \xi_n$ та $\eta = \eta_n$), біля яких сітка повинна згущуватися, а коефіцієнти a_n, c_n – додатні параметри.

Функція (4) приводить до суміщення ліній $\xi = const$ до лінії $\xi = \xi_n$, а функція (5) приводить до суміщення ліній $\eta = const$ до лінії $\eta = \eta_n$.

Розглянемо вплив параметрів контрольних функцій на якість сітки. Одним із показників якості сітки є її ортогональність (кути комірок сітки повинні бути близькими до прямих). Зазначимо, що еліптичні методи забезпечують ортогональність ліній сітки [1, 2].

Визначимо значення максимального кута кожного елемента сітки і проведемо візуалізацію за допомогою розфарбовування елементів в градаціях сірого кольору відповідно до зміни значення максимального кута. Відповідно до різних значень коефіцієнтів a_n, c_n будемо отримувати різні варіанти згущення і якості сітки.

Розглянемо згущення сітки по горизонтальній лінії $y = 0.3$. Тоді контрольна функція (4) буде дорівнювати нулю, оскільки немає згущення по вертикалі. Нехай, перший коефіцієнт буде постійним $a_n = 10$, а другий коефіцієнт c_n будемо змінювати: 1) $c_n = 3$ (рис. 1 а); 2) $c_n = 5$ (рис. 1 б). У першому випадку можна помітити більшу інтенсивність згущення і меншу якість сітки: значення максимального кута відповідно

138.8° та 128.2°, тобто в другому випадку ортогональність є кращою. Отже, більше значення коефіцієнта c_n дає кращий по відношенню до ортогональності результат.

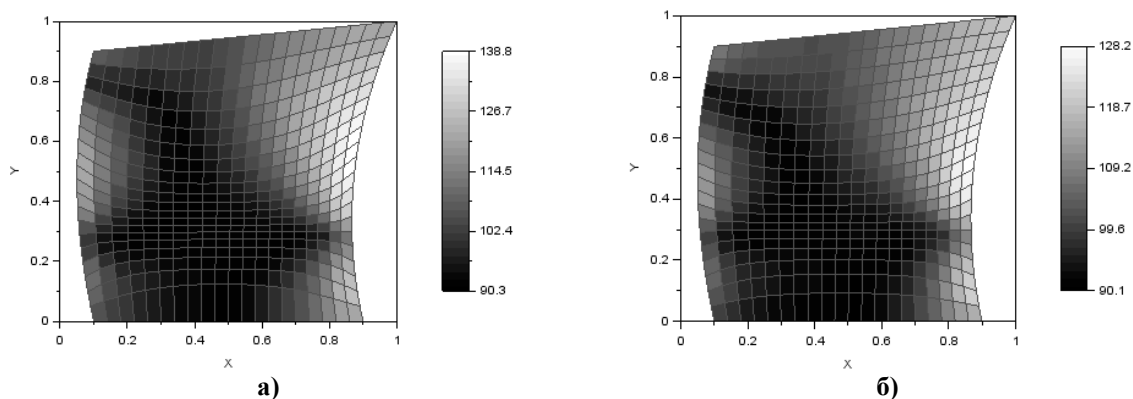


Рис. 1. Згущення сітки до горизонтальної лінії $y = 0.3$ при $\alpha_n = 10$: а) $c_n = 3$; б) $c_n = 5$.

Розглянемо згущення сітки по горизонтальній лінії $y = 0.8$ при постійному значенні другого коефіцієнта, наприклад, $c_n = 5$, а перший коефіцієнт буде приймати значення 1) $\alpha_n = 10$ (рис. 2 а); 2) $\alpha_n = 20$ (рис. 2 б). У першому випадку можна помітити меншу інтенсивність згущення і кращу якість сітки: значення максимального кута відповідно 128.6° та 144.1°, тобто в першому випадку ортогональність є кращою. Отже, менше значення коефіцієнта α_n дає кращий по відношенню до ортогональності результат.

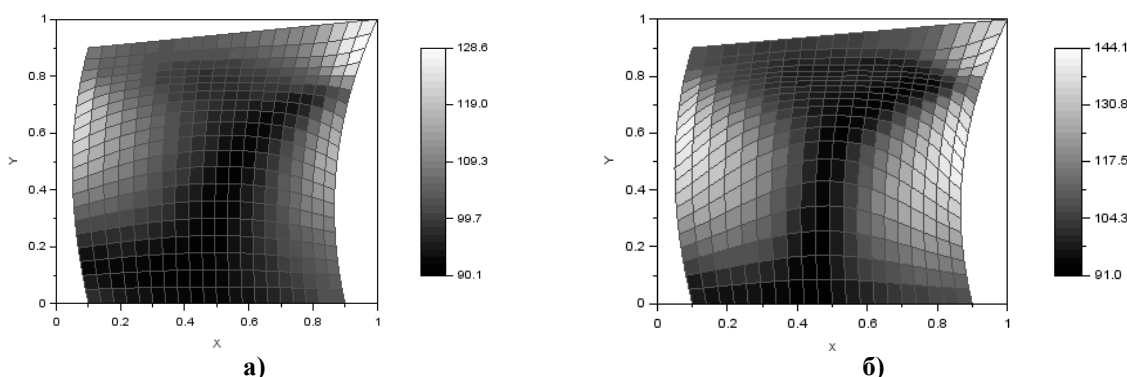


Рис. 2. Згущення сітки до горизонтальної лінії $y = 0.8$ при $c_n = 5$: а) $\alpha_n = 10$; б) $\alpha_n = 20$.

Емпіричним методом прослідкуємо залежність між значеннями змінних (ξ, η) розрахункової та (x, y) фізичної областей на прикладі згущення до горизонтальних ліній при значеннях параметрів $\alpha_n = 5, c_n = 3$ для ввігнутої фізичної області (рис. 3).

Під час емпіричного дослідження було отримано залежність між значеннями змінної η розрахункової та змінної y фізичної областей на прикладі згущення до горизонтальних ліній (табл. 1) для ввігнутої області шляхом її розтягування вгору від співвідношення вертикальних ліній 1:1 до 1:10 з кроком 0.25 та коефіцієнтом розтягу k .

Таблиця 1

Залежність між значеннями змінних розрахункової та фізичної областей

η	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
y	0.1k	0.2k	0.3k	0.4k	0.5k	0.6k	0.7k	0.8k

За даними табл. 1 можна спостерігати умовну (зважаючи на коефіцієнт k) рівність між собою значень розрахункової та фізичної областей і зробити висновок: якщо в формулі (5) покласти $\eta_n = 0.2$, то сітка буде згущуватися в фізичній області до лінії $y = 0.2$, або навпаки, якщо необхідно отримати згущення до лінії $y = 0.6$, то в формулу (5) необхідно підставити значення $\eta_n = 0.6$.

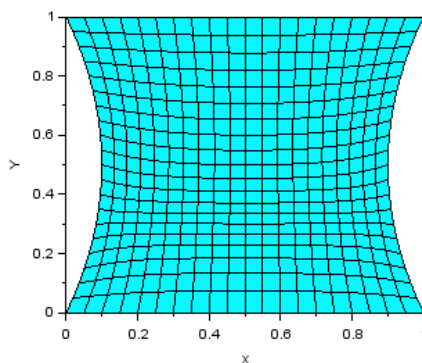


Рис. 3. Згущення сітки до горизонтальної лінії $y = 0.3$ для ввігнутої області.

Також було отримано залежність між значеннями змінної η розрахункової та змінної y фізичної областей на прикладі згущення до горизонтальних ліній (табл. 2) для ввігнутої області шляхом її розтягування праворуч від співвідношення горизонтальних ліній 1:1 до 1:10 з кроком 0.25 та коефіцієнтом розтягу k .

Таблиця 2

Залежність між значеннями змінних розрахункової та фізичної областей

Значення y	Значення η	Проміжок співвідношень між горизонтальними лініями	Кількість отриманих результатів	Відносна частота отриманих результатів
0.1	0.1	1:1 – 1:1.75	4	0.11
	0.11	1:2 – 1:10	33	0.89
0.2	0.2	1:1 – 1:5.75	17	0.46
	0.21	1:6 – 1:10	20	0.54
0.3	0.3	1:1 – 1:10	37	1
0.4	0.4	1:1 – 1:10	37	1
0.5	0.5	1:1 – 1:10	37	1
0.6	0.6	1:1 – 1:10	37	1
0.7	0.7	1:1 – 1:10	37	1
0.8	0.8	1:1 – 1:3.75	12	0.32
	0.79	1:4 – 1:10	25	0.68
0.9	0.9	1:1 – 1:1.75	4	0.11
	0.89	1:2 – 1:10	33	0.89

За даними табл. 2 можна зробити висновок, що при невеликому розтягуванні горизонтальних ліній можна спостерігати рівність значень змінної η розрахункової та змінної y фізичної областей під час згущення до горизонтальних ліній. Але існує певне значення коефіцієнта розтягу при якому відбувається зміщення горизонтальної лінії, що веде до невеликої зміни значення η розрахункової області, щоб отримати необхідне

значення центру згущення фізичної області. Наприклад, якщо значення змінних (ξ, η) розрахункової квадратної області $[0; 1] \times [0; 1]$ відповідають значенням змінних (x, y) фізичної області з криволінійними сторонами, що обмежена прямокутником $[0; 7] \times [0; 1]$, то звідси маємо коефіцієнт розтягу $k = 7$ (співвідношення 1:7). Якщо необхідно отримати згущення до лінії $y = 0.8$, то за даними табл. 2 визначасмо, що в формулу (5) необхідно підставити значення $\eta_n = 0.79$.

Емпіричним шляхом було встановлено, що на залежність між змінними у табл. 1 впливає геометрія області побудови. Якщо значення змінних (ξ, η) розрахункової квадратної області $[0; 1] \times [0; 1]$ відповідають значенням змінних (x, y) фізичної прямокутної області $[a; b] \times [c; d]$, то для визначення ліній згущення $x = x_0$ та $y = y_0$ в фізичній області через лінії $\xi = \xi_0$ та $\eta = \eta_0$ розрахункової в формулах (4)-(5) можна скористатися наступними формулами:

$$x_0 = (b - a)\xi_0 + a, \quad (6)$$

$$y_0 = (d - c)\eta_0 + c. \quad (7)$$

Якщо геометрія фізичної області не є прямокутною, а має криволінійні межі, то формули (6)-(7) можуть дати апроксимуючі значення для прогнозованих ліній згущення за умови, що задану криволінійну область можна покрити прямокутною областю $[a; b] \times [c; d]$. Варто зазначити, що значний нахил геометричної форми області впливає на відповідний нахил лінії згущення. Це стосується також опуклості та ввігнутості меж області. Наприклад, на рис. 3 фізична область покривається квадратом $[0; 1] \times [0; 1]$, тому формули (6)-(7) дають апроксимуюче значення залежності ліній згущення $x_0 = \xi_0$, проте можна побачити опуклість ліворуч фізичної області, тому в табл. 1 більшому значенню розрахункової області відповідає менше (лівіше) значення фізичної області.

Уточнення формул (6)-(7) можна провести за рахунок перерізів області (відрідкам) по необхідним напрямкам згущення $[a_i; b_i]$ або $[c_i; d_i]$, тоді отримаємо

$$x_0 = (b_i - a_i)\xi_0 + a_i, \quad (8)$$

$$y_0 = (d_i - c_i)\eta_0 + c_i. \quad (9)$$

Значення $(a_i; b_i)$ або $(c_i; d_i)$ формул (8)-(9) легко визначаються вузлами сітки на межі фізичної області та координатами точки заданого згущення. Враховуючи можливі нахили лінії згущення, краще спочатку визначитись з контрольними точками, через які буде проходити лінія згущення.

Висновки

Під час виконання роботи розроблено математичний апарат для побудови структурованих сіток диференціальним методом на прикладі рівняння Пуассона із заданими параметрами згущення контрольних функцій та гарантією якості моделі. Досліджено вплив параметрів контрольних функцій, за допомогою яких можна виконати згущення до прямих ліній, на якість побудованої сітки, а саме її ортогональність. Емпіричним методом досліджено залежність між значеннями змінних розрахункової та фізичної областей та вплив геометрії області на цю залежність.

Список використаної літератури

1. Чопоров С. В., Гоменюк С. І., Алатамнех Х. Х., Оспіщев К. С. Методи побудови дискретних моделей: структуровані та блочно-структуровані сітки. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2016. № 1. С. 272–284.
2. Халанчук Л. В., Чопоров С. В. Огляд методів генерації дискретних моделей геометричних об'єктів. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2018. №1. С. 139–152.
3. Молчанов А. М., Щербаков М. А., Янышев Д. С., Куприков М. Ю., Быков Л. В. Построение сеток в задачах авиационной и космической техники: учеб. пособие. МАИ. Москва, 2013. 260 с.
4. Rane S., Kovaevi A. Application of Numerical Grid Generation for Improved CFD Analysis of Multiphase Screw Machines. *Compressors and their Systems: 10th International Conference*. Vol. 232. (United Kingdom, City, September 11–13, 2017). London: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2017. 10 p. DOI: 10.1088/1757-899X/232/1/012017.
5. Трофимов О. В., Петрова Ю. В. Многосеточные итерационные алгоритмы построения сеток для упругих и упругопластических слоистых пакетов. *Системи та технології*. 2015. № 2 (54). С. 69–80.
6. Liseikin V. D. A Computational Differential Geometry Approach to Grid Generation. N.-Y.: Springer, 2007. 293 p.
7. Вальгер С. А., Федорова Н. Н. Применение алгоритма к адаптации расчетной сетки к решению уравнений Эйлера. *Вычислительные технологии*. 2012. Т. 17, № 3. С. 24–33.
8. Hasanzadeh K., Laurendeau E., Paraschivoiu I. Adaptive Curvature Control Grid Generation Algorithms for Complex Glaze Ice Shapes RANS Simulations. *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting: International Student Conference (USA, Kissimmee, January 5–9, 2015)*. Kissimmee, 2015, 10 p. DOI: 10.2514/6.2015-0914.
9. Akinlar M. A., Salako S., Liao G. A Method for Orthogonal Grid Generation. *Gen. Math. Notes*. 2011. Vol. 3. № 1. P. 55–72.
10. Surcel D., Laprise R. A General Filter for Stretched-Grid Models: Application in Cartesian Geometry. *Monthly Weather Review*. 2011. Vol. 139. P. 1637–1653.

References

1. Choporov, S. V., Gomeniuk, S. I., Alathamneh, Hk. Hk., & Ospishchev, K. S. (2016). Discrete models generation methods: structured and block-structured grids. *Visnyk of Zaporizhzhya National University. Physical and Mathematical Sciences*. **1**, 272–284.
2. Khalanchuk, L. V., & Choporov, S. V. (2018). Review of discrete models of geometric objects generation methods. *Visnyk of Zaporizhzhya National University. Physical and Mathematical Sciences*. **1**, 139–152.
3. Molchanov, A. M., Shcherbakov, M. A., Yanyshchev, D. S., Kuprikov, M. Yu., & Bykov, L. V. (2013). *Postroenie setok v zadachah aviatsionnoi i kosmicheskoi tehniki*. MAI: Moskva.
4. Rane, S., & Kovaevi, A. (2017). Application of Numerical Grid Generation for Improved CFD Analysis of Multiphase Screw Machines. *Proceedings of the Compressors and their Systems: 10th International Conference*. Vol. 232. (United Kingdom, City, September 11–13, 2017). London: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 10 p. DOI: 10.1088/1757-899X/232/1/012017.

5. Trofimov, O. V., & Petrova, Yu. V. (2015). Mnogosetochnye iteratsionnye algoritmy postroeniya setok dlia uprugih i uprugoplasticheskikh sloistyh paketov. *Systemy ta tekhnologii*. **2**, 69–80.
6. Liseikin, V. D. (2007). *A Computational Differential Geometry Approach to Grid Generation*. N.-Y.: Springer.
7. Valger, S. A., & Fedorova, N. N. (2012). Primenenie algoritma k adaptatsii raschetnoi setki k resheniu uravnenii Eilera. *Vychislitelnye tehnologii*. **17**, 3, 24–33.
8. Hasanzadeh, K., Laurendeau, E., & Paraschivoiu, I. (2015). Adaptive Curvature Control Grid Generation Algorithms for Complex Glaze Ice Shapes RANS Simulations. *Proceedings of the 53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting: International Student Conference (USA, Kissimmee, January 5–9, 2015)*. Kissimmee, 10 p. DOI: 10.2514/6.2015-0914.
9. Akinlar, M. A., Salako, S., & Liao, G. (2011). A Method for Orthogonal Grid Generation. *Gen. Math. Notes*. **3**, 1, 55–72.
10. Surcel, D., & Laprise, R. (2011). A General Filter for Stretched-Grid Models: Application in Cartesian Geometry. *Monthly Weather Review*. **139**, 1637–1653.

Халанчук Лариса Вікторівна – асистент кафедри вищої математики і фізики Таврійського державного агротехнологічного університету імені Дмитра Моторного, аспірант кафедри програмної інженерії Запорізького національного університету, e-mail: larysa.khalanchuk@tsatu.edu.ua, ORCID: 0000-0002-6055-6233.

Чопоров Сергій Вікторович – д.т.н., доцент, професор кафедри програмної інженерії Запорізького національного університету, e-mail: s.choporoff@znu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-5932-952X.

УДК519.65

А. Н. ХОМЧЕНКО

Чорноморський національний університет ім. Петра Могили
 Н.В. ТЕНДИТНА, О.І. ЛИТВИНЕНКО, О.М. ДУДЧЕНКО
 Херсонська філія Національного університету кораблебудування ім. адм. Макарова
 І.О. АСТИОНЕНКО
 Херсонський національний технічний університет

КУСКОВО-ПЛАНАРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ БАЗИСІВ МІШАНИХ СЕРЕНДИПОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ

*Перші моделі серендипових скінченних елементів мали однакову кількість граничних вузлів у напрямках Ox і Oy . Найбільше розповсюдження у практичних розрахунках набули елементи $Q8$ (біквдратична інтерполяція) та $Q12$ (бікубічна інтерполяція). Ці елементи цілком придатні і зручні для задач відновлення функцій в ізотропному середовищі. Для задач в ортотропному середовищі потрібні мішані моделі серендипових елементів. Як приклад мішаної моделі ми аналізуємо серендипів елемент $Q10$ (квадратично-кубічна інтерполяція). У напрямку осі Ox функція змінюється за законом кубічної параболі, а вздовж осі Oy – за законом квадратичної параболі. У роботі розглядаються класичні та нетрадиційні методи конструювання базисів мішаного скінченного елемента $Q10$, який складається із елементів: $Q8$ і $Q12$. Як і передбачалося, класичні підходи (метод оберненої матриці і нематричний метод Тейлора) показали, що мішана модель $Q10$ успадковує недоліки «інгредієнтів» $Q8$ і $Q12$. Мова йде про фізичну неадекватність спектрів еквівалентних вузлових навантажень від одиничної масової сили. Стандартна модель $Q10$ має від'ємні навантаження у кутових вузлах носія. Це неприродне явище «гравітаційного відштовхування» назвали парадоксом Зенкевича, який у 1971 році вперше звернув увагу на небажану особливість стандартних серендипових SE . На думку Зенкевича, цей недолік усунути неможливо, треба змиритися. У роботі показано, що альтернативи існують. Для побудови математично обґрунтованих і фізично адекватних базисів елемента $Q10$ пропонується простий і наочний метод геометричного моделювання. Алгоритм використовує лише фрагменти площин. Портрети ліній нульового рівня містять лише відрізки прямих. Побудова починається саме з таких портретів. Лишається виконати процедуру Уачспреса – *product of planes*. Портрети ліній нульового рівня суттєво спрощують когнітивно-графічний аналіз рельєфу базисних поверхонь. Автори свідомо сконструювали додатково дві несумісні моделі елемента $Q10$, які успішно витримали кускове тестування.*

Ключові слова: кусково-планарний метод (КПМ) відновлення функцій двох аргументів; скінченний елемент $Q10$; фізична адекватність спектра вузлових навантажень; несумісні елементи, кускове тестування.

А. Н. ХОМЧЕНКО

Чорноморський національний університет ім. Петра Могили
 Н.В. ТЕНДИТНАЯ, Е.И. ЛИТВИНЕНКО, О.Н. ДУДЧЕНКО
 Херсонский филиал Национального университета кораблестроения им. адм. Макарова
 И.А. АСТИОНЕНКО
 Херсонский национальный технический университет

КУСОЧНО-ПЛАНАРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БАЗИСОВ СМЕШАННЫХ СЕРЕНДИПОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Первые модели серендиповых конечных элементов имели одинаковое количество граничных узлов в направлениях Ox и Oy . Наибольшее распространение в практических

расчетах получили элементы Q_8 (биквадратичная интерполяция) и Q_{12} (бикубическая интерполяция). Эти элементы целиком подходят и удобны для задач восстановления функций в изотропной среде. Для задач в ортотропной среде необходимы смешанные модели серендиповых элементов. Как пример смешанной модели мы анализируем серендипов элемент Q_{10} (квадратично-кубическая интерполяция). В направлении оси Ox функция изменяется по закону кубической параболы, а вдоль оси Oy – по закону квадратичной параболы. В работе рассматриваются классические и нетрадиционные методы конструирования базисов смешанного конечного элемента Q_{10} , который состоит из элементов: Q_8 и Q_{12} . Как и предсказывалось, классические подходы (метод обратной матрицы и нематричный метод Тейлора) показали, что смешанная модель Q_{10} наследует недостатки «ингредиентов» Q_8 и Q_{12} . Речь идет о физической неадекватности спектров эквивалентных узловых нагрузок от единичной массовой силы. Стандартная модель Q_{10} имеет отрицательные нагрузки в угловых узлах носителя. Это неестественное явление «гравитационного отталкивания» назвали парадоксом Зенкевича, который в 1971 году впервые обратил внимание на нежелательную особенность стандартных серендиповых КЭ. По мнению Зенкевича, этот недостаток устранить невозможно, необходимо смириться. В работе показано, что альтернативы существуют. Для построения математически обоснованных и физически адекватных базисов элемента Q_{10} предлагается простой и наглядный метод геометрического моделирования. Алгоритм использует только фрагменты плоскостей. Портреты линий нулевого уровня содержат только отрезки прямых. Построение начинается именно с таких портретов. Остается выполнить процедуру Уачспресса – *product of planes*. Портреты линий нулевого уровня существенно упрощают когнитивно-графический анализ рельефа базисных поверхностей. Авторы сознательно сконструировали дополнительно две несовместные модели элемента Q_{10} , которые успешно выдержали кусочное тестирование.

Ключевые слова: кусочно-планарный метод (КПМ) восстановления функций двух аргументов; конечный элемент Q_{10} ; физическая адекватность спектра узловых нагрузок; несовместные элементы; кусочное тестирование.

A. N. KHOMCHENKO

Petro Mohyla Black Sea National University

N.V. TENDITNA, O.I. LYTVYNENKO, O.N. DUDCHENKO

Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Kherson branch

I.O. ASTIONENKO

Kherson National Technical University

PIECEWISE-PLANAR MODELING OF BASES OF MIXED SERENDYPITY ELEMENTS

The first models of serendipity finite elements had the same number of boundary nodes in the Ox and Oy directions. Q_8 (biquadratic interpolation) and Q_{12} (bicubic interpolation) elements are the most widespread in practical calculations. These elements are quite suitable and convenient for the tasks of restoring functions in an isotropic environment. Mixed models of serendipity elements are required for problems in an orthotropic environment. As an example of a mixed model we analyze the serendipity element Q_{10} (quadratic-cubic interpolation). In the direction of the Ox axis the function changes according to the law of the cubic parabola, and along the Oy axis - according to the law of the quadratic parabola. The paper considers classical and non-traditional methods of constructing the bases of a mixed finite element Q_{10} , which consists of elements: Q_8 and Q_{12} . As expected, the classical approaches (inverse matrix method and non-matrix Taylor method) showed that the mixed

model Q10 inherits the imperfections of the 'ingredients' Q8 and Q12. We are talking about the physical inadequacy of the spectra of equivalent nodal loads from a unit mass force. The standard Q10 model has negative loads in the carrier corner nodes. This unnatural phenomenon of 'gravitational repulsion' was called the paradox of Zienkiewicz, who in 1971 first drew attention to the undesirable feature of standard serendipity FEs. According to Zienkiewicz this imperfection cannot be eliminated, it should be accepted. The paper shows that there are alternatives. A simple and visual method of geometric modeling is proposed for constructing mathematically grounded and physically adequate bases of the Q10 element. The algorithm uses only fragments of planes. Portraits of zero-level lines contain only segments of straight lines. Construction begins with such portraits. It remains to perform the procedure of Wachspress - product of planes. Portraits of zero-level lines significantly simplify the cognitive-graphic analysis of base surfaces contour. The authors deliberately constructed two additional incompatible models of the Q10 element, which successfully passed piecewise testing.

Keywords: piecewise-planar method (PPM) of restoring functions of two arguments; finite element Q10; physical adequacy of the spectrum of nodal loads; incompatible elements; piecewise testing.

Постановка проблеми

Перші моделі серендипових скінченних елементів мали однакову кількість граничних вузлів у напрямках Ox і Oy . Найбільше розповсюдження у практичних розрахунках набули елементи $Q8$ (бікватрична інтерполяція) та $Q12$ (бікубічна інтерполяція). Ці елементи цілком придатні і зручні для задач відновлення функцій в ізотропному середовищі. Для задач в ортотропному середовищі потрібні мішані моделі серендипових елементів. Як приклад мішаної моделі ми розглядаємо серендипів елемент $Q10$ (квадратично-кубічна інтерполяція). У напрямку осі Ox функція змінюється за законом кубічної параболи, а вздовж осі Oy – за законом квадратичної параболи.

Головна проблема, як завжди у методі скінченних елементів (МСЕ), полягає у розробці способів конструювання базисних функцій, які задовольняють умовам інтерполяційної гіпотези Лагранжа. Традиційні для серендипових елементів методи (оберненої матриці, Тейлора) забезпечують математичне обґрунтування базисних функцій (функцій форми), але не гарантують фізичну адекватність інтегральних характеристик. Це не влаштовує інженерів – прихильників механічних аналогій. Тому пошуки більш ефективних алгоритмів і фізично адекватних СЕ тривають.

У нашій роботі базисна функція вищого порядку будується як добуток лінійних функцій Куранта-Тернера. Це природно: комплекс складається із симплексів. Процедура прямого геометричного формоутворення базисної поверхні дуже проста і використовує тільки трикутні фрагменти площин. Кусково-планарний метод (КПМ) дає можливість сконструювати модельний ряд альтернативних елементів $Q10$ з фізично адекватними інтегральними характеристиками. Нагадаємо, що стандартна модель $Q10$ має від'ємні навантаження у кутових вузлах носія. Це неприродне явище "гравітаційного відштовхування" назвали парадоксом Зенкевича, який у 1971 році вперше звернув увагу на небажану особливість стандартних серендипових СЕ. На думку Зенкевича, цей недолік усунути неможливо, треба змиритися. Ми покажемо, що альтернативи існують.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Метод «добутку площин» ('product of planes') побудови базисних функцій на багатокутниках вперше був запропонований на початку 70-х років минулого століття Уачспрессом [1]. На жаль, серендипові елементи, навіть стандартні, лишилися поза

увагою автора [1]. Про перші спроби геометричного конструювання базисів серендипових елементів можна прочитати в [2], де докладно розглядається елемент Q_{12} . Ми розглядаємо побудову альтернативних базисів елемента Q_{10} як задачу на геометричну ймовірність. Зрозуміло, що цей підхід неважко поширити на гексаедри і, навіть, на октаедри [3–4]. Ми не знайшли в публікаціях посилань на квадратично-кубічну модель Q_{10} , хоча переконалися, що стандартний базис Q_{10} можна отримати класичним шляхом: методом оберненої матриці [5–7] або нематричним методом Тейлора [8]. Задачі побудови фізично адекватних та несумісних моделей Q_{10} виходять за рамки можливостей класичних методів. Саме тому ми пропонуємо КПМ. Зрозуміло, що несумісність базисів [9–11] треба уважно проаналізувати.

Мета дослідження

Мета дослідження – на прикладі серендипового елемента Q_{10} показати можливості КПМ-моделювання фізично адекватних і математично обґрунтованих моделей, включаючи несумісні. Виконати спеціальне тестування несумісних базисних функцій. Цікаво дізнатися про причину виникнення біфуркацій на міжелементних границях.

Викладення основного матеріалу дослідження

На рис. 1 зображено елемент Q_{10} (носієр фінітних функцій форми), а також схема Паскаля, в якій відображені складові інтерполяційного полінома цього елемента.

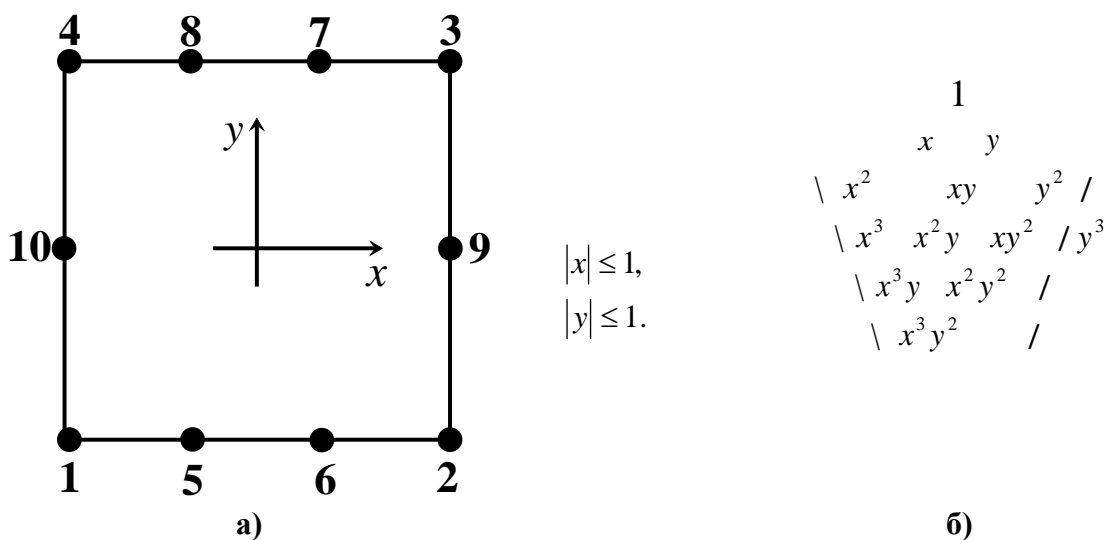


Рис. 1. а) мішаний серендипів елемент Q_{10} ; б) схема Паскаля.

Нагадаємо, що мішана модель Q_{10} – це результат «схрещування» серендипових елементів Q_8 і Q_{12} . Гібридизація полягає у створенні базису із десяти функцій $N_i(x, y)$, які задовольняють умовам інтерполяційної гіпотези Лагранжа:

$$N_i(x_k, y_k) = \begin{cases} 1, & i = k, \\ 0, & i \neq k, \end{cases} \quad \sum_{i=1}^{10} N_i(x, y) = 1, \quad (1)$$

де i – номер функції, k – номер вузла.

Інтерполянт має вигляд

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^{10} N_i(x, y) \cdot f_i, \quad (2)$$

де f_i – вузлові аплікати поверхні $f(x, y)$.

З геометричної точки зору ми будемо поверхню (2), яка проходить через десять фіксованих точок у 3D-просторі. Використовуючи схему Паскаля (рис. 1, б), прихильники матричної алгебри записують поліном з невизначеними коефіцієнтами:

$$f(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} x^3 y. \quad (3)$$

Лишається визначити коефіцієнти α_i .

На перший погляд здається, що задача розв'язується неоднозначно. Замість десятого монома $x^3 y$ можна спробувати мономи $x^2 y^2$ або $x^3 y^2$. Виявляється, що в останніх двох випадках визначник матриці 10x10 дорівнює нулю. Як бачимо, альтернативи відсутні. Це наслідки «жорсткого» математичного моделювання (термін академіка В. Арнольда). Аналогічні приклади теорії серендипових апроксимацій похитнули довіру до методу оберненої матриці. А в цьому випадку важко повірити, що існує одна і тільки одна поверхня, яка проходить через десять фіксованих точок у 3D-просторі. Альтернативні поверхні є, але треба відмовитись від матричної алгебри. Елегантний метод Тейлора [8] та рецепт конденсації Джордана не рятують ситуацію. Усі перелічені підходи закінчуються стандартним базисом Q_{10} , який має неприродний (на думку О. Зенкевича [5]) спектр вузлових навантажень від одиничної масової сили. Щоб уявити повний базис Q_{10} , достатньо знати лише три функції, наприклад,

$$N_1(x, y) = \frac{1}{32}(1-x)(1-y)(9x^2 - 8y - 9), \text{ аналогічно для } i = 2, 3, 4;$$

$$N_5(x, y) = \frac{9}{32}(1-x^2)(1-3x)(1-y), \text{ аналогічно для } i = 6, 7, 8; \quad (4)$$

$$N_{10}(x, y) = \frac{1}{2}(1-x)(1-y^2), \text{ аналогічно для } i = 9.$$

Вузлове навантаження γ_i визначається як інтегральне середнє відповідної функції $N_i(x, y)$:

$$\gamma_i = \frac{1}{S} \iint_D N_i(x, y) dx dy, \quad (5)$$

де S – площа елемента.

Стандартний спектр має вигляд:

$$\gamma_i = -\frac{5}{48}, \text{ для } i=1, 2, 3, 4; \quad \gamma_i = \frac{9}{48}, \text{ для } i=5, 6, 7, 8; \quad \gamma_i = \frac{16}{48}, \text{ для } i=9, 10.$$

На рис. 2 зображені портрети ліній нульового рівня функцій $N_1(x, y)$ (перший рядок) та $N_5(x, y)$ для стандартної моделі Q10 і трьох модифікацій. Області від’ємних значень базисних функцій заштриховано. Функції $N_9(x, y)$, $N_{10}(x, y)$ лишаємо без змін. Вони придатні, як для стандартного базису (4), так і для модифікованих.

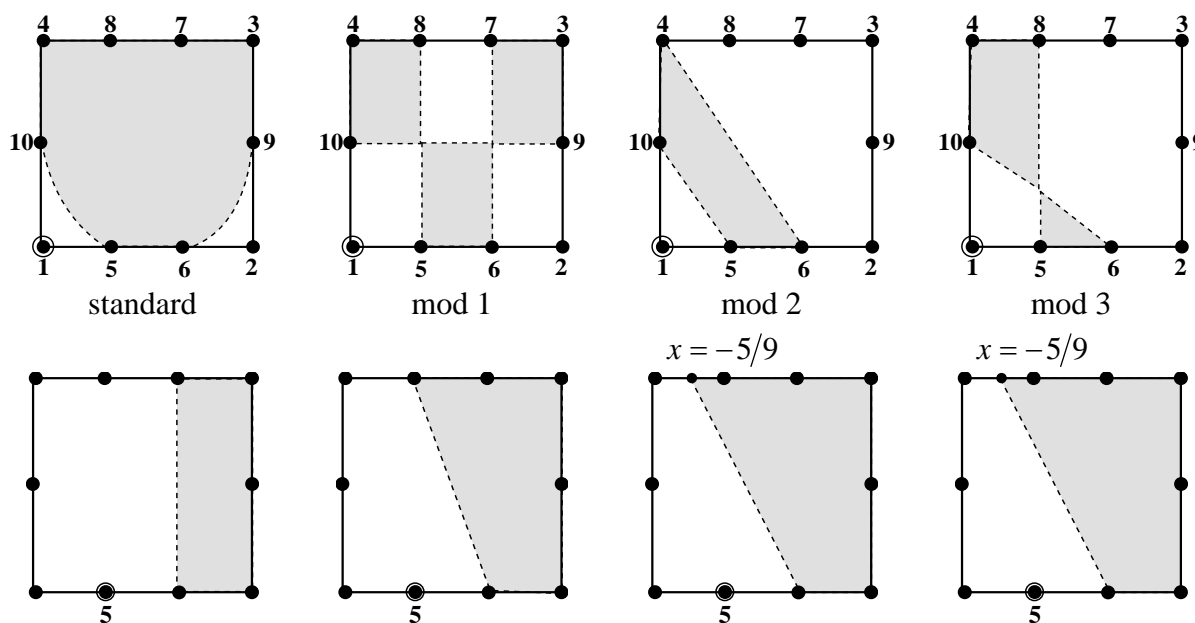


Рис. 2 Лінії нульового рівня $N_1(x, y)$ та $N_5(x, y)$ для стандартної моделі Q10 і трьох модифікацій.

Тобто, ми усуваємо феномен «гравітаційного відштовхування» у кутових вузлах стандартної моделі, змінюючи портрети ліній нульового рівня $N_1(x, y)$ і $N_5(x, y)$. У цій роботі ми свідомо використовуємо лише прямі лінії нульового рівня, щоб показати тісний зв’язок між квадратними елементами вищих порядків і простим трикутником (симплексом). Кусково-планарний метод формоутворення складних поверхонь успадкував геніальні ідеї Р. Куранта (1943 р.).

Кращим прикладом для більш докладного аналізу є mod 2. Ця модифікація не тільки ілюструє технологію КПМ, вона показує, як і чому виникають несумісні базиси.

Конструювання краще починати з $N_1(x, y)$. Квадрат потрібно поділити на трикутники (симплекси) із спільною вершиною у вузлі 1 $(-1; -1)$. Протилежні вузлу 1 сторони симплексів мають забезпечити нулі в решті вузлів Q10 (див. інтерполяційну гіпотезу (1)). Тепер на кожному симплексі відновлюємо лінійну функцію так, щоб усі трикутні фрагменти мали спільну вершину $(-1; -1; 1)$. Перелічимо трикутники із спільною вершиною у вузлі 1: $\Delta 1-2-3$, $\Delta 1-3-4$, $\Delta 1-6-4$, $\Delta 1-5-10$. На кожному симплексі відновлюємо трикутний фрагмент площини так, щоб апліката у вузлі 1 дорівнювала одиниці. Неважко зрозуміти, що в кожному симплексі ми маємо справу з барицентричною координатою Мьобіуса, яка асоціюється з вершиною 1. Ці формули в декартових координатах мають вигляд:

$$\Delta 1-2-3: z_1 = \frac{1}{2}(1-x); \quad \Delta 1-3-4: z_2 = \frac{1}{2}(1-y);$$

$$\Delta 1-6-4: z_3 = -\frac{1}{4}(3x+2y+1); \quad \Delta 1-5-10: z_4 = -\frac{1}{2}(3x+2y+3).$$

Пряме перемноження лінійних функцій дає «кутовий» поліном елемента mod 2:

$$N_1(x, y) = \frac{1}{32}(1-x)(1-y)(3x+2y+1)(3x+2y+3), \quad \gamma_1 = \frac{1}{16}.$$

«Проміжний» поліном $N_5(x, y)$ елемента mod 2:

$$N_5(x, y) = \frac{3}{32}(1-x^2)(1-y)(-9x-4y-1), \quad \gamma_5 = \frac{1}{48}.$$

Варто звернути увагу на $N_1(x, y)$. Тут вже з'явилися ієрархічні форми, наприклад, моном x^2y^2 і, навіть, заборонений моном y^3 (див. схему Паскаля). Ставлення до ієрархічних форм неоднозначне. З одного боку, ці мономи позитивно впливають на швидкість збіжності розв'язку. З іншого боку, присутність ієрархічних форм може викликати біфуркацію на міжелементній границі. Такі елементи називають несумісними. Тепер, коли з'явилася спеціальна процедура тестування, досвідчені фахівці рекомендують навчитися конструювати несумісні елементи [6, 7, 10]. Саме тому ми штучно створили біфуркацію в елементі mod 2 на границях $x = \pm 1$. Нижче ми покажемо, що mod 2 успішно витримує кускове тестування [11].

Щодо полінома $N_5(x, y)$, ми сподіваємося, що зацікавлені читачі самостійно сконструюють цей результат, спираючись на рис. 2 та інтерполяційну гіпотезу Лагранжа (1).

Тепер покажемо базисні функції mod 1 і mod 3.

«Кутова» базисна функція елемента mod 1:

$$N_1(x, y) = \frac{1}{32}(1-x)(1-y) \cdot y \cdot (1-9x^2), \quad \gamma_1 = \frac{1}{48}.$$

«Проміжна» функція mod 1:

$$N_5(x, y) = -\frac{9}{32}(1-x^2)(1-y)(3x+y), \quad \gamma_5 = \frac{1}{16}.$$

Для mod 3:

$$N_1(x, y) = \frac{1}{32}(1-x)(1-y)(1+3x)(3x+4y+3), \quad \gamma_1 = \frac{1}{16}.$$

$$N_5(x, y) = \frac{3}{32}(1-x^2)(1-y)(-9x-4y-1), \quad \gamma_5 = \frac{1}{48}.$$

Завершує модельний ряд мішаних елементів Q10 іще один приклад з несумісною «кутовою» функцією:

$$N_1(x, y) = \frac{1}{32}(1-x)(1-y)(3x+y+2)(3x+4y+3), \quad \gamma_1 = \frac{5}{48}.$$

$$N_5(x, y) = -\frac{9}{32}(1-x^2)(1-y)(3x+y), \quad \gamma_5 = \frac{1}{16}.$$

$$N_{10}(x, y) = \frac{1}{8}(1-x)(1-y^2)(1-3x), \quad \gamma_{10} = \frac{1}{6}.$$

Поліном $N_{10}(x, y)$ відрізняється від стандартного. В цьому елементі (mod 4), як і в mod 2, біфуркація спостерігається на границях $x = \pm 1$. Проаналізуємо поведінку сумісної і несумісної функцій $N_1(x, y)$ на границі $x = -1$.

Для сумісної функції маємо:

$$N_1(-1, y) = \frac{1}{2}(y-1) \cdot y.$$

На границі функція змінюється за законом квадратичної параболи.

Для несумісної функції:

$$\overline{N}_1(-1, y) = -\frac{1}{4}(y-1)^2 \cdot y.$$

Функція змінюється за законом кубічної параболи.

Міжелементна неперервність порушена, виникає «стрибок»

$$\varphi(y) = N_1(-1; y) - \overline{N}_1(-1, y) = \frac{1}{4}(y^3 - y).$$

Рис. 3 ілюструє біфуркацію і «стрибок» на границі $x = -1$ між сумісним і несумісним елементами Q_{10} .

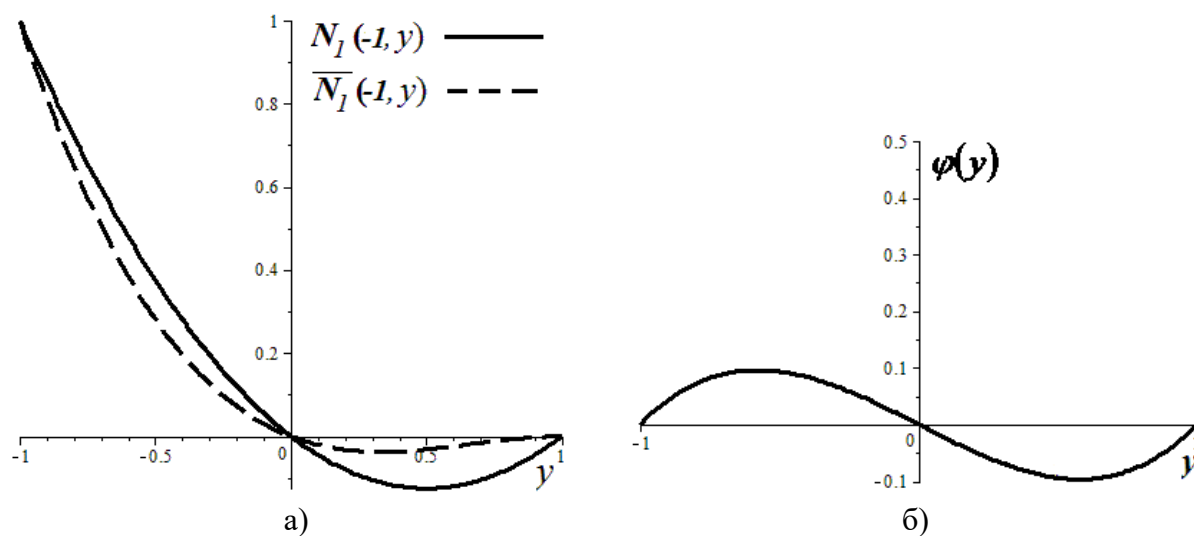


Рис. 3. а) біфуркації поверхонь $N_1(x, y)$ на границі $x = -1$;
б) «стрибок» $\varphi(y)$.

Результати кускового тестування несумісних моделей залежать від характеру «стрибка» [6, 10, 11]. В наших прикладах $\text{mod } 2$ і $\text{mod } 4$ ми маємо справу з ортогональним поліномом (рис. 3, б). Дамо просту і зрозумілу інтерпретацію критерію Айронса-Раззака: несумісна модель успішно витримує кускове тестування, якщо інтеграл на $[-1; 1]$ від «стрибка» дорівнює нулю. Проста і зрозуміла інтерпретація критерію Паттерсона [6] для $2D$ -задач: несумісний елемент успішно витримує кускове тестування, якщо «стрибок» на $[-1; 1]$ як мінімум двічі набуває значення нуль. На рис. 3, б графік перетинає Oy тричі. Цікаво визначити, в яких точках «стрибок» має екстремальні відхилення від нуля: $\varphi'(y) = 0$, звідки $y_{1,2} = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$. Це точки, в яких графік полінома Лежандра другого порядку перетинає Oy . Саме в цих точках Гаусс розташував вузли квадратури підвищеної точності.

Висновки

Аналіз отриманих результатів дає підстави вважати КПМ одним із самих простих, зрозумілих і наочних методів відновлення функцій двох аргументів. У методі скінченних елементів цей підхід однаково ефективний на сумісних і несумісних елементах. Однією із причин виникнення феномена несумісності є наявність кратних нулів у вузлах інтерполяції. У наведених прикладах $\text{mod } 2$ і $\text{mod } 4$ двократний нуль свідомо «закладено» у вузол 4 $(-1; 1)$. Для прямого геометричного конструювання серендипових елементів не обов'язково обмежуватися лише прямими лініями на портретах нульового рівня.

Список використаної літератури

1. Wachspress E. I. A Rational Finite Element Basis. Academic Press. New York, 1975. 344 p.
2. Хомченко А. Н. Некоторые вероятностные аспекты МКЭ. Ивано-Франковск: Ивано-Франковский ин-т нефти и газа, 1982. Деп. в ВИНТИ 18.03.82, № 1213. 9 с.
3. Хомченко А. Н., Мотайло А. П. Две модели кусочно-линейной интерполяции на октаэдре. *Проблеми інформаційних технологій*. 2011. №1. С. 47–50.
4. Астионенко И. А., Литвиненко Е. И., Хомченко А. Н. Вероятностная природа кусочно-планарной аппроксимации. *Научные ведомости Белгородского государственного университета. Математика. Физика*. 2014. №5 (176). Вып. 34. С. 142–149.
5. Zienkiewicz O. C. The Finite Element Method in Engineering Science. London: McGraw-Hill, 1971. 571 p.
6. Norri D. H., de Vries G. An Introduction to Finite Element Analysis. London: Academic Press, 1978. 301 p.
7. Strang G., Fix G. J. An Analysis of the Finite Element Method. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc. 1973.
8. Taylor R. L. On the Completeness of Shape Functions for Finite Element Analysis. *J. Num. Meth. Eng.* 1972. Vol. 4. № 1. P. 17–22.
9. Brown J. H. Nonconforming Finite Elements and Their Applications. (M. Sc. Thesis), Dundee: University of Dundee, 1975.
10. Irons B. M. The Patch Test for Engineers. *Invited paper, Symposium at the Atlas Computing Laboratory*. (U.K., Didcot, March 26-28, 1974). P. 167–192.

11. Хомченко А. Н., Литвиненко О. І., Астіоненко І. О. Когнітивно-графічний аналіз ієрархічних базисів скінченних елементів. Монографія. Херсон: ОЛДІ-плюс, 2019. 260 с.

References

1. Wachspress, E. I. (1975). A Rational Finite Element Basis. Academic Press. New York.
2. Homchenko, A. N. (1982). Nekotoryie veroyatnostnyie aspektyi MKE. Ivano-Frankovsk: Ivano-Frankovskiy in-t nefti i gaza. Dep. v VINITI 18.03.82, № 1213. 9 s.
3. Homchenko, A. N., & Motaylo, A. P. (2011). Dve modeli kusochno-lineynoy interpoliyatsii na oktaedre. Problemy Informatsiynih tehnologiy. **1**, 47–50.
4. Astionenko, I. A., Litvinenko, E. I., & Homchenko, A. N. (2014). Veroyatnostnaya priroda kusochno-planarnoy approksimatsii. *Nauchnyie vedomosti Belgorodskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika. Fizika.* **5** (176), 34, 142–149.
5. Zienkiewicz, O. C. (1971). The Finite Element Method in Engineering Science. London: McGraw-Hill.
6. Norri D. H., de Vries G. (1978). An Introduction to Finite Element Analysis. London: Academic Press.
7. Strang, G., & Fix, G. J. (1973). An Analysis of the Finite Element Method. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
8. Taylor, R. L. (1972). On the Completeness of Shape Functions for Finite Element Analysis. *J. Num. Meth. Eng.* **4**, 1, 17–22.
9. Brown, J. H. (1975). Nonconforming Finite Elements and Their Applications. (M. Sc. Thesis), Dundee: University of Dundee
10. Irons, B. M. (1974). The Patch Test for Engineers. *Invited paper, Symposium at the Atlas Computing Laboratory.* (U.K., Didcot, March 26-28, 1974), pp. 167–192.
11. Khomchenko, A. N., Lytvynenko, O. I., Astionenko, I. O. (2019). Kohnityvno-hrafichnyi analiz iierarkhichnykh bazysiv skinchennykh elementiv. Monohrafiia. Kherson: OLDI-plus.

Хомченко Анатолій Никифорович – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри інтелектуальних інформаційних систем Чорноморського національного університету ім. П. Могили, e-mail: khan@chmnu.edu.ua, ORCID: 0000-0002-5053-388X.

Тендітна Наталія Володимирівна – старший викладач кафедри інформаційних технологій та фізико-математичних дисциплін Херсонської філії Національного університету кораблебудування ім. адм. Макарова, e-mail: nten.hfnuk@gmail.com.

Литвиненко Олена Іванівна – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційних технологій та фізико-математичних дисциплін Херсонської філії Національного університету кораблебудування ім. адм. Макарова, e-mail: mmkntu@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9890-6959.

Дудченко Олег Миколайович – к.т.н., доцент, заступник директора з навчальної роботи Херсонської філії Національного університету кораблебудування ім. адм. Макарова ((0552) 26-30-09, kbnuos@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7724-0892.

Астіоненко Ігор Олександрович – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри вищої математики і математичного моделювання Херсонського національного технічного університету, e-mail: astia@ukr.net, ORCID: 0000-0002-5831-6353.

УДК 514.18+621.869

О.В. ЧЕРНИКОВ, О.В. АРХИПОВ, О.А. ЄРМАКОВА, В.В. ДЗЮБА
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ПАРАМЕТРИЧНИЙ ПІДХІД ДО ТРИВИМІРНОГО КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОРНАМЕНТІВ

У зв'язку зі збільшенням конкуренції на ринку товарів, фактори дизайну, естетичної привабливості та зниження собівартості відіграють все більш зростаючу роль при їх виготовленні. Для нової продукції необхідне ретельне і різнобічне дизайнерське опрацювання загальних форм об'єктів і їх деталей, прийомів і способів геометричного орнаментування поверхонь. Зараз орнамент став самостійним елементом мистецтва, який живе своїм життям, розвивається і ускладнюється, його елементи набули широкого розповсюдження в різних галузях господарства.

Історично орнаменти були створені і переносилися на вироби вручну, що було визначено способом їх виробництва – ця робота була дуже кропітка та вимагала багато часу. Застосування сучасних методів автоматизованого проектування та виготовлення промислових виробів дає широкі можливості впровадження орнаментів у різні форми декоративних елементів.

Геометричне комп'ютерне моделювання дозволяє розв'язувати велику кількість різних практичних задач майже у всіх сферах діяльності людини. Для реалізації наших завдань була використана програма Autodesk Inventor, яка завдяки параметризації, наявності у її середовищі команд віддзеркалення, побудови прямокутних масивів, масивів по колу та за траєкторією, може стати дуже ефективним інструментом, який дозволяє по-новому підійти до проектування та моделювання технічних виробів, зокрема до тих, що містять орнаменти різних типів. Використання такої програми як Autodesk Inventor, на наш погляд, може дозволити спростити розробку конструкцій, що містять елементи орнаменту, пришвидшити аналіз обраної геометрії та її попередню оцінку за допомогою виготовлення прототипів методами 3D-друку.

Мета даної роботи полягає в розробці та апробації алгоритмів комп'ютерного моделювання, трансформуванні та відтворенні за допомогою програми Inventor, орнаментальних елементів в традиційному стилі декоративно-прикладного мистецтва, в тому числі завдяки зручним методам керування параметрами.

Ключові слова: геометричний орнамент; тривимірна модель; промисловий дизайн; Autodesk Inventor; iLogic.

А.В. ЧЕРНИКОВ, А.В. АРХИПОВ, Е.А. ЄРМАКОВА, В.В. ДЗЮБА
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ТРЕХМЕРНОМУ КОМПЬЮТЕРНОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОРНАМЕНТОВ

В связи с увеличением конкуренции на рынке товаров, факторы дизайна, эстетической привлекательности и снижения себестоимости играют все более возрастающую роль при их изготовлении. Для новой продукции необходимо тщательная и разносторонняя дизайнерская разработка общих форм объектов и их деталей, приемов и способов геометрической орнаментации поверхностей. Сейчас орнамент стал самостоятельным элементом искусства, который живет своей жизнью, развивается и усложняется, его элементы широко распространились в разных отраслях хозяйства.

Исторически орнаменты были созданы и переносились на изделия вручную, что было определено способом их производства – эта работа была очень кропотливая и требовала много времени. Применение современных методов автоматизированного проектирования и изготовления промышленных изделий дает широкие возможности внедрения орнаментов в разные формы декоративных элементов.

Геометрическое компьютерное моделирование позволяет решать большое количество различных практических задач почти во всех сферах деятельности человека. Для реализации наших заданий была использована программа Autodesk Inventor, которая благодаря параметризации, наличию команд отражения, построения прямоугольных массивов, массивов по кругу и по траектории, стала очень эффективным инструментом, который позволит по-новому подойти к проектированию и моделированию технических изделий, в частности тех, что содержат орнаменты разных типов. Использование такой программы как Autodesk Inventor, на наш взгляд, может упростить разработку конструкций, содержащих элементы орнамента, ускорить анализ выбранной геометрии и ее предварительную оценку с помощью изготовления прототипов методами 3D-печати.

Цель данной работы заключается в разработке и апробации алгоритмов компьютерного моделирования, трансформировании и воспроизведении с помощью Inventor, орнаментальных элементов в традиционном стиле декоративно-прикладного искусства, в том числе благодаря удобным методам управления параметрами.

Ключевые слова: геометрический орнамент; трехмерная модель; промышленный дизайн; Autodesk Inventor; iLogic.

O.V. CHERNIKOV, O.V. ARKHIPOV, O.A. YERMAKOVA, V.V. DZIUBA
Kharkiv National Automobile and Highway University

PARAMETRIC APPROACH TO THREE-DIMENSIONAL COMPUTER SIMULATION OF GEOMETRIC ORNAMENTS

Due to increased competition in the market for goods, factors of design, aesthetic appeal and cost reduction are playing an ever-increasing role in their manufacture. For new products, careful and versatile design development of the general forms of objects and their details, techniques and methods for geometric ornamentation of surfaces is necessary. The ornament has become an independent element of art, which lives its own life, develops and becomes more complicated, its elements are distributed in various sectors of the economy.

Historically, ornaments were created and transferred to products manually, which was determined by the method of their production – this work was very painstaking and time-consuming. The use of modern methods of computer-aided design and manufacturing of industrial products can significantly simplify the introduction of ornaments in various forms of decor.

Geometric computer modeling allows you to solve a large number of different practical problems in almost all areas of human activity. For the implementation of our tasks, the Autodesk Inventor program was used, which, thanks to the parameterization, the presence of reflection commands, the construction of rectangular arrays, arrays in a circle and along a path, became a very effective tool that will allow a new approach to the design and modeling of technical products, in particular, those that contain ornaments of different types. The use of a computer program such as Autodesk Inventor with three-dimensional parametric elements, in our opinion, can significantly simplify the development of structures containing ornament elements, speed up the analysis of the selected geometry and its preliminary evaluation using prototype manufacturing using 3D printing methods.

The purpose of this work is to develop and test computer modeling algorithms, transform and reproduce using Inventor, ornamental elements in the traditional style of decorative art, including through convenient parameter management methods.

Keywords: geometric ornament; three-dimensional model; industrial design; Autodesk Inventor; iLogic.

Постановка проблеми

Історично орнаменти розроблялися і переносилися на вироби вручну, що було визначено способом їх виробництва. Застосування сучасних методів автоматизованого проектування та виготовлення промислових виробів дає змогу суттєво спростити розробку та впровадження орнаментів у різні форми декору. Параметричний підхід до моделювання орнаментів та їх елементів може дозволити швидко отримувати, змінювати та аналізувати широкий діапазон варіантів геометричних рішень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Розробки в області класифікації, дослідження та автоматизованого проектування орнаментів мали місце у наукових роботах Аскарова Ю.А. [1], Чернікова О.В. [2], Жеребцова А.М. [3] та інших авторів. Нажаль, вони містять мало практичної інформації для дизайнерів, яким необхідно підготувати багато варіантів цифрових моделей орнаменту, у векторному форматі, що дозволяє програмувати автоматизоване обладнання. Між тим сучасні САД-системи, серед яких багато користувачів обирають Autodesk Inventor (AI) [4], є тим інструментом, який, при застосуванні відповідних алгоритмів, може дозволити максимально підвищити ефективність праці дизайнера. Нами вже розглядалося багато аспектів застосування цієї програми для побудови параметричних моделей деталей складної геометричної форми [5–6]. При цьому були розроблені алгоритми, які дають змогу у межах однієї моделі передбачити самий широкий діапазон змін її геометрії.

Мета дослідження

Метою роботи є розробка та апробація в середовищі програми AI алгоритмів побудови тривимірних параметричних комп'ютерних моделей первісних фігур геометричних орнаментів, що містять у своєму складі спіралі різних типів і циклоїдальні криві, та надання рекомендацій до моделювання самих орнаментів, що характеризуються різними видами симетрії.

Викладення основного матеріалу дослідження

Програма AI [4], завдяки параметризації, наявності у її середовищі тривимірного моделювання команд віддзеркалення, побудови масивів (прямокутних, по колу, за траєкторією) є дуже ефективним інструментом, який дозволяє по-новому підійти до проектування та моделювання виробів, що містять орнаменти різних типів. Можливість створення параметричних моделей в AI, та й в багатьох інших сучасних графічних пакетах, ґрунтується на тому, що взаємне розташування робочих площин, що містять геометричну частину визначника поверхонь деталі, може бути параметром, що допускає зміну в межах однієї геометричної моделі. Крім того, сама геометрія твірних (або контурів), напрямних, траєкторій видавлювання чи зсуву, що використовуються при кінематичному способі завдання елементів деталі, може бути підпорядкована відповідним параметрам [5, 7].

Одною з побудованих нами для орнаментів стала класична первісна фігура, яка має у своїй основі дві спіралі, поєднані дотичною. Прикладів застосування подібного елемента дуже багато. При побудові параметричного ескізу кожної спіралі

застосовувався підхід, запропонований нами раніш [6]. На рис. 1 наведено кінцевий результат ескізу траєкторії зсуву. За рахунок наявній в середовищі програми AI операції зсуву за траєкторією замкненого ескізу, який може мати будь яку геометрію, стає можливою побудова великої кількості геометричних рішень тривимірних орнаментів лише за допомогою одного параметричного варіанту траєкторії зсуву.

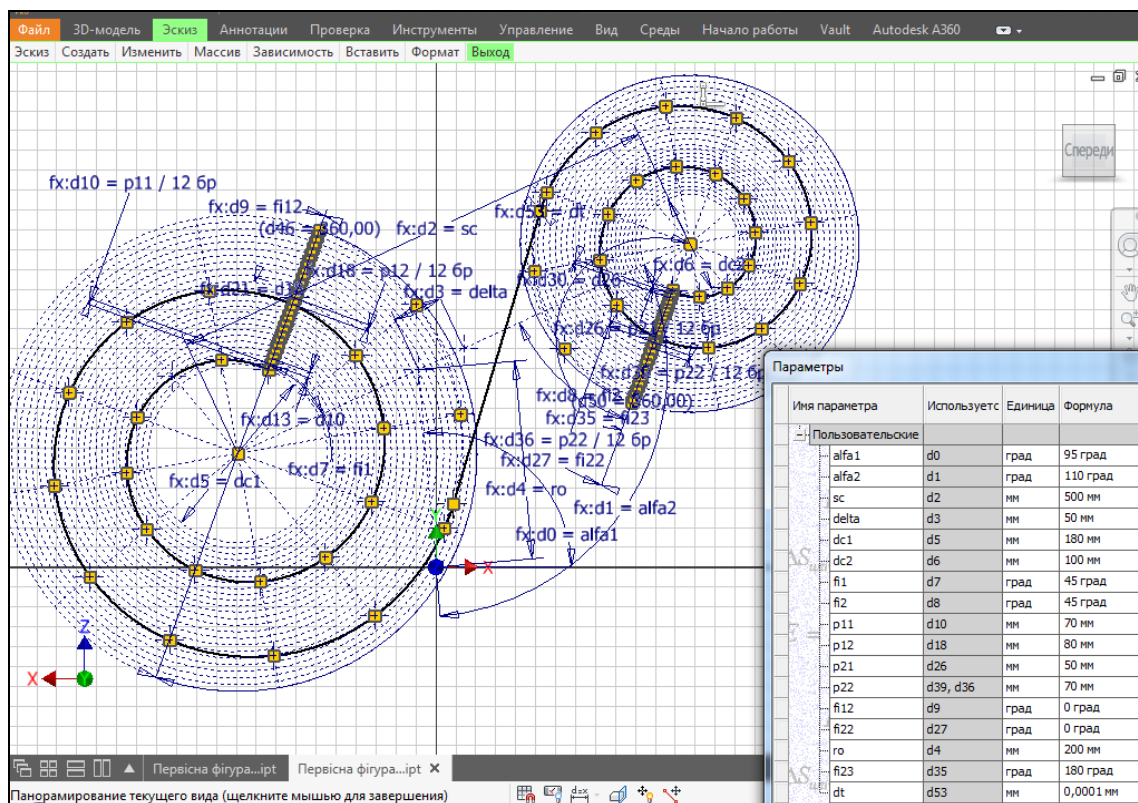


Рис. 1. Побудова ескізу траєкторії первісної фігури орнаменту, яка містить дві спіралі.

При побудові ескізу були передбачені можливості:

- довільного розташування центрів обох спіралей на площині (параметри «alfa1», «alfa2», «sc», «ro» та «delta» в таблиці параметрів користувача програми AI);
- зміни діаметрів початкових кіл спіралей та їх початкових точок (параметри «dc1», «dc2», «fi1», «fi2»);
- дискретної зміни кроку кожної зі спіралей (параметри «p11», «p12», «p21», «p22»);
- побудови перехідних кривих – від спіралей Архімеда до аналогів евольвент (параметри «fi1», «fi2»);
- переходу у певній точці від спіралі Архімеда (чи перехідної кривої) до евольвенти на останній ділянці однієї з кривих (параметр «fi23»).

На рис. 2 наведено фрагмент орнаменту, що містить тривимірний елемент, який був побудований шляхом зсуву кола за наведеною на рис. 1 траєкторією.

Іншим елементом побудованої нами первісної фігури орнаменту стала плоска циклоїдальна крива (трохоїда) – епіциклоїда або гіпоциклоїда (подовжена або скорочена) [8], в залежності від значення відповідних геометричних параметрів.

На рис. 3 наведено результат формування в програмі AI первісного елемента, який було отримано із застосуванням суто геометричних побудов, що містить одразу подовжені епі- та гіпоциклоїди у якості ескізів зсуву.

При побудові ескізу були передбачені можливості:

- довільного розташування центру нерухомого кола та початкової точки кривої на площині (параметри «roR», «fiR» та «fiRm» в таблиці параметрів AI);

- зміни діаметру та співвідношення діаметрів рухомого та нерухомого кіл, що впливає на кількість симетричних гілок кривої (параметри «R», «Rm»);
- зміни співвідношення відстані між точкою, що утворює криву, та центром рухомого кола до радіуса рухомого кола, що дає змогу переходити від побудови подовжених трохоїд до нормальних, чи скорочених (параметр «KRm»);
- переходу від побудови епіциклоїди до гіпоциклоїди (зміна знаку у виразах для «Epi_Gipo» та «roCm» з плюса на мінус).

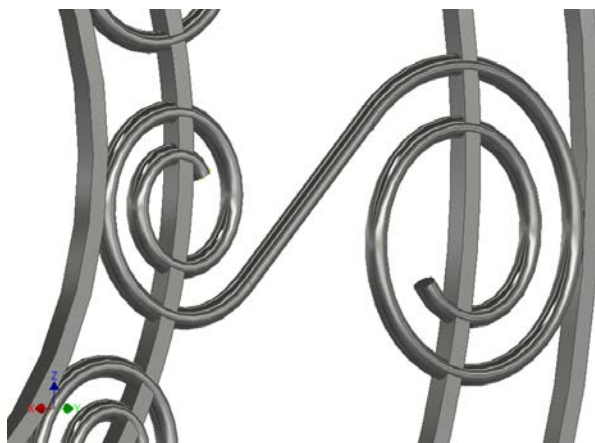


Рис. 2. Фрагмент моделі орнаменту, що містить побудований первісний елемент.

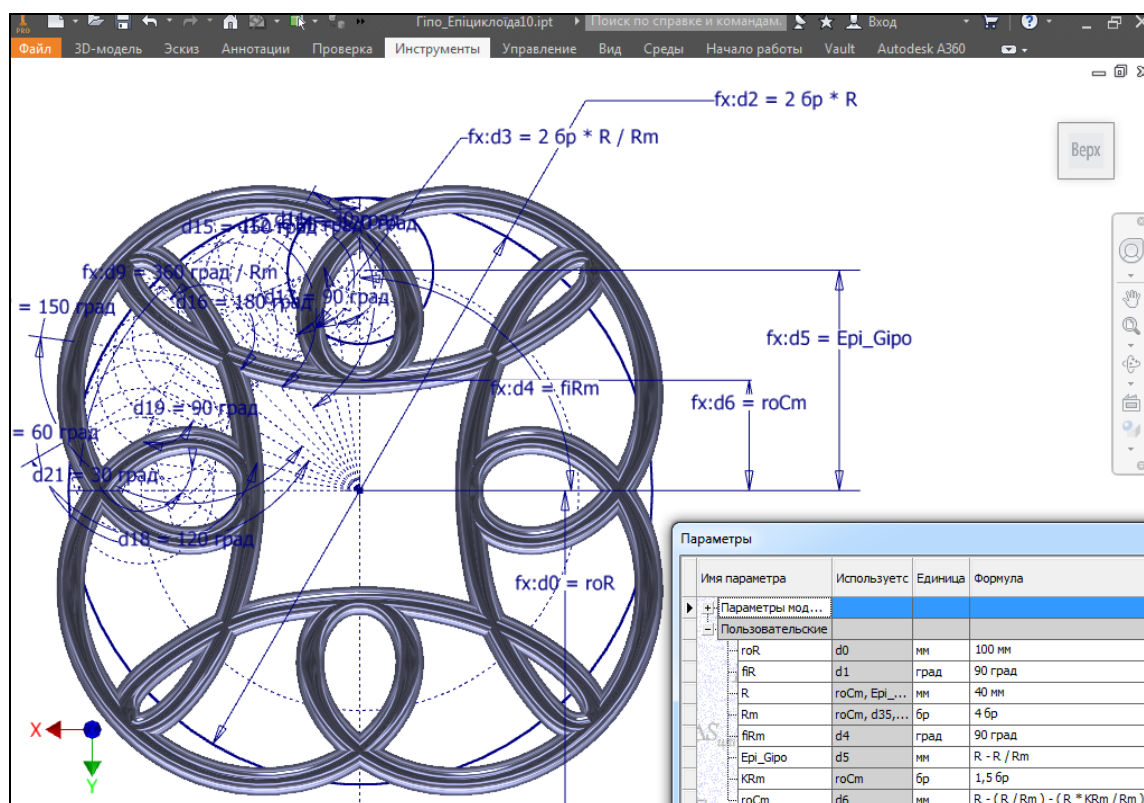


Рис. 3. Первісний елемент орнаменту, що побудований на базі подовжених трохоїд.

Програма Inventor надає можливості задавати криві лінії в ескізах і в аналітичному вигляді, тобто формулами. Можливо використання як рівнянь у явному, так і параметричному вигляді, у декартовій або полярній системі координат (рис. 4). Нами було апробовано завдання трохоїди шляхом введення системи відомих з літератури параметричних рівнянь [8]. На рис. 5 наведені деякі варіанти візуалізації параметричної моделі, яка була побудована саме у такий спосіб.

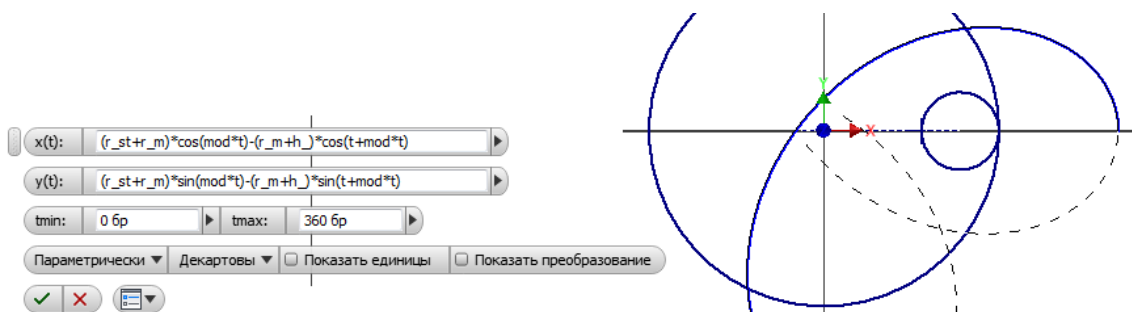


Рис. 4. Варіанти визначення рівнянь кривих.

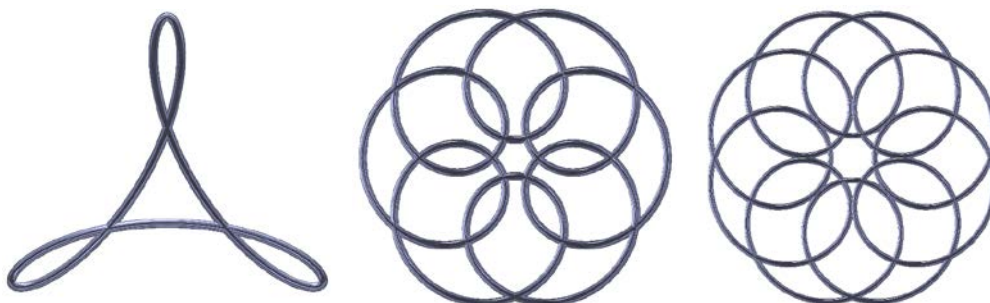


Рис. 5. Приклад впливу зміни коефіцієнтів при аналітичному визначенні траєкторії зсуву.

Для спрощення роботи дизайнера можливо організувати зміну параметрів моделі та їх попередній аналіз за допомогою правил і форм iLogic – вбудованого засобу програмування в AI. На рис. 6 наведено приклад розробленої форми.

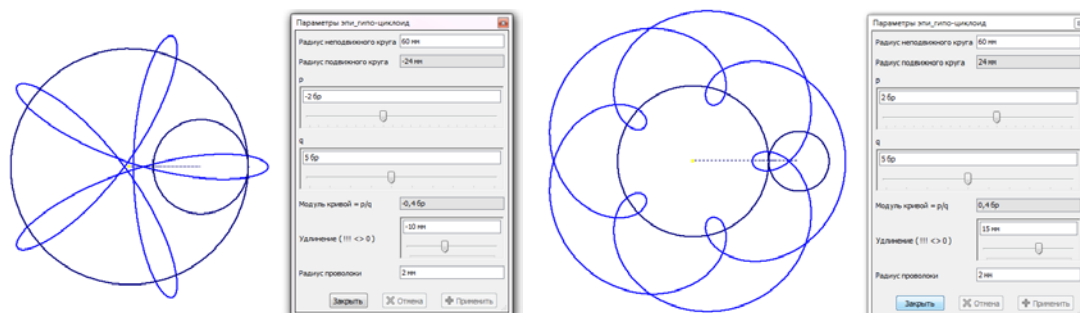


Рис. 6. Форма iLogic для керування параметрами.

Існує декілька підходів до класифікації орнаментів. З точки зору подальшого комп'ютерного моделювання найбільш доцільно застосувати класифікацію орнаментів за видами симетрії. Традиційно в орнаментиці використовуються три різні види симетрії. В залежності від застосованого виду симетрії виділяють розетки, бордюри і сітчасті орнаменти [2, 3]. Нами було отримано багато прикладів застосування побудованих первісних елементів у разі моделювання розеткових орнаментів (рис. 7).

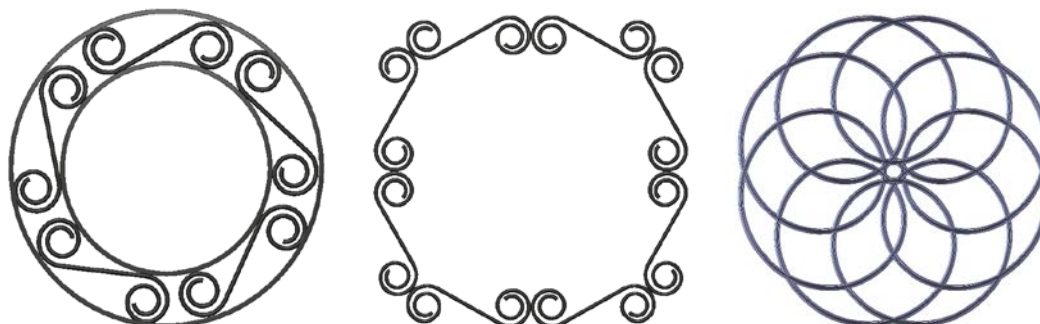


Рис. 7. Приклади побудованих тривимірних моделей розеткових орнаментів.

При їх побудові, після моделювання первісного елемента або декількох елементів орнаменту, у нагоді стають операції обертання навколо осі та дзеркального відображення, які є наявним у всіх програмах тривимірного моделювання.

Аналізувалась нами також побудова на базі наведених вище та інших первісних елементів стрічкових орнаментів (первісний елемент розташовано уздовж кривої або прямої лінії) та сітчастих орнаментів (основою таких орнаменту є сітка, що складається з однакових елементів). На рис. 8 наведено приклад сітчастого орнаменту, який був отриманий при копіюванні прямокутним масивом побудованого нами раніше первісного елемента (див. рис. 3).

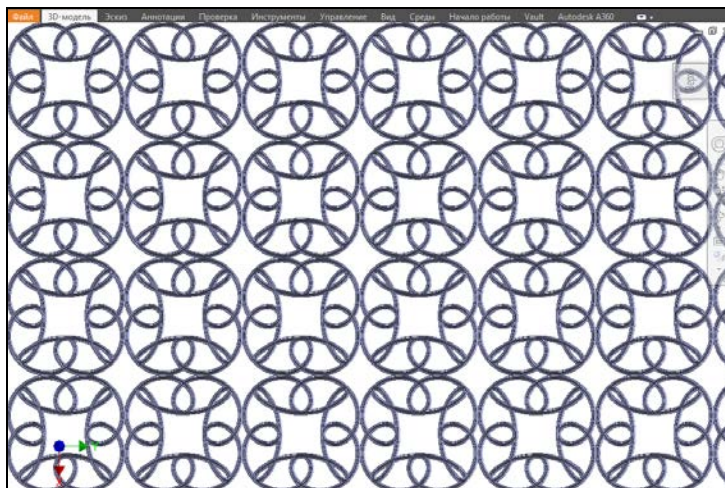


Рис. 8. Приклад побудованого на базі параметричного первісного елемента сітчастого орнаменту.

Сітчасті орнаменти тісно пов'язані з орнаментами розеткового та стрічкового типів. Так, розетковий орнамент може стати орнаментальним мотивом (раппортом) і бути вписаним в клітинки сітчастого орнаменту. Стрічковий орнамент при своєму багаторазовому копіюванні може дати сітчастий орнамент.

Можливий підхід, коли окремі елементи і фрагменти орнаментів створюються шляхом попереднього малювання вручну, а вся композиція – із застосуванням комп'ютерної програми. За допомогою програми Autodesk Inventor можливо обирати найкращі пропорції елементів в композиції, створювати графічні бази та у подальшому застосовувати їх. Графічні бази можуть містити велику кількість традиційних зразків орнаментів, їх елементів, прототипів і композиційних рішень.

Висновки

Таким чином, комп'ютерні технології можуть суттєво прискорити проектування виробів, що містять у собі орнаментальні зображення. Наведені алгоритми та підходи до створення комп'ютерних моделей було апробовано на орнаментах розеткового, стрічкового (бордюри) та сітчастого типів. Всі отримані моделі є параметричними, тобто дають змогу швидко створювати та аналізувати різні варіанти дизайнерських рішень. Використання сучасних методів комп'ютерного моделювання дає змогу по новому підходити до конструювання, забезпечувати скорочення термінів проектування.

Список використаної літератури

1. Аскаргов Ю. А. Геометрическое моделирование и основы автоматизированного проектирования архитектурных орнаментов: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Киев, 1983. 16 с.

2. Черников А. В. Геометрические алгоритмы конструирования декоративных изображений с использованием конформных преобразований: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Киев, 1991. 17 с.
3. Жеребцов А. Н. Дизайн двумерных орнаментов: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Москва, 2008. 24 с.
4. Зиновьев Д. В. Основы проектирования в Autodesk Inventor 2016. Москва: ДМК Пресс, 2016. 256 с.
5. Архіпов О. В. Створення параметричних рядів деталей при проектуванні в автомобілебудуванні. *Сучасні проблеми моделювання*. 2017. Вип. 9. С. 11–15.
6. Архіпов О. В., Єрмакова О. А., Дзюба В. В. Параметричний підхід до моделювання диска автомобільного колеса. *Сучасні проблеми моделювання*. 2019. Вип. 16. С. 3–9.
7. Черніков О. В. Використання можливостей параметричного моделювання пакету Inventor в наукових дослідженнях та навчальному процесі. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2008. Вип. 80. С. 98–102.
8. Савелов А.А. Плоские кривые. Систематика, свойства, применение: справочное руководство / под ред. А.П. Нордена. Москва: Физматгиз, 1960. 293 с.

References

1. Askarov, Yu. A. (1983). Geometricheskoe modelirovanie i osnovy avtomatizirovannogo proektirovaniya arhitekturnyh ornamentov. (PhD's thesis), Kyiv.
2. Chernikov, A. V. (1991). Geometricheskie algoritmy konstruirovaniya dekorativnyh izobrazheniy s ispolzovaniem konformnyh preobrazovaniy. (PhD's thesis), Kyiv.
3. Zherebtsov, A. N. (2008). Dizayn dvumernyh ornamentov. (PhD's thesis). Moskva.
4. Zinovev, D. V. (2016). Osnovy proektirovaniya v Autodesk Inventor 2016. Moskva: DMK Press.
5. Arkhipov, O. V. (2017). Stvorennia parametrychnykh riadiv detalei pry proektuvanni v avtomobilebuduvanni. *Suchasni problemy modeliuвання*. **9**. 11–15.
6. Arkhipov, O. V., Yermakova, O. A., & Dziuba, V. V. (2019). Parametrychnyi pidkhd do modeliuвання dyska avtomobilnoho kola. *Suchasni problemy modeliuвання*. **16**. 3–9.
7. Chernikov, O. V. (2008). Vykorystannia mozhlyvostei parametrychnoho modeliuвання paketu Inventor v naukovykh doslidzhenniakh ta navchalnomu protsesi. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafiika*. **80**. 98–102.
8. Savelov, A. A. (1960). Ploskie krivyye. Sistematika, svoystva, primenenie : spravochnoe rukovodstvo / pod red. A.P. Nordena. Moskva : Fizmatgiz.

Черніков Олександр Вікторович – д.т.н., професор, завідувач кафедри інженерної та комп'ютерної графіки Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, e-mail: cherni@khadi.kharkov.ua, ORCID: 0000-0002-6636-4566.

Архіпов Олександр Володимирович – к.т.н., доцент, доцент кафедри інженерної та комп'ютерної графіки Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, e-mail: alex.khadi.kharkov@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2287-1451.

Єрмакова Олена Анатоліївна – к.т.н., доцент, доцент кафедри інженерної та комп'ютерної графіки Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, e-mail: ermelena1969@gmail.com, ORCID: 0000-0003-3786-9001.

Дзюба Віталій Віталійович – студент механічного факультету Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, e-mail: dzubavitaliy0505@gmail.com, ORCID: 0000-0002-5828-3088.

**ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ СТАТТІ
до наукового журналу
«Прикладні питання математичного моделювання»**

Параметри файлу:

Рукопис повинен бути підготовлений за допомогою Microsoft Word-2003/2016; **формат сторінки** – А4, **орієнтація сторінки** – "книжкова"; **границі**: ліва – 2,5 см; права – 2,5 см; верхня – 2,5 см; нижня – 2,5 см; **інтервал між рядками** – 1,0; **інтервал між абзацами** "до", "після" – 0 пт.; **відступи** "ліворуч", "праворуч" – 0 пт.; **відступ першого рядка** – 1,25 см.

Обов'язкові елементи статті:

УВАГА! Блок «Відомості про авторів», «Назва статті», «Анотація» та «Перелік ключових слів» подається ТРЬОМА мовами (українською, англійською, російською) послідовно з однаковим форматуванням.
Перша анотація подається мовою статті.
Текст анотацій всіма трьома мовами має бути ідентичний.
Розмір кожної анотації не менше 1800 знаків без пробілів.

- **індекс УДК** у верхньому лівому куті сторінки (Times New Roman, 12 пт.), **вказується один раз**;
- **ініціали і прізвище автора (авторів)** великими літерами (Times New Roman, 12 пт., вирівнювання – по правому краю) (на англійську ПІБ авторів перекладається з української мови);
- **повна назва організації**, де працює автор (Times New Roman, 10 пт., по правому краю);
- *пустий рядок* (Times New Roman, 12 пт.);
- **назва статті** великими літерами, по центру (Times New Roman, 12 пт., жирний);
- *пустий рядок* (Times New Roman, 12 пт.);
- **анотація** (Times New Roman, 12 пт., курсив);
- **перелік ключових слів**, який починається зі слів: "Ключові слова:" (або "Ключевые слова:", "Keywords:") (Times New Roman, 12 пт., курсив);
- *пустий рядок* (Times New Roman, 12 пт.).

Викладення основного матеріалу дослідження

Основний текст статті (Times New Roman, 12 пт.), який, у відповідності до вимог МОН України, **обов'язково** повинен містити такі виділені елементи:

- Постановка проблеми;
- Аналіз останніх досліджень і публікацій;
- Мета дослідження;
- Викладення основного матеріалу дослідження;
- Висновки;
- Список використаної літератури;
- References.
- **інформацію про авторів (див. Зразок оформлення статті).**

Додаткові вимоги до елементів статті:

- **Рисунки**: підписи під рисунками – Times New Roman, 10 пт., жирний;
- **Формули**: для набору використовувати редактор формул Microsoft Equation 3.0 або MathType; формули по центру; нумерація формул – по правому краю;
Розміри формул за замовчуванням: звичайний символ – 12 пт; великий індекс – 7 пт; маленький індекс – 5 пт; великий символ – 18 пт; маленький символ – 12 пт.
- **Програми**: для набору фрагментів використовувати шрифти Courier New (Courier);
- **Список літератури**: оформлюється у відповідності до вимог ДСТУ 8302:2015 "Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні вимоги та правила складання"; (<http://lib.pu.if.ua/files/dstu-8302-2015.pdf>);
- **References**: оформлюються за правилами транслітерації англійською мовою з української/російської мов.

Для транслітерації пропонуємо скористатися наступними ресурсами:

- транслітерація з російської мови: <http://translate.meta.ua/ru/translit/>
- транслітерація з української мови: <http://ukrlit.org/transliteratsiia>

ЗРАЗОК ОФОРМЛЕННЯ СТАТТІ

(Зразок складено з уривків окремих публікацій, автори є вигаданими особами)

УДК XXX.XX

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонський національний технічний університет
О.І. КОВАЛЕНКО
Херсонський державний університет

ВЛАСТИВОСТІ ПРОЦЕДУРИ ПОБУДОВИ РОЗКЛАДУ

Розглянуті властивості процедури побудови розкладу, яка формалізує картковий метод ручної побудови розкладу. У загальній постановці вона є процесом упорядкування деякої скінченної множини подій в часі за умов ресурсних та інших обмежень...

Ключові слова: процедура побудови розкладу, картковий метод...

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонский национальный технический университет
А.И. КОВАЛЕНКО
Херсонский государственный университет

СВОЙСТВА ПРОЦЕДУРЫ ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЯ

Рассмотрены свойства процедуры построения расписания, которая формализует карточный метод ручного составления расписаний. В общей постановке она является процессом упорядочивания некоторого конечного множества событий во времени в условиях ресурсных и других ограничений ...

Ключевые слова: процедура построения расписания, карточный метод...

V.V. KRAVCHENKO, S.V. ONOPENKO
Kherson National Technical University
O.I. KOVALENKO
Kherson State University

THE PROPERTIES OF SCHEDULE CONSTRUCTION PROCEDURE

The properties of the schedule construction procedure, which formalizes the card method for manual scheduling, are considered. In the general formulation it is a process of ordering a certain finite set of events in time under resource and other constraints ...

Keywords: the schedule construction procedure, card method...

Постановка проблеми

Задача складання розкладу є однією з найбільш розповсюджених задач, які вирішує кожна людина практично кожний день. У загальній постановці вона є процесом упорядкування деякої скінченної множини подій в часі за умов ресурсних та інших обмежень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Аналіз існуючих методів розв'язання задачі складання розкладу занять показує, що розв'язання задач теорії розкладів має відому складність. За змістом ці задачі відносяться до класу комбінаторних, для яких суттєве значення має розмірність...

Мета дослідження

Метою даного дослідження є автоматизація складання розкладу занять для системи дистанційного навчання з врахуванням завантаженості викладацького складу. Якість навчання, його економічна ефективність, зручність навчання студентів і роботи професорсько-викладацького складу залежить від вдало складеного розкладу.

...

Висновки

Під час виконання роботи було розроблено власний математичний метод для складання розкладу, а саме було визначено ряд обмежень, які враховуються при складанні розкладу, створено цільову функцію для оцінки придатності ...

Список використаної літератури

1. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Математичні методи ідентифікації динамічних систем. Вінниця : ВНТУ, 2010. 260 с.
2. Квасниця Г., Шинкаренко Г. Адаптивні апроксимації методу скінченних елементів для задач еластостатики. *Вісник Львівського університету. Серія: Прикладна математика та інформатика*. 2002. Вип. 5. С. 95–106.
3. Тимофієва Н. К. Один спосіб моделювання інтелекту людини з використанням комбінаторного аналізу. *Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту. (ISDMCI'2014): матеріали X Міжнародної наукової конференції (Залізний Порт, 1923 травня 2014 р.)*. Херсон, 2014. С. 180-182.
4. Тимофієва Н. К. Теоретико-числові методи розв'язання задач комбінаторної оптимізації: автореф. дис... д-ра. техн. наук. Київ, 2007. 32 с.

References

1. Mokin, B. I., Mokin, V. B., & Mokin, O. B. (2010). Matematychni metody identyfikatsii dynamichnykh system. Vinnytsia: VNTU.
2. Kvasnytsia, H., & Shynkarenko, H. (2002). Adaptivni aproksymatsii metodu skinchennykh elementiv dlia zadach elastostatyky. *Visnyk Lvivskoho universytetu. Seria: Prykladna matematika ta informatyka*. 5, 95–106.
3. Tymofiieva, N. K. (2014) Odyn sposib modeliuvannia intelektu liudyny z vykorystanniam kombinatornoho analiz. Proceedings of the *Intelektualni systemy pryiniattia rishen ta problemy obchysliuvalnoho intelektu. (ISDMCI'2014) : materialy X Mizhnarodnoi naukovoï konferentsii*. (Ukraine, Zaliznyi Port, May 28-31, 2014), Kherson, pp. 180–182.
4. Tymofiieva, N. K. (2007). Teoretyko-chyslovi metody rozviazannia zadach kombinatornoi optymizatsii. (Extended abstract of Doctor's thesis), Kyiv: In-t kibernetiky im. V.M. Hlushkova NAN Ukrainy.

Кравченко Віктор Вікторович – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри математичного моделювання Херсонського національного технічного університету, e-mail: kravchenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4107-8141.

Онопенко Сергій Васильович – аспірант кафедри технічної кібернетики Херсонського національного технічного університету, e-mail: onopenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-5196-5301.

Коваленко Олександр Іванович – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформатики Херсонського державного університету, e-mail: kovalenko@i.ua, ORCID: 0000-0002-6196-540.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЬИ
для научного журнала
«Прикладные вопросы математического моделирования»

Параметры файла:

Рукопись должна быть подготовлена за помощью Microsoft Word-2003/2016; **формат страницы** – А4, **ориентация страницы** – "книжная"; **границы**: левая – 2,5 см; правая – 2,5 см; верхняя – 2,5 см; нижняя – 2,5 см; **интервал между строками** – 1,0; **интервал между абзацами** "до", "после" – 0 пт.; **отступы** "слева", "справа" – 0 пт.; **отступ первой строки** – 1,25 см.

Обязательные элементы статьи:

Внимание! Блок «Сведения об авторах», «Название статьи», «Аннотация» и «Список ключевых слов» представляется на ТРЕХ языках (украинском, английском, русском) последовательно с одинаковым форматированием.
Первая аннотация дается на языке статьи.
Текст аннотаций на всех трех языках должен быть идентичным.
Размер каждой аннотации – не меньше 1800 знаков без пробелов.

- **индекс УДК** в верхнем левом углу страницы (Times New Roman, 12 пт.), **указывается один раз**;
- **инициалы и фамилия автора (авторов)** большими буквами на языке статьи (Times New Roman, 12 пт., выравнивание – по правому краю) (на английский язык ФИО авторов переводится с украинского языка);
- **полное название организации**, где работает автор (Times New Roman, 10 пт., по правому краю);
- *пустая строка* (Times New Roman, 12 пт.);
- **название статьи** большими буквами, по центру (Times New Roman, 12 пт., жирный);
- *пустая строка* (Times New Roman, 12 пт.);
- **аннотация** (Times New Roman, 12 пт., курсив);
- **список ключевых слов**, который начинается со слов: "Ключевые слова:" (или "Ключові слова:") (Times New Roman, 12 пт., курсив);
- *пустая строка* (Times New Roman, 12 пт.);

Изложение основного материала исследования

Основной текст статьи (Times New Roman, 12 пт.), который, согласно требований МОН Украины, **обязательно** должен содержать такие выделенные элементы:

- Постановка проблемы;
- Анализ последних исследований и публикаций;
- Цель исследования;
- Изложение основного материала исследования;
- Выводы;
- Список использованной литературы;
- References.
- **информацию об авторах (см. Образец оформления статьи).**

Дополнительные требования к элементам статьи:

- **Рисунки**: подписи под рисунками – Times New Roman, 10 пт., жирный;
- **Формулы**: для набора использовать редактор формул Microsoft Equation 3.0 или MathType; формулы по центру; нумерация формул – по правому краю;
Размеры по умолчанию: обычный символ – 12 пт; большой индекс – 7 пт; маленький индекс – 5 пт; большой символ – 18 пт; маленький символ – 12 пт.
- **Программы**: для набора фрагментов использовать шрифты Courier New (Courier);
- **Список литературы**: оформляется согласно требований ДСТУ 8302:2015 "Информация и документация. Библиографические ссылки. Общие требования и правила составления"; (<http://lib.pu.if.ua/files/dstu-8302-2015.pdf>)
- **References**: оформляются по правилам транслитерации с украинского/русского языка на английский язык.
 - Для транслитерации предлагаем воспользоваться такими ресурсами:
 - транслитерация с русского языка: <http://translate.meta.ua/ru/translit/>
 - транслитерация с украинского языка: <http://ukrlit.org/transliteratsiia>

ОБРАЗЕЦ ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЬИ

(Образец составлен из отрывков разных публикаций, авторы являются вымышленными личностями)

УДК XXX.XX

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонский национальный технический университет
А.И. КОВАЛЕНКО
Херсонский государственный университет

СВОЙСТВА ПРОЦЕДУРЫ ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЯ

Рассмотрены свойства процедуры построения расписания, которая формализует карточный метод ручного составления расписаний. В общей постановке она является процессом упорядочивания некоторого конечного множества событий во времени в условиях ресурсных и других ограничений ...

Ключевые слова: процедура построения расписания, карточный метод...

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонський національний технічний університет
О.І. КОВАЛЕНКО
Херсонський державний університет

ВЛАСТИВОСТІ ПРОЦЕДУРИ ПОБУДОВИ РОЗКЛАДУ

Розглянуті властивості процедури побудови розкладу, яка формалізує картковий метод ручної побудови розкладу. У загальній постановці вона є процесом упорядкування деякої скінченної множини подій в часі за умов ресурсних та інших обмежень...

Ключові слова: процедура побудови розкладу, картковий метод...

V.V. KRAVCHENKO, S.V. ONOPENKO
Kherson National Technical University
O.I. KOVALENKO
Kherson State University

THE PROPERTIES OF SCHEDULE CONSTRUCTION PROCEDURE

The properties of the schedule construction procedure, which formalizes the card method for manual scheduling, are considered. In the general formulation it is a process of ordering a certain finite set of events in time under resource and other constraints ...

Keywords: the schedule construction procedure, card method...

Постановка проблемы

Задача составления расписания является одной из наиболее распространенных задач, которые решает каждый человек практически каждый день. В общей постановке она является процессом упорядочения некоторого конечного множества событий во времени в условиях ресурсных и других ограничений.

Анализ последних исследований и публикаций

Анализ существующих методов решения задачи составления расписания занятий показывает, что решение задач теории расписаний имеет известную сложность. По содержанию эти задачи относятся к классу комбинаторных, для которых существенное значение имеет размерность ...

Цель исследования

Целью данного исследования является автоматизация составления расписания занятий для системы дистанционного обучения с учетом загруженности преподавательского состава. Качество обучения, его экономическая эффективность, удобство обучения студентов и работы профессорско-преподавательского состава зависит от удачно составленного расписания.

...

Выводы

Во время выполнения работы был разработан собственный математический метод для составления расписания, а именно был определен ряд ограничений, которые учитываются при составлении расписания, создана целевая функция для оценки пригодности ...

Список использованной литературы

1. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Математичні методи ідентифікації динамічних систем. Вінниця : ВНТУ, 2010. 260 с.
2. Квасниця Г., Шинкаренко Г. Адаптивні апроксимації методу скінченних елементів для задач еластостатики. *Вісник Львівського університету. Серія: Прикладна математика та інформатика*. 2002. Вип. 5. С. 95–106.
3. Тимофієва Н. К. Один спосіб моделювання інтелекту людини з використанням комбінаторного аналізу. *Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту. (ISDMCF'2014)*: матеріали X Міжнародної наукової конференції (Залізний Порт, 1923 травня 2014 р.). Херсон, 2014. С. 180-182.
4. Тимофієва Н. К. Теоретико-числові методи розв'язання задач комбінаторної оптимізації: автореф. дис... д-ра. техн. наук. Київ, 2007. 32 с.

References

1. Mokin, B. I., Mokin, V. B., & Mokin, O. B. (2010). *Matematychni metody identyfikatsii dynamichnykh system*. Vinnytsia: VNTU.
2. Kvasnytsia, H., & Shynkarenko, H. (2002). *Adaptyvni aproksymatsii metodu skinchennykh elementiv dlia zadach elastostatyky. Visnyk Lvivskoho universytetu. Seria: Prykladna matematyka ta informatyka*. 5, 95–106.
3. Tymofiiieva, N. K. (2014) *Odyn sposib modeliuвання intelektu liudyny z vykorystanniam kombinatornoho analiz. Proceedings of the Intelektualni systemy pryiniattia rishen ta problemy obchysliuvalnoho intelektu. (ISDMCF'2014) : materialy X Mizhnarodnoi naukovoї konferentsii. (Ukraine, Zaliznyi Port, May 28-31, 2014), Kherson, pp. 180–182.*
4. Tymofiiieva, N. K. (2007). *Teoretyko-chyslovi metody rozv'iazannia zadach kombinatornoi optyimizatsii. (Extended abstract of Doctor's thesis)*, Kyiv: In-t kibernetiky im. V.M. Hlushkova NAN Ukrainy.

Кравченко Виктор Викторович – д.ф.-м.н., профессор. профессор кафедры математического моделирования Херсонского национального технического университета, e-mail: kravchenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4107-8141.

Онопенко Сергей Васильевич – аспирант кафедры технической кибернетики Херсонского национального технического университета, e-mail: onopenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-5196-5301.

Коваленко Александр Иванович – к.т.н., доцент, доцент кафедры информатики Херсонского государственного университета, e-mail: kovalenko@i.ua, ORCID: 0000-0002-6196-540.

ARTICLE SUBMISSION GUIDELINES
for scientific journal
'Applied Questions of Mathematical Modelling'

File parameters:

The manuscript must be prepared with help of Microsoft Word-2003/2016; **page format** – A4, **page orientation** – "book"; **boundaries:** left – 2,5 cm; right – 2,5 cm; top – 2,5 cm; bottom – 2,5 cm; **line spacing** – 1,0; **interval between paragraphs** "before", "after" – 0 pt.; **ident** "left", "right" – 0 pt.; **ident of first line** – 1,25 cm.

Required elements of the article:

Attention! Unit 'Authors Details', 'Article Title', 'Abstract', and 'Keyword Lis't are presented in THREE languages (Ukrainian, English, Russian) in the same format.
The first abstract is given in the language of the article.
The text of the annotations in all three languages should be identical.
Annotation size is at least 1800 characters without spaces.

- **index UDK** in the top left corner of the page (Times New Roman, 12 pt.), **is specified once**;
- **the initials and surname of author (authors)** in capital letters by article language (Times New Roman, 12 pt., alignment – right-aligned) (The authors' full name is translated from Ukrainian into English);
- **full name of the organization**, in which author works (Times New Roman, 10 pt., right-aligned);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);
- **the title of the article** in capital letters, centered (Times New Roman, 12 pt., bold);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);
- **abstract** in article language no less than 500 symbols (Times New Roman, 12 pt., italic);
- **a list of key words** that begins with the words: "*Keywords:*" (Times New Roman, 12 pt., italic);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);

Description of Main Material of Research

The main text (Times New Roman, 12 pt.), which, in accordance with the requirements of MES of Ukraine, must contain the following selected items:

- Problem Statement;
- Analysis of Recent Researches and Publications;
- Purpose of the Study;
- Description of Main Material of Research;
- Conclusions;
- References.
- **information about the authors (see A Sample of the Article).**

Додаткові вимоги до елементів статті:

- **Pictures:** the captions under the pictures – Times New Roman, 10 pt., bold;
- **Formulas:** for typing formulas use only equation editor Microsoft Equation 3.0 or MathType; formula is on the line center; the numbering of formulas is on the right edge.
Sizes by default: Full – 12 pt; Subscript/Superscript – 7 pt; Sub-Subscript/Superscript – 5 pt; Symbol – 18 pt; Sub-symbol – 12 pt.
- **Programs:** for a set of fragments of the programs one should use the fonts Courier New (Courier);
- **References:** references for article in English is made in accordance with APA Style.

We suggest you use the following resources for transliteration:

- transliteration from Ukrainian: <http://ukrlit.org/transliteratsiia>
- transliteration from Russian: <http://translate.meta.ua/ru/translit/>

A SAMPLE OF THE ARTICLE

(The sample is composed of excerpts from various publications, the authors are fictitious personalities)

UDC XXX.XX

V.V. KRAVCHENKO, S.V. ONOPENKO

Kherson National Technical University

O.I. KOVALENKO

Kherson State University

THE PROPERTIES OF SCHEDULE CONSTRUCTION PROCEDURE

The properties of the schedule construction procedure, which formalizes the card method for manual scheduling, are considered. In the general formulation it is a process of ordering a certain finite set of events in time under resource and other constraints ...

Keywords: the schedule construction procedure, card method...

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО

Херсонський національний технічний університет

О.І. КОВАЛЕНКО

Херсонський державний університет

ВЛАСТИВОСТІ ПРОЦЕДУРИ ПОБУДОВИ РОЗКЛАДУ

Розглянуті властивості процедури побудови розкладу, яка формалізує картковий метод ручної побудови розкладу. У загальній постановці вона є процесом упорядкування деякої скінченної множини подій в часі за умов ресурсних та інших обмежень...

Ключові слова: процедура побудови розкладу, картковий метод...

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО

Херсонський національний технічний університет

А.І. КОВАЛЕНКО

Херсонський державний університет

СВОЙСТВА ПРОЦЕДУРЫ ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЯ

Рассмотрены свойства процедуры построения расписания, которая формализует карточный метод ручного составления расписаний. В общей постановке она является процессом упорядочивания некоторого конечного множества событий во времени в условиях ресурсных и других ограничений ...

Ключевые слова: процедура построения расписания, карточный метод...

Problem Statement

The task of scheduling is one of the most common tasks that every person solves almost every day. In a general setting, it is a process of ordering a finite set of events over time under resource and other constraints.

Analysis of Recent Researches and Publications

An analysis of existing methods for solving the problem of classes scheduling shows that the solution of tasks from the theory of schedules has a known complexity. In content, these tasks belong to the class of combinatorial ones, for which dimension is essential ...

Purpose of the Study

The purpose of this study is an automation of classes scheduling for the distance learning system, taking into account the workload of the teaching staff. The quality of training, its economic efficiency, the convenience of students teaching and the work of the faculty members depends on a well-established schedule.

...

Conclusions

During the execution of the research, our own mathematical method was developed for scheduling, namely, a number of restrictions were determined that are taken into account when scheduling, the objective function was created to assess suitability ...

References

1. Ibrahim, R. (2005). *Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications*. Cambridge University Press.
2. Bochkarev, S. A., Lekomtsev, S. V., & Matveenko, V. P. (2015). Natural vibrations of loaded noncircular cylindrical shells containing a quiescent fluid. *Thin-Walled Structures*, **90**, 12–22. DOI: 10.1142/S0219455415500765
3. Gultom, J. H., Harsono, M., Khameswara, T. D., & Santoso, H. (2017). Smart IoT Water Sprinkle and Monitoring System for Chili Plant. Proceedings of the *International Conference on Electrical Engineering and Computer Science (ICECOS)*. (Indonesia, Palembang, August 22-23, 2017). Palembang: Book Publishing, pp. 212–216. DOI: 10.1109/ICECOS.2017.8167136
4. Tymofiieva, N. K. (2007). *Theoretical and Numerical Methods for Solving Combinatorial Optimization Problems*. (Extended abstract of Doctor's thesis), Kyiv: V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of the NAS of Ukraine.

...

Kravchenko Victor Viktorovich – Doctor of Engineering Science, professor, professor at the Department of Mathematical Modelling of Kherson National Technical University, kravchenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4107-8141.

Onopenko Serhii Vasylovych – postgraduate student at the Department of Technical Cybernetics of Kherson National Technical University, onopenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-5196-5301.

Kovalenko Oleksandr Ivanovych – PhD, Associate Professor, Associate Professor at the Department of the Informatics of Kherson State University, kovalenko@yandex.ua, ORCID: 0000-0002-6196-540.

ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Відповідальний за випуск	Хомченко Анатолій Никифорович, д.ф.-м.н., професор, заслужений діяч науки і техніки України
Технічний редактор	Литвиненко Олена Іванівна к.т.н., доцент
Макетування	Омельчук Антон Анатолійович

Свідоцтво про державну реєстрацію засобу масової інформації –
серія КВ № 23529-13369Р от 03.08.2018

Підписано до друку 29.08.2020 р. Формат 60x84/8. Папір офсетний.
Ум. друк. аркушів 36,50. Замовлення № 27/1020. Наклад 120 прим.

© Херсонський національний технічний університет 2020

Адреса редакції: 73008, м. Херсон, Бериславське шосе, 24, корп. 3,
каб. 425, тел. (0552) 32-69-95. E-mail: aqmm@kntu.net.ua

Віддруковано: «ОЛДІ-ПЛЮС»
вул. Паровозна, 46-а, м. Херсон, 73034
Свідоцтво ДК № 6532 від 13.12.2018 р.

Тел.: +38 (0552) 399-580, +38 (098) 559-45-45,
+38 (095) 559-45-45, +38 (093) 559-45-45
Для листування: а/с 20, м. Херсон, Україна, 73021
E-mail: office@oldiplus.ua