

Міністерство освіти і науки України

Херсонський національний технічний університет

# **ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ**

## **Т. 4, № 2.1**

Рекомендовано до друку Вченою радою  
Херсонського національного технічного університету  
(протокол № 8 від 17 червня 2021 року)

---

Журнал включений до Реєстру наукових фахових видань України категорії Б  
на підставі Наказу МОН України від 17 березня 2020 року № 409.

Журнал включено до наукометричних баз, електронних бібліотек та репозитаріїв:  
Google Scholar, Index Copernicus International Journal Master List,  
CiteFactor Academic Scientific Journals, National Library of Ukraine (Vernadsky).

**Херсон 2021**

## Редакційна рада

### Головний редактор

Астіоненко І.О.

к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри вищої математики і математичного моделювання Херсонського національного технічного університету.

### Заступники головного редактора

Розов Ю.Г.

д.т.н., професор, заслужений діяч науки і техніки України, перший проректор Херсонського національного технічного університету.

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., професор, заслужений діяч науки і техніки України, професор кафедри інтелектуальних інформаційних систем Чорноморського національного університету ім. П. Могили (м. Миколаїв).

Литвиненко О.І.

к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційних технологій та фіз.-мат. дисциплін Херсонської філії Національного університету кораблебудування ім. адм. Макарова.

### Відповідальний секретар

Омельчук А.А.

к.т.н., доцент кафедри інтелектуальних управляючих та обчислювальних систем Університету державної фіскальної служби України (Ірпінь).

## Члени редакційної колегії за спеціальностями:

### Іноземні фахівці

Бабічев С.А.

д.т.н., доцент, (Чехія)

Гучек П.Й.

д.т.н., доцент, (Польща)

## 113 – Прикладна математика

Андрейцев А.Ю.

к.ф.-м.н., доцент

Астіоненко І.О.

к.ф.-м.н., доцент

Гвоздева І.М.

д.т.н., професор

Гнатушенко Вікт.В.

д.т.н., доцент

Ляшенко В.П.

д.т.н., професор

Миргород В.Ф.

д.т.н., доцент

Різник В.В.

д.т.н., професор

Стрельнікова О.О.

д.т.н., професор

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., професор

## 122 – Комп'ютерні науки

Борисенко В.Д.	д.т.н., професор
Ванін В.В.	д.т.н., професор
Вірченко Г.А.	д.т.н., професор
Гнатушенко В.В.	д.т.н., професор
Гумен О.М.	д.т.н., професор
Корчинський В.М.	д.т.н., професор
Литвиненко В.І.	д.т.н., професор
Мартин Є.В.	д.т.н., професор
Найдиш А.В.	д.т.н., професор
Несвідомін В.М.	д.т.н., професор
Пилипака С.Ф.	д.т.н., професор
Тулученко Г.Я.	д.т.н., професор
Устенко С.А.	д.т.н., професор
Шоман О.В.	д.т.н., професор

## 126 – Інформаційні системи та технології

Аль-Амморі А.Н.	д.т.н., професор
Баклан І.В.	к.т.н., доцент
Бень А.П.	к.т.н., доцент
Левикін В.М.	д.т.н., професор
Литвиненко О.І.	к.т.н., доцент
Мороз Б.І.	д.т.н., професор
Стеценко І.В.	д.т.н., професор
Шерстюк В.Г.	д.т.н., професор

## 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Алексєєв М.О.	д.т.н., професор
Бардачов Ю.М.	д.т.н., професор
Головко В.І.	д.т.н., професор
Кондратець В.О.	д.т.н., професор
Мещеряков Л.І.	д.т.н., професор
Омельчук А.А.	к.т.н.
Осадчий С.І.	д.т.н., професор
Рожков С.О.	д.т.н., професор
Рудакова Г.В.	д.т.н., професор

## Інші спеціальності

Дудченко О.М.	к.т.н., професор
Кузьмич В.І.	к.ф.-м.н., доцент
Літвінова М.Б.	д.пед.н., к.ф.-м.н., професор
Мельник І.В.	д.т.н., професор
Розов Ю.Г.	д.т.н., професор

ISSN 2618-0332

Министерство образования и науки Украины

Херсонский национальный технический университет

# **ПРИКЛАДНЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

## **Т. 4, № 2.1**

Рекомендовано к печати Ученым советом  
Херсонского национального технического университета  
(протокол № 8 от 17 июня 2021 года)

---

Журнал включен в Реестр научных специализированных изданий Украины  
категории Б на основании Приказа МОН Украины от 17 марта 2020 года № 409.

Журнал включен в наукометрические базы, электронные библиотеки и репозитории:  
Google Scholar, Index Copernicus International Journal Master List,  
CiteFactor Academic Scientific Journals, National Library of Ukraine (Vernadsky).

**Херсон 2021**

## **Редакционный совет**

### **Главный редактор**

Астионенко И.А.

к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры высшей математики и математического моделирования Херсонского национального технического университета.

### **Заместители главного редактора**

Розов Ю.Г.

д.т.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины, первый проректор Херсонского национального технического университета.

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины, профессор кафедры интеллектуальных информационных систем Черноморского национального университета им. П. Могилы (г. Николаев).

Литвиненко А.И.

к.т.н., доцент, доцент кафедры информационных технологий и физ.-мат. дисциплин Херсонского филиала Национального университета кораблестроения им. адм. Макарова.

### **Ответственный секретарь**

Омельчук А.А.

к.т.н., доцент кафедры интеллектуальных управляющих и вычислительных систем Университета государственной фискальной службы Украины (Ирпень).

## **Члены редакционной коллегии по специальностям:**

### **Иностранные специалисты**

Бабичев С.А.

д.т.н., доцент, (Чехия)

Гучек П.И.

д.т.н., доцент, (Польша)

### **113 – Прикладная математика**

Андрейцев А.Ю.

к.ф.-м.н., доцент

Астионенко И.А.

к.ф.-м.н., доцент

Гвоздева И.М.

д.т.н., профессор

Гнатушенко Викт.В.

д.т.н., доцент

Ляшенко В.П.

д.т.н., профессор

Миргород В.Ф.

д.т.н., доцент

Ризнык В.В.

д.т.н., профессор

Стрельникова Е.А.

д.т.н., профессор

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., профессор

## 122 – Компьютерные науки

Борисенко В.Д.	д.т.н., профессор
Ванин В.В.	д.т.н., профессор
Вирченко Г.А.	д.т.н., профессор
Гнатушенко В.В.	д.т.н., профессор
Гумен Е.Н.	д.т.н., профессор
Корчинский В.М.	д.т.н., профессор
Литвиненко В.И.	д.т.н., профессор
Мартин Е.В.	д.т.н., профессор
Найдыш А.В.	д.т.н., профессор
Несвидомин В.Н.	д.т.н., профессор
Пилипака С.Ф.	д.т.н., профессор
Тулученко Г.Я.	д.т.н., профессор
Устенко С.А.	д.т.н., профессор
Шоман О.В.	д.т.н., профессор

## 126 – Информационные системы и технологии

Аль-Аммори А.Н.	д.т.н., профессор
Баклан И.В.	к.т.н., доцент
Бень А.П.	к.т.н., доцент
Левыкин В.М.	д.т.н., профессор
Литвиненко Е.И.	к.т.н., доцент
Мороз Б.И.	д.т.н., профессор
Стеценко И.В.	д.т.н., профессор
Шерстюк В.Г.	д.т.н., профессор

## 151 – Автоматизация и компьютерно-интегрированные технологии

Алексеев М.А.	д.т.н., профессор
Бардачев Ю.Н.	д.т.н., профессор
Головко В.И.	д.т.н., профессор
Кондратец В.А.	д.т.н., профессор
Мещеряков Л.И.	д.т.н., профессор
Омельчук А.А.	к.т.н.
Осадчий С.И.	д.т.н., профессор
Рожков С.А.	д.т.н., профессор
Рудакова А.В.	д.т.н., профессор

## Другие специальности

Дудченко О.Н.	к.т.н., профессор
Кузьмич В.И.	к.ф.-м.н., доцент
Литвинова М.Б.	д.пед.н., к.ф.-м.н., профессор
Мельник И.В.	д.т.н., профессор
Розов Ю.Г.	д.т.н., профессор

ISSN 2618-0332

Ministry of Education and Science of Ukraine

Kherson National Technical University

# **APPLIED QUESTIONS OF MATHEMATICAL MODELLING**

## **V. 4, № 2.1**

Recommended for publication by the Academic Council of  
Kherson National Technical University  
(Minutes № 8 on 17th June 2021)

---

The journal is included in the Register of scientific specialized publications of Ukraine of category B on the basis of Minutes of the Ministry of Education and Science of Ukraine dated March 17, 2020 № 409.

The journal is included in the scientometric bases, electronic libraries and repositories: Google Scholar, Index Copernicus International Journal Master List, CiteFactor Academic Scientific Journals, National Library of Ukraine (Vernadsky).

**Kherson 2021**

## Editorial Board

### Editor-in-Chief

Astionenko I.O.

Ph.D., Associate Professor, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics and Mathematical Modelling of Kherson National Technical University.

### Deputies Editor-in-Chief

Rozov Yu.H.

Doctor of Engineering Science, Professor, Honored Worker of Science and Technology of Ukraine, First Vice-Rector of Kherson National Technical University.

Khomchenko A.N.

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Honored Worker of Science and Technology of Ukraine, Professor at the Department of Intelligent Information Systems of the Petro Mohyla Black Sea National University (Mykolaiv).

Litvinenko O.I.

Ph.D., Associate Professor, Associate Professor of the Department of Information Technology and Phys.-Math. disciplines of the Kherson branch of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding.

### Executive Secretary

Omelchuk A.A.

Ph.D., Associate Professor at the Department of Intelligent Control and Computing Systems of University of State Fiscal Service of Ukraine (Irpin).

## Members of Editorial Board by specialities:

### Foreign Specialists

**Babichev S.A.**

Doctor of Engineering Science, Associate Professor, (Czech Republic)

**Guchek P.Y.**

Doctor of Engineering Science, Associate Professor, (Republic of Poland)

## 113 – Applied Mathematics

**Andreytsev A.Yu.**

Ph.D., Associate Professor

**Astionenko I.O.**

Ph.D., Associate Professor

**Hvozdeva I.M.**

Doctor of Engineering Science, Professor

**Hnatushenko Vikt.V.**

Doctor of Engineering Science, Associate Professor

**Liashenko V.P.**

Doctor of Engineering Science, Professor

**Myrhorod V.F.**

Doctor of Engineering Science, Associate Professor

**Riznyk V.V.**

Doctor of Engineering Science, Professor

**Strelnikova O.O.**

Doctor of Engineering Science, Professor

**Khomchenko A.N.**

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor



## 122 – Computer Science

<b>Borysenko V.D.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Vanin V.V.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Virchenko H.A.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Hnatushenko V.V.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Humen O.M.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Korchynskyi V.M.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Lytvynenko V.I.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Martyn Ye.V.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Naidysh A.V.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Nesvidomin V.M.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Pylypaka S.F.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Tuluchenko H.Ya.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Ustenko S.A.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Shoman O.V.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor

## 126 – Information Systems and Technologies

<b>Al-Ammori A.N.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Baklan I.V.</b>	Ph.D., Associate Professor
<b>Ben A.P.</b>	Ph.D., Associate Professor
<b>Levykin V.M.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Lytvynenko O.I.</b>	Ph.D., Associate Professor
<b>Moroz B.I.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Stetsenko I.V.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Sherstiuk V.H.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor

## 151 – Automation and Computer Integrated Technologies

<b>Aleksieiev M.O.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Bardachov Yu.M.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Holovko V.I.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Kondratets V.O.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Meshcheriakov L.I.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Omelchuk A.A.</b>	Ph.D.
<b>Osadchyi S.I.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Rozhkov S.O.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Rudakova H.V.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor

## Other Specialties

<b>Dudchenko O.N.</b>	Ph.D., Professor
<b>Kuz'mich V.I.</b>	Ph.D., Associate Professor
<b>Litvinova M.B.</b>	Doctor of Pedagogical Sciences, Ph.D. (physics and mathematics), Professor
<b>Melnyk I.V.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Rozov Yu.H.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor

## ЗМІСТ

<b>І.В. БАЙРАК, Г.В. РУДАКОВА, Ю.О. ЛЕБЕДЕНКО</b> МЕТОДИ ОБРОБКИ GPS-ДАНИХ ДЛЯ КОНТРОЛЮ КРУГОВОГО РУХУ ДОЩУВАЛЬНИХ МАШИН .....	16
<b>С.Г. БЛАЖЕВСЬКИЙ, О.М. ЛЕНЮК, О.М. НІКІТІНА, М.І. ШИНКАРИК</b> МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ МЕТОДОМ ГІБРИДНОГО ІНТЕГРАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ТИПУ ЕЙЛЕРА-БЕССЕЛЯ НА СЕГМЕНТІ .....	25
<b>І.О. ВЄРУШКІН, О.О. СТРЕЛЬНИКОВА</b> ДОСЛІДЖЕННЯ ГІДРОПРУЖНИХ КОЛИВАНЬ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ ГІПЕРСИНГУЛЯРНИХ РІВНЯНЬ	32
<b>К.В. ВАЛЬКО, В.І. КУЗЬМИЧ, Л.В. КУЗЬМИЧ, О.Г. САВЧЕНКО</b> МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМНОГО РОЗМІЩЕННЯ ТОЧОК МЕТРИЧНОГО ПРОСТОРУ .....	48
<b>І.Г. ВЕЛИЧКО, Є.В. СТЕГАНЦЕВ</b> ХРОМАТИЧНЕ ЧИСЛО ФУНКЦІЇ .....	58
<b>І.М. ГВОЗДЕВА, В.Ф. МИРГОРОД, В.В. БУДАШКО</b> ДВОВИМІРНЕ СИНГУЛЯРНЕ РОЗКЛАДАННЯ КОМПОНЕНТ ЧАСОВИХ РЯДІВ .....	66
<b>В.В. ГНАТУШЕНКО, Г.К. ВИТОВТОВ</b> АНАЛІЗ СИСТЕМ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ПРИ СТРИБКОПОДІБНІЙ ЗМІНІ ІНТЕНСИВНОСТЕЙ ПОТОКІВ ІНФОРМАЦІЇ .....	76
<b>В.В. ГНАТУШЕНКО, К.В. КИТОВА, О.В. ДОРОШ</b> РОЗРОБКА ТА РЕАЛІЗАЦІЯ МОБІЛЬНОГО ДОДАТКА ОРГАНІЗАЦІЇ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ .....	84
<b>І.В. ГОЯНЮК, М.Р. ПЕТРИК, І.Я. МУДРИК</b> МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЙНОГО МАСОПЕРЕНОСУ В СЕРЕДОВИЩІ МІКРОПОРИСТИХ ЧАСТИНОК .....	92
<b>В.В. ГРИЦИК</b> ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕОРІЇ ЗОБРАЖЕНЬ: МНОЖИНИ ТОЧОК І ОПЕРАЦІЙ НАД НИМИ .....	102
<b>О.М. ГУМЕН, С.Є. ЛЯСКОВСЬКА, Є.В. МАРТИН</b> ІНФОРМАЦІЙНІ ГРАФІЧНІ ТЕХНОЛОГІЇ У МОДЕЛЮВАННІ БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИХ СИСТЕМ .....	112
<b>С.Л. КАРПЕНКО, Г.В. РУДАКОВА, В.М. ПОЛІЩУК</b> МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ЗОВНІШНІХ ФАКТОРІВ НА ГІДРАВЛІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАКРИТОЇ ЗРОШУВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ .....	119
<b>В.М. КОРЧИНСЬКИЙ, Д.М. СВИНАРЕНКО</b> ЗБІЛЬШЕННЯ ПРОПУСКНОЇ ЗДАТНОСТІ ІНФОРМАЦІЙНИХ КАНАЛІВ ПЕРЕДАЧІ БАГАТОСПЕКТРАЛЬНИХ ЦИФРОВИХ ЗОБРАЖЕНЬ ДИСТАНЦІЙНОГО ЗОНДУВАННЯ .....	128
<b>В.М. КОРЧИНСЬКИЙ</b> ВІДНОВЛЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБ'ЄКТІВ ЗА БАГАТОСПЕКТРАЛЬНИМИ ЦИФРОВИМИ ЗОБРАЖЕННЯМИ ДИСТАНЦІЙНОГО ЗОНДУВАННЯ .....	135
<b>В.І. МАГРО, С.В. ПЛАКСІН, В.О. СВЯТОШЕНКО</b> ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАВАНТАЖЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЇ МЕРЕЖІ В УМОВАХ ДИСТАНЦІЙНОЇ ОСВІТИ І ДИСТАНЦІЙНОГО МОНІТОРИНГУ .....	142
<b>В.І. МАГРО, С.В. ПЛАКСІН, В.О. СВЯТОШЕНКО</b> ПОБУДОВА МОДЕЛІ ТЕСТУВАННЯ І МОНІТОРИНГУ В МІКРОСЕРВІСНІЙ ІНФРАСТРУКТУРІ .....	150
<b>І.В. МЕЛЬНИК, С.Б. ТУГАЙ</b> ФОРМУВАННЯ ДИСКРЕТНОГО АЛГОРИТМУ КЕРУВАННЯ ТРАНСПОРТНИМ ЗАСОБОМ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕОРІЇ СКІНЧЕННИХ АВТОМАТІВ ТА МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ .....	159

<b>І.В. МОСУР, О.В. ПОЛИВОДА, Г.В. РУДАКОВА, В.В. ПОЛИВОДА</b> МОДЕЛЮВАННЯ МЕТОДІВ РОЗМІЩЕННЯ ТЕХНІЧНОГО ОБЛАДНАННЯ ПІДСИСТЕМИ ЗБОРУ ДАНИХ ПРИ ДИСТАНЦІЙНОМУ МОНІТОРИНГУ ЗЕМЛЕРОБСТВА НА ОСНОВІ ІоТ .....	170
<b>С.О. РОЖКОВ, А.А. ІВАНОВ, К.В. ТИМОФЕЄВ, І.Б. БУТАКОВ</b> РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ПОТУЖНІСТЮ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНОГО КОМПЛЕКСУ СУДНА .....	179
<b>О.Н. РОМАНЮК, М.Д. ЗАХАРЧУК, А.В. СНИГУР, Л.Г. КОВАЛЬ, П.І. МИХАЙЛОВ, Р.Ю. ЧЕХМЕЙСТРУК</b> ВИКОРИСТАННЯ ТРИВИМІРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ МАСО-ВАГОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЮДИНИ ПО ЇЇ АНТРОПОМЕТРИЧНИМ ПАРАМЕТРАМ .....	188
<b>Н.О. СОКОЛОВА, П.С. КОРНЮШЕНКО</b> МУЛЬТИАГЕНТНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОШИРЕННЯ ІНФЕКЦІЙНИХ ЗАХВОРЮВАНЬ З ГЕОІНФОРМАЦІЙНОЮ ПІДТРИМКОЮ .....	199
<b>С.А. СТАНКЕВИЧ, М.О. СВІДЕНЮК, А.Р. ЛИСЕНКО</b> ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ ШОРСТКОСТІ ЗЕМНОЇ ПОВЕРХНІ ЗА ДВОХПОЛЯРИЗАЦІЙНИМ РАДІОЛОКАЦІЙНИМ ВІДБИТТЯМ МЕТОДОМ ЗВОРОТНОГО МОДЕЛЮВАННЯ .....	207
<b>С.А. СТАНКЕВИЧ, О.В. ТИТАРЕНКО, С.І. ГОЛУБОВ</b> МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ІНТЕГРАЦІЇ ГЕТЕРОГЕННИХ ДАНИХ ПРИ ОЦІНЮВАННІ НАФТОГАЗОПЕРСПЕКТИВНИХ ТЕРИТОРІЙ .....	216
<b>М.О. ТЕРЕЩУК, О.О. ГОЛОВА, О.О. ЛЕБЕДЄВА, Н.М. ЛИНОК, О.В. ГОЛОВЧЕНКО</b> ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ МІКРОКЛІМАТУ .....	225
<b>П.П. ТРОХИМЧУК</b> МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛІОННО-ІНДУКОВАНОГО РОЗПИЛЕННЯ (СУБЛІМАЦІЇ) РЕЧОВИНИ .....	234
<b>М.М. ХАРИТОНОВ, І.І. КЛІМКІНА, О.В. ТИТАРЕНКО, Л.Б. АНІСІМОВА</b> ГЕОПРОСТОРОВА ОЦІНКА ВПЛИВУ ВИДОБУТКУ ВУГІЛЛЯ НА ФОРМУВАННЯ ЛАНДШАФТІВ В ЗАПЛАВІ РІЧКИ САМАРА .....	245
<b>О.В. ЧЕРНІКОВ, О.В. АРХІПОВ, О.А. ЄРМАКОВА, Я.С. КОРЕЦЬКИЙ</b> ЗАСТОСУВАННЯ ГЕНЕРАТОРА КОМПОНЕНТІВ ВАЛУ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ТИПОВИХ ДЕТАЛЕЙ У ПРОГРАМІ AUTODESK INVENTOR .....	253
<b>О.В. ЧЕРНІКОВ, Н.С. КАЛЮЖНА, А. ЛАМДАІНІ</b> ОСОБЛИВОСТІ АВТОМАТИЗАЦІЇ ПРОЦЕСІВ МОДЕЛЮВАННЯ В ПАКЕТІ AUTODESK INVENTOR .....	261
<b>І.Ф. ШАЄХОВА, Ю.О. ОЛІЙНИК</b> ПІДХІД ДО РОЗРОБКИ АРХІТЕКТУРИ ГЕТЕРОГЕННОЇ МУЛЬТИКОМП'ЮТЕРНОЇ СИСТЕМИ ПЛАНУВАННЯ ЗАДАЧ .....	269
<b>В.Н. ШУТЬ, Е.В. ШВЕЦОВА, Е.Е. ПРОЛІСКО</b> ЗБІР ТА АНАЛІЗ ДАНИХ ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ ПЕРЕВЕЗЕНЬ У МІСЬКІЙ ПАСАЖИРСЬКІЙ ІНФОРМАЦІЙНО-ТРАНСПОРТНІЙ СИСТЕМІ .....	284

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>И.В. БАЙРАК, А.В. РУДАКОВА, Ю.А. ЛЕБЕДЕНКО</b> МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ GPS-ДАННЫХ ДЛЯ КОНТРОЛЯ КРУГОВОГО ДВИЖЕНИЯ ДОЖДЕВАЛЬНЫХ МАШИН .....	16
<b>С.Г. БЛАЖЕВСКИЙ, О.М. ЛЕНЮК, О.М. НИКИТИНА, Н.И. ШИНКАРИК</b> МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ ГИБРИДНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ТИПА ЭЙЛЕРА-БЕССЕЛЯ НА СЕГМЕНТЕ .....	25
<b>И.А. ВЕРУШКИН, Е.А. СТРЕЛЬНИКОВА</b> ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОУПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ГИПЕРСИНГУЛЯРНЫХ УРАВНЕНИЙ .....	32
<b>Е.В. ВАЛЬКО, В.И. КУЗЬМИЧ, Л.В. КУЗЬМИЧ, А.Г. САВЧЕНКО</b> МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ ТОЧЕК МЕТРИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА .....	48
<b>И.Г. ВЕЛИЧКО, Е.В. СТЕГАНЦЕВ</b> ХРОМАТИЧЕСКОЕ ЧИСЛО ФУНКЦИИ .....	58
<b>И.М. ГВОЗДЕВА, В.Ф. МИРГОРОД, В.В. БУДАШКО</b> ДВУМЕРНОЕ СИНГУЛЯРНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ КОМПОНЕНТ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ .....	66
<b>В.В. ГНАТУШЕНКО, Г.К. ВЫТОВТОВ</b> АНАЛИЗ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ПРИ СКАЧКООБРАЗНО ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ ИНТЕНСИВНОСТЯХ ПОТОКОВ ИНФОРМАЦИИ .....	76
<b>В.В. ГНАТУШЕНКО, К.В. КИТОВА, О.В. ДОРОШ</b> РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ МОБИЛЬНОГО ПРИЛОЖЕНИЯ ОРГАНИЗАЦИИ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ .....	84
<b>И.В. ГОЯНЮК, М.Р. ПЕТРЫК, И.Я. МУДРЫК</b> МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИОННОГО МАССОПЕРЕНОСА В СРЕДЕ МИКРОПОРИСТЫХ ЧАСТИЦ .....	92
<b>В.В. ГРИЦИК</b> ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕОРИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ: МНОЖЕСТВА ТОЧЕК И ОПЕРАЦИЙ НАД НИМИ .....	102
<b>Е.Н. ГУМЕН, С.Е. ЛЯСКОВСКАЯ, Е.В. МАРТЫН</b> ИНФОРМАЦИОННЫЕ ГРАФИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В МОДЕЛИРОВАНИИ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ .....	112
<b>С.Л. КАРПЕНКО А.В. РУДАКОВА, В. М. ПОЛИЩУК</b> МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВНЕШНИХ ФАКТОРОВ НА ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАКРЫТОЙ ОРОСИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ .....	119
<b>В.М. КОРЧИНСКИЙ, Д.Н. СВИНАРЕНКО</b> ПОВЫШЕНИЕ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ КАНАЛОВ ПЕРЕДАЧИ МНОГОСПЕКТРАЛЬНЫХ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ .....	128
<b>В.М. КОРЧИНСКИЙ</b> ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБЪЕКТОВ ПО МНОГОСПЕКТРАЛЬНЫМ ЦИФРОВЫМ ИЗОБРАЖЕНИЯМ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ .....	135
<b>В.И. МАГРО, С.В. ПЛАКСИН, В.О. СВЯТОШЕНКО</b> ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАГРУЗКИ ИНФОРМАЦИОННОЙ СЕТИ В УСЛОВИЯХ ДИСТАНЦИОННОГО ОБРАЗОВАНИЯ И ДИСТАНЦИОННОГО МОНИТОРИНГА .....	142
<b>В.И. МАГРО, С.В. ПЛАКСИН, В.О. СВЯТОШЕНКО</b> ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ТЕСТИРОВАНИЯ И МОНИТОРИНГА В МИКРОСЕРВИСНОЙ ИНФРАСТРУКТУРЕ .....	150

<b>И.В. МЕЛЬНИК, С.Б. ТУГАЙ</b> ФОРМИРОВАНИЕ ДИСКРЕТНОГО АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫМ СРЕДСТВОМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ И МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ .....	159
<b>И.В. МОСУР, О.В. ПОЛИВОДА, А.В. РУДАКОВА, В.В. ПОЛИВОДА</b> МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТОДОВ РАЗМЕЩЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ ПОДСИСТЕМЫ СБОРА ДАННЫХ ПРИ ДИСТАНЦИОННОМ МОНИТОРИНГЕ ЗЕМЛЕДЕЛИЯ НА ОСНОВЕ IoT .....	170
<b>С.А. РОЖКОВ, А.А. ИВАНОВ, К.В. ТИМОФЕЕВ, И.Б. БУТАКОВ</b> РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ МОЩНОСТЬЮ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА СУДНА .....	179
<b>А.Н. РОМАНИЮК, М.Д. ЗАХАРЧУК, А.В. СНИГУР, Л.Г. КОВАЛЬ, П.И. МИХАЙЛОВ, Р.Ю. ЧЕХМЕЙСТРУК</b> ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАСО-ВЕСОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЧЕЛОВЕКА ПО ЕГО АНТРОПОМЕТРИЧЕСКИМ ПАРАМЕТРАМ .....	188
<b>Н.О. СОКОЛОВА, П.С. КОРНЮШЕНКО</b> МУЛЬТИАГЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНФЕКЦИОННЫХ ЗАБОЛЕВАНИЙ С ГЕОИНФОРМАЦИОННОЙ ПОДДЕРЖКОЙ .....	199
<b>С.А. СТАНКЕВИЧ, М.О. СВИДЕНЮК, А.Р. ЛЫСЕНКО</b> ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ШЕРОХОВАТОСТИ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПО ДВУХПОЛЯРИЗАЦИОННОМУ РАДАРНОМУ ОТРАЖЕНИЮ МЕТОДОМ ОБРАТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ .....	207
<b>С.А. СТАНКЕВИЧ, О.В. ТИТАРЕНКО, С.И. ГОЛУБОВ</b> МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНТЕГРАЦИИ ГЕТЕРОГЕННЫХ ДАННЫХ ПРИ ОЦЕНИВАНИИ НЕФТЕГАЗОПЕРСПЕКТИВНОСТИ ТЕРРИТОРИЙ .....	216
<b>Н.А. ТЕРЕЩУК, О.А. ГОЛОВА, О.А. ЛЕБЕДЕВА, Н.М. ЛИНОК, А.В. ГОЛОВЧЕНКО</b> ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ МИКРОКЛИМАТА .....	225
<b>П.П. ТРОХИМЧУК</b> МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛИОННО-ИНДУЦИРОВАННОГО РАСПЫЛЕНИЯ (СУБЛИМАЦИИ) ВЕЩЕСТВА .....	234
<b>Н.Н. ХАРИТОНОВ, И.И. КЛИМКИНА, О.В. ТИТАРЕНКО, Л.Б. АНИСИМОВА</b> ГЕОПРОСТРАНСТВЕННАЯ ОЦЕНКА ВОЗДЕЙСТВИЯ ДОБЫЧИ УГЛЯ НА ФОРМИРОВАНИЕ ЛАНДШАФТОВ В ПОЙМЕ РЕКИ САМАРА .....	245
<b>А.В. ЧЕРНИКОВ, А.В. АРХИПОВ, Е.А. ЕРМАКОВА, Я.С. КОРЕЦКИЙ</b> ПРИМЕНЕНИЕ ГЕНЕРАТОРА КОМПОНЕНТОВ ВАЛА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТИПОВЫХ ДЕТАЛЕЙ В ПРОГРАММЕ AUTODESK INVENTOR .....	253
<b>А.В. ЧЕРНИКОВ, Н.Е. КАЛЮЖНАЯ, А. ЛАМДАИНИ</b> ОСОБЕННОСТИ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПАКЕТЕ AUTODESK INVENTOR .....	261
<b>И.Ф. ШАЕХОВА, Ю.О. ОЛЕЙНИК</b> ПОДХОД К РАЗРАБОТКЕ АРХИТЕКТУРЫ ГЕТЕРОГЕННОЙ МУЛЬТИКОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЫ ПЛАНИРОВАНИЯ ЗАДАЧ .....	269
<b>В.Н. ШУТЬ, Е.В. ШВЕЦОВА, Е.Е. ПРОЛИСКО</b> СБОР И АНАЛИЗ ДАННЫХ ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ ПЕРЕВОЗОК В ГОРОДСКОЙ ПАССАЖИРСКОЙ ИНФОРМАЦИОННО-ТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЕ .....	284

---



---

**CONTENTS**


---



---

<b>I.V. BAIRAK, H.V. RUDAKOVA, Yu.O. LEBEDENKO</b> METHODS OF GPS-DATA PROCESSING FOR CONTROL OF CIRCULAR MOVEMENT OF SPRINKLER MACHINES .....	16
<b>S.G. BLAZHEVSKIY, O.M. LENYUK, O.M. NIKITINA, M.I. SHYNKARYK</b> MODELING OF DYNAMIC PROCESSES BY THE METHOD OF HYBRID INTEGRAL TRANSFORM OF EULER-BESSEL TYPE ON THE SEGMENT .....	25
<b>I.A. VIERUSHKIN, E.A. STRELNIKOVA</b> SIMULATION OF HYDROELASTIC OSCILLATIONS OF STRUCTURAL ELEMENTS USING THE HYPERSINGULAR EQUATION METHOD .....	32
<b>K.V. VALKO, V.I. KUZ'MICH, L.V. KUZ'MICH, O.G. SAVCHENKO</b> MODELING THE MUTUAL LOCATION OF POINTS OF THE METRIC SPACE .....	48
<b>I.G. VELICHKO, E.V. STEGANTSEV</b> THE CHROMATIC NUMBER OF THE FUNCTION .....	58
<b>I.M. HVOZDEVA, V.F. MYRHOROD, V.V. BUDASKO</b> TWO-DIMENSIONAL SINGULAR DECOMPOSITION OF TIME SERIES COMPONENTS .....	66
<b>V.V. HNATUSHENKO, G.K. VYTOVTOV</b> ANALYSIS OF THE QUEUEING SYSTEMS AT JUMPING VARIABLE INFORMATION FLOW INTENSITY .....	76
<b>Vik.V. HNATUSHENKO, K.V. KYTOVA, O.V. DOROSH</b> DEVELOPMENT AND IMPLEMENTATION OF THE MOBILE APPLICATION OF THE DISTANCE LEARNING ORGANIZATION .....	84
<b>I.V.GOYANYUK, M.R. PETRYK, I.Y. MUDRYK</b> MODELING OF FILTRATION MASS TRANSFER IN THE MEDIUM OF MICROPOROUS PARTICLES .....	92
<b>V.V. HRYTSYK</b> RESEARCH OF IMAGE THEORY: SETS OF POINTS AND OPERATIONS ON THEM .....	102
<b>O.M. GUMEN, S.E. LJASKOVSKA, E.V. MARTYN</b> INFORMATION GRAPHIC TECHNOLOGIES IN MODELLING MULTIPARAMETER SYSTEMS .....	112
<b>S.L. KARPENKO, H.V. RUDAKOVA, V.M. POLISCHUK</b> MODELING THE INFLUENCE OF EXTERNAL FACTORS ON THE HYDRAULIC CHARACTERISTICS OF A CLOSED IRRIGATION SYSTEM .....	119
<b>V.M. KORCHYNSKYI, D.M. SVYNARENKO</b> INCREASING THE CAPACITY OF INFORMATION CHANNELS FOR TRANSMITTING MULTISPECTRAL DIGITAL IMAGES OF REMOTE SENSING .....	128
<b>V.M. KORCHYNSKYI</b> RESTORING THE INFORMATION CHARACTERISTICS OF OBJECTS ON MULTISPECTRAL DIGITAL REMOTE SENSING IMAGES .....	135
<b>V.I. MAGRO, S.V. PLAKSIN, V.O. SVYATOSHENKO</b> INVESTIGATION OF INFORMATION NETWORK LOADING IN THE CONDITIONS OF REMOTE EDUCATION AND REMOTE MONITORING .....	142
<b>V.I. MAGRO, S.V. PLAKSIN, V.O. SVYATOSHENKO</b> BUILDING A TEST AND MONITORING MODEL IN A MICROSERVICE INFRASTRUCTURE .....	150
<b>I.V. MELNYK, S.B. TUHAI</b> CREATION OF DISCRETE ALGORITHM OF VEHICLE CONTROL WITH USING THE THEORY OF FINITE-SEQUENCE MACHINES AND THE METHODS OF MATHEMATICAL STATISTICS .....	159

<b>I.V. MOSUR, O.V. POLYVODA, H.V. RUDAKOVA, V.V. POLYVODA</b> MODELING METHODS OF TECHNICAL EQUIPMENT LOCATION SUBSYSTEM OF DATA COLLECTION FOR REMOTE MONITORING OF AGRICULTURE BASED ON IoT .....	170
<b>S. ROZHKOVA, A. IVANOV, K. TYMOFEIEV, I. BUTAKOV</b> SOLUTION OF THE PROBLEM OF OPTIMAL POWER CONTROL ELECTRIC POWER COMPLEX OF THE SHIP .....	179
<b>O.N. ROMANYUK, M.D. ZAKHARCHUK, A.V. SNIGUR, L.G. KOVAL, P.I. MYKHAYLOV, R.Y. CHEKHMESTRUK</b> USE OF THREE-DIMENSIONAL SIMULATION TO DETERMINE THE MASSES AND WEIGHT CHARACTERISTICS OF A PERSON WITH ANTHROPOMETRIC PARAMETERS .....	188
<b>N.O. SOKOLOVA, P.S. KORNIUSHENKO</b> DISEASE SPREADING MULTI-AGENT MODELING WITH GEOINFORMATION SUPPORT .....	199
<b>S.A. STANKEVICH, M.O. SVIDENIUK, A.R. LYSENKO</b> LAND SURFACE ROUGHNESS PARAMETER RETRIEVAL BY INVERSE SIMULATION OF DUAL-POLARIZATION RADAR BACKSCATTERING .....	207
<b>S. STANKEVICH, O. TITARENKO, S. GOLUBOV</b> MATHEMATICAL MODEL FOR HETEROGENEOUS DATA INTEGRATION IN THE OIL AND GAS PROSPECTS ESTIMATING.....	216
<b>M.O. TERESCHUK, O.O.GOLOVA, O.O. LEBEDEVA, N.M. LYNOK, O.V. GOLOVCHENKO</b> GEOMETRIC MODELING OF MICROCLIMATE PARAMETERS .....	225
<b>P.P. TROKHIMCHUCK</b> MODELLING OF THE ELIIONIC-INDUCED SPUTTERING (SUBLIMATION) OF MATTER .....	234
<b>M.M. KHARYTONOV, I.I. KLIMKINA, O.V. TITARENKO, L.B. ANISIMOVA</b> GEOSPATIAL ASSESSMENT OF THE OF COAL MINING IMPACT ON THE LANDSCAPES FORMATION IN THE FLOOD - PLAINE OF THE SAMARA RIVER .....	245
<b>O.V. CHERNIKOV, O.V. ARKHIPOV, O.A. YERMAKOVA, Ya.S. KORETSKYI</b> USING A SHAFT COMPONENTS GENERATOR FOR MODELING TYPICAL PARTS IN THE AUTODESK INVENTOR PROGRAM .....	253
<b>O.V. CHERNIKOV, N.Ye. KALIUZHNYAYA, A. LAMDAINI</b> FEATURES OF AUTOMATION OF MODELING PROCESSES IN THE AUTODESK INVENTOR PACKAGE .....	261
<b>I. F. SHAIKHOVA, Y.O. OLIINYK</b> APPROACH TO DEVELOPING ARCHITECTURE OF A HETEROGENEOUS MULTICOMPUTER TASK PLANNING SYSTEM .....	269
<b>V. SHUTS, A. SHVIATSOVA, E. PROLISKO</b> COLLECTION AND ANALYSIS OF DATA FOR ORGANIZATION OF TRANSPORTATION IN THE CITY PASSENGER INFORMATION AND TRANSPORTATION SYSTEM .....	284

УДК 631.347:654.94

І.В. БАЙРАК, Г.В. РУДАКОВА, Ю.О. ЛЕБЕДЕНКО  
Херсонський Національний Технічний Університет

## МЕТОДИ ОБРОБКИ GPS-ДАНИХ ДЛЯ КОНТРОЛЮ КРУГОВОГО РУХУ ДОЩУВАЛЬНИХ МАШИН

*Розглянуто використання GPS-технологій для контролю параметрів руху об'єктів сільськогосподарського призначення. Проаналізовано конструкційні особливості дощувальної машини «Фрегат» та запропоновано точки для встановлення GPS-датчиків, що дозволять відстежувати переміщення машини та пов'язані з ним параметри. Виявлено проблеми, що виникають при використанні GPS-датчиків в умовах роботи дощувальної машини та запропоновано методи їх розв'язання. Запропоновано метод корекції отриманих з GPS-датчиків даних, що є можливим за рахунок встановлення додаткової точки відстеження на нерухомій опорі, якою є центр обертання конструкції. Наведено приклад розрахунку коригування даних за запропонованими методами. Графічно представлено результати обробки і коригування масиву даних з датчиків, що встановлені на працюючій дощувальній машині. В результаті обробки дані були масштабовані згідно довжини дуг паралелі та меридіану на  $1^\circ$  у географічному розташуванні об'єкту дослідження відносно його центру обертання. Визначено відхилення значень даних, що надаються GPS-датчиками, від реального розташування машини для кожної з координат та загальне відхилення за різницею отриманих довжин трубопроводу. За результатами розрахунку виявлено максимальну амплітуду відхилення наданих GPS-датчиками координат. Результати розрахунку представлено у графічному форматі, на якому можна спостерігати динаміку відхилень у часі. Згідно особливостей переміщення трубопроводу під час роботи дощувальної машини запропоновано встановлення додаткової точки відстеження на трубопроводі, що дозволить отримувати інформацію про кривизну конструкції. Проаналізовано місця можливих відхилень повздовж трубопроводу при роботі машини та виявлено найбільш доцільну для відстеження точку. Запропоновано метод розрахунку кривизни трубопроводу за координатами трьох точок відстеження: точки кінцю трубопроводу, точки центра обертання конструкції та додаткової точки відстеження, що відповідає середині трубопроводу. Наведено приклад розрахунку відхилення додаткової точки відстеження від ідеальної траєкторії руху трубопроводу під час роботи машини.*

*Ключові слова:* GPS-датчик, координати, дощувальна машина, трубопровід, переміщення, рух по колу, система моніторингу, дистанційне керування, підтримка прийняття рішень,

И.В. БАЙРАК, А. В. РУДАКОВА, Ю.А. ЛЕБЕДЕНКО  
Херсонский Национальный Технический Университет

## МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ GPS-ДАНЫХ ДЛЯ КОНТРОЛЯ КРУГОВОГО ДВИЖЕНИЯ ДОЖДЕВАЛЬНЫХ МАШИН

*Рассмотрено использование GPS-технологий для контроля параметров движения объектов сельскохозяйственного назначения. Проанализированы конструкционные особенности дождевальной машины «Фрегат» и предложены точки для установки GPS-датчиков, которые позволят отслеживать перемещение машины и связанные с ним параметры. Обнаружены проблемы, которые возникают при использовании GPS-датчиков в условиях работы дождевальной машины и предложены методы их решения. Предложен метод коррекции полученных с GPS-датчиков данных, который возможен за счет установки дополнительной точки отслеживания на неподвижной опоре, являющейся центром вращения конструкции. Приведен пример расчета корректировки данных по предложенным методам. Графически представлены результаты обработки и корректировки массива данных с датчиков, установленных на работающей дождевальной машине. В результате обработки данные были масштабированы согласно длины дуг параллели и меридиана на  $1^\circ$ , согласно географическому расположению объекта исследования, относительно его центра вращения. Определены отклонения значений данных, предоставляемых GPS-датчиками, от реального расположения машины для каждой из координат и общее отклонение по разнице полученных длин трубопровода. По результатам расчета обнаружено максимальную амплитуду отклонения предоставленных GPS-датчиками координат. Результаты расчета представлены в графическом формате, на котором можно наблюдать динамику отклонений во времени. Согласно особенностей перемещения трубопровода при работе дождевальной машины предложено установку дополнительной точки отслеживания на трубопроводе, которая позволит получать информацию о кривизне конструкции. Проанализированы места возможных*



отклонений вдоль трубопровода при работе машины и обнаружено наиболее целесообразную для отслеживания точку. Предложен метод расчета кривизны трубопровода по координатам трех точек отслеживания: точки конца трубопровода, точки центра вращения конструкции и дополнительной точки отслеживания, что соответствует середине трубопровода. Приведен пример расчета отклонения дополнительной точки отслеживания от идеальной траектории движения трубопровода при работе машины.

Ключевые слова: GPS-датчик координаты дождевальная машина, трубопровод, перемещение, движение по кругу, система мониторинга, дистанционное управление, поддержка принятия решений,

I.V. BAIRAK, H.V. RUDAKOVA, Yu.O. LEBEDENKO  
Kherson National Technical University

## METHODS OF GPS-DATA PROCESSING FOR CONTROL OF CIRCULAR MOVEMENT OF SPRINKLER MACHINES

*The usage of GPS-technologies for the movement controlling of agricultural objects is considered. The design features of the «Frigate» sprinkler are analyzed. Points for the installation of GPS-sensors, which will allow tracking the movement of the machine and related parameters, are proposed. The problems of GPS-sensors usage in the sprinklers are detected and the methods of their solution are offered. A method of correction the data obtained from GPS-sensors is proposed. This method is possible by installing an additional tracking point on a fixed support, which is the center of rotation of the construction. An example of calculation of data correction by the proposed methods is given. The results of processing and correction the array of data from the sensors installed on the running sprinkler are presented in graphs. Because of processing, the data were scaled according to the length of the arcs of the parallel and the meridian by 1° in the geographical location of the object, relative to its center of rotation. The deviation of the values of the data provided by GPS-sensors from the actual location of the machine for each of the coordinates and the total deviation calculated by the difference in the obtained lengths of the pipeline are determined. According to the results of the calculation, the maximum deviation amplitude of the coordinates provided by GPS-sensors was detected. The results of the calculation are presented in graphs where you can observe the dynamics of deviations over time. According to the features of the movement of the pipeline during the operation of the sprinkler, it is proposed to install an additional tracking point on the pipeline, which will provide information about the curvature of the construction. The places of possible deviations along the pipeline during the operation of the machine were analyzed and the most expedient point for tracking was identified. A method for calculating the curvature of the pipeline by the coordinates of three tracking points: the end of the pipeline, the point of the center of construction rotation and an additional tracking point in the middle of the pipeline is proposed. An example of calculating the deviation of an additional tracking point from the perfect trajectory of the pipeline movement during machine operation is given.*

Keywords: GPS sensor, coordinates, sprinkler, pipeline, movement, circular motion, monitoring system, remote control, decision support,

### Постановка проблеми

Останнім часом широко використовуються системи дистанційного моніторингу переміщення рухомих об'єктів з використанням GPS технологій. Актуальною задачею є застосування таких технологій для контролю параметрів руху об'єктів сільськогосподарського призначення [1]. Одним з таких об'єктів, пересування якого необхідно відстежувати, є дощувальні машини типу «Фрегат», які знайшли поширене застосування в закритих зрошувальних системах на півдні України.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Дощувальні машини типу «Фрегат» (ДМУ) мають круговий характер переміщення навколо нерухокої опори і представляють собою трубопроводи з середньоструйними дощувальними апаратами, що розташовані на опорах. Переміщення здійснюється за допомогою візків, що приводяться до руху гідроприводом [2]. Загальний вигляд дощувальної машини наведено на рис. 1.



Рис. 1. Загальний вигляд ДМУ «Фрегат»

Особливістю переміщення машини є конструкція трубопроводу, що передбачає гнучкість сегментів трубопроводу. В такому разі доцільним є відстеження не тільки початкових і кінцевих координат трубопроводу, а й додаткових точок повздовж усієї довжини для виявлення відхилень показників за допустимі межі та передбачення аварійних ситуацій [3]. Відстеження руху важливих точок є можливим за рахунок конструкції дощувальної машини, на елементи якої встановлюються GPS-датчики. Однак використання GPS-датчиків має суттєвий недолік: отримані показники місцезнаходження об'єкту можуть не відповідати дійсності.

Завдяки особливостям роботи GPS навігації, основними причинами порушення точності даних з датчиків зазвичай виступають атмосферні умови та відбиття і спотворення. Швидкість світла, що використовується у формулах розрахунку координат є постійною у вакуумі, але може змінюватися у земній атмосфері. Навіть незначне уповільнення сигналу при проходженні іоносфери чи хмар здатне вносити серйозні відхилення [4].

### Мета дослідження

Метою дослідження є розробка методів обробки GPS-даних для контролю та ідентифікації параметрів руху дощувальних машин типу «Фрегат».

### Викладення основного матеріалу дослідження

Джерелом інформації є дані, що отримуються з GPS-датчиків. Схему переміщення дощувальної машини в процесі роботи зображено на рис. 2. Як зазначено вище, доцільно встановлювати один датчик в нерухомій точці  $O (X_0, Y_0)$ , яка є центром обертання конструкції. Іншим місцем для встановлення такого датчика є кінцева точка трубопроводу  $D (x_d, y_d)$ .

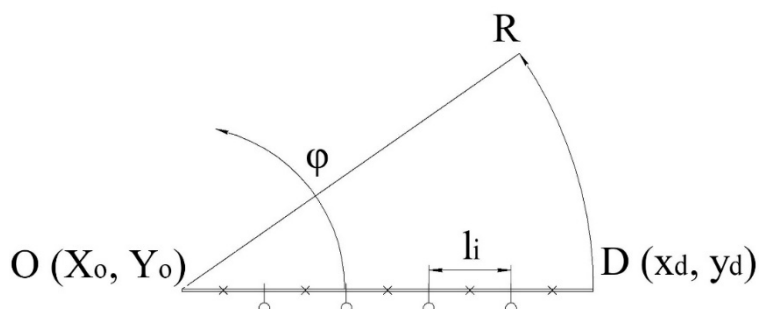


Рис. 2. Схема переміщення дощувальної машини

### 1. Коригування GPS-даних.

Коригування даних, отриманих з GPS-датчиків, необхідно для знаходження дійсних координат точок відстеження, їх обробки та подальшого проведення дослідження. Дані надходять у форматі геодезичних еліпсоїдальних координат і в процесі розрахунку мають бути масштабовані згідно довжини дуг паралелі та меридіану на 1<sup>о</sup> відповідно до географічного розташування машини.

Для коригування GPS- даних необхідно виконати наступні дії:

Розрахунок різниці в градусах між координатами кінцю трубопроводу та нерухомої опори. Для кожної координати виконується за наступними формулами:

$$\Delta x_1 = x - x_0; \Delta y_1 = y - y_0, \quad (1)$$

де  $x_0, y_0$  – поточні координати точки центру, в градусах;  $x, y$  – поточні координати рухомої точки відстеження, в градусах.

Масштабування результатів (1) можна виконати помноживши його на довжину дуг паралелі та меридіану на 1<sup>о</sup>:

$$L_{x1} = \Delta x_1 \cdot l_x; L_{y1} = \Delta y_1 \cdot l_y, \quad (2)$$

де  $l_x, l_y$  – довжина дуги паралелі по довготі, довжина дуги меридіану на широті на 1<sup>о</sup>, м.

Для визначення відстані від центру до кінця в метрах для кожної координати використовуються наступні формули:

$$L_{x2} = R_0 \cdot \frac{L_{x1}}{\sqrt{L_{x1}^2 + L_{y1}^2}}; L_{y2} = R_0 \cdot \frac{L_{y1}}{\sqrt{L_{x1}^2 + L_{y1}^2}}, \quad (3)$$

де  $R_0$  – радіус трубопроводу, м.

Відстань від центру до кінця в градусах для кожної координати визначається за формулами:

$$\Delta x_2 = \frac{L_{x2}}{l_x}; \Delta y_2 = \frac{L_{y2}}{l_y}, \quad (4)$$

Для отримання дійсних координат точки відстеження, необхідно додати визначену за формулою (4) відстань до координат положення нерухомого GPS-датчика з координатами ( $X_0, Y_0$ ):

$$\tilde{x} = \Delta x_2 + X_0; \tilde{y} = \Delta y_2 + Y_0. \quad (5)$$

Після підстановки виразів (1)–(4) в (5) та спрощення, отримано загальні формули корекції координат рухомої точки відстеження:

$$\tilde{x} = \frac{X_0 \cdot \sqrt{l_x^2 \cdot (x_0 - x)^2 + l_y^2 \cdot (y_0 - y)^2} - R_0 \cdot x_0 + R_0 \cdot x}{\sqrt{l_x^2 \cdot (x_0 - x)^2 + l_y^2 \cdot (y_0 - y)^2}}; \quad (6)$$

$$\tilde{y} = \frac{Y_0 \cdot \sqrt{l_x^2 \cdot (x_0 - x)^2 + l_y^2 \cdot (y_0 - y)^2} - R_0 \cdot y_0 + R_0 \cdot y}{\sqrt{l_x^2 \cdot (x_0 - x)^2 + l_y^2 \cdot (y_0 - y)^2}} \quad (6)$$

Розрахунки за наведеними виразами (1)–(6) проводилися на основі реальних даних, отриманих від GPS-датчиків, встановлених на дощувальній машині «Фрегат» в центрі її вісі обертання та на кінцевій точці трубопроводу.

З встановлених датчиків, згідно протоколу передачі GPS-даних [5], надходять дані в форматі, представленому у табл. 1. Початкові дані для проведення корекції наведено в табл. 2.

Табл. 1

Приклад даних, що надходять з GPS-датчиків

Назва	Ім'я	Значення
Номер запису	id	118397
Назва датчику	actionName	GPS Radius
Номер машини	machineId	3
Координати широти	lat	46.744335
Координати довготи	lon	33.613293
Супутник	sat	16
Час створення	createdAt	2019-07-02T00:08:54.901Z
Час оновлення	updatedAt	2019-07-02T00:08:54.901Z

Табл. 2

Початкові дані для розрахунку

Назва	Значення
Координати нерухомого центру, °	$X_0 = 46.744160^0$ ; $Y_0 = 33.616680^0$
Координати центру, отримані з GPS-датчиків, °	$x_0 = 46.744152^0$ ; $y_0 = 33.616702^0$
Координати рухомої точки відстеження, °	$x = 46.746061^0$ ; $y = 33.611267^0$
Довжина трубопроводу, або радіус, м	$R_0 = 462.6$ м.
Довжина дуг паралелі та меридіану на 1°, м	$l_x = 76057$ м; $l_y = 110989$ м.

Розрахуємо різницю між точками за формулами (1):

$$\Delta x_1 = 0.001909^\circ; \Delta y_1 = -0.005435^\circ.$$

В результаті масштабування за формулами (2) одержимо різницю між координатами в метрах:

$$L_{x1} = 211.91 \text{ м}; L_{y1} = -413.339 \text{ м}.$$

Відстань від центру до кінця трубопроводу, визначена за формулами (3) складе:

$$L_{x2} = 211.046 \text{ м}; L_{y1} = -411.653 \text{ м}.$$

Для переходу до розрахунку в градусах здійснимо обчислення за формулами (4):

$$\Delta x_2 = 0.001902^\circ; \Delta y_2 = -0.005412^\circ.$$

Визначені скориговані координати за формулами (5):

$$\tilde{x} = 46.746062^\circ; \quad \tilde{y} = 33611268^\circ.$$

Отримані результати відображають дійсні координати місцезнаходження точки радіусу в окремий момент часу.

Спостереження руху дощувальної машини велося на протязі 50 годин з інтервалом реєстрації даних близько 60 секунд. В результаті чого отримано масиви даних з координатами широти і довготи, та відповідним їм часом для вказаних точок.

В процесі обробки дані про час були переведені в більш зручний для опрацювання формат – секунди. Початок запису є точкою відліку і дорівнює нулю, а значення наступних показників були скориговані відносно точки відліку.

Результати запису координат GPS-датчиків та скориговані дані про переміщення дощувальної машини, за якою велося спостереження, наведено на рис.3.

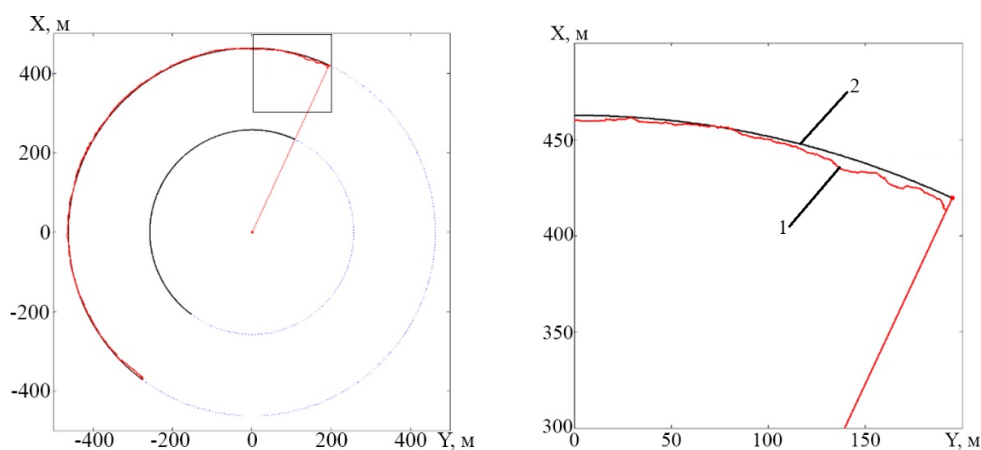


Рис. 3. Відстеження переміщення ДМУ: 1 – GPS-дані; 2 – скориговані дані

Вирахувати відхилення від дійсних значень для кожної координати можна за наступними формулами:

$$\Delta x = \tilde{x} - x; \quad \Delta y = \tilde{y} - y. \quad (7)$$

Результати розрахунків для наявного масиву даних за формулами (7) представлено на рис. 4. Вони відображають відхилення від дійсної траєкторії для кожної з координат, що змінюється у часі. Для зручності сприйняття час було переведено в години.

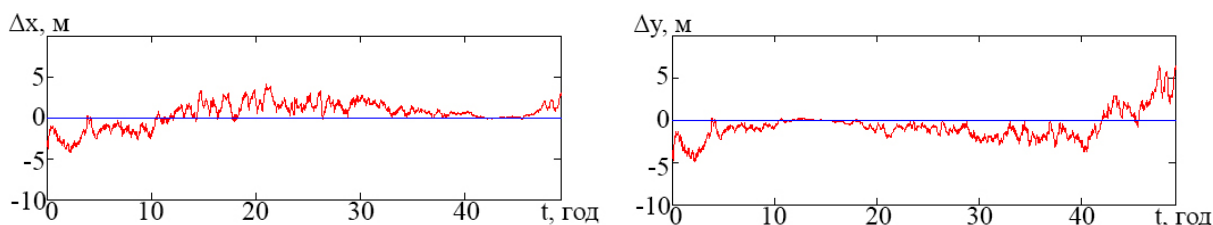


Рис. 4. Відхилення координат X та Y

Доцільно розрахувати загальне відхилення за різницею отриманих радіусів. Обчислити довжину трубопроводу до корекції у метрах можна за формулою:

$$R = \sqrt{l_x^2 \cdot (x - X_0)^2 + l_y^2 \cdot (y - Y_0)^2}. \quad (8)$$

Тоді формула для визначення відхилення буде наступною:

$$\Delta R = R - R_0. \quad (9)$$

Результати розрахунку за формулами (8)–(9) для наявного масиву даних представлено на рис. 5.

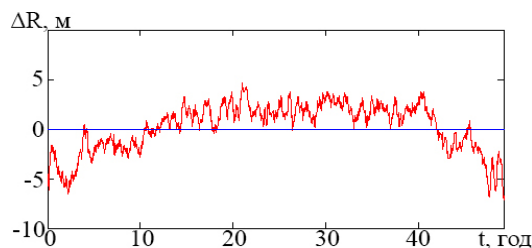


Рис. 5. Відхилення переміщення машини від дійсного значення

В даному випадку відхилення не перевищувало 10 метрів в амплітуді, однак відхилення можуть бути значно більшими.

## 2. Виявлення критичних відхилень трубопроводу в процесі роботи.

При ідеальній роботі машини трубопровід являє собою пряму лінію, але сегменти трубопроводу можуть вигинатися, згідно з конструкцією машини під впливом зовнішніх факторів. Зазвичай точка перегину виникає в середині трубопроводу, тому встановлення додаткового датчику в точці  $M(x_m, y_m)$ , що відповідає середині трубопроводу, дозволяє вирахувати величину відхилення від ідеальної траєкторії руху машини.

Знаючи дві вимірювані точки а саме центр обертання  $O(x_o, y_o)$  та кінець трубопроводу  $D(x_d, y_d)$ , можна скласти рівняння прямої за двома точками. Відхилення трубопроводу в такій ситуації зображено на рис. 6. Зазвичай відхилення не досягає значень, що зображені на рисунку, але для зручності сприйняття він представлений в такому вигляді.

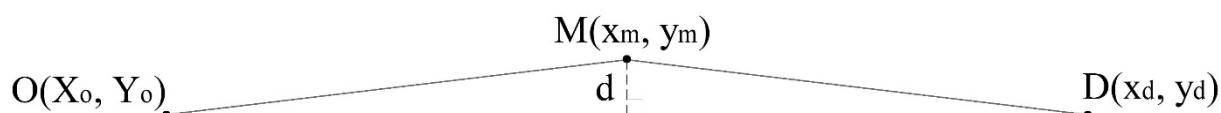


Рис. 6. Відхилення додаткової точки відстеження.

В загальному вигляді рівняння прямої виглядає так:

$$A \cdot X + B \cdot Y + C = 0, \quad (10)$$

де  $A, B, C$  – коефіцієнти рівняння.

Коефіцієнти рівняння можна визначити за формулами:

$$A = y_d - Y_0; \quad B = X_0 - x_d; \quad C = x_d \cdot Y_0 - y_d \cdot X_0, \quad (11)$$

де  $x_d, y_d$  – скориговані координати радіусу трубопроводу.

Відстань від точки до прямої на площині визначається за наступною формулою:

$$d = \frac{A \cdot x_m + B \cdot y_m + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \quad (12)$$

де  $x_m, y_m$  – скориговані координати додаткової точки відстеження.

Підставивши вираз (11) в (12), скоригувавши дані відносно довжини дуг паралелі та меридіану на  $1^\circ$  та спростивши вираз отримаємо формулу для розрахунку відхилення у метрах за трьома точками з корекцією на географічне місцезнаходження:

$$d = -\frac{l_x \cdot l_y (x_d \cdot y_m - x_m \cdot y_d - x_d \cdot Y_0 + X_0 \cdot y_d + x_m \cdot Y_0 - X_0 \cdot y_m)}{\sqrt{(l_x \cdot x_d - l_x \cdot X_0)^2 + (l_y \cdot y_d - l_y \cdot Y_0)^2}}. \quad (13)$$

Запропонований метод розрахунку відхилення має свій недолік. Якщо точка відстеження знаходиться за межами точок O та D, то буде визначатися найкоротша відстань до прямої. Завдяки конструкційним особливостям такі випадки неможливі при нормальній роботі машини, тому запропонований метод є достатнім для вирішення цієї задачі. Для вирішення такої задачі необхідно мати координати трьох точок і дані про довжину дуг на географічному місцезнаходженні машини. Дані для розрахунку були частково отримані при розгляді попереднього прикладу та наведені у табл. 3.

Табл. 3

Початкові дані для розрахунку відхилення трубопроводу

Назва	Значення
Координати нерухомого центру, $^\circ$	$X_0 = 46.744160^0; Y_0 = 33.616680^0$
Скориговані координати рухомої точки кінця трубопроводу, $^\circ$	$x_d = 46.745213^0; y_d = 33.613671^0$
Скориговані координати додаткової точки відстеження, $^\circ$	$x_m = 46.745221^0; y_m = 33.613676^0$
Довжина дуг паралелі і меридіану на $1^\circ$ , м	$l_x = 76057 \text{ м}; l_y = 110989 \text{ м.}$

Визначимо коефіцієнти рівняння прямої за формулами (11) та масштабуємо результат відносно центру обертання машини:

$$A = -411.666 \text{ м}; B = -211.022 \text{ м}; C = 0 \text{ м.}$$

Підставивши отримані коефіцієнти у формулу (12) та виконавши масштабування, визначимо відхилення в метрах:

$$d = 0.393 \text{ м.}$$

Отриманий результат відображає відхилення точки відстеження до прямої у метрах. В даному випадку відхилення не перевищує одного метру. У випадку, якщо відхилення точок перевищує критичне значення, слід зупинити рух машини та перевірити трубопровід. Крім того, можливі випадки з крадіжкою компонентів або датчиків, у такому разі можна відстежити їх переміщення під час викрадення.

### Висновки

Завдяки встановленню GPS-датчиків на дощувальній машині «Фрегат» можна отримувати дані про переміщення машини для контролю її руху в режимі роботи. Запропоновані методи дозволяють коригувати спотворення даних, що отримуються від GPS-датчиків. Завдяки встановленню одного з датчиків на нерухому частину конструкції є можливим застосування запропонованих методів.

При встановленні додаткових точок контролю координат повздож трубопроводу є можливість визначати стан трубопроводу з метою виявлення його кривизни та критичних перегинань конструкції. Це надає можливість своєчасно приймати рішення щодо режиму роботи дощувальної машини або її аварійної зупинки.

#### Список використаної літератури

1. Тараріко О. Г., Сиротенко О. В., Ільєнко Т. В., Кучма Т. Л. Арго-екологічний супутниковий моніторинг. Київ: Аграрна наука, 2019. 204 с.
2. Кузнецова Е. И., Закабунина Е. Н., Снопич Ю. Ф. Орошаемое земледелие. Москва: ФГБОУ ВПО РГАЗУ, 2012. 117 с.
3. Слюсаренко В. В., Хизов А. В., Русинов А. В. Машины и оборудование для орошения сельскохозяйственных культур. Саратов: ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ», 2011. 161 с.
4. Куприянов А. О. Глобальные навигационные спутниковые системы. Москва: МИИГАиК, 2017. 76 с.
5. Betke K. The NMEA 0183 Protocol, 2000. 28 с.

#### References

1. Tarariko, O. H., Syrotenko, O. V., Iliencko, T. V., & Kuchma, T. L. (2019). Arho-ekolohichnyi suputnykovyi monitorynh. Kyiv: Ahrarna nauka
2. Kuznetsova, E. I., Zakabunina, E. N., & Snipich, Yu. F. (2012). Oroshaemoe zemledelie. Moskva: FGBOU VPO RGAZU
3. Slyusarenko, V. V., Hizov, A. V., & Rusinov, A. V. (2011). Mashinyi i oborudovanie dlya orosheniya selskohozyaystvennyih kultur. Saratov: FGOU VPO «Saratovskiy GAU».
4. Kupriyanov, A. O. (2017). Globalnyie navigatsionnyie sputnikovyie sistemyi. Moskva: MIIGAik.
5. Betke Klaus. (2000). The NMEA 0183 Protocol.

Байрак Ігор Віталійович – аспірант кафедри «Автоматизації, робототехніки і мехатроніки» Херсонського національного технічного університету, e-mail: ihorbairak@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7857-5176.

Рудакова Ганна Володимирівна – д.т.н., професор, професор кафедри «Автоматизації, робототехніки і мехатроніки» Херсонського національного технічного університету, e-mail: rudakovaanna25@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8053-4218.

Лебеденко Юрій Олександрович – к.т.н., доцент, доцент кафедри «Автоматизації, робототехніки і мехатроніки» Херсонського національного технічного університету, e-mail: lebedenko@kntu.net.ua, ORCID: 0000-0002-1352-9240.



УДК 517.91:532.2

С.Г. БЛАЖЕВСЬКИЙ, О.М. ЛЕНЮК

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

О.М. НІКІТИНА

Чернівецький ліцей №1 математичного та економічного профілів

М.І. ШИНКАРИК

Західноукраїнський національний університет

## МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ МЕТОДОМ ГІБРИДНОГО ІНТЕГРАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ТИПУ ЕЙЛЕРА-БЕССЕЛЯ НА СЕГМЕНТІ

*На сучасному етапі науково-технічного прогресу, особливо у зв'язку з широким використанням композитних матеріалів, існує нагальна потреба у вивченні фізико-технічних характеристик таких матеріалів, що знаходяться в різних умовах експлуатації, що математично призводить до задачі розв'язування сепаратної системи рівнянь з частинними похідними другого порядку на кусково-однорідному сегменті з відповідними початковими та крайовими умовами, зокрема, задача динаміки математично призводить до побудови розв'язку сепаратної системи диференціальних рівнянь з частинними похідними гіперболічного типу.*

*Одним із ефективних методів побудови інтегральних зображень аналітичних розв'язків алгоритмічного характеру задач математичної фізики є метод гібридних інтегральних перетворень.*

*У цій роботі побудовано розв'язок задачі динаміки на двоскладовому сегменті полярної осі  $r \in [0; R_2]$  з точкою спряження методом гібридного інтегрального перетворення Ейлера-Бесселя.*

*Задача динаміки на двоскладовому сегменті полярної осі математично призводить до побудови обмеженого розв'язку сепаратної системи двох диференціальних рівнянь з частинними похідними гіперболічного типу з відповідними початковими умовами, умовами спряження та крайовими умовами. Застосувавши до цієї крайової задачі гібридне інтегральне перетворення Ейлера-Бесселя, отримаємо задачу Коші. Знайшовши розв'язок задачі Коші, ми застосовуємо до нього обернене гібридне інтегральне перетворення Ейлера-Бесселя.*

*Пряме інтегральне перетворення Ейлера-Бесселя на сегменті полярної осі з точкою спряження записується у вигляді матриці-рядка. Вихідна система та початкові умови записуються в матричній формі, і ми застосовуємо операторну матрицю-рядок до заданої задачі за правилом множення матриць. В результаті отримуємо задачу Коші для звичайного диференціального рівняння другого порядку. Обернене перетворення Ейлера-Бесселя записується у вигляді операторної матриці-стовпця, і ми застосовуємо його до побудованого розв'язку задачі Коші. Після здійснення певних перетворень ми отримуємо єдиний розв'язок вихідної задачі.*

*Побудовані розв'язки крайових задач мають алгоритмічний характер, що дозволяє використовувати їх як у теоретичних дослідженнях, так і в числових розрахунках.*

*Ключові слова: гібридний диференціальний оператор, задача динаміки, гібридне інтегральне перетворення.*

С.Г. БЛАЖЕВСКИЙ, О.М. ЛЕНЮК

Черновицкий национальный университет имени Юрия Федьковича

О.М. НИКИТИНА

Черновицкий лицей №1 математического и экономического профилей

Н.И. ШИНКАРИК

Западноукраинский национальный университет

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ ГИБРИДНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ТИПА ЭЙЛЕРА-БЕССЕЛЯ НА СЕГМЕНТЕ

*На современном этапе научно-технического прогресса, особенно в связи с широким использованием композитных материалов, существует настоятельная потребность в изучении физико-технических*

характеристик таких матеріалів, що знаходяться в різних умовах експлуатації, що математически приводить до задачі рішення окремої системи рівнянь з частними похідними другого порядку на кусочно-однорідному сегменті з відповідними початковими і крайовими умовами, в частині, задача динаміки математически приводить до побудови рішення окремої системи дифференціальних рівнянь в частних похідних гіперболіческого типу.

Одним из ефективних методів побудови інтегральних зображень аналітичних рішень алгоритміческого характеру задач математической фізики являється метод гібридних інтегральних перетворень.

В цій роботі побудовано рішення задачі динаміки на двохкомпонентному сегменті полярної осі  $r \in [0; R_2]$  з точкою сопряження методом гібридного інтегрального перетворення Ейлера-Бесселя.

Задача динаміки на двохкомпонентному сегменті полярної осі математически приводить до побудови обмеженого рішення окремої системи двох дифференціальних рівнянь в частних похідних гіперболіческого типу з відповідними початковими умовами, умовами сопряження і крайовими умовами. Применив до цієї крайової задачі гібридне інтегральне перетворення Ейлера-Бесселя, отримуємо задачу Коші. Знайшов рішення задачі Коші, ми застосовуємо до нього обернене гібридне інтегральне перетворення Ейлера-Бесселя.

Прямое інтегральне перетворення Ейлера-Бесселя на сегменті полярної осі з точкою сопряження записується в формі матриці-строки. Исходная система і початкові умови записуються в матричній формі, і ми застосовуємо операторну матрицю-строку до заданої задачі за правилом множення матриць. В результаті отримуємо задачу Коші для звичайного дифференціального рівняння другого порядку. Обернене перетворення Ейлера-Бесселя записується в формі операторної матриці-столбца, і ми застосовуємо його до побудованому рішенню задачі Коші. Після здійснення певних перетворень ми отримуємо єдине рішення початкової задачі.

Побудовані рішення крайових задач мають алгоритміческий характер, що дозволяє використовувати їх як в теоретических дослідженнях, так і в числових розрахунках.

Ключеві слова: гібридний дифференціальний оператор, задача динаміки, гібридне інтегральне перетворення.

S.G. BLAZHEVSKIY, O.M. LENYUK

Chernivtsi National University by Yuriy Fed'kovych

O.M. NIKITINA

Chernivtsi Lyceum №1 of Mathematical and Economic Profiles

M.I. SHYNKARYK

West Ukrainian National University

## **MODELING OF DYNAMIC PROCESSES BY THE METHOD OF HYBRID INTEGRAL TRANSFORM OF EULER-BESSEL TYPE ON THE SEGMENT**

*At the present stage of scientific and technological progress, especially in connection with the widespread use of composite materials, there is an urgent need to study the physical and technical characteristics of such materials that are in different operating conditions, which mathematically leads to the problems of solving a separate system of partial differential equations of the second order on a piecewise homogeneous segment with the corresponding initial and boundary conditions, in particular, the dynamics problem mathematically leads to the construction of a solution of a separate system of partial differential equations of hyperbolic type.*

*One of the effective methods for constructing of integral representations of analytic solutions of the algorithmic nature of the problems of mathematical physics is the method of hybrid integral transforms.*

*In this paper we construct a solution of the dynamics problem on the two-component segment of polar axis  $r \in [0; R_2]$  with point of conjugation by the method of hybrid integral Euler-Bessel transform.*

*The problem of dynamics on the two-component segment of polar axis mathematically leads to the construction of a limited solution of a separate system of two partial differential equations of hyperbolic type with corresponding initial conditions, conjugation conditions and boundary conditions. Applying to this boundary-value problem the hybrid integral Euler-Bessel transform, we obtain the Cauchy problem. Finding a solution to the Cauchy problem, we apply to it the inverse hybrid integral Euler-Bessel transform.*

*A straight integral Euler-Bessel transform on the segment of polar axis with point of conjugation is written in the form of a matrix row. The output system and the initial conditions are written in a matrix form and we apply the operator matrix row to the given problem by the rule of multiplication of matrices. As a result we obtain the Cauchy problem for the ordinary differential equation of the second order. The inverse Euler-Bessel transform is written in the form of an operator matrix column and we apply it to the constructed solution of the Cauchy problem. After completing certain transformations, we obtain the unique solution of the original problem.*

*The constructed solutions of boundary value problems have an algorithmic character, which allows us to use them both in theoretical studies and in numerical calculations.*

*Keywords: hybrid differential operator, problem of dynamic, hybrid integral transform.*

### Постановка проблеми

На сучасному етапі науково-технічного прогресу, особливо у зв'язку із широким застосуванням композитних матеріалів, виникає гостра потреба у вивченні фізико-технічних характеристик даних матеріалів, які знаходяться в різних умовах експлуатації, що математично приводить до задач інтегрування сепаратної системи диференціальних рівнянь другого порядку на кусково-однорідному інтервалі з відповідними початковими та крайовими умовами [1 – 3], зокрема задача динаміки математично приводить до побудови розв'язку сепаратної системи рівнянь з частинними похідними гіперболічного типу.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Одним із ефективних методів побудови інтегральних зображень аналітичних розв'язків алгоритмічного характеру задач математичної фізики є метод гібридних інтегральних перетворень [1 – 6].

В [4] побудовано гібридне інтегральне перетворення (ГП), породжене на сегменті полярної осі  $r \in [0; R_2]$  з однією точкою спряження гібридним диференціальним оператором (ГДО) Ейлера-Бесселя.

### Мета дослідження

Побудувати розв'язок задачі динаміки на двоскладовому сегменті полярної осі  $r \in [0; R_2]$  з однією точкою спряження за допомогою гібридного інтегрального перетворення типу Ейлера-Бесселя.

### Викладення основного матеріалу дослідження

Задача динаміки на двоскладовому сегменті математично приводить до побудови в області

$$D_1 = \{(t, r) : t > 0, r \in I_1\}, I_1 = \{r : r \in (0, R_1) \cup (R_1, R_2), R_2 < \infty\}$$

обмеженого розв'язку системи рівнянь гіперболічного типу

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + \gamma_1^2 u_1 - a_1^2 B_{\alpha_1}^* [u_1] &= f_1(t, r), r \in (0, R_1), \\ \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} + \gamma_2^2 u_2 - a_2^2 B_{\nu, \alpha_2} [u_2] &= f_2(t, r), r \in (R_1, R_2), \end{aligned} \quad (1)$$

за початковими умовами

$$u_j(t, r)|_{t=0} = g_j(r), \quad \frac{\partial u_j}{\partial t}|_{t=0} = \phi_j(r), \quad r \in (R_{j-1}, R_j), \quad j = \overline{1, 2}, \quad R_0 = 0, \quad (2)$$

умовами спряження

$$\left[ \left( \alpha_{j1}^1 \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{j1}^1 \right) u_1 - \left( \alpha_{j2}^1 \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{j2}^1 \right) u_2 \right] \Big|_{r=R_1} = 0, \quad j = 1, 2, \quad (3)$$

та крайовими умовами

$$\lim_{r \rightarrow 0} r^\gamma u_1 = 0, \quad \left( \alpha_{22}^2 \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{22}^2 \right) u_2 \Big|_{r=R_2} = 0. \quad (4)$$

Тут беруть участь диференціальний оператор Бесселя  $B_{\nu, \alpha}$  та диференціальний оператор Ейлера другого порядку  $B_\alpha^*$  [4].

На коефіцієнти, що беруть участь в постановці задачі, накладаються певні природні умови обмеження [4].

В [4] побудовано пряме  $H_{\nu, (\alpha)}$  й обернене  $H_{\nu, (\alpha)}^{-1}$  гібридне інтегральне перетворення, породжене на множині  $I_1$  гібридним диференціальним оператором

$$M_{\nu, (\alpha)} = \theta(r)\theta(R_1 - r)a_1^2 B_{\alpha_1}^* + \theta(r - R_1)\theta(R_2 - r)a_2^2 B_{\nu, \alpha_2} : \\ H_{\nu, (\alpha)}[g(r)] = \int_0^{R_2} g(r)V_{\nu, (\alpha)}(r, \beta)\sigma(r)dr \equiv \tilde{g}(\beta), \quad (5)$$

$$H_{\nu, (\alpha)}^{-1}[\tilde{g}(\beta)] = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \tilde{g}(\beta)V_{\nu, (\alpha)}(r, \beta)\Omega_{\nu, (\alpha)}(\beta)d\beta \equiv g(r), \quad (6)$$

та виведена основна тотожність інтегрального перетворення гібридного диференціального оператора  $M_{\nu, (\alpha)}$ :

$$H_{\nu, (\alpha)}[M_{\nu, (\alpha)}[g(r)]] = -\beta^2 \tilde{g}(\beta) - \sum_{i=1}^2 k_i^2 \tilde{g}_i(\beta) + (-\alpha_{22}^2)^{-1} V_{\nu, (\alpha); 2}(R_2, \beta) a_2^2 \sigma_2 R_2^{2\alpha_2 + 1} g_R + \\ + c_{11}^{-1} R_1^{2\alpha_1 + 1} [Z_{\nu, (\alpha); 12}^1(\beta)\omega_{21} - Z_{\nu, (\alpha); 22}^1(\beta)\omega_{11}]. \quad (7)$$

Тут  $\theta(x)$  – одинична функція Гевісайда, спектральна вектор-функція

$$V_{\nu, (\alpha)}(r, \beta) = \sum_{k=1}^2 \theta(r - R_{k-1})\theta(R_k - r)V_{\nu, (\alpha); k}(r, \beta), \quad R_0 = 0,$$

вагова функція

$$\sigma(r) = \theta(r)\theta(R_1 - r)\sigma_1 r^{2\alpha_1 - 1} + \theta(r - R_1)\theta(R_2 - r)\sigma_2 r^{2\alpha_2 + 1}$$

та спектральна щільність

$$\Omega_{v,(\alpha)}(\beta) = \beta[b_1(\beta)]^{-1} \left( [\omega_{v,(\alpha);1}(\beta)]^2 + [\omega_{v,(\alpha);2}(\beta)]^2 \right)^{-1},$$

а також інші величини та функції, виписані в [4].

Знайдемо інтегральне зображення аналітичного розв'язку задачі (1) – (4) методом гібридного інтегрального перетворення типу Ейлера-Бесселя на двоскладовому сегменті полярної осі  $r \in [0; R_2]$  з точкою спряження, запровадженого правилами (5) – (7).

Запишемо систему (1) та початкові умови (2) у матричній формі:

$$\begin{bmatrix} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \gamma_1^2 - a_1^2 B_{\alpha_1}^* \right) u_1(t, r) \\ \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \gamma_2^2 - a_2^2 B_{v, \alpha_2} \right) u_2(t, r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(t, r) \\ f_2(t, r) \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} u_1(t, r) \\ u_2(t, r) \end{bmatrix} \Big|_{t=0} = \begin{bmatrix} g_1(r) \\ g_2(r) \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} u_1(t, r) \\ u_2(t, r) \end{bmatrix} \Big|_{t=0} = \begin{bmatrix} \varphi_1(r) \\ \varphi_2(r) \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Інтегральний оператор  $H_{v,(\alpha)}$ , який діє згідно правила (5), зобразимо у вигляді операторної матриці-рядка:

$$H_{v,(\alpha)}[\dots] = \begin{bmatrix} \int_0^{R_1} \dots V_{v,(\alpha);1}(r, \beta) \sigma_1 r^{2\alpha_1-1} dr & \int_{R_1}^{R_2} \dots V_{v,(\alpha);2}(r, \beta) \sigma_2 r^{2\alpha_2+1} dr \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Застосуємо операторну матрицю-рядок (9) за правилом множення матриць до задачі (8). Внаслідок основної тотожності (7) отримуємо задачу Коші:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{d^2}{dt^2} + \beta^2 \right) \tilde{u}(t, \beta) + (k_1^2 + \gamma_1^2) \int_0^{R_1} u_1(t, r) V_{v,(\alpha);1}(r, \beta) \sigma_1 r^{2\alpha_1-1} dr + \\ & + (k_2^2 + \gamma_2^2) \int_{R_1}^{R_2} u_2(t, r) V_{v,(\alpha);2}(r, \beta) \sigma_2 r^{2\alpha_2+1} dr = \tilde{f}(t, \beta), \\ & \tilde{u}(t, \beta) \Big|_{t=0} = \tilde{g}(\beta), \quad \frac{d\tilde{u}}{dt} \Big|_{t=0} = \tilde{\varphi}(\beta). \end{aligned}$$

Припустимо, що  $\max\{\gamma_1^2; \gamma_2^2\} = \gamma_1^2$ . Покладемо всюди  $k_1^2 = 0$ ,  $k_2^2 = \gamma_1^2 - \gamma_2^2 \geq 0$ . Одержуємо задачу Коші:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{d^2}{dt^2} + \beta^2 + \gamma_1^2 \right) \tilde{u}(t, \beta) = \tilde{f}(t, \beta), \\ & \tilde{u} \Big|_{t=0} = \tilde{g}(\beta), \quad \frac{d\tilde{u}}{dt} \Big|_{t=0} = \tilde{\varphi}(\beta). \end{aligned} \quad (10)$$

Безпосередньо перевіряється, що розв'язком задачі Коші (10) є функція [7]

$$\tilde{u}(t, \beta) = \frac{\sin \sqrt{\beta^2 + \gamma_1^2} t}{\sqrt{\beta^2 + \gamma_1^2}} \tilde{\varphi}(\beta) + \frac{d}{dt} \frac{\sin \sqrt{\beta^2 + \gamma_1^2} t}{\sqrt{\beta^2 + \gamma_1^2}} \tilde{g}(\beta) + \int_0^t \frac{\sin \sqrt{\beta^2 + \gamma_1^2} (t - \tau)}{\sqrt{\beta^2 + \gamma_1^2}} \tilde{f}(\tau, \beta) d\tau. \quad (11)$$

Інтегральний оператор  $H_{v,(\alpha)}^{-1}$  згідно правила (6), як обернений до (9), зобразимо у вигляді операторної матриці-стовпця:

$$H_{v,(\alpha)}^{-1} [\dots] = \begin{bmatrix} \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \dots V_{v,(\alpha);1}(r, \beta) \Omega_{v,(\alpha)}(\beta) d\beta \\ \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \dots V_{v,(\alpha);2}(r, \beta) \Omega_{v,(\alpha)}(\beta) d\beta \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Застосувавши операторну матрицю-стовпець (12) за правилом множення матриць до матриці-елемента

$$[\tilde{u}(t, \beta)],$$

де функція  $\tilde{u}(t, \beta)$  визначена формулою (11), одержуємо єдиний розв'язок гіперболічної задачі (1) – (4):

$$\begin{aligned} u_j(t, r) = & \int_0^t \int_0^{R_1} H_{v,(\alpha);j1}(t - \tau, r, \rho) [f_1(\tau, \rho) + \varphi_1(\rho) \delta_+(\tau)] \sigma_1 r^{2\alpha_1 - 1} d\rho d\tau + \\ & \int_0^t \int_{R_1}^{R_2} H_{v,(\alpha);j2}(t - \tau, r, \rho) [f_2(\tau, \rho) + \varphi_2(\rho) \delta_+(\tau)] \sigma_2 r^{2\alpha_2 + 1} d\rho d\tau + \\ & + \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{R_1} H_{v,(\alpha);j1}(t, r, \rho) g_1(\rho) \sigma_1 r^{2\alpha_1 - 1} d\rho + \frac{\partial}{\partial t} \int_{R_1}^{R_2} H_{v,(\alpha);j2}(t, r, \rho) g_2(\rho) \sigma_2 \rho^{2\alpha_2 + 1} d\rho. \quad (13) \end{aligned}$$

У рівностях (13) беруть участь породжені неоднорідністю системи функції впливу:

$$H_{v,(\alpha);jk}(t, r, \rho) = \int_0^\infty \frac{\sin \sqrt{\beta^2 + \gamma_1^2} t}{\sqrt{\beta^2 + \gamma_1^2}} V_{v,(\alpha);j}(r, \beta) V_{v,(\alpha);k}(\rho, \beta) \Omega_{v,(\alpha)}(\beta) d\beta, \quad j, k = 1, 2. \quad (14)$$

При цьому  $\delta_+(t)$  – дельта-функція Дірака, зосереджена в точці  $t=0+$ . Вона використовується в рівності (13) для скорочення запису і означає, що потрібно брати значення відповідної функції в точці 0.

*Зауваження.* При  $\max\{\gamma_1^2; \gamma_2^2\} = \gamma_2^2$ , виконується нерівність:  $k_j^2 = \gamma_2^2 - \gamma_j^2 \geq 0, j = 1, 2$ , і у формулі (14) вираз  $(\beta^2 + \gamma_1^2)$  міняється на вираз  $(\beta^2 + \gamma_2^2)$ .

### Висновки

Побудований розв'язок (13) гіперболічної задачі (1) – (4) має алгоритмічний характер, що дозволяє використовувати його як в теоретичних дослідженнях, так і в числових розрахунках.

### Список використаної літератури

1. Коляно Ю.М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела. К.: Наук. думка, 1992. 280 с.
2. Ленюк М.П. Температурні поля в плоских кусково-однорідних ортотропних областях. К.: Ін-т математики НАН України, 1997. 188 с.
3. Конет І.М., Ленюк М.П. Температурні поля в кусково-однорідних циліндричних областях. Чернівці: Прут, 2004. 276 с.
4. Нікітіна О.М. Гібридні інтегральні перетворення типу (Ейлера-Бесселя). Львів, 2008. 86 с. (Препринт. НАН України, Ін-т прикладних проблем математики і механіки ім. Я.С. Підстригача; 01-08).
5. Ленюк М.П., Шинкарик М.І. Гібридні інтегральні перетворення (Фур'є, Бесселя, Лежандра). Ч. 1. Тернопіль: Економ. Думка, 2004. 368 с.
6. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 735 с.
7. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Физматгиз, 1959. 468 с.

### References

1. Kolyano, Yu.M. (1992). *Metodyi teploprovodnosti i termouprugosti neodnorodnogo tela*. K.: Nauk. dumka.
2. Leniuk, M.P. (1997). *Temperaturni polia v ploskykh kuskovo-odnorodnykh ortotropnykh oblastiakh*. K.: In-t matematyky NAN Ukrainy.
3. Konet, I.M. & Leniuk, M.P. (2004). *Temperaturni polia v kuskovo-odnorodnykh tsylindrychnykh oblastiakh*. Chernivtsi: Prut.
4. Nikitina, O.M. (2008). *Hibrydni intehralni peretvorennia typu (Eilera-Besselia)*. Lvivs. (Preprynt. NAN Ukrainy, In-t prykladnykh problem matematyky i mekhaniky im. Ya.S. Pidstryhacha; 01-08).
5. Leniuk, M.P. & Shynkaryk, M.I. (2004). *Hibrydni intehralni peretvorennia (Furie, Besselia, Lezhandra)*. Chastyna 1. Ternopil: Ekonom. Dumka.
6. Tihonov, A.N. & Samarskiy, A.A. (1972). *Uravneniya matematicheskoy fiziki*. M.: Nauka.
7. Stepanov, V.V. (1959). *Kurs differentsialnykh uravneniy*. M.: Fizmatgiz.

Блажевський Степан Георгійович – к.ф.-м.н., доцент кафедри диференціальних рівнянь Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича, e-mail: [blgs@ukr.net](mailto:blgs@ukr.net), ORCID: 0000-0003-3396-7253.

Ленюк Олег Михайлович – к.ф.-м.н., доцент кафедри диференціальних рівнянь Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича, e-mail: [O.Lenjuk@chnu.edu.ua](mailto:O.Lenjuk@chnu.edu.ua), ORCID: 0000-0001-9494-2864.

Нікітіна Ольга Михайлівна – к.ф.-м.н., доцент, вчитель математики Чернівецького ліцею №1 математичного та економічного профілів, e-mail: [o.nikitina.chv@gmail.com](mailto:o.nikitina.chv@gmail.com), ORCID: 0000-0003-0702-0453.

Шинкарик Микола іванович – к.ф.-м.н., доцент кафедри економіко-математичних методів, перший проректор Західноукраїнського національного університету e-mail: [shynkaryk\\_m@ukr.net](mailto:shynkaryk_m@ukr.net), ORCID: 0000-0001-8191-8953.

УДК 539.3

І.О. ВЕРУШКІН, О.О. СТРЕЛЬНІКОВА

Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України

## ДОСЛІДЖЕННЯ ГІДРОПРУЖНИХ КОЛИВАНЬ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ ГІПЕРСИНГУЛЯРНИХ РІВНЯНЬ

Створено методику визначення частот та форм власних коливань елементів конструкції при двобічному контакті з рідиною. Вважається, що рідина є ідеальною і нестисливою, а її рух, індукований коливаннями конструктивного елемента є безвихровим. За цих умов існує потенціал швидкостей, який всюди в області, що зайнята рідиною, задовольняє рівнянню Лапласа. На поверхнях конструктивного елемента задається умова непротікання. Ця умова полягає в рівності нормальних компонент швидкостей рідини та конструкції. Для знаходження переміщень конструкції використовуються рівняння руху під дією навантаження, що обумовлене тиском рідини. Тиск рідини, в свою чергу, визначається з рівняння Лапласа, граничні умови для якого містять невідому швидкість конструкції. Тобто, отримано зв'язану задачу щодо визначення гідропружних коливань. Для розв'язання сформульованої задачі використано метод заданих форм. Спочатку визначаються частоти і форми коливань пружного елемента без урахування сили тиску з боку рідини. За отриманими формами будується подання переміщень конструкції, що взаємодіє з рідиною, у вигляді відповідного ряду. Далі розв'язується крайова задача Неймана для рівняння Лапласа, при цьому граничні умови містять відомі функції, а саме, форми коливань пружного елемента, що були отримані на першому етапі. Розв'язання цієї задачі виконано із застосуванням теорії потенціалу. Невідому функцію зображено у вигляді потенціалу подвійного шару. Граничні умови при цьому призводять до гіперсингулярного інтегрального рівняння відносно невідомої густини, яка й відображає тиск рідини. Надалі це двовимірне гіперсингулярне рівняння зводиться до одновимірного. Розроблено ефективний метод числового розв'язання цього рівняння. Здійснено порівняння отриманих числових результатів з відомими аналітичними розв'язками. Отримано добре узгодження результатів, що свідчить про вірогідність запропонованого методу. Після цього розроблений алгоритм побудови матриці приєднаних мас, що дало змогу знайти частоти власних коливань круглої пружної пластинки з урахуванням приєднаних мас рідини.

Ключові слова: тонка пластина, ідеальна нестислива рідина, коливання, гіперсингулярне інтегральне рівняння, метод граничних елементів.

I.A. VIERUSHKIN, E.A. STRELNIKOVA

A. M. Podgorny Institute of Mechanical Engineering Problems NASU

## SIMULATION OF HYDROELASTIC OSCILLATIONS OF STRUCTURAL ELEMENTS USING THE HYPERSINGULAR EQUATION METHOD

A method for determining the frequencies and modes of natural vibrations of structural elements in bilateral contact with a liquid has been developed. It is supposed that the fluid is perfect and incompressible one, and its motion induced by the structural element is vortex-free. Under these suppositions, there exists a velocity potential that satisfies the Laplace equation everywhere in the area occupied by the liquid. The non-penetration condition is set on the surfaces of the structural element. This condition is the equality of the normal components of fluid velocities and design. To evaluate the structure displacements, the equations of motion under the fluid pressure are used. The fluid pressure, in turn, is determined from the Laplace equation, where the boundary conditions contain an unknown velocity. So, a related problem for determining hydroelastic vibrations is obtained. To solve the formulated problem, the method of given forms is used. First, the frequencies and modes of the elastic element vibrations are determined without taking into account the pressure force from the fluid. According to the obtained forms, the representation of the structure displacements interacting with the liquid is received as corresponding series. Next, the Neumann boundary value problem for the Laplace equation is solved, and here the boundary conditions contain known functions, namely, the elastic element modes of vibrations obtained in the first stage. The solution of this problem is performed using the potential theory. The unknown function is represented as a double layer potential. The boundary conditions lead to a hypersingular integral equation with respect to an unknown density that is the fluid pressure. Further, this two-dimensional hypersingular equation is reduced to one-dimensional one. An effective method for numerical solution of this equation has been developed. The obtained numerical results are compared with known analytical solutions. A good agreement of the results is obtained that testifies reliability of the proposed method. Then the algorithm for



*evaluating the matrix of added masses was developed, that made it possible to find the natural frequencies of the circular elastic plate taking into account the liquid added masses.*

*Keywords: thin plate, ideal incompressible fluid, vibrations, hypersingular integral equation, boundary element method*

И.А. ВЕРУШКИН, Е.А. СТРЕЛЬНИКОВА

Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного РАНУ

## ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОУПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ГИПЕРСИНГУЛЯРНЫХ УРАВНЕНИЙ

*Разработана методика определения частот и форм собственных колебаний элементов конструкций при двустороннем контакте с жидкостью. Считается, что жидкость является идеальной и несжимаемой, а ее движение, индуцированное колебаниями конструктивного элемента, является безвихревым. При этих условиях существует потенциал скоростей, который всюду в области, занятой жидкостью, удовлетворяет уравнению Лапласа. На поверхностях элемента реконструкции задается условие непротекания. Это условие состоит в равенстве нормальных компонент скоростей жидкости и конструкции. Для нахождения перемещений конструкции используются уравнения движения под действием нагрузки, обусловленной давлением жидкости. Давление жидкости, в свою очередь, определяется из уравнения Лапласа, граничные условия для которого содержат неизвестную скорость конструкции. Таким образом, получена связанная задача для определения гидроупругих колебаний. Для решения сформулированной задачи использован метод заданных форм. Сначала определяются частоты и формы колебаний упругого элемента без учета силы давления со стороны жидкости. По полученным формам строится представление перемещений конструкции, которая взаимодействует с жидкостью, в виде соответствующего ряда. Далее решается краевая задача Неймана для уравнения Лапласа, при этом граничные условия содержат известные функции, а именно, формы колебаний упругого элемента, полученные на первом этапе. Решение этой задачи выполнено с применением теории потенциала. Неизвестная функция представлена в виде потенциала двойного слоя. Граничные условия, при этом, приводят к гиперсингулярному интегральному уравнению относительно неизвестной плотности, которая и представляет давление жидкости. В дальнейшем это двумерное гиперсингулярное уравнение сводится к одномерному. Разработан эффективный метод численного решения этого уравнения. Проведено сравнение полученных числовых результатов с известными аналитическими решениями. Получено хорошее согласование результатов, что свидетельствует о достоверности предложенного метода. После этого разработан алгоритм построения матрицы присоединенных масс, что позволило найти частоты собственных колебаний круглой упругой пластинки с учетом взаимодействия с жидкостью.*

*Ключевые слова: тонкая пластина, идеальная несжимаемая жидкость, колебания, гиперсингулярное интегральное уравнение, метод граничных элементов*

### Формулювання проблеми та її актуальність

В різних сферах інженерної практики, таких як турбобудування, енергетичне машинобудування, вітроенергетика широко застосовуються елементи тонкостінних конструкцій, що функціонують в умовах підвищених технологічних навантажень. Проектування таких машин та споруд при достатньому рівні надійності вимагає аналізу напружень та деформацій, частот та форм власних коливань. Це дає змогу оцінити границю міцності конструкції та позбавитись небажаних резонансних частот. Оскільки конструкції, що розглядаються, часто взаємодіють з повітряним або водним середовищем, для обчислення означених характеристик необхідно розв'язувати задачі гідро-аеропружності, тобто визначати напруження, деформації та частоти коливань, виходячи з того, що на пружне тіло діють сили з боку рідини або газу.

Тому актуальною проблемою є побудова уточнених моделей та методів розрахунку елементів конструкцій, що враховують вплив потоку рідини на напружено-деформований стан, частоти та форми власних коливань. На стадії проектування виникає також необхідність оптимізації, яка пов'язана з проблемою зниження матеріалоемності при урахуванні вимог нормального функціонування елементів машин

та споруд. Застосування методів оптимізації вимагає створення ефективних та високошвидкісних програмних кодів для розв'язання задач аналізу.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Проблеми гідропружності елементів конструкцій знаходяться в центрі уваги багатьох дослідників протягом останніх десятиріч. Ці проблеми можна умовно поділити на два класи. До першого відносяться задачі визначення динамічних характеристик таких конструкцій, які містять рідину всередині, тобто відбувається однобічний контакт поверхонь конструктивного елементу з рідиною. Цим задачам присвячені роботи [1-3], де розглядаються питання плескань рідини в жорстких оболонкових системах. В роботі [4] вивчені коливання пружних резервуарів, частково заповнених рідиною, в [5,6] досліджені вільні коливання пружних кришок гідротурбіни при взаємодії з рідиною.

Другий клас питань пов'язаний з визначенням динамічних характеристик пружних тонких конструкцій, несучі поверхні яких знаходяться у двобічному контакті з рідиною. Це лопаті робочих коліс радіально-осьових та поворотно-лопатевих гідротурбін [7], лопаті потужних повітряних установок [8], крила літаків [9] і таке інше. Цікавими є питання підтоплення міських територій, які також розв'язуються із застосуванням підходів механіки з урахуванням взаємодії різних суцільних середовищ [10,11].

Для числового розв'язання таких задач розроблені потужні обчислювальні методи. Серед них зазначимо, як найбільш застосовні, методи скінченних різниць, скінченних та граничних елементів [12,13]. Зазначимо, також, необхідність розроблення та модифікації методів нелінійного програмування [14,15].

Але, хоча розвинені такі ефективні методи, кожна нова конструкція, яка працює в умовах інтенсивних силових навантажень, при взаємодії з оточуючим середовищем, потребує ретельного аналізу характеристик міцності та динамічних характеристик. Це вимагає створення нових та удосконалення існуючих обчислювальних методів, які б враховували специфічні риси конструкції, що розглядаються. В даному дослідженні розроблено новий ефективний метод розв'язання гіперсингулярних інтегральних рівнянь на круговій області та застосовано його для визначення частот і форм вільних коливань круглої пластинки, що занурена в рідину.

### Мета дослідження

Метою дослідження є створення методики визначення частот та форм вільних коливань елементів конструкцій при двобічному контакті з рідиною.

### Викладення основного матеріалу дослідження

Розглядається пружна тонка кругла пластинка, що занурена в рідину. Для моделювання руху пластини використовуємо гіпотези Кірхгофа –Лява [16].

Введемо такі позначення:  $E$  - модуль Юнга,  $\nu$  - коефіцієнт Пуассона,  $h$  - товщина пластинки.

Якщо товщина однорідної пластинки  $h$  є сталою, то рівняння руху пластинки [16] має вигляд

$$D\Delta\Delta w + \rho_p h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q(x, y, t), \quad (1)$$

де  $w(x, y, t)$  - прогин пластини;  $\rho_p$  - густина матеріалу пластини;  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  - циліндрична жорсткість;  $q(x, y, t)$  - сила, що діє на пластину.

Якщо пластина занурена в рідину, то

$$q(x, y, t) = p(x, y, t)\mathbf{n} + q_0(x, y, t), \quad (2)$$

де  $p(x, y, t)$  - перепад тиску рідини на пластину;  $\mathbf{n}$  - одинична нормаль до поверхні пластини;  $q_0(x, y, t)$  - сила, що збурює.

Якщо в рівнянні (2) функція  $q_0(x, y, t) = 0$ , то маємо випадок вільних гідропружних коливань.

Для знаходження тиску  $p(x, y, t)$  зробимо такі припущення: рідина є ідеальною та нестисливою, а її рух безвихровий. В цих умовах снує потенціал швидкостей  $\varphi(x, y, z, t)$ , градієнт якого є швидкістю рідини, а саме:

$$V_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, V_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, V_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Цей потенціал задовольняє рівнянню Лапласа

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (3)$$

Зв'язок між потенціалом швидкостей та тиском визначається з лінеаризованого інтегралу Коші-Лагранжа

$$p^\pm = -\rho_l \frac{\partial \varphi^\pm}{\partial t} + p_0,$$

де  $\rho_l$  - густина рідини;  $p_0$  – атмосферний тиск.

Граничні значення  $\varphi^\pm$  відповідають переходу до площини пластини з боку додатних та від'ємних значень координати  $z$ , відповідно.

Таким чином, для перепаду тиску маємо

$$p = p^+ - p^- = -\rho_l \left( \frac{\partial \varphi^+}{\partial t} - \frac{\partial \varphi^-}{\partial t} \right). \quad (4)$$

Сформулюємо граничні умови для диференціального рівняння (3). Згідно з умовою непротікання [17] маємо на поверхнях пластини  $\sigma$  такі рівності:

$$\frac{\partial \varphi^\pm}{\partial \mathbf{n}} \Big|_\sigma = \frac{\partial w}{\partial t}. \quad (5)$$

Систему диференціальних рівнянь (1), (3) з граничною умовою (5) слід також доповнити умовами закріплення, тобто умовами відносно функції  $w(x, y, t)$  на контурі пластини.

Таким чином, маємо зв'язану задачу відносно двох невідомих функцій  $\varphi(x, y, z, t)$  та  $w(x, y, t)$ , при чому, в праву частину диференціального рівняння відносно  $w(x, y, t)$  входить похідна за часом від  $\varphi(x, y, z, t)$ , а в граничні умови для рівняння Лапласа відносно  $\varphi(x, y, z, t)$  входить похідна за часом від невідомої функції  $w(x, y, t)$ .

Для розв'язання задач про власні та вимушені коливання пружних пластин, занурених у рідину, використано метод заданих форм [17]. У загальному випадку будемо шукати переміщення пластинки, що занурена в рідину, у вигляді:

$$w(x, y, t) = \sum_{k=1}^N c_k(t) w_k(x, y), \quad (6)$$

де  $c_k(t)$  – невідомі коефіцієнти, які залежать лише від часу;  $w_k(x, y)$  – форми коливань пластинки без врахування взаємодій з рідиною;  $N$  – кількість форм, що утримуються при розрахунках.

З огляду на (4), (6) бачимо, що для потенціалу швидкостей  $\varphi(x,y,z,t)$  необхідно обрати таке зображення

$$\varphi(x,y,z,t) = \sum_{k=1}^N \dot{c}_k(t) \varphi_k(x,y,z), \quad (7)$$

в якому функції  $\varphi_k(x,y,z)$  є розв'язками таких крайових задач

$$\Delta \varphi_k = 0, \quad \frac{\partial \varphi_k}{\partial \mathbf{n}} = w_k. \quad (8)$$

Зауважимо, що в крайових задачах (8) праві частини в граничних умовах є відомими.

Далі опишемо метод зведення задачі визначення частот та форм коливань системи «пластинка-рідина» до гіперсингулярних рівнянь.

Для знаходження перепаду тиску рідини на поверхнях пластини маємо рівняння (4). Слід зауважити, що потенціал швидкостей є гармонічною функцією всюди за межами круглої пластини, тобто, це неперервна функція у тривимірному просторі з розрізом. При цьому, згідно з рівнянням (5), ця гармонічна функція має неперервну нормальну похідну при перетині розрізу у вигляді круга, який займає пластину. Але згідно з рівнянням (4) ця функція має скінченний розрив на вказаній області.

Як відомо, такі властивості притаманні потенціалу подвійного шару [18]. Цей потенціал має вигляд

$$\varphi(\mathbf{P}_0) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \Gamma(\mathbf{P}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|} dS, \quad \mathbf{P} \in S, \quad (9)$$

де  $S$  - область, зайнята круговою пластинкою;  $\mathbf{n}$  – одинична нормаль до поверхні  $S$ ;  $\mathbf{P}$  і  $\mathbf{P}_0$  - точки тривимірного простору з координатами  $(x,y,z)$  та  $(x_0,y_0,z_0)$ , відповідно;

$|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0| = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$  - декартова відстань між  $\mathbf{P}$  і  $\mathbf{P}_0$ ;  $\Gamma(\mathbf{P})$  - густина потенціалу, функція, що задана на поверхні  $S$ .

Функція, що визначена формулою (9), задовольняє рівнянню Лапласа (3), має неперервну нормальну похідну, а при перетині поверхні  $S$  вздовж нормалі має скінченний розрив, а саме [18]

$$\varphi^+(\mathbf{P}_0) - \varphi^-(\mathbf{P}_0) = \Gamma(\mathbf{P}_0), \quad \mathbf{P}_0 \in S.$$

Тому використовуємо подання (9) для потенціалу швидкостей. Зауважимо, що для визначення перепаду тиску треба знайти невідому густину  $\Gamma(\mathbf{P})$  на поверхні пластини. З подання (7) отримуємо, що для цього треба знайти розв'язки крайових задач (8). Для функцій  $\varphi_k$  використовуємо зображення (9). Рівняння Лапласа з (8) при цьому задовольняється, а крайова умова призводить до інтегрального рівняння у вигляді

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}_0} \frac{1}{4\pi} \iint_S \Gamma_k(\mathbf{P}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|} = w_k(\mathbf{P}_0), \quad \mathbf{P}, \mathbf{P}_0 \in S \quad (10)$$

Як доведено в [19,20] інтеграл в (10) не існує ні як звичайний невластний, ні в сенсі головного значення за Коші. Цей інтеграл трактується лише в сенсі Адамара [21,22] як граничне значення нормальної похідної потенціалу подвійного шару. У випадку, коли поверхня  $S$  є частиною площини, маємо

$$\frac{\partial}{\partial z_0} \frac{1}{4\pi} \iint_S \Gamma_k(\mathbf{P}) \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|} = w_k(\mathbf{P}_0), \quad \mathbf{P}, \mathbf{P}_0 \in S,$$

або

$$\lim_{z_0 \rightarrow 0} \frac{1}{4\pi} \iint_S \Gamma_k(x, y) \frac{\partial}{\partial z_0} \frac{-z_0}{\left(\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z_0^2}\right)^3} = w_k(x_0, y_0). \quad (11)$$

Рівняння типу (11) відносяться до гіперсингулярних інтегральних рівнянь. В [22] досліджені деякі методи числового розв'язання таких рівнянь.

**Зведення двовимірних гіперсингулярних рівнянь до одновимірних**

Якщо область  $S$  в рівнянні (11) є кругом, то можливо звести двовимірне гіперсингулярне рівняння до одновимірного.

Нехай  $S$  є кругом на площині  $xOy$ , а саме

$$S = \{x, y : x^2 + y^2 \leq R^2\}$$

Обчислимо декартову відстань  $|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|$  для точок вказаної області  $S$ . В циліндричних координатах маємо

$$x = \rho \cos \theta, \quad y = \rho \sin \theta, \quad z = z, \quad x^2 + y^2 = \rho^2, \\ x_0 = \rho_0 \cos \theta_0, \quad y_0 = \rho_0 \sin \theta_0, \quad z_0 = z_0, \quad x_0^2 + y_0^2 = \rho_0^2.$$

Таким чином,

$$|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0| = \sqrt{\rho^2 + \rho_0^2 + (z - z_0)^2 - 2\rho\rho_0 \cos(\theta - \theta_0)}.$$

Надалі використовуємо стандартні позначення [13]:

$$a = \rho^2 + \rho_0^2 + (z - z_0)^2, \quad b = 2\rho\rho_0.$$

Припустимо, що функції  $w, \Gamma$  мають вигляд

$$w_{mn}(\rho, \theta) = w_{mn}(\rho) \cos n\theta, \quad \Gamma_{mn}(\rho, \theta) = \Gamma_{mn}(\rho) \cos n\theta, \quad n = 0, 1, 2, \dots, k = 1, 2, \dots$$

Тоді отримаємо з використанням (11) таке гіперсингулярне інтегральне рівняння ( $z = z_0 = 0$ ):

$$\frac{1}{4\pi} \iint_S \Gamma_{mn}(x, y) \frac{-dx dy}{\left(\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}\right)^3} = w_{mn}(x_0, y_0).$$

З переходом до циліндричної системи координат, знаходимо, що

$$\Delta \Gamma_{kn} = \frac{1}{4\pi} \iint_S \Gamma_k(\rho) \frac{\cos n\theta \rho d\theta d\rho}{\left(\sqrt{a - b \cos(\theta - \theta_0)}\right)^3} = -w_k(\rho_0).$$

Запишемо двовимірний інтеграл як повторний

$$\Delta \Gamma_{mn} = \frac{1}{4\pi} \int_0^R \rho \Gamma_{mn}(\rho) \left[ \int_0^{2\pi} \frac{\cos n\theta d\theta}{\left(\sqrt{a - b \cos(\theta - \theta_0)}\right)^3} \right] d\rho = -w_{mn}(\rho_0). \quad (12)$$

Зробимо у внутрішньому інтегралі в (12) заміну змінної

$$\psi = \theta - \theta_0, \quad \theta = \psi + \theta_0, \quad d\theta = d\psi.$$

Оскільки під знаком інтегралу знаходиться періодична функція, що інтегрується за періодом, то границі інтегрування не зміняться. Тобто, можемо брати не  $(0, 2\pi)$  а  $(-\pi, \pi)$ . Отримаємо для внутрішнього інтегралу

$$I_1(\rho, \rho_0) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos n(\psi + \theta_0) d\psi}{\left(\sqrt{a - b \cos \psi}\right)^3}.$$

Внаслідок формули

$$\cos n(\psi + \theta_0) = \cos n\psi \cos n\theta_0 - \sin n\psi \sin n\theta_0$$

маємо

$$I_1(\rho, \rho_0, \theta_0) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos n(\psi + \theta_0) d\psi}{\left(\sqrt{a - b \cos \psi}\right)^3} = \cos n\theta_0 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos n\psi d\psi}{\left(\sqrt{a - b \cos \psi}\right)^3} - \sin n\theta_0 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin n\psi d\psi}{\left(\sqrt{a - b \cos \psi}\right)^3}.$$

Оскільки  $\cos n\psi$  є парною функцією, а  $\sin n\psi$  непарною, отримуємо

$$I_1(\rho, \rho_0, \theta_0) = 2 \cos n\theta_0 \int_0^\pi \frac{\cos n\psi d\psi}{(\sqrt{a - b \cos \psi})^3}. \quad (13)$$

Внаслідок рівності (13) одержимо, що

$$\mathbf{A}[\Gamma_{mn}(\rho) \cos n\theta] = \cos n\theta_0 \tilde{\mathbf{A}}[\Gamma_{mn}(\rho)],$$

тобто гіперсингулярний оператор  $\mathbf{A}[\Gamma, \rho, \theta]$  переводить функцію  $\cos n\theta$  в функцію  $\cos n\theta_0$ .

Зробимо перетворення в інтегралі (13)

$$I_1(\rho, \rho_0, \theta_0) = 2 \int_0^\pi \frac{\cos n\psi d\psi}{(\sqrt{a - b \cos \psi})^3} = 2 \int_0^\pi \frac{\cos n\psi d\psi}{(\sqrt{a + b - 2b \cos^2(\psi/2)})^3} = 4 \int_0^{\pi/2} \frac{(-1)^n \cos 2n\psi d\psi}{(\sqrt{a + b - 2b \cos^2 \psi})^3}.$$

Після ще однієї заміни змінної

$$\psi_1 = \pi/2 - \psi; \quad d\psi_1 = -d\psi$$

знайдемо, що

$$I_1(\rho, \rho_0) = \frac{4(-1)^n}{(\sqrt{a+b})^3} \int_0^{\pi/2} \frac{\cos 2n\psi d\psi}{(\sqrt{1-k^2 \sin^2 \psi})^3}, \quad k^2 = \frac{2b}{a+b}.$$

Далі використовуємо формулу з [23] (стор.178, №37) та одержимо

$$\int_0^{\pi/2} \frac{(-1)^n d\psi}{(\sqrt{1-k^2 \sin^2 \psi})^3} = \frac{1}{k'^2} E_n(k), \quad E_n(k) = (-1)^n (1-4n^2) \int_0^{\pi/2} \cos 2n\psi \sqrt{1-k^2 \sin^2 \psi} d\psi, \quad k'^2 = 1-k^2. \quad (14)$$

Оскільки  $k'^2 = 1-k^2 = 1 - \frac{2b}{a+b} = \frac{a-b}{a+b}$ , то для внутрішнього інтегралу маємо

$$I_1(\rho, \rho_0) = \frac{4(-1)^n (1-4n^2)}{\sqrt{a+b}(a-b)} \int_0^{\pi/2} \cos n\psi \sqrt{1-k^2 \sin^2 \psi} d\psi = \frac{4}{(\rho + \rho_0)(\rho - \rho_0)^2} E_n(k),$$

де  $E_n(k)$  - повний еліптичний інтеграл другого роду.

Таким чином, отримані одновимірні гіперсингулярні інтегральні рівняння для визначення функцій  $\Gamma_{mn}(\rho)$  за відомими функціями  $w_{mn}(\rho)$ ,  $m = 1, 2, \dots$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^R \Gamma_{mn}(\rho) \frac{\rho E_n(k) d\rho}{(\rho + \rho_0)(\rho - \rho_0)^2} = -w_{mn}(\rho_0). \quad (15)$$

Зазначимо, що ядро інтегрального оператора в (15) має такий вигляд:

$$K(\rho, \rho_0) = \frac{\rho E_n(k)}{(\rho + \rho_0)(\rho - \rho_0)^2}.$$

Це ядро має особливість типу  $(\rho - \rho_0)^{-2}$ .

Введемо функцію

$$K_0(\rho, \rho_0) = \frac{\rho}{(\rho + \rho_0)(\rho - \rho_0)^2}.$$

Тоді для обчислення інтегралу по елементу, що містить особливість, використовуємо формулу

$$\int_{l_0} \Gamma_m(\rho) K(\rho, \rho_0) d\rho = \int_{l_0} \Gamma_m(\rho) K_0(\rho, \rho_0) d\rho + \int_{l_0} \Gamma_m(\rho) [K(\rho, \rho_0) - K_0(\rho, \rho_0)] d\rho.$$

Перший доданок тут містить гіперсингулярну та логарифмічну складові, а другий є інтегралом від функції, яка містить логарифмічну особливість, для його обчислення використовуємо спеціальні квадратурні формули, розроблені в [24].

### Аналіз числових результатів

Припустимо, що в рівнянні (1) функція  $q(x, y, t) = 0$ , тобто вважаємо, що пластина здійснює вільні коливання, тоді шукаємо розв'язок рівняння (1) у вигляді

$$w(x, y, t) = \exp(i\Omega t)w(x, y). \quad (16)$$

Підставимо зображення (16) в однорідне рівняння (1) та отримаємо диференціальне рівняння в частинних похідних відносно амплітудних значень  $w(x, y)$

$$\Delta \Delta w - \alpha^4 w = 0, \quad \alpha^4 = \Omega^2 \frac{12\rho_p(1-\nu^2)}{Eh^2} = \Omega^2 \frac{\rho_p h}{D}. \quad (17)$$

Рівняння (17) зобразимо в формі

$$(\Delta - \alpha^2)(\Delta + \alpha^2)w = 0,$$

що еквівалентно системі

$$\begin{cases} (\Delta - \alpha^2)w = 0 \\ (\Delta + \alpha^2)w = 0 \end{cases} \quad (18)$$

Для круглої пластини в полярних координатах маємо

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}.$$

При цьому система (18) набуває вигляду

$$\frac{\partial^2 w}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial w}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \alpha^2 w = 0, \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial w}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \alpha^2 w = 0. \quad (20)$$

Далі вважаємо, що

$$w(\rho, \theta) = w(\rho) \cos n\theta, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Розв'язками рівняння (19) є функції Бесселя порядку  $n$  першого та другого роду  $J_n(\alpha\rho)$  та  $Y_n(\alpha\rho)$ , а розв'язками рівняння (20) є модифіковані функції Бесселя порядку  $n$  першого та другого роду  $I_n(\alpha\rho)$  та  $K_n(\alpha\rho)$ . Таким чином, загальний розв'язок рівняння (17) має вигляд

$$w(\rho) = AJ_n(\alpha\rho) + BY_n(\alpha\rho) + CI_n(\alpha\rho) + D_1 K_n(\alpha\rho),$$

де  $A, B, C, D_1$  - сталі.

Оскільки при  $\rho \rightarrow 0$  функції  $Y_n(\alpha\rho)$  та  $K_n(\alpha\rho)$  нескінченно зростають, вважаємо, що  $B = 0, D_1 = 0$ , щоб уникнути нефізичних переміщень.

Для визначення сталих  $A, C$  використаємо граничні умови закріплення пластини за контуром. У випадку жорсткого закріплення маємо граничні умови

[16]  $w|_{\rho=R} = 0, \quad \left. \frac{dw}{dr} \right|_{\rho=R} = 0$ . З цих умов випливає, що

$$\begin{cases} AJ_n(\alpha R) + CI_n(\alpha R) = 0 \\ AJ'_n(\alpha R) + CI'_n(\alpha R) = 0 \end{cases} \quad (21)$$

Для того, щоб система (21) мала ненульовий розв'язок, необхідно, щоб визначник цієї системи дорівнював нулю. Тому з урахуванням виразів для похідних від функцій Бесселя отримуємо рівняння для знаходження невідомої величини  $\alpha$

$$\begin{vmatrix} J_n(\alpha R) & I_n(\alpha R) \\ J'_n(\alpha R) & I'_n(\alpha R) \end{vmatrix} = J_n(\alpha R)[I_{n-1}(\alpha R) + I_{n+1}(\alpha R)] - I_n(\alpha R)[J_{n-1}(\alpha R) - J_{n+1}(\alpha R)] = 0 \quad (22)$$

Зазначимо, що при  $n = 0$  маємо  $J'_0(x) = J_1(x)$ ,  $I'_0(x) = -I_1(x)$ . Позначимо  $\lambda = \alpha R$ . В таблиці 1 наведені значення 6 перших коренів рівняння (22) для різних значень  $n$ .

Табл. 1.

Значення коренів характеристичного рівняння  $\alpha_{mn}$

$m$	$n$		
	0	1	2
1	3.196220616	4.610899879	5.905678235
2	6.306437050	7.799273800	9.196882600
3	9.439499140	10.95806719	12.40222097
4	12.57713064	14.10862781	15.57949149
5	15.71643853	17.25572701	18.74395810
6	18.85654552	20.40104490	21.90148516

Співвідношення між сталими  $A$  та  $C$  для кожного  $\alpha_m$  отримуємо з рівності

$$A_{mn} J_n(\alpha_{mn} R) + C_m I_n(\alpha_{mn} R) = 0 \Rightarrow C_{mn} = -A_{mn} \frac{J_n(\alpha_{mn} R)}{I_n(\alpha_{mn} R)}.$$

Зауважимо, що можемо обирати  $A_{mn} = 1 \forall m, n$ .

Таким чином, отримані залежності форм вільних коливань круглої пластинки від  $\rho$  у вигляді

$$w_{mn}(\rho) = J_n(\alpha_{mn} \rho) - \frac{J_n(\alpha_{mn} R)}{I_n(\alpha_{mn} R)} I_n(\alpha_{mn} \rho). \tag{23}$$

Саме ці функції фігурують як праві частини в гіперсингулярних рівняннях (13).

На рисунку 1 зображені функції, що визначені формулами (23) при  $R = 1$ .

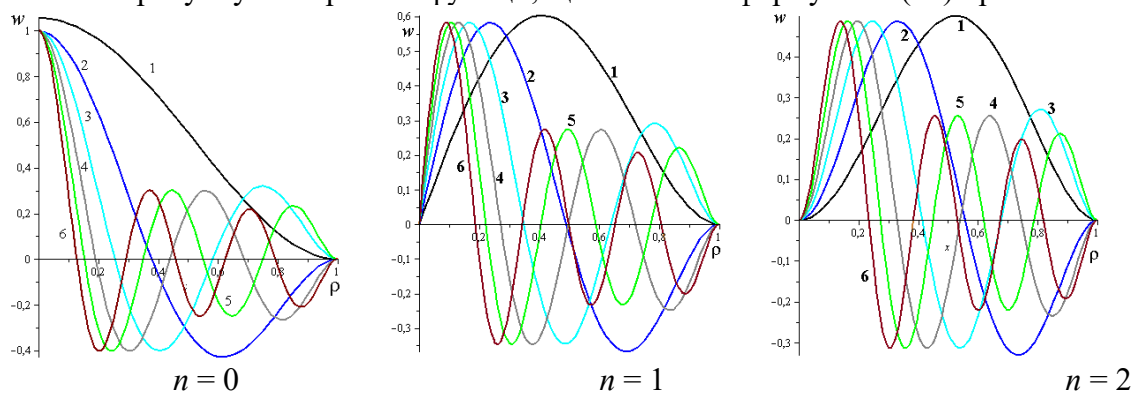


Рис. 1. Залежності форм коливань від радіальної координати

На рисунку 2 зображені перші форми коливань круглої пластинки, жорстко закріпленої вздовж контуру, що відповідають гармонікам  $n = 0, 1, 2$ . Зазначимо, що номер гармоніки характеризує кількість вузлових діаметрів.

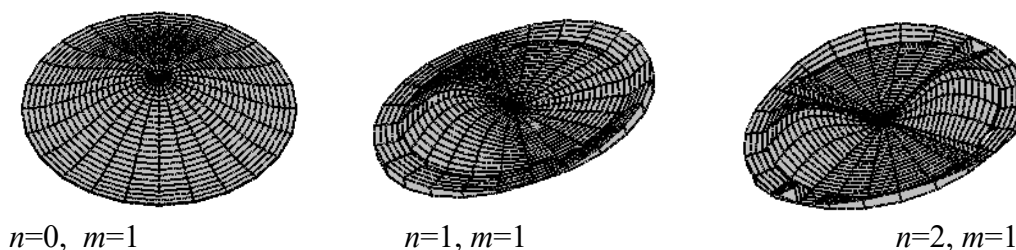


Рис. 2. Форми коливань круглої пластинки



Для тестування запропонованого методу скористуємось аналітичним розв'язком просторового гіперсингулярного рівняння, що наведений в [22, 25]. Для гіперсингулярного рівняння у вигляді

$$\frac{1}{\pi} \iint_S \frac{\Gamma(x, y) dx dy}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}^3} = -\pi, \quad S = \{(x, y): x^2 + y^2 \leq R^2\}$$

в [22, 25] доведено, що

$$\Gamma(x, y) = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}.$$

Якщо гіперсингулярне рівняння розглядаємо в формі (15), то будемо мати для рівняння у вигляді

$$\frac{1}{\pi} \int_0^R \Gamma(\rho) \frac{\rho E(k) d\rho}{(\rho + \rho_0)(\rho - \rho_0)^2} = -1 \quad (24)$$

такий аналітичний розв'язок

$$\Gamma(\rho) = \frac{4}{\pi} \sqrt{R^2 - \rho^2}.$$

Для числового розв'язання рівняння (24) був використаний метод граничних елементів зі сталою апроксимацією густини на елементах [22]. Розглянуто круг з радіусом  $R = 1\text{м}$ . Обиралось 100 граничних елементів. Співставлення числових та аналітичних результатів подано на рисунку 3.

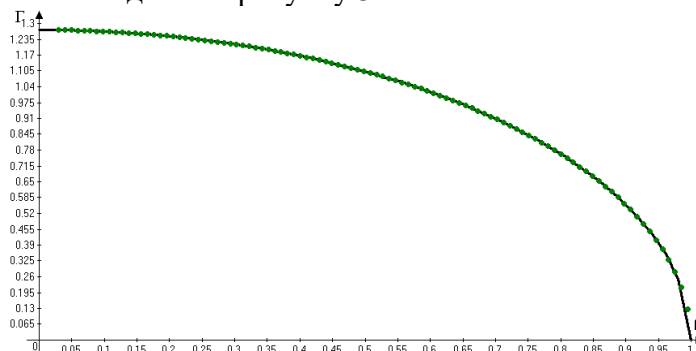


Рис. 3. Числовий та аналітичний розв'язки гіперсингулярного рівняння

Тут суцільна лінія відповідає аналітичному розв'язку, точками позначені числові дані. Зауважимо, що практично у всіх точках відрізка  $[0, R]$  отримано точність  $\varepsilon = 10^{-3}$ . Винятком є точки поблизу кінців інтервалу. Оскільки при  $\rho, \rho_0$ , близьких до нуля, в рівнянні (24) виникає додаткова особливість, в [14] запропоновано замінити відрізок інтегрування на  $[\delta, R]$ . В наведених розрахунках обрано  $\delta = 0.025/R$ . При  $\rho$ , близьких до 1, точність може бути збільшена за рахунок врахування поведінки розв'язку на кінцях інтервалу інтегрування [22].

Розглянемо випадок аксіально-симетричних коливань. При цьому маємо такі праві частини в рівняннях (15)

$$w_{m0}(\rho) = J_n(\alpha_{m0}\rho) - \frac{J_n(\alpha_{m0}R)}{I_n(\alpha_{m0}R)} I_n(\alpha_{m0}\rho),$$

де  $\alpha_{m0}$  є коренями характеристичного рівняння (22) і наведені в таблиці 6.1. Функції  $w_{m0}(\rho)$  та відповідні їм  $\Gamma_{m0}(\rho)$ , що є розв'язками гіперсингулярних інтегральних рівнянь (15), зображені на рис. 4. Тут цифри 1-6 відповідають значенням  $m = \overline{1,6}$ , штрихові лінії зображають праві частини  $w_{m0}(\rho)$ , а пунктирні відповідають функціям  $\Gamma_{m0}(\rho)$ . Бачимо, що згідно з властивостями гіперсингулярного оператора, функції  $\Gamma_{m0}(\rho)$  відновлюють

характер функцій  $w_{m0}(\rho)$ . Зі зростанням номера  $m$  амплітуди  $\Gamma_{m0}(\rho)$  зменшуються за абсолютною величиною, що свідчить про зменшення впливу приєднаних мас рідини на вищі частоти.

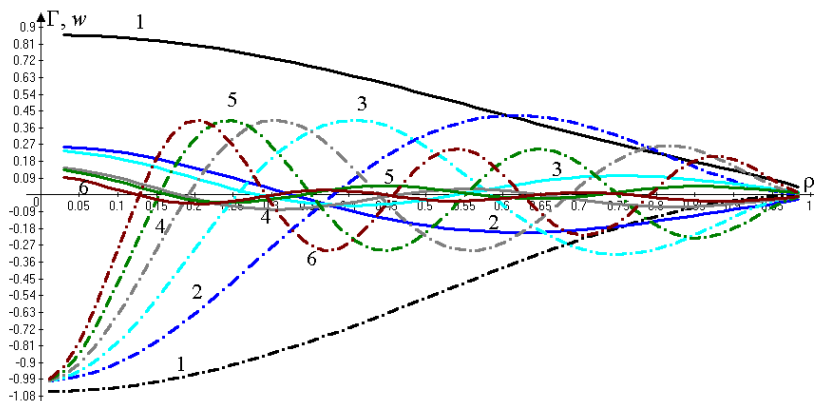


Рис. 4. Форми коливань та розв’язки гіперсингулярних рівнянь

Після отримання розв’язків гіперсингулярних рівнянь переходимо до побудови матриці приєднаних мас. Шукаємо розв’язок задачі гідро пружних коливань пластини у вигляді рядів (6), (7). Розглянемо рівняння (1) у припущенні, що  $q_0(x, y, t) = 0$ , а перепад тиску знаходиться з рівняння (4), при цьому маємо такі співвідношення

$$D \sum_{m=1}^N c_{m0}(t) \Delta \Delta w_{m0} + \rho_p h \sum_{m=1}^N \ddot{c}_{m0}(t) w_{m0} = -\rho_l \sum_{m=1}^N \ddot{c}_{m0}(t) \Gamma_{m0} \quad (25)$$

Оскільки розглядатимуться вільні гідро пружні коливання, то вважаємо, що

$$c_{m0}(t) = C_{m0} \exp(i\omega t), \quad (26)$$

де  $\omega$  - частота власних гідро пружних коливань,  $i$  – уявна одиниця,  $C_m$  - невідомі сталі. Згідно з рівностями (17) та (26) перетворимо (25) до вигляду

$$D \sum_{m=1}^N C_{m0} \alpha_{m0}^4 w_{m0} - \omega^2 \left[ \rho_p h \sum_{m=1}^N C_{m0} w_{m0} + \rho_l \sum_{m=1}^N C_{m0} \Gamma_{m0} \right] = 0. \quad (27)$$

Перевіркою ортогональності форм власних коливань  $w_m(\rho)$  встановлюємо, що

$$(w_{m0}(\rho), w_{l0}(\rho)) = r_{m0} \delta_{ml},$$

з такими значеннями констант  $r_{m0}$ :  $r_{10} = 0.1018870979$ ,  $r_{20} = 0.0506907858$ ,  $r_{30} = 0.0337792448$ ,  $r_{40} = 0.0253319976$ ,  $r_{50} = 0.0202649244$ ,  $r_{60} = 0.0168871927$ .

Здійснимо скалярний добуток рівняння (27) на функції  $w_{l0}(\rho)$ ,  $l = 1, 2, \dots, N$  та отримаємо систему лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь відносно сталих  $C_m$

$$\sum_{m=1}^N \{ \delta_{lm} r_{m0} D \alpha_{m0}^4 - \omega^2 [ \rho_p h r_{m0} \delta_{lm} + \rho_l (\Gamma_{m0}, w_{l0}) ] \} C_{m0} = 0 \quad (28)$$

Для знаходження ненульового розв’язку рівнянь (28) здобудемо характеристичне рівняння відносно  $\omega$

$$\det \{ \rho_p h \Omega_{m0}^2 r_{m0} \delta_{lm} - \omega^2 [ \rho_p h r_{m0} \delta_{lm} + \rho_l (\Gamma_{m0}, w_{l0}) ] \} = 0$$

Таким чином, задачу визначення частот та форм власних гідропружних коливань круглої пластини зведено до розв’язання проблеми власних значень

$$(A - \omega^2 B)C = 0,$$

де елементи матриць визначаються за формулами  $a_{ml} = \Omega_{m0}^2 \rho_p h r_{m0} \delta_{ml}$ ,  $b_{ml} = \rho_p h r_{m0} \delta_{ml} + \rho_l (\Gamma_{m0}, w_{l0})$ , а елементи матриці приєднаних мас рідини за формулами

$$g_{ml} = (\Gamma_{m0}, w_{l0}) = \tau \sum_{i=1}^{N_l} \rho_{i0} \Gamma_m(\rho_{i0}) w_l(\rho_{i0}),$$

тобто, використовуємо формулу центральних прямокутників, в якій  $\tau$  є кроком інтегрування.

Розглянуто круглу пластину з такими геометричними та механічними параметрами:  $R = 1\text{м}$ ,  $h = 0.005\text{м}$ , модуль Юнга  $E = 206\text{Мпа}$ , коефіцієнт Пуассона  $\nu = 0.3$ , густина матеріалу  $\rho_p = 7800\text{кг/м}^3$ . За формулами (17) отримані частоти вільних коливань пластини без урахування приєднаних мас в аксіально-симетричному формулюванні. Далі з використанням методу, наведеного вище, отримані частоти вільних коливань пластини з урахуванням приєднаних мас рідини. Вважалось, що густина рідини дорівнювала  $\rho_l = 1000\text{кг/м}^3$ . В таблиці 2 наведені числові дані щодо частот коливань пластинки як з урахуванням, так і без урахування приєднаних мас рідини.

Табл. 2.

Частоти коливань круглої пластинки, Гц

$n$	1	2	3	4	5	6
$\Omega_{0n}$	12.6427	49.2191	110.272	195.763	305.688	440.049
$\omega_{0n}$	2.5321	14.9146	41.1188	83.4590	143.562	222.689

В таблиці через  $\Omega_{0n}$  позначені частоти вільних коливань пластинки без врахування приєднаних мас рідини, а як  $\omega_{0n}$  - позначені відповідні частоти з урахуванням приєднаних мас,  $n$  – номер форми коливань. Зазначимо, що форми коливань пластики, що занурена в рідину, практично збігаються з формами вільних коливань «сухої» пластинки. Про це свідчать дані таблиці 3, де наведені коефіцієнти  $C_{0n}$  для  $n = \overline{1,6}$ , що визначені в формулі (26) та фігурують в розкладенні форм коливань пластинки в рідині за формами вільних коливань пластинки, що не контактує з рідиною.

Табл. 3.

Коефіцієнти при формах вільних коливань пластинки в рідині

$n$	$C_{01}$	$C_{02}$	$C_{03}$	$C_{04}$	$C_{05}$	$C_{06}$
1	1.00000	-0.01441	0.00195	-0.00047	0.00015	-0.00006
2	0.10786	1.00000	-0.03011	0.00699	-0.00233	0.00095
3	0.04063	0.10062	1.00000	-0.03805	0.01131	-0.00455
4	0.01809	-0.04987	0.09010	1.00000	-0.04183	0.01424
5	-0.01153	0.02636	-0.04915	0.08114	1.00000	-0.04329
6	0.00588	-0.01851	0.02708	-0.04553	0.07169	1.00000

З результатів, наведених в таблиці 2, з'ясуємо, що врахування наявності рідкого середовища приводить до суттєвого зменшення частот вільних коливань. Зі зростанням номера частоти цей вплив поступово зменшується.

### Висновки

Отримано аксіально-симетричне формулювання методу гіперсингулярних інтегральних рівнянь. Знайдені числові розв'язки одновимірного гіперсингулярного рівняння з правими частинами у вигляді комбінацій функцій Бесселя. Розроблено алгоритм побудови матриці приєднаних мас, що дало змогу знайти частоти власних коливань пластинки з урахуванням приєднаних мас.

Список використаної літератури

1. Ibrahim R. A. Liquid sloshing dynamics: theory and applications. Cambridge University Press, 2005. <https://www.researchgate.net/publication/259815818> .
2. Gavriilyuk I., M. Hermann Lukovsky I., Solodun O., Timokha, A. Natural Sloshing frequencies in Truncated Conical Tanks. *Engineering Computations*. 2008. Vol. 25, Iss: 6, pp. 518-540. <https://www.researchgate.net/publication/245338809> .
3. Gnitko V., Naumenko V., Rozova L., Strelnikova E. Multi-domain boundary element method for liquid sloshing analysis of tanks with baffles. *Journal of Basic and Applied Research International*. 2016. 17(1), pp. 75-87. <https://www.researchgate.net/publication/301655238>.
4. Strelnikova E., Gnitko V., Krutchenko D., Naumemko Y. Free and forced vibrations of liquid storage tanks with baffles *J. Modern Technology & Engineering*. 2018. Vol. 3, No.1, pp. 15-52. <http://jomardpublishing.com/UploadFiles/Files/journals/JTME/V3No1/StrelnikovaE.pdf>
5. Medvedovskaya T., Strelnikova E., Medvedyeva K. Free Hydroelastic Vibrations of Hydroturbine Head Covers. *Intern. J. Eng. and Advanced Research Technology (IJEART)*. 2015. Vol. 1, Iss: 1, pp. 45-50. DOI: 10.13140/RG.2.1.3527.4961. [https://www.researchgate.net/publication/282868308\\_Free\\_Hydroelastic\\_Vibrations\\_of\\_Hydroturbine\\_Head](https://www.researchgate.net/publication/282868308_Free_Hydroelastic_Vibrations_of_Hydroturbine_Head).
6. Місюра С. Ю., Сметанкіна Н. В., Місюра Є. Ю. Раціональне моделювання кришки гідротурбіни для аналізу міцності. *Вісн. Нац. техн. ун-ту «ХПІ»*. Сер. Динаміка і міцність машин. 2019. № 1. С. 34-39. <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/44370>.
7. Ганчин Е. В., Ржевская И. Е., Стрельникова Е. А. Исследование динамических характеристик лопастей рабочих колес поворотно-лопастных гидротурбин при взаимодействии с жидкостью. *Вісник Харківського національного університету*. 2009. № 847. С. 79-86. <http://mia.univer.kharkov.ua/11/30078.pdf>.
8. Дегтярев К. Г., Стрельникова Е. А., Шелудько Г. А. Компьютерное моделирование лопастей ветроустановок с оптимальными параметрами. *Вісн. Харківського нац. ун-ту імені В.Н. Каразіна. Серія: Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління*. 2012. № 19. С. 81-86 <http://mia.univer.kharkov.ua/19/30251.pdf>.
9. Makeev V. I., Strelnikova E. A., Trofimenko P. E., Bondar A. V. On Choice of Design Parameters for an Aircraft. *Int. Appl. Mech.* 2013. 49, No. 5, pp.588-596. DOI: [10.1007/s10778-013-0592-8](https://doi.org/10.1007/s10778-013-0592-8).
10. Serikova E., Strelnikova E., Yakovlev V. Mathematical model of dangerous changing the groundwater level in Ukrainian industrial cities. *Journal of Environment Protection and Sustainable Development*. 2015. Vol. 1, pp.86-90. <https://www.researchgate.net/publication/281784323>.
11. Sierikova E., Strelnikova E., Pisia L. Pozdnyakova E. Flood risk management of Urban Territories *Eco. Env. & Cons.* 2020. 26 (3), pp.1068-1077. <http://91.234.43.156/bitstream/123456789>.
12. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 392 с. <https://studizba.com/files/show/djvu/1936-1-segerlind-l--primenenie-metoda.html>.
13. Brebbia C. A, Telles J. C. F., Wrobel L. C. Boundary element techniques: theory and applications in engineering. Springer-Verlag: Berlin and New York, 1984. <https://studizba.com/files/show/djvu/1932-1-brebbiya-k-telles-zh-vroubel-l--metody.html>.
14. Шелудько Г. А., Шупіков О. М., Сметанкіна Н. В., Угрімов С. В. Прикладний адаптивний пошук. Харків: Око, 2001. 191 с.

- [http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis\\_nbuv/cgiirbis](http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis).
15. Шелудько, Г. А., Стрельникова Е. А., Кантор Б. Я. Гибридные методы в задачах оптимального проектирования. 1. Поискные методы. Харьков : Новое слово, 2008. 188 с. <http://irbis-nbuv.gov.ua>.
  16. Timoshenko S., Woinowsky-Krieger S. Theory of plates and shells. New York: McGraw-Hill, 1959. 594 с. [https://www.cap-recifal.com/ccs\\_files/articles](https://www.cap-recifal.com/ccs_files/articles).
  17. Gnitko V., Degtyariv K., Karaiev A., Strelnikova E. Multi-domain boundary element method for axisymmetric problems in potential theory and linear isotropic elasticity. *WIT Transactions on Engineering Sciences*. 2019. Vol. 122, pp. 13-25. DOI: 10.2495/BE410021. <https://www.witpress.com/elibrary/wit-transactions-on-engineering-sciences/122/37070>.
  18. Гюнтер Н. М. Теория потенциала и ее применение к основным задачам математической физики. М.: Гостехтеориздат, 1953. 416 с. [http://publ.lib.ru/ARCHIVES/G/GYUNTER\\_](http://publ.lib.ru/ARCHIVES/G/GYUNTER_).
  19. Стрельникова Е. А. Гиперсингулярные интегральные уравнения в двумерных краевых задачах для уравнения Лапласа и уравнений Ламе. *Доп. НАН України*. 2001. №3. С. 27-31. <https://www.dopovidi-nanu.org.ua/uk/archive>.
  20. Гандель Ю.В. Введение в методы вычисления сингулярных и гиперсингулярных интегралов. Харьков: Изд. Харьк. национального ун-та им. В.Н. Каразина, 2000. 92с. <http://ekhnuir.univer.kharkov.ua/handle/123456789/247>.
  21. Адамар Ж. Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа. М: Наука, 1978. 352 с. <https://www.twirpx.com/file/1394980/>.
  22. Кантор Б. Я., Стрельникова Е. А. Гиперсингулярные интегральные уравнения в задачах механики сплошной среды. Харьков: Новое слово, 2005. 252 с. <http://mia.univer.kharkov.ua/11/30090.pdf>.
  23. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963. 1100 с. <http://www.vixri.com/d/Gradshtejn,%20Ryzhikov%20Tablicy%20Integralov.pdf>.
  24. Karaiev A., Strelnikova E. Singular integrals in axisymmetric problems of elastostatics. *International Journal of Modeling, Simulation, and Scientific Computing*. 2020. Vol. 11, № 1, 2050003. DOI: [10.1142/S1793962320500038](https://doi.org/10.1142/S1793962320500038).
  25. Кит Г. С., Хай М. В. Метод потенциалов в трехмерных задачах термоупругости для тел с трещинами. Киев: Наук. думка, 1989. 288 с. <https://www.e-varamu.ee/item/HMM7WKKBPAMHRIRDJ7BUXPYNW4X3S625>.

### References

1. Ibrahim, R. A. (2005). Liquid sloshing dynamics: theory and applications. *Cambridge University Press*. URL: <https://www.researchgate.net/publication/259815818>.
2. Gavriilyuk, I., Hermann M., Lukovsky I., Solodun O., & Timokha, A. (2008). Natural Sloshing frequencies in Truncated Conical Tanks. *Engineering Computations*. Vol. 25, No. 6, 518-540. URL: <https://www.researchgate.net/publication/245338809>.
3. Gnitko, V., Naumenko, V., Rozova, L. & Strelnikova, E. (2016). Multi-domain boundary element method for liquid sloshing analysis of tanks with baffles. *Journal of Basic and Applied Research International*. 17(1), 75-87, <https://www.researchgate.net/publication/301655238>.
4. Strelnikova, E., Gnitko, V., Krutchenko, D., & Naumemko, Y. (2018). Free and forced vibrations of liquid storage tanks with baffles. *J. Modern Technology & Engineering*. Vol. 3, No. 1, 15-52. <http://jomardpublishing.com/UploadFiles/Files/journals/JTME/V3No1/StrelnikovaE.pdf>.
5. Medvedovskaya, T., Strelnikova E., & Medvedyeva, K. (2015). Free Hydroelastic

- Vibrations of Hydroturbine Head. *Intern. J. Eng. and Advanced Research Technology (IJEART)*. Vol. 1, No 1, 45-50. DOI 10.13140/RG.2.1.3527.4961. URL: <https://www.researchgate.net/publication/282868308> Free Hydroelastic Vibrations of Hydroturbine Head.
6. Misiura, C. Yu., Smetankina, N. V., & Misiura, Ye. Yu. (2019). Ratsionalne modeliuвання kryshky hidroturbiny dlia analizu mitsnosti. *Visn. Nats. tekhn. in-tu «KhPI»*. Ser. *Dynamika i mitsnist mashyn*. **1**, 34-39. URL: <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/44370>.
  7. Ganchin, E. V., Rzhetskaya, I. E., & Strelnikova, E. A. (2009). Issledovanie dinamicheskikh kharakteristik lopastej rabochikh koles povorotno-lopastnykh gidroturbin pri vzaimodejstvii s zhidkost'yu. *Bulletin of Kharkiv National University*. No. 847, pp.79-86. URL: <http://mia.univer.kharkov.ua/11/30078.pdf>.
  8. Degtyarev, K. G., Strelnikova, E. A., & Shelud'ko, G. A. (2012). Komp'yuternoe modelirovanie lopastej vetroustanovok s optimal'nymi parametrami. *Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University. Series: Mathematical modeling. Information Technology. Automated control systems*. No. 19, pp.81-86. URL: <http://mia.univer.kharkov.ua/19/30251.pdf>.
  9. Makeev, V. I., Strelnikova, E. A., Trofimenko, P. E., & Bondar, A. V. (2013). On Choice of Design Parameters for an Aircraft. *Int. Appl. Mech.* **49**, No 5, 588-596. DOI: 10.1007/s10778-013-0592-8.
  10. Serikova, E., Strelnikova, E., & Yakovlev, V. (2015). Mathematical model of dangerous changing the groundwater level in Ukrainian industrial cities. *Journal of Environment Protection and Sustainable Development*. Vol. 1, 86-90. <https://www.researchgate.net/publication/281784323>.
  11. Serikova, E., Strelnikova, E., Pisia, L. & Pozdnyakova, E. (2020). Flood risk management of Urban Territories Eco. *Env. & Cons.* **26** (3), 1068-1077. <http://91.234.43.156/bitstream/123456789>.
  12. Segerlind, L. (1979). *Primenenie metoda konechnykh ehlementov*. M.: Mir. URL: <https://studizba.com/files/show/djvu/1936-1-segerlind-l--primenenie-metoda.html>.
  13. Brebbia, C. A., Telles, J. C. F., & Wrobel, L. C. (1984). *Boundary element techniques: theory and applications in engineering*. Springer-Verlag: Berlin and New York. URL: <https://studizba.com/files/show/djvu/1932-1-brebbiya-k-telles-zh-vroubel-l--metody.html>
  14. Shelud'ko, H. A., Shupikov, O. M., Smetankina, N. V., & Uhrimov, S. V. (2001). *Prykladnyi adaptyvnyi poshuk*. Kharkiv: Oko. [http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis\\_nbuv/cgiirbis](http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis).
  15. Shelud'ko, G. A., Strelnikova, E. A., & Kantor, B. Ya. (2008). *Gibridnye metody v zadachakh optimal'nogo proektirovaniya. 1. Poiskovyie metody*. Khar'kov: Novoe slovo. <http://irbis-nbuv.gov.ua>.
  16. Timoshenko, S., & Woinowsky-Krieger, S. (1959). *Theory of plates and shells*. New York: McGraw-Hill. URL: [https://www.cap-recifal.com/ccs\\_files/articles/cuveaqua1 denisio/Timoshenko - Theory of plates and shells.pdf](https://www.cap-recifal.com/ccs_files/articles/cuveaqua1 denisio/Timoshenko - Theory of plates and shells.pdf).
  17. Strelnikova, E., Gnitko, V., Krutchenko, D., & Naumemko, Y. (2018). Free and forced vibrations of liquid storage tanks with baffles *J. Modern Technology & Engineering*. Vol. 3, No.1, 15-52. URL: <http://jomardpublishing.com/UploadFiles/Files/journals/JTME/V3No1/StrelnikovaE.pdf>.
  18. Gyunter, N. M. (1953). *Teoriya potentsiala i ee primenenie k osnovnym zadacham matematicheskoy fiziki*. M.: Gostekhizdat. <http://publ.lib.ru/ARCHIVES/G/GYUNTER>.
  19. Strelnikova E. A. (2001). *Gipersingulyarnye integral'nye uravneniya v dvumernykh*

- kraevykh zadachakh dlya uravneniya Laplasya i uravnenij Lame. *Dop. NAN Ukraini*. No. 3, 27-31. URL: <https://www.dopovidi-nanu.org.ua/uk/archive>.
20. Gandel', Yu. V. (2010). Vvedenie v metody vychisleniya singulyarnykh i gipersingulyarnykh integralov. *Bulletin of Kharkiv National University*. **92**. URL: <http://ekhnuir.univer.kharkov.ua/handle/123456789/247>.
  21. Hadamard, J. (1978). The Cauchy problem for linear partial differential equations of hyperbolic type. M: Nauka. URL: <https://www.twirpx.com/file/1394980/>.
  22. Kantor, B. Ya., & Strelnikova, E. A. (2005). Gipersingulyarnye integral'nye uravneniya v zadachakh mekhaniki sploshnoj sredy. Kharkov: Novoe Slovo. URL: <https://www.twirpx.com/file/1394980/>.
  23. Gradshtein, I. S., & Ryzhik, I. M. (1963). Tablicy integralov, summ, ryadov i proizvedenij. M.: Fizmatgiz. URL: <http://mia.univer.kharkov.ua/11/30090.pdf>.
  24. Karaiev, A., & Strelnikova, E. A. (2020). Singular integrals in axisymmetric problems of elastostatics. *International Journal of Modeling, Simulation, and Scientific Computing*. Vol. 11, No. 1, 2050003. DOI: [10.1142/S1793962320500038](https://doi.org/10.1142/S1793962320500038).
  25. Kit, G. S., & Hai, M. V. (1989). Metod potencialov v trekhmernykh zadachakh termouprugosti dlya tel s treshchinami. Kiev: Nauk. Dumka. URL: <https://www.e-varamu.ee/item/HMM7WKKBPAMHRIRDJ7BUXPYNW4X3S625>.

Верушкін Іван Олексійович – магістрант кафедри прикладної математики інституту проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України; e-mail: [ivanveruskin86@gmail.com](mailto:ivanveruskin86@gmail.com).

Стрельнікова Олена Олександрівна – д.т.н., професор, провідний науковий співробітник; Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України; e-mail: [elena15@gmx.com](mailto:elena15@gmx.com). ORCID: 0000-0003-0707-7214.

УДК 514.13

К.В. ВАЛЬКО

Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
В.І. КУЗЬМИЧ, Л.В. КУЗЬМИЧ, О.Г. САВЧЕНКО  
Херсонський державний університет

## МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМНОГО РОЗМІЩЕННЯ ТОЧОК МЕТРИЧНОГО ПРОСТОРУ

*Робота присвячена побудові математичної моделі зображення геометричних образів у метричних просторах за допомогою основних понять метричної геометрії. Головною особливістю цієї геометрії є можливість використання лише однієї характеристики, що встановлюється між точками метричного простору, – відстані між ними. Це накладає на дослідження з метричної геометрії значні обмеження та збільшує складність аналітичних співвідношень між її основними геометричними образами – прямолінійним розміщенням точок, плоским розміщенням точок, кутом і його числовою характеристикою. Образи класичних геометричних фігур евклідової геометрії – трикутник, тетраедр і таке інше можуть мати достатньо незвичні форми та властивості у метричній геометрії. Значною перевагою цієї геометрії є достатньо високий рівень загальності, який дозволяє з однієї точки зору розглядати як класичну геометрію Евкліда, так і неевклідові геометрії. Швидкий розвиток метричної геометрії у наш час зумовлений численними її застосуваннями у різних галузях науки та інженерії. Складність аналітичних перетворень частково компенсується можливістю застосування до них сучасних засобів обчислювальної техніки та комп'ютерної візуалізації геометричних образів.*

*Однією із перепон до використання комп'ютерної візуалізації є необхідність використання формул перерахунку відстаней між точками метричного простору у декартові координати цих точок. Сучасні програмні засоби для зображення геометричних образів використовують, в основному, задані координати точок, що утруднює геометричну інтерпретацію цих образів та їх перетворення. У роботі пропонуються формули переходу від значень відстані між точками метричного простору до їх декартових координат у випадку геометричного образу тетраедра. Цей образ відіграє значну роль у встановленні фактів прямолінійного та плоского розміщення точок простору і дає можливість візуалізації впливу метрики простору на його геометричні властивості.*

*Програмне забезпечення результатів роботи використовує як стандартні обчислювальні засоби та засоби візуалізації (електронні таблиці Excel, динамічне геометричне середовище GeoGebra 3D), так і окремі комп'ютерні застосунки для обчислення об'єму тетраедра за довжинами його ребер.*

*Ключові слова: метричний простір, відстань між точками, прямолінійне розміщення точок, кутова характеристика, плоске розміщення точок, тетраедр.*

Е.В. ВАЛЬКО

Київський національний університет імені Тараса Шевченка  
В.І. КУЗЬМИЧ, Л.В. КУЗЬМИЧ, А.Г. САВЧЕНКО  
Херсонський державний університет

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ ТОЧЕК МЕТРИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА

*Работа посвящена построению математической модели изображения геометрических образов в метрических пространствах с помощью основных понятий метрической геометрии. Главной особенностью этой геометрии является возможность использования только одной характеристики, которая устанавливается между точками метрического пространства, – расстояния между ними. Это накладывает на исследования по метрической геометрии значительные ограничения и увеличивает сложность аналитических соотношений между ее основными геометрическими образами – прямолинейного расположения точек, плоского размещения точек, угла и его числовой характеристики. Образы классических геометрических фигур евклидовой геометрии – треугольник, тетраэдр и т.д. могут иметь достаточно необычные формы и свойства в метрической геометрии. Значительным преимуществом этой геометрии является высокий уровень общности, который позволяет с одной точки зрения рассматривать как классическую геометрию Евклида, так и неевклидовы геометрии. Быстрое развитие метрической геометрии в наше время обусловлено многочисленными ее приложениями в различных областях науки и инженерии. Сложность аналитических преобразований*



частично компенсується можливістю застосування до них сучасних засобів обчислювальної техніки та комп'ютерної візуалізації геометричних образів.

Однією з перешкод до використання комп'ютерної візуалізації є необхідність використовувати формули пересчёта відстаней між точками метричного простору в декартові координати цих точок. Сучасні програмні засоби зображення геометричних образів використовують, в основному, задані координати точок, що ускладнює геометричну інтерпретацію цих образів та їх перетворення. У роботі пропонуються формули переходу від значень відстаней між точками метричного простору до їх декартових координат у випадку геометричного образу тетраедра. Цей образ грає важливу роль у встановленні фактів прямолинійного та плоского розміщення точок простору, і дає можливість візуалізації впливу метрики простору на його геометричні властивості.

Програмне забезпечення результатів роботи використовує як стандартні обчислювальні засоби та засоби візуалізації (електронні таблиці Excel, динамічне геометричне середовище GeoGebra 3D), так і окремі комп'ютерні застосунки для обчислення об'єму тетраедра по довжинам його ребер.

Ключові слова: метричний простір, відстань між точками, прямолинійне розміщення точок, укладання точок, тетраедр.

K.V. VALKO

Taras Shevchenko National University of Kyiv

V.I. KUZ'MICH, L.V. KUZ'MICH, O.G. SAVCHENKO

Kherson State University

## MODELING THE MUTUAL LOCATION OF POINTS OF THE METRIC SPACE

*The work is devoted to the construction of a mathematical model of the image of geometric images in metric spaces using the basic concepts of metric geometry. The main feature of this geometry is the ability to use only one characteristic that is established between the points of the metric space - the distance between them. This imposes significant limitations on the study of metric geometry, and increases the complexity of analytical relationships between its basic geometric images - rectilinear placement of points, flat placement of points, angle and its numerical characteristics. Images of classical geometric figures of Euclidean geometry - a triangle, tetrahedron and so on, can have quite unusual shapes and properties in metric geometry. A significant advantage of this geometry is a significant level of generality, which allows from one point of view to consider both classical Euclidean geometry and non-Euclidean geometries. The significant development of metric geometry in our time is due to its numerous applications in various fields of science and engineering. The complexity of analytical transformations is partially offset by the possibility of applying modern computer technology and computer visualization of geometric images.*

*One of the obstacles to the use of computer visualization is the need to use formulas for calculating the distances between points of a metric space in the Cartesian coordinates of these points. Modern software for displaying geometric images uses mainly the specified coordinates of points. This makes it difficult to geometrically interpret these images and transform them. The paper proposes formulas for the transition from the values of the distance between the points of the metric space to their Cartesian coordinates in the case of a geometric image of a tetrahedron. This image plays a significant role in establishing the facts of rectilinear and flat placement of points in space and makes it possible to visualize the influence the metric of space on its geometric properties.*

*The results software uses both standard computing and visualization tools (Excel spreadsheets, GeoGebra 3D dynamic geometric environment) and individual computer applications to calculate the volume of a tetrahedron by the lengths of its edges.*

*Keywords: metric space, distance between points, rectilinear placement of points, angular characteristic, flat placement of points, tetrahedron.*

### Постановка проблеми

Тема роботи зумовлена необхідністю розробки програмних засобів для візуалізації геометричних образів у метричних просторах. Такі образи використовуються для вивчення геометричних властивостей та структуризації метричних просторів, а також для вивчення впливу метрики простору на його геометрію. Як правило, у метричному просторі будуються аналоги відповідних

геометричних об'єктів класичної геометрії Евкліда, однак їх властивості, форма можуть значно відрізнятись від звичних. Для того, щоб провести певну “геометризацію” метричного простору, необхідно коректно означити у ньому основні геометричні поняття, такі як точка, відстань між точками, прямолінійне розміщення точок, плоске розміщення точок, кут і його числова характеристика і таке інше. При цьому слід зберігати основні співвідношення класичної геометрії, з тим, щоб вони розглядалися як частинні випадки такої геометризації. Одним із таких засобів “геометризації” метричного простору є метрична геометрія. Її суть полягає у використанні поняття відстані між двома точками, яке означається за допомогою відповідних аксіом.

Сучасні засоби комп'ютерної візуалізації базуються на використанні методу координат та векторної графіки при побудові геометричних образів. Однак, не завжди є змога отримати відразу необхідні числові значення координат і оперувати з ними. Інколи, перш ніж отримати значення необхідних координат, потрібна попередня аналітична обробка числових значень. Така ситуація виникає і при спробі візуалізації окремих образів метричної геометрії. Зокрема, достатньо проста, на перший погляд, задача зображення тетраедра, заданого довжинами своїх ребер, у деякому комп'ютерному графічному середовищі нашоухується на значні труднощі, пов'язані з визначенням самої можливості побудови такого тетраедра, а також з визначенням координат його вершин. У даній роботі будуть наведені формули переходу від довжин ребер тетраедра до координат його вершин, а також приклад впливу метрики простору на геометричні властивості взаємного розміщення точок цього простору.

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій**

Основи метричної геометрії були закладені англійським математиком Артуром Келі (1821-1895) та австрійсько-американським математиком Карлом Менгером (1903-1985). Із сучасним її станом можна ознайомитись, наприклад, за монографією Марселя Берже [1]. Поняття прямолінійного розміщення точок розглядалось В.Ф. Каганом [2] і вивчалось, зокрема, у [3, 4]. Плоске розміщення точок метричного простору розглядалось у роботах [5, 6, 7]. Окремі аналітичні співвідношення геометричного змісту у метричних просторах вивчались у роботі [8]. Поняття кута, утвореного трьома точками метричного простору розглядалось у роботах [9, 10]. У роботі [11] були отримані аналоги формули Юнгіуса для обчислення об'єму тетраедра, на основі яких у роботі [12] було представлено програмний засіб для виконання цих обчислень. Цей засіб, зокрема, частково вирішує питання існування тетраедра із заданими довжинами його ребер.

### **Мета дослідження**

Метою цієї роботи є представлення математичної моделі візуалізації взаємного розміщення точок метричного простору за допомогою динамічного геометричного середовища GeoGebra 3D, на прикладі візуалізації взаємного розміщення чотирьох точок простору (візуалізація тетраедра і плоского розміщення точок).

### **Викладення основного матеріалу дослідження**

Поняття метричного простору є базовим у математиці. У його основі лежить поняття відстані між двома точками простору. Поняття відстані означається за допомогою трьох аксіом: відстань невід'ємна, вона комутативна і, крім того, повинна виконуватись нерівність трикутника – відстань між двома точками простору не більша ніж сума відстаней від цих точок до третьої точки простору. Поряд з метричними просторами також активно досліджуються їх спеціальні класи та модифікації, що мають застосування у різних галузях сучасної науки. У цьому плані особливої уваги

заслужують розмиті метричні простори, зокрема, стаціонарні розмиті метричні простори та пов'язані з ними функторіальні конструкції [13, 14]. Так, в роботі [15] розглянуто утворений за допомогою певної ультраметризації функтор ймовірнісних мір, який утворює монаду на категорії розмитих ультраметричних просторів та нерозтягуючих відображень.

У роботі ми розглянемо, у якості прикладу, два метричних простори, які часто використовуються у застосуваннях. Перший з них - це простір неперервних на відрізьку  $[a, b]$  функцій. Його позначають  $C_{[a,b]}$ , а за відстань між двома його точками  $f(x)$  і  $g(x)$  беруть число:  $\rho(f, g) = \max_{x \in [a,b]} |f(x) - g(x)|$ . Крім цього, розглянемо простір неперервних на відрізьку  $[a, b]$  функцій, у якому за відстань між двома точками  $f(x)$  і  $g(x)$  простору беруть число:  $\rho(f, g) = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ . Цей простір позначають через  $C_L$ . Правило  $\rho$ , за яким встановлюють відстань  $\rho(x, y)$  між точками  $x$  і  $y$  метричного простору  $X$ , називають метрикою цього простору, а сам простір позначають через  $(X, \rho)$ .

У метричному просторі розглядають геометричні образи відповідних геометричних об'єктів класичної геометрії Евкліда. Наприклад, якщо для трьох різних точок  $x, y$  і  $z$  метричного простору  $(X, \rho)$  виконується рівність:

$$\rho(x, y) = \rho(x, z) + \rho(z, y), \tag{1}$$

то кажуть, що ці точки прямолінійно розміщені у просторі  $(X, \rho)$ , а якщо будь-які три різні точки деякої множини точок простору розміщені прямолінійно, то таку множину природно назвати прямолінійно розміщеною у цьому просторі [2, с. 527; 4, с. 32; 5, с. 60; 6, с. 436].

Кутом, що утворений трьома різними точками  $x, y, z$  метричного простору  $(X, \rho)$ , будемо називати упорядковану трійку цих точок:  $(x, y, z)$ . При цьому, точку  $y$  будемо називати вершиною кута, пари точок  $(x, y)$  і  $(y, z)$  – його сторонами, а позначати сам кут будемо звичним чином:  $\angle(x, y, z)$ . Числову характеристику  $\varphi(x, y, z)$  кута  $\angle(x, y, z)$  у метричному просторі можна означити за допомогою аналога формули косинусів [6, с. 436; 9, с. 28-29; 10, с. 11]:

$$\varphi(x, y, z) = \frac{\rho^2(x, y) + \rho^2(y, z) - \rho^2(x, z)}{2\rho(x, y)\rho(y, z)}. \tag{2}$$

Такий запис можна дещо спростити, увівши позначення:

$$\rho(x_i, x_j) = \rho_{ij}, \quad \varphi(x_i, x_j, x_k) = \frac{\rho_{ij}^2 + \rho_{jk}^2 - \rho_{ik}^2}{2\rho_{ij}\rho_{jk}} = \varphi_{ijk} \quad (i, j, k = 1, 2, 3, \dots).$$

Кутова характеристика у вигляді (2) зручна для означення плоского розміщення точок метричного простору. А саме: чотири різні точки  $x_1, x_2, x_3, x_4$  метричного простору  $(X, \rho)$  будемо називати плоско розміщеними у цьому просторі, якщо виконується рівність:

$$1 + 2\varphi_{213}\varphi_{214}\varphi_{314} - \varphi_{213}^2 - \varphi_{214}^2 - \varphi_{314}^2 = 0. \tag{3}$$

Рівність (3), фактично, означає рівність нулю об'єму тетраедра, вершинами якого є точки  $x_1, x_2, x_3, x_4$  [5, с. 62-63; 6, с. 440; 11, с. 61-62]. Якщо будь-які чотири різні точки деякої множини точок метричного простору плоско розміщені, то таку множину точок природно назвати плоско розміщеною у цьому просторі [5, с. 63; 6, с. 440; 7, с. 43].

Слід зазначити, що коли чотири точки метричного простору задані, то питання візуалізації їх взаємного розміщення наштовхується на питання можливості побудови тетраедра із заданими довжинами його ребер. Ця задача схожа із задачею про побудову трикутника за заданими довжинами його сторін, однак, для тетраедра вона значно складніша, оскільки усіх можливих варіантів побудови тетраедра (його орієнтації) набагато більше:  $6! = 720$ . Якщо є однаковий набір шести довжин ребер тетраедра, то при різній його орієнтації тетраедр може існувати (його об'єм буде додатним), може не існувати (об'єм буде від'ємним), або може бути виродженим (об'єм буде дорівнювати нулю) [12]. В останньому випадку, як сказано вище, вершини тетраедра будуть плоско розміщеними у просторі. Числові розрахунки об'єму тетраедра, при різних варіантах його орієнтації, можна провести за допомогою спеціального калькулятора [11, с. 63; 12].

При моделюванні геометричних образів, утворених точками метричного простору, слід мати на увазі, що ці образи можуть мати властивості, які притаманні неевклідовій геометрії. Наприклад, прямолінійне розміщення чотирьох точок метричного простору, на відміну від геометрії Евкліда, не завжди забезпечує їх плоске розміщення [6, с. 439-441].

Наведемо приклад моделювання взаємного розміщення чотирьох різних точок простору  $C_{[a,b]}$  за допомогою динамічного геометричного середовища GeoGebra 3D. Для цього встановимо певну орієнтацію тетраедра, вершинами якого є ці точки. Позначимо через  $A(x_A, y_A, z_A)$ ,  $B(x_B, y_B, z_B)$ ,  $C(x_C, y_C, z_C)$ ,  $S(x_S, y_S, z_S)$  вершини тетраедра. Довжини ребер тетраедра позначимо:  $AB = a_1$ ,  $AS = a_2$ ,  $AC = a_3$ ,  $BS = a_4$ ,  $BC = a_5$ ,  $CS = a_6$ . Вершину  $A$  помістимо у центр системи тривимірних декартових прямокутних координат (простір  $R^3$ ), а вершину  $B$  – на додатну піввісь абсцис (рис. 1).

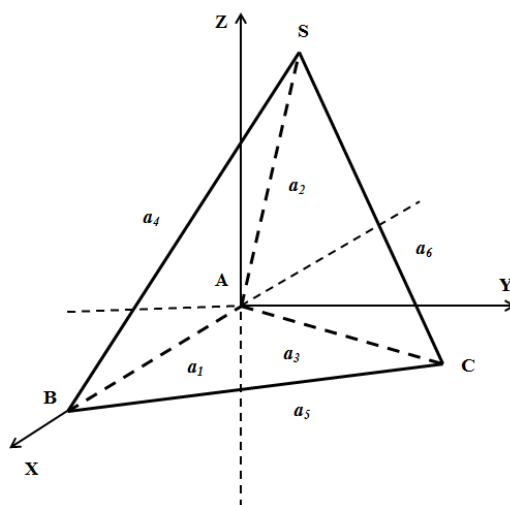


Рис. 1. Орієнтація тетраедра у просторі  $R^3$

При розрахунку координат вершин тетраедра ординату точки  $C$  і аплікату точки  $S$  завжди будемо вибирати невід'ємними. Формули координат вершин тетраедра, при такій його орієнтації, будуть:

$$x_A = 0; y_A = 0; z_A = 0.$$

$$x_B = a_1; y_B = 0; z_B = 0.$$

$$x_C = \frac{1}{2a_1} (a_1^2 + a_3^2 - a_5^2); y_C = \frac{1}{2a_1} \sqrt{2(a_1^2 a_3^2 + a_1^2 a_5^2 + a_3^2 a_5^2) - a_1^4 - a_3^4 - a_5^4}; z_C = 0.$$

$$x_S = \frac{1}{2a_1} (a_1^2 + a_2^2 - a_4^2);$$

$$y_s = \frac{2a_1^2 a_2^2 + 2a_1^2 a_3^2 - 2a_1^2 a_6^2 - (a_1^2 + a_2^2 - a_4^2)(a_1^2 + a_3^2 - a_5^2)}{2a_1 \sqrt{2(a_1^2 a_3^2 + a_1^2 a_5^2 + a_3^2 a_5^2) - a_1^4 - a_3^4 - a_5^4}};$$

$$z_s = \sqrt{\frac{a_1^2 a_6^2 (a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2 - a_1^2 - a_6^2) + a_2^2 a_5^2 (a_1^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_6^2 - a_2^2 - a_5^2) + a_3^2 a_4^2 (a_1^2 + a_2^2 + a_5^2 + a_6^2 - a_3^2 - a_4^2) - a_2^2 a_3^2 a_6^2 - a_1^2 a_3^2 a_5^2 - a_1^2 a_2^2 a_4^2 - a_4^2 a_5^2 a_6^2}{(a_1 + a_3 + a_5)(a_3 + a_5 - a_1)(a_1 + a_5 - a_3)(a_1 + a_3 - a_5)}}.$$

**Приклад 1.** Розглянемо у просторі  $C_{[0,1]}$  чотири функції (точки простору):  $y_1 = 0$ ,  $y_2 = 1$ ,  $y_3 = x$ ,  $y_4 = 1 - x$ . У двовимірному прямокутному евклідовому просторі (простір  $R^2$ ) графіки цих функцій мають вигляд (рис. 2):

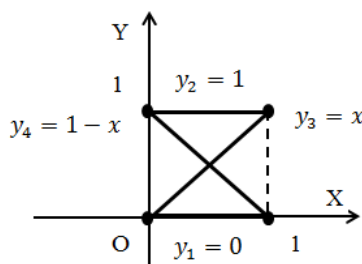


Рис. 2. Графіки функцій  $y_1, y_2, y_3, y_4$  у просторі  $R^2$

За метрикою простору  $C_{[0,1]}$  відстані між точками  $y_1, y_2, y_3, y_4$  будуть:

$$\rho_{12} = \rho_{13} = \rho_{14} = \rho_{23} = \rho_{24} = \rho_{34} = 1.$$

У просторі  $R^3$  тетраедр з такими довжинами ребер є правильним. У цьому можна перекопати візуально, увівши вказані довжини у спеціально створений у динамічному геометричному середовищі GeoGebra 3D калькулятор, розрахунки якого базуються на використанні наведених вище формул координат вершин тетраедра. У тому, що отримана візуалізація є саме тетраедром, можна впевнитись, повернувши зображення на певний кут таким чином, щоб спостерігач знаходився у площині основи тетраедра (рис. 3).

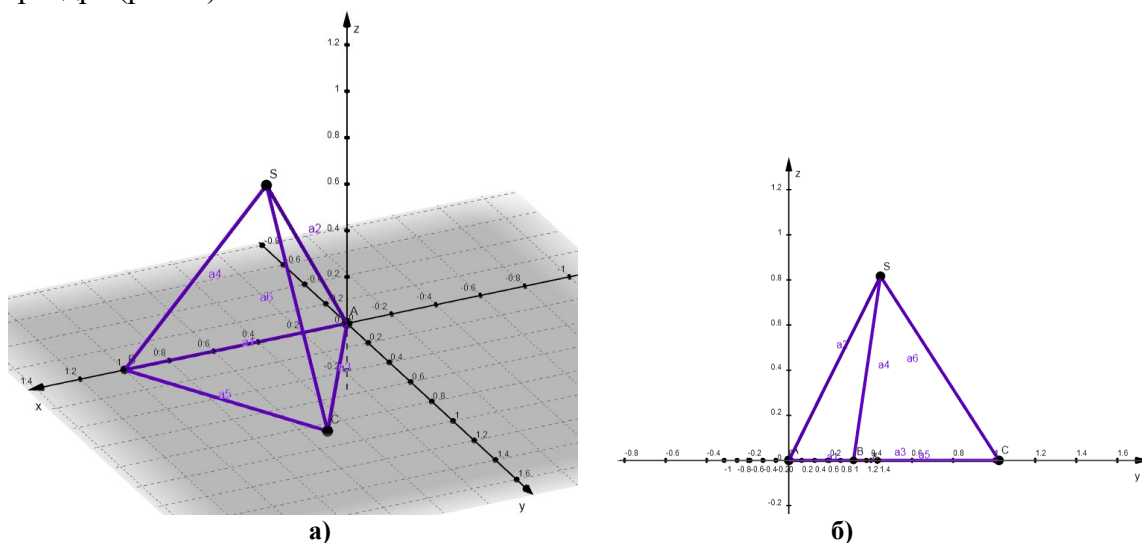


Рис. 3. Візуалізація взаємного розміщення точок  $y_1, y_2, y_3, y_4$  простору  $C_{[0,1]}$  у просторі  $R^3$ : а) вид з точки над площиною основи ( $z > 0$ ), б) вид з точки площини основи ( $z = 0$ )

Тепер покажемо, що зміна метрики простору впливає на його геометрію. Для цього обчислимо відстані між точками  $y_1, y_2, y_3, y_4$  за метрикою простору  $C_L$ . Ці відстані будуть:

$$\rho_{12} = 1; \rho_{13} = \rho_{14} = \rho_{23} = \rho_{24} = \rho_{34} = 0,5.$$

У геометрії Евкліда при таких значеннях відстаней точки  $y_1, y_2, y_3$  повинні бути прямолінійно розміщені, оскільки для них виконується рівність (1):

$$\rho_{12} = \rho_{13} + \rho_{23} = 0,5 + 0,5 = 1,$$

і, при цьому, точка  $y_3$  повинна лежати посередині між точками  $y_1$  і  $y_2$ . Аналогічно, точки  $y_1, y_2, y_4$  теж повинні бути прямолінійно розміщені, а точка  $y_4$  теж повинна лежати посередині між точками  $y_1$  і  $y_2$ . Таким чином, у геометрії Евкліда точки  $y_3$  і  $y_4$  повинні співпадати, однак, відстань між ними за метрикою простору  $C_L$  відмінна від нуля:  $\rho_{34} = 0,5$ . На рисунку 4 можна побачити візуалізацію цього факту у просторі  $R^3$ :

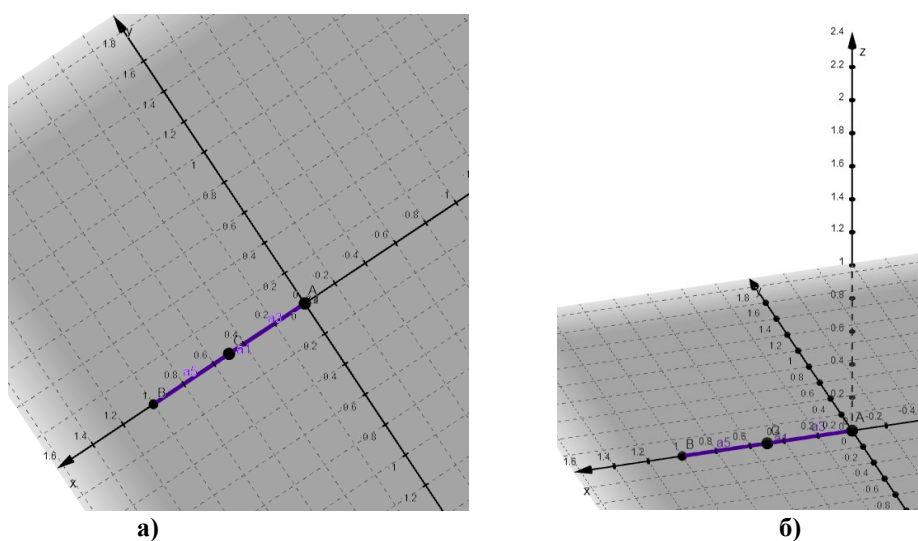


Рис. 4. Візуалізація прямолінійного розміщення точок  $y_1, y_2, y_3$  простору  $C_L$ : а) вид з точки  $(0,0,z_0)$  осі координат, б) вид з точки над площиною основи ( $z > 0$ )

**Приклад 2.** Якщо відстані між точками  $x_1, x_2, x_3, x_4$  деякого метричного простору задовольняють рівність (3), то ці точки плоско розміщені у даному просторі (вироджений тетраедр). Це може бути, наприклад, коли виконуються рівності:

$$\rho_{12} = 5; \rho_{13} = 3; \rho_{14} = 4; \rho_{23} = 4; \rho_{24} = 3; \rho_{34} = 5.$$

Дійсно, знайшовши за формулою (2) відповідні кутові характеристики, будемо мати:

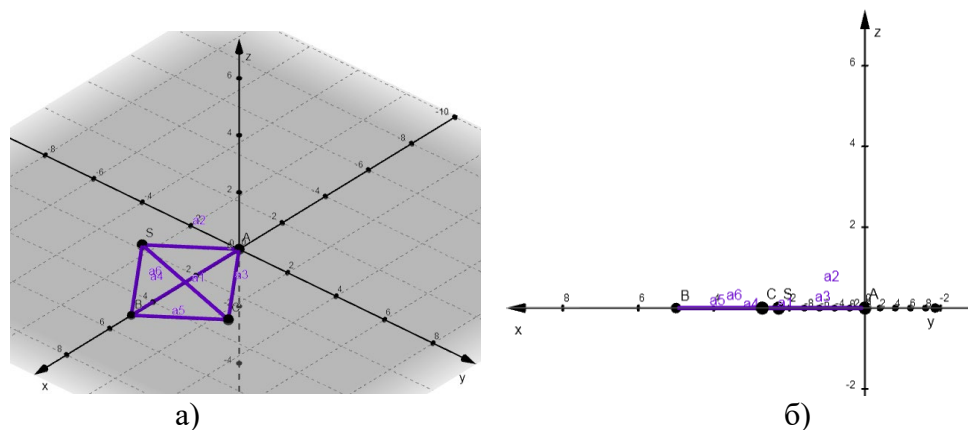
$$\begin{aligned} \varphi_{213} &= \frac{\rho_{12}^2 + \rho_{13}^2 - \rho_{23}^2}{2\rho_{12}\rho_{13}} = \frac{5^2 + 3^2 - 4^2}{2 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{3}{5}; \\ \varphi_{214} &= \frac{\rho_{12}^2 + \rho_{14}^2 - \rho_{24}^2}{2\rho_{12}\rho_{14}} = \frac{5^2 + 4^2 - 3^2}{2 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{4}{5}; \\ \varphi_{314} &= \frac{\rho_{13}^2 + \rho_{14}^2 - \rho_{34}^2}{2\rho_{13}\rho_{14}} = \frac{3^2 + 4^2 - 5^2}{2 \cdot 3 \cdot 4} = 0. \end{aligned}$$

Підставивши знайдені значення кутових характеристик у ліву частину рівності (3), будемо мати:

$$1 + 2\varphi_{213}\varphi_{214}\varphi_{314} - \varphi_{213}^2 - \varphi_{214}^2 - \varphi_{314}^2 = 1 + 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{5} \cdot 0 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 - 0^2 = 0.$$

Оскільки рівність (3) виконується, то точки  $x_1, x_2, x_3, x_4$  плоско розміщені у метричному просторі.

На Рисунку 5 представлена візуалізація у просторі  $R^3$  плоского розміщення точок  $x_1, x_2, x_3, x_4$  метричного простору. На рисунку а) зображено вигляд взаємного розміщення точок з точки над площиною основи виродженого тетраедра, а на рисунку б) зображено це ж розміщення, але з точки площини основи, що досягається поворотом системи координат. Обидва зображення цілком відображають плоске розміщення точок  $x_1, x_2, x_3, x_4$  метричного простору.



**Рис. 5. Візуалізація плоского розміщення точок  $x_1, x_2, x_3, x_4$  метричного простору у просторі  $R^3$ : а) вид з точки над площиною основи ( $z > 0$ ), б) вид з точки площини основи виродженого тетраедра ( $z = 0$ )**

Оскільки візуалізація геометричних образів відображає взаємне положення точок з певною похибкою, то на цей випадок у калькуляторі передбачене відображення розрахованих числових значень координат вершин тетраедра, квадрату його об'єму, а також значення для перевірки можливості існування кожного з чотирьох трикутників, вершинами яких є вершини тетраедра, за довжинами їх сторін (різниця між сумою довжин двох сторін трикутника та довжиною третьої його сторони).

У випадку, коли значення квадрату об'єму тетраедра набуває значення нуль, тетраедр є виродженим, і його вершини плоско розміщені у відповідному метричному просторі, і апліката точки  $S$ , при цьому, теж дорівнює нулю.

Якщо квадрат об'єму тетраедра набуває від'ємних значень, то при відповідному виборі довжин ребер такий тетраедр не існує (його неможливо побудувати). У цьому випадку апліката точки  $S$  не вираховується і сама точка на зображення не виноситься.

Якщо хоча б одна з різниць між сумою довжин двох сторін трикутника та довжиною третьої його сторони буде від'ємною, то апліката точки  $S$  не вираховується і сама точка на зображення не виноситься, при цьому не вираховується також об'єм тетраедра.

### Висновки

Застосування сучасних засобів динамічної візуалізації геометричних образів дає можливість проводити геометричну структурування множин точок у різних метричних просторах. Зокрема, з'являється можливість більш глибокого вивчення властивостей функцій та їх взаємозв'язків. Геометричну структурування метричних просторів можна звести до звичних геометричних образів класичної геометрії Евкліда, з можливістю візуалізації елементів неевклідових геометрій.

Подальші дослідження у цьому напрямі слід спрямувати на побудову більш складних геометричних образів, які є композицією образів тетраедра.

### Список використаної літератури

1. Берже М. Геометрия. Том 1. М.: Мир, 1984. 559 с.
2. Каган В.Ф. Очерки по геометрии. М.: Издательство Московского университета, 1963. 571 с.
3. Довгошей А. А., Дордовский Д. В. Отношение “лежать между” и изометрические вложения метрических пространств. *Український математичний журнал*. 2009. № 10(61). С. 1319-1328.
4. Кузьмич В., Кузьмич Л. Побудова прямолінійно розміщених множин при вивченні метричних просторів. *Науковий вісник Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки. Серія: Педагогічні науки*. 2018. № 9(382). С. 30-36.
5. Кузьмич В. І. Плоско розміщені множини точок у метричному просторі. *Вісник Львівського університету. Серія: механіко-математична*. 2017. Вип. 83. С. 58–71.
6. Kuz'mich V. I. Geometric Properties of Metric Spaces. *Ukrainian Mathematical Journal*, 2019, volume 71, No. 3, p. 435-454. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11253-019-01656-1>.
7. Кузьмич В. І. Побудова плоских образів у довільному метричному просторі. *Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки*. 2017. № 11. С. 40–46.
8. Kuz'mych, V. I., Savchenko A. G. Geometric relations in an arbitrary metric space. *Matematychni Studii*. 2019. № 1(52). С. 86-95. DOI: [10.30970/ms.52.1.76-85](https://doi.org/10.30970/ms.52.1.76-85).
9. Кузьмич В. І. Поняття кута при вивченні властивостей метричного простору. *Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки*. 2016. № 13. С. 26-32.
10. Кузьмич В. І. Кутова характеристика у метричному просторі. *Algebraic and geometric methods of analysis: International scientific conference : book of abstracts*. 2017. С. 11–12. [електронний ресурс] код доступу URL: [https://www.imath.kiev.ua/~topology/conf/agma2017/agma2017\\_abstracts.pdf](https://www.imath.kiev.ua/~topology/conf/agma2017/agma2017_abstracts.pdf).
11. Кузьмич В.І., Кузьмич Ю.В. Аналоги формули Юнтіуса об'єму тетраедра. *Вісник Черкаського університету. Серія: Педагогічні науки*. 2012. № 36(249). С. 55-64.
12. Kuz'mich V. I., Kuz'mich Y. V. Software tool for calculating the volume of the tetrahedron on the lengths of its edges. *Інформаційні технології в освіті: Збірник наукових праць*. Херсон: Видавництво Херсонського державного університету. 2012. Вип. 12. С. 67-72.
13. Savchenko O. A remark on stationary fuzzy metric spaces. *Carpathian Mathematical Publications*. 2011. **3** (1). 124–129. URL: <http://journals.pu.if.ua/index.php/cmp/article/view/85>.
14. Savchenko A. Fuzzy hyperspace monad. *Mat. Stud.* 2010. **33**(2). 192–198. URL: [http://matstud.org.ua/texts/2010/33\\_2/192-198.pdf](http://matstud.org.ua/texts/2010/33_2/192-198.pdf).
15. Savchenko A., Zarichnyi M. Probability measure monad on the category of fuzzy ultrametric spaces. *Azerbaijan Journal of Mathematics*. 2011. **1**(1). 114–121. URL: <https://www.azjm.org/volumes/0101/0101-6.pdf>.

### References

1. Berzhe, M. (1984). *Geometriya*. Tom 1. M.: Mir.
2. Kagan, V. F. (1963). *Ocherki po geometrii*. M.: Izdatel'stvo Moskovskogo universiteta.
3. Dovhoshei, A. A., & Dordovskiy, D. V. (2019). Otnoshenye lezhat mezhd u y zometrycheskye vlozheniya metrycheskykh prostranstv. *Ukrainskyi matematychnyi zhurnal*. **10**(61), 1319-1328.
4. Kuz'mych, V., & Kuz'mych, L. (2018). Pobudova pryamoliniyno rozmishchenykh mnozhyn pry vyvchenni metrychnykh prostovoriv. *Naukovyy visnyk Skhidnoyevropeys'koho natsional'noho universytetu imeni Lesi Ukrayinky. Seriya: Pedahohichni nauky*. **9**(382), 30-36.



5. Kuz'mych, V. I. (2017). Plosko rozmishcheni mnozhyny tochok u metrychnomu prostori. *Visnyk L'vivs'koho universytetu. Seriya: mekhaniko-matematychna*. Vyp. 83, 58–71.
6. Kuz'mich, V. I. (2019). Geometric Properties of Metric Spaces. *Ukrainian Mathematical Journal*, **71**(3), 435-454. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11253-019-01656-1>.
7. Kuz'mych, V. I. (2017). Pobudova ploskykh obraziv u dovil'nomu metrychnomu prostori. *Visnyk Cherkas'koho universytetu. Seriya: Pedahohichni nauky*. **11**, 40–46.
8. Kuz'mych, V. I., & Savchenko, A. G. (2019). Geometric relations in an arbitrary metric space. *Matematychni Studii*. **1**(52), 86-95. DOI: <https://doi.org/10.30970/ms.52.1.76-85>.
9. Kuz'mych, V. I. (2016). Poniattia kuta pry vyvchenni vlastyvostei metrychnoho prostoru. *Visnyk Cherkaskoho universytetu. Seriya: Pedahohichni nauky*. **13**, 26-32.
10. Kuz'mych, V. I. (2017). Kutova kharakterystyka u metrychnomu prostori. *Algebraic and geometric methods of analysis: International scientific conference : book of abstracts*, pp. 11-12. [elektronnyy resurs] kod dostupu  
URL: [https://www.imath.kiev.ua/~topology/conf/agma2017/agma2017\\_abstracts.pdf](https://www.imath.kiev.ua/~topology/conf/agma2017/agma2017_abstracts.pdf)
11. Kuz'mych, V. I., & Kuz'mych, Yu. V. (2012). Analohy formuly Yunhiosa ob'yemu tetraedra. *Visnyk Cherkas'koho universytetu. Seriya: Pedahohichni nauky*. **36**(249), 55-64.
12. Kuz'mich, V. I., & Kuz'mich, Yu. V. (2012). Software tool for calculating the volume of the tetrahedron on the lengths of its edges. *Informatsiyi tekhnolohiyi v osviti: Zbirnyk naukovykh prats'*. Kherson: Vydavnytstvo Khersons'koho derzhavnoho universytetu. **12**, 67-72.
13. Savchenko, O. (2011). A remark on stationary fuzzy metric spaces. *Carpathian Mathematical Publications*. **3** (1), 124–129.  
URL: <http://journals.pu.if.ua/index.php/cmp/article/view/85>.
14. Savchenko, A. (2010). Fuzzy hyperspace monad. *Mat. Stud.* **33**(2), 192–198.  
URL: [http://matstud.org.ua/texts/2010/33\\_2/192-198.pdf](http://matstud.org.ua/texts/2010/33_2/192-198.pdf).
15. Savchenko, A., & Zarichnyi, M. (2011). Probability measure monad on the category of fuzzy ultrametric spaces. *Azerbaijan Journal of Mathematics*. **1**(1), 114–121.  
URL: <https://www.azjm.org/volumes/0101/0101-6.pdf>.

Валько Катерина Віталіївна – студентка бакалавріату спеціальності “Комп’ютерні науки”, факультету інформаційних технологій Київського національного університету імені Тараса Шевченка,  
e-mail: [katerynavalko@gmail.com](mailto:katerynavalko@gmail.com), ORCID: 0000-0002-9746-018X.

Кузьмич Валерій Іванович – к.ф.-м.н., доцент, професор кафедри алгебри, геометрії та математичного аналізу Херсонського державного університету,  
e-mail: [vikuzmichksu@gmail.com](mailto:vikuzmichksu@gmail.com), ORCID: 0000-0002-8150-3456.

Кузьмич Людмила Василівна – к.пед.н., доцент, доцент кафедри алгебри, геометрії та математичного аналізу Херсонського державного університету,  
e-mail: [lvkuzmichksu@gmail.com](mailto:lvkuzmichksu@gmail.com), ORCID: 0000-0002-6727-9064.

Савченко Олександр Григорович – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри алгебри, геометрії та математичного аналізу Херсонського державного університету,  
e-mail: [savchenko.o.g@ukr.net](mailto:savchenko.o.g@ukr.net), ORCID: 0000-0003-4687-5542.

UDC 517.5

I.G. VELICHKO  
Prague  
E.V. STEGANTSEV  
Zaporozhe National University

## THE CHROMATIC NUMBER OF THE FUNCTION

*The construction of the mathematical objects of the group structure on the set which is under the study and the use of the properties of this structure is one of the effective methods of the study. The concept of homomorphism is one of the basic concepts of group theory. This concept is very useful under the study of the properties of the groups. Homomorphism is the mapping from one group to another which preserves the group operation. An analogue of the concept of homomorphism in the case when an arbitrary everywhere defined mapping  $f : X^n \rightarrow X$  is given instead of the group operation has been constructed by the authors. The case when  $n = 2$  and  $X \subset R$  have been studied in details in the article. The concept of the chromatic number of this mapping and the examples of its calculation have been given. The examples of the chromatic numbers of the certain groups have been given with the necessary explanations. The concept of the chromatic number of the real numerical function has been introduced. It has been shown that this concept is closely linked to the concept of V.L. Rvachev  $R$  - function. It has been shown, using the known results, that the functions with the infinite chromatic numbers exist. The examples of the chromatic numbers for the certain functions have been given with the necessary explanations. The main result of this article is the proof of the fact that the linear function of two real variables  $f(x, y) = \alpha x + \beta y + \gamma$ ,  $\alpha\beta \neq 0$  has no finite chromatic number. The similar result has been proved for the function  $g(x, y) = x^2 - y^2$  of two real variables. Thus, the set  $R$  can not be colored into the finite number of the colors in such a way that the color of the value of the function  $\alpha x + \beta y + \gamma$ , where  $\alpha\beta \neq 0$  is uniquely determined by the colors of its arguments. The same fact is true for the function  $x^2 - y^2$  and  $ax_1x_2\dots x_n + b$ , where  $n > 1$ ,  $ab \neq 0$ . The obtained result can be formulated in terms of  $R$  - function as follows:*

*the functions  $f(x, y)$  and  $g(x, y)$  (as well as the function  $ax_1x_2\dots x_n + b$  under  $n > 1$ ,  $ab \neq 0$ ) can not be  $R$  - function at any choice of the accompanying functions of multiple-valued logic.*

*Thus, the concepts of the chromatic class of the function and the chromatic number of the function have been introduced in the given article. The relation between the obtained concepts and group theory has been found. It has been demonstrated that the concept of the chromatic number of the function on the certain set is closely linked to the concept of V.L. Rvachev  $R$  - function. It has been pointed out that the fact that the chromatic numbers and the chromatic classes coincide for the isomorphic groups can be used under proving of the nonisomorphy of the groups.*

*Keywords: chromatic number of the function,  $R$  - function, homomorphism.*

И.Г. ВЕЛИЧКО  
Прага  
Е.В. СТЕГАНЦЕВ  
Запорожский национальный университет

## ХРОМАТИЧЕСКОЕ ЧИСЛО ФУНКЦИИ

*Построение на исследуемом множестве математических объектов групповой структуры и использование ее свойств является одним из эффективных методов исследования. Одним из центральных понятий теории групп является понятие гомоморфизма, которое оказывается очень полезным при изучении свойств групп. Гомоморфизм – это отображение из одной группы в другую, которое сохраняет групповую операцию. В данной статье авторами построен аналог понятия гомоморфизма на случай, когда вместо групповой операции задается произвольное, всюду определенное отображение  $f : X^n \rightarrow X$ . В статье подробно рассматривается случай, когда  $n = 2$  и  $X \subset R$ . Дается определение хроматического числа этого отображения и приводятся примеры его вычисления. Приведены примеры хроматических чисел некоторых групп с необходимыми пояснениями. Введено*

понятіе хроматического числа вещественной числовой функции и показано, что это понятие тесно связано с понятием  $R$ -функции В.Л. Рвачева. Опираясь на известные ранее результаты, показано, что существуют числовые функции с бесконечными хроматическими числами. В качестве примеров приведены хроматические числа некоторых функций, даны пояснения полученных результатов. Основным результатом этой статьи является доказательство того факта, что линейная функция двух действительных переменных  $f(x, y) = \alpha x + \beta y + \gamma$ ,  $\alpha\beta \neq 0$  не имеет конечного хроматического числа. Аналогичный результат доказан для функции  $g(x, y) = x^2 - y^2$  двух действительных переменных. Таким образом, множество  $R$  нельзя раскрасить в конечное число цветов так, чтобы цвет значения функции  $\alpha x + \beta y + \gamma$ , где  $\alpha\beta \neq 0$  однозначно определялся цветом ее аргументов. То же касается функций  $x^2 - y^2$  и  $ax_1x_2\dots x_n + b$ , где  $n > 1, ab \neq 0$ . В терминах  $R$ -функций полученный результат можно сформулировать следующим образом:

функции  $f(x, y)$  и  $g(x, y)$  (как и функция  $ax_1x_2\dots x_n + b$  при  $n > 1, ab \neq 0$ ) не могут быть  $R$ -функциями ни при каком выборе сопровождающих функций многозначной логики.

Таким образом, в данной статье введены понятия хроматического класса и хроматического числа функции. Найдена связь между полученными понятиями и теорией групп. Продемонстрировано, что понятие хроматического числа функции на некотором множестве тесно связано с понятием  $R$ -функции В.Л. Рвачева. Отмечено, что для доказательства неизоморфности групп можно использовать тот факт, что для изоморфных групп хроматические числа и хроматические классы, к которым они относятся, совпадают.

Ключевые слова: хроматическое число функции,  $R$ -функция, гомоморфизм.

І.Г. ВЕЛИЧКО

Прага

Є.В. СТЕГАНЦЕВ

Запорізький національний університет

## ХРОМАТИЧНЕ ЧИСЛО ФУНКЦІЇ

Побудова на досліджуваній множині математичних об'єктів групової структури і використання її властивостей є одним з ефективних методів дослідження. Одним з центральних понять теорії груп є поняття гомоморфізму, яке виявляється дуже корисним при вивченні властивостей груп. Гомоморфізм - це відображення з однієї групи в іншу, яке зберігає групову операцію. У даній статті авторами побудований аналог поняття гомоморфізму на випадок, коли замість групової операції задається довільне, усюди визначене відображення  $f : X^n \rightarrow X$ . У статті докладно розглядається випадок, коли  $n = 2$  і  $X \subset R$ . Дається визначення хроматичного числа цього відображення і наводяться приклади його обчислення. Наведені приклади хроматичних чисел деяких груп з необхідними поясненнями. Введено поняття хроматичного числа дійсної числової функції і показано, що це поняття тісно пов'язане з поняттям  $R$ -функції В.Л. Рвачева. Спираючись на відомі раніше результати, показано, що існують числові функції з нескінченними хроматичними числами. Для прикладу наведено хроматичні числа деяких функцій, дані пояснення отриманих результатів. Основним результатом цієї статті є доведення того факту, що лінійна функція двох дійсних змінних  $f(x, y) = \alpha x + \beta y + \gamma$ ,  $\alpha\beta \neq 0$  не має скінченного хроматичного числа. Аналогічний результат доведений для функції  $g(x, y) = x^2 - y^2$  двох дійсних змінних. Таким чином, множину  $R$  неможна розфарбувати в скінченне число кольорів так, щоб колір значення функції  $\alpha x + \beta y + \gamma$ , де  $\alpha\beta \neq 0$  однозначно визначався кольором її аргументів. Те ж стосується функцій  $x^2 - y^2$  і  $ax_1x_2\dots x_n + b$ , де  $n > 1, ab \neq 0$ . У термінах  $R$ -функцій отриманий результат можна сформулювати наступним чином:

функції  $f(x, y)$  і  $g(x, y)$  (як і функція  $ax_1x_2\dots x_n + b$  при  $n > 1, ab \neq 0$ ) не можуть бути  $R$ -функціями ні при якому виборі супроводжуючих функцій багатозначної логіки. Таким чином, в даній статті введено поняття хроматичного класу і хроматичного числа функції. Знайдено зв'язок між отриманими поняттями і теорією груп. Продемонстровано, що поняття хроматичного числа функції на деякій множині тісно пов'язане з поняттям  $R$ -функції В.Л. Рвачева. Відзначено, що для доведення

неізоморфності груп можна використовувати той факт, що для ізоморфних груп хроматичні числа і хроматичні класи, до яких вони належать, збігаються.

Ключові слова: хроматичне число функції,  $R$  - функція, гомоморфізм.

### The formulation of the problem

The concept of homomorphism, which is very useful for the studying of the properties of the groups [2], is one of the basic concepts of group theory. The homomorphism is the group operation which preserves the mapping from one group into the other group. An analogue of the concept of the homomorphism in the case when the arbitrary completely defined mapping  $f: X^n \rightarrow X$  is given instead of the group operation has been proposed by the authors. The case  $n=2$  and  $X \subset R$  has been studied thoroughly. The definition of the chromatic number [1] of this mapping and the examples of its evaluation have been given.

### The analysis of the recent research and publications

The concept of V.L. Rvachev  $R$  - function has been described in [3, 4]. The fact that the function  $f(x, y) = xy - 1$  can not be  $R$  - function has been proved in the article [5].

### The aim of the study

The aim of this article is to prove that the linear function of two real variables  $f(x, y) = \alpha x + \beta y + \gamma$ ,  $\alpha\beta \neq 0$  and the function  $g(x, y) = x^2 - y^2$  of two real variables have no finite chromatic number.

### The presentation of the main material

Let  $G$  - be some group. If there exists such finite group  $T$ , which contains  $k > 1$  elements, and  $f: G \rightarrow T$  - surjective homomorphism, then let us say that the group  $G$  belongs to the chromatic  $k$  - class. The minimal nontrivial group, for which it is possible to construct such homomorphism, is of grate interest. Let us call the minimal number of the chromatic class, to which the given group belongs, the chromatic number of the group  $G$ . This name comes from the fact that the elements of the group  $G$  are considered to be painted in several colors in such a way that complete inverse image of each element consists of the elements which are alike in color. The homomorphism is given  $f: G \rightarrow T$ .

In other words, the group belongs to the chromatic  $k$  - class if it has the normal divisor of index  $k$ , and the chromatic number of the group is the minimal index of the nontrivial normal subgroup. Let us consider the **examples**.

1. The chromatic number of the group  $S_n$  is equal to 2, because it contains the normal divisor  $A_n$  of the index 2. Indeed, if one paints all even substitutions in one color, and the odd substitutions in the other color, then the color of the product of the substitutions can be determined uniquely.

2. The chromatic number of the cyclic group of order  $p^\alpha$  is equal to  $p$ , where  $p$  is the prime number.

3. Group  $(Z, +)$  can be mapped onto the group  $(Z_n, +)$  for all  $n \in N$  naturally, that is this group belongs to the chromatic  $n$  - class for all  $n \in N \setminus \{1\}$ , and its chromatic number is equal to 2.

It is obviously that, the chromatic numbers of the isomorphic groups and the chromatic classes, to which they belong, are the same. One can use this fact to prove the nonisomorphy of the groups.

Let us turn to the generalization of the concepts of the chromatic class and the chromatic number of the group in the case of the arbitrary set. Let the mapping from the

Cartesian power of the set into this set is given. In this article we restrict ourselves to the case of the mapping with two arguments and  $X \subset R$ .

Let us consider the arbitrary function  $f(x, y)$  over the Cartesian square of some number set  $X$ . The range of the function belongs to the set  $X$ . The value of the function  $f(x, y)$  is considered to be an analog of the result of the group operation on the elements  $x, y$ . It stands to reason that it is not necessary to require the associativity of the operation  $x * y = f(x, y)$ , the existence of the neutral and inverse elements [2].

If such coloring of the set  $X$  in the finite number of the colors  $k \geq 2$ , that the color of the value of the function  $f(x, y)$  is determined uniquely by the colors of the values of the arguments  $x$  and  $y$  exists, then we say that this function belongs to the chromatic  $k$  - class. The minimal number of the chromatic class, to which this function belongs, we call the chromatic number of the function  $f(x, y)$  on the set  $X$  and designate  $H(f(x, y), X)$ . If the function does not have the finite chromatic number, then we say that it is equal to infinity.

Obviously, if the range of the function  $f(x, y)$  is inconsistent with  $X$ , and it is the proper subset of  $X$ , then  $H(f(x, y), X) = 2$ . In order to prove this fact we paint the numbers, which belong to the range of the function  $f(x, y)$ , in one color, and the numbers, which do not belong to the range of this function, in the other color. For example  $H(a^2x^2 + b^2y^2 + c, R) = 2$ ,  $H(\lfloor f(x, y) \rfloor + c, R) = 2$ . In these examples  $a, b, c \in R$ ,  $f(x, y)$  is arbitrary function on the number plane.

If the set  $X$  is the finite one, and if we paint each element in the separate color, then we obtain  $H(f(x, y), X) \leq |X|$ .

The concept of the chromatic number of the function on some set is closely linked to the concept of V.L. Rvachev  $R$  - function [3, 4]. The fact that the function  $f(x, y) = xy - 1$  can not be  $R$  - function, which was proved in the article [5] before, can be reformulated in the following way: there exist the numerical functions with the infinite chromatic numbers. Among the other things,  $H(xy - 1, R) = \infty$ .

Let us give the trivial **examples**. We consider the sets  $R$  or  $Z$  as the set  $X$ .

1. The function  $f_1(x, y) = x + y$ , on the set  $Z \times Z$ , belongs to all chromatic classes. In order to demonstrate it, we locate the natural number  $k \geq 2$  and paint in the same color the numbers, which have equal remainders in division by  $k$ . This makes it possible to determine the color of the sum of any couple of integers uniquely. Obviously, the function  $f_1(x, y) = x + y$  on the set  $Z$  has the chromatic number 2, viz  $H(x + y, Z) = 2$ . The coloring of the even numbers in one color and the odd numbers in the other color serves as a model of the required coloring in two colors. This result has been formulated above, in the example 3, using the group viewpoint.

2. The chromatic number of the function  $f_2(x, y) = xy$  on the set  $Z$  is also equal to 2. The coloring of the even numbers in one color and the odd numbers in the other color serves as a model of the required coloring in two colors.

3. The chromatic number of the function  $f_2(x, y) = xy$  on the set  $R$  is also equal to 2. In order to demonstrate it, let us paint zero in one color, and the rest of the real numbers in the other color. Note that the function  $f_2(x, y) = xy$  on the set  $R$  can be also associated with the chromatic class 3. For this purpose it is necessary to paint odd numbers, even numbers and zero in different colors.

The proof of the fact that the chromatic number of the arbitrary linear function and the chromatic number of the function  $f(x, y) = x^2 - y^2$ , on the  $R \times R$  are equal to infinity is the main result of this article.

**Theorem 1.** If  $\alpha\beta \neq 0$ , then  $H(\alpha x + \beta y + \gamma, R) = \infty$ .

**Proof.** Let us suppose that  $H(\alpha x + \beta y + \gamma, R) = k$ . Then there exists such coloring of the set  $R$  in  $k$  colors, that one can determine the color of the expression  $\alpha x + \beta y + \gamma$  uniquely, if the colors of the arguments are known. Such coloring of the set  $R$  determines the equivalence relation on it. Each equivalence class consists of the numbers of the same color. By hypothesis the following relation takes place

$$x_1 \sim x_2 \wedge y_1 \sim y_2 \Rightarrow (\alpha x_1 + \beta y_1 + \gamma) \sim (\alpha x_2 + \beta y_2 + \gamma). \quad (1)$$

**Lemma 1.1.** The following implication takes place:

$$x \sim y \Rightarrow \alpha x + t \sim \alpha y + t \quad \forall t \in R. \quad (2)$$

**Proof.** Let us designate such number that  $\beta s + \gamma = t$  by  $s$ . It always exists, because  $\beta \neq 0$ . Then, by reason of (1), we obtain the following

$$x \sim y \wedge s \sim s \Rightarrow (\alpha x + \beta s + \gamma) \sim (\alpha y + \beta s + \gamma) \Leftrightarrow \alpha x + t \sim \alpha y + t.$$

**Lemma 1.2.** If even one equivalence class, which does not contain 0, involves only one element, then all equivalence classes, which do not contain 0, are one-element classes.

**Proof.** Let the element  $a \neq 0$  be unique in its class. It means, that  $z \sim a \Leftrightarrow z = a$ . Let us consider the arbitrary element  $x \in R, x \neq 0$ . We accept the existence of  $y \neq x$  and  $y \sim x$ . Let  $t = a - \alpha x$ . By applying lemma 1.1, we obtain

$$x \sim y \Rightarrow \alpha x + a - \alpha x = a \sim \alpha y + a - \alpha x = a + \alpha(y - x),$$

viz  $x \sim y \Rightarrow a \sim a + \alpha(y - x)$ . The last equivalence is possible if only  $a = a + \alpha(y - x)$ . We obtain  $y = x$ , taking into the consideration, that  $\alpha \neq 0$ . It means, that the class, which contains  $x$ , is one-element class, which was to be proved.

Let us consider the one-element class, which contains 0. It follows from the lemma 1.2 that, the number of classes is equal to the number of the real numbers, viz it is infinite. This variant is impossible, because the required number of the colors should be finite. Hence, there exists  $z \neq 0, z \sim 0$ .

**Lemma 1.3.** If  $z \sim 0$ , then  $n\alpha z \sim 0 \quad \forall n \in Z$ .

**Proof.** Let us use the method of mathematical induction.

For  $n = 0$  the proposition clearly holds. Let us suppose that it is also true for  $n \in Z$ , that is  $n\alpha z \sim 0 \sim z$ . We take  $t = n\alpha z$  in the forward induction and apply (2). Then

$$z \sim 0 \Rightarrow \alpha z + n\alpha z = (n+1)\alpha z \sim n\alpha z \sim 0 \Rightarrow (n+1)\alpha z \sim 0.$$

We take  $t = (n-1)\alpha z$  in the backward induction. Using the implication (2), we obtain

$$0 \sim z \Rightarrow (n-1)\alpha z \sim \alpha z + (n-1)\alpha z = n\alpha z \sim 0 \Rightarrow (n-1)\alpha z \sim 0.$$

**Lemma 1.4.** If  $x \sim y$ , then  $\alpha(x - y) \sim \alpha(y - x) \sim 0$ .

**Proof.** Let us apply lemma 1.1 for  $t = -\alpha y$ . We obtain

$$x \sim y \Rightarrow \alpha x - \alpha y = \alpha(x - y) \sim \alpha y - \alpha y = 0.$$

One can prove the second part of the statement by a similar way.

Let us prove the theorem 1. Put  $H(\alpha x + \beta y + \gamma, R) = k$ . Let us consider the element  $z$  such that  $z \neq 0$ . Let us denote  $y = \frac{1}{\alpha^2} \frac{z}{k!}$ . The system  $\{0, y, 2y, 3y, \dots, ky\}$  contains  $k+1$  elements, which are painted in  $k$  colors. According to Dirichlet principle, at least two elements from this system are painted in the same color. Let it be the elements  $py$  and  $(p+m)y$ , besides  $0 < m < k$ . According to lemma 1.4

$$\alpha((p+m)y - py) = m\alpha y \sim 0.$$

Since  $0 < m < k$ , then  $n = \frac{k!}{m}$  is integer. According to lemma 1.3 the number

$\alpha n(m\alpha y) = \frac{k!}{m} m\alpha^2 y = \frac{k!}{\alpha^2} \frac{\alpha^2 z}{k!} = z$  is equivalent to 0, but this is in contrast with the selection of the element  $z$ . **The theorem is proved.**

**Remark.** The conclusion of the theorem 1 remains true if one considers the set  $Q$  ( $\alpha, \beta, \gamma \in Q$ ) instead of the set  $R$ .

**Corollary.** There are no subgroups of the normal index of the groups  $(R, +)$  and  $(Q, +)$ .

**Proof.** Let us confine ourselves to the consideration of the set  $R$ . The proof for the set  $Q$  is similar to the proof for the set  $R$ .

We take  $\alpha = \beta = 1, \gamma = 0$  in the theorem, then  $H(x + y, R) = \infty$ . Let us assume the contrary. The group  $(R, +)$  has the subgroup  $M$  (which is normal subgroup because of the commutativity of the group  $R$ ) such that  $R/M \cong P$ , where  $|P| = k, 1 < k < \infty$ . Let us designate the mapping, which defines the chosen homomorphism, by  $f$ . We paint all the elements in each of the complete inverse images of the elements from  $P$  in the same color. At such coloring two real numbers are alike in color when and only when their images are the same.

Let us consider two sums  $a + b$  and  $\tilde{a} + \tilde{b}$ , the corresponding elements of which are alike in color. Let us prove that these sums are alike in colors. By virtue of the fact that  $f(a + b) = f(a) + f(b) = f(\tilde{a}) + f(\tilde{b}) = f(\tilde{a} + \tilde{b})$ . Hence, the color of the sum is defined uniquely by the colors of the addends. It means that the function  $x + y$  on  $R$  belongs to the chromatic  $k$  - class. It is in contrast with the statement  $H(x + y, R) = \infty$ . **The corollary is proved.**

Let us give an example of the quadratic polynomial, the chromatic number of which is infinite.

**Theorem 2.**  $H(x^2 - y^2, R) = \infty$ .

Put  $H(x^2 - y^2, R) = k$ . The set  $R$  is divided into the finite number of the equivalence classes. Each class consists of the numbers, which are painted in the same color. The following relation takes place

$$x_1 \sim x_2 \wedge y_1 \sim y_2 \Rightarrow (x_1^2 - y_1^2) \sim (x_2^2 - y_2^2). \tag{3}$$

**Lemma 2.1.** If  $x \sim y$ , then  $x^2 - y^2 \sim 0$ .

**Proof.** One can prove the lemma using the formula (3) for the equivalences  $x \sim y \wedge y \sim y$ .

**Lemma 2.2.** If  $x \sim 0$ , then

$$t^2 \sim t^2 - x^2 \quad \forall t \in R \tag{4}$$

and

$$-t^2 \sim x^2 - t^2 \quad \forall t \in R. \tag{5}$$

**Proof.** The relation (4) follows from the equivalences  $t \sim t \wedge 0 \sim x$  and from the formula (3). The relation (5) follows from the equivalences  $0 \sim x \wedge t \sim t$ .

**Lemma 2.3.** If  $z \sim 0$ , then  $mz^2 \sim 0 \quad \forall m \in Z$ .

**Proof.** Let us apply induction on  $m$ . If  $m = 0$  the proposition clearly holds. We obtain  $z^2 \sim 0 \sim -z^2$ , using lemma 2.2 for the relation  $z \sim 0$ , when  $t = 0$ . Let us prove, that the statement is valid for all positive integers  $m$ . For  $m = 1$  the statement is proved. Let it be true for some  $m > 0$ , that is  $mz^2 \sim 0$ . We put  $t^2 = (m+1)z^2$  and we apply formula (4) for the equivalence  $z^2 \sim 0$ . We obtain  $(m+1)z^2 \sim (m+1)z^2 - z^2 = mz^2 \sim 0$ .

Let us prove that the statement is true for all negative integers  $m$ . For  $m = -1$  the statement is proved.

Let it be true for some  $m < 0$ , that is  $mz^2 \sim 0$ .

We put  $t^2 = -(m-1)z^2$  and we apply formula (5) for the equivalence  $z^2 \sim 0$ .

We obtain  $-(-(m-1)z^2) = (m-1)z^2 \sim z^2 - (-(m-1)z^2) = mz^2 \sim 0$ .

Let us return to the proof of the theorem 2. If arbitrary  $s > 0$ , then there exists  $z$ , such that  $z^4 = s$ . Put  $y = \frac{z}{k^2!}$ . There are, at least, two elements among the elements  $my, m = \overline{0, k}$ , which belong to the same class (Dirichlet principle)

$$\exists n, m \in N : 0 \leq m < n \leq k \wedge ny \sim my.$$

According to lemma 2.1 we obtain  $n^2y^2 - m^2y^2 = (n^2 - m^2)y^2 \sim 0$ .

Since  $k \geq n > m \geq 0$ , then  $k^2 \geq n^2 \geq n^2 - m^2$ . Hence  $k^2!$  is divisible by  $(n^2 - m^2)$ , that is why  $r = \frac{(k^2!)^4}{(n^2 - m^2)^2}$  is integer.

It follows from the lemma 2.3 that

$$r(n^2 - m^2)^2 y^4 = \frac{(k^2!)^4}{(n^2 - m^2)^2} (n^2 - m^2)^2 \frac{z^4}{(k^2!)^4} = z^4 = s \sim 0.$$

Since  $s$  is arbitrary number, then all positive numbers are equivalent to zero.

If  $s < 0$ , then there exists  $z > 0$  such that  $s = -z^2$ .

We proved that all positive numbers are equivalent to zero. Applying (3), we obtain  $0 \sim 0 \wedge z \sim 0 \Rightarrow 0^2 - z^2 = s \sim 0^2 - 0^2 = 0$ . It means that all negative numbers are also equivalent to zero. This implies that there exists only one equivalence class. But, according to the definition, there are at least two equivalence classes. The obtained contradiction **proves the theorem**.



The introduced concept of the chromatic number of the function of two variables can be generalized to the functions of any number of the variables and to the case of the arbitrary mappings of the Cartesian power of the set into itself.

### Conclusions

The concepts of the chromatic class and the chromatic number of the function have been introduced in the article. The relation between these concepts and the group theory has been obtained. It has been proved that the linear function of two real variables  $f(x, y) = \alpha x + \beta y + \gamma$ ,  $\alpha\beta \neq 0$  has no finite chromatic number. The similar result has been proved for the function  $g(x, y) = x^2 - y^2$  of the real variables.

This result can be formulated as follows:

- the functions  $f(x, y)$  and  $g(x, y)$  (and the function  $ax_1x_2\dots x_n + b$  where  $n > 1$ ,  $ab \neq 0$ , which was considered in the article [1] before) can not be  $R$ -functions at any selection of the accompanying functions of the polyvalent logic;

- the set  $R$  can not be painted in the finite number of the colors in such a way that the color of the function  $\alpha x + \beta y + \gamma$ , where  $\alpha\beta \neq 0$  could be determined by the colors of its arguments uniquely. It is also true for the functions  $x^2 - y^2$  and  $ax_1x_2\dots x_n + b$ , where  $n > 1$ ,  $ab \neq 0$ .

### Список використаної літератури

1. Донской В.И. Дискретная математика. Симферополь: “Сонат”, 2000. 360 с.
2. Каргополов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. Москва: Наука, 1982. 288 с.
3. Рвачев В.Л. Теория  $R$ -функций и некоторые ее приложения. Киев: Наукова думка, 1982. 552 с.
4. Rvachev V.L., Sheiko T.I.  $R$ -function is boundary value problems in mechanics. *Appl. Mech. Rev.* 1995. №4. P. 151–188.
5. Velichko I.G., Stegantseva P.G. Example of a function of two variables that cannot be an  $R$ -function. *Ukrainian Mathematical Journal*. Vol. 62. № 2. 2010. P. 308-313.

### References

1. Donskoy, V.I. (2000). *Diskretnaya matematika*. Simferopol: “Sonat”.
2. Kargopolov, M.I., & Merzlyakov, Yu.I. (1982). *Osnovyi teorii grupp*. Moskva: Nauka.
3. Rvachev, V.L. (1982). *Teoriya -funktsiy i nekotoryie ee prilozheniya: monografiya*. Kiev: Naukova dumka.
4. Rvachev, V.L., & Sheiko, T.I. (1995).  $R$ -function is boundary value problems in mechanics. *Appl. Mech. Rev.* **4**, 151–188.
5. Velichko, I.G., & Stegantseva, P.G. (2010). Example of a function of two variables that cannot be an  $R$ -function. *Ukrainian Mathematical Journal*. **62**, 2, 308-313.

Величко Игорь Георгиевич – к.ф.-м.н, Прага. E-mail: wig64@mail.ru, ORCID: 0000-0003-1249-774X.

Стеганцев Евгений Викторович – к.ф.-м.н, доцент кафедры общей математики Запорожского национального университета. E-mail: gecka1979@mail.ru.

УДК 004.942

І.М. ГВОЗДЕВА, В.Ф. МИРГОРОД, В.В. БУДАШКО  
Національний університет "Одеська морська академія"

## ДВОВИМІРНЕ СИНГУЛЯРНЕ РОЗКЛАДАННЯ КОМПОНЕНТ ЧАСОВИХ РЯДІВ

*Трендовий аналіз в поточний час сформувався у вигляді самостійного розділу прикладної статистики через специфіку об'єкта дослідження й важливості розв'язуваних завдань. Методи трендового аналізу знаходять широке застосування в економетриці, діагностиці, кліматології, медицині й іншим галузям. У технічних застосуваннях трендовий аналіз є складовою частиною сукупності методів діагностування стану складних комплексів устаткування. Критерії тренда й випадковості дозволяють установити на заданому рівні значимості факт початку й розвитку несприятливих тенденцій при експлуатації складних технічних об'єктів у їхньому життєвому циклі. Виділення й дослідження тренда дозволяє виконати прогноз його розвитку на майбутній період експлуатації для реалізації стратегії експлуатації по технічному стану. Одним з найбільш досконалих методів трендового аналізу є метод розкладання часового ряду на ортогональні компоненти. Алгоритмічною основою такого підходу є факторний аналіз і метод головних компонент. Перевага ортогонального розкладання, у порівнянні з іншими методами трендового аналізу, полягає в можливості виконати прогноз розвитку тренда. Пропоновані на цій основі методи SSA, catarpillar і інші є скалярними й не враховують багатомірність змінних технічного стану складних об'єктів. Тому дослідження, спрямовані на розширення методів трендового аналізу на багатомірні часові ряди, є актуальними й затребувані практикою застосування. Метою роботи є вдосконалення підходу до аналізу багатомірних часових рядів, які утворені параметрами реєстрації технічного стану складних об'єктів діагностування. Основна ідея пропонованого підходу полягає в комплексному об'єднанні часових рядів у двовимірні, формуванні прямокутної комплекснозначної траекторної матриці, і дослідженні розподілів власних значень і власних векторів унітарної кореляційної матриці. Установлено, що якщо перше власне значення унітарної кореляційної матриці багаторазово перевищує інші її власні значення, і, при цьому, підтверджується статистична гіпотеза про рівнокорельованість її рядків, то перший центрований компонент комплексного часового ряду по першому головному компоненту є двовимірним трендом. При цьому така трендова компонента й ковзне середнє цього ряду не мають статистично значимих розходжень. Встановлено, що при попарному об'єднанні багатомірної сукупності часових рядів у комплексні двовимірні, і їх послідовному ортогональному розкладанні, з'являється можливість розділити тренди групи параметрів багатомірного об'єкта на статистично зв'язані й мають загальну причину виникнення.*

*Ключові слова: часові ряди; тренд; методи встановлення тренду; кореляційна матриця; статистичне моделювання; діагностика*

І.М. ГВОЗДЕВА, В.Ф. МИРГОРОД, В.В. БУДАШКО  
Національний університет "Одесская морская академия"

## ДВУМЕРНОЕ СИНГУЛЯРНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ КОМПОНЕНТ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

*Трендовый анализ в настоящее время сформировался в виде самостоятельного раздела прикладной статистики ввиду специфики объекта исследования и важности решаемых задач. Методы трендового анализа находят широкое применение в эконометрике, диагностике, климатологии, медицине и других отраслях. В технических применениях трендовый анализ является составной частью совокупности методов диагностирования состояния сложных комплексов оборудования. Критерии тренда и случайности позволяют установить на заданном уровне значимости факт начала и развития неблагоприятных тенденций при эксплуатации сложных технических объектов в их жизненном цикле. Выделение и исследование тренда позволяет выполнить прогноз его развития на предстоящий период эксплуатации для реализации стратегии эксплуатации по техническому состоянию. Одним из наиболее совершенных методов трендового анализа является метод разложения временного ряда на ортогональные компоненты. Алгоритмической основой такого подхода является факторный анализ и метод главных компонент. Преимущество ортогонального разложения, по сравнению с другими методами трендового анализа,*

заключається в можливості виконати прогноз розвитку тренда. Предлагаємим на цій основі методами SSA, catapiller і інші є скалярними і не враховують багатовимірність змінних технічного стану складних об'єктів. Тому дослідження, спрямовані на розширення методів трендового аналізу на багатовимірні часові ряди, є актуальними і востребованими практикою застосування. Метою роботи є удосконалення підходу до аналізу багатовимірних часових рядів, які утворені параметрами реєстрації технічного стану складних об'єктів діагностування. Головна ідея запропонованого підходу полягає в комплексному об'єднанні часових рядів в двовимірні, формуванні прямокутної комплекснозначної траєкторної матриці, і дослідженні розподілу власних значень і власних векторів унітарної кореляційної матриці. Встановлено, що якщо перше власне значення унітарної кореляційної матриці багаторазово перевищує інші її власні значення, і, при цьому, підтверджується статистична гіпотеза про рівнокорельованість її рядків, то перша центрована складова складової комплексного часового ряду по першій головній складовій є двовимірним трендом. При цьому така трендова складова і ковзаюче середнє цього ряду не мають статистично значимих відмінностей. Встановлено, що при попарному об'єднанні багатовимірної сукупності часових рядів в комплексні двовимірні, і їх послідовним ортогональним розкладом, з'являється можливість розділити тренди груп параметрів багатовимірного об'єкта на статистично пов'язані і мають спільну причину виникнення.

*Ключові слова:* часові ряди; тренд; методи встановлення тренда; кореляційна матриця; статистичне моделювання; діагностика

I.M. HVOZDEVA, V.F. MYRHOROD, V.V. BUDASKO  
National University "Odessa Maritime Academy"

## **TWO-DIMENSIONAL SINGULAR DECOMPOSITION OF TIME SERIES COMPONENTS**

*Trend analysis has now emerged as an independent section of applied statistics due to the specifics of the research object and the importance of the tasks being solved. Trend analysis methods are widely used in econometrics, diagnostics, climatology, medicine, and other industries. In technical applications, trend analysis is an integral part of a set of methods for diagnosing the state of complex equipment complexes. The criteria of trend and randomness make it possible to establish, at a given level of significance, the fact of the onset and development of unfavorable trends during the operation of complex technical objects in their life cycle. Isolation and study of the trend makes it possible to forecast its development for the upcoming period of operation in order to implement the strategy of operation based on the technical condition. One of the most advanced methods of trend analysis is the method of decomposing a time series into orthogonal components. The algorithmic basis of this approach is factor analysis and the method of principal components. The advantage of orthogonal decomposition, in comparison with other methods of trend analysis, is the ability to predict the development of a trend. The methods SSA, catapiller and others proposed on this basis are scalar and do not take into account the multidimensionality of the variables of the technical state of complex objects. Therefore, studies aimed at expanding the methods of trend analysis to multidimensional time series are relevant and in demand in practice. The aim of the work is to improve the approach to the analysis of multidimensional time series, which are formed by the parameters of registration of the technical state of complex objects to be diagnosed. The main idea of the proposed approach is to combine time series into two-dimensional ones, form a rectangular complex-valued trajectory matrix, and study the distributions of eigenvalues and eigenvectors of the unitary correlation matrix. It has been established that if the first eigenvalue of the unitary correlation matrix is many times greater than its other eigenvalues, and, at the same time, the statistical hypothesis of the equal correlation of its rows is confirmed, then the first centered component of the complex time series by the first principal component is a two-dimensional trend. Moreover, this trend component and the moving average of this series do not have statistically significant differences. It was found that when pairwise combining a multidimensional set of time series into complex two-dimensional ones, and their sequential orthogonal decomposition, it becomes possible to divide the trends of a group of parameters of a multidimensional object into statistically related and having a common cause of occurrence.*

*Keywords:* time series; trend; trend setting methods; correlation matrix; statistical modeling; diagnostics.

### Постановка проблеми

Аналіз часових рядів є традиційною і, водночас, вельми специфічною галуззю прикладної статистики. Недостатня визначеність самого об'єкту досліджень, недосконалість методів розрізнення гіпотез щодо випадковості та детермінованості відліків вибірок часових рядів, невизначеність щодо часових інтервалів аналізу, різноманітність пропонованих статистичних моделей породження даних, продукують чисельні пропоновані методи, методики та алгоритми обробки часових рядів. Потребуваність прикладних застосувань тільки ускладнює ситуацію, оскільки створює можливості розповсюдження часткових рішень без урахування певних обмежень специфічних процесів. З іншої сторони, трендовий аналіз уже уводиться в нормативні документи як необхідна або бажана складова сучасних систем діагностування технічного стану складних енергетичних об'єктів. Тому дослідження, які спрямовані на вирішення актуальних питань розвитку методів трендового аналізу та їх застосування в галузях високих технологій, є актуальними та важливими для практичних застосувань.

Одним із проблемних питань запровадження методів трендового аналізу в задачах діагностики є розширення їх можливостей на багатовимірні часові ряди, оскільки пропоновані відомі методи мають переважно скалярний характер, а параметри стану та вихідні параметри складних технічних об'єктів становлять багатовимірні масиви взаємозв'язаних змінних.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Закономірності процесів зміни стану різноманітних природних, технічних, соціальних та інших систем, що знаходять своє відображення в часових рядах, є об'єктом дослідження низки фундаментальних праць [1 – 6]. Рішення прикладних питань оцінки технічного стану складних енергетичних об'єктів, побудованих на основі газотурбінних двигунів (ГТД), розглядаються в [7, 8, 9]. Згідно ISO 3977-9:1999 Gas turbines, розділ 4.1.4, за вимогою замовника, в системі моніторингу технічного стану рекомендується застосовувати трендовий аналіз.

Однак проблемні завдання щодо аналізу багатовимірних часових рядів, що характеризують технічний стан складних об'єктів діагностування, ще досить далекі від свого вирішення.

### Мета дослідження

Метою роботи є вдосконалення підходу до аналізу багатовимірних часових рядів, які утворені параметрами реєстрації технічного стану складних об'єктів діагностування.

### Викладення основного матеріалу досліджень

#### 1. Обґрунтування підходу до аналізу двовимірних часових рядів

Розглянемо часові ряди  $y_k, z_k$  двох змінних, що характеризують стан об'єкту діагностування, або характеризують відхилення від номінального стану [7]. Будемо вважати, що інформація щодо статистичних властивостей часових рядів міститься [9] в траєкторних матрицях  $Y_t = [\bar{y}_k]$ ,  $Z_t = [\bar{z}_k]$  вигляду:

$$\begin{aligned}\bar{y}_1 &= [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_n] \\ \bar{y}_2 &= [y_2 \ y_3 \ \dots \ y_{n+1}] \\ &\dots \\ \bar{y}_k &= [y_k \ y_{k+1} \ \dots \ y_{n+k-1}] \\ \\ \bar{z}_1 &= [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_n] \\ \bar{z}_2 &= [z_2 \ z_3 \ \dots \ z_{n+1}] \\ &\dots \\ \bar{z}_k &= [z_k \ z_{k+1} \ \dots \ z_{n+k-1}].\end{aligned}$$

Маючи на меті встановлення трендів взаємозв'язку та трендів відмінностей пропонується наступне об'єднання параметрів реєстрації технічного стану складних об'єктів діагностування:

$$\bar{x}_k = \bar{y}_k + j\bar{z}_k. \quad (1)$$

Зауважимо, що унітарна кореляційна матриця такого об'єднання має наступний вигляд:

$$R_{xx} = X_t X_t^H = (Y_t + jZ_t)(Y_t - jZ_t)^T = (Y_t Y_t^T + Z_t Z_t^T) + j(Y_t^T Z_t - Y_t Z_t^T). \quad (2)$$

Якщо вважати, що вказана матриця нормована відносно максимального власного значення, яке завжди є дійсним, а дисперсії компонент часового ряду на вікні аналізу не відрізняються, тоді мають місце наступні найбільш важливі часткові випадки:

- 1). Часові ряди взаємокорельовані з високим ступенем міжвідлікової кореляції, наближеної до одиниці.
- 2). Часові ряди некорельовані із ступенем міжвідлікової кореляції, наближеної до нуля.

Неважко встановити, що для вказаних можливих ситуацій довільна компонента унітарної кореляційної матриці комплексного об'єднання часових рядів є дійсною, тобто уявна її складова наближена до нуля.

Дійсно, загальна компонента унітарної кореляційної матриці вказаного об'єднання має наступний вигляд

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^n x_{k+j-1} x_{k+i-1}.$$

Тому її діагональ є ковзна дисперсія вибірки, а довільна строчка є переріз функції кореляції.

Звідси, якщо часові ряди взаємокорельовані з високим ступенем міжвідлікової кореляції, наближеної до одиниці, а також якщо часові ряди взаємокорельовані з однаковим ступенем міжвідлікової кореляції, то уявна компонента унітарної кореляційної матриці наближена до нуля, оскільки її компоненти рівні. Якщо часові ряди некорельовані

із ступенем міжвідлікової кореляції, наближеної до нуля, то уявна компонента унітарної кореляційної матриці наближена до нуля, оскільки обидві її компоненти наближені до нуля. Використовувані статистики є вибірковими, тому наближеність до нуля слід розуміти в тому сенсі, що із зростанням числа відліків ми будемо мати сходимість до нульового значення.

Саме тому має сенс розглянути клас кореляційних матриць з рівнокорельованими строчками вигляду

$$R_{00} = [r_{ij}]_n^k, r_{ii} = 1, i = 1, k; r_{ij} = r, i \neq j. \quad (3)$$

Матриці такого класу задовольняють вказаним передумовам.

Властивості пропонованого класу матриць є наступними: власні значення мають вигляд:

$$\lambda_1 = 1 + (k-1)r, \lambda_i = 1 - r,$$

а елементи першого власного вектору  $\bar{u}_1$ , що відповідає першому власному значенню, дорівнюють одне одному [7]:  $u_{11} = u_{12} = u_{13} \dots = u_{1k}$ .

Унітарна кореляційна матриця (2) об'єднання часових рядів є вибірковою, тому завжди буде відрізнятися від матриці (3). Але якщо є підстави вважати статистичну обґрунтованість такого припущення, то слід скористатися, як це запропоновано в [7], відомою [10] статистикою корельованості ознак. Гіпотеза корельованості, тобто гіпотеза належності нормованої матриці (2) до класу матриць (3), спростовується при перевищенні вказаної статистики деякого порогового рівня стандартної статистики  $\chi^2(\alpha, N)$ . де  $\alpha$  - рівень значущості,  $N = (k+1)(k-1)/2$  - число ступенів свободи.

Гіпотеза корельованості ознак, що застосовується до траєкторної матриці, означає, що її строчки мають загальну ознаку, якою є тренд часового ряду. Тому надалі обмежимося статистичною моделлю породження даних у вигляді суми трендової та випадкової складових:

$$\bar{x}_k = [x_k \ x_{k+1} \ x_{k+2} \ \dots \ x_{k+n-1}] = \bar{x}_{tr} + \bar{x}_{noise}.$$

Таким чином, якщо унітарна кореляційна матриця (2) відповідає гіпотезі корельованості ознак, то тренди часових рядів, які представлені дійсною та уявною складовими об'єднання траєкторних матриць, є статистично пов'язаними і, можливо, мають загальну причину їх виникнення. Якщо вказана гіпотеза спростовується на заданому рівні значущості, то не має підстав вважати підтвердженим статистичний зв'язок трендів досліджуваних часових рядів. В першому випадку, крім того, можна вважати обґрунтованим припущення, що кореляційна матриця (2) є дійсною матрицею класу матриць (3), а перше її власне значення, яке пов'язується із трендовою складовою, суттєво перевищує інші. Непрямою ознакою є зворотне припущення: якщо перше власне значення унітарної кореляційної матриці (2) суттєво перевищує інші, то можна вважати що така матриця належить до матриць класу (3). Але таке припущення не є достатньо обґрунтованим.

Розглянемо алгоритм виділення трендових складових об'єднаних часових рядів, що викладено в [9], з урахуванням встановлених властивостей матриці (2). Згідно [9], такий алгоритм передбачає наступні кроки:

Крок 1. Рішення стандартної задачі на власні значення та власні вектори:

$$X_t X_t^H \vec{u}_i = \lambda_i \vec{u}_i,$$

де індекс  $H$  означає операцією комплексного спорядження і транспонування.

Крок 2. Визначення матриці головних компонент об'єднаного часового ряду:

$$F = U^H X_t,$$

Крок 3. Кожна із строчок вихідної траєкторної матриці представляється у вигляді розкладання по головним компонентам:

$$\vec{x}_s = \sum_{i=1}^k b_{si} \vec{f}_i,$$

де  $s = \overline{1, k}$ ,  $b_{si}$  – коефіцієнти впливу, які визначаються рішенням перевизначеної ( $n > k$ ) системи алгебраїчних рівнянь:

$$F^H \vec{b}_s = \vec{x}_s.$$

Крок 4. Вказане рішення знаходиться з використанням псевдооберненої матриці:

$$\vec{b}_s^H = (FF^H)^{-1} F \vec{x}_s^H.$$

Оскільки  $(FF^H) = \text{diag}\{\lambda_i\}$ ,  $i = \overline{1, k}$ , то звідси отримується вираз для визначення коефіцієнтів впливу:

$$b_{sj} = \vec{x}_s \vec{f}_j^H / (\vec{f}_j \vec{f}_j^H) = \lambda_j^{-1} \vec{x}_s \vec{f}_j^H,$$

Крок 5. Якщо власне число  $\lambda_1 = \lambda_{\max}$  відповідає компоненті, яка в вихідній вибірці є трендовою, то вона має вигляд:

$$\vec{x}_{tr,s} = b_{s1} \vec{f}_1, \tag{1}$$

де  $b_{s1} = \lambda_{\max}^{-1} \vec{x}_s \vec{f}_1^H$ .

Нехай матриця кореляцій (2) належить класу матриць (3). Тоді згідно викладеному алгоритму

$$\vec{f}_1 = \vec{u}_1 X_t,$$

$$b_1 = \lambda_1^{-1} \vec{x}_s \vec{f}_1^T.$$

Оскільки компоненти першого власного вектору рівні, то

$$\vec{f}_1 = \sqrt{k} \cdot \text{mean}(X_t).$$

$$\vec{x}_{tr,s} = b_{s1} \vec{f}_1 = k \lambda_1^{-1} [(\text{mean}(X_t))^T \vec{x}_s] \text{mean}(X_t).$$

За властивостями матриці (3)

$$k[(\text{mean}(X_t))^T \vec{x}_s] = \lambda_1,$$

отримаємо на завершення

$$\vec{x}_{tr,s} = \text{mean}(X_t) = (\text{mean}(Y_t) + j\text{mean}(Z_t)).$$

Таким чином, за вказаних припущень щодо матриці (2), оцінка трендової компоненти методом ковзного середнього не має статистично значимої різниці у порівнянні з методами SSA, catarpiller і іншими, що засновані на методі головних компонент. Однак обчислювальна складність визначення ковзного середнього є суттєво меншою.

## 2. Обчислювальний експеримент

Для уточнення отриманих результатів та встановлення меж їх застосування проведено обчислювальний експеримент, На ілюстраціях Рис. 1 та Рис. 2 представлені вихідні дані для двох випадків порівняння корельованих та некорельованих часових рядів. Дані статистичного експерименту відповідають розглянутій статистичній моделі породження даних і становлять адитивну суміш лінійного тренду і випадкової складової з нормальним розподілом. На рисунках позначені: 1 – перший часовий ряд, 2 – другий часовий ряд.

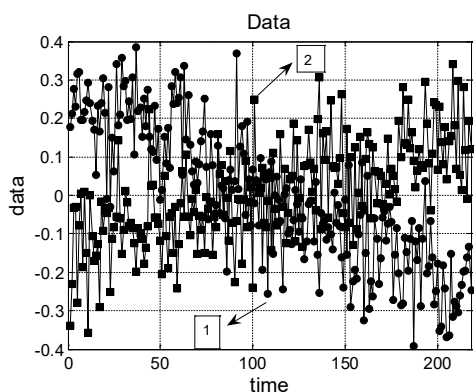


Рис.1. Вихідні корельовані часові ряди

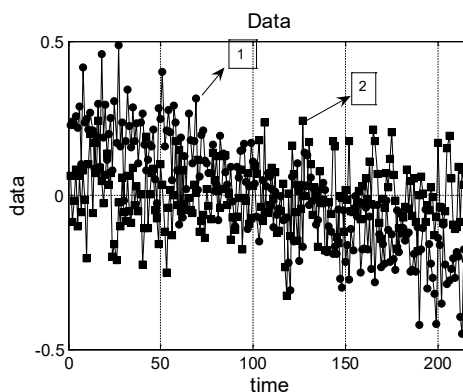


Рис. 2. Вихідні некорельовані часові ряди

Розподіли компонент першого власного вектору та власних чисел унітарної кореляційної матриці у випадку корельованих часових рядів представлені на Рис. 3 і Рис. 4. На Рис. 3 позначені: 1 – дійсна складова, 2 – уявна складова.



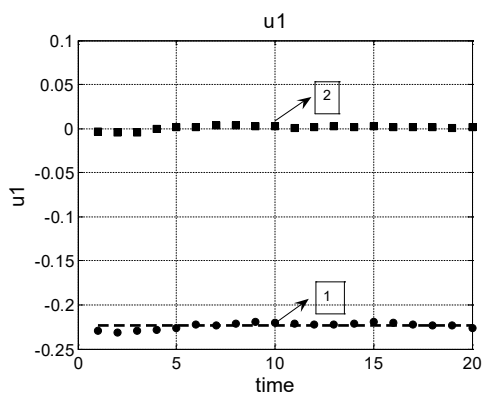


Рис. 3. Розподіл компонент першого власного вектору

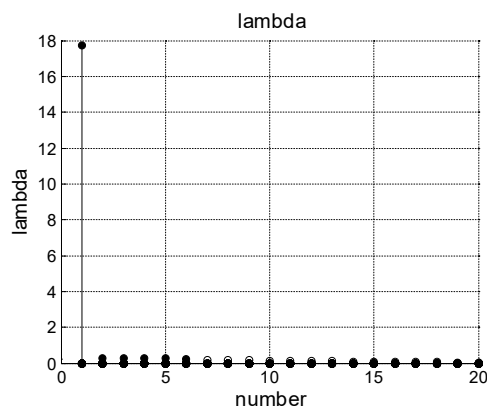


Рис. 4. Розподіл власних чисел

Рисунки 5 та 6 ілюструють площину тренду для вказаних досліджуваних випадків. На рисунках позначені: 1 – тренд за методом головних компонент, 2 – тренд за методом ковзного середнього.

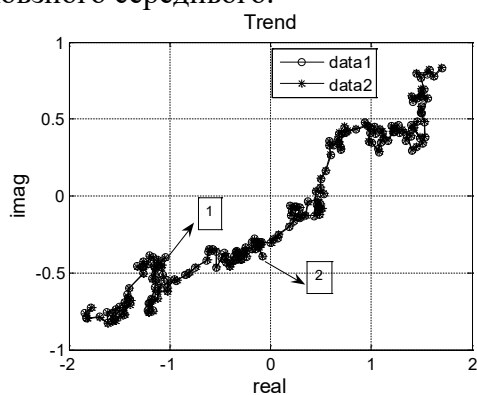


Рис. 5. Площина трендів для корельованих часових рядів

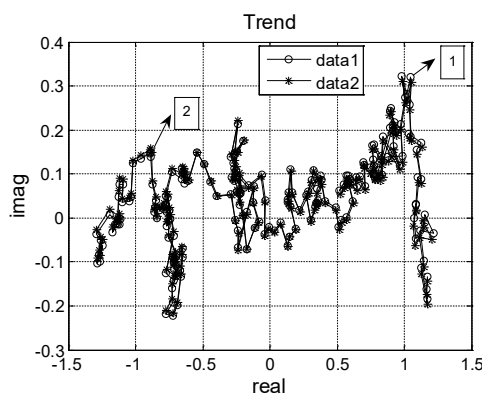


Рис. 6. Площина трендів для некорельованих часових рядів

Як це можна встановити з результатів обчислювального експерименту та з наведених ілюстрацій, теоретичні узагальнення мають задовільне підтвердження. При наявності тренду перше власне значення нормованої унітарної кореляційної матриці має значення, що наближено відповідає чисельному значенню розмірності вікна аналізу мінус одиниця. Інші її власні значення мають порядок, наближено зворотній вказаному значенню. Компоненти першого власного вектору мають наближено рівномірний розподіл з середнім, що відповідає вимогам нормування.

### Висновки

Запропоновано підхід щодо удосконалення методів трендового аналізу, який ґрунтується на комплексному об'єднанні часових рядів у двовимірні, формуванні прямокутної комплекснозначної траєкторної матриці, і дослідженні розподілів власних значень і власних векторів отриманої унітарної кореляційної матриці. Установлено, що

якщо перше власне значення унітарної кореляційної матриці багаторазово перевершує інші її власні значення, і, при цьому, підтверджується статистична гіпотеза про рівнокорельованість її рядків, то перший центрований компонент комплексного часового ряду по першому головному компоненту є двовимірним трендом. При цьому така трендова компонента й ковзне середнє цього ряду не мають статистично значимих розходжень. Встановлено, що при попарному об'єднанні багатомірної сукупності часових рядів у комплексні двовимірні, і їх послідовному ортогональному розкладанні, з'являється можливість розділити тренди групи параметрів багатомірного об'єкта на статистично зв'язані й мають загальну причину виникнення.

Найбільш суттєвим для практичних застосувань є теоретично обґрунтована й експериментально підтверджена гіпотеза щодо статистичної еквівалентності ковзного середнього часового ряду трендовій компоненті, що отримується методом головних компонент або сингулярного розкладання двовимірної траєкторної матриці. Перспективи подальших досліджень становлять розповсюдження отриманих результатів на більш складні статистичні моделі породження даних.

### Список використаної літератури

1. Kendall M., Stuart A. The advanced theory of statistics. Hafner, New York, 1979. V. 2. 748 p.
2. Anderson O. D. Time series analysis and forecasting. Butterworths, London, 1976. 182 p.
3. Box G. E. P., Jenkins G. M. Time series analysis: Forecasting and control. Holden Day, San Francisco, 1976. 575 p.
4. Montgomery D. C., Johnson L. A., Gardiner J. S. Forecasting and time series analysis. McGraw-Hill, New York, 1990.
5. Shumway R. H. Applied statistical time series analysis. Prentice Hall, New York, 1988, 384 p.
6. Wei W. W. Time series analysis: Univariate and multivariate methods. Addison-Wesley, New York, 1989. 640 p.
7. Hvozdeva I., Myrhorod V., Derenh Y. The Method of Trend Analysis of Parameters Time Series of Gas-turbine Engine State. *AMiTaNS'17, AIP Conf. Proc.* V. 1895, edited by M. D. Todorov. American Institute of Physics, Melville, NY, 2017. P. 030002-1-030002-9, DOI: 10.1063/1.5007361
8. Myrhorod V., Hvozdeva I., Demirov V. Some Interval and Trend Statistics with Non-Gaussian Initial Data Distribution. *AMiTaNS'18, AIP Conf. Proc.* Vol. 2025, edited by M. D. Todorov. American Institute of Physics, Melville, NY, 2018. P. 040011-1-040011-12, DOI: 10.1063/1.5064895
9. Myrhorod V., Hvozdeva I., Derenh Y. Two-dimensional trend analysis of time series of complex technical objects diagnostic parameters. *11th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences - AMiTaNS'19, AIP Conference Proceedings*, 060013. 2019. Vol. 2164, №1. P. 040011-1-040011-12, DOI: 10.1063/1.5130815
10. Айвазян С.А., Бухштабер В.М., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика. Классификация и снижение размерности. Финансы и статистика, Москва, 1989. 607 с.

### References

1. Kendall, M. & Stuart, A. (1979). The advanced theory of statistics. Hafner, New York. 2.
2. Anderson O. D. Time series analysis and forecasting. Butterworths, London, 1976. 182 p.

3. Box, G. E. P. & Jenkins, G. M. (1976). Time series analysis: Forecasting and control. Holden Day, San Francisco.
4. Montgomery, D. C., Johnson, L. A., & Gardiner, J. S. (1990). Forecasting and time series analysis. McGraw-Hill, New York.
5. Shumway, R. H. (1988). Applied statistical time series analysis. Prentice Hall, New York.
6. Wei, W. W. (1989). Time series analysis: Univariate and multivariate methods. Addison-Wesley, New York.
7. Hvozdeva, I., Myrhorod, V. & Derenh, Y. (2017). The Method of Trend Analysis of Parameters Time Series of Gas-turbine Engine State. *AMiTaNS'17, AIP Conf. Proc.* **1895**, edited by M. D. Todorov. American Institute of Physics, Melville, NY. P. 030002-1-030002-9, DOI: 10.1063/1.5007361
8. Myrhorod, V., Hvozdeva, I. & Demirov, V. (2018). Some Interval and Trend Statistics with Non-Gaussian Initial Data Distribution. *AMiTaNS'18, AIP Conf. Proc.* **2025**, edited by M. D. Todorov. American Institute of Physics, Melville, NY. P. 040011-1-040011-12, DOI: 10.1063/1.5064895
9. Myrhorod, V., Hvozdeva, I. & Derenh, Y. (2019). Two-dimensional trend analysis of time series of complex technical objects diagnostic parameters. 11th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences - AMiTaNS'19, AIP Conference Proceedings, 060013. **2164**, 1. P. 040011-1-040011-12, DOI: 10.1063/1.5130815
10. Ayzvazyan, S.A., Buhshaber, V.M., Enyukov, I.S., & Meshalkin L.D. (1989). Prikladnaya statistika. Klassifikatsiya i snizhenie razmernosti. Finansyi i statistika, Moskva.

Гвоздева Ирина Маратовна – д.т.н., професор, професор кафедри електрообладнання і автоматики суден Національного університету "Одеська морська академія", e-mail: [oporchenko.im@gmail.com](mailto:oporchenko.im@gmail.com), ORCID: 0000-0001-5797-0559.

Миргород Володимир Федорович – д.т.н., доцент, професор кафедри автоматизації суднових енергетичних установок Національного університету "Одеська морська академія", e-mail: [v.f.mirgorod@gmail.com](mailto:v.f.mirgorod@gmail.com), ORCID: 0000-0001-8361-1672.

Будашко Віталій Віталійович – д.т.н., професор, професор кафедри електричної інженерії та електроніки Національного університету "Одеська морська академія", e-mail: [bvv@te.net.ua](mailto:bvv@te.net.ua), ORCID: 0000-0003-4873-5236.

УДК 519.872

В.В. ГНАТУШЕНКО

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

Г.К. ВИТОВТОВ

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

## АНАЛІЗ СИСТЕМ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ПРИ СТИБКОПОДІБНІЙ ЗМІНІ ІНТЕНСИВНОСТЕЙ ПОТОКІВ ІНФОРМАЦІЇ

У даній роботі наведено аналітичний підхід до аналізу багатоканальної системи масового обслуговування з втратами без очікування як в перехідному, так і в стаціонарному режимах роботи на прикладі системи  $M|M|2$ . Така система описується процесом загибелі та розмноження з трьома станами. Для даної системи складена система рівнянь Колмогорова і знайдена фундаментальна матриця системи для випадку з постійними інтенсивностями потоків та інтенсивностями потоків, що змінюються стрибком в деякий момент часу. Числові розрахунки проведені на прикладі моделі комутатора мережі передачі даних, що пов'язаний з другим комутатором мережі по двом каналам Ethernet. Пропускна здібність кожного каналу складає 100 Мбіт/с. Проаналізовано перехідний режим роботи системи для трьох випадків. У першому випадку інтенсивність надходження пакетів є нижчою за інтенсивність їх обслуговування; у другому випадку інтенсивність надходження пакетів дорівнює інтенсивності їх обслуговування; в третьому випадку інтенсивність надходження більше за інтенсивність обслуговування приладу. Для кожного випадку знайдені імовірності стану системи, у тому числі імовірності втрати пакетів і час перехідного режиму. Ілюстровано, що при збільшенні інтенсивності вхідного трафіка час перехідного процесу зменшується, а імовірність втрати пакетів зростає. Так за збільшенням інтенсивності надходження пакетів до 10 разів імовірність втрати пакетів зростає до 82%, а час перехідного режиму становить 0,0001 с, що в 6 разів менше часу перехідного режиму у нормальному режимі функціонування мережі, коли інтенсивність вхідних потоків  $\lambda$  є меншою, ніж інтенсивність обслуговування  $\mu$ . Розраховано імовірності станів системи за умови стрибків інтенсивності вхідного трафіка. Розглядається вплив одного та двох стрибків. За першого стрибка, коли інтенсивність надходження пакетів стрімко збільшується з  $\lambda = 2 \cdot 10^3$  пакетів/с до  $\lambda = 8.3 \cdot 10^3$  пакетів/с, імовірність втрати пакетів зростає до 82%. При різкому зменшенні інтенсивності надходження пакетів до початкового значення в наступний момент часу імовірність втрати пакетів знову зменшується до 8%. У роботі показано, що в стаціонарному режимі після відновлення системи ці імовірності визначаються тільки параметрами системи після всіх стрибків.

Ключові слова: перехідний режим, фундаментальна матриця, імовірності станів, комутатор, стрибки потоків інформації

В.В. ГНАТУШЕНКО

Национальный технический университет «Днепро́вская политехника»

Г.К. ВЫТОВТОВ

Национальный технический университет «Днепро́вская политехника»

## АНАЛИЗ СИСТЕМЫ МАСОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ПРИ СКАЧКООБРАЗНО ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ ИНТЕНСИВНОСТЯХ ПОТОКОВ ИНФОРМАЦИИ

В данной работе представлен аналитический подход к анализу многоканальной системы массового обслуживания с потерями без ожидания как в переходном, так и в стационарном режимах на примере системы  $M|M|2$ . Такая система описывается процессом гибели и размножения с тремя состояниями. Для данной системы составлена система уравнений Колмогорова и найдена фундаментальная матрица системы для случая с постоянными интенсивностями потоков и интенсивностями потоков, изменяющихся скачком в некоторые моменты времени. Численные расчеты проведены на примере модели коммутатора сети передачи данных, связанного с другим коммутатором сети по двум каналам Ethernet. Пропускная способность каждого канала 100 Мбит/с. Проанализирован переходной режим работы системы для трех

случаев. В первом случае интенсивность поступления пакетов ниже интенсивности их обслуживания; во втором случае интенсивность поступления пакетов равна интенсивности их обслуживания и в третьем случае интенсивность поступления больше интенсивности обслуживания устройства. Для каждого случая найдены вероятности состояний системы, в том числе вероятности потерь пакетов и время переходного процесса. Показано, что при увеличении интенсивности входного трафика время переходного процесса уменьшается, а вероятность потери пакетов возрастает. Так при увеличении интенсивности поступления пакетов в 10 раз вероятность потери пакетов составила 82%, а время переходного режима составляет 0,0001 с, что в 6 раз меньше времени переходного режима при нормальном режиме функционирования сети, когда интенсивность входящих потоков  $\lambda$  является меньшей, чем интенсивность обслуживания  $\mu$ . Рассчитаны вероятности состояний системы при скачках интенсивности входного трафика. Рассматривается воздействие одного и двух скачков. При воздействии первого скачка, когда интенсивность поступления пакетов резко возрастает с  $\lambda = 2 \cdot 10^3$  пакетов/сек до  $\lambda = 8.3 \cdot 10^3$  пакетов/с, вероятность потери пакетов увеличивается до 82%. При резком уменьшении интенсивности поступления пакетов до первоначального значения в следующий момент времени вероятность потери пакетов снова уменьшается до 8%. В работе показано, что в стационарном режиме после восстановления системы эти вероятности определяются только параметрами системы после всех скачков.

Ключевые слова: переходной режим, фундаментальная матрица, вероятности состояний, коммутатор, скачки потоков информации.

V.V. HNATUSHENKO  
Dnipro University of Technology  
G.K. VYTOVTOV  
Dnipro University of Technology

## **ANALYSIS OF THE QUEUEING SYSTEMS AT JUMPING VARIABLE INFORMATION FLOW INTENSITY**

*This paper presents an analytical approach to the analysis of a multi-channel queuing system with losses without buffering, both for transient and stationary modes. It is considered the M|M|2 system as an example. Such a system is described as a three-state birth-and-death process. For this system the system of Kolmogorov equations is compiled and the fundamental matrix of the Kolmogorov equation system is found for two cases. In the first case arrival and service rates are constant and in the second case the ones change abruptly at some moments of time. Numerical calculations are carried out on the example of the model of the data transmission network switch connected to another network switch via two Ethernet channels. The throughput of each channel is 100 Mbps. The transient mode of the system is analyzed for three cases. In the first case, the arrival rate is lower than the service rate; in the second case, the arrival rate of packets is equal to their service rate, and in the third case, the arrival rate is greater than the device service rate. For each case, the probabilities of the system states are found, including the probabilities of packet loss and the transient time. It is shown that with an increase in the intensity of the input traffic, the transient time decreases, and the probability of packet loss increases. So, with an increase in the arrival rate up to 10 times, the probability of packet loss is 82%, and the transient time is 0.0001 s, which is 6 times less than the transient time under normal network operation when the intensity of incoming flows  $\lambda$  is less than the service intensity  $\mu$ . The probabilities of the system states after jumps of the intensity of the input traffic are calculated. The cases of one and two jumps are considered. Under the influence of the first jump, when the arrival rate increases sharply from  $\lambda = 2 \cdot 10^3$  packets/s to  $\lambda = 8.3 \cdot 10^3$  packets/s, the probability of packet loss increases to 82%. With a sharp decrease in the intensity of arrival rate to the initial value at the next moment in time, the probability of packet loss decreases to 8% again. The probabilities of the system states at jumps in the intensity of the input traffic are calculated. It is shown that in the stationary mode, after the system is restored, these probabilities are determined only by the parameters of the system after all jumps.*

*Keywords: transient mode, fundamental matrix, the probabilities of the states, switch, jumps of the traffic.*

### **Постановка проблеми**

Системи масового обслуговування широко використовуються в різних сферах науки, у тому числі і області телекомунікаційних систем [1, 2]. Зазвичай, у теорії масового обслуговування розрізняють два режими роботи: перехідний та стаціонарний. Найбільш

вивченим та дослідженим є стаціонарний режим, у якому імовірність стану системи не залежить від часу на відміну від перехідного режиму. Перехід до мереж зв'язку нового покоління (5G/6G) потребує використання нових швидкодіючих обслуговуючих пристроїв, котрими можуть бути, наприклад, оптичні комутатори або високошвидкісні бездротові точки доступу. Трафік в таких мережах має нерівномірний характер, оскільки в мережі відбуваються регулярні стрибки інтенсивності вхідного трафіку, пов'язані, наприклад, з реконфігурацією мережі в результаті виходу із строю окремого вузла. З огляду на те, що швидкість зміни трафіку, тобто частота появи стрибків інтенсивності, на теперішній час є порівняною з часом перехідного режиму ( $10^{-3}$ с), вплив цих стрибків стає суттєвим. Таким чином, їх необхідно враховувати у аналізі мережі, розрахунку її характеристик та прогнозуванні її роботи не тільки в стаціонарному, а також й в перехідному режимах.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Однією із перших робіт, що присвячено вивченню перехідного режиму, є робота Харісона, в якій вперше звернуто увагу на важливість розгляду даного режиму роботи обчислювальної мережі [3]. Перехідний режим роботи систем  $M|M|1$  та  $M|M|2$ , як з нескінченим, так і з обмеженим буфером був розглянутий у статтях [4-7]. Однак, в існуючих на сьогоднішній день роботах, де розглядається перехідний режим, відсутній докладний аналіз перехідного режиму багатоканальної системи масового обслуговування з втратами без очікування, як однією із яскравих моделей сучасної мережі зв'язку. Крім того, в літературі майже не розглядається вплив стрибків трафіку на характер функціонування системи.

### Мета дослідження

Головною метою даної статі є дослідження перехідного режиму багатоканальної системи масового обслуговування з втратами без очікування на прикладі системи  $M|M|2$ , як однієї з існуючих моделей мережі зв'язку. Також важливим завданням є вивчення впливу стрибків трафіку та пов'язаного з цим перехідного процесу на поведінку системи.

### Основна частина

Система  $M|M|2$  є, наприклад, моделлю комутатора, пов'язаного з іншим комутатором мережі за допомогою двох каналів Ethernet по 100 Мбіт/с кожний. Система описується процесом загибелі та розмноження, та її описує граф з трьома дискретними станами й безперервним часом (рис. 1). У даному випадку потоки описуються довільними кусково-постійними функціями (рис. 2). Передбачається, що на інтервалах  $\Delta t_i$  інтенсивності вхідних потоків  $\lambda$  підпорядковується закону Пуасона, а також інтенсивність обслуговування  $\mu$  має експоненціальний розподіл. Додатково, у моменти часу  $t_i$  відбуваються стрибки  $\lambda$  та  $\mu$ . Через  $S_1$  позначено стан, коли система вільна. Цьому стану відповідає імовірність  $p_1$ .  $S_2$  – стан, коли у системі зайнятий перший канал. Цьому стану відповідає імовірність  $p_2$ .  $S_3$  – стан, коли зайняті обидва канали (імовірність  $p_3$ ).

Система рівнянь Колмогорова для випадку, що розглядається, має вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{dp_1(t)}{dt} &= -\lambda(t)p_1(t) + \mu p_2(t) \\ \frac{dp_2(t)}{dt} &= \lambda(t)p_1(t) - (\lambda(t) + \mu(t))p_2(t) + 2\mu(t)p_3(t) \\ \frac{dp_3(t)}{dt} &= \lambda(t)p_2(t) - 2\mu(t)p_3(t). \end{aligned} \quad (1)$$

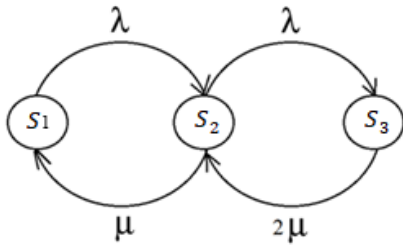


Рис. 1. Граф стану системи масового обслуговування

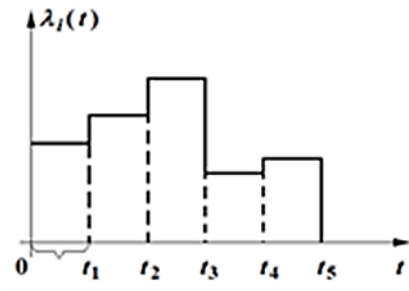


Рис. 2. Залежність інтенсивності потоків від часу

Оскільки у межах  $i$ -го інтервалу часу потоки є пуасонівськими, то рівняння (1) є системою однорідних диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами, а характеристичне рівняння цієї системи має вигляд:

$$\gamma[\gamma^2 + (2\lambda + 3\mu)\gamma + (\lambda^2 + 2\lambda\mu + 2\mu^2)] = 0. \quad (2)$$

Його корені дорівнюють

$$\gamma_1 = 0, \quad \gamma_{2,3} = -\frac{2\lambda+3\mu}{2} \pm \sqrt{\frac{(2\lambda+3\mu)^2}{4} - \lambda^2 - 2\lambda\mu - 2\mu^2}.$$

Тоді розв'язок системи (1) на  $i$ -му інтервалі має вигляд:

$$\begin{aligned} p_1 &= Ae^{\gamma_1 t} + B + Ce^{\gamma_3 t} \\ p_2 &= \xi_1 Ae^{\gamma_1 t} + \xi_2 B + \xi_3 Ce^{\gamma_3 t} \\ p_3 &= \zeta_1 Ae^{\gamma_1 t} + \zeta_2 B + \zeta_3 Ce^{\gamma_3 t}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{де } \xi_j = \frac{\gamma_j + \lambda}{\mu}; \quad \zeta_j = \frac{\lambda}{\mu} \cdot \frac{\gamma_j + \lambda}{\gamma_j + 2\mu}, \quad j = \overline{1,3}.$$

Далі, відповідно до методики [8] знаходиться  $3 \times 3$ -фундаментальна матриця  $\mathbf{M}$  системи Колмогорова, що пов'язує імовірності станів систем масового обслуговування (СМО) у довільний момент часу  $t$  з цими вірогідностями у початковий момент часу  $t = 0$ . У аналізі роботи системи у випадку, коли інтенсивність вхідного потоку змінюється стрибком, результуюча фундаментальна матриця знаходиться як добуток матриць інтервалів з постійними параметрами

$$\mathbf{M} = \prod_{i=N}^1 \mathbf{M}_i, \quad (4)$$

де  $\mathbf{M}$  – фундаментальна матриця  $i$ -го інтервалу,  $N$  – число інтервалів.

В роботі зроблені розрахунки багатоканальної системи масового обслуговування  $M|M|2$  з втратами без очікування. Насамперед, продемонстровано, що результати, отриманні з використанням запропонованого методу у стаціонарному режимі, повністю відповідають раніше наданим результатам. На рис. 3 наведена залежність імовірностей станів від часу. Оскільки швидкість передачі пакетів в одному каналі становить 100 Мбіт/с, то враховуючи, що розмір пакету Enternet становить 1500 байт, тобто 12000 біт, розраховуємо інтенсивність обслуговування комутатора  $\mu = (100 \cdot 10^6)/(12 \cdot 10^3) = 8.3 \cdot 10^3$  пакетів/с. Тут інтенсивність потоку є  $\lambda = 2 \cdot 10^3$  пакетів/с. Лінія, що є довгою

штриховою, відповідає імовірності того, що обидва канали вільні. Коротка штрихова лінія відповідає імовірності того, що зайнятий перший канал. Штрих-пунктирна лінія відповідає тому, що зайняті обидва канали, тобто ілюструє імовірність втрат пакетів. За результатами розрахунків час перехідного режиму  $t_{\text{пер}} = 0.0006$  с.

Припустимо, що в результаті реконфігурації мережі, тобто зміни маршруту передачі інформації, інтенсивність надходження потоків до комутатора збільшується. На рис. 4 наведена залежність імовірностей станів від часу. Тут  $\mu = 8.3 \cdot 10^3$  пакетів/с,  $\lambda = 8.3 \cdot 10^3$  пакетів/с. За результатами розрахунків час перехідного режиму  $t_{\text{пер}} = 0.0005$  с. Тобто зі збільшенням вхідного потоку тривалість перехідного процесу зменшується. При цьому у стаціонарному режимі імовірність того, що система вільна, дорівнює імовірності того, що зайнятий тільки перший канал. Крім того, у цьому випадку імовірність втрати пакетів дорівнює 0.2, що в 2.5 рази більше, ніж у попередньому випадку.

Далі розглянемо випадок перевантаженої мережі, коли інтенсивність вхідного потоку пакетів у десять разів перевищує інтенсивність обслуговування. На рис. 5 надана залежність імовірностей станів від часу. Тут  $\mu = 8.3 \cdot 10^3$  пакетів/с,  $\lambda = 83 \cdot 10^3$  пакетів/с. За результатами розрахунків час перехідного режиму  $t_{\text{пер}} = 0.0001$  с. Тобто ще раз підтверджується той факт, що зі збільшенням інтенсивності вхідного потоку тривалість перехідного процесу зменшується. Крім того, у даному випадку імовірність втрати пакетів збільшилась до 82%.

Далі наведено результати досліджень функціонування системи при наявності стрибків інтенсивності надходження пакетів. Такі випадки виникають раптово при нормальній роботі мережі коли  $\lambda < \mu$ . На рис. 6 наведена залежність імовірностей станів від часу при наявності одного стрибка інтенсивності вхідного потоку. Тут до стрибка  $\mu = 8.3 \cdot 10^3$  пакетів/с,  $\lambda = 2 \cdot 10^3$  пакетів/с, після стрибка  $\mu = 8.3 \cdot 10^3$  пакетів/с,  $\lambda = 8.3 \cdot 10^3$  пакетів/с. Стрибок відбувається в момент часу  $t = 0.0002$ с. Довга штрихова лінія відповідає імовірності того, що система вільна. Коротка штрихова лінія відповідає тому, що зайнятий один канал. Штрих-пунктирна лінія відповідає імовірності того, що зайняті обидва канали, тобто імовірності втрати пакетів. У цьому випадку різке збільшення інтенсивності вхідного потоку (у 10 разів) призвело до збільшення імовірності втрати пакетів до 82% і зниженню імовірності того, що система є вільною до 2%.

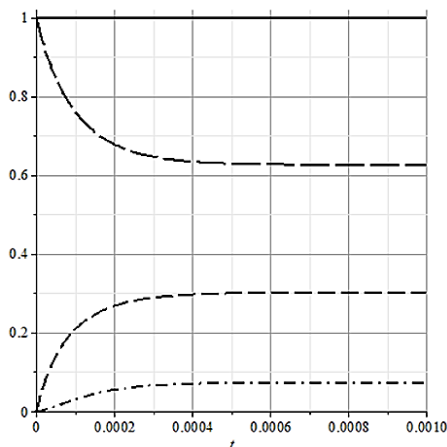


Рис. 3. Залежність імовірностей станів від часу при  $\lambda = 2 \cdot 10^3$  пакетів/с

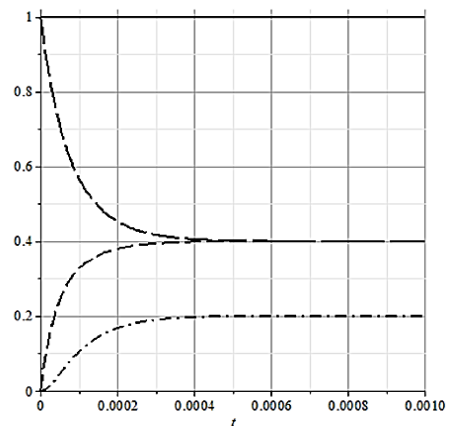


Рис. 4. Залежність імовірностей станів від часу при  $\lambda = 8.3 \cdot 10^3$  пакетів/с



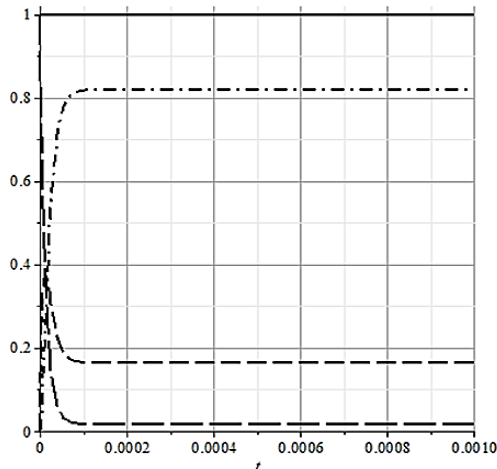


Рис. 5. Залежність імовірностей станів від часу при  $\lambda = 83 \cdot 10^3$  пакетів/с

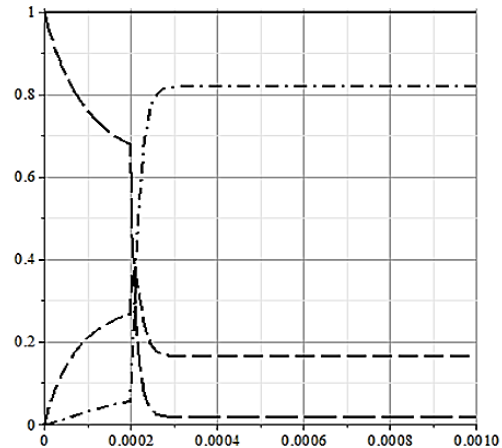


Рис. 6. Залежність імовірностей станів від часу при наявності стрибків інтенсивності надходження пакетів

Варто відзначити, що за результатами розрахунків видно, що стаціонарний режим визначається тільки параметрами системи після стрибка і не залежить від параметрів системи перед стрибком. На рис. 7 наведені результати розрахунку імовірностей станів при наявності двох стрибків. Так у момент  $t = 0.0002$  с відбувається збільшення інтенсивності вхідного потоку від  $\lambda = 2 \cdot 10^3$  пакетів/с до  $\lambda = 8.3 \cdot 10^3$  пакетів/с, а в момент  $t = 0.0003$  с потік знижується до початкового рівня. При цьому величини імовірностей станів у момент високої інтенсивності потоків залежать від тривалості стрибка. В стаціонарному стані після відновлення системи ці імовірності визначаються тільки параметрами системи після всіх стрибків.

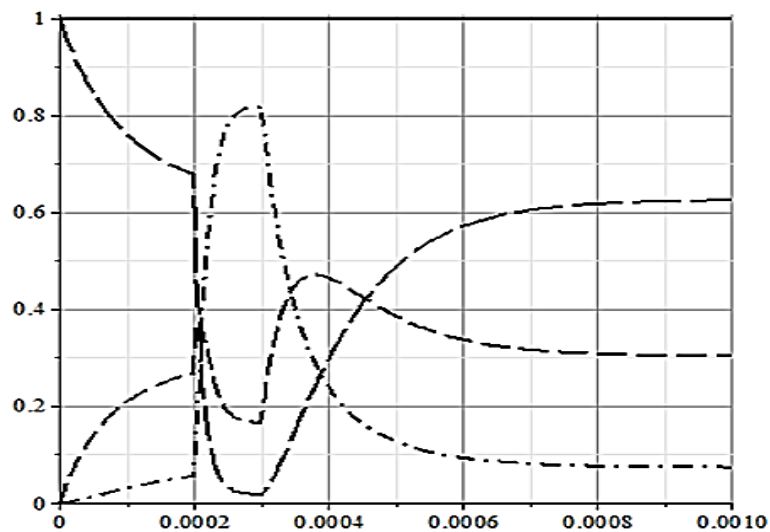


Рис. 7. Імовірності станів при наявності двох стрибків

### Висновки

В даній роботі проведено дослідження перехідного режиму роботи системи масового обслуговування  $M|M|2$ . Така система розглядається як модель комутатора без буфера з двома каналами передачі даних по 100 Мбіт/с кожний. Новизна роботи полягає у застосуванні аналітичного методу до цієї системи, що дозволяє проводити аналіз системи масового обслуговування  $M|M|2$  при постійних і стрибкоподібних інтенсивностях надходження та обслуговування потоків інформації. Метод заснований на знаходженні фундаментальної матриці системи рівнянь Колмогорова як для випадку постійних інтенсивностей потоків, так і для інтенсивностей потоків, що змінюються стрибком в певний момент часу, та дозволяє знаходити імовірність втрати пакетів. Результати чисельних розрахунків показали, що після відновлення системи, тобто в останньому стаціонарному режимі, імовірності станів системи визначаються тільки параметрами системи після всіх стрибків інтенсивностей потоків інформації.

### Список використаної літератури

1. Alfa A.S.. Queueing Theory for Telecommunications: Discrete Time Modelling of a Single Node System (1st. ed.). Springer Publishing Company, Incorporated, XIV, 2010, 238 p.
2. Lakatos L., Szeidl L., Telek M.. Introduction to Queueing Systems with Telecommunication Applications. Springer International Publishing, 2019. 559 p.
3. Harrison P. G. Transient Behaviour of Queueing Networks. *Journal of Applied Probability*. 1981. V. 18. № 2. P. 482–490.
4. Krishnamoorthy A., Sreenivasan C. An M/M/2 Queueing System with Heterogeneous Servers Including One with Working Vacation. *International Journal of Stochastic Analysis*. 2012, 16 p. <https://doi.org/10.1155/2012/145867>.
5. Kumar B.K., Pavai M.S. Transient Analysis of an M/M/1 Queue Subject to Catastrophes and Server Failures. *Stochastic Analysis and Applications*. 2005. 23. P. 329–340.
6. Kumar B.K., Arivudainambi D. Transient Solution of an M/M/1 Queue with Catastrophes. *Computers & mathematics with applications*. 2000. 40. P. 1233–1240.
7. Amin S. A., Venkatesan D. SPC Techniques Using M/M/2 Queueing Model. *Science, Technology and Development*. 2019. 8. P. 517–525.
8. Gerardo R.. Transient analysis of Markovian queueing systems: a survey with focus on closedforms and uniformization. Vladimir Anisimov and Nikolaos Limnios. *Advanced Trends in Queueing Theory*. 2020. P.1–35..
9. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. Москва: ФизМатЛит, 2010. 560 с.

### References

1. Alfa, A.S.. (2010). Queueing Theory for Telecommunications: Discrete Time Modelling of a Single Node System (1st. ed.). Springer Publishing Company, Incorporated, XIV, 238 p..
2. Lakatos, L., Szeidl, L., & Telek, M. (2019). Introduction to Queueing Systems with Telecommunication Applications. Springer International Publishing.
3. Harrison, P. G. (1981). Transient Behaviour of Queueing Networks. *Journal of Applied Probability*, **18**, 2, 482–490.
4. Krishnamoorthy, A., & Sreenivasan, C. (2012). An M/M/2 Queueing System with Heterogeneous Servers Including One with Working Vacation. *International Journal of Stochastic Analysis*, 16 p. <https://doi.org/10.1155/2012/145867>.
5. Kumar, B.K., & Pavai M.S. (2005). Transient Analysis of an M/M/1 Queue Subject to Catastrophes and Server Failures. *Stochastic Analysis and Applications*. **23**, 329–340.

6. Kumar, B.K., & Arivudainambi, D. (2000). Transient Solution of an M/M/1 Queue with Catastrophes. *Computers & mathematics with applications*. **40**, 1233–1240.
7. Amin, S.A., & Venkatesan, D. (2019). SPC Techniques Using M/M/2 Queuing Model. *Science, Technology and Development*. **8**, 517–525.
8. Gerardo, R. (2020). Transient analysis of Markovian queueing systems: a survey with focus on closedforms and uniformization. Vladimir Anisimov and Nikolaos Limnios. *Advanced Trends in Queueing Theory*. pp.1–35.
9. Gantmakher, F.R. (2010). *Teoriya matrirts*. Moskva: FizMatLit.

Гнатушенко Володимир Володимирович — д.т.н., професор, завідувач кафедри інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії Національного технічного університету «Дніпровська політехніка» (м. Дніпро), e-mail: [vvgnat@ukr.net](mailto:vvgnat@ukr.net), ORCID: 0000-0003-3140-3788.

Витовтов Георгій Костянтинович – студент Національного технічного університету «Дніпровська політехніка» (м. Дніпро), e-mail: [georgii.vytvotv@gmail.com](mailto:georgii.vytvotv@gmail.com)

УДК 004.9

Вік. В. ГНАТУШЕНКО, К.В. КИТОВА

Національна металургійна академія України

О.В. ДОРОШ

Інститут транспортних систем і технологій НАН України

## РОЗРОБКА ТА РЕАЛІЗАЦІЯ МОБІЛЬНОГО ДОДАТКА ОРГАНІЗАЦІЇ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ

*Зміни, що відбуваються останнім часом у сфері вищої професійної освіти, пов'язані з пандемією, призводять до необхідності застосування нових методів і форм роботи зі студентами. У даній статті мова йде про застосування дистанційного навчання при організації самостійної роботи з навчальним матеріалом. Дана робота присвячена особливостям дистанційного навчання в цілому. Пояснюється необхідність застосування дистанційних освітніх технологій в сучасному навчальному процесі, а також розкриваються переваги і недоліки такого навчання. Особлива увага приділяється практичним питанням дистанційного навчання, описуються форми і пропонуються ідеї щодо його застосування. На даному етапі головною проблемою являється відсутність єдиної уніфікованої електронної платформи для навчання. Адаже в процесі дистанційного навчання викладач може використовувати різноманітні онлайн-сервіси, які він опанував. Візуально привабливий інтерфейс сприяє створенню позитивного враження від процесу взаємодії користувача з сайтом і, як наслідок, формує у учня позитивне ставлення до навчання.*

*У роботі розроблено та реалізовано системи бази даних дистанційного навчання з двома рівнями доступу: «вчитель» та «учень», яку в подальшому можна розвивати, удосконалювати та згодом використовувати для організації освітніх процесів у закладах вищої освіти. Розроблений додаток являє собою програмний продукт, який написаний мовою програмування PHP 7-ої версії. В ході дослідження були проаналізовані сутність поняття системи дистанційної освіти, її структура, засоби і способи реалізації. Використаний в процесі розробки мобільного додатка об'єктно-орієнтований підхід, дозволяє здійснювати подальшу модернізацію системи. Слід зазначити, що створена платформа для дистанційного навчання є початковим етапом по впровадженню сучасних інформаційних технологій в процеси навчання. При подальшій роботі необхідно враховувати конкретні освітні вимоги закладу вищої освіти. В майбутньому вона може стати потужним інструментом з надання електронної підтримки навчання студентів.*

*Ключові слова: дистанційні освітні технології, інформаційні та телекомунікаційні технології, мобільний додаток, PHP, база даних.*

Вік. В. ГНАТУШЕНКО, К.В. КИТОВА

Национальная металлургическая академия Украины

О.В. ДОРОШ

Институт транспортных систем и технологий НАН Украины

## РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ МОБИЛЬНОГО ПРИЛОЖЕНИЯ ОРГАНИЗАЦИИ ДИСТАНЦИОННОГО ОБУЧЕНИЯ

*Изменения, происходящие в последнее время в сфере высшего профессионального образования, связанные с пандемией, приводят к необходимости применения новых методов и форм работы со студентами. В данной статье речь идет о применении дистанционного обучения при организации самостоятельной работы с учебным материалом. Данная работа посвящена особенностям дистанционного обучения в целом. Объясняется необходимость применения дистанционных образовательных технологий в современном учебном процессе, а также раскрываются преимущества и недостатки такого обучения. Особое внимание уделяется практическим вопросам дистанционного обучения, описываются формы и предлагаются идеи по его применению. На данном этапе главной проблемой является отсутствие единой унифицированной электронной платформы для обучения. Ведь в процессе дистанционного обучения преподаватель может использовать различные онлайн-сервисы, которыми он овладел. Визуально привлекательный интерфейс способствует созданию положительного впечатления от процесса взаимодействия с сайтом и, как следствие, формирует у ученика положительное отношение к обучению.*

*В работе рассматривается разработка и реализация системы базы данных дистанционного обучения с двумя уровнями доступа: «учитель» и «ученик», которую в дальнейшем можно развивать, совершенствовать и впоследствии использовать для организации образовательных процессов в высших*

учебных заведениях. Разработанное приложение представляет собой программный продукт, который написан на языке программирования PHP 7-ой версии. В ходе исследования были проанализированы сущность понятия системы дистанционного образования, ее структура, способы и средства реализации. Использованный в процессе разработки мобильного приложения объектно-ориентированный подход, позволяющий осуществлять дальнейшую модернизацию системы. Следует отметить, что созданная платформа для дистанционного обучения является начальным этапом по внедрению современных технологий в процессы обучения. При дальнейшей работе необходимо учитывать конкретные требования образования в высшем учебном заведении. В будущем она может стать мощным инструментом по предоставлению электронной поддержки обучения студентов.

Ключевые слова: дистанционное обучение, дистанционные образовательные технологии, информационные и телекоммуникационные технологии, мобильное приложение, PHP, база данных.

Vik.V. HNATUSHENKO, K.V. KYTOVA

National Metallurgical Academy of Ukraine

O.V. DOROSH

Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine

## **DEVELOPMENT AND IMPLEMENTATION OF THE MOBILE APPLICATION OF THE DISTANCE LEARNING ORGANIZATION**

*The recent changes in the field of higher professional education related to the pandemic lead to the need to apply new methods and forms of work with students. This article deals with the use of distance learning in the organization of independent work with educational material. This work is devoted to the features of distance learning in general. The necessity of application of distance educational technologies in modern educational process is explained, and also advantages and lacks of such training are opened. Special attention is paid to practical issues of distance learning, forms are described and ideas for its application are offered. At this stage, the main problem is the lack of a single unified electronic platform for learning. After all, in the process of distance learning, the teacher can use various online services that he has mastered. The visually attractive interface contributes to creating a positive impression of the process of user interaction with the website and, as a result, forms a positive attitude towards learning in the student.*

*The paper considers the development and implementation of a distance learning database system with two levels of access: "teacher" and "student", which can be further developed, improved and subsequently used to organize educational processes in higher education institutions. The developed application is a software product that is written in the PHP programming language of the seventh version. During the study, the essence of the concept of distance education system, its structure, methods and means of implementation were analyzed. The object-oriented approach used in the process of mobile application development, which allows for further modernization of the system. It should be noted that the created platform for distance learning is the initial stage in the introduction of modern technologies in learning processes. In further work it is necessary to take into account the specific requirements of higher education. In the future, it could become a powerful tool for providing e-learning support to students.*

*Keywords: distance learning, distance educational technologies, information and telecommunication technologies, mobile application, PHP, database.*

### **Постановка проблеми**

В наш час одним з перспективних способів отримання освіти є дистанційне навчання за допомогою можливостей, які надають сучасні телекомунікаційні технології і, зокрема, мережа Інтернет[1].

В останні десятиліття дистанційне навчання завоювало своє місце в освітньому процесі разом з традиційними формами навчання. Пандемія посприяла активному застосуванню навчальних дистанційних технологій. Надалі досвід їх впровадження повинен стати основою для розробки інноваційних методик навчання, підвищення якості та ефективності освітнього процесу і поліпшення інформаційно-ресурсного забезпечення.

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій**

Технології дистанційного навчання складаються з педагогічних та інформаційних технологій. Деякі автори вважають, що дистанційна форма навчання є

новою технологією організації освітнього процесу, яка базується на принципі самонавчання. Вона виражається в цілеспрямованому процесі інтерактивної взаємодії вчителів та учнів (викладачів і студентів) за допомогою інформаційних і телекомунікаційних технологій, які забезпечують учнів необхідним обсягом навчального матеріалу. З кожним роком популярність дистанційного навчання стрімко зростає, воно набуває широкого поширення в багатьох країнах світу.

Наприклад, в Європі створено університети дистанційної освіти, які реалізують дистанційні програми. Техніка такого навчання передбачає застосування нових інформаційних технологій, які включають супутникове телебачення, комп'ютерні мережі, мультимедіа тощо. Серед країн, що входять до складу Європейського Союзу найстарішою системою дистанційної освіти є британська. Однак серед державних (національних) університетів країн ЄС найбільш розвинутими є системи дистанційного навчання Німеччини, Франції та Іспанії. Саме тому в даному дослідженні здійснено аналіз досвіду організації та розвитку дистанційної освіти цих країн [2, с. 6-7].

В цілому університетами США пропонуються дистанційні курси та програми на всіх рівнях підготовки (бакалавр, магістр, PhD, післядипломне підвищення кваліфікації) з самими різноманітними платформами та особливостями. Саме таке різноманіття є однією з передумов високого міжнародного конкурентного статусу системи вищої освіти та окремих університетів США [3].

Виокремлюється два типи дистанційного навчання, які залежать від характеру організації навчальних комунікацій між учасниками навчально-виховного процесу та організаторами, від способу побудови комунікаційного каналу навчального середовища та засобів передачі інформації [4, с. 2-4]. Перший тип – це традиційне дистанційне навчання, яким є заочне навчання, другий – е-дистанційне навчання (е-ДН), яке характеризується синхронною та асинхронною взаємодією між учасниками і організаторами навчального процесу, переважним і принциповим використанням електронних систем доставки навчання, комп'ютерної мережі Інтернет, мультимедійних навчальних засобів та інформаційно-комунікаційних технологій.

Спираючись на зазначені характерні риси і принципи побудови е-ДН, виділяються його специфічні якісні властивості, такі, як використання спеціалізованих програмних засобів організаційної підтримки е-ДН, складність забезпечення якісного управління веб-сайтами. Візуально привабливий інтерфейс сприяє створенню позитивного враження від процесу взаємодії користувача з сайтом і, як наслідок, формує у користувача позитивне ставлення до навчання.

Оцінка функціональної зручності і візуальної привабливості інтерфейсів на поточний момент є досить суб'єктивною, тому що в першу чергу залежить від особливостей людського сприйняття. Різні групи користувачів можуть зробити абсолютно протилежні висновки про якість призначеного для користувача інтерфейсу, виходячи як з особистих переваг, так і ґрунтуючись на культурних особливостях. З цієї причини виникає задача отримання коректної і однозначної оцінки юзабіліті з використанням засобів автоматизації.

Сучасні методи оцінки юзабіліті можна розділити на наступні групи [6, 7, 8]:

1) методи з прямою участю користувачів, в основі яких лежить спостереження за поведінкою користувача і/або суб'єктивна оцінка користувача.

- Лабораторне юзабіліті-тестування. Переваги: надійність інформації про взаємодію користувача з інтерфейсом. Недоліки: висока або середня вартість, високі часові витрати, необхідність наявності професійного досвіду.

- Немодельоване юзабіліті-тестування. Переваги: менша вартість у порівнянні з лабораторним юзабіліті-тестуванням. Недоліки: зменшення точності і надійності в порівнянні з лабораторним юзабіліті-тестуванням.

- Айтрекінг. Переваги: висока точність даних про взаємодію з інтерфейсом, глибокий аналіз дизайну. Недоліки: висока вартість; неможливість заміни іншими методами оцінки.

- Веб-аналітика. Переваги: швидкість оцінки, невисока вартість, широке охоплення аудиторії. Недоліки: середня точність і надійність, слабе виявлення причини проблем.

- Інтерв'ю. Переваги: висока точність отриманих даних і гнучкість підходу. Недоліки: проблеми тлумачення і аналізу, великі витрати часу.

- Анкетування. Переваги: формалізований підхід до вимірювання задоволеності. Недоліки: висока ймовірність помилок в питаннях і відповідях.

- Опитування. Переваги: швидкість отримання якісної оцінки, невисока вартість. Недоліки: середня точність і надійність, висока ймовірність помилок в питаннях і відповідях.

2) методи з непрямою участю користувачів.

- Експертна оцінка, достоїнством якої є невисока вартість, однак можлива ймовірність упущення важливих проблем і високі витрати часу.

- Автоматична оцінка. Переваги: невисока вартість і швидка оцінка. Недоліки: ймовірність упущення важливих проблем.

- Метод на основі моделей. Переваги: доступність і низька вартість, підвищення розуміння процесу взаємодії на етапі прототипування. Недоліки: необхідність наявності професійного досвіду для створення персонажів і маршрутів, а також високі витрати часу.

Неточності тлумачення, ймовірність помилок при відповідях на питання, невисокий ступінь надійності впливають на достовірність результатів в разі безпосередньої участі користувачів. Тоді як методи, які засновано на експертному, автоматичному оцінюванні або моделюванні процесів, крім високих часових витрат при реалізації, можуть не враховувати ряд важливих аспектів або проблем, що, як наслідок, є причиною зниження вірогідності кінцевої оцінки. Таким чином, обидві групи існуючих методів оцінювання не забезпечують повної, точної і достовірної оцінки юзабіліті.

Головні проблеми створення і впровадження систем е-ДН є комп'ютерно-технологічна, організаційно-управлінська, психолого-педагогічна, фінансово-економічна і нормативно-правова. Поряд з усвідомленням необхідності комплексного і збалансованого вирішення кожної з цих проблем, слід виділити психолого-педагогічну, як таку, теоретичне і практичне вирішення якої сьогодні є завданням найбільш складним, до необхідної межі не визначеним і тому належним чином не розв'язаним.

**Основною метою** є підвищення функціональної зручності і візуальної привабливості інтерфейсів систем е-ДН за рахунок розробки прототипу системи дистанційного навчання, яку в подальшому можна розвивати, удосконалювати та згодом використовувати для організації освітніх процесів у закладах вищої освіти.

#### **Викладення основного матеріалу дослідження**

Властивостями мобільного додатка (МД) є можливість працювати в широкому діапазоні мобільних пристроїв, підстроювання інтерфейсу під конкретні параметри оточення без втрати функціоналу, простота інсталяції та оновлення. Насамперед, найбільш затребуваною властивістю мобільних пристроїв є можливість доступу до нього в будь-який час. МД включає в себе різноманітні додаткові функції, які суттєво вдосконалюють та полегшують засвоєння навчального матеріалу. Такими функціями

можуть бути пошукові засоби, активні інтернет-посилання, тести та багато інших корисних можливостей, які властиві сучасним гаджетам.

У той же час сучасний МД навчального спрямування повинен відповідати наступним вимогам:

- мати простий, інтуїтивно зрозумілий інтерфейс, який дозволяє сконцентруватися на питаннях, що вивчаються;
- встановлюватися, адаптувати інтерфейс та ефективно використовувати ресурси будь-якої мобільної платформи чи пристрою;
- функціонувати в умовах Інтернету або в автономному режимі, що є дуже важливим для споживачів з обмеженими фінансами чи технічними можливостями [5, ст. 100].

Процес створення інформаційної системи зайняв декілька етапів. Перший етап містив у собі аналіз предметної області, а також перспективних інформаційних потреб учнів і викладачів дистанційної системи навчання. На другому етапі, після проведеного аналізу області діяльності організації, відбулося визначення структури інформаційної системи. На третьому етапі роботи розглядалися переваги сучасних інструментальних засобів розробки програмного забезпечення і здійснювалося проектування інтерфейсу системи для користувача. На цій стадії розробляється архітектура системи, яка включає в себе вибір інтерфейсу системи, архітектурний стиль, СУБД.

Мобільний додаток має два рівня доступу: «учень» та «вчитель» (рис. 1).

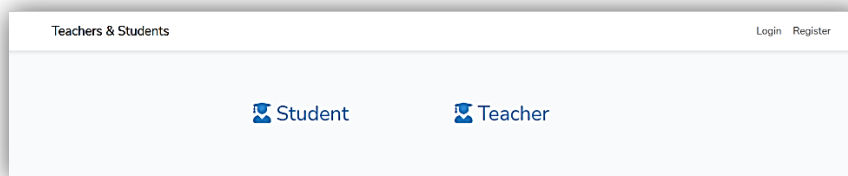


Рис. 1. Два рівня доступу

Для здійснення реєстрації на сайті створено окремі модулі реєстрації (рис. 2).

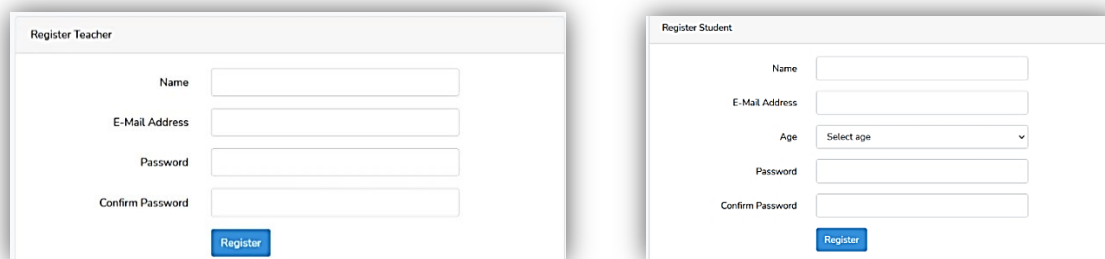


Рис. 2. Реєстрація вчителя та учня

Після натиснення кнопки "New subject" з'явиться форма для заповнення інформації про курс, в якій треба вказати необхідні дані, а саме: "Name" – назва предмету; "Discription" – опис предмету; "Age start" та "Age end" – вікова категорія для якої призначено курс; "Duration" – тривалість одного заняття; "Period" – тривалість всього курсу (рис. 3).

У кабінеті учня можна побачити запропоновані курси, створені викладачами (рис. 4).

Розроблена система оцінки ієрархічності інтерфейсу веб-сторінок дозволяє, виходячи з оцінок (нааявність вирівнювання елементів в координатній сітки,



візуальність, загальна щільність, відносна зв'язність), розрахованих на основі попередньо обробленого скріншота сторінки, відобразити користувачеві результат тестування інтерфейсу.

The screenshot shows a web form titled 'Teachers & Students' with a 'New Students' tab. It features a 'Back to list' button and several input fields: 'Name' (text), 'Description' (text area), 'Age start' (dropdown), 'Age end' (dropdown), 'Duration (min)' (dropdown), 'Period' (text), and 'Active' (dropdown). A 'Save' button is located at the bottom.

Рис. 3. Форма заповнення інформації про предмет

The screenshot displays a 'Main' page with three subject cards. Each card has a 'Subject' header, a 'Name' field, a description, an 'Age' range, and a 'Subscribe' button. The subjects are: Biology (5-7 класов, Age: 12-15), Maths (Math for the tenth grade, Age: 15-16), and Chemistry (Chemistry for the ninth grade, Age: 14-15).

Рис. 4. Сторінка запропонованих предметів для учня

Наявність вирівнювання елементів в координатній сітці. Дана ознака набуває значення 1 або 0 в залежності від наявності або відсутності вирівнювання елементів інтерфейсу користувача один до одного на веб-сторінці.

$$M_1 = \begin{cases} 1, x_i = x_j \vee y_i = y_j, \\ 0, x_i \neq x_j \wedge y_i \neq y_j, \end{cases}$$

де  $x_i$  та  $x_j$  - координати точки 1 та 2 контуру елемента інтерфейсу користувача по горизонталі;

$y_i$  та  $y_j$  - координати точки 1 та 2 контуру елемента інтерфейсу користувача по вертикалі.

Візуальність – площа елемента.

$$M_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{S_i}{S},$$

де  $S_i$  - площа, яку займає елемент інтерфейсу на скріншоті;

$S$  - загальна площа скріншота інтерфейсу;

$n$  - кількість елементів інтерфейсу.

Загальна щільність.

$$M_3 = \frac{S_{pixel}^2}{n \text{ шт}}$$

де  $S$  - загальна площа скріншота інтерфейсу;

$n$  - кількість елементів інтерфейсу.

Відносна зв'язність. Нехай  $G(V, E)$  - плоский граф, де  $V$  - множина вершин графа, за які будемо приймати множину елементів веб-інтерфейсу,  $E$  - множина ребер графа, які характеризують зв'язок між елементами веб-інтерфейсу. Два елементи веб-інтерфейсу будемо вважати пов'язаними, якщо існує пряма лінія, яка описується рівнянням

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1},$$

де  $x_1, x_2$  - координати точки 1 та 2 контуру елемента інтерфейсу по ширині;

$y_1, y_2$  - координати точки 1 та 2 контуру елемента інтерфейсу по висоті.

Оцінка розраховується за формулою:

$$M_4 = \frac{k}{n},$$

де  $n$  - кількість елементів інтерфейсу;

$k$  - кількість елементів, для яких вірна нерівність

$$\deg(v) > \frac{1}{|V|} \sum_{v \in V} \deg(v),$$

де  $\deg(v)$  – ступень вершини  $v$  графа  $G(V, E)$ ;

$|V|$  - кількість вершин графа  $G(V, E)$ .

Процес юзабіліті тестування інтерфейсу містить наступні кроки: передобробка скріншота веб-сторінки, розрахунок оцінок, аналіз результатів. При проведенні експериментів отримано “високу” оцінку інтерфейсу користувача розробленого додатку е-ДН.

### Висновки

Розроблений мобільний додаток дистанційного навчання є перспективною технологією, спрямованою на професіоналізацію та підвищення мобільності тих, хто отримує знання в різних сферах діяльності. Проведений аналіз функціональних та нефункціональних вимог до розробленого додатка е-ДН на основі запропонованого методу оцінювання ієрархічності інтерфейсу користувача показав високу якість веб-сайту. Напрямами подальшої роботи над цією проблематикою є вдосконалення та нарощування функціональних можливостей мобільного додатка з урахуванням специфічних особливостей мобільних пристроїв та галузей знань.

### Список використаної літератури

1. Дендев Б. Информационные и коммуникативные технологии в образовании. М.: ИИТО ЮНЕСКО, 2013. 320с.
2. Світовий досвід організації та розвитку університетської системи дистанційного навчання: уклад. Кулага І.В., Ільницький Д.О., Стрельник С.О. та ін. URL: [https://kneu.edu.ua/userfiles/education2\\_0/13-4713\\_verstka\(1\).pdf](https://kneu.edu.ua/userfiles/education2_0/13-4713_verstka(1).pdf).
3. Soldatenko D., Hnatushenko V. Development of information technologies in the post-COVID-19 world (ON THE EXAMPLE OF UKRAINE). Education in the post-coronavirus world: the place of information and innovative technologies - Series of monographs Faculty of Architecture, Civil Engineering and Applied Arts Katowice School of Technology, Monograph 41. Publishing House of Katowice School of Technology, 2020, pp. 19-23. ISBN 978-83-957298-4-3

4. Биков В.Ю. Дистанційне навчання. Енциклопедія освіти України. Акад. пед. наук України; Головний ред. В.Г. Кремень. К.: Юрінком Інтер, 2008. С. 191 – 193.
5. Дистанційне навчання як сучасна освітня технологія [Електронний ресурс] : матеріали міжвузівського вебінару (м. Вінниця, 31 березня 2017 р.) / відп. ред. Л.Б. Ліщинська. – Вінниця : ВТЕІ КНТЕУ, 2017. 102с. URL: [http://www.vtei.com.ua/images/VN/31\\_03.pdf](http://www.vtei.com.ua/images/VN/31_03.pdf) (дата звернення 15.06.2021)
6. Купер А., Рейман Р., Кронин Д., Носсел Д. Интерфейс. Основы проектирования взаимодействия. СПб.: Питер, 2018. 720 с.
7. Тестирование программного обеспечения. Базовый курс. 3-е изд. Минск: Четыре четверти, 2020. 312 с.
8. 10 эффективных инструментов для юзабилити-тестирования: обзор и сравнение [Электронный ресурс] URL: <https://habr.com/ru/com-pany/eurostudio/blog/109010/> (дата звернення 15.06.2021)

### References

1. Dendi, B. (2013). Informatsiyni ta komunikatyvni tekhnolohiyi v osviti. M .: ITO YUNESKO.
2. Svitovyy dosvid orhanyzatsyy ta rozvytku universitet-s'koyi systemy distantsiynoho navchannya: uklad. Kulaha, I.V., Il'nyts'kyu, D.O., Strel'nyk, S.O., ta in. URL: [https://kneu.edu.ua/userfiles/education2\\_0/13-4713\\_verstka\(1\).pdf](https://kneu.edu.ua/userfiles/education2_0/13-4713_verstka(1).pdf).
3. Soldatenko, Dmytro, & Hnatushenko, Viktoriia. (2020). Development of information technologies in the post-COVID-19 world (ON THE EXAMPLE OF UKRAINE). Education in the post-coronavirus world: the place of information and innovative technologies - Series of monographs Faculty of Architecture, Civil Engineering and Applied Arts Katowice School of Technology, Monograph 41. Publishing House of Katowice School of Technology. P. 19- 23. ISBN 978-83-957298-4-3.
4. Bykov, V.Y. (2008). Dystantsiyne navchannya Entsyklopediya osvity Ukrayiny. Akad. ped. nauk Ukrayiny; Holovnyy red. V.H. Kremen'. K .: Yurinkom Inter. S. 191 - 193.
5. Dystantsiyne navchannya yak suchasna osvitnya tekhnolohiya (2017). [Elektronnyy resurs]: materialy mizhvuzivs'koho vebinaru (m. Vinnytsya, 31 bereznya 2017 r.) / Vidp. red. L.B. Lishchyns'ka. -Vinnitsya: VTEI KNTEU, 102s. URL: [http://www.vtei.com.ua/images/VN/31\\_03.pdf](http://www.vtei.com.ua/images/VN/31_03.pdf) (data Zvernennya 15.06.2021)
6. Kuper, A., Reyman, R., Kronin, D., & Nossel, D. (2018). Interfeys. Osnovy proektuvannya vzayemodiyi SPb .: Piter.
7. Testuvannya prohramnoho zabezpechennya. Bazovyy kurs. (2021). 3-e yzd. Mins'k: Chotyry chverti.
8. 10 efektyvnykh instrumentiv dlya yuzabiliti-testuvannya: ohlyad ta porivnyannya [Elektronnyy resurs] URL: <https://habr.com/ru/com-pany/eurostudio/blog/109010/> (data Zvernennya 15.06.2021).

Гнатушенко Вікторія Володимирівна – д.т.н., професор кафедри інформаційних технологій та систем Національної металургійної академії України. E-mail: [vvitagnat@gmail.com](mailto:vvitagnat@gmail.com), <https://orcid.org/0000-0001-5304-4144>.

Дорош Ольга Володимирівна – м.н.с. Інституту транспортних систем і технологій НАН України. E-mail: [olchik.dorosh@gmail.com](mailto:olchik.dorosh@gmail.com).

Китова Ксенія Володимирівна – студентка кафедри інформаційних технологій та систем Національної металургійної академії України. E-mail: [kseniakitova3@gmail.com](mailto:kseniakitova3@gmail.com).

УДК 517.91:532.2

І.В. ГОЯНЮК, М.Р. ПЕТРИК, І.Я. МУДРИК  
Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя

## МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЙНОГО МАСОПЕРЕНОСУ В СЕРЕДОВИЩІ МІКРОПОРИСТИХ ЧАСТИНОК

*Процеси фільтраційного масопереносу є важливими технологічними операціями при розділенні сумішей, екстрагуванні рідин із різних біологічних матеріалів в переробній, хімічній індустрії, фармакології та інших галузях. Структура біологічних матеріалів містить розгалужену систему вологовмістких клітин, міжклітинних порожнин, мікропор, через які здійснюється масоперенос. При цьому внутрішні потоки маси спрямовані з середини мікропор вологовмістких частинок до їх поверхонь. Далі формуються проміжні (транзитні) потоки, спрямовані від зовнішніх поверхонь частинок в макропори міжчастинкового простору. В макропорах (intraparticle spaces) виникають зовнішні відтоки рідини на зовні пласту середовища. При фільтраційному переносі-відтиску у попередньо сформованому пласті мікропористих частинок біологічної природи, що піддається стискуванню, виникають внутрішні і зовнішні градієнти тисків відповідно в частинках і міжчастинковому просторі, які спричиняють відтоки рідини із пласту і частинок. Ця модель ґрунтується на відповідних рівняннях балансу маси у внутрішній частинковому просторі (intraparticle spaces), включаючи міжчастинковий простор (extraparticle spaces). Згідно такої моделі, потік рідини з мікропор intraparticle spaces розглядається як такий що є незначним у порівнянні з потоком з частинок на зовні – в макропори extraparticle spaces та потоком з extraparticle spaces назовні пласту середовища. До того ж, розглядувана модель включає припущення про псевдо статичність потоку між intraparticle spaces і extraparticle spaces. Це означає, що інтенсивність потоку – з середини частинки назовні, є пропорційною різниці тисків всередині і назовні частинки, що є дуже наближено.*

*Методами інтегральних перетворень Лапласа і Фур'є побудований високошвидкісний точний аналітичний розв'язок крайової задачі фільтраційного масопереносу, що включає два взаємозв'язаних типи переносу: на мікрорівні – в мікропорах вологовмістких частинок, та макрорівні – в системі макропор міжчастинкового простору в обмеженому середовищі мікропористих частинок. Шляхом розв'язання оберненої задачі з використанням експериментальних концентраційних розподілів в системі, розробленій засобами Microsoft Visual C++ розраховані профілі приведених коефіцієнтів консолідації для частинок та системи макропор і виконана перевірка моделі на адекватність.*

*Ключові слова: інтегральне перетворення Лапласа, скінченне інтегральне перетворення Фур'є, мікропористі частинки, моделювання процесів масоперенесення, коефіцієнти консолідації, макропори, пласти, адсорбент, дифузія, зв'язки, модельні профілі.*

І.В.ГОЯНЮК, М.Р. ПЕТРЫК, И.Я. МУДРЫК  
Тернопольский национальный технический университет

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИОННОГО МАССОПЕРЕНОСА В СРЕДЕ МИКРОПОРИСТЫХ ЧАСТИЦ

*Процессы фильтрационного массопереноса являются важными технологическими операциями при разделении смесей, экстрагировании жидкостей из разных биологических материалов в перерабатывающей, химической индустрии, фармакологии и других отраслях. Структура биологических материалов содержит разветвленную систему влажосодержащих клеток, межклеточных порожнин, микропор, через которые осуществляется массоперенос. При этом внутренние потоки массы направлены из середины микропор влажосодержащих частиц к их поверхности. Далее формируются промежуточные (транзитные) потоки, направленные от внешних поверхностей частиц в макропоры межчастичного пространства. В макропорах (intraparticle spaces) возникают внешние оттоки жидкости наружу пласта среды. При фильтрационном переносе-оттиске в предварительно сформированном пласте микропористых частиц биологической природы, который подвергается сжатию, возникают внутренние и внешние градиенты давлений соответственно в частицах и межчастичном пространстве, которые вызывают оттоки жидкости из пласта и частиц. Эта модель основывается на соответствующих уравнениях баланса массы во внутривчастичном пространстве (intraparticle spaces), включая межчастичное пространство (extraparticle spaces). Согласно такой модели, поток жидкости из микропор intraparticle spaces рассматривается как незначительный по сравнению с потоком из частиц наружу - в макропоры extraparticle spaces и*

потоком с *extraparticle spaces* наружу пласта среды. К тому же, рассматриваемая модель включает предположение о псевдо статичности потока между *intraparticle spaces* и *extraparticle spaces*. Это означает, что интенсивность потока - из середины частицы наружу, пропорциональна разности давлений внутри и снаружи частицы, что является очень приближенным.

Методами интегральных преобразований Лапласа и Фурье построено высокоскоростное точное аналитическое решение краевой задачи фильтрационного массопереноса, включающее два взаимосвязанных типа переноса: на микроуровне - в микро влагосодержащих частицах, и макроуровне - в системе макропор межчастичного пространства в ограниченной среде микропористых частиц. Путем решения обратной задачи с использованием экспериментальных концентрационных распределений в системе, разработанной средствами *Microsoft Visual C ++*, рассчитаны профили приведенных коэффициентов консолидации для частиц и системы макропор и выполнена проверка модели на адекватность.

Ключевые слова: интегральное преобразование Лапласа, конечное интегральное преобразование Фурье, микропористые частицы, моделирование процессов массопереноса, коэффициенты консолидации, макропоры, пласты, адсорбент, диффузия, связи, модельные профили.

I.V.GOYANYUK, M.R. PETRYK, I.Y. MUDRYK  
Ternopil National Technical University

## MODELING OF FILTRATION MASS TRANSFER IN THE MEDIUM OF MICROPOROUS PARTICLES

*Filtration mass transfer processes are important technological operations in the separation of mixtures, extraction of liquids from various biological materials in the processing, chemical industry, pharmacology and other fields. The structure of biological materials contains an extensive system of moisture-containing cells, intercellular cavities, micropores, through which mass transfer takes place. The internal mass flows are directed from the middle of the micropores of moisture-containing particles to their surfaces. Next, intermediate (transit) flows are formed, directed from the outer surfaces of the particles into the macropores of the interparticle space. In macropores of intraparticle spaces there are external outflows of liquid on the outer layer of the medium. During filtration transfer-impression in the pre-formed layer of microporous particles of biological nature, which is subjected to compression, there are internal and external pressure gradients in the particles and interparticle space, respectively, which cause outflow of liquid from the layer and particles .. This model is based on intraparticle spaces, including extraparticle spaces. According to this model, the fluid flow from the micropores of the intraparticle spaces is considered to be insignificant compared to the flow from the particles to the outside - to the macropores of the extraparticle spaces and the flow from the extraparticle spaces to the outside layer of the medium. In addition, this model includes assumptions about the pseudo-static flow between intraparticle spaces and extraparticle spaces. This means that the intensity of the flow - from the middle of the particle to the outside, is proportional to the pressure difference inside and outside the particle, which is very close.*

*The Laplace and Fourier integral transformation methods are used to construct a high-velocity exact analytical solution of the boundary value problem of filtration mass transfer, which includes two interconnected types of transfer: at the microlevel in micromisture-containing particles. By solving the inverse problem using experimental concentration distributions in the *Microsoft Visual C ++* system, the profiles of the reduced consolidation coefficients for particles and the macropores system were calculated and the model was checked for adequacy.*

*Keywords: Laplace integral transformation, finite Fourier integral transformation, microporous particles, modeling of mass transfer processes, consolidation coefficients, micropores, layers, adsorbent, diffusion, bonds, model profiles.*

### Постановка проблеми

Проблеми переносу в пористих середовищах мають велике прикладне значення. В цій праці розглядається математична модель масопереносу в середовищі мікропористих частинок клітинних матеріалів, яка враховує складний механізм взаємовпливів і зворотних зв'язків внутрішніх мікропотоків з частинок та макропотоків міжчастинкового простору.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Процеси фільтраційного масопереносу є важливими технологічними операціями при розділенні сумішей, екстрагуванні рідин із різних біологічних матеріалів в переробній, хімічній індустрії, фармакології та інших галузях. Основні проблеми при вивченні процесів масообміну пов'язані з постановкою і розв'язанням задач при високій щільності потоків і великих швидкостях течії, при фазових і хімічних перетвореннях. Перспективним напрямком є використання мікропористих матеріалів для видалення домішок з газових та водних потоків. На сьогодні існує ряд підходів до моделювання процесів масоперенесення в пористих каталітичних (біпористих) середовищах, які дозволяють в достатній мірі враховувати вплив масоперенесення на рівні частинок. Дослідженню процесів дифузійно-адсорбційного масоперенесення в біпористих середовищах присвячено значну кількість праць закордонних авторів – Р. Бартера, Н. Чена, Ж. Каргера, Д. Ритвена ], Ж. Фресарда, Є. Воробйова, С. Леклерка та ін., а також вітчизняних – В.С. Дейнеки, К.В. Сергієнка. В них розглядаються моделі молекулярного транспорту в кристалічних тілах, який спричиняється двома видами дифузії: дифузійною в макропорах, за рахунок порожнин між кристалічними частинками адсорбенту і дифузійною в мікропорах частинок.

### Мета дослідження

З використанням методів скінченного інтегрального перетворення Фур'є та інтегрального перетворення Лапласа, побудувати високошвидкісний аналітичний розв'язок моделі, що дозволяє ефективно розпаралелювання обчислювального процесу для багатоядерних комп'ютерів. Виконати моделювання з використанням спеціально розроблених моделюючих програмних засобів в системі Microsoft Visual C++ .

### Опис основного дослідження

При фільтраційному переносі-відтиску у попередньо сформованому пласті мікропористих частинок біологічного походження, що піддається стискуванню, виникають в частинках і міжчастинковому просторі внутрішні і зовнішні градієнти тисків, які спричиняють відтоки рідини із пласту. При цьому внутрішні потоки маси спрямовані з середини мікропор вологовмістких частинок до їх поверхонь.

У даному дослідженні було розв'язано дві задачі:

1) **перша задача** – на основі розподілів коефіцієнтів консолідації  $\frac{b_2}{b_1}$  Рис.3,

обчислюємо розподіли тисків в макропорах (extraparticle spaces)  $P_1(t, z)$  і розподіли тисків в мікропорах (intraparticle spaces): (частинках)  $P_2(t, x, z)$  та  $\bar{P}_2(t, z)$  середовища відповідно до інтегральної функції сухості частинок середовища  $S(t) = \frac{1}{h} \int_0^h [1 - \bar{P}_2(t, z)] dz$  та швидкості фільтраційного відтиску  $-\frac{1}{\mu r} \frac{\partial}{\partial z} P_1(t, z)$ .

2) **друга задача** – знайдено експериментальні розподіли сухості мікропористого середовища на основі аналітичного розв'язку моделі розподілів коефіцієнтів консолідації  $\frac{b_2}{b_1}$ , що дало можливість перевірити моделі на адекватність та, використовуючи сучасні програмні засоби, змоделювати профілі тиску в середовищі, частинках та інші коефіцієнти.

**Перша задача.** На підставі деяких експериментальних даних та отриманих коефіцієнтів консолідації  $\frac{b_2}{b_1}$  та на підставі експериментального розподілу інтегральної сухості для intraparticle spaces, (Рис. 1.), а також розподіл  $S(t)$ , включаючи розподіл тисків  $\bar{P}_2(t, z)$  та застосувавши чисельне розв'язання відповідних нелінійних систем рівнянь (по експериментальних даних, рис. 2) отримали профіль приведених коефіцієнтів консолідації  $\frac{b_2}{b_1}$  (Рис.3) від часу.

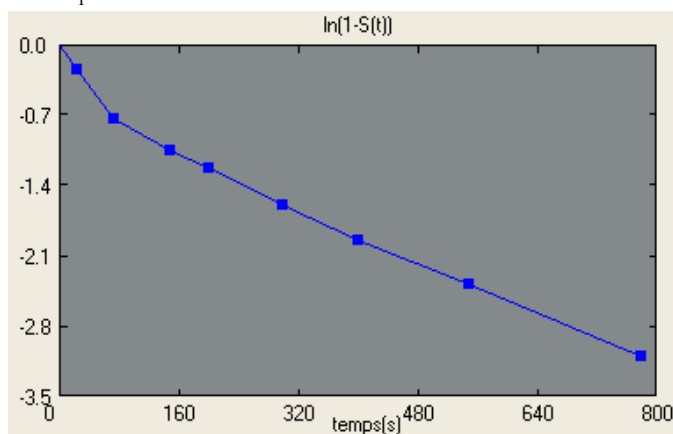


Рис. 1. Екпериментальний розподіл інтегральної сухості

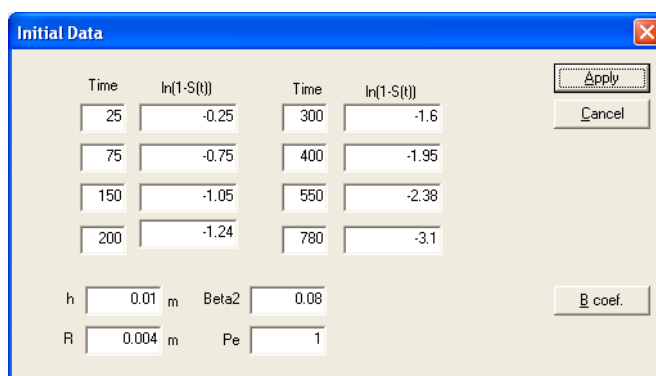


Рис. 2. Microsoft Visual-C++ - вікно даних для моделювання оберненої задачі

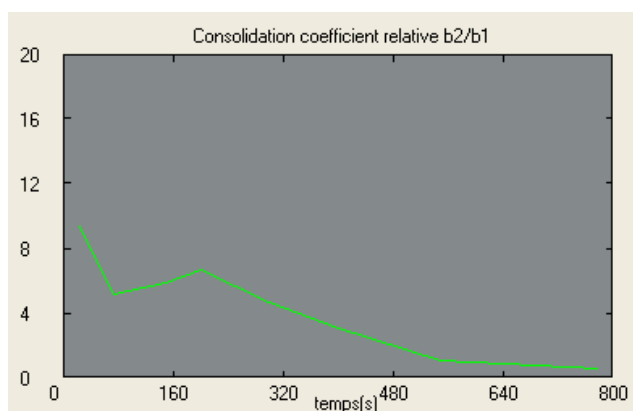


Рис. 3. Профіль ідентикованих приведених коефіцієнтів консолідації  $\frac{b_2}{b_1}$

На рис. 3 наведені початкові дані для моделювання в середовищі Microsoft Visual. Далі  $R$  – половина товщини частинки;  $P_e$  – безрозмірний початковий тиск на просторі *extrae space*;  $h$ , – товщина пласту мікропористого;  $\beta_2$  – фактор еластичності.

**Друга задача.** Беручи до уваги профіль приведених коефіцієнтів консолидації  $\frac{b_2}{b_1}$  (Рис.3), обчислено модельні розподіли тиску в макропорах (*extraparticle spaces*)  $P_1(t, z)$  згідно формули (1) та розподіли тисків в мікропорах (*intraparticle spaces*) (частинках)  $P_2(t, x, z), \bar{P}_2(t, z)$ , інтегральної сухості частинках  $S(t)$  а також швидкості фільтраційного масопереносу  $-\frac{1}{\mu r} \frac{\partial}{\partial z} P_1(t, z)$ .

Модель розподілів тисків та інтегральної функції сухості представлено в залежності від зміни часу і безрозмірних геометричних координат  $X = x / R$ ;  $Z = z / h$  та згідно даних (Рис. 4).

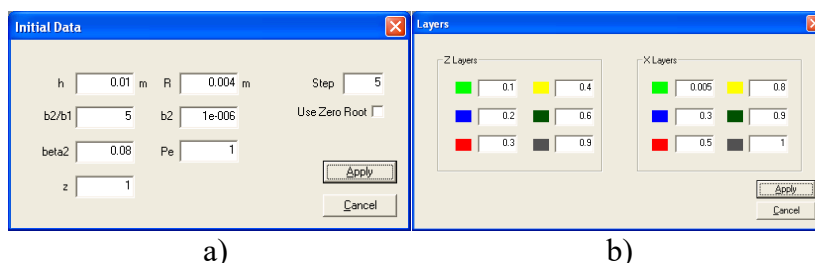


Рис. 4. Microsoft Visual-C++ - вікна даних для моделювання прямої задачі

а) вхідні дані, б) дані ідентифікації кривих розподілів тисків

$$P_1(t, z) = P_E \cdot \frac{2}{h} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{1 - \frac{\beta_2}{2} \left[ \frac{\sqrt{b_2}}{v_{jn} \cdot R} \operatorname{tg} \frac{v_{jn} R}{\sqrt{b_2}} + \frac{1}{\cos^2 \frac{v_{jn} R}{\sqrt{b_2}}} \right]} \left[ e^{-v_{jn}^2 t} - \beta_2 \cdot \frac{2}{R^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{-b_2 \eta_k^2 t} - e^{-v_{jn}^2 t}}{\frac{v_{jn}^2}{b_2} - \eta_k^2} \right] \cdot \frac{\sin \lambda_n z}{\lambda_n} \quad (1)$$

$$P_2(t, x, z) = P_E \cdot \frac{2}{R} \sum_{m=0}^{\infty} \left[ e^{-b_2 \eta_m^2 t} + b_2 \eta_m^2 \int_0^t e^{-b_2 \eta_m^2 (t-\tau)} \cdot P_1(\tau, z) dz \right] \frac{(-1)^m \cdot \cos \eta_m x}{\eta_m}$$

або

$$P_2(t, x, z) = P_E \cdot \frac{2}{R} \sum_{m=0}^{\infty} \left[ e^{-b_2 \eta_m^2 t} + \right]$$



$$\left[ \begin{aligned} & \frac{1}{1 - \frac{\beta_2}{2} \left( \frac{\sqrt{b_2}}{v_{jn}R} \operatorname{tg} \frac{v_{jn}R}{\sqrt{b_2}} + \frac{1}{\cos^2 \frac{v_{jn}R}{\sqrt{b_2}}} \right)} \\ & + \frac{2}{h} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \left[ \frac{e^{-v_{jn}^2 t} - e^{-b_2 \eta_m^2 t}}{1 - \frac{v_{jn}^2}{b_2 \eta_m^2}} \right] \cdot \frac{\sin \lambda_n z}{\lambda_n} \cdot \frac{(-1)^m \cos \eta_m x}{\eta_m} \\ & \omega_{mk}(t) - \frac{e^{-v_{jn}^2 t} - e^{-b_2 \eta_m^2 t}}{1 - \frac{v_{jn}^2}{b_2 \eta_m^2}} \\ & - \beta_2 \cdot \frac{2}{R^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{v_{jn}^2}{b_2} - \eta_k^2 \end{aligned} \right]$$

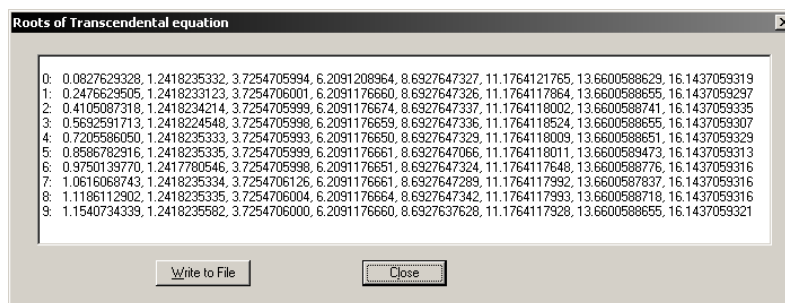


Рис. 5. Visual-C++ - вікно матриці коренів трансцендентного рівняння

На рис. 5. представлена обчислена матриця коренів трансцендентного рівняння в залежності від вхідних даних.

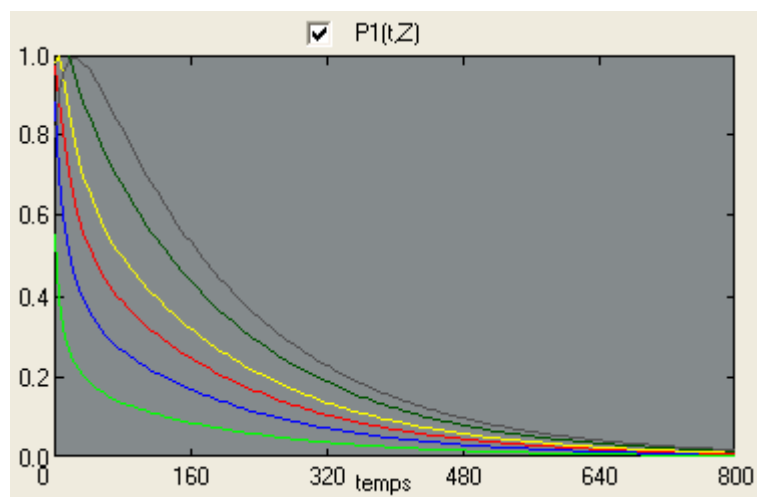
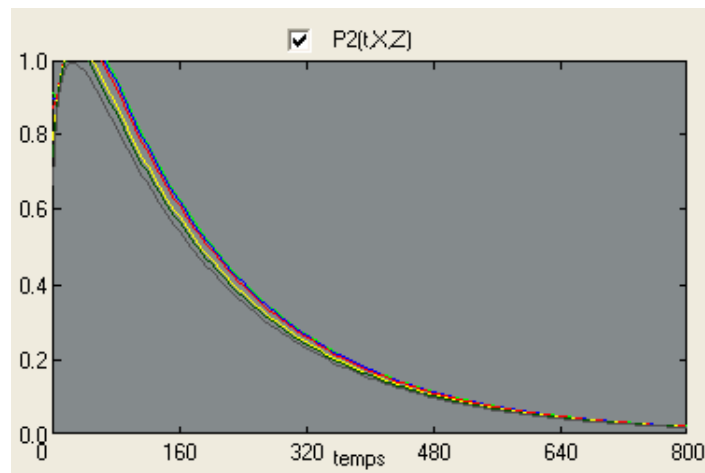


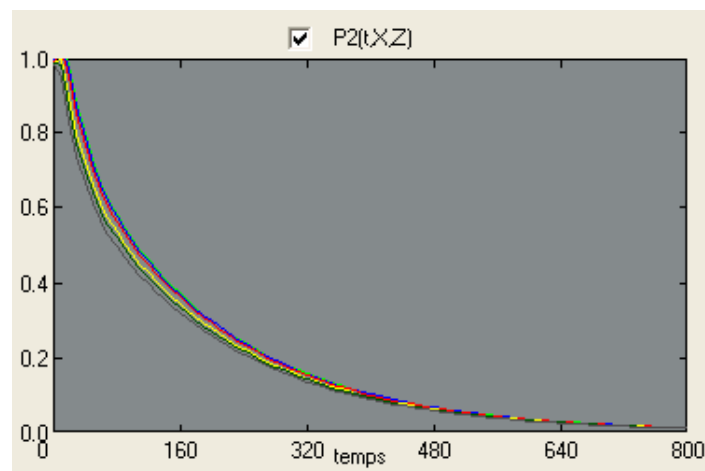
Рис. 6. Модельні профілі тисків в макропорах extraparticle spaces  $P_1(t, Z)$  від часу  $t, [s]$  для різних значень безрозмірної товщини пласту  $Z$

На рис. 6. подані профілі тисків в макропорах (extraparticle spaces) середовища від часу  $t, [s]$  і безрозмірної товщини пласту середовища  $Z$ . Як видно з рис.6, криві розподілів тиску для різних положень безрозмірної товщини пласту середовища  $Z$  експотенціально спадають в часі до нуля. При великих значення часу тиск спадає до

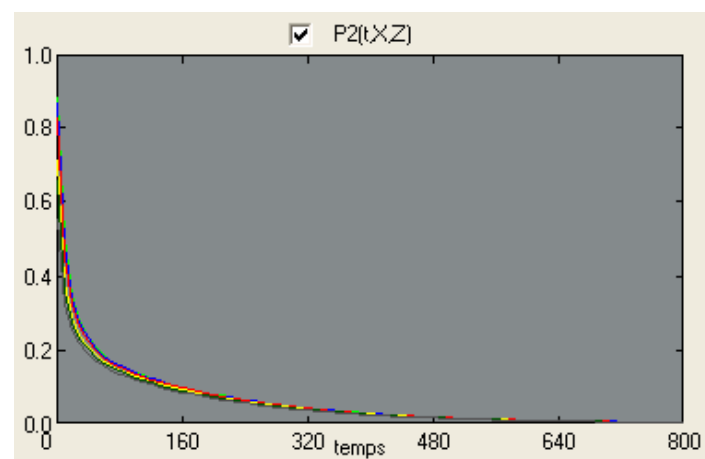
нуля для різних значень безрозмірної координати  $Z$ . По мірі наближення координати  $Z$  до положення фільтрувальної мембрани  $Z=0$ , криві тиску спадають до нуля.



a)



b)



c)

**Рис. 7. Модельні профілі тисків в мікропорах intraparticle spaces  $P_2(t, X, Z)$  від часу  $t, [s]$  для різних положень розташування частинки по товщині пласту: a)  $Z=1$ ; b)  $Z=0.5$ ; c)  $Z=0$**

Рис.7. демонструє модельні профілі безрозмірного тиску в мікропорах (intraparticle spaces): (частинці)  $P_2(t, X, Z)$  як функції від часу  $t, [s]$  і безрозмірної

напівтовщини частинки  $X$  для різних положень розташування частинки по товщині пласту  $Z$ -середовища згідно формули (2). Тут  $Z=1$  відповідає положенню частинок на вершині пласту,  $Z=0.5$  – всередині,  $Z=0$  – на фільтрувальній мембрані. Що видно з рис. 8 – профілі безрозмірного тиску в мікропорах (intraparticle spaces)  $P_2(t, X, Z)$  мають найбільше значення в центрі частинки ( $X = 0$ ) і спадають в напрямі поверхні краю частинки при  $X = 1$  ( $x = R$ ), рівний значенню тиску в макропорах (extraparticle spaces)  $P_1(t, Z)$ .

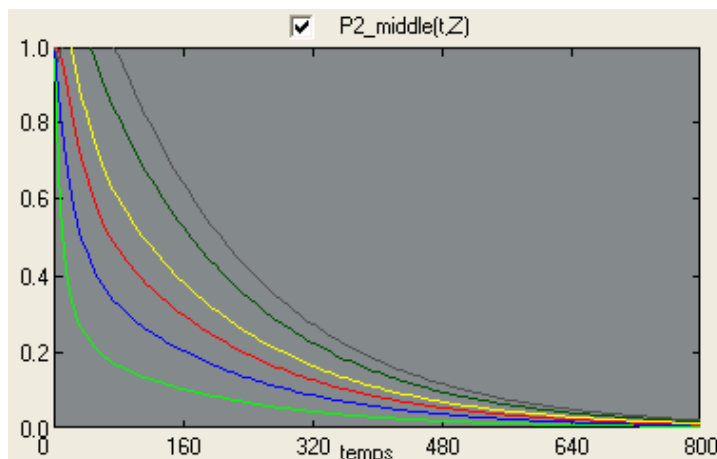


Рис. 8. Модельні профілі усередненого тиску в мікропорах intraparticle spaces  $\bar{P}_2(t, Z)$  від часу  $t$ , [s] для різних значень безрозмірної товщини пласту  $Z$

Рис.8 демонструє модельний розподіл усередненого тиску в мікропорах (intraparticle spaces)  $\bar{P}_2(t, Z)$  від часу  $t$ , [s] для різних значень безрозмірної товщини пласту середовища  $Z$ .

З рис.9 видно, що криві розподілів усередненого тиску в intraparticle spaces  $\bar{P}_2(t, Z)$  для різних положень безрозмірної товщини пласту середовища  $Z$  спадають в часі до нуля. При значенні часу (більше 800 s) тиск  $\bar{P}_2(t, Z)$  як і  $P_1(t, z)$  для різних значень безрозмірної координати  $Z$  спадає до нуля. По мірі наближення координати  $Z$  до положення фільтрувальної мембрани  $Z=0$ , криві тиску  $\bar{P}_2(t, Z)$  спадають до нуля.

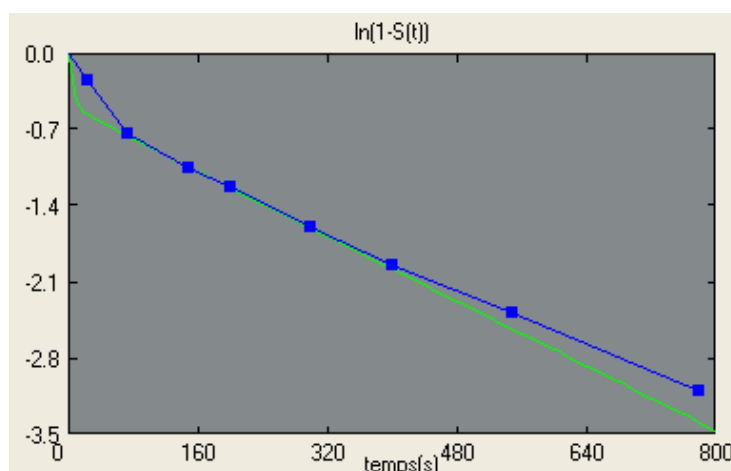


Рис. 9. Модельний і експериментальний профілі інтегральної сухості  $S_2(t)$  для intraparticle spaces від часу  $t$ , [s]

Рис. 9. ілюструє порівняльну картину кривих модельного (суцільна крива зеленого кольору) і експериментального профілів (синя крива з квадратами) інтегральної сухості для **intraparticle spaces**  $S_2(t)$  від часу  $t$ , [s]. З рис. 10 видно, що величини модельного і експериментального профілів інтегральної сухості для **intraparticle spaces**  $S_2(t)$  добре узгоджуються між собою. Що свідчить про якість зворотної задачі і отриманим профілем безрозмірних коефіцієнтів консолідації  $\frac{b_2}{b_1}$ . Величина відносної похибки для усього розподілу не перевищує 3-5 %.

### Висновки

За допомогою технології математичного моделювання з використанням методів інтегральних перетворень Фур'є і Лапласа було побудовано високошвидкісний точний аналітичний розв'язок задачі фільтраційного масопереносу в загальному вигляді. В процесі моделювання з використанням спеціально розроблених програмних засобів з допомогою середовища **Microsoft Visual C++** та сучасних мов програмування таких як C++ забезпечено виконання ефективних процедур перевірки моделі на адекватність та побудову просторово розподілених та змінних в часі розподілів параметрів досліджуваних процесів (Рис.1 – 9).

### Список використаної літератури

1. Haubenberger D., Kalowitz D., Nahab F. B, Toro C., Ippolito D., Luckenbaugh D. A., Wittevrongel L., Hallett M. Validation of Digital Spiral Analysis as Outcome Parameter for Clinical Trials in Essential Tremor. *Movement Disorders*. 2011. Vol. 26. Issue 11. P. 2073–2080.
2. Wang J.-S., Chuang F.-C. An Accelerometer-Based Digital Pen with a Trajectory Recognition Algorithm for Handwritten Digit and Gesture Recognition. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2012. Vol. 59. Issue 7. P. 2998–3007. DOI: 10.1109/TIE.2011.2167895.
3. Ленюк М. П., Петрик М. Р. Методи інтегральних перетворень Фур'є-Бесселя в задачах математичного моделювання масопереносу в неоднорідних середовищах. Київ: Наукова думка, 2000. 372 с.
4. Wang J.-S., Chuang F.-C. An Accelerometer-Based Digital Pen with a Trajectory Recognition Algorithm for Handwritten Digit and Gesture Recognition. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2012. Vol. 59. Issue 7. P. 2998–3007. DOI: 10.1109/TIE.2011.2167895.
5. Lanoiselle J.-L., Vorobyov E. (Vorobiev), Bouvier J.-M Modélisation du Pressage à Pression Constant. Cas de Produits à Structure Cellulaire. *Entropie*. 1994.30(186). P. 39–50 .
6. Petryk M., Leclerc S., Canet D., Fraissard J. Modeling of gas transport in a microporous solid using a slice selection procedure: Application to the diffusion of benzene in ZSM5. *Catalysis Today*. Elsevier B.V. 2008. Vol. 139. Issue 3. 234–240.
7. Petryk M., Vorobiev E. Liquid Flowing from Porous particles During the Pressing of Biological Materials. *Computer and Chemical Engineering*. 2007. Vol. 31. Issue 10. 1336–1345.
8. Petryk M., Leclerc S., Canet D., Sergienko I., Deineka V., Fraissard J. Competitive Diffusion of Gases in a Zeolite Bed: NMR and Slice Selection Procedure, Modelling and Parameter Identification. *The Journal of Physical Chemistry C. ACS (USA)*. 2015. Vol. 119. Issue 47. P. 26519–26525.

9. Mykhalyk D., Mudryk I., Hoi A., Petryk M. Modern Hardware and Software Solution for Identification of Abnormal Neurological Movements of Patients with Essential Tremor. *Proceeding of the 9th International Conference on Advanced Computer Information Technologies* (Czech Republic, Budejovice, June 5-7, 2019). 2019. P. 183–186

### References

1. Haubenberger, D., Kalowitz, D., Nahab, F. B., Toro, C., Ippolito, D., Luckenbaugh, D. A., Wittevrangel, L., & Hallett, M. (2011). Validation of Digital Spiral Analysis as Outcome Parameter for Clinical Trials in Essential Tremor. *Movement Disorders*, **26**, 11, 2073–2080.
2. Wang, J.-S., & Chuang, F.-C. (2012). An Accelerometer-Based Digital Pen with a Trajectory Recognition Algorithm for Handwritten Digit and Gesture Recognition. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **59**, 7, 2998–3007. DOI: 10.1109/TIE.2011.2167895.
3. Leniuk, M. P., & Petryk, M. R. (2000). Metody intnhralnykh peretvoren Furie-Besseliav zadachakh matematychnoho modeliuвання masoperenosu v neodnorodnykh seredovyshchakh. Kyiv: Naukova dumka.
4. Wang, J.-S., & Chuang, F.-C. (2012). An Accelerometer-Based Digital Pen with a Trajectory Recognition Algorithm for Handwritten Digit and Gesture Recognition. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **59**, 7, 2998–3007. DOI: 10.1109/TIE.2011.2167895.
5. Lanoiselle, J.-L., Vorobyov, E. (Vorobiev), & Bouvier, J.-M. (1994). Modélisation du Pressage à Pression Constant. Cas de Produits à Structure Cellulaire, *Entropie*, **30**(186), 39–50.
6. Petryk, M., Leclerc, S., Canet, D., & Fraissard, J. (2008). Modeling of gas transport in a microporous solid using a slice selection procedure: Application to the diffusion of benzene in ZSM5. *Catalysis Today*. Elsevier B.V. **139**, 3, 234–240.
7. Petryk, M., & Vorobiev, E. (2007). Liquid Flowing from Porous particles During the Pressing of Biological Materials. *Computer and Chemical Engineering*, **31**, 10, 1336–1345.
8. Petryk, M., Leclerc, S., Canet, D., Sergienko, I., Deineka V., & Fraissard, J. (2015). Competitive Diffusion of Gases in a Zeolite Bed: NMR and Slice Selection Procedure, Modelling and Parameter Identification.. *The Journal of Physical Chemistry C. ACS* (USA). **119**, 47, 26519–26525.
9. Mykhalyk, D., Mudryk, I., Hoi, A., & Petryk, M. (2019). Modern Hardware and Software Solution for Identification of Abnormal Neurological Movements of Patients with Essential Tremor. *Proceeding of the 9th International Conference on Advanced Computer Information Technologies* (Czech Republic, Budejovice, June 5-7, 2019), pp. 183–186

Гоянюк Іван Васильович – аспірант кафедри програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, e-mail: ivan.goyanyuk@gmail.com, ORCID: 0000-0003-3760-1929.

Петрик Михайло Романович – д.ф.-м.н., професор кафедри програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, e-mail: Mykhaylo\_petryk@tntu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-6612-7213.

Мудрик Іван Ярославович – аспірант кафедри програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, e-mail: i1mudryk@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4305-1911.

## ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕОРІЇ ЗОБРАЖЕНЬ: МНОЖИНИ ТОЧОК І ОПЕРАЦІЙ НАД НИМИ

*Впродовж десятиліть розпізнавання образів і опрацювання зображень, зокрема, залишається актуальною задачею. На сьогодні ми маємо добре пророблений теоретичний фундамент базових понять, операцій і потребу формалізації вхідної (початкової) інформації, що допускає ефективне застосування теорії розпізнавання. Для розв'язку задачі, першим кроком, проведемо огляд понять та операцій алгебри зображень. Формалізм пов'язаний з побудовою архітектури системи обробки зображення полягає в тому, що атрибути пікселя можуть бути описані на межі арифметики і математичної морфології. У роботі лаконічно розглянуто алгебраїчне представлення множин точок і операцій над ними для уніфікованого застосування при подальшій роботі із зображеннями, включаючи а) синхронізацію українсько-англійських відповідників; б) забезпечення представлення неперервності відображення простору точок за допомогою математичного апарату для подальших досліджень. Алгебраїчна теорія представляє мову зображень як належним чином реалізований стандарт обробки зображень, що може значно зменшити зусилля для вивчення та розвитку проблем, пов'язаних з комп'ютерним зором. Оскільки, основа цієї мови суто математична і не залежить від майбутньої архітектури комп'ютера чи мови програмування, то ефективність цього підходу у розробці та навчанні студентів адаптувати алгебраїчну теорію зображень як стандартне середовище для обробки зображень є незаперечною. Додатковими перевагами алгебраїчної теорії зображень є: операції з елементарною алгеброю – невеликі за кількістю, прості і дають можливість представити метод перетворення зображень у легкозасвоюваній формі; алгебраїчні операції та операнди забезпечують можливість виразити всі перетворення зображення в зображення; теореми, що регулюють алгебру та комп'ютерні програми, засновані на позначеннях, підпорядковуються як машинно-залежним, так і машинно-незалежним методам оптимізації; алгебраїчне подання забезпечує більш глибоке розуміння маніпуляцій з операціями над зображенням через стислість опису (метод написання / сприйняття), що робить видимими оптимальні рішення; адаптованість до мов програмування дозволяє замінити надзвичайно короткі та стислі алгебраїчні вирази еквівалентними блоками коду, а отже, збільшує продуктивність програміста; алгебра забезпечує містку математичну структуру, яку можна використовувати, пов'язуючи проблеми обробки зображень з іншими математичними областями; без алгебраїчного подання рішення програміст ніколи не виграє від містка, що існує між мовою програмування та різноманітністю математичних структур, теорем та тотожностей, пов'язаних з математичною теорією; немає конкуруючих позначень, які б адекватно забезпечували всі ці переваги.*

*Ключові слова: розпізнавання зображень, сегментація зображень, комп'ютерний зір.*

## ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕОРИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ: МНОЖЕСТВА ТОЧЕК И ОПЕРАЦИЙ НАД НИМИ

*Десятилетия распознавание образов и обработка изображений остаются актуальной проблемой. Сегодня мы имеем хорошо проработанный теоретический фундамент базовых понятий, операций и необходимость формализации входной (начальной) информации, которая допускает эффективное использование теории распознавания. Для решения этой задачи первым шагом, нужно провести анализ понятий и операций алгебры изображений. Формализм, который связан с построением архитектуры системы обработки изображения, состоит в том, что атрибуты пикселя могут быть описаны на границе математики и морфологии. В работе лаконично рассмотрено алгебраическое представление множества точек и операций над ними для унифицированного использования при работе с изображениями, включая синхронизацию украинско-английских соответствий и обеспечения представления непрерывности отображения пространства точек с помощью математического аппарата для последующих исследований. Алгебраическая теория представляет язык изображений как должным образом реализованный стандарт обработки изображений, что может значительно уменьшить усилия для изучения и развития проблем, связанных с компьютерным зрением. Поскольку основа этого языка чисто математическая и не зависит от будущей архитектуры компьютера или*

языка программирования, то эффективность этого подхода в разработке и обучении студентов адаптировать алгебраическую теорию изображений как стандартное средство для обработки изображений является неоспоримым. Дополнительными преимуществами алгебраической теории представлений являются: операции с элементарной алгеброй – небольшие по количеству, простые и дают возможность представить метод преобразования изображений в легкоусвояемой форме; алгебраические операции и операнды обеспечивают возможность выразить все преобразования изображения в изображения; теоремы, регулирующие алгебру и компьютерные программы, основанные на обозначениях, подчиняются как машинно-зависимым, так и машинно-независимым методам оптимизации; алгебраическое представление обеспечивает более глубокое понимание манипуляций с операциями над изображением через краткость описания (метод написания / восприятия), что делает видимыми оптимальные решения; адаптированность к языкам программирования позволяет заменить чрезвычайно короткие и сжатые алгебраические выражения эквивалентными блоками кода, а следовательно, увеличивает производительность программиста; алгебра обеспечивает емкую математическую структуру, которую можно использовать, связывая проблемы обработки изображений с другими математическими областями; без алгебраического представления решения программист никогда не выиграет от мостика, существующего между языком программирования и разнообразием математических структур, теорем и тождеств, связанных с математической теорией; нет конкурирующих обозначений, которые бы адекватно обеспечивали все эти преимущества.

*Ключевые слова:* распознавание изображений, сегментация изображений, роботизированное зрение.

V.V. HRYTSYK

Lviv Polytechnic National University

## **RESEARCH OF IMAGE THEORY: SETS OF POINTS AND OPERATIONS ON THEM**

*For decades, pattern recognition and image processing, in particular, has remained an urgent task. Today we have a well-developed theoretical foundation of basic concepts, operations and the need to formalize the input (initial) information, which allows the effective application of the theory of recognition. To solve the problem, the first step is to review the concepts and operations of image algebra. The formalism associated with the construction of the architecture of the image processing system is that the attributes of the pixel can be described at the boundary of arithmetic and mathematical morphology. The paper succinctly considers the algebraic representation of sets of points and operations on them for unified application in further work with images; including a) synchronization of Ukrainian-English equivalents; b) providing a representation of the continuity of the reflection of the space of points using a mathematical apparatus for further research. Algebraic theory presents the language of images as a properly implemented standard of image processing, which can significantly reduce the effort to study and develop problems related to computer vision. Since the basis of this language is purely mathematical and does not depend on the future computer architecture or programming language, the effectiveness of this approach in developing and teaching students to adapt algebraic image theory as a standard environment for image processing is undeniable. Additional advantages of algebraic image theory are: the operations of elementary algebra are small in number, simple, and provide an opportunity to present a method of transforming images in an easily digestible form; algebraic operations and operands provide the ability to express all image-to-image transformations; theorems governing algebra and computer programs based on notation are subject to both machine-dependent and machine-independent optimization techniques; algebraic representation provides a deeper understanding of the manipulation of operations on the image through the brevity of the description (method of writing / perception), which makes visible the optimal solutions; notational adaptability to programming languages allows the substitution of extremely short and concise algebraic expressions for equivalent blocks of code, and therefore increases the productivity of the programmer; algebra provides a rich mathematical structure that can be exploited by linking image processing problems with other mathematical areas; without an algebraic representation of the solution, the programmer will never benefit from the bridge that exists between the programming language and the variety of mathematical structures, theorems, and identities associated with mathematical theory; there are no competing designations that adequately provide all these advantages.*

*Keywords:* pattern recognition, image segmentation, computer vision.

### Постановка задачі

Лаконічно/ефективно висвітити алгебричне представлення множин точок і операцій над ними для уніфікованого застосування при подальшій роботі із зображеннями, включаючи а) синхронізацію українсько-англійських відповідників; б) забезпечення представлення неперервності відображення простору точок за допомогою математичного апарату для подальших досліджень.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Впродовж десятиліть опрацювання образів і зображень, зокрема, залишається актуальною задачею [25, 26]. Підґрунтям до цього є, по-перше, те, що візуальний спектр – це основне джерело інформації; по-друге те, що технології постійно покращуються (спочатку бінарні зображення, потім градації сірості, потім кольорові, потім кольорові з поглибленою палітрою, а при переході на одноатомні процесори ситуація знову кардинально зміниться). Проблема синхронізації роботи розподілених по усьому світу команд є лише додатковим аргументом необхідності уніфікації представлення множин та операцій над ними.

Теоретичним початком можемо прийняти винахід регулярних виразів у 1952 році, з подальшим трансформуванням у алгебру Кліні (Stephen Cole Kleene). Хоча ідея побудови концепції уніфікованої теорії для різних понять і операцій, що використовуються при обробці зображень і сигналів, вперше згадана в роботі (Unger, 1958) [1] «Розпаралелення алгоритмів обробки і аналізу зображень на ЕОМ з клітинною архітектурою». Спроби алгебричного підходу до обробки зображень знайшли відображення у теорії образів У. Гренандера (алгебричне представлення операцій обробки і аналізу зображень), та алгебри Г. Рітера (алгебричне представлення операцій обробки і аналізу зображень). У 1961 році видана монографія Глушкова «Синтез цифрових автоматів». Базовою ідеєю останнього була можливість застосування алгебричного апарату для формалізації таких об'єктів, якими є компоненти ЕОМ, схеми та програми. Глушков побудував необхідний математичний апарат та показав, що компоненти ЕОМ можуть бути репрезентовані як математичні вирази. У 1968 році українським вченим Глушковым доведена фундаментальна теорема про регуляризацію (зведення до структурованої форми) довільного алгоритму, зокрема програми, чи мікропрограми. Після цього в Україні розвинувся цілий напрям, зокрема Івахненко О. Г. [26], Вінцюк Т. К. та ін. Таким чином, на сьогодні ми маємо добре пророблений теоретичний фундамент базових понять, операцій і потребу формалізації вхідної (початкової) інформації, що допускає ефективне застосування теорії розпізнавання. Окрім того, автор розглядає можливість розширення уніфікації [25, 26] на різні області застосування.

### Поняття алгебри зображень.

Для розв'язку поставленої задачі, першим кроком, проведемо огляд понять та операцій алгебри зображень.

Формалізм, пов'язаний з побудовою архітектури системи обробки зображення, полягає в тому, що атрибути пікселя можуть бути описані на межі арифметики і математичної морфології.

У широкому сенсі, алгебра зображення – це математична теорія пов'язана з перетворенням й аналізом зображень. Математична морфологія – це розділ обробки зображення пов'язаний з фільтрацією зображення й аналізу структурних елементів.

Математична морфологія виросла з ранньої роботи Мінковського і Хадвігера [3-4], і увійшла у сучасну епоху завдяки роботі Matheron і Серра Еколь у Фонтенбло, Франція [5-8]. Matheron і Серра не тільки сформулювали сучасні уявлення про морфологічні перетворення зображення, а також спроектували і побудували систему



аналізатора текстури. З тих перших днів, морфологічні операції були застосовані від низького рівня до високого рівня проблеми із задачами комп'ютерного зору. Серед наступної хвилі наукових робіт з морфологічної обробки зображень можна відмітити Crimmins і Браун [9], Haralick і співавт. [10, 11], Марагос і Шефер [12-14], Девідсон [15-16, 23], Догерті [17], Goutsias [18, 19], Коскінен і Астола [20], і Стернберг [21, 22] та ін.

Алгебрична теорія представляє мову зображень, як правильно реалізований стандарт обробки зображень, який зможе значно зменшити зусилля на вивчення і розробку задач пов'язаних із комп'ютерним зором [24]. Оскільки основа цієї мови є суто математична і не залежить від майбутньої архітектури комп'ютера або мови програмування, то ефективність розглядуваного підходу при розробках і навчанні студентів адаптації алгебричної теорії зображень в якості стандартного середовища для обробки зображень є беззаперечною.

Незважаючи на спільність мови та економії, існує безліч інших причин, широкого використання алгебраїчного підходу до вивчення комп'ютерного зору в якості основного компоненту при розробці всіх систем обробки зображень. І головною причиною серед них є передбачуваний вплив алгебричного стандарту на майбутню технологію обробки зображень. У цьому досліджуваній підхід можна порівняти з впливом на наукові міркування та просування науки через порівняння різних систем числення (наприклад, римської, сирійської, єгипетської, китайської та ін. систем) із загальноприйнятою зараз індоарабською системою числення та позначень.

Додатковими перевагами, які надає використання в навчанні алгебраїчної теорії зображень, є:

- операції елементарної алгебри є невеликі за кількістю, прості та надають можливість представити метод перетворення зображень у легко засвоюваній формі;
- алгебричні операції та операнди забезпечують можливість вираження усіх перетворень зображення в зображення;
- теореми, що регулюють алгебру та комп'ютерні програми, що складають на основі позначень, піддаються як машинозалежним, так і машинезалежним методикам оптимізації;
- алгебраїчне представлення забезпечує глибше розуміння маніпулювання операціями над зображенням через стислість опису (способу запису/сприйняття), що робить видимими оптимальні рішення;
- нотаційна адаптованість до мов програмування дозволяє проводити підміну надзвичайно коротких і стислих алгебраїчних виразів для еквівалентних блоків коду, і тому збільшує продуктивність програміста;
- алгебра забезпечує багату математичну структуру, яку можна експлуатувати пов'язавши проблеми обробки зображень з іншими математичними областями;
- без алгебраїчного представлення розв'язку програміст ніколи не отримає користі від мосту, що існує між мовою програмування та різноманітністю математичної структури, теорем та тотожностей, що пов'язані з математичною теорією;
- не існує конкуруючих позначень, які адекватно забезпечують усі ці переваги.

### Дослідження множини точок

Множина точок – це просто топологічний простір. Таким чином, множина точок складається з двох складових: сукупність об'єктів, що називаються точками, і топологія, яка передбачає такі поняття як близькість двох точок, зв'язність підмножини множини точок, окіл точки, граничні точки, криві, дуги, плями. Множини точок, зазвичай, позначаються великими літерами, наприклад:  $W, X, Y, Z$ .

Точки (елементи множин точок), зазвичай, позначаються малими літерами, наприклад:  $x, y, z \in W$ . Зауважимо, що коли  $x \in \mathbb{R}^n$ , то  $x$  є формою:  $x =$

$(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , де для кожного  $i = 1, 2, \dots, n$ ,  $x_i$  позначає дійсне число, яке називається  $i$ -ю координатою  $x$ .

Найпоширеніші набори точок, що виникають при обробці зображень – це дискретні (discrete – перервні, окремі, розрізнені) підмножини  $n$ -вимірному Евклідовому простору  $\mathbb{R}^n$  ( $n = 1, 2, 3$ ) разом з дискретною топологією.

**Означення.**

Топологія – це механізм неперервного відображення, що деформує простір не розриваючи його.

**Означення.**

Алгебрична топологія (застаріла назва – комбінаторна топологія) – це розділ топології, що вивчає топологічні простори шляхом зіставлення їх алгебричних об'єктів, та поведінку цих об'єктів під дією різних топологічних операцій.

Зауважимо, що окрім Евклідового простору використовують й інші топології, такі як топологія фон Неймана та odd-even product topology (непарний/випадковий продукт), топологія також часто використовуються в комп'ютерному зорі.

**Означення.**

Часткова топологія (Partition topology) – це топологія, що дозволяє представити довільну множину  $X$  за допомогою підмножин  $P$ . Ці підмножини формують базис для топології.

Часткова топологія включає два підходи:

- (The odd–even topology) – це топологія де  $X \in N, P = \{2k - 1, 2k\}: k \in N$ , тобто  $P = \{\{1,2\}, \{3,4\}, \{5,6\}, \dots\}$ . У цьому випадку топологію з базисом  $P$  називають (The odd–even topology).
- (The deleted integer topology) – ця топологія визначається через  $X \in \cup_{n \in N} (n - 1, n) \subset \mathbb{R}$ , єз та  $P = \{\{1,2\}, \{3,4\}, \{5,6\}, \dots\}$ .

Тривіальним випадком дискретної топології є випадок, коли кожна точка  $x \in X$  є точкою підмножини  $P$ .

Немає обмежень у формі використовуваних дискретних підмножин  $\mathbb{R}^n$ , у програмах для вирішення проблем комп'ютерним зором. Множини точок можуть бути довільних форм. Зокрема, форми можуть бути прямокутними, круглими, плямистими, змієподібними. Деякі з найбільш доречних множин точок – це множина цілих точок  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{R}^1$ ,  $n$ -вимірна решітка  $\mathbb{Z}^n \subset \mathbb{R}^n$ :

$$(\mathbb{Z}^n = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \dots \times \mathbb{Z} = \{x \in \mathbb{R}^n: x = (x_1, \dots, x_n), x_i \in \mathbb{Z} \text{ for } i = \overline{1, n}\}) .$$

Множини, що найбільш часто зустрічаються мають значення  $n=2$  та  $n=3$ , а також прямокутна підмножина  $\mathbb{Z}^2$ . Дві множини, що найбільш часто зустрічаються мають вид:

$$X = \mathbb{Z}_m \times \mathbb{Z}_n = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{Z}^2: 0 \leq x_1 \leq m - 1, \quad 0 \leq x_2 \leq n - 1\}$$

Та

$$X = \mathbb{Z}_m^+ \times \mathbb{Z}_n^+ = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{Z}^2: 1 \leq x_1 \leq m, \quad 1 \leq x_2 \leq n\}.$$

Слідуючи стандартній практиці і представляючи точки прямокутних множин (перебираючи точки у матричній формі) відобразимо на рис. 1 графічне представлення множини точок  $X = \mathbb{Z}_m^+ \times \mathbb{Z}_n^+$ .

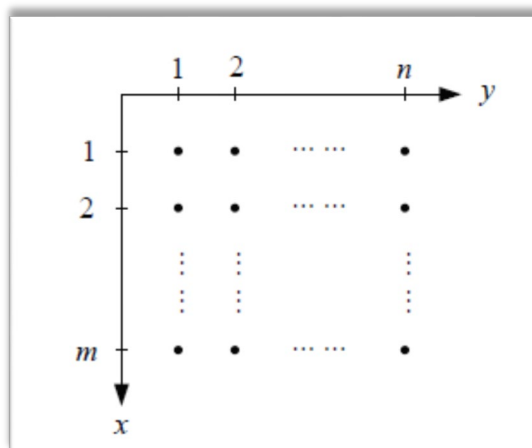


Рис. 1. Прямокутна множина точок  $X = \mathbb{Z}_m^+ \times \mathbb{Z}_n^+$

### Точкові операції (операції над точками)

В більшості випадків множини точок – це окремі підмножини векторного простору  $\mathbb{R}^n$ . Тому, ці множини точок успадковують звичайні операції елементарного векторного простору. Отже, для прикладу, якщо

$$X \subset \mathbb{Z}^n \text{ або } X \subset \mathbb{R}^n,$$

де  $x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n), y = (y_1, \dots, y_i, \dots, y_n): x_i, y_i \in X$ , тоді сума точок  $x$  та  $y$  визначається як:

$$x + y = (x_1 + y_1, \dots, x_n + y_n),$$

а множення і додавання скаляра  $k \in \mathbb{Z}$  або  $k \in \mathbb{R}$ , буде визначено як

$$k \cdot x = (k \cdot x_1, \dots, k \cdot x_n)$$

та

$$k + x = (k + x_1, \dots, k + x_n),$$

відповідно. Віднімання, також, визначається у відповідний спосіб.

Додатково до стандартних операцій векторного простору, алгебра зображень також включає три базових типи множення точок:

- Добуток Адамара (*Hadamard product*) – бінарна операція між двома матрицями однакової розмірності, у результаті виконання якої утворюється нова матриця, в якій кожний елемент  $ij$  – це добуток елементів  $ij$  початкових матриць:

$$A_{ij} \circ B_{ij} = (A \circ B)_{ij}$$

Приклад добутку Адамара для двох матриць  $2 \times 3$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \cdot b_{11} & a_{12} \cdot b_{12} & a_{13} \cdot b_{13} \\ a_{21} \cdot b_{21} & a_{22} \cdot b_{22} & a_{23} \cdot b_{23} \end{pmatrix}$$

- Поперечний добуток (Векторний добуток) (*cross product (or vector product)*) для точок в просторі  $\mathbb{Z}^3$  або  $\mathbb{R}^3$ . Результатом векторного добутку є вектор, перпендикулярний до обох вихідних векторів; його довжина дорівнює площі паралелограма, що утворений початковими векторами; вибір напрямку визначається так, щоб трійка з векторів-множників, узятих в такому ж порядку, як записано в добутку, і отриманого вектору була правою. Отже, для визначення векторного добутку потрібно задати орієнтацію простору, тобто вказати яка трійка векторів є правою, а яка лівою.

Векторний добуток позначається символом  $\times$  і/або квадратними дужками, і/або жирним шрифтом:

$$\vec{u} \times \vec{v} = [\vec{u}, \vec{v}] = \mathbf{u} \times \mathbf{v} = [\mathbf{u}, \mathbf{v}]$$

- Скалярний добуток (*dot product, scalar product*) – бінарна операція над векторами, результатом якої є скаляр (число, що рівне добутку довжин цих векторів на косинус кута між ними); скалярний добуток двох геометричних векторів  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  визначається за формулою:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}|\cos(\alpha, \beta)$$

$$x \cdot y = (x_1 \cdot y_1, \dots, x_n \cdot y_n),$$

$$x \times y = (x_2 \cdot y_3 - x_3 \cdot y_2, x_3 \cdot y_1 - x_1 \cdot y_3, x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1),$$

і

$$x \cdot y = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + \dots + x_n \cdot y_n$$

відповідно.

- - *буллет оператор (оператор куля)*;
- - *dot оператор (оператор точка)*
- *композиційна функція оператор; /circle*

Зауважимо, що сума двох точок, добуток Адамара та векторний (поперечний) добуток – це двійкові операції, які приймають за вхід дві точки і виробляють ще одну точку. Тому, ці операції можна розглядати як відображення  $X \times X \rightarrow X$  для  $\forall X$ . І, навпаки, двійкова операція точкового добутку є скалярним, а не іншим вектором?. Для прикладу, відображення  $X \times X \rightarrow F$ , де  $F$  позначає відповідне поле скалярів. Ще одним відображенням, що асоціюється з метричним простором, є функція відстані  $X \times X \rightarrow R$ , яка присвоює кожній парі точок  $x$  і  $y$  (відстань від  $x$  до  $y$ ). Найпоширенішими функціями відстані, що виникають при обробці зображення, є евклідова відстань, міський блок або діамантова відстань і відстань шахової дошки, які визначаються як

$$d(x, y) = \left[ \sum_{k=1}^n (x_k - y_k)^2 \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$p(x, y) = \sum_{k=1}^n |x_k - y_k|,$$

$$\delta(x, y) = \max\{|x_k - y_k|: 1 \leq k \leq n\},$$

відповідно.

Відстань зручно обчислюється в термінах точкових правил (*norm*). Подаємо три найбільш поширені правила.

Правило (*norm*) зі стандарту  $L^p$ :

$$\|x\|_p = \left( \sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

Правило (*norm*) зі стандарту  $L^\infty$ :

$$\|x\|_\infty = \bigvee_{i=1}^n |x_i|,$$

де

$$\bigvee_{i=1}^n |x_i| = \max\{|x_1|, \dots, |x_n|\}$$

Правило Евклідової відстані (*Euclidean norm*):

$$\|x\|_2 = \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2}.$$

Таким чином,

$$d(x, y) = \|x - y\|_2.$$

Подібно до визначення відстані методом міських блоків можна обчислити відстань використовуючи формулу  $p(x, y) = \|x - y\|_1$  і відстань за правилом шахової дошки (chessboard distance) використовуючи  $\delta(x, y) = \|x - y\|_\infty$ .

Зауважимо, що  $p$ -правило ( $p$ -norm) точки  $x \in$  унарною (одинарною, такою що містить один компонент) операцією, що називається функцією  $\|\cdot\|_\infty: X \rightarrow \mathbb{R}$ .

### Висновки

У роботі проведено огляд понять та операцій алгебри зображень. Побудова архітектури системи обробки зображення представлена так, що атрибути пікселя можуть бути описані на межі арифметики і математичної морфології. У роботі лаконічно представлено алгебраїчне представлення множин точок і операцій над ними для уніфікованого застосування при подальшій роботі із зображеннями; включаючи а) синхронізацію українсько-англійських відповідників; б) забезпечення представлення неперервності відображення простору точок за допомогою математичного апарату для подальших досліджень.

### Список використаної літератури

1. Unger S. A computer oriented toward spatial problems. *Proceedings of the IRE*. 1958. Vol. 46, pp. 1144–1750.
2. G.X. Ritter, “Recent developments in image algebra,” in *Advances in Electronics and Electron Physics*, vol. 80, Academic Press, New York, 1991, pp. 243–308.
3. Cutting-edge facial recognition goes mainstream. *Research\*eu results magazine*. December 2017-January 2018. № 68. P. 39.
4. Minkowski H. *Gesammelte Abhandlungen*. Leipzig-Berlin: Teubner Verlag, 1911.
5. Hadwiger H. *Vorlesungen U"ber Inhalt, Oberfl"ache und Isoperimetrie*. Berlin: Springer-Verlag, 1957.
6. Matheron G. *Random Sets and Integral Geometry*. New York: Wiley, 1975.
7. Serra J. *Introduction a la morphologie mathematique*. Booklet no. 3. Cahiers du Centre de Morphologie Mathematique, Fontainebleau, France, 1969.
8. Serra J. *Morphologie pour les fonctions a peu pres en tout ou rien*. Technical report. Cahiers du Centre de Morphologie Mathematique, Fontainebleau, France, 1975.
9. Serra J. *Image Analysis and Mathematical Morphology*. London: Academic Press, 1982.
10. Crimmins T., Brown W. Image algebra and automatic shape recognition. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 1985, Jan. Vol. AES-21, pp. 60–69.
11. Haralick R., Sternberg S., Zhuang X. Image analysis using mathematical morphology: Part I. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 1987, July. Vol. 9, pp. 532–550.
12. Haralick R., Shapiro L., Lee J. Morphological edge detection. *IEEE Journal of Robotics and Automation*. 1987, Apr. Vol. RA-3, pp. 142–157.
13. Maragos P., Schafer R. Morphological skeleton representation and coding of binary images. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 1986, Oct. Vol. ASSP-34, pp. 1228–1244.
14. Maragos P., Schafer R. Morphological filters Part II : Their relations to median, order-statistic, and stack filters. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 1987, Aug. Vol. ASSP-35, pp. 1170–1184.
15. Maragos P., Schafer R. Morphological filters Part I: Their set-theoretic analysis and

- relations to linear shift-invariant filters. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. 1987, Aug. Vol. ASSP-35, pp. 1153–1169.
16. Davidson J., Talukder A. Template identification using simulated annealing in morphology neural networks. *Second Annual Midwest Electro-Technology Conference. (Ames, IA)*. IEEE Central Iowa Section. 1993, Apr., pp. 64–67.
  17. Davidson J., Hummer F. Morphology neural networks: An introduction with applications. *IEEE Systems Signal Processing*. 1993. Vol. 12, no. 2, pp. 177–210.
  18. Dougherty E. Unification of nonlinear filtering in the context of binary logical calculus, part ii: Gray-scale filters. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*. 1992, Nov. Vol. 2, pp. 185–192.
  19. Schonfeld D., Goutsias J. Optimal morphological pattern restoration from noisy binary images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 1991, Jan. Vol. 13, pp. 14–29.
  20. Goutsias J. On the morphological analysis of discrete random shapes. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*. 1992, Nov. Vol. 2, pp. 193–216.
  21. Koskinen L., Astola J. Asymptotic behaviour of morphological filters. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*. 1992, Nov. Vol. 2, pp. 117–136.
  22. Sternberg S. R. Language and architecture for parallel image processing. *Proceedings of the Conference on Pattern Recognition in Practice*. (Amsterdam), May 1980.
  23. Sternberg S. Overview of image algebra and related issues. *Integrated Technology for Parallel Image Processing*. (S. Levialdi, ed.), London: Academic Press, 1985.
  24. Davidson J. Lattice Structures in the Image Algebra and Applications to Image Processing. PhD thesis, University of Florida, Gainesville, FL, 1989.
  25. Hrytsyk V., Grondzal A., Bilenyk A. Augmented Reality for People with Disabilities. Proceedings of the International Conference on Computer Sciences and Information Technologies, CSIT'2015 (Lviv, 2015, September 14–17). Lviv: Polytechnic National University, 2015. P. 188–191.
  26. Cutting-edge facial recognition goes mainstream. *Reasearch\*eu results magazine*. December 2017-January 2018. № 68. P. 39.

### Reference

1. Unger, S. (1958). A computer oriented toward spatial problems. *Proceedings of the IRE*. Vol. 46, 1144–1750.
2. G.X. Ritter, “Recent developments in image algebra,” in *Advances in Electronics and Electron Physics*, vol. 80, Academic Press, New York, 1991, pp. 243–308.
3. Cutting-edge facial recognition goes mainstream. *Reasearch\*eu results magazine*. December 2017-January 2018, p. 68.
4. Minkowski, H. (1911). *Gesammelte Abhandlungen*. Leipzig-Berlin: Teubner Verlag.
5. Hadwiger, H. (1957). *Vorlesungen U" ber Inhalt, Oberfl"ache und Isoperimetrie*. Berlin: Springer-Verlag.
6. Matheron, G. (1975). *Random Sets and Integral Geometry*. New York: Wiley.
7. Serra, J. (1969). *Introduction a la morphologie mathematique*. Booklet no. 3. Cahiers du Centre de Morphologie Mathematique, Fontainebleau, France.
8. Serra, J. (1975). *Morphologie pour les fonctions a peu pres en tout ou rien*. Technical report. Cahiers du Centre de Morphologie Mathematique, Fontainebleau, France.
9. Serra, J. (1982). *Image Analysis and Mathematical Morphology*. London: Academic Press.
10. Crimmins, T., & Brown, W. (1985). Image algebra and automatic shape recognition. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. Jan. Vol. AES-21, 60–69.
11. Haralick, R., Sternberg, S., & Zhuang, X. (1987). Image analysis using mathematical

- morphology: Part I. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. July. Vol. 9, 532–550.
12. Haralick, R., Shapiro, L., & Lee, J. (1987). Morphological edge detection. *IEEE Journal of Robotics and Automation*. Apr. Vol. RA-3, 142–157.
  13. Maragos, P., & Schafer, R. (1986). Morphological skeleton representation and coding of binary images. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. Oct. Vol. ASSP-34, 1228–1244.
  14. Maragos, P., & Schafer, R. (1987). Morphological filters Part II : Their relations to median, order-statistic, and stack filters. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. Aug. Vol. ASSP-35, 1170–1184.
  15. Maragos, P., & Schafer, R. (1987). Morphological filters Part I: Their set-theoretic analysis and relations to linear shift-invariant filters. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. Aug. Vol. ASSP-35, 1153–1169.
  16. Davidson, J., & Talukder, A. (1993). Template identification using simulated annealing in morphology neural networks. *Second Annual Midwest Electro-Technology Conference. (Ames, IA)*. IEEE Central Iowa Section. Apr., pp. 64–67.
  17. Davidson, J., & Hummer, F. (1993). Morphology neural networks: An introduction with applications. *IEEE Systems Signal Processing*. Vol. 12, no. 2, 177–210.
  18. Dougherty, E. (1992). Unification of nonlinear filtering in the context of binary logical calculus, part ii: Gray-scale filters. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*. Nov. Vol. 2, 185–192.
  19. Schonfeld, D., & Goutsias, J. (1991). Optimal morphological pattern restoration from noisy binary images. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. Jan. Vol. 13, 14–29.
  20. Goutsias, J. (1992). On the morphological analysis of discrete random shapes. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*. Nov. Vol. 2, 193–216.
  21. Koskinen, L., & Astola, J. (1992). Asymptotic behaviour of morphological filters. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*. Nov. Vol. 2, 117–136.
  22. Sternberg, S. R. (1980). Language and architecture for parallel image processing. *Proceedings of the Conference on Pattern Recognition in Practice*. (Amsterdam). May.
  23. Sternberg, S. (1985). Overview of image algebra and related issues. *Integrated Technology for Parallel Image Processing*. (S. Levialdi, ed.), London: Academic Press.
  24. Davidson, J. (1989). Lattice Structures in the Image Algebra and Applications to Image Processing. PhD thesis, University of Florida, Gainesville, FL.
  25. Hrytsyk, V., Grondzal A., & Bilenkyj A. (2015). Augmented Reality for People with Disabilities. Proceedings of the International Conference on Computer Sciences and Information Technologies, CSIT'2015 (Lviv, 2015, September 14–17). Lviv: Polytechnic National University, pp. 188–191.
  26. Cutting-edge facial recognition goes mainstream. *Reasearch\*eu results magazine*. December 2017-January 2018. No. 68. P. 39.

ГРИЦИК Володимир Володимирович – д.т.н., професор Національного університету «Львівська політехніка». E-mail: volodymyrhrytsyk@gmail.com, Orchid ID: 0000-0002-7681-2211

УДК 514.18

О.М. ГУМЕН  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
С.Є. ЛЯСКОВСЬКА  
Національний університет «Львівська політехніка»  
Є.В. МАРТИН  
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності

## ІНФОРМАЦІЙНІ ГРАФІЧНІ ТЕХНОЛОГІЇ У МОДЕЛЮВАННІ БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИХ СИСТЕМ

*При конструюванні багатопараметричних технічних систем важливим є вибір конструктивних параметрів шляхом дослідження перебігу процесів із залученням багатовимірних фазових (просторів ?) і просторів стану. Формування експлуатаційних характеристик досліджуваної системи часто виконують за допомогою інтегральних кривих чи фазових траєкторій. Результати візуалізації, інтерпретації та аналізу перехідних процесів у технічних системах часто обґрунтовуються використанням поверхонь другого порядку, зокрема, циліндричних. Враховуючи багатопараметричність системи, важливо встановити особливості проєкційних зображень таких поверхонь. Викладене дає підстави вважати актуальним завдання розроблення геометричних засобів відображення поверхонь другого порядку у моделях багатопараметричних технічних систем з використанням багатовимірних евклідових просторів, вимірність яких визначається числом функціональних параметрів досліджуваної технічної системи.*

*Конструювання геометричних образів як багатовидів та гіперповерхонь охоплюючих евклідових просторів прослідковуємо у працях щодо параметризації багатовимірних геометричних образів, у розробленні композиційного методу утворення поверхонь геометричними засобами Балюбі–Найдиша числення. Деякі роботи обґрунтовують та узагальнюють на багатовимірний фазовий простір геометричні засоби фазової площини. У прикладній багатовимірній геометрії відоме обмежене число наукових розвідок щодо узагальнення проєкцій поверхонь тривимірного евклідового простору. Мета статті – дослідження і обґрунтування проєкційних зображень багатовимірних циліндричних поверхонь щодо розширення можливостей практичного застосування геометричних засобів багатовимірних фазових і просторів стану технічних систем. Розглядаються графічні засоби прикладної багатовимірної геометрії щодо узагальнення поверхонь другого порядку тривимірного евклідового простору на прикладі циліндричних поверхонь як засобів досліджень багатопараметричних технічних систем з використанням їх моделей. Показані особливості проєкційних зображень тривимірних циліндричних поверхонь чотиривимірного евклідового простору з урахуванням належності багатовидів нижчої вимірності.*

*Ключові слова:* багатовимірний простір, циліндричні поверхні, багатовиди, багатопараметрична технічна система, параметри.

О.М. GUMEN  
National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»  
S.E. LJASKOVSKA  
National University «Lviv Polytechnic»  
E.V. MARTYN  
Lviv State University of Life Safety

## INFORMATION GRAPHIC TECHNOLOGIES IN MODELLING MULTIPARAMETER SYSTEMS

*When designing multiparameter technical systems, it is important to choose the design parameters by studying the course of processes involving multidimensional phase and state spaces. The formation of operational characteristics of the studied system is often performed using integrated curves or phase trajectories. The results of visualization, interpretation and analysis of transients in technical systems are often justified by the use of second-order surfaces, in particular, cylindrical. Given the multiparameter system, it is important to establish the features of the projection images of such surfaces. The above gives grounds to consider the task of developing geometric means of mapping second-order surfaces in models of multiparameter technical systems*

<https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.1.11>



*using multidimensional Euclidean spaces, the measurability of which is determined by the number of functional parameters of the studied technical system.*

*The construction of geometric images as manifolds and hypersurfaces of enveloping Euclidean spaces is traced in works on parameterization of multidimensional geometric images, in the development of a compositional method of surface formation by geometric means Balyuba–Najdysh calculus. Some works substantiate and generalize the geometric means of the phase plane to a multidimensional phase space. In applied multidimensional geometry, a limited number of scientific investigations are known to generalize the projections of the surfaces of three-dimensional Euclidean space. The purpose of the article is to study and substantiate the projection images of multidimensional cylindrical surfaces to expand the possibilities of practical application of geometric means of multidimensional phase and state spaces of technical systems. The graphical tools of applied multidimensional geometry for generalization of surfaces of the second order of three-dimensional Euclidean space are considered by the example of cylindrical surfaces as means of researching multiparameter technical systems using their models. The features of projection images of three-dimensional cylindrical surfaces of four-dimensional Euclidean space are shown, taking into account the belonging of low-dimensional manifolds.*

*Key words: multidimensional space, cylindrical surfaces, manifolds, multiparameter technical system, parameters.*

**Е.Н. ГУМЕН**

Национальный технический университет Украины  
«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»

**С.Е. ЛЯСКОВСКАЯ**

Национальный университет «Львовская политехника»

**Е.В. МАРТЫН**

Львовский государственный университет безопасности жизнедеятельности

## **ИНФОРМАЦИОННЫЕ ГРАФИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В МОДЕЛИРОВАНИИ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

*При конструировании многопараметрических технических систем важным является выбор конструктивных параметров путем исследования течения процессов с привлечением многомерных фазовых (пространств?) и пространств состояния. Формирование эксплуатационных характеристик исследуемой системы часто выполняют с помощью интегральных кривых или фазовых траекторий. Результаты визуализации, интерпретации и анализа переходных процессов в технических системах часто обосновываются использованием поверхностей второго порядка, в частности, цилиндрических. Учитывая многопараметричность системы, важно установить особенности проекционных изображений таких поверхностей. Изложенное дает основание считать актуальной задачу разработки геометрических средств отображения поверхностей второго порядка в моделях многопараметрических технических систем с использованием многомерных евклидовых пространств, размерность которых определяется числом функциональных параметров исследуемой технической системы.*

*Конструирование геометрических образов как многообразий и гиперповерхностей охватывающих евклидовых пространств прослеживается в трудах по параметризации многомерных геометрических образов, в разработке композиционного метода образования поверхностей геометрическими средствами Балуубы-Найдиша исчисления. Некоторые работы обосновывают и обобщают на многомерное фазовое пространство геометрические средства фазовой плоскости. В прикладной многомерной геометрии известно ограниченное число научных исследований по обобщению проекций поверхностей трехмерного евклидова пространства. Цель статьи – исследование и обоснование проекционных изображений многомерных цилиндрических поверхностей по расширению возможностей практического применения геометрических средств многомерных фазовых и пространств состояния технических систем. Рассматриваются графические средства прикладной многомерной геометрии по обобщению поверхностей второго порядка трехмерного евклидова пространства на примере цилиндрических поверхностей как средств исследований многопараметрических технических систем с использованием их моделей. Показаны особенности проекционных изображений трехмерных цилиндрических поверхностей четырехмерного евклидова пространства с учетом принадлежности многообразий низшей размерности.*

*Ключевые слова: многомерное пространство, цилиндрические поверхности, многообразия, многопараметрическая техническая система, параметры.*

### Постановка проблеми

У конструюванні багатопараметричних технічних систем важливим є вибір конструктивних параметрів шляхом дослідження перебігу процесів із залученням багатовимірних фазових просторів і просторів стану. Формування експлуатаційних характеристик досліджуваної системи часто виконують за допомогою інтегральних кривих чи фазових траєкторій [1, 2]. Результати візуалізації, інтерпретації та аналізу перехідних процесів у технічних системах, як правило, обґрунтовуються використанням поверхонь другого порядку, зокрема, циліндричних [2]. Враховуючи багатопараметричність системи, важливо встановити особливості проєкційних зображень таких поверхонь. Викладене дає підстави обґрунтовано вважати актуальним завдання розроблення геометричних засобів відображення поверхонь другого порядку у моделях багатопараметричних технічних систем з використанням багатовимірних евклідових просторів, вимірність яких визначається числом функціональних параметрів досліджуваної технічної системи.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Конструювання геометричних образів як багатовидів та гіперповерхонь охоплюючих евклідових просторів прослідковуємо у працях щодо параметризації багатовимірних геометричних образів [3], у розробленні композиційного методу утворення поверхонь геометричними засобами Балюби–Найдиша числення [4]. Роботи [1, 5] обґрунтовують та узагальнюють на багатовимірний фазовий простір геометричні засоби фазової площини. У прикладній багатовимірній геометрії відоме обмежене число наукових розвідок щодо узагальнення проєкцій поверхонь тривимірного евклідового простору. Так, у праці [3] приведена аксонометрична проєкція паралелотопа як узагальнення призми тривимірного простору, використана для побудови аксонометричного зображення точки чотиривимірного евклідового простору. В праці [6] приведені ортогональні проєкції гіперсфери чотиривимірного евклідового простору. Необхідність проведення подальших досліджень в даному напрямку обґрунтована в роботах [7, 8], що присвячені дослідженням багатопараметричних технічних об'єктів і систем.

### Мета дослідження

Мета статті – дослідження і обґрунтування проєкційних зображень багатовимірних циліндричних поверхонь щодо розширення можливостей практичного застосування геометричних засобів багатовимірних фазових і просторів стану технічних систем.

### Викладення основного матеріалу дослідження

У тривимірному просторі, наприклад,  $Oxy$  чи  $Oxtz$ , напрямна  $x = x(t)$  визначає слід–проєкцію двовимірного циліндра з твірною двовимірною поверхнею, утвореною рухом прямих  $a_{y1}$  і  $a_{z1}$ , паралельної осям відповідно  $Oy$  і  $Oz$  (рис. 1).

Узагальнюючи на чотиривимірний простір  $Oxyzt$ , маємо, що напрямна, наприклад,  $x = x(t)$ , визначає слід–проєкцію тривимірної циліндричної поверхні з твірною тривимірною поверхнею, утвореною рухом площини  $ТП_i$ , паралельної координатній площині  $Oyz$  (рис. 2).

Тривимірна циліндрична поверхня визначається напрямною  $x = x(t)$  площини  $Oxt$  і твірними площинами  $ТП_1, ТП_2, ТП_3 \dots$ . Неперервна множина площин  $ТП_i$  визначає тривимірну циліндричну поверхню  $Ц_{xt}$  чотиривимірного простору  $Oxyzt$ . У кожній точці напрямної  $x = x(t)$  твірна площина  $ТП_i$  паралельна координатній площині

$Oyz$ , адже дві прями цієї площини, наприклад,  $a_{yi}$ ,  $a_{zi}$ , паралельні координатним осям  $Oy$  та  $Oz$  відповідно (рис. 3).

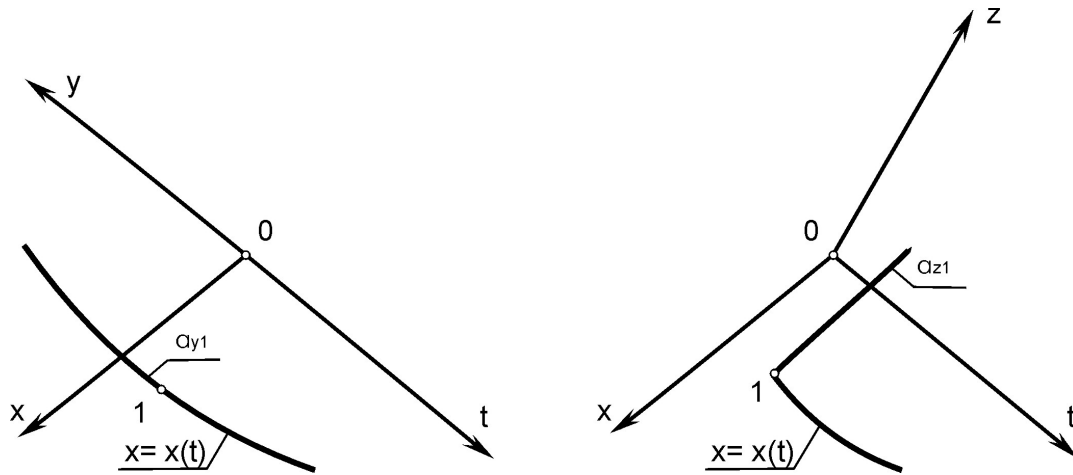


Рис. 1. Визначення слід-проекції двовимірного циліндра з твірною двовимірною поверхнею

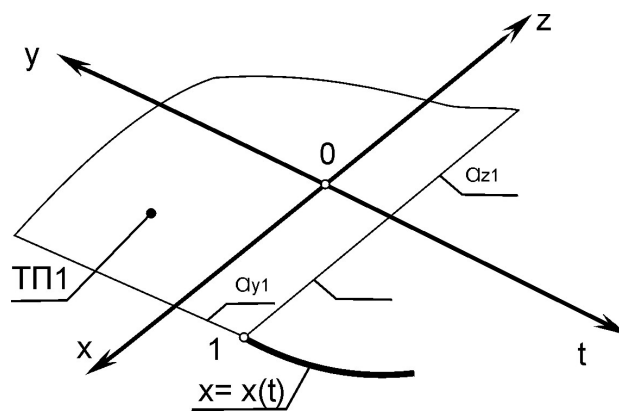


Рис. 2. Узагальнення на чотиривимірний простір  $Oxyzt$

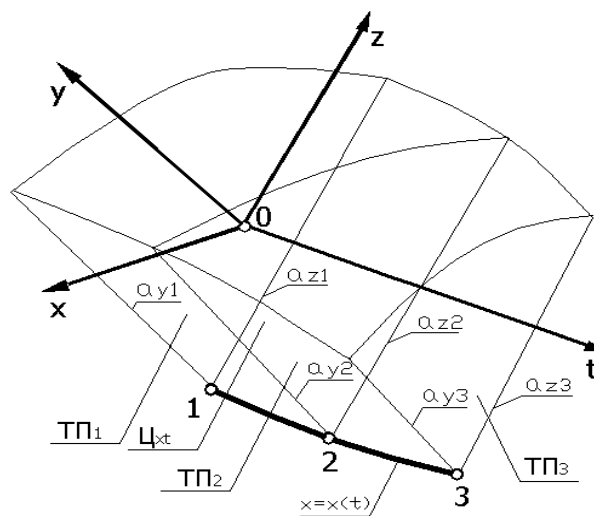


Рис. 3. Аксонометрична проекція тривимірної циліндричної поверхні чотиривимірного простору  $Oxyzt$  з одновимірною напрямною і твірними двовимірними площинами

Тривимірну циліндричну поверхню  $\Pi_{xt}$  можна подати за допомогою епюра  $n$  – простору, що складається з двох ортогонально розташованих двовимірних циліндричних поверхонь (рис. 4). У тривимірному підпросторі  $Oxut$  маємо двовимірну циліндричну поверхню з напрямною  $x = x(t)$  і твірною  $a_{yi}$ , паралельною осі  $Oy$  цього підпростору. У тривимірному підпросторі  $Ozyt$ , ортогональному по відношенню до тривимірного підпростору  $Oxut$ , маємо двовимірну циліндричну поверхню з напрямною  $x = x(t)$  і твірною  $a_{zi}$ , паралельною осі  $Oz$ . Накладання двох ортогонально розташованих по відношенню один до одного одночасно проєкціюючих по відношенню до спільної двовимірної площини  $Oxt$  двовимірних циліндрів визначає тривимірну циліндричну поверхню  $\Pi_{xt}$  чотиривимірного простору.

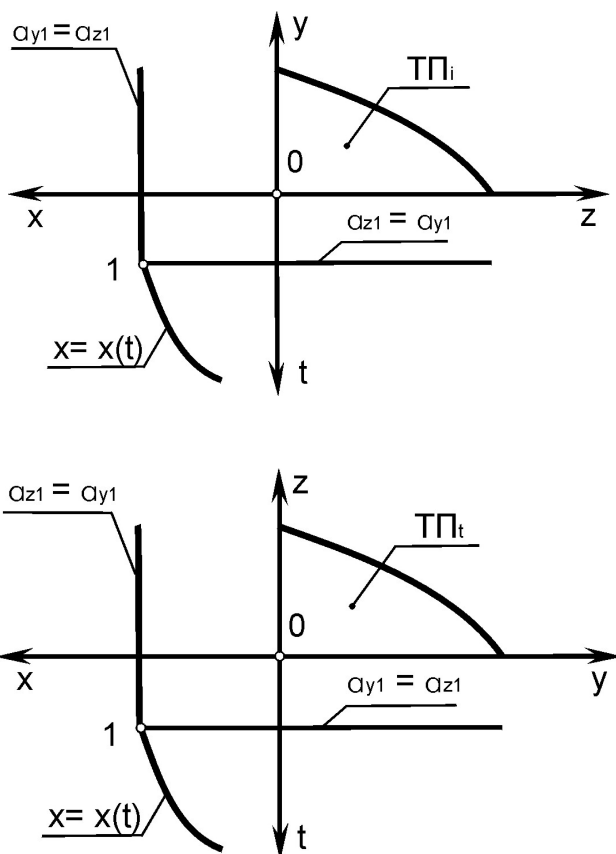


Рис. 4. Епюр тривимірної циліндричної поверхні  $\Pi_{xt}$  чотиривимірного простору

Узагальнюючи ортогональні циліндри три- і чотиривимірних просторів на простори вищої розмірності, маємо, що напрямною  $n$  – циліндра завжди слугує крива двовимірної площини проєкцій. Твірними підпросторами  $n$  – циліндрів виступають лінійні підпростори, паралельні доповнюючим до цієї двовимірної площини підпросторам багатовимірного простору. Наприклад, у тривимірному просторі  $Oxuz$ , напрямна задана рівнянням  $x = x(t)$  двовимірної площини  $Oxu$ . Твірним підпростором слугує пряма, паралельна осі  $Oz$ . У чотиривимірному просторі  $Oxyzt$  лінія  $x = x(t)$  слугує напрямною тривимірного циліндра, для якого твірним підпростором слугує двовимірна площина, паралельна двовимірній координатній площині  $Ozt$ .

У п'ятивимірному просторі  $Oxyztu$  лінія  $x = x(t)$  слугує напрямною чотиривимірного циліндра, для якого твірним підпростором слугує тривимірна площина  $TPyzu$ , паралельна твірному координатному підпросторові  $Oztu$  (рис. 5).

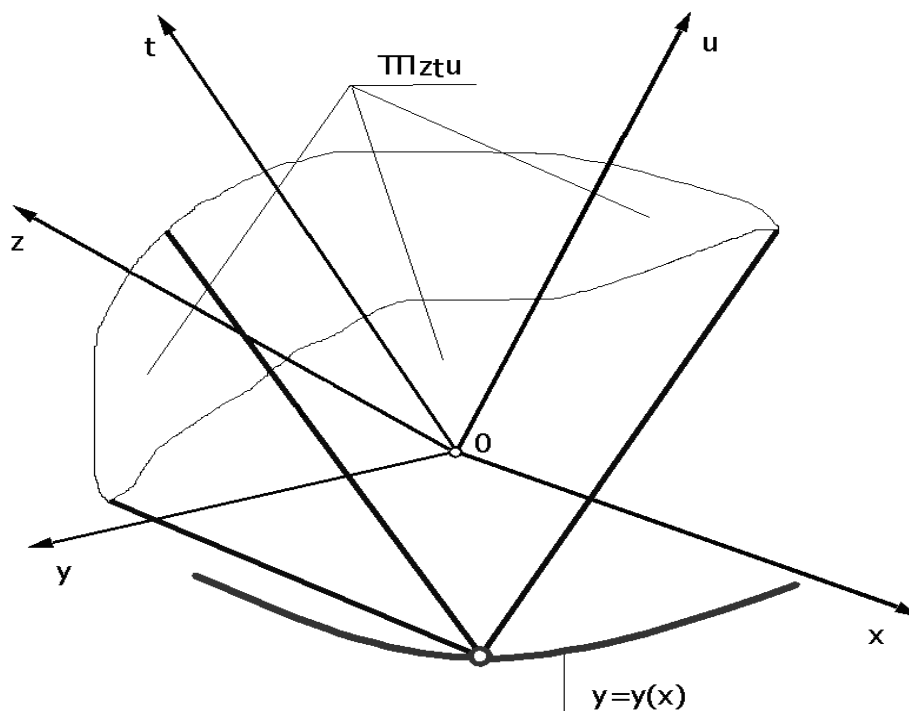


Рис. 5. Аксонометрична проекція чотиривимірної циліндричної поверхні п'ятивимірного простору  $Oxyztu$  з одновимірною напрямною і твірними тривимірними площинами

Приведені  $(n-1)$  – вимірні циліндричні ортогональні гіперповерхні задані основою, напрямною лінією двовимірної координатної площини і твірним  $(n-2)$  – вимірним лінійним підпростором.

Вимірність  $r_n$  лінії, одної з основ  $(n-1)$  – вимірного циліндра, визначається з рівняння [3]. Наприклад, для тривимірного циліндра ( $l = 3$ ) чотиривимірного ( $n = 4$ ) простору розмірність  $r_n$  лінії визначається перетином циліндра і двовимірної координатної площини  $Oxt$  ( $m = 2$ ).

### Висновки

Обґрунтовані теоретичні міркування розкривають практичну доцільність застосування багатовимірних фазових просторів у дослідженнях багатопараметричних технічних систем розширенням можливостей аналізу критичних значень параметрів окремих ланок досліджуваної системи, яких вони можуть набувати одночасно. Такі геометричні засоби у вигляді  $(n-1)$  – вимірних циліндричних ортогональних гіперповерхонь можуть бути використані при дослідженні широкого кола технічних систем із залученням багатопросторових ліній. Перспективними є подальші дослідження, направлені на створення проекційних зображень гіперповерхонь фазових  $n$  – просторів багатопараметричних технічних систем з пов'язаними однією проекцією чотирма і більше параметрів.

### Список використаної літератури

1. Гумен О.М., Мартин Є.В. Гіперповерхні траєкторій фазових  $n$  – просторів. *Сучасні проблеми моделювання*. 2019. № 15. С. 66–72.
2. Чорний О.П. та ін. Моделювання електромеханічних систем. Кременчук: Видавництво ПП Щербатих, 2001. С. 114–139.
3. Ковальов С.М. та ін. Прикладна геометрія та інженерна графіка. Спеціальні розділи. Луцьк : ЛДТУ, 2006. 256 с.  
<https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.1.11>

4. Адоньєв Є.О., Верещага В.М., Найдис А.В. Композиційний метод утворення поверхонь: суть, особливості та перспективи використання у моделюванні багатофакторних процесів. *Обухівські читання*: зб. тез доп. XII міжн. наук.-практ. конф. Київ, 2017. С. 94–99.
5. Гумен О.М., Ляковська С.Є. Геометрія проєктивних  $n$  – просторів щодо перебігу технологічних процесів у дослідженнях багатопараметричних систем. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Мелітополь, 2011. Вип. 4, Т. 49. С. 89–94.
6. Филиппов П.В. Начертательная геометрия многомерного пространства и её приложения. Ленинград: ЛГУ, 1979. 280 с.
7. Гумен О.М., Ляковська С.Є., Мартин Є.В. Достатність проєкційних зображень 1 – багатовидів  $n$  – просторів стану технічних систем. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2018. № 1. С. 58–67.
8. Мартин Є.В., Герговський О.І., Ляковська С.Є. Інформаційні технології в геометричному моделюванні технічних об'єктів. *Науковий вісник ТДАТУ*. 2020. № 20(3). С. 218–230.

#### References

1. Gumen, O.M., & Martyn, Ye.V. (2019). Hiperpoverkhni traiektorii fazovykh  $n$  – prostoriv. *Suchasni problemy modeliuвання*. **15**, 66–72.
2. Chorni, O.P. ta in. (2001). Modeliuвання elektromekhanichnykh system. Kremenchuk : Vydavnytstvo PP Shcherbatykh. pp. 114–139.
3. Kovalov, S.M. ta in. (2006). Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika. Spetsialni rozdily. Lutsk : LDTU.
4. Adoniev, Ye.O., Vereshchaha, V.M., & Naidysh, A.V. (2017). Kompozytsiinyi metod utvorennia poverkhon: sut, osoblyvosti ta perspektyvy vykorystannia u modeliuванні bahatofaktornykh protsesiv. *Obukhivski chytannia* : zb. tez dop. XII mizhn. nauk.-prakt. konf. Kyiv, pp. 94–99.
5. Gumen, O.M., & Liaskovska, S.Ye. (2011). Heometriia proektyvnykh  $n$  – prostoriv shchodo perebihu tekhnolohichnykh protsesiv u doslidzhenniakh bahatoparametrychnykh system. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*. Melitopol. **4**, 49, 89–94.
6. Filippov, P.V. (1979). Nachertatel'naya geometriya mnogomernogo prostranstva i ego prilozheniya. Leningrad: LGU.
7. Gumen, O.M., Liaskovska, S.Ye., & Martyn, Ye.V. (2018). Dostatnist proektsiinykh zobrazhen 1– bahatovydiv  $n$ – prostoriv stanu tekhnichnykh system. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuвання*. **1**, 58–67.
8. Martyn, Ye.V., Herhovskiy, O.I., & Liaskovska S.Ye. (2020). Informatsiinyi tekhnolohii v heometrychnomu modeliuванні tekhnichnykh obiektiv. *Naukovyi visnyk TDAU*. **20(3)**, 218–230.

Гумен Олена Миколаївна – д.т.н., професор кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: gumens@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3992-895X.

Ляковська Соломія Євгенівна – к.т.н., доцент кафедри проєктування та експлуатації машин Національного університету «Львівська політехніка». E-mail: fmf\_ikg@ukr.net, ORCID: 0000-0002-0822-0951.

Мартин Євген Володимирович – д.т.н., професор кафедри управління проєктами, інформаційних технологій та телекомунікацій Львівського державного університету безпеки життєдіяльності. E-mail: evmartun@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9095-7057.

<https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.1.11>

УДК 519.237.5:621.22-225

С.Л. КАРПЕНКО, Г.В. РУДАКОВА, В.М. ПОЛІЩУК  
Херсонський національний технічний університет

## МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ЗОВНІШНІХ ФАКТОРІВ НА ГІДРАВЛІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАКРИТОЇ ЗРОШУВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ

*Розглянуто приклад односторонньої спрощеної схеми наявного дощувального обладнання. Виявлені основні гідравлічні характеристики трубопроводів закритої зрошувальної системи, а саме витрат води, дощувальними машинами, втрати тиску по довжині трубопроводу, питомі втрати тиску. Виявлені фізичні властивості рідини (води), які впливають на гідравлічні характеристики в системі. Наведено приклади розрахунку витрат води бруто в зрошувальному трубопроводі та в розподільному трубопроводі з урахуванням коефіцієнту корисної дії трубопроводів. Наведено приклад розрахунку діаметру трубопроводу на окремих ділянках з урахуванням оптимальної швидкості руху рідини. Приведені формули, необхідні для розрахунку втрат тиску по довжині та для питомих втрат тиску. Наведено табличні данні фізичних характеристик води в діапазоні температур 0-50 °С. Були отримані регресійні моделі густини води та динамічної в'язкості для аналітичного опису залежностей фізичних характеристик води від температури. Побудовано графік залежності густини води від температури та виявлено на скільки вона змінюється під впливом температури. Виявлені фізичні властивості води які більші за все впливають на гідравлічні характеристики системи. Доведено що густина води під впливом температури майже не змінюється, а динамічна в'язкість води змінюється суттєво. Побудовано графік залежності динамічної в'язкості води від температури з розрахунком зміни на розглянутому діапазоні. Розраховані значення кінематичної в'язкості води, за якими була отримана функція та побудовано графік залежності від температури. Розраховано число Рейнольдса для діаметрів 250 мм та 500 мм та побудовано графік залежностей його значень від температури. Розраховані коефіцієнти гідравлічного тертя, побудовано графік їх залежності від температури та розраховано на скільки вони змінюються в розглянутому діапазоні температур. Отримані значення питомих втрат тиску та втрат тиску по довжині для різних ділянок трубопроводу, побудовано графіки залежностей втрат тиску від температури.*

*Ключові слова: зовнішні фактори, закрыта зрошувальна система, дощувальне обладнання, регресійна модель, математична модель, гідравлічні характеристики.*

С.Л. КАРПЕНКО А.В. РУДАКОВА, В. М. ПОЛИЩУК  
Херсонский национальный технический университет

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВНЕШНИХ ФАКТОРОВ НА ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗАКРЫТОЙ ОРОСИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

*Рассмотрен пример односторонней упрощенной схемы имеющегося дождевального оборудования. Выявлены основные гидравлические характеристики трубопроводов закрытой оросительной системы, а именно расход воды, дождевальными машинами, потери давления по длине трубопровода, удельные потери давления. Обнаружены физические свойства жидкости (воды), которые влияют на гидравлические характеристики в системе. Приведены примеры расчета расхода воды бруто в оросительном трубопроводе и в распределительном трубопроводе с учетом коэффициента полезного действия трубопроводов. Приведен пример расчета диаметра трубопровода на отдельных участках с учетом оптимальной скорости движения жидкости. Приведены формулы необходимые для расчета потерь давления по длине и для удельных потерь давления. Приведены табличные данные физических характеристик воды в диапазоне температур 0-50 °С. Были получены регрессионные модели плотности воды и динамической вязкости для аналитического описания зависимостей физических характеристик воды от температуры. Построен график зависимости плотности воды от температуры и выявлены насколько она меняется под воздействием температуры. Обнаруженные физические свойства воды которые больше всего влияют на гидравлические характеристики системы. Доказано, что плотность воды под воздействием температуры почти не меняется, а динамическая вязкость воды меняется существенно. Построен график зависимости динамической вязкости воды от температуры с расчетом изменения на рассматриваемом диапазоне. Рассчитаны значения кинематической вязкости воды, по которым была получена функция и построен график зависимости от температуры. Рассчитано число Рейнольдса для диаметров 250 мм и 500 мм и*

построен график зависимостей его значений температуры. Рассчитаны коэффициенты гидравлического трения, построен график их зависимости от температуры и рассчитан на сколько они меняются в рассматриваемом диапазоне температур. Получены значения удельных потерь давления и потерь давления по длине для различных участков трубопровода, построены графики зависимостей потерь давления от температуры.

*Ключевые слова:* внешние факторы, закрытая оросительная система, дождевальное оборудование, регрессионная модель, математическая модель, гидравлические характеристики.

S.L. KARPENKO, H.V. RUDAKOVA, V.M. POLISCHUK  
Kherson National Technical University

## **MODELING THE INFLUENCE OF EXTERNAL FACTORS ON THE HYDRAULIC CHARACTERISTICS OF A CLOSED IRRIGATION SYSTEM**

*An example of a one-sided simplified scheme of the existing sprinkler equipment is considered. The main hydraulic characteristics of pipelines of a closed irrigation system are revealed, namely, water consumption by sprinklers, pressure losses along the length of the pipeline, and specific pressure losses. The physical properties of the liquid (water) have been discovered, which affect the hydraulic characteristics in the system. Examples of calculating the gross water consumption in the irrigation pipeline and in the distribution pipeline, taking into account the efficiency of the pipelines, are given. An example of calculating the diameter of a pipeline in individual sections, taking into account the optimal speed of fluid movement, is given. The formulas are given for calculating the pressure loss along the length and for the specific pressure loss. The tabular data of the physical characteristics of water in the temperature range 0-50 °C are given. Regression models of water density and dynamic viscosity were obtained for the analytical description of the dependences of the physical characteristics of water on temperature. A graph of the dependence of the density of water on temperature was built and it was revealed how much it changes under the influence of temperature. Discovered physical properties of water that most affect the hydraulic performance of the system. It is proved that the density of water under the influence of temperature hardly changes, and the dynamic viscosity of water changes significantly. A graph of the dependence of the dynamic viscosity of water on temperature is plotted with the calculation of the change in the considered range. The values of the kinematic viscosity of water were calculated, from which the function was obtained and a graph of the dependence on temperature was plotted. The Reynolds number is calculated for diameters of 250 mm and 500 mm and a graph of the dependences of its temperature values is built. The coefficients of hydraulic friction are calculated, a graph of their dependence on temperature is built and it is calculated how much they change in the considered temperature range. The values of specific pressure losses and pressure losses along the length are obtained for various sections of the pipeline, graphs of the dependences of pressure losses on temperature are constructed.*

*Keywords:* external factors, closed irrigation system, sprinkler equipment, regression model, mathematical model, hydraulic characteristics.

### **Постановка проблеми**

Перетворення сільськогосподарського виробництва у високо розвинутий сектор економіки неможливе без послаблення його залежності від несприятливих природно-кліматичних умов. Україна належить до тих країн, де меліорація є одним з визначальних факторів загального стану виробництва продуктів харчування, сировини для промисловості, забезпечення продовольчої безпеки держави та експорту продукції сільськогосподарської галузі [1].

Широке використання сучасних комп'ютерно-інтегрованих технологій у тому числі в сільськогосподарському виробництві, так звані системи точного землеробства [2], обумовлює економне використання водних і енергетичних ресурсів за рахунок впровадження інформаційно-керуючих систем з підсистемами моніторингу та застосування методів адаптивного керування. Важливим аспектом підтримання оптимальних умов процесу вирощування агрокультур є автоматизовані системи поливу.

### **Аналіз останніх досліджень та публікацій**

На території України для забезпечення необхідного додаткового поливу, широкого розповсюдження набули закриті зрошувальні системи (ЗЗС) з використанням



дощувальних машин універсальних (ДМУ) серії «Фрегат», у зв'язку з чим виникають проблеми пов'язані з експлуатацією таких ДМУ [3]. Серійна механізована зрошувальна система серії «Фрегат» передбачає лише механічні методи управління, що виключає дистанційне керування або керування з використанням автоматизованих систем, які є сучасним напрямком розвитку технологій в будь-якій галузі.

Одним з шляхів впровадження методів дистанційного керування в закритих зрошувальних системах є використання сучасних технічних засобів автоматизації, а саме заслінок з електромеханічним приводом для підключення або відключення окремих фрегатів, датчиків тиску, витратомірів для зворотного зв'язку з системою керування, контролерів керування насосним обладнанням. Для покращення режимів поливу та дистанційного контролю стану системи необхідне також наявність відповідного програмного забезпечення для збору статистичних даних та керування. За рахунок керування насосним обладнанням, яке створює тиск у магістралі, можна забезпечити належні режими роботи у магістралі водопостачання ДМУ.

При побудові математичної моделі для аналізу гідравлічних процесів в закритій зрошувальній гідравлічній системі, по-перше, проводиться розрахунок розмірів всіх її трубопроводів; далі – характеристик насосної станції [3]. Розрахунок трубопроводу проводиться з огляду на специфіку роботи ЗЗС. Структуру наявного активного дощувального обладнання більшості ЗЗС можна привести у вигляді уніфікованої спрощеної односторонньої схеми (рис.1), як представлено в [4].

Для гідравлічного розрахунку насосної станції, що працює на закриту зрошувальну систему, необхідно попередньо оцінити передбачувані: витрати води на розподільному трубопроводі і можливі втрати тиску. Окрім вмикання та вимикання дощувального обладнання на тиск в системі впливають фізичні явища, повзанні з втратами тиску у трубопроводі по довжині через тертя рідини о стінки трубопроводу, які в свою чергу залежать від характеристик обладнання ЗЗС та властивостей рідини, яка змінюється під впливом температури оточуючого середовища.

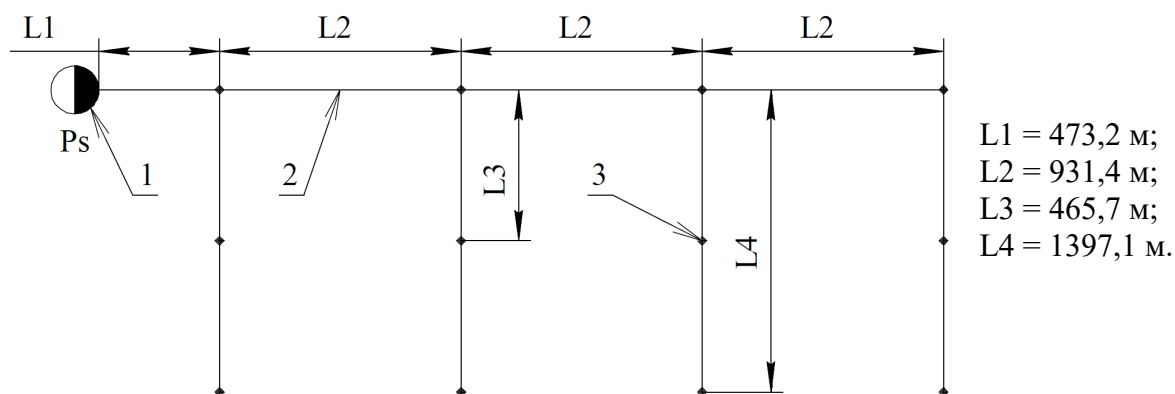


Рис. 1. Одностороння спрощена схема:

1 – насосна станція; 2 – розподільний трубопровід; 3 – зрошувальний трубопровід

### Мета дослідження

Метою дослідження є моделювання зміни значень гідравлічних характеристик в закритій зрошувальній системі під впливом зовнішніх факторів для визначення найсуттєвіших з них.

### Викладення основного матеріалу дослідження

До гідравлічних характеристик в ЗЗС відносяться: витрати води дощувальними машинами, втрати тиску по довжині трубопроводів, які безпосередньо залежать від

різних фізичних властивостей рідини, а також від коефіцієнтів корисної дії трубопроводів, коефіцієнтів гідравлічного тертя трубопроводів.

1. Визначення витрати води зрошувального і розподільного трубопроводу.

При відомих фактичних розмірах трубопроводів в системі, можна зробити розрахунок витрати води бруто в зрошувальному трубопроводі за формулою [5]:

$$Q_b^{i.p.} = \frac{nQ_m}{\eta_{i.p.}} \text{ [л/с]}, \quad (1)$$

де  $n$  – кількість дощувальних машин, одночасно працюючих на зрошувальному трубопроводі;  $Q_m$  – витрати дощувальної машини, л/с;  $\eta_{i.p.}$  – коефіцієнт корисної дії зрошувального трубопроводу (приймається рівним 0,99).

При значеннях  $n=1$ ,  $Q_m=60$ , за формулою (1) отримаємо, що витрата води бруто в зрошувальному трубопроводі:

$$Q_b^{i.p.} = \frac{160}{0.99} = 60.6 \text{ л/с.}$$

Розрахункова витрата води бруто  $Q_b^{i.p.}$  розподільного трубопроводу (див рис. 1) дорівнює сумі витрат одночасно працюючих на ньому дощувальних машин і визначається за формулою [5]:

$$Q_b^{d.p.} = \frac{nQ_m}{\eta_{d.p.}} \text{ [л/с]}, \quad (2)$$

де  $n$  – кількість дощувальних машин, одночасно працюючих на розподільному трубопроводі;  $Q_m$  – витрати дощувальної машини, л/с;  $\eta_{d.p.}$  – коефіцієнт корисної дії розподільного трубопроводу (приймається рівним 0,98).

Підставивши значення у формулу (2) при  $n=4$  отримаємо:

$$Q_b^{d.p.} = \frac{460}{0.98} = 244.9 \text{ л/с.}$$

2. Визначення втрат тиску по довжині трубопроводу.

При русі води по трубопроводу виникають сили опору або тертя, внаслідок чого частина напору втрачається на подолання цих опорів. Тому необхідно розраховувати втрати напору по довжині трубопроводу.

Втрати тиску в трубопроводі на тертя потоку води о стінки трубопроводу визначаються діаметром трубопроводу, матеріалом з якого він виготовлений і витратою води через трубопровід. Для розрахунку втрат по довжині трубопроводу використовуємо формулу Вейсбаха-Дарсі [6] для турбулентного усталеного рівномірного тиску рідини. Для круглих труб загальна залежність для визначення втрат по довжині має вигляд:

$$\Delta h_l = \lambda \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} \text{ [м]}, \quad (3)$$

де  $L$  – довжина трубопроводу, м;  $V$  – середня швидкість, м/с;  $D$  – діаметр трубопроводу, м;  $\lambda$  – коефіцієнт гідравлічного тертя;  $g$  – прискорення вільного падіння, м/с<sup>2</sup>.

Для визначення питомих гідравлічних втрат різних трубопроводів для систем водопостачання, зазвичай використовують рівняння Вейсбаха-Дарсі [6]:

$$\Delta P = \lambda \frac{1}{D} \frac{V^2}{2} \rho \text{ [Па/м]}, \quad (4)$$

де  $\Delta P$  – питомі втрати тиску, Па/м;  $\lambda$  – коефіцієнт гідравлічного тертя;  $V$  – швидкість переміщення рідини, м/с;  $D$  – внутрішній діаметр трубопроводу, м;  $\rho$  – густина рідини, кг/м<sup>3</sup>.

Діаметри трубопроводів на окремих ділянках мережі розраховуються за їх розрахунковими витратами і оптимальними швидкостями руху води, наступним чином:

$$D = 1000 \sqrt{\frac{4Q}{\pi V_0}} \text{ [мм]},$$

де  $Q$  – розрахункова витрата води в трубопроводі, м<sup>3</sup>/с;  $V_0$  – оптимальна швидкість руху води в трубопроводі, м/с. Для трубопроводів ЗЗС в [7] рекомендовано  $V_0 = 1.5$ .

При відповідному реальному внутрішньому діаметрі труб можна визначити фактичну швидкість потоку води в трубопроводі  $V_\phi$  [5]:

$$V_\phi = \frac{1000 \cdot Q}{\pi \cdot (D^2 / 4)} \text{ [м/с]}, \quad (5)$$

де  $Q$  – витрати води, л/с;  $D$  – внутрішній діаметр труби, мм.

Коефіцієнт гідравлічного тертя  $\lambda$ , який потрібно визначити для розрахунку за формулою (3), залежить від режиму течії та для ламінарного або турбулентного потоку визначається по-різному. В трубопроводах ЗЗС зазвичай вважають, що рух рідини здійснюється в сталому турбулентному потоці. При значеннях числа Рейнольдса  $Re = 3 \cdot 10^3 \dots 1 \cdot 10^8$  застосовують рівняння Конакова [8]:

$$\lambda = \frac{1}{(1.81 \lg Re - 1.5)^2}. \quad (6)$$

Число Рейнольдса яке характеризує режим руху рідини всередині трубопроводу, виходить з співвідношення [6]:

$$Re = \frac{V \cdot D}{\nu}, \quad (7)$$

де  $V$  – швидкість, м/с;  $D$  – внутрішній діаметр труби, м;  $\nu$  – кінематична в'язкість води, м<sup>2</sup>/с.

Кінематичну в'язкість можна виразити наступним чином [8]:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \text{ [м}^2\text{/с]}, \quad (8)$$

де  $\eta$  – динамічна в'язкість середовища;  $\rho$  – густина води.

Фізичні властивості рідини можуть змінюватись в залежності від її температури, значення яких наведено в таблиці 1 для діапазону температур 0-50 °С.

Табл. 1

Фізичні властивості води при різних температурах

Температура, T, °C	Густина води, ρ, кг·м <sup>3</sup>	Динамічна в'язкість, η·10 <sup>-3</sup> , Па·с	Кінематична в'язкість, ν·10 <sup>-6</sup> , м <sup>2</sup> /с
0	999,8	1,787	1,787
5	999,9	1,519	1,519
10	999,7	1,307	1,307
20	998,2	1,002	1,004
30	995,6	0,798	0,801
40	992,2	0,653	0,658
50	988	0,547	0,554

За наведеними в табл. 1 даними було отримано регресійні моделі для аналітичного опису залежностей фізичних характеристик води від температури виду:

– для густини води:

$$\rho(T) = 3.3002 \cdot 10^{-5} T^3 - 0.0074 T^2 + 0.0523 T + 999.8715; \quad (9)$$

– для динамічної в'язкості:

$$\eta(T) = (-6.8544 \cdot 10^{-6} T^3 + 9.4051 \cdot 10^{-4} T^2 - 0.0546 T + 1.7789) \cdot 10^{-3}. \quad (10)$$

Порівняння табличних даних та аналітичних залежностей приведено на рис.2.

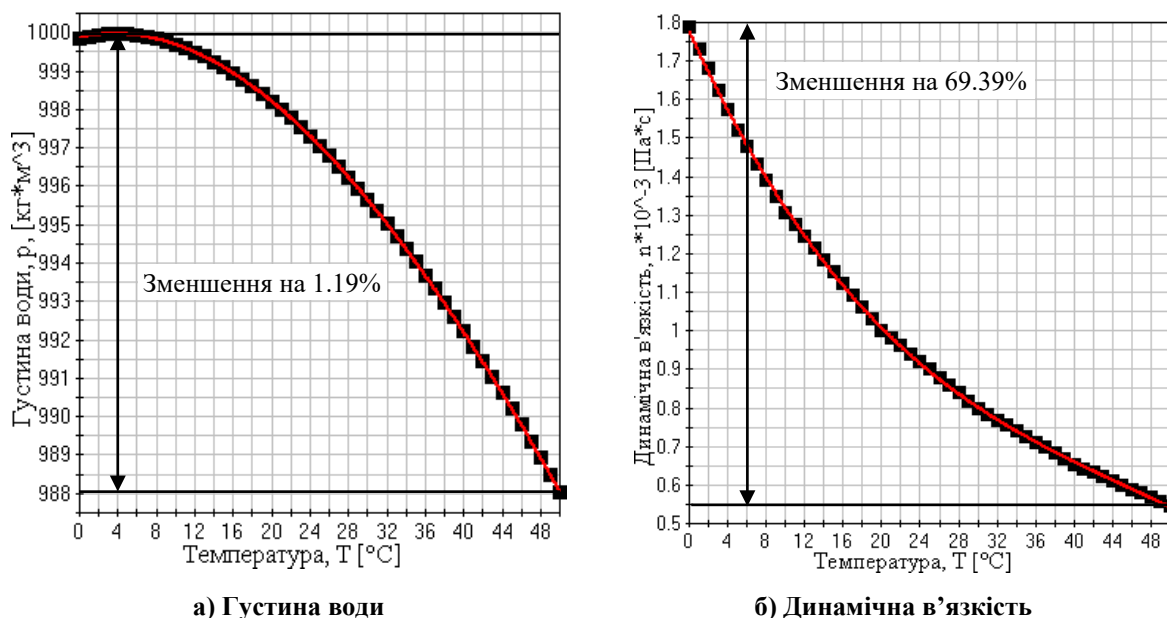


Рис. 2. Графіки залежності від температури:  
 ■ ■ ■ табличні данні; — аналітична залежність

Можна відзначити, що в діапазоні температур, який розглядається, значення динамічної в'язкості η змінюються дуже суттєво (на 69,4%), в той час як значення

густини  $\rho$  майже не змінюється (на 1,12%), тому в подальших розрахунках густину води можна вважати постійною та прийняти  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ .

Підставивши у формулу (8) наявні значення густини та динамічної в'язкості з табл. 1, можна розрахувати кінематичну в'язкість води. Результат також представлений в табл. 1. За знайденими значеннями для кінематичної в'язкості була отримана наступна функція (рис. 3):

$$\nu(T) = (-6.9111 \cdot 10^{-6} T^3 + 9.4594 \cdot 10^{-4} T^2 - 0.0546 T + 1.7788) \cdot 10^{-6}. \quad (11)$$

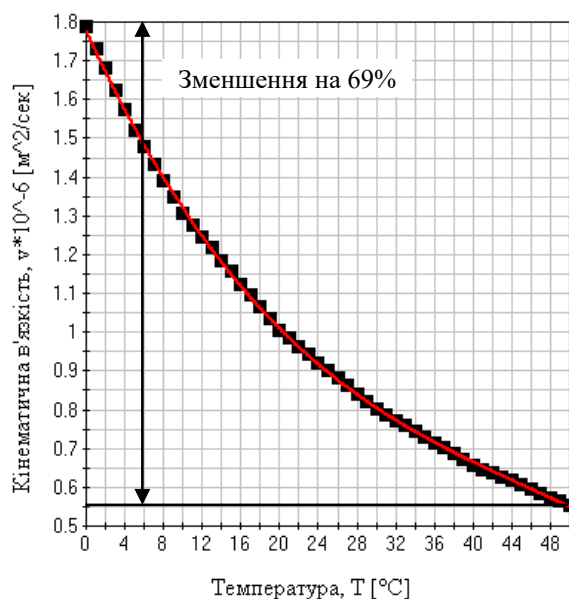


Рис. 3. Графік залежності кінематичної в'язкості від температури:  
 ■ ■ ■ табличні дані; — аналітична залежність

Підстановкою у формулу (7) функції (11) можемо отримати відповідні значення числа Рейнольдса.

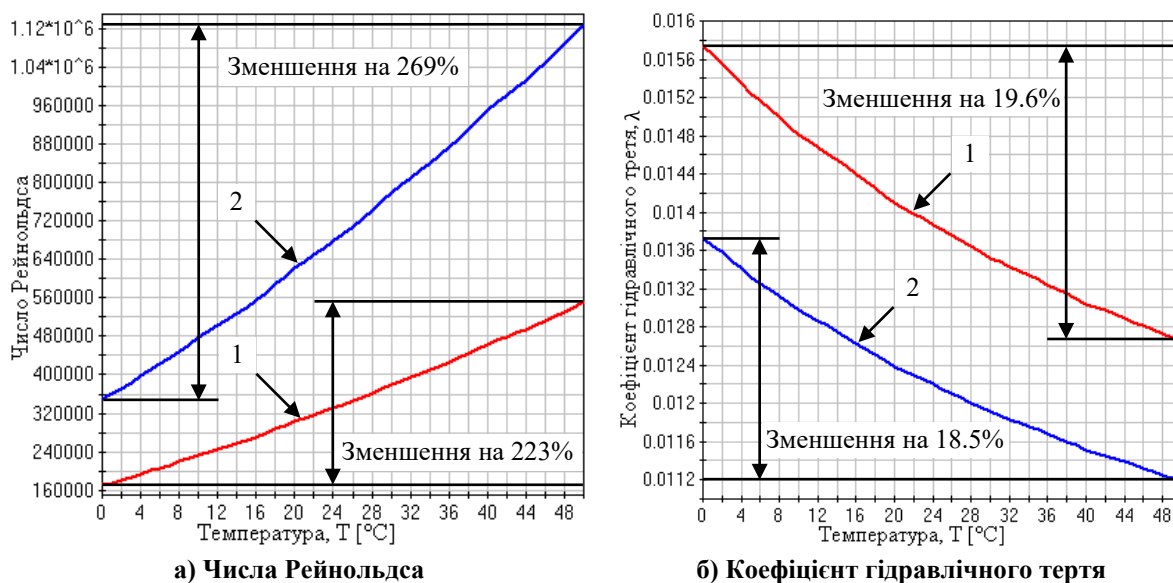


Рис. 4. Графік залежності від температури: 1 – для труби  $\phi 250 \text{ мм}$ ; 2 – для труби  $\phi 500 \text{ мм}$

На рис. 4а наведено, як змінюється число Рейнольда  $Re$  в залежності від температури для труб з різним внутрішнім діаметром (250 мм для зрошувального трубопроводу та 500 мм для розподільного). Знайдені значення дозволяють отримати коефіцієнти гідравлічного тертя (рис. 4б) за формулою (6).

З графіків, наведених на рис. 4 видно, що відхилення значень при зміні температури рідини в аналізованому діапазоні, складає: для числа Рейнольдса, а для коефіцієнту гідравлічного тертя. На основі виявлених аналітичних виразів можна розрахувати за виразом (3) витрати тиску по довжині трубопроводу з урахуванням зміни температур, або за виразом (4) питомі витрати тиску, що наведено на рис. 5.

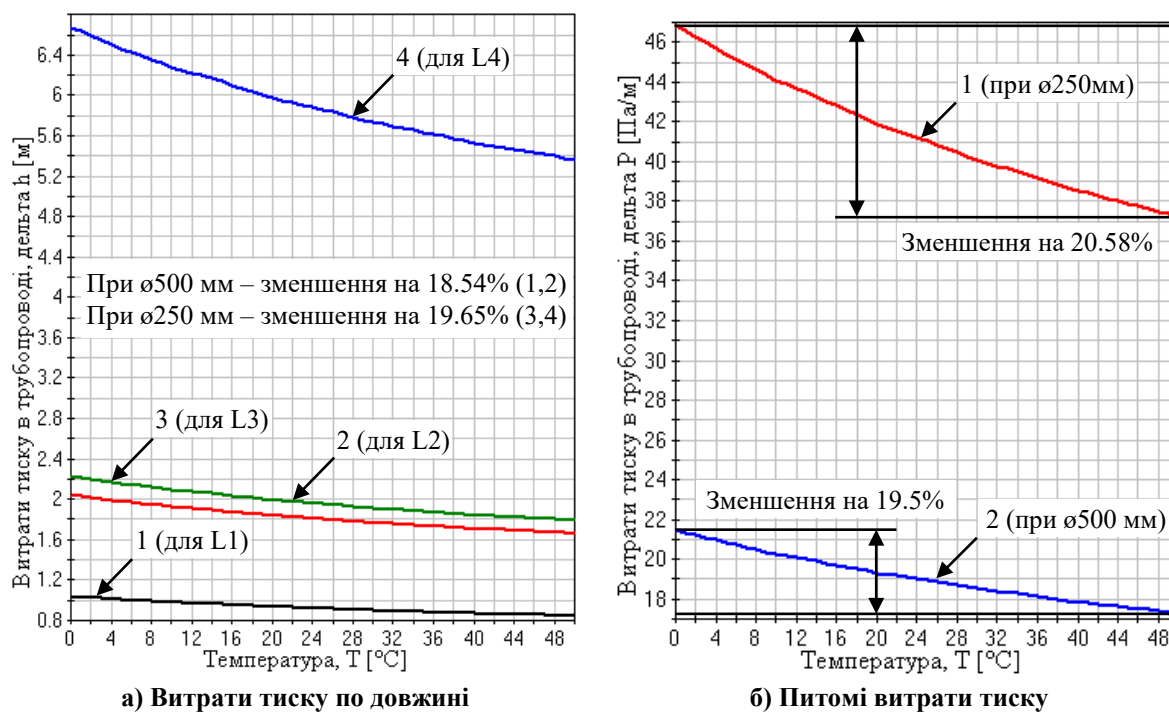


Рис. 5. Графік залежності від температури

Розглянувши результати розрахунків представлених на рис.5а видно, що втрати тиску у трубопроводі по довжині суттєво змінюються у діапазоні температур що розглядається, а саме зменшення на 18,54% та 19,65% для діаметрів 250 мм та 500 мм відповідно. З графіку наведеного на рис. 5б видно, що зменшення втрат у трубопроводі під впливом температури носить доволі лінійний та гарно прогнозований характер.

### Висновки

В результаті моделювання гідравлічних характеристик ЗЗС під впливом зовнішніх факторів, а саме температури рідини, що транспортуються, виявлено наступне:

1. Густина води  $\rho$  в діапазоні зміни температури рідини у ЗЗС від 0 до 50 °C змінюється не суттєво (на 1,12%), тому її можна вважати постійною.
2. Найбільш суттєво змінюється динамічна в'язкість води  $\eta$  (на 69,39%), що призводить до зміни гідравлічних характеристик  $\Delta h$  та  $\Delta P$  май же на 20%.

Врахування впливу зовнішніх факторів на гідравлічні характеристики ЗЗС надає можливості здійснювати більш адекватні розрахунки при моделюванні динамічних процесів, що відбуваються при роботі поливних установок.

### Список використаної літератури

1. Загальнодержавна цільова програма розвитку водного господарства та екологічного оздоровлення басейну річки Дніпро на період до 2021 року. *Указ Президента України від 24.05.2012 р. № 4836*
2. Циганенко М., Макаренко М. Система точного землеробства економить ваші гроші. *Пропозиція*. 2017. Вип. 2. С. 56–60.
3. Гурін В. А., Степаненко М.Г., Степаненко М. П. Технологія зрошування. Рівне: НУВГП, 2013. 382 с.
4. Карпенко С. Л., Леbedенко Ю. О., Рудакова Г. В., Рудакова А. А., Моделювання схеми розташування активного дощувального обладнання закритої зрошувальної системи. *Системні технології*. 2021. Вип. 2(133). С. 89–96.
5. Дикаревский В.С. и др. Устройство закрытых оросительных систем: Трубы, арматура, оборудование. Справочник / под ред. В. С. Дикаревского. Москва: Агропромиздат, 1986. 255 с.
6. Чугаев Р.Р. Гидравлика. Ленинград: Энергоиздат, 1982. 672 с.
7. ДБН В.2.5-74:2013 Водопостачання. Зовнішні мережі та споруди. Основні положення проектування. [Чинні від 2014-01-01] Вид. офіц. Київ: Укрархбудінформ, 2013. 172 с.
8. Кудинов В.А., Карташов Э.М. Гидравлика. Москва: Высшая школа, 2006. 175 с.

### References

1. Zahalnodержavna tsilova prohrama rozvytku vodnoho hospodarstva ta ekolohichnoho ozdorovlennia baseinu richky Dnipro na period do 2021 roku. *Ukaz Prezydenta Ukrainy vid 24.05.2012 r. № 4836*
2. Tsyhanenko, M., & Makarenko, M. (2017). Systema tochnoho zemlerobstva ekonomyt vashi hrohi. *Propozytsiia*. 2, 56-60.
3. Gurin, V. A., Stepanenko, M.G., & Stepanenko, M. P. (2013). Tehnologiya zroshuvannya. Rivne: NUVGP.
4. Karpenko, S. L., Lebedenko, Y. O., Rudakova, H. V., & Rudakova, A. A. (2021). Modeliuvannya skhemy roztashuvannya aktyvnoho doshchuvalnoho obladdnannia zakrytoi zroshuvalnoi systemy. *Systemni tekhnolohii*. 2(133), 89–96.
5. Dikarevskiy, V.S. (Ed.). (1986). Ustroystvo zakrytyiyh orositelnyih sistem: Trubyi, armatura, oborudovanie. Spravochnik. Moskva: Agropromizdat.
6. Chugaev, R.R. (1982). Gidravlika. Leningrad: Energoizdat.
7. DBN V.2.5-74:2013 Vodopostachannia. Zovnishni merezhi ta sporudy. Osnovni polozhennia proektuvannia. [Chynni vid 2014-01-01] Vyd. ofits. Kyiv: Ukrarkhбудінформ, 2013. 172 s.
8. Kudinov, V.A., & Kartashov, E.M. (2006). Gidravlika. Moskva: Vysshaya shkola.

Карпенко Сергій Леонідович – аспірант кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету, e-mail: karpenkoserhiiofficial@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2566-6592.

Рудакова Ганна Володимирівна – д.т.н., професор, професор кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету, e-mail: rudakovaanna25@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8053-4218.

Поліщук Валентин Мойсейович – к.т.н., доцент, доцент кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету, e-mail: Galulia13@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8775-4977

УДК 515.18 + 621.372.542

В.М. КОРЧИНСКИЙ, Д.Н. СВИНАРЕНКО  
Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

## **ПОВЫШЕНИЕ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ КАНАЛОВ ПЕРЕДАЧИ МНОГОСПЕКТРАЛЬНЫХ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ**

*Предложен метод увеличения максимальной скорости передачи (пропускной способности) распределений яркости сканерных многоспектральных цифровых изображений дистанционного зондирования, сформированных в произвольном количестве спектральных каналов изучения – носителя видовой информации. Метод базируется на компрессии непосредственно зафиксированных распределений яркости, оптимизированной по критериям максимизации сохраняемой энергии и энергетической информационной энтропии. Компрессия осуществляется на основе разложения распределений яркости по полным функциональным базисам, обнулением части коэффициентов разложения и последующем восстановлении распределений яркости. Определение порогов обнуления коэффициентов разложения распределений яркости различных спектральных каналов сформулировано в виде двухкритериальной оптимизационной задачи максимизации отношения энергий компрессированного и исходного изображений и максимизации отношения их энергетических информационных энтропий.*

*Реализация предлагаемого метода включает следующие этапы: попарную ортогонализацию распределений яркости изображений спектральных каналов; компрессию ортогонализированных представлений по указанным критериям; реконструкцию распределений яркости компрессированных изображений спектральных каналов функциональным преобразованием, обратным к использованному на этапе разложения распределений яркости непосредственно зафиксированных многоспектральных изображений. Показано, что предлагаемый метод обеспечивает сужение частотного спектра компрессированных распределений яркости, повышая тем самым пропускную способность канала передачи многоспектральных цифровых изображений, и увеличение их устойчивости к помехам. Сравнение использования различных дискретизированных функциональных базисов, как основы для компрессии распределений яркости, показало наибольшую эффективность по указанным критериям дискретного функционального базиса Хартли.*

*Установлено, что предлагаемый метод обеспечивает высокий уровень сохранения структурной схожести функций распределения яркости исходных и компрессированных изображений спектральных каналов.*

*Ключевые слова: многоспектральное изображение, пропускная способность, энергетическая информационная энтропия ортогонализация, дискретное преобразование Хартли, индекс структурной схожести.*

В.М. КОРЧИНСЬКИЙ, Д.М. СВИНАРЕНКО  
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

## **ЗБІЛЬШЕННЯ ПРОПУСКНОЇ ЗДАТНОСТІ ІНФОРМАЦІЙНИХ КАНАЛІВ ПЕРЕДАЧІ БАГАТОСПЕКТРАЛЬНИХ ЦИФРОВИХ ЗОБРАЖЕНЬ ДИСТАНЦІЙНОГО ЗОНДУВАННЯ**

*Запропоновано метод збільшення максимальної швидкості передачі (пропускної здатності) розподілів яскравості сканерних багатоспектральних зображень дистанційного зондування, отриманих у довільній кількості спектральних інтервалів випромінювання – носія видової інформації. Метод базується на компресії безпосередньо зафіксованих розподілів яскравості, оптимізованої за критеріями максимізації енергії, що збережується у компресованих зображеннях та їхньої енергетичної інформаційної ентропії.*

*Компресія здійснюється на основі розкладів розподілів яскравості по повних функціональних базисах, обнулінням частини коефіцієнтів розкладів та наступною реконструкцією розподілів яскравості. Визначення порогів обнуління коефіцієнтів розкладів розподілів яскравості різних спектральних каналів сформульовано у вигляді двокритеріальної оптимізаційної задачі максимізації відношення енергій компресованого та вихідного зображень та максимізації відношення їхніх енергетичних інформаційних ентропій.*



Реалізація запропонованого методу включає наступні етапи: попарну ортогоналізацію розподілів яскравості зображень спектральних каналів; компресію ортогоналізованих представлень за зазначеними критеріями; реконструкцію розподілів яскравості компресованих зображень спектральних каналів функціональним перетворенням, оберненим стосовно використаного на етапі розкладу розподілів яскравості безпосередньо зафіксованих багатоспектральних зображень. Показано, що запропонований метод забезпечує звуження частотного спектру компресованих розподілів яскравості, збільшуючи внаслідок цього пропускну здатність каналу передачі багатоспектральних цифрових зображень, та збільшення їхньої стійкості до завад передачі. Зіставлення різних дискретизованих функціональних базисів як основи для компресії розподілів яскравості показало найбільше ефективність за зазначеними критеріями дискретного функціонального базису Хартлі

Показано, що запропонований метод забезпечує високий рівень збереження структурної схожості функцій розподілу яскравості вихідних та компресованих зображень спектральних каналів.

Ключові слова: багатоспектральне зображення, пропускну здатність, енергетична інформаційна ентропія, ортогоналізація, дискретне перетворення Хартлі, індекс структурної схожості.

V.M. KORCHYNSKYI, D.M. SVYNARENKO  
Oles Honchar Dnipro National University

## INCREASING THE CAPACITY OF INFORMATION CHANNELS FOR TRANSMITTING MULTISPECTRAL DIGITAL IMAGES OF REMOTE SENSING

*A method is proposed for increasing the maximum transmission rate (throughput) of the brightness distributions of scanner multispectral digital images of remote sensing, formed in an arbitrary number of spectral channels of study - a carrier of species information. The method is based on the compression of directly recorded brightness distributions, optimized according to the criteria for maximizing the stored energy and energy information entropy. Compression is carried out on the basis of expansions of the brightness distributions in full functional bases, zeroing out a part of the expansion coefficients and subsequent restoration of the brightness distributions. The determination of the thresholds for zeroing the expansion coefficients of the brightness distributions of various spectral channels is formulated in the form of a two-criterion optimization problem of maximizing the energy ratio of the compressed and original images and maximizing the ratio of their energy information entropies.*

*The implementation of the proposed method includes the following stages: pairwise orthogonalization of the brightness distributions of images of spectral channels; compression of orthogonalized representations according to the specified criteria, reconstruction of the brightness distributions of compressed images of spectral channels by functional transformation inverse to that used at the stage of decomposition of brightness distributions of directly recorded multispectral images. It is shown that the proposed method provides a narrowing of the frequency spectrum of compressed brightness distributions, thereby increasing the throughput of the transmission channel of multispectral digital images, and increasing their resistance to interference. Comparison of the use of different discretized functional bases as a basis for compression of brightness distributions showed the highest efficiency according to the specified criteria of the discrete functional Hartley basis.*

*It was found that the proposed method provides a high level of preservation of the structural similarity of the brightness distribution functions of the original and compressed images of spectral channels.*

*Keywords: multispectral image, bandwidth, energy information entropy orthogonalization, discrete Hartley transform, structural similarity index.*

### Постановка проблемы

Передача видовых данных (цифровых изображений) дистанционного зондирования, полученных с аэрокосмических носителей, осуществляется по каналам связи, которые характеризуются частотной полосой пропускания и пропускной способностью (наиболее возможной в данном канале скоростью передачи информации). Наиболее распространенным в настоящее время является сканерный способ формирования таких изображений, при котором строки раstra формируются при движении носителя сенсора излучения – носителя видовой информации в направлении, перпендикулярном полосе обзора сканера.

Рассматриваются цифровые многоспектральные изображения (МСИ), зафиксированные в  $k$  спектральных каналах излучения – носителя видовой информации и заданные на растре размерности  $n \times m$ .

Вопросам анализа и обработки цифровых изображений посвящено значительное количество работ как теоретического, так и прикладного характера. Соответствующие результаты ориентированы главным образом на повышение визуального качества таких изображений, их компрессии, и опосредовано связаны с повышением пропускной способности информационных каналов их передачи.

В связи с этим актуальна проблема предварительной обработки первичных (непосредственно полученных) цифровых изображений, обеспечивающей повышение скорости их передачи и тем самым – пропускной способности канала передачи при максимальном сохранении информативности

### **Анализ последних исследований и публикаций**

Значительное количество исследований посвящено методам компрессии (сжатия) цифровых сигналов, как способу устранения информационной избыточности. Применительно к растровым изображениям такая избыточность, как правило, связана с наличием корреляции между близкими пикселями и (или) представлением информации, несущественной для однозначной тематической интерпретации видовых данных. Наиболее существенные результаты получены на основе дискретных ортогональных преобразований распределений яркости первичных цифровых изображений [1, 2], разверток Пеано-Гильберта их растра [2, 3] и вейвлет-технологий обработки двумерных цифровых сигналов [4, 5]. Основные результаты указанных работ связаны с предварительной обработкой цифровых изображений, ориентированной на повышение визуального качества компрессированных изображений, их радиометрического и пространственного разрешения. Вопросы, связанные с оптимизацией пропускной способности каналов передачи цифровых изображений дистанционного зондирования в этих исследованиях не рассматривались.

### **Цель исследования**

Цель работы – разработка метода увеличения пропускной способности каналов передачи цифровых изображений дистанционного зондирования, сформированных в произвольном количестве спектральных диапазонов электромагнитного излучения – носителя видовой информации.

### **Изложение основного материала исследования**

Как известно, пропускная способность  $C$  произвольного цифрового канала передачи данных определяется соотношением (формула Шеннона-Хартли [6, 7])

$$C = W \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N_0 \cdot W} \right), \quad (1)$$

где  $W$  – ширина частотной полосы пропускания канала,  $S$  – средняя мощность информативного сигнала,  $N_0$  – спектральная плотность шума (его мощность в единичной полосе частот), неизбежно присутствующего в канале передачи. В контексте данной работы  $S$  представляет собой среднее значение функций распределения яркости всех спектральных каналов. Из приведенного соотношения следует, что уменьшение полосы частотного спектра сигнала приводит к увеличению пропускной способности канала и тем самым – к повышению скорости передачи данных [7].

Все существующие методы компрессии цифровых сигналов с частичной утратой информативности основаны на их разложениях по полным функциональным базисам с последующим обнулением части коэффициентов разложения. Отметим, что процедура сжатия данных, кроме собственно их компрессии, обеспечивает определенное снижение уровня помех, неизбежных в реальных условиях формирования цифровых сигналов. В данной работе в качестве критериев обнуления приняты заданное отношение энергий компрессированного и первичного сигналов и заданное отношение энергетических информационных энтропий этих сигналов.

Используем предложенный в [8] способ представления уровней яркости МСИ в виде двумерного массива  $\mathbf{G}_{n \times m \times k}$ , где  $n, m$  – размерности раstra многоспектрального изображения,  $k$  – количество его спектральных каналов; каждый столбец  $\mathbf{G}_{n \times m \times k}$  сформирован посредством упорядочения кодов яркости изображения  $k$ -го спектрального канала по строкам/столбцам. Далее рассматриваем массив  $\mathbf{G}_{n \times m \times k}$  как конкатенацию по столбцам  $k$  векторов:  $\mathbf{G}_{n \times m \times k} = [\mathbf{X}_{n \times m \times 1}^{(1)}, \mathbf{X}_{n \times m \times 1}^{(2)}, \dots, \mathbf{X}_{n \times m \times 1}^{(r)}, \dots, \mathbf{X}_{n \times m \times 1}^{(k)}]$ . Следующий этап предлагаемого метода заключается в ортогонализации функций распределений яркости изображений спектральных каналов цифрового МСИ с целью их декорреляции и реализуется посредством QR-декомпозиции массива  $\mathbf{G}_{n \times m \times k}$ ,

$$\mathbf{G}_{n \times m \times k} = \mathbf{Q}_{n \times m \times k} \cdot \mathbf{R}_{k \times k}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{Q}_{n \times m \times k}$  – матрица с ортогональными столбцами,  $\mathbf{R}_{k \times k}$  – верхнетреугольная матрица.

Далее выполняется разложение столбцов матрицы  $\mathbf{Q}_{n \times m \times k}$  по заданному дискретному ортонормированному базису в соответствии с общим выражением

$$\mathbf{C}^{(k)} = \sum_{\alpha} c_{\alpha}^{(k)} \cdot \mathbf{u}_{\alpha}, \quad (3)$$

где  $\alpha = (i, j)$  – мультииндекс, суммирование по индексам  $i, j$  производится по размерностям раstra; верхним индексом  $k$  обозначен номер спектрального канала.

Значения мультииндекса, начиная с которого будет производиться обнуление коэффициентов разложения  $c_{\alpha}^{(k)}$ , определены как решения оптимизационной задачи минимизации отношений энергии и энергетической информационной компрессированного изображения к соответствующим значениям исходного изображения при максимальном значении индекса структурной схожести этих изображений в соответствии с его определением в работе [9]. В результате формируется множество коэффициентов разложения  $\zeta_{\alpha}^{(k)}$ , по которым восстанавливаются компрессированные векторы  $\mathbf{V}^{(k)}$ :

$$\mathbf{V}^{(k)} = \sum_{\alpha} \zeta_{\alpha}^{(k)} \cdot \mathbf{u}_{\alpha}. \quad (4)$$

Собственно реконструкция компрессированных распределений яркости выполняется последовательным применением преобразований, обратных к преобразованиям (4) и (2).

Предложенный метод реализован на основе ряда дискретных функциональных базисов: Уолша, Хаара, Хартли, дискретного косинусного преобразования [10]. Наибольшей эффективностью по указанным критериям обладает преобразование Хартли.

Ниже приведены результаты тестирования предлагаемого метода применительно к многоспектральным изображениям земной поверхности, сформированным сканером Aster с космического аппарата Terra.

На рисунках 1-3 представлены первичные растровые изображения трех спектральных каналов многоспектрального цифрового изображения с существенно различными пространственными и радиометрическими разрешениями.

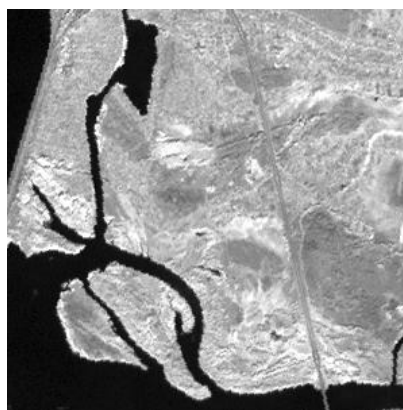


Рис. 1. Изображение спектрального канала 0.52 мкм – 0.60 мкм.

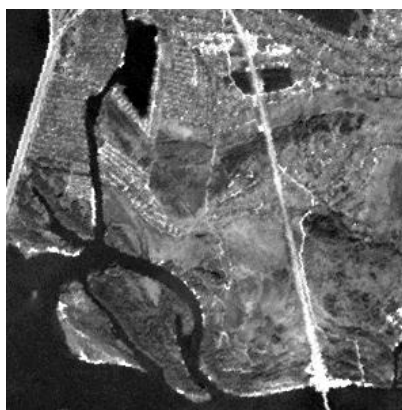


Рис. 2. Изображение спектрального канала 1.60 мкм – 1.70 мкм.

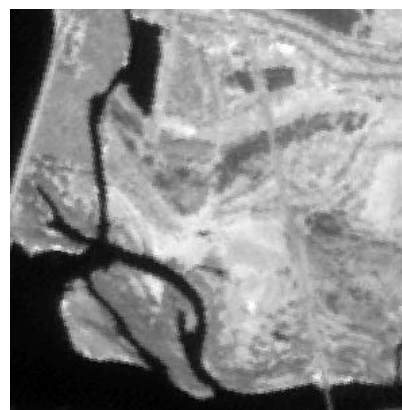


Рис. 3. Изображение спектрального канала 2.235 мкм – 2.285 мкм.

На рисунках 4 – 6 приведены компрессированные изображения этих спектральных каналов с использованием преобразования Хартли при уровнях сохраняемой энергии 90 % и энергетической информационной энтропии 94.3 %. Объем передаваемой видовой информации при этом уменьшился в 4.2 раза, а пропускная способность возросла на 27.8 %.

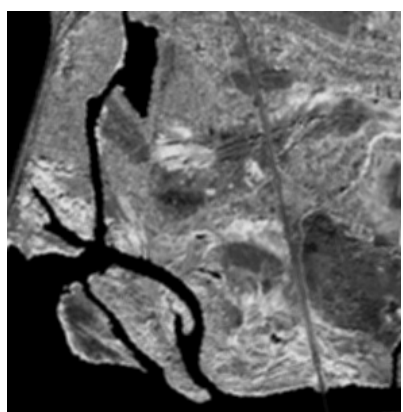


Рис. 4. Трансформированное изображение спектрального канала 0.52 мкм – 0.60 мкм.

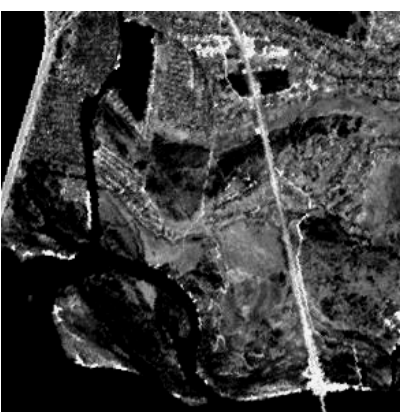


Рис. 5. Трансформированное изображение спектрального канала 1.60 мкм – 1.70 мкм.

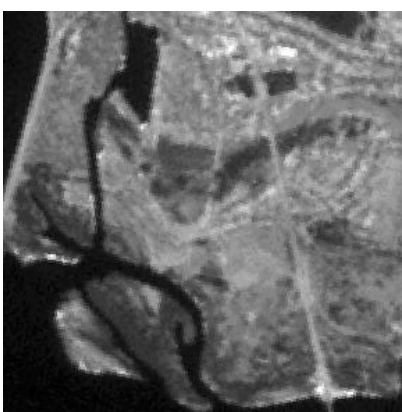


Рис. 6. Трансформированное изображение спектрального канала 2.235 мкм – 2.285 мкм.

Для анализа структурной схожести распределений яркости первичных многоспектральных изображений и изображений, синтезированных предложенным

методом, используем индексы структурной схожести, построенные по методике, предложенной в работе [9].

В таблице 1 приведены индексы структурной схожести между парами изображений, приведенных на рисунках 1 - 3 и соответствующими компрессированными изображениями (рисунки 4 - 6).

Табл. 1

Индекс структурной схожести	Изображения					
	Рис. 1	Рис. 4	Рис. 2	Рис. 5	Рис. 3	Рис.6
	0.8527		0.8924		0.9137	

Данные таблицы свидетельствуют о высоком уровне схожести этих изображений, что подтверждается и на уровне визуального восприятия. Отметим возрастание индексов структурной схожести с уменьшением информативности (пространственной разрешающей способности).

### Выводы

Предложен новый метод увеличения скорости передачи сканерных многоспектральных изображений дистанционного зондирования, зафиксированных в произвольном количестве спектральных каналов излучения – носителя видовой информации, с контролируемым уровнем их информативности. Результаты работы могут быть использованы при разработке новых информационных технологий помехоустойчивого кодирования видовых данных дистанционного зондирования.

### Список использованной литературы

1. Сэломон Д. Сжатие данных, изображений и звука. Москва: Техносфера, 2004. 428 с.
2. Федосеев В.А. Компрессия изображений с помощью дискретных ортогональных преобразований, определенных на развертках двумерных областей. *Компьютерная оптика*. 2005. № 28. С. 132–135.
3. Султанов Н.Х., Багманов А.Х., Мешков И.К., Харитонов С.В. Мультимасштабная компрессия спутниковых сигналов в широкополосных системах связи. *Вестник УГАТУ*. 2007. Том 9. № 6(24). С. 213–216.
4. Voloshin V. I., Korchinsky V.M., Kharitonov M.M. A Novel Method For Correction Of Distortions And Improvement Of Information Content In Sattelite-Acquired Multispectral Images. *Advances and Challengers in Multispectral Data and Information Processing*. 2007. P. 315–323.
5. Султанов Н.Х., Багманов А.Х., Мешков И.К., Харитонов С.В. Сравнительный анализ типов вейвлет-преобразований в задаче сжатия спутниковых изображений. *Инфокоммуникационные технологии*. 2010. Том 8. № 1. – С. 46–50.
6. Крухмалев В.В., Гордиенко В.Н., Моченов А.Д. Цифровые системы передачи. Москва: Горячая линия – Телеком, 2007. 352 с.
7. Кудряшов Б.Д. Теория информации. Санкт-Петербург: ПИТЕР, 2009. 320 с.
8. Корчинский В.М., Свиначенко Д.Н. Повышение пространственного и радиометрического разрешения многоспектральных цифровых изображений дистанционного зондирования на основе их аналитических сигналов. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2020. Том 3. № 2.1. С.156–163.
9. Wang Z., Bovik A.K., Sheikh H.R., Simoncelli E.R. Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity, *IEEE Transactions on Image Processing*. 2004. Vol. 13. № 4. P. 600–612.
10. Залманзон Л.А. Преобразования Фурье, Уодша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях. Москва: Наука, 1989. 496 с.

### References

1. Selomon, D. (2004). Szhatiye dannykh. izobrazheniy i zvuka. Moskva: Tekhnosfera.
2. Fedoseyev, V.A. (2005). Kompresiya izobrazheniy s pomoshchyu diskretnykh ortogonalnykh preobrazovaniy. opredelennykh na razvertkakh dvumernykh oblastey. *Kompyuternaya optika*. **28**, 132–135.
3. Sultanov, N.Kh., Bagmanov, A.Kh., Meshkov, I.K., & Kharitonov, S.V. (2007). Multimasshtabnaya kompresiya sputnikovykh signalov v shirokopolosnykh sistemakh svyati. *Vestnik UGATU*. **9**, 6(24), 213–216.
4. Voloshin, V. I., Korchinsky, V.M., & Kharitonov, M.M. (2007). A Novel Method For Correction Of Distortions And Improvement Of Information Content In Sattelite-Acquired Multispectral Images. *Advances and Challengers in Multisensor Data and Information Processing*. 315–323.
5. Sultanov, N.Kh., Bagmanov, A.Kh., Meshkov, I.K., & Kharitonov, S.V. (2010). Sravnitelnyy analiz tipov veyvlet-preobrazovaniy v zadache szhatiya sputnikovykh izobrazheniy. *Infokommunikatsionnyye tekhnologi* **8**, 1, 46–50.
6. Krukhmalev, V.V., Gordiyenko, V.N., & Mochenov, A.D. (2007). Tsifrovyye sistemy predachi. Moskva: Goryachaya liniya – Telekom.
7. Kudryashov, B.D. (2009). Teoriya informatsii. Sankt-Peterburg: PITER.
8. Korchinskiy, V.M., & Svinarenko, D.N. (2020). Povysheniye prostranstvennogo i radiometricheskogo razresheniya mnogospektralnykh tsifrovyykh izobrazheniy distantsionnogo zondirovaniya na osnove ikh analiticheskikh signalov. *Prikladni pitannya matematichnogo modelyuvannya*. **3**, 2.1, 156–163.
9. Wang, Z., Bovik, A.K., Sheikh, H.R., & Simoncelli, E.R. (2004). Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*. **13**, 4, 600–612
10. Zalmanzon, L.A. (1989). Preobrazovaniya Furye. Uodsha. Khaara i ikh primeneniye v upravlenii. svyazi i drugikh oblastiakh. Moskva: Nauka.

Корчинский Владимир Михайлович - д.т.н., профессор, заведующий кафедрой телекоммуникационных систем и сетей Днепровского национального университета имени Олеся Гончара. E-mail: [korchins50k@i.ua](mailto:korchins50k@i.ua), ORCID: 0000-0001-6621-0631.

Свинаренко Дмитрий Николаевич - к.т.н., доцент, проректор по научно-педагогической работе Днепровского национального университета имени Олеся Гончара, профессор кафедры телекоммуникационных систем и сетей Днепровского национального университета имени Олеся Гончара. E-mail: [svynarenko\\_dnu@ukr.net](mailto:svynarenko_dnu@ukr.net), ORCID: 0000-0003-3179-9129.

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБЪЕКТОВ ПО МНОГОСПЕКТРАЛЬНЫМ ЦИФРОВЫМ ИЗОБРАЖЕНИЯМ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

*Предложен метод определения отражательной способности (собственной яркости) материальных объектов по их изопланатическим многоспектральным изображениям, зафиксированным в коротковолновых диапазонах излучения – носителя видовой информации. Распределения яркости таких изображений представлены в виде свертки собственной яркости отображаемого объекта и аппаратной функции датчика изображения. Предлагаемый метод базируется на анализе спектральных представлений распределений яркости изображений в области пространственных частот, преобразование в которую осуществляется двумерным преобразованием Фурье указанной свертки. В качестве модели передаточных характеристик датчиков изображений рассматриваются низкочастотные пространственные фильтры, характерные для датчиков в виде фокусирующих систем, с частотами среза, обратно пропорциональными длине волны излучения – носителя видовой информации.*

*В качестве информационного носителя представлений цифровых многоспектральных изображений в области пространственных частот использован двумерный массив в виде конкатенации векторов, представляющих распределения спектров Фурье функций яркости отдельных спектральных каналов. Восстановление собственной яркости изображенных объектов произведено в терминах общей теории линейных измерений и выполнено посредством построения линейного оператора, реализующего концепцию «идеального прибора», компенсирующего влияние аппаратной функции датчика изображений.*

*Собственно реконструкция пространственных распределений собственной яркости объектов выполнена обратным двумерным преобразованием Фурье в области пространственных частот.*

*Предложена энтропийная интерпретация предложенного метода как способа фильтрации информационных компонент цифровых многоспектральных изображений, несущественных для их тематического анализа, при условии статистической независимости пространственных спектров зафиксированных изображений и частотных передаточных характеристик датчика видовой информации и приведены соответствующие количественные оценки.*

*Установлено, что предлагаемый метод обеспечивает высокий уровень сохранения структурной схожести функций распределения яркости исходных и реконструированных изображений спектральных каналов.*

*Ключевые слова: многоспектральное изображение, собственная яркость, гомоморфное преобразование, ортогонализация, редукция размерности, идеальный прибор, энергетическая информационная энтропия, индекс структурной схожести.*

## ВІДНОВЛЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБ'ЄКТІВ ЗА БАГАТОСПЕКТРАЛЬНИМИ ЦИФРОВИМИ ЗОБРАЖЕННЯМИ ДИСТАНЦІЙНОГО ЗОНДУВАННЯ

*Запропоновано новий метод визначення відбивальної спроможності (власної яскравості) матеріальних об'єктів за їх ізопланатичними багатоспектральними зображеннями, зафіксованими в оптичному, інфрачервоному та мікрохвильовому діапазонах електромагнітного проміння – носія видової інформації. Розподіли яскравості таких зображень подані у вигляді згортки власної яскравості поданих на них об'єктів та апаратної функції датчика зображення. Пропонований метод базується на аналізі спектральних представлень розподілів яскравості зображень в області просторових частот, перетворення у яку реалізовано двовимірним дискретним перетворенням Фур'є зазначеної згортки. В якості моделі передатних характеристик датчиків зображень прийняті низькочастотні просторові фільтри, які моделюють датчики зображень у вигляді фокусуєчи систем, з частотами зрізу, обернено пропорційними довжині хвилі проміння – носія видової інформації.*

За інформаційний носій представлень цифрових багатоспектральних зображень в області просторових частот прийнятий двовимірний масив у вигляді конкатенації векторів, які подають розподіли просторових спектрів Фур'є функцій яскравості окремих спектральних каналів. Відновлення власної яскравості відображених об'єктів здійснено в термінах загальної теорії лінійних вимірювань і виконане шляхом побудови лінійного оператора, який реалізує концепцію «ідеального приладу», який компенсує вплив апаратної функції датчика зображень. Власне реконструкція просторових розподілів яскравості здійснена оберненим двовимірним дискретним перетворенням Фур'є в області просторових частот.

Дано ентропійну інтерпретацію запропонованого методу як способу фільтрації інформаційних складових багатоспектральних цифрових зображень, несуттєвих для їхнього тематичного аналізу, за умови статистичної незалежності просторових спектрів зафіксованих зображень та частотної передатної характеристики датчика видової інформації і наведені відповідні кількісні оцінки.

Показано, що запропонований метод забезпечує високий рівень структурної схожості функцій розподілу яскравості первинних (безпосередньо зафіксованих) та реконструйованих зображень власної яскравості спектральних каналів.

Ключові слова: багатоспектральне зображення, власна яскравість, гомоморфне перетворення, ортогоналізація, редукція розмірності, ідеальний прилад, енергетичні інформаційна ентропія, індекс структурної схожості.

V.M. KORCHYNSKYI  
Oles Honchar Dnipro National University

## RESTORING THE INFORMATION CHARACTERISTICS OF OBJECTS ON MULTISPECTRAL DIGITAL REMOTE SENSING IMAGES

*The method of determining the reflectivity (own brightness) of material objects by their isplanatical multispectral images, recorded in short-wave radiation ranges - the carrier of species information - is proposed. The brightness distributions of these images are presented in the form of a roll-up of the object's own brightness and the hardware function of the image sensor. The proposed method is based on the analysis of spectral representations of the brightness of images in the area of spatial frequencies, the transformation into which is carried out by a two-dimensional transformation of Fourier's pronounced bundle. As a model of transmission characteristics of image sensors are considered low-frequency spatial filters, characteristic of sensors in the form of focusing systems, with cut-off frequencies, inversely proportional to the wavelength of radiation - the carrier of species information.*

*A two-dimensional array in the form of a concatenation of vectors representing the distributions of the Fourier spectra of the brightness functions of individual spectral channels is used as an information carrier for representations of digital multispectral images in the region of spatial frequencies. The restoration of the intrinsic brightness of the depicted objects was carried out in terms of the general theory of linear measurements and carried out by constructing a linear operator that implements the concept of an "ideal device" compensating for the influence of the hardware function of the image sensor.*

*The actual reconstruction of the spatial distributions of the intrinsic brightness of objects is performed by the inverse two-dimensional Fourier transform in the region of spatial frequencies.*

*An entropic interpretation of the proposed method is proposed as a method for filtering information components of digital multispectral images that are insignificant for their thematic analysis, provided that the spatial spectra of the recorded images and frequency transfer characteristics of the sensor of the view information are statistically independent, and the corresponding quantitative estimates are given.*

*It was found that the proposed method provides a high level of preservation of the structural similarity of the brightness distribution functions of the original and reconstructed images of spectral channels.*

*Key words: multispectral image, intrinsic brightness, homoform transformation, orthogonalization, dimension reduction, ideal device, energy information entropy, structural similarity index.*

### Постановка проблемы

Формирование видовых данных (изображений) дистанционного зондирования Земли с аэрокосмических носителей осуществляется посредством фиксации отраженного материальными объектами излучения оптического, инфракрасного и микроволнового электромагнитного излучения датчиками, которые неизбежно вносят погрешность в формируемые изображения. Наиболее распространенными в настоящее время являются датчики на основе сенсоров в виде ячеек с зарядовой связью, каждый



из которых фиксирует излучение определенного спектрального интервала. Концентрация излучения – носителя видовой информации реализуется фокусирующей системой [1].

В данной работе рассматриваются цифровые многоспектральные изображения (МСИ), зафиксированные в  $k$  спектральных каналах излучения – носителя видовой информации, заданные на растре размерности  $n \times m$  и зафиксированные в спектральных диапазонах с длинами волн, намного меньшими геометрических параметров формирования изображений.

Целью тематического анализа МСИ является определение физического состояния визуализированных объектов, представленное распределениями их собственной яркости. Между тем, такие изображения содержат неустраняемые искажения, обусловленные передаточными характеристиками датчиков.

В связи с этим актуальна проблема реконструкции собственных отражательных характеристик объектов, визуализированных на МСИ и тем самым – повышения информативности тематического анализа данных дистанционного зондирования.

### Анализ последних исследований и публикаций

Значительное количество исследований посвящено цифровой обработке МСИ, ориентированной на повышение пространственного и радиометрического разрешения таких изображений [1, 2]. Соответствующие результаты при всей их значимости для увеличения информационной значимости МСИ для их тематического анализа весьма опосредовано связаны с фильтрацией искажений распределений их яркости вследствие влияния аппаратной функции датчика изображения (для изображений, зафиксированных в коротковолновых диапазонах излучения – оптической фокусирующей системы). Наиболее распространенным способом частичной нейтрализации таких искажений является гомоморфная фильтрация (кепстральный анализ) цифровых сигналов и их минимальной фазовой реконструкцией, которая используется, в основном, для выравнивания освещенности цифровых изображений [3,4]. Значительными потенциальными возможностями в контексте проблематики данной статьи обладают методы редукции измерений в экспериментальных исследованиях [5], которые в настоящее время применяются, в основном, для компенсации погрешностей измерений.

### Цель исследования

Цель статьи – разработка метода реконструкции собственной яркости объектов, визуализированных на цифровых изображениях дистанционного зондирования, сформированных в произвольном количестве спектральных диапазонов электромагнитного излучения – носителя видовой информации.

### Изложение основного материала исследования

Как известно, пространственные распределения собственной яркости материального объекта  $I_0(\mathbf{R})$  и его изопланатического изображения  $I(\mathbf{r})$  в рамках коротковолнового приближения связаны соотношением (см., напр., [6])

$$I(\mathbf{r}) = \int_S P(\mathbf{r} - \mathbf{R}) \cdot I_0(\mathbf{R}) d\mathbf{R}, \quad (1)$$

где  $P(\mathbf{r})$  – аппаратная функция датчика изображения;  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{R}$  – радиусы-векторы точек картинной и предметной плоскостей соответственно.

Соотношение (1) в спектральной области имеет вид

$$F(\mathbf{f}) = M(\mathbf{f}) \cdot F_0(\mathbf{f}), \quad (2)$$

где  $\mathbf{f}$  – вектор пространственных частот;  $F(\mathbf{f})$ ,  $F_0(\mathbf{f})$  – соответственно двумерные преобразования Фурье распределений яркости изображения и собственной яркости объекта. Посредством  $M(\mathbf{f})$  обозначена передаточная функция датчика (двумерное преобразование Фурье его аппаратной функции), зависящая от длины волны излучения – носителя видовой информации.

Обобщая предложенный в [8] способ представления МСИ на спектральные представления собственной яркости  $F_0(\mathbf{f})$ , сформируем массив  $\mathbf{G}_{n \cdot m \times k}$ , где  $n$ ,  $m$  – размерности раstra многоспектрального изображения,  $k$  – количество его спектральных каналов. Каждый столбец  $\mathbf{G}_{n \cdot m \times k}$  сформирован посредством упорядочения спектральных представлений  $F_0(\mathbf{f})$  в  $k$ -м спектральном канале по строкам/столбцам. Далее рассматриваем массив  $\mathbf{G}_{n \cdot m \times k}$  как конкатенацию по столбцам  $k$  векторов:  $\mathbf{G}_{n \cdot m \times k} = [\mathbf{X}_{n \cdot m \times 1}^{(1)}, \mathbf{X}_{n \cdot m \times 1}^{(2)}, \dots, \mathbf{X}_{n \cdot m \times 1}^{(r)}, \dots, \mathbf{X}_{n \cdot m \times 1}^{(k)}]$ . Для обеспечения статистической независимости спектральных представлений различных каналов выполним QR-декомпозицию массива  $\mathbf{G}_{n \cdot m \times k}$ ,

$$\mathbf{G}_{n \cdot m \times k} = \mathbf{Q}_{n \cdot m \times k} \cdot \mathbf{R}_{k \times k}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{Q}_{n \cdot m \times k}$  – матрица с ортонормированными столбцами,  $\mathbf{R}_{k \times k}$  – верхнетреугольная матрица.

С учетом указанного матричного представления распределений собственной яркости представим соотношение (2) в операторной форме:

$$\mathbf{F} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{F}_0, \quad (4)$$

где  $\mathbf{M}$  – матрица размерности  $n \cdot m \times k$ .

В качестве датчика изображений в современных системах дистанционного зондирования выступает оптическая фокусирующая система. Известно, что в этом случае передаточная характеристика датчика отлична от нуля в конечном диапазоне пространственных частот  $[0, A]$ . В частности, при круглой апертуре диаметром  $D$  фокусирующей системы и расстоянии между ее фокусом и плоскостью изображения  $d$  граничная пространственная частота равна  $A = \frac{D}{2\pi^2 \lambda d}$ , где  $\lambda$  – длина волны излучения – носителя видовой информации [6].

Вследствие этого матрица  $\mathbf{M}$  в выражении (3) является плохо обусловленной и непосредственная реконструкция распределений собственной яркости (носителем которой выступает массив  $\mathbf{Q}$ ) по зафиксированному распределению  $\mathbf{F}$  в виде  $\mathbf{Q} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{F}$  невозможна.

Рассмотрим соотношение (4) с позиций общей теории линейных измерений (см., напр., [5]):  $\mathbf{Q}$  интерпретируем как сигнал, поступающий на вход прибора, который описывается матрицей  $\mathbf{M}$ . Выполним линейное преобразование соотношения (4):

$$\mathbf{P}\mathbf{F} = \mathbf{P}\mathbf{M} \cdot \mathbf{F}_0. \quad (5)$$

Значение  $\mathbf{P}\mathbf{F}$  интерпретируем как сигнал на выходе прибора  $\mathbf{P}\mathbf{M}$  при подаче на его вход сигнала  $\mathbf{F}_0$ . Очевидно, что идеальный прибор, не вносящий искажений в измеряемый сигнал, описывается единичной матрицей  $\mathbf{E}$ . Вследствие этого матрица  $\mathbf{P}$  удовлетворяет уравнению

$$\mathbf{P}\mathbf{M} = \mathbf{E}. \quad (6)$$

Нетрудно показать, что решение данного уравнения имеет вид

$$\mathbf{P} = (\mathbf{M}^T \cdot \mathbf{M})^{-1} \cdot \mathbf{M}. \quad (7)$$

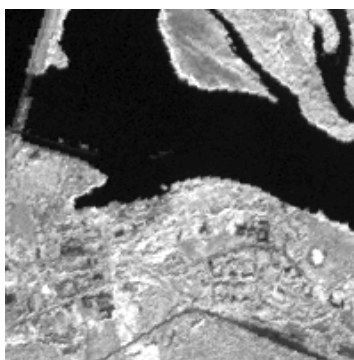
Собственно реконструкция распределения яркости отражательной способности объекта выполняется последовательным применением преобразований, обратных к преобразованиям (4) и (2).

Ниже приведены результаты тестирования предлагаемого метода применительно к многоспектральным изображениям земной поверхности, сформированные фокусирующей системой с диаметром апертуры 77.5 мм и расстоянием от плоскости изображения до фазового центра системы 850 мм.

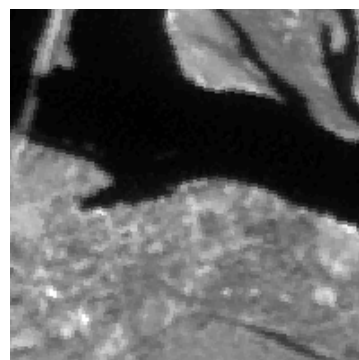
На рисунках 1-3 представлены первичные растровые изображения трех спектральных каналов многоспектрального цифрового изображения.



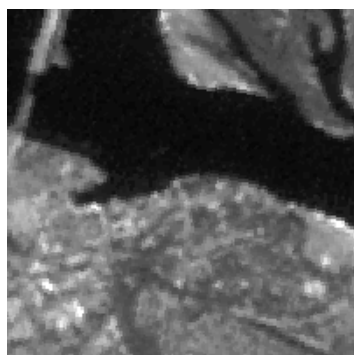
**Рис. 1.** Изображение спектрального канала 0.52 мкм – 0.60 мкм.



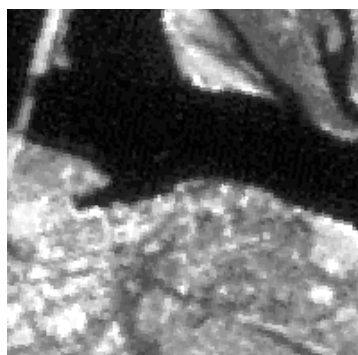
**Рис. 2.** Изображение спектрального канала 0.78 мкм – 0.86 мкм.



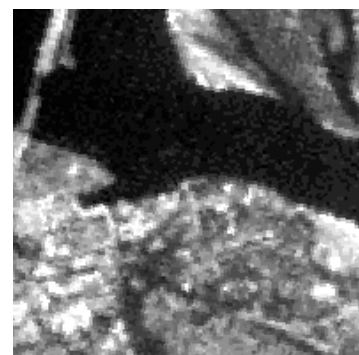
**Рис. 3.** Изображение спектрального канала 2.235 мкм – 2.285 мкм.



**Рис. 4.** Собственная яркость объектов спектрального канала 0.52 мкм – 0.60 мкм.



**Рис. 5.** Собственная яркость объектов спектрального канала 0.78 мкм – 0.86 мкм.



**Рис. 6.** Собственная яркость объектов спектрального канала 2.235 мкм – 2.285 мкм.

На рисунках 4 – 6 приведены пространственные распределения отражательной способности визуализированных объектов этих спектральных каналов.

Из сопоставления изображений, представленных на рисунках 1 – 6 хорошо видны артефакты, обусловленные влиянием формирующей изображения системы. Вместе с тем, индексы структурной схожести между первичными и синтезированными изображениями спектральных каналов, определенные по методике работы [8], весьма близки, что свидетельствует о сохранении геометрической структуры соответствующих изображений.

В табл. 1 приведены индексы структурной схожести между парами изображений, приведенных на рисунках 1 – 3 и соответствующими изображениями собственной яркости (рисунки 4 – 6).

Табл. 1

Индекс структурной схожести	Изображения					
	Рис. 1	Рис. 4	Рис. 2	Рис. 5	Рис. 3	Рис. 6
	0.8125		0.8719		0.9026	

С информационной точки зрения предложенный метод реализует исключение в синтезируемых изображениях информационных составляющих, привнесенных в анализируемые изображения аппаратной функцией датчика. Действительно, как известно, совместная информационная энтропия двух цифровых сигналов  $X$  и  $Y$  определяется соотношением [8]

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y | X), \quad (8)$$

где  $H(Y | X)$  – условная информационная энтропия сигнала  $Y$  при наличии сигнала  $X$ . Примем в качестве  $X$  и  $Y$  соответственно массивы  $P$  и  $F$ , определенные соотношениями (7), (4). В табл. 2 приведены значения совместной и условной информационной энтропий для изображений, представленных на рисунках 1 – 6.

Табл. 2

Информационная энтропия, бит	Изображения					
	Рис. 1	Рис. 4	Рис. 2	Рис. 5	Рис. 3	Рис. 6
$H(X, Y)$	9.8237		9.0124		8.3598	
$H(X)$	9.8198	9.0256	8.8231	8.1265	8.1797	8.0234
$H(Y   X)$	0.1439		0.1328		0.1213	

Нетрудно видеть, что значения условной энтропии спектральных представлений синтезированного и первичного изображений по отношению к их совместной энтропии составляют не более 1.8 %, что свидетельствует о достаточно эффективной компенсации вклада передаточной характеристики датчика изображения в полученные распределения собственной яркости.

### Выводы

Предложен новый метод реконструкции информационных характеристики (отражательных способностей) объектов дистанционного зондирования по их многоспектральным цифровым изображениям, зафиксированным в произвольном количестве спектральных каналов излучения – носителя видовой информации. Результаты работы могут быть использованы при разработке новых и совершенствовании существующих информационных технологий тематического анализа данных дистанционного зондирования.

**Список использованной литературы**

1. Шовенгердт Р.А. Дистанционное зондирование. Модели и методы обработки изображений. Москва: Техносфера, 2010. 560 с.
2. Sun W., Xu G., Gong P., Liang S. Fractal Analysis of Remotely Sensed Images: A Review of Methods and Applications. *International Journal of remote Sensing*. 2016. Vol. 47. № 2. P. 4963–4990.
3. Залманзон Л.А. Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях. Москва: Наука, 2001. 496 с.
4. Смит С. Цифровая обработка сигналов. Практическое руководство для инженеров и научных работников. Москва: Додэка-XXI, 2021. 720 с.
5. Пытьев Ю.П. Задачи редукции в экспериментальных исследованиях. *Математический сборник*. 1993. Том 120. № 2. С. 145–158.
6. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Том 2. Многократное рассеяние / турбулентность / шероховатые поверхности и дистанционное зондирование. Москва: Наука, 1989. 318 с.
7. Wang Z., Bovik A.K., Sheikh H.R., Simoncelli E.R. Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*. 2004. Vol. 13. № 4. P. 600–612.
8. Кудряшов Б.Д. Теория информации. Санкт-Петербург: ПИТЕР, 2009. 320 с.

**References**

1. Shovengerdt, R.A. (2010). Distantionnoe zondirovanie. Modeli i metody obrabotki izobrazheniy. Moskva: Tehnosfera.
2. Sun, W., Xu, G., Gong, P., & Liang, S. (2016). Fractal Analysis of Remotely Sensed Images: A Review of Methods and Applications. *International Journal of remote Sensing*. **47**, 2, 4963–4990.
3. Zalmanzon, L.A. (2001). Preobrazovaniya Fure, Uolsha, Haara i ih primeneniye v upravlenii, svyazi i drugih oblastiakh: monografiya. Moskva: Nauka.
4. Smit, S. (2021). Tsifrovaya obrabotka signalov. Prakticheskoe rukovodstvo dlya inzhenerov i nauchnykh rabotnikov. Moskva: Dodeka-HHI.
5. Pyitev, Yu.P. (1993). Zadachi reduksii v eksperimentalnykh issledovaniyakh. *Matematicheskii sbornik* **120**, 2, 145–158.
6. Isimaru, A. (1989). Rasprostraneniye i rasseyaniye voln v sluchayno-neodnorodnykh sredakh. Tom 2. Mnogokratnoye rasseyaniye / turbulentsnost / sherohovatyie poverhnosti i distantionnoe zondirovanie. Moskva: Nauka.
7. Wang, Z., Bovik, A.K., Sheikh, H.R., & Simoncelli, E.R. (2004). Image Quality Assessment: From Error Visibility to Structural Similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*. **13**, 4, 600–612.
8. Kudryashov, B.D. (2009). Teoriya informatsii. Sankt-Peterburg: PITER.

Корчинский Владимир Михайлович - д.т.н., профессор, заведующий кафедрой телекоммуникационных систем и сетей Днепровского национального университета имени Олеся Гончара. E-mail: [korchins50k@i.ua](mailto:korchins50k@i.ua), ORCID: 0000-0001-6621-0631.

UDK 621.397

V.I. MAGRO

Oles Honchar Dnipro National University

S.V. PLAKSIN

Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine

V.O. SVYATOSHENKO

National Technical University "Dnipro Polytechnic"

## INVESTIGATION OF INFORMATION NETWORK LOADING IN THE CONDITIONS OF REMOTE EDUCATION AND REMOTE MONITORING

*The method of estimating the bandwidth of communication channels and routing of Internet packets in the conditions of distance learning is considered. The research of media service platforms Microsoft Teams, Google Zoom and Skype was performed. A feature of the method is a combination of direct and indirect methods of estimating the bandwidth of communication channels. The application of this methodology makes it possible to evaluate existing market solutions for the implementation of distance education. This allows us to conclude on the feasibility of using the above services for distance learning. As a result, such a study helps to assess the congestion of channels and the effectiveness of remote monitoring of remote objects when the time delay in the delivery of information should not exceed a certain value. The results of the experiment showed that in general the considered platforms are very similar in the mode of conversation using only voice traffic. Bitrate in this case ranges from 100-130 Kbit/s. There is a significant difference between the platforms during the video traffic session. The differences between the platforms in the bitrate for this case are more than 90% (in some cases more than 100%). The study showed that the workload of the Internet channel on weekdays increased after ten o'clock in the afternoon. The Microsoft Teams platform provides the best video image quality. There are no differences between the platforms in terms of sound quality. General recommendations for organizing an online TV broadcast are as follows: for voice traffic, you can choose any of the proposed platforms, due to the fact that the difference in their characteristics is insignificant it's better to use Google Zoom to organize video communication; it's best to choose the Microsoft Teams media platform to organize a screen demonstration session. Studies have made it possible to assess the load that occurs during a communication session. The results of the experiment showed that the Google Zoom media platform, with the same quality of communication, creates fewer loads on the main Internet channels. The technical result obtained in this work is the creation of tools for selecting the optimal media platform for remote communication.*

*Keywords: bandwidth of the Internet communication channel, media service platform, communication session, total bitrate, network load.*

V.I. МАГРО

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

С.В. ПЛАКСІН

Інститут транспортних систем і технологій «Трансмаг» Національної академії наук України

В.О. СВЯТОШЕНКО

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

## ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАВАНТАЖЕННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЇ МЕРЕЖІ В УМОВАХ ДИСТАНЦІЙНОЇ ОСВІТИ І ДИСТАНЦІЙНОГО МОНІТОРИНГУ

*Розглянута методика оцінювання пропускної спроможності каналів зв'язку і маршрутизації інтернет-пакетів в умовах дистанційного навчання. Виконано дослідження медіа сервісних платформ Microsoft Teams, Google Zoom та Skype. Особливістю методики є поєднання прямих і непрямих методів оцінювання пропускної спроможності каналів зв'язку. Застосування даної методики надає змогу провести оцінку існуючих на ринку рішень для реалізації дистанційної освіти. Це дозволяє зробити висновок щодо доцільності використання описаних вище сервісів для дистанційного навчання. В підсумку таке дослідження допомагає оцінити завантаженість каналів та ефективність роботи дистанційного моніторингу віддалених об'єктів коли часова затримка в доставці інформації має суттєве значення. Результати експерименту показали, що в цілому розглянуті платформи дуже схожі в режимі розмови з використанням тільки голосового трафіку. Бітрейт в цьому випадку коливається в діапазоні 100-130 Кбіт/с. Суттєва розбіжність між платформами спостерігається під час сеансу зв'язку з використанням відео трафіку. Відмінності між платформами в бітрейті для цього випадку*

складають більше 90% (в окремих випадках понад 100%). Дослідження показало, що заванженість інтернет-каналу в будні дні збільшувалась після десятої години дня. Платформа Microsoft Teams забезпечує найкращу якість відео зображення. За якістю звуку не відзначено відмінностей між платформами. Загальні рекомендації при організації он-лайн телевізійної трансляції полягають в наступному: для голосового трафіку можна обрати будь-яку з запропонованих платформ, через те що розбіжність їх характеристик незначна; для організації відео зв'язку доцільніше використовувати сервіс Google Zoom; для організації сеансу зв'язку з демонстрацією екрану краще всього обрати медіа платформу Microsoft Teams. Проведені дослідження дозволили оцінити навантаження яке виникає під час сеансу зв'язку. Результати експерименту показали, що медіа платформа Google Zoom при рівній якості зв'язку створює менше навантаження на магістральні інтернет-канали. Технічним результатом отриманим в даній роботі є створення інструментарію для вибору оптимальної медіа платформи для організації дистанційного зв'язку.

Ключові слова: пропускна здатність інтернет-каналу зв'язку, медіа сервісна платформа, сеанс зв'язку, загальний бітрейт, навантаження на мережу.

В.И. МАГРО

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

С.В. ПЛАКСИН

Институт транспортных систем и технологий «Трансмаг» Национальной академии наук Украины

В.О. СВЯТОШЕНКО

Национальный технический университет «Днепропетровская политехника»

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАГРУЗКИ ИНФОРМАЦИОННОЙ СЕТИ В УСЛОВИЯХ ДИСТАНЦИОННОГО ОБРАЗОВАНИЯ И ДИСТАНЦИОННОГО МОНИТОРИНГА

Рассмотрена методика оценки пропускной способности каналов связи и маршрутизации интернет-пакетов в условиях дистанционного обучения. Выполнены исследования медиа сервисных платформ Microsoft Teams, Google Zoom и Skype. Особенностью методики является сочетание прямых и косвенных методов оценки пропускной способности каналов связи. Применение данной методики дает возможность провести оценку существующих на рынке решений для реализации дистанционного образования. Это позволяет сделать вывод о целесообразности использования описанных выше сервисов для дистанционного обучения. В итоге такое исследование помогает оценить загруженность каналов и эффективность работы дистанционного мониторинга удаленных объектов, когда временная задержка в доставке информации не должна превышать определенную величину. Результаты эксперимента показали, что в целом рассмотренные платформы очень похожи в режиме разговора с использованием только голосового трафика. Битрейт в этом случае колеблется в диапазоне 100-130 Кбит/с. Существенное расхождение между платформами наблюдается во время сеанса связи с использованием видео трафика. Различия между платформами в битрейте для этого случая составляют более 90% (в отдельных случаях более 100%). Исследование показало, что загруженность интернет-канала в будние дни увеличивалась после десяти часов дня. Платформа Microsoft Teams обеспечивает наилучшее качество видео изображения. По качеству звука не отмечено различий между платформами. Общие рекомендации при организации онлайн телевизионной трансляции заключаются в следующем: для голосового трафика можно выбрать любую из предложенных платформ, потому что различие их характеристик незначительно; для организации видеосвязи целесообразнее использовать сервис Google Zoom; для организации сеанса связи с демонстрацией экрана лучше всего выбрать медіа платформу Microsoft Teams. Проведенные исследования позволили оценить нагрузку, которая возникает во время сеанса связи. Результаты эксперимента показали, что медіа платформа Google Zoom при равном качестве связи создает меньшую нагрузку на магистральные интернет-каналы. Техническим результатом, который получен в данной работе, является создание инструментария для выбора оптимальной медіа платформы для организации дистанционной связи.

Ключевые слова: пропускная способность интернет-канала связи, медиа сервисная платформа, сеанс связи, общий битрейт, нагрузка на сеть.

### Formulation of the problem

An important issue that arises during the organization of distance learning is the choice of platform on which it will take place. An important parameter is the ability to

minimize the load on the communication channels while maintaining high quality. Another important feature is the bandwidth of the communication channel.

Now the educational process takes place with the help of information networks. Every day, thousands of students and teachers use media services such as Microsoft Teams, Google Zoom and Skype to conduct online lectures or to communicate with teachers and classmates. This download of the information network may affect the remote monitoring system of remote objects.

Another important feature is the bandwidth of the communication channel. It can be limited by a number of factors, such as the remoteness of the server you are connecting to.

### **Analysis of recent research and publications**

When organizing any online broadcast, you should pay attention to the value of the time delay in the delivery of packets [1, 2]. In most cases, it should not exceed a certain value. The amount of delay is determined by the properties of the media service platform and the characteristics of the communication channel.

Traffic scheduling is a key factor in ensuring time synchronization. Therefore, real-time communication in distributed systems is difficult. Poor planning can lead to a high degree of concatenation between the configuration of an individual data stream and the configuration of global (network-wide) traffic [3]. Therefore, forecasting network traffic is an important task [4]. Operators of cellular networks plan network traffic especially carefully in order to ensure network performance and quality of service (QoS) [5].

Recently, special attention has been paid to the study of public networks. In particular, the effectiveness of video streaming for public safety is investigated [6]. In this case, the delay in the delivery of information should be minimal.

In the general case, the planning of the parameters of the communication channel should be performed taking into account the requirements for the quality of service [7]. The development of distance education makes it necessary to predict the use of bandwidth in order to minimize time delays in the delivery of packets when remotely monitoring important production processes.

The above factors determine the relevance of this work.

### **The aim of the study**

The purpose of the study is to assess the load of information channels in terms of distance learning. To achieve this aim, it is necessary to investigate the most common media service platforms in distance education: Microsoft Teams, Google Zoom and Skype. It is necessary to solve the following tasks: to develop an algorithm and conduct an experiment to determine the bandwidth of the Internet channel; analyze the routing method and bandwidth of the communication channel; compare media service platforms.

### **Presentation of the main material of the study**

To collect information about the bandwidth of the communication channel, the iperf3 program was used. The collection of statistical information on the bandwidth of the Internet channel and the preparation of data for analysis included the following steps:

1. Creation of an Excel table to save data on the bandwidth of the Internet channel (Tab. 1)
2. Checking the bandwidth of the channel by connecting to the server iperf.volia.net (Kyiv);
3. Copying data to the clipboard and pasting it into an Excel spreadsheet; the data was divided into seven columns (time of the experiment), which in turn were divided into three groups: "min" (minimum value of bitrate), "ave" (average value of bitrate) and "max" (maximum value of bitrate);
4. Three hours later, the experiment was repeated;



5. The "ave" value from the Excel spreadsheet was used to build diagrams that show the change in channel bandwidth during the day.

Table 1

Bandwidth of the Internet channel

Date	7:00			10:00			13:00			16:00			19:00			22:00			0:00		
	min	ave	max	min	ave	max	min	ave	max	min	ave	max	min	ave	max	min	ave	max	min	ave	max
05.11	12,4	26,6	64,1	15,9	35,3	55,7	23,7	31	46,9	13,4	24,5	43,7	15,2	25,6	44,4	24,3	30,4	48,9	25,7	33,6	50
06.11	5,2	23,4	56,7	13,3	23,1	33,8	9,3	21,5	33,1	10,4	19,6	27,2	11,3	20,6	32,9	18,6	28,1	39,5	24,3	30,4	48,9
07.11	65,1	84,4	96,2	72,5	80	94,8	60,3	77,2	89,9	68,8	71,2	80,8	66,9	72,5	83,2	22,1	56	78,2	19,2	46,5	64,2
08.11	18,6	68,2	94,9	24,2	74,8	90,7	63,6	84,5	96,3	46	71,6	87,4	42,1	58,1	78,5	44,6	51,4	74,1	15,2	46,6	63,1
09.11	12,9	20,3	47,4	17,2	22,8	34,9	19,2	23,1	31,8	14,6	25,7	30	13,8	33,8	48,3	2,28	30,4	38,6	23,7	31	51,1
10.11	4,3	23,2	63,8	17,4	33,3	53,1	29,1	38,8	51,1	11,9	31,2	41,9	6,6	28,3	62,2	21,7	42,3	55,5	12,3	35,7	56,2
11.11	20,2	24	31,6	8,7	40,6	79,8	7,2	25,9	36,4	1,9	22,6	53,1	5,9	28,2	40,9	16,7	26	35,5	19,5	32,7	40
12.11	23,4	41,9	60,3	24,4	41,9	64,4	20	35,3	52,1	4,3	22,4	36,6	13,4	26,6	39,4	9,09	19,6	33,7	8,9	26,8	47,6
13.11	1,6	38,1	58,9	9,8	40,6	73,2	26,3	35,2	61	12,3	28,3	52,1	13,8	31,3	47	1,2	37,9	72,3	21,7	42,3	55,5
14.11	77,9	81,9	93	6,5	70,2	96,8	69,1	79,6	99,3	47,2	64,3	75,2	52,6	69,3	80,9	3,3	33,5	106	1,1	39,6	89
15.11	2,8	62,8	100	24,2	74,8	90,7	63,6	84,5	96,3	46	71,6	82,1	59,4	77,4	78,5	44,6	51,4	74,1	15,2	46,6	72,1
16.11	12,4	26,6	64,1	15,9	35,3	55,7	23,7	31	51,1	11,9	31,2	41,9	6,6	28,3	62,2	21,7	42,3	55,5	12,3	35,7	56,2

During the experiment, an Excel file was formed with statistical information to analyze the bandwidth of the Internet channel. More than 70 experiments were carried out to collect information for the implementation of the actions specified in paragraph 2. The research was conducted on the basis of the Internet provider Uranus.

Microsoft Teams, Google Zoom and Skype were chosen to experiment with services that provide the ability to communicate on the network. To connect the subscribers, the "client-server" communication scheme was used. The chosen communication scheme allows the experiment to be carried out under the conditions of an ordinary user.

Statistical information was collected using Wireshark. The functionality that Wireshark provides is very similar to that of tcpdump, but Wireshark has a graphical user interface and much more sorting and filtering capabilities. The program allows the user to view all traffic passing through the network in real time. The collection of statistical information about the bandwidth of the Internet channel and the preparation of data for analysis included the following steps:

1. Preparation for recording a communication session in the Wireshark program, namely, disabling all possible processes on the computer that could interfere with the purity of the experiment;
2. Start of recording a session in Wireshark;
3. Simulation of one of the possible conversation options;
4. Wireshark captures Internet packets that arrive at the receiver ports;
5. Plotting inbound / outbound traffic.

During the experiment, files with the extension ".pcapng" were formed with recorded information about the communication session for video traffic analysis. A study of three different options for communication between users based on the media service platforms Microsoft Teams, Google Zoom and Skype was carried out. During the analysis of the collected information about the bandwidth of the Internet channel, an Excel-table 1 was created, the data from which were used to construct table 2.

Analysis of table 2 shows that on weekdays in the period from 13:00-19:00 there is the greatest decrease in channel capacity (Fig. 1). On weekends, on the contrary, the minimum values of throughput are observed in the period from 19:00 (Fig. 2). Most online classes are held from 10:00, during the period when communication channels are already loaded.

Table 2

Generalized communication channel bandwidth data

Date	7:00	10:00	13:00	16:00	19:00	22:00	0:00
05.11.20	26.6	35.3	31.0	24.5	25.6	30.4	33.6
06.11.20	23.4	23,1	21.5	19.6	20.6	28.1	30.4
07.11.20	84.4	80.0	77.2	71.2	72.5	56.0	46.5
08.11.20	68.2	74.8	84.5	71.6	58.1	51.4	46.6
09.11.20	20.3	22.8	23.1	25.7	33.8	30.4	31.0
10.11.20	23.2	33.3	38.8	31.2	28.3	42.3	35.7
11.11.20	24.0	40.6	25.9	22.6	28.2	26.0	32.7
12.11.20	41.9	41.9	35.3	22.4	26.6	19.6	26.8
13.11.20	38.1	40.6	35.2	28.3	31.3	37.9	42.3
14.11.20	81.9	70.2	79.6	64.3	69.3	33.5	39.6
15.11.20	62.8	74.8	84.5	71.6	77.4	51.4	46.6
16.11.20	26.6	35.3	31.0	31.2	28.3	42.3	35.7

In the course of research on the capture of Internet packages, a server has been installed through which data is exchanged in communication services. In fig. 3 shows the path of packets, from user to server, on the example of the service Microsoft Teams. Iperf3 allows you to find out the delay of Internet packets and the path of packets. That is, through which IP addresses packets pass to the final server of information exchange (tab. 3). During a communication session, the delay to the server, which is located in Dublin, is 88 ms. The starting point for sending packages is the city of Dnipro. Internet packages travel on trunk channels through Kyiv and then across Europe to Dublin.

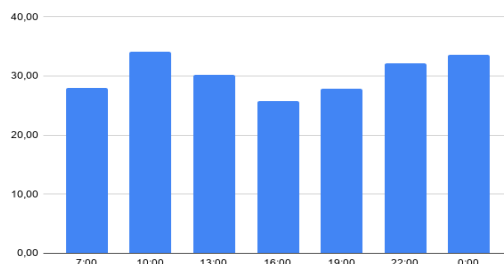


Fig. 1. Average value of channel bandwidth on a weekday (Mbps)

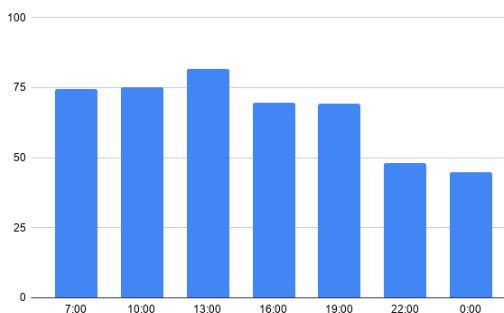


Fig. 2. Average value of channel bandwidth on the weekend (Mbps)

The characteristics of media service platforms for distance education are compared. The considered media platforms transmitted information using the UDP protocol. Based on the results of the collected information, comparative tables were created. Table 4 provides information about the communication session using only voice traffic. It can be seen that all three media service platforms have almost the same results; the divergence of their characteristics is minimal. The best value of the bit rate in the Internet channel was provided by the Google Zoom service – 840 Kbytes/s. Table 5 shows general information when simulating a webcam session. The results obtained differ significantly. It can be seen that the

Microsoft Teams service provided a load on the Internet channel twice as much as on other platforms. It should be noted that the quality of the video picture was different in different services. Comparison of video service platforms during the screen demonstration is shown in table. 2. Skype service creates a load on the communication channel by 60-145% more than other services.

```

oswald — -bash — 80x24
For more details, please visit https://support.apple.com/kb/HT208050.
MacBook-Pro-Osvald:~ osvald$ traceroute 52.114.251.26
traceroute to 52.114.251.26 (52.114.251.26), 64 hops max, 52 byte packets
 1 192.168.0.1 (192.168.0.1) 3.291 ms 2.614 ms 1.755 ms
 2 10.208.0.1 (10.208.0.1) 2.194 ms 1.566 ms 1.788 ms
 3 172.20.0.121 (172.20.0.121) 8.741 ms 10.121 ms 9.053 ms
 4 ae2-236.rt.ntl.kiv.ua.retn.net (87.245.237.16) 12.638 ms 12.300 ms 9.069
ms
 5 ae18-8.rt.lim.waw.pl.retn.net (87.245.232.154) 24.733 ms 25.047 ms 23.757
ms
 6 ae62-0.waw01-96cbe-1b.ntwk.msn.net (104.44.13.218) 22.018 ms 25.346 ms
  ae63-0.waw01-96cbe-1a.ntwk.msn.net (104.44.13.216) 25.501 ms
 7 * * *
 8 * be-20-0.ibr03.fra30.ntwk.msn.net (104.44.32.54) 88.232 ms
  be-21-0.ibr04.fra30.ntwk.msn.net (104.44.32.56) 91.296 ms
 9 be-7-0.ibr02.par21.ntwk.msn.net (104.44.19.29) 87.566 ms
  be-7-0.ibr01.par21.ntwk.msn.net (104.44.19.27) 81.239 ms
  be-7-0.ibr02.par21.ntwk.msn.net (104.44.19.29) 97.527 ms
10 104.44.17.81 (104.44.17.81) 186.452 ms 87.576 ms 96.564 ms
11 be-8-0.ibr02.dub08.ntwk.msn.net (104.44.17.90) 93.202 ms 87.147 ms
  be-5-0.ibr01.dub08.ntwk.msn.net (104.44.17.88) 88.442 ms
12 ae120-0.icr02.dub08.ntwk.msn.net (104.44.11.86) 86.771 ms *
  ae122-0.icr02.dub08.ntwk.msn.net (104.44.11.82) 87.917 ms
13 * * *
    
```

Fig. 3. IP addresses of servers through which the communication session takes place

Table 3

Location of servers

No.	Server	Server location	No.	Server	Server location
1	87.245.237.16	Ukraine, Kyiv	8	104.44.19.27	France, Paris
2	87.245.232.154	Poland, Warsaw	9	104.44.19.29	France, Paris
3	104.44.13.218	Poland, Warsaw	10	104.44.17.81	Great Britain, London
4	104.44.13.216	Poland, Warsaw	11	104.44.17.90	Great Britain, London
5	104.44.32.54	Germany, Frankfurt	12	104.44.17.88	Great Britain, London
6	104.44.32.56	Germany, Frankfurt	13	104.44.11.86	Ireland, Dublin
7	104.44.19.29	France, Paris	14	104.44.11.82	Ireland, Dublin

Table 4

Information about the communication session using only voice traffic

Media service platform	Average bitrate, Kbit/s	The amount of information transmitted per minute of conversation, kbytes	Number of erroneous Internet packages
Microsoft Teams	127	900	0
Google Zoom	118	840	0
Skype	135	960	0

Table 5

Information when simulating a webcam session

Media service platform	Average bitrate, Mbit/s	The amount of information transmitted per minute of conversation, Mbytes	Number of erroneous Internet packages
Microsoft Teams	2,8	21,5	0
Google Zoom	1,4	10,2	0
Skype	1,7	13,0	0

Table 6

Comparison of video service platforms during the screen demonstration

Media service platform	Average bitrate, Mbit/s	The amount of information transmitted per minute of conversation, Mbytes	Number of erroneous Internet packages
Microsoft Teams	0,4	3,4	0
Google Zoom	0,3	2,2	0

Skype	0,7	5,4	0
-------	-----	-----	---

### Conclusions

The proposed technique allows estimating both the bandwidth of the Internet channel and the load on the telecommunications network. A feature of the technique is the combination of direct and indirect methods for assessing the throughput. The application of this methodology allows for a preliminary assessment of the existing infrastructure.

The studies carried out made it possible to estimate the total bitrate and the load that it causes on communication channels when organizing distance education based on the media service platforms Microsoft Teams, Google Zoom and Skype. The results of the experiment showed that, in general, the platforms considered are very similar in the talk mode using only voice traffic. The bitrate in this case is in the range of 100-130 kbps.

A significant difference in performance between platforms is observed during a communication session using video traffic. On average, the difference between platforms is more than 90% (in some cases, more than 100%).

General guidelines for organizing online television broadcasting are as follows:

- it is better to use the Google Zoom service to organize video communication;
- for a screen sharing session, it is best to choose the Microsoft Teams media platform.

The scientific novelty of the results obtained lies in the development of a methodology for choosing a media service for organizing distance learning. It consists in identifying the capacity of the platform for organizing student-teacher communication and assessing its components using a software package for fixing Internet packages and bandwidth.

The practical significance of the results obtained lies in the creation of tools for choosing the optimal media service platform. As a result, such a study helps to assess the congestion of channels and the effectiveness of remote monitoring of remote objects, when the time delay in the delivery of information should not exceed a certain value.

Prospects for further research are to use the proposed technical solution for the organization of distance learning in educational institutions under quarantine measures.

### Список використаної літератури

1. Красовська Ю.О., Магро В.І. Впровадження цифрового телебачення DVB-T2 на 9 каналі в місті Дніпро. *Радіоелектроніка, інформатика, управління*. 2017. т.40. №1. С.7–15. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-1-1.
2. Магро В.І., Святошенко В.О., Тимофеев Д.С. Метод оцінки часу затримки в процесі потокового мовлення. *Системи обробки інформації*. 2019. Т.159. №4. С. 28–35. DOI: 10.30748/soi.2019.159.03.
3. Falk J., Durr F., Rothermel K. Time-triggered traffic planning for data networks with conflict graphs. *IEEE Real-Time and Embedded Technology and Applications Symposium (RTAS)*. 2020. pp. 124–136. DOI: 10.1109/RTAS48715.2020.00-12.
4. KuanHoong P., Tan I.K.T., Keong C.Y. Bittorrent network traffic forecasting with ARMA. *International Journal of Computer Networks & Communications (IJCNC)*. 2012. Vol. 4. No. 4. pp. 143–156. DOI: 10.5121/ijcnc.2012.4409.
5. Delgado D.L. J., Santiago J.M.R. Key performance indicators for QOS assessment in TETRA networks. *International Journal of Mobile Network Communications & Telematics (IJMNCT)*. 2013. Vol. 3. No. 6. pp. 1–18. DOI: 10.5121/ijmnc.2013.3601.
6. Ahmad R.W., Shan R., Khan A.R. An investigation of video communication over bandwidth limited public safety networks. *Malaysian Journal of Computer Science*. 2018. Vol. 31. No. 2. pp. 85–107. DOI: 10.22452/mjcs.vol31no2.1Pop.

7. Balandin S.I., Mustafin N.A., Heyner A.P. Communication channel parameters planning under given requirements on the quality of network traffic service. *SPIIRAS Proceedings*. 2003. Issue 1. Vol. 3. SPb: SPIIRAS, 2003. pp. 235–246.
8. Aldhyani T.H.H., Joshi M.R. Intelligent time series model to predict bandwidth utilization. *International Journal of Computer Science and Applications*. 2017. Vol. 14 No. 2. pp. 130–141.

### References

1. Krasovska, Y.O., & Magro, V. I. (2017). Vprovadzhennya tsyfrovoho telebachennya DVB-T2 na 9 kanali v misti Dnipro. *Radio Electronics, Computer Science, Control*. **40**, 1, 7–15. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-1-1.
2. Magro, V.I., Svyatoshenko, V.O. & Tymofeyev, D.S. (2019). Metod otsinky chasu zatrymky v protsesi potokovoho movlennya. *Systemy obrobky informatsiyi*. **159**, 4, 28–35. DOI: 10.30748/soi.2019.159.03.
3. Falk, J., Durr, F., & Rothermel, K. (2020). Time-triggered traffic planning for data networks with conflict graphs. *IEEE Real-Time and Embedded Technology and Applications Symposium (RTAS)*. pp. 124–136. DOI: 10.1109/RTAS48715.2020.00-12.
4. KuanHoong, P., Tan, I.K.T., & Keong C.Y. (2012). Bittorrent network traffic forecasting with ARMA. *International Journal of Computer Networks & Communications (IJCNC)*. **4**, 4, 143–156. DOI: 10.5121/ijcnc.2012.4409.
5. Delgado, D.L. J., & Santiago, J.M.R. (2013). Key performance indicators for QOS assessment in TETRA networks. *International Journal of Mobile Network Communications & Telematics (IJMNCT)*. **3**, 6, 1–18. DOI: 10.5121/ijmnct.2013.3601.
6. Ahmad, R.W., Shan, R., & Khan, A.R. (2018). An investigation of video communication over bandwidth limited public safety networks. *Malaysian Journal of Computer Science*. **31**, 2, 85–107. DOI: 10.22452/mjcs.vol31no2.1Pop.
7. Balandin, S.I., Mustafin, N.A., & Heyner, A.P. (2003). Communication channel parameters planning under given requirements on the quality of network traffic service. *SPIIRAS Proceedings*. **1**, 3, SPb: SPIIRAS, pp. 235–246.
8. Aldhyani, T.H.H. & Joshi, M.R. (2017). Intelligent time series model to predict bandwidth utilization. *International Journal of Computer Science and Applications*. **14**, 2, 130–141.

Магро Валерій Іванович – канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри прикладної радіофізики, електроніки та наномантріалів Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара. E-mail: [magrov@i.ua](mailto:magrov@i.ua), ORCID: 0000-0003-4238-6733.

Плаксін Сергій Вікторович – доктор фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник, завідувач відділу систем керування інституту транспортних систем і технологій «Трансмаг» Національної академії наук України. E-mail: [svp@westa-inter.com](mailto:svp@westa-inter.com), ORCID: 0000-0001-8302-0186.

Святошенко Володимир Олександрович – старший викладач Національного технічного університету «Дніпровська політехніка». E-mail: [svyt22@gmail.com](mailto:svyt22@gmail.com), ORCID: 0000-0003-4027-5706.

УДК 621.397

В.І. МАГРО  
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара  
С.В. ПЛАКСІН  
Інститут транспортних систем і технологій «Трансмаг» Національної академії наук України  
В.О. СВЯТОШЕНКО  
Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

## ПОБУДОВА МОДЕЛІ ТЕСТУВАННЯ І МОНІТОРИНГУ В МІКРОСЕРВІСНІЙ ІНФРАСТРУКТУРІ

*Розглянуто методику створення інфраструктури, яка використовує функції тестування і моніторингу медіасервісних систем. Дана методика дозволяє формувати критерії із оптимального вибору медіасервісних систем та їх побудови. Особливістю методики є розміщення досліджуваного сервісу в віртуальний контейнер, де проводиться дослідження його поведінки в залежності від навантаження. В якості платформи для управління контейнерами обраний Kubernetes. При цьому використовувались тільки проекти з відкритим вихідним кодом. Це забезпечує доступність методики, а за необхідності дозволяє коригувати код або доповнювати його новими функціональними можливостями. Результати експерименту показали, що обрана платформа для «оркестрації» контейнерів (Kubernetes) добре масштабується для управління будь-якими існуючими медіасервісами, що мають відкритий вихідний код. Дослідження показали, що використання технології WebRTC дозволяє знизити навантаження на серверну частину медіасервісів. Використання автоматизації конфігурації медіасервісної інфраструктури дозволяє встановлювати як окремі компоненти, так і всю структуру цілком. Автоматизація реалізована з використанням Ansible і bash скриптинга. Результат впровадження автоматизації установки і конфігурації компонентів системи забезпечують легку повторюваність інфраструктури. Необхідна для тестування інфраструктура розгорнута в своєму середовищі, що виключає такі недоліки як залежність від постачальника послуг, а також його контроль та впровадження обмежень. В екстрених випадках доступ до медіасервісу може бути організований локально, без доступу в Інтернет на глобальному або національному рівні. Блочність запропонованої інфраструктури робить її гнучкою у використанні. Таким чином, запропонована методика дозволяє оцінити можливість використання даної медіасервісної платформи при заданому навантаженні і конкретній конфігурації апаратної платформи. Запропонована методика дозволяє сформулювати вимоги до необхідної апаратної платформи для функціонування конкретних медіасервісних платформ.*

*Ключові слова:* контейнер, мікросервісна інфраструктура, оркестрація, потоковий сервіс, медіасервісна платформа, WebRTC, Kubernetes, Ansible, автоматизація тестування.

В.И. МАГРО  
Днипровский национальный университет имени Олеся Гончара  
С.В. ПЛАКСИН  
Институт транспортных систем и технологий «Трансмаг» Национальной академии наук Украины  
В.О. СВЯТОШЕНКО  
Национальный технический университет «Днепропетровская политехника»

## ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ТЕСТИРОВАНИЯ И МОНИТОРИНГА В МИКРОСЕРВИСНОЙ ИНФРАСТРУКТУРЕ

*Рассмотрена методика создания инфраструктуры, которая использует функции тестирования и мониторинга медиасервисных систем. Данная методика позволяет формировать критерии по оптимальному выбору медиасервисных систем и их построению. Особенностью методики является размещение исследуемого сервиса в виртуальный контейнер, где производится исследование его поведения в зависимости от нагрузки. В качестве платформы для управления контейнерами выбран Kubernetes. При этом использовались только проекты с открытым исходным кодом. Это обеспечивает доступность методики, а при необходимости позволяет корректировать код или дополнять его новыми функциональными возможностями. Результаты эксперимента показали, что выбранная платформа для «оркестрации» контейнеров (Kubernetes) хорошо масштабируется для управления любыми существующими медиасервисами, имеющими открытый исходный код. Исследования показали,*

что использование технологии WebRTC позволяет снизить нагрузку на серверную часть медиасервисов. Использование автоматизации конфигураций медиасервисной инфраструктуры позволяет устанавливать как отдельные компоненты, так и всю структуру целиком. Автоматизация реализована с использованием Ansible и bash скриптинга. Результат внедрения автоматизации установки и конфигурирования компонентов системы обеспечивают легкую повторяемость инфраструктуры. Необходимая для тестирования инфраструктура развернута в собственной среде, что исключает такие недостатки как зависимость от поставщика услуг, а также его контроль и внедрение ограничений. В экстренных случаях доступ к медиасервисам может быть организован локально, без доступа в Интернет на глобальном или национальном уровне. Блочность предлагаемой инфраструктуры делает ее гибкой по использованию. Таким образом, предлагаемая методика позволяет оценить возможность использования данной медиасервисной платформы при заданной нагрузке и конкретной конфигурации аппаратной платформы. Предлагаемая методика позволяет сформулировать требования к необходимой аппаратной платформе для функционирования конкретных медиасервисных платформ.

Ключевые слова: контейнер, микросервисная архитектура, оркестрация, поточный сервис, медиасервисная платформа, WebRTC, Kubernetes, Ansible, автоматизация тестирования.

V.I. MAGRO

Oles Honchar Dnipro National University

S.V. PLAKSIN

Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine

V.O. SVYATOSHENKO

National Technical University "Dnipro Polytechnic"

## BUILDING A TEST AND MONITORING MODEL IN A MICROSERVICE INFRASTRUCTURE

*The technique of creating an infrastructure is considered, which uses the functions of testing and monitoring media service systems and helps to form criteria for their selection or construction. The peculiarity of the technique lies in placing the service under investigation in a virtual container and examining its behavior depending on the load. Kubernetes was chosen as the platform for managing containers. Only open source projects were used as individual elements. This gives accessibility and, if necessary, to correct the code or supplement it with new functionality. The experiment results showed that the chosen container orchestration platform (Kubernetes) scales well to manage any existing open source media services. This gives accessibility and, if necessary, to correct the code or supplement it with new functionality. The experiment results showed that the chosen container orchestration platform (Kubernetes) scales well to manage any existing open source media services. Studies have also shown that the use of WebRTC technology can reduce the load on the server side of media services. Using the automation of configurations of the media service infrastructure allows you to install both individual components and its entirety. The automation was implemented using Ansible and bash scripting. The result of the implementation of automation of installation and configuration of system components is an easy repeatability of the infrastructure. The infrastructure required for testing was deployed in its own environment, which eliminates such disadvantages as dependence on a service provider, as well as its control and imposed restrictions. In case of emergency, access to media services can be organized locally, without access to the Internet at the global or national level. The blockiness of the proposed infrastructure makes it flexible in use. Thus, the proposed methodology makes it possible to assess the possibility of using this media service platform for a given load and a specific configuration of the hardware platform. The proposed methodology makes it possible to formulate requirements for the required hardware platform for the functioning of specific media service platforms.*

Keywords: container, microservice architecture, orchestration, streaming service, media service platform, WebRTC, Kubernetes, Ansible, test automation.

### Формулювання проблеми

Однією з важливих відмінних особливостей сучасних телекомунікаційних систем є необхідність створення якомога більш придатного середовища для розгортання тих чи інших додатків. Наприклад, в сучасних умовах карантину та самоізоляції, набувають більшої популярності медіаплатформи та програмне забезпечення для створення відеоконференцій. Важливою вимогою для ефективної

роботи таких додатків є використання спеціально налаштованого для цього середовища.

Існуюче програмне забезпечення для проведення відеоконференцій на корпоративному рівні, як правило, потребує відповідного ліцензування. Для навчальних закладів та деяких підприємств така модель співпраці може бути не вигідною. Більш того, гостро постає проблема конфіденційності даних, що передаються під час конференцій при використанні існуючих варіантів.

Ефективним методом в цьому випадку є розробка та впровадження власної платформи для розгортання системи відеоконференцій. Оптимальним варіантом впровадження цього методу є використання існуючих рішень з відкритим кодом. Об'єднання таких проектів та їх властивостей дозволяє досягти мети даного проекту, а саме створити високодоступне, масштабоване, надійне та гнучке середовище для розгортання систем відеоконференцій або додатків.

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій**

Тестування медіасерверної системи є складним завданням. Зазвичай для цього потрібна велика кількість тестових прикладів, значні ресурси і географічно розподілені сценарії використання [1]. Створення тестового середовища і досягнення певного рівня достовірності тестування це досить дороге задоволення. Щоб вирішити ці проблеми, тестові системи повинні бути економічними і масштабованими.

У ряді робіт обговорюються заходи в області масштабованої потокової передачі в реальному часі в мережі [2]. Пропонується набір випробувань, спрямованих на виявлення вузьких місць медіасерверних платформ. Відзначається, що для будь-якого медіа-сервера WebRTC в процесі тестування необхідно встановити можливості використання масштабованої бібліотеки при роботі з завданнями і діями протоколу ICE. В процесі тестування необхідно розглядати кілька сценаріїв.

Останнім часом Інтернет-спілкування в реальному часі (WebRTC) дуже швидко розвивається. Цей стандарт забезпечує незалежність від платформи аудіо/відео. Це комунікаційна платформа для веб-збірки прямо в браузер. Вона забезпечує повну реалізацію складного стека технологій, який включає в себе різні елементи, такі як: доставка контенту, обробка аудіо/відео, транспорт мультимедіа та контроль якості взаємодії, як для P2P, так і зв'язок з ретрансляцією через хмару [3]. При цьому необхідно проводити такі дослідження:

- вплив навантаження на серверну частину хмари;
- зниження навантаження для модулів вибіркового пересилання хмарного мультимедійного контенту;
- розробка схеми балансування навантаження для справедливого розподілу при тривалих сеансах зв'язку по декількох серверах;
- передбачуваність навантаження на сервер.

Медіа-сервери з підтримкою WebRTC (WebRTC SFU) широко використовуються для відеоконференцзв'язку та трансляції. При цьому необхідні дослідження п'яти основних SFU (Selective Forwarding Unit) WebRTC з відкритим вихідним кодом, що використовуються для відеоконференцзв'язку, під навантаженням [4]. Медіа-сервер WebRTC має набір API-інтерфейсів, спрямованих на спрощення розробки вдосконалених WebRTC додатків. Серед даних інтерфейсів API Kurento забезпечує високий рівень інфраструктурного тестування для оцінки сервісів WebRTC з точки зору функціональності, продуктивності і якості обслуговування [5, 6]. Під час налаштування системи особлива увага приділяється питанням масштабування і забезпечення якості (QoS, QoE) [7]. В роботі [8] розглядається простий підхід для не



функціонального тестування сервісів WebRTC, що використовують відкриту платформу ElasTest для наскрізного тестування великих складних систем.

WebRTC – це загальний термін для декількох нових технологій, призначених для обміну мультимедійними даними в Інтернеті в режимі реального часу. Як і у випадку з іншими службами, пов'язаними з медіа, якість сприйняття зв'язку WebRTC можна виміряти за допомогою індикаторів якості сприйняття (QoE). Методи оцінки QoE можна розділити на суб'єктивні (оцінок) або об'єктивні (моделі, розраховані як функція різних параметрів). В роботі [9] основна увага приділяється методу VMAF (Video Multi-method Assessment Fusion), який являє собою нову повнофункціональну об'єктивну модель оцінки якості відео, розроблену Netix. VMAF зазвичай використовується для оцінки сервісів потокового відео. У даній роботі пропонується використання VMAF для оцінки WebRTC. Для цього використовуються добре відомі технології з відкритим вихідним кодом, такі як JUnit, Selenium, Docker і FFmpeg.

В роботі [10] пропонується концепція «оркестровки тестів» медіасерверних платформ, яка сприймається як новий спосіб вибору, порядку і виконання паралельно груп тестів. Оркестровку тестів можна вважати процесом, в якому організовані різні тестові приклади, зібрані і виконані по топології, яка визначає одночасне стрес-тестування платформ.

### Мета дослідження

Метою роботи є створення інфраструктури що використовує сучасні приватні хмарні технології та мінімальні недоліки в порівнянні з вже існуючими технічними реалізаціями.

В даній роботі розглянуто дві задачі: розробка методики тестування і моніторингу медіасервісної системи та формування критеріїв вибору ефективності медіасервісних систем.

### Викладення основного матеріалу дослідження

Програмним забезпеченням на якому базується увесь принцип роботи розробленої системи є Kubernetes.

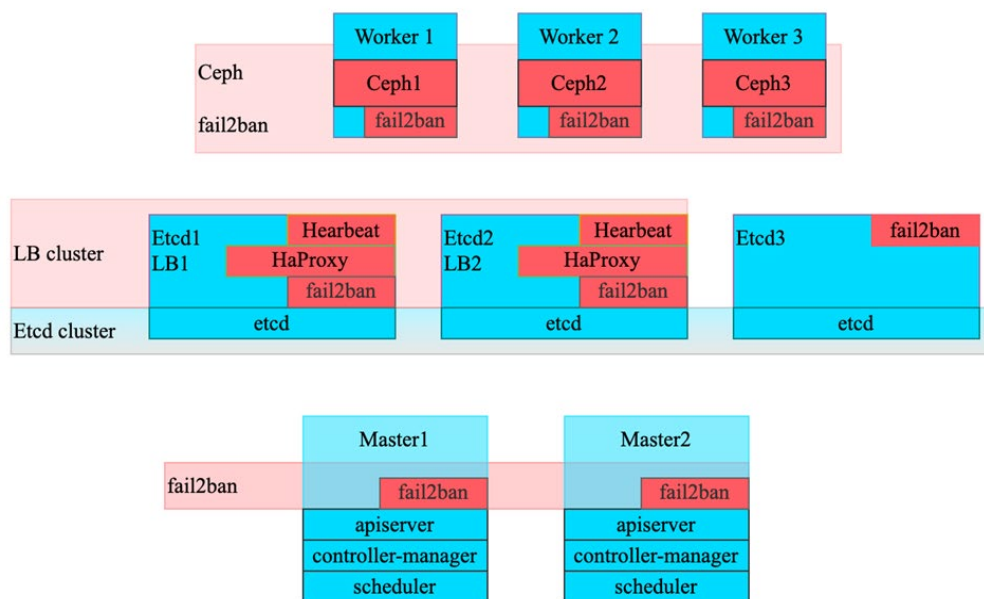
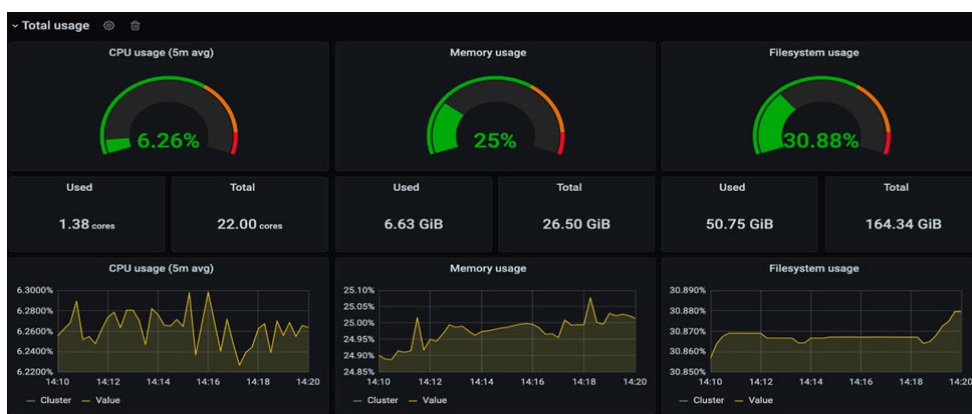


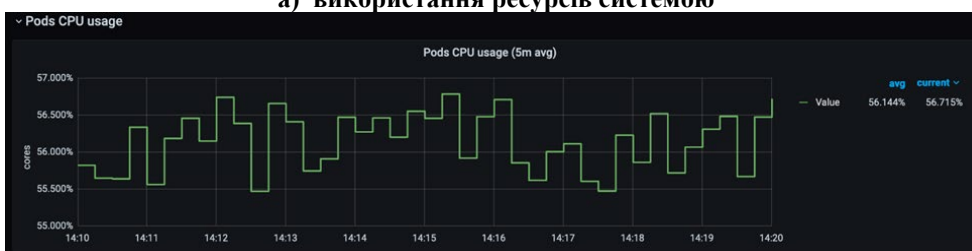
Рис. 1. Схема компонентів мультисервісної системи

На рис. 1 наведена схема компонентів системи що пропонується. Вона включає як стандартні компоненти (які, як правило, реалізовані у всіх системах що побудовані на базі Kubernetes), так і елементи, котрі були впроваджені в процесі розробки інфраструктури з метою підвищення якостей, властивостей та переваг розробленої мультисервісної системи, а також зменшення її недоліків в порівнянні з існуючими до неї аналогами. NaProxu – балансувальник вхідного навантаження, що надходить та розподіляється між Etcd вузлами; Heartbeat – інструмент, що підвищує стійкість системи та призначений для виключення наслідків виходу з ладу одного з вузлів управління; Fail2ban – програмне забезпечення, яке встановлене на усіх вузлах розробленої системи з метою підвищення їх безпеки; Serp – розподілене сховище об’єктів та реплікації даних, що зберігаються.

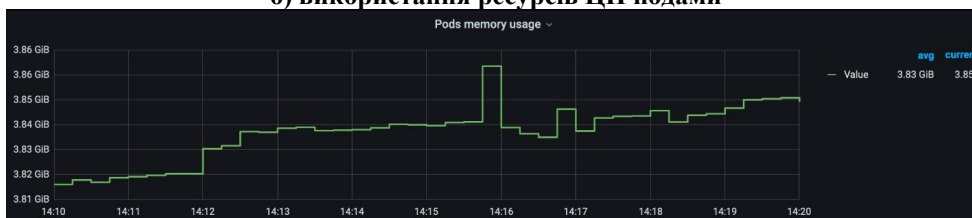
Розроблена система надає ряд переваг, таких як надійне сховище, високодоступність, балансування навантаження, безпека та моніторинг. Система надає придатне середовище не тільки для розгортання тих чи інших додатків, але і для моніторингу та контролю споживання ресурсів системою та розгорнутими в ній додатками. Більш того, дана система надає можливість збору та аналізу вихідних параметрів цих додатків, наприклад за допомогою візуального аналізу графіків.



а) використання ресурсів системою



б) використання ресурсів ЦП подами



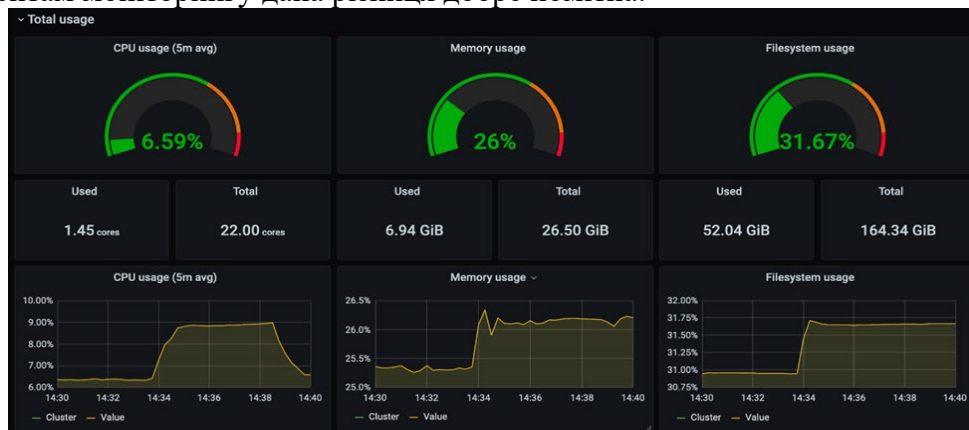
в) використання ресурсів фізичної пам'яті подами

Рис. 2. Панелі моніторингу у стані «спокою»

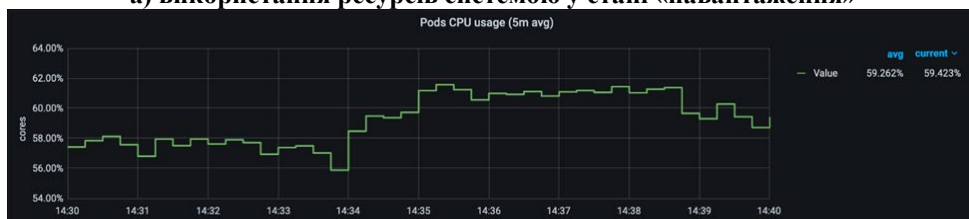
На рис. 2 зображені панелі для моніторингу використання ресурсів. В цьому випадку, система знаходиться у стані “спокою”, іншими словами, ресурси використовуються тільки на підтримку роботи її компонентів.

Для тесту роботи системи, в ній була розгорнута медіаплатформа Kurento. Ця платформа реалізує технологію WebRTC.

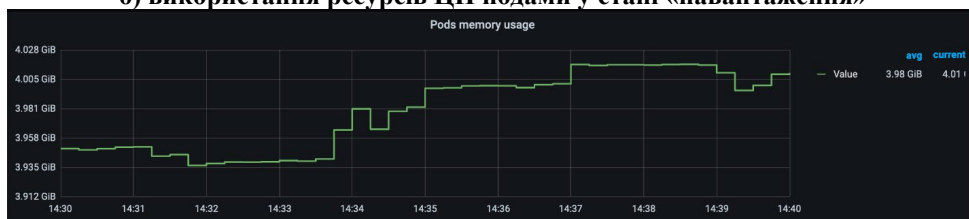
На рис. 3 видно як змінилися показники вихідних параметрів. Судячи з графіків, після розгортання Kurento додатку підвищився рівень завантаженості центрального процесора, а також оперативної пам'яті, що використовується. Завдяки впровадженим інструментам моніторингу дана різниця добре помітна.



а) використання ресурсів системою у стані «навантаження»



б) використання ресурсів ЦП подами у стані «навантаження»



в) використання ресурсів фізичної пам'яті подами у стані «навантаження»

Рис. 3. Панелі моніторингу у стані «навантаження»

### Висновки

Запропоновано методику побудови мультисервісної системи для тестування та моніторингу розгорнутих в ній мережевих сервісів. Одним з прикладів такого програмного забезпечення є медіасервісні платформи. У якості тестової реалізована платформа Kurento. Вона розгорнута, протестовані її потреби в ресурсах. Використання мікросервісної інфраструктури, індивідуального середовища з принципами хмарних технологій для її розгортання, а також «найкращих практик» дозволило розробити високодоступну, масштабовану, надійну та масштабовану систему, яка придатна для тестування медіаплатформ. В роботі розроблено таке:

1. Реалізована політика безпеки, що спрямована на запобігання випадковому перезапису, видаленню та змінам. Для впровадження такої політики використовується RBAC (Role Based Access Control).
2. Побудовано швидкий доступ до архітектури. Це досягається за рахунок відсутності єдиної точки збірки у всій архітектурі, а також за рахунок того що розроблена система містить надлишкові елементи. Завдяки цьому досягається висока стійкість системи у випадку збою.

3. Для ефективності роботи системи використані останні стабільні версії програмного забезпечення і конфігурацій компонентів архітектури. Це, в свою чергу, підвищує безпеку системи.
4. Впровадження автоматизації надає можливість управління конфігурацією, оркестровки, централізованої установки додатків та паралельного виконання типових завдань на групі систем. В даному випадку, автоматизація реалізована на основі Ansible і bash скриптингу. Результатом впровадження автоматизації розгортки компонентів системи є легко відновлювальна інфраструктура.
5. Необхідна інфраструктура розгорнута в індивідуальному середовищі, що виключає такі недоліки як прив'язаність до постачальника послуг, а також його контроль та впровадження обмежень. В екстреному випадку, доступ до мережі може бути організовано локально, без доступу через Інтернет.

Таким чином, розроблена система, яка представляє собою набір окремих блоків, кожен з яких включає в себе ті чи інші функціональні особливості та інструменти для виконання заявлених завдань.

Потребує наступних досліджень автоматичне формування віртуальних користувачів та розгортання необхідної їх кількості з метою тестування здатності навантаження статичних конфігурацій обладнання для медіа сервісів (або формування необхідних конфігурацій обладнання для заданого навантаження).

#### Список використаної літератури

1. Bai X., Li M., Huang X., Tsai W.T., Gao J. Vee@Cloud: The virtual test lab on the cloud. *IEEE 8th international workshop on automation of software test (AST)*. 2013. Pp. 15-18. DOI: 10.1109/IWAST.2013.6595785
2. Amirante A., Castaidi T., Miniero L., Romano S.P., Toppi A. Measuring Janus temperature in ICE-land. *Proceedings of IEEE conference "Principles, Systems and Applications of IP Telecommunications (IPTComm)"*. 2018. DOI: 10.1109/IPTCOMM.2018.8567641.
3. Xhagjika V., Escoda O.D., Navarro L., Vlassov V. Media Streams Allocation and Load Patterns for a WebRTC Cloud Architecture. *IEEE 8th International conference on the network of the future (NOF)*. 2017. DOI 10.1109/NOF.2017.8251214.
4. Andrer E., Nicolas Breton\*N., Lemesle A., Roux L., Gouaillard A. Comparative Study of WebRTC Open Source SFUs for Video Conferencing. *Proceedings of IEEE conference "Principles, Systems and Applications of IP Telecommunications (IPTComm)"*. 2018. DOI: 10.1109/IPTCOMM.2018.8567642.
5. Garcna B., Lypez-Fernandez L., Gallego M., Gortazar F. Testing Framework for WebRTC Services. *Proceedings of the 9th EAI International Conference on Mobile Multimedia Communications*. 2018, Pp. 40–47. DOI: 10.4108/eai.18-6-2016.2264212.
6. Garcna B., Lypez-Fernandez L., Gallego M. Gortazar F. Analysis of video quality and end-to-end latency in WebRTC. *IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps)*. 2016. DOI: 10.1109/GLOCOMW.2016.7848838.
7. Garcna B., Lypez-Fernandez L., Gallego M. & Paris M. WebRTC Testing: Challenges and Practical Solutions. *IEEE Communications Standards Magazine*. 2017. Vol. 1. Issue 2. Pp. 36-42. DOI: 10.1109/MCOMSTD.2017.1700005.
8. Bertolino A., Calabry A., Angelis G. D., Gortazar F., Lonetti F., Maes M., Tucyn G. Quality-of-Experience driven configuration of WebRTC services through automated testing. *IEEE 20th International Conference on Software Quality, Reliability and Security (QRS)*. 2020. Pp. 152-159. DOI: 10.1109/QRS51102.2020.00031.

9. Garcna B., Lypez-Fernandez L., Gortazar F., Gallego M. Practical Evaluation of VMAF Perceptual Video Quality for WebRTC Applications. *Electronics*. 2019. No. 8. Pp. 854-869. DOI: 10.3390/electronics808085.
10. Garcna B., Lypez-Fernandez L., Gallego M., Miranda B., Jimernez E., Angelis G. D., Santos C., Marchetti E. Proposal to Orchestrate Test Cases. *IEEE 11th International Conference on the Quality of Information and Communications Technology (QUATIC)*. 2018. Pp. 38-46. DOI 10.1109/QUATIC.2018.00016.

#### Reference

1. Bai, X., Li, M., Huang, X., Tsai, W. T., & Gao, J. (2013). Vee@Cloud: The virtual test lab on the cloud. *IEEE 8th international workshop on automation of software test (AST)*. 15-18. DOI: 10.1109/IWAST.2013.6595785
2. Amirante, A., Castaidi, T., Miniero, L., Romano S. P., & Toppi, A. (2018). Measuring Janus temperature in ICE-land. *Proceedings of IEEE conference "Principles, Systems and Applications of IP Telecommunications (IPTComm)"*. DOI: 10.1109/IPTCOMM.2018.8567641.
3. Xhagjika, V., Escoda, O. D., Navarro, L., & Vlassov, V. (2017). Media Streams Allocation and Load Patterns for a WebRTC Cloud Architecture. *IEEE 8th International conference on the network of the future (NOF)*. DOI 10.1109/NOF.2017.8251214.
4. Andrer, E., Nicolas Breton\*N., Lemesle, A., Roux, L., & Gouaillard, A. (2018). Comparative Study of WebRTC Open Source SFUs for Video Conferencing. *Proceedings of IEEE conference "Principles, Systems and Applications of IP Telecommunications (IPTComm)"*. DOI: 10.1109/IPTCOMM.2018.8567642.
5. Garcna, B., Lypez-Fernandez, L., Gallego, M., & Gortazar, F. (2016). Testing Framework for WebRTC Services. *Proceedings of the 9th EAI International Conference on Mobile Multimedia Communications*. 40–47. DOI: 10.4108/eai.18-6-2016.2264212.
6. Garcna, B., Lypez-Fernandez, L., Gallego, M., & Gortazar, F. (2016). Analysis of video quality and end-to-end latency in WebRTC. *IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps)*. DOI: 10.1109/GLOCOMW.2016.7848838.
7. Garcna, B., Lypez-Fernandez, L., Gallego, M. , & Paris, M. (2017). WebRTC Testing: Challenges and Practical Solutions. *IEEE Communications Standards Magazine*. 1, 2, 36-42. DOI: 10.1109/MCOMSTD.2017.1700005.
8. Bertolino, A., Calabry, A., Angelis, G. D., Gortazar, F., Lonetti, F., Maes, M., & Tucyn, G. (2020). Quality-of-Experience driven configuration of WebRTC services through automated testing. *IEEE 20th International Conference on Software Quality, Reliability and Security (QRS)*. 152-159. DOI: 10.1109/QRS51102.2020.00031.
9. Garcna, B., Lypez-Fernandez, L., Gortazar, F., & Gallego, M. (2019). Practical Evaluation of VMAF Perceptual Video Quality for WebRTC Applications. *Electronics*. 8, 854-869. DOI: 10.3390/electronics808085.
10. Garcna, B., Lypez-Fernandez, L., Gallego, M., Miranda, B., Jimernez, E., Angelis, G. D., Santos, C., & Marchetti, E. (2018). Proposal to Orchestrate Test Cases. *IEEE 11th International Conference on the Quality of Information and Communications Technology (QUATIC)*. 38-46. DOI 10.1109/QUATIC.2018.00016.

Магров Валерій Іванович – канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри прикладної радіофізики, електроніки та наноматеріалів Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара. E-mail: [magrov@i.ua](mailto:magrov@i.ua), ORCID: 0000-0003-4238-6733.

Плаксін Сергій Вікторович – доктор фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник, завідувач відділу систем керування інституту транспортних систем і технологій «Трансмаг» Національної академії наук України. E-mail: [svp@westa-inter.com](mailto:svp@westa-inter.com), ORCID: 0000-0001-8302-0186.

Святошенко Володимир Олександрович – старший викладач Національного технічного університету «Дніпровська політехніка». E-mail: [svyt22@gmail.com](mailto:svyt22@gmail.com), ORCID: 0000-0003-4027-5706.

УДК 519.713.1

І.В. МЕЛЬНИК, С.Б. ТУГАЙ

НТУ України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»

## ФОРМУВАННЯ ДИСКРЕТНОГО АЛГОРИТМУ КЕРУВАННЯ ТРАНСПОРТНИМ ЗАСОБОМ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕОРІЇ СКІНЧЕННИХ АВТОМАТІВ ТА МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

*У статті розглянуто модель керування транспортним засобом для лінійного закону зміни його швидкості у часі. Відмінною рисою сформованої математичної моделі є те, що вона створена з використанням аналітичних методів дискретної математики, теорії множин, теорії скінченних автоматів та математичної статистики. На основі аналізу простого закону руху транспортного засобу між двома заданими точками по прямій лінії з постійним зменшенням швидкості, теоретично обґрунтовано, що математичну модель такого закону руху можна реалізувати у просторі скінченних станів за часом, і, таким чином, звести її до відповідної моделі скінченного автомату. Безсумнівною перевагою запропонованої математичної моделі системи керування рухом транспортного засобу є її простота, а також відсутність коректувальної дії у ті моменти часу, коли рух транспортного засобу відповідає заданому закону із незначною похибкою. Це дозволяє уникнути зайвих викладів швидкості транспортного засобу та коливальних процесів, які можуть виникати у разі неперервної у часі керувальної дії за умови неправильного вибору параметрів системи керування. Окремо розглянуті математичні моделі для випадків квазістаціонарної та випадкової збурювальної дії. Для моделювання випадкової збурювальної дії використаний закон розподілу Стьюдента. Слід відзначити, що отримана у роботі схема скінченного автомату є універсальною та відповідає як квазістаціонарній, так і випадковій збурювальній дії. Змінюються лише аналітичні співвідношення дискретної математики та математичної статистики, за якими формується закон керування через аналіз станів скінченного автомату. Результати моделювання показали, що за умови квазістаціонарної збурювальної дії похибка керування складає приблизно 2–5%, а у разі випадкової збурювальної дії ця похибка становить приблизно 5–8%. Запропонований підхід до створення систем керування є досить універсальним та може бути успішно використаним для синтезу систем керування іншого призначення, зокрема технологічних.*

*Ключові слова:* транспортна задача, автоматичне керування, статистичний аналіз, дискретний закон керування, скінченний автомат.

І.В. МЕЛЬНИК, С.Б. ТУГАЙ

НТУ України «Киевский политехнический институт им.Сикорского»

## ФОРМИРОВАНИЕ ДИСКРЕТНОГО АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫМ СРЕДСТВОМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ И МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

*В статье рассмотрена модель управления транспортным средством для линейного закона изменения его скорости с течением времени. Отличительной чертой сформированной математической модели является то, что она создана с использованием аналитических методов дискретной математики, теории множеств, теории конечных автоматов и математической статистики. На основе анализа простого закона движения транспортного средства между двумя заданными точками по прямой линии с постоянным уменьшением скорости, теоретически обосновано, что математическую модель такого закона движения можно реализовать в пространстве конечных состояний по времени, и, таким образом, свести ее к соответствующей модели конечного автомата. Несомненным преимуществом предложенной математической модели системы управления движением транспортного средства является её простота, а также отсутствие корректирующего действия в те моменты времени, когда движение транспортного средства соответствует заданному закону с незначительной погрешностью. Это позволяет избежать излишних выбросов скорости транспортного средства и колебательных процессов, которые могут возникать в случае непрерывного во времени управляющего действия при неправильном выборе параметров системы управления. Отдельно рассмотрены математические модели для случаев квазистационарного и случайного возмущающего воздействия. Для моделирования случайного возмущающего воздействия использован закон распределения Стьюдента. Следует отметить, что полученная в работе схема конечного автомата является универсальной и соответствует как квазистационарному, так и случайному возмущающему воздействию. Меняются только аналитические соотношения дискретной математики и*

математической статистики, по которым формируется закон управления через анализ состояний конечного автомата. Результаты моделирования показали, что при квазистационарном возмущающем воздействии погрешность управления составляет примерно 2-5%, а в случае случайного возмущающего воздействия эта погрешность составляет примерно 5-8%. Предложенный подход к созданию систем управления является достаточно универсальным и может быть успешно использован для синтеза систем управления другого назначения, в том числе технологических.

Ключевые слова: транспортная задача, автоматическое управление, статистический анализ, дискретный закон управления, конечный автомат.

I.V. MELNYK, S.B. TUHAI

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnical Institute"

## CREATION OF DISCRETE ALGORITHM OF VEHICLE CONTROL WITH USING THE THEORY OF FINITE-SEQUENCE MACHINES AND THE METHODS OF MATHEMATICAL STATISTICS

*In the article a vehicle control model for the linear law of its speed change over the time is discussed. A distinctive feature of the formed mathematical model is that it was created with using analytical methods of discrete mathematics, set theory, theory of finite sequence machine and mathematical statistics. On the base of analysis of a simple law of motion a vehicle between two given points in a straight line with a constant decrease in speed, it is theoretically proved, that a mathematical model of such law of motion can be realized in the space of limited in time states, and, thus, it can be reduced to the corresponding model of a finite sequence machine. The undoubted advantage of the proposed mathematical model of the vehicle motion control system is its simplicity, as well as the absence of corrective action at those times when the vehicle movement corresponds to a given law with a slight error. This avoids unnecessary ejections of vehicle speed and oscillation processes that can occur in the case of a continuous control action in the time when the control system parameters are incorrectly selected. Mathematical models for the cases of quasi-stationary and random disturbing effects are considered separately. To simulate a random disturbing effect, the Student distribution law is used. It should be noted that the finite automaton scheme, had been obtained in this work, is universal and corresponds to both quasi-stationary and random disturbing effects. Only the analytical relations of discrete mathematics and mathematical statistics are changed, according to which the control law is formed through the analysis of the states of the finite sequence machine. The simulation results showed that with a quasi-stationary disturbing action, the control error is about 2-5%, and in the case of a random disturbing action, this error is about 5-8%. The proposed approach to the creation of control systems is quite universal and can be successfully used to synthesize control systems for other purposes, including technological ones.*

Key words: transport problem, automatic control, statistical analysis, discrete control law, finite automaton.

### Постановка проблеми

Сьогодні на наземному, водному та повітряному транспорті широко використовують комп'ютеризовані системи автоматичного керування рухом, які зазвичай працюють за алгоритмами оптимального керування [1–4]. Ці алгоритми є добре обґрунтованими з теоретичної точки зору та ґрунтовані на відомих чисельних методах розв'язування систем диференціальних рівнянь. Несумнівними перевагами таких алгоритмів є висока точність обчислення контрольованих параметрів об'єкту керування, з урахуванням його фізичних властивостей та можливої дії випадкових збурювальних факторів [3, 4]. Проте загалом постановка завдання керування складними об'єктами через чисельне розв'язування систем диференціальних рівнянь також має низку недоліків. З теоретичної точки зору загальною причиною цих недоліків є те, що математична постановка завдання розв'язування систем диференціальних рівнянь на відріжку скінченної довжини завжди потребує аналізу нескінченної кількості станів через розбиття його на окремі відрізки нескінченно малої величини. Протиріччя полягає в тому, що за умови використання чисельних методів розв'язування рівнянь та засобів комп'ютерного моделювання кількість таких відрізків має бути обмеженою, а їх занадто велика кількість призводить не лише до непомірного зростання часу проведення обчислень, але й до збільшення обчислювальної похибки [5]. Крім цього, швидкість розв'язування складних



систем диференціальних рівнянь у реальному часі, навіть у разі використання сучасних швидкодіючих комп'ютерів та хмарних обчислювальних технологій, також є обмеженою. Тому в багатьох випадках такий стандартний спосіб керування може не задовольняти сучасним вимогам щодо забезпечення високошвидкісної зміни параметрів складних технічних об'єктів та їхньої надійної роботи.

Інший підхід до вирішення завдань автоматизованого керування складними технічними об'єктами пов'язаний із використанням математичного апарату сучасної дискретної математики, зокрема теорії скінченних автоматів [6] та алгоритмів нечіткої логіки [6, 7].

Розглянемо спосіб формування дискретного алгоритму, призначеного для розв'язування задачі керування транспортним засобом за умови заздалегідь відомого закону його руху.

### Викладення основного матеріалу дослідження

**Постановка задачі.** Для формалізації постановки задачі спочатку запишемо закон руху фізичного об'єкту у вигляді алгебраїчного рівняння. Для кращого розуміння способу формування дискретного алгоритму для наперед заданого закону керування почнемо з розв'язування простої транспортної задачі. Будемо вважати, що транспортний засіб рухається від точки  $A$  до точки  $B$  вздовж прямої лінії довжиною  $R$ , і протягом його руху швидкість руху  $V(r)$  лінійно зменшується пропорційно відстані  $r$ , яка пройдена. У початковій точці  $A$  швидкість руху є максимальною та становить  $V_0$ , а в кінцевій точці  $B$  вона дорівнює  $0$ . Такий закон руху в алгебраїчній формі можна записати через наступний простий аналітичний вираз:

$$V(r) = V_0 \frac{R-r}{R}. \quad (1)$$

Дискретні математичні співвідношення для закону руху, заданого рівнянням (1), будуть розглянуті в наступних розділах статті.

#### Дискретна форма закону руху у разі відсутності збурювальної дії

Для запису аналітичного виразу (1) в дискретній формі необхідно розбити відрізок руху  $[A, B]$  на  $N$  однакових скінченних відрізків, довжина яких буде складати:

$$d = \frac{R}{N}. \quad (2)$$

Тоді, у разі відсутності збурювальної дії, закон руху (1) можна переписати в дискретній формі наступним чином:

$$V_{i0} = V_0 \left(1 - \frac{i}{N}\right), V(i, \Delta r) = V_{i0} - \frac{V_0 \Delta r}{R} = V_0 \left(1 - \frac{i}{N} - \frac{\Delta r}{R}\right), i = 1, 2, \dots, N, \Delta r < d. \quad (3)$$

де  $i$  – номер відлікової точки  $P_i$  на відрізку  $[A, B]$ ,  $\Delta r$  – відстань від відлікової точки  $P_i$  до поточної точки, в якій знаходиться транспортний засіб.

З урахуванням записаного співвідношення (3), розглянемо тепер різні дискретні закони руху у разі наявності збурювальної дії.

#### Дискретна форма закону руху у разі наявності стаціонарної та квазістаціонарної збурювальної дії та відповідна схема скінченного автомату

Закон керування рухом для точки  $P_i$  з номером  $i$ , у разі наявності стаціонарної збурювальної дії, можна сформулювати наступним чином. Якщо значення швидкості  $V(i-1, d)$  відповідає значенню  $V(i, 0)$ , можна вважати, що рух транспортного засобу відповідає закону (1) та залишити значення швидкості незмінним, а у протилежному випадку необхідно сформулювати коректувальну дію  $\Delta V$ , яку обчислювати як різницю між прогнозованим та реальним значенням швидкості, тобто:

$$\Delta V_i = V(i, 0) - V(i-1, d). \quad (4)$$

За такої умови закон регулювання рухом транспортного засобу можна записати через арифметико-логічний вираз [8–10]. Тоді відповідний аналітичний вираз має наступний вигляд:

$$\Delta V_i = (V(i, 0) \neq V(i - 1, d)) \cdot (V(i, 0) - V(i - 1, d)) + (V(i, 0) = V(i - 1, d)) \cdot V(i - 1, d). \quad (5)$$

Недоліком записаного арифметико-логічного виразу (5) є те, що для обчислення коректувальної дії необхідно знати точне значення швидкості  $V(i, 0)$ , отримане з використанням співвідношень (3).

Іншим способом обчислення коректувальної дії за умови наявності стаціонарної збурювальної дії є аналіз значень коректувальної дії у попередні моменти часу. Для проведення таких обчислень можна скористатися моделлю скінченного автомату [6]. Будемо вважати, що кількість попередніх станів автомату, які використовуються для формування коректувальної дії, становить  $k_c$ , а сама коректувальна дія є стаціонарною, тобто, однаковою для всіх попередніх станів системи. У такому разі значення похибки швидкості  $\Delta V_i$  можна обчислити як середнє арифметичне від її значення в попередні моменти часу, і таку оцінку з точки зору теорії математичної статистики можна вважати найбільш правдоподібною [11]. Тобто, за визначених умов, коректувальну дію можна обчислити наступним чином:

$$\Delta V_i = \frac{\sum_{j=0}^{k_c} \Delta V_{i-j}}{k_c}. \quad (6)$$

З урахуванням отриманих аналітичних виразів (5, 6), а також узагальнених дискретних співвідношень (3), можна переписати закон руху транспортного засобу, для випадку наявності стаціонарної збурювальної дії, у вигляді наступного дискретного арифметико-логічного співвідношення:

$$V(i, \Delta r) = (i \leq k_c) \cdot \left( (V_0 - \Delta V_i) \left( 1 - \frac{i}{N} - \frac{\Delta r}{R} \right) \right) + (i > k_c) \cdot \left( \left( V_0 - \frac{\sum_{j=0}^{k_c} \Delta V_{i-j}}{k_c} \right) \left( 1 - \frac{i}{N} - \frac{\Delta r}{R} \right) \right), \quad (7)$$

де  $\Delta V_i$  – поточне значення коректувальної дії для стану  $i$ , визначене як результат вимірювання швидкості.

Діаграма станів скінченного автомату Мура [6], призначеного для формування закону руху транспортного засобу, який описується співвідношенням (7) за умови  $k_c = 2$ , наведена на рис. 1. На цьому рисунку для позначення станів скінченного автомату та переходів між ними, яким відповідають вузли та ребра орієнтованого графу [8], введені наступні змінні:

$$S_i = V_i, W_i = \Delta V_i. \quad (8)$$

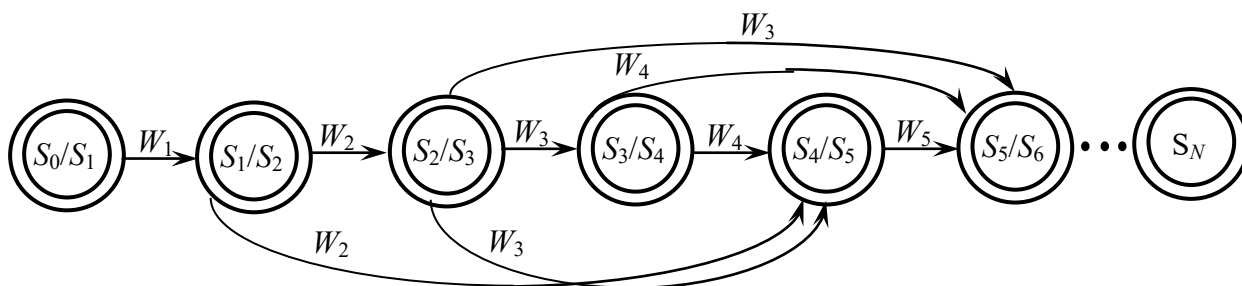


Рис. 1. Діаграма станів скінченного автомату Мура для закону керування рухом транспортного засобу, заданого співвідношенням (7)

З урахуванням введених змінних (8) у законі керування (7), який записаний для випадку наявності стаціонарної збурювальної дії, для визначення поточного стану скінченного автомату  $S_i$  можна записати наступний арифметико-логічний вираз:

$$S_i = (i \leq k_c) \cdot \left( (S_0 - W_i) \left( 1 - \frac{i}{N} \right) \right) + (i > k_c) \cdot \left( \left( S_0 - \frac{\sum_{j=0}^{k_c} W_{i-j}}{k_c} \right) \left( 1 - \frac{i}{N} \right) \right). \quad (9)$$

Слід відзначити, що хоча закон руху (9) записаний для випадку наявності стаціонарної збурювальної дії, статистична оцінка з використанням співвідношення (6) за принципом максимальної правдоподібності дозволяє його використовувати також для випадку квазістаціонарної збурювальної дії. Типові залежності швидкості транспортного засобу від відстані у разі використання закону керування (9), для випадків стаціонарної та квазістаціонарної збурювальної дії, наведені на рис. 2.

Із графіка, наведеного на рис. 2, а, зрозуміло, що у разі стаціонарної дії залежність  $V(t)$  цілком відповідає узагальненому закону руху транспортного засобу, записаного у вигляді лінійного рівняння (1). Проте, за умови квазістаціонарної випадкової дії швидкість руху відповідає прогнозованій лише у відлікових точках  $P_i$ , оскільки впродовж відрізків  $[P_i, P_{i+1}]$  вона не контролюється. Похибка керування у точках  $P_i$  для різних значень  $i$  на рис. 2, б, позначена як  $\Delta V_i$ , а прогнозована швидкість – як  $V_{i0}$ . Для зменшення середньої величини такої похибки можна збільшити кількість відлікових точок  $N$ , в яких проводиться контроль швидкості.

Похибка  $\Delta V_i$ , яка обчислюється у співвідношенні (7), є значно меншою, ніж у разі використання співвідношення (5). Це пов'язано з тим, що у співвідношенні (7) обчислюється не поточне значення похибки, а її найбільш правдоподібне за умови квазістаціонарної випадкової дії. Це значення, згідно із співвідношенням (6), визначається як середнє арифметичне для кількох попередніх станів системи керування  $k_c$ .

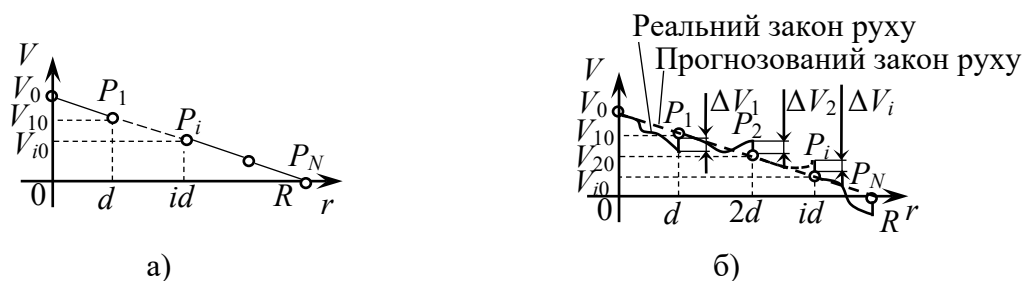


Рис. 2. Залежність швидкості транспортного засобу від відстані для дискретного закону руху, заданого співвідношеннями (7, 9), у разі наявності стаціонарної (а) та квазістаціонарної (б) збурювальної дії

Слід відзначити, що аналітичне співвідношення, аналогічне співвідношенню (7), може бути записано також у разі впливу випадкової збурювальної дії. Більш того, за такої умови схема скінченного автомату, яка наведена на рис. 1, також залишається незмінною. Необхідно змінити лише аналітичне співвідношення (6) та арифметико-логічне співвідношення (9), розраховуючи не середнє значення похибки швидкості  $\Delta V_i$ , а її найбільш правдоподібне значення, яке обчислюється згідно з теорією математичної статистики [11]. Відповідний алгоритм розрахунку буде наведений у наступному підрозділі статті.

**Дискретна форма закону руху у разі наявності випадкової збурювальної дії**  
 Перепишемо співвідношення (7) у наступному вигляді:

$$V(i, \Delta r) = (i \leq k_c) \cdot \left( (V_0 - \Delta V_i) \left( 1 - \frac{i}{N} - \frac{\Delta r}{R} \right) \right) + (i > k_c) \cdot \left( (V_0 - \Delta V_{\text{нп}}) \left( 1 - \frac{i}{N} - \frac{\Delta r}{R} \right) \right), \quad (10)$$

де  $\Delta V_{\text{нп}}$  – найбільш правдоподібне значення похибки, обумовлене дією випадкового збурювального фактору.

Скористаємося схемою скінченного автомату, наведеною на рис. 1, та будемо проводити оцінки правдоподібності величини  $\Delta V_{\text{нп}}$  за обраним законом розподілу для всіх попередніх станів системи, починаючи з поточного стану  $i$ . Значення кількості станів автомату  $k_{\text{co}}$ , для яких необхідно просумувати значення  $\Delta V_i$  з метою пошуку математичного сподівання похибки, будемо визначати за умовою відповідності закону розподілу величини  $\Delta V_i$  критерію максимальної правдоподібності. Якщо для стану  $k_{\text{co}}$  цей критерій виконується, а для стану  $k_{\text{co}} + 1$  він є хибним, то проводити підсумовування слід за кількістю станів  $k_{\text{co}}$ . Враховуючи те що кількість станів системи, для яких проводиться аналіз швидкості, є невеликою та, зазвичай, не перевищує 30, то, згідно з теорією математичної статистики, можна вважати, що випадкова величина  $\Delta V_i$  підпорядковується відомому закону розподілу Стьюдента [11]:

$$p(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{l+1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{t^2}{l}\right)^{-\frac{l+1}{2}}}{\sqrt{\pi \cdot l} \cdot \Gamma\left(\frac{l}{2}\right)}; \quad -\infty < t < \infty. \quad (11)$$

Якщо випадкова величина  $\Delta V$  розподілена за законом Стьюдента, то інтервальна оцінка її математичного сподівання, за умови заданої довірчої ймовірності  $\beta$ , має вигляд [11]:

$$\Delta V^* - t_{l, \frac{1-\beta}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{k_{\text{co}}}} < \Delta V < \Delta V^* + t_{l, \frac{1-\beta}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{k_{\text{co}}}}; \quad l = k_{\text{co}} - 1, \quad (12)$$

де

$$\Delta V^* = \frac{\sum_{j=0}^{k_c} \Delta V_{i-j}}{k_c}; \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{k_c} (\Delta V_{i-j} - \Delta V^*)^2}{k_c - 1}}. \quad (13)$$

Параметр  $\beta$ , який у математичній статистиці називається критерієм значущості [11], для завдань керування рухомими об'єктами можна вважати рівним 0,01 [3, 4].

Якщо співвідношення (11–13) виконуються за умови  $k_c = j$ , але не виконуються за умови  $k_c = j + 1$ , то значення  $k_c = j$  вважається правильним, та можна вважати що  $k_{\text{co}} = k_c$ . У такому разі коректувальна дія  $\Delta V_i$  для поточного вузла скінченного автомату обчислюється наступним чином:

$$\Delta V_i = \frac{\sum_{j=0}^{k_{\text{co}}} \Delta V_{i-j}}{k_{\text{co}}}. \quad (14)$$

Виходячи з наведених вище міркувань, та системи рівнянь (11–14), співвідношення для необхідного значення кількості станів скінченного автомату на поточній ітерації  $i$   $k_{\text{co}}(i, j)$  можна записати у вигляді рекурентного арифметико-логічного виразу наступним чином:

$$\Delta V_{i,j}^* = \frac{\sum_{k=1}^j \Delta V_{i-k}}{j}, \quad s_{i,j}^* = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^j \left( \Delta V_{i-k} - \frac{\Delta V_{i,j}^*}{j} \right)^2}{j-1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{j}}, \quad (15)$$

$$k_{\text{co}}(i, j) = j \cdot \left( \left( |\Delta V_i| \leq \Delta V_{i,j}^* - t_{j-1, \frac{1-\beta}{2}} \cdot s_{i,j}^* \right) \mid (j < 2) \right) + k_{\text{co}}(i, j - 1) \cdot$$

$$\cdot \left( \left( \left( |\Delta V_i| > \Delta V_{i,j}^* - t_{j-1, \frac{1-\beta}{2}} \cdot s_{i,j}^* \right) \& \left( (j \geq 2) \& (k_{co}(i, j-1) \neq k_{co}(i, j-2)) \right) \right) \right) | \\ | \left( (j \geq 2) \& (k_{co}(i, j-1) = k_{co}(i, j-2)) \right) \Big), \\ k_{co}(i, 0) = \Delta V_i, j \in 0, \dots, i. \quad (16)$$

Блок-схема алгоритму обчислення значення  $k_{co}(i, j)$ , за яким сформоване рекурентне арифметико-логічне співвідношення (16), наведена на рис. 3.

Згідно із співвідношеннями (15, 16), для моделі випадкової збурювальної дії, яка розглядається, можна записати наступний аналітичний вираз для стану скінченного автомату, наведеного на рис. 1:

$$S_i = (i \leq k_c) \cdot \left( (S_0 - W_i) \left( 1 - \frac{i}{N} \right) \right) + (i > k_c) \cdot \left( \left( S_0 - \frac{\sum_{j=0}^{k_{co}(i)} W_{i-j}}{k_{co}(i)} \right) \left( 1 - \frac{i}{N} \right) \right), \quad (17)$$

де поточне значення  $k_{co}(i)$  визначається через арифметико-логічний вираз (16) з урахуванням співвідношень (15).

### Результати моделювання дискретної керувальної системи та їх аналіз

Отримані результати розрахунків для квазістаціонарної збурювальної дії, одержані з використанням співвідношення (9), наведені на рис. 4, а, а результати моделювання процесу зміни швидкості для випадкової збурювальної дії, одержані з використанням співвідношення (17) – на рис. 4, б.

Слід відзначити, що у разі стаціонарної збурювальної дії відхилення швидкості від заданого лінійного закону (1) є значно меншим, а для заданих 10 відлікових точок прогнозоване та реальне значення швидкості повністю співпадають. Похибка, пов'язана із відхиленням швидкості від закону розподілу (1), не перевищує 2–3%.

Тобто, можна зробити висновок про те, що формування статистики зміни швидкості рухомого об'єкту у разі квазістаціонарної збурювальної дії з використанням співвідношення (6) та визначення закону керування за цією статистикою є значно простішим завданням, ніж формування такої статистики за умови наявності випадкової збурювальної дії з використанням розподілу Стюдента та співвідношень (11–16). Згідно з графічною залежністю, наведеною на рис. 4, б, похибка відхилення швидкості у разі наявності випадкової збурювальної дії є більшою та складає приблизно 5–8%. Більш того, як видно з графічної залежності, яка наведена на рис. 4, б, навіть у деяких відлікових точках прогнозоване та реальне значення швидкості можуть не співпадати. Під час проведення розрахунків для моделювання випадкової дії з використанням засобів програмування використовувалась відома математична функція **random** [9, 10].

Важливим результатом проведених досліджень є те, що узагальнена схема скінченного автомату, наведена на рис. 1, є досить універсальною та не залежить від характеру керувальної дії та обраної статистики.

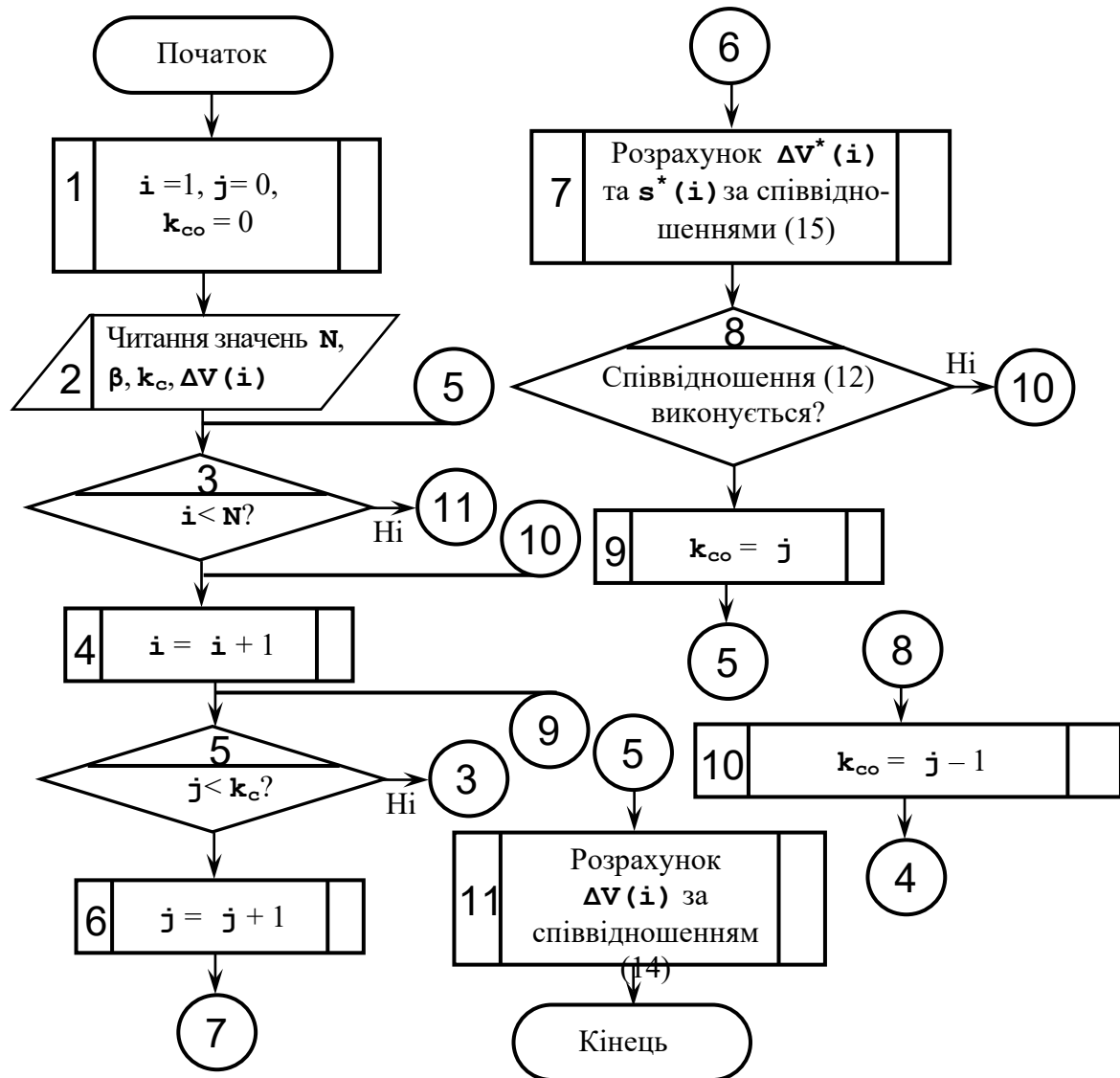
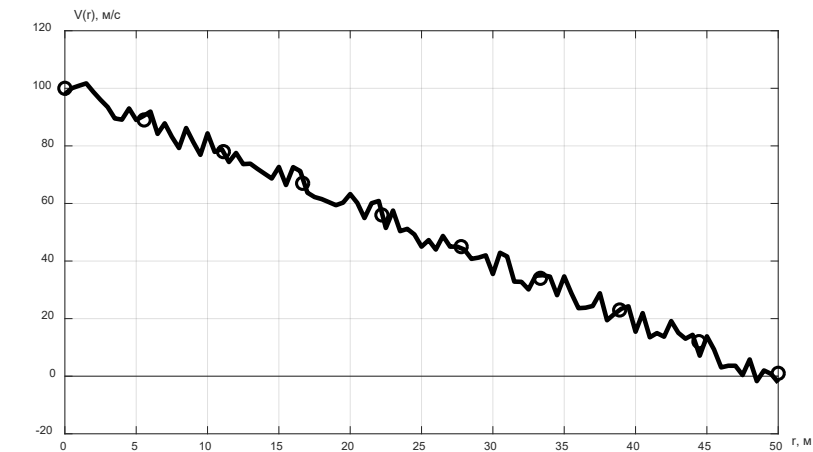
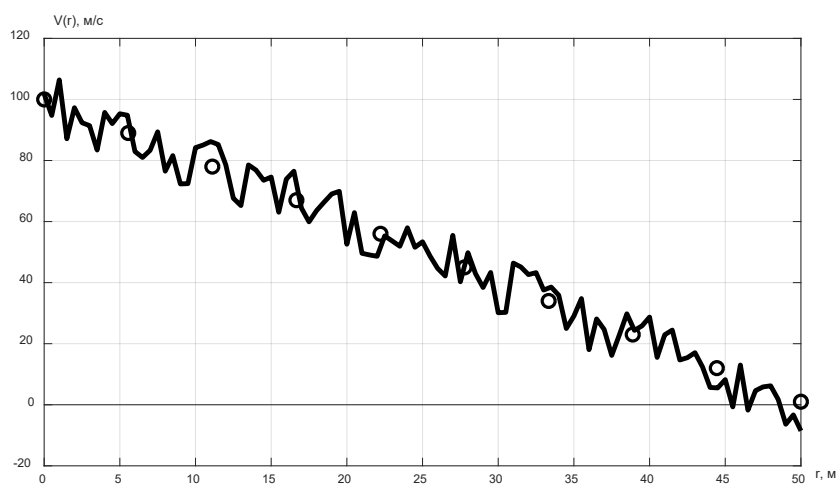


Рис. 3 Блок-схема алгоритму розрахунку коректувальної дії  $\Delta V_i$  у разі наявності випадкового збурювального фактору

Також, зрозумілим є те, що, незалежно від закону керування, похибка керування швидкістю рухомого об'єкту залежить від кількості відлікових точок  $N$  та кількості попередніх станів скінченного автомату  $k_c$ , які аналізуються. Аналіз таких залежностей може бути предметом подальших досліджень. У будь-якому разі, запропонована математична модель, яка ґрунтується та методах дискретної математики, на теорії скінченних автоматів та на методах математичної статистики [6, 11], є значно простішою, ніж загальновідомі методи керування швидкістю, основані на чисельному розв'язуванні диференціальних рівнянь [1–5]. Тому отримані у роботі результати можуть бути використані не лише для транспортних задач, але й для моделювання інших систем керування складними технічними об'єктами, а також для формування та аналізу алгоритмів їхньої роботи. Дискретні системи керування значно простіше реалізувати з використанням програмованих компонентів сучасної цифрової електроніки, ніж відповідні аналогові системи [12].



а)



б)

Рис. 4 Результати моделювання процесу керування рухом у разі наявності квазістаціонарної а) та випадкової б) збурювальної дії

### Висновки

У статті описаний метод керування швидкістю рухомого об'єкту, який ґрунтується на методах дискретної математики та є значно простішим, ніж відомі методи керування швидкістю, основані на розв'язуванні складних систем диференціальних рівнянь. Запропонована дискретна модель представлена у вигляді схеми скінченного автомату Мура. Тестові розрахунки показали, що похибка керування швидкістю рухомого об'єкту залежить від обраного закону керування та використовуваних методів статистичних оцінок. У разі стаціонарної збурювальної дії ця похибка відсутня, у разі квазістаціонарної збурювальної дії вона складає приблизно 2–5%, а у разі випадкової дії – 5–8%. Отримані в роботі результати можуть бути використанні для моделювання та проектування інших цифрових систем керування складними технічними об'єктами.

### Список використаної літератури

1. Гудвин Г. К., Гребе С. Ф., Сальгадо М. Э. Проектирование систем управления. Москва : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. 911 с.
2. Колесников А. А. Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. Москва : Едиториал, УРСС, 2005. 229 с.

3. Лазарева Т. Я., Мартемьянов Ю. Ф. Основы теории автоматического управления. Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004. 352 с.
4. Ивахненко А. Г., Юрачковский Ю. П. Моделирование сложных систем по экспериментальным данным. Москва : Радио и связь, 1987. 120 с.
5. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. Москва : Наука, 1989. 432 с.
6. Денбновецький С. В., Мельник І. В., Писаренко Л. Д. Кодування сигналів в електронних системах. Частина 2. Математичні основи теорії кодування. Том 3. Теорія систем штучного інтелекту. Київ : Кафедра, 2018. 348 с.
7. Леоненков А. В. Нечеткое моделирование в среде MatLab и fuzzyTECH. Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2003. 736 с.
8. Мельник І. В. Анализ возможностей использования матричных макроопераций системы MatLab при решении прикладных задач. *Электронное моделирование*. 2009. № 3. С. 37-51.
9. Мельник І. В. Система науково-технічних розрахунків MatLab та її використання для розв'язання задач із електроніки. Т. 1. Основи роботи та функції системи. Київ : Університет «Україна», 2009. 507 с.
10. Мельник І. В. Система науково-технічних розрахунків MatLab та її використання для розв'язання задач із електроніки: навчальний посібник у 2-х томах. Т. 2. Основи програмування та розв'язання прикладних задач. Київ: Університет «Україна», 2009. 327 с.
11. Денбновецький С. В., Мельник І. В., Писаренко Л. Д. Кодування сигналів в електронних системах. Частина 2. Математичні основи теорії кодування. Том 2. Основи теорії імовірностей, математичної статистики, теорії систем масового обслуговування та статистичної радіотехніки. Київ : Кафедра, 2018. 348 с.
12. Денбновецький С. В., Мельник І. В., Писаренко Л. Д. Кодування сигналів в електронних системах. Частина 1. Параметри сигналів та каналів зв'язку та методи їхнього оцінювання. Київ : Кафедра, 2016. 524 с.

#### References

1. Gudvin, G. K., Grebe, S. F., & Salgado, M. E. (2004). *Proektirovaie sistem uprovlenia*. Moscow: Binom, Laboratoriia Znaniy.
2. Kolesnikov, A. A. (2005). *Sinergeticheskie metody upravlenia slozhnyimi sistemami*. Moscow: Editorial, URRS.
3. Lazareva, T. Ya., & Martemianov, Yu. F. (2004). *Osnovy teorii avto,aticheskogo uprovlenia*. Tambov: Izd-vo Tamb. gos. Tehn. un-ta.
4. Ivahnenko, A. G., & Yurachkovskiy, Yu. P. (1987). *Modelirovanie slozhnyh system upravlenia po eksperimentalnym dannym*. Moskva: Radio i Sviaz.
5. Samarskiy, A. A., & Gulin, A. V. (1989). *Chislennye metody*. Moskva: Nauka.
6. Denbnovetskiy, S. V., Melnyk, I. V., & Pysarenko, L. D. (2018). *Koduvannia syhnaliv v elektronnykh syste-makh. Chastyna 2. Matematychni osnovy teorii koduvannia*. Tom 3. Teoriia system shtuchnoho intelektu. Kyiv: Kafedra.
7. Leonkov, A. V. (2003). *Nechetkoe modelirovanie v srede MatLab и fuzzyTECH*. Saint-Petersburg: BHV-Petersburg.
8. Melnyk, I. V. (2009). *Analyz vozmozhnostei yspolzovaniya matrychnykh makrooperatsyi systemy MatLab pry reshenyy prykladnykh zadach*. *Elektronnoe modelyrovanye*, **3**, 37-51.
9. Melnyk, I. V. (2009). *Systema naukovo-tekhnichnykh rozrakhunkiv MatLab ta yii vykorystannia dlia rozv'iazannia zadach iz elektroniky*. Т. 1. Основи роботи та функції системи. Kyiv: Universytet «Ukraina».



10. Melnyk, I. V. (2009). Systema naukovo-tekhnichnykh rozrakhunkiv MatLab ta yii vykorystannia dlia rozviazannia zadach iz elektroniky: navchalnyi posibnyk u 2-kh tomakh. T. 2. Osnovy prohamuvannia ta rozviazannia prykladnykh zadach. Kyiv: Universytet «Ukraina».
11. Denbnovetskiy, S. V., Melnyk, I. V., & Pysarenko, L. D. (2018). Koduvannia syhnaliv v elektronnykh syste-makh. Chastyna 2. Matematychni osnovy teorii koduvannia. Tom 2. Osnovy teorii imovirnostei, matematychnoi statystyky, teorii system masovoho obsluhovuvannia ta statystychnoi radiotekhniky. Kyiv: Kafedra.
12. Denbnovetskiy, S. V., Melnyk, I. V., & Pysarenko, L. D. (2016). Koduvannia syhnaliv v elektronnykh systemakh. Chastyna 1. Parametry syhnaliv ta kanaliv zviazku ta metody yikhnoho otsiniuvannia. Kyiv: Kafedra.

Мельник Ігор Віталійович – д.т.н., професор кафедри електронних пристроїв та систем факультету електроніки Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”. E-mail: [imelnik@phbme.kpi.ua](mailto:imelnik@phbme.kpi.ua), ORCID: 0000-0003-0220-0615.

Тугай Сергій Борисович, к.т.н., доцент кафедри електронних пристроїв та систем факультету електроніки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: [sbtuhai@gmail.com](mailto:sbtuhai@gmail.com), ORCID: 0000-0001-7646-1979.

УДК 519.237.8:504.064.3

І.В. МОСУР, О.В. ПОЛИВОДА, Г.В. РУДАКОВА  
Херсонський національний технічний університет  
В.В. ПОЛИВОДА  
Херсонська державна морська академія

## МОДЕЛЮВАННЯ МЕТОДІВ РОЗМІЩЕННЯ ТЕХНІЧНОГО ОБЛАДНАННЯ ПІДСИСТЕМИ ЗБОРУ ДАНИХ ПРИ ДИСТАНЦІЙНОМУ МОНІТОРИНГУ ЗЕМЛЕРОБСТВА НА ОСНОВІ ІОТ

*Стаття присвячена проблемам моделювання методів розміщення технічного обладнання підсистеми збору даних при дистанційному моніторингу землеробства на основі ІоТ. Зазначено, що розумне землеробство ґрунтується на таких передових технологіях, як дистанційне зондування, аналіз і управління даними, хмарні обчислення, технології ІоТ, бездротові сенсорні мережі, інформаційні системи управління господарством, які інтегруються з мобільними пристроями і автономно працюючими сільськогосподарськими машинами для поліпшення моніторингу та якості управлінських рішень. Підкреслено, що ІоТ виступає ключовою технологією в інтелектуальному сільському господарстві, оскільки забезпечує обмін даними між датчиками і іншими пристроями, підвищуючи цінність отриманої інформації шляхом автоматичної обробки, аналізу і доступу, що призводить до більш своєчасного і економічно ефективного управління в господарствах. Наведена структура ІоТ для інформаційного забезпечення розумного землеробства, яка побудована з використанням типової бездротової сенсорної мережі, що розміщена на полі для сільськогосподарського застосування. Визначено основну проблему, яка може виникнути при використанні бездротової сенсорної мережі – розробка оптимальної стратегії розміщення датчиків. Наведено засіб вирішення цієї проблеми – швидке об'єднання об'єктів в групи з достатньо близькими характеристиками параметрів стану, виділення в кожній групі деякого контрольного об'єкту з «середніми» для групи характеристиками і передача інформації в цілому про групу. Запропоновано алгоритм групування з вибором головних об'єктів, що виконується у наступній послідовності. Перший етап прийняття рішень реалізується як процес побудови графа або декількох графів, що свідомо задовольняють груповим властивостям включених у нього вершин. На другому етапі виконується контроль неперетинання отриманих множин (груп) і формальний запис отриманих рішень. Розташування головного об'єкта в групі запропоновано визначати за допомогою методів розрахунку «центра мас». Наведені результати розрахунків виконаних за допомогою запропонованого методу групування. Даний метод дозволяє формувати ієрархічну структуру для сенсорної мережі з використанням бездротових технологій на нижньому та середньому рівнях підсистеми моніторингу та технології стільникового зв'язку на середньому та верхньому рівнях.*

*Ключові слова:* розумне землеробство, алгоритм групування об'єктів, ІоТ, бездротові сенсорні мережі.

І.В. МОСУР, О.В. ПОЛИВОДА, А.В. РУДАКОВА  
Херсонский национальный технический университет  
В.В. ПОЛИВОДА  
Херсонская государственная морская академия

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТОДОВ РАЗМЕЩЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ ПОДСИСТЕМЫ СБОРА ДАННЫХ ПРИ ДИСТАНЦИОННОМ МОНИТОРИНГЕ ЗЕМЛЕДЕЛИЯ НА ОСНОВЕ ІОТ

*Статья посвящена проблемам моделирования методов размещения технического оборудования подсистемы сбора данных при дистанционном мониторинге земледелия на основе ІоТ. Отмечено, что умное земледелие основывается на таких передовых технологиях, как дистанционное зондирование, анализ и управление данными, облачные вычисления, технологии ІоТ, беспроводные сенсорные сети, информационные системы управления хозяйством, которые интегрируются с мобильными устройствами и автономно работающими сельскохозяйственными машинами для улучшения мониторинга и качества управленческих решений. Подчеркнуто, что ІоТ выступает ключевой технологией в интеллектуальном сельском хозяйстве, поскольку обеспечивает обмен данными между датчиками и другими устройствами, повышая ценность полученной информации путем автоматической обработки, анализа и доступа, что приводит к более своевременному и экономически*

ефективному управлінню в господарствах. Приведена структура IoT для інформаційного забезпечення умного земледілля, котра побудована з використанням типової безпроводної сенсорної мережі, розташованої на полі для сільськогосподарського застосування. Визначено основну проблему, котра може виникнути при використанні безпроводної сенсорної мережі – розробка оптимальної стратегії розміщення датчиків. Приведено спосіб рішення цієї проблеми – швидке об'єднання об'єктів в групи з достатньо близькими характеристиками параметрів стану, виділення в кожній групі деякого контрольованого об'єкта з «середніми» для групи характеристиками і передача інформації в цілому про групу. Предложено алгоритм групування з вибором головних об'єктів, котрий виконується в наступній послідовності. Перший етап прийняття рішень реалізується як процес побудови графа або декількох графів, котрі задовольняють груповим властивостям включених в нього вершин. На другому етапі виконується контроль перетинання отриманих множин (груп) і формальне записування отриманих рішень. Розташування головного об'єкта в групі пропонується визначати з допомогою методів розрахунку «центра мас». Приведено результати розрахунків, виконаних з допомогою запропонованого методу групування. Цей метод дозволяє формувати ієрархічну структуру для сенсорної мережі з використанням безпроводних технологій на нижньому рівні підсистеми моніторингу і технології сотової зв'язу на середньому і верхньому рівнях.

Ключові слова: умне земледілля, алгоритм групування об'єктів, IoT, безпроводні сенсорні мережі.

I.V. MOSUR, O.V. POLYVODA, H.V. RUDAKOVA

Kherson National Technical University

V.V. POLYVODA

Kherson State Maritime Academy

## MODELING METHODS OF TECHNICAL EQUIPMENT LOCATION SUBSYSTEM OF DATA COLLECTION FOR REMOTE MONITORING OF AGRICULTURE BASED ON IoT

The article is devoted to the problems of modeling methods for placing technical equipment of the data collection subsystem for remote monitoring of agriculture based on the IoT. It is noted that smart farming is based on such advanced technologies as remote sensing, data analysis and management, cloud computing, IoT technologies, wireless sensor networks, farm management information systems that integrate with mobile devices and autonomous agricultural machines to improve monitoring and management decisions quality. It was emphasized that IoT is a key technology in smart agriculture, as it enables the exchange of data between sensors and other devices, increasing the value of the information obtained through automatic processing, analysis and access, which leads to more timely and cost-effective management of farms. The structure of the IoT for information support of smart farming is presented, which is built using a typical wireless sensor network located in the field for agricultural use. The main problem that can arise when using a wireless sensor network is identified – the development of an optimal strategy for placing sensors. A method for solving this problem is presented – the rapid combination of objects into groups with sufficiently close characteristics of the state parameters, the selection in each group of some control object with "average" characteristics for the group and the transfer of information about the group as a whole. A grouping algorithm with the selection of the main objects is proposed, which is performed in the following sequence. The first stage of decision making is implemented as a process of constructing a graph or several graphs that satisfy the group properties of the vertices included in it. At the second stage, the control of the non-intersection of the obtained sets (groups) and the formal recording of the obtained solutions are carried out. It is proposed to determine the location of the main object in the group using methods for calculating the "center of mass". The results of calculations performed using the proposed grouping method are presented. This method allows to form a hierarchical structure for a sensor network using wireless technologies at the lower level of the monitoring subsystem and cellular technology at the middle and upper levels.

Keywords: smart farming, object grouping algorithm, IoT, wireless sensor networks.

### Постановка проблеми

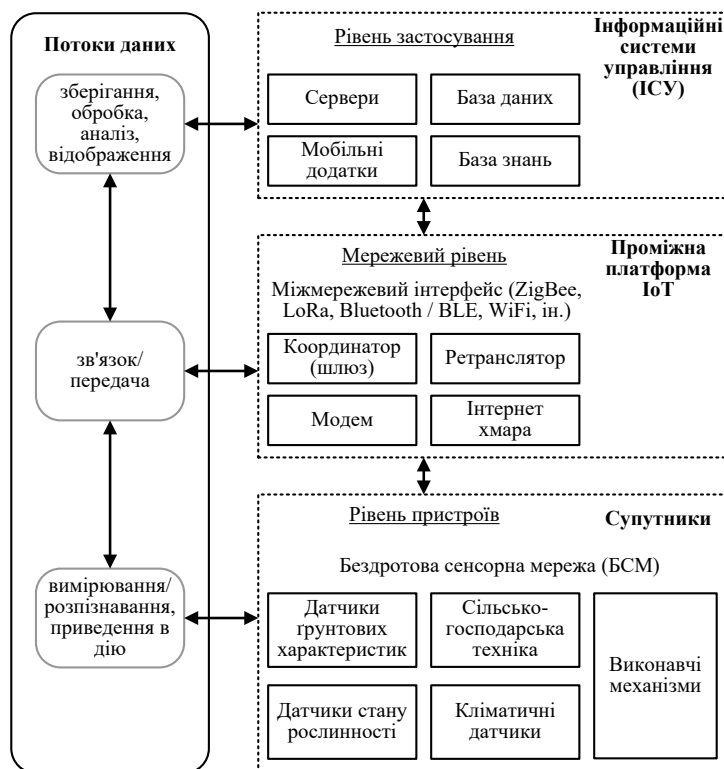
Технології на основі використання даних швидко просуваються з розвитком Інтернету речей (IoT) і в майбутньому стануть важливою частиною сільського господарства. Інтелектуальне (розумне) землеробство «Smart farming» [1] ґрунтується

на таких передових технологіях, як дистанційне зондування, аналіз і управління даними, хмарні обчислення, технології IoT, бездротові сенсорні мережі (БСМ), інформаційні системи управління господарством, які інтегруються з мобільними пристроями і автономно працюючими сільськогосподарськими машинами для поліпшення моніторингу та якості управлінських рішень. Розумне землеробство зазвичай використовує інтелектуальні послуги для застосування та управління інформаційно-комунікаційними технологіями (ІКТ) і дозволяє здійснювати інтеграцію по всій агропродовольчій ланці з метою оперативного контролю процесу вирощування сільськогосподарських культур.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

IoT виступає ключовою технологією в інтелектуальному сільському господарстві, оскільки забезпечує обмін даними між датчиками і іншими пристроями, підвищуючи цінність отриманої інформації шляхом автоматичної обробки, аналізу і доступу, що призводить до більш своєчасного і економічно ефективного управління в господарствах. IoT дозволяє здійснювати контроль в режимі реального часу за появою бур'янів, шкідників, хвороб, здійснювати моніторинг небезпечних погодних або ґрунтових умов, що призводить до скорочення і адекватного використання таких ресурсів, як добрива або засоби захисту рослин.

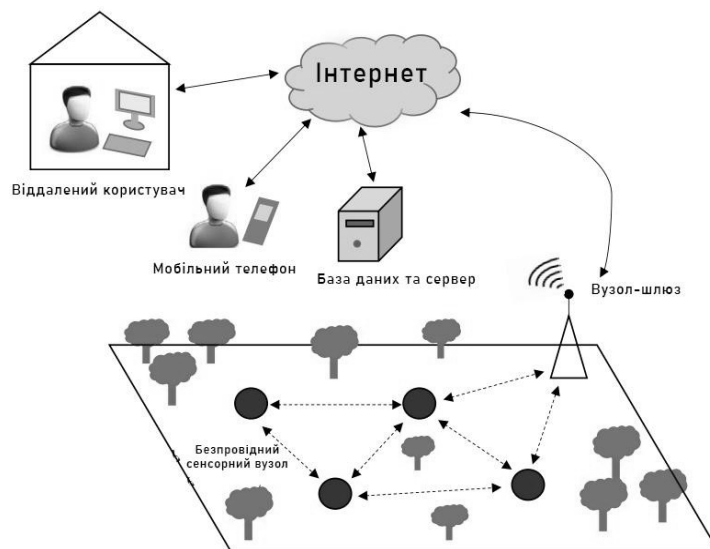
Система IoT в моніторингу сільського господарства повинна забезпечувати обробку як просторових, так і часових даних, що збільшує складність цього завдання, а також процес прийняття рішень на основі зібраних даних. Різні технології, реалізовані як IoT, активно розвиваються, адаптуючись до великої різноманітності прикладних задач. Для кращого розуміння всього спектру використовуваних технологій, протоколів, стандартів та ін. в останні роки в літературі архітектуру IoT описують трьома основними рівнями: рівень пристроїв, рівень мережі і рівень конкретного застосування [2]. Структура IoT для інформаційного забезпечення розумного землеробства наведена на рис. 1.



**Рис. 1. Архітектура IoT для розумного землеробства**

Характер роботи сенсорних мереж разом з самоорганізуючими вузлами малого розміру дозволяє використовувати БСМ як потенційний інструмент автоматизації в сільському господарстві. Точне сільське господарство, автоматизований графік поливу, оптимізація росту рослин, моніторинг сільськогосподарських угідь, моніторинг парникових газів, управління сільськогосподарськими виробничими процесами і безпекою культур – це лише кілька можливих застосувань. БСМ формують базові пристрої, які називаються сенсорними вузлами, які об'єднують датчики і актуатори (виконавчі пристрої), що обмінюються даними, утворюючи просторову мережу [3, 4]. У БСМ базові станції діють як шлюзи, які переказують дані в хмару. Залежно від мети застосування в БСМ використовують різні технології бездротового зв'язку, оскільки кожна з них має різні можливості архітектури сенсорного вузла, швидкості передачі даних, діапазони, стандарти.

На рис. 2 зображена типова БСМ, розміщена на полі для сільськогосподарського застосування. Поле складається з сенсорних вузлів, оснащених спеціальними бортовими сенсорами. Вузли в сенсорній мережі на полі обмінюються інформацією між собою з використанням радіочастотних каналів (РК) промислових радіо-діапазонів. Як правило, вузол-шлюз також розміщується разом з сенсорними вузлами, щоб забезпечити з'єднання між сенсорною мережею і оточуючим середовищем. Віддалений користувач може контролювати стан поля і управляти польовими сенсорами і пристроями приводу. Наприклад, користувач може вмикати/вимикати насос/клапан, коли рівень води, що подається в поле, досягає деякого визначеного порогового значення.



**Рис. 2. Типова БСМ для сільськогосподарських систем**

Проблема, яка може виникнути при використанні БСМ - це визначення оптимальної стратегії розміщення датчиків. Засобом вирішення цієї проблеми є швидке об'єднання об'єктів в групи з достатньо близькими характеристиками параметрів стану, виділення в кожній групі деякого контрольного об'єкту з «середніми» для групи характеристиками і передача інформації в цілому про групу. Це дозволяє на рівні оперативного управління мати укрупнену інформацію про об'єкти управління і приймати на її основі своєчасні рішення.

### Мета дослідження

Провести аналіз методів групування технічного обладнання підсистеми збору даних при дистанційному моніторингу землеробства шляхом комп'ютерного моделювання.

### Викладення основного матеріалу дослідження

При розробці алгоритмів групування інформації для багатооб'єктних розподілених системах управління потрібно вирішувати наступні завдання:

- розділення загальної множини об'єктів на групи (розв'язання задачі групування);
- виділення в кожній групі головного об'єкту з деякими «середніми» для групи характеристиками;
- формування групової інформації для передачі по каналах зв'язку;
- вживання заходів для швидкого вирішення завдання групування в умовах дефіциту часу.

Групування з вибором головних об'єктів виконується у наступній послідовності. Перший етап прийняття рішень реалізується як процес побудови графа або декількох графів, що свідомо задовольняють груповим властивостям включених у нього вершин. На другому етапі при цьому буде потрібно лише контроль неперетинання отриманих множин (груп) і формальний запис отриманих рішень. При цьому в процесі такого рішення повинна бути отримана інформація, по якій можна було б досить просто виділити в групі головний об'єкт.

Групові властивості утворених множин найбільш просто можна задати у вигляді параметра  $d$  строга (квадрата, куба й т.д.). Із практичних умов застосування згрупованої інформації можна задати величини  $d_{\max} > d_{cp} > d_{\min}$ . Очевидно, що при  $d = d_{\max}$ , число сформованих груп  $K$  мінімальне, але максимальне число об'єктів у групі  $I_K$ . При  $d = d_{\min}$  має місце зворотнє:  $K = K_{\max}$ , а число об'єктів у групі мінімальне. Вибір параметра строга  $d$  може бути зроблений як в залежності від пропускної здатності використовуваних у системі керування каналів зв'язку (при  $d = d_{\max}$  число повідомлень, що передаються, мінімальне), так і залежно від «живучості» групи, тобто від того відрізка часу, на якому об'єкти групи будуть зберігати групові властивості [5].

Розглянемо сутність пропонованого методу для двовимірного вектора ознак  $(x, y)$ . Нехай об'єкти групування пронумеровані в довільному порядку від 1 до  $n$ .

1. Утворимо два вектори, записавши в перший значення координат розташування об'єктів групування (ОГ) по осі  $x$ , а в другий - по осі  $y$ :

$$\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n], \quad \mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n]. \quad (1)$$

2. Утворимо з вектора  $\mathbf{X}$  матрицю  $\mathbf{E}_X$ . Для цього віднімемо з  $\mathbf{X}$  величину  $x_1$  і сформуємо перший рядок  $\mathbf{E}_X$ ; потім віднімемо з  $\mathbf{X}$  величину  $x_2$ , утворимо другий рядок  $\mathbf{E}_X$  і т.д. У результаті одержимо квадратну матрицю

$$\mathbf{E}_X = \{x_j - x_i\}, \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Аналогічно сконструюємо матрицю  $\mathbf{E}_Y$

$$\mathbf{E}_Y = \{y_j - y_i\}, \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, n}. \quad (3)$$

3. Віднімаючи з кожного елемента  $\mathbf{E}_X$  число  $d/2$ , перевіримо умову

$$|E_{X_{i,j}}| - d/2 > 0. \quad (4)$$

Якщо умова (4) виконана, то в нову матрицю  $\hat{E}_X$  з нулів і одиниць, запишемо за адресою відповідних значень  $i$  та  $j$  число 0, якщо (4) не виконано – запишемо 1.

Аналогічно матриці  $\hat{E}_X$  складемо матрицю  $\hat{E}_Y$ , причому операції перевірки умови

$$|E_{Y_{i,j}}| - d/2 > 0 \quad (5)$$

досить проводити лише для тих  $i$  та  $j$ , для яких відповідний елемент матриці  $\hat{E}_X$  дорівнює одиниці.

Матриця  $\hat{E}_Y$  містить у кожному рядку тільки ті зв'язки між об'єктами, які по евклідовій нормі не перевищують  $d\sqrt{2}/2$ , а утворені в такий спосіб групи обмежені стробом шириною  $d$ .

4. Для остаточного формування груп проведемо наступні операції:

- підрахуємо число одиниць у кожному рядку матриці  $\hat{E}_Y$  і виберемо з них найбільше;

- випишемо номери ОГ, що входять у рядок з максимальною кількістю одиниць і утворимо з них першу групу;

- з матриці  $\hat{E}_Y$  викреслимо ті рядки і стовпці, номери яких відповідають елементам першої групи, і в усіченій матриці підрахуємо число одиниць у кожному рядку;

- виберемо рядок з максимальним числом одиниць і утворимо другу групу.

Процес формування груп закінчиться, коли будуть згруповані усі об'єкти.

Якщо отримані групи не задовольняють по кількості утворених груп або максимальній кількості об'єктів у групах (тобто величина  $d$  призначена невдало), необхідно повторити розрахунки для нового значення  $d$ .

5. Визначення головного (центрального) об'єкта групи. Розташування головного об'єкта в групі доцільно визначати за допомогою методів розрахунку «центра мас» [6].

За наведеним методом групування об'єктів були здійснені розрахунки на основі наступних даних:  $n = 100$  – кількість об'єктів з заданими координатами розташування; для моделювання координати розташування задавалися за допомогою генератора випадкових чисел в межах  $(0 \div 100)$ . Розташування об'єктів наведено на рис. 3.

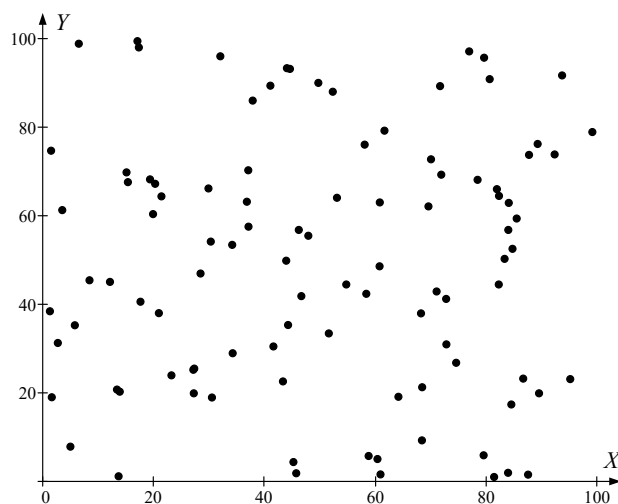


Рис. 3. Розташування об'єктів групування БСМ

Розрахунки за формулами (1)-(5) дозволили виявити залежність між шириною строга  $d$ , кількістю сформованих груп  $K$ , максимальною кількістю об'єктів в групі  $I_K$  (рис. 4).

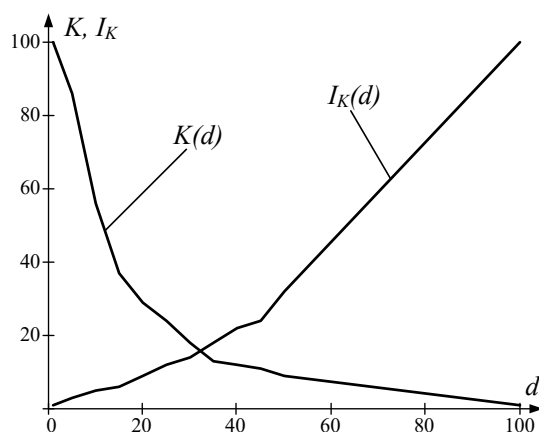


Рис. 4. Залежність параметрів групування від ширини строга

При відомій можливій максимальній кількості датчиків в групі  $I_K$  можна визначити оптимальні значення ширини строга  $d$  та кількості груп  $K$ . Так, для  $I_K = 32$  ширина строга складає  $d = 50$ , а кількість отриманих груп  $K = 9$ .

Приклад розбиття на групи для  $d = 50$  наведений на рис. 5, на якому показані групи з найбільшою кількістю об'єктів та відповідні головні об'єкти груп.



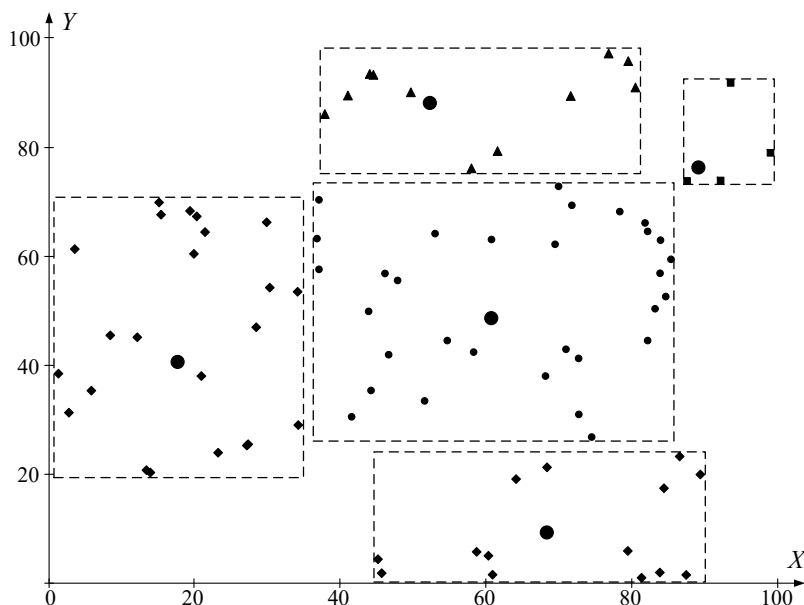


Рис. 5. Результат групування об'єктів

### Висновки

Користуючись даним методом, можна швидко вирішувати задачу групування, коли інформація про об'єкти змінюється в міру «спрацьовування» інформаційних підсистем. Це дозволяє формувати ієрархічну структуру для сенсорної мережі з використанням бездротових технологій на нижньому рівні підсистеми моніторингу (від сенсорів до головного вузла) та технології стільникового зв'язку на середньому та верхньому рівнях.

### Список використаної літератури

1. Ray P.P. Internet of things for smart agriculture: Technologies, practices and future direction. *Journal of Ambient Intelligence and Smart Environments*. 2017. №9(4). P. 395-420. doi: 10.3233/AIS-170440
2. Якушев В.П., Якушев В.В., Матвєєнко Д.А. Интеллектуальные системы поддержки технологических решений в точном земледелии. *Земледелие*. 2020. №1. С. 33–37. doi: 10.24411/0044-3913- 2020-10109.
3. Jawad H., Nordin R., Gharghan S. et al. Energy-efficient wireless sensor networks for precision agriculture: A review. *Sensors*. 2017. Vol. 17. №8. P. 1781. doi: 10.3390/s17081781.
4. Hart J.K., Martinez K. Environmental sensor networks: a revolution in the earth system science. *Earth Sci. Rev.* 2006. №78 (3-4). P. 177-191.
5. Пупков К.А., Егупов Н.Д. и др. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления: / Под ред. Н.Д. Егупова. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 744 с.
6. Гуржій А.М., Дудар З.В., Левикін В.М., Шамша Б.В. Математичне забезпечення інформаційно-керуючих систем. Харків: ТОВ «Компанія СМІТ», 2006. 448с.

### References

1. Ray, P.P. (2017). Internet of things for smart agriculture: Technologies, practices and future direction. *Journal of Ambient Intelligence and Smart Environments*. 9(4), 395-420. doi: 10.3233/AIS-170440
2. Yakushev, V.P., Yakushev, V.V. & Matveenko, D.A. (2020). Intellektualnyie sistemyi podderzhki tehnologicheskikh resheniy v tochnom zemledelii. *Zemledelie*. 1, 33–37.

doi: 10.24411/0044-3913- 2020-10109.

3. Jawad, H., Nordin, R., Gharghan, S. et al. (2017). Energy-efficient wireless sensor networks for precision agriculture: A review. *Sensors*. **17**, 8, 1781. doi: 10.3390/s17081781.
4. Hart, J. K. & Martinez, K. (2006). Environmental sensor networks: a revolution in the earth system science. *Earth Sci. Rev.* **78** (3-4), 177-191.
5. Pupkov, K.A., Egupov, N.D. & dr. (2002). Metodyi robastnogo, neyro-nechetkogo i adaptivnogo upravleniya. / Pod red. N.D. Egupova. M.: MGTU im. N.E. Baumana.
6. Hurzhii, A.M., Dudar, Z.V., Levykin, V.M. & Shamsha, B.V. (2006). Matematychnе zabezpechennia informatsiino-keruiuchykh system. Kharkiv: TOV «Kompaniia SMIT».

Мосур Іван Вікторович – аспірант кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету. E-mail: ivan1mosur@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0073-3146.

Поливода Оксана Валеріївна – к.т.н., доцент, доцент кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету. E-mail: pov81@ukr.net, ORCID: 0000-0002-6323-3739.

Рудакова Ганна Володимирівна – д.т.н., професор, професор кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету. E-mail: rudakovaanna25@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8053-4218.

Поливода Владислав Володимирович – к.т.н., доцент, доцент кафедри експлуатації суднового електрообладнання і засобів автоматики Херсонської державної морської академії. E-mail: polyvodavv@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7742-255X.

УДК: 681.5.015:620.179.17

С.О. РОЖКОВ, А.А. ІВАНОВ, К.В. ТИМОФЕЄВ, І.Б. БУТАКОВ  
Херсонська державна морська академія

## РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ПОТУЖНІСТЮ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНОГО КОМПЛЕКСУ СУДНА

*Для забезпечення ефективного керування судновою електроенергетичною системою (СЕЕС) при стабілізації руху судна в умовах, які потребують використання динамічного компенсування збурень, зокрема хвиль та вітру, зазвичай реалізують метод динамічної компенсації. При цьому умови вітрових, хвильових навантажень і течій не обмежені. З огляду на тоннаж і конструктивні особливості суден, створення системи керування, інваріантної до збурень, є вкрай складним завданням. Взагалі, глобальна задача оптимізації включає задачі оптимального регулювання пропульсивного комплексу, оптимального керування дизель-генераторами, оптимальне керування СЕЕС за критерієм мінімальної узагальненої роботи та квазіоптимальне регулювання в СЕЕС.*

*Особливості експлуатації пропульсивного комплексу судна значним чином змінюють навантаження на гребні електродвигуни (судновий пропульсивний комплекс), що призводить до необхідності створення спеціальних систем маневрування та керування СЕЕС. Перевагою електричних пропульсивних комплексів, на відміну від дизельних, є можливість гнучкого перерозподілу потужностей між приводними двигунами, висока точність та швидкодія, що є найважливішим фактором для суден з динамічним позиціонуванням. При цьому основною задачею такої системи є оптимальне керування за критерієм мінімальної узагальненої роботи.*

*У роботі розглянуто задачу оптимізації роботи дизель-генераторів при обмеженні з боку сталості упору гвинта. Показано, що для забезпечення сталості упору гвинта треба використовувати методи оптимального керування за критерієм максимуму швидкодії. Також проаналізовано гіпотезу опуклості функціонала цілі і керованості обмежень, яка дозволяє реалізувати принцип максимуму Понтрягіна та принцип Белмана і визначити залежність якості регулювання від ресурсу керування.*

*Розв'язання задачі оптимального керування СЕЕС відповідає критерію мінімальної узагальненої роботи, а використання принципу Белмана дозволяє реалізувати в подальшому адаптивний регулятор, що забезпечує мінімальні витрати за керуванням.*

*Ключові слова: суднова електроенергетична система, пропульсивний комплекс, оптимізація, регулятор, динамічне позиціонування, судновий дизель-генератор.*

С.А. РОЖКОВ, А.А. ИВАНОВ, К.В. ТИМОФЕЕВ, И.Б. БУТАКОВ  
Херсонская государственная морская академия

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ МОЩНОСТЬЮ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА СУДНА

*Для обеспечения эффективного управления судовой электроэнергетической системой (СЕЕС) при стабилизации движения судна в условиях, требующих использования динамической компенсации возмущений, в частности волн и ветра, обычно реализуют метод динамической компенсации. При этом условия ветровых, волновых нагрузок и течений не ограничены. Учитывая тоннаж и конструктивные особенности судов, создание системы управления, инвариантной к возмущениям, является крайне сложной задачей. Вообще, общее задание оптимизации включает задачи оптимального регулирования пропульсивной комплекса, оптимального управления дизель-генераторами, оптимальное управление СЕЕС по критерию минимальной обобщенной работы и квазиоптимальное регулирование в СЕЕС.*

*Особенности эксплуатации пропульсивного комплекса судна значительным образом изменяют нагрузку на гребные электродвигатели (судовой пропульсивной комплекс), что приводит к необходимости создания специальных систем маневрирования и управления СЕЕС. Преимуществом электрических пропульсивных комплексов, в отличие от дизельных, является возможность гибкого перераспределения мощностей между приводными двигателями, высокая точность и быстродействие, что является важнейшим фактором для судов с динамическим позиционированием. При этом основной задачей такой системы является оптимальное управление по критерию минимальной обобщенной работы.*

*В работе рассмотрены задачи оптимизации работы дизель-генераторов при ограничении со стороны устойчивости упора винта. Показано, что для обеспечения устойчивости упора винта надо*

использовать методы оптимального управления по критерию максимума быстродействия. Также выполнен анализ гипотезы выпуклости функционала цели и управляемости ограничений, которая позволяет реализовать принцип максимума Понтрягина и принцип Беллмана и определить зависимость качества регулирования от ресурса управления.

Решение задачи оптимального управления СЕЕС соответствует критерию минимальной обобщенной работы, а использование принципа Беллмана позволяет реализовать в дальнейшем адаптивный регулятор, обеспечивающий минимальные затраты на управление.

Ключевые слова: судовая электроэнергетическая система, пропульсивной комплекс, оптимизация, регулятор, динамическое позиционирование, судовой дизель-генератор.

S. ROZHKOVA, A. IVANOV, K. TYMOFEIEV, I. BUTAKOV  
Kherson State Maritime Academy

## SOLUTION OF THE PROBLEM OF OPTIMAL POWER CONTROL ELECTRIC POWER COMPLEX OF THE SHIP

To ensure effective control of the ship's electric power system (SEPS) while stabilizing the movement of the vessel in conditions requiring the use of dynamic compensation of disturbances, in particular waves and wind, it is necessary to implement a method of dynamic compensation. In this case, the conditions for wind, wave loads and currents are not limited. Considering the tonnage and design features of ships, the creation of a control system that is invariant to disturbances is an extremely difficult task. In general, the general optimization task includes the problems of optimal control of the propulsion complex, optimal control of diesel generators, optimal control of ship's electric power system according to the criterion of minimum generalized work, and quasi-optimal regulation in ship's electric power system.

The peculiarities of the operation of the propulsion complex of the vessel significantly change the load on the propulsion electric motors (ship propulsion complex), which leads to the need to create special systems for maneuvering and control of the ship's electric power system. The advantage of electric propulsion systems, in contrast to diesel ones, is the ability to flexibly redistribute power between the drive motors, high accuracy and speed, which is the most important factor for vessels with dynamic positioning. In this case, the main task of such a system is optimal control according to the criterion of minimum generalized work.

The paper considers the problems of optimizing the operation of diesel generators with a limitation from the side of the stability of the screw stop. It is shown that to ensure the stability of the screw stop, it is necessary to use the methods of optimal control according to the criterion of the maximum speed of response. We also analyzed the hypothesis of convexity of the functional of the goal and controllability of constraints, which makes it possible to implement the Pontryagin maximum principle and Bellman's principle and to determine the dependence of the quality of regulation on the control resource.

The solution of the ship's electric power system optimal control problem corresponds to the criterion of minimum generalized work, and the use of Bellman's principle makes it possible to implement in the future an adaptive controller that provides minimum control costs.

**Keywords:** ship power system, propulsive complex, optimization, regulator, dynamic positioning, ship diesel generator.

### Постановка задачі оптимізації комплексу СЕЕС

Розвиток сучасних методів керування складними технічними комплексами дозволяє розглядати задачу оптимізації судової електроенергетичної системи (СЕЕС), враховуючи ієрархічність системи та її складність [1, 2, 9, 10, 14]. Для розв'язання задачі оптимізації роботи судових дизель-генераторів при обмеженні з боку сталості упору гвинта потрібно розв'язати задачу оптимального регулювання потужності в СЕЕС.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Перевагою судових електричних пропульсивних комплексів, на відміну від дизельних судових пропульсивних комплексів, є можливість гнучкого перерозподілу потужностей між приводними двигунами, висока точність та швидкодія, що є найважливішим фактором для суден з динамічним позиціонуванням [1, 2, 4, 7, 9-13].

В напрямку дослідження та розробки автоматизованих систем керування енергетичними системами та пропульсивними комплексами суден з електричними гребними двигунами та силовими напівпровідниковими перетворювачами займається багато як вітчизняних, так й іноземних вчених. Зокрема, проблемам побудови електричних та гібридних пропульсивних комплексів присвячені роботи R.D.Geertsma [7], Perez T. [10], Sorensen J.A. [11], Fossen Thor I. [13]. Питання підвищення процесів перетворення електричної енергії розглядаються в роботах Patel Mukund R. [9], подальший розвиток ці ідеї набули у роботах J. Rodríguez та ін. вчених і фахівців.

Відомо, що ефективність енергетичної системи судна оцінюється витратами енергії на проходження судном по маршруту. Ця задача розглядається, наприклад, в роботах [1, 2, 5, 14], де показано, що для цільової функції

$$G_t = \int_0^T q_T(t) dt. \quad (1)$$

Величину миттєвої витрати палива для суднового дизеля оцінюють як залежність від швидкості судна  $v_c^3(t)$  і коефіцієнта  $r(t)$ , що визначає вплив хвилювання моря на опір руху судна [10, 14]:

$$q_T(t) = r(t)v_c^3(t). \quad (2)$$

Таким чином, можна сформулювати задачу оптимального керування

$$Q_t = \int_0^T r(t)v_c^3(t) dt; \quad (3)$$

$$v_c^*(t) \rightarrow \min Q_t.$$

### Мета дослідження

Основною метою цього дослідження є підвищення ефективності процесів керування автоматизованою СЕЕС при реалізації оптимального режиму роботи в умовах значних динамічних навантажень.

На основі аналізу системи керування судна з електрорухом, як динамічної системи, у роботі будуть використані методи оптимального управління за критерієм максимуму швидкості. Визначення функціонала мети і керованості обмежень системи керування дозволяє реалізувати принцип максимуму Понтрягіна і принцип Беллмана.

### Викладення основного матеріалу дослідження

Використовуючи рівняння Ейлера, як необхідні умови оптимальності в варіаційній задачі [3, 5, 6, 8], отримуємо

$$\frac{\partial q_T(t)}{\partial v_c(t)} - \frac{d}{dt} \frac{\partial q_T(t)}{\partial \dot{v}_c(t)} = 0 \rightarrow 3r(t)v_c^2 = \text{const} = C. \quad (4)$$

Таким чином, в завданні вказано на необхідність зберігати сталість швидкості по відношенню до збурень (хвилювання моря, течії, вітру). Це означає, що на ділянці маршруту судна, де проявляються такі збурювання, швидкість судна повинна бути узгоджена з умовами безпеки плавання і підтримуватися постійною [14]. Таким чином, оптимальну швидкість руху судна при даних умовах буде визначено

$$v^* = \frac{C}{\sqrt{3r(t)}}. \quad (5)$$

При цьому необхідно визначити режим, при якому зберігається заданий критерій оптимальності з огляду на те, що упор гвинта можна визначити як

$$R = \varphi(t)v^2, \quad (6)$$

де  $\varphi(t)$  – оцінка впливу хвильових збурень,  $v$  – обороти гребного гвинта судна.

Витрати палива з урахуванням потужності, споживаної на гвинт пропульсивного комплексу судна, можуть бути оцінені як

$$Q = \int_0^T \varphi(t)v^3 dx(t). \quad (7)$$

При цьому робота на траєкторії руху судна при постійній швидкості  $v_0$  визначається як  $A = Qv_0$ . Таким чином, маємо ізопараметричну задачу вигляду

$$\left. \begin{aligned} v^* \rightarrow \min \int_0^T \varphi(t)v^3 dx(t) \\ v_0 \int_0^T \varphi(t)v^2 dx(t) = const \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

В цьому завданні функціонал Лагранжа має вигляд

$$L(v, \lambda) = \int_0^T \varphi(t)v^3 dx(t) + \lambda v_0 \int_0^T \varphi(t)v^2 dx(t). \quad (9)$$

В завданні (9) функцію Гамільтона запишемо у вигляді

$$H(v, \lambda) = \varphi(t)v^3 + \lambda v_0 \varphi(t)v^2. \quad (10)$$

З необхідної умови оптимальності управління за швидкістю, отримуємо:

$$\frac{\partial H}{\partial v} = 0 \rightarrow 3\varphi(t)v^2 + 2\lambda v_0 \varphi(t)v = 0 \rightarrow v^* = const. \quad (11)$$

Отже, для оптимальної потужності при заданій швидкості необхідно підтримувати постійною швидкість обертання гвинта (гвинтів) судового пропульсивного комплексу. Даний результат дозволяє визначити задачу про регулювання СЕЕС судна на інтервалі постійного збурення з боку вітрового, хвильового навантаження та течії.

Проте управління (11) викликає значні коливання потрібної потужності СЕЕС і погіршує умови роботи дизель-генераторних агрегатів судна. Тому для забезпечення умови оптимальності (11) необхідно забезпечити оптимальне управління дизель-генератором. В цьому випадку функціонал цілі зводиться до мінімального часу регулювання, що зумовлює задачу про максимальну швидкодію лінійної динамічної системи.

З урахуванням малого часу реакції генератора отримуємо оптимізаційну задачу

$$u^* \rightarrow \min \int_0^T dt; \tag{12}$$

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u} + Q\mathbf{g}$$

де  $T$  – час регулювання.

Дана задача має обмеження у вигляді диференціальних рівнянь (задача Лагранжа). Розглянемо динамічну систему у формі Коші з траєкторією  $x = x(t)$  під керуванням  $u = u(t)$ , причому права частина не обов'язково може бути лінійна.

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t); \quad \dim \mathbf{x} = \dim \mathbf{f} = n, \tag{13}$$

Для цієї динамічної системи сформуємо цільовий функціонал виду

$$J(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = \int_{t_0}^{t_1} f_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt. \tag{14}$$

У виразі (13) кінці траєкторій  $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0$ ,  $\mathbf{x}(t_1) = \mathbf{x}_1$  закріплені. Таким чином, ставиться задача знаходження оптимального управління  $\mathbf{u}^*(t)$  і оптимальної траєкторії  $\mathbf{x}^*(t)$  на заданому інтервалі часу  $[t^*_0, t^*_1]$ :

$$\begin{aligned} (\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*, t^*) &\rightarrow \text{extr} J(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t); \\ \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) &= \mathbf{0}; \\ \left. \begin{aligned} \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{x}(t_1) &= \mathbf{x}_1 \end{aligned} \right\} \end{aligned} \tag{15}$$

Така задача належить до задач з обмеженням типу рівності. Проте, замість функції Лагранжа можна записати функціонал Лагранжа з інтегрантом у вигляді функції Лагранжа  $\tilde{L}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \lambda, t)$ :

$$\tilde{L}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \lambda, t) = \int_{t_0}^{t_1} [\lambda_0 f_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \sum_{i=1}^n \lambda_i (f_i - \dot{x}_i)] dt = \int_{t_0}^{t_1} [\sum_{i=0}^n \lambda_i f_i - \sum_{i=1}^n \lambda_i \dot{x}_i] dt. \tag{16}$$

Умова оптимальності  $\text{grad } L = 0$ , яка звичайно справедлива для функції, для функціонала переходить в необхідну умову рівності нулю першої варіації функціонала Лагранжа:

$$(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*, t^*) \rightarrow \delta \tilde{L}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \lambda, t) = 0; \quad t \in (t_0, t_1). \tag{17}$$

В даному випадку множники Лагранжа зберігають свій фізичний зміст, але перетворюються у функції часу  $\lambda_i = \lambda_i(t)$ ,  $\lambda_0 = \text{const}$ . Використовуючи необхідну умову оптимальності у вигляді рівняння Лагранжа-Ейлера, по відношенню до інтегранта маємо функціонал Лагранжа  $L = L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \lambda, t)$ :

$$\delta J(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) = 0 \rightarrow \frac{\partial L}{\partial \mathbf{x}} - \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\mathbf{x}}} = \mathbf{0}; \quad t \in (t_0, t_1). \tag{18}$$

Тому далі можемо записати умову оптимальності у вигляді

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \sum_{i=0}^n \lambda_i f_i \right) - \frac{d}{dt} \left( \sum_{i=1}^n \lambda_i \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{x}}} (\dot{x}_i) \right) = \mathbf{0}; \quad t \in (t_0, t_1]. \quad (19)$$

Визначивши  $\mathbf{x}$  і  $\dot{\mathbf{x}}$  як незалежні змінні, при покомпонентному записі отримуємо

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \sum_{i=0}^n \lambda_i f_i \right) - \sum_{i=1}^n \frac{d\lambda_i}{dt} = \mathbf{0};$$

$$H(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) = \sum_{i=0}^n \lambda_i f_i = \langle \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{f} \rangle. \quad (20)$$

Функцію Лагранжа представлено у вигляді суми, тому

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, t) = H(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), \boldsymbol{\lambda}(t)) - \frac{d\boldsymbol{\lambda}(t)}{dt}. \quad (21)$$

Множник Лагранжа  $\lambda_i$  – це незалежна змінна, за якою також необхідно записати умову оптимальності. Умову Лагранжа-Ейлера отримуємо в канонічній формі (22):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} &= \frac{d\boldsymbol{\lambda}}{dt} \\ \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{\lambda}} &= -\frac{d\mathbf{x}}{dt} \end{aligned} \right\}. \quad (22)$$

Функція Гамільтона  $H = H(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, t)$  визначає вплив на систему керування, тому, враховуючи стаціонарність функції Гамільтона з управління, одержуємо канонічну систему Лагранжа-Ейлера у вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}} &= +\frac{d\boldsymbol{\lambda}}{dt} \\ \frac{\partial H}{\partial \boldsymbol{\lambda}} &= -\frac{d\mathbf{x}}{dt} \\ \frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} &= \mathbf{0} \end{aligned} \right\}. \quad (23)$$

Таким чином, в поставленій задачі Лагранжа умови оптимальності зводяться до виконання канонічних умов Лагранжа-Ейлера та умови стаціонарності за управлінням.

Розв'язати систему (23) достатньо важко, тому що це система диференціальних рівнянь в частинних похідних. Тому для такої системи слід очікувати розв'язок у вигляді ряду. Але існує виняток, що дозволяє значно спростити задачу – це умова опуклості інтегранта функціоналу мети і повна керованість динамічної системи обмежень. У цьому випадку в задачі варіаційного обчислення:

$$\mathbf{x}^*(t) = \text{extr} J(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) = \text{extr} \int_{t_0}^{t_1} F(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) dt. \quad (24)$$

Для випадку, коли інтегрант функції мети є опуклим на інтервалі  $[t_0, t_1]$ , виконується умова глобальності

$$\mathbf{x}^* \rightarrow \inf F(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t). \quad (25)$$



Функціонал  $J$  на траєкторії  $\mathbf{x}^*(t)$  внаслідок опуклості має єдиний глобальний мінімум. Припустивши повну керованість динамічної системи при обмеженнях для опуклого функціоналу мети  $F(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t)$  і обмежень у вигляді динамічної системи, що описується в формі Коші, отримаємо задачу наступного виду:

$$\begin{aligned} (\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*, t^*) &\rightarrow \text{extr} \int_{t_0}^{t_1} F(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt; \\ \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) &= \mathbf{0}; \\ \left. \begin{aligned} \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x} \\ \mathbf{x}(t_1) &= \mathbf{x}_1 \end{aligned} \right\}. \end{aligned} \tag{26}$$

Це задача Лагранжа з обмеженнями типу рівності, тому розв'язок цієї задачі будемо шукати із застосуванням функціоналу Лагранжа

$$\tilde{L} = \int_{t_0}^{t_1} [f_0 \lambda_0 + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{f} - \boldsymbol{\lambda}^T \dot{\mathbf{x}}] dt = \int_{t_0}^{t_1} L(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, t) dt. \tag{27}$$

Відомо [3, 5, 6], що якщо інтегрант функції мети опуклий і обмеження керовані, то для інтегранта функціоналу Лагранжа виконуються умови Куни-Такера

$$L(\mathbf{x}^*, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) \leq L(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) \leq L(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}^*). \tag{28}$$

Виділимо функцію Гамільтона в функції Лагранжа

$$L(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) = H(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) - \boldsymbol{\lambda}^T \dot{\mathbf{x}}, \tag{29}$$

і визначимо управління через множник Лагранжа  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\boldsymbol{\lambda})$  як самостійну змінну. Далі отримуємо:

$$H(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}) - \boldsymbol{\lambda}^{*T} \dot{\mathbf{x}} \leq H(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*) - \boldsymbol{\lambda}^{*T} \dot{\mathbf{x}} \leq H(\mathbf{x}, \mathbf{u}^*) - \boldsymbol{\lambda}^{*T} \dot{\mathbf{x}}. \tag{30}$$

Усуваючи подібні, отримуємо умову Куни-Такера для функції Гамільтона в завданні з опуклим функціоналом мети і керованими обмеженнями:

$$H(\mathbf{x}^*, \mathbf{u})|_{\boldsymbol{\lambda}^*} \leq H(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}^*)|_{\boldsymbol{\lambda}^*} \leq H(\mathbf{x}, \mathbf{u}^*)|_{\boldsymbol{\lambda}^*}. \tag{31}$$

Ця нерівність розділяється на дві умови

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}^*|_{\boldsymbol{\lambda}^*} &\rightarrow \min H(\mathbf{x}, \mathbf{u}^*) \\ \mathbf{u}^*|_{\boldsymbol{\lambda}^*} &\rightarrow \max H(\mathbf{x}^*, \mathbf{u}) \end{aligned} \right\}. \tag{32}$$

Таким чином, перша нерівність системи породжує принцип Беллмана, а друга нерівність приводить до принципу максимуму Понтрягіна.

### Висновки

Оптимальне керування судном при хвилюванні моря вимагає збереження сталості упору гвинта. Для забезпечення сталості упору гвинта необхідно використовувати методи оптимального управління з критерієм максимуму швидкодії. Гіпотеза опуклості функціоналу мети і керованості обмежень дозволяє реалізувати принцип максимуму Понтрягіна і принцип Беллмана. Використання принципу Беллмана

в подальшому дозволяє реалізувати адаптивний регулятор, що забезпечує мінімальні витрати за керуванням.

#### Список використаної літератури

1. Вагущенко Л.Л., Цымбал Н.Н. Системы автоматического управления движением судна. 3-е изд., перераб. и доп. Одесса: Феникс, 2007. 328 с.
2. Васильев А.В. Управляемость судов. Л.: Судостроение, 1989. 328 с.
3. Красовский А.А. Справочник по теории автоматического управления /под ред. А.А. Красовского. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. 712 с.
4. Рожков С.О. Моделирование системы динамичного позиціонування судна-постачальника типу PSV. *Вестник Херсонского национального технического университета*. 04(55), 2015:159–166.
5. Суевалов Л.Ф. Справочник по расчетам судовых автоматических систем. Ленинград: Судостроение, 1977. 376 с.
6. Сэйдж Э.П. Оптимальное управление системами: Пер. с англ. / Под ред. Б.И. Левина. Москва: Радио и связь, 1982. 392 с.
7. Geertsma R.D., Negenborn R.R., Hopman J.J. Design and control of hybrid power and propulsion systems for smart ships. *Elsevier. Applied Energy*. 2017. Vol. 194, pp. 30–54.
8. Naidu D.S. Optimal Control Systems /Boca Raton: CRC. 2003. 433 p.
9. Patel Mukund R. Shipboard electrical power systems. CRC Press: Taylor&Francis Group, LLC. 2012. 339 p.
10. Perez T. Ship Motion Control. Monograph. Berlin: Springer, 2005, 300 p.
11. Sorensen J.A. Survey of dynamic positioning control systems. *Annual Reviews in Control*. Volume 35, Issue 1, April 2011, P. 123-136.
12. Sorensen A. J., Adnanes A. K. High Performance Thrust Allocation Scheme in Positioning of Ships Based on Power and Torque Control [Text]. *Marine Technology Society, Dynamic Positioning Conference: Session 9 Control Systems*. Houston, 1997. October 21-22, 1–17.
13. Thor I. Fossen. Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control. Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway. John Wiley & Sons, Ltd. 2011. 575 p.
14. Суворов П.С. Динамика двигателя в судовом пропульсивном комплексе. Одесса: ОНМА, 2004. 304 с.

#### References

1. Vagushhenko, L.L., & Cy'mbal, N.N. (2007). Sistemy' avtomaticheskogo upravleniya dvizheniem sudna. Odessa: Feniks.
2. Vasil`ev, A.V. (1989). Upravlyaemost` sudov. Leningrad: Sudostroenie.
3. Krasovskij, A.A. (1987). Spravochnik po teorii avtomaticheskogo upravleniya /pod red. A.A.Krasovskogo. Moskva: Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit.
4. Rozhkov, S.O. (2015). Modelyuvannya sistemi dinamichnogo pozicziyuvannya sudna-postachal`nika tipu PSV. *Vestnik Hersonskogo nacional`nogo texnicheskogo universiteta*. 04(55). 159–166.
5. Suevalov, L.F. (1977). Spravochnik po raschetam sudovy'x avtomaticheskix sistem. Leningrad: Sudostroenie.
6. Se`jdzh, E`.P. (1982). Optimal`noe upravlenie sistemami: Per. s angl./ Pod red. B.I. Levina. Moskva: Radio i svyaz`.
7. Geertsma, R.D., Negenborn, R.R., & Hopman, J.J. (2017). Design and control of hybrid power and propulsion systems for smart ships. *Elsevier. Applied Energy*. 194, 30–54.
8. Naidu, D.S. (2003). Optimal Control Systems / Boca Raton: CRC.

9. Patel Mukund, R. (2012). Shipboard electrical power systems. CRC Press: Taylor&Francis Group, LLC.
10. Perez, T. (2005). Ship Motion Control. Monograph. Berlin: Springer.
11. Sorensen, J.A. (2011). Survey of dynamic positioning control systems. *Annual Reviews in Control*, **35**, 123-136.
12. Sorensen, A. J., & Adnanes, A. K. (1997). High Performance Thrust Allocation Scheme in Positioning of Ships Based on Power and Torque Control [Text]. *Marine Technology Society, Dynamic Positioning Conference: Session 9 Control Systems*. Houston, October 21-22, 1–17.
13. Thor I. Fossen. (2011). Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control. Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway. John Wiley & Sons, Ltd.
14. Suvorov, P.S. (2004). Dinamika dvigatelya v sudovom propul'sivnom komplekse. Odessa: ONMA.

Рожков Сергій Олександрович - д.т.н., професор, завідувач кафедри експлуатації суднового електрообладнання і засобів автоматики Херсонської державної морської академії, e-mail: rozhkov\_ser@rambler.ru, ORCID: 0000-0002-1662-004X.

Іванов Артем Анатолійович - PhD, старший викладач кафедри експлуатації суднового електрообладнання і засобів автоматики Херсонської державної морської академії, електромеханік 1-го розряду, e-mail: mailto:artiva1978@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1919-2570.

Тимофеев Костянтин Васильович - к.т.н., доцент кафедри експлуатації суднового електрообладнання і засобів автоматики Херсонської державної морської академії, e-mail: kvtimofeev2013@gmail.com. ORCID: 0000-0002-8668-6159.

Бутаков Ігор Борисович – аспірант кафедри експлуатації суднового електрообладнання і засобів автоматики Херсонської державної морської академії, електромеханік 1-го розряду, e-mail: bib7677@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9014-1856.

УДК 004.352.22

О.Н. РОМАНЮК, М.Д. ЗАХАРЧУК, А.В. СНИГУР, Л.Г. КОВАЛЬ  
Вінницький національний технічний університет  
П.І. МИХАЙЛОВ  
CEO 3D GENERATION GmbH  
Р.Ю. ЧЕХМЕЙСТРУК  
3D GENERATION UA

## ВИКОРИСТАННЯ ТРИВИМІРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ МАСО-ВАГОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛЮДИНИ ПО ЇЇ АНТРОПОМЕТРИЧНИМ ПАРАМЕТРАМ

*Тривимірні моделі людини є найреалістичнішими, відображають анатомічну структуру, точно передають рельєфні та кольорові особливості об'єкта, підлягають модифікації для зміни зовнішності. 3D-модель є багатофакторним джерелом інформації про пацієнта, дозволяє істотно знизити необхідний обсяг взаємодії з користувачем порівняно з існуючими методами.*

*У роботі запропоновано використовувати тривимірне моделювання для визначення масо-вагових характеристик людини по її антропометричних параметрах. Для цього використовують 3D-сканери (боді-сканери для оцифрування тіла), що дає можливість створювати в 3D просторі модель тіла людини на повний зріст, а також окремих частин тіла.*

*Використання тривимірного моделювання для діагностики має такі переваги: висока оперативність проведення обстеження; висока достовірність діагностики; можливість проведення обстежень пацієнтів у різних позиціях; висока точність вимірювання, можливість архівування, безконтактний метод вимірювання.*

*Проведено аналіз предметної галузі. Наведено формули для розрахунку індексу маси тіла, об'єму тіла, відсотку жиру в організмі, площі тіла, відсоток підшкірного жиру в тілі на основі вимірян параметрів по тривимірній моделі.*

*Запропоновано метод визначення площі тіла з використанням полігональної моделі людини шляхом знаходження суми площ складових трикутників.*

*Запропоновано метод визначення об'єму тіла з використанням тривимірної моделі людини шляхом виконання зрізів горизонтальними площинами. В результаті отримують сегмент тіла. Отриманий верхній зріз триангулюють з метою заміщення сегменту трикутними призмами. Для цього використовують вертикальні площини, які перпендикулярні до основи сегменту. У подальшому знаходять об'єми складових трикутних призм, якими заміщують сегменти. Сума їх об'ємів визначає об'єм сегменту. Для знаходження об'єму тіла людини підсумовують об'єми складових сегментів з урахуванням масштабу.*

*Проведені дослідження можуть бути використанні в медичній практиці.*

*Ключові слова: тривимірне моделювання, площа тіла людини, тривимірний сканер, полігональна модель, об'єм тіла людини, ожиріння.*

А.Н. РОМАНЮК, М.Д. ЗАХАРЧУК, А.В. СНИГУР, Л.Г. КОВАЛЬ  
Вінницький національний технічний університет  
П.И. МИХАЙЛОВ  
CEO 3D GENERATION GmbH  
Р.Ю. ЧЕХМЕЙСТРУК  
3D GENERATION UA

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАСО-ВЕСОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЧЕЛОВЕКА ПО ЕГО АНТРОПОМЕТРИЧЕСКИМ ПАРАМЕТРАМ

*Трехмерные модели человека являются наиболее реалистическими, отражают анатомическую структуру, точно передают рельефные и цветовые особенности объекта, подлежат модификации для изменения внешности. 3D-модель является многофакторным источником информации о пациенте,*

позволяет существенно снизить необходимый объем взаимодействия с пользователем по сравнению с существующими методами.

В работе предложено использовать трехмерное моделирование для определения массо-весовых характеристик человека по его антропометрическим параметрам. Для этого используют 3D-сканеры (боди-сканеры для оцифровки тела), что дает возможность создавать в 3D пространстве модель тела человека в полный рост, а также отдельных частей тела.

Использование трехмерного моделирования для диагностики имеет следующие преимущества: высокая оперативность проведения обследования; высокая достоверность диагностики; возможность проведения обследования пациентов в разных позициях; высокая точность измерения; возможность архивирования; бесконтактный метод измерения.

Проведен анализ предметной области. Приведены формулы для расчета индекса массы тела, объема тела, процента жира в организме, площади тела, процента подкожного жира в теле на основе измеренных параметров по трехмерной модели.

Предложен метод определения площади тела с использованием полигональной модели человека путем нахождения суммы площадей составляющих треугольников.

Предложен метод определения объема тела с использованием трехмерной модели человека путем выполнения срезов горизонтальными плоскостями. В результате получают сегмент тела. Полученный верхний срез триангулируют с целью замещения сегмента треугольными призмами. Для этого используют вертикальные плоскости, которые перпендикулярны к основанию сегмента. В дальнейшем находят объемы составляющих треугольных призм, которыми замещают сегменты. Сумма их объемов определяет объем сегмента. Для нахождения объема тела человека суммируют объемы составляющих сегментов с учетом масштаба.

Проведенные исследования могут быть использованы в медицинской практике.

Ключевые слова: трехмерное моделирование, площадь тела человека, трехмерный сканер, полигональная модель, объем тела человека, ожирение.

O.N. ROMANYUK, M.D. ZAKHARCHUK, A.V. SNIGUR, L.G. KOVAL  
Vinnitsa National Technical University  
P.I. MYKHAYLOV  
CEO 3D Gneration GmbH  
R.Y. CHEKHMESTRUK  
3D Generation UA

## **USE OF THREE-DIMENSIONAL SIMULATION TO DETERMINE THE MASSES AND WEIGHT CHARACTERISTICS OF A PERSON WITH ANTHROPOMETRIC PARAMETERS**

*Three-dimensional human models are the most realistic, reflect an anatomical structure, precisely transmit the relief and color features of the object, are subject to modification to change appearance. The 3D model is a multifactorial source of patient information, it allows to significantly reduce the required volume of interaction with the user compared to existing methods.*

*The paper proposes to use three-dimensional simulation to determine the mass-weight characteristics of a person by its anthropometric parameters. To do this, use 3D scanners (body scanners for body digitization), which makes it possible to create a human body model in full height, as well as individual parts of the body.*

*The use of trivist modeling for diagnostics has the following benefits: high operations of the survey; high reliability of diagnosis; the possibility of examining patients in various posters; High accuracy of measurement, archiving capability, contactless measurement method*

*An analysis of the domain industry has been carried out. The formulas are given to calculate the body weight index, body volume, percentage of fat in the body, body area, percentage of subcutaneous fat in the body based on measuring parameters on a three-dimensional model.*

*The method of determining the area of the body using a human polygonal model by finding the sum of the areas of components of triangles is proposed.*

*The method of determining the volume of the body using a three-dimensional model of humans by performing slices by horizontal planes is proposed. As a result, a body segment is obtained. The resulting upper cut is trianged to replace the segment with triangular prisms. To do this, use vertical planes that are perpendicular to*

*the base of the segment. Subsequently, the volumes of components of the triangular prism are found, which are replaced by segments. The sum of their volumes determines the volume of the segment. To find the volume of human body, the volumes of the components of the segments are summarized.*

*The studies conducted can be used in medical practice.*

*Keywords: three-dimensional modeling, Square a person, a three-dimensional scanner, a polygonal model, a person's volume, obesity.*

### Постановка проблеми

Епідемія ожиріння захоплює світ [1-7]. Прогнози вчених невтішні – в 2025 році четверта частина населення землі може мати надмірну вагу. В Україні вже сьогодні кожен четвертий має ожиріння. Надлишкова вага супроводжується різними захворюваннями, а саме: серцево-судинними, цукровим діабетом II типу, синдромом обструктивного сну, деякими видами раку, остеоартритом, астмою та іншими. Для оцінки ожиріння необхідно визначити ряд параметрів. Тому актуальними є питання оперативного та точного визначення масо-вагових характеристик людини по її антропометричних характеристиках.

### Аналіз попередніх досліджень і публікацій

Ожиріння [1-7] – це хронічне рецидивуюче захворювання, яке характеризується надлишковим накопиченням жирової тканини в організмі, обумовлене порушенням обміну речовин. В основі його лежить позитивний енергетичний баланс, тобто надходження енергії з калоріями їжі перевищує енерговитрати.

Основною ознакою ожиріння [1-7] є накопичення жирової тканини в організмі у чоловіків більше 10-15%, у жінок більше 20-25% від маси тіла.

У світі приблизно 640 мільйонів чоловіків та жінок мають надмірну вагу, із них 266 мільйонів – це чоловіки та 375 мільйонів – жінки. Найповнішими виявилися громадяни Китаю та США. Однак, саме Сполучені Штати потрапили на перше місце за кількістю людей, котрі мають високий ступінь ожиріння. В Україні на ожиріння страждає 22,1% населення. Загалом показник ожиріння у країнах Західної Європи коливається від 20 до 24% [3, 6].

Ступінь ожиріння визначається індексом маси тіла (ІМТ) [2]. ІМТ визначається шляхом ділення маси тіла людини (в кг) на зріст (в м<sup>2</sup>). У таблиці 1 наведено класифікацію ступенів ожиріння.

Таблиця 1

Класифікація ступенів ожиріння

ІМТ	Класифікація
< 18,5	недостатня
18,5–24,9	нормальна
25,0–29,9	надлишкова
30,0–34,9	ожиріння I
35,0–39,9	ожиріння II
≥40,0	ожиріння

Маса органів людини визначається загальною масою людини. Середні показники вказані [6] для людини віком 20 — 30 років, з довжиною тіла 170 см, масою 70 кг і площею тіла 1,8 кв.м. Маса тіла: 70 кг = 100 % маси тіла. М'язи: 30 кг = 43 % маси тіла, скелет без кісткового мозку: 7 кг = 10 % маси тіла, шкіра та підшкірна клітковина: 6,1 кг = 8,7 % маси тіла, кров: 5,4 кг = 7,7 % маси тіла, травний тракт: 2,0 кг = 2,9 % маси тіла, печінка: 1,7 кг = 2,4 % маси тіла, червоний кістковий мозок: 1,5 кг = 2,1 % маси тіла,

обидві легені: 1,0 кг = 1,4 % маси тіла, серце: 0,3 кг = 0,43 % маси тіла, обидві нирки: 0,3 кг = 0,43 % маси тіла, щитоподібна залоза: 0,02 кг = 0,03 % маси тіла, головний мозок: 1,3 кг = 1,8 % маси тіла, селезінка: 0,18 кг = 0,26 % маси тіла.

Площа поверхні тіла людини [9] - ППТ (body surface area - BSA) - морфологічний показник, який використовується у медицині для стандартизації даних різних фізіологічних вимірювань, а також для розрахунків доз фармакологічних впливів. У медицині при діагностуванні хвороб та дозуванні ліків часто використовують об'єм тіла людини.

Тому важливим питанням є оперативне та точне визначення площі та об'єму тіла людини.

У роботі запропоновано використовувати тривимірне моделювання [9-12] для визначення масо-вагових характеристик людини по її антропометричних параметрах. Для цього використовують 3D-сканери (боді-сканери) для оцифровки тіла. Це дає можливість створювати в 3D просторі модель тіла людини на повний зріст, а також окремих частин тіла: рук, ніг, голови, тощо. Для цього вони роблять множину кадрів і потім збирають їх разом в одне зображення, на основі якого створюється 3D-модель.



**Рис. 1. Вигляд 3D-сканера тіла людини**

Тривимірна модель [9] людини при діагностуванні забезпечує отримання об'єктивних параметрів про стан кістково-м'язової системи. Таку детальну інформацію поки не можуть надати існуючі сьогодні технології по виявленню проблем опорно-рухового апарату.

Використання тривимірного моделювання для діагностики має такі переваги: висока оперативність проведення обстеження; висока достовірність діагностики; можливість проведення обстежень пацієнтів у різних позиціях; висока точність вимірювання, можливість архівування, безконтактний метод вимірювання.

### **Викладення основного матеріалу дослідження**

Для визначення масо-вагових характеристик людини з використанням тривимірного моделювання необхідно виконати безконтактні виміри деяких параметрів по тривимірній моделі. Тому проведено систематизацію методів і формул для подальших розрахунків.

#### **Формули для визначення масо-вагових характеристик людини по її антропометричних параметрах**

Індекс маси тіла (ІМТ) є загальновизнаним методом для розрахунку оптимальної маси тіла. Він враховує тільки вагу, зріст, стать, і розраховується за формулою Кьютла [5]:

$$IMT = \frac{\text{вага(кг)}}{\text{зріст(м)}^2}.$$

Ця формула не враховує вагу кісток і не дає точні результати людям, які мають велику м'язову масу. Тому для отримання більш точних вимірів використовуються, відповідно, формула Ю.Р. Шейх-Заде (IMT2), індекс статури (IC) і формула Ніка Трефетена (IMT3) [2, 3].

$$IMT2 = \frac{\text{вага(кг)}}{\text{зріст(м)}^3}; \quad IC = \sqrt{IMT2}; \quad ICT = \frac{\text{вага(кг)}}{\text{зріст(дм)} \times \text{діаметр\_зап'ястя(дм)}};$$

$$IMT3 = \frac{\text{вага(кг)}}{\text{зріст(м)}^2 \times \sqrt{\text{зріст(м)}}}.$$

Сканери [9-12] оцифрування тіла дозволяють вимірювали об'єм тіла та більш точно та швидше оцінювали IMT за допомогою тривимірних комп'ютерних моделей. Для цього використовується рівняння Siri [2, 6].

Об'єм тіла розраховується як середнє значення двох сканувань. Обсяги сегментів тіла визначаються таким чином: верхня частина тулуба – шия до пупка; нижня частина тулуба – пупок до промежини; стегно – промежина до верху коліна. Щільність розраховується як маса, поділена на об'єм тіла. Відсоток жиру в організмі розраховується за щільністю, використовуючи рівняння, розроблене Siri [6]:

$$IMT(\%) = \left( \frac{4,95}{\text{Щільність}(г/см^3)} - 4,50 \right) \times 100\% .$$

У фізіології і медицині площа поверхні тіла (ППТ) [8] – це розрахована поверхня людського тіла. Для багатьох клінічних цілей ППТ є кращим показником метаболічного обміну, ніж маса тіла, оскільки вона менш залежить від зайвої кількості жирової тканини.

Згідно методу Дюбуа [8], площа поверхні тіла визначається за формулою:

$$ППТ = \frac{\text{вага(кг)}^{0,425} \times \text{зріст(см)}^{0,725}}{139,2}.$$

Згідно методу Мостеллера [8],  $ППТ = 0,0167 \times \text{вага(кг)}^{0,5} \times \text{зріст(см)}^{0,5}$ . Для розрахунку ППТ за методами Хейкока, Бойда, Маттара використовують відповідно формули [2, 3]:

$$ППТ = \frac{\text{зріст(см)}^{0,3964} \times \text{вага(кг)}^{0,5378}}{41,2}; \quad ППТ = \frac{\text{вага(г)}^{(0,7285-0,0188 \ln \text{вага(г)})} \times \text{зріст(см)}^{0,3}}{3118,18};$$

$$ППТ = \frac{\text{зріст(см)} + \text{вага(кг)} - 60}{100}.$$

Відсоток підшкірного жиру в тілі (ВПЖ) – це відношення жирової тканини до маси тіла, яку складають м'язи, кістки, внутрішні органи та рідини. Для його обчислення використаємо дані, які отримують із тривимірної моделі тіла.

У таблиці 2 [2] наведено відношення IMT і відсотку підшкірного жиру для чоловіків і



жінок, але варто зауважити, що цей метод не можна вважати точним для людей, які мають досить велику м'язову масу. Зразки усіх потрібних вимірів зображено на рис. 2.

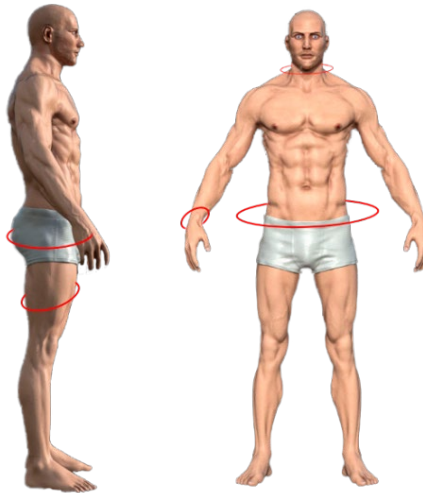


Рис. 2. Зразки вимірів

Таблиця 2

Відношення ІМТ і відсотку підшкірного жиру

ІМТ/ ІМТ2	% підшкірного жиру у жінок	% підшкірного жиру у чоловіків	ІМТ/ ІМТ2	% підшкірного жиру у жінок	% підшкірного жиру у чоловіків
13	13,5	-	27	34,5	21,5
14	15	-	28	36	23
15	16,5	-	29	37,5	24,5
16	18	5	30	39	26
17	19,5	6,5	31	40,5	27,5
18	21	8	32	42	29
19	22,5	9,5	33	43,5	30,5
20	24	11	34	45	32
21	25,5	12,5	35	46,5	33,5
22	27	14	36	48	35
23	28,5	15,5	37	49,5	36,5
24	30	17	38	51	38
25	31,5	18,5	39	52,5	39,5
26	33	20	40	54	41

Широкого поширення дістав метод флоту США [7]. Для жінок і чоловік використовуються такі формули:

$$ВПЖ_{ж} = \frac{495}{1,0324 - 0,19077 \times \frac{\ln(\text{обхват}(\text{мілії} + \text{стегон} - \text{шиї}))}{\ln(10) + 0,22100 + \frac{\ln(\text{ріст})}{\ln(10)}}} - 450;$$

$$ВПЖ_q = \frac{495}{1,9579 - 0,35004 \times \frac{\ln(\text{обхват}(\text{тілії} + \text{стегон} - \text{шиї}))}{\ln(10) + 0,15150 + \frac{\ln(\text{ріст})}{\ln(10)}}} - 450.$$

Згідно методу YMCA [3, 7] розрахунки виконують за формулами:

$$ВПЖ_{жс} = \frac{(-76,76 + (4,15 \times \frac{\text{талія}}{2,54}) - (0,082 \times \frac{\text{вага}}{0,454}))}{\frac{\text{вага}}{0,532}} \times 100;$$

$$ВПЖ_q = \frac{(-98,42 + (4,15 \times \frac{\text{талія}}{2,54}) - (0,082 \times \frac{\text{вага}}{0,454}))}{\frac{\text{вага}}{0,532}} \times 100.$$

Більш точним є модифікований метод YMCA [2, 7], згідно з яким

$$ВПЖ_{жс} = \frac{0,268 \times \text{вага} - 0,318 \times \text{зап'ястя} + 0,157 \times \text{талія} + 0,245 \times \text{стегна} - 0,436 \times \text{шия} - 8,983}{\text{вага}} \times 100;$$

$$ВПЖ_q = \frac{100 \times (4,15 \times \text{талія} - 0,082 \times \text{вага} + 0,34 \times \text{стегна} - 94,42)}{\text{вага}}.$$

У методі Коверта Бейлі [2, 3] використовують формули залежно від віку. До 30-ти років:

$$ВПЖ_q = \text{талія} + 0,5 \times \text{стегна} - 3 \times \text{передпліччя} - \text{зап'ястя};$$

$$ВПЖ_{жс} = \text{талія} + 0,8 \times \text{стегна} - 2 \times \text{гомилки} - \text{зап'ястя}.$$

Після 30-ти років:

$$ВПЖ_q = \text{талія} + 0,5 \times \text{стегна} - 2,7 \times \text{передпліччя} - \text{зап'ястя};$$

$$ВПЖ_{жс} = \text{талія} + \text{стегна} - 2 \times \text{гомилки} - \text{зап'ястя} + 0,4.$$

У прикладних медичних програмах використовують формула Пенроза [3]:

$$ВПЖ = \frac{100 \times (\text{вага} - 38,14 + 0,9 \times \text{вага} - 0,61 \times \text{вік}^3 + 0,99 \times \text{ріст} - 3,807 \times (\text{талія} - \text{зап'ястя}))}{\text{вага}}.$$

Медичні працівники широко використовують розмір і форму людського тіла для оцінки харчового стану, оцінки норми розвитку організму людини, а також для розрахунку дозування лікарських препаратів тощо.

Дозування ліків – термін, який означає дозу, частоту та тривалість введення лікарського препарату. Вибір оптимальної дози є необхідною умовою ефективного та максимально безпечного застосування лікарських препаратів.

Для правильного визначення дози препарату (ДП) необхідно враховувати індивідуальні особливості організму хворого. Індивідуальна чутливість до лікарського препарату залежить від віку, статі, маси тіла, швидкості метаболізму тощо.

Саме для цього застосовуються тривимірні сканери, які дозволяють із високою точністю розрахувати усі необхідні виміри.

При призначенні ліків дітям, пацієнтам похилого віку їх дози знижують. Дози для дітей визначають різними способом: на 1 кг маси тіла, на одиницю поверхні тіла або на рік життя або розраховують дозу залежно від шляху введення. Дозу для дітей можна розрахувати за допомогою формул Кларка і Юнга відповідно [5]:

$$ДП = \frac{дoзa \text{ _дорослого} \times вaгa}{70 \times IMT}, \quad ДП = \frac{дoзa \text{ _дорослого} \times вiк}{вiк \times IMT}.$$

При призначенні ліків дорослим розрахунок необхідної дози препаратів оброблюється за формулою  $ДП = (вага(кг) \times IMT) / 100$ .

Більш сучасним і точним методом розрахунку як для дітей, так і для дорослих є визначення необхідної дози лікарської речовини на одиницю площі поверхні тіла, яке здійснюється за допомогою спеціальних номограм.

$$ДП = \frac{ППТ \times 100}{вага(кг) \times \%пж}.$$

Медичний персонал може порівнювати неодноразові сканування суб'єкта, щоб показати зміни форми тіла з часом, починаючи від лікування клінічного ожиріння або для поліпшення зовнішнього вигляду. Тому фітнес-центри та дієтичні центри є ринком для 3D-сканерів тіла. 3D-сканування може бути використано для оцінки симетрії тіла та м'язового дисбалансу або для аналізу постави, наприклад, вигину попереку та округлості плечей. Програмне забезпечення також забезпечує вимірювання обхвату в ділянці грудей, талії та стегон. Для визначення змін накладаються відскановані зображення, які проводилися через визначені періоди часу.

Лікування ожиріння спрямоване на зменшення шкідливого внутрішньочеревного жиру, а не на масу тіла за один прийом. Збільшення м'язової маси або підтримка ваги у дітей, що ростуть, розглядаються як прийнятні наслідки лікування, особливо там, де професіонали виступають за фізичні вправи. Медичні працівники можуть застосувати 3D-сканування, щоб виділити ті ділянки форми поверхні, які з часом змінювались у людей, дозволяючи лікареві контролювати ефективність лікування (наприклад, форму живота).

#### **Визначення площі та об'єму людини з використання тривимірних моделей**

Наведені вище формули дозволяють наближено визначити параметри людини, оскільки не враховують її індивідуальні особливості. Більш точні оцінки можна отримати з використанням тривимірного моделювання.

Для визначення площі тіла людини пропонується розробити, з використанням боді-сканерів [10-12], тривимірну модель людини [9]. У подальшому виконують теселяцію (рис. 3), яка полягає в заміщенні поверхні багатокутниками, які прилягають один до одного без проміжків і не перекривають один одного.

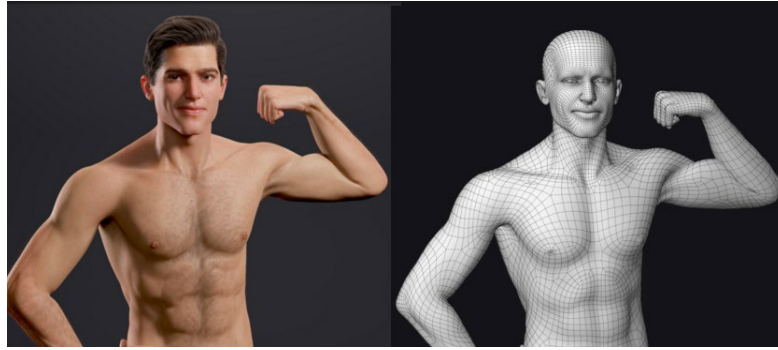


Рис. 3. Приклад полігональної моделі

У графічних пакетах виконується триангуляція, кінцевим результатом якої є отримання полігональної моделі, комірками якої є трикутники. При цьому теселяція є підготовчим етапом. Точність визначення площі визначається щільністю полігональної мережі. Можлива розгортка полігональної мережі на площину (рис. 4).

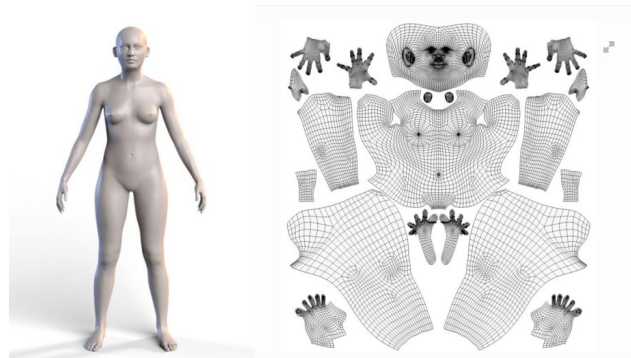


Рис. 4. Розгортка полігональної мережі на площину

Для визначення площі поверхні необхідно визначити площі складових трикутників і знайти їх суму. При цьому буде враховано особливості побудови людини та відпаде необхідність поділу на жіночу та чоловічу стать.

Тривимірне моделювання може ефективно використовуватися для точного визначення об'єму тіла.

Пропонується виконувати зрізи тривимірної моделі людини горизонтальними площинами (рис.5). У результаті отримуємо сегмент тіла. Отриманий верхній зріз триангулюють з метою заміщення сегменту трикутними призмами. Для цього використовують вертикальні площини, які перпендикулярні до основи сегменту. У подальшому знаходять об'єми складових трикутних призм, якими заміщують сегменти. Сума їх об'ємів визначає об'єм сегменту.

Перераховані дії виконують для всього тіла. Важливо зазначити, що в результаті перетину можливо отримання не одного, а відразу кількох складових сегментів.

### Висновки

Проведено аналіз предметної галузі. Наведено формули для розрахунку індексу маси тіла, об'єму тіла, відсотку жиру в організмі, площі тіла, відсоток підшкірного жиру в тілі на основі вимірянь параметрів по тривимірній моделі.

Запропоновано метод визначення площі тіла з використанням полігональної моделі людини шляхом знаходження суми площ складових трикутників.

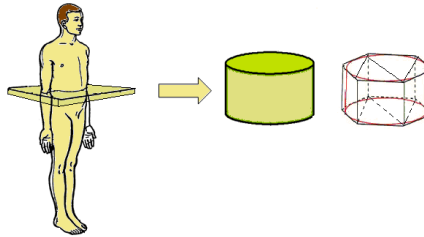


Рис. 5. Етапи визначення об'єму сегмента

Запропоновано метод визначення об'єму тіла з використанням тривимірної моделі людини шляхом виконання зрізів горизонтальними площинами. В результаті отримують сегмент тіла. Отриманий верхній зріз триангулюють з метою заміщення сегменту трикутними призмами. Для цього використовують вертикальні площини, які перпендикулярні до основи сегменту. У подальшому знаходять об'єми складових трикутних призм, якими заміщують сегменти. Сума їх об'ємів визначає об'єм сегменту.

Проведені дослідження можуть бути використанні в медичній практиці

### Список використаної літератури

1. Відсоток жиру в організмі. URL : [https://uk.jejakjabar.com/wiki/Body\\_fat\\_percentage](https://uk.jejakjabar.com/wiki/Body_fat_percentage) (дата звернення: 10.08.2021).
2. Бессесен Д.Г., Кушнер Р. О. Избыточный вес и ожирение: профилактика, диагностика и лечение. Москва: Бином, 2004. 240 с.
3. Чариков А.Г. Анализ показателей телосложения человека : Выпускная квалификационная работа : 010400. Санкт-Петербург, 2016. 40 с.
4. Хомуцкий В. А. 10 способов измерить процент жира в теле. URL:<https://changeyourbody.ru/kak-opredelit-procent-zhira-v-organizme> (дата звернення: 10.08.2021).
5. Мартиросов Э. Г. Николаев Д. В., Руднев С.Г. Технологии и методы определения состава тела человека : монографія. Москва : Наука, 2006. 248 с.
6. Вага тіла людини. URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/ Вага\\_тіла\\_людини](https://uk.wikipedia.org/wiki/Вага_тіла_людини) (дата звернення: 10.08.2021).
7. Хомуцкий В. А. 10 способов измерить процент жира в теле. URL: <https://changeyourbody.ru/kak-opredelit-procent-zhira-v-organizme> (дата звернення: 10.08.2021).
8. Площа тіла людини: формула обчислення і приклади розрахунку. URL : <http://urok.pp.ua/nauka/15321-ploscha-tla-lyudini-formula-obchislennya-prikladi-rozrahunku.html>
9. Романюк О. Н. Комп'ютерна графіка. ВДТУ, 2001. 29 с.
10. Романюк О. Н., Марущак А. В., Шмалюх В. А., Михайлов П. І., Чехмestрук Р .Ю ., Перун І. В. Аналіз 3D-body сканерів / На шляху до індустрії 4.0: інформаційні технології, моделювання, штучний інтелект, автоматизація: монографія. Одеса, 2021. С.65-82.
11. Treleven P. and Wells J. 3D Body Scanning and Healthcare Applications. *Computer*, 2007. vol. 40, no. 7, pp. 28-34.
12. Романюк О. Н., Бажан В. М., Михайлов П. І., Чехмestрук Р. Ю. Галузі використання боді-сканерів: *Тези доп. XII Міжнародної наук.-техн. конф. «Інформаційно-комп'ютерні технології – 2021»*, (м. Житомир, 01 - 03 квітня 2021 р.). Житомир, 2021. С. 80-82.

### References

1. Vidsotok zhyru v orhanizmi. (2021). URL: [https://uk.jejakjabar.com/wiki/Body\\_fat\\_percentage](https://uk.jejakjabar.com/wiki/Body_fat_percentage).
2. Bessesen, D.G., & Kushner, R. O. (2004). *Izbytochnyy ves i ozhirenie: profilaktika, diagnostika i lechenie*. Moskva: Binom.
3. Charikov, A.G. (2016). *Analiz pokazateley teloslozheniya cheloveka : Vyipusknaya kvalifikatsionnaya rabota : 010400*. Sankt-Peterburg.
4. Homutetskiy, V. A. (2021). 10 sposobov izmerit protsent zhira v tele. URL:<https://changeyourbody.ru/kak-opredelit-procent-zhira-v-organizme>.
5. Martirosov, E. G., Nikolaev, D. V., & Rudnev, S.G. (2006). *Tehnologii i metodyi opredeleniya sostava tela cheloveka : monograflya*. Moskva : Nauka.
6. Vaha tila liudyny. (2021). URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Vaha\\_tila\\_liudyny](https://uk.wikipedia.org/wiki/Vaha_tila_liudyny).
7. Homutetskiy, V. A. (2021). 10 sposobov izmerit protsent zhira v tele. URL: <https://changeyourbody.ru/kak-opredelit-procent-zhira-v-organizme>.
8. Ploshcha tila liudyny: formula obchyslennia i pryklady rozrahunku. URL: <http://yrok.pp.ua/nauka/15321-ploscha-tla-lyudini-formula-obchislennya-prikladi-rozrahunku.html>.
9. Romaniuk, O. N. (2001). *Kompiuterna hrafika : navch. posibnyk*. VDTU.
10. Romaniuk, O. N., Marushchak, A. V., Shmaliukh, V. A., Mykhailov, P. I., Chekhmestruk, R. Yu., Perun, I. V. (2021). *Analiz 3D-body skaneriv / Na shliakhu do industrii 4.0: informatsiini tekhnolohii, modeliuvannia, shtuchnyi intelekt, avtomatyzatsiia: monohrafiia*. Odesa, s.65-82.
11. Treleven, P., & Wells, J. (2007). 3D Body Scanning and Healthcare Applications. *Computer*, **40**, 7, 28-34.
12. Romaniuk, O. N., Bazhan, V. M., Mykhailov, P. I., & Chekhmestruk, R. Yu. (2021). Haluzi vykorystannia bodi-skaneriv: *Tezy dop. KhII Mizhnarodnoi nauk.-tekhn. konf. «Informatsiino-kompiuterni tekhnolohii – 2021»*, (m. Zhytomyr, 01 - 03 kvitnia 2021 r.). Zhytomyr, 80-82.

Романюк Олександр Никифорович, д.т.н., професор, завідувач кафедри програмного забезпечення Вінницького національного технічного університету. E-mail: rom8591@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2245-3364.

Захарчук Максим Дмитрович, студент кафедри програмного забезпечення Вінницького національного технічного університету. E-mail: mz764233@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4551-0026.

Снігур Анатолій Васильович – к.т.н., доцент кафедри обчислювальної техніки Вінницького національного технічного університету. E-mail: sanv12@i.ua, ORCID: 0000-0002-2193-1838.

Коваль Леонід Григорович– к.т.н., доцент, завідувач кафедри біометричної інженерії Вінницького національного технічного університету. E-mail: klg@ua.fm, ORCID: 0000-0001-9887-2605

Михайлов Павло Ігоревич, генеральний директор CEO 3D GENERATION GmbH (Germany), E-mail: pm@3dgeneration.com, ORCID: 0000-0001-5861-5970.

Чехмейструк Роман Юрійович, к.т.н., технічний директор 3D GENERATION UA, E-mail: Rc.ua@3dgeneration.com, ORCID: 0000-0002-5362-8796.

УДК 004.9, 004.428.4

Н.О. СОКОЛОВА, П.С. КОРНЮШЕНКО  
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

## МУЛЬТИАГЕНТНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОШИРЕННЯ ІНФЕКЦІЙНИХ ЗАХВОРЮВАНЬ З ГЕОІНФОРМАЦІЙНОЮ ПІДТРИМКОЮ

*Предмет сучасної прикладної математики – потенційна діяльність людини-агента, здійснена в конкретних соціально-культурних умовах. Математичні моделі будуються для отримання конкретного результату з допомогою конкретної обчислювальної системи з приводу конкретної проблемної ситуації. Предметом моделювання є практична життєва проблемна ситуація – реальна (не абстрактна), яка включає в себе людину-агента, для якого ситуація є проблемною: має місце стан ситуації А, але агенту потрібно отримати стан ситуації Б. Наявність розриву між станами А і Б і представляє собою проблему. Мета дослідження полягає в тому, щоб дати можливість агенту вчинити деяку практичну дію для досягнення поставленої мети, тобто реалізувати його намір, і тим самим вирішити (або перетворити) проблемну ситуацію.*

*Математичне моделювання є потужним інструментом для вивчення складних об'єктів і процесів, що відбуваються у реальному світі. Особливо незамінне воно в тих областях досліджень, де реальні експерименти над об'єктами ускладнені або просто неможливі. Прикладом однієї з таких областей являється епідеміологія. Проблема поширення різного роду інфекцій і епідемій є актуальною для усього людства.*

*В умовах пандемії коронавірусу важливо виявити закономірності та характеристики розповсюдження інфекції для того, щоб застосовувати ефективні засоби захисту та боротьби із нею. В цілому, актуальність моделювання динаміки COVID-19 з геоінформаційною підтримкою обумовлена необхідністю визначення властивостей розповсюдження захворювання на території України в умовах українського суспільства.*

*Дана стаття присвячена розробці мультиагентної моделі поширення інфекційних захворювань з геоінформаційною підтримкою на прикладі розповсюдження COVID-19 у Дніпропетровській області, враховуючи різні сценарії моделювання розподілу поведінки агентів в межах анклаву. Проведено аналіз динамічних закономірностей і морфологічних характеристик розповсюдження коронавірусу шляхом дослідження мультиагентної моделі, яка дозволяє врахувати індивідуальні властивості об'єктів-агентів.*

*Ключові слова: COVID-19; NetLogo; агент; вірус; геоінформаційна підтримка; мультиагентне моделювання; моделювання розповсюдження інфекційних захворювань; сценарії моделювання.*

Н.О. СОКОЛОВА, П.С. КОРНЮШЕНКО  
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

## МУЛЬТИАГЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНФЕКЦИОННЫХ ЗАБОЛЕВАНИЙ С ГЕОИНФОРМАЦИОННОЙ ПОДДЕРЖКОЙ

*Предмет современной прикладной математики - потенциальная деятельность человека-агента, осуществленная в конкретных социально-культурных условиях. Математические модели строятся для получения конкретного результата с помощью конкретной вычислительной системы по поводу конкретной проблемной ситуации. Предметом моделирования является практическая жизненная проблемная ситуация - реальная (не абстрактная), которая включает в себя человека-агента, для которого ситуация является проблемной: имеет место состояние ситуации А, но агенту нужно получить состояние ситуации Б. Наличие разрыва между состояниями А и Б и представляет собой проблему. Цель исследования заключается в том, чтобы дать возможность агенту совершить некоторую практическую действие для достижения поставленной цели, то есть реализовать его намерение, и тем самым решить (или превратить) проблемную ситуацию.*

*Математическое моделирование является мощным инструментом для изучения сложных объектов и процессов, происходящих в реальном мире. Особенно незаменимо оно в тех областях исследований, где реальные эксперименты над объектами осложненные или просто невозможны. Примером одной из таких областей является эпидемиология. Проблема распространения различного рода инфекций и эпидемий актуальна для всего человечества.*

*В условиях пандемии коронавируса важно выявить закономерности и характеристики распространения инфекции для того, чтобы применять эффективные средства защиты и борьбы с ней. В целом, актуальность моделирования динамики COVID-19 с геоинформационной поддержкой обусловлена необходимостью определения свойств распространения заболевания на территории Украины в условиях украинского общества.*

*Данная статья посвящена разработке мультиагентной модели распространения инфекционных заболеваний с геоинформационной поддержкой на примере распространения COVID-19 в Днепропетровской области, учитывая различные сценарии моделирования распределения, поведения агентов в пределах анклава. Проведен анализ динамических закономерностей и морфологических характеристик распространения коронавируса путем исследования мультиагентной модели, которая позволяет учесть индивидуальные свойства объектов-агентов.*

*Ключевые слова: COVID-19; NetLogo; агент; вирус; геоинформационная поддержка; мультиагентное моделирование; моделирование распространения инфекционных заболеваний; сценарий моделирования.*

**N.O. SOKOLOVA, P.S. KORNIUSHENKO**  
Oles Honchar Dnipro National University

## **DISEASE SPREADING MULTI-AGENT MODELING WITH GEOINFORMATION SUPPORT**

*The subject of modern applied mathematics is the potential activity of a human agent, carried out in specific socio-cultural conditions. Mathematical models are built to obtain a specific result using a specific computing system about a specific problem situation. The subject of modeling is a practical life problem situation - real (not abstract), which includes a human agent for whom the situation is problematic: there is a state of situation A, but the agent needs to get the state of situation B. There is a gap between states A and B and is a problem. The purpose of the study is to enable the agent to take some practical action to achieve the goal, that is, to realize his intention, and thereby solve (or transform) the problem situation.*

*Mathematical modeling is a powerful tool for studying complex objects and processes in the real world. It is especially irreplaceable in those areas of research where real experiments on objects are complicated or simply impossible. Epidemiology is an example of one such area. The problem of the spread of various kinds of infections and epidemics is relevant for all mankind.*

*In the context of a coronavirus pandemic, it is important to identify patterns and characteristics of the spread of infection in order to apply effective means of protection and fight against it. In general, the relevance of modeling the dynamics of COVID-19 with geoinformation support is due to the need to determine the properties of the spread of the disease on the territory of Ukraine in the conditions of the Ukrainian society.*

*This article is devoted to the development of a multi-agent model of the spread of infectious diseases with geoinformation support using the example of the spread of COVID-19 in the Dnipropetrovsk region, taking into account various scenarios for modeling the distribution and behavior of agents within the enclave. The analysis of dynamic regularities and morphological characteristics of coronavirus propagation is carried out by studying the multiagent model, which allows to take into account the individual properties of agent objects.*

*Key words: COVID-19; NetLogo; agent; virus; geoinformation support; multi-agent modeling; modeling the spread of infectious diseases; simulation scenario.*

### **Постановка проблеми**

За останні п'ятнадцять років світ охопило декілька пандемій: атипова пневмонія (SARS-1, 2002р.), пташиний грип (вірус H5N1, 2003р.), свинячий грип (вірус A/H1N1, 2009р.), вірус Ебола (EVD, 2013р.). За різними джерелами найбільша смертність була викликана свинячим грипом, а найбільших збитків (1,5 трлн. доларів) світовій економіці завдала пандемія пташиного грипу [1]. Однак справжнім викликом людству став COVID-19 (SARS-2 Cov, 2019р.). За даними ВОЗ захворіли понад 179 млн. людей [2], а втрати світової економіки тільки у 2020 році за різними оцінками складають 20 трлн. доларів.

Поширення інфекційних захворювань являє собою складне явище з безліччю взаємодіючих факторів. Ключова роль математичної епідеміології полягає в створенні імітаційних моделей поширення патогенів, які служать для розуміння складної динаміки поширення захворювання. Найпоширенішими моделями розповсюдження



патогенів є SIR-модель (Susceptible-Infected-Removed), SEIR-модель (Susceptible-Exposed-Infected-Removed), SEIRD-модель (Susceptible-Exposed-Infected-Removed-Died), SEIHFR-модель (Susceptible-Exposed-Infected-Hospitalized-Funeral-Removed), SEIHFRD-модель (Susceptible-Exposed-Infected-Hospitalized-Funeral-Died-Removed), які ділять популяцію на різні класи та враховують різну кількість з них. Кожна з цих моделей може бути виражена системою диференціальних рівнянь, яка не є лінійною і не вирішувана аналітично. Математичні моделі поширення інфекції, які є системами диференціальних рівнянь, мають ряд недоліків: моделі є неперервними, тоді як процес поширення інфекції – дискретний; не враховуються індивідуальні властивості об'єктів; у моделях присутні «усереднені» параметри, що не відносяться до фізичних властивостей об'єктів; значення деяких параметрів важко або неможливо визначити виходячи із даних статистики [3]. Інший підхід для моделювання процесів в епідеміології - це імітаційне моделювання з використанням мультиагентного методу. Він дозволяє, задавшись початковими параметрами за кожним типом об'єктів і системою правил взаємодії один з одним і довкіллям, виявити динамічні закономірності розвитку інфекції і найбільш суттєві властивості агентів, що сприяють зміні темпів поширення. Перевагою цього підходу є те, що враховуються індивідуальні властивості кожного об'єкту складної системи [4].

#### **Аналіз останніх досліджень і публікацій**

В роботі американських дослідників [5] розглядаються чотири сценарії розповсюдження вірусу COVID-19: відкрита модель, спроба карантину, помірне соціальне і екстенсивне соціальне дистанціювання та їх візуалізація.

Вчені Університету Аальто в Гельсінкі, Фінського метеорологічного інституту та Центру технічних досліджень VTT Гельсінкі і Гельсінського університету створили 3D-модель поширення в замкнутому приміщенні повітряно-крапельних частинок, що виділяються в результаті кашлю або чхання. Поширення було обраховано та змодельовано на суперкомп'ютері CSC [6].

У 2020 році в Базельському університеті група Річарда Нейерома доопрацьована модель SEIR з урахуванням специфічних характеристик пандемії коронавірусу. Модель прогнозує, як швидко буде поширюватися епідемія, скільки людей буде заражено в ході цього процесу, скільки з них помре, скільки буде в критичному стані. Результати подані у вигляді веб-додатку, який містить безліч параметрів, та не є наочними для звичайного користувача [7].

Робочою групою, до складу якої ввійшли фахівці та установи з Національної академії наук України, Національної академії медичних наук України та Київського національного університету імені Тараса Шевченка розроблена детермінована SEIR-модель, що враховує безсимптомних хворих, складність перебігу хвороби і відображає кількість госпіталізованих [8].

#### **Мета дослідження**

Метою дослідження є розробка мультиагентної моделі розповсюдження інфекційного захворювання та її програмна реалізація.

#### **Викладення основного матеріалу дослідження**

##### **Імітаційна мультиагентна модель поширення інфекції**

Загальна кількість інфікованих агентів на будь-якій ітерації розраховується за формулою:

$$K_{inf} = K_v + K_i - K_e, \quad (1)$$

де  $K_{inf}$  – загальна кількість інфікованих,  $K_v$  – кількість інфікованих в результаті внутрішніх процесів,  $K_i$  – кількість інфікованих іммігрантів,  $K_e$  – кількість інфікованих емігрантів. Кількість інфікованих в результаті внутрішніх процесів розраховується за формулою:

$$K_v = \sum_i K_{Z_i} - D, \quad (2)$$

де  $K_{Z_i}$  – кількість інфікованих різними шляхами заражень,  $D$  – кількість померлих серед інфікованих,  $Z_i$  –  $i$ -й шлях передачі інфекції. У початковий момент часу є безліч  $M$  – безліч об'єктів різного типу:  $M = \{\{C_1\}, \{C_2\}, \dots, \{C_p\}\}$ , де  $p$  – кількість типів об'єктів.

$$C_k = \{c_1^k, c_2^k, \dots, c_{n_k}^k\}, \quad k = 1, p, \quad (3)$$

де  $C_k$  – безліч об'єктів типу  $k$ ;  $n_k$  – загальна кількість об'єктів типу  $k$  в початковий момент часу.

Кожному об'єкту з множини, визначеної формулою (3), відповідає набір параметрів:

$$c_i^k \mapsto \{s_i^k, a_i^k, am_i^k, w_i^k, p_i^k, h_i^k\}, \quad i = 1, \dots, n_k, \quad (4)$$

де  $s_i^k$  – стать об'єкту;  $a_i^k$  – вік об'єкту в початковий момент часу;  $am_i^k$  – максимальна тривалість життя об'єкту;  $w_i^k$  – кількість взаємодій об'єкту з іншими об'єктами;  $p_i^k$  – вірогідність інфікування при взаємодії;  $h_i^k$  – тривалість життя інфікованого об'єкту.

Функціонування об'єктів, із параметрами заданими виразом (4), підпорядковане наступним правилам. Виникнення  $i$ -го об'єкту типу  $k$  у момент часу  $t+1$  визначається формулою:

$$(C_k)_t \rightarrow (C_k + \{c_i^k\})_{t+1}, \quad (5)$$

**a** загибель  $i$ -го об'єкту типу  $k$  у момент часу  $t+1$  визначається формулою:

$$(C_k)_t \rightarrow (C_k - \{c_i^k\})_{t+1}. \quad (6)$$

Система правил, яка визначає зміну  $a^k$  – віку об'єкту типу  $k$  за одиницю часу:

$$\begin{cases} (c_i^k)_{t-1} \rightarrow (c_i^k)_t \div (a_i^k)_t = (a_i^k)_{t-1} + 1 \\ (a_i^k)_t \geq am_i^k \Rightarrow (C_k)_t \rightarrow (C_k - \{c_i^k\})_{t+1} \end{cases}, k = 1, \dots, p, i = 1, \dots, n_k \quad (7)$$

Час дискретний і вимірюється в ітераціях. На кожній ітерації збільшуємо вік об'єкту на одиницю часу, таке збільшення віку враховано у виразах (5) і (6). Згідно з другим правилом системи (7), необхідно виключити об'єкт з безлічі об'єктів типу  $k$ , якщо відведений йому максимальний термін життя вже збіг.

Вираз, що дозволяє зменшувати максимальний термін життя об'єктів типу  $k$  на задану кількість ітерацій  $h_i$  (максимальна тривалість життя  $i$ -го об'єкту після зміни типу) у разі зміни типу об'єкту в результаті взаємодії об'єктів різних типів:

$$\{c_i^k \in C_k \mid k_{t+1} \neq k_t\} \Rightarrow (am_i^k)_{t+1} = \begin{cases} (a_i^k) + h, (a_i^k) + h_i < am_i^k \\ am_i^k, (a_i^k)_t + h_i \geq am_i^k \end{cases} \quad (8)$$

Ймовірність нового інфікування при взаємодії двох агентів існує, якщо виконується умова:  $\{c_i^k \in C_k, c_j^m \in C_m \mid k \neq m\} \Rightarrow \exists P(A \cap B) \neq 0$ , де елементарна подія  $A$  – взаємодія здорового агента з інфікованим  $A \in W$ ,  $W$  – простір елементарних подій при взаємодії агентів; елементарна подія  $B$  – передача інфекції в результаті взаємодії  $B \in \Omega$ ,  $\Omega$  – простір елементарних подій при передачі інфекції;  $i = 1, \dots, n_k, j = 1, \dots, n_m, n_k$  – кількість об'єктів заданого типу  $k$ ,  $n_m$  – кількість об'єктів заданого типу  $m$ .

Заміна  $i$ -го об'єкту типу  $k$  на  $j$ -й об'єкт типу  $m$  відбувається при зміні статусу інфікування відповідно до системи виразів:

$$\begin{cases} (C_k)_t \rightarrow (C_k - \{c_i^k\})_{t+1} \\ (C_m)_t \rightarrow (C_m + \{c_j^m\})_{t+1} \end{cases} \quad (9)$$

Для імітаційного моделювання поширення інфекції на основі агентно-орієнтованого підходу, враховуючи системи виразів (8) та (9), були визначені початкові параметри за кожним типом об'єктів та наступні сценарії моделювання і дослідження організації розподілу та поведінки агентів в межах анклав (табл.1). При описі сценаріїв використані наступні терміни:

*Агент* – модель людини з певними властивостями та правилами поведінки. *Латентний період захворювання* – наявне інфікування, але без прояву симптомів та можливості зараження оточуючих. *Здоровий агент* – неінфікований агент. *Латентний агент* – агент у латентному періоді захворювання, тобто інфікований без симптомів та без можливості зараження оточуючих. *Хворий агент* – інфікований агент із симптомами та можливістю зараження оточуючих.

Кожен агент моделі заданий початковими параметрами, що впливають на його поведінку, і системою правил взаємодії з іншими агентами. Були визначені наступні шаблони:

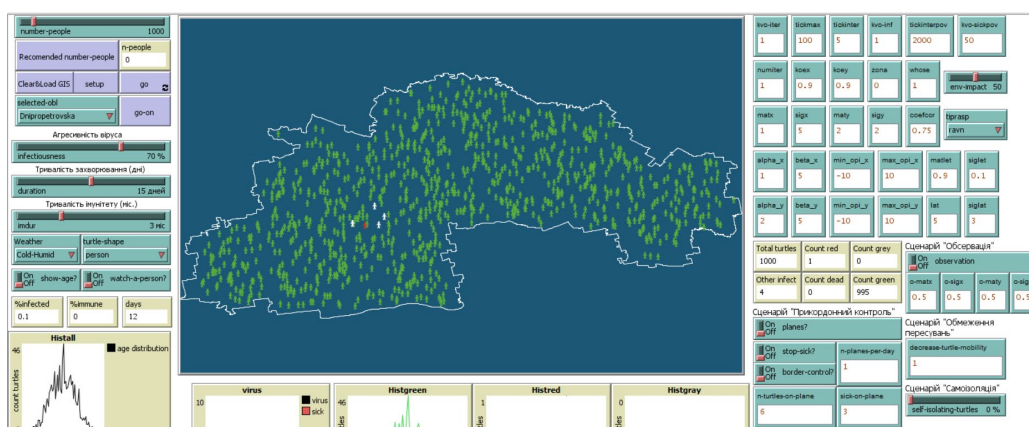
- поведінка агента протягом одного дня, яка враховує стан агента (на обсервації, на самоізоляції, хворий, одужав);
- переміщення агента;
- зміна статусу хвороби агента, яка враховує можливість зараження агентом оточуючих;
- схема інфікування здорового агента, в залежності від його оточення.

Таблиця 1 – Сценарії моделювання розподілу, поведінки агентів в межах анклав

№	СЦЕНАРІЙ	СЮЖЕТ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ
1	НАСЕЛЕННЯ	Анклав населений мешканцями, що розподілені за віком.
2	ТЕРИТОРІЯ	Мешканці області територіально рівномірно розподілені випадковим чином.
3	СТАН НАСЕЛЕННЯ	Початковий стан мешканців області, загальний показник здоров'я або імунітету.
4	ІНФЕКЦІЯ	Інфікована людина може заражати інших, людина з імунітетом, що вище агресивності вірусу не може захворіти.
5	ОДУЖАННЯ	Після хвороби, людина або одужує, або вмирає.
6	ІМУНІЗАЦІЯ	Людина, що одужала набуває імунітет на певний час вимірюваний у днях.
7	ЛОКАЛІЗАЦІЯ	Мешканці області здорові, живуть та пересуваються звичайним чином.
8	ЗАКОРДОННІ ПЕРЕМІЩЕННЯ	До області надходять та з області виходять люди (імітація переміщення між областями та за кордон), серед них є здорові, хворі з та без симптомів.
9	ПРИКОРДОННИЙ КОНТРОЛЬ	Виконуються заходи прикордонного контролю – хворі не залишають область, хворі із симптомами, що прибувають до області, дотримуються самоізоляції, при цьому хворі без симптомів живуть звичайним життям та після появи симптомів можуть заражати оточуючих.

№	СЦЕНАРІЙ	СЮЖЕТ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ
10	ОБСЕРВАЦІЯ	Обсервація + заходи прикордонного контролю. Обсервація – усі люди, що прибувають до області, дотримуються самоізоляції, знаходяться в обсерваторії (невеликій закритій території), через 14 днів люди тестуються – здорові та хворі без симптомів їдуть додому та живуть звичайним життям, хворі із симптомами дотримуються самоізоляції до одужання.
11	ЗАБОРОНА ПЕРЕМІЩЕНЬ ЧЕРЕЗ КОРДОН	Обмеження пересувань через кордон. Ніхто не залишає та не прибуває до області. На 1 день виявляємо 1 інфіковану людину без симптомів.
12	САМОІЗОЛЯЦІЯ	Самоізоляція усіх хворих із симптомами на другий день прояву (Ніхто не залишає та не прибуває до області, на 1 день виявляємо 1 інфіковану людину без симптомів).
13	ОБМЕЖЕННЯ ПЕРЕСУВАНЬ	Обмеження пересувань абсолютно усіх людей, коли є хоча б 1 хвора людина із симптомами. Тобто швидкість пересувань людини зменшується удвічі (Ніхто не залишає та не прибуває до області, на 1 день виявляємо 1 інфіковану людину без симптомів).
14	САМОІЗОЛЯЦІЯ + ОБМЕЖЕННЯ ПЕРЕСУВАНЬ	Самоізоляція хворих + Обмеження пересувань усіх удвічі (Ніхто не залишає та не прибуває до області, на 1 день виявляємо 1 інфіковану людину без симптомів).
15	ПРИКОРДОННИЙ КОНТРОЛЬ + ОБСЕРВАЦІЯ + САМОІЗОЛЯЦІЯ + ОБМЕЖЕННЯ ПЕРЕСУВАНЬ	Переміщення через кордон наявні + Прикордонний контроль + Обсервація + Самоізоляція + Обмеження пересувань удвічі (На 1 день не виявляємо інфікованих).

Мультиагентні моделі зазвичай утримують багато параметрів. Повний їх перебір неможливий. Тому використаний метод статистичних випробувань Монте-Карло. Програмна реалізація, яка використовує ГІС-дані, була виконана у середовищі NetLogo. Інтерфейс побудованої моделі з його складовими елементами та картою Дніпропетровської області наведений на рис. 1.



**Рис. 1.** Інтерфейс програмної реалізації моделі з картою Дніпропетровської області

Програмна реалізація дозволяє моделювати всі сценарії поведінки агентів в межах анклаву. Візуалізація деяких сценаріїв моделювання наведена на рис.2. (здорові агенти - зелені, хворі - червоні та білі, імунізовані – сірі).

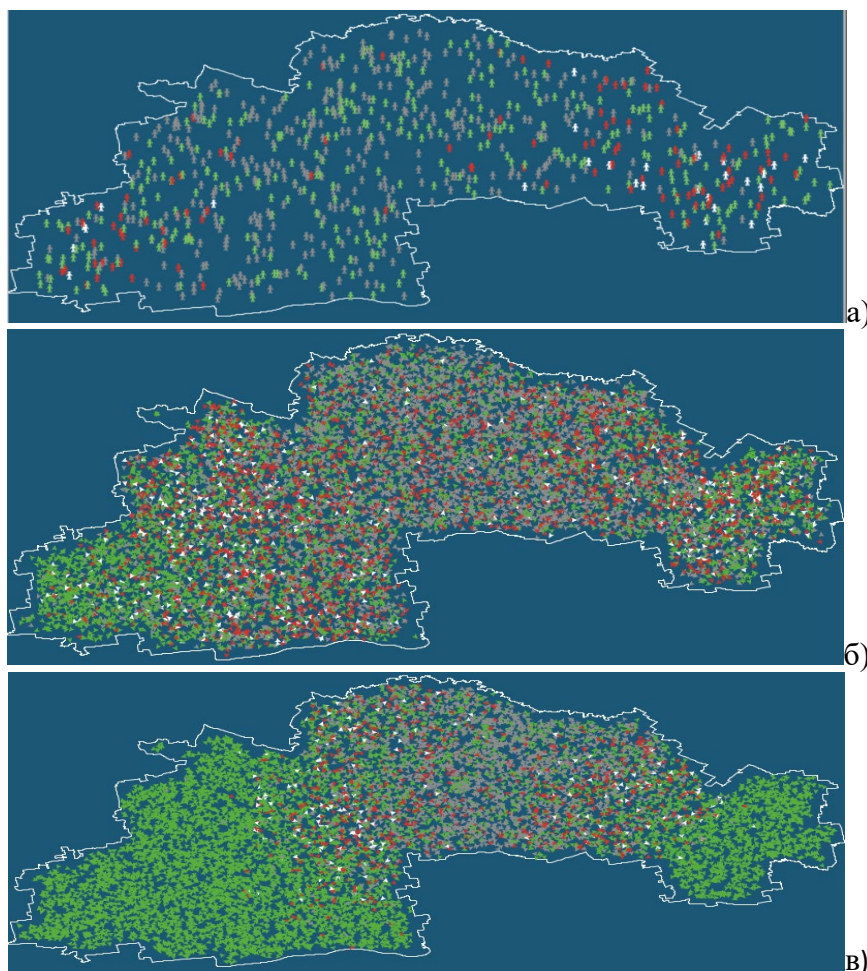


Рис. 2. Візуалізація деяких сценаріїв моделювання: а) «Одужання»; б) «Обмеження пересувань»; в) «Обмеження пересувань» + «Самоізоляція»

Анклав населений мешканцями в розподілі, що за віком, відповідає статистичним даним по Україні. Вік населення розподілений з нормальною щільністю, з середнім 41 і середньоквадратичним відхиленням 12 (із статистичного збірника).

### Висновки

Розроблена модель соціальної системи в якій розповсюджується інфекція, що функціонує на основі інформації про властивості об'єктів, які її складають, правил їх взаємодії з іншими об'єктами та навколишнім середовищем, заданими певним набором шаблонів. Модель може бути використана для визначення поточного стану та прогнозування поширення інфекційних захворювань у певній області України при заданих характеристиках.

### Список використаної літератури

1. Васильєва Т.А., Леонов С.В. COVID-19, SARS, H5N1, A/H1N1, EVD: порівняльний аналіз впливу пандемій на економічний та соціальний розвиток у національному, світовому та регіональному контекстах. *Науковий погляд: економіка та управління*. №3 (69), 2020. С. 24-28.
2. COVID-19 Health System Response Monitor (HSRM). Режим доступу: [https://www.covid19healthsystem.org/mainpage.aspx]
3. Pauline van den Driessche: Reproduction numbers of infectious disease models. In: *Infectious Disease Modelling*, Band 2, KeAi Publishing, August 2017, P. 288–303.

4. Чумаченко, Д.І., Чумаченко, Т.О. Математичні моделі та методи прогнозування епідемічних процесів: монографія. Харків : ТОВ "Планета-Прінт", 2020. 180 с.
5. Stevens H. Why outbreaks like coronavirus spread exponentially, and how to “flatten the curve”. WashingtonPost. 14/03/2020. Режим доступу: [https://www.washingtonpost.com/graphics/2020/world/corona-simulator/]
6. Vuorinen V., Hellsten A. Researchers modelling the spread of the coronavirus emphasise the importance of avoiding busy indoor spaces. // Режим доступу: [https://www.aalto.fi/en/news/researchers-modelling-the-spread-of-the-coronavirus-emphasise-the-importance-of-avoiding-busy/]
7. Neher R., Aksamentov S., Noll N. COVID-19 scenarios. [https://covid19-scenarios.org/]
8. Бровченко І. Розробка математичної моделі поширення епідемії COVID-19 в Україні. *Світогляд*, 2020, No2 (82).

### References

1. Vasylieva, T.A. & Lieonov S.V. (2020). SOVID-19, SARS, H5N1, A/H1N1, EVD: porivnialnyi analiz vplyvu pandemii na ekonomichniy ta sotsialnyi rozvytok u natsionalnomu, svitovomu ta rehionalnomu kontekstakh. *Naukovyi pohliad: ekonomika ta upravlinnia*. **3 (69)**.
2. COVID-19 Health System Response Monitor (HSRM). [https://www.covid19healthsystem.org/mainpage.aspx]
3. Pauline van den Driessche: Reproduction numbers of infectious disease models. In: *Infectious Disease Modelling*, Band 2, KeAi Publishing, August 2017, 288–303.
4. Chumachenko, D.I., & Chumachenko, T.O. (2020). *Matematychni modeli ta metody prohnozuvannia epidemichnykh protsesiv*. Kharkiv : TOV "Planeta-Print".
5. Stevens H. Why outbreaks like coronavirus spread exponentially, and how to “flatten the curve”. WashingtonPost. 14/03/2020. // [https://www.washingtonpost.com/graphics/2020/world/corona-simulator/]
6. Vuorinen, V., & Hellsten, A. Researchers modelling the spread of the coronavirus emphasise the importance of avoiding busy indoor spaces. // [https://www.aalto.fi/en/news/researchers-modelling-the-spread-of-the-coronavirus-emphasise-the-importance-of-avoiding-busy/]
7. Neher, R., Aksamentov, S., & Noll, N. COVID-19 scenarios. // [https://covid19-scenarios.org/]
8. Brovchenko I. (2020). Rozrobka matematychnoi modeli poshyrennia epidemii COVID-19 v Ukraini. *Svitohliad*, **2 (82)**.

Соколова Наталя Олегівна - к.т.н., ст.викл. кафедри Комп'ютерних наук та інформаційних технологій Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара; e-mail: n.olegowna@gmail.com ORCID: 0000-0003-2493-3553

Корнюшенко Поліна Сергіївна - магістр кафедри Комп'ютерних наук та інформаційних технологій Дніпровського національного університету імені Олеся Гончара; e-mail: polinakorn1616@gmail.com

UDC 528.852:621.396.969

S.A. STANKEVICH, M.O. SVIDENIUK, A.R. LYSENKO  
Scientific Centre for Aerospace Research of the Earth, NAS of Ukraine

## LAND SURFACE ROUGHNESS PARAMETER RETRIEVAL BY INVERSE SIMULATION OF DUAL-POLARIZATION RADAR BACKSCATTERING

*Radar remote sensing is a modern and advantageous method for aerospace research of the Earth. The mass commissioning of new high-resolution radar systems based on synthetic aperture radar (SAR) has greatly expanded the capabilities of radar imaging. The expediency of the SAR using was approved in domains that traditionally used remote sensing data, such as cartography, agriculture and forestry, mineral prospecting, environmental security, disaster monitoring, defense.*

*The primary physical parameter of the land surface, which is registered by non-interferometric SAR, is the radar backscattering coefficient (sigma nought). The received radar signal is a source for the complex simulation of backscattering processes and evaluation of the secondary land surface physical and biophysical characteristics: texture, soil moisture, dielectric permittivity, vegetation cover structure, etc. Herewith the land surface roughness, described by the standard deviation of its vertical irregularities, is one of the most significant entities in any radar simulation. Therefore, the land surface roughness restoration using radar remote sensing data is a high-relevant task. The land surface roughness is an independent physical parameter, in much determining the radar backscattering. However, the roughness correlation length depends on the polarization of the radar signal.*

*This paper describes a quantitative approach to the land surface roughness recovery by dual-polarization SAR imagery using separate measurements adjustment of independent physical value – dielectric permittivity in different polarizations. The proposed Baghdadi et al. semi-empirical calibration of IEM radar backscattering taking into account the polarization-dependent correlation length is used to ensure the physical equivalence of the land surface dielectric permittivity measurements in different polarizations. In addition, the paper provides the required computational equations, as well as the example of an actual Sentinel-1 radar image processing. The results obtained are generally correspond to the known physical patterns and landscape features of the study area.*

*Keywords: radar remote sensing, dual-polarization SAR, radar backscattering, polarization ratio, land surface roughness, dielectric permittivity.*

С.А. СТАНКЕВИЧ, М.О. СВДЕНІЮК, А.Р. ЛИСЕНКО  
Науковий центр аерокосмічних досліджень Землі ІГН НАН України

## ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ ШОРСТКОСТІ ЗЕМНОЇ ПОВЕРХНІ ЗА ДВОХПОЛЯРИЗАЦІЙНИМ РАДІОЛОКАЦІЙНИМ ВІДБИТТЯМ МЕТОДОМ ЗВОРОТНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

*Радіолокаційне дистанційне зондування є сучасним та ефективним методом аерокосмічних досліджень Землі. Масове впровадження нових радіолокаційних систем високої розрізненності на основі радіолокаторів з синтезованою апертурою (РСА) значно розширило можливості радарного знімання. Доцільність застосування даного методу було підтверджено в сферах, що традиційно використовують дані дистанційного зондування – картографії, сільському і лісовому господарстві, пошуку корисних копалини, охорони навколишнього середовища, моніторингу надзвичайних ситуацій, обороні.*

*Основним фізичним параметром земної поверхні, який реєструється неінтерферометричними РСА, є коефіцієнт зворотного розсіяння (сигма-нуль). Прийнятий радарний сигнал є джерелом для складного моделювання процесів зворотного розсіяння та оцінки вторинних фізичних і біофізичних характеристик земної поверхні -- текстури, зволоженості, діелектричної проникності, структури рослинного покриву тощо. При цьому шорсткість земної поверхні, яка описується середньоквадратичним відхиленням її вертикальних нерегулярностей, виступає одним з найбільш значущих чинників будь-якого моделювання. Отже, задача відновлення шорсткості земної поверхні за даними радіолокаційного дистанційного зондування є досить актуальною. Шорсткість земної поверхні – це незалежна фізична величина, що багато в чому визначає радіолокаційне зворотне розсіяння. Проте радіус кореляції шорсткості залежить від поляризації радіолокаційного сигналу.*

У статті описується кількісний підхід до відновлення шорсткості земної поверхні за двохополяризаційними зображеннями РСА на основі узгодження вимірів незалежної фізичної величини – діелектричної проникності в різних поляризаціях. Використовується запропонована Багдаді та ін. напівемпіричне калібрування ІЕМ радіолокаційного зворотного розсіяння з урахуванням поляризаційно-залежної величини радіуса кореляції для забезпечення фізичної еквівалентності вимірів діелектричної проникності земної поверхні в різних поляризаціях. Крім того, приведені необхідні розрахункові співвідношення та приклад обробки реального радіолокаційного зображення Sentinel-1. Одержані результати в цілому відповідають відомим фізичним закономірностям і ландшафтним особливостям території дослідження.

Ключові слова: радіолокаційне дистанційне зондування, двохополяризаційний РСА, зворотне розсіяння, поляризаційне відношення, шорсткість земної поверхні, діелектрична проникність.

С.А. СТАНКЕВИЧ, М.О. СВИДЕНЮК, А.Р. ЛЫСЕНКО  
Научный центр аэрокосмических исследований Земли ИГН НАН Украины

## **ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ШЕРОХОВАТОСТИ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПО ДВУХПОЛЯРИЗАЦИОННОМУ РАДАРНОМУ ОТРАЖЕНИЮ МЕТОДОМ ОБРАТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Радиолокационное дистанционное зондирование является современным и эффективным методом аэрокосмических исследований Земли. Массовое появление новых радиолокационных систем высокого разрешения на основе радиолокаторов с синтезированной апертурой (РСА) значительно расширило возможности радарной съёмки. Целесообразность применения данного метода была подтверждена в сферах, которые традиционно используют данные дистанционного зондирования – картографии, сельском и лесном хозяйстве, поиске полезных ископаемых, охраны окружающей среды, мониторинге чрезвычайных ситуации, обороне.

Основным физическим параметром земной поверхности, который регистрируется неинтерферометрическими РСА, является коэффициент обратного рассеяния (сигма-ноль). Принятый радарный сигнал является исходным для сложного моделирования процессов обратного рассеяния и оценки вторичных физических и биофизических характеристик земной поверхности – текстуры, влажности, диэлектрической проницаемости, структуры растительного покрова и т. д. При этом шероховатость земной поверхности, описываемая среднеквадратическим отклонением её вертикальных нерегулярностей, выступает одним из наиболее значимых факторов любого моделирования. Следовательно, задача восстановления шероховатости земной поверхности по данным радиолокационного зондирования является достаточно актуальной. Шероховатость земной поверхности – это независимая физическая величина, во многом определяющая радиолокационное обратное рассеяние. Однако радиус корреляции шероховатости зависит от поляризации радиолокационного сигнала.

В статье описывается количественный подход к восстановлению шероховатости земной поверхности по двухполяризационным изображениям РСА на основе согласования измерений независимой физической величины – диэлектрической проницаемости в разных поляризациях. Используется предложенная Багдади и др. полуэмпирическая калибровка ІЕМ радиолокационного обратного рассеяния с учётом поляризационно-зависимой величины радиуса корреляции для обеспечения физической эквивалентности измерений диэлектрической проницаемости земной поверхности в разных поляризациях. Кроме того, приведены необходимые расчётные соотношения и пример обработки реального радиолокационного изображения Sentinel-1. Полученные результаты в целом отвечают известным физическим закономерностям и ландшафтным особенностям территории исследования.

Ключевые слова: радиолокационное дистанционное зондирование, двухполяризационный РСА, обратное рассеяние, поляризационное отношение, шероховатость земной поверхности, диэлектрическая проницаемость.

### **Introduction**

The land surface's physical characteristics mapping using the synthetic aperture radar (SAR) backscattering signals is an essential part of radar imagery thematic processing. Thus, a



significant number of the derivative SAR data products can be produced, such as the spatial distributions of the relative dielectric permittivity, volumetric water content in soils (or soil moisture), vegetation cover fraction, leaf area index, biomass etc.

Currently, numerous heuristic, statistical, semi-empirical and physically conditioned models are developed for producing the derivative SAR-based data products. More or less, all the models are based on the land surface roughness, which wield a major influence on the radar backscattering. However, during the investigation of the land surface parameters by the remote sensing methods, the surface roughness is usually unknown or inaccurate. Therefore, the resulted physical and/or biophysical parameters estimations are under the severe uncertainty.

This paper presents the approach of the land surface roughness recovery based on the Integral Equation Model (IEM) with semi-empirical calibration using the dual-polarization radar backscattering.

### State of the art

The land surface physical and biophysical parameters retrieving from radar data are actively investigated since the SAR appearance. The primary physical parameter acquired by the calibrated SAR is the relative radar backscattering coefficient, or sigma nought ( $\sigma^0$ ) [1]. The first attempts to simulate radar backscattering are associated with the  $\sigma^0$  restoration by the radar imaging parameters [2]. Recent studies approve that semi-empirical models, such as the Oh and Dubois models, are suitable for this purpose [3]. Nevertheless, the IEM is recognized as the most relevant physically conditioned model of the radar backscattering [4]. Developed in 1992 [5], this model is repeatedly refined and improved [6, 7]. Further studies follow two main concepts: 1) the computation of comprehensive SAR-based physical and biophysical land surface parameters, such as soil moisture, LAI etc. [8-10], and 2) backscattering models, mostly semi-empirical, refinement and calibration [11-13].

According to the actual land surface roughness computation by the radar data, there are a wide variety of methods are known, both classical physical simulation [14] and popular modern approaches, for example – the use of fractal geometry [15] or neural networks [16].

The simplified IEM equations for horizontal ( $H$ ) and vertical ( $V$ ) radar backscattering have the following form [17]:

$$\frac{\sqrt{\sigma_H^0}}{2k^2 s \cos^2 \theta \sqrt{l e^{-(kl \sin \theta)^2}}} = \frac{\varepsilon - 1}{\left(\cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}\right)^2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{\sigma_V^0}}{2k^2 s \cos^2 \theta \sqrt{l e^{-(kl \sin \theta)^2}}} = (\varepsilon - 1) \frac{(\varepsilon - 1) \sin^2 \theta + \varepsilon}{\left(\varepsilon \cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}\right)^2} \quad (2)$$

where  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  is the radar wavenumber,  $\lambda$  is the SAR operating wavelength,  $\theta$  is the radar beam incident angle,  $s$  is the standard deviation of land surface roughness,  $l$  is the land surface horizontal profile correlation length [18],  $\varepsilon$  is the is the land surface dielectric permittivity.

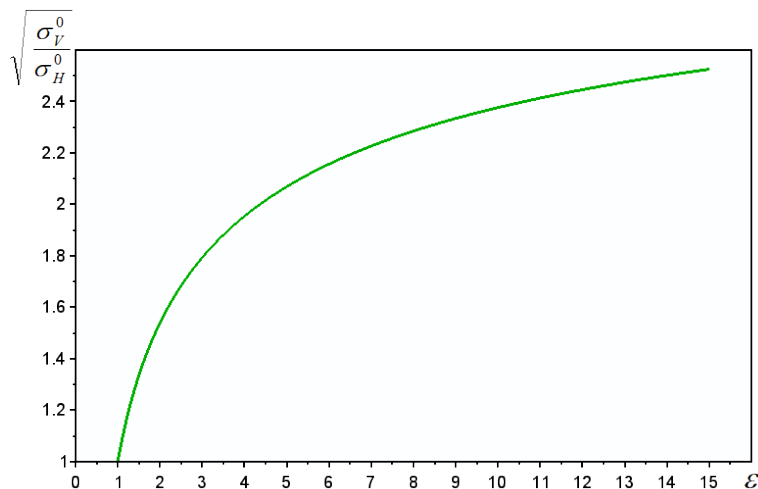
### Materials and methods

Since the  $\varepsilon$  is an independent physical quantity that characterizes the land surface properties, it should not depend on the way it is observed, in particular, on the SAR polarization. Therefore, the dielectric permittivity estimated by the equations (1) and (2) should be equal or close. In particular, it can be assumed that

$$\sqrt{\frac{\sigma_V^0}{\sigma_H^0}} \cong \left( \frac{\cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}}{\varepsilon \cos \theta + \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \theta}} \right)^2 ((\varepsilon - 1) \sin^2 \theta + \varepsilon) \quad (3)$$

Thus, the  $\varepsilon$  can be derived from the equation (3), as shown in the **Fig. 1** plot. However, within a defined reasonable range of  $\varepsilon = [1 .. 15]$ , the  $\sqrt{\frac{\sigma_V^0}{\sigma_H^0}} = [1 .. 2.5]$ , whereas in practice the

$\sqrt{\frac{\sigma_V^0}{\sigma_H^0}}$  value ranges up to 40.



**Fig. 1. Graphical representation of the SAR polarizations ratio**

In our opinion, the issue is caused by the dependence between the correlation length observed and the radar signal polarization [19]. And no wonder most modern researchers are forced after Baghdadi et al. [8, 11, 12] to make certain calibrations in the radar backscattering model to obtain practical results [20].

It seems right to introduce an additional multiplier into the ratio (3), depending on the different polarizations correlation length:

Thus, the ratio (3) is refined by the embedding of an additional multiplier, which depends on polarizations correlation length:

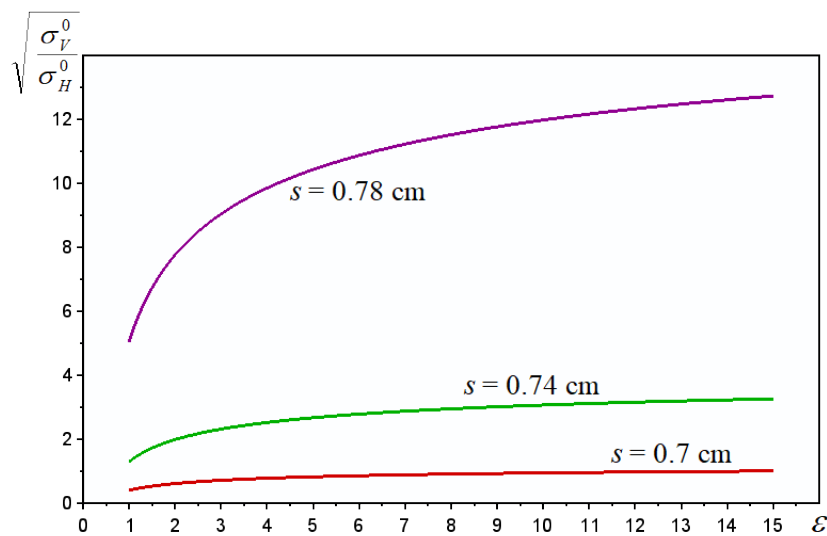
$$\sqrt{\frac{l_H e^{-(k l_H \sin \theta)^2}}{l_V e^{-(k l_V \sin \theta)^2}}} = \sqrt{\frac{l_H}{l_V} e^{(k \sin \theta)^2 (l_V^2 - l_H^2)}} \quad (4)$$

Usually, correlation lengths  $l_H$ ,  $l_V$  are expressed through the land surface roughness  $s$  by the power-type relationship [19]:

$$\begin{aligned} l_H &= \alpha_H s^{\beta_H} = \delta_H (\sin \theta)^\gamma s^{\eta + \xi_H} \\ l_V &= \alpha_V s^{\beta_V} = \delta_V (\sin \theta)^\gamma s^{\eta + \xi_V} \end{aligned} \quad (5)$$

where  $\alpha$ ,  $\beta$  are polarization-dependent parameters, parameters that can be splitted into polarization-dependent  $\delta$ ,  $\xi$  and polarization-independent  $\gamma$ ,  $\eta$  components. The papers [21, 22] provide quantitative values of the IEM parameters, which require the correlation length estimation for the C-band SAR.

With the consideration of correlation length, the  $\sqrt{\frac{\sigma_V^0}{\sigma_H^0}}$  ratio becomes very flexible and expands to almost all observed values, as illustrated by **Fig. 2** plots.



**Fig. 2.** The SAR polarizations ratio with the land surface roughness

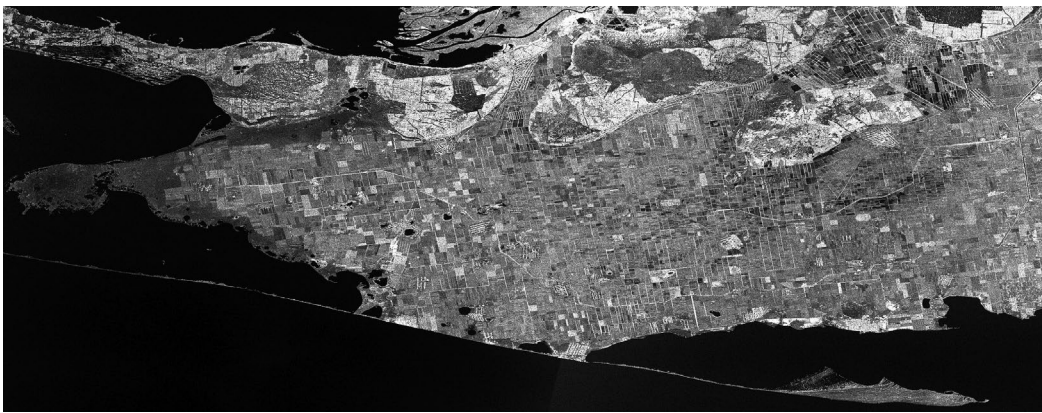
Now, by fitting the optimal value of the land surface roughness standard deviation  $s$ , it is possible to achieve equality of model polarization ratio with the actual one present in the SAR image. As model benefit, for the already determined  $s$  value, a coupled quantity of the land surface dielectric permittivity  $\epsilon$  can be found.

### Results and discussion

The approach described above is implemented as the simulating scripts in the SciLab numerical computation environment and was applied for the Sentinel-1 dual-polarization C-band radar image processing (**Fig. 3**).



*a*



*b*

**Fig. 3. Sentinel-1 dual-polarization radar image**  
Ochakovske – Skadovsk (Ukraine), April 12, 2021, 10 m ground resolution  
*a* – VV polarization band, *b* – VH polarization band

The simulation is performed within the range of  $s = [0.4 .. 1.7]$  cm, resulting in a pixel map of the land surface roughness distribution. Grey shades on the Fig. 3 represent areas with the different level of the radar backscattering at the current land cover: light shades correspond to rough surfaces (vegetated areas, arable fields etc.); and dark shades correspond to flat surfaces (water, paved roads etc.).

Next, a joint map of the land surface dielectric permittivity is shown in **Fig. 4**, was produced using pre-estimated roughness values. This map can be useful for obtaining the SAR-based physical and biophysical parameters providing the context information for study areas thematic analyses.



**Fig. 4. The SAR-based land surface dielectric permittivity map**

The Fig. 4 represents in grey shades the areas with different values of the  $\epsilon$ : light tones correspond to strongly electrically polarized materials and substances (water, dry soil, vegetation, polymers); dark tones correspond to surfaces, where radar signals penetration depth is low (dry rocks, dry soil, construction materials etc.). The statistics of dielectric permittivity distribution within the map **Fig. 4** looks somewhat underestimated, but in large one meets the known general physical properties of the land surface.

### **Conclusions**

In this study, we attempted to provide a comprehensive solution for the dielectric permittivity estimation based on the semi-empirical radar backscattering model. For this purpose, the effective correlation length is introduced into the integral equation model (IEM) as a calibrating parameter. The implementation of this parameter ensures the mutual adjustment of independent physical characteristics of the land surface, namely roughness and dielectric permittivity. The coupled processing of the Sentinel-1 dual-polarization radar imagery increases the physical conditioning of the model and the propriety of the quantitative estimates received.

The described approach is appropriate for dual-polarization radar data. Application of the presented approach for multi-polarized SAR data can be performed is possible by providing extra degrees of freedom. As a result, the scope of this approach applicability will expand.

Future investigations will be devoted to experiments with modern backscattering models, radar imagery and field data. The experiments will be focused on the fitting, calibrating and refining used radar backscattering models over the various land cover types. After large-scale tryout and elaboration, it will be possible to recommend the developed approach for the practical applications of radar remote sensing.

### **References**

1. Jansing E.D. Introduction to Synthetic Aperture Radar: Concepts and Practice. New York: McGraw-Hill, 2021, 208 p. ISBN: 9781260458961
2. Goswami B., Kalita M. Radar backscattering measurement of bare soil and vegetation covered soil using X-band and full polarization. The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2014, vol. XL, no. 8, pp. 733–736. DOI: 10.5194/isprsarchives-XL-8-733-2014

3. Fieuzal R., Baup F. Improvement of bare soil semi-empirical radar backscattering models (Oh and Dubois) with SAR multi-spectral satellite data (*X*-, *C*- and *L*-bands). *Advances in Remote Sensing*, 2016, vol. 5, no. 4, pp. 296-314. DOI: 10.4236/ars.2016.54023
4. Fung A.K. *Microwave Scattering and Emission Models and their Applications*. Norwood: Artech House, 1994, 592 p. ISBN: 9780890065235
5. Fung A.K., Li Z., Chen K.S. Backscattering from a randomly rough dielectric surface. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1992, vol. 30, no. 2, pp. 356-369. DOI: 10.1109/36.134085
6. Fung A.K., Chen K.S. An update on the IEM surface backscattering model. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2004, vol. 1, no. 2, pp. 75-77, DOI: 10.1109/LGRS.2004.826564
7. Chen K.-L., Chen K.-S., Li Z.-L., Liu Y. Extension and validation of an Advanced Integral Equation Model for bistatic scattering from rough surfaces. *Progress in Electromagnetics Research*, 2015, Vol. 152, pp. 59-76. DOI: 10.2528/PIER15011409
8. Baghdadi N., Holah N., Zribi M. Soil moisture estimation using multi-incidence and multi-polarization ASAR data. *International Journal of Remote Sensing*, 2006, vol. 27, no. 10, pp. 1907-1920. DOI: 10.1080/01431160500239032
9. Sayyad S.B., Shaikh M.A., Kolhe S.B., Khirade P.W. Geophysical parameter retrieval for microwave *C* band synthetic aperture radar (SAR) dataset using integral equation model. *The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 2018, vol. XLII, no. 5, pp. 689-692. DOI: 10.5194/isprs-archives-XLII-5-689-2018
10. Tao L., Wang G., Chen X., Li J., Cai Q. Estimation of soil moisture using a vegetation scattering model in wheat fields. *Journal of Applied Remote Sensing*, 2019, vol. 13, no. 4, A. 044503, 16 p. DOI: 10.1117/1.JRS.13.4.044503
11. Baghdadi N., Holah N., Zribi M. Calibration of the Integral Equation Model for SAR data in *C*-band and HH and VV polarizations. *International Journal of Remote Sensing*, 2006, vol. 27, no. 4, pp. 805-816. DOI: 10.1080/01431160500212278
12. Baghdadi N., Chayya J.A., Zribi M. Semi-empirical calibration of the Integral Equation Model for SAR data in *C*-band and cross polarization using radar images and field measurements. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2011, vol. 8, no. 1, pp. 14-18. DOI: 10.1109/LGRS.2010.2050054
13. Panciera R., Tanase M.A., Lowell K., Walker J.P. Evaluation of IEM, Dubois, and Oh radar backscatter models using airborne *L*-band SAR. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, vol. 52, no. 8, pp. 4966-4979. DOI: 10.1109/TGRS.2013.2286203
14. Sun L., Dabboor M., Belair S., Carrera M.L., Merzouki A. Simulating *C*-band SAR footprint-scale backscatter over agricultural area with a physical land surface model. *Water Resources Research*, 2019, vol. 55, no. 6, pp. 4594-4612. DOI: 10.1029/2019WR025163
15. Ghafouri A., Amini J., Dehmollaian M., Kavooosi M.A. Measuring the surface roughness of geological rock surfaces in SAR data using fractal geometry. *Comptes Rendus Geoscience*, 2017, vol. 349, no. 3, pp. 114-125. DOI: 10.1016/j.crte.2017.04.003
16. Mirsoleimani H.R., Sahebi M.R., Baghdadi N., El Hajj M. Bare soil surface moisture retrieval from Sentinel-1 SAR data based on the calibrated IEM and Dubois models using neural networks. *Sensors*, 2019, vol. 19, no. 14, A. 3209, 12 p. DOI: 10.3390/s19143209
17. Stankevich S.A., Piestova I.O., Shklyar S.V., Lysenko A.R. Satellite dual-polarization radar imagery superresolution under physical constraints. In: Shakhovska N., Medykovskyy M.O. (Eds). *Advances in Intelligent Systems and Computing*. Cham: Springer Nature, 2020, pp. 439-452. DOI: 10.1007/978-3-030-33695-0\_30

18. Verhoest N.E.C., Lievens H., Wagner W., Álvarez-Mozos J., Moran M.S., Mattia F. On the soil roughness parameterization problem in soil moisture retrieval of bare surfaces from synthetic aperture radar. *Sensors*, 2008, vol. 8, no. 7, pp. 4213-4248. DOI: 10.3390/s8074213
19. Álvarez-Mozos J., González-Audicana M., Casalí J., Larrañaga A. Effective versus measured correlation length for radar-based surface soil moisture retrieval. *International Journal of Remote Sensing*, 2008, vol. 29, no. 17-18, pp. 5397-5408.- DOI: 10.1080/01431160802036367
20. Ranjbar S., Zarei A., Hasanlou M., Akhoondzadeh M., Amini J., Amani M. Machine learning inversion approach for soil parameters estimation over vegetated agricultural areas using a combination of water cloud model and calibrated integral equation model. *Journal of Applied Remote Sensing*, 2021, vol. 15, no. 1, A. 018503, 17 p. DOI: 10.1117/1.JRS.15.018503
21. Ezzahar J., Ouaadi N., Zribi M., Elfarkh J., Aouade G., Khabba S., Er-Raki S., Chehbouni A., Jarlan L. Evaluation of backscattering models and support vector machine for the retrieval of bare soil moisture from Sentinel-1 data. *Remote Sensing*, 2020, vol. 12, no. 1, A. 72, 20 p. DOI: 10.3390/rs12010072
22. Zhang L., Li H., Xue Z. Calibrated integral equation model for bare soil moisture retrieval of synthetic aperture radar: A case study in Linze County. *Applied Sciences*, 2020, vol. 10, no. 21, A. 7921, 17 p. DOI: 10.3390/app10217921

Станкевич Сергій Арсенійович – доктор технічних наук, професор, головний науковий співробітник Наукового центру аерокосмічних досліджень Землі ІГН НАН України, e-mail: [st@casre.kiev.ua](mailto:st@casre.kiev.ua), ORCID: 0000-0002-0889-5764

Свіденюк Михайло Олегович – аспірант Наукового центру аерокосмічних досліджень Землі ІГН НАН України, e-mail: [svideniuk\\_m@ukr.net](mailto:svideniuk_m@ukr.net), ORCID: 0000-0003-2167-3522

Лисенко Артур Ростиславович – аспірант Наукового центру аерокосмічних досліджень Землі ІГН НАН України, e-mail: [mercennarius94@gmail.com](mailto:mercennarius94@gmail.com), ORCID: 0000-0003-2923-8648

УДК 553.98:(004.67+004.93'12)

С.А. СТАНКЕВИЧ, О.В. ТИТАРЕНКО, С.І. ГОЛУБОВ  
Научный центр аэрокосмических исследований Земли ИГН НАН Украины

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНТЕГРАЦИИ ГЕТЕРОГЕННЫХ ДАННЫХ ПРИ ОЦЕНИВАНИИ НЕФТЕГАЗОПЕРСПЕКТИВНОСТИ ТЕРРИТОРИЙ

Основной целью исследований является повышение точности и надежности прогноза нефтегазоперспективных зон и нефтегазоносных объектов. Космогеологические исследования проводятся с целью оперативной оценки нефтегазоносности поисковых площадей на этапе, предшествующем их вводу в разведочное бурение. Современные технологии применения материалов дистанционно зондирования Земли в геолого-поисковых исследованиях основываются на интеграции с другими геопространственными данными – картографическими, геологическими, геофизическими, геохимическими и другими. Это позволяет устранить субъективизм, имеющий место при визуальной интерпретации спутниковых изображений. Интегрирование дистанционных и геолого-геофизических пространственных данных даёт возможность автоматизировать процесс оценки исследуемой площади и установить её сходство с эталонными участками (месторождениями). Классификация гиперкуба дистанционных и геолого-геофизических данных позволяет определить степень сходства исследуемых участков с эталонами и проранжировать их по перспективности. Предлагается модель интеграции дистанционных и геолого-геофизических данных на основе байесовского вероятностного вывода. При картировании нефтегазоперспективных участков оцениваются априорные и условные вероятности принадлежности растровых элементов гиперкуба данных позитивному или негативному эталону с последующим вычислением апостериорной вероятности принадлежности каждого элемента положительному эталону. Описанная модель апробирована на примере Хухринского нефтегазоконденсатного месторождения, расположенного в Ахтырском районе Сумской области Украины. Месторождение характеризуется сложным геологическим строением и для его изучения включены все имеющиеся в наличии гетерогенные геопространственные данные. В результате выполненной интеграции дистанционных и геолого-геофизических данных получено пространственное распределение апостериорной вероятности, которую можно трактовать как комплексную оценку нефтегазоперспективности исследуемой площади. Результаты апробации хорошо согласуются с предшествующими геологическими прогнозами.

Ключевые слова: нефтегазоперспективность, интеграция геопространственных данных, байесовский вероятностный вывод, Хухринское нефтегазоконденсатное месторождение

С.А. СТАНКЕВИЧ, О.В. ТИТАРЕНКО, С.І. ГОЛУБОВ  
Науковий центр аерокосмічних досліджень Землі ІГН НАН України

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ІНТЕГРАЦІЇ ГЕТЕРОГЕННИХ ДАНИХ ПРИ ОЦІНЮВАННІ НАФТОГАЗОПЕРСПЕКТИВНИХ ТЕРИТОРІЙ

Основною метою досліджень є підвищення точності і надійності прогнозу нафтогазоперспективних зон і нафтогазоносних об'єктів. Космогеологічні дослідження проводяться для оперативної оцінки нафтогазоносності пошукових площ на етапі, що передує їх введення в розвідувальне буріння. Сучасні технології застосування матеріалів дистанційного зондування Землі в геолого-пошукових дослідженнях ґрунтуються на інтеграції з іншими геопросторовими даними - картографічними, геологічними, геофізичними, геохімічними та іншими. Це дозволяє усунути суб'єктивізм, що має місце при візуальній інтерпретації супутникових зображень. Інтегрування дистанційних та геолого-геофізичних просторових даних дає можливість автоматизувати процес оцінки досліджуваної площі і встановити її схожість з еталонними ділянками (родовищами). Класифікація гіперкуба дистанційних та геолого-геофізичних даних дозволяє визначити ступінь подібності досліджуваних ділянок з еталонами і проранжувати їх за перспективністю. Пропонується модель інтеграції дистанційних та геолого-геофізичних даних на основі байєсівського імовірнісного виведення. При картуванні нафтогазоперспективних ділянок оцінюються априорні і умовні ймовірності приналежності растрових елементів гіперкуба даних позитивному або негативному еталону з подальшим обчисленням апостеріорної ймовірності приналежності кожного елемента позитивному еталону. Запропонована модель апробована на прикладі Хухрінського нафтогазоконденсатного родовища, розташованого в Охтирському районі Сумської області України. Родовище



характеризується складною геологічною будовою і для його вивчення використовувалися всі наявні гетерогенні геопросторові дані. В результаті виконаної інтеграції дистанційних та геолого-геофізичних даних отримано просторовий розподіл апостеріорної ймовірності, яку можна трактувати як комплексну оцінку нафтогазоперспективності площі, що досліджувалася. Результати апробації добре узгоджуються з попередніми геологічними прогнозами.

*Ключові слова:* нафтогазоперспективність, інтеграція геопросторових даних, байєсівське ймовірнісне виведення, Хухрінське нафтогазоконденсатне родовище

S. STANKEVICH, O. TITARENKO, S. GOLUBOV  
Scientific Centre for Aerospace Research of the Earth, NAS of Ukraine

## MATHEMATICAL MODEL FOR HETEROGENEOUS DATA INTEGRATION IN THE OIL AND GAS PROSPECTS ESTIMATING

*The main purpose of the research is to improve the accuracy and reliability of forecasting oil and gas promising zones and oil and gas objects. Cosmogeological studies are carried out to quickly assess the oil and gas content of prospecting areas at the stage preceding their introduction into exploratory drilling. Modern technologies for the use of Earth remote sensing materials in geological prospecting studies are based on integration with other geospatial data - cartographic, geological, geophysical, geochemical and others. This eliminates the subjectivity associated with the visual interpretation of satellite images. The integration of remote sensing and geological-geophysical spatial data makes it possible to automate the process of assessing the area under study and to establish its similarity with the reference areas (fields). The classification of the hypercube of remote data and geological and geophysical data allows you to determine the degree of similarity of the studied areas with the standards and rank them according to their prospects. A model for the integration of remote sensing and geological-geophysical data based on Bayesian probabilistic inference is proposed. When mapping oil and gas promising areas, the a priori and conditional probabilities of belonging of the raster elements of the data hypercube to a positive or negative standard are estimated, followed by the calculation of the posterior probability that each element belongs to a positive standard. The described model has been tested on the example of the Khukhrinsky oil and gas condensate field located in the Akhtyrsky district of the Sumy region of Ukraine. The deposit is characterized by a complex geological structure and all available heterogeneous geospatial data are included for its study. As a result of the performed integration of remote sensing and geological and geophysical data, a spatial distribution of the posterior probability was obtained, which can be interpreted as a comprehensive assessment of the oil and gas potential at the investigated area. The testing results correlate well with the previous geological forecasts.*

*Key words:* oil and gas prospects, integration of geospatial data, Bayesian probabilistic inference, Khukhrinskoye oil and gas condensate field

### Постановка проблемы

Прогнозирование и разведка месторождений нефти и газа является сложной и плохо формализуемой научно-практической задачей. Ее эффективное решение предполагает обработку и учёт всех имеющихся данных при помощи методов геопространственного анализа на основе соответствующих геоинформационных технологий.

Проведение прямых исследований при поиске нефти и газа (бурение, сейсморазведка) требует огромных затрат. Поэтому использование современных дистанционных технологий поиска, оценки и картирования месторождений углеводородов позволят снизить себестоимость геологоразведки и сократить сроки разработки этих полезных ископаемых.

Основной целью исследований в данном направлении является повышение точности и надежности прогноза нефтегазоперспективных зон и нефтегазоносных объектов. Дистанционные геологические исследования проводятся с целью оперативной оценки нефтегазоносности поисковых площадей на этапе, предшествующем их вводу в разведочное бурение. На данный момент существуют значительные объёмы разной необходимой геопространственной информации: данные дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ); геологические, геофизические данные

и т. п., которые позволяют в короткие сроки и с наименьшими финансовыми затратами реализовать такие исследования. Однако большие объёмы гетерогенных данных из разных информационных источников, с одной стороны, дополняют друг друга, а, с другой, требуют наличия адаптированного и гибкого научно-методического аппарата их интеграции, совместной обработки и анализа.

### Анализ публикаций

Вопросу интеграции гетерогенных геопространственных данных посвящены работы ряда авторов. Простейшим подходом к интеграции и совместной обработке данных от разных информационных источников является суммирование данных одинаковой физической природы [1]. В других случаях построение эффективной модели для слияния данных является сложной задачей. Методы интеграции, в основе которых лежат различные статистические и онтологические модели, рассмотрены в работах [2-4]. Эти методы достаточно эффективны, они реализованы в существующем программном обеспечении.

Современные технологии применения материалов ДЗЗ в геолого-поисковых исследованиях основываются на интеграции с другими геопространственными данными – картографическими, геологическими, геофизическими, геохимическими и многими другими [5, 6]. Это позволяет устранить субъективизм, имеющий место при визуальной интерпретации спутниковых изображений. Интегрирование дистанционных и геолого-геофизических геопространственных данных даёт возможность автоматизировать процесс оценки исследуемой площади и установить её сходство с эталонными участками (месторождениями) [7]. Для этого все имеющиеся геопространственные данные приводятся к единой сетке, регуляризуются и накладываются в виде отдельных слоёв гиперкуба данных [8]. Классификация гиперкуба дистанционных и геолого-геофизических данных позволяет определить степень сходства исследуемых участков с эталонами месторождений и проранжировать их по перспективности. Для классификации могут применяться классические статистические методы [9], в том числе непараметрические [10], детерминистские эвристические методы [11], методы на основе теории свидетельств [12], нечёткая логика [13], продукционные экспертные системы [14], искусственные нейронные сети [15] и др. При корректном анализе имеющихся данных ожидаются сходные результаты, получаемые различными методами [16]. В нашем исследовании для анализа гиперкуба геолого-геофизических и дистанционных данных использовалась классическая Байесовская вероятностная модель классификации регуляризованных многомерных выборок [17].

### Изложение основного материала исследования

**Метод.** Суть байесовского вероятностного вывода при картировании нефтегазоперспективных участков состоит в оценивании априорных и условных вероятностей принадлежности растровых элементов гиперкуба данных позитивному или негативному эталону с последующим вычислением апостериорной вероятности принадлежности каждого элемента положительному эталону. Полученная таким способом карта будет геопространственной проекцией имеющегося гиперкуба дистанционных и геолого-геофизических данных в пространстве нефтегазоперспективности.

Апостериорная вероятность позитивного эталона  $P^+(x)$  для текущего элемента  $x \in X$  гиперкуба данных  $X$  оценивается по формуле Байеса:

$$P^+(x) = \frac{P^+ \cdot P(x | X^+)}{P^+ \cdot P(x | X^+) + P^- \cdot P(x | X^-)}, \quad (1)$$

где  $P^+$ ,  $P^-$  – априорные вероятности положительного и отрицательного эталонов,  $P(x|x^+)$ ,  $P(x|x^-)$  – условные вероятности принадлежности элемента  $x$  положительному  $X^+$  и отрицательному  $X^-$  эталонам гиперкуба данных [18].

Для оценивания условных вероятностей  $P(x|x^+)$  и  $P(x|x^-)$  при нефтегазопроисловых исследованиях с привлечением дистанционных и геолого-геофизических данных может быть использована информационная дивергенция  $D(x|y)$  нормализованных векторов значений гиперкуба [19]:

$$D(x|y) = \int_{u \in U} f[x(u)] \cdot \log_2 \frac{f[x(u)]}{f[y(u)]} du, \quad (2)$$

где  $f$  – плотность вероятности распределения вектора значений в элементе гиперкуба,  $U$  – область возможных значений.

Плотности распределений векторов значений как отдельных элементов гиперкуба  $f(x)$ , так и позитивных  $f(X^+)$  и негативных  $f(X^-)$  эталонов могут быть оценены по соответствующим гистограммам гиперкуба данных [20]. Информационная дивергенция (2) однозначно связана с соответствующей условной вероятностью [21]:

$$P(x|x^+) \cong 1 - 2^{-n^+ \cdot D(x|x^+)}, \quad (3)$$

где  $n^+$  – мощность статистической выборки соответствующего эталона.

Картирование апостериорной вероятности (3) позитивного эталона по гиперкубу, собственно, и реализует интеграцию дистанционных и геолого-геофизических данных при оценивании нефтегазоперспективности территорий.

**Данные.** Апробация предложенной модели интеграции дистанционных и геолого-геофизических данных на основе Байесовского вероятностного вывода проводилась на территории Хухринского нефтегазоконденсатного месторождения, расположенного в Ахтырском районе Сумской области Украины. Месторождение характеризуется сложным геологическим строением. В него входят толщи осадочных пород палеозойского, мезозойского и кайнозойского возрастов, которые залегают на кристаллических породах докембрийского фундамента. Внутри осадочного чехла имеются многочисленные стратиграфические несогласования.

В тектоническом отношении юго-западная часть месторождения расположена в пределах северной прибортовой зоны Днепровского грабена, а северо-восточная часть – в пределах северного борта Днепровско-Донецкой впадины. Они разделены зоной краевого нарушения. Рельеф фундамента северного борта и северной прибортовой зоны существенно отличаются [22, 23]. В зоне доказана продуктивность мезозойских и девонских нефтегазоносных комплексов. Залежи – слоистые, тектонически и литологически экранированные. Они образуют многослойные месторождения с разной комбинацией газо- и -нефтеносных горизонтов с глубинами залегания свыше 5000 м [24].

В интегральную геологическую модель Хухринского месторождения были включены имеющиеся гетерогенные геопропространственные данные (рис.1): расположение буровых скважин (как продуктивных, так и непродуктивных); карта разломов, краевых и региональных нарушений; линеаменты и зоны линеаментов; карты

плотности линеаментов в разных направлениях; карта остаточного гравитационного поля; контур месторождения по данным сейсмографии; тепловые аномалии на территории месторождения; неотектонические (опущенные и поднятые) блоки; геохимические аномалии; оптические аномалии; маршруты наземного спектрометрирования почв и растительности; изогипсы структурного горизонта В<sub>21</sub>; карты осадочных толщ; цифровые данные рельефа; поверхности вертикального и горизонтального расчленения рельефа.

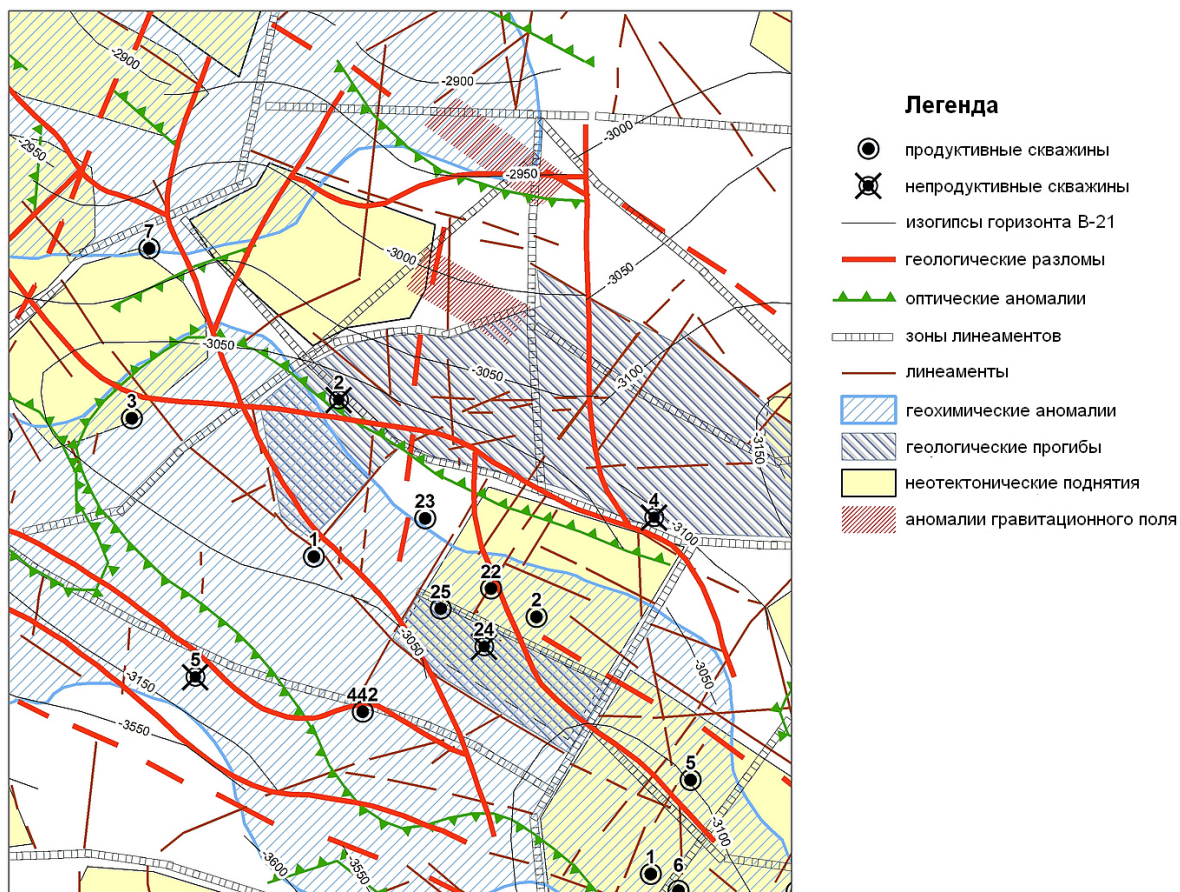
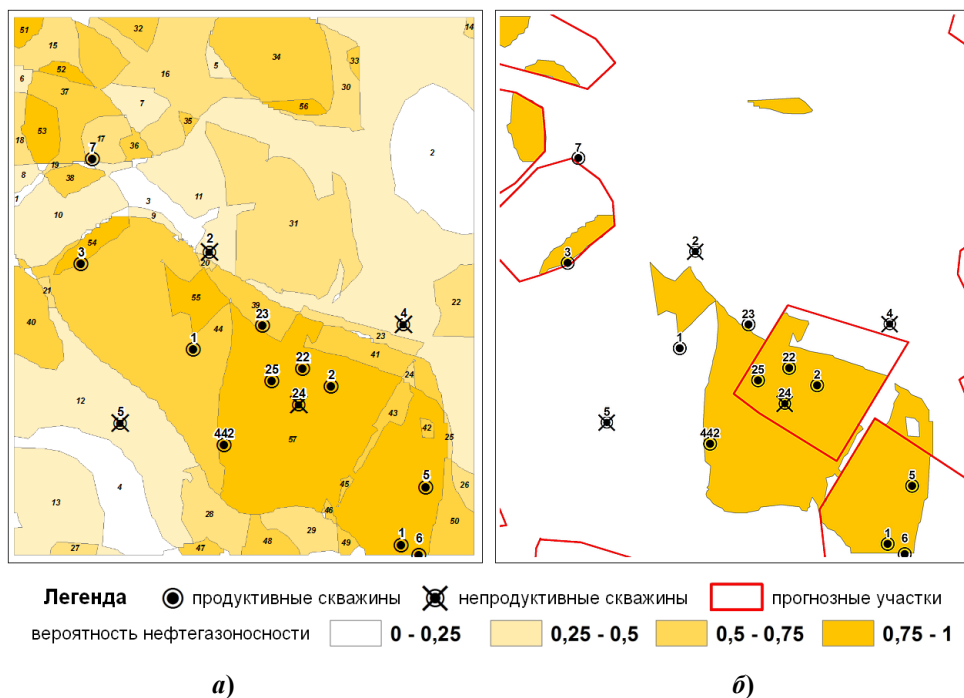


Рис. 1. База геопространственных данных на территорию Хухринского нефтегазоконденсатного месторождения

Все используемые геопространственные данные были геореференцированы, растеризованы, регуляризованы и приведены к пространственному разрешению 30 м для дальнейшего включения в гиперкуб.

**Результат.** В результате выполненной интеграции дистанционных и геолого-геофизических данных получено пространственное распределение апостериорной вероятности (рис. 2а), которую можно трактовать как комплексную оценку нефтегазоперспективности исследуемой площади.

В северной зоне Хухринского месторождения выделены несколько средних и мелких структур (участки 51, 52, 53, 56) с высокой вероятностью нефтегазоносности. Кроме того, можно рекомендовать участки 32, 33, 34, 35, 36 для дальнейших детальных геологоразведочных работ. Полученный результат хорошо коррелирует с имеющимся геологическими прогнозами и данными структурно-геоморфологических исследований (рис. 2б), но при этом позволяет сузить площадь участков, рекомендованных к бурению.



**Рис. 2. Распределение вероятности нефтегазоперспективности по результатам интеграции геопространственных данных**

Наличие или отсутствие залежи углеводородов в прогнозной точке устанавливалась по результатам разведочного бурения. Поскольку достоверных количественных характеристик выявленных залежей углеводородов пока нет, то оценивалась ранговая корреляция между распределением апостериорной вероятности и расположением продуктивных/непродуктивных буровых скважин. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена по данным 13 разведочных буровых скважин составляет 0,786, что свидетельствует о достаточной эффективности проведенной интеграции данных [25].

### Выводы

Таким образом, интеграция дистанционных и геолого-геофизических данных является эффективным и наглядным инструментом комплексной оценки нефтегазоперспективности территорий. Подход к интеграции данных на основе байесовского вероятностного вывода позволяет строить карты пространственного распределения вероятности сходства с известными нефтегазоносными геологическими структурами, которые обеспечивают важную информационную поддержку принятия решений на проведение детальных геологоразведочных работ.

### Литература

1. Genesereth M. Data Integration: The Relational Logic Approach. Stanford: Morgan and Claypool Publishers, 2010. 110 p.
2. Challa S., Koks D. Bayesian and Dempster-Shafer fusion. *Sadhana*. 2004. Vol.29. Part 2. P.145-176.
3. Stathaki T. Image Fusion: Algorithms and Applications. London: Academic Press, 2008. 500 p.
4. Wache H., Vögele T., Visser T., Stuckenschmidt H., Schuster H., Neumann G., Hübner S. Ontology-based integration of information – a survey of existing approaches. *Proceedings of the IJCAI-01 Workshop on Ontologies and Information Sharing*. Seattle: American Association for Artificial Intelligence, 2001. P.108-117.

5. Петровский А.П Ганженко Н.С., Крупский Б.Л., Гладун В.В., Черпиль П.М., Цёха О.Г., Бодлак П.М., Облеков Г.И., Полин И.И. Новые возможности изучения особенностей геологического строения и оценки перспективности нефтегазоносных объектов на основе применения технологии комплекса геолого-геофизических данных. *Геоинформатика*. 2005. № 3. С.24-26.
6. Станкевич С.А. Титаренко О.В. Методика інтеграції дистанційних та геолого-геофізичних даних при пошуку нафти та газу. *Ученые записки Таврического национального университета им. В.И. Вернадского*. 2009. Т.22(61). № 1. С.105-113.
7. Schallehn E. Sattler K.-U., Saake G. Efficient similarity-based operations for data integration. *Data & Knowledge Engineering*, 2004. Vol.48. No.3. P.361-387.
8. Попов М.А., Станкевич С.А., Марков С.Ю., Зайцев А.В., Топольницький М.В., Титаренко О.В. Принципы геоинформационного обеспечения задач дистанционного поиска полезных ископаемых. *Инфраструктура спутниковых геоинформационных ресурсов и их интеграция*. Под ред. М.А. Попова и Е.Б. Кудашева. Киев: Карбон-Сервис, 2013. С.124-142.
9. Davis J.C. *Statistics and Data Analysis in Geology*. New York: John Wiley, 2002. 656 p.
10. Shi C., Wang Y. Nonparametric and data-driven interpolation of subsurface soil stratigraphy from limited data using multiple point statistics. *Canadian Geotechnical Journal*, 2021. Vol.58. No.2. P.261-280.
11. Wellmann F., Caumon G. 3-D Structural geological models: Concepts, methods, and uncertainties. *Advances in Geophysics*. Ed. by C. Schmelzbach. Vol.59. Cambridge: Elsevier, 2018. P.1-121.
12. Попов М.О., Станкевич С.А., Топольницький М.В., Седлорова О.В. Підхід до інтеграції дистанційних та геолого-геофізичних даних на основі теорії свідчень Демпстера-Шейфера. *Доповіді НАН України*, 2015. № 4. С.94-98.
13. Demicco R.V. Fuzzy logic in geological sciences: a literature review. *Fuzzy Logic in Geology*. Ed. by R.V. Demicco and G.J. Klir. San Diego: Academic Press, 2004. P.103-120.
14. Хрущов Д.П., Лобасов А.П., Ковальчук М.С., Ремезова Е.А., Босевская Л.П., Кирпач Ю.В. Целевые экспертные системы геологической направленности. *Геологічний журнал*, 2012. № 2. С.87-99.
15. Li S., Chen J., Xiang J. Applications of deep convolutional neural networks in prospecting prediction based on two-dimensional geological big data. *Neural Computing and Applications*, 2020. Vol.32. No.7. P.2037-2053.
16. Sivarajah U., Kamal M.M., Irani Z., Weerakkody V. Critical analysis of Big Data challenges and analytical methods. *Journal of Business Research*, 2017. Vol.70. No.1. P.263-286.
17. MacKay D.J.C. *Information Theory, Inference & Learning Algorithms*. New York: Cambridge University Press, 2003. 640 p.
18. Станкевич С.А., Буніна А.Я., Чепурний В.С. Оцінка можливості інтеграції геолого-геофізичних та дистанційних геопросторових даних для картування рудоперспективності територій. *Техногенно-екологічна безпека та цивільний захист*. 2014. Вип.6. Київ: Інститут геохімії навколишнього середовища НАН України. С.53-59.
19. Станкевич С.А., Титаренко О.В. Методика картирования границ залежей углеводородов с использованием данных дистанционного зондирования. *Аэрокосмический мониторинг объектов нефтегазового комплекса*. Под ред. В.Г. Бондура. М.: Научный мир, 2012. С.425-430.
20. Попов М.А., Станкевич С.А., Марков С.Ю., Зайцев А.В., Кудашев Е.Б. Интеграция гетерогенной пространственной информации для решения задач поиска нефти и газа. *Электронные библиотеки*, 2013. Т.16. Вып.2. <http://www.elbib.ru/rus/journal/2013/part2/PSMZK>
21. Kullback S. *Information Theory and Statistics*: New York: Dover Publications, 1997. 432 p.

22. Соловьев В.О., Борисовец И.И., Васильев А.Н., Павлов С.Д., Суярко В.Г., Терещенко В.А., Фык И.М., Щербина В.Г. Геология и нефтегазоносность Украины. Харьков: Курсор, 2014. 294 с.
23. Гладун В.В. Перспективи нафтогазоносності Дніпровсько-Донецької газонафтоносної області. *Доповіді НАН України*. 2011. № 8. С.91-96.
24. Лукин А.Е., Довжок Е.М., Книшман А.Ш., Гончаренко В.И., Дзюбенко А.И. Гелиевая аномалия в нефтегазоносных визейских карбонатных коллекторах Днепровско-Донецкой впадины. *Доповіді НАН України*. 2012. № 7. С.97-104.
25. Фёрстер Э., Рёнци Б. Методы корреляционного и регрессионного анализа. Пер. с нем. М.: *Финансы и статистика*, 1983. 304 с.

### References

1. Genesereth M., (2010). Data Integration: The Relational Logic Approach: Stanford: Morgan and Claypool Publishers.
2. Challa, S., & Koks, D. (2004). Bayesian and Dempster-Shafer fusion. *Sadhana*, **29**, 2, 145-176.
3. Stathaki, T.(2008). Image Fusion: Algorithms and Applications. London: Academic Press.
4. Wache, H., Vögele, T., Visser, T., Stuckenschmidt, H., Schuster, H., Neumann, G., & Hübner, S. (2001). Ontology-based integration of information – a survey of existing approaches. *Proceedings of the IJCAI-01 Workshop on Ontologies and Information Sharing*. Seattle: American Association for Artificial Intelligence. P.108-117.
5. Petrovskiy, A.P., Ganzhenko, N.S., Krupskiy, B.L., Gladun, V.V., Cherpil, P.M., TsYoha, O.G., Bodlak, P.M., Obekov, G.I., & Polyin, I.I. (2005). Novyie vozmozhnosti izucheniya osobennostey geologicheskogo stroeniya i otsenki perspektivnosti neftegazonosnykh ob'ektov na osnove primeneniya tehnologii kompleksa geologo-geofizicheskikh daniy. *Geoinformatika*, **3**, 24-26.
6. Stankevych, S.A., & Tytarenko, O.V. (2009). Metodyka intehratsii dystantsiinykh ta heoloho-heofizychnykh danykh pry poshuku nafty ta hazu. *Uchenyye zapysky Tavrycheskoho natsyonalnoho unyversyteta ym. V.Y. Vernadskoho*, **22**(61), 1, 105-113.
7. Schallehn, E., Sattler, K.-U., & Saake, G. (2004). Efficient similarity-based operations for data integration. *Data & Knowledge Engineering*, **48**, 3, 361-387.
8. Popov, M.A., Stankevich, S.A., Markov, S.Yu., Zaytsev, A.V., Topolnitskiy, M.V., & Titarenko, O.V. (2013). Printsipy geoinformatsionnogo obespecheniya zadach dystantsionnogo poiska poleznykh iskopaemykh. *Infrastruktura sputnikovykh geoinformatsionnykh resursov i ikh integratsiya*. Pod red. M.A. Popova i Ye.B. Kudasheva. Kiev: Karbon-Servis, P.124-142.
9. Davis, J.C. (2002). Statistics and Data Analysis in Geology. New York: John Wiley.
10. Shi, C., & Wang, Y. (2021). Nonparametric and data-driven interpolation of subsurface soil stratigraphy from limited data using multiple point statistics. *Canadian Geotechnical Journal*, **58**, 2, 261-280.
11. Wellmann, F., & Caumon, G. (2018). 3-D Structural geological models: Concepts, methods, and uncertainties. *Advances in Geophysics*. Ed. by C. Schmelzbach. Cambridge: Elsevier, **59**, 1-121.
12. Popov, M.O., Stankevich, S.A., Topolnitskiy, M.V., & Sedlerova, O.V. (2015). Pidkhid do integratsii dystantsiinykh ta geologo-geofizychnykh danykh na osnovi teorii svyden Dempster-Shefpera. *Dopovidi NAN Ukraini*, **4**, 94-98.
13. Demicco, R.V. (2004). Fuzzy logic in geological sciences: a literature review. *Fuzzy Logic in Geology*. Ed. by R.V. Demicco and G.J. Klir. San Diego: Academic Press. P.103-120.
14. Khrushchov, D.P., Lobasov, A.P., Kovalchuk, M.S., Remezova, Ye.A., Bosevskaya, L.P., & Kirpach, Yu.V. (2012). Tselevye ekspertnye sistemy geologicheskoy napravlenosti. *Geologichniy zhurnal*, **2**, 87-99.

15. Li, S., Chen, J., & Xiang, J. (2020). Applications of deep convolutional neural networks in prospecting prediction based on two-dimensional geological big data. *Neural Computing and Applications*, **32**, 7, 2037-2053.
16. Sivarajah, U., Kamal, M.M., Irani, Z., & Weerakkody, V. (2017). Critical analysis of Big Data challenges and analytical methods. *Journal of Business Research*, **70**, 1, 263-286.
17. MacKay, D.J.C. (2003). *Information Theory, Inference & Learning Algorithms*. New York: Cambridge University Press.
18. Stankevych, S.A., Bunina, A.Ia., & Chepurnyi, V.S. (2014). Otsinka mozhlivosti intehtratsii heoloho-heofizychnykh ta dystantsiinykh heoprostorovykh danykh dlia kartuvannia rudoperspektyvnosti terytorii. *Tekhnohenko-ekolohichna bezpeka ta tsyvilnyi zakhyst*. Kyiv: Instytut heokhunii navkolyshnoho seredovyshcha NAN Ukrainy, **6**, 53-59.
19. Stankevich, S.A., & Titarenko, O.V. (2012). Metodika kartirovaniya granits zalezhey uglevodorodov s ispolzovaniem dannykh dystantsionnogo zondirovaniya. *Aerokosmicheskii monitoring ob'ektov neftegazovogo kompleksa*. Pod red. V.G. Bondura. M.: Nauchnyi mir, p.425-430.
20. Popov, M.A., Stankevich, S.A., Markov, S.Yu., Zaytsev, A.V., & Kudashev, Ye.B. (2013). Integratsiya geterogennoy prostranstvennoy informatsii dlya resheniya zadach poiska nefti i gaza. *Elektronnye biblioteki*, **16**, 2. <http://www.elbib.ru/rus/journal/2013/part2/PSMZK>
21. Kullback, S. (1997). *Information Theory and Statistics*: New York: Dover Publications.
22. Solovev, V.O., Borisovets, I.I., Vasilev, A.N., Pavlov, S.D., Suyarko, V.G., Tereschenko, V.A., Fyik, I.M., & Scherbina, V.G. (2014). *Geologiya i neftegazonosnost Ukrainyi*. Harkov: Kursor.
23. Hladun, V.V. (2011). Perspektyvy naftohazonosnosti Dniprovsko-Donetskoï hazonaftonosnoi oblasti. *Dopovidi NAN Ukrainy*, **8**, 91-96.
24. Lukin, A.E., Dovzhok, E.M., Knishman, A.Sh., Goncharenko, V.I., & Dzyubenko, A.I. (2012). Gelievaya anomalija v neftegazonosnykh vizeyskikh karbonatnykh kollektorah Dneprovsko-Donetskoï vpadiny. *DopovIdI NAN Ukrainy*, **7**, 97-104.
25. Fyorster, E., & Ryonts, B. (1983). *Metodyi korrelyatsionnogo i regressionnogo analiza*. Per. s nem. M.: Finansyi i statistika.

Станкевич Сергей Арсеньевич – д.т.н., профессор, главный научный сотрудник Научного центра аэрокосмических исследований Земли ИГН НАНУ, e-mail: [st@casre.kiev.ua](mailto:st@casre.kiev.ua), ORCID: 0000-0002-0889-5764

Титаренко Ольга Викторовна – к.т.н., ведущий научный сотрудник Научного центра аэрокосмических исследований Земли ИГН НАНУ, e-mail: [olgatitarenko66@ukr.net](mailto:olgatitarenko66@ukr.net), ORCID: 0000-0001-5804-1022

Голубов Станислав Иванович – ведущий инженер Научного центра аэрокосмических исследований Земли ИГН НАНУ, e-mail: [asdfieldspec3@gmail.com](mailto:asdfieldspec3@gmail.com), ORCID: 0000-0003-3711-598X



УДК 004.925.8:613.12

М.О. ТЕРЕЩУК

Київський національний університет будівництва і архітектури

О.О. ГОЛОВА, О.О. ЛЕБЕДЕВА

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Н.М. ЛИНОК, О.В. ГОЛОВЧЕНКО

Національний університет оборони України імені Івана Черняховського

## ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ МІКРОКЛІМАТУ

*Питання мікроклімату, що створюється будівлями, як житлового, так і виробничого призначення, завжди доволі важливі. Це пов'язано з тим, що таким чином формується належне оточуюче людину середовище. Від якості останнього багато в чому залежить здоров'я, відчуття комфортного стану, наявність гарного настрою? п'юж.*

*У нинішній ситуації світової пандемії COVID-19 наведені завдання постали на ще більш відповідальному рівні, що вимагає вжиття необхідних санітарно-гігієнічних, організаційних, нормативних та інших заходів. Тому вдосконалення математичного моделювання процесів мікроклімату під час автоматизованого проектування різних споруд та подальшої їх експлуатації становить актуальну науково-прикладну задачу в теоретичному та практичному плані.*

*Відомо, що в порівнянні з рештою математичних моделей, геометричним притаманна така суттєва якісна перевага як наочність. Це є особливо корисним, зокрема, для інженерів-проектувальників будівельного профілю. У зазначений спосіб значно спрощується велике число розв'язуваних ними задач. Описаний напрямок наукових досліджень доволі привабливий стосовно сфери впровадження отриманих результатів і в інших галузях промисловості, освіти, медицині тощо.*

*У даній статті на прикладі аналітичного визначення теплового комфорту людини показано напрацьовану комп'ютерну технологію візуалізації складних функціональних залежностей. Також описано запропоновані графоаналітичні алгоритмічні моделі деяких параметрів мікроклімату. Показано ефективність такого підходу відносно його практичного використання.*

*Перспективним є впровадження розроблених геометричних засобів у сучасні BIM (Building Information Modeling) технології, оскільки доповнює їх можливості автоматизованого конструювання належними засобами дослідження створюваного мікроклімату в аспекті дотримання бажаних фізико-хімічних параметрів, таких як температура повітря, його вологість та рухливість, відсутність небажаних шкідливих речовин і т. п.*

*Отже, виконану працю присвячено подальшому розвитку комп'ютерних геометричних засобів моделювання параметрів мікроклімату різноманітних будівель, визначенню перспектив проведення належних наукових розвідок.*

*Ключові слова: геометричне моделювання, графоаналітичні алгоритмічні моделі, комфортний тепловий стан людини, параметри мікроклімату, BIM-технології.*

Н.А. ТЕРЕЩУК

Київський національний університет строительства и архитектуры

О.А.ГОЛОВА, О.А. ЛЕБЕДЕВА

Национальный технический университет Украины

«Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»

Н.М. ЛИНОК, А.В. ГОЛОВЧЕНКО

Национальный университет обороны Украины имени Ивана Черняховского

## ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ МИКРОКЛИМАТА

*Вопросы микроклимата, который создается зданиями, как жилого, так и производственного назначения, всегда достаточно важные. Это связано с тем, что таким образом формируется необходимая для человека окружающая среда. От качества последней во многом зависит здоровье, ощущение комфортного состояния, наличие хорошего настроения и т. д.*

*В нынешней ситуации мировой пандемии COVID-19 приведенные задания предстали на еще более ответственном уровне, что требует проведения надлежащих санитарно-гигиенических, организационных, нормативных и других мероприятий. Поэтому совершенствование математического моделирования процессов микроклимата при автоматизированном проектировании различных*

сооружений и последующей их эксплуатации составляет актуальную научно-прикладную задачу в теоретическом и практическом плане.

Известно, что по сравнению с остальными математическими моделями, геометрическим присуще такое существенное качественное преимущество как наглядность. Это особенно полезно, в частности, для инженеров-проектировщиков строительного профиля. В указанный способ значительно упрощается большое число решаемых ими задач. Описанное направление научных исследований довольно привлекательно относительно сферы применения полученных результатов и в других отраслях промышленности, образовании, медицине и т. д.

В данной статье на примере аналитического определения теплового комфорта человека показано разработанную компьютерную технологию визуализации сложных функциональных зависимостей. Также описаны предложенные графоаналитические алгоритмические модели некоторых параметров микроклимата. Показана эффективность такого подхода при его практическом использовании.

Перспективным является внедрение разработанных геометрических средств в современные BIM (Building Information Modeling) технологии, поскольку дополняет их возможности автоматизированного конструирования надлежащими средствами исследования создаваемого микроклимата в аспекте соблюдения желаемых физико-химических параметров, таких как температура воздуха, его влажность и подвижность, отсутствие вредных веществ и т. д.

Таким образом, выполненную работу посвящено дальнейшему развитию компьютерных геометрических средств моделирования параметров микроклимата различных зданий, определению перспектив проведения надлежащих научных исследований.

**Ключевые слова:** геометрическое моделирование, графоаналитические алгоритмические модели, комфортное тепловое состояние человека, параметры микроклимата, BIM-технологии.

M.O. TERESCHUK

Kyiv National University of Construction and Architecture

O.O.GOLOVA, O.O. LEBEDEVA

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»,

N.M. LYNOK, O.V. GOLOVCHENKO

National Defense University of Ukraine named after Ivan Chernyakhovsky

## **GEOMETRIC MODELING OF MICROCLIMATE PARAMETERS**

*The issues of the microclimate created by buildings, both residential and industrial, have always been quite important. This is due to the fact that in this way the environment necessary for a person is formed. The quality of the latter largely determines the health, feeling of comfort, the presence of a good mood, etc.*

*In the current situation of the global pandemic COVID-19, these tasks have arisen at an even more responsible level, which requires the necessary sanitary, organizational, regulatory and other measures. Therefore, the improvement of mathematical modeling of microclimate processes during the automated design of various structures and their subsequent operation is an urgent scientific and applied task in theoretical and practical terms.*

*It is known that in comparison with other mathematical models, geometric is characterized by such a significant qualitative advantage as clarity. This is especially useful, in particular, for construction engineers. This method greatly simplifies the large number of tasks they solve. The described direction of scientific research is quite attractive in the field of implementation of the obtained results in other industries, education, medicine, etc.*

*This article shows the developed computer technology of visualization of complex functional dependences on the example of analytical definition of thermal comfort of the person. The proposed graphic-analytical algorithmic models of some microclimate parameters are also described. The effectiveness of this approach is shown in relation to its practical use.*

*The introduction of the developed geometric tools in modern BIM (Building Information Modeling) technologies is promising, since it complements their capabilities for the automated design with appropriate means of studying the created microclimate in terms of observing the desired physicochemical parameters, such as air temperature, its humidity and mobility, the absence of unwanted harmful substances, etc.*

*Thus, the performed work is devoted to the further development of computer geometric tools for modeling the microclimate parameters of various buildings, determining the prospects for conducting appropriate scientific research.*

**Keywords:** geometric modeling, graphic-analytical algorithmic models, comfortable thermal state of a person, microclimate parameters, BIM technologies.

### Постановка проблеми

Створення комфортного середовища для людей у різних будівлях, як житлових, так і промислових, офісних, освітніх, медичних тощо, завжди є важливим. Проблемність питання полягає в тому, що, зазвичай, покращення зазначених умов потребує належних витрат багатьох матеріальних, енергетичних, фінансових та інших ресурсів. Для великої кількості людей це становить компроміс між їх бажаннями та можливостями. Тобто, як правило, на практиці маємо оптимізаційну задачу отримання максимальних вигод при обмежених витратах.

Нині, в умовах пандемії COVID-19, постає актуальною не тільки описана економічна ситуація, а й санітарно-гігієнічна. У даному разі на перший план виходить здоров'я людей.

Отже, в кожному з розглянутих випадків маємо справу з підтриманням на необхідному доцільному рівні таких параметрів мікроклімату будівель як температура внутрішнього повітря, його вологість, рухливість і т. п. Наведені величини застосовуються при здійсненні теплотехнічних розрахунків, визначенні характеристик систем опалення, вентиляції, кондиціонування тощо. Успішному вирішенню окреслених завдань сприяють сучасні комп'ютерні інформаційні технології, в тому числі засоби автоматизованого геометричного моделювання. Акцентованим задачам присвячено цю наукову працю.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Застосування BIM (Building Information Modeling) -технологій для відтворення процесів життєвого циклу об'єктів будівництва розглядається у працях [1, 2], безпосередній опис конкретних автоматизованих систем викладається в публікаціях [3, 4]. У наведених виданнях геометричним засобам приділено достатньо велику увагу, підкреслено їх провідну роль. У роботах [5–9] подано питання формування потрібного мікроклімату приміщень, будівельної фізики, вплив на це огорожувальних конструкцій, систем вентиляції та кондиціонування. Окреслена тематика свідчить про актуальність проведення наукових досліджень стосовно комп'ютерного геометричного моделювання параметрів мікроклімату різноманітних приміщень.

### Мета дослідження

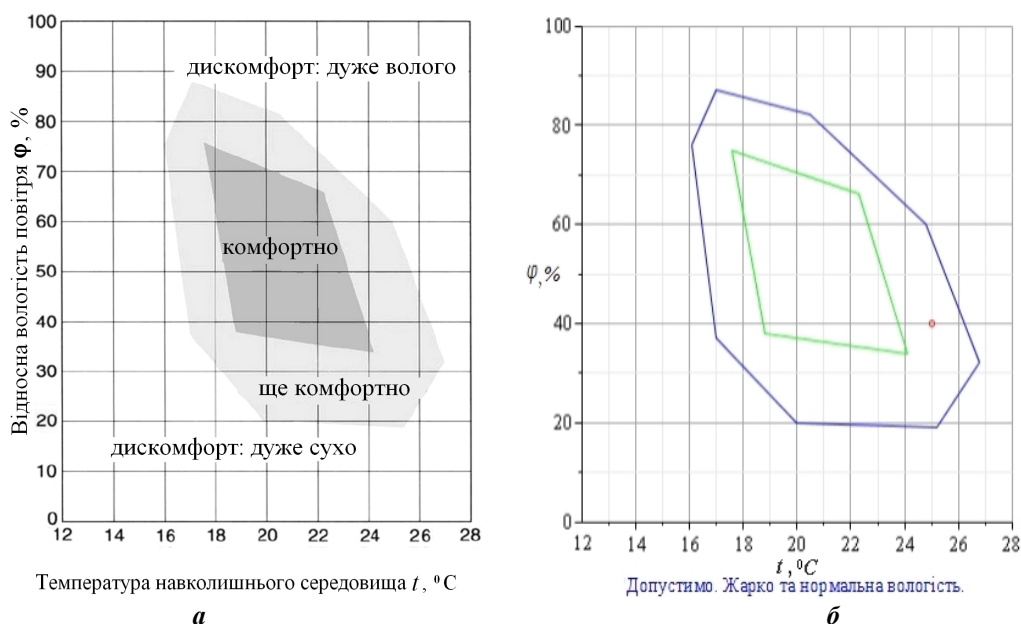
Завдання статті полягає у висвітленні запропонованого підходу щодо створення графоаналітичних алгоритмічних моделей параметрів мікроклімату та комп'ютерної візуалізації відповідних складних аналітичних залежностей.

### Викладення основного матеріалу дослідження

На комфортний тепловий стан людини найбільший вплив мають температура, вологість та рухливість повітря. Опрацюванню цих параметрів геометричними комп'ютерними засобами і присвячено дану публікацію.

Під комфортними вважаються метеорологічні умови, за яких особа не відчуває холоду або перегріву та небажаного руху повітря навколо себе. Це відбувається коли кількість вироблюваного організмом тепла дорівнює його тепловтратам у навколишнє середовище.

У праці [8], яка присвячена системам вентиляції, подано діаграму (рис. 1, а) зон комфортного стану людини в залежності від відносної вологості  $\phi$  та температури  $t$  оточуючого повітря. Як відомо, перевагою суто графічних моделей є їх наочність, що й підтверджує наведене зображення.



**Рис. 1. Моделі зон комфортності:**  
**а – графічна; б – графоаналітична алгоритмічна**

Для успішного використання в середовищі ВІМ-технологій розглянутих даних рекомендується представляти їх у формі комп'ютерних графоаналітичних алгоритмічних моделей (рис. 1, б).

Для цього спочатку на основі вихідної діаграми аналітично визначено границі комфортної та некомфортної зон, чим графічну модель перетворено у графоаналітичну. Її алгоритмічна частина повинна для точки  $r(t, \varphi)$  давати відповідь про розташування останньої в *комфортній, допустимій* чи *некомфортній* зоні.

Алгоритми дефініції розміщення точки в багатокутнику відомі, наприклад, кутового і променевого тестування з попереднім габаритним оцінюванням. Їх застосування дозволяє визначити її приналежність вказаним зонам. Для розробленого нового алгоритму використано те, що кожному значенню температури відповідає проміжок із нижньою та верхньою величинами відносної вологості. Тому межі модельованих зон поділено на верхні й нижні частини. Це спростило та підвищило продуктивність напрацьованої обчислювальної процедури.

Габаритними точками проєкцій зон комфортності на осі температур і відносної вологості кожна з них поділено на п'ять проміжків

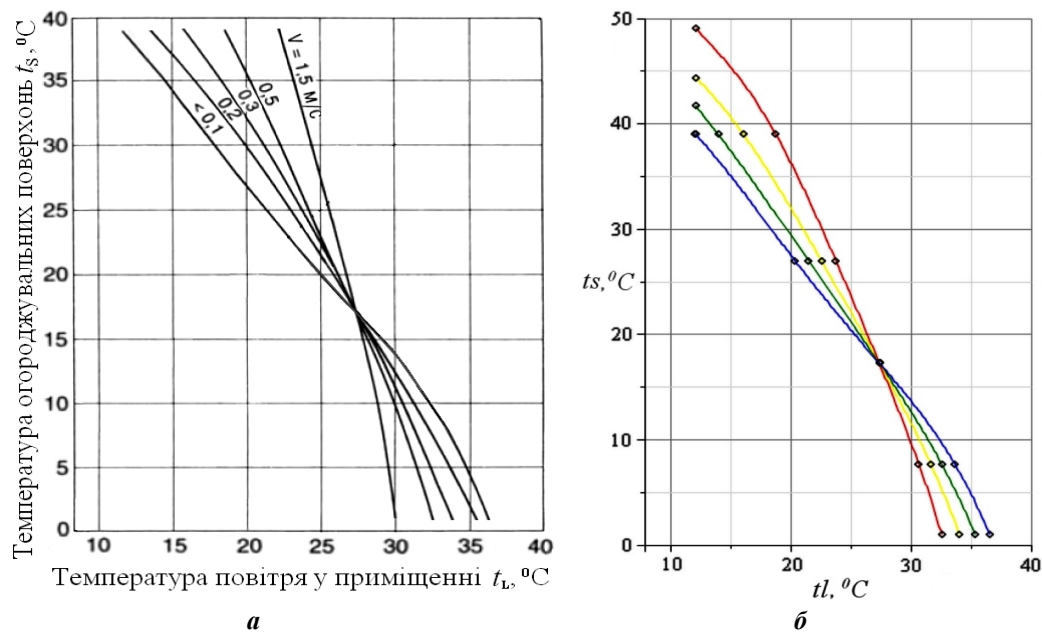
$$T = (t_I, t_{II}, t_{III}, t_{IV}, t_V), \quad \Phi = (\varphi_I, \varphi_{II}, \varphi_{III}, \varphi_{IV}, \varphi_V), \quad (1)$$

де  $t_I$  – холодно,  $t_{II}$  – прохолодно,  $t_{III}$  – тепло,  $t_{IV}$  – жарко,  $t_V$  – спекотно;

$\varphi_I$  – дуже сухо,  $\varphi_{II}$  – сухо,  $\varphi_{III}$  – нормальна вологість,  $\varphi_{IV}$  – волого,  $\varphi_V$  – дуже волого.

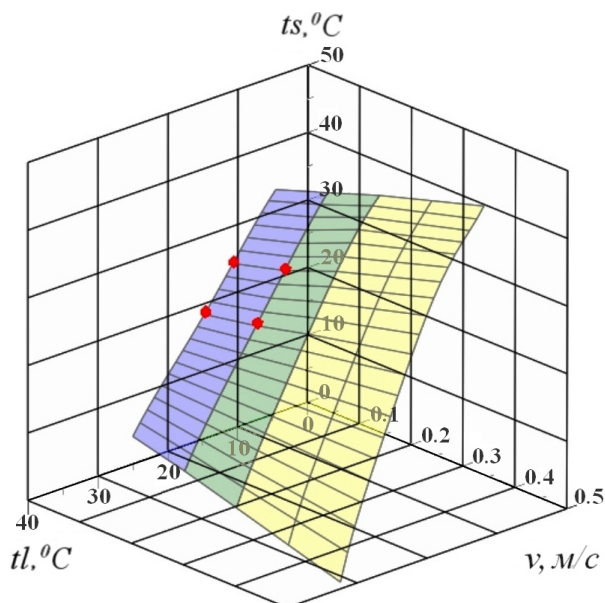
Діапазонами (1) діаграма рис. 1, а розбивається на 25 уточнюючих зон, які дозволяють деталізувати метеорологічні характеристики досліджуваної точки  $r(t, \varphi)$ . Їх назви є результатом декартового добутку даних множин. Рис. 1, б ілюструє роботу створеної комп'ютерної програми, що не тільки визначає комфортність наявної температури та відносної вологості повітря, а й може бути складовою автоматизованих систем більш високого рівня в середовищі сучасних ВІМ-технологій.

На рис. 2, а показано залежність швидкості  $V$  повітря від його температури  $t_L$  і температури  $t_S$  огорожувальних поверхонь приміщення [8]. Рис. 2, б слугує прикладом її адаптації до конкретних умов проектування видаленням графіка зі швидкістю повітря 1,5 м/с, подальшою інтерполяцією та екстраполяцією необхідних величин.



**Рис. 2. Моделі мікроклімату приміщення:**  
***a* – графічна; *б* – графоаналітична двовимірна**

Рис. 3, що спирається на попереднє зображення, ілюструє більшу наочність геометричних проектних моделей мікроклімату у тривимірному, ніж двовимірному просторі. Шляхом додавання алгоритму дефініції для досліджуваних діапазонів температур і швидкостей руху повітря належних проміжків змінювання температури огорожувальних поверхонь отримано потрібну комп'ютерну графоаналітичну алгоритмічну модель, реалізовану в математичному пакеті Maple. Суттєвою перевагою останньої є забезпечення динамічного обертання та масштабування зображення, що аналізується.



**Рис. 3. Графоаналітична алгоритмічна тривимірна модель мікроклімату приміщення**

Запропонований спосіб візуалізації складних функціональних залежностей проілюстровано на прикладі інтерпретації аналітичного визначення комфортного теплового стану людини на основі розрахунків показників *PMV* (*predicted mean vote*),

тобто прогнозованої середньої оцінки.

Необхідні формули згідно з роботою [10] мають вигляд:

$$PMV = TS \cdot (MW - HL1 - HL2 - HL3 - HL4 - HL5 - HL6), \quad (2)$$

де  $TS = 0,303 \cdot \exp(-0,036 \cdot M) + 0,028$  – коефіцієнт температурної чутливості,  $m^2/Vt$ ;  
 $HL1 = 3,05 \cdot 0,001 \cdot (5733 - 6,99 \cdot MW - Pa)$  – втрата тепла через шкіру,  $Vt/m^2$ ;  
 $HL2 = \max(0; 0,42 \cdot (MW - MET1))$  – втрата тепла внаслідок потіння,  $Vt/m^2$ ;  
 $HL3 = 1,7 \cdot 0,00001 \cdot M \cdot (5867 - Pa)$  – прихована втрата тепла при диханні,  $Vt/m^2$ ;  
 $HL4 = 0,0014 \cdot M \cdot (34 - ta)$  – втрата тепла при сухому диханні,  $Vt/m^2$ ;  
 $HL5 = 3,96 \cdot 10^{-8} \cdot fcl \cdot ((tcl + 273)^4 - (tr + 273)^4)$  – втрата тепла випромінюванням,  $Vt/m^2$ ;  
 $HL6 = fcl \cdot hc \cdot (tcl - ta)$  – конвективна тепловіддача людини,  $Vt/m^2$ ;  
 $M$  – швидкість обміну речовин,  $Vt/m^2$ ;  
 $W$  – ефективна механічна енергія,  $Vt/m^2$ ;  
 $MW = (M - W)$ ;

$$tcl = 35,7 - 0,028 \cdot MW - Icl \cdot (3,96 \cdot 10^{-8} \cdot fcl \cdot ((tcl + 273)^4 - (tr + 273)^4) + fcl \cdot hc \cdot (tcl - ta)) \quad (3)$$

температура поверхні одягу,  $^{\circ}C$ ;

$$hc = \begin{cases} 2,38 \cdot |tcl - ta|^{0,25} & \text{для } 2,38 \cdot |tcl - ta|^{0,25} \geq 12,1 \cdot \sqrt{Var}, \\ 12,1 \cdot \sqrt{Var} & \text{для } 2,38 \cdot |tcl - ta|^{0,25} < 12,1 \cdot \sqrt{Var} \end{cases} \quad (4)$$

коефіцієнт конвективного теплообміну,  $Vt/(m^2 \cdot K)$ ;

$$fcl = \begin{cases} 1 + 1,29 \cdot Icl & \text{для } Icl \leq 0,5 \cdot CLOI, \\ 1,05 + 0,645 \cdot Icl & \text{для } Icl > 0,5 \cdot CLOI \end{cases} \quad (5)$$

коефіцієнт площі поверхні одягу;

$Icl$  – опір теплопередачі одягу,  $m^2 \cdot K/Vt$ ;

$ta$  – температура повітря,  $^{\circ}C$ ;

$tr$  – середня радіаційна температура випромінювання,  $^{\circ}C$ ;

$Var$  – відносна швидкість руху повітря,  $m/c$ ;

$Pa$  – парціальний тиск водяної пари, Па,

$$Pa = Rh \cdot 10 \cdot \exp\left(16,6536 - \frac{4030,183}{ta + 235}\right); \quad (6)$$

$Rh$  – відносна вологість повітря, %.

$MET1 = 1 \text{ мет}$ ;

$CLOI = 1 \text{ кло}$ .

Залежності (2) – (6) не мають достатньої наочності для проектувальника мікроклімату. Величина  $tcl$  у виразі (3) обчислюються за допомогою ітерацій, що ускладнює виконання розрахунків. Є також логічні співвідношення (4) і (5).

Деякі результати створеної в системі Maple комп'ютерної програми показано на рис. 4. При цьому функція  $f$  прогнозованої середньої оцінки залежить від шести

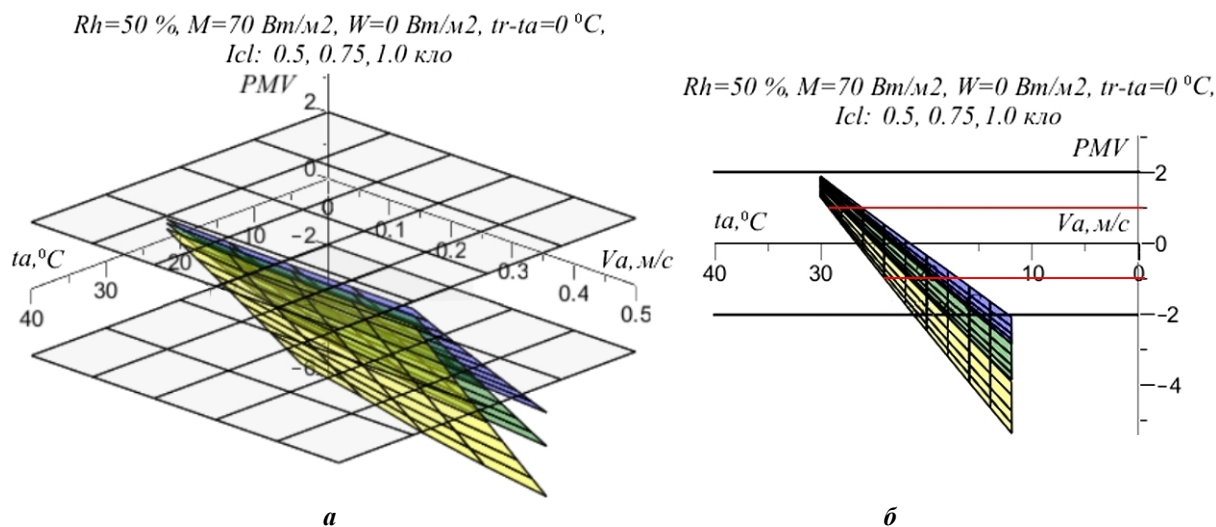
змінних

$$PMV = f(M, Icl, ta, Va, Rh, tr) = f(x_i)_1^n = f(x_i)_1^6. \quad (7)$$

Загальне співвідношення (7) проілюстровано на прикладі православних храмів, для яких величина  $x_1=M=1,2$  мет  $\approx 70$  Вт/м<sup>2</sup> є сталою, що відповідає типовій діяльності у вигляді відпочинку стоячи й характеризує стан парафіян під час молитви.

Тоді формула (7) зводиться до п'ятивимірного простору. У якості неперервних змінних обрано  $x_3=ta$ ,  $x_4=Va$ , дискретними величину  $x_2=Icl=(Icl_1, Icl_2)=((0,5$  кло; 0,75 кло; 1 кло), (1,5 кло; 2 кло)), де  $Icl_1, Icl_2$  – опір теплопередачі одягу для теплового, холодного й перехідного періоду року, а також  $x_5=Rh=(40 \%, 50 \%, 60 \%)$  і  $x_6=tr=x_3+dtr=ta+dtr$ , де  $dtr \in (-5 \text{ } ^\circ\text{C}, 0 \text{ } ^\circ\text{C}, 5 \text{ } ^\circ\text{C})$  – різниця між середньою радіаційною температурою випромінювання та температурою повітря.

Вище вказувалось, що комфортний тепловий стан людини відповідає умовам, за яких особа не відчуває холоду або перегріву та небажаного руху повітря навколо себе. Це відбувається коли кількість вироблюваного організмом тепла дорівнює його тепловтрамам у навколишнє середовище, тобто приблизно нульовим величинам виразу (2). Останній, як свідчить формула (7), залежить від кількох факторів, що здатні певним чином компенсувати дію один одного. Проведення математичного дослідження співвідношень (2) – (6) з метою виявлення необхідних раціональних комбінацій наведених параметрів становить для інженерів-проектувальників доволі важку задачу. Побудовані ж комп'ютерні геометричні моделі дозволяють суттєво полегшити ці завдання. Запропоновані прийоми аналізу ілюструє рис. 4.



**Рис. 4. Візуалізація комфортності теплового стану людини на основі прогнозованої середньої оцінки:**  
*a* – комп'ютерна геометрична модель; *б* – графоаналітичний аналіз

Головна ідея полягає в інтерактивному варіюванні параметрів (7) та оцінюванні їх впливу (див. рис. 4, *a*) на величину  $PMV$ . При цьому додатково застосовуються допоміжні геометричні фігури (лінії, площини тощо) та належні побудови (див. рис. 4, *б*) які уточнюють отримувану інформацію. Остання лежить в основі прогнозованого керування мікрокліматом приміщень.

Отже, вище на прикладі аналітичного визначення теплового комфорту людини викладено напрацьовану комп'ютерну технологію візуалізації складних функціональних залежностей, також описано розроблені графоаналітичні алгоритмічні моделі деяких параметрів мікроклімату. Показано ефективність такого підходу стосовно практичного

використання.

### Висновки

Викладені у статті відомості здатні слугувати основою для реалізації в середовищі сучасних BIM-технологій запропонованого підходу до геометричного моделювання параметрів мікроклімату. Це твердження спирається на те, що поданий інструментарій доповнює наявні засоби автоматизованого проектування апаратом ефективного дослідження таких метеорологічних властивостей повітря приміщень як його температура, вологість, рухливість тощо.

### Список використаної літератури

1. Барабаш М. С. Компьютерное моделирование процессов жизненного цикла объектов строительства. Киев: Сталь, 2014. 301 с.
2. Талапов В. В. Технология BIM: суть и особенности внедрения информационного моделирования зданий. Москва: ДМК Пресс, 2015. 410 с.
3. Ланцов А. Л. Компьютерное проектирование в архитектуре. ArchiCAD 11. Москва: ДМК-Пресс, 2009. 800 с.
4. Бессонова Н. В. Архитектурное параметрическое моделирование в Autodesk Revit Architecture 2014. Новосибирск: НГАСУ, 2016. 116 с.
5. Бодров В. И., Бодров М. В., Трифонов Н. А., Чурмеева Т. Н. Микроклимат зданий и сооружений. Нижний Новгород: Арабеск, 2001. 394 с.
6. Полосин И. И., Новосельцев Б. П., Шершнева В. Н. Теоретические основы создания микроклимата в помещении. Воронеж: ВГАСУ, 2005. 146 с.
7. Протасевич А. М. Строительная теплофизика ограждающих конструкций и микроклимат помещений. Минск: БНТУ, 2016. 453 с.
8. Беккер А. Системы вентиляции. Москва: Техносфера, 2007. 240 с.
9. Стефанов Е. В. Вентиляция и кондиционирование. Санкт-Петербург: АВОК Северо-Запад, 2005. 400 с.
10. ДСТУ Б EN ISO 7730:2011. Ергономіка теплового середовища. Аналітичне визначення та інтерпретація теплового комфорту на основі розрахунків показників PMV і PPD і критеріїв локального теплового комфорту. Київ: Мінрегіон України, 2012. 74 с.

### References

1. Barabash, M. S. (2014). *Kompyuternoe modelirovanie protsessov zhiznennogo tsikla ob'ektov stroitelstva*. Kiev: Stal.
2. Talapov, V. V. (2015). *Tehnologiya BIM: sut i osobennosti vnedreniya informatsionnogo modelirovaniya zdaniy*. Moskva: DMK Press.
3. Lantsov, A. L. (2009). *Kompyuternoe proektirovanie v arhitekture. ArchiCAD 11*. Moskva: DMK-Press.
4. Bessonova, N. V. (2016). *Arhitekturnoe parametricheskoe modelirovanie v Autodesk Revit Architecture 2014*. Novosibirsk: NGASU.
5. Bodrov, V. I., Bodrov, M. V., Trifonov, N. A., & Churmeeva, T. N. (2001). *Mikroklimat zdaniy i sooruzheniy*. Nizhniy Novgorod: Arabesk.
6. Polosin, I. I., Novoseltsev, B. P., & Shershnev, V. N. (2005). *Teoreticheskie osnovy sozdaniya mikroklimata v pomeschenii*. Voronezh: VGASU.
7. Protasevich, A. M. (2016). *Stroitel'naya teplofizika ograzhdayuschih konstruktsiy i mikroklimat pomescheniy*. Minsk: BNTU.
8. Bekker, A. (2007) *Sistemyi ventilyatsii*. Moskva: Tehnosfera.
9. Stefanov, E. V. (2005). *Ventilyatsiya i konditsionirovanie*. Sankt-Peterburg: AVOK Severo-Zapad.



10. DSTU B EN ISO 7730:2011. (2012). Erhonomika teplovoho seredovyshcha. Analitychne vyznachennia ta interpretatsiia teplovoho komfortu na osnovi rozrakhunkiv pokaznykiv PMV I PPD i kryteriiv lokalnoho teplovoho komfortu. Kyiv: Minrehion Ukrainy.

Терещук Микола Олександрович – аспірант кафедри архітектурних конструкцій Київського національного університету будівництва і архітектури, e-mail: nikolatereschuk@gmail.com. ORCID: 0000-0002-4444-3677.

Голова Ольга Олександрівна – доцент кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», e-mail: fire19@ukr.net. ORCID: 0000-0002-4903-4450.

Лебедева Ольга Олександрівна – старший викладач кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», e-mail: meganom8@ukr.net. ORCID: 0000-0003-1569-5987.

Линок Назар Михайлович – викладач кафедри управління військами Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, e-mail: nazar.linok@gmail.com. ORCID: 0000-0002-4489-2472.

Головченко Олег Володимирович – ад'юнкт Національного університету оборони України імені Івана Черняхівського, e-mail: golovchenko19850306@gmail.com. ORCID: 0000-0003-3715-7872.

**MODELLING OF THE ELIIONIC-INDUCED SPUTTERING  
(SUBLIMATION) OF MATTER**

*The problem of modeling the elionic-induced sputtering (sublimation) of matter is represented. It is customary to call elionic technologies the technologies for processing matter with particle beams (ions, neutrons, electrons and photons). Short review of corresponding experimental data of represented. The ways of search the creation of universal theory for the explanation the proper experimental data are discussed. Comparative analysis of thermodynamical theory, physical-chemical models and photo induced theory of sublimation is described. We show that problem of laser-induced sublimation may be represented as surface sputtering of matter. Therefore the problems of ion-induced and electron induced sputtering of matter are analysed too. From physical-chemical point of point of view the processes of sublimation and sputtering have of the same nature. Main difference between laser-induced and particle-induced sputtering (sublimation) is the nature of interaction charge particles and photons with matter. In both cases we have critical value of fluence the corresponding particles. So, for ion implantation surface sputtering is beginning from fluence  $3 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ . For electrons this value on 2-3 orders of magnitude is greater. Neutron irradiation has a high penetrating ability and material sputtering processes are typical for nuclear and thermonuclear reactors. For laser radiation, the chain process of saturation of the excitation of the corresponding chemical bonds plays an important role. The methods of radiation physics of status solid, Relaxed Optics and irreversible thermodynamics were chosen for modeling. Ion sputtering occurs when irradiated with large doses of ions. In this case, the coefficient of sputtering of the irradiated material is of great importance. Based on this, a physicochemical model is presented, which allows describing the processes of ion sputtering of one and diatomic materials. To simulate laser-induced sublimation, a cascade model of excitation of the corresponding chemical bonds in the excitation saturation mode was used. A comparative analysis with the thermodynamic theory of sublimation is carried out. It is shown that the thermodynamic energy threshold of sublimation is 0.4 values of the Zeitz energy. Estimated calculations for silicon, germanium and steel are presented.*

*Key words: laser-induced sublimation, Relaxed Optics, modeling, chain processes, sputtering, elionic technologies, ion implantation, accelerators.*

П.П. ТРОХИМЧУК  
Волинський національний університет імені Лесі Українки

**МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛІОННО-ІНДУКОВАНОГО РОЗПИЛЕННЯ  
(СУБЛІМАЦІЇ) РЕЧОВИНИ**

*Представлена задача моделювання еліонно-індукованого розпилення (сублімації) речовини. Еліонними технологіями прийнято називати технології обробки речовини пучками частинок (іони, нейтрони, електрони і фотони). Наведено короткий огляд відповідних експериментальних даних. Обговорено шляхи пошуку створення універсальної теорії для пояснення цих експериментальних даних. Описано порівняльний аналіз термодинамічної теорії, фізико-хімічних моделей та фотоіндукованої теорії сублімації. Показано, що проблему лазерно-індукованої сублімації можна представити як поверхневе розпилення речовини. Тому також аналізуються проблеми іонного та електронного розпилення речовини. З фізико-хімічної точки зору процеси сублімації та розпилення мають однакову природу. Основна різниця між індукованою лазерно-індукованим та частинково-індукованим розпиленням (сублімацією) полягає в характері взаємодії заряджених масивних частинок і фотонів з речовиною. В обох випадках ми маємо критичне значення потоку відповідних частинок. Так, для іонної імплантації атомізація поверхні починається з флюенсу  $3 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ . Для електронів це значення на 2-3 порядки більше. Нейтронне опромінення має велику проникаючу здатність і процеси розпилення матеріалу характерні для ядерних і термоядерних реакторів. Для лазерного випромінювання велику роль має ланцюговий процес насичення збудження відповідних хімічних зв'язків. Для моделювання були обрані методи радіаційної фізики твердого тіла, релаксаційної оптики та незворотної термодинаміки. Іонне розпилення відбувається при опроміненні великими дозами іонів. Велике значення при цьому має коефіцієнт розпилення опроміненого матеріалу. Виходячи з цього приведена фізико-хімічна модель, яка дозволяє описати процеси іонного розпилення одне і двоатомних матеріалів. Для моделювання лазерно-індукованої сублімації була використана каскадна модель збудження відповідних хімічних зв'язків в режимі насичення збудження. Проведено порівняльний аналіз з термодинамічною теорією сублімації.*

Показано, що термодинамічний енергетичний поріг сублимації становить 0,4 значення від енергії Зейтца. Наведено оціночні розрахунки для кремнію, германію та сталі.

Ключові слова: лазерно-індукована сублимація, релаксаційна оптика, моделювання, ланцюгові процеси, розпилення, еліонні технології, іонна імплантація, прискорювачі.

П.П. ТРОХИМЧУК

Волынский национальный университет имени Леси Украинки

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛИОННО-ИНДУЦИРОВАННОГО РАСПЫЛЕНИЯ (СУБЛИМАЦИИ) ВЕЩЕСТВА

Представлена задача моделирования элионно-индуцированного распыления (сублимации) вещества. Элионными технологиями принято называть технологии обработки вещества пучками частиц (ионы, нейтроны, электроны и фотоны). Приведен краткий обзор соответствующих экспериментальных данных. Обсуждены пути поиска создания универсальной теории для объяснения этих экспериментальных данных. Описан сравнительный анализ термодинамической теории, физико-химических моделей и фотоиндуцированной теории сублимации. Показано, что проблему лазерно-индуцированной сублимации можно представить как поверхностное распыление вещества. Поэтому также анализируются проблемы ионного и электронного распыления вещества. С физико-химической точки зрения процессы сублимации и распыления имеют одинаковую природу. Основная разница между лазерно-индуцированным и частице-индуцированным распылением (сублимацией) заключается в характере взаимодействия заряженных массивных частиц и фотонов с веществом. В обоих случаях мы имеем критическое значение потока соответствующих частиц. Так, для ионной имплантации атомизация поверхности начинается с потока ионов  $3 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ . Для электронов это значение на 2-3 порядка больше. Нейтронное облучение имеет большую проникающую способность и процессы распыления материала характерны для ядерных и термоядерных реакторов. Для лазерного излучения большую роль имеет цепной процесс насыщения возбуждения соответствующих химических связей. Для моделирования были выбраны методы радиационной физики твердого тела, релаксационной оптики и необратимой термодинамики. Ионное распыление происходит при облучении большими дозами ионов. Большое значение при этом имеет коэффициент распыления облучаемого материала. Исходя из этого, приведена физико-химическая модель, которая позволяет описать процессы ионного распыления одно и двухатомных материалов. Для моделирования лазерно-индуцируемой сублимации была использована каскадная модель возбуждения соответствующих химических связей в режиме насыщения возбуждения. Проведен сравнительный анализ с термодинамической теорией сублимации. Показано, что термодинамический энергетический порог сублимации составляет 0,4 значення від енергії Зейтца. Приведены оценочные расчеты для кремния, германия и сталі.

Ключевые слова: лазерно-оптический пробой, релаксационная оптика, моделирование, цепные процессы, черенковское излучение.

### Introduction

Problems of the observation the elionic-induced sublimation and sputtering of matter is one of the central questions of modern elionic technology [1–9]. Concept elionic are including all possible types of particle irradiation, including photons [4]. This problem is connected with problem of ion- and electron-induced sputtering of irradiated surface with help accelerators of proper particles, including photons. Particle-induced processes [1, 2, 4, 6–8] are “hard” processes; laser-induced sublimation (sputtering) is more soft process [3, 7, 9]. For the case of laser irradiation we have two scenarios of evaporation [3]. First is connected with melting of irradiated matter (evaporation from melting liquid phase) and sublimation (evaporation from solid state).

We present this problem from one point of view for all types of interaction from photon to ions. It is the first attempt of observation this problem in main detail in whole.

Main methods of modeling are physical chemical. All these processes have threshold nature. For ion and electron irradiation it depends from parameters of irradiation and type of irradiated matter.

For ion implantation we select macroscopic quantities: total sputtering ratio and selective sputtering coefficient [4, 6, 7]. This simple model allows explaining the main

peculiarities of ion-induced sputtering of two and more numbers component systems. So, for ion implantation the threshold of sputtering of irradiated matter is  $\sim 3 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-2}$  [1, 2, 4, 6–8]. For electron irradiation this value has more on two order magnitude [2, 4, 7].

Laser-induced processes have more soft nature [3, 9]. Therefore, we must use the methods of modeling, which are allow to explain the possible chains intermediate phase transformations [3, 9]. In this case we must use the cascade model of excitation of proper chemical bonds in the regime of saturation of excitation [3]. Roughly speaking, the laser-induced surface sputtering of irradiated matter without melting must be realized for the regime of irradiation, which is equal of sum the chemical bonds of surface atoms. As rule, this value is equal the half of Seitz energy (sum of all nearest chemical bonds of corresponding atoms in crystal lattice) [4]. In order of magnitude, this value corresponds to the sublimation energy of the irradiated material. In this case, we must select regimes of irradiation, which generating cascade “quantum” short-range actions, because the transition to long-range action may be cause of melting the irradiated matter.

The pure laser sublimation (sputtering) method is more preferable for obtaining the micro-hole drilling of stainless steel using short laser pulses [9], because it does not leave molten droplets on the irradiated surface, in addition, the holes themselves have a more even border.

In whole methods of elionic-induced sputtering may be used for the cleaning the surfaces of materials and their corresponding profiles, while laser methods can be used for samples with a significantly smaller size.

#### Experimental data

As the radiation dose of the target increases, if it is a single crystal, it can turn into a polycrystalline, amorphous state and collapse. In Fig. 1 shows the temperature dependence of the critical zone required for amorphization of the monocrystalline *Si* by different ions. Ion sputtering starts at implantation doses  $\sim 10^{18} \text{ cm}^{-2}$  [4].

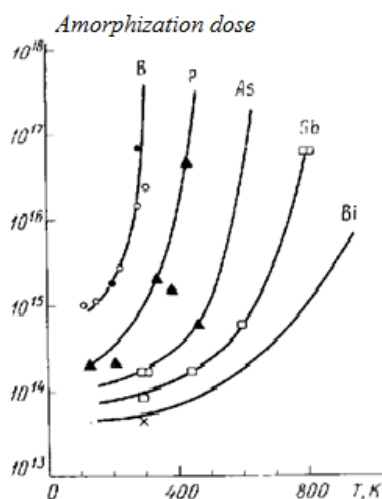


Fig. 1. Temperature dependence of the critical zone required for amorphization [4]

Dependence of sputtering coefficient with irradiation of potassium iodide without impurity and with an impurity of thallium is shown in Fig. 2 [7].

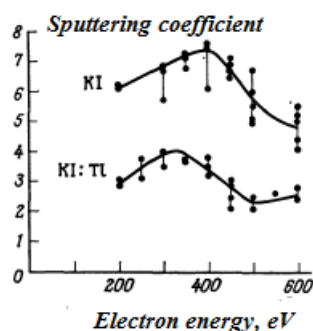


Fig. 2. Sputtering ratio  $KI$  and  $KI: TI$  by electrons at temperature  $220^{\circ}C$  [7]. Impurity  $TI$  acts as a trap for excitons and therefore reduces the sputtering coefficient

Neutron irradiation has a high penetrating power, therefore, it leads to volume blistering and hydrogenation of the irradiated material, while ion sputtering of the irradiated material can naturally occur [4, 7].

The laser-induced evaporation (sputtering) may be realized with two channels: evaporation from a melt (ablation) and evaporation from a solid state (sublimation) [3, 9].

The main peculiarities of processes laser-induced evaporation may be explained on the laser-induced drilling. Creation of micro-holes with given parameters simplifies application of new generation of microelectronic components, microsensors, filters, surgical instruments etc. Therefore, micro-hole drilling in a wide range of materials, such as steel, copper, aluminum, etc., has received much attention [9].

The demands for high precise micro-holes are increasing with the increasing of application range, therefore traditional mechanical drilling is slightly applicable. On the other hand, laser drilling using continuous-wave lasers is accompanied with the formation of melting layer and due to its uncontrolled redeposition – recast layer. The best way of overcoming main laser drilling disadvantages is laser pulse shortening, so that only material ablation by nonlinear absorption takes place [9]. Such material ablation could be achieved by using of picosecond or even femtosecond laser sources because ablation of pulsed laser radiation depends on the length of the respective pulse. Different pulse lengths have different etching mechanisms during removal of the material, and the shape of the material surface will be different after the removal process.

Although studies on micro-hole drilling by short pulsed lasers has received much attention, drilling of high precise micro-holes with minimal or no thermal damage still remains a major challenge [9].

In work [9] micro-hole drilling was processed using TRUMPF TruMicro 5000 picosecond laser. The wavelength of the laser was  $515\text{ nm}$  with a pulse width of  $10\text{ ps}$  at  $400\text{ kHz}$  pulse repetition frequency. The power density was  $5.72 \cdot 10^5\text{ W}\cdot\text{cm}^{-2}$ , and equivalence laser fluence was  $1.43\text{ J}\cdot\text{cm}^{-2}$ . Micro-holes were received in steel SAE-304 (Fig. 3) [9].

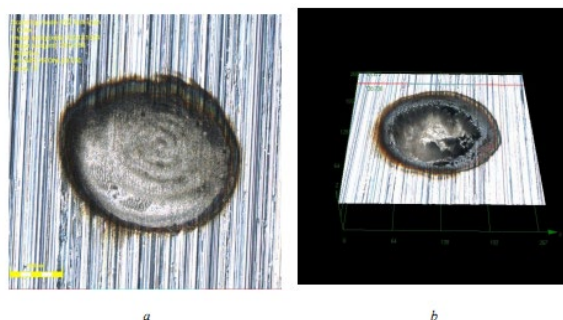


Fig. 3. Micro-holes drilled in stainless steel using picosecond laser: a - 30 shots, 2D view; b - 190 shots, 3D - view [9]

Line profiles of drilled micro-holes for different amount of shots is represented on Fig. 4 [9].

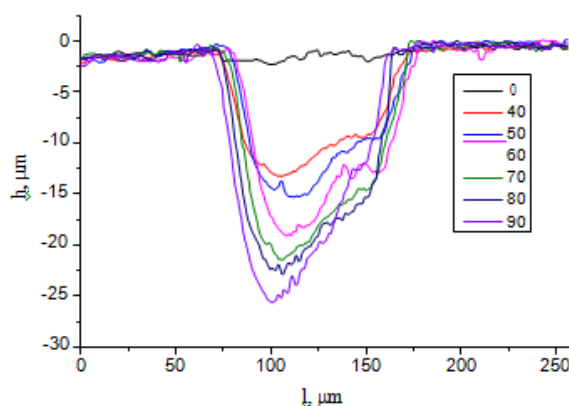


Fig. 4. Line profiles of drilled micro-holes for different amount of shots [9]

Depth of the hole drilled using picosecond laser for different number of pulses was researched too (Fig. 5) [9].

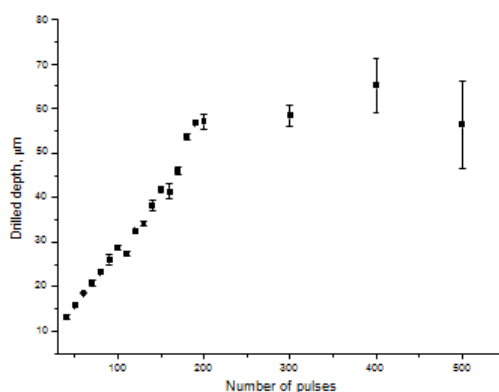


Fig. 5. Depth of the hole drilled using picosecond laser for different number of pulses [9]

As seen from Fig. 5 the dependence of the depth of holes tends to saturate. This is obviously due to the increase in light reflection compared to previous pulses.

In order to avoid dross (Fig. 3), it is advisable to choose the modes of laser irradiation such that the main processes are sublimation of the irradiated material. This mode is easy to choose, since the binding energy of near-surface atoms is 1.2 - 2 times less than that of bulk atoms, while we will have laser-induced sputtering with a solid rather than a liquid phase [9].

The edges of the holes will be smoother and by adjusting the irradiation time, we can get holes in a wider range of sizes. For these purposes, longer irradiation regimes can be used. Increasing the angle of incidence relative to the surface normal decreases the penetration depth of the incident particles into the material. A cascade of collisions occurs closer to the surface, its atoms receive a large share of the energy. The direction of the velocity imparted to the displaced atoms is more favorable for sputtering. However, at too large angles of incidence, the probability of reflection of the incident particle by the electric field on the surface increases without significant energy transfer to the target atoms.

### Modeling and discussions

The problem of particle sputtering may be connected with thermodynamic concept of sublimation but although it also has significant differences due to the processes of interaction of specific particles with the environment [4, 7, 9, 10].

Sublimation is the transition of a substance directly from the solid to the gas state, without passing through the liquid state [10]. Sublimation is an endothermic process that occurs at temperatures and pressures below a substance's triple point in its phase diagram, which corresponds to the lowest pressure at which the substance can exist as a liquid. The reverse process of sublimation is deposition or desublimation, in which a substance passes directly from a gas to a solid phase. Sublimation has also been used as a generic term to describe a solid-to-gas transition (sublimation) followed by a gas-to-solid transition (deposition). While vaporization from liquid to gas occurs as evaporation from the surface if it occurs below the boiling point of the liquid, and as boiling with formation of bubbles in the interior of the liquid if it occurs at the boiling point, there is no such distinction for the solid-to-gas transition which always occurs as sublimation from the surface. Phase diagram of this processes is represented on Fig. 6 [10].

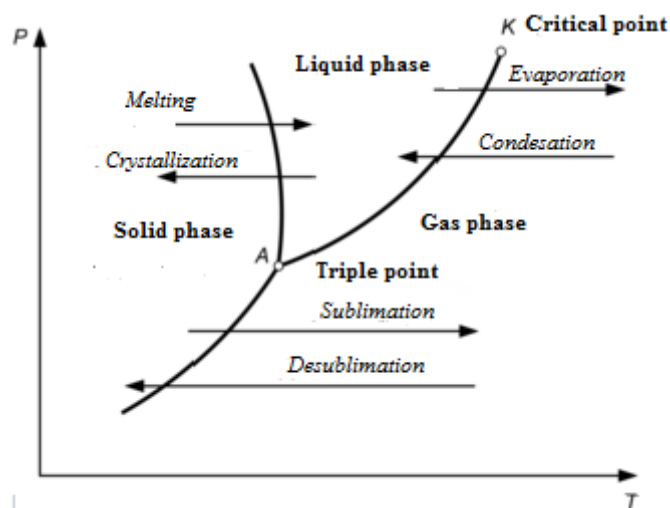


Fig. 6. First order phase transitions in the thermodynamic phase diagram [10]

Roughly speaking the elionic-induced sputtering may be represented as shock sublimation. But in this case we must use methods of modeling, which are connected with the intensity of the incident particles flow.

We begin our analysis from ion implantation. At implantation of large doses of ions are characteristic such effects: surface swelling, precipitation and cone formation [4]. In what follows, we will neglect these effects and assume that a homogeneous dispersed atomic mixture is formed. We also assume that atomic mixing is quite efficient, as a result of which the implanted atoms are evenly distributed in depth within the surface layer thickness  $W$  (Fig. 7). With increasing concentration of implanted atoms  $N_A$  a stream of atomized atoms  $A$  increases and reaches the level of incident ion flux  $J_i$  (type  $A$ ). At the same time the steady state in which there is no further increase is established. According to this model, the steady state occurs after spraying a layer of thickness  $\sim rW$ , where  $r$  is the coefficient of selective sputtering, and  $W$  is the thickness of the implanted layer (in the order of magnitude equal to the mileage of ions). Under these assumptions, the shape of the concentration profile remains unchanged, and the concentration itself increases with increasing dose until steady state is reached. The condition of conservation of the number of atoms is written as follows [4]:

$$W \frac{dN_A}{dt} = J_i - J_A, \quad (1)$$

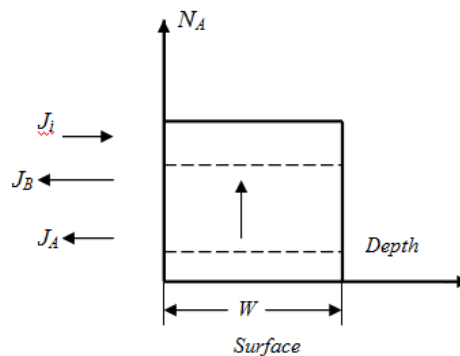


Fig.7. Illustration for calculating the concentration of implanted impurity

where  $N_A$  – concentration of implanted atoms,  $J_i$  – the flux of incident ions (element A), and  $J_A$  – the flow of A atoms atomizing from the target. In the steady state, the number of A atoms in the material does not change, therefore:

$$J_A = J_i. \quad (2)$$

Enter the total spray ratio  $S$  according to the formula:

$$J_A + J_B = SJ_i, \quad (3)$$

where  $J_B$  – the flow of B atoms atomizing from the target. Taking into account equality (2) we express  $J_B$  through  $J_i$ :

$$J_B = (S - 1)J_i. \quad (4)$$

Now let's move away from the usual method of consideration and introduce the concept of selective sputtering. We assume that the scattering probabilities of A and B atoms are not the same:

$$\frac{J_B}{J_A} = r \left( \frac{N_B}{N_A} \right), \quad (5)$$

where  $r$  - the ratio of the probability of sputtering of an B atom located near the surface to the probability of sputtering of A atom near the surface.

Then the stationary, or most possible, concentration will be determined by the expression [4]:

$$\frac{N_B}{N_A} = \frac{r}{(S - 1)}. \quad (6)$$

The ratio of concentrations is approximately inversely proportional to the sputtering coefficient  $S$  and directly proportional to the selective sputtering coefficient  $r$ . For example, if B atoms are atomized more likely than atoms A ( $r > 1$ ), the concentration of A atoms will be higher than in the absence of selective sputtering.

As an example of application of this model for calculation we will consider two cases of spraying by Au ions with energy of 150 keV [4]. Values  $S$  and  $W$  were determined by the method of Rutherford backscattering of ions. In both cases, the value  $r$  was taken equal to one, although the results of experiments on the sputtering of the alloy Au – Cu indicate that for this alloy the value should be equal to 1.1, not 1.0.

Fig. 8 shows the dependence of the ratio of the concentration of implanted Au atoms in the target on the thickness of the atomized layer divided by  $W$ . The calculated data are given by solid lines.



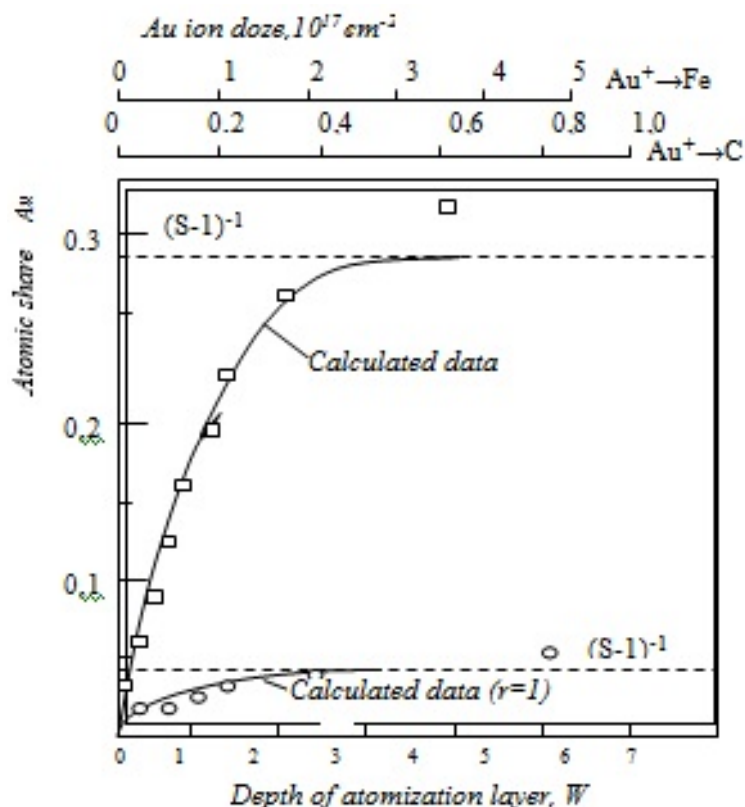


Fig. 8. Increasing the concentration of Au during the implantation of  $Au^+$  ions with an energy of 150 keV in Fe and Cu. Squares:  $Au^+ \rightarrow Fe$ ,  $S = 4.4$ ,  $W = 49.3$  nm; circuit:  $Au^+ \rightarrow Cu$ ,  $S = 20$ ,  $W = 41.4$  nm. The maximum concentration of Au achieved in Cu ( $\sim 5\%$ ) is much lower than in Fe. This is because Cu sprays more strongly than Fe. The curves are calculated on the basis of a simplified model (Fig. 7) taking into account the experimental values of  $S$  and  $W$  [4]

The experimental points were obtained by the method of Rutherford backscattering ions [4]. The calculated results agree quite well with the experimental data. The calculations used experimentally determined values of two parameters: the total sputtering coefficient  $S$  and the thickness of the implanted layer  $W$ . The difference in the maximum Au impurity concentration, equal to 0.05 in the case  $Au^+ \rightarrow Cu$  and 0.3 in the case  $Au^+ \rightarrow Fe$ , reflects the difference in the spray coefficients of two materials (Cu and Fe).

For more complex compounds, the sputtering ratio may be different for different elements, so you can get surfaces with variable stoichiometry. To explain such phenomena, more complex models need to be built [6–8].

In general, the sputtering coefficient depends on the energy of the incident particles, on their mass, on the target material, and on the angle of incidence of the incident particles. There is no unified theory. There are models that allow describing the main characteristics of the interaction for certain ratios between the masses of particles and their energies [6, 7].

Analogous models may be used for the electron-induced sputtering. Electron regimes of irradiation may be stationary and pulses. But in the time of electron and laser irradiation may be generated plasma and thermal processes [2, 3, 7].

Basic difference between ion and electron irradiation and laser irradiation and laser irradiation is medium of irradiation: for ion and electron beams it is vacuum, for laser irradiation – air [4].

Other adverse effects include the damage to nearby structures and the area around the ablated area becomes wrinkled. As shown in Fig. 9 (b) [9], compared with the long-pulse laser, the ultrashort pulse laser has the advantages of very short pulse duration, high pulsepeak power, thermal effects and shock wave can be avoided, accurate targeting focused positioning and so on. Structures manufactured by femtosecond laser have extremely sharp edges compared to long pulses.

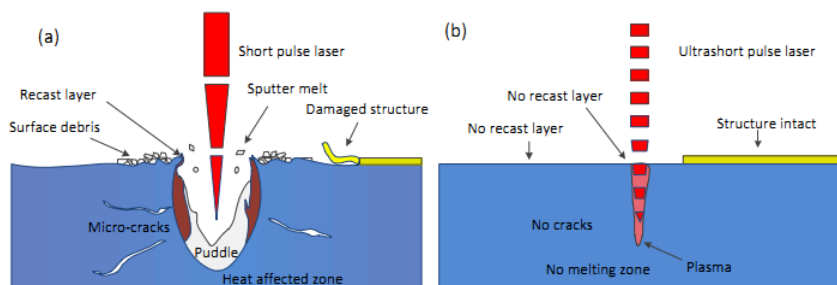


Fig. 9. Physical phenomena of irradiation by short laser pulse (a), ultrashort laser pulse (b) [9]

For explanation of laser-induced sputtering (sublimation) may be used cascade model in the regime of saturation of excitation [3]. We are demonstrating this model on *Si* and *Ge* examples.

Results of calculation of volume densities of energy, which are necessary for breakage of proper number of bonds in regime of saturation of excitation, are represented in Table 1 [3].

Table 1

Volume density of energy  $I_{vi}$  ( $10^3 J/cm^3$ ), which is necessary for the breakage of proper number of chemical bonds in the regime of saturation of excitation in *Si* and *Ge* [3]

	$I_{v1}$	$I_{v2}$	$I_{v4}$	$I_{v5}$
Si	12,8 – 14,4	25,6 – 28,8	51,2 – 57,6	63 – 72
Ge	6,3 – 8,4	12,6 – 16,8	25,2 – 33,6	31,5 – 42

It conceded that energies of all chemical bonds for elementary lattice are equivalent (*Si* and *Ge* are pure homeopolar semiconductors) [3, 4, 10]. For silicon energy of covalent bonds *Si-Si* are equaled 1,2–1,8 eV; for germanium energy of covalent bonds *Ge-Ge* are equaled 0,9–1,6 eV. Minimal values of these energies are corresponded of Pauling estimations. These values are corresponded the energy on one Coordination Number: according to radiation physics of status solid Seitz energy of creation one radiation defect in silicon is equal 12,7 eV for diamond lattice [3, 4].

The values of molar volume, density of atoms, density of sublimation energy and value of siublimation energy on one atom for Si, Ge and Fe are represented in Table 2 atoms and

Table 2

Thermodynamical characteristics, which are necessary for the sublimation silicon, germanium and steel [10, 11]

Material	$V_{mol}, cm^3$	$n_i, cm^{-3}$	$E_{subl}, kJ/cm^3$	$E_{atoms}, eV$
<i>Si</i>	12,18	$5 \cdot 10^{22}$	36	4,50
<i>Ge</i>	13,64	$4 \cdot 10^{22}$	27	4,20
<i>Fe</i>	7,14	$8,4 \cdot 10^{22}$	56	4,16

Comparative analysis of estimated data from Table 1 and Table 2 for silicon and germanium, show that for sublimation in thermodynamic approximation value energy per atom is equaled 0,35–0,45 value of Seitz energy. For case of electron radiation (Fig. 2) this value is more-equal to Seitz energy. This difference is explained by the fact that during electron irradiation, an electron interacts with a nodal ion, and when interacting with a photon, the corresponding chemical bond is broken. Therefore, for laser-induced sublimation, the sputtering energy of sublimation of surface ions should be less than half the Seitz energy.

In general, these processes can be considered as kinetic phase transitions of the first order, and thus it can be considered as an extension of Haken's concept of the equivalence of thermodynamic phase transitions of the second order and kinetic nonequilibrium phenomena (for example, nonlinear optical phenomena) [12] to phase transitions of the first order (irreversible phenomena).

Thus, when calculating the modes of laser-induced sublimation for steel, we should use the data in Table 2. It should be noted that when focusing the laser radiation, the effect of diffraction stratification of the incident radiation should be taken into account, which, depending on the radiation intensity, can affect transverse dimensions from 10 to 100  $\mu\text{m}$  depending on the wavelength of the laser radiation. Thus, for technological purposes, it is advisable to choose wider radiation beams. Therefore, it is desirable to carry out irradiation with collimated parallel, rather than focused, beams.

### Conclusions

1. Comparative analysis of basic four methods (ion, neutron, electron and laser induced) receiving of sublimation (sputtering) of matter is represented.
2. The experimental data of ion, electron, neutron and laser-induced sputtering are analyzed.
3. Physical-chemical methods of modeling these processes and phenomena are selected and discussed.
4. Main peculiarities of laser-induced sublimation as more soft process is described and analyzed.
5. The relationship and difference between the thermodynamic theory of sublimation and kinetic theories of sputtering are shown.

### Список використаної літератури

1. Риссел Х., Руге И. Ионная имплантация. М. : Наука, 1983. 360 с.
2. Технологические процессы и системы в микроэлектронике: плазменные, электронно-ионно-лучевые, ультразвуковые. Под ред. академика А. П. Достанко. Минск : Бестпринт, 2009. 204 с.
3. Trokhimchuck P. P. Relaxed Optics: Modeling and Discussions. Saarbrücken : Lambert Academic Publishing, 2020. 249 p.
4. Трохимчук П. П. Радіаційна фізика твердого тіла. Луцьк : Вежа, 2007. 394 с.
5. Чернов А. А. Физика кристаллизации. Новое в жизни, науке, технике. Серия «Физика», №5. Москва : Знание, 1983. 64 с.
6. Sputtering by Particle Bombardment I. Physical Sputtering of Single-Element Solids. Ed. Behrisch R. Berlin: Springer Verlag, 1981. 328 p.
7. Sputtering by Particle Bombardment II. Sputtering of Alloys and Compounds, Electron and Neutron Sputtering, Surface Topography. Ed. Behrisch R. Berlin : Springer Verlag, 1983. 484 p.
8. Sputtering by Particle Bombardment III. Experiments and Computer Calculations from Threshold to MeV Energies. Eds. Behrisch R., Eckstein W. Berlin: Springer Verlag, 1991. 320 p.

9. Dupliak I., Li F., Feng F. Micro-hole drilling of stainless steel using short pulse laser. *Actual Problems of Fundamental Science: Proceedings Third International Conference dedicated to the memory of Anatoliy V. Svidzinskyi* ( Lake “Svityaz”, I – 5 June, 2019). Lutsk : Vezha-Print, 2019. P. 42-44.
10. Мешков Ю. Я. Концепция критической энергии при разрушении твердых тел. *Успехи физики металлов*. 2001. Том 2. С. 7-50.
11. Whitten K. W., Gailey K. D., Davis R. E. General chemistry with qualitative analysis. Rochester: Saunders College Publishing, 1994. 475 p.
12. Haken H. Synergetics. An Introduction. Nonequilibrium phase transitions and Self-Organization in Physics, Chemistry and Biology. Berlin a.o.: Springer-Verlag, 1977. 325 p.

### References

1. Rissel, H., & Ruge, I. (1983). *Ionnaya implantatsiya*. M.: Nauka.
2. Tekhnologicheskiye protsessy i sistemy v mikroelektronike: plazmennyye, elektronno-ionno-luchevyye, ul'trazvukovyye. Pod red. akademika A. P. Dostanko. (2009). Minsk: Bestprint.
3. Trokhimchuck, P. P. (2020). *Relaxed Optics: Modeling and Discussions*. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing.
4. Trokhimchuck, P. P. (2007). *Radiatsiyna fizyka tverdoho tila*. Lutsk : Vezha.
5. Chernov, A. A. (1983). *Fizika kristallizatsii*. Novoye v zhizni, nauke, tekhnike. Seriya «Fizika», №5. Moskva : Znaniye.
6. *Sputtering by Particle Bombardment I. Physical Sputtering of Single-Element Solids*. Ed. Behrisch R. (1981). Berlin: Springer Verlag.
7. *Sputtering by Particle Bombardment II. Sputtering of Alloys and Compounds, Electron and Neutron Sputtering, Surface Topography*. Ed. Behrisch R. (1983). Berlin: Springer Verlag.
8. *Sputtering by Particle Bombardment III. Experiments and Computer Calculations from Threshold to MeV Energies*. Eds. Behrisch R., Eckstein W. (1991). Berlin: Springer Verlag.
9. Dupliak, I., Li, F., & Feng, F. (2019). Micro-hole drilling of stainless steel using short pulse laser. *Actual Problems of Fundamental Science: Proceedings Third International Conference dedicated to the memory of Anatoliy V. Svidzinskyi* ( Lake “Svityaz”, I–5 June, 2019). Lutsk: Vezha-Print. P. 42-44.
10. Meshkov, Yu. Ya. (2001). Kontsepsiya kriticheskoy energii pri razrushenii tverdykh tel. *Uspekhi fiziki metallov*. **2**, 7-50.
11. Whitten, K. W., Gailey, K. D., & Davis, R. E. (1994). *General chemistry with qualitative analysis*. Rochester: Saunders College Publishing.
12. Haken, H. (1977). *Synergetics. An Introduction. Nonequilibrium phase transitions and Self-Organization in Physics, Chemistry and Biology*. Berlin a.o.: Springer-Verlag.

Трохимчук Петро Павлович– к.ф.-м.н., доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського Волинського національного університету імені Лесі Українки, e-mail: [tropel650@gmail.com](mailto:tropel650@gmail.com), ORCID: 0000-0003-2737-0506.

УДК 622.271.4:504.062:631.445.52

Н.Н. ХАРИТОНОВ  
Днепровский государственный аграрно – экономический университет  
И.И. КЛИМКИНА  
Национальный технический университет «Днепровская политехника»  
О.В. ТИТАРЕНКО  
Научный центр аэрокосмических исследований Земли ИГН НАНУ  
Л.Б. АНИСИМОВА  
Институт проблем природопользования и экологии НАНУ

## ГЕОПРОСТРАНСТВЕННАЯ ОЦЕНКА ВОЗДЕЙСТВИЯ ДОБЫЧИ УГЛЯ НА ФОРМИРОВАНИЕ ЛАНДШАФТОВ В ПОЙМЕ РЕКИ САМАРА

*Разработка шахтами каменного угля в Западном Донбассе приводит к образованию на поверхности поймы реки Самара просадок (до 3-7 м). Просевшая территория заполняется грунтовыми и поверхностными водами и превращается в заболоченный водоем. При этом ухудшается плодородие почвы, состояние пойменных лугов и лесов. Полевые опыты, заложенные на землях, нарушенных горными разработками земель, связаны с обоснованием выбора смягчающей технологии с последующим моделированием и прогнозом ее воздействия на окружающую среду. Применение методов математического моделирования для оценки процессов техногенного воздействия на окружающую среду должно базироваться на использовании данных долгосрочного мониторинга. Основной целью нашего исследования была геопространственная оценка антропогенного воздействия на формирование ландшафтов в пойме реки Самара с последующим моделированием и прогнозом вертикального засоления насыпного слоя почвы. Оценка проективного покрытия земной поверхности возможна благодаря изучению спектральных отражающих особенностей растительного покрова. Мультиспектральные снимки спутниковой системы Landsat были использованы для дистанционного зондирования поймы реки Самара в 2004-м и 2020-м годах. Сравнение уровней проективного покрытия растительностью пойменной части реки Самара свидетельствует о деградации почвенного покрова за последние 17 лет.*

*Исследования эффективности технологии рекультивации шахтных отвалов были проведены в условиях Павлоградского стационара рекультивации нарушенных земель. Исходными данными были результаты определения реакции водной вытяжки (рН) и засоления рекультивированного трехслойного профиля, которые были получены в 2003-м, 2008-м, 2016-м и 2020-м годах. Данные ГИС картирования экспериментальных участков позволили определиться с местом отбора проб почвы для оценки вертикальной миграции солей вдоль рекультивированного профиля. Согласно полученным данным прогноза засоления слоев искусственного профиля, процесс засоления рекультивированных земель без орошения будет постепенно развиваться. Вместе с тем, необходимо признать, что интенсивность транспирации луговой растительности значительно ниже, чем у сельскохозяйственных культур. Последний тип природопользования в Западном Донбассе связан с меньшим риском развития процессов вертикального засоления почв, учитывая тенденцию перехода к стратегии природного луговодства.*

*Ключевые слова: дистанционное зондирование, ГИС картирование, математическое моделирование, рекультивированные земли, природопользование.*

М.М. ХАРИТОНОВ  
Дніпровський державний аграрно – економічний університет  
І.І. КЛІМКІНА  
Національний Технічний Університет «Дніпровська політехніка»  
О.В. ТИТАРЕНКО  
Науковий центр аерокосмічних досліджень Землі ИГН НАНУ  
Л.Б. АНИСИМОВА  
Інститут проблем природокористування та екології НАНУ

## ГЕОПРОСТОРОВА ОЦІНКА ВПЛИВУ ВИДОБУТКУ ВУГІЛЛЯ НА ФОРМУВАННЯ ЛАНДШАФТІВ В ЗАПЛАВІ РІЧКИ САМАРА

*Розробка шахтами кам'яного вугілля у Західному Донбасі призводить до утворення на поверхні заплави річки Самара просядок (до 3-7 м). Територія, що просідає, заповнюється ґрунтовими і поверхневими водами і перетворюється в заболочену водойму. При цьому погіршується родючість ґрунтів, стан заплавної луки і лісів. Польові дослідження, закладені на землях, порушених гірничими розробками земель, пов'язані з обґрунтуванням вибору пом'якшувальної технології з подальшим моделюванням і прогнозом її впливу на довкілля. Застосування методів математичного моделювання для оцінки процесів техногенного впливу на навколишнє середовище повинно базуватися на використанні даних довгострокового моніторингу. Головною метою нашого дослідження була просторова оцінка антропогенного впливу на формування ландшафтів в заплаві річки Самара з подальшим моделюванням і прогнозом вертикального засолення насипного шару ґрунту. Оцінка проективного покриття земної поверхні можлива завдяки вивченню спектральних відображаючих особливостей рослинного покриву. Мультиспектральні знімки супутникової системи Landsat були використані для дистанційного зондування заплави річки Самара в 2004-му і 2020-му роках. Порівняння рівнів проективного покриття рослинністю у заплавної частині річки Самара свідчить про деградацію ґрунтового покриву за останні 17 років. Дослідження ефективності технології рекультивувати шахтних відвалів були проведені в умовах Павлоградського стаціонару рекультивувати порушених земель. Вихідними даними були результати визначення реакції водної витяжки (рН) і засолення рекультивованого тришарового профілю, які були отримані в 2003-му, 2008-му, 2016-му та 2020-му роках. Дані ГІС картування експериментальних ділянок дозволили визначитися з місцем відбору проб ґрунту для оцінки вертикальної міграції солей уздовж рекультивованого профілю. Згідно з отриманими даними прогнозу засолення, процес засолення рекультивованих земель без зрощення буде поступово розвиватися. Разом з тим, необхідно визнати, що інтенсивність транспірації лучної рослинності значно нижче, ніж у сільськогосподарських культур. Останній тип природокористування в Західному Донбасі пов'язаний з меншим ризиком розвитку процесів вертикального засолення ґрунтів з огляду на тенденцію переходу до стратегії природного луківництва.*

*Ключові слова: дистанційне зондування, ГІС картування, математичне моделювання, рекультивовані землі, природокористування.*

M.M. KHARYTONOV

Dnipro State Agrarian – Economic University

I.I. KLIMKINA

Dnipro University of Technology

O.V. TITARENKO

Scientific Centre for Aerospace Research of the Earth of IGS NASU

L.B. ANISIMOVA

Institute of Nature Management and Ecology of NASU

## GEOSPATIAL ASSESSMENT OF THE OF COAL MINING IMPACT ON THE LANDSCAPES FORMATION IN THE FLOOD - PLAIN OF THE SAMARA RIVER

*Coal mining in Western Donbass leads to the formation of subsidence on the surface of the floodplain of the Samara River (up to 3-7 m). The sagging area is filled with ground and surface water and turns into a swampy body of water. As a result, soil fertility, floodplain meadows and forests are deteriorating. Field experiments carried out on lands disturbed by mining are associated with the justification of the choice of mitigating technology with subsequent modeling and forecast of its environment impact. The use of mathematical modeling methods to assess the processes of technogenic impact on the environment should be based on the use of long-term monitoring data. The main objective of our study was a geospatial assessment of anthropogenic impact on the formation of landscapes in the Samara River floodplain with subsequent modeling and forecasting of vertical salinization of the bulk soil layer. Assessment of the projective cover of the earth's surface is possible due to the study of the spectral reflective features of the vegetation cover. Multispectral images of the Landsat satellite system for 2004 and 2020 were used for remote sensing of the floodplain part of the Samara River. Comparison of the levels of projective vegetation cover of the Samara River floodplain indicates degradation of the land cover over the past 17 years.*

*Studies of the effectiveness of mine dumps reclamation technology were carried out in the conditions of the Pavlograd station for reclamation of disturbed lands. The results of determining the reaction of water extract (pH) and salinity of the reclaimed three-layer profile were the initial data obtained in 2003, 2008, 2016 and 2020. The GIS data of the experimental plots mapping made it possible to determine the location of soil sampling for assessing the vertical migration of salts along the reclaimed profile. The process of salinization of reclaimed lands without irrigation will gradually develop according to the obtained forecast data for salinization of artificial profile layers. At the same time, it must be recognized that the intensity of transpiration of meadow vegetation is much lower comparative to crops. The last type of nature management of reclaimed lands in the Western Donbass is associated with a lower risk of the development of processes of vertical soil salinization, given the trend of transition to the strategy of natural meadow culture.*

*Key words: remote sensing, GIS mapping, mathematical modeling, reclaimed land, nature management.*

### **Постановка проблеми**

Разработка шахтами угольных пластов в Западном Донбассе приводит к образованию на поверхности поймы реки Самара глубоких трещин и интенсивных просадок (до 3-7 м). Просевшая территория заполняется грунтовыми и поверхностными водами и превращается в заболоченный водоем. При этом ухудшается плодородие почв, состояние пойменных лугов и лесов. Полевые опыты, заложенные на землях, нарушенных горными разработками земель, связаны с обоснованием выбора той или иной технологии “смягчения” или размещения отложений горных пород таким образом, чтобы малейшие негативные последствия для окружающей среды были сведены к минимуму. Необходимость внедрения процедуры оценки воздействия на окружающую среду (ОВОС) для рекомендованных технологий рекультивации нарушенных земель очевидна. Методология ОВОС предусматривает проведение идентификации воздействий, выбор смягчающей технологии с последующим моделированием и прогнозом ее эффекта [1].

### **Анализ последних исследований и публикаций**

Анализ последних исследований и публикаций по применению методов математического моделирования для оценки процессов антропогенного воздействия показывает, что моделирование является приемлемой альтернативной методикой, которая экономит время и затраты на мониторинг окружающей среды [2, 3]. Применение методов математического моделирования для оценки процессов техногенного воздействия на окружающую среду должно базироваться на использовании данных долгосрочного мониторинга. Судьба химических веществ в почве является сложной и динамичной, и зависит от таких факторов, как текстура, рН, засоление и многие другие. Для описания процессов миграции растворенных веществ в пористых средах разработано несколько числовых и аналитических моделей. К ним относятся как методы конечных разностей, так и числовые модели [4-6]. HYDRUS-1 и SALTMED широко используются как сезонные модели для рассмотрения взаимодействия между почвой, водой и водорастворимыми солями [7]. Основной целью нашего исследования была геопространственная оценка антропогенного воздействия на формирование ландшафтов в пойме реки Самара с последующим моделированием и прогнозом вертикального засоления насыпного слоя почвы.

### **Изложение основного материала исследований**

Изучение влияния горнодобывающей промышленности на гидрогеологические и почвенно-мелиоративные просевшие участки поймы реки Самары в каменноугольном регионе Западного Донбасса проводится последние полвека [8]. Оценка проективного покрытия земной поверхности возможна благодаря изучению спектральных отражающих

особенностей растительного покрова. Мультиспектральные снимки спутниковой системы Landsat были использованы для дистанционного зондирования пойменной части реки Самара в 2004-м и 2020-м годах (рис.1). Сравнение уровней проективного покрытия растительностью пойменной части реки Самара свидетельствует о деградации почвенного покрова за последние 17 лет. Исследования эффективности технологии рекультивации шахтных отвалов были проведены в условиях Павлоградского стационара рекультивации нарушенных земель ДДАЕУ. Они представлены несколькими искусственными профилями (без и с экранирующим слоем лессовидного суглинка): шахтная порода (ШП); шахтная порода (ШП) + 30 см насыпного слоя чернозема (30НСЧ); ШП + 50 НСЧ; ШП + 50 см лессовидного суглинка (50ЛС) + 30 НСЧ; ШП + 50ЛС + 50 НСЧ; ШП + 50ЛС + 70 НСЧ. Расчетными данными были результаты определения реакции водной вытяжки (рН) и засоления рекультивированного трехслойного профиля, которые были получены в условиях Павлоградской экспериментальной станции рекультивации земель ДДАЕУ в 2003-м, 2008-м, 2016-м и 2020-м годах.

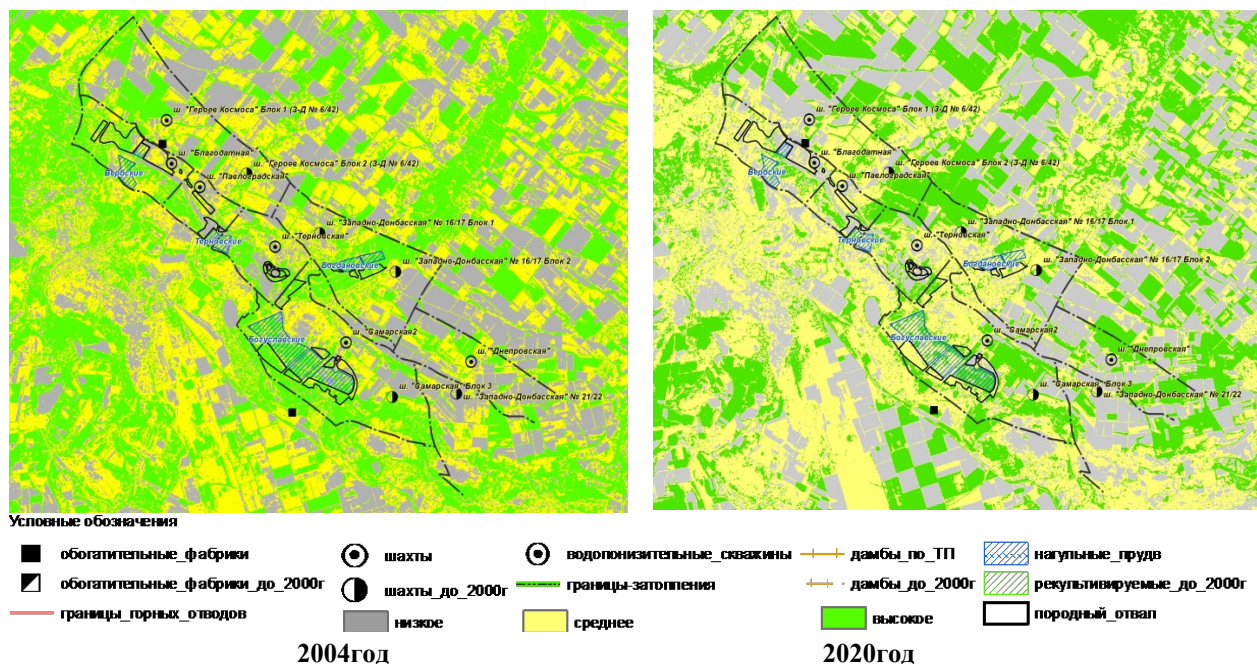


Рис.1. Проективные покрытия поймы реки Самара за 2004 и 2020 гг.

Показатель рН определяли с использованием иономера, степень минерализации водной вытяжки почвы оценивали с использованием кондуктометра. ГИС - картосхемы были созданы в приложении ArcMap 9.3.1 настольной версии программного обеспечения ГИС ArcGIS Desktop от ESRI, при использовании SAS.Planet версии 141212.8406. Для построения ГИС-карт в программном компоненте ArcMap использовались методы интерполяции, которые позволяют предположить промежуточные значения точек растра, основываясь на имеющемся дискретном наборе известных значений. В данной работе применили инструмент Сплайн, который для оценки значения использует метод интерполяций и находит математические функции. Этим достигается минимизация кривизны поверхности. В итоге мы получаем сглаженную поверхность, которая проходит точно через входные точки. ГИС карты послойной оценки распределения рН по площади



шести экспериментальных делянок в 2016-м году приведены на рисунке 2. Передвижение водорастворимых солей из отсыпанных шахтных пород в верхние горизонты искусственного профиля рекультивации обусловлено их подтягиванием с капиллярной каймой грунтовых вод, находящихся в контакте с отвалом.

Полученные данные позволили определиться с местом отбора проб почвы для оценки вертикальной миграции солей вдоль рекультивированного профиля. Для существующего на стационаре растительного покрова балансовым методом провели вычисление скорости влагопереноса за пять лет по формуле (1):

$$V = \frac{O - (I + П)}{1000B}, \quad (1)$$

где  $O$  – осадки, мм,  $I$  – испарение, мм,  $П$  – поглощение воды (вынос влаги с биомассой растений),  $B$  – время существования растительного покрова, сутки. Вынос влаги с биомассой растений рассчитывали умножением биопродуктивности за год на коэффициент водопотребления.

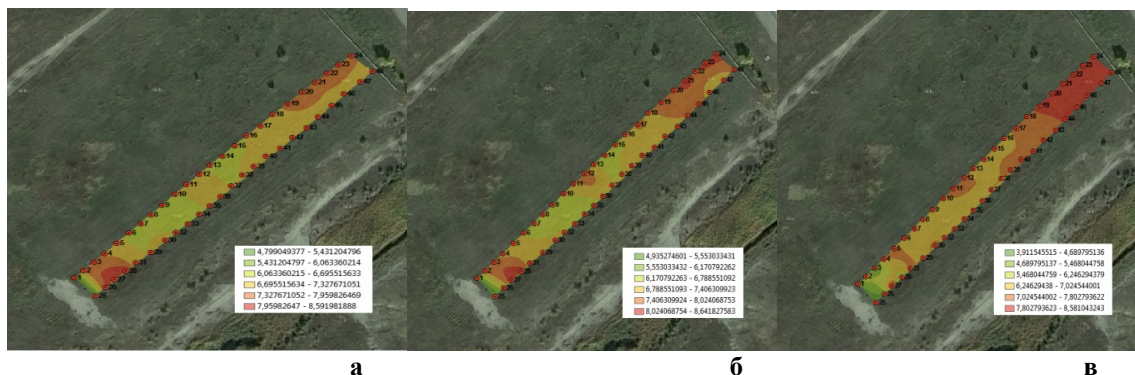


Рис.2. Послойное распределение рН в почве по площади пяти вариантов рекультивации (а - 0-10см; б - 10-20см; в - 20-30см)

В дальнейших вычислениях для расчета коэффициента гидродисперсии применяли формулу (2):

$$D = \frac{V \cdot x}{2 \ln C_2 / C_1}, \quad (2)$$

где  $V$  – скорость вертикального влагопереноса, м/сут;  $C_2$  – засоление в точке с координатой шахтного отвала ( $x$ , м),  $C_1$  – минерализация на расстоянии 1,2 м от поверхности отвала.

Значение уровня засоления конкретного слоя профиля для прогноза находили по формуле (3):

$$C = C_{nm} (C^{um} - C_0) + C_0, \quad (3)$$

где  $C^{um}$  – засоление шахтной породы в контактной с лессовидным суглинком зоне;  $C_0$  – засоление конкретного слоя профиля.

Расчеты приведенной минерализации почвы на расстоянии  $x = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1,0; 1,2$  м от контактного слоя шахтной породы с лессовидным суглинком провели согласно фундаментальному решению уравнения массопереноса Карслоу - Егер [9]:

$$C_{nm} = 0,5 \left[ \operatorname{erfc} \xi + e^{V \cdot x / D} \cdot \operatorname{erfc} \xi^1 \right]. \quad (4)$$

Значения составляющих формулы  $\xi$  и  $\xi^1$  находили по формулам (5):

$$\xi = \frac{(x - Vt/n)}{2\sqrt{Dt/n}} \quad \text{и} \quad \xi^1 = \frac{(x + Vt/n)}{2\sqrt{Dt/n}}, \quad (5)$$

где  $t$  – расчетное время вертикальной миграции солей (365·5=1825 суток),  $n$  – коэффициент объемной влаги – 0,28.

Конечный прогноз распределения солей по сравнению с экспериментальными данными приведен на рисунке 3. В целом, результаты проведенной прогнозной оценки достаточно близки к реальным данным. Несколько более высокую разницу в засолении между прогнозом и реальными данными можно отнести на счет сорбционных свойств глинистых минералов почвы и лессовидного суглинка. Но поскольку эта разница имеет достаточно постоянный уровень вдоль профиля, она может быть взята в расчет для дальнейшей прогнозной оценки степени засоления почвы.

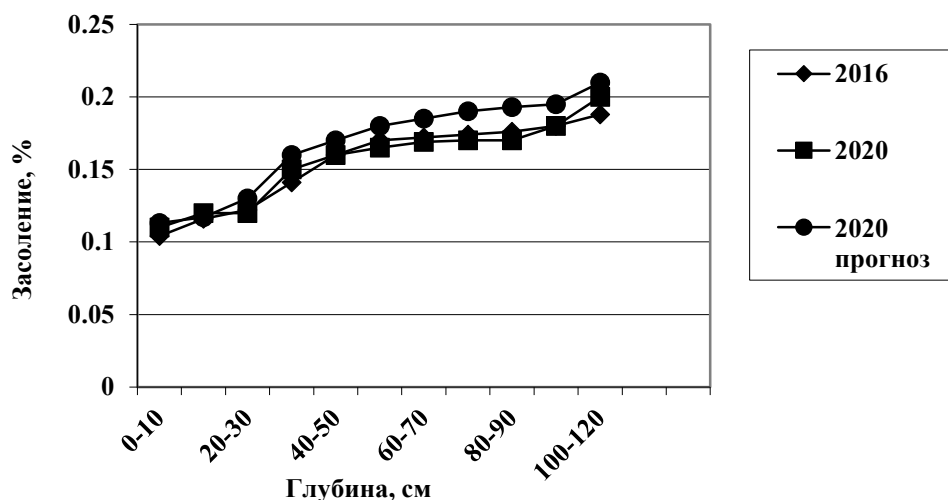


Рис. 3. Профильное засоление почвы в варианте рекультивации 70НСЧ + 50ЛС + ШП

В этом случае насыпной слой чернозема выглядит как объемный фильтр растворимых солей, мигрирующих из нижнего слоя шахтной породы.

### Выводы

Согласно полученным данным прогноза, процесс засоления слоев искусственного профиля без орошения будет постепенно развиваться. Вместе с тем, необходимо признать, что интенсивность транспирации луговой растительности значительно ниже, чем у

сельскохозяйственных культур. Учитывая тенденцию перехода от использования земель в качестве сельскохозяйственных угодий к стратегии природного луговодства, последний тип природопользования в Западном Донбассе связан с меньшим риском развития процессов вертикального засоления почв.

#### Список использованной литературы

1. Glasson J., Therivel R., Chadwick A. Introduction to Environmental Impact Assessment. Principles and procedures, process, practice and prospects. The natural and Built Environment Series 1: UCL Press. 1997. 342 p.
2. Geng X., Boufadel M.C. Numerical modeling of water flow and salt transport in bare saline soil subjected to evaporation. *Journal of Hydrology*, 2015. Vol. 524. p. 427–438, <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.02.046>
3. Van Genuchten M.Th. A Numerical Model for Water and Solute Movement in and below the Root Zone. 1987. *Research Report*. 121.
4. Brenner H. The diffusion model of longitudinal mixing in beds of finite length. Numerical values. *Chemical engineering Science*. 1962. Vol.17, №1. P.229–243.
5. Bresler E. Transport of Salts in Soils and Subsoils. *Agricultural Water Management*. 1981. Vol.4. P.35-62..
6. Евграшкина Г.П., Харитонов Н.Н. Математические модели вертикального солепереноса на шахтных отвалах для обоснования варианта их рекультивации. *Вісник Дніпровського державного аграрно-економічного університету*, 2017. Том.4. С.64–70
7. Noshadi M., Fahandej-SaadI S., Sepaskhah J. A.R. Application of SALTMED and HYDRUS-1D models for simulations of soil water content and soil salinity in controlled groundwater depth. *Arid Land*. 2020. Vol. 12. № 3. 447–461.
8. Евграшкина Г.П. Влияние горнодобывающей промышленности на гидрогеологические и почвенно-мелиоративные условия территорий. Днепропетровск: Монолит, 2003. 200 с.
9. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводимость твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.

#### References

1. Glasson, J., Therivel, R., & Chadwick, A. (1997). Introduction to Environmental Impact Assessment. Principles and procedures, process, practice and prospects. The natural and Built Environment Series 1: UCL Press.
2. Geng, X., & Boufadel, M.C. (2015). Numerical modeling of water flow and salt transport in bare saline soil subjected to evaporation. *Journal of Hydrology*, **524**, 427–438, <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.02.046>
3. Van Genuchten, M.Th. (1987). A Numerical Model for Water and Solute Movement in and below the Root Zone. *Research Report*, **121**.
4. Brenner, H. (1962). The diffusion model of longitudinal mixing in beds of finite length. Numerical values. *Chemical engineering Science*, **17**, 1, 229–243.
5. Bresler, E. (1981). Transport of Salts in Soils and Subsoils. *Agricultural Water Management*, **4**, 35-62.
6. Yevgrashkina, G.P., & Kharytonov, M.M. (2017). Modely vertykal'nogo soleperenosa na shahtnykh otvalah dlya obosnovaniia varyanta ih rekulytvatsiy. *Vysnyk Dniprovskogo derzhavnogo agrarno-ekonomichnogo universytetu*, **4**, 64–70.

7. Noshadi, M., Fahandej-Saad, S., & Sepaskhah, J. A.R. (2020). Application of SALTMED and HYDRUS-1D models for simulations of soil water content and soil salinity in controlled groundwater depth. *Arid Land*, **12**, 3, 447–461.
8. Yevgrashkina, G.P. (2003). Vliyanie gornodobyvayushyey promyshlennosty na hydroheologycheskiie I pochvenno-meliorativniie usloviia teritoriy, monographiia. Dnepropetrovsk: Monolit.
9. Karslow, G., & Yeger, D. (1964). Teploprovodymost tverdyh tel. M.: Nauka.

Харитонов Николай Николаевич – д.с.-х.н., профессор, профессор кафедры общего земледелия и почвоведения Днепропетровского государственного аграрно – экономического университета, e-mail: kharytonov.m.m@dsau.dp.ua, ORCID: 0000-0002-4650-5819.

Климкина Ирина Ивановна – к.б.н., доцент, доцент кафедры экологии и технологий защиты окружающей среды Национального технического университета «Днепропетровская политехника», e-mail: irina\_klimkina@ukr.net, ORCID: 0000-0002-6074-0145.

Титаренко Ольга Викторовна – к.т.н., ведущий научный сотрудник Научного центра аэрокосмических исследований Земли ИГН НАНУ, e-mail: olgatitarenko66@ukr.net, ORCID: 0000-0001-5804-1022.

Анисимова Лариса Борисовна – к.б.н., заведующий отдела Института проблем природопользования и экологии НАНУ, e-mail: lanisimova@gmail.com, ORCID: 0000-0003-3398-5400.

УДК 514.18+621.869

О.В. ЧЕРНИКОВ, О.В. АРХИПОВ, О.А. ЄРМАКОВА, Я.С. КОРЕЦЬКИЙ

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

## **ЗАСТОСУВАННЯ ГЕНЕРАТОРА КОМПОНЕНТІВ ВАЛУ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ТИПОВИХ ДЕТАЛЕЙ У ПРОГРАМІ AUTODESK INVENTOR**

*Сучасні технології конструювання, доопрацювання та виготовлення машинобудівних деталей передбачають необхідність попередньої побудови їх комп'ютерних моделей. Можливість побудови 3D-моделей забезпечується відповідними прикладними програмами. Autodesk Inventor є однією з найбільш ефективних та поширених з них. Вона дозволяє спеціалістам створювати параметричні моделі деталей, котрі передбачають широке коло можливих змін геометрії. "Майстри проектування" ("генератори") програми Autodesk Inventor по суті являють собою вже готові параметричні моделі для побудови необхідного конструктору валу чи зубчастого колеса, пружини чи кулачка довільної геометрії. Вони містять зручний інтерфейс для створення, розрахунків та подальшого редагування цих широко розповсюджених в машинобудуванні деталей.*

*В роботі з'ясовуються можливості та надаються алгоритми застосування "Генератора компонентів валу" ("Майстра проектування валів") програми Autodesk Inventor, для тривимірного моделювання штуцерів, накривок, корпусних деталей, пробок та інших деталей, зовнішні контури яких містять ділянки циліндричної, конічної чи правильної багатогранної форми, у випадку коли ці ділянки розташовані вздовж спільної осі. Надані рекомендації та обґрунтовано доцільність використання запропонованого підходу при моделюванні деталей зазначеної геометрії. Виконано аналіз та визначені переваги, які надає "Генератор компонентів валу" при побудові фасок на багатогранниках, зовнішніх проточок та канавок для виходу шліфувального круга у порівнянні з побудовою цих стандартних конструктивних елементів безпосередньо в середовищі тривимірного моделювання програми.*

*Апробація запропонованих алгоритмів застосування "Генератора компонентів валу" виявила їх високу ефективність. Перевірка була виконана на великій кількості різноманітних геометричних моделей. Запропонований підхід дозволяє суттєво зменшити кількість потрібних операцій і витрати часу на побудову та подальше редагування моделей, суттєво спрощує сам процес моделювання.*

*Отримані результати успішно впроваджені в навчальний процес ХНАДУ і можуть бути використані як іншими технічними закладами освіти, так і спеціалістами у промисловості, діяльність яких пов'язана з проектуванням та тривимірним моделюванням.*

*Ключові слова: комп'ютерна тривимірна модель, Autodesk Inventor, майстри проектування, генератор компонентів валу, конструктивний елемент.*

А.В. ЧЕРНИКОВ, А.В. АРХИПОВ, Е.А. ЕРМАКОВА, Я.С. КОРЕЦЬКИЙ

Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

## **ПРИМЕНЕНИЕ ГЕНЕРАТОРА КОМПОНЕНТОВ ВАЛА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТИПОВЫХ ДЕТАЛЕЙ В ПРОГРАММЕ AUTODESK INVENTOR**

*Современные технологии конструирования, доработки и изготовления машиностроительных деталей предусматривают необходимость предварительного построения их компьютерных моделей. Возможность построения 3D-моделей обеспечивается соответствующими прикладными программами. Autodesk Inventor является одной из наиболее эффективных и распространенных из них. Она позволяет специалистам создавать параметрические модели деталей, которые предусматривают широкий круг возможных изменений геометрии. "Мастера проектирования" ("генераторы") программы Autodesk Inventor по сути представляют собой уже готовые параметрические модели для построения необходимого конструктора вала или зубчатого колеса, пружины или кулачка произвольной геометрии. Они содержат удобный интерфейс для создания, расчета и дальнейшего редактирования этих широко распространенных в машиностроении деталей.*

*В работе выясняются возможности и предоставляются алгоритмы применения "Генератора компонентов вала" ("Мастера проектирования валов") программы Autodesk Inventor, для трехмерного моделирования штуцерov, крышек, корпусных деталей, пробок и других деталей, внешние контуры которых содержат участки цилиндрической, конической или правильной многогранной формы, в случае, когда эти участки расположены вдоль общей оси. Предоставляются рекомендации и обосновывается целесообразность использования предложенного подхода при моделировании деталей указанной*

геометрию. Выполнен анализ и определены преимущества, которые предоставляет "Генератор компонентов вала" при построении фасок на многогранниках, внешних проточек и канавок для выхода шлифовального круга по сравнению с построением этих стандартных конструктивных элементов непосредственно в среде трехмерного моделирования программы.

Апробация предложенных алгоритмов применения "Генератора компонентов вала" выявила их высокую эффективность. Проверка была выполнена на большом количестве различных геометрических моделей. Предложенный подход позволяет существенно уменьшить количество необходимых операций и затраты времени на построение и дальнейшее редактирование моделей, существенно упрощает сам процесс моделирования.

Полученные результаты успешно внедрены в учебный процесс ХНАДУ и могут быть использованы как другими техническими учебными заведениями, так и специалистами в промышленности, деятельность которых связана с проектированием и трехмерным моделированием.

Ключевые слова: компьютерная трехмерная модель, Autodesk Inventor, мастера проектирования, генератор компонентов вала, конструктивный элемент.

O.V. CHERNIKOV, O.V. ARKHIPOV, O.A. YERMAKOVA, Ya.S. KORETSKYI  
Kharkiv National Automobile and Highway University

### **USING A SHAFT COMPONENTS GENERATOR FOR MODELING TYPICAL PARTS IN THE AUTODESK INVENTOR PROGRAM**

*Modern technologies for the design, refinement and manufacture of machine-building parts require preliminary development of their computer models. The possibility to develop 3D models is provided by the appropriate application programs. Autodesk Inventor is one of the most efficient and widespread of these. It allows specialists to create parametric models of parts that provide for the wide range of possible geometry variations. "Design wizards" ("generators") of Autodesk Inventor are essentially ready-made parametric models for constructing a shaft or gear, spring or cam of arbitrary geometry required by the designer. They provide a user-friendly interface for creation and further edition these commonly used parts in mechanical engineering.*

*The work clarifies the possibilities and provides algorithms for using the Shaft Component Generator (Shaft Design Wizards) of Autodesk Inventor for 3D modeling of fittings, covers, body parts, plugs and other parts, the outer contours of which contain sections of cylindrical, conical or regular polyhedral forms, in case these areas are located along a common axis. Recommendations are given and the expediency of using the proposed approach when modeling details of the specified geometry is substantiated. Analyzed and identified the advantages of the Shaft Component Generator for creating chamfers on polyhedrons, external grooves and grooves for the exit of the grinding wheel compared to building these standard features directly in the 3D modeling environment of Autodesk Inventor.*

*Approbation of the proposed algorithms for using the "Shaft Component Generator" has revealed their high efficiency. It was applied for a large number of different geometric models. The proposed approach can significantly reduce the number of required operations and the time spent on developing and further editing models, and greatly simplifies the modeling process itself.*

*The obtained results have successfully introduced into the educational process of KhNAHU and can be used both by other technical educational institutions and by professionals whose activities are related to 3D modeling.*

*Keywords: computer three-dimensional (3D) model, Autodesk Inventor, Design wizards, Shaft component generator, structural element.*

#### **Постановка проблеми**

У наш час конкурентоспроможні конструкторські розробки виконуються виключно з використанням сучасних комп'ютерних програм та потребують побудови великої кількості тривимірних моделей окремих деталей та складань на їх базі. Версії програм для тривимірного моделювання постійно оновлюються та надають все більше можливостей, на деякі з яких не завжди розраховували навіть самі розробники цих програм. Між тим, наявна навчальна література та офіційні навчальні курси далеко не завжди відповідають швидкому розвитку програмного забезпечення. Таким чином, розробка та апробація нових алгоритмів застосування сучасних програм для тривимірного моделювання машинобудівних деталей поширеної геометрії є

актуальною проблемою. Результати такої роботи повинні зацікавити конструкторів та студентів технічних спеціальностей.

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій**

Серед конструкторів, які застосовують сучасні CAD-системи, на протязі багатьох років однією з найбільш популярних є програма Autodesk Inventor (AI) [1]. Між багатьох її переваг є наявність в її середовищі "Майстрів проектування", які надають суттєві переваги при моделюванні валів, зубчастих коліс, шліців, пружин, кулачків, рамних конструкцій. На кафедрі інженерної та комп'ютерної графіки ХНАДУ була виконана велика кількість науково-методичних розробок щодо параметричного моделювання у AI окремих машинобудівних деталей та складань, впровадження сучасних технологій комп'ютерного моделювання в навчальний процес [2, 3], підготовки вдосконалених навчальних завдань та відео-посібників [4, 5]. Вони достатньо повно висвітлюють особливості роботи в AI на професійному рівні. Однак, аналізу додаткових можливостей, які надає використання "Генератора компонентів валу" програми AI, увага не приділялась.

### **Мета дослідження**

Метою роботи є розробка алгоритмів використання "Генератора компонентів валу" ("Майстра проектування валів") програми AI для тривимірного моделювання штуцерів, накривок, пробок, деяких типів корпусних деталей та надання рекомендацій для з'ясування доцільності запропонованого підходу до тривимірного моделювання зазначених типів деталей.

### **Викладення основного матеріалу дослідження**

"Майстри проектування", доступ до яких стає можливим у середовищі "Складання", дають суттєву перевагу при моделюванні багатьох типових для машинобудування деталей, таких як вали, зубчасті колеса, пружини, кулачки. Створення валу виконується в режимі "Проектування" при заданні відповідних параметрів на панелі "Генератора компонентів валу". При цьому вал будується з довільно обраної користувачем кількості ділянок циліндричної, конічної чи правильної багатогранної форми. На кожній ділянці можуть бути наявними ті чи інші конструктивні елементи: фаски та галтелі, стандартні нарізи, проточки та канавки для виходу шліфувального круга, повздовжні та поперечні отвори, лиски, пази під шпонки та інші. При цьому програма AI у багатьох випадках пропонує значення розмірів типових конструктивних елементів (канавок для виходу шліфувального круга, пазів під призматичні шпонки), що відповідають обраному стандарту. Користувач має змогу швидко вилучати або додавати ті чи інші ділянки валу, конструктивні елементи, які належать тій чи іншій ділянці, лежать на її початку чи наприкінці. Наочність та інтуїтивна зрозумілість інтерфейсу "Генератора компонентів валу" дає змогу навіть тим користувачам, які ще не засвоїли принципи роботи в середовищі безпосереднього тривимірного моделювання програми AI, швидко будувати моделі складних багатоступеневих валів. Пришвидшити знайомство з роботою у цьому середовищі дозволяє виконання навчального завдання (рис. 1), яке запропоновано у роботі [3], та має посилання на відповідні відео-уроки з її побудови у роботі [4].

Як видно, модель містить 5 циліндричних ділянок та одну конічну. Слід відзначити, що шліци будувалися окремо за допомогою "Генератора прямобічних шліцьових з'єднань" програми AI.

В роботі [5] наведено іншу модель валу (рис. 2) та посилання на відео-уроки з її побудови.

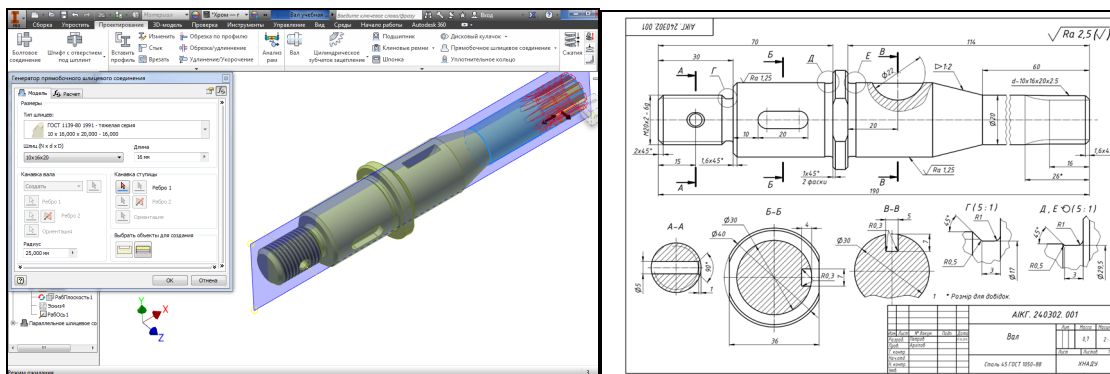


Рис. 1. Модель та робочий кресленник деталі "Вал шліцьовий".

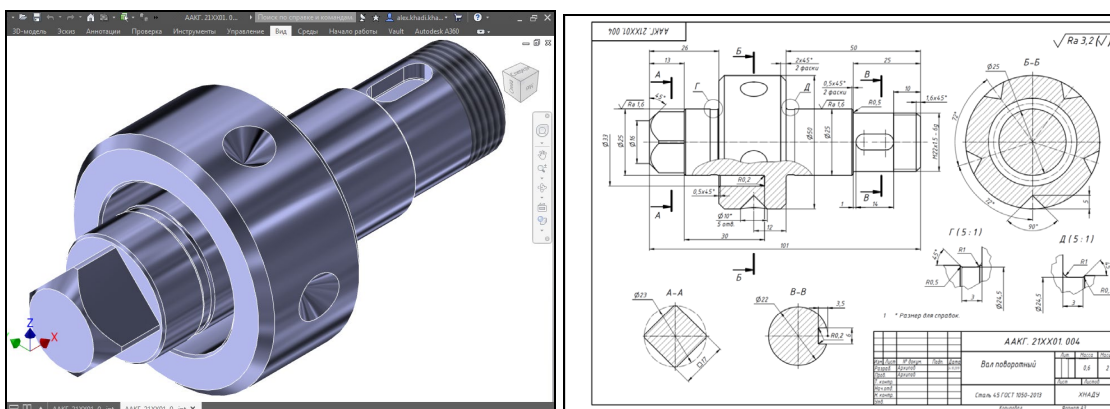


Рис. 2. Модель та робочий кресленник деталі "Вал поворотний".

Як бачимо, наведена модель має на першій ділянці чотиригранну форму з конічною фаскою. Вал моделювався із застосуванням "Генератора компонентів валу", але в подальшому суттєво доопрацьовувався. Щілинний отвір виконувався в режимі редагування деталі в середовищі тривимірного моделювання деталей АІ, а п'ять конічних отворів моделювалися в середовищі складання програми "по місцю" шляхом проєкціювання відповідного геометричного елемента сполученої корпусної деталі [5]. Це дало змогу адаптивно пов'язати розташування отворів зі становищами, які необхідні для функціонування пристрою.

Таким чином, навіть моделі деталі типу "Вал", після застосування "Генератора компонентів валу", можуть вимагати суттєвого редагування. Це є можливим, тому що програма АІ при роботі в середовищі "Складання" з застосуванням "Майстра проєктування" генерує не тільки файл складання, який може редагуватися в середовищі "Складання", але й безпосередньо файл деталі. Відповідно, модель деталі легко може бути змінена або доповнена потрібними елементами в середовищі тривимірного моделювання деталей.

Слід зазначити, що застосування команди "Фаска" у середовищі моделювання деталі АІ, при побудові фаски на ребрах багатогранника, не дозволяє отримати конічну поверхню фаски (рис. 3, а). Побудова ж конічної фаски потребує побудови відповідного ескізу, прив'язаного до контурів деталі, та подальше його обертання з вилученням отриманого об'єму (рис. 3, б). Застосування "Генератора компонентів валу" потребує для отримання того ж результату внесення лише двох параметрів (діаметру початкового кола та кута нахилу) у відповідне вікно (рис. 3, в). Доцільно використання генератора і у інших випадках, коли модель містить інші стандартні конструктивні елементи.



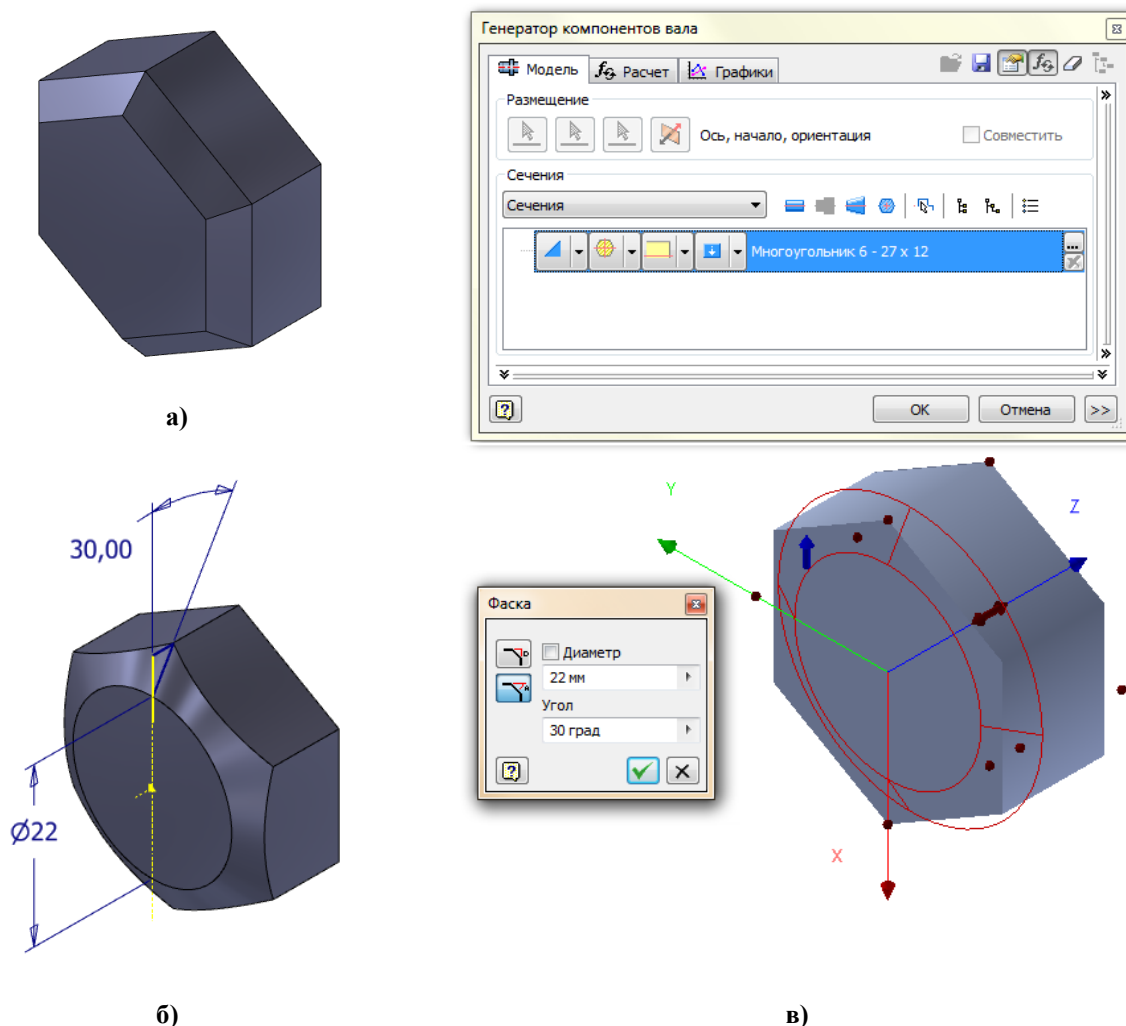


Рис. 3. Побудова фаски на багатограннику: а, б – у середовищі моделювання деталі; в – застосування "Генератора компонентів валу".

Якщо модель містить зовнішні проточки та канавки для виходу шліфувального круга переваги застосування "Генератора компонентів валу" стають ще більш вражаючими. Наприклад, замість побудови достатньо складних ескізів та прив'язки їх до контурів моделі, при побудові цих елементів у середовищі моделювання деталі, при побудові моделі, яка наведена на рис. 1, нам знадобилося лише вказати ребра, до яких вони примикають та замінити лише один числовий параметр у відповідному вікні – "Глибину проточки" (рис. 4).

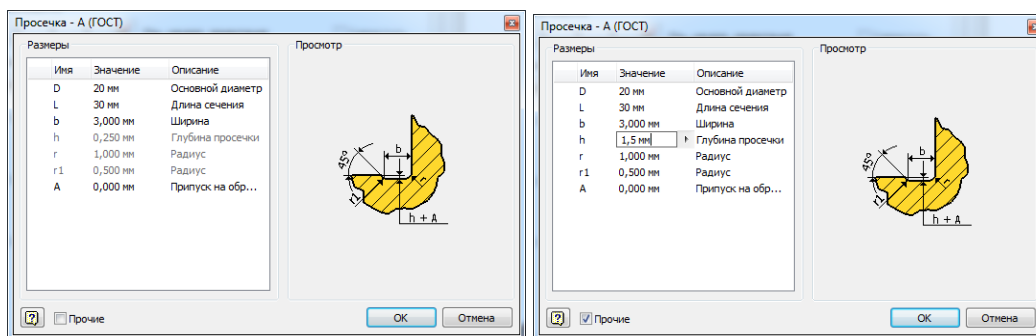


Рис. 4. Вікна зміни параметрів проточок та канавок для виходу шліфувального круга у "Генераторі компонентів валу".

Розміри канавки для виходу шліфувального круга у "Генераторі компонентів валу" обираються автоматично у відповідності з діаметром валу, але, при необхідності, можуть бути змінені.

Наведені приклади призводять до висновку, що застосування "Генератора компонентів валу" при роботі в програмі АІ може бути більш широким, ніж прийнято вважати. Цілком доцільним виглядає його застосування при моделюванні деталей типу "Штуцер", "Накривка", деяких корпусних деталей. Тобто для всіх тих деталей, зовнішні контури містять ділянки циліндричної, конічної чи правильної багатогранної форми, у випадку, що ці ділянки розташовані вздовж спільної осі. Особливо доцільним цей підхід виглядає у випадках, коли модель містить фаски на багатогранниках, проточки для виходу нарізи та канавки для виходу шліфувального круга.

Запропонований метод моделювання було апробовано на практичних заняттях зі студентами ХНАДУ при виконанні завдань з тривимірного моделювання та під час роботи студентського наукового товариства. На рис. 5 наведено результати моделювання ливарної деталі з подальшою механічною обробкою типу "Штуцер".

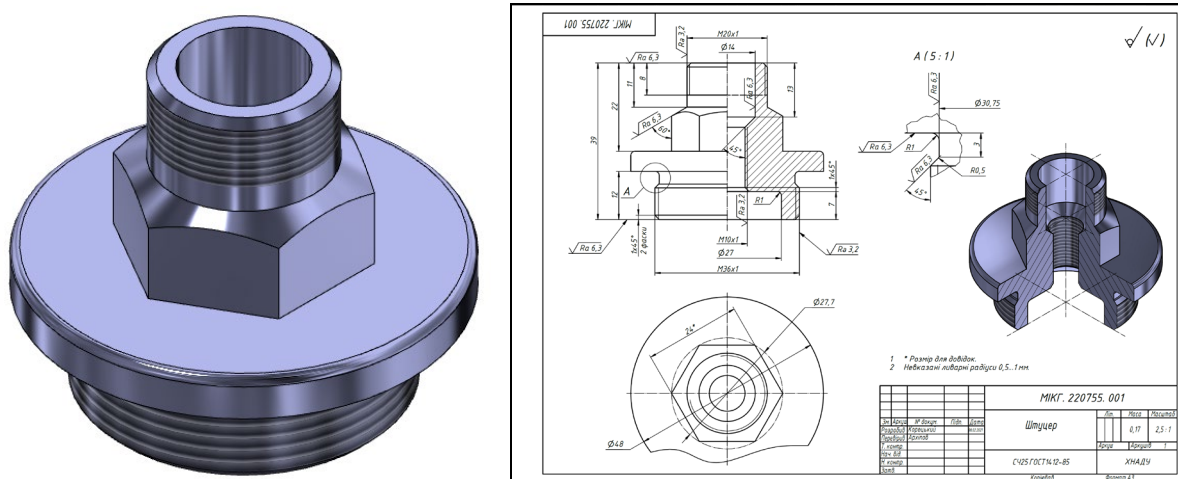


Рис. 5. Модель та кресленник ливарної деталі з подальшою механічною обробкою.

Аналогічним чином, з застосуванням "Генератора компонентів валу", була побудована модель штуцера з шестигранного прутка (рис. 6). Цей штуцер має дві проточки, дві фаски на шестиграннику. При побудові ступені шестигранника у генераторі задавався діаметр вписаного кола, який відповідає стандартному розміру профілю прутка.

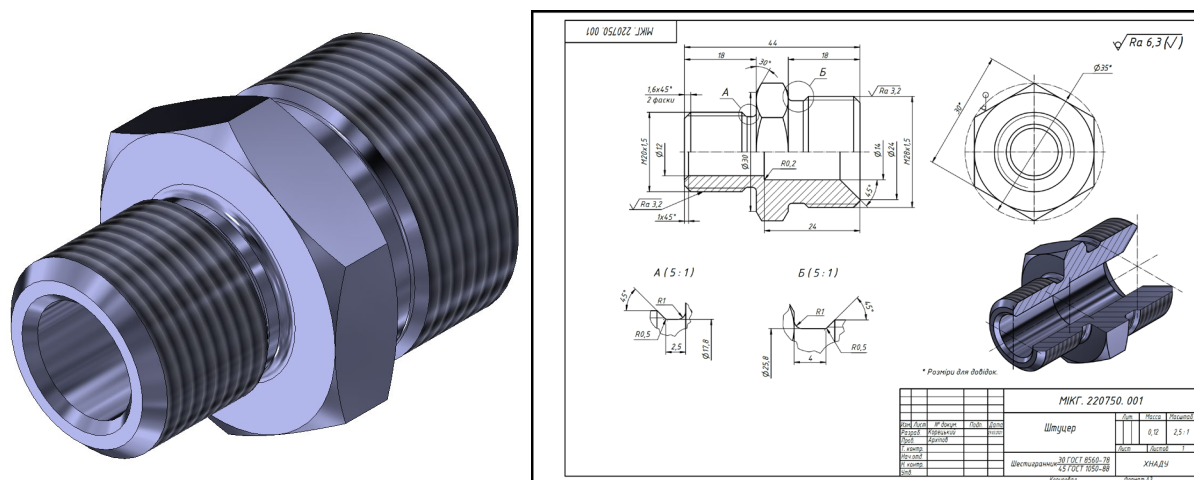


Рис. 6. Модель та кресленник деталі типу "Штуцер", що передбачає виготовлення з прутка.

За результатами моделювання деталей типу "Штуцер" студентами з застосуванням "Генератора компонентів валу" було визначено, що не тільки час виконання навчального завдання суттєво зменшився, а й кількість студентів, які самостійно успішно опрацювали завдання значно виросла. Потрібно також зауважити, що деякі моделі вимагали доопрацювання в середовищі моделювання деталі програми АІ, оскільки генератор дозволяє виконувати лише гладкі повздовжні отвори.

Під час виконання студентами завдань за темою "Деталювання", було апробовано застосування "Генератора компонентів валу" при моделюванні багатьох деталей типу "Накривка", "Пробка", деяких корпусних деталей. В деяких складаннях (наприклад, у гідрозамку) геометрія практично всіх деталей, окрім пружини та кульки, робить можливим та доцільним використання зазначеного генератора.

На рис. 7 наведені побудовані з застосуванням "Генератора компонентів валу" за атласом моделі накривки гідрозамка та корпусу клапана.

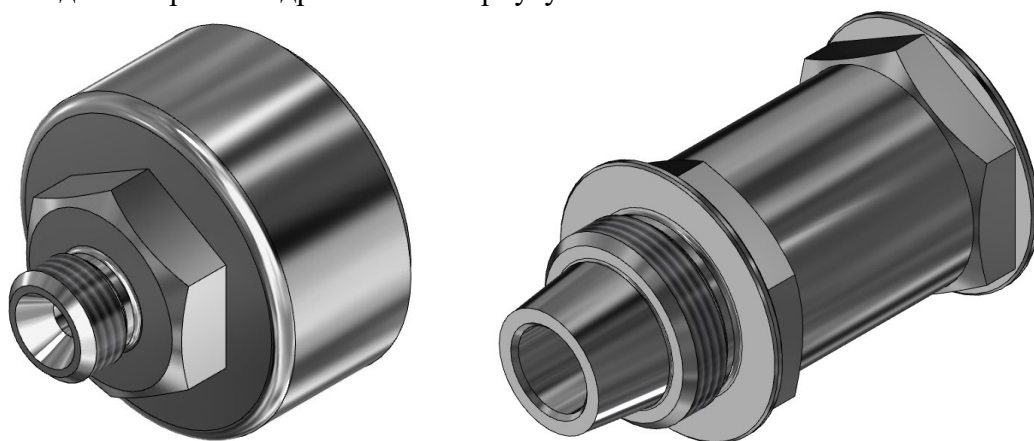


Рис. 7. Побудовані з застосуванням "Генератора компонентів валу" деталі.

Внутрішня геометрія наведених деталей доопрацьовувалася у режимі моделювання деталі програми АІ. Але, незважаючи на це, кількість операції, суттєво зменшується у порівнянні з застосуванням класичних методів моделювання. Зменшилась і складність самих операцій, що вочевидь повинно у подальшому призводити до підвищення продуктивності праці конструктора при застосуванні наведеного підходу при моделюванні подібних за геометрією деталей.

### Висновки

Таким чином, "Генератор компонентів валу", що входить до складу "Майстрів проектування" програми АІ, по суті являє собою достатньо досконалу параметричну модель з широкими можливостями. Він може застосовуватися не тільки при геометричному комп'ютерному моделюванні валів, а і при створенні моделей машинобудівних деталей різних типів з достатньо різноманітною геометрією. Апробація запропонованих підходів застосування "Генератора компонентів валу" виявила їх високу ефективність. Отримані результати успішно впроваджуються в навчальний процес ХНАДУ і можуть бути використані як іншими технічними ЗВО, так і працюючими спеціалістами, діяльність яких пов'язана з тривимірним моделюванням.

### Список використаної літератури

1. Зиновьев Д.В. Основы проектирования в Autodesk Inventor 2016. Москва : ДМК Пресс, 2016. 256 с.
2. Черніков О.В. Впровадження сучасних технологій комп'ютерного моделювання в навчальний процес ХНАДУ. *Вісник Харківського національного автомобільно-дорожнього університету*. Харків : ХНАДУ, 2016. Вип. 73. С. 239–244.

3. Архіпов Я.В., Жиров Є.В. Підготовка та апробація вдосконалених навчальних завдань з комп'ютерної графіки при роботі в пакеті Autodesk Inventor. *Сучасні технології в машинобудуванні та транспорті*. Луцьк : Луцький НТУ. 2015. № 1 (3). С. 16–22.
4. Черніков О.В., Архіпов О.В. Розробка та використання у навчальному процесі відео-посібників з базових розділів комп'ютерної графіки. *Вісник Харківського національного автомобільно-дорожнього університету*. Харків : ХНАДУ. 2017. Вип. 78. С. 70–74.
5. Архіпов О.В. Впровадження в навчальний процес сучасних технологій проектування складальної одиниці. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь : МДПУ ім. Б. Хмельницького. 2021. Вип. 20. С. 12–19.

#### References

1. Zinovev, D.V. (2016). *Osnovy proektirovaniya v Autodesk Inventor 2016*. Moskva: DMK Press.
2. Chernikov, O.V. (2016). Vprovadzhennia suchasnykh tekhnolohii kompiuternoho modeliuvannia v navchalnyi protses KhNADU. *Visnyk Kharkivskoho natsionalnoho avtomobilno-dorozhnoho universytetu*. Kharkiv: KhNADU. **73**, 239–244
3. Arkhipov, O.V., & Zhyrov, Ye.V. (2015). Pidhotovka ta aprobatsiia vdoskonalenykh navchalnykh zavdan z kompiuternoї hrafiiky pry roboti v paketi Autodesk Inventor. *Suchasni tekhnolohii v mashynobuduvanni ta transporti*. Lutsk: Lutskyi NTU. **1**(3), 16–22.
4. Chernikov, O.V., & Arkhipov O.V. (2017). Rozrobka ta vykorystannia u navchalnomu protsesi video-posibnykiv z bazovykh rozdiliv kompiuternoї hrafiiky. *Visnyk Kharkivskoho natsionalnoho avtomobilno-dorozhnoho universytetu*. Kharkiv: KhNADU. **78**, 70–74.
5. Arkhipov, O.V. (2021). Vprovadzhennia v navchalnyi protses suchasnykh tekhnolohii proektuvannia skladalnoi odynytsi. *Suchasni problemy modeliuvannia*. Melitopol: MDPU im. B. Khmelnytskoho. **20**, 12–19.

Черніков Олександр Вікторович – д.т.н., професор, завідувач кафедри інженерної та комп'ютерної графіки Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, e-mail: cherni@khadi.kharkov.ua, ORCID: 0000-0002-6636-4566.

Архіпов Олександр Володимирович – к.т.н., доцент, доцент кафедри інженерної та комп'ютерної графіки Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, e-mail: alex.khadi.kharkov@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2287-1451.

Єрмакова Олена Анатоліївна – к.т.н., доцент, доцент кафедри інженерної та комп'ютерної графіки Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, e-mail: ermelena1969@gmail.com, ORCID: 0000-0003-3786-9001.

Корецький Ярослав Сергійович – студент механічного факультету Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, e-mail: yarta9538@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6690-0648.

УДК 514.18+621.869

О.В. ЧЕРНИКОВ, Н.С. КАЛЮЖНА, А. ЛАМДАІНІ  
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

## ОСОБЛИВОСТІ АВТОМАТИЗАЦІЇ ПРОЦЕСІВ МОДЕЛЮВАННЯ В ПАКЕТИ AUTODESK INVENTOR

*В роботі продовжується розгляд питань автоматизації окремих часто виконуваних операцій при моделюванні деталей та адаптації пакету Autodesk Inventor для спрощення роботи інженера-конструктора шляхом розробки додаткових інструментів для різних середовищ програми, зокрема, «3D-модель» та «Ескіз». Задачі розв'язано завдяки наявності вбудованої системи програмування Inventor-функціональних можливостей програми, що дозволяє використовувати її інструменти через власний код користувача.*

*Мета даної роботи полягає в розробці та апробації алгоритмів та відповідного коду, що розширює можливості базових інструментів комп'ютерного моделювання програми Inventor для підвищення ефективності роботи конструктора та зменшення витрат часу на рутинні операції.*

*Було розроблено та впроваджено в практику низку засобів, які дозволяють додати нові операції побудови геометричних примітивів, які зараз не передбачені в програмі (але були присутні в інших, наприклад, в пакеті AutoCAD): це побудова спільних дотичних та спряжень кіл, побудова робочих площин або граней тіла під заданим кутом, побудова конічних фасок, відображення моделі в диметричній проекції.*

*Програмування виконувалось в середовищі Autodesk Inventor з використанням Inventor API та мови Visual Basic. Слід зазначити, що оволодіння можливостями створення власних програмних додатків для адаптації пакету Autodesk Inventor (і не тільки його), які вивчаються в університеті в рамках дисциплін комп'ютерного проектування, дозволить студентам в подальшому стати кваліфікованими фахівцями, як в конструюванні сучасних вузлів і агрегатів, так і в питаннях адаптації існуючих програм до потреб конкретного виробництва.*

*Використання запропонованих додатків до програми організовано за допомогою створених кнопок команд, розміщених на стрічці інструментів. Впровадження цих додатків здійснене в навчальний процес та рекомендоване для виробництва, що дозволить суттєво прискорити та спростити роботу з пакетом.*

*Ключові слова: комп'ютерне моделювання, параметризація, геометричні побудови, програмний додаток, Inventor API, VBA.*

А.В. ЧЕРНИКОВ, Н.Е. КАЛЮЖНАЯ, А. ЛАМДАИНИ  
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

## ОСОБЕННОСТИ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПАКЕТЕ AUTODESK INVENTOR

*В работе продолжается рассмотрение вопросов автоматизации отдельных часто выполняемых операций при моделировании деталей и адаптации пакета Autodesk Inventor для упрощения работы инженера-конструктора путем разработки дополнительных инструментов для различных сред программы, в частности, «3D-модель» и «Эскиз». Задачи решены благодаря наличию встроенной системы программирования Inventor-функциональных возможностей программы, которые позволяют использовать ее инструменты через собственный код пользователя.*

*Цель данной работы заключается в разработке и апробации алгоритмов и соответствующего кода, расширяет возможности базовых инструментов компьютерного моделирования программы Inventor для повышения эффективности работы конструктора и уменьшения затрат времени на рутинные операции.*

*Был разработан и внедрен в практику ряд средств, позволяющих добавить новые операции построения геометрических примитивов, которые сейчас не предусмотрены в программе (но присутствовали в других, например, в пакете AutoCAD): это построение общих касательных и сопряжений окружностей, построение рабочих плоскостей или граней тела под заданным углом, построение конических фасок, отображение модели в диметрической проекции.*

*Программирование выполнялось в среде Autodesk Inventor с использованием Inventor API и языка Visual Basic. Следует отметить, что овладение возможностями создания собственных приложений для адаптации пакета Autodesk Inventor (и не только его), которые изучаются в университете в рамках*

дисциплін комп'ютерного проектування, дозволит студентам в подальшому стати кваліфікованими спеціалістами, як в конструюванні сучасних вузлів і агрегатів, так і в питаннях адаптації існуючих програм до потреб конкретного виробництва.

Використання запропонованих розширень програми організовано з допомогою створених кнопок команд, розміщених на ленті інструментів. Впровадження цих додатків здійснено в навчальний процес і рекомендується для виробництва, що дозволить суттєво прискорити і спростити роботу з пакетом.

Ключові слова: комп'ютерне моделювання, параметризація, геометричні побудови, програмне додаток, Inventor API, VBA.

O.V. CHERNIKOV, N.Ye. KALIUZHNYAYA, A. LAMDAINI  
Kharkiv National Automobile and Highway University

## FEATURES OF AUTOMATION OF MODELING PROCESSES IN THE AUTODESK INVENTOR PACKAGE

*The paper considers the issues of automating some frequently performed operations in modeling parts and adapting the Autodesk Inventor package to simplify the designer's and engineer's work by developing of additional tools for various programming environments, in particular, "3D model" and "Sketch". The tasks were solved due to the built-in programming system Inventor - the program functionality, which allows you to use its tools through your own user code.*

*The purpose of this work is to develop and test algorithms and the corresponding code, expands the capabilities of the basic computer modeling tools of the Inventor program to increase the designer efficiency and reduce the time spent on routine operations.*

*A collection of tools have been developed and implemented into practice that allow you to add new operations for constructing geometric primitives that are not currently provided in the program (but were present in others, for example, in the AutoCAD package): this is the construction of common tangents and fillets of circles, the construction of work planes or body faces at a given angle, creating conical chamfers, displaying the model in a dimetric projection.*

*Programming was conducted inside the Autodesk Inventor environment using the Inventor API and the Visual Basic language. It should be noted that mastering the possibilities of creating their own applications for adapting the Autodesk Inventor package (and not only it), which are studied at the university in the framework of computer design disciplines, will allow students to become qualified specialists in the future, both in the design of modern components and assemblies, and in the adaptation of existing software to the needs of a specific production.*

*The use of the proposed applications is organized through the creation of command buttons located on the toolbar. The introduction of this application was carried out in the educational process and is recommended for production, which will significantly speed up and simplify the work with the package.*

*Keywords: computer modeling, parameterization, geometric constructions, software application, Inventor API, VBA.*

### Постановка проблеми

При виконанні конструкторських робіт із застосуванням програмних засобів часто виникають ситуації, коли у пакеті, що використовується, не існує відповідних команд для певних операцій. В цьому випадку користувач повинен раз за разом виконувати ту ж саму низку існуючих команд для досягнення своєї мети. Зрозуміло, що компанія-розробник продукту не має можливості врахувати усі побажання, тому дуже важливо вміти самостійно розширювати перелік команд і операцій з використанням відкритого програмного інтерфейсу додатку (API, Application Programming Interface). Наявність API є дуже важливою та корисною, оскільки дозволяє додавати в програму функціональність, що відповідає індивідуальним потребам. Одним з найпоширеніших способів використання API є мова VBA, яку «розуміють» переважна більшість прикладних програм [1, 2]. Таким чином, розробка та апробація власних команд, які розширюють можливості програм для тривимірного моделювання є актуальною проблемою, розв'язання якої має зацікавити як студентів, так і виробництво.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Питанням опису можливостей, прикладам використання API у різних програмах присвячено дуже багато книг та ресурсів в Інтернеті [3, 4 та посилання в цих джерелах]. Нас буде цікавити використання програми Autodesk Inventor (AI), яка все ширше застосовується в проектуванні замість програми AutoCAD. Слід зазначити, що питанням розширення можливостей та адаптації до існуючих стандартів програми Inventor вже були присвячені деякі наші попередні роботи [5, 6]. В даній роботі наведено нові результати щодо додавання нових операцій як в середовищі ескізу, так і в середовищі 3D-моделі.

Для розв'язання поставлених задач було продовжене вивчення об'єктно-орієнтованої мови програмування на основі VBA, започатковане на кафедрі ще у 2011 році для спрощення заповнення властивостей моделі. Взагалі, об'єктно-орієнтоване програмування (ООП) – це методологія програмування, основана на представленні програми у вигляді сукупності об'єктів, кожен з яких є екземпляром певного класу, а класи утворюють ієрархію спадкування. Кожен об'єкт має відповідні властивості та методи, які можуть до нього застосовуватись. Для програми Inventor відповідна структура об'єктів наведена у довіднику [1], з якою треба було ознайомитись та навчитись її використовувати (рис. 1).

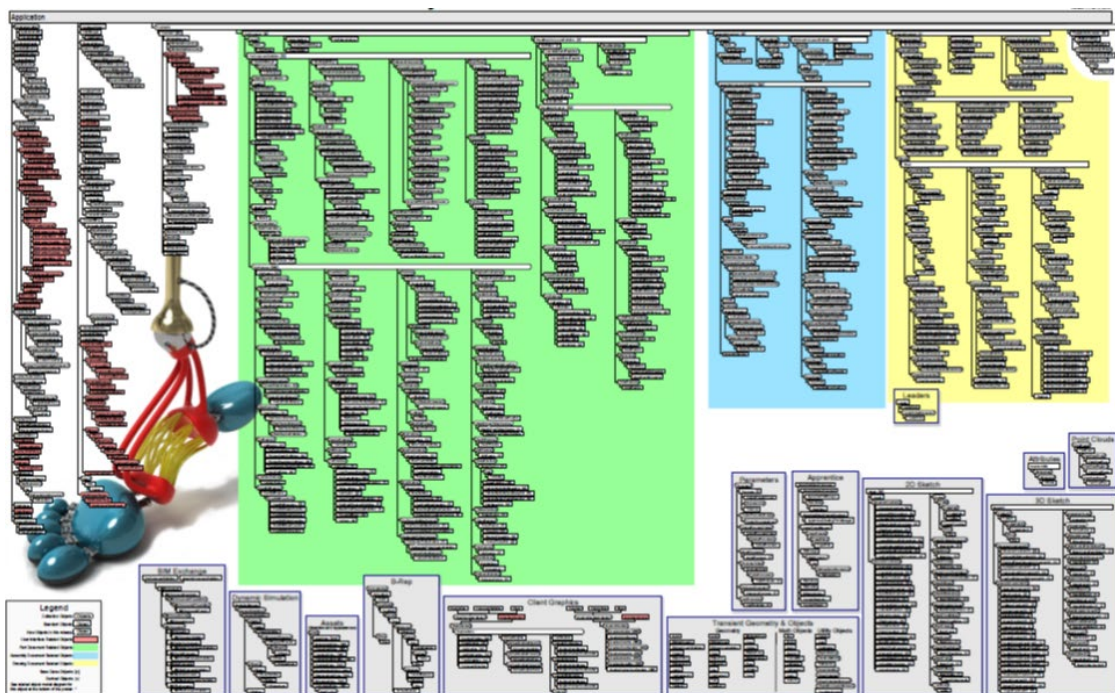


Рис. 1. Схема API Inventor

### Мета дослідження

Метою роботи є розв'язання низки геометричних задач, що виникають при виконанні багатьох моделей різного призначення, оформлення їх у вигляді додаткових команд користувача, розміщених на стандартній стрічці інструментів пакету. Це дозволить суттєво прискорити роботу над проектами і вивільнить фахівця/студента від виконання рутинних операцій.

### Викладення основного матеріалу дослідження

В програмі AI є два основних способи розробки своїх додатків: це інструменти iLogic та VBA. VBA або Visual Basic для додатків – це спеціалізоване середовище програмування, з якого можна отримати доступ до бази даних

деталі/складання/кресленика в Inventor. Програми, написані за допомогою VBA, часто називають "макросами". VBA, як правило, використовується кінцевими користувачами для написання невеликих програм для автоматизації повторюваних дій, хоча, безумовно, не обмежується цим.

Вирішуючи, який метод використовувати під час програмування в Inventor, слід враховувати ряд переваг, що має VBA. По-перше, VBA постачається разом з Inventor і не вимагає придбання додаткової мови програмування. По-друге, програми можуть бути вбудовані в документи Inventor, наприклад в його шаблони, або зберігатись у зовнішніх файлах. По-третє, код VBA виконується в тому ж процесі, що й Inventor, завдяки чому отримуються додаткові переваги продуктивності. По-четверте, VBA має дуже зручну систему налагоджування коду та пошуку помилок [1, 3-4].

В роботі було поставлено та розв'язано такі задачі:

- в середовищі створення ескізів: написання макросів для автоматизації геометричних побудов спільної дотичної (зовнішньої або внутрішньої) до двох кіл; побудова кола або дуги заданого радіуса, дотичного до двох заданих кіл (вісім варіантів для зовнішнього, змішаного та внутрішнього спряження).

- в середовищі створення 3D-моделі: побудова робочої площини, що проходить через пряму загального положення під заданим кутом до даної площини; варіант цієї задачі для побудови грані тіла з попередніми властивостями; побудова конічної фаски на багатогранниках; відображення моделі з використанням диметричної проєкції.

Для всіх цих задач, крім безпосередньої розробки кодів макросів, були створені та розміщені на стандартній стрічці інструментів відповідні кнопки команд та діалогові вікна, що полегшують їх використання.

Одна з задач, що найчастіше виникає при побудові складових частин машинобудівних деталей пов'язана з побудовою спільного дотичного кола заданого радіусу до двох відомих кіл (рис. 2). Як відомо, задача, в залежності від вихідних умов, може мати вісім різних розв'язків, чотири з яких показані на рис. 2.

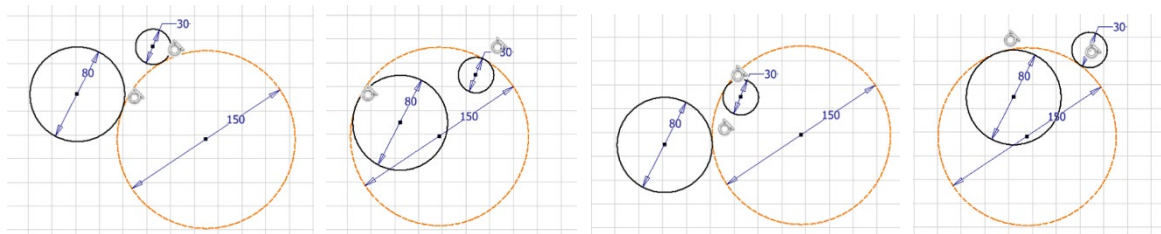


Рис. 2. Види спряжень двох кіл

Для спрощення розв'язку задачі (визначення координат центра спряження  $O$  та точок дотику) кресленик було перетворено так, щоб точка  $O_1$  співпала з початком координат, а відрізок  $O_1O_2$  отримав горизонтальне положення (рис. 3, потім було зроблене зворотнє перетворення).

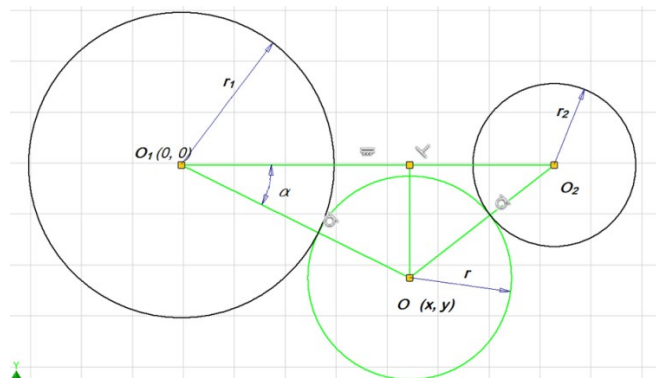


Рис. 3. Розрахункова схема



Аналогічно розраховані координати центрів спряжень для інших варіантів розташування спільного дотичного кола. На рис. 4 наведено фрагмент вікна програми з відповідною кнопкою на стрічці та діалоговим вікном, в якому можна обрати потрібні кола та визначити розташування центру спрягаючого кола. Слід зазначити, що стандартна операція спряження дозволяє обирати тільки відрізки та дуги, та й ще з додатковими обмеженнями. Аналогічним чином створений інструмент для побудови спільної дотичної до двох кіл (рис. 5).

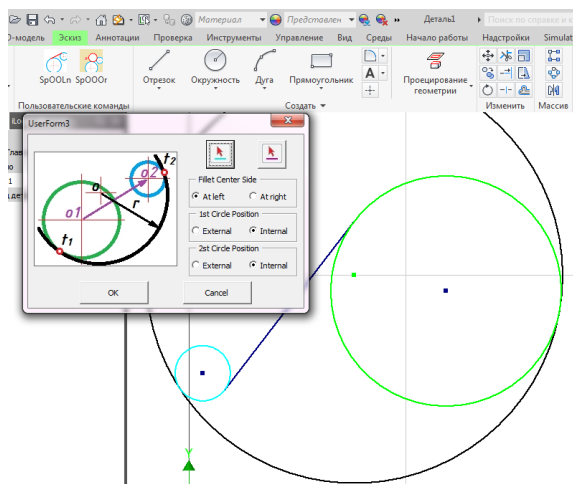


Рис. 4. Інструмент «Спряження».

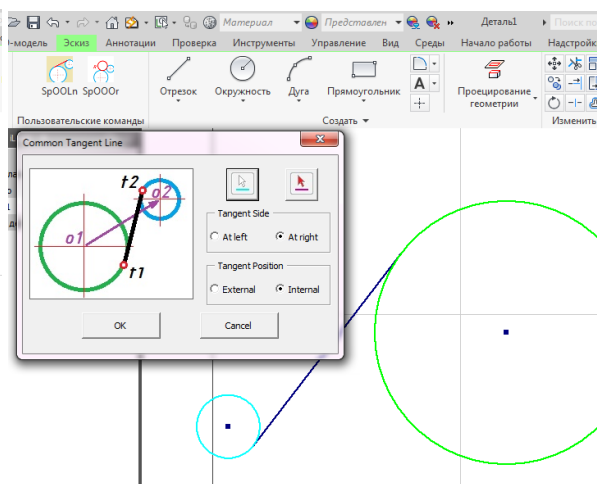


Рис. 5. Інструмент «Спільна дотична»

Для середовища 3D-моделі було розроблено 3 нових інструмента: побудова робочої площини, що проходить через пряму загального положення та має заданий кут нахилу до площини, що існує (інструмент, що є в програмі, працює лише коли пряма або паралельна, або належить заданій площині); побудова конічної фаски на багатограннику (стандартна команда робить набір фасок на кожному ребрі) та відображення моделі в диметричній проекції (за замовчуванням є тільки ізометрія).

Результат роботи першого інструменту показаний на рис. 6, він може використовуватись, зокрема, при побудові поверхонь заданого нахилу. Для розв'язання було використано два методи. Перший ґрунтується на обчисленні координат 3-ї точки шуканої площини за умови отримання заданого нахилу та проходження через дві точки даної прямої загального положення. Другий використовує побудову загальної дотичної до двох кіл – основ конусів із заданим кутом нахилу твірної (для цього випадку результат наведений на рис. 6).

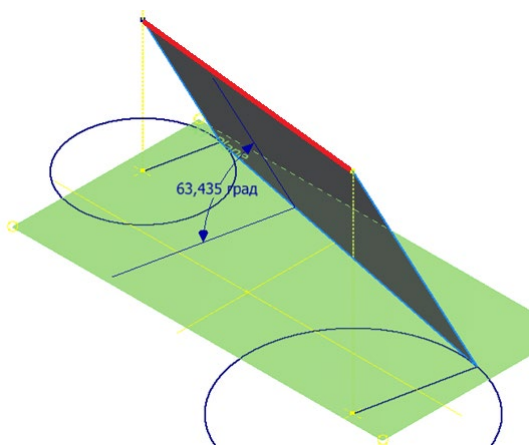
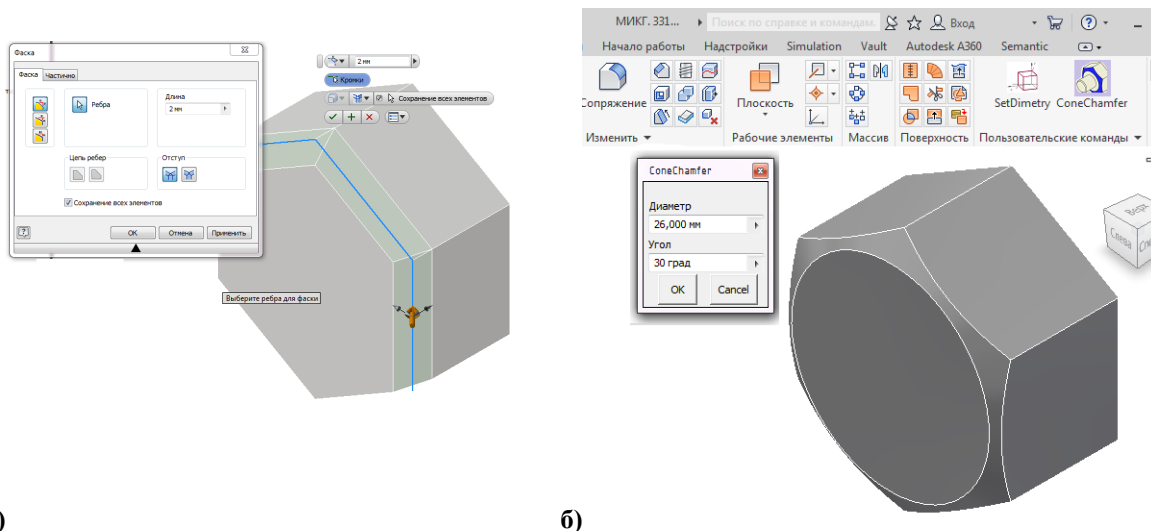


Рис. 6. Інструмент «Похила площина»

Дуже поширена задача – побудова фасок конічної форми на багатогранниках. Стандартний інструмент AI спрацьовує, як показано на рис 7, а. Потрібним чином ця задача може бути розв'язана або за допомогою майстра проектування валів, або

виконанням низки операцій, пов'язаних з побудовою перерізу фаски та побудовою тіла обертання з його вилученням з моделі багатогранника – все це потребує додаткового часу та має деякі обмеження. Нами розроблено додаток, який буде таку фаску лише вказуванням потрібної грані та заданням параметрів фаски (кут та початковий діаметр), як показано на рис 7, б.



а)

б)

Рис. 7. Інструмент «Конічна фаска»

Останній додаток дозволяє розташувати модель, яка містить ребра та грані під кутом  $45^\circ$  до координатних площин, відповідно до вимог зображення диметричної проєкції [7, 8]. Зрозуміло, що за допомогою інструмента «3D-орбіта» користувач може довільним чином розташувати свою модель. Але цей макрос, по-перше, дозволяє зробити це натисканням лише однієї кнопки, а по-друге – отримувати на кресленнику одну із стандартних аксонометричних проєкцій.

Такий інструмент є у програмі «Компас», за допомогою команди «Т-Зрення» таку проєкцію можна було отримати в пакеті AutoCAD, і зараз, завдяки використанню об'єкта «Camera» маємо таку можливість у Inventor.

Цей об'єкт визначає вигляд моделі у робочому вікні програми та володіє низкою методів та властивостей, зокрема, Eye (визначає положення «Ока» спостерігача – точки погляду) та Target (вказує положення цільової точки, на яку дивиться спостерігач).

Основною задачею було визначення координат точки зору. Відповідно до формул з [7, 8] потрібно визначити кут вектору зору з віссю  $Ox$  та з площиною  $xOy$ , і потім з цих кутів визначити координати точки зору.

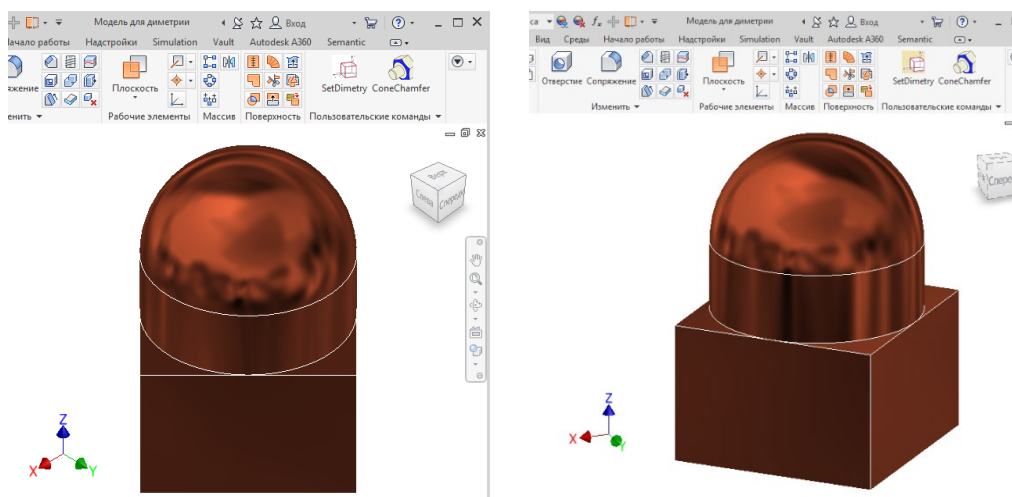


Рис. 8. Інструмент «Диметрія»

Окремі елементи цієї роботи доповідались у другому турі Всеукраїнського конкурсу студентських наукових робіт зі спеціалізації «Прикладна геометрія, інженерна графіка та технічна естетика» 2020/2021 навчального року [9]. Робота була відмічена дипломом 2 ступеня.

### Висновки

Запропоновані програмні додатки розв'язують типові задачі, що виникають при розробці цифрових моделей як деталей машинобудування, так і, можливо, елементів будівельних споруд. Використання мови програмування Visual Basic, інтегрованої до середовища Inventor, дозволило звести процес використання розроблених алгоритмів до натискання однієї кнопки.

Оволодіння можливостями створення власних програмних додатків для адаптації пакету Autodesk Inventor (і не тільки його), які вивчаються в університеті в рамках дисциплін «Комп'ютерна графіка», «Технології комп'ютерного проектування» та ін., дозволить студентам в подальшому стати кваліфікованими фахівцями, як в конструюванні сучасних вузлів і агрегатів, так і в питаннях адаптації існуючих програм до потреб конкретного виробництва.

В якості наступних кроків планується продовжити розробку подібних програмних додатків для середовищ креслеників та інженерного аналізу. Ми пропонуємо зацікавленим особам ставити свої питання та надсилати інші побажання щодо розв'язання інших рутинних задач, що зустрічаються в їх практиці створення цифрових прототипів.

### Список використаної літератури

1. Inventor API User's Manual URL: <http://help.autodesk.com/view/INVENTOR/2018/ENU/?guid=GUID-5901102A-F148-4CD4-AF50-26E2AFDEE6A7> (доступ 21/10/20).
2. Что такое API – URL: <https://timeweb.com/ru/community/articles/chto-takoe-api> (доступ 20/10/20).
3. Свирневский Н.С. Разработка приложений для продуктов Autodesk. Хмельницкий: ХНУ, 2016. 308 с.
4. Autodesk® Inventor® API Object Model reference document URL: <https://knowledge.autodesk.com/akn-aknsite-article-attachments/d20aa033-13a7-4b23-a790-1897b317c523.pdf> (доступ 21/10/2020).
5. Черников А.В., Иванов Е.М., Грайворонский Е.С. Адаптация пакета Autodesk Inventor для учебного процесса и научных исследований. *Технічна естетика і дизайн*. Київ : КНУБА, 2012. Вип. 11. С. 208–212.
6. Черніков О.В., Рагулін В.М., Черепанова Н.В., Калюжна Н.Є. «Автори» Використання Autodesk Inventor API та мови програмування Visual Basic для опрацювання параметрів моделі (на прикладі зубчастих коліс) . *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь: МДПУ ім. Б. Хмельницького, 2019. Вип. 17. С. 138–144.
7. Губарева Г.Г., Шкурпела Ю.О. Створення файлу шаблону диметричної проекції в системі AutoCAD. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. Харків: ХДУХТ, 2012. Вип. 30. С. 105–109.
8. Глазунов Е.А., Четверухин Н.Ф. Аксонометрия, Москва: ГИЗ технико-теоретической литературы, 1953. 292 с.
9. Ламдаїні А., Калюжна Н.Є. Створення бібліотеки програмних додатків до пакету Autodesk Inventor (керівник Черніков О.В.). Підсумки Всеукраїнського конкурсу студентських наукових робіт 2020/2021 навчального року зі спеціалізацій «Прикладна геометрія, інженерна графіка та технічна естетика». URL: <http://web.kpi.kharkov.ua/gmkg/pidsumky-vseukrayinskogo-konkursu-studentskyh->

[naukovyih-robit-2020-2021-navchalnogo-roku-zi-spetsializatsij-prykladna-geometriya-inzhenerna-grafika-ta-tehnichna-estetyka](http://naukovyih-robit-2020-2021-navchalnogo-roku-zi-spetsializatsij-prykladna-geometriya-inzhenerna-grafika-ta-tehnichna-estetyka) (доступ 30/04/2021).

### References

1. Inventor API Users Manual URL: <http://help.autodesk.com/view/INVNTOR/2018/ENU/?guid=GUID-5901102A-F148-4CD4-AF50-26E2AFDEE6A7> (dostup 21/10/20).
2. Chto takoe API – URL: <https://timeweb.com/ru/community/articles/chto-takoe-api> (dostup 20/10/20).
3. Svyrnevskiy, N.S. (2016). Razrabotka prylozheniy dlia produktov Autodesk. Khmelnytskyi: KhNU.
4. Autodesk® Inventor® API Object Model reference document URL: <https://knowledge.autodesk.com/akn-aknsite-article-attachments/d20aa033-13a7-4b23-a790-1897b317c523.pdf> (dostup 21/10/2020).
5. Chernykov, A.V., Yvanov, E.M., & Hraivoronskiy, E.S. (2012). Adaptatsiya paketa Autodesk Inventor dlia uchebnogo protsessa y nauchnykh yssledovaniy. *Tekhnichna estetyka i dizain*. Kyiv : KNUBA, **11**, 208–212.
6. Chernikov, O.V., Rahulin, V.M., Cherepanova, N.V., & Kaliuzhna, N.Ie. (2019). Vykorystannia Autodesk Inventor API ta movy prohramuvannia Visual Basic dlia opratsiuvannia parametriv modeli (na prykladi zubchastykh kolis). *Suchasni problemy modeliuvannia*. **17**, 138–144.
7. Hubareva, H.H., & Shkorpela, Yu.O. (2012). Stvorennia failu shablonu dymetrychnoi proektsii v systemi AutoCAD *Heometrychne ta kompiuterne modeliuvannia*. Kharkiv: KhDUKhT. **30**, 105–109.
8. Hlazunov, E.A., & Chetverukhyn, N.F. (1953). Aksonometrya. Moskva: HYZ tekhniko-teoretycheskoi lyteratury.
9. Lamdaini A., Kaliuzhna N.Ie. (2021) Stvorennia biblioteki prohramnykh dodatkov do paketu Autodesk Inventor (kerivnyk Chernikov O.V.). Pidsumky Vseukrainskoho konkursu studentskykh naukovykh robit 2020/2021 navchalnogo roku zi spetsializatsii «Prykladna heometriia, inzhenerna hrafika ta tekhnichna estetyka». URL: <http://web.kpi.kharkov.ua/gmkg/pidsumky-vseukrayinskogo-konkursu-studentskykh-naukovyih-robit-2020-2021-navchalnogo-roku-zi-spetsializatsij-prykladna-geometriya-inzhenerna-grafika-ta-tehnichna-estetyka> (dostup 30/04/2021).

Черніков Олександр Вікторович – д.т.н., професор, завідувач кафедри інженерної та комп'ютерної графіки Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, e-mail: [cherni@khadi.kharkov.ua](mailto:cherni@khadi.kharkov.ua), ORCID: 0000-0002-6636-4566.

Калюжна Ніка Євгенівна – студентка механічного факультету Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, e-mail: [Nikachca99@gmail.com](mailto:Nikachca99@gmail.com), ORCID: 0000-0003-4634-5461.

Ламдаїні Абделлатіф – студент механічного факультету Харківського національного автомобільно-дорожнього університету, e-mail: [abdellatiflamdaini@gmail.com](mailto:abdellatiflamdaini@gmail.com), ORCID: 0000-0002-3525-5017.

УДК 004.4

І.Ф. ШАЄХОВА, Ю.О. ОЛІЙНИК

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського»

## ПІДХІД ДО РОЗРОБКИ АРХІТЕКТУРИ ГЕТЕРОГЕННОЇ МУЛЬТИКОМП'ЮТЕРНОЇ СИСТЕМИ ПЛАНУВАННЯ ЗАДАЧ

*При розробці архітектури розподіленої системи планування задач розробники неминуче стикаються з проблемою забезпечення роботи системи як єдиного цілого. Хоча гетерогенні мультикомп'ютерні системи, які будуються на основі вузлів з мережевими операційними системами, і мають перевагу в гнучкості масштабування системи, їх розробники стикаються з проблемами при забезпеченні безпеки та прозорості функціонування системи. Правильний архітектурний підхід при розробці таких систем допоможе нівелювати їхні недоліки, а також забезпечити відмовостійкість і консистентність даних. При проектуванні розподілених систем планування задач потрібно зважати на проблему збалансування навантаження на вузлах, які беруть участь у виконанні задач, тому була розглянута література, присвячена цій тематиці. У статті також проаналізовано іншу сучасну літературу, присвячену розробці розподілених систем в цілому. Проектування розподіленої системи розглянуто з позиції аналізу моделей взаємодії, брокерів повідомлень, різних типів архітектури та алгоритмів консенсусу. Виділено різні моделі взаємодії в розподілених системах: виклик відділених процедур (RPC), віддалений виклик методів (RMI), обмін повідомленнями (MOM), використання потоків (streaming) і визначено найбільш гнучкі з них для побудови розподіленої системи планування задач. В статті зроблено порівняння різних брокерів (RabbitMQ, Apache Kafka, ZeroMQ) для маршрутизації повідомлень в межах розподіленої системи з акцентом на надійність доставки повідомлень. Крім цього, розглянуті такі архітектури як: ґрид та кластер, узагальнено їх ключові особливості і представлено характеристики розробленої системи. Також, охарактеризовані методи забезпечення узгодженості даних в розподілених системах Paxos і Raft. Запропоновано використовувати failover модель для спрощення розробки і запуску системи. Крім цього, представлено BPMN схему запуску задачі в межах розробленої розподіленої системи, а також схему архітектури розробленої системи. В статті представлені результати проведеного експерименту з визначення можливості масштабування розробленої системи, а також проаналізовано особливості роботи мови програмування Golang, якою написана розроблена система.*

*Ключові слова: гетерогенні мультикомп'ютерні системи, архітектура програмного забезпечення, відмовостійкість, модель взаємодії, алгоритми консенсусу.*

И.Ф. ШАЕХОВА, Ю.О. ОЛЕЙНИК

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского»

## ПОДХОД К РАЗРАБОТКЕ АРХИТЕКТУРЫ ГЕТЕРОГЕННОЙ МУЛЬТИКОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЫ ПЛАНИРОВАНИЯ ЗАДАЧ

*При разработке архитектуры распределенной системы планирования задач разработчики неизбежно сталкиваются с проблемой обеспечения работы системы как единого целого. Несмотря на преимущество гетерогенных мультикомпьютерных систем на основе узлов с сетевыми операционными системами в гибкости масштабирования, разработчики сталкиваются с проблемами при обеспечении безопасности и прозрачности функционирования системы. Правильный архитектурный подход при разработке таких систем поможет нивелировать их недостатки, а также обеспечит отказоустойчивость и согласованность данных. При проектировании распределенных систем планирования задач нужно учитывать проблему сбалансирования нагрузки на узлах, которые принимают участие в выполнении задач, поэтому была рассмотрена литература, посвященная этой тематике. В статье также проанализированы другие современные источники, посвященные разработке распределенных систем в целом. Проектирование распределенной системы рассмотрено с позиции анализа моделей взаимодействия, брокеров сообщений, различных типов архитектуры и алгоритмов консенсуса. Выделены различные модели взаимодействия в распределенных системах: вызов отделенных процедур (RPC), удаленный вызов методов (RMI), обмен сообщениями (MOM), использование потоков (streaming) и определены наиболее гибкие из них*

для построения распределенной системы планирования задач. В статье сделано сравнение различных брокеров (RabbitMQ, Apache Kafka, ZeroMQ) для маршрутизации сообщений в пределах распределенной системы с акцентом на надежность доставки сообщений. Кроме этого, рассмотрены такие архитектуры как: грид и кластер, обобщены их ключевые особенности и представлены характеристики разработанной системы. Также, охарактеризованы методы обеспечения согласованности данных в распределенных системах Paxos и Raft. Предложено использовать failover модель для упрощения разработки и запуска системы. Кроме этого, представлены BPMN схема запуска задачи в рамках разработанной распределенной системы, а также схема архитектуры разработанной системы. В статье представлены результаты проведенного эксперимента по определению возможности масштабирования разработанной системы, а также проанализированы особенности работы языка программирования Golang, на котором написана разработанная система.

Ключевые слова: гетерогенные мультимьютерные системы, архитектура программного обеспечения, отказоустойчивость, модель взаимодействия, алгоритмы консенсуса.

I. F. SHAIKHOVA, Y.O. OLIINYK  
Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute

## **APPROACH TO DEVELOPING ARCHITECTURE OF A HETEROGENEOUS MULTICOMPUTER TASK PLANNING SYSTEM**

*When developing the architecture of a distributed task scheduling system, developers inevitably face the problem of ensuring the operation of the system as a whole unit. Despite the scalability advantage of heterogeneous multicomputer systems based on nodes with network operating systems, developers face challenges in ensuring the security and transparency of the system. The correct architectural approach in the development of such systems will help to level their shortcomings, as well as ensure fault tolerance and data consistency. When designing distributed task planning systems, it is necessary to consider the problem of load balancing at the nodes that participate in the execution of tasks, so the literature on this topic was considered. The article also analyzes other modern literature on the development of distributed systems in general. The design of a distributed system is considered from the standpoint of analysis of interaction models, message brokers, different types of architecture and consensus algorithms. Different models of interaction in distributed systems are also considered – remote procedure call (RPC), remote method invocation (RMI), message-oriented middleware (MOM), streams (streaming) - and the most flexible for building a distributed task scheduling system is identified. The article compares different brokers (RabbitMQ, Apache Kafka, ZeroMQ) for routing messages within a distributed system with an emphasis on the reliability of message delivery. In addition, such architectures as grid and cluster are considered, their key features are generalized, and the characteristics of the developed system are presented. Methods for ensuring data consistency in distributed systems Paxos and Raft are also described. The failover model is presented to simplify system development and startup. In addition, the BPMN scheme of running the task within the developed distributed system, as well as the scheme of the architecture of the developed system are presented. The article presents the results of an experiment to determine the scalability of the developed system, as well as analyzes the features of the Golang programming language on which the developed system is written.*

*Keywords: heterogeneous multicomputer systems, software architecture, fault tolerance, interaction model, consensus algorithms.*

### **Постановка проблеми**

При розробці архітектури системи розподіленого планування задач необхідно визначитися з типом архітектури, моделлю взаємодії, типом зв'язку між вузлами, способом синхронізації, реплікацією та способами забезпечення узгодженості даних. При цьому потрібно мати на увазі, що операції в системі повинні бути атомарними і сама система повинна бути відмовостійкою. Для побудови такої системи необхідно вирішити наступні задачі:

1. Визначитися з типом архітектури розроблюваної системи з урахуванням призначення системи.
2. Обрати ефективну модель взаємодії в системі.

3. Визначитися з типом зв'язку між вузлами в розроблюваній системі.
4. Забезпечити певний погоджений рівень відмовостійкості за рахунок реплікації даних та алгоритмів вибору лідера.
5. Протестувати розроблену систему і її здатність до масштабування.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Сутність розподілених систем розкрито в книзі [1] авторами Ендрю Таненбаумом та Маартеном ван Стееном, викладачами університету Вріє в Амстердамі. В книзі доволі скрупульозно розглянуто різні аспекти роботи розподілених систем – архітектуру, зв'язок між процесами, синхронізацію, реплікацію, безпеку. Серед розподілених систем розрізняють мультипроцесорні та мультикомп'ютерні системи, останні в свою чергу можна поділити на гетеро- та гомогенні [1]. Особливості планування задач в гомо- та гетерогенних розподілених системах описані в дослідженні [2]. Автори виділяють статичні та динамічні алгоритми. При цьому, статичні алгоритми означають, що час виконання задач, витрати на комунікацію відомі наперед, а динамічні означають, що рішення приймаються в режимі реального часу таким чином, щоб мінімізувати час виконання задач та витрати на комунікацію. До статичних відносять Rate Monotonic Algorithm (пріоритет надається в залежності від частоти виконання), Earliest Deadline First Algorithm (пріоритет надається в залежності від часу дедлайну). Прикладом динамічного алгоритму є Maximum Urgency First Algorithm, який використовує комбінацію статичних та динамічних властивостей задач.

Особливості архітектури розподілених систем описані в книзі [1] і статтях [3-6]. В джерелах проаналізовано особливості побудови класичної клієнт-серверної архітектури та багатошарових архітектур (three-tier, multi-tier), в яких за рахунок додавання проміжних шарів вдається досягти безстановості (statelessness). Окремо виділено однорангову архітектуру.

Різні підходи до проектування розподілених систем висвітлено в статтях [7-8], а також в стандарті OGSA [4]. Розрізняють такі форми проектування розподілених систем – грід, кластер, хмарна система.

В розподілених системах імплементовані різні моделі взаємодії між вузлами. Враховуючи вимогу до забезпечення прозорості, такі моделі взаємодії мають створювати враження роботи системи як єдиного цілого. Особливості моделі RPC (модель виклику віддалених процедур), моделі виклику віддалених об'єктів описані в книзі [1], статтях [9-10]. Синхронність цих моделей виправдовує доцільність взаємодії з використанням сокетів або черг повідомлень. Особливості побудови зв'язку між вузлами в розподіленій системі описано в статті [5] від компанії Microsoft, у якій проаналізовано використання синхронних (HTTP) та асинхронних (AMQP) протоколів під час реалізації системи. Особливості застосування брокера RabbitMQ описані в серії статей від розробників [11], а також в статтях [12-14]. Порівняльний аналіз роботи RabbitMQ і Kafka здійснено в статті [13], відповідно до якого RabbitMQ має перевагу в забезпеченні надійності при передачі повідомлень. Також розглянуто роботу сучасного фреймворку для обміну повідомленнями ZeroMQ [15]. Робота з потоками даних описана в статтях [16-17].

Забезпеченню відмовостійкості в розподілених системах присвячено багато статей. Дослідження [18] виділяє такі типи відмов: мережеві неполадки, неполадки фізичних ресурсів (пам'ять, CPU), неполадки в процесах (баги в програмному забезпеченні), неполадки при використанні спільних ресурсів. Ці відмови можуть призвести як до повного, так і до часткового припинення роботи системи. Оскільки в системі навіть при

найбільш ретельному плануванні її архітектури можуть трапитися відмови, ключовою проблемою є забезпечення відмовостійкості системи. Відмовостійкість забезпечується як реактивними, так і проактивними діями. До реактивних заходів належать такі методи, як: створення checkpoint, міграція задач при необхідності на інші фізичні машини, реплікація, повторення спроби виконання задачі. Проактивні заходи передбачають настання відмов. До відповідних методів можна віднести, наприклад, метод збалансування навантаження, коли програмне забезпечення постійно аналізує навантаження на пам'ять та CPU, і у випадку перевищення лімітів задачі переносяться на іншу машину. В дослідженні [6] висвітлено проблеми відмовостійкості в контексті мікросервісної архітектури і запропоновано архітектурний підхід до побудови таких систем.

Для досягнення відмовостійкості застосовуються алгоритми консенсусу. Алгоритм консенсусу Raft був запропонований Леслі Лемпортом. Його сутність розкрита в статті [19]. В дослідженні [20] запропоновано удосконалення існуючого алгоритму з використанням batching та pipeline.

Алгоритм Raft був складним та подекуди потребував вдосконалення, тому було розроблено більш простий алгоритм консенсусу Raft. Особливості роботи алгоритму описані в дисертації Дієго Онгаро [21]. Розробка алгоритму була спрямована на подолання недоліків Raft: слабкої форми лідерства, необхідності в об'єднанні значень, вибраних в процесі одноступеневого Raft, в один лог для роботи в режимі Multi-Raft і таке інше. За рахунок відокремлення виборів лідера, реплікації логу та безпеки вдалося побудувати більш прозорий алгоритм.

Один із способів досягнення синхронізації в розподіленій системі пов'язаний з використанням алгоритму розподіленого блокування. Один із таких алгоритмів, Redlock з використанням Redis, описаний в роботі [22].

### **Мета дослідження**

Метою дослідження є узагальнення підходу до побудови розподілених систем планування сервісних задач.

### **Викладення основного матеріалу дослідження**

З точки зору архітектури програмного забезпечення доцільніше розробляти розподілену систему планування сервісних задач як клієнт-серверну архітектуру з моделлю взаємодії MOM. Це твердження можна обґрунтувати тим, що у випадку планування сервісних задач виникає потреба в централізованому управлінні задачами, що робить беззмисливим використання однорангової архітектури. Сервер не зберігатиме сесії клієнтів (stateless).

Проаналізовано різні моделі взаємодії в розподілених системах (табл. 1). Зважаючи на результати аналізу, модель MOM є найбільш оптимальним варіантом для розподілених систем планування сервісних задач, оскільки асинхронна взаємодія, гарантована доставка повідомлень і гнучка маршрутизація дозволяють провести налаштування системи таким чином, щоб забезпечити відмовостійкість та зменшити затримки.



Порівняння моделей взаємодії

Моделі взаємодії	RPC (Remote Procedure Call)	RMI (Remote Method Invocation)	MOM (Message Oriented Middleware)	Потоки (streams)
<b>Синхронність/ Асинхронність</b>	синхронна	синхронна	асинхронна	асинхронна
<b>Сутність</b>	Виклик віддалених процедур на віддаленому вузлі так, неначе це локальні процедури.	Робота через локальну заглушку, яка є проксі для віддаленого об'єкта.	Взаємодія відправників та одержувачів через черги повідомлень.	Обмін потоками даних, які не є самостійними елементами, в режимі реального часу.
<b>Переваги</b>	1.Однаковий інтерфейс виклику процедур. 2.Стандартний формат повідомлень. 3. Спільний сервіс для обробки запитів-повідомлень, прихований «вниз» віддаленої процедури.	1.Об'єктно-орієнтований стиль програмування. 2.Передача віддалених об'єктів за посиланням, яке формується з адреси віддаленого вузла, порту і ідентифікатора віддаленого об'єкта. 3.Стандартний формат повідомлень.	1.Гнучка маршрутизація. 2.Послаблення зв'язку в системі за рахунок появи додаткового шару між відправниками і отримувачами. 3.Гарантія доставки повідомлень. 4.Доступність і механізми збалансування навантаження.	1. Обробка даних в режимі реального часу. 2.Можливість налаштування гарантій доставки повідомлення.
<b>Недоліки</b>	1.Передача параметрів за посиланням неможлива (процеси не мають спільної пам'яті). 2.Сумісність форматів обох систем по відношенню до порядку байтів, кодування символів.	1.Неможливо розрізнити локальні і віддалені об'єкти. 2. Проблеми з блокуванням віддалених об'єктів.	1.Необхідність нового елемента в системі, який в перспективі може стати її вузьким місцем.	1.Специфічне призначення розподілених систем з використанням потоків даних. 2.Складність обробки все більшої кількості потоків даних з різних джерел.

Продовження таблиці 1

Приклади систем	DCE RPC	DCE, Java RMI	Системи, які використовують Apache Kafka, RabbitMQ, IBM MQ (IBM MQSehes)	Системи, які використовують Apache S4, Apache Storm, Apache Samza, Spark Streaming, Twitter's Heron, Google Millwheel, Azure Stream Analytics, Amazon Kinesis.
-----------------	---------	---------------	--	--

Таблиця 1 складена на основі джерел [1, 9-10, 12, 16-17].

Оскільки брокер є центральним елементом при застосуванні моделі взаємодії MOM, було проаналізовано роботу різних брокерів для визначення найбільш надійного брокера для систем планування сервісних задач (табл. 2). Було визначено, що найбільш гнучким брокером для побудови транспортної інфраструктури є фреймворк ZeroMQ, однак він потребує значних зусиль з боку розробників для забезпечення гарантії доставки, персистентності повідомлень. Найбільш стабільним варіантом є застосування брокера RabbitMQ, який є повноцінним самостійним елементом системи, що забезпечує надійну доставку повідомлень і гнучку маршрутизацію.

Таблиця 2

Порівняння брокерів повідомлення

Назва брокера	RabbitMQ	Apache Kafka	ZeroMQ
Мова програмування, на якій написаний брокер	Erlang	Scala	C++
Формат повідомлень	Бінарний (краще для стискування даних)	байти	Бінарний
Протокол	AMQP	TCP	ZMQ (побудований над TCP)
Гарантії доставки повідомлень	At-least-once, most-once	Всі	Відсутня гарантія доставки, існує лише гарантія атомарної доставки multipart-повідомлення

Продовження таблиці 2

<b>Персистентність повідомлень</b>	Налаштовується при створенні (оперативна пам'ять/диск) черги	Повідомлення пишуться в файлову систему	Не підтримується. Відповідальність за підтримання персистентності повідомлень лежить на кінцевому користувачу.
<b>Модель доставки повідомлень</b>	Push/Pull	Pull	Push/Pull
<b>Модель отримання повідомлень</b>	P2P, Pub/Sub	P2P, Pub/Sub	P2P, Pub/Sub
<b>Маршрутизація</b>	Є спеціальні об'єкти для маршрутизації повідомлень – exchange.	Немає посередників, повідомлень напряму йдуть до брокера	Використовується Router-сокет.
<b>Масштабування</b>	Додавання великої кількості клієнтів може вплинути на роботу брокера, оскільки статуси клієнтів зберігаються в пам'яті.	Додавання клієнтів, які зчитують інформацію, (reader) не впливає на роботу брокера.	Підтримується
<b>Відмовостійкість</b>	Підтримує реплікацію повідомлень по різних вузлах.	Підтримує реплікацію повідомлень по різних вузлах.	Оскільки це фреймворк, залежить від імплементації.
<b>Сфера застосування</b>	Фінансові і банківські сервіси	Агрегування логів, аналітика великих даних	Розподілені системи, в яких втрата повідомлень не є критичною

Таблиця 2 складена на основі джерел [11-17].

Для узагальнення характеристик розробленої системи та визначення типу архітектури було представлено основні характеристики кластерної та грид систем в порівнянні з розробленою системою (табл. 3). Різні призначення цих систем обумовили їх архітектуру, зокрема, оскільки грид система виникла для здійснення масштабних наукових обчислень з використанням неспеціалізованих комп'ютерних ресурсів, то в основі архітектури грид системи лежить техніка «виділення циклів пам'яті» (cycle scavenging) на віддалених гетерогенних вузлах. Оскільки розроблена система призначена для запуску і планування сервісних задач з різним рівнем споживання ресурсів, то акцент в розробці

даної системи полягає в тому, щоб ефективно розподілити задачі між вузлами. Задачі розподілятимуться відповідно до зайнятості вузлів.

Таблиця 3

Порівняння типів архітектури

Тип архітектури	Кластер	Грид	Розроблена система
<b>Суть</b>	Суміщені вузли, зв'язані між собою високошвидкісною мережею. Гомогенна розподілена система.	Поєднання віддалених вузлів, ресурсів, кластерів між собою. Гетерогенна розподілена система. Використання техніки «виділення цикла пам'яті» (cycle scavenging)	Поєднання віддалених вузлів, ресурсів. Гетерогенна розподілена система.
<b>Функції</b>	Агрегування обчислювальних потужностей. Забезпечення надійного доступу у випадку часткових збоїв. Збалансування навантаження.	Використання віддалених комп'ютерних ресурсів. Агрегування обчислювальних ресурсів невикористовуваних вузлів. Високий рівень надійності та здатність до масштабування без значних зусиль.	Ефективне використання віддалених комп'ютерних ресурсів в залежності від заданих статичних конфігурацій. Високий рівень надійності та здатність до масштабування.
<b>Призначення</b>	Підходить для систем, які виконують невеликі незалежні обчислення.	Підходить для систем, які спільно виконують задачі, що потребують великих обчислювальних потужностей (здебільшого для наукових обчислень).	Підходить для комерційних систем, які не є монолітною системою, а представляють набір мікросервісів, яким потрібна координація при розподілі задач.
<b>Недоліки</b>	Висока вартість. Прості більшості вузлів в кластері. Великі навантаження, незважаючи на обчислювальні потужності кластера, можуть призвести до його падіння та збоїв.	Необхідність чекати результати від усіх вузлів, які беруть участь в обчисленнях. Проблеми з безпекою. Відсутність мережних збоїв є критичною для правильної роботи ґрида.	Використання статичної конфігурації не дозволяє побачити реальне навантаження на віддалених вузлах і може спричинити неефективний розподіл задач.

Таблиця 2 складена на основі джерел [4, 7-8]

Важливим етапом побудови розподіленої системи є вибір алгоритмів, методів та технік, які б забезпечили надійність розподіленої системи у випадку часткового падіння вузлів системи. Було проаналізовано роботу систем Paxos і Raft, які є повноцінними системами, спрямованими на забезпечення узгодженості даних в кластерах і потребують

значних ресурсів при розгортанні (табл. 4). В результаті запропоновано використовувати модель Failover, яка потребує мінімум ресурсів і є більш простою у використанні.

Таблиця 4

Порівняння різних методів забезпечення відмовостійкості

Забезпечення відмовостійкості	Алгоритм консенсусу Paxos	Алгоритм консенсусу Raft	Модель Failover з використанням Redlock алгоритму
<b>Модель</b>	Використовується для реплікації машини стану. Передбачає існування вузлів з наступними ролями – ті, хто висувають пропозицію з запитом, ті, хто схвалюють пропозицію, ті, хто виконують запит.	Використовуються для реплікації машини стану. Передбачає існування лідера і послідовника. Фази вибору лідера і реплікації розділені.	Використовується для обмеження доступу інших вузлів до ресурсу (в даному випадку до стартового методу запуску обробника задач). У випадку падіння сервера, один із серверів, який очікує звільнення блокування, запустить обробника задач і заблокує інші сервери.
<b>Реплікація</b>	Лідер відправляє запит послідовникам з вимогою приєднати запит під певним індексом до лога.	Лідер відправляє запит послідовникам з вимогою приєднати запит під певним індексом до лога.	Немає, система не підтримує копіювання машини стану на інші вузли. Система містить числення перевірки, щоб уникнути повторного виконання запитів у випадку падіння вузла.
<b>Узгодження даних</b>	Якщо у послідовника і лідера є відмінності в записах, лідер переписує записи послідовника.	Якщо у послідовника і лідера є відмінності в записах, лідер переписує записи послідовника.	Узгодження даних не потрібно, оскільки не підтримується машина станів.
<b>Переваги</b>	Забезпечує прийняти пропозиції з найвищим номером для узгодження даних між вузлами.	Простіший алгоритм прийняття пропозиції. Алгоритм більш зрозумілий ніж Paxos, тому що його робота як за нормальних умов, так у за умови неузгодженості чи падіння вузлів є прописаною в роботах, присвячених алгоритму [14]. Просте управління кластером.	Проста реалізація. Виникає менша кількість непростих ситуацій, які потребують вирішення. Потрібно менше ресурсів. Не обов'язково мати $2*N + 1$ вузлів в якості майстра та потенційних майстрів.

<b>Обмеження</b>	Потрібен головний вузол, що висуває пропозицію, інакше між вузлами може виникнути гонка пропозицій.	Підтримує вибір тільки одного лідера.	У разі використання мінімальної кількості вузлів, які є потенційними майстрами, збільшується ризик падіння всієї системи.
------------------	---	---------------------------------------	---

Таблиця 2 складена на основі джерел [19, 21-22].

Виділено наступні характеристики архітектури розробленої системи:

- Гетерогенна розподілена система.
- Використання моделі Failover.
- Використання статичної конфігурації для розподілу задач.
- Побудова транспортної системи на основі обміну повідомленнями (MOM) з використанням брокера RabbitMQ.
- Вибір лідера здійснюється за допомогою алгоритму Redlock, що побудований на основі Redis (в перспективі планується використовувати алгоритм консенсусу Raft).
- Дані, отримані під час обробки задач, зберігаються в базі даних Postgres.
- Майстер запускає тільки ті задачі, які були отримані в повідомленні від вузлів. Сторонні користувачі не можуть відправити фальшиві повідомлення для підривання роботи системи, оскільки необхідно знати користувача і пароль для встановлення зв'язку з транспортною системою.

Задачі будуть рухатися по наступному циклу. Майстер запускатиме задачі на виконання залежно від розкладу, обраного користувачами, або користувач може запустити задачу на одноразове виконання. Задачу можна буде скасувати і перезапустити. Залежно від конфігурації можна буде налаштувати максимальну кількість задач, які одночасно виконуватимуться на робочому вузлі, дедлайн для задачі (рис. 1).

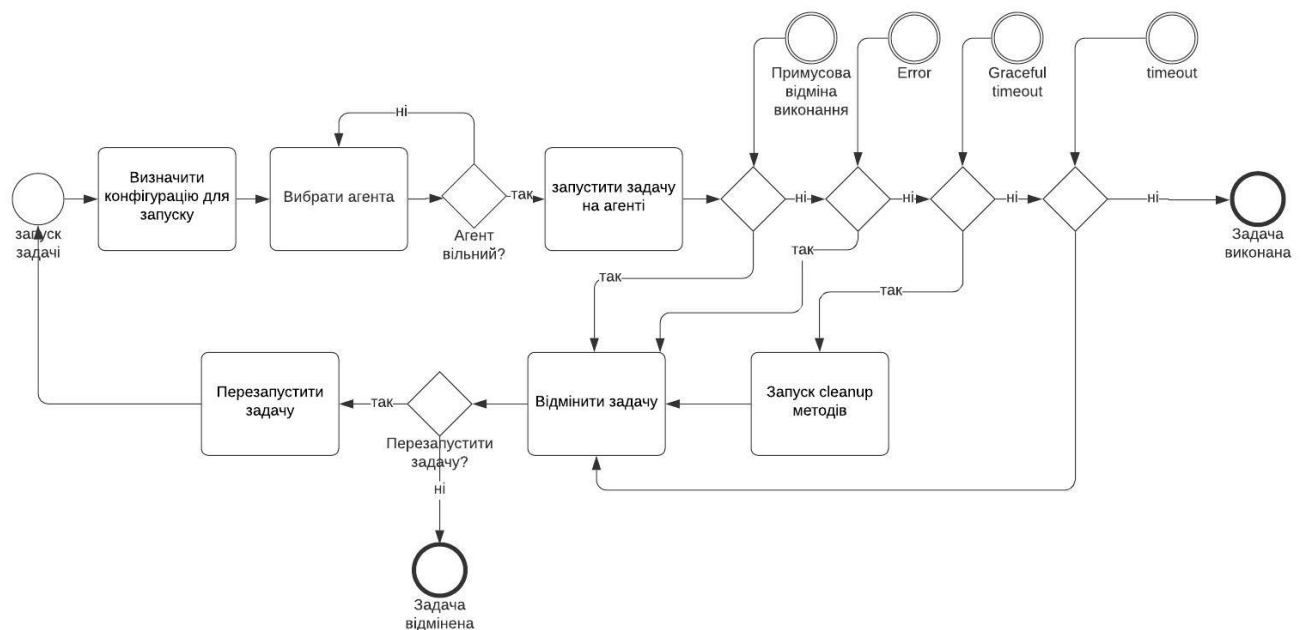


Рис 1. BPMN діаграма запуску задачі в розроблюваній системі

### Опис експерименту.

Склад розподіленої системи (рис. 2) – два майстер-вузли та 3 робочих вузли з такими характеристиками:

Майстер:

- 16 x Intel(R) Xeon(R) E-2288G CPU @ 3.70GHz (1 Socket);
- 128 GB DDR4 ECC 2,666 MHz.

Робочий вузол:

- AMD Ryzen 7 4800U;
- 128 GB DDR4 2,666 MHz.

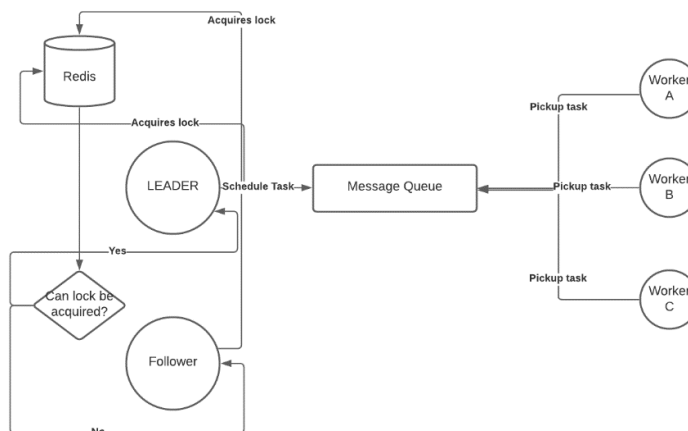


Рис 2. Схема архітектури системи в ході експерименту

В ході експерименту генерується навантаження в 10 – 50 тисяч задач на один робочий вузол. Затримки при виконанні задачі в основному складаються з мережевої затримки і затримки при створенні нової goroutine – потоку в Golang. Для імітації роботи реальної задачі була створена імплементація задачі на робочих вузлах, яка зупиняє потік на 10 секунд. Результат експерименту наведено на рис. 3.



Рис 3. Середня затримка виконання задачі на вузлі (µs)

В ході експерименту виявлено, що в результаті збільшення кількості конкурентних задач на одному вузлі витрачається більше часу на запуск кожної наступної goroutine. Goroutine – це приклад використання спрощеного паралелізму. В Golang є планувальник, за допомогою якого планується запуск goroutine (задач). У кожній goroutine є стек, мінімальний розмір якого - 2048 байтів, максимальний розмір залежить від архітектури і становить - 1 ГБ для 64-розрядних систем, або 250 МБ для 32-розрядних систем. Важливою частиною конфігурації є налаштування GOMAXPROCS, яке визначає максимальну кількість паралельних потоків операційної системи для виконання коду. За замовчуванням цей параметр дорівнює кількості доступних логічних процесорів [23-24]. Також, для покращення роботи системи з високим навантаженням бажано використовувати пули goroutine [25]. В розробленій системі використовуються поки що необмежена кількість goroutine, в майбутньому планується використати пул.

В Go потоки використовують стеки скромних розмірів. Під час виконання програми стек goroutine збільшується і зменшується залежно від потреби. Таким чином goroutine живуть в одному адресному просторі і за рахунок цього не витрачають стільки ресурсів як повноцінні потоки. Таким чином, використовуючи переваги таких потоків, вдалося добитися значної оптимізації роботи розподіленої системи.

### Висновки

У роботі представлено підхід до проектування розподілених систем планування задач, які є доволі розповсюдженими в корпоративному середовищі. Проаналізовано різні моделі взаємодії. В результаті прийнято рішення використовувати асинхронну модель, яка базується на обміні повідомленнями. Розглянуто переваги і недоліки роботи різних брокерів. Прийнято рішення використовувати брокер RabbitMQ, оскільки він забезпечує надійну доставку повідомлень. Було проаналізовано такі типи архітектури систем як: грід та кластер, і в результаті прийнято рішення побудувати свою архітектуру, призначення якої полягатиме в плануванні сервісних задач корпоративними користувачами. Також, було розглянути способи забезпечення відмовостійкості, що передбачає застосування алгоритмів консенсусу. Оскільки ці алгоритми є доволі громіздкими надбудовами поверх існуючої системи, було прийнято рішення використовувати механізм розподіленого блокування. Таким чином, визначено набір ключових характеристик для розробленої архітектури. Проведено експеримент з розробленою системою для визначення можливості розширення розподіленої системи в сторону збільшення кількості виконуваних задач. Відповідно до результатів експерименту було виявлено, що відбувається незначне збільшення часу виконання задач, і їх виконання можна ще більш оптимізувати за рахунок використання пулу goroutine.

### Список використаної літератури

1. Стеен М., Таненбаум Е. Распределенные системы. Принципы и парадигмы: уч. пособ. Санкт-Петербург: Питер, 2003. 877 с.
2. Vucha M. A Case Study: Task Scheduling Methodologies for High Speed Computing Systems. *International Journal of Embedded Systems and Applications*. 2015. URL: [https://www.researchgate.net/publication/270593930\\_A\\_Case\\_Study\\_Task\\_Scheduling\\_Methodologies\\_for\\_High\\_Speed\\_Computing\\_Systems](https://www.researchgate.net/publication/270593930_A_Case_Study_Task_Scheduling_Methodologies_for_High_Speed_Computing_Systems).



3. Shakirat Haroon-Sulyman. Client-Server Model. *IOSR Journal of Computer Engineering*. 2014. № 16. С. 57-71. URL: [https://www.researchgate.net/publication/271295146\\_Client-Server\\_Model](https://www.researchgate.net/publication/271295146_Client-Server_Model).
4. Berry D., Djaoui A., Grimshaw A. та ін. The Open Grid Services Architecture, Version 1.5. 2006. URL: <https://ogf.org/documents/GFD.80.pdf>.
5. Communication in a microservice architecture. URL: <https://docs.microsoft.com/en-us/dotnet/architecture/microservices/architect-microservice-container-applications/communication-in-microservice-architecture>.
6. Baboia M., Iftene A., Gifu D. Dynamic Microservices to Create Scalable and Fault Tolerance Architecture. *Procedia Computer Science*. 2019. № 159. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187705091931467X>.
7. Chee Shin Yeo, Rajkumar Buyya, Hossein Pourreza та ін. Cluster Computing: High-Performance, High-Availability, and High-Throughput Processing on a Network of Computers *Handbook of Nature-Inspired and Innovative Computing*. 2006. С. 521-551. URL: [https://www.researchgate.net/publication/226533607\\_Cluster\\_Computing\\_High-Performance\\_High-Availability\\_and\\_High-Throughput\\_Processing\\_on\\_a\\_Network\\_of\\_Computers](https://www.researchgate.net/publication/226533607_Cluster_Computing_High-Performance_High-Availability_and_High-Throughput_Processing_on_a_Network_of_Computers).
8. Barkallah H. Evolution of the Distributed Computing Paradigms: Brief Road Map. *IJCDS Journal*. № 6(5). 2017. URL: [https://www.researchgate.net/publication/319352828\\_Evolution\\_of\\_the\\_Distributed\\_Computing\\_Paradigms\\_a\\_Brief\\_Road\\_Map](https://www.researchgate.net/publication/319352828_Evolution_of_the_Distributed_Computing_Paradigms_a_Brief_Road_Map).
9. Java RMI. URL: <https://docs.oracle.com/javase/7/docs/platform/rmi/spec/rmiTOC.html>.
10. Lecture 3: RPC and RMI. URL: <https://cseweb.ucsd.edu/classes/sp16/cse291-e/applications/ln/lecture3.html>.
11. RabbitMQ Tutorials. URL: <https://www.rabbitmq.com/getstarted.html>.
12. Curry E. Message-Oriented Middleware. *Middleware for Communications*. 2005. С. 1-28. URL: [https://www.researchgate.net/publication/220035284\\_Message-Oriented\\_Middleware](https://www.researchgate.net/publication/220035284_Message-Oriented_Middleware).
13. Vineet J, Xia Liu. A Survey of Distributed Message Broker Queues. 2017. URL: [https://www.researchgate.net/publication/315764651\\_A\\_Survey\\_of\\_Distributed\\_Message\\_Broker\\_Queues](https://www.researchgate.net/publication/315764651_A_Survey_of_Distributed_Message_Broker_Queues).
14. Guo Fu., Yanfeng Zhang, Ge Yu. A Fair Comparison of Message Queuing Systems. 2020. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=9303425>.
15. ZeroMQ Documentation URL: <https://zeromq.org/>.
16. Kamburugamuve S. Survey of Distributed Stream Processing. 2016. URL: [https://www.researchgate.net/publication/299411481\\_Survey\\_of\\_Distributed\\_Stream\\_Processing](https://www.researchgate.net/publication/299411481_Survey_of_Distributed_Stream_Processing)
17. Isah H., Abughofa T., Mahfuz S., Ajerla D. A Survey of Distributed Data Stream Processing Frameworks *IEEE Access*. № 7. 2019. URL: [https://www.researchgate.net/publication/336430459\\_A\\_Survey\\_of\\_Distributed\\_Data\\_Stream\\_Processing\\_Frameworks](https://www.researchgate.net/publication/336430459_A_Survey_of_Distributed_Data_Stream_Processing_Frameworks).
18. Kumari P., Kaur P. A survey of fault tolerance in cloud. *Journal of King Saud University Computer and Information Sciences*. 2018. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1319157818306438>.
19. Lamport L. Paxos Made Simple. 2001. URL: <https://www.microsoft.com/en-us/research/uploads/prod/2016/12/paxos-simple-Copy.pdf>.
20. Santos N., Schiper A. Optimizing Paxos with batching and pipelining. *Theoretical Computer Science*. № 496. 2013.

URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304397512009097>.

21. Ongaro D. Consensus: bridging theory and practice : дис. докт. / Stanford University. 2014.
22. Kleppmann M. How to do distributed locking.  
URL: <https://martin.kleppmann.com/2016/02/08/how-to-do-distributed-locking.html>.
23. Golang. Frequently Asked Questions. URL: <https://golang.org/doc/faq>
24. Что такое горутины и каков их размер?  
URL: <https://habr.com/ru/company/otus/blog/527748/>
25. Ants. URL: <https://github.com/panjf2000/ants>
26. Розроблена розподілена система управління задачами. URL: [https://github.com/dev-re shark/demo\\_taskdealer](https://github.com/dev-re shark/demo_taskdealer)

### References

1. Steen, M., & Tanenbaum, E. (2003). *Raspredeleennyie sistemyi. Printsipyi i paradigmyi: uch. posob.* Sankt-Peterburg: Piter.
2. Vucha, M. (2015). A Case Study: Task Scheduling Methodologies for High Speed Computing Systems. *International Journal of Embedded Systems and Applications*. URL: [https://www.researchgate.net/publication/270593930\\_A\\_Case\\_Study\\_Task\\_Scheduling\\_Methodologies\\_for\\_High\\_Speed\\_Computing\\_Systems](https://www.researchgate.net/publication/270593930_A_Case_Study_Task_Scheduling_Methodologies_for_High_Speed_Computing_Systems).
3. Shakirat Haroon-Sulyman. (2014). Client-Server Model. *IOSR Journal of Computer Engineering*. **16**, 57-71. URL: [https://www.researchgate.net/publication/271295146\\_Client-Server\\_Model](https://www.researchgate.net/publication/271295146_Client-Server_Model).
4. Berry, D., Djaoui, A., & Grimshaw, A. (2006). The Open Grid Services Architecture, Version 1.5. URL: <https://ogf.org/documents/GFD.80.pdf>.
5. Communication in a microservice architecture. URL: <https://docs.microsoft.com/en-us/dotnet/architecture/microservices/architect-microservice-container-applications/communication-in-microservice-architecture>.
6. Baboia, M., Iftene, A., & Gifu D. (2019) Dynamic Microservices to Create Scalable and Fault Tolerance Architecture. *Procedia Computer Science*. **159**. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S187705091931467X>.
7. Chee Shin Yeo, Rajkumar Buyya, & Hossein Pourreza. (2006). Cluster Computing: High-Performance, High-Availability, and High-Throughput Processing on a Network of Computers *Handbook of Nature-Inspired and Innovative Computing*. 521-551. URL: [https://www.researchgate.net/publication/226533607\\_Cluster\\_Computing\\_High-Performance\\_High-Availability\\_and\\_High-Throughput\\_Processing\\_on\\_a\\_Network\\_of\\_Computers](https://www.researchgate.net/publication/226533607_Cluster_Computing_High-Performance_High-Availability_and_High-Throughput_Processing_on_a_Network_of_Computers).
8. Barkallah, H. (2017). Evolution of the Distributed Computing Paradigms: Brief Road Map. *IJCDS Journal*. **6(5)**. URL: [https://www.researchgate.net/publication/319352828\\_Evolution\\_of\\_the\\_Distributed\\_Computing\\_Paradigms\\_a\\_Brief\\_Road\\_Map](https://www.researchgate.net/publication/319352828_Evolution_of_the_Distributed_Computing_Paradigms_a_Brief_Road_Map).
9. Java RMI. URL: <https://docs.oracle.com/javase/7/docs/platform/rmi/spec/rmiTOC.html>.
10. Lecture 3: RPC and RMI. URL: <https://cseweb.ucsd.edu/classes/sp16/cse291e/applications/ln/lecture3.html>.
11. RabbitMQ Tutorials. URL: <https://www.rabbitmq.com/getstarted.html>.
12. Curry, E. (2005). Message-Oriented Middleware. *Middleware for Communications*. 1-28. URL: [https://www.researchgate.net/publication/220035284\\_Message-Oriented\\_Middleware](https://www.researchgate.net/publication/220035284_Message-Oriented_Middleware).

13. Vineet, J, & Xia Liu. (2017). A Survey of Distributed Message Broker Queues. URL: [https://www.researchgate.net/publication/315764651\\_A\\_Survey\\_of\\_Distributed\\_Message\\_Broker\\_Queues](https://www.researchgate.net/publication/315764651_A_Survey_of_Distributed_Message_Broker_Queues).
14. Guo Fu., Yanfeng Zhang, & Ge Yu. (2020). A Fair Comparison of Message Queuing Systems. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=9303425>.
15. ZeroMQ Documentation URL: <https://zeromq.org/>.
16. Kamburugamuve, S. (2016). Survey of Distributed Stream Processing. URL: [https://www.researchgate.net/publication/299411481\\_Survey\\_of\\_Distributed\\_Stream\\_Processing](https://www.researchgate.net/publication/299411481_Survey_of_Distributed_Stream_Processing)
17. Isah, H., Abughofa, T., Mahfuz, S., & Ajerla, D. (2019). A Survey of Distributed Data Stream Processing Frameworks *IEEE Access*. 7. URL: [https://www.researchgate.net/publication/336430459\\_A\\_Survey\\_of\\_Distributed\\_Data\\_Stream\\_Processing\\_Frameworks](https://www.researchgate.net/publication/336430459_A_Survey_of_Distributed_Data_Stream_Processing_Frameworks).
18. Kumari, P., & Kaur, P. (2018). A survey of fault tolerance in cloud. *Journal of King Saud University Computer and Information Sciences*. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1319157818306438>.
19. Lamport, L. (2001). Paxos Made Simple. URL: <https://www.microsoft.com/en-us/research/uploads/prod/2016/12/paxos-simple-Copy.pdf>.
20. Santos, N., & Schiper, A. (2013). Optimizing Paxos with batching and pipelining. *Theoretical Computer Science*. 496. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304397512009097>.
21. Ongaro, D. (2014). Consensus: bridging theory and practice / Stanford University.
22. Kleppmann, M. How to do distributed locking. URL: <https://martin.kleppmann.com/2016/02/08/how-to-do-distributed-locking.html>.
23. Golang. Frequently Asked Questions. URL: <https://golang.org/doc/faq>
24. Chto takoe gorutyni i kakov ih razmer? URL: <https://habr.com/ru/company/otus/blog/527748/>
25. Ants. URL: <https://github.com/panjf2000/ants>
26. Rozroblena rozpodilena systema upravlinnia zadachamy. URL: [https://github.com/dev-re shark/demo\\_taskdealer](https://github.com/dev-re shark/demo_taskdealer)

Шаєхова Ірина Фанусівна – магістрант кафедри АСОІУ Національного технічного університету України «КПІ ім. Ігоря Сікорського», email: [irynashaiekhova@gmail.com](mailto:irynashaiekhova@gmail.com), ORCID: 0000-0001-6098-3297.

Олійник Юрій Олександрович – старший викладач кафедри автоматизованих систем обробки інформації і управління, Національний технічний університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського», e-mail: [oliyura@gmail.com](mailto:oliyura@gmail.com), ORCID: 0000-0002-7408-4927.

УДК 656.13

В.Н.ШУТЬ, Е.В. ШВЕЦОВА, Е.Е. ПРОЛИСКО  
Брестский государственный технический университет

## СБОР И АНАЛИЗ ДАННЫХ ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ ПЕРЕВОЗОК В ГОРОДСКОЙ ПАССАЖИРСКОЙ ИНФОРМАЦИОННО-ТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЕ

*В предложенной работе рассматривается концептуальная модель организации перевозок в городской пассажирской информационно-транспортной системе на базе беспилотных транспортных средств. Информационно-транспортные системы являются новым поколением транспортных систем, базирующимся на активном использовании информационных технологий и интеллектуальных алгоритмов для организации перевозочного процесса. Особенностью рассматриваемой городской пассажирской информационно-транспортной системы является то, что такие процессы как прогнозирование, планирование и управление перевозками, на которых строится организация работы любой транспортной системы, осуществляются в режиме реального времени, что позволяет транспортной системе адаптивно реагировать на изменения спроса на перевозку. В работе рассмотрены не только структура и принципы функционирования транспортной системы, но и структура и принципы функционирования ее информационной составляющей (единого информационного сервера), являющейся основой для принятия решений и организации перевозок: рассмотрены принципы построения процесса сбора и анализа заявок для составления плана перевозки пассажиров, который формируется не только с учетом уже зарегистрированных в системе заявок, но и с учетом потенциальных заявок на перевозку, которые могут поступить в транспортную систему к моменту появления транспортного средства на остановочном пункте. Предложен метод расчета прогнозного значения количества потенциальных заявок, используемый для составления плана перевозки, и описана концепция его программной реализации через использование возможностей системы управления базами данных временных рядов, способной к высокопроизводительной вставке данных, в которой поток заявок записывается и хранится в виде дискретного временного ряда – совокупности последовательных наблюдений, каждое из которых имеет свою временную метку, располагающую его на оси времени. Предложенные решения преследуют цель повышения качества и своевременности обслуживания пассажиров и одновременно позволяют максимально эффективно использовать подвижной состав и энергоресурсы городской пассажирской информационно-транспортной системы.*

*Ключевые слова: ИТС, технологии «умного» города, интеллектуальная транспортная система, беспилотный транспорт, планирование перевозок, организация перевозок, матрица корреспонденций, инфобус, интеллектуальный транспорт.*

В.Н. ШУТЬ, Е.В. ШВЕЦОВА, Е.Е. ПРОЛІСКО  
Брестський державний технічний університет

## ЗБІР ТА АНАЛІЗ ДАНИХ ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ ПЕРЕВЕЗЕНЬ У МІСЬКІЙ ПАСАЖИРСЬКІЙ ІНФОРМАЦІЙНО-ТРАНСПОРТНІЙ СИСТЕМІ

*У запропонованій роботі розглядається концептуальна модель організації перевезень у міській пасажирській інформаційно-транспортній системі на базі безпілотних транспортних засобів. Інформаційно-транспортні системи є новим поколінням транспортних систем, що базуються на активному використанні інформаційних технологій та інтелектуальних алгоритмів для організації перевізного процесу. Особливістю даної міської пасажирської інформаційно-транспортної системи є те, що такі процеси як прогнозування, планування і управління перевезеннями, на яких будується організація роботи будь-якої транспортної системи, здійснюються в режимі реального часу, що дозволяє транспортній системі адаптивно реагувати на зміни попиту на перевезення. В роботі розглянуті не тільки структура і принципи функціонування транспортної системи, але і структура та принципи функціонування її інформаційної складової (єдиного інформаційного сервера), що є основою для прийняття рішень і організації перевезень: розглянуті принципи побудови процесу збору та аналізу заявок для складання плану перевезення пасажирів, який формується не тільки з урахуванням вже зареєстрованих в системі заявок, але*

*і з урахуванням потенційних заявок на перевезення, які можуть надійти в транспортну систему до моменту появи транспортного засобу на зупиночному пункті. Запропоновано метод розрахунку прогнозного значення кількості потенційних заявок, який використовується для складання плану перевезення, і описана концепція його програмної реалізації через використання можливостей системи управління базами даних часових рядів, здатної до високопродуктивної вставці даних, в якій потік заявок записується і зберігається у вигляді дискретного часового ряду - сукупності послідовних спостережень, кожне з яких має свою тимчасову мітку, яка має його на осі часу. Запропоновані рішення мають на меті підвищення якості та своєчасності обслуговування пасажирів і одночасно дозволяють максимально ефективно використовувати рухомий склад і енергоресурси міської пасажирської інформаційно-транспортної системи.*

*Ключові слова: ІТС, технології «розумного» міста, інтелектуальна транспортна система, безпілотний транспорт, планування перевезень, організація перевезень, матриця кореспонденцій, інфобус, інтелектуальний транспорт.*

V. Shuts, A. Shviatsova, E. Prolisko  
Brest state technical university

## **COLLECTION AND ANALYSIS OF DATA FOR ORGANIZATION OF TRANSPORTATION IN THE CITY PASSENGER INFORMATION AND TRANSPORTATION SYSTEM**

*The proposed work considers a conceptual model for organizing transportation in an urban passenger information and transport system based on unmanned vehicles. Information and transport systems are a new generation of transport systems based on the active use of information technologies and intelligent algorithms for organizing the transportation process. A feature of the urban passenger information and transport system under consideration is that processes such as forecasting, planning and traffic management, on which the organization of the operation of any transport system is based, are carried out in real time, which allows the transport system to adaptively respond to changes in demand for transportation. The paper considers not only the structure and principles of the transport system, but also the structure and principles of its information component (single information server), which is the basis for making decisions and organizing transportation: the principles of building the process of collecting and analyzing applications for drawing up a plan for the transportation of passengers, which is formed not only taking into account the applications already registered in the system, but also taking into account the potential applications for transportation that may enter the transport system by the time the vehicle appears at the stopping point. A method for calculating the predicted value of the number of potential applications, used to draw up a transportation plan, is proposed, and the concept of its software implementation through the use of the capabilities of a time series database management system capable of high-performance data insertion is described, in which the flow of applications is recorded and stored as a discrete time series - a set of consecutive observations, each of which has its own time stamp, positioning it on the time axis. The proposed solutions pursue the goal of improving the quality and timeliness of passenger service and, at the same time, allow the most efficient use of the rolling stock and energy resources of the city passenger information and transport system.*

*Keywords: ITS, smart city technologies, intelligent transport system, unmanned transport, transport planning, transport organization, correspondence matrix, infobus, intelligent transport.*

### **Постановка проблемы**

Неуклонный рост плотности городского населения создает объективные предпосылки для смены парадигмы городской мобильности: Mobility 4.0 устанавливает отношение к мобильности как к услуге («Mobility-as-a-Service»). И в этом социально-историческом контексте городской общественный транспорт при обеспечении достаточного уровня комфорта поездки и скорости обслуживания пассажиров может составить достойную конкуренцию другим видам пассажирских перевозок, при этом существенно снизив нагрузку на улично-дорожную сеть.

В то же время современное состояние городских пассажирских перевозок имеет такие существенные недостатки как:

– отсутствие своевременной и адекватной информации о спросе на перевозку в режиме реального времени, которое препятствует принятию эффективных решений и влечет экономические потери: заполненность салона автобусов, трамваев, троллейбусов наблюдается лишь во время поездки населения на работу (между семью и девятью часами утра) или во время возвращения с работы (между пятью и семью часами во второй половине дня). В остальное время общественные транспортные средства курсируют практически полупустыми;

– неадаптивное расписание движения и зачастую неадекватное число транспортных средств из-за использования при принятии решений ограниченной выборки исторических данных и нескольких постулатов: передвижение на работу и с работы; рабочие, праздничные и выходные дни.

– сложившаяся номенклатура транспортных средств нацелена на удовлетворение спроса на перевозку в пиковые моменты работы транспортной системы, что приводит к полупустым салонам во время спада интенсивности пассажиропотока.

Если первые два недостатка могут быть эффективно нивелированы с помощью внедрения информационно-транспортных систем (ИТС), способных осуществлять сбор и анализ данных о пассажиропотоке в режиме реального времени (что позволит значительно повысить возможность достижения основной цели пассажирских перевозок - полного и своевременного удовлетворения спроса на перевозку при максимально рациональном использовании ресурсов транспортной системы), то последний недостаток может быть преодолен посредством использования транспортных средств малой вместимости, способных объединяться автокараваны [1]. В данной статье описана концепция функционирования городской пассажирской информационно-транспортной системы (ИТС) на базе беспилотных электрокаров малой вместимости и, в частности, принципы сбора и анализа данных для организации перевозочного процесса в ИТС, осуществляемые в режиме реального времени.

### **Анализ последних достижений и публикаций**

Одно из направлений в современной городской мобильности – общественные транспортные системы, базирующиеся на использовании автономных модулей, способных как к самостоятельному передвижению, так и к движению в группе. Можно назвать такие зарубежные транспортные проекты: Dynamic Autonomous Rapid Transit (DART), Сингапур [2]; Next Future Transportation, США – Израиль.[3]. Разработки названных проектов предлагают лишь парк транспортных беспилотных модулей и экосистему для их передвижения (выделенный путь со специальным покрытием, выбор маршрута, скорости движения для пересечения перекрестков по «зеленой волне» и т.д.). Рассматриваемая в работе ИТС предлагает не только экосистему передвижения, но и алгоритмы организации перевозок с помощью автономных транспортных средств.

### **Формулирование цели исследования**

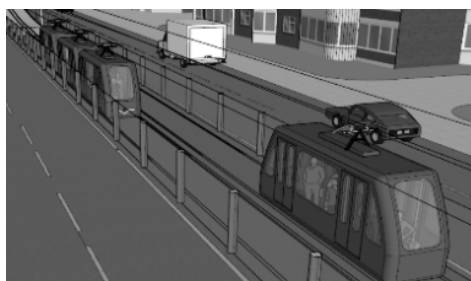
Целью данной работы является описание концептуальной модели информационно – транспортной системы на базе беспилотных транспортных средств и практической (программной) реализации ее информационной компоненты. В работе уделяется особое внимание принципам накопления и анализа данных, поступивших от ИТС как основы для организации в режиме реального времени перевозки пассажиров.

### Изложение основного материала исследования

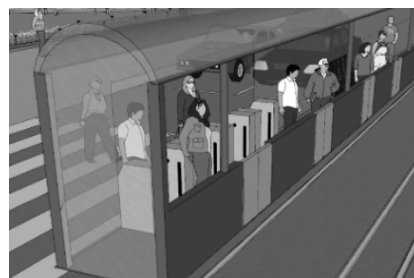
**Структура и функционирование ИТС.** Структура ИТС подробно описана в работах [4-10] и включает в себя следующие элементы:

а) парк беспилотных транспортных средств, называемых инфобусами, движущихся по выделенной части дорожной сети (рельсовому пути, выделенной полосе и т.д.), рис.1а. Инфобусы управляются собственными бортовыми системами, получающими команды из единого информационного сервера ИТС, могут двигаться как отдельно, так и объединяясь в автокараваны, называемые кассетами. Кассета инфобусов представляет из себя средство с разделяющимися частями [11].

б) система стационарных терминалов на остановках (рис.1б) и мобильное приложение, устанавливаемое на мобильные устройства, для сбора заявок на перевозку.



а) Движение инфобусов



б) Терминалы на остановках

Рис. 1 – Элементы ИТС

в) транспортные средства движутся по регулярному маршруту, включающему в себя  $k$  остановок, начинающемуся и заканчивающемуся Накопителями, в которых инфобусы заряжаются и получают от сервера планы перевозки пассажиров (рис. 2).

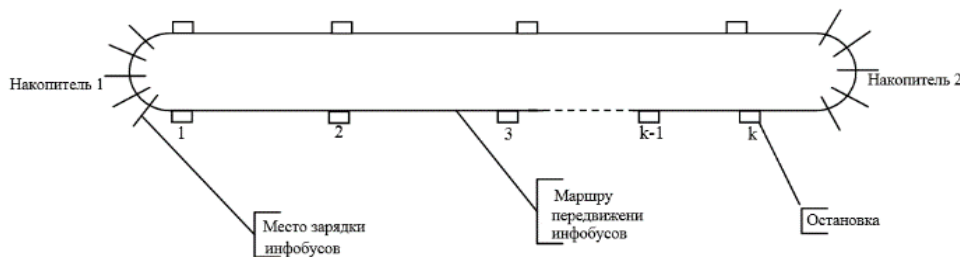


Рис. 2 – Маршрут движения инфобусов

г) информационный сервер ИТС (ИС ИТС), являющийся программно-аппаратным комплексом, отвечающим за сбор, анализ заявок пассажиров и управление перевозкой в режиме реального времени посредством составления плана перевозки, который с учетом объединения инфобусов в кассеты, пересылается их бортовым системам для дальнейшего выполнения.

Структурно ИС ИТС включает в себя: систему сбора заявок (ССЗ), систему анализа данных (САД) и систему организации перевозок (СОП).

Программным и информационным обеспечением для работы ССЗ и САД является система управления базами данных (СУБД) временных рядов (Time Series Database (TSDB)).

Здесь под временным рядом понимается множество наблюдений, получаемых последовательно во времени. Если время измеряется дискретно, то такой временной ряд называется дискретным.

Выбор СУБД временных рядов для задачи сбора и анализа заявок обусловлен тем, что поступающие в транспортную систему заявки пассажиров, можно рассматривать как дискретный временной ряд. TSDB является транзакционной системой, т.е. системой, гарантирующей логическую завершенность как отдельного действия, так и совокупности, что позволяет поддерживать согласованность операций записи, обработки и хранения данных и сводит риск потери при конкурентном обращении к данным (например, одновременное поступление заявок на перевозку) к минимуму. Современные TSDB обладают способностью к высокопроизводительной вставке (до миллиона записей в секунду) и вычислениям над данными.

Функционирование ИТС строится на последовательном выполнении процесса сбора заявок (включает процедуру сбора заявок и процедуру достаточности накопления заявок), процесса составления плана перевозки (включает процедуру составления плана перевозки) и процесса выполнения плана перевозки (пересылка данных бортовым системам инфобусов), которые представлены на схеме, изображенной на рис.3.

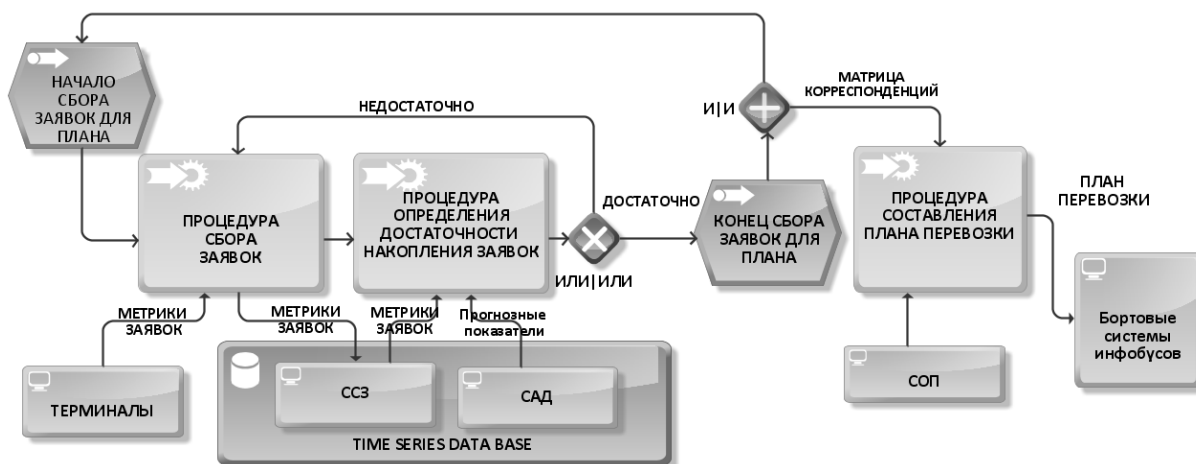


Рис.3 – Схема функционирования ИТС

В работах [7-9] был описан алгоритм составления плана перевозки, являющийся основой организации перевозочного процесса, составление которого выполняется в СОП процедурой составления плана перевозки после получения матрицы корреспонденций из ССЗ.

Особенностью планирования перевозок в рассматриваемой ИТС является то, что план перевозки составляется в режиме реального времени и должен удовлетворить не только уже зафиксированные в системе заявки на обслуживание, но и те, что поступят к моменту появления транспортного средства на нужной остановке. Для этого при составлении плана перевозки учитываются прогнозные показатели (являющиеся функцией от накопленных исторических данных загрузки транспортной системы в зависимости от времени суток и дня недели) таким образом, чтобы лишь немного перекрыть число заявок на обслуживание, зафиксированных в ИТС к моменту прибытия транспортного средства на начальный остановочный пункт, с которого оно будет забирать пассажиров. Таким



образом, сбор заявок и их анализ, являются важными составляющими функционирования рассматриваемой информационно-транспортной системы.

В данном разделе основное внимание уделяется описанию организации процесса сбора заявок, протекающего в ССЗ, как важнейшего подготовительного этапа для составления плана перевозки.

Процесс сбора заявок протекает в ССЗ циклически, обеспечивая информационную основу для составления плана перевозки: формирование (на основе собранных данных о заявках с остановочных терминалов либо от мобильных приложений) матрицы корреспонденций (рис. 4а), каждый элемент  $m_{ij}$  которой есть число пассажиров, желающих ехать с остановки  $i$  на остановку  $j$  [4-6], зарегистрированных в текущем цикле сбора заявок.

Все собранные данные хранятся в базе данных в виде временного ряда: каждая запись имеет временную метку и совокупность метрик, соответствующих ей (рис. 4б). Так поле  $Origin(i)$  в структуре метрик содержит номер остановки отправления в заявке,  $Destination(j)$  – номер остановки прибытия (целевой остановки),  $SeatsNumber$  – число мест в заявке,  $RequestTime$  – временную метку, являющуюся идентификатором метрик заявки во временном ряде.

При наступлении условий завершения цикла сбора заявок TSDB фиксирует необходимые данные и формирует матрицу корреспонденций  $M$  (рис. 4а). Так, согласно данным, представленным на рис. 4б, элемент  $m_{37}$  матрицы  $M$ , отражающий число желающих попасть с остановки 3 на остановку 7, после обработки записей будет равен 4.

$$M = \begin{pmatrix} 0 & m_{12} & m_{13} & \dots & \dots & m_{1j} & \dots & m_{1k} \\ 0 & 0 & m_{23} & \dots & \dots & m_{2j} & \dots & m_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & m_{i+1} & \dots & m_{ij} & \dots & m_{ik} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & m_{k-1k} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

integer	Origin integer	Destination integer	SeatsNumber integer	RequestTime timestamp without time zone
109121	1	6	2	2021-06-16 00:07:56.07
109122	3	7	1	2021-06-16 00:07:57.07
109124	3	7	3	2021-06-16 00:07:59.07
109125	2	3	2	2021-06-16 00:08:00.08
109128	4	6	2	2021-06-16 00:08:04.08
109129	2	9	3	2021-06-16 00:08:08.08
109130	8	10	1	2021-06-16 00:08:11.08

а) Матрица корреспонденций

б) Хранение заявок в TSDB

Рис. 4 – Информационные элементы ИС ИТС

Цикл сбора заявок в ССЗ продолжается до наступления одного из двух событий: а) достаточности накопления заявок; б) таймаута (т.е. истечения времени ожидания), который наступает в случае низкой интенсивности накопления заявок в системе, для исключения продолжительного ожидания пассажиров на остановке.

Событие достаточности накопления заявок (а) наступает при выполнении условия (1) [12], отслеживаемого процедурой определения достаточности накопления заявок (рис.3):

$$m_{ij} + m_{ij}^{forecast} \geq V, i = \overline{1, k-1}, j = \overline{2, k} \quad (1)$$

где  $V$  – объем инфобуса (величина известна заранее),  $m_{ij}$  – элемент матрицы корреспонденций, соответствующий уже зафиксированным в системе пассажирским

местам для перевозки с остановки  $i$  на остановку  $j$  в текущем цикле сбора заявок;  $m_{ij}^{forecast}$  – прогнозный показатель, отражающий предполагаемый объем заявок на перевозку с остановки  $i$  на остановку  $j$ , который поступит в ИТС за период от момента начала составления плана перевозки и до момента прибытия транспортного средства на остановку  $i$  (предполагается, что временем на составление плана перевозки можно пренебречь, т.к. оно составляет несколько секунд);

На программном уровне задача отслеживания условия достаточности накопления заявок (а) решается такими штатными средствами СУБД, как триггеры. Триггер – это особая хранимая процедура, чувствительная к определенным видам изменений данных в таблице. Триггер автоматически запускается всякий раз, как только в таблице происходит соответствующее изменение данных (в рассматриваемом случае – вставка данных заявки на перевозку с остановки  $i$  на остановку  $j$ ). В теле триггера выполняется запрос к базе данных для получения значений  $m_{ij}$  и  $m_{ij}^{forecast}$  и проверка условия (1). Если условие (1) выполняется (т.е. заявок на перевозку в системе набралось достаточно), то алгоритм триггера выбирает все записи о заявках, которые должны быть обслужены в ходе выполнения предполагаемого плана перевозки, и формирует по ним матрицу корреспонденций, каждый элемент  $ij$  которой есть сумма значений  $m_{ij}$  и  $m_{ij}^{forecast}$ .

Для определения значений элементов  $m_{ij}$  матрицы корреспонденций  $M$  все записи в таблице базы, относящиеся к текущему циклу сбора заявок, группируются по значениям полей  $i$  и  $j$ , и для каждой получившейся группы находится сумма значений в поле *SeatsNumber*. Получение таким образом матрицы корреспонденций заканчивает цикл процесса сбора заявок.

Для определения величины прогнозного показателя  $m_{ij}^{forecast}$  предлагается использовать следующую формулу:

$$m_{ij}^{forecast} = \left\langle \lambda_{ij}^{\Delta T_n} \right\rangle_N \times t_i, i = \overline{1, k-1}, j = \overline{2, k}, n = \overline{1, 24}, N = 1, 2, \dots \quad (2)$$

где  $t_i$  – предполагаемое время доезда инфобуса до остановки (является величиной постоянной и известной);  $\Delta T_n, n = 1, 2, \dots, 24$  - часовой интервал суток (например, часовому интервалу  $\Delta T_8$  соответствует время с 07:00:00 до 07:59:59);  $\left\langle \lambda_{ij}^{\Delta T_n} \right\rangle_N$  – прогнозная величина средней интенсивности поступления заявок на перевозку с остановки  $i$  на остановку  $j$  в текущем часовом интервале суток  $\Delta T_n$ , полученная в результате  $N$  ежесуточных наблюдений. Данная величина ежесуточно (преимущественно в ночное время суток, когда нагрузка на вычислительные ресурсы сервера минимальна) рассчитывается САД для каждого часового интервала  $\Delta T_n$  запуском регламентного задания согласно следующему соотношению:

$$\left\langle \lambda_{ij}^{\Delta T_n} \right\rangle_N = \frac{\left\langle \lambda_{ij}^{\Delta T_n} \right\rangle_{N-1} \times (N-1) + \lambda_{ij}^{\Delta T_n}}{N}, \lambda_{ij}^{\Delta T_n} = \frac{\sum q_{ij}^{\Delta T_n}}{3600}, n = \overline{1, 24}, \quad (3)$$

где  $\left\langle \lambda_{ij}^{\Delta T_n} \right\rangle_N$  – средняя интенсивность поступления заявок на перевозку с остановки  $i$  на остановку  $j$  в часовом интервале  $\Delta T_n$  за рассчитываемые (последние) сутки, т.е. в  $N$  - ом

наблюдении (выражается в мест/сек, «мест в секунду»),  $N$  – общее число наблюдений,  $\left\langle \lambda_{ij}^{\Delta T_n} \right\rangle_{N-1}$  – средняя интенсивность поступления заявок с остановки  $i$  на остановку  $j$ , полученная за предыдущие  $N-1$  ежесуточных наблюдений (хранится в базе данных),  $\sum q_{ij}^{\Delta T_n}$  – количество мест в поступивших заявках на перевозку с остановки  $i$  на остановку  $j$  за период  $\Delta T_n$  (значения извлекаются из поля *SeatsNumber*). Каждая рассчитанная средняя интенсивность  $\left\langle \lambda_{ij}^{\Delta T_n} \right\rangle_N$  получает свою временную метку, хранится в базе данных и поставляется по запросу в триггер.

В случае недостаточности посадочных мест вследствие неудачно сделанного расчета прогнозного показателя  $m_{ij}^{forecast}$ , который должен обеспечить места в салоне инфобуса и для пассажиров, подошедших на остановку к моменту появления там инфобуса, не попавшие в текущую реализацию плана перевозки пассажиры, смогут осуществить поездку в следующем цикле перевозки, в котором их заявка уже попадает в число зафиксированных заявок в системе, т.е. войдет в значение элемента  $m_{ij}$  в следующем плане перевозки.

Событие таймаута (б) отслеживается в фоновым процессом операционной системы сервера ИТС, поминутно вычисляющим разницу между текущим системным временем и моментом начала сбора заявок. Под фоновым процессом понимается действия, постоянно выполняющиеся в операционной системе компьютера без вмешательства человека. При наступлении таймаута происходит окончание текущего сбора заявок и выполняются действия, как и в случае события (а): фиксация данных; формирование матрицы корреспонденций и передача ее в СОП; начало нового цикла.

В пиковые моменты нагрузки транспортной системы вероятнее наступления события достаточности накопления заявок (а), а во время спада пассажиропотока – события таймаута (б).

Составленные в СОП планы перевозки пересылаются бортовым системам транспортных средств для непосредственного выполнения.

### Выводы

Описаны структура и функционирование ИТС, а также программная реализация системы сбора заявок и системы анализа данных, обеспечивающих формирование матрицы корреспонденций, по которой системой организации перевозок составляются планы перевозки пассажиров в режиме реального времени. Уделено особое внимание формализации условий окончания цикла сбора заявок и нахождения как числа уже зафиксированных в системе заявок, так и прогнозного показателя, призванного обеспечить удовлетворение потенциальных заявок на перевозку к моменту появления инфобуса на остановке. Организация перевозок по такому принципу обеспечивает объем посадочных мест, незначительно перекрывающий объем заявок от пассажиров, что позволит высылать на маршрут в режиме реального времени транспортные средства пассажироместности, соответствующей текущему спросу на перевозку.

### Список использованной литературы

1. Проект Safe Road Trains for the Environment (SARTRE). URL: [http://en.wikipedia.org/wiki/Safe\\_Road\\_Trains\\_for\\_the\\_Environment](http://en.wikipedia.org/wiki/Safe_Road_Trains_for_the_Environment) (дата обращения: 30.04.2021).
2. Van, Nguyen, and Te Ron. Road Infrastructure Design towards Passenger Ride Comfort for Autonomous Public Transport: doctoral dissertation: Technische Universität München. München. 2020. 155 P.
3. Next Future Transportation. URL: <http://www.next-future-mobility.com> (дата обращения: 30.04.2021).
4. Пролиско Е., Шуть, В. Динамическая модель работы транспортной системы «ИНФОБУС». *Искусственный интеллект. Интеллектуальные транспортные системы*: материалы научно-технической конференции. Брест, 2016. С. 49–54.
5. Пролиско Е.Е., Шуть В.Н. Математическая модель работы «ИНФОБУСОВ». *Електроніка та інфармаційні технології (ЕЛІТ-2015)*: матеріали VII-ої Українсько-польської науково-практичної конференції (27-30 серпня). Львів-Чинадієво, 2015. С. 59–62.
6. Шуть В.Н., Пролиско Е.Е. Альтернативный метро транспорт на базе беспилотных роботов. *Искусственный интеллект*. Киев, 2016. 2(72). С.170-175.
7. Швецова, Е.В. Алгоритм составления плана перевозок на городских линиях в интеллектуальной системе управления беспилотными транспортными средствами. *Вестник Херсонского национального технического университета*, 2019. Т. 2(69), № 3. С. 222–230.
8. Shuts V. System of urban unmanned passenger vehicle transport. *ICCPT 2019: Current Problems of Transport*: proceedings of the 1st International Scientific Conference. Ternopol. 2019. P. 172–184
9. Шуть В.Н. Алгоритм организации городских пассажирских перевозок посредством рельсового беспилотного транспорта "Инфобус". *Actual problems of fundamental science*: third international conference. Луцк, 2019. С. 222–226
10. Shviatsova A., Shuts V. The Smart Urban Transport System. *Research Papers Collection of Open Semantic technologies for Intelligent System*. Minsk, 2020. P. 349–352.
11. Швецова Е.В., Шуть В.Н. Интеллектуальный транспорт с разделяющимися частями. *Математические методы в технике и технологиях*: сборник трудов XXXIII Международной научной конференции в 12 т. под общ. ред. А.А. Большакова. (Т.3). Санкт-Петербург, 2020. С. 87–93
12. Швецова Е.В. Планирование и организация перевозочного процесса в интеллектуальной городской пассажирской транспортной системе. *Мехатроника, автоматизация и управление на транспорте*: материалы III Всероссийской научно-практической конференции (Самара, 26–27 января 2021 г.). Самара, 2021. С. 133–136.

### References

1. Proekt Safe Road Trains for the Environment (SARTRE). URL: [http://en.wikipedia.org/wiki/Safe\\_Road\\_Trains\\_for\\_the\\_Environment](http://en.wikipedia.org/wiki/Safe_Road_Trains_for_the_Environment) (data obrashcheniya: 30.04.2021).
2. Van, Nguyen, & Te Ron. (2020). Road Infrastructure Design towards Passenger Ride Comfort for Autonomous Public Transport: doctoral dissertation: Technische Universität München. München.

3. Next Future Transportation. URL: [http:// www.next-future-mobility.com](http://www.next-future-mobility.com) (data obrascheniya: 30.04.2021).
4. Prolisko, E., Shut, V. (2016). Dinamicheskaya model raboty transportnoy sistemy «INFOBUS». *Iskusstvennyy intellekt. Intellektualnyie transportnyie sistemy: materialyi nauchno-tehnicheskoy konferentsii*. Brest. pp. 49–54.
5. Prolisko, E.E., & Shut, V.N. (2015). Matematicheskaya model raboty «INFOBUSOV». *Elektronika ta infarmatsiyi tehnologiyi (EIIT-2015): materialy VII-oyi Ukrayinsko-polskoyi naukovo-praktyichnoyi konferentsiyi (27-30 serpnia)*. Lviv-Chinadievo. pp. 59–62.
6. Shuts, V.N., & Prolisko, E. (2016). Al'ternativnyj metro transport na baze mobil'nyh robotov. *Shtuchnij intelekt*. **2** (72), 170–175.
7. Shvetsova, E.V. (2019). Algoritm sostavleniya plana perevozok na gorodskih liniyah v intellektualnoy sisteme upravleniya bespilotnyimi transportnyimi sredstvami. *Vestnik Hersonskogo natsionalnogo tehnicheskogo universiteta*. **2**(69), 3, 222–230.
8. Shuts, V. (2019). System of urban unmanned passenger vehicle transport. *ICCPT 2019: Current Problems of Transport: proceedings of the 1st International Scientific Conference*. Ternopol. pp. 172–184.
9. Shut, V.N. (2019). Algoritm organizatsii gorodskih passazhirskih perevozok posredstvom relsovogo bespilotnogo transporta "Infobus". *Actual problems of fundamental science: third international conference*. Lutsk. pp. 222–226.
10. Shviatsova, A., & Shuts, V. (2020). The Smart Urban Transport System. *Research Papers Collection of Open Semantic technologies for Intelligent System*. Minsk. pp. 349–352.
11. Shvetsova, E.V., & Shut, V.N. (2020). Intellektualnyy transport s razdelyayuschimisya chastyami. *Matematicheskie metody v tehnike i tehnologiyah: sbornik trudov XXXIII Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii v 12 t. pod obsch. red. A.A. Bolshakova, (T.3)*. Sankt-Peterburg. pp. 87–93.
12. Shvetsova, E.V. (2021). Planirovanie i organizatsiya perevoznogo protsessa v intellektualnoy gorodskoy passazhirskoy transportnoy sisteme. *Mehatronika, avtomatizatsiya i upravlenie na transporte: materialy III Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii (Samara, 26–27 yanvarya 2021 g.)*. pp. 133–136.

Шуть Василий Николаевич – к.т.н., доцент кафедры интеллектуальных информационных технологий Брестского государственного технического университета, e-mail: [lucking@gmail.com](mailto:lucking@gmail.com), ORCID: 0000-0002-7979-6157

Швецова Елена Владимировна - старший преподаватель кафедры интеллектуальных информационных технологий Брестского государственного технического университета, e-mail: [helengood@gmail.com](mailto:helengood@gmail.com), ORCID: 0000-0002-1613-6645

Пролиско Евгений Евгеньевич - к.т.н., доцент кафедры интеллектуальных информационных технологий Брестского государственного технического университета, e-mail: [prolisko55@gmail.com](mailto:prolisko55@gmail.com), ORCID: 0000-0002-5426-7400

**ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ СТАТТІ**  
**до наукового журналу**  
**«Прикладні питання математичного моделювання»**

**Параметри файлу:**

**Рукопис** повинен бути підготовлений за допомогою Microsoft Word-2003/2016; **формат сторінки** – А4, **орієнтація сторінки** – "книжкова"; **границі**: ліва – 2,5 см; права – 2,5 см; верхня – 2,5 см; нижня – 2,5 см; **інтервал між рядками** – 1,0; **інтервал між абзацами** "до", "після" – 0 пт.; **відступи** "ліворуч", "праворуч" – 0 пт.; **відступ першого рядка** – 1,25 см.

**Обов'язкові елементи статті:**

**УВАГА!** Блок «Відомості про авторів», «Назва статті», «Анотація» та «Перелік ключових слів» подається ТРЬОМА мовами (українською, англійською, російською) послідовно з однаковим форматуванням.  
Перша анотація подається мовою статті.  
Текст анотацій всіма трьома мовами має бути ідентичний.  
Розмір кожної анотації не менше 1800 знаків без пробілів.

- **індекс УДК** у верхньому лівому куті сторінки (Times New Roman, 12 пт.), **вказується один раз**;
- **ініціали і прізвище автора (авторів)** великими літерами (Times New Roman, 12 пт., вирівнювання – по правому краю) (на англійську ПІБ авторів перекладається з української мови);
- **повна назва організації**, де працює автор (Times New Roman, 10 пт., по правому краю);
- *пустий рядок* (Times New Roman, 12 пт.);
- **назва статті** великими літерами, по центру (Times New Roman, 12 пт., жирний);
- *пустий рядок* (Times New Roman, 12 пт.);
- **анотація** (Times New Roman, 12 пт., курсив);
- **перелік ключових слів**, який починається зі слів: "Ключові слова:" (або "Ключевые слова:", "Keywords:") (Times New Roman, 12 пт., курсив);
- *пустий рядок* (Times New Roman, 12 пт.).

**Викладення основного матеріалу дослідження**

Основний текст статті (Times New Roman, 12 пт.), який, у відповідності до вимог МОН України, **обов'язково** повинен містити такі виділені елементи:

- Постановка проблеми;
- Аналіз останніх досліджень і публікацій;
- Мета дослідження;
- Викладення основного матеріалу дослідження;
- Висновки;
- Список використаної літератури;
- References.
- **інформацію про авторів (див. Зразок оформлення статті).**

**Додаткові вимоги до елементів статті:**

- **Рисунки**: підписи під рисунками – Times New Roman, 10 пт., жирний;
- **Формули**: для набору використовувати редактор формул Microsoft Equation 3.0 або MathType; формули по центру; нумерація формул – по правому краю;  
*Розміри формул за замовчуванням*: звичайний символ – 12 пт; великий індекс – 7 пт; маленький індекс – 5 пт; великий символ – 18 пт; маленький символ – 12 пт.
- **Програми**: для набору фрагментів використовувати шрифти Courier New (Courier);
- **Список літератури**: оформлюється у відповідності до вимог ДСТУ 8302:2015 "Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні вимоги та правила складання"; (<http://lib.pu.if.ua/files/dstu-8302-2015.pdf>);
- **References**: оформлюються за правилами транслітерації англійською мовою з української/російської мов.

Для транслітерації пропонуємо скористатися наступними ресурсами:

- транслітерація з російської мови: <http://translate.meta.ua/ru/translit/>
- транслітерація з української мови: <http://ukrlit.org/transliteratsiia>

## **ЗРАЗОК ОФОРМЛЕННЯ СТАТТІ**

(Зразок складено з уривків окремих публікацій, автори є вигаданими особами)

УДК XXX.XX

**В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО**  
Херсонський національний технічний університет  
**О.І. КОВАЛЕНКО**  
Херсонський державний університет

### **ВЛАСТИВОСТІ ПРОЦЕДУРИ ПОБУДОВИ РОЗКЛАДУ**

*Розглянуті властивості процедури побудови розкладу, яка формалізує картковий метод ручної побудови розкладу. У загальній постановці вона є процесом упорядкування деякої скінченної множини подій в часі за умов ресурсних та інших обмежень...*

*Ключові слова: процедура побудови розкладу, картковий метод...*

**В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО**  
Херсонский национальный технический университет  
**А.И. КОВАЛЕНКО**  
Херсонский государственный университет

### **СВОЙСТВА ПРОЦЕДУРЫ ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЯ**

*Рассмотрены свойства процедуры построения расписания, которая формализует карточный метод ручного составления расписаний. В общей постановке она является процессом упорядочивания некоторого конечного множества событий во времени в условиях ресурсных и других ограничений ...*

*Ключевые слова: процедура построения расписания, карточный метод...*

**V.V. KRAVCHENKO, S.V. ONOPENKO**  
Kherson National Technical University  
**O.I. KOVALENKO**  
Kherson State University

### **THE PROPERTIES OF SCHEDULE CONSTRUCTION PROCEDURE**

*The properties of the schedule construction procedure, which formalizes the card method for manual scheduling, are considered. In the general formulation it is a process of ordering a certain finite set of events in time under resource and other constraints ...*

*Keywords: the schedule construction procedure, card method...*

### **Постановка проблеми**

Задача складання розкладу є однією з найбільш розповсюджених задач, які вирішує кожна людина практично кожний день. У загальній постановці вона є процесом упорядкування деякої скінченної множини подій в часі за умов ресурсних та інших обмежень.

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій**

Аналіз існуючих методів розв'язання задачі складання розкладу занять показує, що розв'язання задач теорії розкладів має відому складність. За змістом ці задачі відносяться до класу комбінаторних, для яких суттєве значення має розмірність...

### Мета дослідження

Метою даного дослідження є автоматизація складання розкладу занять для системи дистанційного навчання з врахуванням завантаженості викладацького складу. Якість навчання, його економічна ефективність, зручність навчання студентів і роботи професорсько-викладацького складу залежить від вдало складеного розкладу.

...

### Висновки

Під час виконання роботи було розроблено власний математичний метод для складання розкладу, а саме було визначено ряд обмежень, які враховуються при складанні розкладу, створено цільову функцію для оцінки придатності ...

### Список використаної літератури

1. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Математичні методи ідентифікації динамічних систем. Вінниця : ВНТУ, 2010. 260 с.
2. Квасниця Г., Шинкаренко Г. Адаптивні апроксимації методу скінченних елементів для задач еластостатики. *Вісник Львівського університету. Серія: Прикладна математика та інформатика*. 2002. Вип. 5. С. 95–106.
3. Тимофієва Н. К. Один спосіб моделювання інтелекту людини з використанням комбінаторного аналізу. *Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту. (ISDMCI'2014): матеріали X Міжнародної наукової конференції (Залізний Порт, 1923 травня 2014 р.)*. Херсон, 2014. С. 180-182.
4. Тимофієва Н. К. Теоретико-числові методи розв'язання задач комбінаторної оптимізації: автореф. дис... д-ра. техн. наук. Київ, 2007. 32 с.

### References

1. Mokin, B. I., Mokin, V. B., & Mokin, O. B. (2010). Matematychni metody identyfikatsii dynamichnykh system. Vinnytsia: VNTU.
2. Kvasnytsia, H., & Shynkarenko, H. (2002). Adaptivni aproksymatsii metodu skinchennykh elementiv dlia zadach elastostatyky. *Visnyk Lvivskoho universytetu. Seria: Prykladna matematyka ta informatyka*. 5, 95–106.
3. Tymofiieva, N. K. (2014) Odyn sposib modeliuвання intelektu liudyny z vykorystanniam kombinatornoho analiz. Proceedings of the *Intelektualni systemy pryiniattia rishen ta problemy obchysliuvalnoho intelektu. (ISDMCI'2014) : materialy X Mizhnarodnoi naukovoї konferentsii*. (Ukraine, Zaliznyi Port, May 28-31, 2014), Kherson, pp. 180–182.
4. Tymofiieva, N. K. (2007). Teoretyko-chyslovi metody rozv'iazannia zadach kombinatornoi optymizatsii. (Extended abstract of Doctor's thesis), Kyiv: In-t kibernetiky im. V.M. Hlushkova NAN Ukrainy.

Кравченко Віктор Вікторович – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри математичного моделювання Херсонського національного технічного університету, e-mail: [kravchenko@gmail.com](mailto:kravchenko@gmail.com), ORCID: 0000-0002-4107-8141.

Онопенко Сергій Васильович – аспірант кафедри технічної кібернетики Херсонського національного технічного університету, e-mail: [onopenko@ukr.net](mailto:onopenko@ukr.net), ORCID: 0000-0002-5196-5301.

Коваленко Олександр Іванович – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформатики Херсонського державного університету, e-mail: [kovalenko@i.ua](mailto:kovalenko@i.ua), ORCID: 0000-0002-6196-540.



**ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЬИ**  
**для научного журнала**  
**«Прикладные вопросы математического моделирования»**

**Параметры файла:**

**Рукопись** должна быть подготовлена за помощью Microsoft Word-2003/2016; **формат страницы** – А4, **ориентация страницы** – "книжная"; **границы:** левая – 2,5 см; правая – 2,5 см; верхняя – 2,5 см; нижняя – 2,5 см; **интервал между строками** – 1,0; **интервал между абзацами** "до", "после" – 0 пт.; **отступы** "слева", "справа" – 0 пт.; **отступ первой строки** – 1,25 см.

**Обязательные элементы статьи:**

Внимание! Блок «Сведения об авторах», «Название статьи», «Аннотация» и «Список ключевых слов» представляется на ТРЕХ языках (украинском, английском, русском) последовательно с одинаковым форматированием.  
Первая аннотация дается на языке статьи.  
Текст аннотаций на всех трех языках должен быть идентичным.  
Размер каждой аннотации – не меньше 1800 знаков без пробелов.

- **индекс УДК** в верхнем левом углу страницы (Times New Roman, 12 пт.), **указывается один раз**;
- **инициалы и фамилия автора (авторов)** большими буквами на языке статьи (Times New Roman, 12 пт., выравнивание – по правому краю) (на английский язык ФИО авторов переводится с украинского языка);
- **полное название организации**, где работает автор (Times New Roman, 10 пт., по правому краю);
- *пустая строка* (Times New Roman, 12 пт.);
- **название статьи** большими буквами, по центру (Times New Roman, 12 пт., жирный);
- *пустая строка* (Times New Roman, 12 пт.);
- **аннотация** (Times New Roman, 12 пт., курсив);
- **список ключевых слов**, который начинается со слов: "Ключевые слова:" (или "Ключові слова:") (Times New Roman, 12 пт., курсив);
- *пустая строка* (Times New Roman, 12 пт.);

**Изложение основного материала исследования**

Основной текст статьи (Times New Roman, 12 пт.), который, согласно требований МОН Украины, **обязательно** должен содержать такие выделенные элементы:

- Постановка проблемы;
- Анализ последних исследований и публикаций;
- Цель исследования;
- Изложение основного материала исследования;
- Выводы;
- Список использованной литературы;
- References.
- **информацию об авторах (см. Образец оформления статьи).**

**Дополнительные требования к элементам статьи:**

- **Рисунки:** подписи под рисунками – Times New Roman, 10 пт., жирный;
- **Формулы:** для набора использовать редактор формул Microsoft Equation 3.0 или MathType; формулы по центру; нумерация формул – по правому краю;  
*Размеры по умолчанию: обычный символ – 12 пт; большой индекс – 7 пт; маленький индекс – 5 пт; большой символ – 18 пт; маленький символ – 12 пт.*
- **Программы:** для набора фрагментов использовать шрифты Courier New (Courier);
- **Список литературы:** оформляется согласно требований ДСТУ 8302:2015 "Информация и документация. Библиографические ссылки. Общие требования и правила составления"; (<http://lib.pu.if.ua/files/dstu-8302-2015.pdf>)
- **References:** оформляются по правилам транслитерации с украинского/русского языка на английский язык.
  - Для транслитерации предлагаем воспользоваться такими ресурсами:
  - транслитерация с русского языка: <http://translate.meta.ua/ru/translit/>
  - транслитерация с украинского языка: <http://ukrlit.org/transliteratsiia>

## **ОБРАЗЕЦ ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЬИ**

(Образец составлен из отрывков разных публикаций, авторы являются вымышленными личностями)

УДК XXX.XX

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО  
Херсонский национальный технический университет  
А.И. КОВАЛЕНКО  
Херсонский государственный университет

### **СВОЙСТВА ПРОЦЕДУРЫ ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЯ**

*Рассмотрены свойства процедуры построения расписания, которая формализует карточный метод ручного составления расписаний. В общей постановке она является процессом упорядочивания некоторого конечного множества событий во времени в условиях ресурсных и других ограничений ...*

*Ключевые слова: процедура построения расписания, карточный метод...*

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО  
Херсонський національний технічний університет  
О.І. КОВАЛЕНКО  
Херсонський державний університет

### **ВЛАСТИВОСТІ ПРОЦЕДУРИ ПОБУДОВИ РОЗКЛАДУ**

*Розглянуті властивості процедури побудови розкладу, яка формалізує картковий метод ручної побудови розкладу. У загальній постановці вона є процесом упорядкування деякої скінченної множини подій в часі за умов ресурсних та інших обмежень...*

*Ключові слова: процедура побудови розкладу, картковий метод...*

V.V. KRAVCHENKO, S.V. ONOPENKO  
Kherson National Technical University  
O.I. KOVALENKO  
Kherson State University

### **THE PROPERTIES OF SCHEDULE CONSTRUCTION PROCEDURE**

*The properties of the schedule construction procedure, which formalizes the card method for manual scheduling, are considered. In the general formulation it is a process of ordering a certain finite set of events in time under resource and other constraints ...*

*Keywords: the schedule construction procedure, card method...*

#### **Постановка проблемы**

Задача составления расписания является одной из наиболее распространенных задач, которые решает каждый человек практически каждый день. В общей постановке она является процессом упорядочения некоторого конечного множества событий во времени в условиях ресурсных и других ограничений.

### **Анализ последних исследований и публикаций**

Анализ существующих методов решения задачи составления расписания занятий показывает, что решение задач теории расписаний имеет известную сложность. По содержанию эти задачи относятся к классу комбинаторных, для которых существенное значение имеет размерность ...

### **Цель исследования**

Целью данного исследования является автоматизация составления расписания занятий для системы дистанционного обучения с учетом загруженности преподавательского состава. Качество обучения, его экономическая эффективность, удобство обучения студентов и работы профессорско-преподавательского состава зависит от удачно составленного расписания.

...

### **Выводы**

Во время выполнения работы был разработан собственный математический метод для составления расписания, а именно был определен ряд ограничений, которые учитываются при составлении расписания, создана целевая функция для оценки пригодности ...

### **Список использованной литературы**

1. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Математичні методи ідентифікації динамічних систем. Вінниця : ВНТУ, 2010. 260 с.
2. Квасниця Г., Шинкаренко Г. Адаптивні апроксимації методу скінченних елементів для задач еластостатики. *Вісник Львівського університету. Серія: Прикладна математика та інформатика*. 2002. Вип. 5. С. 95–106.
3. Тимофієва Н. К. Один спосіб моделювання інтелекту людини з використанням комбінаторного аналізу. *Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту. (ISDMCI'2014)*: матеріали X Міжнародної наукової конференції (Залізний Порт, 1923 травня 2014 р.). Херсон, 2014. С. 180-182.
4. Тимофієва Н. К. Теоретико-числові методи розв'язання задач комбінаторної оптимізації: автореф. дис... д-ра. техн. наук. Київ, 2007. 32 с.

### **References**

1. Mokin, B. I., Mokin, V. B., & Mokin, O. B. (2010). *Matematychni metody identyfikatsii dynamichnykh system*. Vinnytsia: VNTU.
2. Kvasnytsia, H., & Shynkarenko, H. (2002). *Adaptyvni aproksymatsii metodu skinchennykh elementiv dlia zadach elastostatyky. Visnyk Lvivskoho universytetu. Seria: Prykladna matematyka ta informatyka*. 5, 95–106.
3. Tymofiiieva, N. K. (2014) *Odyn sposib modeliuвання intelektu liudyny z vykorystanniam kombinatornoho analiz. Proceedings of the Intelektualni systemy pryiniattia rishen ta problemy obchysliuvalnoho intelektu. (ISDMCI'2014) : materialy X Mizhnarodnoi naukovoї konferentsii. (Ukraine, Zaliznyi Port, May 28-31, 2014), Kherson, pp. 180–182.*
4. Tymofiiieva, N. K. (2007). *Teoretyko-chyslovi metody rozv'iazannia zadach kombinatornoї optyimizatsii. (Extended abstract of Doctor's thesis)*, Kyiv: In-t kibernetiky im. V.M. Hlushkova NAN Ukrainy.

Кравченко Виктор Викторович – д.ф.-м.н., профессор. профессор кафедры математического моделирования Херсонского национального технического университета, e-mail: [kravchenko@gmail.com](mailto:kravchenko@gmail.com), ORCID: 0000-0002-4107-8141.

Онопенко Сергей Васильевич – аспирант кафедры технической кибернетики Херсонского национального технического университета, e-mail: [onopenko@ukr.net](mailto:onopenko@ukr.net), ORCID: 0000-0002-5196-5301.

Коваленко Александр Иванович – к.т.н., доцент, доцент кафедры информатики Херсонского государственного университета, e-mail: [kovalenko@i.ua](mailto:kovalenko@i.ua), ORCID: 0000-0002-6196-540.

**ARTICLE SUBMISSION GUIDELINES**  
for scientific journal  
**'Applied Questions of Mathematical Modelling'**

**File parameters:**

**The manuscript** must be prepared with help of Microsoft Word-2003/2016; **page format** – A4, **page orientation** – "book"; **boundaries:** left – 2,5 cm; right – 2,5 cm; top – 2,5 cm; bottom – 2,5 cm; **line spacing** – 1,0; **interval between paragraphs** "before", "after" – 0 pt.; **ident** "left", "right" – 0 pt.; **ident of first line** – 1,25 cm.

**Required elements of the article:**

Attention! Unit 'Authors Details', 'Article Title', 'Abstract', and 'Keyword Lis't are presented in THREE languages (Ukrainian, English, Russian) in the same format.  
The first abstract is given in the language of the article.  
The text of the annotations in all three languages should be identical.  
Annotation size is at least 1800 characters without spaces.

- **index UDK** in the top left corner of the page (Times New Roman, 12 pt.), **is specified once**;
- **the initials and surname of author (authors)** in capital letters by article language (Times New Roman, 12 pt., alignment – right-aligned) (The authors' full name is translated from Ukrainian into English);
- **full name of the organization**, in which author works (Times New Roman, 10 pt., right-aligned);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);
- **the title of the article** in capital letters, centered (Times New Roman, 12 pt., bold);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);
- **abstract** in article language no less than 500 symbols (Times New Roman, 12 pt., italic);
- **a list of key words** that begins with the words: "Keywords:" (Times New Roman, 12 pt., italic);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);

**Description of Main Material of Research**

The main text (Times New Roman, 12 pt.), which, in accordance with the requirements of MES of Ukraine, must contain the following selected items:

- Problem Statement;
- Analysis of Recent Researches and Publications;
- Purpose of the Study;
- Description of Main Material of Research;
- Conclusions;
- References.
- **information about the authors (see A Sample of the Article).**

**Додаткові вимоги до елементів статті:**

- **Pictures:** the captions under the pictures – Times New Roman, 10 pt., bold;
- **Formulas:** for typing formulas use only equation editor Microsoft Equation 3.0 or MathType; formula is on the line center; the numbering of formulas is on the right edge.  
*Sizes by default: Full – 12 pt; Subscript/Superscript – 7 pt; Sub-Subscript/Superscript – 5 pt; Symbol – 18 pt; Sub-symbol – 12 pt.*
- **Programs:** for a set of fragments of the programs one should use the fonts Courier New (Courier);
- **References:** references for article in English is made in accordance with APA Style.

We suggest you use the following resources for transliteration:

- transliteration from Ukrainian: <http://ukrlit.org/transliteratsiia>
- transliteration from Russian: <http://translate.meta.ua/ru/translit/>

## **A SAMPLE OF THE ARTICLE**

(The sample is composed of excerpts from various publications, the authors are fictitious personalities)

UDC XXX.XX

V.V. KRAVCHENKO, S.V. ONOPENKO  
Kherson National Technical University  
O.I. KOVALENKO  
Kherson State University

### **THE PROPERTIES OF SCHEDULE CONSTRUCTION PROCEDURE**

*The properties of the schedule construction procedure, which formalizes the card method for manual scheduling, are considered. In the general formulation it is a process of ordering a certain finite set of events in time under resource and other constraints ...*

*Keywords: the schedule construction procedure, card method...*

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО  
Херсонський національний технічний університет  
О.І. КОВАЛЕНКО  
Херсонський державний університет

### **ВЛАСТИВОСТІ ПРОЦЕДУРИ ПОБУДОВИ РОЗКЛАДУ**

*Розглянуті властивості процедури побудови розкладу, яка формалізує картковий метод ручної побудови розкладу. У загальній постановці вона є процесом упорядкування деякої скінченної множини подій в часі за умов ресурсних та інших обмежень...*

*Ключові слова: процедура побудови розкладу, картковий метод...*

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО  
Херсонський національний технічний університет  
А.І. КОВАЛЕНКО  
Херсонський державний університет

### **СВОЙСТВА ПРОЦЕДУРЫ ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЯ**

*Рассмотрены свойства процедуры построения расписания, которая формализует карточный метод ручного составления расписаний. В общей постановке она является процессом упорядочивания некоторого конечного множества событий во времени в условиях ресурсных и других ограничений ...*

*Ключевые слова: процедура построения расписания, карточный метод...*

#### **Problem Statement**

The task of scheduling is one of the most common tasks that every person solves almost every day. In a general setting, it is a process of ordering a finite set of events over time under resource and other constraints.

#### **Analysis of Recent Researches and Publications**

An analysis of existing methods for solving the problem of classes scheduling shows that the solution of tasks from the theory of schedules has a known complexity. In content, these tasks belong to the class of combinatorial ones, for which dimension is essential ...

### **Purpose of the Study**

The purpose of this study is an automation of classes scheduling for the distance learning system, taking into account the workload of the teaching staff. The quality of training, its economic efficiency, the convenience of students teaching and the work of the faculty members depends on a well-established schedule.

...

### **Conclusions**

During the execution of the research, our own mathematical method was developed for scheduling, namely, a number of restrictions were determined that are taken into account when scheduling, the objective function was created to assess suitability ...

### **References**

1. Ibrahim, R. (2005). *Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications*. Cambridge University Press.
2. Bochkarev, S. A., Lekomtsev, S. V., & Matveenko, V. P. (2015). Natural vibrations of loaded noncircular cylindrical shells containing a quiescent fluid. *Thin-Walled Structures*, **90**, 12–22. DOI: 10.1142/S0219455415500765
3. Gultom, J. H., Harsono, M., Khameswara, T. D., & Santoso, H. (2017). Smart IoT Water Sprinkle and Monitoring System for Chili Plant. Proceedings of the *International Conference on Electrical Engineering and Computer Science (ICECOS)*. (Indonesia, Palembang, August 22-23, 2017). Palembang: Book Publishing, pp. 212–216. DOI: 10.1109/ICECOS.2017.8167136
4. Tymofiiieva, N. K. (2007). *Theoretical and Numerical Methods for Solving Combinatorial Optimization Problems*. (Extended abstract of Doctor's thesis), Kyiv: V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of the NAS of Ukraine.

...

Kravchenko Victor Viktorovich – Doctor of Engineering Science, professor, professor at the Department of Mathematical Modelling of Kherson National Technical University, [kravchenko@gmail.com](mailto:kravchenko@gmail.com), ORCID: 0000-0002-4107-8141.

Onopenko Serhii Vasylovych – postgraduate student at the Department of Technical Cybernetics of Kherson National Technical University, [onopenko@ukr.net](mailto:onopenko@ukr.net), ORCID: 0000-0002-5196-5301.

Kovalenko Oleksandr Ivanovych – PhD, Associate Professor, Associate Professor at the Department of the Informatics of Kherson State University, [kovalenko@yandex.ua](mailto:kovalenko@yandex.ua), ORCID: 0000-0002-6196-540.

# ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Відповідальний за випуск	Хомченко Анатолій Никифорович, д.ф.-м.н., професор, заслужений діяч науки і техніки України
Технічний редактор	Литвиненко Олена Іванівна к.т.н., доцент
Макетування	Омельчук Антон Анатолійович

Свідоцтво про державну реєстрацію засобу масової інформації –  
серія КВ № 23529-13369Р от 03.08.2018

Підписано до друку 06.09.2021 р. Формат 60x84/8 Папір офсетний.  
Ум. друк. аркушів 34,3. Замовлення № 9/0820. Наклад 120 прим.

© Херсонський національний технічний університет 2021

---

Адреса редакції: 73008, м. Херсон, Бериславське шосе, 24, корп. 3,  
каб. 425, тел. (0552) 32-69-95. E-mail: aqmm@kntu.net.ua

Видавництво та друк: «ОЛДІ-ПЛЮС»  
73034, м. Херсон, вул. Паровозна, 46-а  
E-mail: office@oldiplus.com  
Свід. ДК № 6532 від 13.12.2018 р.