

Міністерство освіти і науки України

Херсонський національний технічний університет

ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Т. 4, № 2.2

Рекомендовано до друку Вченою радою
Херсонського національного технічного університету
(протокол № 8 від 17 червня 2021 року)

Журнал включений до Реєстру наукових фахових видань України категорії Б
на підставі Наказу МОН України від 17 березня 2020 року № 409.

Журнал включено до наукометричних баз, електронних бібліотек та репозитаріїв:
Google Scholar, Index Copernicus International Journal Master List,
CiteFactor Academic Scientific Journals, National Library of Ukraine (Vernadsky).

Херсон 2021

Редакційна рада

Головний редактор

Астіоненко І.О.

к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри вищої математики і математичного моделювання Херсонського національного технічного університету.

Заступники головного редактора

Розов Ю.Г.

д.т.н., професор, заслужений діяч науки і техніки України, перший проректор Херсонського національного технічного університету.

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., професор, заслужений діяч науки і техніки України, професор кафедри інтелектуальних інформаційних систем Чорноморського національного університету ім. П. Могили (м. Миколаїв).

Литвиненко О.І.

к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційних технологій та фіз.-мат. дисциплін Херсонської філії Національного університету кораблебудування ім. адм. Макарова.

Відповідальний секретар

Омельчук А.А.

к.т.н., доцент кафедри інтелектуальних управляючих та обчислювальних систем Університету державної фіскальної служби України (Ірпінь).

Члени редакційної колегії за спеціальностями:

Іноземні фахівці

Бабічев С.А.

д.т.н., доцент, (Чехія)

Гучек П.Й.

д.т.н., доцент, (Польща)

113 – Прикладна математика

Андрейцев А.Ю.

к.ф.-м.н., доцент

Астіоненко І.О.

к.ф.-м.н., доцент

Гвоздева І.М.

д.т.н., професор

Гнатушенко Вікт.В.

д.т.н., доцент

Ляшенко В.П.

д.т.н., професор

Миргород В.Ф.

д.т.н., доцент

Різник В.В.

д.т.н., професор

Стрельнікова О.О.

д.т.н., професор

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., професор

122 – Комп'ютерні науки

Борисенко В.Д.	д.т.н., професор
Ванін В.В.	д.т.н., професор
Вірченко Г.А.	д.т.н., професор
Гнатушенко В.В.	д.т.н., професор
Гумен О.М.	д.т.н., професор
Корчинський В.М.	д.т.н., професор
Литвиненко В.І.	д.т.н., професор
Мартин Є.В.	д.т.н., професор
Найдиш А.В.	д.т.н., професор
Несвідомін В.М.	д.т.н., професор
Пилипака С.Ф.	д.т.н., професор
Тулученко Г.Я.	д.т.н., професор
Устенко С.А.	д.т.н., професор
Шоман О.В.	д.т.н., професор

126 – Інформаційні системи та технології

Аль-Амморі А.Н.	д.т.н., професор
Баклан І.В.	к.т.н., доцент
Бень А.П.	к.т.н., доцент
Левикін В.М.	д.т.н., професор
Литвиненко О.І.	к.т.н., доцент
Мороз Б.І.	д.т.н., професор
Стеценко І.В.	д.т.н., професор
Шерстюк В.Г.	д.т.н., професор

151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Алексєєв М.О.	д.т.н., професор
Бардачов Ю.М.	д.т.н., професор
Головко В.І.	д.т.н., професор
Кондратець В.О.	д.т.н., професор
Мещеряков Л.І.	д.т.н., професор
Омельчук А.А.	к.т.н.
Осадчий С.І.	д.т.н., професор
Рожков С.О.	д.т.н., професор
Рудакова Г.В.	д.т.н., професор

Інші спеціальності

Дудченко О.М.	к.т.н., професор
Кузьмич В.І.	к.ф.-м.н., доцент
Літвінова М.Б.	д.пед.н., к.ф.-м.н., професор
Мельник І.В.	д.т.н., професор
Розов Ю.Г.	д.т.н., професор

ISSN 2618-0332

Министерство образования и науки Украины

Херсонский национальный технический университет

ПРИКЛАДНЫЕ ВОПРОСЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Т. 4, № 2.2

Рекомендовано к печати Ученым советом
Херсонского национального технического университета
(протокол № 8 от 17 июня 2021 года)

Журнал включен в Реестр научных специализированных изданий Украины
категории Б на основании Приказа МОН Украины от 17 марта 2020 года № 409.

Журнал включен в наукометрические базы, электронные библиотеки и репозитории:
Google Scholar, Index Copernicus International Journal Master List,
CiteFactor Academic Scientific Journals, National Library of Ukraine (Vernadsky).

Херсон 2021

Редакционный совет

Главный редактор

Астионенко И.А.

к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры высшей математики и математического моделирования Херсонского национального технического университета.

Заместители главного редактора

Розов Ю.Г.

д.т.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины, первый проректор Херсонского национального технического университета.

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины, профессор кафедры интеллектуальных информационных систем Черноморского национального университета им. П. Могилы (г. Николаев).

Литвиненко А.И.

к.т.н., доцент, доцент кафедры информационных технологий и физ.-мат. дисциплин Херсонского филиала Национального университета кораблестроения им. адм. Макарова.

Ответственный секретарь

Омельчук А.А.

к.т.н., доцент кафедры интеллектуальных управляющих и вычислительных систем Университета государственной фискальной службы Украины (Ирпень).

Члены редакционной коллегии по специальностям:

Иностранные специалисты

Бабичев С.А.

д.т.н., доцент, (Чехия)

Гучек П.И.

д.т.н., доцент, (Польша)

113 – Прикладная математика

Андрейцев А.Ю.

к.ф.-м.н., доцент

Астионенко И.А.

к.ф.-м.н., доцент

Гвоздева И.М.

д.т.н., профессор

Гнатушенко Викт.В.

д.т.н., доцент

Ляшенко В.П.

д.т.н., профессор

Миргород В.Ф.

д.т.н., доцент

Ризнык В.В.

д.т.н., профессор

Стрельникова Е.А.

д.т.н., профессор

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., профессор

122 – Компьютерные науки

Борисенко В.Д.	д.т.н., профессор
Ванин В.В.	д.т.н., профессор
Вирченко Г.А.	д.т.н., профессор
Гнатушенко В.В.	д.т.н., профессор
Гумен Е.Н.	д.т.н., профессор
Корчинский В.М.	д.т.н., профессор
Литвиненко В.И.	д.т.н., профессор
Мартин Е.В.	д.т.н., профессор
Найдыш А.В.	д.т.н., профессор
Несвидомин В.Н.	д.т.н., профессор
Пилипака С.Ф.	д.т.н., профессор
Тулученко Г.Я.	д.т.н., профессор
Устенко С.А.	д.т.н., профессор
Шоман О.В.	д.т.н., профессор

126 – Информационные системы и технологии

Аль-Аммори А.Н.	д.т.н., профессор
Баклан И.В.	к.т.н., доцент
Бень А.П.	к.т.н., доцент
Левыкин В.М.	д.т.н., профессор
Литвиненко Е.И.	к.т.н., доцент
Мороз Б.И.	д.т.н., профессор
Стеценко И.В.	д.т.н., профессор
Шерстюк В.Г.	д.т.н., профессор

151 – Автоматизация и компьютерно-интегрированные технологии

Алексеев М.А.	д.т.н., профессор
Бардачев Ю.Н.	д.т.н., профессор
Головко В.И.	д.т.н., профессор
Кондратец В.А.	д.т.н., профессор
Мещеряков Л.И.	д.т.н., профессор
Омельчук А.А.	к.т.н.
Осадчий С.И.	д.т.н., профессор
Рожков С.А.	д.т.н., профессор
Рудакова А.В.	д.т.н., профессор

Другие специальности

Дудченко О.Н.	к.т.н., профессор
Кузьмич В.И.	к.ф.-м.н., доцент
Литвинова М.Б.	д.пед.н., к.ф.-м.н., профессор
Мельник И.В.	д.т.н., профессор
Розов Ю.Г.	д.т.н., профессор

ISSN 2618-0332

Ministry of Education and Science of Ukraine

Kherson National Technical University

APPLIED QUESTIONS OF MATHEMATICAL MODELLING

V. 4, № 2.2

Recommended for publication by the Academic Council of
Kherson National Technical University
(Minutes № 8 on 17th June 2021)

The journal is included in the Register of scientific specialized publications of Ukraine of category B on the basis of Minutes of the Ministry of Education and Science of Ukraine dated March 17, 2020 № 409.

The journal is included in the scientometric bases, electronic libraries and repositories: Google Scholar, Index Copernicus International Journal Master List, CiteFactor Academic Scientific Journals, National Library of Ukraine (Vernadsky).

Kherson 2021

Editorial Board

Editor-in-Chief

Astionenko I.O.

Ph.D., Associate Professor, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics and Mathematical Modelling of Kherson National Technical University.

Deputies Editor-in-Chief

Rozov Yu.H.

Doctor of Engineering Science, Professor, Honored Worker of Science and Technology of Ukraine, First Vice-Rector of Kherson National Technical University.

Khomchenko A.N.

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Honored Worker of Science and Technology of Ukraine, Professor at the Department of Intelligent Information Systems of the Petro Mohyla Black Sea National University (Mykolaiv).

Litvinenko O.I.

Ph.D., Associate Professor, Associate Professor of the Department of Information Technology and Phys.-Math. disciplines of the Kherson branch of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding.

Executive Secretary

Omelchuk A.A.

Ph.D., Associate Professor at the Department of Intelligent Control and Computing Systems of University of State Fiscal Service of Ukraine (Irpin).

Members of Editorial Board by specialities:

Foreign Specialists

Babichev S.A.

Doctor of Engineering Science, Associate Professor, (Czech Republic)

Guchek P.Y.

Doctor of Engineering Science, Associate Professor, (Republic of Poland)

113 – Applied Mathematics

Andreytsev A.Yu.

Ph.D., Associate Professor

Astionenko I.O.

Ph.D., Associate Professor

Hvozdeva I.M.

Doctor of Engineering Science, Professor

Hnatushenko Vikt.V.

Doctor of Engineering Science, Associate Professor

Liashenko V.P.

Doctor of Engineering Science, Professor

Myrhorod V.F.

Doctor of Engineering Science, Associate Professor

Riznyk V.V.

Doctor of Engineering Science, Professor

Strelnikova O.O.

Doctor of Engineering Science, Professor

Khomchenko A.N.

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor

122 – Computer Science

Borysenko V.D.	Doctor of Engineering Science, Professor
Vanin V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Virchenko H.A.	Doctor of Engineering Science, Professor
Hnatushenko V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Humen O.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Korchynskyi V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Lytvynenko V.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Martyn Ye.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Naidysh A.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Nesvidomin V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Pylypaka S.F.	Doctor of Engineering Science, Professor
Tuluchenko H.Ya.	Doctor of Engineering Science, Professor
Ustenko S.A.	Doctor of Engineering Science, Professor
Shoman O.V.	Doctor of Engineering Science, Professor

126 – Information Systems and Technologies

Al-Ammori A.N.	Doctor of Engineering Science, Professor
Baklan I.V.	Ph.D., Associate Professor
Ben A.P.	Ph.D., Associate Professor
Levykin V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Lytvynenko O.I.	Ph.D., Associate Professor
Moroz B.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Stetsenko I.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Sherstiuk V.H.	Doctor of Engineering Science, Professor

151 – Automation and Computer Integrated Technologies

Aleksieiev M.O.	Doctor of Engineering Science, Professor
Bardachov Yu.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Holovko V.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Kondratets V.O.	Doctor of Engineering Science, Professor
Meshcheriakov L.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Omelchuk A.A.	Ph.D.
Osadchyi S.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Rozhkov S.O.	Doctor of Engineering Science, Professor
Rudakova H.V.	Doctor of Engineering Science, Professor

Other Specialties

Dudchenko O.N.	Ph.D., Professor
Kuz'mich V.I.	Ph.D., Associate Professor
Litvinova M.B.	Doctor of Pedagogical Sciences, Ph.D. (physics and mathematics), Professor
Melnyk I.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Rozov Yu.H.	Doctor of Engineering Science, Professor

ЗМІСТ

О.Д. АБРАМОВ, Г.С. АБРАМОВ АНАЛІЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТРЕНДІВ МОРСЬКИХ ВАНТАЖОПЕРЕВЕЗЕНЬ У КРИЗОВИХ УМОВАХ.....	16
А.Ю. АНДРЕЙЦЕВ, І.В. СМІРНОВ, А.В. ЧОРНИЙ, С.М. МІНАКОВ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ СФЕРОЇДИЗАЦІЇ ЧАСТИНОК ПОРОШКУ ПЛАЗМОВО-ДУГОВИМ МЕТОДОМ	25
В.Д. БОРИСЕНКО, С.А. УСТЕНКО, І.В. УСТЕНКО АРБЕЛОС І ПОВ'ЯЗАНІ З НИМ КОЛА ...	33
О.О. БРОВАРЕЦЬ, Ю.В. ЧОВНЮК, В.Т. КРАВЧУК, Є.О. ІВАНОВ ЯКІСНИЙ ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ДОВГОТРИВАЛИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОСТІ ҐРУНТІВ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОГО ПРИЗНАЧЕННЯ: МЕТОДИ НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ, ТЕОРІЇ ХАОСУ, ФАЗОВИХ ТРАЄКТОРІЙ	45
В.М. ВЕРЕЩАГА, О.М. ПАВЛЕНКО ТРИРОЗМІРНІ КОМПОЗИЦІЙНІ МАТРИЦІ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ СТВОРЕННЯ КОМПОЗИЦІЙНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ОБ'ЄМНИХ ОБ'ЄКТІВ ДОВІЛЬНОЇ ФОРМИ	55
С.І. ГОМЕНЮК, С.М. ГРЕБЕНЮК, Н.І.-В. МАНЬКО, О.Г. СПИЦЯ ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ШТАМПІВ ТА ГУМОВОКОРДНОЇ СМУГИ	64
Т.А. ГРИГОРОВА, В.П. ЛЯШЕНКО, О.О. МОСКАЛЕНКО ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ МАШИННОГО НАВЧАННЯ ДЛЯ ПОШУКУ ІНФОРМАЦІЇ	74
О.П. ДЕМ'ЯНЧЕНКО МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПОРОЖНИСТОГО ВАЛКА ПРОКАТНОГО СТАНУ З РІЗНИМИ УМОВАМИ ТЕПЛООБМІНУ НА ПОВЕРХНІ	85
В.В. ДУМАНСЬКА, Ю.В. ДОЦЕНКО, Н.В. СИДОРОВА, Л.М. МАКАРЕНКО ПОКРИТТЯ ІЗ ФЕМ З ОСНОВОЮ ІЗ ПІРАМІДАЛЬНОГО ТА РЕБРИСТИХ ЕЛЕМЕНТІВ	94
Є.С. КОНОНЕНКО КОЛИВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ПІД ДІЄЮ ПЕРІОДИЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ З УРАХУВАННЯМ ЕФЕКТИВ ГІДРОПРУЖНОСТІ	102
М.Б. ЛІТВИНОВА, О.Д. ШТАНЬКО, С.О. КАРПОВА, К.О. ЯНОВСЬКА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ТЕПЛООБМІНУ В ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНОМУ ГЕНЕРАТОРІ, ПРИЗНАЧЕНОМУ ДЛЯ РЕКУПЕРАЦІЇ ЕНЕРГІЇ ПОБУТОВОЇ ОПАЛЮВАЛЬНОЇ ПЕЧІ	113
О.С. МАЗМАНШВІЛІ, Н.В. МОСКАЛЕЦЬ, О.О. ЩЕРБАКОВ ПЕРЕТВОРЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ ЕМІСІЇ РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ЕЛЕКТРОНІВ І МЕТРОЛОГІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОТОКУ ФОТОНІВ В КАНАЛІ ВИВОДУ СИНХРОТРОННОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ НАКОПИЧУВАЧА "НЕСТОР" ННЦ ХФТІ	120
О.М. МІХАЙЛУЦА, А.В. ПОЖУЄВ, С.О. ВОЛІК АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПРОЦЕДУРНОЇ ГЕНЕРАЦІЇ ТРИВИМІРНОГО ІГРОВОГО КОНТЕНТУ	128
Р.С. МУСІЙ, У.В. ЖИДИК, Н.Б. МЕЛЬНИК, В.К. ШИНДЕР, О.М. М'ЯУС, Р.А. НАКОНЕЧНИЙ ВИЗНАЧЕННЯ І АНАЛІЗ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В НЕОДНОРІДНІЙ АНІЗОТРОПНІЙ ОБОЛОНЦІ ЗА ЛОКАЛЬНОГО НАГРІВУ	137
Р.С. МУСІЙ, Н.Б. МЕЛЬНИК, А.Й. НАКОНЕЧНИЙ, Л.В. ГОШКО, Б.Й. БАНДИРСЬКИЙ ВИЗНАЧЕННЯ І АНАЛІЗ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ СУЦІЛЬНОЇ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОЇ КУЛІ ЗА КОРОТКОЧАСНОГО ІНДУКЦІЙНОГО НАГРІВУ	149

О.М. СЕРІКОВА, О.О. СТРЕЛЬНИКОВА, В.І. ГНІТЬКО, А.М. ТОНКОНОЖЕНКО, Л.А. ПІСНЯ НЕЙТРАЛІЗАЦІЯ СТАТИЧНОЇ ЕЛЕКТРИКИ В СИСТЕМАХ ЗБЕРІГАННЯ НАФТИ ШЛЯХОМ ЗАСТОСУВАННЯ НАНОКОМПОЗИТІВ ІЗ СИСТЕМАМИ ВУГЛЕЦЕВИХ ВОЛОКНИСТИХ ВКЛЮЧЕНЬ	159
О.В. ТУМАШОВА ДЕЯКІ ПІДХОДИ ДО ДОСЛІДЖЕННЯ ДЕФОРМАЦІЇ ГНУЧКИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК	169
Л.А. ФРОЛОВА, Т.С. БУТИРІНА, М.О. САВЧЕНКО, М.К. СУХИЙ ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ФОТОКАТАЛІТИЧНОЇ ДЕСТРУКЦІЇ МЕТИЛЕНОВОГО СИНЬОГО В ПРИСУТНОСТІ МАГНЕТИТУ	177
А.Н. ХОМЧЕНКО, О.І. ЛИТВИНЕНКО, Ю.Г. ТЕНДІТНИЙ, В.О. СТАРЧЕНКО, І.О. АСТІОНЕНКО МОДЕЛЮВАННЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ 2D-ШАБЛОНІВ ТА КУБАТУР ЯК ЗАДАЧІ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ	187
О.В. ЧОПОРОВА, С.В. ЧОПОРОВ, А.О. ЛІСНЯК ВИКОРИСТАННЯ МАШИННОГО НАВЧАННЯ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ КРУГЛОЇ ПЛАСТИНКИ	196

СОДЕРЖАНИЕ

А.Д. АБРАМОВ, Г.С. АБРАМОВ АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТРЕНДОВ МОРСКИХ ГРУЗОПЕРЕВОЗОК В КРИЗИСНЫХ УСЛОВИЯХ	16
А.Ю. АНДРЕЙЦЕВ, И.В. СМИРНОВ, А.В. ЧОРНЫЙ, С.М. МИНАКОВ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СФЕРОИДИЗАЦИИ ЧАСТИЦ ПОРОШКА ПЛАЗМЕННО-ДУГОВЫМ МЕТОДОМ	25
В.Д. БОРИСЕНКО, С.А. УСТЕНКО, И.В. УСТЕНКО АРБЕЛОС И СВЯЗАННЫЕ С НИМ ОКРУЖНОСТИ	33
А.А. БРОВАРЕЦ, Ю.В. ЧОВНЮК, В.Т. КРАВЧУК, Е.А. ИВАНОВ КАЧЕСТВЕННЫЙ ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДЛИТЕЛЬНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ГРУНТОВ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ПРЕДНАЗНАЧЕНИЯ: МЕТОДЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ, ТЕОРИИ ХАОСА, ФАЗОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ	45
В.М. ВЕРЕЩАГА, А.М. ПАВЛЕНКО ТРЁХРАЗМЕРНЫЕ КОМПОЗИЦИОННЫЕ МАТРИЦЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ СОЗДАНИЯ КОМПОЗИЦИОННЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОБЪЕМНЫХ ОБЪЕКТОВ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ	55
С.И. ГОМЕНЮК, С.Н. ГРЕБЕНЮК, Н.И.-В. МАНЬКО, О.Г. СПИЦА ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ШТАМПОВ И РЕЗИНОКОРДНОЙ ПОЛОСЫ	64
Т.А. ГРИГОРОВА, В.П. ЛЯШЕНКО, А.А. МОСКАЛЕНКО ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ПОИСКА ИНФОРМАЦИИ	74
О.П. ДЕМЬЯНЧЕНКО МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПОЛОГО ВАЛКА ПРОКАТНОГО СТАНА С РАЗНЫМИ УСЛОВИЯМИ ТЕПЛООБМЕНА НА ПОВЕРХНОСТИ	85
В.В. ДУМАНСКАЯ, Ю.В. ДОЦЕНКО, Н.В. СИДОРОВА, Л.Н. МАКАРЕНКО ПОКРЫТИЯ ИЗ ФЭМ С ОСНОВАНИЕМ ИЗ ПИРАМИДАЛЬНОГО И РЕБРИСТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ	94
Е.С. КОНОНЕНКО КОЛЕБАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НАГРУЗОК С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ГИДРОУПРУГОСТИ	102
М.Б. ЛИТВИНОВА, А.Д. ШТАНЬКО, С.О. КАРПОВА, К.А. ЯНОВСЬКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООБМЕНА В ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ГЕНЕРАТОРЕ, ПРЕДНАЗНАЧЕННОМ ДЛЯ РЕКУПЕРАЦИИ ЭНЕРГИИ БЫТОВОЙ ОТОПИТЕЛЬНОЙ ПЕЧИ ...	113
А.С. МАЗМАНИШВИЛИ, Н.В. МОСКАЛЕЦ, А.А. ЩЕРБАКОВ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ ЭМИССИИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ И МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОТОКА ФОТОНОВ В КАНАЛЕ ВЫВОДА СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НАКОПИТЕЛЯ "НЕСТОР" ННЦ ХФТИ	120
Е.Н. МИХАЙЛУЦА, А.В. ПОЖУЕВ, С.А. ВОЛИК АНАЛИЗ МЕТОДОВ ПРОЦЕДУРНОЙ ГЕНЕРАЦИИ ТРЕХМЕРНОГО ИГРОВОГО КОНТЕНТА	128
Р.С. МУСИЙ, У.В. ЖИДИК, Н.Б. МЕЛЬНИК, В.К. ШИНДЕР, О.Н. МЯУС, Р.А. НАКОНЕЧНЫЙ ОПРЕДЕЛЕНИЕ И АНАЛИЗ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В НЕОДНОРОДНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ОБОЛОЧКЕ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ НАГРЕВЕ	137
Р.С. МУСИЙ, Н.Б. МЕЛЬНИК, А.И. НАКОНЕЧНЫЙ, Л.В. ГОШКО, Б.И. БАНДЫРСКИЙ ОПРЕДЕЛЕНИЕ И АНАЛИЗ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ СПЛОШНОГО ЭЛЕКТРОПРОВОДНОГО ШАРА ПРИ КРАТКОВРЕМЕННОМ ИНДУКЦИОННОМ НАГРЕВЕ ...	149

Е.Н. СЕРИКОВА, Е.А. СТРЕЛЬНИКОВА, В.И. ГНИТЬКО, А.М. ТОНКОНОЖЕНКО, Л.А. ПИСНЯ НЕЙТРАЛИЗАЦИЯ СТАТИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРИЧЕСТВА В СИСТЕМАХ ХРАНЕНИЯ НЕФТИ ПУТЕМ ПРИМЕНЕНИЯ НАНОКОМПОЗИТОВ С СИСТЕМАМИ УГЛЕРОДНЫХ ВОЛОКНИСТЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ	159
О.В. ТУМАШОВА НЕКОТОРЫЕ ПОДХОДЫ К ИССЛЕДОВАНИЮ ДЕФОРМАЦИИ ГИБКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК	169
Л.А. ФРОЛОВА, Т.Е. БУТЫРИНА, М.О. САВЧЕНКО, М.К. СУХОЙ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ФОТОКАТАЛИТИЧЕСКОЙ ДЕСТРУКЦИИ МЕТИЛЕНОВОГО СИНЕГО В ПРИСУТСТВИИ МАГНЕТИТА	177
А.Н. ХОМЧЕНКО, Е.И. ЛИТВИНЕНКО, Ю.Г. ТЕНДИТНЫЙ, В.А. СТАРЧЕНКО, И.А. АСТИОНЕНКО МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ 2D-ШАБЛОНОВ И КУБАТУР КАК ЗАДАЧИ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА	187
О.В. ЧОПОРОВА, С.В. ЧОПОРОВ, А.А. ЛИСНЯК ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КРУГЛОЙ ПЛАСТИНКИ	196

CONTENTS

A.D. ABRAMOV, G.S. ABRAMOV ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODELS OF MARITIME SHIPPING TRENDS IN A CRISIS ENVIRONMENT	16
A.Yu. ANDREYTSEV, I.V. SMYRNOV, A.V. CHORNYI, S.N. MINAKOV MODELING THE PROCESS OF SPHEROIDIZATION POWDER PARTICLES BY THE PLASMA-ARC METHOD	25
V.D. BORISENKO, S.A. USTENKO, I.B. USTENKO ARBELOS AND ASSOCIATED CIRCLES ...	33
A.A. BROVARETS, Y.V. CHOVDNYUK, V.T. KRAVCHYUK, E.A. IVANOV THE QUALITATIVE FRACTAL ANALYSIS OF LONG TERM TIME SERIES FOR AGRICULTURAL SOILS' ELECTRICAL CONDUCTIVITY PARAMETERS: METHODS OF NONLINEAR DYNAMICS, THEORY OF CHAOS, PHASE TRAJECTORIES	45
V.M. VERESHCHAHA, O.M. PAVLENKO THREE-DIMENSIONAL COMPOSITION MATRIXES AND THEIR APPLICATIONS FOR CREATION OF COMPOSITIONAL GEOMETRIC MODELS OF VOLUME OBJECTS OF ANY ARBITRARY FORM	55
S.I. HOMENYUK, S.M. GREBENYUK, N.I.-V. MANKO, O.G. SPYTSIA NUMERICAL MODELLING OF CONTACT INTERACTION STAMPS AND RUBBER-CORD STRIP	64
T.A. HRYHOROVA, V.P. LYASHENKO, O.O. MOSKALENKO RESEARCH OF MACHINE LEARNING METHODS FOR SEARCH INFORMATION.....	74
O. DEMYANCHENKO MATHEMATICAL MODEL OF THE TEMPERATURE FIELD OF A HOLLOW ROLL OF ROLLING MILL WITH DIFFERENT CONDITIONS HEAT EXCHANGE ON THE SURFACE ..	85
V.V. DUMANSKA, JU.V. DOTSENKO, N.V. SYDOROVA, L.M. MAKARENKO PAVEMENTS OF FPE WITH UNDERSIDE SURFACE OF PYRAMIDAL AND RIBBED ELEMENTS	94
Y. KONONENKO VIBRATIONS OF STRUCTURE ELEMENTS UNDER PERIODIC LOADS WITH FLUID-STRUCTURE INTERACTION EFFECTS	102
M.B. LITVINOVA, O.D. SHTANKO, S.O. KARPOVA, K.A. YANOVSKA THE MATHEMATICAL MODEL OF THE HEAT EXCHANGE PROCESS IN THERMOELECTRIC GENERATOR DESIGNED FOR RECOVERY OF ENERGY OF DOMESTIC HEATING OVEN	113
A.S. MAZMANISHVILI, N.V. MOSKALETS, A.A. SHCHERBAKOV TRANSFORMATION OF THE EMISSION OF RELATIVISTIC ELECTRONS AND METROLOGICAL CHARACTERISTICS OF THE PHOTON FLUX IN THE SYNCHROTRON RADIATION OUTLET OF "NESTOR" STORAGE RING NSC KIPT	120
O.M. MIKHAILUTSA, A.V. POZHUYEV, S.A. WOLIK ANALYSIS OF PROCEDURAL GENERATION METHODS FOR 3D GAME CONTENT	128
R.S. MUSII, U.V. ZHYDYK, N.B. MELNYK, V.K. SHYNDER, O.M. MYAUS, R.A. NAKONECHNYI DETERMINATION AND ANALYSIS OF THE TEMPERATURE FIELD IN INHOMOGENEOUS ANISOTROPIC COVER UNDER LOCAL HEATING	137
R.S. MUSII, N.B. MELNYK, A.J. NAKONECHNYI, L.V. GOSHKO, B.Y. BANDYRSKYI DETERMINATION AND ANALYSIS OF THE TEMPERATURE FIELD OF A CONTINUOUS ELECTRICALLY CONDUCTIVE BALL WITH SHORT-TERM INDUCTION HEATING	149

O.M. SIERIKOVA, O.O. STRELNIKOVA, V.I. GNITKO, A.M. TONKONozHENKO, L.A. PISNIA NEUTRALIZATION OF STATIC ELECTRICITY IN OIL STORAGE SYSTEMS THROUGH APPLICATION OF NANOCOMPOSITES WITH CARBON FIBER INCLUSIONS	159
O.V. TUMASHOVA SOME GOING IS NEAR RESEARCH OF DEFORMATION OF FLEXIBLE CYLINDRICAL SHELLS	169
L.A. FROLOVA, T.E. BUTYRINA, M.O. SAVCHENKO, M.K. SUKHYY DETERMINATION OF OPTIMAL PARAMETERS OF PHOTOCATALYTIC DESTRUCTION OF METHYLENE BLUE IN THE PRESENCE OF MAGNETITE	177
A.N. KHOMCHENKO, O.I. LYTVYNENKO, Yu.G. TENDITNYI, V.O. STARCHENKO, I.O. ASTIONENKO MODELLING OF COMPUTATIONAL 2D-TEMPLATES AND CUBATURES AS THE PROBLEMS OF SYSTEM ANALYSIS	187
O.V. CHOPOROVA, S.V. CHOPOROV, A.O. LISNIAK USING MACHINE LEARNING TO PREDICT THE STRESS-STRAIN STATE OF A CIRCULAR PLATE	196

УДК 656.61

A.D. ABRAMOV
Kherson National Technical University
G.S. ABRAMOV
Kherson State Maritime Academy

ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODELS OF MARITIME SHIPPING TRENDS IN A CRISIS ENVIRONMENT

The maritime shipping sector has a considerable influence in socioeconomic development and investment potential of governments. Graphs of maritime shipping growth trends show a considerable decline related to the global economic crisis of 2008-2009, and the picture after the ongoing COVID crisis shows very similar figures. This shows that although maritime shipping overall has a positive growth outlook, there is an uncertainty regarding the stability of economical growth and related consequences for the maritime shipping sector. This uncertainty first of all is due to geopolitical and economic risks from trade politics and structural shifts, such as economics rebalancing in China, the decline in growth of global production-supply chains, changes in the global energetic balance, and the ongoing crisis. Also contributing to this is the emergence of new tendencies, in particular the spread of digital technologies which may change the face of maritime shipping as well as the streams and patterns of maritime shipping. It is still unclear how these factors would develop and how they would support or restrict the growth in maritime shipping. Even so, the long-term outlook for global container shipping volumes remains positive. Still, it is evident that further monitoring and evaluation is required. In this case, a closer look at the maritime shipping dynamics across various cargo types allows for a clearer picture of how maritime shipping can continue to develop. To that end, based on statistics on various maritime cargo shipments, we have performed a regression-correlation analysis and received linear regression equations which describe shipping trends of chemical products, liquids, container shipments, and other cargo types. The regression analysis is based on statistics from 2000-2018, so the forecast for the following years is done with the assumption that the same conditions persist. Recent events (the COVID-19 pandemic and the global crisis it caused) are force-majeure conditions, which would ultimately disrupt the forecast. Forecasting in this regard can be resumed when factual values for the decline in 2020-2021 would be made known.

Keywords: maritime shipping, mathematical models, statistics, forecast.

О.Д. АБРАМОВ
Херсонський Національний Технічний Університет
Г.С. АБРАМОВ
Херсонська Державна Морська Академія

АНАЛІЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТРЕНДІВ МОРСЬКИХ ВАНТАЖОПЕРЕВЕЗЕНЬ У КРИЗОВИХ УМОВАХ

Сфера морських перевезень значно впливає на соціально-економічний розвиток і інвестиційний потенціал держав. На графіках трендів росту вантажоперевезень чітко помітний спад, пов'язаний зі світовою економічною кризою 2008-2009 року, і поточна криза у зв'язку з COVID має дуже схожі показники. Це говорить про те, що, хоча перспективи розвитку морських перевезень у цілому представляються позитивними, існує невизначеність відносно стійкості економічного пожвавлення й пов'язаних із цим наслідків для сектору морських перевезень. Така невизначеність значною мірою обумовлена комбінацією геополітичних і економічних ризиків, торговельною політикою й структурними зрушеннями, такими як перебалансування економіки Китаю, уповільнення росту глобальних виробничо-збутових ланцюжків, зміни у світовому енергетичному балансі і поточна криза. Цьому сприяє також поява нових тенденцій, зокрема поширення цифрових технологій, які можуть змінити вигляд світового судноплавства, потоки й схеми морських перевезень. Як і раніше, неясно, як ці фактори будуть розвиватися і у якому степені вони будуть підтримувати або стримувати процес пожвавлення росту морських перевезень. Очевидно, що вони потребують подальшого моніторингу й оцінки. Однак більш уважний аналіз динаміки морських перевезень по окремих видах вантажів дозволяє одержати більш чітку уяву про зміни в їхній інтенсивності. Для цього на основі статистики по вантажообігу окремих видів морських вантажів проведений регресійно-кореляційний аналіз і отримані рівняння лінійних регресій, що описують тренди зростання вантажообігу хімічних продуктів, наливних вантажів,

контейнерних перевезень і інших типів вантажів. Аналіз базується на статистиці 2000-2018 років, тому прогноз на наступні роки виконаний з припущенням збереження умов його реалізації. Події останнього часу (пандемія COVID-19 і обумовлена нею світова економічна криза) є форс-мажорними обставинами, що, природно, порушить прогноз. Прогноз у цьому випадку може бути відновлений, коли будуть відомі фактичні об'єми спаду в 2020-2021 роках.

Ключові слова: морські перевезення, математичне моделювання, статистика, прогнози.

А.Д. АБРАМОВ

Херсонский Национальный Технический Университет

Г.С. АБРАМОВ

Херсонская Государственная Морская Академия

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТРЕНДОВ МОРСКИХ ГРУЗОПЕРЕВОЗОК В КРИЗИСНЫХ УСЛОВИЯХ

Сфера морских перевозок значительно воздействует на социально-экономическое развитие и инвестиционный потенциал государств. На графиках трендов роста грузоперевозок отчетливо виден заметный спад, связанный с мировым экономическим кризисом 2008-2009 года, и текущий кризис в связи с COVID имеет очень похожие показатели. Это говорит о том, что, хотя перспективы развития морских перевозок в целом представляются позитивными, существует неопределенность в отношении устойчивости экономического оживления и связанных с этих последствий для сектора морских перевозок. Такая неопределенность в значительной мере обусловлена сочетанием геополитических и экономических рисков, проводимой торговой политикой и структурными сдвигами, такими как переконструкция экономики Китая, замедление роста глобальных производственно-сбытовых цепочек, изменения в мировом энергетическом балансе и текущий кризис. Этому способствует также появление новых тенденций, в частности, распространение цифровых технологий, которые могут изменить облик мирового судоходства, потоки и схемы морских перевозок. По-прежнему неясно, как эти факторы будут развиваться и в какой степени они будут поддерживать или сдерживать процесс оживления роста морских перевозок. Очевидно, что они потребуют дальнейшего мониторинга и оценки. Однако более пристальный анализ динамики морских перевозок по отдельным видам грузов позволяет получить более четкое представление об изменениях в их интенсивности. Для этого на основе статистики по грузообороту отдельных видов морских грузов проведен регрессионно-корреляционный анализ и получены уравнения линейных регрессий, описывающих тренды роста грузооборота химических продуктов, наливных грузов, контейнерных перевозок и других типов грузов. Анализ основан на статистике 2000-2018 годов, поэтому прогноз на последующие годы выполнен в предположении сохранения условий его реализации. События последнего времени (пандемия COVID-19 и обусловленный ею мировой экономический кризис) являются форс-мажорными обстоятельствами, что, естественно, нарушит прогноз. Прогноз в этом случае может быть возобновлен, когда будут известны фактические объемы спада в 2020-2021 годах.

Ключевые слова: морские перевозки, математическое моделирование, статистика, прогнозы.

Problem statement

With multiple factors heavily affecting the volatility of the global market, not least among them the COVID-19 pandemic, there is a great deal of uncertainty as to the impact said factors will have on maritime shipping, with over 80% of global transportation hinging on naval transport. To set appropriate expectations and enable future planning, analysis and forecasting must be performed to predict the situation that is developing.

Analysis of latest research and publications

Analyses by the UNCTAD (United Nations Conference on Trade and Development) show consistent growth of global maritime shipping, which will depend on further improvement of global economical conditions [1]. Also, graphs of maritime shipping growth trends show a considerable decline related to the global economic crisis of 2008-2009, and the picture after the ongoing COVID crisis shows very similar figures. This shows that although maritime shipping overall has a positive growth outlook, there is an uncertainty regarding the stability of economical growth and related consequences for the maritime shipping sector.

This uncertainty first of all is due to geopolitical and economic risks from trade politics and structural shifts, such as economics rebalancing in China, the decline in growth of global production-supply chains, changes in the global energetic balance, and the ongoing crisis. Also contributing to this is the emergence of new tendencies, in particular the spread of digital technologies which may change the face of maritime shipping as well as the streams and patterns of maritime shipping. It is still unclear how these factors would develop and how they would support or restrict the growth in maritime shipping. It is evident that further monitoring and evaluation is required. However, a closer look at the maritime shipping dynamics across various cargo types allows for a clearer picture of the scale of such growth.

The goal of this work

The goal is to analyze developments in maritime shipping and build mathematical models based on the statistical data in [1], [2], which would describe the growth of maritime shipping and provide forecasts (in bln ton-miles and percent) for throughput of each individual cargo type.

Main section

The maritime shipping sector has a considerable influence in socioeconomic development and investment potential of governments. Acting as a global resource distribution complex, international shipping connects manufacturing capacities to international consumer markets [4, 5]. Despite the COVID crisis, the global economy keeps striving to recover and gradually diversify shipping streams. The largest throughput in the Pacific is seen in the North American consumer markets, importing mainly high added-value good. Raw material exports into Asian countries also balances out the tonnage. Under the volatile demand conditions, cargo streams in other regions are expecting only minor growth after the recession. Even so, the long-term outlook for global container shipping volumes remains positive.

The global tendencies that continue to definite the dynamics in container shipping is the volatility in consumer demand and the excess supply of line shipping as a product. These tendencies are the result of the continued growth of the line shipping fleet. In just February of 2017, container line shipping was being handled by over 6.000 vessels with a capacity of 255.480.383 tons which translates into 20.650.250 TEU, including 5.108 specialised vessels reserved for ISO-containerised cargo.

The largest container ship at the time had been OOCL Hong Kong, its 21.000+ TEU capacity considered to be almost at the limit of what could be possible, as it approached the capacity of the Suez Canal. Despite the safety concerns about the continuing size race among container vessels, several even larger container ships have entered service since then, including HMM Algeciras, the current largest container ship with a capacity of 23.964 TEU. The aforementioned safety concerns were not unfounded, given the infamous Suez Canal incident with the vessel Ever Given at its 20.124 TEU.

UNCTAD's review points out that in 2017 growth rates in maritime shipping went up and reached 4%, which is the highest rate in the last five years [1]. Thanks to the revitalization of the global economy and expansion of international trade, the volume of global maritime shipping has reached an estimate 10.7 billion tons, wherein almost half of said growth is owed to dry bulks and container shipments. After low growth rates over the previous two years, the volume of container shipping has increased in 2017 by 6.4%. At the same time, dry bulk shipping has grown by 4% compared to the 1.7% in 2016. Raw oil shipping has grown by 2.4% compared to the 4% of 2016, whereas oil product and gas shipments have grown by a 3.9% [3].

Although many of these same trends have persisted over the years, the picture changed dramatically for the short term in 2020. With 2019 showing some of the lowest performance indicators since the 2008-2009 crisis already, the COVID pandemic in 2020 has severely impacted the global economy, and inevitably that impact was shared by the maritime shipping industry. Facing a decline of roughly 4% in volume, recent UNCTAD projections point to a recovery of 4.8% in the following year, although whether or not these figures would hold depends on a plethora of factors that can significantly impact the actual figure.

Further shaping the maritime shipping dynamics are the trade tensions between major global economies, with uncertainty in regard to policies, and overall trends towards trade protectionism not only in the US but also in Europe. Although several steps have been made in 2020 to remedy these tensions to a certain degree (trade talks between the US and China, as well as between the UK and the European Union), their effectiveness remains to be seen.

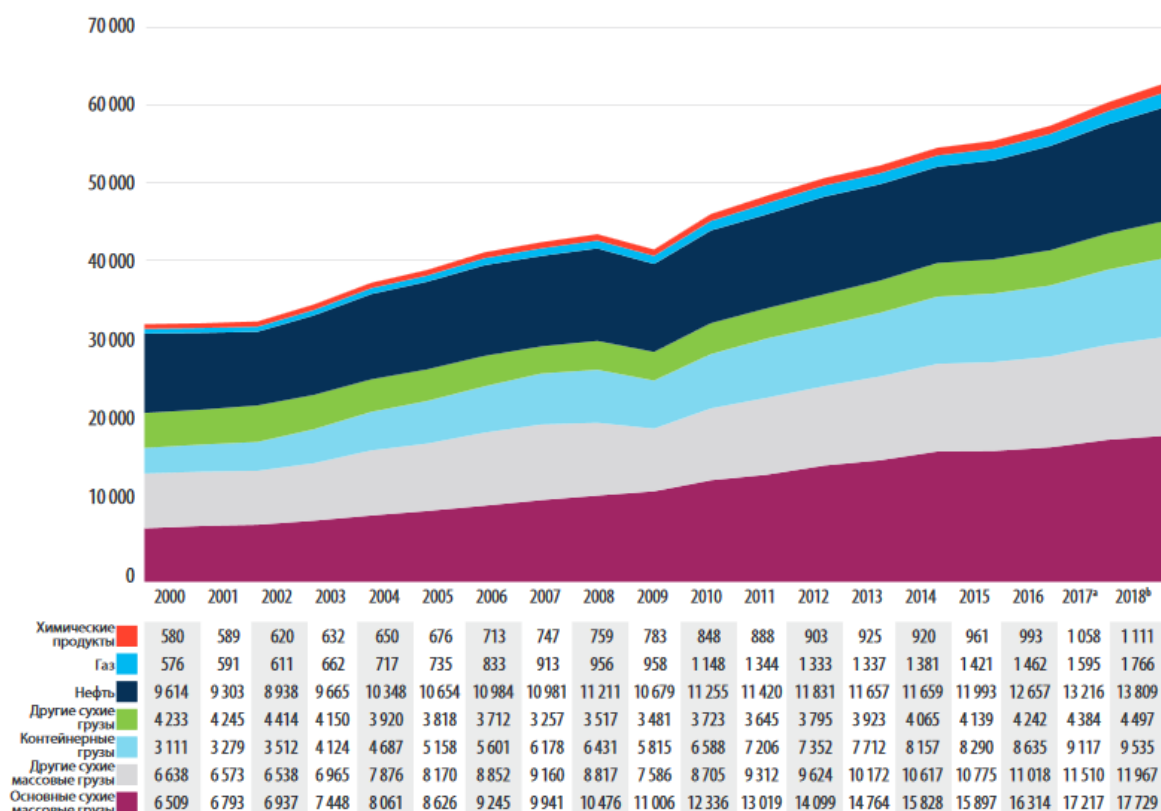


Fig. 1. Maritime shipping throughput divided by cargo types, 2000-2018 (bln ton-miles) [1]

Based on Clarksons Research statistics on various maritime cargo shipments in 2000-2018, we have performed a regression-correlation analysis and received linear regression equations which describe shipping trends of chemical products, liquids, container shipments, and other cargo types.

For chemical products:

$$Y_1 = (549.2 \pm 9.3) + (28.777 \pm 0.885)X; R^2 = 0.984; \sigma = 21.1. \quad (1)$$

For natural gas:

$$Y_2 = (477.8 \pm 29.8) + (65.851 \pm 2.825)X; R^2 = 0.970; \sigma = 67.4. \quad (2)$$

For oil:

$$Y_3 = (9207.7 \pm 180.5) + (215.95 \pm 17.13)X; R^2 = 0.903; \sigma = 408.9. \quad (3)$$

For container shipments:

$$Y_4 = (3177.1 \pm 119.0) + (351.59 \pm 11.29)X; R^2 = 0.983; \sigma = 269.6. \quad (4)$$

For mainline dry bulks:

$$Y_5 = (5591.8 \pm 194.3) + (678.37 \pm 18.44)X; R^2 = 0.988; \sigma = 440.4. \quad (5)$$

For other dry shipments:

$$Y_6 = (6374.0 \pm 222.1) + (291.05 \pm 21.08)X; R^2 = 0.918; \sigma = 503.4. \quad (6)$$

For the overall shipments:

$$Y_7 = (25377.7 \pm 500.3) + (1631.6 \pm 47.5)X; R^2 = 0.986; \sigma = 1133.8, \quad (7)$$

where R^2 is the determination coefficient,

σ – standard deviation (standard error),

X = current year - 2000.

Regression formulae display standard errors for coefficients.

Each model has a high rate of adequacy, as the determination coefficient is close to 1, and have a comparatively low standard error for the regression, which ensures an acceptable accuracy of the estimation.

The regression models received allow for an evaluation of the yearly growth in the throughput of corresponding cargo type (pessimistic and optimistic estimates):

for chemicals, 27.9 to 29.7 bln ton-miles;

for natural gas, 63 to 68.7 bln ton-miles;

for crude oil, 198.8 to 233.1 bln ton-miles;

for container shipments, 340.3 to 362.9 bln ton-miles;

for mainline dry bulks, 659.9 to 696.81 bln ton-miles;

for other dry shipments, 270 to 312.1 bln ton-miles;

for overall volume of shipments, 1584.1 to 1679.1 bln ton-miles.

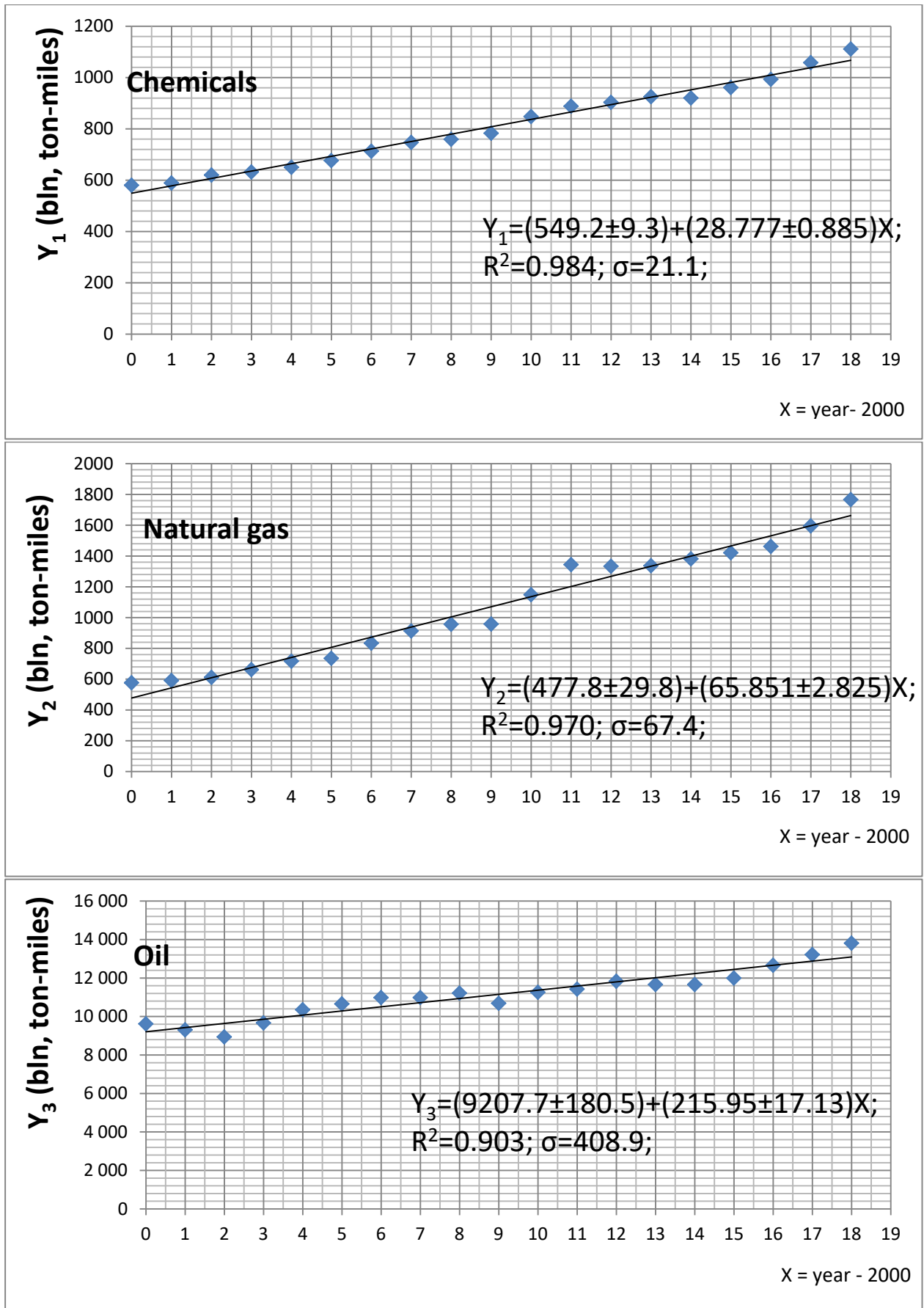


Fig. 2. Linear regressions of chemical, natural gas, and oil shipment growth, 2000-2018 (bln ton-miles)

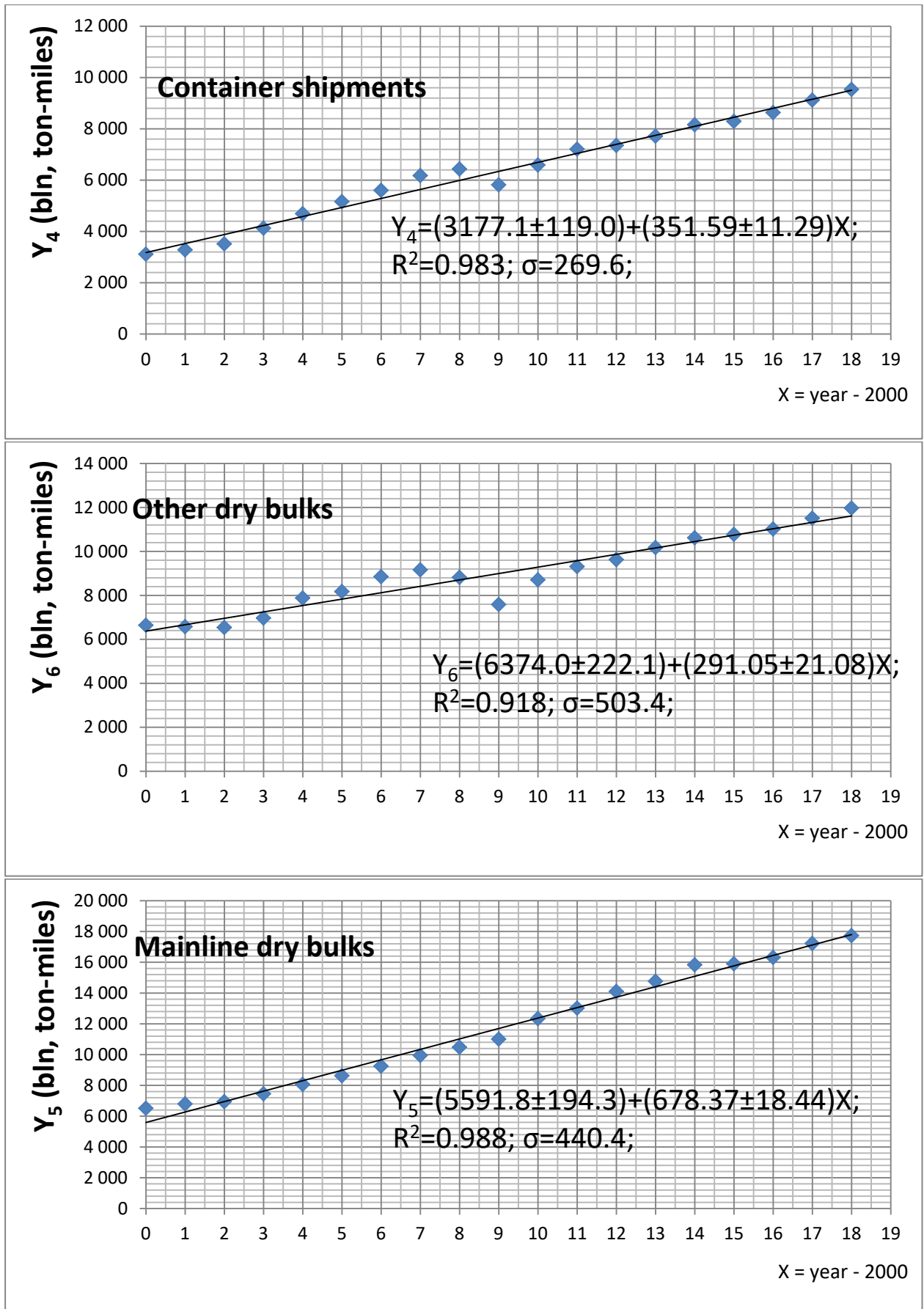


Fig.3. Linear regressions of container and dry bulk shipment growth, 2000-2018 (bln ton-miles)

Based on the models received we can also perform forecasting (extrapolation) for volumes of maritime shipments in the following years. The corresponding estimates show that for the period of 2019-2023, shipment volumes in the following cargo types would grow to the following rates:

- for chemicals, 2.4%-2.6%;
- for natural gas, 3.4%-3.8%;
- for crude oil, 1.5%-1.6%;
- for container shipments, 3.2%-3.6%;
- for mainline dry bulks, 3.3%-3.7%;
- for other dry shipments, 2.3%-2.4%;
- for overall volume of shipments, 2.7%-2.9%.

Conclusions

Based on the models above, throughout 2019-2023 the total average growth rates for global maritime shipping will be between 1.5% and 3.8%. The shipment volume is expected to rise across all sectors, with the biggest growths in container and dry bulk shipments. Shipments of liquids are also expected to grow, albeit slower than other market segments, which agrees with the tendencies seen earlier.

The above regression analysis is based on statistics from 2000-2018, so the forecast for the following years is done with the assumption that the same conditions persist. Recent events (the COVID-19 pandemic and the global crisis it caused) are force-majeure conditions, which would ultimately disrupt the forecast.

However, analysis of the events following the economic crisis of 2008-2009 shows that after a break in the curve (a more or less sharp decline) the growth in maritime shipment resumes at almost the same rate.

Thus, after an inevitable decline in maritime shipping in 2020-2021, there is hope for its continued growth at the rates previously seen. Forecasting in this regard can be resumed when factual values for the decline in 2020-2021 would be made known.

Список литературы

1. UNCTAD Review of Maritime Transport 2018 (UNCTAD/RMT/2018), United Nations Publications. URL: https://unctad.org/en/PublicationsLibrary/rmt2018_ru.pdf (access date – 28.10.2019).
2. Clarksons Research. London: Clarksons Research Services Ltd., 2017. URL: <https://www.crsi.com/> (access date – 28.10.2019).
3. Siba E. Sow M. Strengthening regional value chains: What's the role of the African Continental Free Trade Agreement? Africa in Focus. Washington: Brookings Institution, 2018. URL: <https://www.brookings.edu/blog/africa-in-focus/2018/03/21/strengthening-regional-value-chains-whats-the-role-of-the-african-continental-free-trade-agreement/> (access date – 28.10.2019).
4. Курганов В.М., Миротин Л.Б. Международные перевозки / под ред. Л.Б.Миротина. М.: Издательский центр «Академия», 2011. 304 с.
5. Тюленев К.Г. Управление контейнерными перевозками во внешнеэкономической деятельности. СПб.: ИПТ РАН, 2017. 112 с.

References

1. UNCTAD Review of Maritime Transport 2018 (UNCTAD/RMT/2018), United Nations Publications. URL: https://unctad.org/en/PublicationsLibrary/rmt2018_ru.pdf (access date – 28.10.2019).
2. Clarksons Research. London: Clarksons Research Services Ltd., 2017. URL: <https://www.crsi.com/> (access date – 28.10.2019).
3. Siba, E. & Sow, M. (2018). Strengthening regional value chains: What's the role of the African Continental Free Trade Agreement? Africa in Focus. Washington: Brookings Institution. URL: <https://www.brookings.edu/blog/africa-in-focus/2018/03/21/strengthening-regional-value-chains-whats-the-role-of-the-african-continental-free-trade-agreement/> (access date – 28.10.2019).
4. Kurganov, V.M. & Mirotin, L.B. (2011). Mezhdunarodnyie pervozki: uchebnik dlya stud. uchrezhdeniy vyssh. prof. obrazovaniya / pod red. L.B.Mirotina. M.: Izdatelskiy tsentr «Akademiya».
5. Tyulenev, K.G. (2017). Upravlenie konteynernymi pervozkami vo vneshneekonomicheskoy deyatelnosti. SPb.: IPT RAN.

Абрамов Алексей Дмитриевич – аспирант кафедры информационных технологий Херсонского Национального Технического Университета, eredale@gmail.com.

Абрамов Геннадий Серафимович – к. ф.-м. н., доцент кафедры судовождения Херсонской Государственной Морской Академии (0677891001, gennadabra@gmail.com, ORCID 0000-0003-0333-8819).

УДК 621.793

А.Ю. АНДРЕЙЦЕВ
 Державний університет інфраструктури та технологій
 І.В. СМІРНОВ, А.В. ЧОРНИЙ, С.М. МІНАКОВ
 Національний технічний університет України
 «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ СФЕРОЇДИЗАЦІЇ ЧАСТИНОК ПОРОШКУ ПЛАЗМОВО-ДУГОВИМ МЕТОДОМ

Багато сучасних технологічних процесів вимагають використання металевих, керамічних та метало-керамічних порошків, частинки яких мають ідеальну сферичну форму. Отже, виникає задача ефективної сфероїдизації порошків, що використовуються. Найбільш ефективним способом сфероїдизації є обробка порошку в потоці низькотемпературної плазми.

Для отримання частинок ідеальної сферичної форми необхідно, щоб до кінця дистанції частинка мала мінімальну швидкість і температуру, щоб уникнути деформації під час удару об поверхню для збору порошку. Крім того, в процесі польоту частинка повинна повністю розплавитись, але не досягати температури випаровування, а потім затвердіти.

Задача моделювання процесу сфероїдизації частинок порошку плазмово-дуговим методом зводиться до визначення швидкості і температури частинки в потоці низькотемпературної плазми з урахуванням зміни її агрегатного стану.

Визначення швидкості частинки проведено з урахуванням того, що єдиною силою, що діє на неї, є сила аеродинамічного опору. Швидкість плазмового потоку апроксимуємо експоненціальною функцією. В результаті, отримуємо неявний розв'язок диференціального рівняння для визначення швидкості частинки вздовж дистанції.

Для дослідження температурного режиму розглядаємо п'ять ділянок дистанції.

На першій з них (розігрів частинки до температури плавлення) використовуємо для визначення температури рівняння теплового балансу.

Друга ділянка – процес плавлення частинки. Тут ми визначаємо час плавлення частинки, виходячи з рівняння теплового балансу, за умови відсутності теплового потоку на межі фазового переходу.

Третя ділянка – політ частинки в розплавленому стані. Для моделювання процесу розв'язуємо крайову задачу для одновимірного рівняння теплопровідності для сферичного тіла, апроксимуючи температуру плазми кубічними сплайнами.

Для четвертої ділянки (затвердіння частки) використана та ж модель, що і для другого. А на п'ятому (охолодження частки) - такий самий підхід, що й на третьому.

На завершення наведені результати для частинок титану діаметром 10 мкм.

Ключові слова: сфероїдизація, плазмово-дуговий метод, плазмовий потік, тепловий баланс, рівняння теплопровідності.

А.Ю. АНДРЕЙЦЕВ
 Государственный университет инфраструктуры и технологий
 И.В. СМІРНОВ, А.В. ЧОРНИЙ, С.Н. МІНАКОВ
 Национальный технический университет Украины
 «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского»

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СФЕРОИДИЗАЦИИ ЧАСТИЦ ПОРОШКА ПЛАЗМЕННО-ДУГОВИМ МЕТОДОМ

Многие современные технологические процессы требуют использования металлических, керамических и метало-керамических порошков, частицы которых имеют идеальную сферическую форму. Следовательно, возникает задача эффективной сфероидизации используемых порошков. Наиболее эффективным способом сфероидизации является обработка порошка в потоке низькотемпературной плазмы.

Для получения частиц идеальной сферической формы необходимо, чтобы к концу дистанции частица имела минимальную скорость и температуру, чтобы избежать деформации при ударе о поверхность для сбора порошка. Кроме того, в процессе полёта частица должна полностью расплавиться, но не достигать температуры испарения, а потом затвердеть.

Задача моделирования процесса сфероидизации частиц порошка плазменно-дуговым методом сводится к определению скорости и температуры частицы в потоке низкотемпературной плазмы с учетом изменения её агрегатного состояния.

Определение скорости частицы проведено с учётом того, что единственной силой, действующей на неё, является сила аэродинамического сопротивления. Скорость плазменного потока аппроксимируем экспоненциальной функцией. В результате получаем неявное решение дифференциального уравнения для определения скорости частицы вдоль дистанции.

Для исследования температурного режима рассматриваем пять участков дистанции.

На первом из них (разогрев частицы до температуры плавления) используем для определения температуры уравнение теплового баланса.

Второй участок – процесс плавления частицы. Здесь мы определяем время плавления частицы, исходя из уравнения теплового баланса, при условии отсутствия теплового потока на границе фазового перехода.

Третий участок – полёт частицы в расплавленном состоянии. Для моделирования процесса решаем краевую задачу для одномерного уравнения теплопроводности для сферического тела, аппроксимируя температуру плазмы кубическими сплайнами.

Для четвертого участка (затвердение частицы) использована та же модель, что и для второго. А на пятом (остывание частицы) – тот же подход, что и на третьем.

В завершении приведены результаты для частиц титана диаметром 10 мкм.

Ключевые слова: сфероидизация, плазменно-дуговой метод, плазменный поток, тепловой баланс, уравнение теплопроводности.

A.Yu. ANDREYTSEV

State University of Infrastructure and Technologies

I.V. SMYRNOV, A.V. CHORNYI, S.N. MINAKOV

National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”

MODELING THE PROCESS OF SPHEROIDIZATION POWDER PARTICLES BY THE PLASMA-ARC METHOD

Many modern technological processes require the use of metallic, ceramic and metal-ceramic powders, the particles of which have an ideal spherical shape. Consequently, the task arises of effective spheroidization of the powders used. The most effective way of spheroidization is powder treatment in a low-temperature plasma flow.

In order to obtain perfect spherical particles, it is necessary that by the end of the distance the particle has minimal velocity and temperature in order to avoid deformation upon impact with the surface to collect the powder. In addition, during the flight, the particle must completely melt, but not reach the evaporation temperature, and then solidify.

The problem of modeling the process of spheroidization of powder particles using the plasma-arc method is reduced to determination of the particle velocity and temperature in the low-temperature plasma flow considering changes in its aggregate state.

Determination of the particle velocity is carried out considering the fact that the only force acting on it is the force of aerodynamic resistance. The plasma flow velocity is approximated by an exponential function. As a result, we obtain an implicit solution of the differential equation for determining the velocity of the particle along the distance.

To investigate the temperature mode, we consider five sections of the distance.

On the first of them (heating the particle to the melting temperature), we use the heat balance equation to determine the temperature.

The second section is the process of particle melting. Here we determine the melting time of the particle, based on the heat balance equation, provided there is no heat flow at the phase transition boundary.

The third section is the flight of the particle in the molten state. To model the process, we solve the boundary problem for the one-dimensional heat equation for spherical solid by approximating the plasma temperature with cubic splines.

For the fourth section (solidification of the particle) the same model as for the second one is used. And for the fifth (cooling of the particle), the same approach as for the third.

Finally, the results for titanium particles with a diameter of 10 μm are presented.

Keywords: spheroidization, plasma-arc method, plasma flow, heat balance, heat equation.

Постановка проблеми

Бурхливий розвиток адитивних технологій став стимулом отримання металевих, керамічних або металокерамічних порошків сферичної форми певного гранулометричного складу (10–40 мкм). При цьому на поверхні частинок порошку не повинно бути шорсткостей та нерівностей, бо це ускладнює поширене нанесення порошкового матеріалу під час 3D друку.

Порошки отримують різними способами, які, як правило, не забезпечують зазначених характеристик вихідних частинок, в цьому випадку додатково призначають технологічну операцію зі сфероїдизації.

Найбільш ефективним способом сфероїдизації є обробка порошку в потоці низькотемпературної плазми. Для генерації низькотемпературної плазми використовують різні види електричних розрядів – дуговий (ЕД), високочастотний (ВЧ), надвисокочастотний (НВЧ), а також комбіновані розряди. Потужність сучасних ЕД плазмотронів досягає 3 МВт, тепловий ККД 70–85%, ресурс роботи до 10^3 год. Використання V-подібних ЕД плазмотронів з вольфрамовими електродами в середовищі інертного газу аргону забезпечує відсутність домішок матеріалу електродів в потоці плазми та, як наслідок, отримання високочистих порошків.

Останнім часом для сфероїдизації порошків зростає інтерес до плазмових технологій із застосуванням ВЧ та НВЧ плазмотронів, головним чином завдяки унікальним особливостям: відсутність електродів (витратних матеріалів); робоче середовище з високою чистотою (відсутність ерозії електродів); осьове нагнітання вихідної сировини в зону з найвищою температурою плазми; досить тривалий час перебування частинок порошку в потоці гарячого газу (до 500 мс, в залежності від конструкції реактора) за рахунок великого об'єму плазми; розряд може відбуватись у різних типах атмосфер (інертній, відновлювальній або окислювальній).

Процес формування сферичних частинок можна описати так. Потрапляючи в потік плазми, частинки, які у вихідному стані мали неправильну форму, під час руху в високотемпературному швидкісному газовому потоці розігріваються до температури плавлення і під дією сил поверхневого натягу перетворюються в частинки, які під час охолодження у вільному падінні формуються в сферичні гранули.

Висока температура плазми, яка може досягати 10000°C , дозволяє розплавляти та випаровувати будь-які метали. Контролюючи такі параметри, як швидкість подачі, траєкторію руху порошку, витрати плазмоутворюючого газу, потужність плазмового потоку, можна досягти отримання частинок порошку заданого складу зі сферичною формою.

Для детального аналізу динаміки нагріву частинок порошку, які пролітають крізь плазмовий потік, необхідна розробка математичних моделей визначення швидкості та температурного поля частинки під час сфероїдизації.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Процеси плазмового отримання сферичних порошків, як і газотермічного напилення покриттів з порошків досліджували, як правило, одні і ті ж науковці. Провідні позиції в даній галузі займають американські та канадійські вчені: E. Pfender, C. Bemdt, J. Mostaghimi, M.I. Boulos та інші [1-4].

В огляді [1] підкреслюються можливості канадської компанії «Текна», яка є світовим лідером у виробництві високоякісних сферичних порошків для індустрії адитивного виробництва. Досягнення у моделюванні процесу газотермічного напилення розглянуті в [2]. В [3] досліджено температуру, швидкість та розмір частинок в середині плазмового потоку на заданій відстані. Для розподілу частинок була використана стохастична дискретна модель.

В [5] було розвинуто модель для визначення швидкості частинки в процесі плазмового напилення. [6] присвячена розрахунку термодинамічних характеристик частинки з урахуванням зміни її фізико-хімічних характеристик і відповідних характеристик плазми. Визначенню температури частинок з урахуванням зміни агрегатного стану присвячено [7]. В [8] зроблено уточнення моделі визначення температури за допомогою апроксимації температури плазми кубічними сплайнами.

Мета дослідження

Метою даної роботи є побудова багатокрокової математичної моделі визначення швидкості та температури частинки з урахуванням вимог до її сфероїдизації плазмовим методом.

В процесі польоту частинка повинна розплавитись, але не перегрітись, затвердіти та досягнути поверхні ємкості для збору порошку, маючи невисоку температуру та швидкість.

Таким чином, спочатку необхідно визначити швидкість частинки, а потім розглянути зміну її температури в процесі польоту з урахуванням зміни її агрегатного стану.

Викладення основного матеріалу дослідження

Процес сфероїдизації порошку титану фракцією 10-20 мкм здійснювали за допомогою ламінарного дугового плазмотрона з додатковим обдуванням плазмового струменя концентричним потоком захисного газу. Потужність плазмотрона складала 5 кВт, продуктивність 1кг порошку за годину із загальною витратою плазмоутворюючого, транспортуючого і захисного газу (аргону) 10л/хв.

На першому етапі розглянемо динаміку руху частинки порошку у плазмовому потоці. На початку дистанції вважаємо, що швидкість частинки дорівнює нулю. Швидкість плазмового потоку до 1000 м/с. В процесі польоту швидкість частинки спочатку зростає, досягає швидкості плазмового потоку, а потім зменшується. Задача полягає в тому, щоб при досягненні поверхні поглинання частинка мала якнайменшу швидкість.

В процесі польоту на частинку діє декілька сил: сила термофорезу, каріолісова сила та інші. В [5] показано, що найбільший вплив на частинку здійснює сила аеродинамічного опору. Виходячи з цього, швидкість частинки вздовж дистанції польоту z може бути визначена з рівняння:

$$m_p W_p \frac{dW_p}{dz} = 0,5 C_D S_p \rho_g (W_g - W_p) |W_g - W_p|, \quad (1)$$

де m_p і W_p — відповідно маса і швидкість частинки, C_D — коефіцієнт аеродинамічного опору; S_p — площа середнього перерізу частинки, ρ_g і W_g — відповідно густина і швидкість газу.

В [5] також показано, що швидкість плазмового потоку досить точно апроксимується експоненціальною функцією.

Оскільки в процесі польоту суттєво змінюються фізико-хімічні характеристики плазми в околі частинки, дистанцію було розбито на ділянки, на кожній з яких ці характеристики вважались сталими.

З урахуванням цього було отримано розв'язки (1) на кожній з ділянок в неявному вигляді. Для частинки титану діаметром 10 мкм маємо, що на дистанції 50 см швидкість її буде меншою за 2 м/с, що є прийнятним при розв'язанні поставленої задачі.

Другим етапом побудови математичної моделі процесу сфероїдизації частинок плазмово-дуговим методом є дослідження температурного режиму. Необхідно, щоб у процесі польоту частинка розплавилась, не досягаючи температури випаровування, потім повністю затверділа і досягла поверхні ємкості для збору порошку, маючи досить невисоку температуру. Таким чином, дана задача включає в себе п'ять етапів: нагрів частинки до температури плавлення, процес її плавлення, політ частинки в розплавленому стані, затвердіння та охолодження частинки до моменту досягнення основи поглинання.

На першому етапі ми можемо скористатись моделлю, запропонованою в [6]. Але, оскільки діаметр частинки, а відповідно її маса, майже в сто разів менша від розглянутих у вказаній роботі, то час розігріву до температури плавлення менший за 10^{-5} с. Крім того, частинки порошку мають форму відмінну від сферичної, що суттєво впливає на адекватність даної моделі.

В цьому випадку більш доцільним є визначення температури із рівняння теплового балансу:

$$m_p C_p \frac{dT_p}{dt} = S_p \alpha (T_g - T_p), \quad (2)$$

де T_p — температура частинки; T_g — температура навколишнього середовища; C_p — питома теплоємність; α — коефіцієнт тепловіддачі від газу до частинки.

Оскільки, розв'язуючи задачу (1), ми отримуємо залежність швидкості частинки від пройденого шляху, а в рівняння (2) входить похідна від температури за часом, необхідно провести узгодження швидкості частинки та плазмового потоку від часу перебування в ньому частинки. На думку багатьох авторів, саме час перебування частинки в плазмовому потоці є лімітуючим фактором процесу сфероїдизації.

При розв'язанні (1) дистанція польоту частинки розбивалась на ділянки. Час проходження кожної з ділянок знаходимо за формулою:

$$t_j = \int_{z_{j-1}}^{z_j} \frac{dz}{W_p(z)}, \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad z_0 = 0.$$

Підстановка отриманих значень в (2) дає можливість обчислити температуру частинки в залежності від часу її перебування у плазмовому потоці. Обчислення закінчуються при досягненні поверхнею частинки температури плавлення.

Далі вважаємо, що на цей момент частинка вже має сферичну форму (час сфероїдизації не перевищує 10^{-6} с). Оскільки теплопровідність металів досить висока, а діаметр частинок малий, то різниця температур на поверхні та в центрі частинки не перевищує 10^0 С, і можна вважати, що потік тепла через границю зміни агрегатних станів відсутній. В цьому випадку час плавлення частинки обчислюється за формулою:

$$\tau_{nl} = \frac{R_k \rho_p \sigma}{3\alpha(T_g - T_{nl})}, \quad (3)$$

де ρ_p — густина частинки, σ — теплота плавлення; T_{nl} — температура плавлення частинки. R_k — радіус твердого ядра.

На етапі польоту частинки в розплавленому стані ми визначаємо її температуру як розв'язок крайової задачі для одновимірного рівняння теплопровідності:

$$\frac{\partial T(r,t)}{\partial t} - a^2 \left(\frac{\partial^2 T(r,t)}{\partial r^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right) = 0, \quad 0 \leq r \leq R,$$

$$\lambda \frac{\partial T(R,t)}{\partial r} = \alpha (T_g(t) - T(R,t)),$$

$$T(0,t) < +\infty,$$

$$T(r,t_0) = T_0 = const,$$
(4)

де $a^2 = \frac{\lambda_p}{c_p \rho_p}$; λ_p – коефіцієнт теплопровідності частинки; R – її радіус, α – коефіцієнт теплообміну між частинкою порошку та газом, $T_g(t)$ – температура плазмового струменя; t_0 – час польоту частинки до моменту повного розплавлення.

Даний підхід виправданий, оскільки частинка має сферичну форму, і температура в кожній її точці залежить лише від відстані її до центру. Розв’язок даної задачі за допомогою апроксимації температури плазмового потоку в околі частинки кубічними сплайнами на кожній з розглянутих ділянок шляху наведено в [8].

На етапі затвердіння частинки обчислюємо час повного затвердіння за формулою (3).

На останньому етапі знаходимо температуру частинки як розв’язок задачі (4), де t_0 – час польоту частинки до моменту повного її затвердіння.

Нами встановлено, що для частинок титану діаметром 10 мкм, швидкість частинки при досягненні поверхні для збору порошку дорівнює приблизно 2-5 м/с, а температура – 500-600⁰С. При цьому максимальна температура частинки в процесі польоту не перевищує 2800⁰С, що нижче за температуру випаровування.

В результаті обробки порошку титану, який був отриманий в процесі гідрування-дегідрування, в потоці термічної плазми аргону, що генерується електродуговим плазмотроном, отримані сферичні порошки титану фракцією 10-20 мкм та менше 10 мкм, ступінь сфероїдизації яких досягає 95%, при цьому середній коефіцієнт округлості частинок складає 1,01 (рис.1).

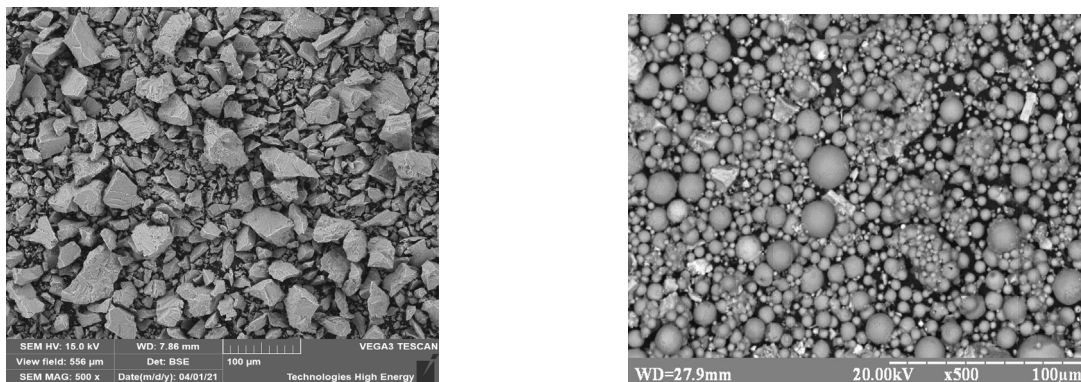


Рис.1. Мікрофотографії порошку титану до і після сфероїдизації

Висновки

Побудована комплексна математична модель визначення швидкості та температури частинки в процесі польоту під час її сфероїдизації плазмово-дуговим методом. Зазначимо, що сила тяжіння не впливає на адекватність моделі, оскільки за час польоту відхилення частинки від осі потоку під її дією становить не більше 0,5 мм. Однак, що стосується задачі (1), то область її застосування обмежена і при діаметрі частинок менше 6 мкм рівень адекватності даної моделі суттєво зменшується, що

пов'язано із збільшенням дії на частинку інших сил, особливо сили термофорезу. Це вимагає подальших досліджень, які планується провести для аналізу динаміки нагріву частинок порошку при сфероїдизації за допомогою плазмових технологій з застосуванням ВЧ та НВЧ плазмотронів, переваги яких зазначені на початку статті.

Список використаної літератури

1. Vert R., Pontone R., Dolbec R., Dionne L., Boulos M.I. Induction plasma technology applied to powder manufacturing: Example of titanium-based materials. *Key Engineering Materials*. 2016. Vol. 704. P. 282–286.
2. Pfender E. Advances in Modeling of the Thermal Spray Process. *Journal of Thermal Spray Technology*. 1997. Vol. 6(2). P. 126–128.
3. Remesh K., Yu S.C.M., Ng H.W., Berndt C.C. Computational Study and Experimental Comparison of the In-Flight Particle Behavior for an External Injection Plasma Spray Process. *Journal of Thermal Spray Technology*. 2003. Vol. 12(4). P. 508–522.
4. Boulos M. Plasma power can make better powders. *Metal Powder Report*. 2004. Vol. 59. iss. 5. P. 16–21.
5. Андрейцев А.Ю., Смирнов И.В., Чорний А.В. Анализ динамики руху дрібнодисперсних частинок при плазмовому напилюванні. *Збірник наукових праць ДЕТУТ*. 2009. №11. С 100–103.
6. Смирнов И.В., Андрейцев А.Ю., Черный А.В. Аналитическое определение скорости и температуры частиц оксидной керамики в процессе плазменного напыления. *Вестник ХНТУ*. 2009. №2(35). С. 403–410.
7. Андрейцев А.Ю., Смирнов И.В., Чорний А.В. Нагрів та плавлення частинок порошку в плазмовому струмені. *Математичне та комп'ютерне моделювання Серія: Технічні науки*. зб. наук. праць Кам'янець-Подільський національний університет, Інститут кібернетики ім. В.М.Глушкова, 2011. Вип.5. С. 3–10.
8. Андрейцев А.Ю., Крюков Н.Н., Смирнов И.В., Защепкина Н.Н. Численно-аналитическое определение температуры частицы при плазменном напылении (уточненная модель). *Вестник ХНТУ*. 2015. №3(54). С.326–331.

References

1. Vert, R., Pontone, R., Dolbec, R., Dionne, L., & Boulos, M.I. (2016). Induction plasma technology applied to powder manufacturing: Example of titanium-based materials. *Key Engineering Materials*. **704**, 282–286.
2. Pfender, E. (1997). Advances in Modeling of the Thermal Spray Process. *Journal of Thermal Spray Technology*. **6**(2), 126–128.
3. Remesh, K., Yu, S.C.M., Ng, H.W. & Berndt, C.C. (2003). Computational Study and Experimental Comparison of the In-Flight Particle Behavior for an External Injection Plasma Spray Process. *Journal of Thermal Spray Technology*. **12**(4), 508–522.
4. Boulos, M. (2004). Plasma power can make better powders. *Metal Powder Report*. **59**, 5, 16–21.
5. Andreytsev, A.Yu., Smyrnov, I.V., & Chornyj, A.V. (2009). Analiz dynamiky rukhu dribnodispersnykh chastynok pry plazmovomu napyliuvanni. *Zbirnyk naukovykh prats DETUT*. **11**, 100–103.
6. Smirnov, I.V., Andreytsev, A.Yu., & Chornyj, A.V. (2009). Analiticheskoe opredelenie skorosti i temperatury chastic oksidnoj keramiki v processe plazmennogo napyleniya. *Vestnik HNTU*. **2**(35), 403–410.

7. Andreytsev, A.Yu., Smyrnov, I.V., & Chorni, A.V. (2011). Nahriv ta plavlennia chastynok poroshku v plazmovomu strumeni. *Matematychni ta kompiuterne modeliuvannia Seriya: Tekhnichni nauky/ zb. nauk. prats Kamianets-Podilskyi natsionalnyi universytet, Instytut kibernetiky im. V.M.Hlushkova*. **5**, 3–10.
8. Andreytsev, A.Yu., Kryukov, N.N., Smirnov, I.V., & Zashchepkina, N.N. (2015). Chislenno-analiticheskoe opredelenie temperatury chasticy pri plazmennom napylenii (utochnennaya model'). *Vestnik HNTU*. **3(54)**, 326–331.

АНДРЕЙЦЕВ Андрій Юрійович – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри вищої та прикладної математики Державного університету інфраструктури та технологій, e-mail: andr7765@i.ua. ORCID: 0000-0003-3969-185X.

СМИРНОВ Ігор Володимирович – д.т.н., професор, завідувач кафедри смарт технологій з'єднань та інженерії поверхні КПП ім. Ігоря Сікорського, e-mail: smirnovkpi@gmail.com. ORCID: 0000-0002-1818-7403.

ЧОРНИЙ Андрій Вячеславович – к.т.н, доцент, доцент кафедри смарт технологій з'єднань та інженерії поверхні КПП ім. Ігоря Сікорського, e-mail: Black803@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7424-0264.

МИНАКОВ Сергій Миколайович – к.т.н, доцент, доцент кафедри смарт технологій з'єднань та інженерії поверхні КПП ім. Ігоря Сікорського, e-mail: minakovsergey61@gmail.com. ORCID: 0000-0001-8607-4120

УДК 514.18

В.Д. БОРИСЕНКО

Миколаївський національний університет імені В.О. Сухомлинського

С.А. УСТЕНКО

Державний університет "Одеська політехніка"

І.В. УСТЕНКО

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

АРБЕЛОС І ПОВ'ЯЗАНІ З НИМ КОЛА

Геометрія як наука зародилася в стародавній Греції, її аксіоматичні побудови описані в "Началах" Евкліда. Евклідова геометрія займалася вивченням найпростіших фігур на площині та в просторі. Грецькомовні математики, які жили в період між VI століттям до н.е. і V століттям н.е., поставили та розв'язали багато цікавих геометричних задач. Більшість цих задач розв'язувалася графічним шляхом, що вимагало виконання великої кількості різноманітних складних побудов. На той час вважалося, що "істинно геометричними" є ті задачі, які розв'язувалися тільки за допомогою таких "наукових інструментів" як циркуль та лінійка. Особливу увагу древньогрецькі математики приділяли одному із найважливіших геометричних образів – колу, яке навіть у ті часи знаходило широке практичне застосування. Суттєвий внесок у дослідження кола зробив Архімед Сіракузький, який вперше ввів поняття арбелос. Під арбелосом він розумів плоску геометричну фігуру, утворену деяким півколом, з якого вирізані два менших півкола з діаметрами, що лежать на діаметрі вихідного кола і розбивають його на дві частини. Таким чином, утворювався криволінійний трикутник, обмежений трьома півколами.

У пропонованій роботі розглядається питання розв'язання відомих старовинних геометричних задач із застосуванням сучасних методів інженерної графіки, аналітичної геометрії та числових методів, без проведення додаткових побудов, які використовуються при графічному розв'язанні розглянутих задач. При числовій реалізації поставлена задача зводилася до розв'язання нелінійного рівняння з однією змінною. Нелінійні рівняння пов'язані із знаходженням радіусів вписаних або описаних кіл та координат їх центрів. У роботі, зокрема, побудовані коло, вписане в арбелос, спарені кола Архімеда, відомі як кола-близнюки, ланцюг Паппи Олександрійського. Спираючись на дослідження сучасних математиків, присвячених арбелосу, розв'язані задачі побудови кіл Банкова (Bankoff), Шоха (Schoch), Ву (Woo).

Ключові слова: арбелос, старовинні задачі, коло, кола-близнюки, кола Банкова, Шоха, Ву, числові методи, комп'ютерна реалізація.

В.Д. БОРИСЕНКО

Николаевский национальный университет имени В.А. Сухомлинского

С.А. УСТЕНКО

Государственный университет "Одесская политехника"

И.В. УСТЕНКО

Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова

АРБЕЛОС И СВЯЗАННЫЕ С НИМ ОКРУЖНОСТИ

Геометрия как наука зародилась в Древней Греции, ее аксиоматические построения описаны в "Началах" Евклида. Евклидова геометрия занималась изучением простейших фигур на плоскости и в пространстве. Грекоязычные математики, которые жили в период между VI веком до н.э. и V веком н.э., поставили и решили много интересных геометрических задач. Большинство этих задач решалось

графическим путем, что требовало выполнения большого количества разнообразных сложных построений. В то время считалось, что "истинно геометрическими" являлись те задачи, которые решались только с помощью таких "научных инструментов" как циркуль и линейка. Особое внимание древнегреческие математики уделяли одному из важнейших геометрических образов – окружности, которая даже в те времена находила широкое практическое применение. Существенный вклад в исследование окружности сделал Архимед Сиракузский, который впервые ввел понятие арбелос. Под арбелосом он понимал плоскую геометрическую фигуру, образованную некоторой полуокружностью, из которой вырезались две меньших полуокружности с диаметрами, лежащими на диаметре исходной полуокружности и разбивающие его на две части. Таким образом, образовывался криволинейный треугольник, ограниченный тремя полуокружностями.

В предлагаемой работе рассматриваются решения известных старинных геометрических задач с применением современных методов инженерной графики, аналитической геометрии и численных методов, без проведения дополнительных построений, которые используются при графическом решении рассматриваемых задач. При численной реализации поставленная задача сводилась к решению нелинейного уравнения с одним неизвестным. Нелинейные уравнения связаны с нахождением радиусов вписанных или описанных окружностей и координат их центров. В работе, в частности, построены окружности, вписанные в арбелос, спаренные окружности Архимеда, известные как окружности-близнецы, цепь Паппы Александрийского. Опираясь на исследования современных математиков, посвященные арбелосу, решены задачи построения окружностей Банкова (Bankoff), Шоха (Schoch), Ву (Woo).

Ключевые слова: арбелос, старинные задачи, окружность, окружности-близнецы, окружности Банкова, Шоха, Ву, численные методы, компьютерная реализация.

V.D. BORISENKO

V.O. Sukhomlinsky Mykolayiv National University

S.A. USTENKO

Odessa National Technical University

I.B. USTENKO

Admiral Makarov National University of Shipbuilding

ARBELOS AND ASSOCIATED CIRCLES

Geometry as a science originated in Ancient Greece, its axiomatic constructions are described in the "Elements" of Euclid. Euclidean geometry studied the simplest figures on the plane and in space. Greek-speaking mathematicians who lived between the 6th century BC and 5th century AD, posed and solved many interesting geometric problems. Most of these tasks were solved graphically, which required the execution of a large number of various complex constructions. At that time it was believed that "truly geometric" are those tasks that were solved only with the help of such "scientific instruments" as a compass and a ruler. Ancient Greek mathematicians paid special attention to one of the most important geometric figures – circles, which even in those days were widely used in practice. Archimedes of Syracuse, who first introduced the concept of arbelos, made a significant contribution to the study of the circle. By arbelos, he understood a flat geometric figure formed by a certain semicircle, from which two smaller semicircles with diameters lying on the diameter of the

original semicircle were cut out and divided into two parts. Thus, a curvilinear triangle was formed, bounded by three semicircles.

This work considers the issue of solving well-known ancient geometric problems using modern methods of engineering graphics, analytical geometry and numerical methods, without additional constructions, which are used in the graphical solution of the problems under consideration. When implemented numerically, the problem was reduced to solving a nonlinear equation with one unknown. Nonlinear equations are associated with finding the radii of inscribed or circumscribed circles and the coordinates of their centers. In the work, in particular, circles inscribed in arbelos, paired circles of Archimedes, known as twin circles, the Pappa chain of Alexandria are constructed. Based on the research of modern mathematicians on arbelos, the problems of constructing the circles of Bankoff, Shoch, Woo were solved.

Key words: arbelos, old problems, circle, twin circles, Bankoff, Shoch, Woo circles, numerical methods, computer implementation.

Постановка проблеми

Старовинні математики поставили та розв'язали багато цікавих геометричних задач. Більшість цих задач розв'язувалася графічним шляхом, що вимагало виконання великої кількості різноманітних складних побудов. На той час вважалося, що "істинно геометричними" є ті задачі, які розв'язувалися тільки за допомогою таких "наукових інструментів" як циркуль та лінійка. Дивує те, як за допомогою примітивних креслярських інструментів ці математики виконували складні геометричні побудови з високою точністю. Серед цих математиків почесне місце займає Архімед Сіракузький, який приділив значну увагу дослідженню кола та арбелоса – криволінійного трикутника, обмеженого трьома півколами. Подальші дослідження арбелоса призвели до появи багатьох цікавих геометричних задач, які також розв'язувалися ручним графічним способом. Зрозуміло, що ці задачі мали чисто теоретичний інтерес. У світі викладеного цілком слушним є розв'язання старовинних задач із застосуванням сучасних знань математики, зокрема, числових методів та комп'ютерної техніки, яка не тільки суттєво прискорює виконання розрахунків з високою точністю, але й дозволяє бачити результати розв'язків на дисплеї.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Архімед приділив багато уваги арбелосу в книзі "Леми". До наших часів ця книга дійшла у перекладі, виконаним арабським ученим Сабітом ібн Куррой. Під арбелосом Архімед розумів плоску геометричну фігуру, утворену великим півколом, з якого вирізані два менших півкола, діаметри яких лежать на діаметрі великого півкола та розбивають цей діаметр на дві частини. Існує й інше визначення арбелоса. Якщо три точки A , B і C знаходяться на одній прямій, тоді три півкола з діаметрами AB , BC і AC , розташовані по один бік від цієї прямої, обмежують арбелос. Арбелос – це грецьке слово, яке перекладається як шевський ніж. Лезо шевського ножа схоже на арбелос (рис. 1).

Арбелос і пов'язані з ним різноманітні задачі цікавлять і сучасних дослідників, які знаходять нові кола, асоційовані з арбелосом. У всесвітній мережі Інтернет можна знайти розв'язки різноманітних старовинних задач, які у більшості випадків виконувалися графічним способом [1]. У джерелі [2] пропонуються декілька теорем, які визначають певні особливості, пов'язані з арбелосом, проте ці теореми стосуються графічного способу побудови арбелосу. У роботі [3] доводиться, що в арбелосі можна побудувати кола-близнюки. Кола Банкова і Ву розглядаються в роботі [4]. Автори цієї публікації знаходять подальші шляхи можливої їх побудови. Цікавою є робота [5], в

якій запропоновано швидкий метод побудові кіл в арбелосі завдяки застосуванню інверсії. Але реалізація методу також базується на ручних графічних побудовах.



Рис. 1. Шевський ніж

Мета дослідження

Метою роботи є розв'язання відомих старовинних геометричних задач із застосуванням сучасних методів інженерної графіки, аналітичної геометрії, числових методів, комп'ютерної графіки, без проведення додаткових побудов, які використовуються при графічному розв'язанні розглянутих задач.

Викладення основного матеріалу дослідження

Викладення основного матеріалу дослідження виконаємо шляхом розв'язання п'яти задач: побудови кола, вписаного в арбелос, кола Банкова, спарених кіл Архімеда, кіл Шоха і Ву, ланцюга Паппи Олександрійського.

1. Побудова кола, вписаного в арбелос

Розв'яжемо задачу, пов'язану з вписуванням кола в арбелос. На рис. 2, запозиченому із джерела [1], показано один із способів побудови кола, вписаного в арбелос, сформований півколом з центром у точці O та двома півколами з центрами у точках D і E . Вписаним колом є коло з центром в точці N . З розгляду цього рисунка видно, що вписане коло торкається двох заданих півкіл. Точка торкання вписаного кола з півколом з центром в точці O не позначена, але її наявність очевидна. Точки P і Q є точками перетину кола з центром в точці N з двома заданими півколами. Знаходження положення точки H не викликає сумнівів, а радіус кола дорівнює віддаленню точки H від прямої AB .

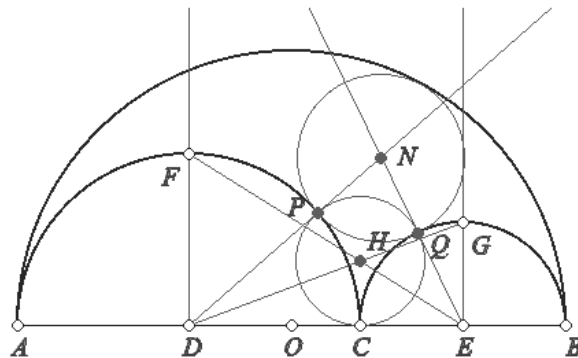


Рис. 2. Графічний спосіб вписування кола в арбелос

Розглянемо дугу PQ вписаного в арбелос кола як дугу зовнішнього спряження двох півкіл з центрами в точках D і E . З інженерної графіки відомо, що центр дуги спряження знаходиться в точці перетину двох кіл, радіуси яких дорівнюють сумі радіусів заданих півкіл та радіуса дуги спряження. Тобто, вони дорівнюють $R_1 + R$ і $R_2 + R$, де R_1 – радіус півкола з центром в точці D ; R_2 – радіус півкола з центром в точці E ; R – радіус дуги спряження.

На перший погляд, координати центра дуги спряження можна знайти розв'язанням двох рівнянь другого степеня, якими описуються два допоміжних кола. Але цю задачу краще розв'язувати іншим способом, який не передбачає застосування двох квадратичних рівнянь. Розглянемо цей спосіб, базуючись на ідеях джерела [6].

На рис. 3 показані два перетинних, довільно розташованих кола. Треба знайти координати точок O_3 і O_4 їх перетину.

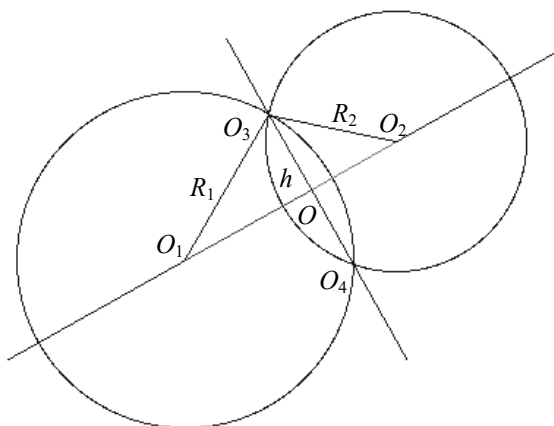


Рис. 3. Визначення точок перетину двох кіл

Позначимо відрізок O_1O літерою a , відрізок OO_2 – літерою b . Літерою h позначимо відстань від точки O_3 перетину розглядуваних кіл до прямої O_1O_2 . Розглядаючи два прямокутних трикутника O_1OO_3 і O_2OO_3 , можна записати два наступних рівняння:

$$a^2 + h^2 = R_1^2 \text{ і } b^2 + h^2 = R_2^2.$$

Приймаючи $d = a + b$, після перетворень отримуємо вираз для розрахунку a

$$a = \frac{R_1^2 - R_2^2 + d^2}{2d}.$$

Маючи a , визначасмо h

$$h^2 = R_1^2 - a^2.$$

Розраховуємо координати точки O за наступними виразами:

$$x_o = x_{o_1} + a(x_{o_2} - x_{o_1})/d; \quad y_o = y_{o_1} + a(y_{o_2} - y_{o_1})/d.$$

І, нарешті, визначаємо координати точок O_3 і O_4 перетину двох кіл:

$$x_{o_3} = x_o - h(y_{o_2} - y_{o_1})/d; \quad y_{o_3} = y_o + h(x_{o_2} - x_{o_1})/d; \quad (1)$$

$$x_{o_4} = x_o + h(y_{o_2} - y_{o_1})/d; \quad y_{o_4} = y_o - h(x_{o_2} - x_{o_1})/d. \quad (2)$$

Таким чином, знайдені вирази для розрахунку координат точок перетину двох довільно розташованих кіл без сумісного розв'язання рівнянь другого степеня. Надалі

під R_1 і R_2 будемо мати на увазі суми радіусів кіл, що спрягаються, з дугою радіуса R дуги для зовнішнього спряження. Для внутрішнього спряження радіус R віднімається.

При вписуванні кола в арбелос радіус R є невідомим. Його величину знаходимо числовим методом шляхом зведення до нуля кореня нелінійного рівняння:

$$f = R_0 - R - \sqrt{x_i^2 + y_i^2}, \quad (3)$$

де x_i, y_i – поточні координати центра кола, вписаного в арбелос.

Для розв’язання цього рівняння застосовано високоефективний алгоритм, запропонований в роботі [7], який сполучає безвідмовність бісекції з асимптотичною швидкістю методу січних.

Результат розв’язання задачі у графічному вигляді показаний на рис. 4.

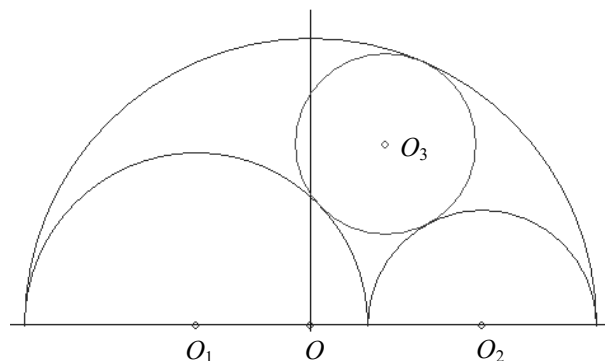


Рис. 4. Коло, вписане в арбелос

У якості вихідних даних застосовувалися наступні: $R_0 = 100$ (радіус півкола з центром в точці O), $R_1 = 60$ (радіус півкола з центром в точці O_1), $R_2 = 40$ (радіус півкола з центром в точці O_2). За цих даних радіус вписаного кола становив $R_3 = 31,57894$. Задача розв’язувалася із застосуванням виразів (1). Похибка, пов’язана з числовим розв’язанням нелінійного рівняння, не перевищувала $4,841731E-06$.

Зрозуміло, що вписування кола в арбелос графічним способом з вказаною точністю неможливо. Крім того, треба додати, що при вписуванні в арбелос кола ніякі аналітичні залежності, пов’язані з визначенням координат центра цього кола та його радіуса, не застосовувалися. Усього було використано шість ітерацій.

2. Коло Банкова

Арбелос, який вперше досліджувався Архімедом, і до сих пір цікавить науковців. Дослідження з цього питання можна знайти, наприклад, в роботах [2–4]. Нас цікавитиме робота [3], автором якої є Банков (Bankoff). Банков у 1974 році знайшов ще одне коло, яке на його честь назване колом Банкова. Це коло можна побудувати в арбелосі, в який вписано коло Архімеда. Між двома заданими півколами та вписаним колом утворюється трикутник з трьома криволінійними сторонами (рис. 5).

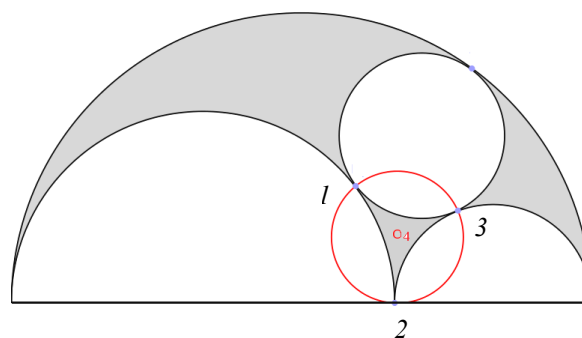


Рис. 5. Коло Банкова

Після побудови в арбелосі вписаного кола Архімеда маємо результат, показаний на рис. 4. На цьому рисунку бачимо точки торкання вписаного кола з двома заданими півколами, але їх координати невідомі.

Визначимо координати цих точок. Для точки I маємо координати центра O_1 і центра O_3 , вписаного в арбелос кола, що надає можливість знайти кут φ нахилу прямої, яка з'єднує вказані центри кіл. Відомо, що ця пряма пройде через точку торкання півкола і кола. Тоді координати точки I визначаються за виразами:

$$x_1 = x_{O_1} + R_1 \cos \varphi; \quad y_1 = R_1 \sin \varphi.$$

Подібним же чином можна знайти координати точки 3 :

$$x_3 = x_{O_2} - R_2 \cos \psi; \quad y_3 = R_2 \sin \psi.$$

Точки, через які має пройти коло Банкова, показані на рис. 6.

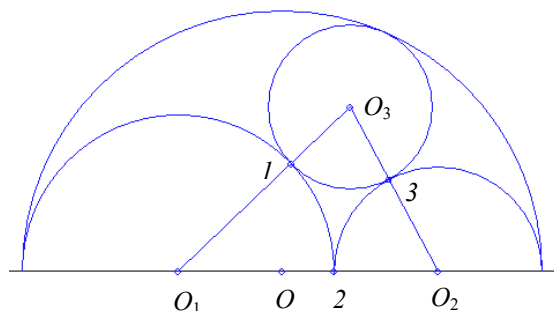


Рис. 6. Точки для побудови кола Банкова

Отже, для побудови кола Банкова маємо три точки. Це дві точки торкання кола Архімеда з відповідними півколами, які мають координати (x_1, y_1) і (x_3, y_3) . Третя точка – це точка (x_2, y_2) торкання півкіл на горизонтальній лінії. Для визначення тангенсів кутів нахилу і вільних членів рівнянь прямих ліній, проведених через точки з координатами (x_1, y_1) і (x_2, y_2) та (x_2, y_2) і (x_3, y_3) , необхідно розв'язати наступну систему рівнянь:

$$y_1 = a_1 x_1 + b_1; \quad y_2 = a_1 x_2 + b_1.$$

У результаті розв'язання цієї системи рівнянь матимемо a_1 і b_1 :

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}; \quad b_1 = \frac{y_2 x_1 - y_1 x_2}{x_1 - x_2}. \quad (4)$$

Аналогічно для другої прямої можна отримати:

$$y_2 = a_2 x_2 + b_2; \quad y_3 = a_2 x_3 + b_2; \\ a_2 = \frac{y_2 - y_3}{x_2 - x_3}; \quad b_2 = \frac{y_2 x_3 - y_3 x_2}{x_2 - x_3}. \quad (5)$$

Система рівнянь прямих, які проходять через середини відрізків ліній, що з'єднують точки з вище вказаними координатами, може бути записана наступним чином:

$$y = -\frac{1}{a_1} x + b_3; \quad y = -\frac{1}{a_2} x + b_4,$$

де

$$b_3 = \frac{y_2 + y_1}{2} + \frac{x_2 + x_1}{2a_1}; \quad b_4 = \frac{y_3 + y_2}{2} + \frac{x_3 + x_2}{2a_2}.$$

Перетин цих двох ліній визначає точку, яка є центром вписаного кола:

$$x = \frac{(b_4 - b_3)a_1 a_2}{a_1 - a_2}; \quad y = \frac{b_3 a_1 - b_4 a_2}{a_1 - a_2}.$$

Радіус кола визначається виразом

$$R = \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2}.$$

На рис. 7. показано коло Банкова, побудоване за вихідними даними, наведеними вище.

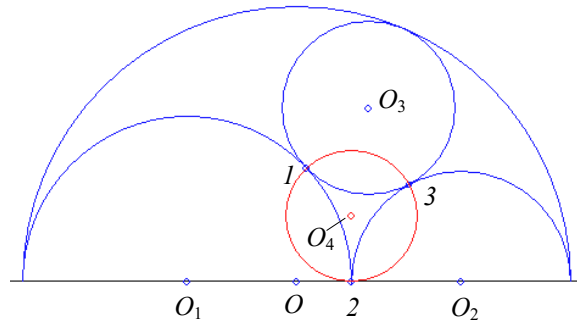


Рис. 7. Результат побудови кола Банкова

Як видно з розгляду цього рисунка, коло Банкова чітко проходить через точки 1 – 3. Можна також відзначити, що коло Банкова побудоване без застосування числових методів, але це було зроблено за наявності кола Архімеда.

3. Спарені кола Архімеда

Під спареними колами розуміються два спеціальних кола, пов'язаних з арбелосом. Ці кола вперше з'явилися в книзі "Лем". Архімедом було доведено (п'яте твердження), що ці два кола є конгруентними. Дуже часто їх називають колами-близнюками.

Якщо арбелос розділений на дві менші області відрізком прямої, проведеної через точку *C* перпендикулярно до лінії *ACB*, тоді кожне з двох спарених кіл Архімеда α і β будуть лежати в межах однієї з цих двох областей, дотичної до її двох напівкруглих сторін і до сегмента розщеплення *CD* (рис. 8).

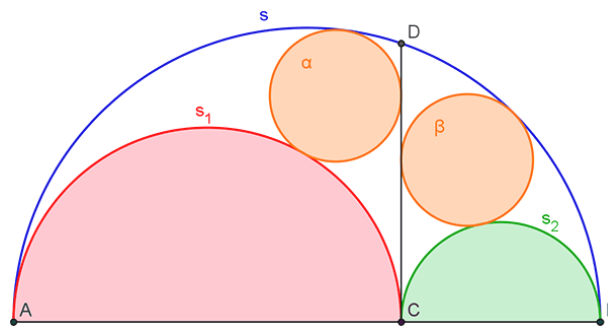


Рис. 8. Кола-близнюки

У твердженні 5 говориться, що площі цих кіл будуть однаковими незалежно від розташування точки *C*, у зв'язку з чим вони називаються колами-близнюками Архімеда.

Побудуємо спарені кола Архімеда, застосовуючи числовий метод визначення центрів кіл та їх радіус.

Коло α будемо розглядати як коло, яке дозволяє здійснити плавний перехід від дуги *s* до дуги *s*₁. З точки зору інженерної графіки це є випадок змішаного спряження.

Для дуги s спряження буде внутрішнім, тому допоміжну дугу будемо проводити радіусом $R_0 - R$, де R – радіус дуги спряження, який визначається числовим методом шляхом зведення до нуля рівняння

$$f = x_i + R - x_C,$$

де x_i – поточна абсциса центра кола; x_C – абсциса розташування прямої CD , яка розділяє арбелос на дві частини.

Спряження кола-близнюка α з дугою s_1 є зовнішнім, тому допоміжна дуга проводиться радіусом $R_1 + R$.

Для визначення координат поточного центра кола-близнюка застосовуються вирази (2).

На рис. 9 показано коло-близнюк, розташоване зліва по відношенню до прямої CD . Результат отримано за три ітерації. Радіус отриманого кола дорівнює 24 з нульовою похибкою, що пояснюється простотою нелінійної функції та цілим значенням абсциси центра кола O_4 .

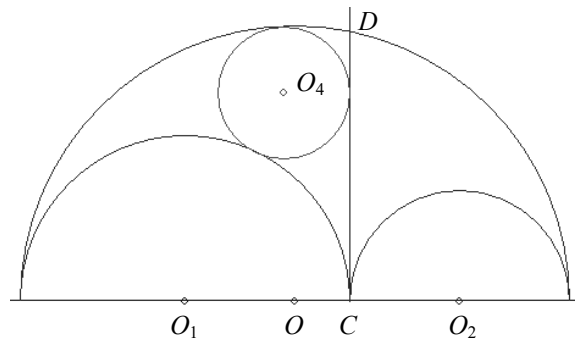


Рис. 9. Лівостороннє коло-близнюк

Аналогічним чином будується правостороннє коло-близнюк, але для визначення координат поточного центра застосовуються вирази (1). Остаточний результат наведено на рис. 10.

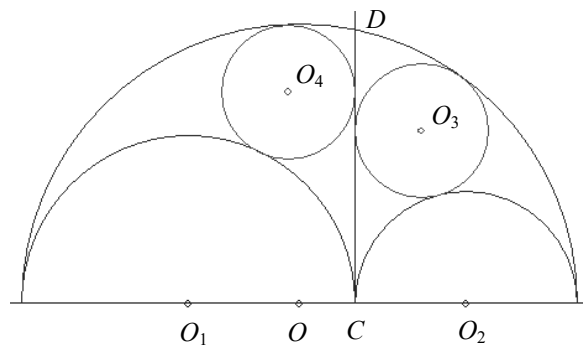


Рис. 10. Спарені коло-близнюки

Отримане правостороннє коло також має радіус, який дорівнює 24. Це підтверджує справедливості п'ятого твердження Архімеда.

4. Коло Шоха

У 1979 році Томас Шох (Schoch) відкрив дюжину нових кіл Архімеда (рис. 11). Розглянемо побудову одного з кіл Шоха. Для цього з крайньої лівої точки A півкіл, як із центра, проводимо дугу кола C_1 радіусом $2R_1$, а з правої крайньої точки C – дугу C_2 радіусом $2R_2$. Між дугами C_1 , C_2 і C_3 утворюється арбелос, в який треба вписати коло.

Координати центра і радіус вписаного кола визначаємо числовим методом так, як це було зроблено вище. При цьому застосовується нелінійне рівняння (3).

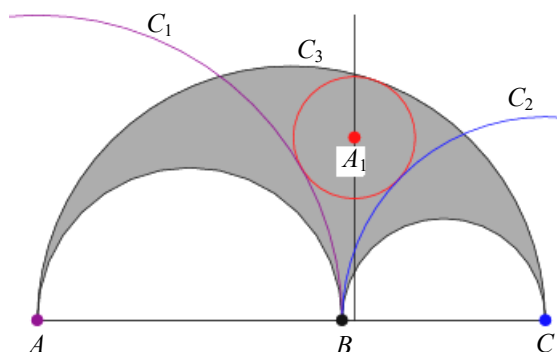


Рис. 11. До побудови кола Шоха

Результат побудови кола Шоха наведено на рис. 12. Це коло відповідає подвійним колам Архімеда, що робить його колом Архімеда; це одне з кіл Шоха. Лінія Шоха перпендикулярна прямій AC і проходить через точку A_1 . Це також місце розташування центрів нескінченної кількості кіл Архімеда.

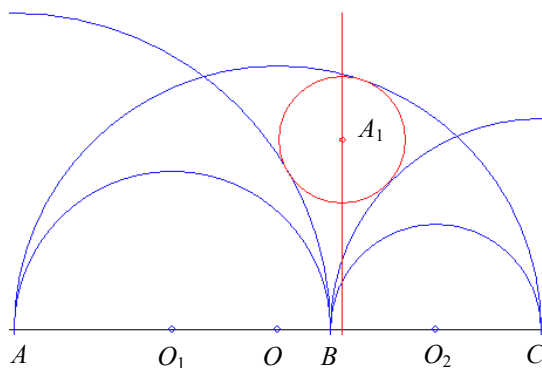


Рис. 12. Коло Шоха

Розглядаючи рис. 12, можна зробити висновок, що побудоване коло Шоха є дотичним до трьох дуг C_1 , C_2 і C_3 . Результат отримано за шість ітерацій. Радіус кола Шоха дорівнює 24, тобто він такий, як і у кіл-близнят. Похибка розрахунків становить $8,372188E-06$.

У 1998 році Пітер Ву (Peter Woo) з університету Біола опублікував висновки Шоха на своєму веб-сайті. Узагальнюючи два кола Шоха, Ву в 1999 році виявив нескінченне сімейство архімедівських кіл, названих колами Ву. Ці кола мають центри, розташовані на лінії Шоха. Їх побудова виконується за умов, що радіуси R_1 і R_2 півкіл з центрами в точках O_1 і O_2 множаться на деякий коефіцієнт m . Цими радіусами проводяться дуги кіл з виконанням умови, що вони торкаються на прямій AC . Далі в ці дуги вписуються кола таким чином, як це зроблено вище з побудовою кола Шоха.

На рис. 13 показані коло Шоха і приклад одного з кіл Ву, яке було розраховано з коефіцієнтом m , рівним 1,5. З розгляду рисунка видно, що центр A_2 кола Ву знаходиться на лінії Шоха A_1B .

5. Ланцюг Паппи Олександрійського

У восьмому твердженні "Лем" Архімед згадує ланцюг кіл, які формально ввів Паппа Олександрійський (рис. 14).

Побудуємо ланцюг Паппи Олександрійського, скориставшись числовими методами.

Першим будується коло з центром в точці F . Координати центра і радіус цього кола відомі. Далі у циклі з передумовою будуються подальші кола. Кількість цих кіл апіорі невідома, оскільки розрахунки в циклі продовжуються до тих пір, поки радіус чергового кола не стане менше $0,75$. До речі, збільшенням вказаного параметра можна зменшити кількість побудованих кіл, а зменшенням – навпаки, збільшити кількість кіл Паппи Олександрійського. Програма побудови кіл Паппи Олександрійського налаштована таким чином, що розраховуються координати центрів кіл та їх радіуси, розташованих вище осі абсцис. Кола, розташовані нижче цієї осі, будуються за розрахованими параметрами, тільки з від'ємними значеннями ординат центрів кіл.

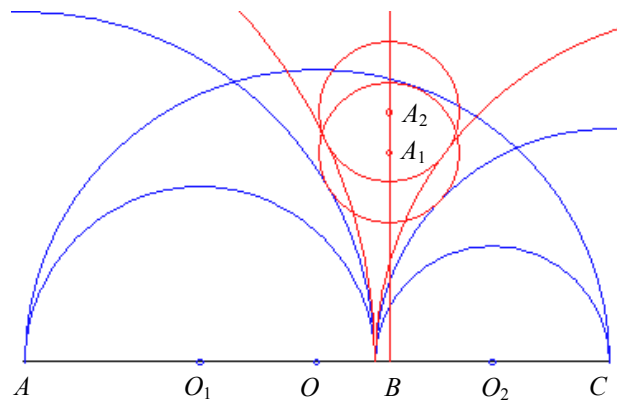


Рис. 13. Коло V_u

Побудовані ланцюги кіл Паппи Олександрійського показані на рис. 15.

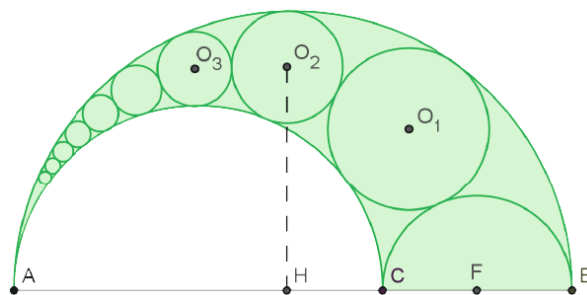


Рис. 14. Приклад кіл Паппи Олександрійського

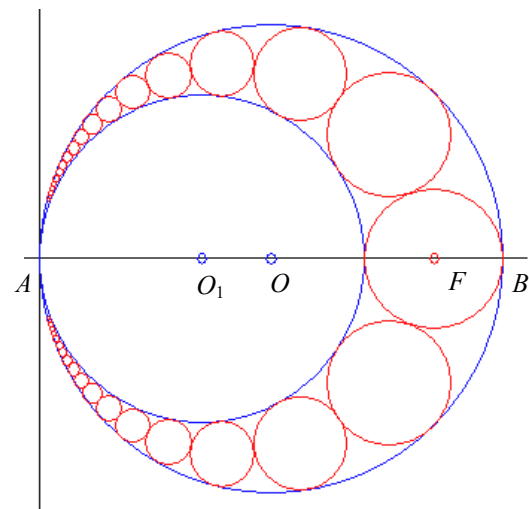


Рис. 15. Ланцюг кіл Паппи Олександрійського

Кола будуються наступним чином. Кожне наступне коло розглядається як коло дуги спряження попередньо побудованого кола ланцюга з колом з центром в точці O_1 . Маємо приклад зовнішнього спряження. Оскільки радіус дуги спряження невідомий, то формується нелінійне рівняння виду (3), яке зводиться до нуля підпрограмою *zeroin* [7]. Тобто, параметри кола ланцюга розраховуються таким чином, щоб поточне коло торкалося кола з центром в точці O (найбільше коло на рис. 15).

Висновки

1. Застосуванням методів геометричного креслення, аналітичної та обчислювальної геометрії, числових методів розв'язані задачі, пов'язані з вписуванням кіл в арбелос, для чого був розроблений комп'ютерний код в середовищі програмування

Fortran PowerStation. Розв'язання старовинних геометричних задач відбувалося з візуалізацією отриманих результатів на дисплеї комп'ютера.

2. У роботі практично доведена можливість числового розв'язання задач Архімеда, побудови кіл Банкова, Шоха, Ву, ланцюга Паппи Олександрійського без застосування трудомістких графічних побудов і складних математичних викладок, головною задачею було доцільне формування нелінійного рівняння та області пошуку розв'язків задач.

Список використаних джерел

1. http://www.ddekov.eu/geometric_constructions_ru/htm/Ad02.htm
2. Brian M. The Geometry of The Arbelos. *Carleton University*. April, 1998. 6 p.
3. Bankoff L. Are the Twin Circles of Archimedes Really Twins? *Mathematics Magazine*. 47.1974. С. 214–218.
4. Okumura H., Watanabe M. The Twin Circles of Archimedes in a Skewed Arbelos. *Forum Geometricorum*. 2004. Volume 4. P. 229–251.
5. Жижилкин И.Д. Инверсия. Москва: Изд-во МЦНМО, 2009. 72 с.
6. <http://paulbourke.net/geometry/circlesphere/>
7. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. Москва. Мир. 1980. 280 с.

References

1. http://www.ddekov.eu/geometric_constructions_ru/htm/Ad02.htm
2. Brian, M. (1998). The Geometry of The Arbelos. *Carleton University*. April.
3. Bankoff, L. (1974). Are the Twin Circles of Archimedes Really Twins? *Mathematics Magazine*. 47, 214–218.
4. Okumura, H., & Watanabe, M. (2004). The Twin Circles of Archimedes in a Skewed Arbelos. *Forum Geometricorum*. 4, 229–251.
5. Zhizhilkin, I.D. (2009). Inversiya. Moskva: Izd-vo MTSNMO.
6. <http://paulbourke.net/geometry/circlesphere/>
7. Forsayt, Dzh., Malkolm, M., & Mouler, K. (1980). Mashinnyie metodyi matematicheskikh vyichisleniy. Moskva. Mir.

Борисенко Валерій Дмитрович – д. т. н., професор, професор кафедри інформаційних технологій Миколаївського національного університету імені В. О. Сухомлинського, e-mail: borisenko.valery@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0857-0708

Устенко Сергій Анатолійович – д. т. н., доцент, професор кафедри проектного навчання в інформаційних технологіях Державного університету "Одеська політехніка", e-mail: ustenko.s.a@gmail.com, ORCID: 0000-0003-4968-1233.

Устенко Ірина Валеріївна – к. т. н., доцент, доцент кафедри програмного забезпечення автоматизованих систем Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова, e-mail: ustenko.irina@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1541-2414.

UDK 519.246.8

A.A. BROVARETS
Kyiv Cooperative Institute of Business and Law, Kyiv
Y.V. CHOVNYYUK
National University of Environmental and Life Sciences of Ukraine, Kyiv
V.T. KRAVCHYUK
Kyiv National University of Construction and Architecture, Kyiv
E.A. IVANOV
National Aviation University, Kyiv

THE QUALITATIVE FRACTAL ANALYSIS OF LONG TERM TIME SERIES FOR AGRICULTURAL SOILS' ELECTRICAL CONDUCTIVITY PARAMETERS: METHODS OF NONLINEAR DYNAMICS, THEORY OF CHAOS, PHASE TRAJECTORIES

The procedure of the qualitative fractal analysis of long term time series for agricultural soils' electrical conductivity parameters, for which the hypothesis of trend existence isn't confirmed, with application of the methods of nonlinear dynamics, theory of chaos and phase trajectories, is presented. The real time series characterizing mentioned above electrical conductivity parameters of Ukrainian soils are considered. The basis for similar researches is Takens's theorem. The randomness of the studied dynamical system given by time realizations is established by means of Lyapunov's indicator. The state stability is estimated by Hausdorff's fractal dimension and the fractality index. Visual evaluation of the time series was carried out by means of the phase trajectory restoration procedure. As a result of the analysis of phase points in the phase space the split attractor is indicated, which gives the chance to speak about its bifurcation.

Application of the nonlinear dynamical system theory methods to the time series analysis is based on the hypothesis that the available series describes the behavior of the studied system, and it's the only available information about this system. According to the well-known Takens's theorem [1] a single time series suffices for an adequate description of a dynamical system as a whole.

The analysis of time series by the methods of nonlinear dynamical system theory is becoming widely applied. In terminology of this theory the process described by time series contains the deterministic chaos, or, in other words, is chaotic. From the linear analysis method point of view they are stochastic processes.

The nonlinear analysis demonstrates that neither can these processes be considered as deterministic ones, nor are they absolutely random. In other words, only short-term forecasting of the system condition is possible with certain accuracy.

Keywords: qualitative fractal analysis, long term, time series, agricultural soils, electrical conductivity, parameters, methods of nonlinear dynamics, theory of chaos, phase trajectories, Lyapunov's indicator, fractal dimension, fractality index, phase space, attractor, bifurcation of an attractor.

O.O. БРОВАРЕЦЬ
Київський кооперативний інститут бізнесу і права, Київ
Ю.В. ЧОВНЮК
Національний університет біоресурсів і природокористування України, Київ
В.Т. КРАВЧУК
Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ
Є.О. ІВАНОВ
Національний авіаційний університет, Київ

ЯКІСНИЙ ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ДОВГОТРИВАЛИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОСТІ ҐРУНТІВ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКОГО ПРИЗНАЧЕННЯ: МЕТОДИ НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ, ТЕОРІЇ ХАОСУ, ФАЗОВИХ ТРАЄКТОРІЙ

Запропоновано процедуру якісного фрактального аналізу довготривалих часових рядів параметрів електропровідності ґрунтів сільськогосподарського призначення, для яких не підтверджується гіпотеза про наявність тренда, із застосуванням методу нелінійної динаміки, теорії хаосу та фазових

траєкторій. Розглянуті реальні часові ряди, що характеризують згадані параметри електропровідності українських ґрунтів (сільськогосподарського призначення). Обґрунтуванням для подібних досліджень є теорія Такенса. Хаотичність досліджуваної динаміки системи, що задана часовими реалізаціями, встановлена за допомогою показника Ляпунова. Оцінка стійкості стану оцінювалась фрактальною розмірністю Хаусдорффа й індексом фрактальності. Візуальна оцінка часового ряду проводилась за допомогою процедури відновлення фазових траєкторій. У результаті аналізу фазових точок фазового простору виявлені ознаки розщепленого аттрактору, що дає можливість говорити про його біфуркацію.

Застосування методів теорії нелінійних динамічних систем до аналізу часових рядів базується на гіпотезі про можливість опису поведінки досліджуваних систем подібним чином, й до того ж це єдина доступна інформація про систему. Згідно з добре відомою теоремою Такенса [1], одного часового ряду для адекватного опису динамічної системи цілком достатньо.

Аналіз часових рядів методами теорії нелінійних динамічних систем зараз набуває широкого застосування. Згідно з термінологією цієї теорії, процес, який описується часовими рядами, може утримувати у собі детермінований хаос, або, іншими словами, стає хаотичним. З точки зору методу лінійного аналізу, такі процеси є хаотичними.

Нелінійний аналіз демонструє те, що такі процеси можна розглядати або як детерміновані, або як абсолютно стохастичні. Іншими словами, тільки короткотривале прогнозування поведінки системи є можливим з певною точністю.

Ключові слова: якісний фрактальний аналіз, довготривалість, часові ряди, ґрунти сільськогосподарського призначення, параметри, електропровідність, методи нелінійної динаміки, теорія хаосу, фазові траєкторії, показник Ляпунова, фрактальна розмірність, індекс фрактальності, фазовий простір, аттрактор, біфуркація аттрактору.

А.А. БРОВАРЕЦ

Київський кооперативний інститут бізнесу і права, Київ

Ю.В. ЧОВНЮК

Національний університет біоресурсів і природопольовання України, Київ

В.Т. КРАВЧУК

Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ

Е.А. ІВАНОВ

Національний авіаційний університет, Київ

КАЧЕСТВЕННЫЙ ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДЛИТЕЛЬНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ГРУНТОВ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО ПРЕДНАЗНАЧЕНИЯ: МЕТОДЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ, ТЕОРИИ ХАОСА, ФАЗОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ

Предложена процедура качественного фрактального анализа длительных временных рядов параметров электропроводности ґрунтов сельскохозяйственного назначения, для которых не подтверждается гипотеза о наличии тренда, с использованием методов нелинейной динамики, теории хаоса и фазовых траекторий. Рассмотрены реальные временные ряды, которые характеризуют упомянутые выше параметры электропроводности украинских ґрунтов (сельскохозяйственного назначения). Обоснованием для подобных исследований является теорема Такенса. Хаотичность исследуемой динамической системы, которая задана временными реализациями, установлена с помощью показателя Ляпунова. Оценка устойчивости состояния оценивалась фрактальной размерностью Хаусдорффа и индексом фрактальности. Визуальная оценка временного ряда производилась с помощью процедуры восстановления фазовых траекторий. В результате анализа фазовых точек фазового пространства выявлены признаки расщепленного аттрактора, что дает возможность говорить о его бифуркации.

Применение методов теории нелинейных динамических систем к анализу временных рядов базируется на гипотезе о возможности описания поведения исследуемых систем подобным образом, кроме того, это единственная доступная информация о системе. В соответствии с хорошо известной теоремой Такенса [1], одного временного ряда вполне достаточно для адекватного описания динамической системы.

Анализ временных рядов методами теории нелинейных динамических систем сейчас приобретает широкое применение. В соответствии с терминологией этой теории, процесс, который описывается

временными рядами, может содержать в себе детерминированный хаос или, иными словами, стаёт хаотическим. С точки зрения метода линейного анализа, такие процессы являются хаотическими.

Нелинейный анализ демонстрирует то, что такие процессы можно рассматривать либо как детерминированные, либо как абсолютно стохастические. Иными словами, только краткосрочное прогнозирование поведения системы является возможным с определенной точностью.

Ключевые слова: качественный фрактальный анализ, долгосрочность, временные ряды, грунты сельскохозяйственного предназначения, параметры, электропроводность, методы нелинейной динамики, теория хаоса, фазовые траектории, показатель Ляпунова, фрактальная размерность, индекс фрактальности, фазовое пространство, аттрактор, бифуркация аттрактора.

Introduction

The system model is constructed by observed variables. In medicine, ecology, sociology the dynamics of a research object is tracked by time realizations – time series. As a rule, in the time series analysis the methods giving the quantitative forecast (point or interval) are used. For the time series, for which the hypothesis of trend existence isn't confirmed, such methods aren't productive.

Application of the nonlinear dynamical system theory methods to the time series analysis is based on the hypothesis that the available series describes the behavior of the studied system, and it's the only available information about this system. According to the well-known Takens's theorem [1] a single time series suffices for an adequate description of a dynamical system as a whole.

The analysis of time series by the methods of nonlinear dynamical system theory is becoming widely applied. In terminology of this theory the process described by time series contains the deterministic chaos, or, in other words, is chaotic. From the linear analysis method point of view they are stochastic processes.

The nonlinear analysis demonstrates that neither can these processes be considered as deterministic ones, nor are they absolutely random. In other words, only short-term forecasting of the system condition is possible with certain accuracy.

Today, the chaos theory remains one of the most widespread ways of forecasting and researching the dynamical system state stability. The purpose of the system stability analysis is identification of all its stationary states. If at least one of the stationary states is for any reasons threatening or undesirable, then its existence gives the chance to develop the preventive measures reducing the probability of the system transition to this state.

One of the most common forms of stability loss is the system state randomization [1]. The mechanisms of system transition to such state are studied insufficiently. However, the fact that such state is possible requires developing new system research methods. The research tools of the chaos theory are attractors and fractals. The two prevailing dynamical system randomness criteria are Lyapunov's indicator and the fractal dimension.

Related publications survey

In [3] it's proved that the low information content of statistical indicators results from the fractal properties intrinsic to the behavior of time series, which empirical distribution function doesn't conform with the normal distribution. Therefore for detection of the general tendency of time series behavior it is offered to use chaos theory methods giving the chance to carry out the qualitative analysis of the studied time series at the stage of preliminary analysis. On relation to the dynamics of social and natural systems and processes the chaos theory not only explains the bifurcation phenomena (big falling or big emissions) but also claims that they can't be predicted because the nature isn't a of the repeating regularities, but is characterized by local randomness and a global order. For this reason many analysts have reasonably assumed that the fractal nature of time series will help then to recognize new regularities in the chaotic movement [4-7].

The main formal characteristics of chaotic processes in the nonlinear dynamical system theory are the phase space and the attractor. One of the system chaotic behavior features is instability of the trajectories belonging to the attractor. Quantitatively this instability is measured by Lyapunov's characteristic indicators. Since the existence of the highest positive Lyapunov's indicator is the criterion of chaotic dynamics, the possibility of its evaluation on the basis of processing the given time series is naturally interesting.

Commonly, nonlinear dynamical systems have fractal attractors, this means that unstable phase trajectories of the systems tend to become fractals in time [3]. An important moment of the fractal approach is the influence of the random process prehistory on the behavior of the system today. Therefore, this method of the analysis of time series is of particular interest to the researchers.

As a rule, in nature real pure fractals don't exist, and it's possible to speak only about the fractal phenomena. They should be considered merely as models which are fractals approximately in statistical sense. A lot of experimental data have fractal statistics, which can be analyzed and modeled by means of fractal analysis methods [4, 5].

One of the most popular directions of the fractal analysis is over time studying of the dynamics of such characteristic as fractal dimension. This indicator characterizes the repeatability of statistical values of natural time series with changing scale. The fractal dimension introduced by Hausdorff and D-dimension is the main characteristic of fractal structures [6, 7].

There are several methods of determining the fractal dimension for time series considered as a set of observable parameters of the studied dynamical system overtime. We'll focus on two of them. First of all, it's the classical way of cellular coverage of the time series graphic representation in which the fractal dimension is defined the same way as for geometrical fractals. The second approach for studying fractal time series was offered by Benoit Mandelbrot. It's based on the researches of the English scientist Hurst and called the *R/S* - method.

For the majority of real time series it's impossible to determine the fractal dimension analytically. Therefore, the *V* and *D* are quantified, for example, through the Hurst index. In the time series analysis the influence of the present on the future can be expressed by the ratio $C = 2^{2H-1} - 1$ [8].

If a set of flat geometrical figures (cells) with the general geometrical parameters δ is considered as the time series approximation, then by Hausdorff's definition the *D* - dimension is determined by the law $S(\delta) \approx \delta^{2-D}$ as $\delta \rightarrow 0$, where $S'(\delta)$ is the total area of the cells with fragmentation scale δ .

One of the time series stability indicators is the fractality index μ [9-11]. In particular, the advantage of this index before other fractal indicators is that for computing this index with an acceptable accuracy data two orders less than for computing the Hurst indicator *H* index. It gives the chance to carry out the time series local fractal analysis based on the properties of the function $\mu(t)$.

Chaos in dynamical systems implies dynamics' evolution sensitivity to initial conditions changes. It means that two trajectories, close to each other in the phase space at some initial time point, diverge exponentially after rather small then the average time *t*. If d_0 is the distance between two starting points at the initial time point, then after time *t* distance between the trajectories leaving these points becomes $d(t) = d_0 \cdot \exp(2 \cdot \lambda \cdot t)$ or $d_n = d_0 \cdot \exp(2 \cdot \Lambda \cdot t)$ in case the system is described by differential equations.

The numbers λ and Λ are called Lyapunov's indicators. Variable $d(t)$ (d_n) can't increase infinitely because of the system limitation. It gives the opportunity to determine the measure of trajectory divergence by averaging the exponential growth on trajectory points. Then Lyapunov's indicator can be written down as

$$\lambda = \frac{1}{(t-t_0)} \cdot \sum_{k=1}^n \ln \left(\frac{d(t_k)}{d(t_{k-1})} \right) \quad (1)$$

It is possible to calculate $\lambda(\Lambda)$ in an explicit form only in some cases, such as, for instance, the case of one-dimensional displays: $X_{n+1} = f(x_n)$. When $f(x)$ is smooth and differentiable the distance between the neighboring trajectories is measured by the value $|f'(x)|$. In the case of chaos criterion it's enough to calculate the highest Lyapunov's indicator only.

The review on Lyapunov's indicators and their usage as the movement randomness criterion is given in [2]. Here the references to the existing software products for calculation of these indicators can also be found.

One of the widespread ways of time series visual evaluation relies on the phase trajectory restoration procedure. Possibilities of such phase portrait visual analysis are very limited. However, for identification of complex non periodic time realization the phase portrait analysis gives sometimes more information than the data spectral analysis. The advantage of this approach is also that it's applied independently of the fact whether the research object model is constructed or not. Since it's not always possible to receive a suitable model in practice, the real way of the system stability analysis is the non model way of the phase trajectory behavior analysis.

Problem setting

The purpose of this research is the analysis of stability of the electrical conductivity parameter of agricultural soils by its time realization using the phase trajectory analysis and qualitative fractal analysis methods.

We determine the fractal dimension for time series by the classical method of cellular coverage of time series graphic image.

Let the observations of scalar equidistant time series of electrical conductivity parameter for agricultural soil be considered as $(X(t_i))_{i=1}^N$ for the one interval $[0, T]$. We divide the interval into m parts by the points $0, \tau_0, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_m, T$, where $\tau_i - \tau_{i-1} = \delta, \delta = \frac{T}{m}, (i = \overline{1, m})$. We denote such uniform partition of the time series $(X(t_i))_{i=1}^N$ realization interval by ω_m .

We cover the time series image with rectangles with the base δ (scale δ). It's clear, that the height of the rectangle on the interval $[\tau_i, \tau_{i-1}]$ is equal to the variation range, $A_i(\delta)$ of the time series values $x(t_i)$ on this interval. We calculate the value $V(\delta) = \sum_{i=1}^m A_i(\delta)$. Then the area of such minimal coverage is $S(\delta) = V(\delta) \cdot \delta$.

By comparing this equality with Hausdorff's D -dimension definition, in [q] it's proved that $S(\delta) \approx \delta^{2-D}$ and $V(\delta) = \delta^{-\mu}$, where $\mu = D_\mu - 1$. The value D_μ is called the minimal coverage dimension, and μ is the fractality index.

When calculating the index μ in the present research the sequence of n enclosed partition ω_m , where $m = 2^n$, $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ was used. Each partition consisted of 2^n intervals containing 2^{6-n} observations $x(t_i)$. At the same time, the periods with abnormally large values $x(t_i)$ were excluded from the available realization of the time series $(X(t_i))_{i=1}^N$. The analyzed time series $(X(t_i))_{i=1}^N$ and constructed for it minimal coverage corresponding to $n = 3$ is represented in fig. 1.

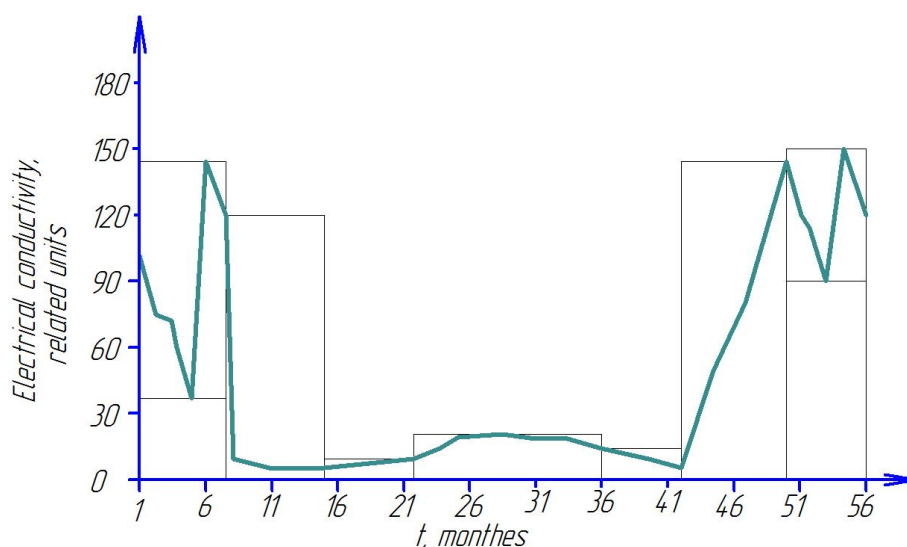


Fig. 1. Minimal cellular coverage for time series characterizing agricultural soil's electrical conductivity

For each partition ω_m the value $V(\delta)$ was calculated. The received results of calculations are given below in Table 1.

Table 1

Value of variable V depending on partition scale δ

n	0	1	2	3	4	5	6
V	2352,6	798,8	449,5	439,4	434,6	309,9	170
Δ	1	2	3	4	8	16	32

At fig. 2 the plot of dependence $V(\delta)$ in double logarithmic scale is represented. For determination of the fractality index μ from these data by the Ordinary Least Squares method the regression line equation $y = k \cdot x + b$ was set up. Then, according to [10], $\mu = -k$.

In our case the regression equation has the form: $y = -0,66 \cdot x + 7,41$. Therefore, at the level of reliability $\alpha = 0,90$ the fractality index of the studied series is $\mu = 0,66 \cdot x \pm 0,073$.

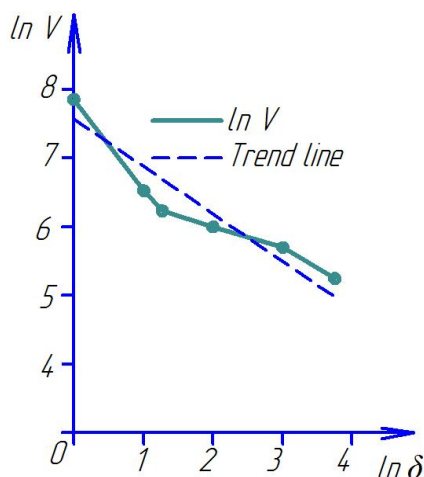


Fig. 2. Dependence of the variable $V(\delta)$ in double logarithmic scale

In the present research the highest Lyapunov's indicator $\lambda(x_1)$ was estimated by the method of comparing phase trajectory evolution points. According to this method, the value $\lambda(x_1)$ for the trajectory $x_i = x(t)$, $i = \overline{(1, N)}$ of the discrete time series $x_{i+1} = f(x_i)$ was estimated by the formula:

$$\lambda(x_1) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \ln |f'(x_i)| \right\}, \quad (2)$$

corresponding to the definition of $\lambda(x_1)$ under the condition that the limit on the right-hand side exist Calculation results of the highest Lyapunov's indicator $\lambda(x_1)$ for the time series given in fig. 1 are represented in Table 1.

The carried-out calculations have demonstrated that for the given time series $\lambda(x_1) \approx 1,18$, i.e. $\lambda(x_1) > 0$ therefore, the trajectory is chaotic.

Table 2

Evaluation of the highest Lyapunov's indicator $\lambda(x_1)$

N	$\sum_{i=1}^N \ln f'(x_i) $	$\lambda(x_1)$
10	4,013525	0,401353
20	3,092552	0,154628
30	21,13338	0,704446
40	39,99184	1,080860
47	55,486649	1,180567

Often the situation occur when one lacks the observed values for the dynamical description of an object, that is for setting its state $\bar{x}(t)$ There exit several methods for increasing the number of variables. The time delay method is the simplest and the most popular one. In case of scalar time series the consecutive values of the series $(X(t_i))_{i=1}^N$ separated by some interval τ (delay period) are used as the components of the state vector $\bar{x}(t)$. Thus, in the phase plane the state S_i of the research object is described by the components $\{x(t_i); x(t_i + \tau)\}$ of the time series $(X(t_i))_{i=1}^N$.

The phase portrait allows to identity the system behavior features important from the stability point of view. To search for an attractor in the case of two (three) factors a phase

space is constructed and the position of phase points is analyzed. If they are distributed uniformly, then the attractor existence hypothesis isn't confirmed.

The phase portraits constructed for the time series shown in Fig.1 are represent in Fig 3. The value of the time delay τ is 1 year.

When fig. 3 is closely examined, it's seen that there are two areas of phase points thickening. They can be considered as the split attractor.

In other words, attractor bifurcation takes place. Usually it's connected with appearance in the system of such state changes which can be interpreted as spasmodic or close to them. In the electrical conductivity of agricultural soils data analysis the attractor bifurcation entails sudden crisis change of system condition with high probability.

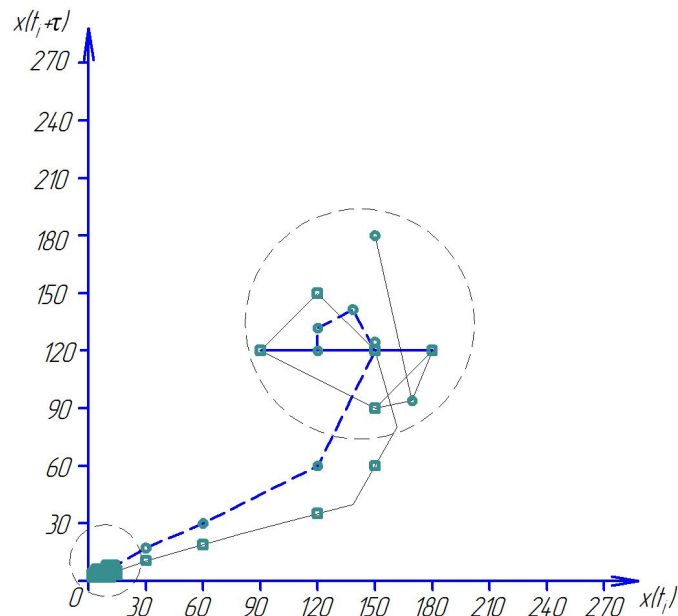


Fig. 3. Phase portraits of the time series

Conclusion

The value of the highest characteristic Lyapunov's indicator $\lambda(x_1) \approx 1,18$ demonstrates randomness in dynamics of the studied indicator.

The computed value of the fractality index, which is the stability indicator for the initial time series ,is $\mu = 0,66 \cdot x \pm 0,073$, i.e. $\mu > 0,5$ This value is interpreted as flat ,which indicates the condition of relative stability for the studied process. In other words, extreme changes in the electrical conductivity parameters of agricultural soils aren't predicted in the nearest future.

The evaluation of the correlation ratio is $C = -0,88$. It implies almost complete absence of influence of the present on the future in the studied time series, which also confirms the series trendlessness hypothesis .

The analysis of the phase portraits of time series, in particular detection of the attractor bifurcation, gives reason to speak about a possible spike or spasmodic change of the electrical conductivity parameters of agricultural soils.

Список використаної літератури

1. Takens F., Rand D.A., Young L.S. Detecting strange attractors in turbulence II Dynamical systems and Turbulence. *Lecture Notes in Mathematics*. Berlin: Springer-Verlag, 1981. Vol. 898. P. 366-381.

2. Мун Ф. Хаотические колебания. Вводный курс для научных работников и инженеров. Москва: Мир, 1990. 312 с.
3. Hausdorff F. Dimension und Assures Mass. *Matematische Annalen*. Berlin, 1919. Vol.79. P. 157 - 179.
4. Федер Е. Фракталы. Москва: Мир, 1991. 262 с.
5. Кроновер Р. Фракталы и хаос в динамических системах. Москва: Постмаркет, 2000. 352 с.
6. Безручко Б.П., Смирнов Д.А. Математическое моделирование и хаотические временные ряды. Саратов: ГосУНЦ «Колледж», 2005. 320 с.
7. Добовуков М.М., Кранев А.В., Старченко Н.В. Размерность минимального покрытия и локальный анализ фрактальных временных рядов. *Вестник РУДН*. 2004. Т. 3, №1. С. 81-95.
8. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б., Подлазов А.В. Нелинейная динамика. Подходы, результаты, надежды. Москва: Комкнига, 2006. 216 с.
9. Figliola A., Serrano E., Paccosi G. About the effectiveness of different methods for the estimation of the multifractal spectrum of natural series. *International Journal of Bifurcation and chaos*. 2010. Vol. 20 (2). P. 331-339.
10. Delignieres D., Torre K. Fractal dynamics of human gait: a reassessment of the 1996 data of Hausdorff et al. *Journal of Applied Physiology*. 2009. Vol. 106. P. 1772-1279.
11. Старченко Н.В. Локальный анализ хаотических временных рядов с помощью индекса фрактальности: автореф. дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Москва, 2005. 22 с.

References

1. Takens, F., Rand, D.A. & Young, L.S. (1981). Detecting strange attractors in turbulence II Dynamical systems and Turbulence. *Lecture Notes in Mathematics*. Berlin: Springer-Verlag. **898**, 366-381.
2. Mun, F. (1990) Chaoticheskie kolebanija. Vvodnyi kurs dlja nauchnich rabotnikov und ingenerov. Moskva: Mir.
3. Hausdorff, F. (1919). Dimension und Assures Mass. *Matematische Annalen*. Berlin. **79**, 157 - 179.
4. Feder, F. (1991). Fraktali. Moskva: Mir.
5. Kronover, R. (2000). Fraktali und chaos v dinamicheskich sistemach. Moskva: Postmarket.
6. Bezruchko, B.P. & Smirnov, D.A. (2005). Matematicheskije modelirovanije i chaoticheskije vremennije ryadi. Saratov: GosUNC "Kolledg".
7. Dobovukov, M.M., Kranev, A.V. & Starchenko, N.V. (2004). Razmernost minimalnogo pokritija und lokalniji analis fraktalnich vremennich ryadov. *Vestnik RUDN*. **3**, 1, 81-95.
8. Malinetsky, G.G., Potapov, A.V. & Podlazov, A.V. (2006). Nelinejnaja dinamika. Podchodi, rezultati, nadeжди. Moskva: Komkniga.
9. Figliola, A., Serrano, E. & Paccosi, G. (2010). About the effectiveness of different methods for the estimation of the multifractal spectrum of natural series. *International Journal of Bifurcation and chaos*. **20** (2), 331-339.
10. Delignieres, D. & Torre, K. (2009). Fractal dynamics of human gait: a reassessment of the 1996 data of Hausdorff et al. *Journal of Applied Physiology*. **106**, 1772-1279.
11. Starchenko, N.V. (2005). Lokalnij analiz chaoticheskich vremennich ryadov s pomoschju indeksa fraktalnosti: avtoref. diss. ... kand. fiz.- mat. nauk. Moskva.

Броварець Олександр Олександрович – доцент, к.т.н., завідувач кафедри інформаційно-технічних та природничих дисциплін Київського кооперативного інституту бізнесу і права. E-mail: brovaretsnau@ukr.net, orcid.org/0000-0002-4906-238X.

Човнюк Юрій Васильович – доцент, к.т.н., доцент кафедри сільськогосподарських машин та системотехніки Національного університету біоресурсів і природокористування України, E-mail: uchovnyuk@ukr.net, ORCID 0000-0002-0608-0203.

Кравчук Володимир Тимофійович – доцент, к.т.н., доцент кафедри охорони праці та навколишнього середовища Київського національного університету будівництва і архітектури. E-mail: vtk1@ukr.net, ORCID 0000-0002-5213-3644.

Іванов Євген Олександрович – старший викладач кафедри іноземних мов Національного авіаційного університету. E-mail: shifango@ukr.net, ORCID 0000-0002-1318-0472.

УДК 514.18

В.М. ВЕРЕЦАГА, О.М. ПАВЛЕНКО

Мелітопольський державний педагогічний університет ім. Б. Хмельницького
Мелітопольська школа прикладної геометрії ім. В. Найдиша

ТРИРОЗМІРНІ КОМПОЗИЦІЙНІ МАТРИЦІ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ СТВОРЕННЯ КОМПОЗИЦІЙНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ОБ'ЄМНИХ ОБ'ЄКТІВ ДОВІЛЬНОЇ ФОРМИ

У дослідженні запропоновано геометричний спосіб створення моделей динаміки у просторі дискретно поданих окремих станів процесу, на базі використання методів композиційної геометрії.

Вводиться означення базисних станів, трирозмірних композиційних матриць, пропонуються правила позначення індексації елементів трирозмірних композиційних матриць (компоматриць).

Вказується на те, що трирозмірну композиційну матрицю неможливо подати у вигляді однієї таблиці, тому запропоновано подавати її у вигляді сукупності таблиць за напрямками параметризації геометричної фігури, для якої складається ця трирозмірна компоматриця.

Наведено приклади загального та розгорнутого подання таких таблиць.

Нагадується, що у композиційному геометричному моделюванні (КГМ) кожен вихідну геометричну фігуру (ГФ), перед розв'язанням задачі, необхідно уніфікувати, тобто привести до вигляду, придатного для її використання у композиційному геометричному моделюванні.

Геометрична складова уніфікованої ГФ подається у вигляді точкових компоматриць за напрямками параметризації.

Параметрична складова уніфікованої ГФ подається у вигляді параметричних компоматриць.

Наголошується, що усі розрахункові операції здійснюються через використання тривимірних координатних (розрахункових) компоматриць, які складаються за схемою відповідних точкових компоматриць.

Вказується на те, що початково сформована трирозмірна параметрична компоматриця, майже завжди, є негармонізованою, тобто сума всіх її елементів не дорівнює одиниці.

Надається алгоритм гармонізації параметричної трирозмірної компоматриці.

Надається послідовність операцій у компоматричній формі щодо здобуття трирозмірної компоматриці для об'ємної геометричної фігури довільної форми.

Ключові слова: трирозмірна компоматриця, композиційна модель, гармонізований точковий поліном, геометричний спосіб інтерполяції, базисний стан, види компоматриць, позначення компоматриць, точкові компоматриці, параметричні компоматриці, координатні компоматриці.

V. M. VERESHCHANA, O. M. PAVLENKO

Melitopol State Pedagogical University named after B. Khmelnytsky
Melitopol School of Applied Geometry named after V. Naidysh

THREE-DIMENSIONAL COMPOSITION MATRIXES AND THEIR APPLICATIONS FOR CREATION OF COMPOSITIONAL GEOMETRIC MODELS OF VOLUME OBJECTS OF ANY ARBITRARY FORM

In the research the geometrical way of creation of models of dynamics in space of discretely presented separate states of process on the basis of use of methods of compositional geometry is offered.

The definition of basic states, three-dimensional composite matrices is introduced, the rules of designation of indexing of elements of three-dimensional composite matrices (compomatrices) are offered.

It is pointed out that a three-dimensional composite cannot be presented in the form of a single table, so it is proposed to provide them in the form of a set of tables in the areas of parameterization of the geometric figure for which this three-dimensional computer matrix is compiled.

Examples of their general and detailed presentation are given.

It is reminded that in composite geometric modeling (CGM) each initial geometric figure (GF), before solving the problem, must be unified, ie lead to a form suitable for its use in composite geometric modeling.

The geometric component of the unified GF is presented in the form of point matrix matrices in parametric directions.

The parametric component of the unified GF is presented in the form of parametric compomatrix.

It is emphasized that all calculation operations are carried out through the use of three-dimensional coordinate matrices (calculated), which are compiled according to the scheme of the corresponding point compomatrices.

It is pointed out that the initially formed three-dimensional computer matrix is parametric, almost always, non-harmonized, ie the sum of all its elements is not equal to one.

An algorithm for harmonizing a parametric three-dimensional computer matrix is provided.

The sequence of operations in the compomatrix form concerning obtaining a compomatrix of three-dimensional for a three-dimensional geometric figure of arbitrary form is given.

Keywords: three-dimensional compomatrix, composite model, harmonized point polynomial, geometric method of interpolation, basis state, types of compomatrices, designation of compomatrices, compomatrices point, compomatrices parametric, compomatrices coordinate.

В. М. ВЕРЕЩАГА, А. М. ПАВЛЕНКО

Мелитопольский государственный педагогический университет им. Б. Хмельницкого
Мелитопольская школа прикладной геометрии им. В. Найдыша

ТРЁХРАЗМЕРНЫЕ КОМПОЗИЦИОННЫЕ МАТРИЦЫ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ СОЗДАНИЯ КОМПОЗИЦИОННЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОБЪЕМНЫХ ОБЪЕКТОВ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

В исследовании предложено геометрический способ создания моделей динамики в пространстве дискретно представленных отдельных состояний процесса, на базе использования методов композиционной геометрии.

Вводится определение базисных состояний, трёхразмерных композиционных матриц, предлагаются правила обозначения индексации элементов триразмерных композиционных матриц (компоматриц).

Указывается на то, что трёхразмерную композиционную матрицу невозможно представить в виде одной таблицы, поэтому предложено представлять её в виде совокупности таблиц по направлениям параметризации геометрической фигуры, для которой составляется эта трёхразмерная компоматрица.

Приведены примеры общего и развернутого представления таких таблиц.

Напоминается, что в композиционном геометрическом моделировании (КГМ) каждую исходную геометрическую фигуру (ГФ), перед решением задачи, необходимо унифицировать, то есть привести к виду, пригодному для ее использования в композиционном геометрическом моделировании.

Геометрическая составляющая унифицированной ГФ подается в виде точечных компоматриц при параметрических направлениях.

Параметрическая составляющая унифицированной ГФ подается в виде параметрических компоматриц.

Отмечается, что все расчетные операции осуществляются через использование координатных (расчетных) трёхразмерных компоматриц, которые составляются по схеме соответствующих точечных компоматриц.

Указывается на то, что изначально сформированная трёхразмерная параметрическая компоматрица почти всегда является негармонизированной, то есть сумма всех ее элементов не равна единице.

Предоставляется алгоритм гармонизации параметрической трёхразмерной компоматрицы.

Предоставляется последовательность операций в компоматричной форме по получению трёхразмерной компоматрицы для объемной геометрической фигуры произвольной формы.

Ключевые слова: трёхразмерная компоматрица, композиционная модель, гармонизированный точечный полином, геометрический способ интерполяции, базисное состояние, виды компоматриц, обозначения компоматриц, точечные компоматрицы, параметрические компоматрицы, координатные компоматрицы.

Постановка проблемы

Нагадується, що у композиційному геометричному моделюванні (КГМ) кожну вихідну геометричну фігуру (ГФ), перед розв'язанням задачі, необхідно уніфікувати, тобто привести до вигляду, придатного для її використання у КГМ. Уніфікація кожної ГФ відбувається шляхом розділення її на дві складові: геометричну та параметричну.

Надається послідовність операцій у компоматричній формі щодо здобуття трирозмірної компоматриці для об'ємної геометричної фігури довільної форми.

Вказується, що сума елементів створеної трирозмірної компоматриці ГФ являє собою гармонізований точковий поліном, який континуально інтерполіує сегмент об'ємної геометричної фігури. При цьому, за допомогою рівняння цього гармонізованого трипараметричного точкового поліному, що інтерполіує сегмент об'ємної ГФ, можна знайти будь-яку поточну точку не тільки на його поверхні, а й в середині цього сегменту.

Наголошується на тому, що можливість континуального визначення, за допомогою рівняння точкового поліному, поточних точок всередині геометричного тіла, є надзвичайно важливою і актуальною для створення програмних продуктів для 3D-принтерів, що розширять їх можливості і зробить роботу більш ефективною.

Акцентується увага на тому, що у цьому дослідженні побудовано композиційну модель сегменту геометричного тіла, що складається із трьох точок у кожному із параметричних напрямків. Також вказується на те, що запропонований алгоритм буде правдивим для створення моделей сегментів об'ємних геометричних фігур, які утримують більшу кількість точок у кожному із трьох напрямків, що вказують розміри цього сегменту.

Метод дослідження. У цій роботі дослідження проводиться методами композиційної геометрії – (13)? потужними інструментами формування точкових поліномів, які задовольняють початкові умови й композиційні матриці.

КГ має своєю основою точкове числення Балюби-Найдиша (точкове БН-числення). (1)?

Однопараметричний точковий негармонізований поліном – це параметрична крива, що визначається сумою добутків цілих раціональних функцій та базисними точками, при цьому раціональні функції (характеристичні функції) подаються у вигляді добутків різниць між значеннями параметрів для базисних точок та поточним параметром $0 \leq t \leq 1$, які складаються для кожної з базисних точок окремо та мають однаковий степінь $(n-1)$ для усіх його (точкового полінома) доданків. Цей поліном має вигляд:

$$M = \sum_{j=1}^n A_j P_j(t), \text{ де } A_j \ (j = \overline{1, n}) \text{ – базисні точки вихідної геометричної}$$

композиції; $P_j(t)$ – характеристичні функції (раціональні функції) у j -му вузлі, які обчислюються із наступного виразу:

$$P_j(t) = \frac{1}{\lambda_j} \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n (t_i - t), \quad j = \overline{1, n}; \quad 0 \leq t \leq 1, \text{ де } \lambda_j = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n (t_i - t_j); \quad \frac{1}{\lambda_j} \text{ – коефіцієнт}$$

перетворення на одиницю характеристичної функції? $P_j(t)$ коли $i=j$.

Двопараметричний точковий поліном – це параметрична крива, що складається із суми добутків базисних точок – A_{ij} та двопараметричних цілих раціональних функцій - $F_{ij}(u, v)$ для $i = \overline{1, l}; j = \overline{1, m}$. Цей поліном має вигляд:

$$M_{l \times m} = \sum_{i=j=1}^{l, m} A_{ij} F_{ij}(u, v); \text{ для } 0 \leq u, v \leq 1, \text{ де } u, v \text{ – напрями параметризації досліджуваної}$$

геометричної фігури.

Трипараметричний точковий поліном – параметрична крива, що складається із суми добутків базисних точок – A_{ijk} та трипараметричних цілих раціональних функцій $F_{ijk}(u, v, w)$ для $i = \overline{1, l}; j = \overline{1, m}; k = \overline{1, n}$ та має вигляд:

$$M_{l \times m \times n} = \sum_{i=j=k=1}^{l,m,n} A_{ijk} F_{ijk}(u, v, w); \text{ для } 0 \leq u, v, w \leq 1, \text{ де } u, v, w - \text{ напрямки параметризації}$$

досліджуваної геометричної фігури.

Геометрична композиція має своїми елементами непусту скінчену дискретну множину точок, частина з яких може утворювати певну підмножину і, при цьому, для кожного з елементів цієї геометричної композиції встановлено їх власні розміри та розміри, що визначають взаємне розташування усіх її елементів. Зміна або заміна будь-якої точки, або декількох точок, геометричної композиції ніяким чином не впливає на положення чи властивості решти її точок.

Композиційна матриця (компоматриця) – це таблиця елементів, серед яких записи дійсних елементів у ній, за кількістю і за формою їх розташування у цій таблиці, знаходяться у повній відповідності з розташуванням відповідних точок на вихідній геометричній фігурі (ГФ). Елементами компоматриці можуть бути функції, вирази, константи, компоматриці тощо. Кожен елемент компоматриці, за необхідності, може бути змінений або замінений незалежно від решти інших її елементів.

У точковій компоматриці елементами є точки вихідної ГФ, які можуть бути l -значними, тобто мати l координат простору параметрів.

У параметричній компоматриці елементами є параметри – характеристичні функції, що віддзеркалюють взаємне розташування точок вихідної ГФ і забезпечують геометричний спосіб інтерполяції.

Гармонізація параметричної компоматриці – зміна значень її параметрів-елементів шляхом ділення кожного з елементів цієї параметричної компоматриці на суму усіх її елементів.

Компоматриці вважаються однаково орієнтованими, якщо вони складені для одного параметричного напрямку.

У дослідженні композиційне моделювання динамічних процесів здійснюється у просторі станів.

Стан – зафіксовані (зняті), у певну мить, значення параметрів (факторів), що характеризують перебіг будь-якого процесу.

Базисні стани – це такі стани серед решти, які найбільш характерні для процесу, і які обираються у якості вузлів інтерполяції.

Для моделювання застосовується метод рухомого симплексу.

Рухомий симплекс – це миттєво визначені, в результаті перетину ліній з площиною, точки у кількості на одиницю більше, ніж координатний простір, у якому розглядається геометричний об'єкт. На базі визначених в результаті перетину вершин симплексу відбувається побудова поточних точок геометричного об'єкту, що моделюється.

Кінцевим результатом у дослідженні є композиційна модель сегменту динамічного процесу.

Сегмент процесу – частина динамічного процесу, що досліджується, на певному відтинку часу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Посилаючись на [9] погоджуємось, що моделі динаміки є значно складнішими за моделі статички. Це спричинено тим, що моделі статички описують перетворення вхідної величини на вихідну, а моделі динаміки описують перетворення вхідної функції часу на вихідну функцію часу.

Однак, застосування диференціальних рівнянь для створення моделей у просторі станів є достатньо громіздким процесом [9], який потребує спеціальної математичної підготовки та певного досвіду їх застосування. Ця вимога лишається навіть із

застосуванням методів спрощення диференціальних рівнянь шляхом їх перетворення на звичайні алгебраїчні рівняння за допомогою створення оператора диференціювання. Таке спрощення можливо застосовувати лише для моделей лінійних стаціонарних систем з нульовими початковими умовами. Окрім сказаного, алгебраїчні методи позбавлені очевидної візуалізації.

Особливістю композиційного геометричного моделювання (КГМ) є те, що будь-яка вихідна геометрична фігура (ГФ) перед зануренням у КГМ має бути поділена на геометричну і параметричну складові. За рахунок того, що розв'язок отримується також у вигляді двох складових, у композиційному моделюванні є можливість локального управління формою шуканої ГФ. Однак, у роботах [4, 1, 7, 5, 6], розглядається побудова композиційних геометричних моделей лише для одно- та двопараметричних ГФ з використанням одно- та дворозмірних композиційних точкових, параметричних та координатних матриць. Розроблені у вказаних джерелах методи композиційного геометричного моделювання придатні тільки для побудови моделей лінії та поверхонь, які можна застосовувати лише для створення статичних моделей.

Виходячи з проведеного аналізу, актуальною є проблема геометричних способів побудови моделей динаміки, які були б математично формалізовані методами композиційної геометрії.

Мета дослідження

Розробити правила формування трирозмірних композиційних точкових, параметричних, координатних матриць та компоматриці геометричної фігури в цілому. Розробити правила умовних позначень усіх згаданих композиційних матриць. З використанням трирозмірних компоматриць створити методику формування гармонізованих трипараметричних точкових поліномів.

Викладення основного матеріалу дослідження

На теперішній час базою та інструментарієм для створення моделей динаміки у просторі станів є диференціальні рівняння [9], для складання яких треба враховувати багато вихідних вимог, які не завжди легко алгоритмізувати. У той же час, застосування диференціальних рівнянь для створення моделей у просторі станів є достатньо громіздким процесом [9]. Використання диференціальних рівнянь для моделювання потребує спеціальної математичної підготовки та певного досвіду їх застосування.

Розглянемо найпростіший випадок, коли процес описано лише трьома базисними станами, у кожному з яких визначено по дев'ять базисних точок (рис. 1). У наших дослідженнях терміном «стан» будемо визначати – зафіксовані (зняті) у певну мить значення параметрів (факторів), що характеризують перебіг будь-якого процесу.

Перша цифра в індексі вказує на зміну номерів базисних точок у додатному напрямку параметру U .

Друга цифра – на зміну, у бік збільшення, номерів базисних точок у додатному напрямку параметру V .

Третя цифра – на збільшення номерів базисних точок у додатному напрямку параметру W .

У випадку, коли будь-який з номерів складається з двох або більше цифр, то пропонуємо, для виокремлення цього числа, його підкреслювати. Наприклад, 42 36; 2124; 21 32 43.

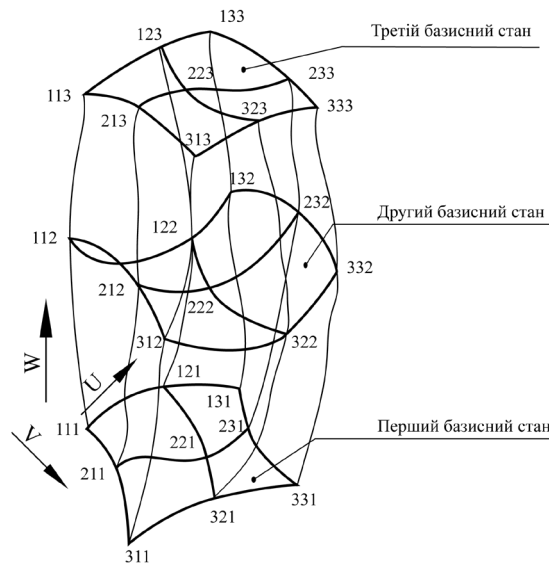


Рис. 1. Вихідна геометрична фігура для моделі динаміки у просторі станів

Для створення геометричної фігури (ГФ) (рис.1), розглядається геометрична композиція, серед точок якої обираються ті, що визначають перший, другий та третій базисні стани. Вербальна складова уніфікованої ГФ визначає, що утворені базисні стани є, у певну мить, перерізами процесу, який моделюється, і що з їх використанням необхідно створити континуальну модель тіла цього процесу, яка визначається трьома параметрами U, V, W . Для того, щоб було зрозуміло за напрямком якого з параметрів складено компоматрицю, вгорі над дужкою будемо записувати позначення цього параметру:

$$\begin{bmatrix} u \\ A_T \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} u \\ A_n \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} v \\ A_T \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} v \\ A_n \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} w \\ A_T \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} w \\ A_n \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Розкриємо трирозмірні точкові компоматриці (1) для прикладу об'ємного процесу довільної форми, що наведено на рис. 1.

Не торкаючись техніки утворення характеристичних функцій, покажемо алгоритм формування параметричної компоматриці, в цілому, для ГФ (рис.1).

Для першого базисного стану композиційна матриця параметрів у напрямку U матиме вигляд:

$$\begin{bmatrix} p_{111} & p_{121} & p_{131} \\ p_{211} & p_{221} & p_{231} \\ p_{311} & p_{321} & p_{331} \end{bmatrix}; \quad i: j = \overline{1,3}, \quad (2)$$

а у напрямку V :

$$\begin{bmatrix} q_{111} & q_{121} & q_{131} \\ q_{211} & q_{221} & q_{231} \\ q_{311} & q_{321} & q_{331} \end{bmatrix}; \quad i: j = \overline{1,3}. \quad (3)$$

Керуючись методом рухомого симплексу [2] знайдемо їх добуток – компоматрицю $\begin{bmatrix} a_{ij1} \end{bmatrix}$:

$$\begin{aligned}
 [[\bar{a}_{ij1}]] &= [[p_{ij1}]] \bullet [[q_{ij1}]] = \begin{bmatrix} p_{111} \cdot q_{111} & p_{121} \cdot q_{211} & p_{131} \cdot q_{311} \\ p_{211} \cdot q_{121} & p_{221} \cdot q_{221} & p_{231} \cdot q_{321} \\ p_{311} \cdot q_{131} & p_{321} \cdot q_{231} & p_{331} \cdot q_{331} \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} \bar{a}_{111} & \bar{a}_{121} & \bar{a}_{131} \\ \bar{a}_{211} & \bar{a}_{221} & \bar{a}_{231} \\ \bar{a}_{311} & \bar{a}_{321} & \bar{a}_{331} \end{bmatrix}; i: j = \bar{1,3}
 \end{aligned} \tag{4}$$

Для другого базисного стану параметрична компоматриця у напрямку параметра U матиме вигляд:

$$[[p_{ij2}]] = \begin{bmatrix} p_{112} & p_{122} & p_{132} \\ p_{212} & p_{222} & p_{232} \\ p_{312} & p_{322} & p_{332} \end{bmatrix}; i: j = \bar{1,3}, \tag{5}$$

а у напрямку V :

$$[[q_{ij2}]] = \begin{bmatrix} q_{111} & q_{121} & q_{131} \\ q_{211} & q_{221} & q_{231} \\ q_{311} & q_{321} & q_{331} \end{bmatrix}; i: j = \bar{1,3}. \tag{6}$$

Знайдемо добуток компоматриць (5) та (6) – компоматрицю $[[\bar{a}_{ij2}]]$:

$$\begin{aligned}
 [[\bar{a}_{ij2}]] &= [[P_{ij2}]] \bullet [[q_{ij2}]] = \begin{bmatrix} P_{112} \cdot q_{112} & P_{122} \cdot q_{212} & P_{132} \cdot q_{312} \\ P_{212} \cdot q_{122} & P_{222} \cdot q_{222} & P_{232} \cdot q_{322} \\ P_{312} \cdot q_{132} & P_{322} \cdot q_{232} & P_{332} \cdot q_{332} \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} \bar{a}_{112} & \bar{a}_{122} & \bar{a}_{132} \\ \bar{a}_{212} & \bar{a}_{222} & \bar{a}_{232} \\ \bar{a}_{312} & \bar{a}_{322} & \bar{a}_{332} \end{bmatrix}; i: j = \bar{1,3}
 \end{aligned} \tag{7}$$

Результат, аналогічний результатам (4) і (7), запишемо для третього базисного стану:

$$\begin{aligned}
 [[\bar{a}_{ij3}]] &= [[P_{ij3}]] \bullet [[q_{ij3}]] = \begin{bmatrix} P_{113} \cdot q_{113} & P_{123} \cdot q_{213} & P_{133} \cdot q_{313} \\ P_{213} \cdot q_{123} & P_{223} \cdot q_{223} & P_{233} \cdot q_{323} \\ P_{313} \cdot q_{133} & P_{323} \cdot q_{233} & P_{333} \cdot q_{333} \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} \bar{a}_{113} & \bar{a}_{123} & \bar{a}_{133} \\ \bar{a}_{213} & \bar{a}_{223} & \bar{a}_{233} \\ \bar{a}_{313} & \bar{a}_{323} & \bar{a}_{333} \end{bmatrix}; i: j = \bar{1,3}
 \end{aligned} \tag{8}$$

Кожна з параметричних компоматриць (4), (7), (8) є двовимірною. За участю цих компоматриць утворюються двопараметричні точкові поліноми, що інтерполюють, відповідно, перший, другий та третій базисні стани. Наявність складових (4), (7), (8)

для точкових поліномів (інтерполянтів), дискретно подає трипараметричний процес, геометричну схему якого зображено на рис. 1.

Наявність трирозмірної параметричної компоматриці надасть можливість скласти трипараметричний точковий поліном, який континуально буде описувати сегмент процесу, який зображено на рис. 1. Це означає, що будь-яка точка цього сегменту не тільки на поверхні, а й всередині процесу буде визначатися за допомогою рівнянь цього точкового поліному.

Знаходження параметричної компоматриці (19) разом із відповідною точковою компоматрицею, які однаково орієнтовані з (13), дозволяє знайти компоматрицю сегменту простової трипараметричної ГФ, тобто $[[M_\phi]]$, як добуток двох компоматриць:

$$[[M_\phi]] = [[A_T]] \cdot [[A_{IT}]] = [[A_{ijk} \cdot a_{ijk}]]; \begin{cases} i, j, k = \overline{1,3}; \\ ijk(A) = ijk(a) \end{cases}, \quad (14)$$

де запис $ijk(A)$ – потрійний індекс біля літери «A», запис $ijk(a)$ – потрійний індекс біля літери «a».

Однак, запропонований метод буде справедливим для різної кількості точок у цих параметричних напрямках, і буде обмежуватись можливостями комп'ютерної техніки та виникненням розрахункових похибок, які, природньо, будуть збільшуватись зі збільшенням кількості базисних точок.

Висновки

У дослідженні запропоновано геометричний спосіб створення композиційним методом сегментів динамічних моделей у просторі станів. Введені означення базисних станів, трирозмірних композиційних матриць, які запропоновано надавати у вигляді сукупності таблиць за параметричними напрямками. На базі трирозмірних композиційних матриць надано послідовність утворення композиційної матриці геометричної фігури, яка є основою для побудови трипараметричного точкового поліному, що являє собою континуальну композиційну геометричну модель об'єкту довільної форми.

Така можливість є надзвичайно важливою для використання на 3D принтерах, що дозволить друкувати вироби з необхідними порожнинами всередині, а також для моделювання траєкторії руху маніпуляторів.

Список використаної літератури

1. Адоньєв Є. О. Композиційний метод геометричного моделювання багатofакторних систем: дис. ... д-ра техн. наук: 05.01.01. КНУБА, Київ, 2018. 512 с.
2. Балюба И. Г. Конструктивная геометрия многообразий в точечном исчислении: дис. ... доктора тех. наук: 05.01.01. МИСИ, Макеевка, 1995. 227 с.
3. Балюба И. Г., Найдыш В. М.: Точечное исчисление [учебное пособие] / под ред. Верещаги В. М. Мелітополь: МГПУ ім. Б.Хмельницького, 2015. 234 с.
4. Верещага В. М. Композиційне геометричне моделювання: Монографія. Мелітополь: ФОП Однорог Т. В., 2017. 108с.
5. Верещага В. М., Найдыш А. В., Адоньєв Є. О. Метод композиційного геометричного моделювання: монографія. Мелітополь: ФОП Однорог Т. В., 2019. 310 с.
6. Верещага В. М., Павленко О. М., Найдыш А. В. Моделювання горизонтального земельного майданчика у точковому численні: монографія. Мелітополь: МДПУ імені Богдана Хмельницького, 2019. 187 с.

7. Верещага В. М., Найдиш А. В., Адоньев Є. О., Лисенко К. Ю. Основи композиційного геометричного моделювання: навчальний посібник. Мелітополь: ФОП Однорог Т. В., 2019. 255 с.
8. Давиденко І. П. Конструювання поверхонь просторових форм методом рухомого симплексу: автореф. дис... канд. техн. наук: 05.01.01. Мелітополь, 2012. 23 с.
9. Дубовой В. М., Кветний Р. Н., Михальов О. І., Усов А. В. Моделювання та оптимізація систем: підручник. Вінниця: ПП «ТД «Едельвейс», 2017. 804 с.

References

1. Adoniev, E. O. (2018). Kompozytsiyni metod heometrychnoho modeliuвання bahatofaktornykh system: dys. ... doktora tekhn. nauk: 05.01.01. KNUBA, Kyiv.
2. Baliuba, Y. H. (1995). Konstruktyvnaia heometriya mnohoobrazyi v tochechnom yschyslenyy: dys. ... doktora tekhn. nauk: 05.01.01. MISI, Makeyevka.
3. Baliuba, Y. H., & Naidysh, V. M. (2015). Tochechnoe yschyslenye [uchebnoe posobyе]; pod red. Vereshchahy V. M. Melitopol': MGPU im. V.Khmel'nitskogo.
4. Vereshchaha, V. M. (2017). Kompozytsiine heometrychne modeliuвання: Monohafiia. Melitopol': FOP Odnoroh T. V.
5. Vereshchaha, V. M., Naidysh, A. V., & Adoniev, E. O. (2019). Metod kompozytsiinoho heometrychnoho modeliuвання: monohrafiia. Melitopol': FOP Odnoroh T. V.
6. Vereshchaha, V. M., Pavlenko, O. M., & Naidysh, A. V. (2019). Modeliuвання horyzontalnoho zemelnoho maidanchyka u tochkovomu chyslenni: monohrafiia. Melitopol': MDPU imeni Bohdana Khmel'nyts'koho.
7. Vereshchaha, V. M., Naidysh, A. V., Adoniev, E. O., & Lysenko, K. U. (2019). Osnovy kompozytsiinoho heometrychnoho modeliuвання.: navchalnyi posibnyk. Melitopol': FOP Odnoroh T. V.
8. Davydenko, I. P. (2012). Konstruiuvannya poverkhon prostorovykh form metodom rukhomoho sympleksu: avtoref. dys... kand. tekhn. nauk: 05.01.01. Melitopol'.
9. Dubovoi, V. M., Kvietyi, R. N., Mykhalov, O. I., & Usov, A. V. (2017). Modeliuвання ta optymizatsiia system: pidruchnyk. Vinnytsya: PP «TD «Edel'veys».

Верещага Віктор Михайлович - доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри математики та фізики, Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, вул. Гетьманська, 20, м. Мелітополь, Україна, 72300, e-mail: mail337@i.ua, ORCID: 0000-0003-0038-8300.

Павленко Олександр Михайлович – кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри управління та адміністрування, Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, вул. Гетьманська, 20, м. Мелітополь, Україна, 72300. e-mail: opavlenko@mdp.u.ua, ORCID: 0000-0002-8646-2622.

УДК 539.3

С.І. ГОМЕНЮК, С.М. ГРЕБЕНЮК, Н.І.-В. МАНЬКО, О.Г. СПИЦЯ
Запорізький національний університет**ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ
ШТАМПІВ ТА ГУМОВОКОРДНОЇ СМУГИ**

Розглянуто гумовокордні матеріали, що складаються із слабкостисливої гумової матриці та металевих волокон. Наявність різних матеріалів унеможливило безпосередні розрахунки для переважної більшості задач, тому, попередньо, за відомими співвідношеннями проведено гомогенізацію даних матеріалів. Для цього використано співвідношення для ефективних пружних сталих волокнистих композитів на основі формул Ваніна Г. А.

Для визначення напружено-деформованого стану тіла використано моментну схему скінченних елементів. У зоні контакту дискретизацію проведено просторовими шестигранними скінченними елементами скінченних розмірів. Для моделювання нескінченних розмірів гомогенізованого матеріалу застосовано спеціальні апроксимуючі функції, які дозволяють відобразити скінченні розміри скінченного елемента в локальній системі координат у нескінченні в глобальній системі координат. Для розробленого скінченного елемента армування волокнами відбувається у площинах, паралельних одній із граней елемента, що має нескінченний розмір.

Моделювання контактної взаємодії штампів із багатошаровими середовищами здійснено на основі тривимірного методу скінченних елементів. Розв'язання задачі проведено в ітераційному процесі за умови непроникнення одного тіла в інше, що забезпечувалося підбором вектору додаткового навантаження.

За допомогою програмного комплексу «МІРЕЛА+» розв'язано низку контактних задач для багатошарових середовищ. Для тришарової гумовокордної смуги визначено напружено-деформований стан в умовах контакту із системою штампів у вигляді двох еліптичних параболоїдів. Досліджено розподіл максимальних стискаючих (контактних) напружень та деформацій бічної поверхні смуги для різних значень об'ємної долі волокна у композиті. Проведено порівняння напружено-деформованого стану гумовокордної смуги при різних відстанях між штампами та різних схем укладання волокон у шарах смуги.

Ключові слова: контактна задача, напружено-деформований стан, моментна схема, метод скінченних елементів, «нескінченний» скінченний елемент, гумовокордний матеріал.

С.І. ГОМЕНЮК, С.Н. ГРЕБЕНЮК, Н.І.-В. МАНЬКО, О.Г. СПИЦЯ
Запорізький національний університет**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ШТАМПОВ И РЕЗИНОКОРДНОЙ ПОЛОСЫ**

Рассмотрены резинокордные материалы, состоящие из слабосжимаемой резиновой матрицы и металлических волокон. Наличие разнородных материалов исключает непосредственные расчеты для подавляющего большинства задач, поэтому предварительно, по известным соотношениям, проведена гомогенизация данных материалов. Для этого использовано соотношение для эффективных упругих постоянных волокнистых композитов на основе формул Ванина Г. А.

Для определения напряженно-деформированного состояния тела использована моментная схема конечных элементов. В зоне контакта дискретизация проведена пространственными шестигранными конечными элементами конечных размеров. Для моделирования бесконечных размеров гомогенизированного материала использованы специальные аппроксимирующие функции, позволяющие отображать конечные размеры конечного элемента в локальной системе координат в бесконечные в глобальной системе координат. Для разработанного конечного элемента армирование волокнами происходит в плоскостях, параллельных одной из граней элемента, имеющей бесконечный размер.

Моделирование контактного взаимодействия штампів с многослойными средами осуществлено на основе трехмерного метода конечных элементов. Решение задачи проведено в итерационном процессе при условии непроникновения одного тела в другое, что осуществлялось подбором вектора дополнительной нагрузки.

С помощью программного комплекса "Мирела+" решен ряд контактных задач для многослойных сред. Для трехслойной резинокордной полосы определено напряженно-деформированное состояние в условиях контакта с системой штампів в виде двух эллиптических параболоидов. Исследовано

распределение максимальных сжимающих (контактных) напряжений и деформаций боковой поверхности полосы для различных значений объемной доли волокна в композите. Проведено сравнение напряженно-деформированного состояния резинокордной полосы при различных расстояниях между штампами и различных схемах укладки волокон в слоях полосы.

Ключевые слова: контактная задача, напряженно-деформированное состояние, моментная схема, метод конечных элементов, «бесконечный» конечный элемент, резинокордный материал.

S.I. HOMENYUK, S.M. GREBENYUK, N.I.-V. MANKO, O.G. SPYTSIA
Zaporizhzhia National University

NUMERICAL MODELLING OF CONTACT INTERACTION STAMPS AND RUBBER-CORD STRIP

Rubber-cord materials consisting of a weakly compressible rubber matrix and metal fibers have been considered. The presence of different materials makes it impossible to direct calculations for the vast majority of problems therefore before this by known ratios has been carried out homogenization of these materials. For this purpose, the relations for effective elastic stable fibrous composites constants on the formulas of Vanin G. A. have been used.

The moment scheme of finite elements has been used to determine the stress-strain state of the body. In the contact zone, the sampling has been performed by spatial hexahedral finite elements of finite dimensions. For modeling of infinite dimensions of the homogenized material, according to the moment scheme of a finite element, are used the special approximating functions, which allow to display the finite dimensions of the finite element in the infinite global coordinate system. For the developed finite element, fiber reinforcement takes place in planes parallel to one of the faces of the element, which has an infinite size.

Modeling of contact interaction of stamps with multilayer environments has been carried out on the basis of the finite element method. The solution of the problem has been carried out in the iterative process under the condition of non-penetration of one body into another, which was provided with the selection of the vector of additional load.

A number of contact problems for multilayer environments have been solved with the help of the MIRELA + software package. The stress-strain state in the conditions of contact with the system of stamps in the form of two elliptical paraboloids has been determined for the three-layer rubber-cord strip. The distribution of maximum compressive (contact) stresses and deformations of the side surface of the strip for different values of the volume fraction of fiber in the composite has been studied. A comparison of the stress-strain state of the rubber cord strip at different distances between stamps and different schemes of laying fibers in the layers of the strip has been made.

Keywords: contact problem, stress-strain state, moment scheme, finite element method, "infinite" finite element, rubber-cord material.

Постановка проблеми

Унікальне поєднання механічних властивостей композиційних матеріалів дозволяє їм знаходити нові сфери застосування у різноманітних галузях промисловості: енергетиці, аерокосмічній техніці, будівництві, транспорті тощо. Так, однією із ніш, де вони використовуються, є застосування композиційних матеріалів при створенні транспортних стрічок, ескалаторів, конвеєрних полотен, спортивних та транспортних дорожніх покриттів.

Визначення напружено-деформованого стану таких конструкцій стикається із низкою складнощів математичного та обчислювального характеру. Так, наявність композиційного матеріалу, який за своєю структурою є неоднорідним, призводить до ускладнення математичної моделі конструкції, яка певним чином повинна враховувати наявність значної кількості армуючих елементів. Окрім цього, описані конструкції представляють собою елементи із особливими геометричною формою та розмірами. Це, як правило, замкнені смуги або смуги із дуже значною довжиною, які можна вважати нескінченними. В процесі експлуатації такі конструкції випробовують навантаження у локальній області, яка за розмірами значно поступається довжині

конструкції. Тому моделювання нескінченних розмірів є важливою проблемою при розв'язанні практичних задач.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Метод скінченних елементів був застосований для дослідження нескінченних площ в одновимірних та двовимірних формулюваннях. Застосування «нескінченного» скінченного елемента з використанням ANSYS для вирішення динамічної задачі показано в одно- та двовірних випадках [1]. У статті [2] запропоновано підвищення точності розрахунків за допомогою спеціальних апроксимаційних функцій для «нескінченного» скінченного елемента. Дослідження нескінченного двовимірного середовища з нескінченим кінцевим елементом описано у монографії [3]. У статті [4] представлено вирішення статичних задач для нескінченних площ через «нескінченні» скінченні елементи. Аналіз підземних розкопок для необмежених площ на основі методу нескінченних елементів наведено в [5]. Побудова матриці жорсткості нескінченного скінченного елемента для ізотропного слабкого пружного матеріалу розроблена у тривимірному випадку [6].

Мета дослідження

Метою дослідження є чисельне моделювання контактної взаємодії системи штампів із гумовокордною смугою нескінченного розміру та аналіз впливу параметрів задачі (схема армування, розташування штампів, об'ємний вміст волокна у композиті) на напружено-деформований стан смуги.

Викладення основного матеріалу дослідження

Для моделювання нескінченного у одному напрямку середовища із волокнистого композиційного матеріалу використаємо шестигранний просторовий скінченний елемент.

Початок системи координат скінченного елемента розмістимо у центрі куба, осі розташуємо так, щоб вони були паралельні ребрам скінченного елемента, причому вісь x_3 відповідає нескінченному напрямку. Введемо дві локальні системи координат: локальну систему координат скінченного елемента та локальну систему армування. Армування проводиться у площині x_2Ox_3 . Система координат скінченного елемента $Ox_1x_2x_3$ і система координат армування $Ox_1''x_2''x_3''$ зв'язані кутом α , який визначає напрям укладки волокна відносно осі x_2 (рис. 1).

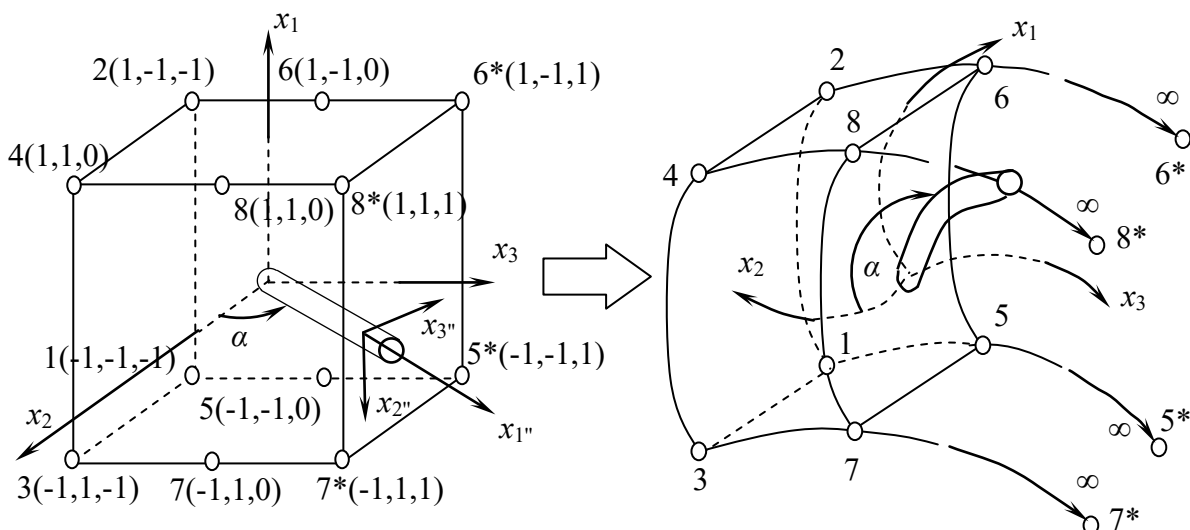


Рис. 1. «Нескінченний» скінченний елемент для волокнистого композиційного матеріалу

За допомогою спеціальних апроксимуючих функцій змодельємо нескінченність у глобальній декартовій системі координат $(O'z'_1z'_2z'_3)$. Спеціальні апроксимуючі функції підберемо так, щоб вузли 5^* , 6^* , 7^* , 8^* відображалися на нескінченності у напрямку осі z'_3 .

Побудуємо матрицю жорсткості «нескінченного» скінченного елемента на основі варіаційного принципу Лагранжа: $\delta\tilde{\Pi} = \delta\tilde{W} - \delta\tilde{A}$, де $\tilde{\Pi}$ – потенційна енергія конструкції, \tilde{W} – енергія пружної деформації конструкції, \tilde{A} – робота зовнішніх сил.

Розглянемо варіацію енергії пружної деформації окремого скінченного елемента у матричній формі:

$$\delta W = \iiint_V \{\delta\varepsilon_{ij}\}^T [C^{ijkl}] \{\varepsilon_{kl}\} dV, \quad (1)$$

де $\{\varepsilon_{kl}\} = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{21}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{23}, \varepsilon_{31}, \varepsilon_{32}, \varepsilon_{33}\}$ – вектор деформацій, $[C^{ijkl}]$ – матриця пружних сталей матеріалу у системі координат скінченного елемента x_i .

У системі координат армування композиційний матеріал представляється однорідним транстропним. Ефективні пружні властивості транстропного матеріалу визначаються п'ятьма механічними характеристиками: E_1, E_2 – модулями пружності (повздожнім та поперечним, відповідно), G_{12}, G_{23} – модулями зсуву та ν_{12} – коефіцієнтом Пуассона. Тут перший напрямок визначається напрямком армування волокнами, а другий і третій визначають площину ізотропії матеріалу. Інші пружні сталі визначаються так: $\nu_{21} = \nu_{12}E_2/E_1, \nu_{23} = E_2/(2G_{23}) - 1, \nu_{13} = \nu_{12}, \nu_{31} = \nu_{21}, \nu_{32} = \nu_{23}, E_3 = E_2, G_{13} = G_{12}$.

Компоненти тензора пружних сталей $C^{i^*j^*k^*l^*}$ для транстропного середовища в системі координат армування x_{m^*} визначаються за такими формулами [7]:

$$\begin{aligned} C^{1^*1^*1^*1^*} &= E_1(1 - \nu_{23}\nu_{32})/\Delta^*, \quad C^{1^*1^*2^*2^*} = E_2(\nu_{12} + \nu_{13}\nu_{32})/\Delta^*, \quad C^{1^*1^*3^*3^*} = E_3(\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23})/\Delta^*, \\ C^{2^*2^*1^*1^*} &= E_1(\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{32})/\Delta^*, \quad C^{2^*2^*2^*2^*} = E_2(1 - \nu_{13}\nu_{31})/\Delta^*, \quad C^{2^*2^*3^*3^*} = E_3(\nu_{23} + \nu_{21}\nu_{13})/\Delta^*, \\ C^{3^*3^*1^*1^*} &= E_1(\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32})/\Delta^*, \quad C^{3^*3^*2^*2^*} = E_2(\nu_{32} + \nu_{31}\nu_{12})/\Delta^*, \quad C^{3^*3^*3^*3^*} = E_3(1 - \nu_{21}\nu_{12})/\Delta^*, \\ C^{1^*2^*1^*2^*} &= G_{12}/2, \quad C^{1^*3^*1^*3^*} = G_{13}/2, \quad C^{2^*3^*2^*3^*} = G_{23}/2, \\ \Delta^* &= 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{13}\nu_{31} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{12}\nu_{23}\nu_{31} - \nu_{13}\nu_{21}\nu_{32}, \end{aligned}$$

де E_1, E_2, E_3 – модулі пружності у відповідних напрямках системи армування, G_{ij} – модулі зсуву транстропного матеріалу, ν_{ij} – коефіцієнти Пуассона.

При розв'язанні просторових задач використовують ефективні пружні сталі, отримані на основі різних теорій. Так, формули Ваніна Г. А. [8], мають наступний вид:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_c f + E_m(1 - f), \quad \nu_{12} = \nu_m - \frac{gf(\chi_m + 1)(\nu_m - \nu_c)}{(1 - f)(\chi_c - 1) + g(2 - f + f\chi_m)}, \\ E_2 &= \left\{ \frac{\nu_{12}^2}{E_1} + \frac{\chi_m + 1}{8G_m} \left[\frac{\chi_c - 1 + 2g}{(1 - f)(\chi_c - 1) + g(2 - f + f\chi_m)} - \frac{2(g - 1)f}{1 - f + g(f + \chi_m)} \right] \right\}^{-1}, \end{aligned}$$

$$G_{12} = \frac{1-f+g(f+1)}{f+1+g(1-f)} G_m, \quad G_{23} = \frac{1-f+g(f+\chi_m)}{\chi_m(f+g(1-f))+1} G_m,$$

де $\chi_c = 3 - 4\nu_c$.

Для перетворень пружних сталих $C^{i'j'k'l'}$ із системи координат армування у систему координат скінченного елемента використовують тензор перетворень:

$$[\alpha] = \begin{bmatrix} 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}.$$

Згідно моментної схеми скінченного елемента апроксимація переміщень прийме вигляд:

$$u_{k'} = \{\psi_{ij}\} \{\omega_{k'}\}^T, \quad (2)$$

де $\{\omega_{k'}\} = \{\omega_{k'}^{(000)}, \omega_{k'}^{(100)}, \omega_{k'}^{(010)}, \omega_{k'}^{(110)}, \omega_{k'}^{(001)}, \omega_{k'}^{(101)}, \omega_{k'}^{(011)}, \omega_{k'}^{(111)}\}$ – вектор коефіцієнтів розкладання, $\{\psi_{ij}\} = \{1, x_1, x_2, x_1x_2, x_3, x_1x_3, x_2x_3, x_1x_2x_3\}$ – вектор степеневих функцій.

Тензор деформацій також розкладемо за степеневими функціями:

$$\{\varepsilon_{ij}\} = \{\psi_{ij}\} \{e_{ij}\}. \quad (3)$$

Коефіцієнти розкладання e_{ij} можна записати через коефіцієнти апроксимації переміщень $\omega_{k'}^{(pqr)}$ таким чином:

$$\{e_{ij}\} = [F_{ij}^{k'}] \{\omega_{k'}\}. \quad (4)$$

Враховуючи наведені залежності, варіація пружної енергії деформації (1) прийме вид:

$$\delta W = \iiint_V \{\delta e_{ij}\}^T \{\psi_{ij}\}^T [C^{ijkl}] \{\psi_{kl}\} \{e_{kl}\} dV.$$

Координату довільної точки конструкції можна представити через координати вузлових точок скінченного елемента та функції форми $z_{k'} = \sum_{L=0}^8 N_L(x_1, x_2, x_3) \bar{z}_{k'}^L$. Тут $z_{k'}^L$ – k' -а координата L -ого вузла в базисній системі координат (рис. 1), $k' = 1, 2, 3$; $L = \overline{1, 8}$, $N_L(x_1, x_2, x_3)$ – функції форми L -ого вузла. Для нескінченного скінченного елемента вони матимуть вид:

для вузлів 1-4:

$$N_L(x_1, x_2, x_3) = -\frac{1}{4} (1 + x_1 x_1^L) (1 + x_2 x_2^L) \frac{2x_3}{1 - x_3}, \quad (5)$$

для вузлів 5-8:

$$N_L(x_1, x_2, x_3) = \frac{1}{4} (1 + x_1 x_1^L) (1 + x_2 x_2^L) \left(1 + \frac{2x_3}{1 - x_3} \right), \quad (6)$$

де x_i^L – i -а координата L -ого вузла в системі координат скінченного елемента; $i = 1, 2, 3$; $L = \overline{1, 8}$.

Згідно правил моментної схеми остаточно для деформацій (3) будемо мати:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= e_{11}^{(000)} + e_{11}^{(010)} \psi^{010} + e_{11}^{(001)} \psi^{001} + e_{11}^{(011)} \psi^{011}, \quad \varepsilon_{22} = e_{22}^{(000)} + e_{22}^{(100)} \psi^{100} + e_{22}^{(001)} \psi^{001} + e_{22}^{(101)} \psi^{101}, \\ \varepsilon_{33} &= e_{33}^{(000)} + e_{33}^{(100)} \psi^{100} + e_{33}^{(010)} \psi^{010} + e_{33}^{(110)} \psi^{110}, \quad \varepsilon_{12} = e_{12}^{(000)} + e_{12}^{(001)} \psi^{001}, \\ \varepsilon_{13} &= e_{13}^{(000)} + e_{13}^{(010)} \psi^{010}, \quad \varepsilon_{23} = e_{23}^{(000)} + e_{23}^{(100)} \psi^{100}. \end{aligned}$$

Тут $e_{ij}^{(pqr)}$ – коефіцієнти розкладання деформацій [9].

Враховуючи ці розкладання та співвідношення (3) та (4), варіація енергії пружної деформації запишеться так:

$$\delta W = \{\delta \omega_{k'}\}^T [F_{ij}^{k'}]^T [H^{ijkl}] [F_{kl}^{m'}] \{\omega_{m'}\}.$$

Тут $[H^{ijkl}] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{\psi_{ij}\}^T [C^{ijkl}] \{\psi_{kl}\} \sqrt{g} dx_1 dx_2 dx_3$ – матриця пружних сталей волокнистого композиційного матеріалу з урахуванням метрики нескінченного скінченного елемента.

Компоненти вектору переміщень у глобальній системі координат мають вид:

$$u_{k'} = \{N_L\} \{u_{k'}^*\}^T, \quad (7)$$

де $\{u_{k'}^*\} = \{u_{k'}^{(1)}, u_{k'}^{(2)}, u_{k'}^{(3)}, u_{k'}^{(4)}, u_{k'}^{(5)}, u_{k'}^{(6)}, u_{k'}^{(7)}, u_{k'}^{(8)}\}$ – вектор вузлових переміщень, $\{N_L\} = \{N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6, N_7, N_8\}$ – вектор функцій форми виду (5), (6).

Із співвідношень (2) та (7) визначаємо елементи матриці $[A]$ так, щоб виконувалась рівність:

$$\{\omega_{k'}\} = [A]^T \{u_{k'}^L\}. \quad (8)$$

Враховуючи (8), можемо записати варіацію енергії пружної деформації:

$$\delta W = \{\delta u_{k'}^L\}^T [K^{k'm'}] \{u_{m'}^L\}.$$

В останній рівності співвідношення $[K^{k'm'}]$ визначатиме матрицю жорсткості нескінченного скінченного елемента на основі моментної схеми для волокнистого композиційного матеріалу:

$$[K^{k'm'}] = [A] [F_{ij}^{k'}]^T [H^{ijkl}] [F_{kl}^{m'}] [A]^T.$$

Описану матрицю жорсткості реалізовано у програмному комплексі «МІРЕЛА+» [10]. За його допомогою розв'язано задачі про вдавлювання штампів у багат шарове середовище.

Маємо симетрично розташовані два штампи у вигляді еліптичних параболоїдів, що описуються рівнянням $x = y^2 / 2 + z^2$.

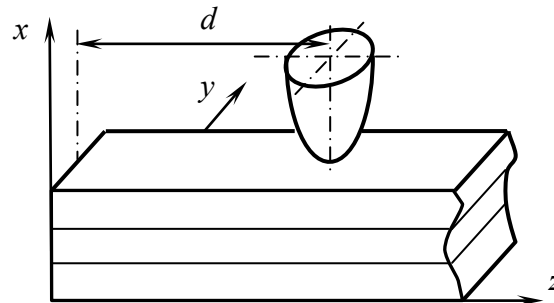


Рис. 2. Схема розташування параболічних штампів

Вихідні данні: ширина середовища – $b = 0,5$ м, товщина кожного з трьох шарів – $0,05$ м, загальна товщина $t = 0,15$ м, довжина нескінченна. Штампи є абсолютно жорсткими. Матеріалом шарів є волокнистий композит із об'ємною долею волокна f . Пружні сталі матеріалу матриці: коефіцієнт Пуассона $\nu_m = 0,49$, модуль пружності $E_m = 5,28$ МПа. Пружні сталі матеріалу волокна: коефіцієнт Пуассона $\nu_c = 0,3$, модуль пружності $E_c = 1277,5$ МПа.

Відстань між штампамі приймається $d = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4$ м. Штампи заглиблюються у середовище на глибину $0,01$ м. Досліджено дві схеми армування волокнами. У першій: $\alpha = 90^\circ$ для нижнього та верхнього шарів, $\alpha = 0^\circ$ для середнього шару (α – кут між напрямом армування та віссю Oy у площині Oyz). У другій: $\alpha = 0^\circ$ для нижнього та верхнього шарів, $\alpha = 90^\circ$ для середнього шару.

На рисунках 3 та 4 показано розподіл максимального випинання бічної поверхні та максимальних контактних тисків для першої схеми армування, а на рисунках 5 та 6 – для другої.

Із аналізу результатів можна зазначити, що для обох схем армування із збільшенням об'ємного вмісту волокна максимальна величина випинання бічної поверхні зменшується, що пояснюється підвищенням жорсткості матеріалу за рахунок більш жорсткого волокна, а максимальні значення контактних тисків навпаки збільшуються. Збільшення відстані між штампамі не призводить до суттєвих змін максимальних значень величин випинання бічної поверхні та контактних тисків. А схема армування впливає на якісний характер випинання бічної поверхні. Так, для першої схеми маємо під штампом дві зони значного випинання бічної поверхні у верхньому та у нижньому шарах, причому, у верхньому шарі випинання дещо більші у порівнянні із нижнім. А для другої схеми маємо одну зону випинання у середньому шарі, й максимальні величини цього випинання на 20-25% більші ніж для першої схеми армування. Такий характер випинання пояснюється тим, що поперечним переміщенням при поперечному розташуванні волокон чинять опір саме більш жорсткі волокна, тому бічне випинання незначне. А при поздовжньому армуванні волокнами опір поперечній деформації чинить гума, що має значно меншу жорсткість, ніж волокна, тому у цьому випадку маємо значне випинання бічної поверхні смуги.

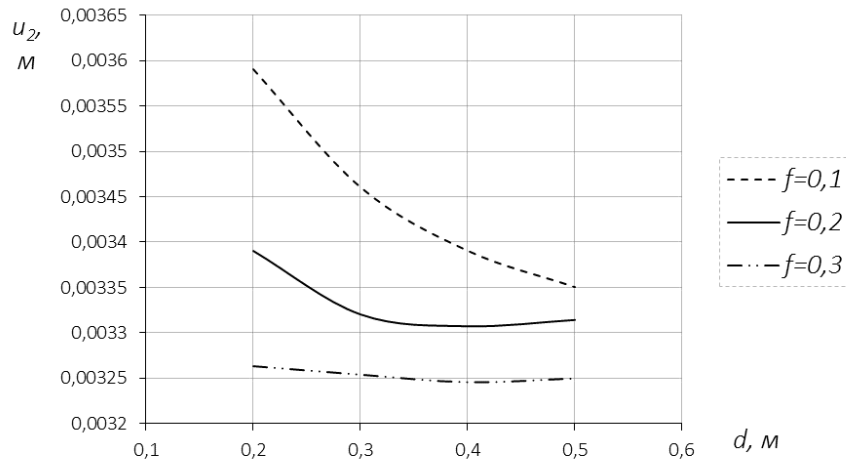


Рис. 3. Максимальне випинання бічної поверхні при першій схемі армування

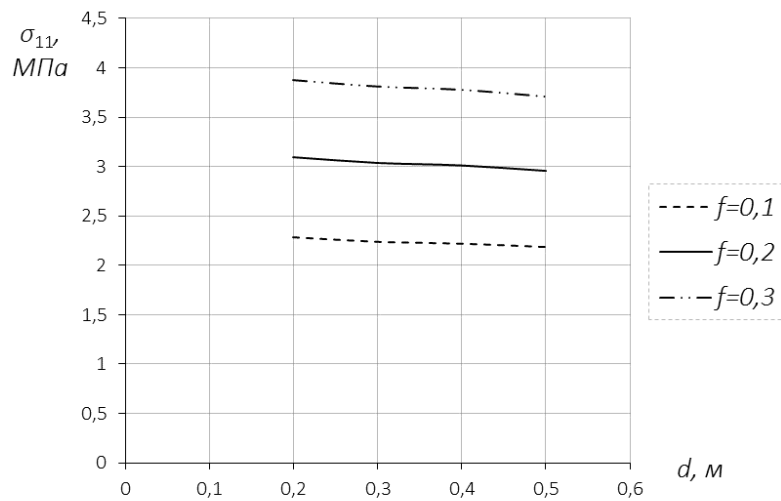


Рис. 4. Максимальні значення контактних тисків при першій схемі армування

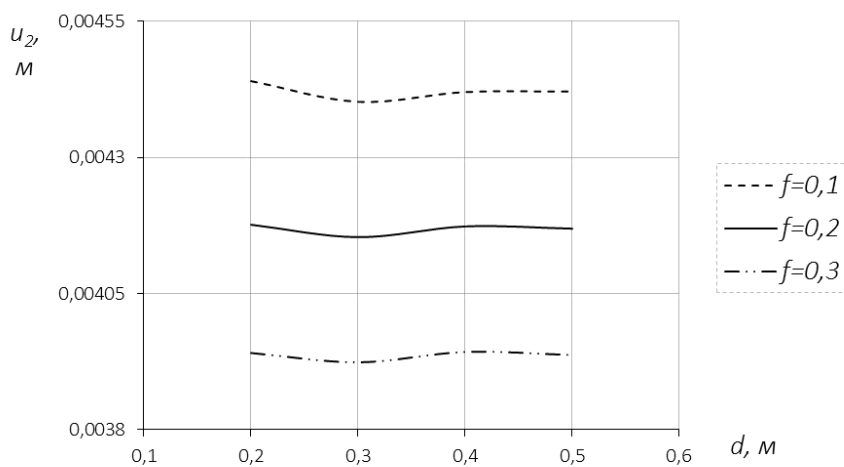


Рис. 5. Максимальне випинання бічної поверхні при другій схемі армування

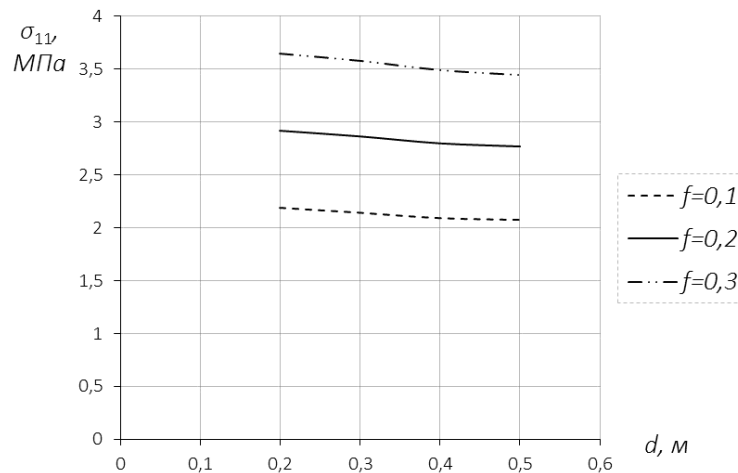


Рис. 6. Максимальні значення контактних тисків при другій схемі армування

Висновки

Таким чином, за допомогою моментної схеми скінченного елемента проведено чисельне моделювання системи двох штампів у вигляді еліптичних параболоїдів із тришаровою гумовокордною смугою. Досліджено вплив схем армування шарів смуги, відстані між штампами та об'ємного вмісту волокна у гумовокордному матеріалі на напружено-деформований стан смуги.

Список використаної літератури

1. Edip K., Sheshov V., Bojadjieva J., Demir A., Ozturk H. Development of infinite elements for simulation of unbounded media. *Građevinski materijali i konstrukcije*. 2018. Vol. 61, № 3. P. 3–13.
2. Medina F. Taylor R. L. Finite element techniques for problems of unbounded domains. *International journal for numerical methods in engineering*. 1983. Vol. 19, № 8. P. 1209–1226.
3. Zienkiewicz O. C., Taylor R. L., Too J. M. Reduced integration technique in general analysis of plates and shells. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1971. Vol. 3, № 3. P. 275–290.
4. Curnier A. A static infinite element. *International journal for numerical methods in engineering*. 1983. № 19(10). P. 1479–1488.
5. Beer G. 'Infinite domain' elements infinite element analysis of underground excavations. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*. 1983. Vol. 7, № 1. P. 1–7.
6. Чопоров С. В., Манько Н. І.–В., Спиця О. Г., Гребенюк С. М. Матриця жорсткості «напівнескінченного» скінченного елемента для слабкостисливого матеріалу на основі моментної схеми. *Вісник Запорізького національного університету. Фізико-математичні науки*. 2019. № 1. С. 98–106. DOI: 10.26661/2413-6549-2019-1-13.
7. Амбарцумян С. А. Общая теория анизотропных оболочек. Москва : Наука, 1974. 448 с.
8. Ван Фо Фы Г. А. Упругие постоянные и напряженное состояние стеклоленты. *Механика полимеров*. 1966. № 4. С. 593–602.
9. Manko N. I., Sptysia O. G. The stiffness matrix of infinite hexahedral finite element for fiber composite material based on the moment scheme. *Mathematical and computer modelling of engineering systems: monograph*. Riga : Baltija Publishing. 2020. С. 81–93. URL: <http://www.baltijapublishing.lv/omp/index.php/bp/catalog/book/89>.

References

1. Edip, K., Sheshov, V., Bojadjieva, J., Demir, A., & Ozturk, H. (2018). Development of infinite elements for simulation of unbounded media. *Граđевински materijali i konstrukcije*. 61(3), 3–13.
2. Medina, F., & Taylor, R. L. (1983). Finite element techniques for problems of unbounded domains. *International journal for numerical methods in engineering*. 19(8), 1209–1226.
3. Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., & Too, J. M. (1971). Reduced integration technique in general analysis of plates and shells. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 3(3), 275–290.
4. Curnier, A. (1983). A static infinite element. *International journal for numerical methods in engineering*. 19(10), 1479–1488.
5. Beer, G. (1983). ‘Infinite domain’ elements infinite element analysis of underground excavations. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*. 7(1), 1–7.
6. Choporov, S. V., Manko, N. I.–V., Spysia, O. H., & Hrebeniuk, S. M. (2019). Matrytsia zhorstkosti «napivneskinchennoho» skinchennoho elementa dlia slabkostyslyvoho materialu na osnovi momentnoi skhemy. *Visnyk Zaporizkoho natsionalnoho universytetu. Fyzyko-matematychni nauky*. No. 1, 98–106. DOI: 10.26661/2413-6549-2019-1-13.
7. Ambartsumyan, S. A. (1974). *Obschaya teoriya anizotropnyih obolochek*. Moskva: Nauka.
8. Van Fo Fyi, G. A. (1966). Uprugie postoyannyye i napryazhennoe sostoyanie steklolentyi. *Mekhanika polimerov*. No. 4, 593–602.
9. Manko, N. I., & Spysia, O. G. (2020). The stiffness matrix of infinite hexahedral finite element for fiber composite material based on the moment scheme. *Mathematical and computer modelling of engineering systems: monograph*. Riga: Baltija Publishing, pp. 81–93. URL: <http://www.baltijapublishing.lv/omp/index.php/bp/catalog/book/89>.

Гоменюк Сергій Іванович – д.т.н., професор, декан математичного факультету Запорізького національного університету. E-mail: gserega71@gmail.com. ORCID: 0000-0001-7340-5947.

Гребенюк Сергій Миколайович – д.т.н., доцент, завідувач кафедри фундаментальної математики Запорізького національного університету. E-mail: gsm1212@ukr.net. ORCID: 0000-0002-5247-9004.

Манько Наталія Іванівна-Володимирівна – к.ф.-м.н., старший викладач кафедри програмної інженерії Запорізького національного університету. E-mail: manko.nataly2017@gmail.com. ORCID: 0000-0001-8995-7316.

Спиця Оксана Геннадіївна – к.ф.-м.н., доцент кафедри загальної математики Запорізького національного університету. E-mail: spytza.o.g@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7150-7736.

УДК 004.378

Т.А. ГРИГОРОВА, В.П. ЛЯШЕНКО, О.О. МОСКАЛЕНКО
Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ МАШИННОГО НАВЧАННЯ ДЛЯ ПОШУКУ ІНФОРМАЦІЇ

Перевагами використання машинного навчання в пошуку є те, що пошукова система може навчатися і тим самим приводити до більш персоналізованих відповідей, а не поширених результатів. У відомих пошукових системах такі алгоритми використовуються вже давно і постійно удосконалюються. У роботі на прикладах було досліджено методи і алгоритми машинного навчання, які використовуються для пошуку інформації, їх переваги і недоліки. Було обрано колаборативну фільтрацію, кластеризацію та пошук асоціативних правил. Розглянуті основні підходи колаборативної фільтрації – кореляційні і латентні моделі. В якості кореляційних моделей – фільтрацію за подібністю користувачів (*user-based filtration*) і фільтрація за подібністю посилань (*item-based filtration*). Ці моделі розглянуті на прикладах, які показують, як працюють алгоритми. Фільтрація за подібністю посилань прогнозує оцінку на основі оцінок іншого посилання та використовує регресійний аналіз або, як альтернативу, використовує спрощений предиктор, що називається алгоритмом *SlopeOne*. Розглянуті метрики: евклідова відстань, косинусний коефіцієнт та коефіцієнт кореляції Пірсона, що використовуються для визначення коефіцієнта подібності користувачів в моделі фільтрації за подібністю користувачів. В якості латентних моделей розглянуті алгоритми кластеризації: бікластеризація, алгоритм просторової кластеризації з присутністю шуму *DBSCAN*, алгоритм нечіткої кластеризації *s-means*. Всі ці алгоритми призначені для формування кластерів даних за визначеним критерієм. Розглянуто пошук асоціативних правил на прикладі алгоритму *Apriori*, що генеруються на основі всіх поширених пошукових наборів, виявлених в базі даних пошукових запитів, які задовольняють заданому критерію відповідності. Для застосування цього алгоритму дані були приведені до бінарного вигляду та відповідної структури даних. Зроблено висновки, що кожний з цих методів має свої недоліки і тільки завдяки їх комбінуванню можна досягти бажаного результату для підвищення якості пошуку в залежності від задач, які поставив замовник.

Ключові слова: машинне навчання, кластеризація, колаборативна фільтрація, пошук асоціативних правил.

Т.А. ГРИГОРОВА, В.П. ЛЯШЕНКО, А.А. МОСКАЛЕНКО
Кременчугский национальный университет имени Михаила Остроградского

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ПОИСКА ИНФОРМАЦИИ

Преимуществами использования машинного обучения для поиска является то, что поисковая система может учиться и тем самым приводит к более персонализированным ответам, а не распространенным результатам. В известных поисковых системах такие алгоритмы используются уже давно и постоянно совершенствуются. В работе на примерах были исследованы методы и алгоритмы машинного обучения, которые используются для поиска информации, их преимущества и недостатки. Были выбраны колаборативная фильтрация, кластеризация и поиск ассоциативных правил. Рассмотрены основные подходы колаборативной фильтрации – корреляционные и латентные модели. В качестве корреляционных моделей – фильтрацию по сходству пользователей (*user-based filtration*) и фильтрация по сходству ссылок (*item-based filtration*). Эти модели рассмотрены на примерах, которые показывают, каким образом работают алгоритмы. Фильтрация по сходству ссылок прогнозирует оценку на основе оценок другой ссылки и использует регрессионный анализ или, в качестве альтернативы, использует упрощенный предиктор, который называется алгоритмом *SlopeOne*. Рассмотрены метрики: евклидово расстояние, косинусный коэффициент и коэффициент корреляции Пірсона, которые используются для определения коэффициента сходства пользователей в модели фильтрации по сходству пользователей. В качестве латентных моделей рассмотрены такие алгоритмы кластеризации, как бикластеризация, алгоритм пространственной кластеризации с присутствием шума *DBSCAN*, алгоритм нечеткой кластеризации *s-means*. Все эти алгоритмы предназначены для формирования кластеров данных по определенному критерию. Рассмотрен поиск ассоциативных правил на примере алгоритма *Apriori*, генерируемых на основе всех часто задаваемых поисковых наборов, выявленных в базе данных поисковых запросов, которые удовлетворяют заданному

критерию соответствия. Для применения этого алгоритма данные были приведены к бинарному виду и соответствующей структуре данных. Сделаны выводы, что каждый из этих методов имеет свои недостатки и только благодаря их комбинированию можно достичь желаемого результата для повышения качества поиска в зависимости от задач, которые поставил заказчик.

Ключевые слова: машинное обучение, кластеризация, колаборативная фильтрация, поиск ассоциативных правил.

T.A. HRYHOROVA, V.P. LYASHENKO, O.O. MOSKALENKO
Kremenchug National University named after Mykhailo Ostrogradsky

RESEARCH OF MACHINE LEARNING METHODS FOR SEARCH INFORMATION

The advantages of using machine learning in search are that the search engine can learn and thus lead to more personalized answers, rather than the common results. In well-known search engines, such algorithms have been used for a long time and are constantly being improved. In the work on the examples were studied methods and algorithms of machine learning, which are used to search for information, their advantages and disadvantages. Collaborative filtering, clustering, and search for associative rules were chosen. The main approaches of collaborative filtering - correlation and latent models are considered. The correlation models - user similarity filtering (user-based filtration) and link similarity filtering (item-based filtration). These models are considered in the examples, which show how the algorithms work. Link similarity filtering predicts an estimate based on the estimates of another link, and uses regression analysis or, alternatively, uses a simplified predictor called the SlopeOne algorithm. The metrics Euclidean distance, cosine coefficient and Pearson correlation coefficient, which are used to determine the user similarity coefficient in the filtering model by user similarity, are considered. Clustering algorithms such as biclusterization, DBSCAN noise clustering algorithm, and fuzzy c-means fuzzy clustering algorithm are considered as latent models. All these algorithms are designed to form data clusters according to a certain criterion. The search for associative rules is considered on the example of the Apriori algorithm, which is generated on the basis of all frequent search sets found in the database of search queries that meet the specified match criterion. To apply this algorithm, the data were reduced to a binary form and the corresponding data structure. It is concluded that each of these methods has its drawbacks and only by combining them can achieve the desired result to improve the quality of the search depending on the tasks set by the customer.

Keywords: machine learning, clustering, collaborative filtering, search for associative rules.

Постановка проблеми

З кожним днем в пошукових системах індексується все більше інформації, а тому і зростає кількість інформаційного сміття. Для пошуку інформації в мережі Інтернет актуальним стає використання алгоритмів штучного інтелекту для визначення більш точного результату та відсіювання зайвої інформації для пошукового запиту. Дослідження методів інтелектуального пошуку необхідно для підвищення ефективності пошуку.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

До найбільш відомих методів машинного навчання, які використовуються для пошуку, належать колаборативна фільтрація, кластеризації та пошук асоціативних правил [1]. Застосування підходів колаборативної фільтрації в пошукових системах використовується для відображення тематичних результатів пошуку на основі інтересів користувача, що формуються з історії пошуку, або груп інтересів других користувачів, що виконують схожий пошуковий запит [2]. Кластеризація розділяє множину даних на підмножини за схожістю деяких характеристик [2]. Дані всередині одного кластера повинні бути схожими на інші дані того ж самого кластера, та відрізнятися від даних інших кластерів. Кластеризація є найбільш поширеною формою машинного навчання без вчителя[3]. Пошук асоціативних правил дозволяє знаходити закономірність між зв'язаними об'єктами. Асоціативні правила були створені для сегментації покупців по поведінці під час покупки, але цим їх застосування не обмежується і вони

використовуються в інформаційних пошукових системах для видачі більш релевантних результатів пошуку.

Мета дослідження

Метою дослідження є аналіз методів машинного навчання – колаборативної фільтрації, кластеризації та пошуку асоціативних правил для подальшого їх використання для пошуку інформації та підвищення якості пошуку в залежності від запитів користувача.

Основна частина

Колаборативна фільтрація має два основних підходи [3]: кореляційні моделі (Memory-Based Collaborative Filtering) та латентні моделі (Latent Models for Collaborative Filtering).

Для кореляційних моделей використовується сімейство алгоритмів Slope One для аналізу різноманітних побажань користувачів і вироблення персональних рекомендацій. Кореляційний підхід має дві основні моделі: фільтрація за подібністю користувачів (user-based filtration) – базується на основі інтересів та оцінок інших користувачів системи, що мають схожу групу інтересів, та фільтрація за подібністю посилань (item-based filtration) – базується на порівнянні результатів пошукової видачі різних користувачів. Алгоритми колаборативної фільтрації працюють наступним чином: переглядають велику множину людей і відшукують в ній підмножину зі схожими інтересами, об'єднують переваги та створюють ранжований список пропозицій [4].

Якщо застосовувати кореляційний підхід для пошукової системи, то в якості інтересів будемо формувати таблицю з посилань користувача.

Розглянемо приклад реалізації кореляційного підходу. Перше, що необхідно – це спосіб представлення користувачів та їх переваг. Якщо застосовувати кореляційний підхід для пошукової системи, то в якості інтересів будемо формувати таблицю з посилань користувача. Наприклад, рейтинг посилань можна оцінювати в залежності від того, відкрив користувач посилання чи ні. Якщо користувач відкрив посилання, ставимо оцінку 1, якщо не відкрив, ставимо оцінку 0.

Створюємо таблицю в базі даних. В таблиці повинна міститись інформація про користувача, який відкрив посилання (id користувача), інформація про посилання, яке відкрив користувач (id посилання), поле для пошукового запиту та поле для рейтингу посилання (0 або 1).

Тобто, в інформаційній системі є користувачі, про яких відома інформація про те, які посилання відкрив користувач для пошукового запиту .

Табл. 1

Приклад таблиці для зберігання інформації про користувачів

Користувач (id)	Посилання (id)	Рейтинг (0 або 1)	Пошуковий запит(id)
Користувач 1	1,3,5,7	1	1
Користувач 1	2,4,6	0	1
Користувач 2	1,2,4,5,7	1	2
Користувач 2	3,6	0	2
...
Користувач n	4,5	1	50

Принцип полягає в тому, що, якщо користувач виконує пошуковий запит, який виконував інший користувач та про якого є вже дані в таблиці, то можна припустити, що користувачу можуть підійти деякі результати пошукового запиту.

Колаборативна фільтрація за подібністю посилань прогнозує оцінку на основі оцінок іншого посилання, та використовує регресійний аналіз $f(x) = ax + b$.

Тобто, якщо ми маємо 100 посилань, то може бути до 100000 лінійних регресій для вивчення до 200000 регресорів. Такий підхід може бути неефективним через перенавчання, тому необхідно вибирати посилання, для яких відома оцінка багатьох користувачів. Альтернативою може бути використання спрощеного предиктору (наприклад $f(x) = x + b$), що називається алгоритмом SlopeOne, в якому предиктор – це середня різниця між оцінками обох предметів. Щоб застосувати алгоритм SlopeOne для заданих n -предметів, необхідно розрахувати та зберегти середню різницю та кількість голосів для кожної з n^2 пар предметів.

Для реалізації такого алгоритму (Slope One) можна використати бібліотеку OneSlopeOne [5]. Для цього створимо таблицю «oso_user_ratings», яка буде містити id користувача, id предмета (посилання) та рейтинг посилання (0 або 1), та заповнимо таблицю.

Табл. 2

Таблиця з рейтингом посилань користувачів «oso_user_ratings»

user_id	item_id	rating
1	1	1.0000
1	2	1.0000
2	1	1.0000
2	2	1.0000
3	1	1.0000

З таблиці 2 ми бачимо, що користувач 1 та користувач 2 переглядали посилання 1 та 2. Користувач 3 переглядав посилання 1. Якщо виконати алгоритм SlopeOne для користувача 3, то система запропонує користувачу посилання 2, так як з його посиланням 1 користувач 1 та користувач 2 переглядали також посилання 2.

Для знаходження пропозицій для користувача, в алгоритмі SlopeOne використовується наступний SQL-запит:

```
$sql = 'select s.item_id2 from oso_slope_one s,oso_user_ratings u where u.user_id = $userId . ' and s.item_id1 = u.item_id and s.item_id2 != u.item_id group by s.item_id2 order by sum(u.rating * s.times - s.rating)/sum(s.times) desc limit ' . $limit;
```

Такий алгоритм має значний недолік: зі зростанням кількості користувачів також зростає складність обчислення рекомендацій.

Прикладом алгоритму колаборативної фільтрації за посиланнями є запатентований алгоритм «item_to_item» компанії Amazon, що розраховує подібність посилань як косинус між векторами переглядів в матриці користувачів та посилань [6].

$$similarity(\vec{A}, \vec{B}) = \cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{\vec{A} \times \vec{B}}{|\vec{A}| * |\vec{B}|}$$

В даному алгоритмі використовується один коефіцієнт на кожну пару посилань (косинус), на основі якого і створюються рекомендації [6].

Розглянемо його роботу на прикладі статистики переглядів посилань користувачами зображених у таблиці 3.

Табл. 3

Статистика переглядів посилань користувачами

Користувач	Посилання 1	Посилання 2	Посилання 3
Користувач 1	Переглянув	Не переглядав	Переглянув
Користувач 2	Не переглядав	Переглянув	Переглянув
Користувач 3	Не переглядав	Переглянув	Не переглядав

В даній таблиці, якщо користувач переглянув посилання, записуємо 1, якщо не переглянув, запи суємо 0. Косинус між «Посиланням 1» та «Посиланням 2» розраховується за формулою [6]:

$$\cos(1,2) = \frac{(1,0,0) \times (0,1,1)}{||(1,0,0)|| * ||(0,1,1)||} = 0.$$

Косинус між «Посиланням 1» та «Посиланням 3» розраховується так:

$$\cos(1,3) = \frac{(1,0,0) \times (1,1,0)}{||(1,0,0)|| * ||(1,1,0)||} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.71.$$

Косинус між «Посиланням 2» та «Посиланням 3» розраховується так:

$$\cos(2,3) = \frac{(0,1,1) \times (1,1,0)}{||(0,1,1)|| * ||(1,1,0)||} = \frac{1}{2} \approx 0.5.$$

Таким чином, користувач, який знаходиться на сторінці «Посилання 1», отримає в рекомендацію «Посилання 3», на сторінці «Посилання 2» – «Посилання 3», на сторінці «Посилання 3» – «Посилання 1». В даному алгоритмі використовується один коефіцієнт на кожену пару посилань (косинус), на основі якого і створюються рекомендації [6].

Недоліками алгоритму «item_to_item» є: тривіальні рекомендації – пропонуються тільки популярні посилання, не враховуються інтереси конкретного користувача, проблема «холодного старту» – система рекомендує тільки ті посилання, які відвідували користувачі, та не рекомендує нові посилання.

Щоб враховувати інтереси конкретного користувача та видавати рекомендації на основі переваг інших користувачів, необхідно визначити, наскільки інтереси користувачів схожі. Для цього користувач порівнюється з іншими користувачами та вираховується коефіцієнт подібності. Для підрахування коефіцієнта подібності існує ряд метрик: евклідова відстань, косинусний коефіцієнт, коефіцієнт кореляції Спірмана, коефіцієнт Танімото, логарифмічна правдоподібність та інші [4].

Розглянемо кілька метрик коефіцієнта подібності. Одна із самих простих метрик – це евклідова відстань. В даному випадку посилання, які оцінили користувачі, або посилання, на які користувачі переходили, зображуються в вигляді координатної осі. На координатній осі розташовуються точки, що відповідають користувачам. Потім порівнюють дані точки, наскільки близько одна точка знаходиться від інших, ті користувачі, що знаходяться ближче від інших і є користувачами з подібними інтересами. Тобто, чим ближче два користувача на координатній осі, тим більш схожі в них інтереси. Щоб підрахувати відстань між одним користувачем та другим, необхідно скористатись формулою.

$$f(X, Y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}.$$

Ця метрика повертає результат від 0 до 1. Чим більше коефіцієнт, тим більш схожі інтереси у користувачів.

Косинусний коефіцієнт являє собою косинус кута між двома векторами, утвореними точкою $O(0,0, \dots)$ та точками користувачів $X(x_1, x_2, \dots)$, $Y(y_1, y_2, \dots)$. Необхідно виміряти подібність двох векторів X та Y [4]. Для цього потрібно створити обмеження косинусу кута $-1 \leq \cos A \leq 1$. Якщо $\cos A = 1$, то користувачі мають подібність по інтересам, якщо $\cos A = -1$, то користувачі мають протилежні інтереси. Косинусний коефіцієнт вираховується за формулою [4]:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i^2}}.$$

Коефіцієнт кореляції Пірсона показує наскільки добре два набори даних лягають на пряму. Даний коефіцієнт ефективний коли дані погано нормалізовані. Коефіцієнт кореляції Пірсона набуває значень K ($-1 \leq K \leq 1$), що показує тенденцію двох множин чисел, що йдуть попарно. Якщо залежність лінійна, то коефіцієнт кореляції $K = 1$, якщо зворотна, то $K = -1$, якщо залежності немає, то $K = 0$. Коефіцієнт кореляції Пірсона вираховується за формулою [4]:

$$K = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i y_i - (\sum_{i=1}^N x_i)(\sum_{i=1}^N y_i)}{\sqrt{(N \sum_{i=1}^N x_i^2 - (\sum_{i=1}^N x_i)^2)(N \sum_{i=1}^N y_i^2 - (\sum_{i=1}^N y_i)^2)}}.$$

Розглянемо алгоритм колаборативної фільтрації user-based більш детально. Нехай у нас є матриця переваг користувача. Для порівняння користувачів будемо використовувати один з методів подібності. Тоді алгоритм колаборативної фільтрації полягає в наступному [6]:

1. Вибрати n користувачів, переваги (інтереси) яких найбільш схожі на переваги користувача, який сформував запит. Для цього, для кожного з користувачів необхідно обчислити міру подібності одним із методів, та вибрати тих користувачів, коефіцієнт подібності в яких буде найбільшим.

Тобто, будемо мати дані у вигляді таблиці:

Табл. 4

Таблиця коефіцієнтів подібності користувачів

	Користувач 1	Користувач 2	Користувач n	Сума
Користувач, що розглядається	K1	K2	Kn	K1+K2+Kn

2. Для кожного користувача треба помножити його оцінки на обчислену величину міри. Таким чином, оцінки більш схожих користувачів будуть сильніше впливати на підсумкову позицію посилання.

3. Для кожної переваги порахувати суму каліброваних оцінок n найбільш близьких користувачів, отриману суму розділити на суму n обраних користувачів.

В вигляді формули такий алгоритм можна представити так [5,7]:

$$r_{u,i} = k \sum_{u' \in U} \text{sim}(u, u') r_{u',i}.$$

В даній формулі: *sim* – обраний коефіцієнт подібності двох користувачів, *u* – множина користувачів, *r* – оцінка, *k* – нормуючий коефіцієнт. Нормуючий коефіцієнт можна записати у вигляді формули:

$$k = 1 / \sum_{u' \in U} |\text{sim}(u, u')|.$$

Даний алгоритм має значний недолік – алгоритм підраховує рекомендації при кожному зверненні користувача.

До недоліків цих моделей можна віднести те, що необхідно постійно зберігати всю вихідну матрицю даних, а також є проблема холодного старту. Дані проблеми вирішують латентні моделі даних.

До латентних моделей належать алгоритми кластеризації.

Однією з латентних моделей є бікластеризація (ко-кластеризація) [8], методика аналізу даних, за допомогою якої можна одночасно кластеризувати як рядки, так і стовбці матриці. В задачах інформаційного пошуку бікластеризація застосовується для виявлення кластерів, що мають подібні властивості тільки за кількома ознаками [8]. Тобто, на вхід приймається матриця розміру $m \times n$, метод бікластеризації генерує бікластери – підмножину рядків, які виявляють подібну поведінку через підмножину стовбців.

Одним з найбільш використовуваних алгоритмів кластеризації є щільнісний алгоритм просторової кластеризації з присутністю шуму DBSCAN. На вхід даний алгоритм приймає матрицю близькості та два параметри: щільність точки – максимальна відстань між двома зразками, при якій можна вважати, що вони належать до однієї околиці; щільність околиці – кількість зразків в одній області, необхідних, щоб точка вважалась оточеною.

Якщо в базі даних є точки, які утворюють кластери різної щільності, то алгоритму не вдається добре кластеризувати точки даних, оскільки кластеризація залежить від параметру щільності околиці, який не може бути обраний окремо для всіх кластерів.

Якщо об'єкт належить до декількох кластерів в рівній мірі, існує алгоритм нечіткої кластеризації *c-means*, який визначає ймовірність того, що об'єкт належить до того чи іншого кластеру.

Для зберігання посилань користувачів можна використовувати асоціативні правила, які можна використовувати для видачі більш релевантних результатів пошуку. Тоді будемо зберігати інформацію у вигляді $U = \{u_1, u_2, u_3, \dots, u_n\}$ – множина користувачів, а D – множина транзакцій (посилань) T , в якій кожна транзакція є набором з U , $T \subseteq U$. Кожна транзакція представляє собою бінарний вектор, де $t[k] = 1$, якщо u_k присутнє в транзакції, інакше $t[k] = 0$. Асоціативним правилом називається імплікація $X \Rightarrow Y$, де $X \subset U, Y \subset U$ та $X \cap Y = \emptyset$ [9].

Для пошуку асоціативних правил будемо використовувати алгоритм Apriori, що генеруються на основі всіх частих предметних(пошукових) наборів, виявлених в базі даних транзакцій (пошукових запитів), які задовольняють заданому критерію відповідності. Для того, щоб застосувати даний алгоритм, необхідно привести

необхідні дані до бінарного вигляду та мати відповідну структуру даних. Дані про користувача та набір пошукових посилань можна представити у вигляді таблиці:

Табл. 5

Нормалізований вигляд асоціативних правил для алгоритму Apriori

Транзакція	Посилання 1	Посилання 2	Посилання 3	Посилання ...
Користувач 1	0	1	1	...
Користувач 2	0	0	0	...
Користувач 3	1	1	1	...
Користувач 4	1	0	0	...
Користувач

В якості транзакцій можна зберігати дані пошукових запитів користувачів, а замість стовбців посилань будуть стовбці пошукових запитів.

Кількість стовбців в таблиці дорівнює множині транзакцій. Всі елементи таблиці повинні бути впорядковані в алфавітному порядку, або в числовому порядку зростання. Алгоритм Apriori працює в два етапи: на першому кроці необхідно знайти набір елементів, які часто зустрічаються, на другому кроці виявити в них правила. Для виявлення наборів елементів, які часто зустрічаються, алгоритм Apriori використовує властивість підтримки, в якому підтримка будь-якого набору елементів не може перевищувати мінімальної підтримки будь-якого елементу з його підмножини. Дана властивість алгоритму слугує для зниження розмірності простору пошуку. Тобто, з ростом розміру набору елементів, підтримка залишається такою ж або навіть зменшується. Набір із k елементів буде зустрічатись часто тоді, коли всі його $k - 1$ елементів підмножини будуть зустрічатись часто.

На першому кроці алгоритм Apriori підраховує одно-елементні набори, які часто зустрічаються. Для цього необхідно пройти по всьому набору даних і підрахувати для них підтримку, тобто, скільки разів набір зустрічається в базі даних. Далі алгоритм генерує набори елементів, які потенційно можуть часто зустрічатись (кандидати) та підраховує підтримку для потенційних наборів. Кожен кандидат C_k формується шляхом розширеного набору із $k - 1$ елементів, додаванням елементів із другого $k - 1$ -елементного набору. Крок об'єднання можна представити в вигляді SQL-запиту [9]:

$$INSERT INTO C_k \text{ SELECT } p.item_1, p.item_2, \dots, p.item_{k-1}, q.item_{k-1} \text{ FROM } F_{k-1}p, F_{k-1}q \text{ WHERE } p.item_1 = q.item_1, p.item_2 = q.item_2, \dots, p.item_{k-2} = q.item_{k-2}, p.item_{k-1} < q.item_{k-1} .$$

Після генерації кандидатів необхідно підраховувати підтримку для кожного кандидата. Самим тривіальним способом є порівняння кожної транзакції з кожним кандидатом. Ефективнішим та швидшим є підхід, коли кандидати зберігаються в хеш-дереві. Внутрішні вузли дерева містять хеш-таблиці з покажчиками на нащадків, а листя – на кандидатів.

Хеш-дерево будується кожен раз, коли формуються кандидати. Кожен раз, коли формується новий кандидат, він заноситься в корінь дерева, і так далі, поки кількість кандидатів не досягне деякої межі. Коли кількість кандидатів стає більше межі, корінь перетворюється в хеш-таблицю, тобто стає внутрішнім вузлом, а для нього формуються потомки-листя. Щоб підрахувати підтримку для кожного кандидата, необхідно застосувати на кореновому рівні хеш-функцію $C_k \cap T_i = C_k$. Потім, на i -рівні хеш-функція застосовується для елементів k -рівня. І так до тих пір, поки не досягнемо листка. Якщо кандидат, що зберігається в листку, є підмножиною розглянутої транзакції, тоді збільшимо лічильник підтримки для цього кандидата на одиницю.

Після того, як знайдені всі набори елементів, які часто зустрічаються, алгоритм переходить до генерації правил. Щоб витягти правило з набору F , який часто зустрічається, необхідно знайти всі його непусті підмножини. Для кожної підмножини s формуємо правило $s \Rightarrow (F - s)$ [9].

Візьмемо дані деяких користувачів, що виконували пошукові запити. В масив даних помістимо набір id пошукових запитів користувачів з одного кластеру:

```
$users = ['User1' => ['12', '13', '15','22','25'], 'User2' =>['23', '24', '26'], 'User3'
=>['11', '12', '15'], 'User4' =>['15', '12', '13'], 'User5' =>['23', '24', '26','27']];
```

За допомогою методу `Apriori` спрогнозуємо пошуковий запит для користувача, який виконує, наприклад пошуковий запит з id 23. Скористаємось бібліотекою «`php/ml`», та виконаємо наступний програмний код:

```
$samples = ['User1' => ['12', '13', '15','22','25'], 'User2' =>['23', '24', '26'], 'User3'
=>['11', '12', '15'], 'User4' =>['15', '12', '13'], 'User5' =>['23', '24', '26','27']];
$associator = new Apriori($support = 0.3, $confidence = 0.3);
$labels = [];
$associator->train($samples, $labels);
$res = $associator->predict(['23']);
```

В даному коді змінна $\$support$ – це мінімальний рівень підтримки, $\$confidence$ – це мінімальний рівень достовірності. За допомогою функції `predict` прогнозуємо ймовірний асоціативний набір для пошукового запиту з id 23. Результат виконання коду показано на рис. 1.

Для пошукового запиту з id 23 можливі наступні результати запитів:

id 24

id 26

```
array(2) { [0]=> string(2) "24" [1]=> string(2) "26" }
```

Рис. 1. Результат застосування алгоритму Apriori для прогнозування

Якщо користувач не здійснював пошукових запитів, але перейшов на сторінку пошуку, то можна пропонувати посилання користувачів з його кластеру, які здійснювали пошукові запити, та на основі цих пошукових запитів виводити набір який зустрічається досить часто. Тобто, таким чином можна вирішувати проблему «холодного старту». Алгоритм Apriori в нашому випадку буде пропонувати id 12 та id 15 (рис. 2).

```
array(4) { ["antecedent"]=> array(1) { [0]=> string(2) "12" } ["consequent"]=> array(1) { [0]=> string(2) "15" } ["support"]=> float(0.6)
["confidence"]=> float(1) }
```

Id з пошукового набору, які зустрічаються частіше інших:

12

15

Рис. 2. Результат застосування алгоритму Apriori для прогнозування

Висновки

У даній роботі було проаналізовано методи машинного навчання, які використовують для пошуку. Були розглянуті алгоритми колоборативної фільтрації, та пошуку асоціативних правил на прикладах. Було з'ясовано, що всі вони мають свої недоліки. Щоб зробити роботу цих алгоритмів більш ефективною, тобто звести до мінімуму негативні наслідки, їх потрібно комбінувати в залежності від задачі, яку потрібно розв'язувати.

Список використаної літератури

1. Щербаков Д. Как искусственный интеллект повлиял на поисковые системы. URL: <https://www.uplab.ru/blog/artificial-intelligence/>
2. Segaran T., *Programming Collective Intelligence* (O'Reilly Media Inc., California, 2007), pp. 27–46.
3. Yao Z., Weibin C., “Review of research on collaborative filtering recommendation”, *Micro Machines and Applications* 6, 2013, pp. 4-10.
4. Owen S., Anil R., Dunning T. and Friedman E., *Mahout in Action* (Manning Publications Co, Shelter Island, 2012), pp. 48–56.
5. Pu Wang and HongWu Ye, “A Personalized Recommendation Algorithm Combining Slope One Scheme and User Based Collaborative Filtering”, *IIS '09*, 2009, pp. 152-154.
6. Bo F. and Jiujun C. “Collaborative filtering and recommendation algorithm based on multiple similarities among users”, *Computer Science*, No.39, 2012, pp. 23-26.
7. Hofmann T. and Puzicha J., “Latent class models for collaborative filtering”, in *Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence*, 1999, pp. 668–693.
8. Madeira S. C. and Oliveira A. L., "Biclustering Algorithms for Biological Data Analysis: A Survey", *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics*, VOL 1, NO. 1, pp. 24-45 January-March 2004.
9. Bhavithra, J. and Saradha, A. Personalized Web Page Recommendation Using Case-Based Clustering and Weighted Association Rule Mining. *Cluster Computing*, 2019, 22, 6991-7002

References

1. Sherbakov, D. Kak iskusstvenny intellekt povliyal na poiskovye sistemy. Retrieved from <https://www.uplab.ru/blog/artificial-intelligence/>
2. Segaran T., *Programming Collective Intelligence* (O'Reilly Media Inc., California, 2007), pp. 27–46.
3. Yao Z., Weibin C., “Review of research on collaborative filtering recommendation”, *Micro Machines and Applications* 6, 2013, pp. 4-10.
4. Owen S., Anil R., Dunning T. and Friedman E., *Mahout in Action* (Manning Publications Co, Shelter Island, 2012), pp. 48–56.
5. Pu Wang and HongWu Ye, “A Personalized Recommendation Algorithm Combining Slope One Scheme and User Based Collaborative Filtering”, *IIS '09*, 2009, pp. 152-154.
6. Bo F. and Jiujun C. “Collaborative filtering and recommendation algorithm based on multiple similarities among users”, *Computer Science*, No.39, 2012, pp. 23-26.
7. Hofmann T. and Puzicha J., “Latent class models for collaborative filtering”, in *Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence*, 1999, pp. 668–693.

8. Madeira S. C. and Oliveira A. L., "Biclustering Algorithms for Biological Data Analysis: A Survey", *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics*, VOL 1, NO. 1, pp. 24-45 January-March 2004.

9. Bhavithra, J. and Saradha, A. Personalized Web Page Recommendation Using Case-Based Clustering and Weighted Association Rule Mining. *Cluster Computing*, 2019, 22, 6991-7002

Григорова Тетяна Альбертівна – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформатики і вищої математики Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, e-mail: grital0403@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4371-8624.

Ляшенко Віктор Павлович – д.т.н., професор, завідувач кафедри інформатики і вищої математики Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, e-mail: viklyash2903@gmail.com, ORCID:0000-0002-4538-631X

Москаленко Олександр Олександрович – аспірант кафедри інформатики і вищої математики Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського, e-mail: alexsashamosk@gmail.com.

УДК 517.9

О.П. ДЕМ'ЯНЧЕНКО

Азовський морський інститут національного університету "Одеська морська академія"

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПОРОЖНИСТОГО ВАЛКА ПРОКАТНОГО СТАНУ З РІЗНИМИ УМОВАМИ ТЕПЛООБМІНУ НА ПОВЕРХНІ

У роботі розглядається математична модель радіаційно-конвективного теплообміну, що виникає під час термічної обробки або пластичної деформації між валком прокатного стану та металом, що розігрівається. Розглядається температурне поле порожнистого валка циліндричної форми, що обертається навколо своєї осі із сталою кутовою швидкістю та розігрівається від металу, який має сталу температуру у зоні контакту. За межами зони контакту з металом валок віддає тепло в оточуюче їх середовище. Побудована фізична модель процесу теплообміну у якій розглянуто термічно тонкий порожнистий циліндр, температурне поле якого слабо залежить від радіуса циліндра. Джерелом тепла, що розігріває тіло валка, є рухома стрічка, яка передає тепло зовнішній поверхні валка.

Математична модель розглядається у вигляді крайової задачі для однорідного рівняння теплопровідності з нелінійними граничними умовами у циліндричній системі координат. У початковий момент часу на бічній поверхні та на основах валки мають сталу початкову температуру. На поверхні у зоні контакту температура валка дорівнює температурі металу, що обробляється, а на іншій частині поверхні валка відбувається теплообмін з оточуючим середовищем за законом Стефана-Больцмана. Показано, що при великій кількості обертів валка функція температури поверхні стає періодичною з періодом обертання валка навколо своєї осі, температурне поле стабілізується.

Розглядається спрощена математична модель температурного поля радіального перерізу валка. При такому спрощенні у рівнянні теплопровідності похідна за осьовою координатою зникає. Запропоновано метод та алгоритм розв'язання задачі. Вони включають у себе розгляд усередненої за радіусом температури валка прокатного стану. Для знаходження температурного розподілу розв'язання крайової задачі зведено до розв'язання еквівалентного їй нелінійного інтегрального рівняння типу Гаммерштейна з ядром у вигляді функції Гріна. Функція Гріна побудована у вигляді тригонометричного ряду з коефіцієнтами – функціями Бесселя першого роду n -го порядку, що є розв'язком власної спектральної задачі з параметром.

В якості спрощення розглянуто тонкий у термічному відношенні порожнистий циліндр, температурне поле якого слабо залежить від радіуса, та здійснено перехід до розгляду усередненої температури по радіусу.

Розглянуто термодинамічний стан, що встановлюється через деякий час після початку процесу, в результаті чого функція Гріна стає періодичною за кутовою координатою та за часом.

Ключові слова: математична модель, валок прокатного стану, періодична задача теплопровідності, метод інтегральних рівнянь, функція Гріна.

О.П. ДЕМ'ЯНЧЕНКО

Азовский морской институт национального университета "Одесская морская академия"

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПОЛОГО ВАЛКА ПРОКАТНОГО СТАНА С РАЗНЫМИ УСЛОВИЯМИ ТЕПЛООБМЕНА НА ПОВЕРХНОСТИ

В работе рассматривается математическая модель радиационно-конвективного теплообмена, которая возникает во время термической обработки между валком прокатного стана и разогретым металлом. Рассматривается температурное поле полого валка цилиндрической формы, вращающегося вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью и разогревающегося от металла, который имеет постоянную температуру в зоне контакта. За пределами зоны контакта с металлом валок отдает тепло в окружающую его среду. Построена физическая модель процесса теплообмена, в которой рассмотрен термически тонкий полый цилиндр, температурное поле которого слабо зависит от радиуса цилиндра. За пределами взаимодействия с металлом валок отдает тепло в окружающую их среду.

Математическая модель рассматривается в виде краевой задачи для однородного уравнения теплопроводности с нелинейными граничными условиями в цилиндрической системе координат.

<https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.2.8>

Источником тепла, который разогревает тело валка, является движущаяся лента, передающая тепло на внешнюю поверхность валка. В начальный момент времени на поверхности и на торцах валка имеют постоянную начальную температуру. На поверхности в зоне контакта температура валка равна температуре обрабатываемого металла, а на другой части поверхности валка происходит теплообмен с окружающей средой по закону Стефана-Больцмана. При значительном количестве оборотов функция температуры поверхности становится периодической с периодом вращения валка вокруг своей оси.

Рассматривается упрощенная математическая модель температурного поля сечения, перпендикулярного к оси вращения полого валка в условиях вышеприведенной задачи. При таком упрощении в уравнении теплопроводности производная по осевой координате исчезает. Предложен метод и алгоритм решения задачи. Алгоритм включает в себя рассмотрение усредненной по радиусу температуры валка прокатного стана. Для нахождения температурного распределения решение краевой задачи сведено к решению эквивалентного ей нелинейного интегрального уравнения типа Гаммерштейна с ядром в виде функции Грина. Функция Грина построена в виде тригонометрического ряда с коэффициентами – функциями Бесселя первого рода n -го порядка, являющегося решением собственной спектральной задачи с параметром.

В качестве упрощения рассмотрен тонкий в термическом отношении полый цилиндр,, температурное поле которого слабо зависит от радиуса, и осуществлен переход к рассмотрению усредненной температуры по радиусу.

Рассмотрено термодинамическое состояние, которое устанавливается через некоторое время после начала процесса, в результате чего функция Грина оказывается периодической по угловой координате, и по времени.

Ключевые слова: валок прокатного стана, математическая модель, периодическая задача теплопроводности, метод интегральных уравнений, функция Грина.

O. DEMYANCHENKO

Mariupol, Azov Maritime Institute of National University “Odessa Maritime Academy”, Ukraine

MATHEMATICAL MODEL OF THE TEMPERATURE FIELD OF A HOLLOW ROLL OF ROLLING MILL WITH DIFFERENT CONDITIONS HEAT EXCHANGE ON THE SURFACE

The paper considers a mathematical model of radiation-convective heat transfer, which occurs during heat treatment between the roll of a roller mill and the heated metal. We consider the temperature field of a hollow cylindrical roll rotating around its axis at a constant angular velocity and heating up from a metal that has a constant temperature in the contact zone. Outside the contact zone with the metal, the roll gives off heat to its environment. A physical model of the heat transfer process is constructed, in which a thermally thin hollow cylinder is considered, the temperature field of which weakly depends on the radius of the cylinder. Outside of interaction with the metal, the roll gives off heat to the surrounding medium.

The mathematical model is considered in the form of a boundary value problem for a homogeneous heat equation with nonlinear boundary conditions in a cylindrical coordinate system. The heat source that heats up the roll body is the moving belt, which transfers heat to the outside of the roll. At the initial moment of time on the surface and at the ends of the rolls have a constant initial temperature. On the surface in the contact zone, the temperature of the roll is equal to the temperature of the metal being processed, and on the other part of the roll surface, heat exchange with the environment takes place according to the Stefan-Boltzmann law. At a significant number of revolutions, the surface temperature function becomes periodic with the period of rotation of the roll around its axis.

A simplified mathematical model of the temperature field of the section perpendicular to the axis of rotation of the hollow roll under the conditions of the above problem is considered. With such a simplification, the derivative with respect to the axial coordinate in the heat conduction equation vanishes. A method and an algorithm for solving the problem are proposed. The algorithm includes consideration of the radius-averaged temperature of the rolling mill roll. To find the temperature distribution, the solution to the boundary value problem is reduced to solving an equivalent nonlinear integral equation of the Hammerstein type with a kernel in the form of the Green's function. The Green's function is constructed in the form of a trigonometric series with coefficients - Bessel functions of the first kind of the n -th order, which is a solution to an own spectral problem with a parameter.

As a simplification, a thermally thin hollow cylinder, whose temperature field weakly depends on the radius, is considered, and a transition is made to the consideration of the averaged temperature over the radius.

A thermodynamic state is considered, which is established some time after the start of the process, as a result of which the Green's function turns out to be periodic in the angular coordinate and in time.

Key words: roll of a rolling mill, mathematical model, periodic problem of heat conduction, method of integral equations, Green's function.

Постановка проблеми

Валки прокатних станів є досить дорогим інструментом у прокатному виробництві. Під час термічної обробки та прокатки, тепло, що виділяється, сприяє деформації і руйнуванню валків прокатного стану. Для продовження терміну експлуатації валків, необхідно досліджувати теплові процеси, що відбуваються всередині валка і на його поверхні під час прокатки [1, 2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Багато авторів, які працюють у прокатному виробництві, в більшості випадків розглядають температурний розподіл не у валку прокатного стану і на його поверхні, а у листу, що прокатується валками [3, 4]. Також розглядаються моделі температурного розподілу у валку, коли сам валок знаходиться без руху [5, 6] і розв'язок відповідної задачі отримують за допомогою чисельних методів, зокрема методом кінцевих елементів [7]. Крім того, увага спрямована на економію ресурсів, тобто, споживання електрики, витрату води для охолодження, тощо [5]. Аналітичний розв'язок задачі температурного розподілу у валку і на його поверхні не розглядається, тому прогнозування поточного і усталеного процесів утруднено. Крім того, задачі, у яких досліджуються температурні розподіли валків у залежності від часу обертання валка навколо своєї осі і умов теплообміну, що залежать від кута повороту валка навколо осі, не розглядалися. Тобто, задачі з різними умовами теплообміну поверхні валка з оточуючим середовищем у вітчизняній та закордонній науковій літературі практично не розглядаються.

Мета роботи

Метою роботи є побудова математичної моделі температурного поля обмеженого порожнистого циліндра (валка прокатного стану), що обертається навколо своєї осі та різними умовами теплообміну поверхні з оточуючим середовищем, а також дослідження періодичного стану термодинамічної рівноваги.

Викладення основного матеріалу

У металургійній промисловості прокатка металевої стрічки та дроту відбувається на прокатних станах, у яких робочим інструментом є валки, що мають циліндричну форму та вмонтовані у прокатну клітку.

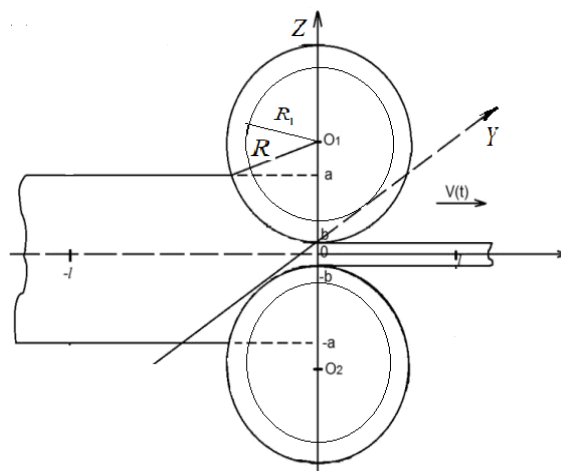


Рис. 1 Схема прокатки металевої стрічки.

Дослідження температурних розподілів у прокатній клітці є важливою задачею проектування інструменту та технологічного процесу прокатки металевих виробів. З математичної точки зору це призводить до розв'язання початково-крайової задачі для рівняння теплопровідності у циліндричній області із зовнішніми джерелами тепла та складними умовами теплообміну на поверхні валків [8].

Математична модель температурного порожнистого валка під час термічної обробки та прокатки металеві стрічки приводить до задач визначення температурного поля циліндра, що обертається навколо своєї осі з кутовою швидкістю ω , коли тепловий потік інтенсивності $q = const$ ортогональний до осі обертання. Ця задача зводиться до розв'язання такої початково-крайової задачі в області $\Omega \times t = \{(r, \varphi, z, t) | R_1 < r < R, 0 < \varphi < 2\pi, z > 0, t > 0\}$ [8, 9]:

$$\begin{aligned} \Delta u - \frac{1}{a^2} u_t &= 0 \\ u(r, \varphi, 0) &= u_0, \quad u(r, \varphi + 2\pi, t) = u(r, \varphi, t) \\ \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=R} &= -h_2 u + \bar{F}(\varphi, t, u), \quad \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=R_1} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

де $\bar{F}(\varphi, t, u) = \begin{cases} h_2 u_M & \omega t < \varphi < \varphi_0 + \omega t, \\ (h_2 - h_1)u + h_1 u_0 + \kappa(u_c^4 - u^4), & \omega t + \varphi_0 < \varphi < \omega t + 2\pi, \end{cases}$, Δ – оператор

Лапласа у циліндричній системі координат [10], u_M – температура металу; R та R_1 – зовнішній та внутрішній радіуси циліндра. За умовами технологічного процесу можна вважати, що температура у напрямі осі OZ не змінюється, тому можна покласти, що $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$ і у подальших розрахунках на неї не зважати.

Якщо порожнистий циліндр є тонким у термічному відношенні, тобто, температурне поле слабо залежить від радіуса, то можна перейти до розгляду усередненої температури за радіусом [10]

$$\bar{u}(\varphi, t) = \frac{2}{R^2 - R_1^2} \int_{R_1}^R u(r, \varphi, t) r dr. \quad (2)$$

Після усереднення (2) задачі (1) отримаємо наступну початково-крайову задачу в області $\Omega \times t = \{(\varphi, t) | 0 < \varphi < 2\pi, t > 0\}$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \varphi^2} - \frac{1}{\bar{a}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \mu \bar{u} &= F(\varphi, t, \bar{u}), \\ \bar{u}(\varphi, 0) &= u_0, \quad \bar{u}(\varphi + 2\pi, t) = \bar{u}(\varphi, t) \end{aligned}, \quad (3)$$

де $\bar{a} = \frac{a}{r_{cp}}$, $\mu = \frac{2h_2 R r_{cp}^2}{R^2 - R_1^2}$, $F(\varphi, t, \bar{u}) = -\frac{\mu}{h_2} \bar{F}(\varphi, t, \bar{u})$, r_{cp} – середнє значення радіуса стінки порожнистого циліндра, $r_{cp} \in [R_1, R_2]$.

Для знаходження розв'язку задачі (3) перейдемо до розгляду еквівалентного їй нелінійного інтегрального рівняння типу Фредгольма за кутовою координатою φ та

типу Вольтера за часом t [11, 12]. Для цього скористаємося другою формулою Гріна оператора задачі (3) для функцій u та v , періодичних по φ з періодом 2π [13]:

$$\int_0^{\tau+0} \int_{\omega t}^{\omega t+2\pi} \left[v \left(\Delta_\varphi - \frac{1}{a^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \mu \bar{u} \right) - \bar{u} \left(\Delta_\varphi v + \frac{1}{a^2} \frac{\partial v}{\partial t} - \mu v \right) \right] d\varphi dt = -\frac{1}{a^2} \int_0^{2\pi} (\bar{u}v) \Big|_0^{\tau+0} d\varphi. \quad (4)$$

Розглянемо функцію Гріна $G(\varphi - \psi; t - \tau)$, що є розв'язком спряженої задачі для початково-крайової задачі (3) в області $\Omega \times t = \{(\varphi, \psi; t, \tau) \mid 0 < \varphi, \psi < 2\pi, t, \tau > 0\}$.

$$\frac{\partial^2 G}{\partial \varphi^2} - \mu G + \frac{1}{a} \frac{\partial G}{\partial t} = -\delta(\varphi - \psi) \delta(t - \tau), \quad (5)$$

$$G(\varphi - \psi; t - \tau) = 0, \quad t > \tau; \quad G(\varphi + 2\pi - \psi, t - \tau) = G(\varphi - \psi; t - \tau)$$

Функцію Гріна представимо у вигляді ряду

$$G(\varphi - \psi; t - \tau) = \frac{\bar{a}^2}{\pi} \eta(t - \tau) \sum_{j=0}^{\infty} e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)(t-\tau)} \cos j(\varphi - \psi), \quad (6)$$

де $\eta(t - \tau)$ – функція Хевісайда; штрих «¹» біля символу суми означає, що для $j = 0$ усі члени ряду зменшуються вдвічі.

Поклавши в (4) $v = G(\varphi - \psi; t - \tau)$ та враховуючи умови задач (3) та (5), отримаємо інтегральне рівняння для визначення усередненої по радіусу $\bar{u}(\psi, \tau)$

$$\bar{u}(\psi, \tau) = \bar{u}_L(\psi, \tau) - \mu_2 \int_0^{\tau} \int_{\omega t + \varphi_0}^{\omega t + 2\pi} G(\varphi - \psi; t - \tau) \Phi[\bar{u}(\varphi, t)] d\varphi dt, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_L = \frac{u_0}{\bar{a}^2} \int_0^{2\pi} G(\varphi - \psi; 0 - \tau) d\varphi + \mu u_M \int_0^{\tau} \int_{\omega t}^{\omega t + \varphi_0} G(\varphi - \psi; t - \tau) d\varphi dt + \\ + \frac{\mu}{h_2} (h_1 u_c + \kappa u_c^4) \int_0^{\tau} \int_{\omega t + \varphi_0}^{\omega t + 2\pi} G(\varphi - \psi; t - \tau) d\varphi dt, \end{aligned} \quad (8)$$

де $\Phi[\bar{u}(\varphi, t)] = (h_1 - h_2 + \kappa \bar{u}^3) \bar{u}$.

Після підстановки (6) у вираз (8) та інтегрування, отримуємо

$$\begin{aligned} \bar{u}_L(\psi, \tau) = u_0 e^{-\bar{a}^2 \mu \tau} + \frac{1}{2\pi h_2} (1 - e^{-\bar{a}^2 \mu \tau}) \left[\varphi_0 h_2 u_M + (2\pi - \varphi_0) (h_1 u_c + \kappa u_c^4) \right] + \\ + \frac{\mu \bar{a}^2}{\pi h_2} \left[h_2 u_M - (h_1 u_c + \kappa u_c^4) \right] \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\frac{2}{j} \sin j \frac{\varphi_0}{2}}{\sqrt{j^2 \omega^2 + \bar{a}^4 (\alpha + j^2)}} \times \\ \left\{ \sin \left[j \left(\omega \tau - \psi + \frac{\varphi_0}{2} \right) + \beta_j \right] - e^{-\bar{a}^2 (\mu + j^2) \tau} \sin \left[j \left(\frac{\varphi_0}{2} - \psi \right) + \beta_j \right] \right\}, \end{aligned}$$

де $\operatorname{tg} \beta_j = \frac{\bar{a}^2 (\mu + j^2)}{j \omega}$.

При розв'язанні задач для інженерної практики, врахуємо, що через деякий час після початку процесу встановлюється стан термодинамічної рівноваги, коли температурний розподіл не залежить від часу, а розв'язок можна шукати на проміжку $(N+q)T \leq \tau \leq (N+q+1)T$, де $T = \frac{2\pi}{\omega}$ – період (тривалість одного обороту циліндра навколо своєї осі). При $N \gg 1$ ($\tau \rightarrow \infty$) вплив початкової температури зникає і тоді

$$\bar{u}_L(\psi, \tau) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \bar{u}_L(\psi, \tau) = \frac{1}{2\pi h_2} \left[\varphi_0 h_2 u_M + (2\pi - \varphi_0)(h_1 u_c + u_c^4) \right] + \left[h_2 u_M - (h_1 u_c + \kappa u_c^4) \right] \frac{\mu \bar{a}^2}{\pi h_2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\frac{2}{j} \sin j \frac{\varphi_0}{2}}{\sqrt{j^2 \omega^2 + \bar{a}^4 (\alpha + j^2)^2}} \times \sin \left[j \left(\omega \tau - \psi + \frac{\varphi_0}{2} \right) + \beta_j \right],$$

оскільки $\lim_{\tau \rightarrow \infty} e^{-\bar{a}^2(\mu+j^2)\tau} = 0$.

Підставляючи (5) у нелінійну складову розв'язку (6), отримаємо [8]:

$$\frac{\mu}{h_2} \int_0^{\tau} \int_{\omega t + \varphi_0}^{\omega t + 2\pi} G(\varphi - \psi; t - \tau) \Phi[\bar{u}(\varphi, t)] d\varphi dt = \frac{\mu \bar{a}^2}{\pi h_2} \sum_{j=0}^{\infty} \int_0^{\tau} e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)(t-\tau)} F(t) dt, \quad (9)$$

де $F(t) = \int_{\omega t + \varphi_0}^{\omega t + 2\pi} \cos j(\varphi - \psi) \Phi[\bar{u}(\varphi, t)] d\varphi$. Поклавши у правій частині рівняння (9)

$\tau = (N+q)T + \tau'$, $N \rightarrow \infty$, $q \sim N$, отримаємо

$$\int_0^{\tau} e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)(t-\tau)} F(t) dt = \int_0^{NT} e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)(t-\tau)} F(t) dt + \int_{NT}^{(N+q)T} e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)(t-\tau)} F(t) dt + \int_{(N+q)T}^{(N+q)T+\tau'} e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)(t-\tau)} F(t) dt. \quad (10)$$

Обчисливши інтеграли, що входять в останню рівність маємо

$$\int_0^{NT} e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)(t-\tau)} F(t) dt = \lim_{N \rightarrow \infty} e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)(N+q)T} \int_0^{NT} e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)(t-\tau')} F(t) dt = 0,$$

як добуток нескінченно малої функції на обмежену: $q \sim N \rightarrow \infty$.

Другий інтеграл з (10) розглянемо у припущенні, що $\bar{u}(\varphi, t)$ – періодична функція з періодом T по змінній t [8]. Проінтегруємо його частинами та матимемо:

$$\int_{NT}^{(N+q)T} e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)(t-\tau)} F(t) dt = \frac{1}{e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)T} - 1} \cdot \left[\int_0^{\tau'} e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)(t'-\tau')} F(t') dt' + \int_{\tau'}^T e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)(t'-\tau')} F(t') dt' \right],$$

оскільки $\sum_{i=1}^q e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)(i-q)T} = \frac{1}{1 - e^{-\bar{a}^2(\mu+j^2)T}}$ – нескінченно спадна геометрична прогресія $q \sim N \rightarrow \infty$.

Перетворимо інтеграл

$$\int_{(N+q)T}^{(N+q)T+\tau'} e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)(t-(N+q)T-\tau')} F(t) dt = \left\{ \begin{array}{l} t = (N+q)T + \tau' \\ dt = dt' \end{array} \right\} = \\ = \int_0^{\tau'} e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)(t'+(N+q)T-(N+q)T-\tau')} F((N+q)T+t') dt' = \int_0^{\tau'} e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)(t'-\tau')} F(t') dt'.$$

Після такого граничного переходу рівняння (7) перетворюється у нелінійне інтегральне рівняння типу Гаммерштейна [10]

$$\bar{u}(\psi, \tau) = \bar{u}_L(\psi, \tau) - \frac{\mu}{h_2} \int_0^T \int_{\omega t + \varphi_0}^{\omega t + 2\pi} K(\varphi - \psi; t - \tau) \Phi[\bar{u}(\varphi, t)] d\varphi dt, \quad (11)$$

$$K(\varphi - \psi; t - \tau) = \frac{\bar{a}^2}{\pi} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\cos j(\varphi - \psi) \cdot e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)(t-\tau')}}{e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)T} - 1} \begin{cases} e^{\bar{a}^2(\mu+j^2)T}, & t < \tau, \\ 1 & t > \tau. \end{cases} \quad (12)$$

Із періодичності ядра (12) та вільного члена інтегрального рівняння (11) $K(\varphi - \psi - 2\pi; t - \tau) = K(\varphi - \psi; t - \tau) = K(\varphi - \psi - 2\pi; t - \tau - T)$ та $\bar{u}_L(\psi + 2\pi, \tau) = \bar{u}_L(\psi, \tau)$ слідує, що температурне поле (11) періодичне по φ та по t з періодами 2π и T відповідно. Це дозволяє замість початково-крайової задачі (3) розглядати періодичну по t задачу в області $\Omega \times t = \{(\varphi, t) \mid 0 < \varphi < 2\pi, 0 < t < T\}$

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \varphi^2} - \frac{1}{\bar{a}^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \alpha \bar{u} = F(\varphi, t, \bar{u}),$$

$$\bar{u}(\varphi, T) = \bar{u}(\varphi, 0), \quad \bar{u}(\varphi + 2\pi, t) = \bar{u}(\varphi, t) \quad (13)$$

За допомогою відповідної функції Гріна $\bar{G}(\varphi - \psi; t - \tau)$ по змінним φ та t задача (13) зводиться до розв'язання інтегрального рівняння (11). При цьому $K(\varphi - \psi; t - \tau) = \bar{G}(\varphi - \psi; t - \tau)$, де функція Гріна $\bar{G}(\varphi - \psi; t - \tau)$ є розв'язком такої задачі

$$\frac{\partial^2 \bar{G}}{\partial \varphi^2} - \alpha \bar{G} + \frac{1}{\bar{a}^2} \frac{\partial \bar{G}}{\partial t} = -\delta(\varphi - \psi) \delta(t - \tau), \quad 0 < \varphi, \psi < 2\pi, t, \tau > 0,$$

$$\bar{G}(\varphi - \psi; T - \tau) = \bar{G}(\varphi - \psi; 0 - \tau),$$

$$\bar{G}(\varphi + 2\pi - \psi; t - \tau) = \bar{G}(\varphi - \psi; t - \tau).$$

Для отримання наближеного розв'язку нелінійного інтегрального рівняння (11) застосовано проєкційно-сітковий метод [7]. Проведені чисельні експерименти, побудовані графіки температурних розподілів.

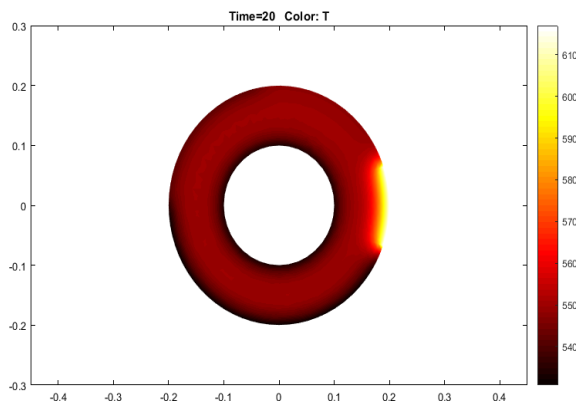


Рис. 2 Температурний розподіл порожнистого циліндру

Висновки

Розглянуто та досліджено математичну модель температурного поля обмеженого порожнистого циліндра (валка прокатного стану), що обертається навколо своєї осі з різними умовами теплообміну поверхні з оточуючим середовищем, у вигляді третьої крайової задачі теплопровідності. Задача розв’язана аналітичним методом шляхом зведення крайової задачі до розв’язання еквівалентного їй інтегрального рівняння типу Гаммерштейна з ядром у вигляді функції Гріна. Розглянуто спрощену математичну модель температурного поля перерізу порожнистого валка, перпендикулярного до осі його обертання. Розглянуто ustalений періодичний стан – стан термодинамічної рівноваги. Побудовано графік температурного розподілу порожнистого циліндра.

Список використаної літератури

1. Ляшенко В. П., Аниськов О. В. Математична модель прокатки тонкої і надтонкої стрічки із тугоплавких і важкодеформованих металів. *Вісник Криворізького нац. ун-ту*. Кривий Ріг, 2016. Вип. 42. С. 68–72.
2. Ляшенко В. П., Козир А. Е., Дем’янченко О. П. Математична модель зі складними умовами теплообміну у сферичній області. *Вісник Кременчуцького нац. ун-ту ім. М. Остроградського*. Кременчук, 2017. Вип. 5. С. 21–27.
3. Тришевський О. І., Салтавець Н. В. Дослідження теплового стану штаби при прокатці: *Вісник НТУ ХП*. Тематичний випуск «Нові рішення в сучасних технологіях». 2013. Вип. 42. С. 41–47.
4. Тришевский О. И., Салтавец Н. В. Разработка математической модели теплового состояния полосы при прокатке. Москва, 2009. 49 с.
5. Тришевський О. І., Салтавець Н. В., Юрченко О. А. Розробка математичної моделі теплового стану валка при гарячій прокатці листа. *Вост.-Европ. журнал передових технологій*. 2009. № 5/4 (41). С. 14–18.
6. Салтавець В. І., Салтавець М. В. Розробка математичної моделі теплового стану металу під час прокатки. *Науковий вісник будівництва*. Харків, 2003. Вип. 21. С. 162–169.
7. Беляев Н. М., Рядно А. А. Математические методы теплопроводности. Киев, 1993. 415 с.
8. Дем’янченко О. П., Ляшенко В. П. К расчету температурного поля теплоизлучающего полого цилиндра. *Вестник ХГТУ*. 2002. № 2(15). С. 154–159.
9. Березовський А. А., Дем’янченко О. П. Періодична задача складного теплообміну. *Сучасні проблеми математики: матеріали Міжнародної наукової конференції, 1998, Чернівці*. Ч.1. Київ, 1998. С. 41–44.

10. Лыков А. В. Теория теплопроводности. Москва: Высшая школа, 1967. 599 с
11. Верлань А. Ф., Сизиков В. С. Методы решения интегральных уравнений с программами для ЭВМ : справ. пособие. Киев, 1978. 292 с.
12. Галицын А. С., Жуковский А. Н. Интегральные преобразования и специальные функции в задачах теплопроводности. Киев, 1976. 320 с.
13. Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М. Уравнения в частных производных математической физики. Москва, 1970. 712 с.

References

1. Liashenko, V. P., & Aniskov, O. V. (2016). Matematychna model prokatky tonkoi i nadtonkoi strichky iz tuhoplavkykh i vazhkodeformovanykh metaliv. *Visnyk Kryvorizkoho nats. un-tu*. Kryvyi Rih, **42**, 68–72.
2. Liashenko, V. P., Kozyr, A. E., & Demyanchenko, O. P. (2017). Matematychna model zi skladnymy umovamy teploobminu u sferychnii oblasti. *Visnyk Kremenchutskoho nats. un-tu im. M. Ostrohradskoho*. Kremenchuk, **5**, 21–27.
3. Tryshevskiy, O. I., & Saltavets, N. V. (2013). Doslidzhennia teplovoho stanu shtaby pry prokattsi: *Visnyk NTU KhPI*. Tematychnyi vypusk «Novi rishennia v suchasnykh tekhnolohiiakh». **42**, 41–47.
4. Tryshevskiy, O. Y., & Saltavets, N. V. (2009). Razrabotka matematycheskoi modely teplovoho sostoiانيا polosyi pry prokatke. Moskva.
5. Tryshevskiy, O. I., Saltavets, N. V., & Yurchenko, O. A. (2009). Rozrobka matematychnoi modeli teplovoho stanu valka pry hariachii prokattsi lysta. *Vost.-Evrop. zhurnal peredovykh tekhnolohiy*. Kharkiv, **5/4** (41), 14–18.
6. Saltavets, V. I., & Saltavets, M. V. (2003). Rozrobka matematychnoi modeli teplovoho stanu metalu pid chas prokatky. *Naukovyi visnyk budivnytstva*. Kharkiv, **21**, 162–169.
7. Belyaev, N. M., & Ryadno, A. A. (1993). Matematicheskie metodyi teploprovodnosti, Kiev.
8. Demyanchenko, O. P., & Lyashenko, V. P. (2002). K raschetu temperaturного polya teploizluchayushego pologo tsilindra. *Vestnik HGTU*. **2**(15), 154–159.
9. Berezovskiy, A. A., & Demyanchenko, O. P. (1998). Periodychna zadacha skladnoho teploobminu. *Suchasni problemy matematyky: materialy Mizhnarodnoi naukovoii konferentsii, 1998, Chernivtsi*. Ch.1. Kyiv, pp. 41–44.
10. Lyikov, A. V. (1967). Teoriya teploprovodnosti. Moskva: Vysshaya shkola.
11. Verlan, A. F., & Sizikov, V. S. (1978). Metodyi resheniya integralnykh uravneniy s programmami dlya EVM : sprav. posobie. Kiev.
12. Galitsyin, A. S., & Zhukovskiy, A. N. (1976). Integralnyie preobrazovaniya i spetsialnyie funktsii v zadachah teploprovodnosti. Kiev.
13. Koshlyakov, N. S., Gliner, E. B., & Smirnov, M. M. (1970). Uravneniya v chastnykh proizvodnykh matematycheskoy fiziki. Moskva.

Дем'янченко Ольга Пантеліївна – к.т.н., старший викладач кафедри «Інженерії та технологій» Азовського морського інституту національного університету «Одеська морська академія». E-mail: olgademianchenko@gmail.com, ORCID <https://orcid.org/0000-0002-4693-0364>.

УДК 625.88

В.В. ДУМАНСЬКА, Ю.В. ДОЦЕНКО, Н.В. СИДОРОВА
 Одеська державна академія будівництва та архітектури
 Л.М. МАКАРЕНКО
 Національний університет «Одеська морська академія»

ПОКРИТТЯ ІЗ ФЕМ З ОСНОВОЮ ІЗ ПІРАМІДАЛЬНОГО ТА РЕБРИСТИХ ЕЛЕМЕНТІВ

При впорядкуванні прибудинкових територій, тротуарів, садово-паркових доріжок, автостоянок і майданчиків різного призначення у великих обсягах використовують покриття з фігурних елементів мостіння (ФЕМ), виконаних з бетону. При їх експлуатації іноді спостерігаються різні деформації, причинами яких можуть бути невірний вибір конструктивно-технологічного рішення і низька несуча здатність покриття. З метою запобігання деформацій необхідно проводити пошук, розробку, дослідження та подальше впровадження в будівельне виробництво нових покриттів із ФЕМ з поліпшеними якісними характеристиками.

Стаття присвячена удосконаленню конструктивно-технологічних рішень покриттів тротуарів, пішохідних доріжок, майданчиків різного призначення, виконаних з фігурних елементів мостіння. Запропоновано два варіанти нових елементів мостіння з нижньою основою, що має змінену геометричну форму – з одним пірамідальним елементом, розташованим в центрі, і з ребристих призматичних елементів, розташованих по периметру. Розроблено гіпотези про переваги запропонованих варіантів ФЕМ. Збільшення площі нижньої основи дозволить передавати зовнішнє навантаження на більший об'єм нижнього несучого конструктивного шару дорожнього одягу, що дасть можливість покриттю сприймати збільшене навантаження. Форма нижньої основи при влаштуванні ФЕМ сприяє додатковому ущільненню нижнього піщаного шару і зниженню можливості горизонтального зсуву у випадку прикладання горизонтального навантаження до покриття. Отже, підвищуються якісні характеристики запропонованого покриття – несуча здатність і довговічність.

Зроблено розрахунок висот верхніх призматичних частин нових варіантів ФЕМ при запропонованих параметрах нижньої основи і форми в плані, результати якого вказують на незначне їх зменшення щодо висоти традиційної ФЕМ з плоскою основою.

Для підтвердження гіпотез запропонований план проведення експериментів по впливу тривалого вертикально прикладеного навантаження на осідання ФЕМ і щільність нижнього конструктивного шару. Обрані фактори, що впливають на роботу покриття і вихідні параметри. Підібрані необхідне обладнання і матеріали.

Ключові слова: фігурний елемент мостіння, нижня основа, ребристий призматичний елемент, пірамідальний елемент, осідання, щільність.

В.В. ДУМАНСКАЯ, Ю.В. ДОЦЕНКО, Н.В. СИДОРОВА
 Одесская государственная академия строительства и архитектуры
 Л.Н. МАКАРЕНКО
 Национальный университет «Одесская морская академия»

ПОКРЫТИЯ ИЗ ФЭМ С ОСНОВАНИЕМ ИЗ ПИРАМИДАЛЬНОГО И РЕБРИСТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

При благоустройстве придомовых территорий, тротуаров, садово-парковых дорожек, автостоянок и площадок различного назначения в больших объемах используют покрытия из фигурных элементов мощения (ФЭМ), выполненных из бетона. При их эксплуатации иногда наблюдаются различные деформации, причинами которых могут быть неверный выбор конструктивно-технологического решения и низкая несущая способность покрытия. С целью предотвращения деформаций необходимо проводить поиск, разработку, исследование и дальнейшее внедрение в строительное производство новых покрытий из ФЭМ с улучшенными качественными характеристиками.

Статья посвящена совершенствованию конструктивно-технологических решений покрытий тротуаров, пешеходных дорожек, площадок различного назначения, выполненных из фигурных элементов мощения. Предложены два варианта новых элементов мощения с нижним основанием, имеющим измененную геометрическую форму – с одним пирамидальным элементом, расположенным в

центре, и ребристых призматических элементов, расположенных по периметру. Разработаны гипотезы о преимуществах предложенных вариантов ФЭМ. Увеличение площади нижнего основания позволит передавать внешнюю нагрузку на больший объем нижележащего несущего конструктивного слоя дорожной одежды, что даст возможность покрытию воспринимать увеличенную нагрузку. Форма нижнего основания при устройстве ФЭМ способствует дополнительному уплотнению нижележащего песчаного слоя и снижению возможности горизонтального сдвига в случае приложения горизонтальной нагрузки к покрытию. Следовательно, повысятся качественные характеристики предложенного покрытия – несущая способность и долговечность.

Произведен расчет высот верхних призматических частей новых вариантов ФЭМ при предложенных параметрах нижнего основания и форме в плане, результаты которого указывают на незначительное их уменьшение относительно высоты традиционной ФЭМ с плоским основанием.

Для подтверждения гипотез предложен план проведения экспериментов по влиянию длительной вертикально приложенной нагрузки на осадку ФЭМ и плотность нижележащего конструктивного слоя. Выбраны факторы, влияющие на работу покрытия и выходные параметры. Подобраны необходимое оборудование и материалы.

Ключевые слова: фигурный элемент мощения, нижнее основание, ребристый призматический элемент, пирамидальный элемент, осадка, плотность.

V.V. DUMANSKA, Ju.V. DOTSENKO, N.V. SYDOROVA
Odessa state academy civil engineering and architecture
L.M. MAKARENKO
National university «Odesa maritime academy»

PAVEMENTS OF FPE WITH UNDERSIDE SURFACE OF PYRAMIDAL AND RIBBED ELEMENTS

When improvement of house adjoining territories, sidewalks, garden paths, parking lots and areas for various purposes, pavements of figured paving elements (FPE) made of concrete are used in large volumes. During their operation, various deformations are sometimes observed, the reasons for which may be the wrong choice of the constructive-technological solution and the low bearing capacity of the pavement. In order to prevent deformations, it is necessary to search, develop, research and further introduce into construction production new pavements of FPE with improved quality characteristics.

The article is devoted to the improvement of constructive-technological solutions of pavements, foot ways, and areas for various purposes, made of figured paving elements. Two variants of new paving elements with an underside having a modified geometric shape are proposed – with one pyramidal element located in the center, and ribbed prismatic elements located along the perimeter. Hypotheses about the advantages of the proposed FPE variants have been developed. An increase in the area of the underside will allow the external load to be transferred to a larger volume of the underlying structural layer of the pavement, which will enable the pavement to take the increased load. The shape of the underside during the installation of FPE contributes to additional compaction of the underlying sand layer and a decrease in the possibility of horizontal displacement when a horizontal load is applied to the pavement. Consequently, the quality characteristics of the proposed pavement will improve – bearing capacity and durability.

The calculation of the heights of the upper prismatic parts of the new variants of the FPE with the proposed parameters of the underside and the shape in plan, the results of which indicate their insignificant decrease relative to the height of the traditional FPE with a flat underside.

To confirm the hypotheses, the plan of experiments on the influence of a long-term vertically applied load on the FPE settlement and the density of the underlying structural layer is proposed. The factors influencing the operation of the pavement and the output parameters are selected. The necessary equipment and materials were selected.

Keywords: figured paving element, underside, ribbed prismatic element, pyramidal element, settlement, density.

Постановка проблеми

В останні роки все частіше покриття майданчиків різного призначення, тротуарів, пішохідних доріжок, автостоянок будують з використанням фігурних елементів мостіння (ФЕМ) з бетону [1]. Такі покриття мають багато переваг перед асфальтобетонними покриттями: вони є естетично привабливими, екологічно чистими,

мають довший термін експлуатації. Наявність швів між окремими елементами забезпечує більш швидкий відтік дощових вод з поверхні. При необхідності проведення робіт по прокладці підземних комунікацій, їх можна легко розібрати, а потім знову зібрати. Пошкоджені окремі елементи покриття можна замінити на нові, що подовжує термін їх служби. Покриття доріжок і майданчиків різного призначення мають бути надійними і довговічними. Однак, іноді у покриттях з ФЕМ виникають різні деформації. До них відносяться руйнування елементів, зсув як окремих елементів, так і ділянок, вибоїни, западини, і таке інше. Причини, що призводять до деформацій, можуть бути різними. Однією з них є невірне обране конструктивно-технологічне рішення покриття.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Дорожній одяг складається з декількох шарів: основи, яка є несучим шаром, підстильних шарів основи, та покриття, що є верхнім шаром. Бетонні елементи мостіння, що застосовуються в будівництві, мають різні форми в плані. Їх товщина може бути 300-600 мм. Всі вони мають пласку нижню основу.

На дорожній одяг впливають як вертикальне короткочасне так і тривале навантаження від пішоходів, транспорту і таке інше, так і горизонтальне навантаження, наприклад, гальмування. Зовнішнє навантаження прикладене до плитки передається через її нижню основу на нижній несучий шар дорожнього одягу. Якщо збільшити площу нижньої основи плитки, то навантаження буде передаватись на збільшений об'єм несучого шару. Таким чином можна збільшити несучу здатність дорожнього одягу, що в свою чергу призведе до зберігання елементів покриття у початковому положенні, що в свою чергу призведе до підвищення терміну його служби. В зв'язку з цим раніше були розроблені та частково досліджені декілька варіантів покриттів зі зміненою геометричною формою нижньої основи [2-5]. Результати досліджень вказали на підвищення якісних характеристик покриттів.

Одним з раніше запропонованих варіантів є фігурний елемент мостіння з пірамідальною основою, вершина якої направлена донизу. Досліджено, що при зменшенні кута при вершині піраміди в два рази (від 180° до 70°) осідання плитки під дією вертикального навантаження може бути знижено в два рази, та в 1,3 рази при зменшенні кута при вершині піраміди (від 180° до 125°) [3]. Інший варіант покриття із ФЕМ має в нижній основі зубчасті елементи пірамідальної форми. В нижній основі трьох експериментальних зразків були один, п'ять та дев'ять пірамідальних елементів, які мали кут при вершині піраміди в поперечному перетині 90° , а четвертий зразок мав пласку основу. Були проведені дослідження на визначення величини горизонтального зсуву зразків під дією горизонтально прикладеного навантаження [4]. При цьому були досліджені як зразки розташовані на горизонтальних поверхнях, так і на похилих поверхнях. Визначено, що зразки зі зміненою геометричною формою основи ефективніше перешкоджають зсуву покриття, ніж зразок із пласкою основою. Розроблені декілька варіантів покриттів з ФЕМ, що мають ребристу нижню основу. Дослідили ділянку покриття зі зразків, в нижній основі яких містяться три призматичні елементи, ребра яких розташовані паралельно один одному, та ділянку покриття з традиційних зразків, що мають пласку основу. Результати досліджень порівняли та встановили, що під дією вертикального тривалого навантаження параметр осідання зразка з ребристою основою менший, ніж зразка з пласкою основою [5].

Щоб не збільшувати затрати на бетон для геометричних елементів нижньої основи, об'єм бетону на виготовлення кожного запропонованого зразка повинен бути рівним об'єму бетону традиційного зразка з пласкою основою з тією ж формою і розмірами в плані. Це досягається шляхом зменшення висоти призматичної частини

розроблених зразків. Однак, при значному її зменшенні, найтонші ділянки цієї призматичної частини стають більш уразливими при зовнішньому впливі на покриття.

Мета дослідження

Метою дослідження є підвищення якісних характеристик покриттів пішохідних доріжок та майданчиків різного призначення з фігурних елементів мостіння.

Для досягнення мети поставлена задача з розробки та дослідження нових конструктивно-технологічних рішень покриттів із бетонних елементів, що мають змінену геометричну нижню основу.

Викладення основного матеріалу дослідження

Важливими показниками якості пішохідних доріг, майданчиків, автостоянок є їх надійність та довгий безремонтний термін служби. Щоб підвищити їх несучу здатність та запобігти зсуву окремих фігурних елементів мостіння, запропоновані нові варіанти покриттів. У кожному з варіантів по контуру нижньої основи плитки розташовані ребристі елементи призматичної форми. Всередині на горизонтальній поверхні нижньої основи розташовані пірамідальні елементи з вершиною, направленою донизу. У першому варіанті основа піраміди торкається основи ребристого елемента своєю основою (Рис. 1), у другому – знаходиться на відстані від ребристих елементів (Рис. 2). У кожному з варіантів параметр висоти пірамідального елемента співпадає з параметром відстані від ребра кожного з призматичних елементів до нижньої основи ФЕМ. Щоб не було зайвих витрат бетону на нижню основу, об'єм нових ФЕМ повинен дорівнювати об'єму традиційної плитки з тими ж параметрами у плані, що досягається зменшенням висоти верхньої призматичної частини розроблених ФЕМ.

На нашу думку, покриття, виконані за новими варіантами, мають переваги перед покриттями виконаними із плиток з пласкою основою. По-перше, пірамідальний і призматичні елементи основи плитки призведуть до додаткового ущільнення піщаного (чи з іншого дрібнозернистого матеріалу) шару основи дорожнього одягу. Таке ущільнення сприяє збереженню початкового положення плиток у просторі, що буде запобігати утворенню провалів та інших руйнувань покриттів під час їх експлуатації. Також ущільнення несучого шару основи призводить до підвищення несучої здатності покриття. По-друге, площа нижньої основи розроблених ФЕМ збільшується за рахунок бічних поверхонь пірамідального та ребристих елементів. Тобто, вертикальне навантаження на покриття буде передаватись через набагато збільшену нижню основу плиток на збільшений об'єм несучого шару дорожнього одягу, а це означає, що покриття зможе витримати збільшене навантаження. По-третє, пірамідальний і призматичні елементи нижньої основи будуть перешкоджати горизонтальному зсуву плиток при впливі на них горизонтального навантаження. Тому покриття буде максимально зберігати своє початкове положення у просторі. Отже, збільшення несучої здатності і запобігання зсуву елементів нового покриття сприятимуть збільшенню його безремонтного терміну служби.

На відміну від розроблених раніше варіантів плиток, що мають пірамідальну основу, або зубчасті чи ребристі елементи в нижній основі, нові плитки мають ребристі елементи розташовані по контуру (периметру). Найбільш уразливими частинами елементів мостіння під час експлуатації покриттів є контур та центральна частина. В розроблених варіантах ці частини посилені: по периметру – призматичними елементами, в центрі – пірамідальним елементом. Ці геометричні елементи в нижній основі ФЕМ будуть перешкоджати впливу горизонтального навантаження, прикладеного до покриття вздовж будь-якого напрямку.

Для визначення висоти призматичної (верхньої) частини нових ФЕМ необхідно провести розрахунки. Розглянемо традиційний зразок висотою 50 мм квадратної форми в плані зі стороною 120 мм та два запропоновані зразки ФЕМ, з такою самою формою і розміром в плані, але в нижній основі яких розташовані ребристі елементи та один пірамідальний елемент. В першому варіанті (Рис. 1) розглянемо ФЕМ з пірамідальним елементом, що торкається основи ребристого елемента своєю основою (в основі піраміди квадрат зі стороною 80 мм), а в другому варіанті (Рис. 2) – знаходиться на відстані від нього (піраміда має в основі квадрат зі стороною 20 мм); висоту піраміди для кожного варіанта приймемо рівною 10 мм. Кут при ребрі призматичного елемента в поперечному перетині приймемо рівним 90° .

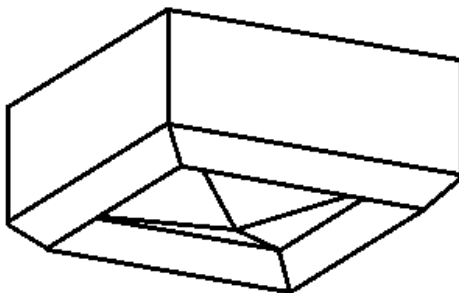


Рис. 1. Наочне зображення першого варіанта ФЕМ з нижньою основою із пірамідального та ребристих елементів

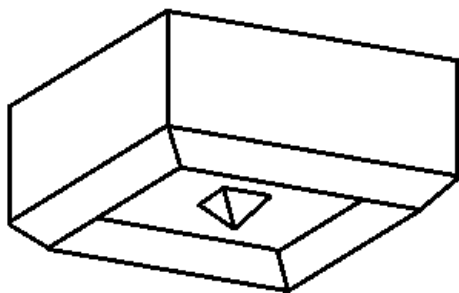


Рис. 2. Наочне зображення другого варіанта ФЕМ з нижньою основою із пірамідального та ребристих елементів

Для першого варіанта спочатку розрахуємо об'єм пірамідального елемента в основі плитки. Основою цієї піраміди є квадрат зі стороною 80 мм і висотою 10 мм. Отримуємо, що об'єм піраміди дорівнює 21333 мм^3 .

Розрахуємо об'єм чотирьох призматичних елементів основи. Кожен з них є зрізаним з двох боків. Оскільки ці ребристі елементи мають кут при нижньому ребрі 90° і висоту 10 мм, то ширина грані, що співпадає з нижньою основою ФЕМ, дорівнює 20 мм. Розглянемо один з них, який на Рис. 1 розташований ліворуч. Для розрахунку його об'єму уявимо, що він не є зрізаним (Рис. 3), тобто, його торцьові грані (площини перетину двох взаємно перпендикулярних призматичних елементів) є подовженими до контуру плитки (співпадають з площиною бічних сторін плитки). Розрахували, що об'єм подовженого призматичного елемента дорівнює 12000 мм^3 . На Рис. 3 подовженою частиною лівого призматичного елемента є піраміда ABCDE з вершиною A і основою BCDE. Таких частин – дві (по одній з кожного боку призми). Розрахуємо об'єм піраміди. Основою піраміди є трапеція BCDE, так як ребро CD є паралельним ребру BE. Ребро AC є висотою піраміди, воно перпендикулярно до ребра BC за умовою

(кут при ребрі CD дорівнює 90^0). Після проведення необхідних розрахунків отримали об'єм піраміди ABCDE, який дорівнює близько 1000 мм^3 . Для розрахунку об'єму зрізаного призматичного елемента відніmemo з об'єму подовженого призматичного елемента об'єми пірамід, розташованих з двох боків. Отримали, що об'єм одного зрізаного ребристого призматичного елемента дорівнює 10000 мм^3 . Їх в основі плитки – чотири, тому об'єм призматичних елементів становить 40000 мм^3 . Сума об'ємів пірамідального і призматичних елементів основи плитки першого варіанта дорівнює 61333 м^3 . Розрахуємо висоту призматичної частини самої плитки. Об'єм традиційної плитки, що була обрана для порівняння, дорівнює 720000 мм^3 . Відніmemo від нього об'єм елементів основи, та розрахуємо висоту. Після проведення розрахунків отримали, що висота призматичної частини першого варіанта плитки дорівнює близько $45,7 \text{ мм}$, тобто вона менша, ніж для традиційної плитки на $4,3 \text{ мм}$.

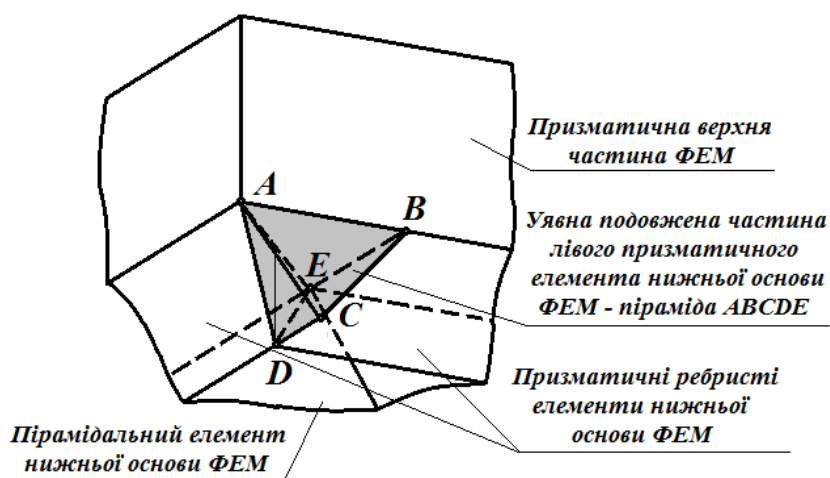


Рис. 3. Наочне зображення одного з кутів ФЕМ (перший варіант) з уявною подовженою частиною (піраміда ABCDE) ребристого призматичного елемента в нижній основі

Розрахуємо висоту призматичної частини плитки для другого запропонованого варіанту плитки. Об'єм піраміди, розташованої і центрі нижньої основи плитки, розташованої на відстані 30 мм від ребристих елементів дорівнює близько 1333 мм^3 . Об'єм ребристих призматичних елементів у другому варіанті такий самий, як і в першому. Загальний об'єм пірамідального і призматичних елементів основи плитки дорівнює близько 41333 м^3 . Після проведення розрахунків отримали, що висота призматичної частини другого варіанта плитки дорівнює близько $47,1 \text{ мм}$, тобто вона менша, ніж для традиційної плитки на $2,9 \text{ мм}$.

Для підтвердження вищезначених гіпотез необхідно дослідити якісні характеристики запропонованих покриттів. Наприклад, з'ясувати, залежність осідання ФЕМ при різних параметрах вертикального короточасного та тривалого навантаження, визначити параметри зсуву ФЕМ при горизонтальному навантаженні та ін. Спочатку планується дослідити роботу нових варіантів покриттів під впливом вертикального тривалого навантаження в лабораторних умовах. В натурних умовах на роботу покриттів впливає багато факторів. Для лабораторних досліджень основними факторами обрані наступні: вертикальне навантаження, час його впливу на покриття, товщина, щільність та вологість нижнього шару основи під покриттям.

Планується дослідити три зразка ФЕМ: перший – з нижньою основою з ребристими призматичними елементами та пірамідальним елементом, основа якого торкається ребристих елементів, другий – з нижньою основою з ребристими

призматичними елементами та пірамідальним елементом, основа якого знаходиться на відстані від ребристих елементів, третій – традиційний ФЕМ з пласкою нижньою основою. Форму в плані, та розміри зразків планується узяти з тими ж самими параметрами, що розглянуті вище при розрахунку висоти верхньої призматичної частини ФЕМ. Матеріалом конструктивного шару, на який будуть улаштовуватись зразки ФЕМ, обрано дрібнозернистий пісок, вологість та щільність якого для чистоти експерименту будуть мати постійні параметри. Ці параметри будуть вимірюватись безпосередньо перед проведенням досліджень.

Користуючись класичною теорією планування експериментів, була обрана трифакторна трирівнева модель скороченого плану.

Факторами, що впливатимуть на покриття обрані:

X_1 – величина вертикально прикладеного навантаження, кг;

X_2 – час впливу вертикально прикладеного навантаження, год.;

X_3 – товщина конструктивного піщаного шару під покриттям, см.

Вони будуть мати наступні рівні варіювання:

X_1 – 70 кг (-), 140 кг (0), 210 кг (+);

X_2 – 0,5 год. (-), 36, 5 год. (0), 72,5 год. (+);

X_3 – 12 см (-), 16 см (0), 20 см (+).

Значення вертикально прикладеного навантаження обрані приблизно такими, як і при роботі покриттів під час їх експлуатації. Планується отримати величини вихідних параметрів – осідання дослідного зразка під впливом вертикального навантаження та щільності піщаного шару під зразками.

При проведенні експериментів буде використовуватись розроблений та виготовлений раніше дослідний стенд, що складається із короба для улаштування досліджуваного покриття та важелю для передачі вертикального навантаження. Для вимірів параметрів осідання планується використовувати індикатори часового типу, які будуть розташовані при кожному з чотирьох кутів дослідного зразка. Для визначення параметрів щільності піщаного шару підготовлено: металеве кільце для забору піщаного матеріалу з внутрішнім об'ємом 65 см^3 , дві пластини зі скла та ваги.

Після проведення експериментів, буде зроблений порівняльний аналіз їх результатів. Якщо найменше значення осідання при найбільшому значенні щільності виявиться у зразків зі зміненою геометричною формою, ніж у зразка з пласкою основою, це підтвердить, що їх нижня основа перешкоджає зміні початкового положення ФЕМ у просторі, тобто безремонтний термін служби такого покриття буде вищий. Найменше значення осідання зразка при найбільшому значенні щільності вкажуть на оптимальний варіант покриття.

При підтвердженні наших гіпотез про переваги покриттів із ФЕМ зі зміненою геометричною формою нижньої основи відносно традиційних покриттів з ФЕМ, що мають пласку основу, з двох запропонованих варіантів буде обране те покриття, яке буде досліджуватись надалі.

Висновки

Запропоновані два нових конструктивно-технологічних рішення покриттів з ФЕМ, в нижній основі яких розташовані пірамідальний та ребристі призматичні елементи.

Розглянуті гіпотези стосовно переваг нових варіантів покриттів.

Розраховані висоти верхніх призматичних частин при запропонованих параметрах нових варіантів ФЕМ.

Розроблений план експериментальних досліджень. Обрані основні фактори, що впливають на роботу покриття та їх параметри, а також вихідні параметри, що характеризують якісні характеристики покриттів. Підібрано необхідне обладнання і матеріали. Після обробки і аналізу результатів експерименту оптимальний варіант покриття буде досліджуватись надалі при інших вхідних параметрах.

Список використаної літератури

1. Гольдин Э. М., Бега Р. И. Декоративные покрытия тротуаров и парковых дорожек в городской застройке. Москва: ГОСИНТИ, 1975. 20 с.
2. Azman M., Hasanan M. N., Mohd R. H., Haryati Y., Che R. I., Nur Hafizah A. K. The Effect of Groove-Underside Shaped Concrete Block on Pavement Permanent Deformation. *Jurnal Teknologi Sciences & Engineering*. March 2013. Vol. 61:3. P. 7–14.
3. Думанська В. В. Вдосконалення технології улаштування покриттів з фігурних елементів мостіння : автореф. дис. ... канд. тех. наук : 05.23.08. Одеса, 2011. 20 с.
4. Dumanska V., Vilinska L., and Marchenko V., Studies of coatings from FEP with corrugated base from toothed elements of pyramidal shape on the horizontal and inclined surfaces. *Academic Journal. Series: Industrial Machine Building, Civil Engineering*. 2017. № 1 (48). P. 265–272.
5. Dumanska V., Kalinin O., Sidorova N., and Kalinina T. Study of pavements of concrete paving blocks with ribbed underside surface. *Key Engineering Materials*. 2020. Vol. 864. P. 101-107.

References

1. Goldin, E. M. & Bega, R. I. (1975). *Dekoratyvnyie pokryitiya trotuarov i parkovyih dorozhek v gorodskoy zastroyke*. Moskva: GOSINTI.
2. Azman, M., Hasanan, M. N., Mohd, R. H., Haryati, Y., Che, R. I., & Nur Hafizah, A. K. (2013) The Effect of Groove-Underside Shaped Concrete Block on Pavement Permanent Deformation. *Jurnal Teknologi Sciences & Engineerin*. **61:3**, 7–14.
3. Dumanska, V. V. (2011). *Vdoskonalennia tekhnolohii ulashtuvannia pokryttiv z fihurnykh elementiv mostinnia*. (Abstract of PhD thesis), Odesa: OSASEA.
4. Dumanska, V., Vilinska, L., & Marchenko, V. (2017). Studies of coatings from FEP with corrugated base from toothed elements of pyramidal shape on the horizontal and inclined surfaces. *Academic Journal. Series: Industrial Machine Building, Civil Engineering*. **1 (48)**, 265–272.
5. Dumanska, V., Kalinin, O., Sidorova, N., & Kalinina, T. (2020). Study of pavements of concrete paving blocks with ribbed underside surface. *Key Engineering Materials*. **864**, 101-107.

Думанська Вероніка Валентинівна – к.т.н., доцент кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки Одеської державної академії будівництва та архітектури. E-mail: dumanika@ukr.net, ORCID: 0000-0003-0135-9501.

Доценко Юлія Валеріївна – к.т.н., доцент кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки Одеської державної академії будівництва та архітектури. E-mail: julija0606@ukr.net, ORCID: 0000-0003-0382-9853.

Сидорова Наталія Валеріївна – к.т.н., доцент, доцент кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки Одеської державної академії будівництва та архітектури. E-mail: sidorovanataliya@ukr.net, ORCID: 0000-0003-2772-5653.

Макаренко Лілія Миколаївна – ст. викл. кафедри теоретичної механіки Національного університету «Одеська морська академія». E-mail: lio.makarenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4678-351X.

УДК 539.3

Є.С. КОНОНЕНКО

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України

КОЛИВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ПІД ДІЄЮ ПЕРІОДИЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ З УРАХУВАННЯМ ЕФЕКТІВ ГІДРОПРУЖНОСТІ

Значна частина сучасного енергетичного обладнання працює в умовах взаємодії з оточуючим середовищем. Високі швидкості рідини спричиняють появу суттєвого тиску на поверхні конструктивних елементів. В свою чергу, коливання елементів машин та споруд в потоці рідини веде до зміни параметрів руху рідини. Тобто виникає зв'язана задача визначення міцнісних та динамічних характеристик таких систем. З одного боку коливання пружного тіла змінюють параметри течії, а з іншого саме наявність течії призводить до суттєвого впливу на динамічні характеристики конструкції. З точки зору механіки, такі задачі можна класифікувати як задачі взаємодії різних суцільних середовищ. Для опису руху суцільні середовища використовують загальні рівняння руху, рівняння стану, закони збереження. Різні суцільні середовища відрізняються різним зв'язком між компонентами тензорів напружень та тензорів деформацій або швидкостей деформації. За допомогою методу зважених нев'язок в роботі отримані основні співвідношення для визначення узагальнених переміщень. При цьому загальне формулювання передбачає можливість визначення частот та форм власних коливань конструкції без врахування приєднаних мас рідини, з їх урахуванням, а також досліджувати вимушені коливання елементів конструкцій з урахуванням та без урахування взаємодії з рідиною. Для в'язкої стисливої рідини отримано формулювання задачі в акустичному наближенні. Числова реалізація здійснена в припущенні безвихрового руху ідеальної та нестисливої рідини. Для розв'язання задачі з визначення тиску рідини отримано рівняння Лапласа з умовами не протікання в якості крайових. Задачу визначення гідродинамічного тиску із застосуванням методів теорії потенціалу зведено до розв'язання гіперсингулярного інтегрального рівняння. Форми власних коливань конструктивного елемента без врахування приєднаних мас рідини обрані як базисні для розв'язання задачі визначення динамічних характеристик з урахуванням рідини. Як приклад розглянуті власні частоти та форми коливань круглої пластинки як без урахування впливу рідини, та з її урахуванням. Досліджені також гармонічні коливання цієї пластинки.

Ключові слова: вимушені коливання, метод зважених нев'язок, методи скінченних та граничних елементів.

Y. KONONENKO

A.N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of the Ukrainian Academy of Sciences

VIBRATIONS OF STRUCTURE ELEMENTS UNDER PERIODIC LOADS WITH FLUID-STRUCTURE INTERACTION EFFECTS

Much of modern power equipment operates in interaction with the environment. High fluid velocities cause significant pressure on the surface of structural elements. In turn, the oscillation of the elements of machines and structures in the fluid flow leads to a change in the parameters of fluid motion. That is, there is a related problem of determining the strength and dynamic characteristics of such systems. On the one hand, the oscillations of the elastic body change the parameters of the flow, and on the other hand, the presence of the flow leads to a significant impact on the dynamic characteristics of the structure. From the point of view of mechanics, such problems can be classified as problems of interaction of various continuous environments. To describe the motion of continuous media, use general equations of motion, equations of state, conservation laws. Different continuous media differ in the different relationship between the components of stress tensors and strain or strain rate tensors. Using the method of weighted residuals, the basic relations for determining the generalized displacements are obtained. The general formulation provides for the possibility of determining the frequencies and forms of natural oscillations of the structure without taking into account the attached masses of the liquid, taking them into account, as well as to investigate the forced oscillations of structural elements taking into account and without taking into account interacting with the liquid. For a viscous compressible fluid, the formulation of the problem in the acoustic approximation is obtained. Numerical realization is carried out under the assumption of vortex-free motion of an ideal and incompressible fluid. To solve the problem of determining the pressure of a liquid, we obtain the Laplace equation with non-flow conditions as boundary conditions. The problem of determining the hydrodynamic pressure using the methods of potential theory is reduced to solving a hypersingular integral equation. The forms of natural oscillations of the structural element without taking into account the attached masses of the liquid are chosen as the basic ones for solving the problem of determining the dynamic characteristics taking into account the liquid. As an

example, the natural frequencies and forms of oscillations of a round plate are considered both without taking into account the influence of the liquid, and with its taking into account. The harmonic oscillations of this plate are also investigated.

Keywords: forced vibrations, weighted residual method, boundary and finite element methods.

Е.С. КОНОНЕНКО

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины

КОЛЕБАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НАГРУЗОК С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ГИДРОУПРУГОСТИ

Значительная часть современного энергетического оборудования работает в условиях взаимодействия с окружающей средой. Высокие скорости жидкости вызывают появление существенного давления на поверхности конструктивных элементов. В свою очередь, колебания элементов машин и сооружений в потоке жидкости ведет к изменению параметров движения жидкости. То есть возникает связанная задача определения прочностных и динамических характеристик таких систем. С одной стороны колебания упругого тела изменяют параметры течения, а с другой именно наличие течения приводит к существенному влиянию на динамические характеристики конструкции. С точки зрения механики, такие задачи можно классифицировать как задачи взаимодействия различных сплошных сред. Для описания движения сплошных сред используют общие уравнения движения, уравнение состояния, законы сохранения. Различные сплошные среды отличаются разной связью между компонентами тензоров напряжений и тензоров деформаций или скоростей деформаций. С помощью метода взвешенных невязок в работе получены основные соотношения для определения обобщенных перемещений. При этом общая формулировка предполагает возможность определения частот и форм собственных колебаний конструкции без учета присоединенных масс жидкости, с их учетом, а также исследовать вынужденные колебания элементов конструкций с учетом и без учета взаимодействия с жидкостью. Для вязкой сжимаемой жидкости получена формулировка задачи в акустическом приближении. Числовая реализация осуществлена в предположении безвихревого движения идеальной и несжимаемой жидкости. Для решения задачи по определению давления жидкости получено уравнение Лапласа с условиями не протекания в качестве краевых. Задачу определения гидродинамического давления с применением методов теории потенциала сведено к решению гиперсингулярного интегрального уравнения. Формы собственных колебаний конструктивного элемента без учета присоединенных масс жидкости выбраны как базисные для решения задачи определения динамических характеристик с учетом жидкости. В качестве примера рассмотрены собственные частоты и формы колебаний круглой пластинки как без учета влияния жидкости и с ее учетом. Исследованы также гармонические колебания этой пластинки.

Ключевые слова: вынужденные колебания, метод взвешенных невязок, методы конечных и граничных элементов

Формулювання проблеми та її актуальність

Під час роботи гідротурбінного обладнання виникають інтенсивні коливання, пов'язані із впливом нестационарного потоку рідини. Ці коливання можуть привести до непередбаченого зростання тиску на поверхні конструктивних елементів, що в свою чергу може викликати вихід обладнання з ладу, втрату стійкості. Тому вивчення вільних та вимушених коливань елементів конструкцій при взаємодії з водним середовищем є актуальною задачею. Важливим моментом є саме врахування тиску з боку рідини, тобто такі задачі доцільно розв'язувати та формулювати в зв'язаному формулюванні, як задачі взаємодії двох суцільних середовищ.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Проблеми гідропружної взаємодії залишаються в центрі уваги багатьох дослідників протягом останніх десятиріч. Це пов'язано з надзвичайно широким колом прикладних задач, що стосується міцності та коливань різних конструктивних елементів, коли необхідно враховувати поверхневі сили з боку рідини або газу. При врахуванні ефектів гідропружності відбувається значний вплив на частоти власних коливань. Тобто, якщо ці явища не враховувати, то неможливо провести коректне відстроювання від небажаних резонансних частот [1]. До таких конструкцій відносяться кришки гідротурбін [2], баки

ракет-носіїв [4], резервуари для збереження рідини [6], парові турбіни [7], а також такі елементи конструкцій, як лопаті зворотно-лопатевого та радіально-вісьових гідротурбін, лопаті повітряних установок [8], крила літаків [9]. Питання підтоплення міських територій із застосуванням методів врахування взаємодії різних суцільних середовищ розглянуто в [10]. Зауважимо, що більшість вказаних задач неможливо розв'язати аналітичними методами. Натурні експерименти в цих випадках є коштовними і не завжди безпечними процедурами. Тому на перший фланг виходять методи комп'ютерного моделювання. Серед них відзначимо методи граничних та скінченних елементів, методи скінченних різниць та об'ємів, а також методи оптимального проектування [12-15]. При побудові скінченно-елементних та гранично-елементних формулювань задач динаміки конструктивних елементів зазвичай використовують метод зважених нев'язок [13]. При використанні цього метода здійснюється інтегрування частинами, що дає змогу не лише понизити порядок похідних в диференціальному рівнянні, а й отримати вираз для поверхневого інтегралу, який враховує тиск рідини. Цей підхід буде використано надалі при побудові математичної моделі гідропружної взаємодії.

Мета дослідження

Метою дослідження є побудова математичної моделі та створення методики розрахунку вільних коливань та вимушених коливань елементів конструкцій при взаємодії з рідиною.

Викладення основного матеріалу дослідження

Для опису руху як пружної конструкції, так і рідини використовуються основні співвідношення механіки суцільного середовища. Нехай пружне тіло займає область Ω з межею Γ . Припустимо, що на тіло діють задані об'ємні та поверхневі сили. Крім того, це тіло цілком занурено в рідину (Рис.1).

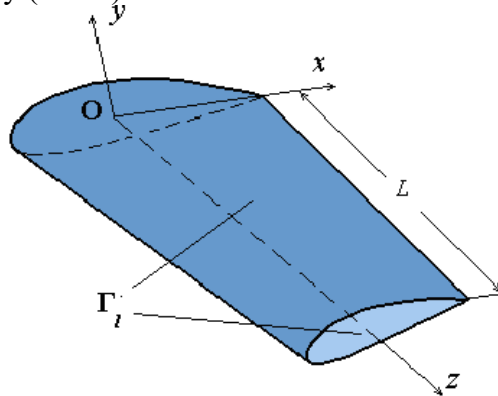


Рис. 1. Схема конструкції

Всі моделі суцільного середовища [14] передбачають визначення полів напружень σ_{ij} , деформацій ε_{ij} , переміщень u_i , а також температури T , тиску p та густини ρ в залежності від часу. Для знаходження цих величин маємо рівняння руху пружного тіла в переміщеннях

$$\mu \Delta u_j^e + (\lambda + \mu) \frac{\partial \vartheta^e}{\partial x_j} + X_j = \rho \frac{\partial^2 u_j^e}{\partial t^2}, \quad j=1,2,3. \quad (1)$$

де $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}$, $\vartheta^e = \text{div} \mathbf{u}^e = \frac{\partial u_1^e}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2^e}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3^e}{\partial x_3}$, $\mu = E[2(1+\nu)]^{-1}$ – модуль зсуву,

$\lambda = E\nu[(1+\nu)(1-2\nu)]^{-1}$ – коефіцієнт Ламе, E , ν – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона, відповідно.

Вважаємо, що на частині межі Γ_1 задані переміщення тіла, а на частині Γ_2 – зусилля; $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$. Зусилля виражаються за формулою

$$\mathbf{p}^e(\mathbf{x}, t) = \mathbf{T}^n(\partial_x, \mathbf{n}(\mathbf{x}, t))\mathbf{u}^e(\mathbf{x}, t) = 2\mu \frac{\partial \mathbf{u}^e}{\partial \mathbf{n}} + \lambda \mathbf{n} \operatorname{div} \mathbf{u}^e + \mu (\mathbf{n} \times \operatorname{rot} \mathbf{u}^e). \quad (2)$$

Тобто, граничні умови мають вигляд

$$\mathbf{u}^e(\mathbf{x}, t)|_{\Gamma_1} = \mathbf{U}(t), \quad \mathbf{p}^e(\mathbf{x}, t)|_{\Gamma_2} = \mathbf{P}(t). \quad (3)$$

Задаються також початкові умови

$$\mathbf{U}^e(\mathbf{x}, 0) = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{u}^e(\mathbf{x}, 0)}{\partial t} = 0. \quad (4)$$

Для розв’язання задачі (1) – (4) застосовуємо метод зважених нев’язок. Невідомі подаємо у вигляді рядів за базисом з фінітних функцій $\{\psi_n\}_{n=1}^{N_1}$; як пробні використовуємо функції з цього ж базису. Після інтегрування отриманого співвідношення по об’єму та зведення частки об’ємних інтегралів до поверхневих отримуємо скінченно-елементне формулювання зазначеної задачі у вигляді

$$[\mathbf{M}_S] \ddot{\mathbf{u}}^e + [\mathbf{K}_S] \mathbf{u}^e = \{\mathbf{f}_S\} + \{\mathbf{f}_{pr}\}, \quad (5)$$

де $[\mathbf{M}_S], [\mathbf{K}_S]$ – матриці мас та жорсткості, відповідно, $\{\mathbf{f}_S\}$ – вектор заданих зовнішніх зусиль, що діють на пружне тіло, $\{\mathbf{f}_{pr}\}$ – вектор зусиль, що характеризують тиск рідини або газу на змочені поверхні пружного тіла, який буде визначено далі.

Для визначення вектору $\{\mathbf{f}_{pr}\}$ перейдемо до формулювання початково-крайової задачі з механіки рідини. Зробимо припущення відносно рідкого середовища. Вважаємо, що рідина є стисливою та нев’язкою, а її рух безвихровий. Припускаємо, що збурення тиску рідини внаслідок руху пружного тіла є малими, тобто розв’язуємо зв’язану задачу в лінійному формулюванні. Використовуємо загальні закони механіки рідини, а саме, закон збереження маси (рівняння нерозривності)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\operatorname{div}(\rho \mathbf{V}_f) + Q, \quad (6)$$

де \mathbf{V}_f – вектор швидкості, ρ – густина рідини, Q – джерело, t – час.

Використовуємо рівняння руху у напруженнях (наслідок закону збереження імпульсу) з врахуванням об’ємних сил \mathbf{b}

$$\rho \frac{d\mathbf{V}_f}{dt} = \rho \mathbf{b} + \operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}_f).$$

Для визначення компонент тензору напружень приймаємо гіпотезу

$$\boldsymbol{\sigma}_f = -p\mathbf{I} + \mathbf{T}; \quad \mathbf{T} = 2\mu \left(\dot{\mathbf{S}} - \frac{1}{3}(\operatorname{div} \mathbf{V}_f) \right), \quad (7)$$

де $\dot{\mathbf{S}}$ – девіатор швидкостей деформації.

З використанням рівняння стану, з (6) та (9) маємо наближені рівності

$$\operatorname{div} \mathbf{V}_f = -\frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{Q}{\rho_0}, \quad \frac{\partial \mathbf{V}_f}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \frac{4\mu}{3\rho_0} \left(-\frac{1}{\rho_0 c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{Q}{\rho_0} \right).$$

Надалі вважаємо що рідина нестислива та нев’язка, а джерела відсутні. Тоді маємо $Q = 0, \mu = 0, \rho_0 = \text{const}, c \rightarrow \infty$. При цьому

$$\operatorname{div} \mathbf{V}_f = 0, \quad \rho_0 \frac{\partial \mathbf{V}_f}{\partial t} = -\nabla p \quad (8)$$

Обчисливши дивергенцію від другого співвідношення (8), отримаємо, що тиск p є гармонічною функцією, тобто задовольняє рівнянню Лапласа, а саме

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0. \quad (9)$$

Саме перепад тиску входить в праву частину рівнянь (5).

Припустимо, що має місце таке розкладення для невідомих переміщень

$$\mathbf{u}^e(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^N c_k(t) \mathbf{u}_k(x, y, z), \quad (10)$$

де $c_k(t)$ – невідомі коефіцієнти, які залежать лише від часу; $\mathbf{u}_k(x, y, z)$ – відомі базисні функції. Функції часу $c_k(t)$ зазвичай розглядають як узагальнені координати. З огляду на (10), рівнянню (5) надаємо таку форму:

$$\sum_{k=1}^N \{ \ddot{c}_k(t) [\mathbf{M} \mathbf{u}_k] + c_k(t) [\mathbf{K} \mathbf{u}_k] \} = \{ \mathbf{f}_S \} + \{ \mathbf{f}_{pr} \}. \quad (11)$$

Надалі використовуємо метод зважених нев'язок [13], що в даному випадку еквівалентно виконанню скалярного добутку рівнянь (11) послідовно на функції $\mathbf{u}_l(x, y, z)$. Отримуємо

$$[\mathbf{M}][\ddot{\mathbf{c}}] + [\mathbf{K}][\mathbf{c}] = \{ \tilde{\mathbf{f}}_S \} + \{ \tilde{\mathbf{f}}_{pr} \}, \quad [\mathbf{M}] = \{ \mathbf{M} \mathbf{u}_k, \mathbf{u}_l \}, \quad [\mathbf{K}] = \{ \mathbf{K} \mathbf{u}_k, \mathbf{u}_l \}.$$

Якщо $\{ \tilde{\mathbf{f}}_S \} = \{ \tilde{\mathbf{f}}_{pr} \} = 0$, то маємо задачу на визначення частот та форм власних коливань елементу конструкції без врахування приєднаних мас рідини, якщо лише $\{ \tilde{\mathbf{f}}_S \} = 0$, то приходимо до задачі на визначення частот та форм вільних коливань елементу конструкції з врахуванням приєднаних мас рідини.

Таким чином, треба знайти праву частину в співвідношенні

$$[\mathbf{M}][\ddot{\mathbf{c}}] + [\mathbf{K}][\mathbf{c}] = \{ \tilde{\mathbf{f}}_{pr} \}. \quad (12)$$

Як було зазначено вище, тиск задовольняє рівнянню Лапласа (9). Для однозначного розв'язку цього рівняння треба сформулювати граничні умови. Вважаємо, що елемент конструкції досить тонкий, тому згідно з [17], вважаємо, що граничні умови можна задавати на серединній поверхні елементу, що розглядається. Сформулюємо граничну умову непротікання, яка полягає у рівності нормальних складових швидкостей рідини та конструктивного елементу, тобто $(\dot{\mathbf{u}}^e, \mathbf{n}) = (\mathbf{V}_f, \mathbf{n})$.

З другого з рівнянь (8) знаходимо:

$$\frac{\partial p^\pm}{\partial \mathbf{n}} = -\rho_l (\ddot{\mathbf{u}}^e, \mathbf{n}) = -\rho_l \sum_{k=1}^N \ddot{c}_k(t) (\mathbf{u}_k, \mathbf{n}). \quad (13)$$

Нормальна похідна від тиску має бути неперервною, але ж на поверхні елементу тиск має перепад, при чому функція, що описує тиск, є гармонічною.

Крім того, вказана гармонічна функція має задовольняти умові Зоммерфельда на нескінченності, а саме $\nabla p|_\infty = 0$.

Як відомо, такі властивості має потенціал подвійного шару [17]

$$p(\mathbf{P}_0) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \Gamma(\mathbf{P}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|} dS, \quad \mathbf{P} \in S, \quad (14)$$

де S – область, зайнята елементом конструкції; \mathbf{n} – одинична нормаль до поверхні S ; \mathbf{P} і \mathbf{P}_0 – точки тривимірного простору з координатами (x, y, z) та (x_0, y_0, z_0) , відповідно; $|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|$ – декартова відстань між \mathbf{P} і \mathbf{P}_0 ; $\Gamma(\mathbf{P})$ – густина потенціалу, задана на поверхні S .

Функція, що визначена формулою (14), задовольняє рівнянню Лапласа (9), має неперервну нормальну похідну, а при перетині поверхні S вздовж нормалі має скінченний розрив, а саме, $p^+(\mathbf{P}_0) - p^-(\mathbf{P}_0) = \Gamma(\mathbf{P}_0)$, $\mathbf{P}_0 \in S$. Тому використовуємо подання (14) для визначення тиску. Зауважимо, що для цього треба знайти невідому густину $\Gamma(\mathbf{P})$ на поверхні елемента тому треба задовольнити граничну умову (13). Це призводить до інтегрального рівняння у вигляді

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}_0} \frac{1}{4\pi} \iint_S \Gamma(\mathbf{P}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|} = -\rho_l(\mathbf{u}^e, \mathbf{n}), \quad \mathbf{P}, \mathbf{P}_0 \in S. \quad (15)$$

З рівняння (15) бачимо, що функція $\Gamma(\mathbf{P})$ може бути подана у вигляді такого ряду

$$\Gamma(\mathbf{P}) = \sum_{k=1}^N \ddot{c}_k(t) \Gamma_k(\mathbf{P}), \quad (16)$$

де функції $\Gamma_k(\mathbf{P})$ задовольняють таким гіперсингулярним рівнянням

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}_0} \frac{1}{4\pi} \iint_S \Gamma_k(\mathbf{P}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|} = -\rho_l(\mathbf{u}_k, \mathbf{n}), \quad \mathbf{P}, \mathbf{P}_0 \in S$$

Якщо ввести позначення для оператора, що дає розв'язки означених гіперсингулярних рівнянь у вигляді $\Gamma_k(\mathbf{P}) = -\rho_l \mathbf{H}_k(\mathbf{u}_k)$, то знайдемо вираз для матриці приєднаних мас

$$\{\tilde{\mathbf{f}}_{pr}\} = -\rho_l [\mathbf{H}][\ddot{\mathbf{c}}], \quad [\mathbf{H}] = \{\mathbf{H}\mathbf{u}_k, \mathbf{u}_l\}. \quad (17)$$

Таким чином, отримані рівняння для визначення частот та форм власних коливань елемента конструкції при двобічному контакті з рідиною – диференціальні рівняння (12), в яких $\{\tilde{\mathbf{f}}_{pr}\}$ обчислюється за формулою (17). Зауважимо, що для обчислення тиску рідини використовується пряме формулювання методу граничних елементів та методи числового розв'язання, розроблені в [18].

Якщо вектор $\{\tilde{\mathbf{f}}_s\}$ в рівнянні (11) не дорівнює нулю, то маємо формулювання задачі для визначення вимушених коливань.

Аналіз числових результатів

Власні частоти та форми коливань круглої пластинки.

Як приклад числової реалізації запропонованого підходу розглянемо задачу визначення частот та форм круглої пластинки, зануреної в рідину. Розглянуто кругову пружну пластинку радіуса R . Нехай $w(x, y, t)$ – прогин пластини, ρ_p – густина матеріалу пластини, $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ – циліндрична жорсткість. Розглянуті вільні коливання круглої пластинки в двох випадках граничних умов, а саме: жорсткого закріплення та шарнірного обпирання.

Умови жорсткого закріплення мають вигляд

$$w|_{\rho=R} = 0, \quad \left. \frac{dw}{dr} \right|_{\rho=R}. \quad (18)$$

Умови шарнірного обпирання є такими:

$$w|_{\rho=R} = 0, \quad M|_{\rho=R}, \quad (19)$$

де M – момент згину.

Розглянуто кругову пластинку за такими параметрами: модуль пружності $E = 2.06 \cdot 10^8$ кПа, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$, густина матеріалу $\rho = 7850$ кг/м³, товщина

пластинки $h = 0.01\text{м}$, радіус пластинки $R = 0.5\text{ м}$. Пластинка розглядалась за різними умовами закріплення (4.1) та (4.2).

Частоти та форми коливань пластинки визначені за допомогою методу скінченних елементів. Використовувались скінченні елементи Shell181, використовувався програмний комплекс ANSYS. Обиралась різна кількість скінченних елементів. На рис. 2 зображено скінченно-елементну сітку. В таблиці 1 наведені частоти коливань круглих пластин.

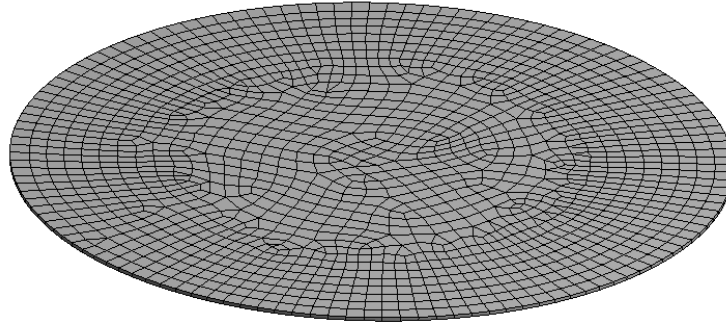


Рис.2. Скінченно-елементна сітка

Таблиця 1.

Частоти коливань круглих пластин за різні умови закріплення, Гц

номер частоти t	жорстке закріплення		шарнірне обпирання	
	аналітичний розв'язок	числовий розв'язок	аналітичний розв'язок	числовий розв'язок
1	100.8186	100.74	48.7043	48.697
2,3	209.8161	209.52	137.1592	137.02
4,5	344.1970	343.37	252.7743	252.19
6	392.4964	391.67	293.3029	293.04

Розрахунки довели, що результати, отримані запропонованим методом, гарно корелюють з аналітичним розв'язком [20].

На рис. 3 показані перші форми коливань жорстко-закріпленої пластинки

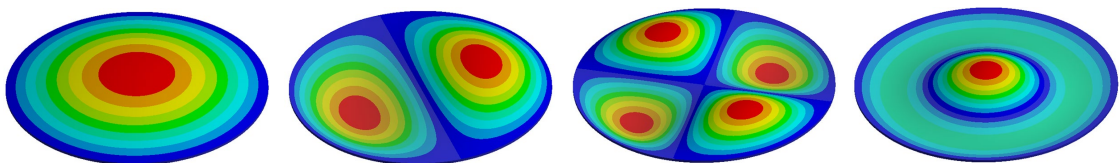


Рис. 3. Форми коливань круглої пластинки

Оскільки попередній аналіз виявив, що найнижчі частоти відповідають формам коливань $w_{01}, w_{02}, w_{11}, w_{21}$ «сухої» пластинки, то форми коливань пластинки з урахуванням приєднаних мас рідини зобразимо у вигляді

$$w(\rho, \theta, t) = c_1(t)w_{01}(\rho) + c_2(t)w_{11}(\rho)\cos\theta + c_3(t)w_{11}(\rho)\sin\theta + c_4(t)w_{21}(\rho)\cos 2\theta + c_5(t)w_{21}(\rho)\sin 2\theta.$$

В таблиці 2 подані значення частот для вказаних форм коливань для «сухої» пластинки Ω_{i1} , та пластинки, зануреної в рідину ω_{i1} , за умови жорсткого закріплення.

Таблиця 2.

Частоти коливань круглої пластинки, Гц

i	0	1	2
Ω_{i1}	100.74	209.52	343.37
ω_{i1}	48.697	137.02	252.19

Зазначимо, що форми коливань пластики, що занурена в рідину, практично збігаються з формами вільних коливань «сухої» пластинки. Врахування наявності рідкого середовища приводить до суттєвого зменшення частот вільних коливань.

Коливання круглої пластинки під дією гармонічного навантаження

Розглянуто круглу пластинку з навантаженням рівномірно розподіленому тиску 101325 Па на всю поверхню, яке описується функцією $\{f_s\}$ в рівнянні (11).

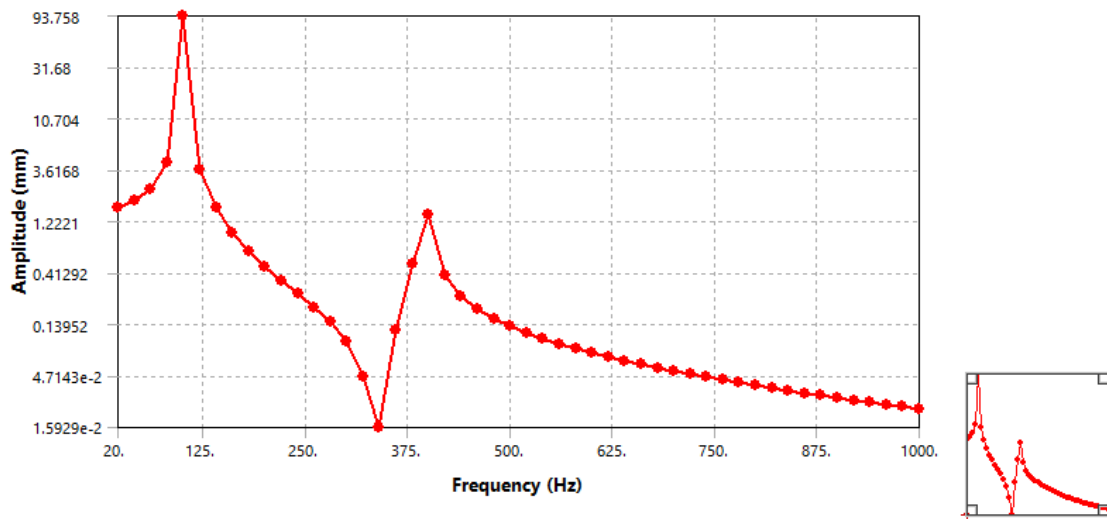


Рис. 4. Частотна характеристика жорстко закріпленої круглої пластинки

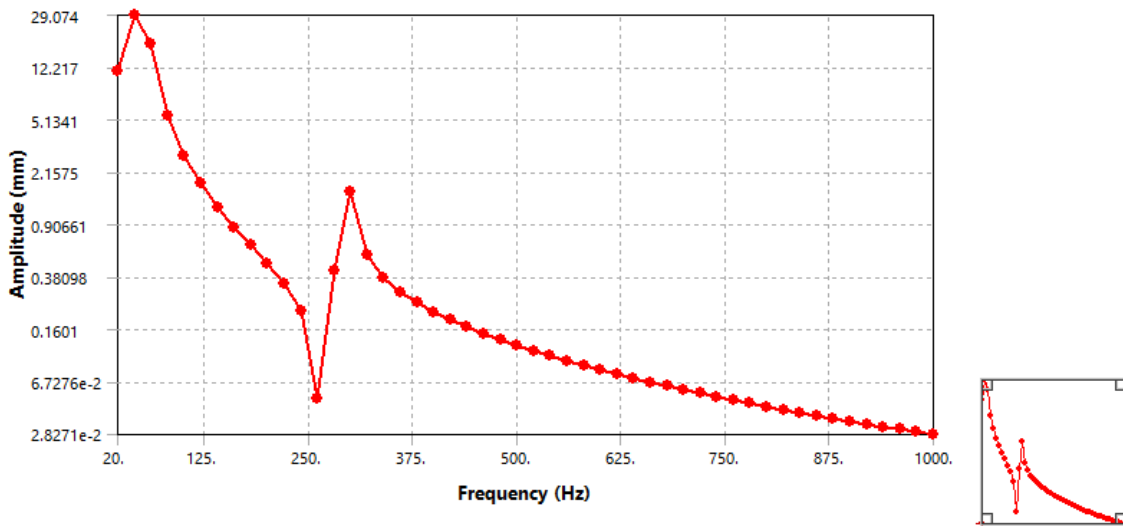


Рис. 5. Частотна характеристика шарнірно обертої круглої пластинки

Отримано залежності, які показані на рис. 4, 5. Ці залежності свідчать про те, що амплітуди коливань суттєво зростають при частотах періодичного навантаження які наближаються до частот власних коливань елементів конструкції.

Висновки

Створено математичну модель та розвинений метод дослідження частот і форм коливань елементів конструкцій при контакті з рідиною. З використанням методів зважених нев'язок та заданих форм, задачі що розглядаються, зведено до систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку. При вивченні вільних коливань враховується відповідна залежність невідомих коефіцієнтів від часу, і задачі зводяться до проблем власних значень. Використано поєднання методів скінченних та граничних елементів. Методи скінченних елементів використовуються при пошуку частот і форм вільних коливань елементів конструкцій, що не взаємодіють з рідиною. Це дає змогу використання спеціальних програмних комплексів, що дозволяє дослідити елементи конструкцій складної просторової форми. Для визначення тиску рідини використовуються методи теорії потенціалу, що мають суттєві переваги у порівнянні з іншими методами, оскільки вимірність задачі зменшується на одиницю. Проведено тестування алгоритму та методів на прикладі круглої пластинки, зануреної в рідину, що довело вірогідність та ефективність запропонованого підходу.

Список використаної літератури

1. Ганчин Е. В., Ржевская И. Е., Стрельникова Е. А. Исследование динамических характеристик лопастей рабочих колес поворотного-лопастного гидротурбин при взаимодействии с жидкостью. *Вісник Харківського національного університету*. 2009. № 847. С. 79-86. URL: <http://mia.univer.kharkov.ua/11/30078.pdf>.
2. Medvedovskaya T., Strelnikova E., Medvedyeva K. Free Hydroelastic Vibrations of Hydroturbine Head Covers. *International Journal of Engineering and Advanced Research Technology*. 2015. Vol. 1. № 1. P. 45–50.
3. Місюра С. Ю., Сметанкіна Н. В., Місюра Є. Ю. Раціональне моделювання кришки гідротурбіни для аналізу міцності. *Вісник Національного технічного університету «ХПИ»*. Серія Динаміка і міцність машин. 2019. № 1. С. 34–39. URL: <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/44370>
4. Gnitko V., Naumenko V., Rozova L., Strelnikova E. Multi-domain boundary element method for liquid sloshing analysis of tanks with baffles. *Journal of Basic and Applied Research International*. 2016. 17(1). P. 75-87. URL: <https://www.researchgate.net/publication/301655238>.
5. Dodge F. T. The New “Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers”. San Antonio, Texas: Southwest Research Institute, 2000. 195 p.
6. Strelnikova E., Gnitko V., Krutchenko D., Naumenko Y. Free and forced vibrations of liquid storage tanks with baffles. *Journal Modern Technology & Engineering*. 2018. Vol. 3. No. 1. P. 15-52. <http://jomardpublishing.com/UploadFiles/Files/journals/JTME/V3No1/StrelnikovaE.pdf>.
7. Rusanow A. V., Lampart P., Pashchenko N. V., Rusanov R. A. Modelling 3D steam turbine flow using thermodynamic properties of steam IAPWS-95. *Polish Maritime Research*. 2016. Vol. 23. No. 1. P. 61-67. DOI: [10.1515/pomr-2016-0009](https://doi.org/10.1515/pomr-2016-0009).
8. Дегтярев К. Г., Стрельникова Е. А., Шелудько Г. А. Компьютерное моделирование лопастей ветроустановок с оптимальными параметрами. *Вісник Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна*. Серія: Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління. 2012. № 19. С. 81-86. URL: <http://mia.univer.kharkov.ua/19/30251.pdf>
9. Makeev V. I., Strelnikova E. A., Trofimenko P. E., Bondar A. V. On Choice of Design Parameters for an Aircraft. *Int. Appl. Mech.* 2013. 49(5). P. 588-596. [MR3132100 70P05 \(70M20\)](https://doi.org/10.1007/s11340-013-9700-0)

10. Serikova E., Strelnikova E., Yakovlev V. Mathematical model of dangerous changing the groundwater level in Ukrainian industrial cities. *Journal of Environment Protection and Sustainable Development*. 2015. Vol. 1. P. 86-90. URL: <https://www.researchgate.net/publication/281784323>
11. Serikova E., Strelnikova E., Pisia L., Pozdnyakova E. Flood risk management of Urban Territories. *Eco. Env. & Cons.* 2020. 26(3). P. 1068-1077. URL: <http://91.234.43.156/bitstream/123456789>
12. Brebbia C. A, Telles J. C. F., Wrobel L. C. Boundary element techniques: theory and applications in engineering. Springer-Verlag: Berlin and New York, 1984. URL: <https://studizba.com/files/show/djvu/1932-1-brebbiya-k-telles-zh-vroubel-1--metody.html>
13. Шелудько Г. А., Стрельникова Е. А., Кантор Б. Я. Гибридные методы в задачах оптимального проектирования. Харьков: Новое слово, 2008. 188 с.
14. Кантор Б.Я. Стрельникова Е.А. Гиперсингулярные интегральные уравнения в задачах механики сплошной среды. Харьков : Новое слово, 2005. 252 с.
15. Gnitko V., Degtyariv K., Karaiev A., Strelnikova E., Multi-domain boundary element method for axisymmetric problems in potential theory and linear isotropic elasticity. *WIT Transactions on Engineering Sciences*. 2019. 122. WIT Press. P.13-25. DOI: 10.2495/BE410021.

References

1. Ganchin, E. V., Rzhetskaya, I. E., & Strelnikova, E. A. (2009). Issledovanie dinamicheskikh karakteristik lopastey rabochih koles povorotno-lopastnyih gidroturbin pri vzaimodeystvii s zhidkostyu. *Visnik Harkivskogo natsionalnogo unIversitetu*. **847**, 79-86. URL: <http://mia.univer.kharkov.ua/11/30078.pdf>.
2. Medvedovskaya, T., Strelnikova, E., & Medvedyeva, K. (2015). Free Hydroelastic Vibrations of Hydroturbine Head Covers. *Int. J. Eng. and Advanced Research Technology (IJEAT)*. 1(1), 45-50. DOI 10.13140/RG.2.1.3527.4961. URL: <https://www.researchgate.net/publication/282868308>
3. Misiura, C. Yu., Smetankina, N. V., & Misiura, Ye. Yu. (2019). Ratsionalne modeliuvannia kryshky hidroturbiny dlia analizu mitsnosti. *Visn. Nats. tekhn. un-tu «KhPI». Ser. Dynamika i mitsnist mashyn*. **1**, 34–39. URL: <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/44370>
4. Gnitko, V., Naumenko, V., Rozova, L., & Strelnikova, E. (2016). Multi-domain boundary element method for liquid sloshing analysis of tanks with baffles. *Journal of Basic and Applied Research International*. **17**(1), 75-87. URL: <https://www.researchgate.net/publication/301655238>.
5. Dodge F. T. (2000). The New “Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers”. San Antonio, Texas : Southwest Research Institute.
6. Strelnikova, E., Gnitko, V., Krutchenko, D., & Naumemko, Y. (2018). Free and forced vibrations of liquid storage tanks with baffles. *J. Modern Technology & Engineering*. **3**, 1, 15-52. URL: <http://jomardpublishing.com/UploadFiles/Files/journals/JTME/V3No1/StrelnikovaE.pdf>.
7. Rusanow, A. V., Lampart, P., Pashchenko, N. V., & Rusanov, R. A. (2016). Modelling 3D steam turbine flow using thermodynamic properties of steam IAPWS-95. *Polish Maritime Research*. **23**, 1, 61-67. DOI: 10.1515/pomr-2016-0009.
8. Degtyarev, K. G., Strelnikova, E. A., & Sheludko, G. A. (2012). Kompyuternoe modelirovanie lopastey vetroustanovok s optimalnymi parametrami. *Visnik Harkivskogo natsionalnogo unIversitetu ImenI V.N. KarazIna. SerIya: Matematichne modelyuvannya. InformatsIynI tehnologIyi. AvtomatizovanI sistemi upravlnnnya*. **19**, 81-86. URL: <http://mia.univer.kharkov.ua/19/30251.pdf>.

9. Makeev, V. I., Strelnikova, E. A., Trofimenko, P. E., & Bondar, A. V. (2013). On Choice of Design Parameters for an Aircraft. *Int. Appl. Mech.* 49(5), 588-596. [MR3132100 70P05 \(70M20\)](#).
10. Serikova, E., Strelnikova, E., & Yakovlev, V. (2015). Mathematical model of dangerous changing the groundwater level in Ukrainian industrial cities. *Journal of Environment Protection and Sustainable Development.* 1, 86-90. URL: <https://www.researchgate.net/publication/281784323>.
11. Serikova, E., Strelnikova, E., Pisia, L., & Pozdnyakova, E. (2020). Flood risk management of Urban Territories. *Eco. Env. & Cons.* 26(3), 1068-1077. URL: <http://91.234.43.156/bitstream/123456789>.
12. Brebbia, C. A., Telles, J. C. F., & Wrobel, L. C. (1984). Boundary element techniques: theory and applications in engineering. Springer-Verlag : Berlin and New York. URL: <https://studizba.com/files/show/djvu/1932-1-brebbiya-k-telles-zh-vroubel-l--metody.html>.
13. Sheludko, G. A., Strelnikova, E.A., & Kantor, B. Ya. (2008). Gibridnyie metodyi v zadachah optimalnogo proektirovaniya. Poiskovyie metodyi. Harkov : Novoe slovo. URL: <http://irbis-nbuv.gov.ua>.
14. Kantor, B. Ya., & Strelnikova, E. A. (2005). Gipersingulyarnyie integralnyie uravneniya v zadachah mehaniki sploshnoy sredy. Harkov: Novoe slovo. URL: <http://mia.univer.kharkov.ua/11/30090.pdf>
15. Gnitko, V., Degtyariov, K., Karaiev, A., & Strelnikova, E. (2019). Multi-domain boundary element method for axisymmetric problems in potential theory and linear isotropic elasticity, *WIT Transactions on Engineering Sciences.* 122. WIT Press, 13-25. DOI: 10.2495/BE410021.

Кононенко Єгор Сергійович – аспірант, Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, м. Харків; тел.: (098) 026-73-80; e-mail: yehorkononenko@gmail.com. ORCID: 0000-0001-6221-3608.

УДК 621.436

М.Б. ЛІТВИНОВА, О.Д. ШТАНЬКО, С.О. КАРПОВА, К.О. ЯНОВСЬКА
Херсонська філія Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ТЕПЛООБМІНУ В ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНОМУ ГЕНЕРАТОРІ, ПРИЗНАЧЕНОМУ ДЛЯ РЕКУПЕРАЦІЇ ЕНЕРГІЇ ПОБУТОВОЇ ОПАЛЮВАЛЬНОЇ ПЕЧІ

Зменшення запасів органічного палива у світі та його подорожчання для споживачів викликає необхідність скорочення витрат на енергоспоживання будівель. В українських селах у більшості випадків використовується грубе опалення. Тому актуальним є забезпечення вироблення електричної енергії за рахунок використання термоелектричного генератора (ТЕГ), що приєднується до димоходу і використовує енергію димових газів. В результаті будинок в опалювальний сезон генеруватиме електричну енергію і може бути практично незалежним по цьому виду енергії.

Незважаючи на те, що існує значна кількість досліджень, присвячених термоелектричним матеріалам, роботі різних пристроїв теплообміну, різним конструкціям ТЕГ (включаючи опис правил їх проектування), математична модель безпосереднього використання енергії відпрацьованих газів побутової печі, в якій біомаса спалюється на відкритому вогні, досі відсутня.

В роботі розглянуто математичну модель процесу теплообміну під час використання ТЕГ для утилізації залишкової енергії димових газів побутової печі, що дозволяє одержати електричну енергію для внутрішньо-побутового споживання.

За основу генератора обрано термоелектричний модуль Альтек-1024 виготовлення української фірми. За певною конструкцією термоелектричного генератора проведений тепловий розрахунок на основі рівнянь теплового балансу. Було отримано систему двох рівнянь переносу енергії димових газів через поверхню ТЕМ. Вирішення цієї системи з урахуванням залежності від температури основних характеристик димових газів, таких як щільність, питома теплоємність, коефіцієнт теплопровідності, надало можливість одержати залежність потужності відбору теплової енергії від площі внутрішньої поверхні генератора. З одержаної залежності випливає, що застосування модулів Альтек-1024 у кількості 3 штук надає можливість відібрати із димових газів потужність біля 1 кВт. Відповідна розрахункова кількість електричної енергії складає 100 Вт. Таке значення, у середньому, перевищує мінімальну норму споживання електричної енергії індивідуального будинку.

Ключові слова: термоелектричний генератор, теплообмін, математична модель, побутова піч, рекуперація, димові гази.

М.Б. ЛИТВИНОВА, А.Д. ШТАНЬКО, С.О. КАРПОВА, К.А. ЯНОВСЬКАЯ
Херсонский филиал Национального университета кораблестроения имени адмирала Макарова

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООБМЕНА В ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ГЕНЕРАТОРЕ, ПРЕДНАЗНАЧЕННОМ ДЛЯ РЕКУПЕРАЦИИ ЭНЕРГИИ БЫТОВОЙ ОТОПИТЕЛЬНОЙ ПЕЧИ

Уменьшение запасов органического топлива в мире и его подорожание для потребителей вызывает необходимость сокращения расходов на энергопотребление зданий. В украинских селах в большинстве случаев используется печное отопление. Поэтому актуальным является обеспечение выработки электрической энергии за счет использования термоэлектрического генератора (ТЭГ), который присоединяется к дымоходу и использует энергию димовых газов. В результате дом в отопительный сезон генерирует электрическую энергию и может быть практически независимым по этому виду энергии.

Несмотря на то, что существует значительное количество исследований, посвященных термоэлектрическим материалам, работе различных устройств теплообмена, различным конструкциям ТЭГ (включая описание правил их проектирования), математическая модель непосредственного использования энергии отработанных газов бытовой печи, в которой биомасса сжигается на открытом огне, до сих пор отсутствует.

В работе рассмотрена математическая модель процесса теплообмена при использовании ТЭГ для утилизации остаточной энергии димовых газов бытовой печи, которая позволяет получить электрическую энергию для внутреннего бытового потребления.

За основу генератора вибран термоелектричний модуль Альтек-1024 виготовлення української фірми. Згідно з певною конструкцією термоелектричного генератора проведено тепловий розрахунок на основі рівнянь теплового балансу. Було отримано систему двох рівнянь переносу енергії димових газів через поверхню ТЕМ. Розв'язок цієї системи з урахуванням залежності від температури основних характеристик димових газів, таких як густина, удільна теплоємність, коефіцієнт теплопровідності, дозволило отримати залежність потужності відбору теплової енергії від площі внутрішньої поверхні генератора. З отриманої залежності випливає, що застосування модулів Альтек-1024 в кількості 3 штуки надає можливість отримати з димових газів потужність близько 1 кВт. Відповідне розрахункове значення електричної енергії становить 100 Вт. Таке значення, в середньому, перевищує мінімальну норму споживання електроенергії індивідуального дому.

Ключові слова: термоелектричний генератор, теплообмін, математична модель, побутова печка, рекуперація, димові гази.

M.B. LITVINOVA, O.D. SHTANKO, S.O. KARPOVA, K.A. YANOVSKA
Kherson branch of Admiral Makarov National University of Shipbuilding

THE MATHEMATICAL MODEL OF THE HEAT EXCHANGE PROCESS IN THERMOELECTRIC GENERATOR DESIGNED FOR RECOVERY OF ENERGY OF DOMESTIC HEATING OVEN

Declining stocks of fossil fuels in the world and its rise in price for consumers makes it necessary to reduce the cost of energy consumption of buildings. In Ukrainian villages, in most cases, rough heating is used. Therefore, it is important to ensure the production of electricity through the use of a thermoelectric generator (TEG), which connects to the chimney and uses the energy of flue gases. As a result, the house will generate electricity during the heating season and can be virtually independent of this type of energy.

Despite the fact that there is a significant amount of research on thermoelectric materials, the operation of various heat exchangers, different designs of TEG (including a description of the rules of their design), the mathematical model of direct use of exhaust gas energy in a household stove burning biomass is still absent.

The paper considers a mathematical model of the heat exchange process during the use of TEG for utilization of residual energy of flue gases of a household furnace, which allows to obtain electric energy for domestic consumption.

The thermoelectric module manufactured by the Ukrainian company Altek-1024 was chosen as the basis of the generator. According to a certain design of the thermoelectric generator, a thermal calculation was performed on the basis of the heat balance equations. A system of two equations for the transfer of flue gas energy through the TEM surface was obtained. The solution of this system, taking into account the temperature dependence of the main characteristics of flue gases, such as density, specific heat, thermal conductivity, made it possible to obtain the dependence of thermal energy extraction power on the inner surface area of the generator. From the obtained dependence it follows that the use of Altek-1024 modules in the amount of 3 pieces makes it possible to extract power from the flue gases of about 1 kW. The corresponding estimated amount of electrical energy is 100 watts. This value, on average, exceeds the minimum rate of electricity consumption of an individual house.

Key words: thermoelectric generator, heat exchange, mathematical model, household stove, recuperation, flue gases.

Постановка проблеми

Зменшення запасів органічного палива у світі та його подорожчання для споживачів викликає необхідність скорочення витрат на енергоспоживання будівель. Найдорожчим для окремо взятої родини є система опалення, без якої не обходиться жоден будинок. В українських селах у більшості випадків використовується грубе опалення. Таке опалення має дуже низький ККД, але при цьому також має перевагу у широкому діапазоні палива: вугілля, торф, дрова та ін. У більшості випадків дешевина палива компенсує низький ККД у фінансовому відношенні. До цієї переваги можна додати виробку електричної енергії за рахунок використання термоелектричного генератора (ТЕГ), що приєднується до димоходу і використовує енергію димових газів. Для підтвердження доцільності використання ТЕГ для рекуперації енергії побутової

опалювальної печі необхідно здійснити математичне моделювання відповідних процесів теплообміну.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Останнім часом можливість утилізації тепла, що викидається різними нагрівними джерелами, з використанням ТЕГ вивчається дуже широко. Так дослідження [1] спрямоване на розробку 50-ватного термоелектричного генератора для використання низькоякісного тепла в системах охолодження промислових процесів і високоактивних радіоізотопних джерел. В роботі [2] вивчалися можливості оснащення дров'яних печей термоелектричними генераторами. В лабораторних умовах були проведені тести, які показали, що при нормальній роботі піч видаватиме приблизно 28 Вт/год. Існує значна кількість досліджень, присвячених термоелектричним матеріалам, роботі різних пристроїв теплообміну, різним конструкціям термоелектричних генераторів (включаючи опис правил їх проектування), можливостям поліпшення майбутніх високотемпературних термоелектричних перетворювачів [3,4]. Однак математична модель безпосереднього використання енергії відпрацьованих газів побутової печі, в якій біомаса спалюється на відкритому вогні, досі не розглядалася.

Мета дослідження

Метою роботи є розгляд математичної моделі процесу теплообміну під час використання термоелектричного генератора для утилізації залишкової енергії димових газів побутової печі, що дозволяє одержати електричну енергію для внутрішньо-побутового споживання.

Викладення основного матеріалу дослідження

Конструкція термоелектричного генератора показана на рисунку 1. Частина корпусу генератора 1 вставляється в димохід, звідки надходить газ з енергією Q . Металевий корпус 2 забирає теплову енергію Q_1 і Q_2 від внутрішньої енергії димових газів Q . Енергія Q_1 проходить через корпус і надходить на термоелектричний модуль 4, нагріваючи його поверхню до температури T_1 . При проходженні через термоелектричний модуль відбирається енергія потужністю P . Радіатор 3 охолоджує поверхню модуля до температури T_2 . Радіатор продувається за допомогою вентилятора 6. Назовні виділяється енергія нагрітого повітря Q_4 .

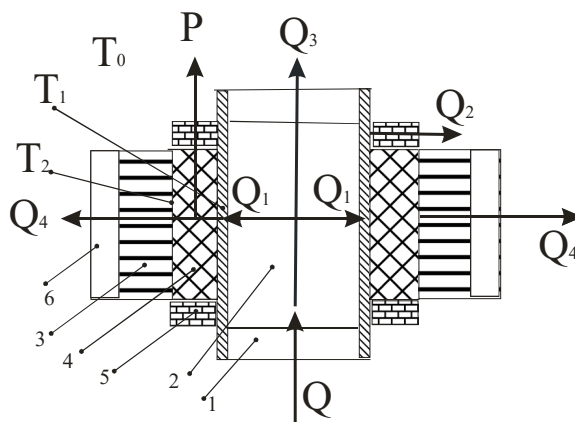


Рис. 1. Конструкція термоелектричного генератора

На виході з генератора відпрацьовані гази мають енергію Q_3 . Температура навколишнього повітря дорівнює T_0 . Частина корпусу 1 вставляється в димохід. Частина Q_2 енергії від Q_1 проходить через ізоляцію 5 і розсіюється.

За основу генератора вибирається термоелектричний модуль (ТЕМ) Альтек-1024 виготовлення української фірми. Радіатор розраховується на максимальну потужність ТЕМ. Він повинен при цьому забезпечити температуру не вище $50\text{ }^\circ\text{C}$ (рекомендується за паспортним даними модуля) охолоджуваної поверхні ТЕМ.

Тепловий розрахунок будемо проводити згідно з рівняннями теплового балансу

$$\begin{aligned} Q &= Q_0 + Q_1 + Q_3, \\ Q_1 - Q_4 &= P + Q_2 \end{aligned} \quad (1)$$

відповідно до моделі теплообміну, що описувалася нами раніше в роботі [5].

Кількість енергії, що отримана від відпрацьованих газів, залежить від температури газу і температури внутрішньої поверхні генератора. Остання залежить від ефективності відводу теплової енергії через внутрішню поверхню всередині корпусу генератора і термоелектричний модуль. А відвід теплової енергії через ТЕМ, у свою чергу, залежить від температури зовнішньої поверхні внутрішнього корпусу генератора і температури зовнішнього повітря. Рівняння під таке завдання є дуже громіздким. Тому пропонуються наступні спрощення:

- температура зовнішнього повітря та температура зовнішньої поверхні внутрішнього корпусу генератора є сталою, рівною $20\text{ }^\circ\text{C}$;
- температура відпрацьованих газів (диму) на вході складає $650\text{ }^\circ\text{C}$;
- поперечний переріз генератора для протоки відпрацьованих газів 0.04 м^2 ;
- швидкість руху димових газів $v = 0.030\text{ м}^3/\text{с}$ або відповідна лінійна швидкість v_L дорівнює 0.75 м/с ;
- рух димових газів є ламінарним.

Характеристики димових газів, а саме, щільність ρ , питома теплоємність C_p , коефіцієнт теплопровідності λ_z залежно від температури T надані в таблиці 1 [6].

Таблиця 1

Температура $T, \text{ }^\circ\text{C}$	Щільність $\rho, \text{ кг/м}^3$	Теплоємність $C_p, \text{ кДж/(кг}\cdot\text{К)}$	Теплопровідність $\lambda_z \cdot 10^2, \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$
400	0,525	1,151	5,70
500	0,457	1,185	6,56
600	0,405	1,214	7,42
700	0,363	1,239	8,27
800	0,330	1,264	9,15
900	0,301	1,290	10,0
1000	0,275	1,306	10,90

Наведені умови надають можливість розглянути математичну модель процесу теплообміну.

Енергія, що пройшла через ділянку δl площею δS стінки внутрішнього корпусу, визначається її теплопровідністю λ , градієнтом температури стінки генератора (дорівнює різниці зовнішньої T_p і внутрішньої T_0 температур, поділеної на товщину L стінки) і площею стінки δS :

$$\delta Q = \lambda \frac{T_0 - T_p}{L} \delta S. \quad (2)$$

Ця ж енергія надходить на площадку стінки і, відповідно до виразу (1):

$$\delta Q = [\varepsilon\sigma(T^4 - T_0^4) + \alpha(T - T_0)]\delta S, \quad (3)$$

де ε – коефіцієнт сірості матеріалу стінки, сталь покрита шаром сажі, 0.80; σ – коефіцієнт Стефана-Больцмана, $5.671 \cdot 10^{-8}$ Вт / (м² · К⁴); α – коефіцієнт теплопередачі дим – сталь, 5.8 Вт/(м² · К).

Прирівнявши вирази (2) і (3), маємо перше рівняння щодо температури стінки генератора, що нагрівається:

$$p(T) = \lambda \frac{T_0 - T_p}{L} = \varepsilon\sigma(T^4 - T_0^4) + \alpha(T - T_0) \quad (4)$$

Для елементарного об'єму димових газів δV рівняння має вид:

$$\frac{dU}{dT} = Q \quad \text{або} \quad C_p V \frac{dT}{dt} = p(T) dS. \quad (5)$$

де V – елементарний об'єм ($V = a^2 dx$, a – довжина сторони квадратного перерізу внутрішньої поверхні генератора), U – внутрішня енергія димових газів зазначеного об'єму, dS – елементарна поверхня по периметру об'єму ($dS = 4a \cdot dx$).

Із рівнянь (1)-(5) одержимо рівняння:

$$C_p a^2 dx \frac{dT}{dt} = P(T) \cdot 4a dx. \quad (6)$$

Після скорочень
$$dx = C_p a v \frac{dT}{P(T)},$$

де: $v = dx / dt$ – швидкість руху димового газу.

У результаті отримуємо перше підсумкове рівняння теплообміну:

$$S = 4ax = C_p a^2 v \int_{T_1}^T \frac{dT}{P(T)}. \quad (7)$$

Разом із тим, різниця енергій димових газів, що ввійшли у генератор, і вийшли з нього в одиницю часу є інтегральною потужністю, що залишається димовими газами генератора. Звідси отримуємо друге підсумкове рівняння теплообміну:

$$P(T) = \frac{C_p dV(T - T_0)}{dt} = C_p \frac{a^2 dx}{dt} (T - T_0) = C_p a^2 v (T - T_0). \quad (8)$$

Розв'язуючи рівняння (7) і (8), одержуємо з одного рівняння $S(T_K)$, а з іншого – $P(T)$. У результаті можливо побудувати графік залежності $P(S)$, наведений на рисунку 2.

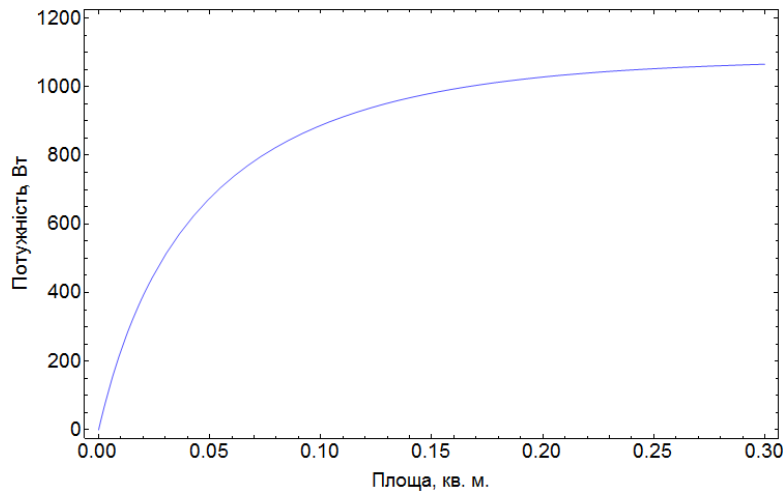


Рис. 2. Залежність потужності відбору теплової енергії від площі внутрішньої поверхні генератора

Максимальна потужність, що пропускається через модуль Альтек-1024, становить 330 Вт. З одержаної залежності на рис. 2 випливає, що застосовуючи такий модуль у кількості 3 штук при площі корпусу $S = 0.25 \text{ м}^2$ (його відповідна довжина $L = 31 \text{ см}$), потужність, яку можна відібрати із димових газів побутової печі за допомогою ТЕГ складає близько 1 кВт.

Виходячи з того, що значення ККД генератора, приблизно, можна вважати рівним $\eta_{\text{ген}} = 10\%$, відповідна розрахункова кількість електричної енергії буде складати 100 Вт. Це, в середньому, перевищує мінімальну норму споживання електричної енергії індивідуального будинку. Таким чином, термоелектричні модулі, вбудовані в теплообмінник між димарем і баком для гарячої води, можуть живити витяжний вентилятор, а також виробляти невелику кількість енергії для інших основних цілей.

Висновки

Створено математичну модель процесу теплообміну в термоелектричному генераторі, призначеному для рекуперації енергії побутової опалювальної печі. Розрахунок величини теплової енергії, яка відбирається від відпрацьованих газів за допомогою ТЕГ складає близько 1 кВт, відповідна розрахункова кількість електричної енергії складає 100 Вт. В результаті вирішується завдання підвищення енергоефективності системи опалення і одночасного одержання електричної енергії для внутрішнього споживання.

Список використаної літератури

1. Punnachaiya S., Kovitcharoenkul P., Thong-aram D. Development of low grade waste heat thermoelectric power generator Songklanakar. *Journal of Science and Technology*. 2010. Vol. 32, № 3. P. 307–313.
2. Favarel C., Champier D. et all. Thermoelectricity, a Promising Complementarity with Efficient Stoves in Off-Grid-Areas. *Journal of Sustainable Development of Energy Water and Environment Systems*. 2015. Vol. 3. Issue 33. P. 256–268. DOI:10.13044/j.sdewes.2015.03.0020.

3. Weidenkaff A. Thermoelectricity for future sustainable energy technologies. *The European Physical Journal Conferences*. 2017. Vol. 148. P. 11. DOI:10.1051/epjconf/201714800010.
4. Исмаилов Т. А., Мирземагомедова М. М. Исследование стационарных режимов работы устройств термоэлектрического теплообмена. *Вестник Дагестанского Государственного Технического Университета: Технические науки*. 2016. Т. 40, № 1. С. 23–30. DOI 10.21822 / 2073-6185-2016-40-1-23-30.
5. Politicin B. M., Litvinova M. B., Shtanko O. D., Karpova S. O. Energy recovery device for the internal combustion engine. *Naukovyi visnyk Natsionalnoho hirnychoho universytetu*. 2017. № 3. P. 82–89.
6. Хамза А. А. Вибір та обґрунтування параметрів дизель-електричної станції із системою утилізації теплоти: дис. ... канд. техн. наук за спец. 05.05.03. НТУ "Харківський політехнічний ун-т". Харків, 2017. 254 с.

References

1. Punnachaiya, S. & Kovitcharoenkul, P., Thong-aram, D. (2010). Development of low grade waste heat thermoelectric power generator Songklanakarin. *Journal of Science and Technology*. **32** (3), 307–313.
2. Favarel, C. & Champier, D. et all. (2015). Thermoelectricity, a Promising Complementarity with Efficient Stoves in Off-Grid-Areas. *Journal of Sustainable Development of Energy Water and Environment Systems*. **3** (33), 256–268. DOI:10.13044/j.sdewes.2015.03.0020.
3. Weidenkaff, A. Thermoelectricity for future sustainable energy technologies. (2017). *The European Physical Journal Conferences*. **148**, 11. DOI: 10.1051/epjconf/201714800010.
4. Ismailov, T. A. & Mirzemagomedova, M. M. (2016). Issledovaniye statsionarnykh rezhimov raboty ustroystv termoelektricheskogo teploobmena. *Vestnik Dagestanskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta: Tekhnicheskiye nauki*. **40** (1), 23–30. DOI:10.21822 / 2073-6185-2016-40-1-23-30.
5. Politicin, B. M., Litvinova, M. B., Shtanko, O. D. & Karpova, S. O. (2017). Energy recovery device for the internal combustion engine. *Naukovyi visnyk Natsionalnoho hirnychoho universytetu*. **3**, 82–89.
6. Khamza, A. A. (2017). Vybiry ta obhruntuvannya parametriv dyzel'-elektrychnoyi stantsiyi iz systemoyu utylizatsiyi teploty: dys. ... kand. tekhn. nauk za spets. 05.05.03. NTU "Khar'kivs'kyu politekhnichnyy un-t". Kharkiv.

Літвінова Марина Борисівна – доктор педагогічних наук, кандидат фіз.-мат. наук, професор, професор кафедри інформаційних технологій та фіз.-мат. дисциплін Херсонської філії Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова, e-mail: lmb965@gmail.com, ORCID:0000-0002-4917-2132.

Штанько Олександр Дмитрович – кандидат фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри інформаційних технологій та фіз.-мат. дисциплін Херсонської філії Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова, e-mail: sadmar954@gmail.com, ORCID:0000-0003-3572-7915.

Карпова Світлана Олегівна – старший викладач кафедри інформаційних технологій та фіз.-мат. дисциплін Херсонської філії Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова, e-mail: sokarova@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7208-3595.

Яновська Ксенія Олександрівна – студентка кафедри інформаційних технологій та фіз.-мат. дисциплін Херсонської філії Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова, e-mail: kanovskaa595@gmail.com.

УДК 621.384.665

А.С. МАЗМАНИШВИЛІ, Н.В. МОСКАЛЕЦ, А.А. ЩЕРБАКОВ
 Национальный Научный Центр «Харьковский Физико-Технический Институт»

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ ЭМИССИИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ И МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОТОКА ФОТОНОВ В КАНАЛЕ ВЫВОДА СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НАКОПИТЕЛЯ "НЕСТОР" ННЦ ХФТИ

При постановке экспериментов, связанных с использованием поляризационных свойств синхротронного излучения (СИ), представляет интерес детальный расчет спектрального углового распределения СИ и его поляризационных компонент. Учет размеров пучка показывают, что в реальных условиях излучение не будет полностью поляризованным, а форма и размеры углового распределения излучения будут искажены. Рассмотрено движение электронов в однородном магнитном поле и СИ пучка релятивистских частиц в накопителе "НЕСТОР" Национального Научного Центра «Харьковский Физико-Технический Институт» (ННЦ ХФТИ). Проанализировано влияние на формирование изображений потока квантов СИ размеров пучка электронов с энергией $E=225$ МэВ. Показано, что в формирование изображений основной вклад вносит двумерное распределение частиц по вертикали и по вертикальным колебаниям. Разработано программное обеспечение, использование которого дало возможность промоделировать процесс формирования оптических изображений потоком квантов СИ. Рассмотрено формирование изображений излучения электронов с энергией $E=225$ МэВ при изменении продольного расстояния L до плоскости регистрации. Определено, что на малых продольных расстояниях основной вклад в изображении вносит вертикальное распределение частиц. С увеличением расстояния возрастает вклад распределения частиц по вертикальным колебаниям, который для больших L становится определяющим. Проведено численное моделирование формирования изображений. Приведено семейство угловых распределений плотности потоков σ - и π -компонент поляризации, рассчитанных для одного из каналов вывода СИ накопителя "НЕСТОР". Зависимости оформлены в виде двумерных гистограмм для длины $L_{max}=300$ см, вертикальных среднеквадратичных параметров пучка и разных длин волн излучения, а также для разных дисперсий σ_L электронного сгустка. Получены размеры оптического люка, величина которых позволяет гарантированно регистрировать весь поток квантов СИ для указанных характеристик регистрации.

Ключевые слова: накопитель электронов, электронный пучок, синхротронное излучение, угловое распределение, поляризация, σ -компонента, π -компонента, формирование оптического изображения.

О.С. МАЗМАНИШВИЛІ, Н.В. МОСКАЛЕЦЬ, О.О. ЩЕРБАКОВ
 Національний Науковий Центр «Харківський Фізико-Технічний Інститут»

ПЕРЕТВОРЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ ЕМІСІЇ РЕЛЯТИВІСТСЬКИХ ЕЛЕКТРОНІВ І МЕТРОЛОГІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОТОКУ ФОТОНІВ В КАНАЛІ ВИВОДУ СИНХРОТРОННОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ НАКОПИЧУВАЧА "НЕСТОР" ННЦ ХФТИ

При постановці експериментів, пов'язаних з використанням поляризаційних властивостей синхротронного випромінювання (СВ), представляє інтерес детальний розрахунок спектрального кутового розподілу СВ і його поляризаційних компонент. Урахування розмірів пучка показує, що в реальних умовах випромінювання, що поширюється в площині рівноважної орбіти, не буде повністю поляризованим, а форма і розміри кутового розподілу випромінювання будуть спотворені. Розглянуто рух електронів в однорідному магнітному полі і СВ пучка релятивістських часток в накопичувачі "НЕСТОР" Національного Наукового Центру «Харківський Фізико-Технічний Інститут» (ННЦ ХФТИ). Проаналізовано вплив на формування зображень потоку квантів СВ розмірів пучка електронів з енергією $E=225$ МеВ. Показано, що в формування зображень основний внесок вносить двовимірний розподіл часток по вертикалі і по вертикальним коливанням. Розроблено програмне забезпечення, використання якого дало можливість промодельовати процес формування оптичних зображень потоком квантів СВ. Розглянуто формування зображень

випромінювання електронів з енергією $E=225$ MeV при зміні поздовжньої відстані L до площини реєстрації. Визначено, що на малих поздовжніх відстанях основний внесок в зображенні вносить вертикальний розподіл часток в пучку. Зі збільшенням відстані зростає внесок розподілу часток по вертикальним коливанням, який для великих L стає визначальним. Проведено чисельне моделювання формування зображень. Наведено сімейство кутових розподілів щільності потоків σ - та π -компонент поляризації, розрахованих для одного з каналів виведення СВ накопичувача "NESTOR". Залежності оформлені у вигляді двовимірних гістограм для довжини $L_{max}=300$ см, вертикальних середньоквадратичних параметрів пучка та різних довжин хвиль випромінювання, а також для різних дисперсій σ_L електронного згустку. Отримано розміри оптичного люка, величина яких дозволяє гарантовано реєструвати весь потік квантів СВ для зазначених характеристик реєстрації.

Ключові слова: накопичувач електронів, електронний пучок, синхротронне випромінювання, кутовий розподіл, поляризація, σ -компонента, π -компонента, формування оптичного зображення.

A.S. MAZMANISHVILI, N.V. MOSKALETS, A.A. SHCHERBAKOV
National Scientific Center "Kharkov Institute of Physics and Technology"

TRANSFORMATION OF THE EMISSION OF RELATIVISTIC ELECTRONS AND METROLOGICAL CHARACTERISTICS OF THE PHOTON FLUX IN THE SYNCHROTRON RADIATION OUTLET OF "NESTOR" STORAGE RING NSC KIPT

When setting up experiments involving the use of the polarization properties of synchrotron radiation (SR), a detailed calculation of the spectral angular distribution of SR and its polarization components is of interest. Taking into account the size of the beam shows that in real conditions the radiation propagating in the plane of the equilibrium orbit will not be completely polarized, and the shape and dimensions of the angular distribution of radiation will be distorted. The motion of electrons in the uniform magnetic field and SR of the beam of relativistic particles in the storage ring of the "NESTOR" NSC KIPT are considered. The influence of the size of the electron beam with the energy $E=225$ MeV on the formation of images of the flux of quanta of SR is analyzed. It is shown that the main contribution to the formation of images is made by the two-dimensional distribution of particles along the vertical and vertical oscillations. A software tool has been developed, the use of which made it possible to simulate the process of forming optical images by the flux of quanta of SR. The formation of images of the radiation of electrons with an energy of $E=225$ MeV with a change in the longitudinal distance L to the registration plane is considered. It is determined that at small longitudinal distances the main contribution to the image is made by the vertical distribution of particles in the beam. With an increase in the distance, the contribution of the distribution of particles over vertical oscillations increases, which becomes decisive for large L . Numerical simulation of image formation has been carried out. The family of angular distributions of flux density for the σ - and π -components of polarization calculated for one of the SR output channels of the storage ring "NESTOR" is shown. The dependences are presented in the form of two-dimensional histograms for the length $L_{max} = 300$ cm, vertical root mean square size of the beam and different radiation wavelengths, as well as for different dispersions of the electron bunch. The dimensions of the optical window are obtained, the size of which makes it possible to reliably register the entire flux of quanta of SR for the indicated registration characteristics.

Keywords: electron storage ring, electron beam, synchrotron radiation, angular distribution, polarization, σ -component, π -component, formation optical imaging.

Постановка проблеми

Движение релятивистских электронов в магнитном поле сопровождается эмиссией квантов СИ. Это излучение обладает многими замечательными свойствами. К ним, прежде всего, относятся его воспроизводимость и метрологическая рассчитываемость [1, 2]. Задача аналитического описания свойств СИ в идеальном случае получила полное решение [3, 4]. Практическое применение СИ предполагает возможность расчета параметров потока квантов в реальных условиях.

Анализ последних исследований и публикаций

Свойства СИ изложены в значительном числе работ [1, 2]. Примеры применения потока фотонов СИ описаны в [3, 4]. В этих же работах описано исследование поляризационных свойств СИ. Конструкция и основные параметры накопителя "НЕСТОР" изложены в [5].

Цель исследования

Целью работы являлось построение математической модели распространения потока квантов СИ, испущенных электронным сгустком, получение на её основе аналитических выражений для интенсивностей потока квантов СИ заданной длины волны при выбранной геометрии регистрации, синтез алгоритмов расчета потоков и проведение моделирования продольной динамики оптических изображений в накопителе "НЕСТОР" ННЦ ХФТИ [5].

Основной материал исследования

В идеальном случае излучающая частица движется в магнитном поле по круговой равновесной орбите. На практике интенсивный поток квантов СИ эмитируется распределенным пучком электронов, проводится в канале вывода и регистрируется на выбранном базовом расстоянии в плоскости изображения (рис. 1)..

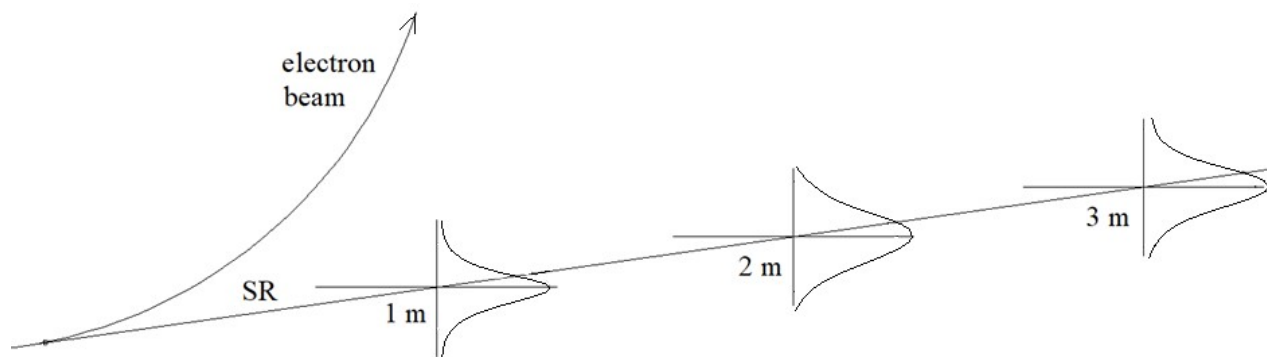


Рис. 1. Схема регистрации потока квантов СИ

Математическая модель

СИ релятивистского электрона характеризуется высокой степенью поляризации [1]. В частности, в идеальном случае под нулевым углом ($\psi=0$) к плоскости орбиты оно линейно поляризовано. Спектрально-угловые зависимости потока квантов СИ одного электрона рассчитываются в соответствии с выражениями, которые описывают плотность потока $w_\sigma(\psi)$ для σ -компоненты поляризации (в плоскости орбиты) и π -компоненты $w_\pi(\psi)$ (перпендикулярно плоскости орбиты) [1, 2].

$$\begin{aligned}
 w_\sigma(\psi) &= \frac{8\pi e_0^2 R^2 f}{3ch\lambda^3 \gamma^4} (1 + \gamma^2 \psi^2)^2 K_{2/3}^2 \left(\frac{\lambda_c}{2\lambda} (1 + \gamma^2 \psi^2)^{3/2} \right), \\
 w_\pi(\psi) &= \frac{8\pi e_0^2 R^2 f}{3ch\lambda^3 \gamma^4} \gamma^2 \psi^2 (1 + \gamma^2 \psi^2) K_{1/3}^2 \left(\frac{\lambda_c}{2\lambda} (1 + \gamma^2 \psi^2)^{3/2} \right).
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Здесь $K_{2/3}(\cdot)$ и $K_{1/3}(\cdot)$ – функции Макдональда, λ – длина волны, E – энергия электрона, e_0 – заряд электрона, R – радиус поворота магнитов, c – скорость света, h – постоянная Планка, f – частота обращения, $\gamma = E/E_0$ – релятивистский фактор, E_0 – энергия покоя электрона, $\lambda_c = 4\pi e_0^2 R f / \sqrt{3} c \hbar \gamma^3$ – критическая длина волны излучения. Полная угловая плотность составляет: $w(\psi) = w_\sigma(\psi) + w_\pi(\psi)$.

Поток фотонов каждого из электронов характеризуется угловым распределением, ось которого совпадает с направлением движения частицы, а вершина распределения – с местом излучения. Электроны в накопителе испытывают колебания около равновесной орбиты. Эти колебания обусловлены отдачей при эмиссии квантов СИ, а также внутривидовым рассеянием и рассеянием на частицах остаточного газа. В результате частицы пучка распределены вокруг равновесной орбиты с нормальным законом в 6-мерном конфигурационном пространстве.

Рассмотрим влияние распределения частиц на свойства потока квантов СИ. На спектрально-угловые характеристики потока квантов СИ распределение в продольном направлении не оказывает влияния в силу азимутальной симметрии. По той же причине радиальное распределение частиц также не влияет на характеристики потока СИ. Для вертикального распределения частиц используем формулу:

$$\rho(y, y') = \frac{1}{2\pi\sigma_y\sigma_{y'}} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{y'^2}{2\sigma_{y'}^2}\right), \quad (2)$$

где σ_y и $\sigma_{y'}$ – среднеквадратичные размеры пучка по y и y' . Имея в виду (2), рассмотрим на расстоянии L плоскость приема, перпендикулярную касательной к месту излучения на круговой орбите. Угол испускания кванта ψ , а также координаты эмиссии (y, y') и приема h в вертикальном направлении, связаны соотношением $h - \psi L = y + y'L$. Поэтому для средних угловых распределений получим:

$$\begin{aligned} W_\sigma(\beta) &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\psi \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} dy' \rho(y, y') \delta(h - y - y'L - \psi L) w_\sigma(\psi), \\ W_\pi(\beta) &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\psi \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} dy' \rho(y, y') \delta(h - y - y'L - \psi L) w_\pi(\psi), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\beta = h/L$ и $\delta(\cdot)$ – дельта-функция. В силу (2) случайные величины y и y' нормальны, случайная величина $h - \psi L$ также нормальна с математическим ожиданием ψL и дисперсией

$$\sigma_L^2 = \sigma_{y'}^2 + \sigma_y^2 / L^2. \quad (4)$$

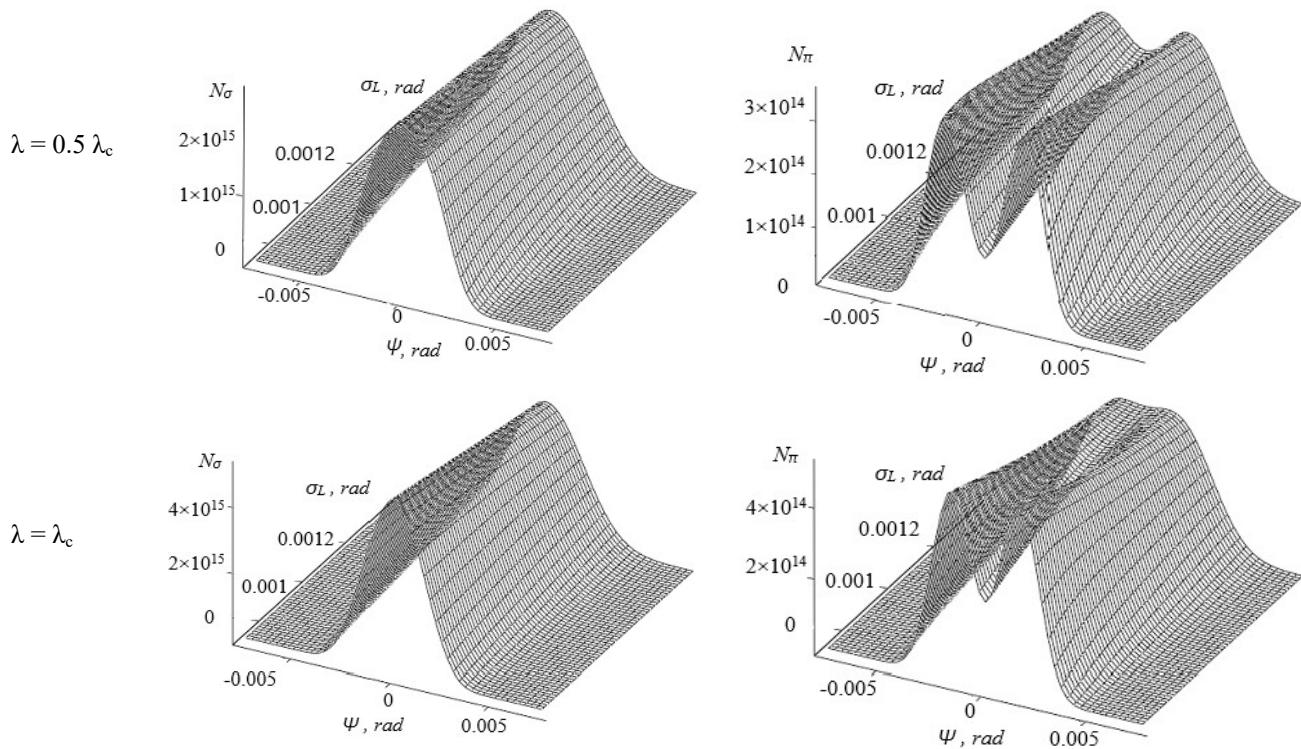
Выражения (3) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned}
 W_{\sigma}(\beta) &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\psi}{\sqrt{2\pi\sigma_L}} \exp\left[-\frac{(\beta-\psi)^2 L^2}{2\sigma_L^2}\right] w_{\sigma}(\psi), \\
 W_{\pi}(\beta) &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d\psi}{\sqrt{2\pi\sigma_L}} \exp\left[-\frac{(\beta-\psi)^2 L^2}{2\sigma_L^2}\right] w_{\pi}(\psi).
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Из (5) следует, что формирующаяся оптическая картина является сверткой нормальной плотности частиц в пучке с угловым распределением, описывающим эмиссию квантов СИ. Дисперсия результирующего углового распределения $\langle \beta^2 \rangle$ растет с увеличением L на $\sigma_L^2 = \sigma_y^2 + \sigma_y^2 / L^2$. Для достаточно больших L она будет определяться лишь распределением частиц по направлениям вертикальных колебаний. Распределение для σ -компоненты поляризации, в силу своей унимодальности, более устойчиво к такому влиянию. Угловой спектр π -компоненты поляризации имеет два симметричных максимума, поэтому его деформация и уширение в силу (5) оказываются более заметными.

Численные результаты

На основе выражений (5) разработано программное обеспечение, которое дает возможность рассчитать все необходимые характеристики потоков квантов СИ обеих поляризаций, прошедших выбранное расстояние.



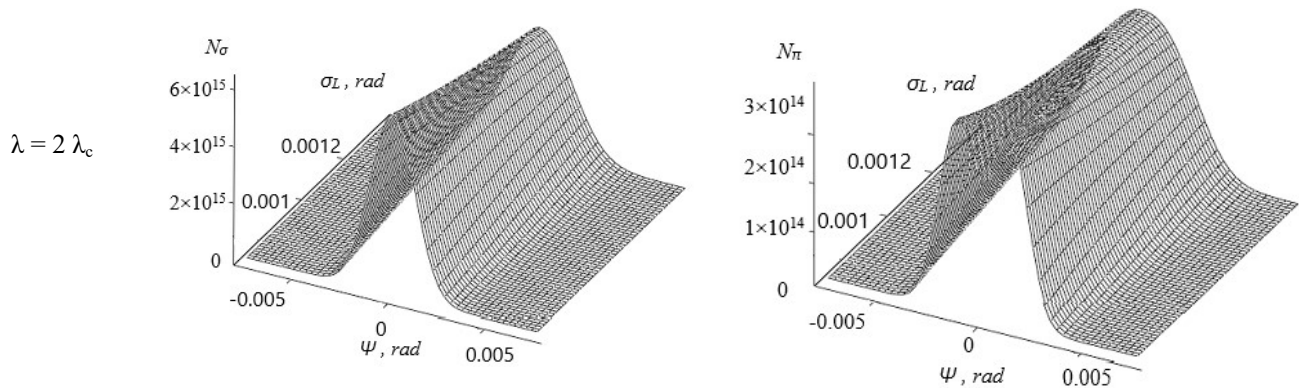


Рис. 2. Семейство угловых распределений плотности потоков σ -компоненты (слева) и π -компоненты (справа) поляризации синхротронного излучения при энергии электронов $E=225$ МэВ и длин волн $\lambda = 0.5 \lambda_c$, $\lambda = \lambda_c$, $\lambda = 2 \lambda_c$, соответственно

Приведем некоторые результаты расчета распределений оптического изображения компонент СИ в генераторе "НЕСТОР" электронов с энергией $E=225$ МэВ [5].

На рис. 2 приведено семейство угловых распределений плотности потоков σ - и π -компонент поляризации, рассчитанных для одного из каналов вывода СИ. Зависимости оформлены в виде двумерных гистограмм для длины $L_{\max}=300$ см и разных длин волн излучения, а также для разных дисперсий σ_L электронного сгустка. Для выбранной длины L при $\lambda_c = 2.45 \times 10^{-6}$ см диапазон значений полярного угла β составил $|\beta| \leq 10$ мрад. Видно, что при $L_{\max}=300$ см и вертикальном размере приемного окна $H = 6$ см осуществляется практически полная регистрация квантов σ - и π -компонент на выбранных длинах волн СИ. Для больших длин волн квантов СИ захват при неизменном размере приемного окна H будет менее эффективен в связи с соответствующим увеличением среднеквадратического угла распределений $w_\sigma(\psi)$ и $w_\pi(\psi)$, при этом наличие двух максимумов в распределении π -компоненты становится выраженным.

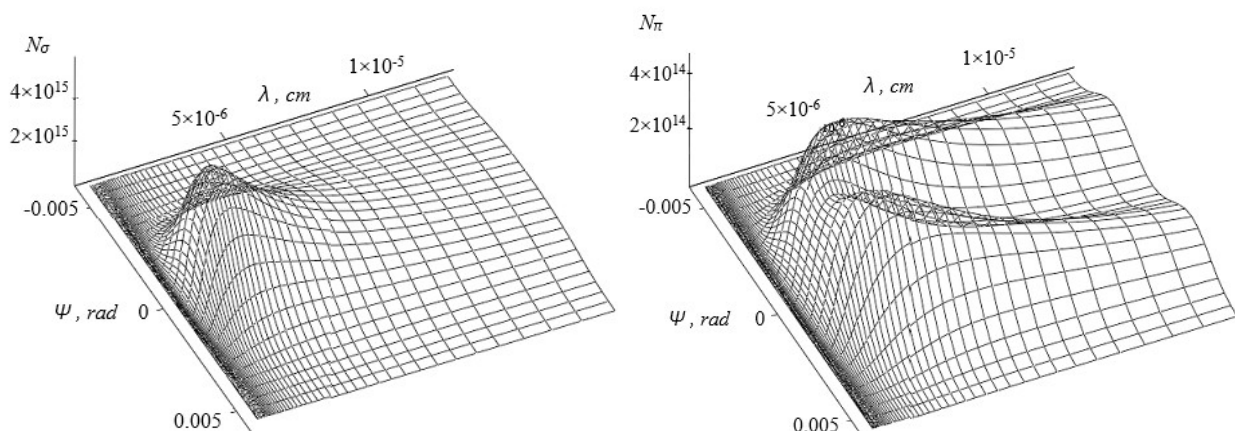


Рис. 3. Семейство зависимостей угловых распределений плотности потоков σ -компоненты (слева) и π -компоненты (справа) для разных длин волн СИ при энергии электронов $E=225$ МэВ

Перестройку оптических изображений можно видеть на рис. 3. На нем показана зависимость угловых распределений потока квантов СИ от длины волны λ излучения на длине $L_{\max}=300$ см. Параметры электронного пучка выбраны для одного из каналов вывода. Можно видеть, что с увеличением длины волны λ угловые распределения потока квантов принимают устойчивую форму, вид которой, в основном, определяется распределением вертикальных колебаний частиц в пучке.

Выводы

В работе получены аналитические выражения для интенсивности потока квантов СИ заданной длины волны при выбранной геометрии регистрации. Изучено влияние двумерного распределения частиц по вертикали и по вертикальным колебаниям на формирование изображений потока квантов СИ. Показано, что формирующаяся оптическая картина является сверткой нормальной плотности частиц в пучке с угловым распределением, описывающим эмиссию квантов. С помощью разработанного программного обеспечения промоделирован процесс формирования оптических изображений потоком квантов СИ. Для выбранного расстояния L , а также параметров пучка с вертикальным среднеквадратичным размером σ_y и среднеквадратичным размером $\sigma_{y'}$ вертикальных колебаний, приведено семейство угловых распределений, представленных в виде двумерных гистограмм.

Список использованной литературы

1. Тернов И.М., Михайлин В.В. Синхротронное излучение. Теория и эксперимент. Москва: Энергоатомиздат, 1986. 219–250 с.
2. Брук Г. Циклические ускорители заряженных частиц. Москва: Атомиздат, 1970. 311 с.
3. Кулипанов Н.А., Скринский А.Н. Использование синхротронного излучения: состояние и перспективы. *Успехи Физических Наук*. 1977. том 20 с. 559. URL: <https://dx.doi.org/10.1070/PU1977v020n07ABEH005444>
4. Королев Ф.М., Куликов О.А., Яворов А.М. Исследование поляризационных свойств синхротронного излучения электронов высоких энергий. *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*. 1962. Том 43. с.1652–1656.
5. Bulyak E., Gladkikh P., Karnaukhov I., et al. Compact X-ray source based on Compton backscattering. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 2002. Vol. 487. Issue 3. P. 241–248. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S016890020200904X?via%3Dihub>

References

1. Ternov, I.M. & Mihaylin, V.V. (1986). *Sinhrotronnoe izluchenie. Teoriya i eksperiment*. Moskva: Energoatomizdat.
2. Bruk, G. (1970). *Tsiklicheskie ukoriteli zaryazhennyih chastits*. Moskva: Atomizdat.
3. Kulipanov, N.A., & Skrinский, A.N. (1977). *Ispolzovanie sinhrotronного izlucheniya: sostoyanie i perspektivy*. *Uspehi Fizicheskikh Nauk*. **20**, 559. URL: <https://dx.doi.org/10.1070/PU1977v020n07ABEH005444>
4. Korolev, F.M., Kulikov, O.A., & Yavorov, A.M. (1962). *Issledovanie polyarizatsionnyih svoystv sinhrotronного izlucheniya elektronov vyisokih energiy*. *Zhurnal Eksperimentalnoy i Teoreticheskoy Fiziki*. **43**, 1652–1656.

5. Bulyak, E., Gladkikh, P., Karnaukhov, I. et al. (2002). Compact X-ray source based on Compton backscattering. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. **487**, 3, 241–248. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S016890020200904X?via%3Dihub>

Мазманишвили Александр Сергеевич – д.ф-м.н., профессор, старший научный сотрудник НИК «Ускоритель» ННЦ ХФТИ. E-mail: mazmanishvili@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0373-0626

Москалец Наталия Витальевна – инженер-исследователь 1 кат. ННЦ ХФТИ, E-mail: kovalyova@kipt.kharkov.ua, ORCID: 0000-0002-2163-9116

Щербаков Александр Александрович – к.ф-м.н., старший научный сотрудник, начальник лаборатории ННЦ ХФТИ. E-mail: shcherbakov@kipt.kharkov.ua, ORCID: 0000-0001-6504-2090.

УДК 004.9

Е.Н. МИХАЙЛУЦА, А.В. ПОЖУЕВ, С.А. ВОЛИК
Запорожский национальный университет**АНАЛИЗ МЕТОДОВ ПРОЦЕДУРНОЙ ГЕНЕРАЦИИ
ТРЕХМЕРНОГО ИГРОВОГО КОНТЕНТА**

Благодаря мощному развитию современной игровой индустрии создание видеоигр все чаще воспринимается авторами и пользователями как отдельный вид художественного творчества. Как и любая другая культурная индустрия, видеоигры имеют огромный рынок, полный издателей и разработчиков, которые создают высокобюджетные продукты. К существующим в игровой индустрии проблемам относят скорость создания игрового контента и качество обработки игровых объектов, то есть отображение игрового объекта в наиболее реалистичном или нужном виде. В свете этого можно сказать, что процедурная генерация — незаменимый инструмент в геймдизайне.

В представленной работе рассматривается одна из проблем процедурной генерации — процедурная генерация помещений. В первом разделе проведен обзор нескольких самых актуальных методов процедурной генерации контента, которые могут быть использованы для генерации комнат и уровней в видеоиграх, кроме того, проанализированы методы создания планов зданий автоматическим способом. В частности, анализируются известные алгоритмы и подходы использования процедурной генерации сооружений. На основе проведенного анализа методов генерирования домов разработан инструмент для процедурного генерирования планов домов с их трехмерным отображением. В реализованной программной системе добавлена возможность корректировать различные настройки создаваемых объектов, а также возможность изменения пользователем моделей дома. Данная особенность системы открывает возможность генерирования здания методом конструктора из заранее разработанных частей. Как следствие, увеличилась вариативность зданий как внешне (формы зданий), так и внутренне (планы помещений), а также значительно уменьшились затраченные человеко-часы на создание более детализированного игрового объекта здания. Тестирование показало, что разработанная программная система оптимально подходит для применения в режиме редактирования игры.

Также в работе исследованы и проанализированы различные методы оптимизации отображения здания в 3D. В разработанной системе использованы такие методы оптимизации, как объединение элементов здания в единую меш-сетку, корректное создание игровых модульных частей здания, а также использование паттерна проектирования PoolObject для многократного повторения в построении домов. На основе результатов работы в будущем возможно ускорение разработки игр, например, для генерирования процедурно созданного города или создание моделей городов.

Ключевые слова: игровая индустрия, процедурная генерация помещений, компьютерная система, меш-сети.

О.М. МІХАЙЛУЦА, А.В. ПОЖУЄВ, С.О. ВОЛІК
Запорізький національний університет**АНАЛІЗ МЕТОДІВ ПРОЦЕДУРНОЇ ГЕНЕРАЦІЇ
ТРИВИМІРНОГО ІГРОВОГО КОНТЕНТУ**

Завдяки потужному розвитку сучасної ігрової індустрії створення відеоігор все частіше сприймається авторами і користувачами як окремий вид художньої творчості. Як і будь-яка інша культурна індустрія, відеоігри мають величезний ринок, повний видавців і розробників, які створюють високобюджетні продукти. До існуючих в ігровій індустрії проблем відносять швидкість створення ігрового контенту і якість обробки ігрових об'єктів, тобто відображення ігрового об'єкта в найбільш реалістичному або потрібному вигляді. У світлі цього можна сказати, що процедурна генерация - незамінний інструмент в геймдизайні.

У представленій роботі розглядається одна з проблем процедурної генерації - процедурна генерація приміщень. У першому розділі проведено огляд декількох найактуальніших методів процедурної генерації контенту, які можуть бути використані для генерації кімнат і рівнів у відеоіграх, крім того, проаналізовані методи створення планів будівель автоматичним способом. Зокрема, аналізуються відомі алгоритми та підходи використання процедурної генерації споруд. На основі проведеного аналізу методів генерування будинків розроблено інструмент для процедурного генерування планів будинків з їх тривимірним відображенням. В реалізованій програмній системі додана можливість

коригувати різні настройки створюваних об'єктів, а також можливість зміни користувачем моделей будинку. Дана особливість системи відкриває можливість генерування будівлі методом конструктора з заздалегідь розроблених частин. Як наслідок, збільшилася варіативність будівель як зовні (форми будівель), так і внутрішньо (плани приміщень), а також значно зменшилися витрачені людино-години на створення більш детального ігрового об'єкта будівлі. Тестування показало, що розроблена програмна система оптимально підходить для застосування в режимі редагування гри.

Також в роботі досліджені і проаналізовані різні методи оптимізації відображення будівлі в 3D. У розробленій системі використані такі методи оптимізації, як об'єднання елементів будівлі в єдину меш-сітку, коректне створення ігрових модульних частин будівлі, а також використання патерну проектування Poolobject для багаторазового повторення в побудові будинків. На основі результатів роботи в майбутньому можливе прискорення розробки ігор, наприклад, для генерування процедурно створеного міста або створення моделей міст.

Ключові слова: ігрова індустрія, процедурна генерація приміщень, комп'ютерна система, меш-мережі.

O.M. MIKHAILUTSA, A.V. POZHUYEV, S.A. WOLIK
Zaporizhzhya National University

ANALYSIS OF PROCEDURAL GENERATION METHODS FOR 3D GAME CONTENT

Thanks to the powerful development of the modern gaming industry, the creation of video games is increasingly perceived by authors and users as a separate form of artistic creation. Like any other cultural industry, video games have a huge market full of publishers and developers who create high-budget products. The problems existing in the gaming industry include the speed of creating game content and the quality of processing game objects, that is, displaying the game object in the most realistic or desired form. In light of this, we can say that procedural generation is an indispensable tool in game design.

In the presented work, one of the problems of procedural generation is considered - procedural generation of premises. The first section provides an overview of some of the most current procedural content generation techniques that can be used to generate rooms and levels in video games, and analyzes methods for generating building plans automatically. In particular, well-known algorithms and approaches to using procedural generation of structures are analyzed. Based on the analysis of methods for generating houses, a tool for procedural generation of house plans with their three-dimensional display has been developed. In the implemented software system, the ability to adjust various settings of the created objects, as well as the ability to change the house models by the user, has been added. This feature of the system opens up the possibility of generating a building using the constructor method from pre-designed parts. As a result, the variability of buildings increased both externally (building shapes) and internally (floor plans), as well as significantly reduced person-hours spent on creating a more detailed game object of the building. Testing has shown that the developed software system is optimal for use in the game editing mode.

Also in the work, various methods of optimizing the display of a building in 3D are investigated and analyzed. The developed system uses such optimization methods as combining building elements into a single mesh networks, correctly creating playable modular parts of the building, as well as using the Poolobject design pattern for multiple repetitions in building houses. Based on the results of the work in the future, it is possible to accelerate the development of games, for example, to generate a procedurally created city or create city models.

Keywords: game industry, procedural room generation, computer system, mesh networks.

Постановка проблемы

Процедурная генерация контента – одно из актуальных и быстроразвивающихся направлений в сфере разработки компьютерных игр. Процедурная генерация подразумевает автоматическое создание наполнения игрового мира, к которому могут относиться всевозможные игровые объекты, такие как уровни, комнаты, предметы, противники, инструменты игрока.

Другими словами, процедурное генерирование – это инструмент, который может ускорить разработку большого количества игровых проектов и уменьшить количество затраченных человеко-часов на создание цифрового контента.

Анализ последних исследований и публикаций

В международном сообществе тема процедурной генерации весьма популярна. Однако, далеко не все полезные материалы являются научными работами – огромное количество ресурсов и статей, посвященных процедурной генерации, являются авторскими блогами, при этом они несут значимую ценность своей практичностью. Большая часть материалов является англоязычными, хотя в последнее время многие статьи активно переводятся на русский язык.

В книге [1] представлены самые современные сведения о процедурной генерации контента (PCG) для игр, в частности, процедурной генерации уровней, ландшафтов, предметов, правил, квестов или других типов контента. Активные академические исследователи и разработчики игр в своих исследованиях объясняют тип или область алгоритма, включая методы фракталов, методы на основе грамматики, методы на основе поиска и эволюции, методы на основе ограничений, а также нарратив, ландшафт и создание подземелий.

Первый в мире успешный эксперимент по полностью автоматизированному дизайну настольных игр описывается в книге [2]. Эволюционные методы использовались для получения новых наборов правил в рамках настраиваемого языка описания игр, а испытания самостоятельной игры использовались для оценки потенциала каждой производной игры по интересу игроков-людей.

В сборнике [3] представлены статьи авторов, освещающих тему процедурной генерации как метода построения сюжета, создания персонажей и диалогов в видеоиграх. Игры – это интерактивный вид искусства, который предполагает тесное взаимодействие авторов, игроков и компьютера как средства генерирования объектов и сюжетных ходов. В своих статьях известные разработчики компьютерных игр описывают инструменты построения игрового мира, создания характеров, тем и общей атмосферы, приводя в пример собственные проекты и рассказывая о том, как преодолевались трудности в работе над ними.

Обзор исследований, посвященных проблеме процедурной генерации контента, представлен в статье [4]. Авторами описываются алгоритмы генерации игровых правил и игр различных жанров, в том числе алгоритмы на основе парадигм эволюционного моделирования и логического программирования, а также способы автоматической оценки генерируемых игр. Кратко рассмотрены первые системы генерации игр, реализованные в универсальных игровых программах. Также описаны различные форматы представления и специализированные языки для описания игровых правил в подходящем для алгоритмической обработки виде.

Среди огромного количества Интернет-ресурсов хотелось бы обратить внимание на следующие. Так, в цикле статей [5] пошагово рассматриваются несколько алгоритмов генерации помещений, выявляются их области применения. В работе [6], опубликованной на Gamasutra, объясняется методика генерации случайных подземелий, впервые описанная разработчиком игры TinyKeeper на Reddit, причем все шаги рассмотрены достаточно подробно и приведена демонстрация алгоритма. Среди англоязычных электронных ресурсов по данной тематике хотелось бы отметить работу [7]. В этом посте описываются два алгоритма создания сложных процедурных миров из простых наборов цветных плиток, включая ограничения на размещение этих плиток. Показано, что, тщательно спроектировав наборы плиток, можно создавать интересный процедурно генерируемый контент, например, пейзажи городов или подземелий со сложной внутренней структурой. На видео приведена система, создающая процедурный мир на основе правил, закодированных в 43 цветных плитках. В блоге [8] собрано и проанализировано несколько основных методов создания карт. Естественно, ни один метод не подходит для всех целей, поэтому большинство разработчиков в

конечном итоге будут настраивать выбранные методы, с целью максимального соответствия потребностям разрабатываемой игры. Также приведены связи с источником каждого изображения, иллюстрирующего метод, переходя по которым можно найти объяснение и алгоритм построения.

Автор работы [9] попытался реализовать процедурную генерацию помещения (экстерьер) вместе с созданием плана помещения, внутренним интерьером и расстановкой предметов в здании. Основные отличия от похожих работ заключаются в том, что автор выделяет жизненно важные виды комнат и жизненно важные виды предметов для комнаты. В работе [10] проведен анализ существующих подходов виртуальной визуализации, основанных на ручном и процедурном отражении, по характеристикам адекватности требованиям и уровню автоматизации. Автор проинспектировал все известные алгоритмы и подходы использования процедурной генерации сооружений и делает вывод о том, что процедурный подход наиболее перспективный в плане автоматизации, но имеет недостатки в плане детализации.

Автор работы [11] представил метод быстрой процедурной генерации правдоподобных зданий с помощью их контуров. Известно, что существует несколько методов, различающихся по скорости и количеству деталей в результатах. Метод, представленный в этой работе, предпочитает скорость и полуавтоматический подход. При его применении контуры здания используются в качестве входных данных вместе с некоторыми параметрами, которые задает пользователь. Автор научной работы [12] попытался реализовать генерацию плана помещения. Входными данными для его программы являются контуры здания и выходы из нее (окна, двери), после введения которых на основе контуров здания создается подобие сетки для размещения комнат. Далее выбираются ячейки с выходами наружу, в которых помещаются комнаты, с последующим увеличением комнаты на одну клетку методом итераций, на заключительном этапе для получения доступа ко всем комнатам создается коридор.

Авторы доклада [13] представили вычислительную модель для процедурной генерации фасадных и внутренних стилей зданий для использования в трехмерных виртуальных средах игр и симуляций.

Цель исследования

После проведенного исследования проблем процедурной генерации игрового контента и существующих вариантов создания планов зданий автоматизированным образом, созрела необходимость спроектировать и создать собственную систему, с помощью которой можно создавать планы помещений в реальном времени. Объектом исследования является структура самого здания, как явления, а именно архитектурные особенности, планировка здания и прочее. Реализация процедурного генерирования помещений должна позволять генерировать помещения с возможностью изменения таких настроек, как количество этажей, тип крыши, моделей стен, окон и прочее. Это поможет увеличить вариативность зданий, как внешне (формы зданий), так и внутренне (плана помещения), а также уменьшить количество потраченных человеко-часов при создании более детализированного игрового объекта здания.

Изложение основного материала исследований

Целью использования процедурной генерации является создание игрового контента без участия человека (что не только менее затратно, но и оказывает помощь геймдизайнеру в решении задач), разработка других типов игр (улучшение показателей разнообразия и реиграбельности), адаптация игр под игрока «на лету», улучшение контента с помощью алгоритмических решений, а также формализация геймдизайна в

качестве научной задачи. Среди целевых свойств генерации обычно рассматриваются скорость, надежность, контролепригодность, разнообразие и креативность.

Программная система процедурной генерации состоит из двух основных модулей, первая из которых реализует генерирование 2D плана дома и включает в себя следующие компоненты: подготовка формы здания, нахождение нужной площади, планирования различных этажей здания, генерирования квартир и комнат. Во втором модуле реализована 3D визуализация сгенерированных 2D планов домов посредством использования гибких инструментов для отображения 3D объектов игрового движка Unity3D. Также добавлен модуль работы с полигонами, который выполняет поиск площади многоугольника и место нахождения точки по отношению к границам полигона.

Реализация алгоритма построения плана помещения базируется на применении метода роста комнат с помощью оценок подходящих кандидатов, который предложен в статье [12]. Идея этого алгоритма заключается в разбиении контура здания на зоны в виде сетки, в которые можно положить комнаты для дальнейшего роста. В случае алгоритма выращивания комнат построенная сетка основана на входных параметрах окон и углах здания, или же, при отсутствии их, строится с фиксированным шагом. К реализации алгоритма контроля площади здания добавлена возможность контроля площади для прямоугольного многоугольника. Для вычисления площади применяется алгоритм триангуляции [14] для входящего полигона с последующим вычислением площади треугольников. Реализованное здание панельного типа имеет форму прямоугольника, в качестве входных данных которого задается количество подъездов и этажей. На основе этого выбирается наиболее длинное ребро прямоугольника и делится на $n + 2$ точек, где n - количество подъездов, с помощью которых образуются прямоугольники подъездов. Добавление входа в подъезд имеет похожее решение, но в данном случае у самого длинного ребра находится точка середины, которая и является входом в здание. Поскольку коридор и лестница должна иметь конкретное место у входа, то алгоритм реализации добавления коридора, лестницы, лифта статически добавляет лестницы к входу как комнату 2×6 метров, коридор добавляется как горизонтальная комната к лестнице размером 6×2 метра, лифт был добавлен как одна комната 2×2 метра.

Программная система при заполнении настроек дома добавляет линк-

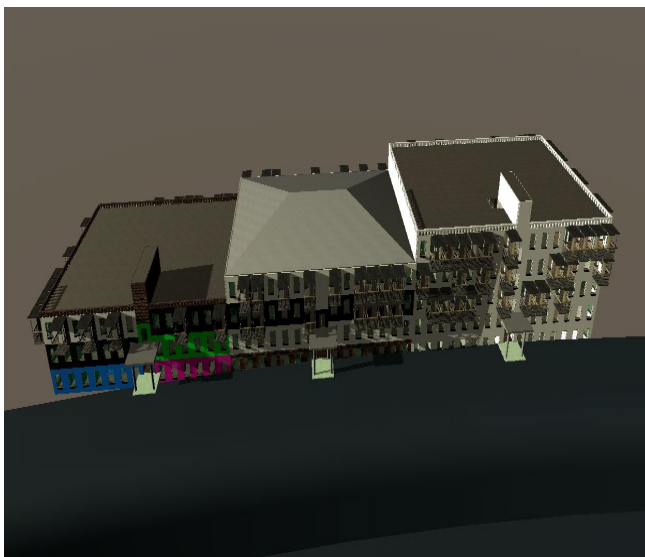


Рис. 1. Отображение комбинирования крыши

соединение между комнатами, на основании которого строятся двери между комнатами в случайной общей стене. Первый вариант реализации крыш осуществлен на основе этажа с выходом на крышу. Для второго вида крыши использован алгоритм Straight skeleton [15], который может работать с любыми двумерными полигонами, например, обычными и с внутренними полостями. Это открывает возможности создавать различные варианты крыш, которые будут выглядеть довольно реалистично. Также была добавлена возможность комбинирования крыш различных типов, а именно каскадного и плоского типов. Примеры

визуализации работы алгоритма изображены на рисунке 1.

Сейчас на рынке 3D моделирования существует несколько популярных решений, среди которых выделяют 3Dmax и 3D редактор Blender, применение которого обусловлено наличием открытого кода, а также современные инструменты для создания очень сложных 3D моделей. После окончания процесса построения 2D плана

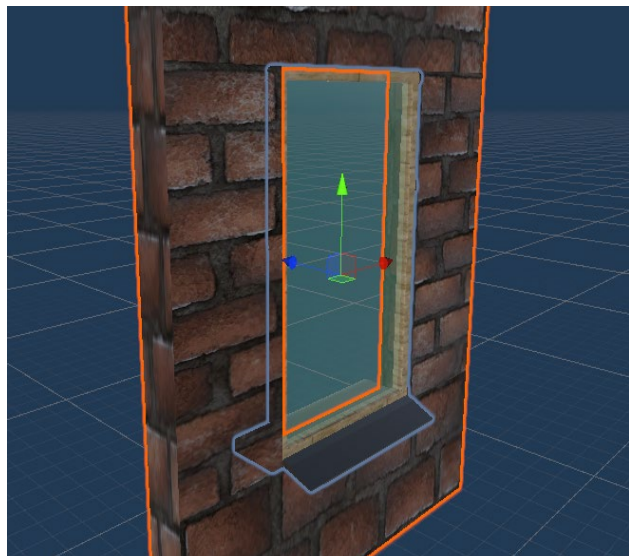


Рис. 2. Корректный импорт модели с правильным расположением векторов модели

помещения происходит отражение в 3D. Программная система на предыдущем этапе генерирует положение планов, комнат, квартир у стены, конца стены, центра стены в 2D координатах, однако процесс 3D-отображения имеет ряд нюансов. Для корректного отображения в 3D все модели при импорте в Unity должны быть ориентированы в одном направлении, поскольку в зависимости от направления стены ее необходимо поворачивать на 90, 180, 270 градусов соответственно. Корректный импорт модели должен иметь следующее расположение световых векторов: синий (forward) вектор направлен во внутреннюю сторону модели, красный (right) вектор направлен справа от модели, зеленый (up) вектор направлен вверх модели. На рисунке 2 изображена импортируемая модель.

Расположение лестницы и продолжение этой лестницы на следующих этажах имеет свои особенности и ограничения. Во-первых, размер модели должен подчиняться критериям: 2 метра в ширину, 6 метров в длину и 5 метров в высоту. Данное ограничение необходимо для того, чтобы лестница могла состыковаться при добавлении ее на следующий этаж. Проблема расположения лестницы в комнате решается благодаря нахождению центра комнаты и расположения лестницы в этой точке. Этот элемент также модульный, как и стены, и может быть изменен по усмотрению пользователя.

В результате была разработана система процедурного генерирования дома, которая способна генерировать помещения с достаточно большой вариативностью. При использовании программной системы ее параметры можно изменять, начиная от самых общих настроек (количество этажей,

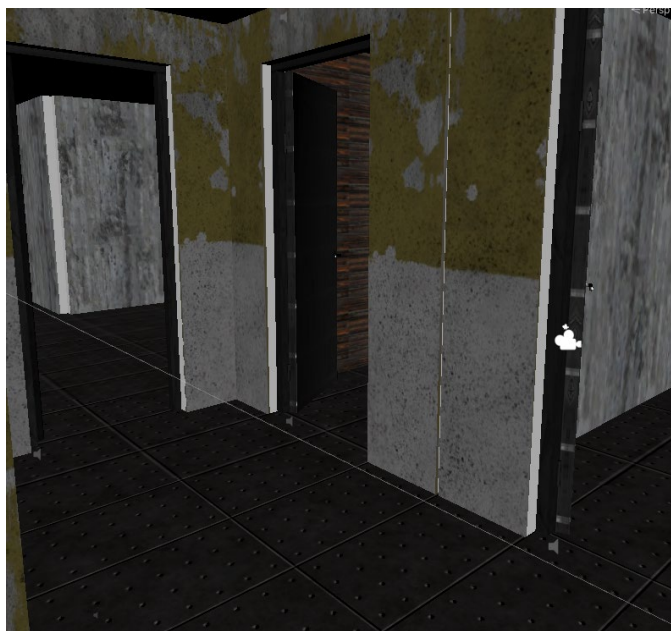


Рис. 3. Сгенерированный объект – коридор с дверьми, ведущими в комнату

площадь, количество подъездов) до мельчайших параметров, таких как настройка высоты комнаты, материалы этажа, квартиры, комнаты, а также возможность изменять все компоненты (стены, лифт, лестницы, двери). Процесс генерирования здания занимает некоторое время, что может очень сильно ударить по быстродействию игры, поэтому разработанная программная система больше подходит для применения в режиме редактирования игры. Сгенерированное помещение изображено на рисунке 3.

Вопросы оптимизации, связанные с реализацией процедурной генерации здания с помощью модульных стен, решаются с помощью двух эффективных подходов. В первом варианте применяют объединения меш-сетей объектов. С помощью этого метода все модели стен, окон, полов объединяются в одну меш-сетку с сохранением материалов на них. Использование этого подхода при большом количестве объектов позволило увеличить частоту кадров почти в 8 раз. Дополнением к оптимизации меш-сетей является правильное моделирование 3D объектов, без лишних точек на модели и с минимизацией плоскостей на ней. Вторая проблема связана с быстродействием создания здания, решение которой связано с применением партерную проектирования Object pool. Сущность его заключается в хешировании некоторого количества объектов в оперативной памяти с последующим использованием в случае необходимости. Данный подход является эффективным в случае, когда к жесткому диску уходит довольно много запросов, поскольку операции с диском вызывают длительные задержки по времени из-за загрузки центрального процессора. Этот вариант будет эффективно работать, поскольку меш-сети реальных объектов, которые были созданы перед объединением, не уничтожаются и используются повторно.

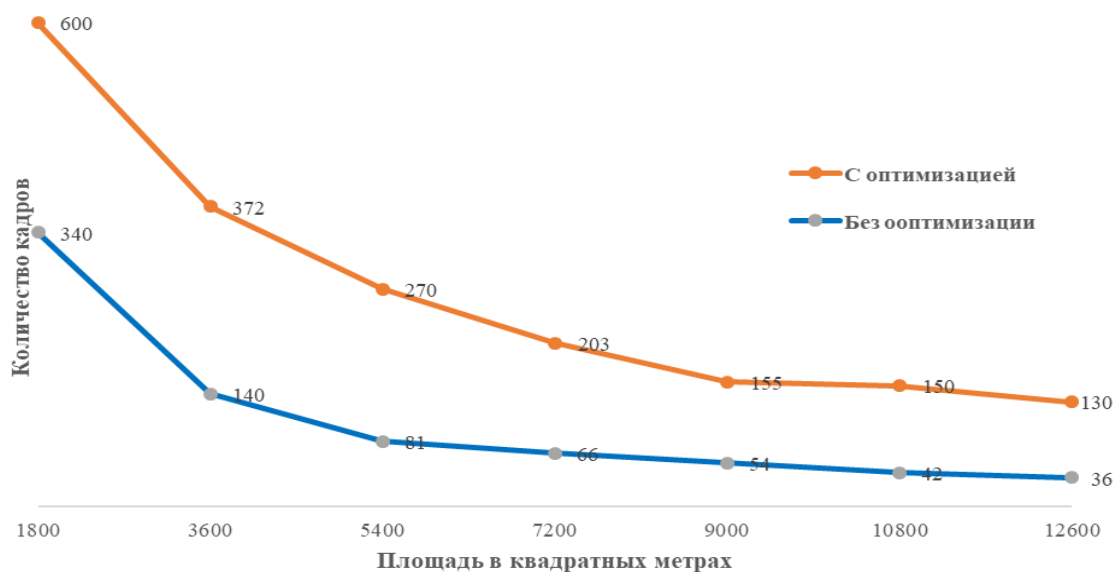


Рис. 4. Зависимость количества кадров от площади здания с учетом меш-сети

Результат оптимизации построения процедурно созданного здания приведен на рис. 4. В случае объединения элементов здания в единую меш-сетку наблюдается существенное увеличение частоты кадров.

Выводы

Проблема процедурного генерирования, которая представлена в работе – процедурное генерирование помещений. Основная идея заключается в том, что программа имеет возможность генерировать помещения с большим интервалом изменения настроек, начиная от количества этажей, изменения типа крыши до

настройки генерирования плана здания, изменения моделей стен, окон и прочее. Это поможет увеличить вариативность зданий, как внешне (формы зданий), так и внутренне (план помещения), а также уменьшить потраченные человеко-часы при создании более детализированного игрового объекта здания. Был проведен анализ предметной области, на основе которого разработана программная система, способная генерировать здания с внутренней планировкой этажей. На основе этих данных в будущем возможна разработка игр, например, для генерирования процедурно созданного города или создания моделей городов.

Список использованной литературы

1. Togelius J., Shaker N., Nelson M. *Procedural Content Generation in Games: A Textbook and an Overview of Current Research*, Berlin: Springer, 2014. 142 p.
2. Browne C. *Evolutionary Game Design*, Berlin: Springer, 2011. 122 p.
3. Шорт Т. Х., Адамс Т. *Процедурная генерация в гейм-дизайне*, М.: ДМК Пресс, 2020. 344 с.
4. Меженин М.Г. Обзор систем процедурной генерации игр. *Вестн. ЮУрГУ. Сер. Выч. матем. информ.*, 2015, т. 4, вып. 1, с. 5–20.
5. Процедурная генерация уровней. URL: <https://habr.com/post/418685/> (дата обращения: 08.08.2021).
6. Алгоритм процедурной генерации подземелий. URL: <https://www.progamer.ru/dev/procedural-dungeon-generation.htm> (дата обращения: 08.08.2021).
7. Dykeman I. Procedural Worlds from Simple Tiles. URL: <https://ijdykeman.github.io/ml/2017/10/12/wang-tile-procedural-generation.html> (дата обращения: 08.08.2021).
8. Procedural Map Generation. URL: <https://www.gridsagegames.com/blog/2014/06/procedural-map-generation/> (дата обращения: 08.08.2021).
9. Andersson S. Detailed Procedurally Generated Buildings: master's work / Sweden. Linköping University, 2019. 109 p.
10. Pádua L. Procedural Modeling of Buildings Composed of Arbitrarily-Shaped Floor-Plans: Background, Progress, Contributions and Challenges of a Methodology Oriented to Cultural Heritage. *Journals Computers*. Vol. 8, Issue 2, 2019. P. 1-10.
11. Kužel V. Procedural building reconstruction from building outlines: master's work / Prague. Charles University, 2018. 98 p.
12. Camazzato D. A. Method for growth-based procedural floor plan generation: master's work / Rio Grande. Pontifical Catholic University of Rio Grande do Sul, 2015. 132 p.
13. Silveira I., Camozzato D., Marson F. Real-time Procedural Generation of Personalized Façade and Interior Appearances Based on Semantics. *Conference 14th Brazilian Symposium on Computer Games and Digital Entertainment*. (Brazilian, 2015). Brazilian, 2015. С 1-8.
14. Robert E., Wyk V. Christopher J. An $O(n \log \log n)$ -time algorithm for triangulating a simple polygon, *SIAM Journal on Computing*. 1988. Vol. 17, № 1. P. 143–178.
15. Aichholzer O., Aurenhammer F., Albers D. A novel type of skeleton for polygons. *Journal of Universal Computer Science*. 1995. №1. P. 752–761.

References

1. Togelius, J., Shaker, N. & Nelson, M. (2014). *Procedural Content Generation in Games: A Textbook and an Overview of Current Research*. Berlin: Springer.
2. Browne, C. (2011). *Evolutionary Game Design*. Berlin: Springer.

3. Short, T. & Adams, T. (2020). Short T. H., Adams T. Protsedurnaya generatsiya v geym-dizayne. (Procedural generation in game design). M.: DMK Press.
4. Mezhenin, M.G. (2015). Obzor sistem protsedurnoy generatsii igr. (Review of procedural game generation systems). *Vestn. SUSU. Ser. Subtract. mat. Inform.*, **1**, 4, 5–20.
5. Protsedurnaya generatsiya urovney (Procedural level generation). Retrieved from: URL: <https://habr.com/post/418685/>.
6. Algoritm protsedurnoy generatsii podzemeliy (Algorithm for procedural dungeon generation). Retrieved from: URL: <https://www.progamer.ru/dev/procedural-dungeon-generation.htm>.
7. Dykeman, I. Procedural Worlds from Simple Tiles. Retrieved from: URL: <https://ijdykeman.github.io/ml/2017/10/12/wang-tile-procedural-generation.html>.
8. Procedural Map Generation. Retrieved from: URL: <https://www.gridssagegames.com/blog/2014/06/procedural-map-generation/>.
9. Andersson, S. (2019). Detailed Procedurally Generated Buildings [master's work]. Sweden: Linköping University.
10. Pádua, L. (2019). Procedural Modeling of Buildings Composed of Arbitrarily-Shaped Floor-Plans: Background, Progress, Contributions and Challenges of a Methodology Oriented to Cultural Heritage. *Journals Computers*. **2**, 8, 1-10.
11. Kužel, V. (2018). Procedural building reconstruction from building outlines [master's work]. Prague: Charles University.
12. Camazzato, D. (2015). Method for growth-based procedural floor plan generation [master's work]. Rio Grande: Pontifical Catholic University of Rio Grande do Sul.
13. Silveira, I, Camozzato, D. & Marson F. (2015). Real-time Procedural Generation of Personalized Façade and Interior Appearances Based on Semantics. *Conference 14th Brazilian Symposium on Computer Games and Digital Entertainment*. (Brazilian, 2015). Brazilian. pp. 1-8.
14. Robert, E., Wyk, V. & Christopher J. (1988). An $O(n \log \log n)$ -time algorithm for triangulating a simple polygon, *SIAM Journal on Computing*. **1**, 17, 143–178.
15. Aichholzer, O., Aurenhammer, F. & Albers, D. (1995). A novel type of skeleton for polygons. *Journal of Universal Computer Science*. **1**, 752–761.

Михайлуца Елена Николаевна – к.т.н., доцент, доцент кафедри програмного забезпечення автоматизованих систем Запорозького національного університета, e-mail: elenamikhaylutsa7@gmail.com, ORCID: 0000-0003-2935-7997

Пожуев Андрей Владимирович – к.ф.-м.н., доцент, завідує кафедрою загальноосвітніх дисциплін Запорозького національного університета, e-mail: scorpio6828@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4083-5139

Волик Сергей Александрович – магістр кафедри програмного забезпечення автоматизованих систем Запорозького національного університета

УДК 536.21

Р.С. МУСИЙ, У.В. ЖИДИК, Н.Б. МЕЛЬНИК, В.К. ШИНДЕР, О.М. М'ЯУС,
Р.А. НАКОНЕЧНИЙ
Національний університет "Львівська політехніка"

ВИЗНАЧЕННЯ І АНАЛІЗ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В НЕОДНОРІДНІЙ АНІЗОТРОПНІЙ ОБОЛОНЦІ ЗА ЛОКАЛЬНОГО НАГРІВУ

Сформульована нестационарна задача теплопровідності для неоднорідної анізотропної оболонки, яка обмінюється теплом із навколишнім середовищем за законом Ньютона та нагрівається нестационарними джерелами тепла. Матеріал оболонки є неоднорідним за товщиною і анізотропним з одною площиною теплової симетрії.

По аналогії з теорією пружності для оболонок просторову задачу теплопровідності зведено до математично простішої двовимірної задачі. Таке спрощення відповідає першому наближенню Лява і має місце для тонкостінних конструкцій. Записано двовимірні рівняння теплопровідності неоднорідних анізотропних оболонок для двох часто використовуваних законів розподілу температури по товщині оболонки: кубічного та лінійного розподілів.

Для оболонки, складеної з пакету жорстко з'єднаних між собою однорідних анізотропних шарів різної товщини, прийнято, що гіпотеза про характер розподілу температури по товщині виконується для всього пакету. Теплофізичні характеристики шаруваті оболонки як одного цілого подано за допомогою асиметричних одиничних функцій. Для випадку такої кусково-неперервної неоднорідності отримано вирази інтегральних характеристик теплофізичних параметрів через фізичні властивості шарів.

Для неоднорідної кругової замкненої ортотропної циліндричної оболонки скінченної довжини і сталої товщини з використанням подвійного скінченного перетворення Фур'є за координатами та інтегрального перетворення Лапласа за часом записано загальний розв'язок нестационарної задачі теплопровідності.

Досліджено температурне поле шаруваті циліндричної оболонки антисиметричної регулярної структури, осі ортотропії кожного шару якої по чергово орієнтовані паралельно і перпендикулярно до координатних осей. Чисельно проаналізовано розподіл температури у двошаровій графітоепоксидній композитній оболонці за локального її нагрівання у початковий момент часу заданим температурним полем або довкіллям шляхом конвективного теплообміну. Досліджено залежність інтегральних характеристик температури від фізичних та геометричних параметрів оболонки.

Ключові слова: нестационарна теплопровідність, анізотропна оболонка, шаруватість, локальний нагрів.

Р.С. МУСИЙ, У.В. ЖИДИК, Н.Б. МЕЛЬНИК, В.К. ШИНДЕР, О.Н. МЯУС,
Р.А. НАКОНЕЧНИЙ
Национальный университет "Львовская политехника"

ОПРЕДЕЛЕНИЕ И АНАЛИЗ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В НЕОДНОРОДНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ОБОЛОЧКЕ ПРИ ЛОКАЛЬНОМ НАГРЕВЕ

Сформулирована нестационарная задача теплопроводности для неоднородной анизотропной оболочки, которая обменивается теплом с окружающей средой по закону Ньютона и нагревается нестационарными источниками тепла. Материал оболочки неоднородный по толщине и анизотропный с одной плоскостью тепловой симметрии.

По аналогии с теорией упругости для оболочек пространственную задачу теплопроводности сведено к математически более простой двумерной задаче. Такое упрощение соответствует первому приближению Лява и имеет место для тонкостенных конструкций. Записаны двухмерные уравнения теплопроводности неоднородных анизотропных оболочек для двух часто используемых законов распределения температуры по толщине оболочки: кубического и линейного распределений.

Для оболочки, составленной из пакета жестко соединенных между собой однородных анизотропных слоев различной толщины, принято, что гипотеза о характере распределения температуры по толщине выполняется для всего пакета. Теплофизические характеристики слоистой оболочки как одного целого поданы с помощью асимметричных единичных функций. Для случая такой кусочно-непрерывной неоднородности получены выражения интегральных характеристик теплофизических параметров через физические свойства слоев.

Для неоднородной круговой замкнутой ортотропной цилиндрической оболочки конечной длины и постоянной толщины с использованием двойного конечного преобразования Фурье по координатам и интегрального преобразования Лапласа по времени записано общее решение нестационарной задачи теплопроводности.

Исследовано температурное поле слоистой цилиндрической оболочки антисимметричной регулярной структуры, оси ортотропии каждого слоя которой поочередно ориентированы параллельно и перпендикулярно к координатным осям. Численно проанализировано распределение температуры в двухслойной графитэпоксидной композитной оболочке при ее локальном нагреве в начальный момент времени заданным температурным полем или окружающей средой путем конвективного теплообмена. Исследована зависимость интегральных характеристик температуры от физических и геометрических параметров оболочки.

Ключевые слова: нестационарная теплопроводность, анизотропная оболочка, слоистость, локальный нагрев.

R.S. MUSII, U.V. ZHYDYK, N.B. MELNYK, V.K. SHYNDER, O.M. MYAUS,
R.A. NAKONECHNYI
Lviv Polytechnic National University

DETERMINATION AND ANALYSIS OF THE TEMPERATURE FIELD IN INHOMOGENEOUS ANISOTROPIC COVER UNDER LOCAL HEATING

A nonstationary thermal conductivity problem is formulated for an inhomogeneous anisotropic shell, which exchanges heat with the environment according to Newton's law and is heated by nonstationary heat sources. The shell material is inhomogeneous in thickness and anisotropic with one plane of thermal symmetry.

By analogy with the theory of elasticity for shells, the spatial problem of thermal conductivity is reduced to a mathematically simpler two-dimensional problem. This simplification corresponds to the first Liav approximation and occurs for thin-walled structures. Two-dimensional equations of thermal conductivity of inhomogeneous anisotropic shells are recorded for two frequently used laws of temperature distribution over shell thickness: cubic and linear distributions.

For a shell composed of a package of rigidly interconnected homogeneous anisotropic layers of different thickness, it is assumed that the hypothesis about the nature of the temperature distribution over the thickness holds for the whole package. The thermophysical characteristics of the layered shell as a whole are given by asymmetric unit functions. For the case of such piecewise continuous inhomogeneity, the expressions of the integral characteristics of thermophysical parameters due to the physical properties of the layers are obtained.

For an inhomogeneous circular closed orthotropic cylindrical shell of finite length and constant thickness using the double-finite coordinate Fourier transform and the Laplace integral over time, the general solution of the nonstationary thermal conductivity problem is written.

The temperature field of a layered cylindrical shell of antisymmetric regular structure, the orthotropy axes of each layer of which are alternately oriented parallel and perpendicular to the coordinate axes, is investigated. The temperature distribution in the two-layer graphite-epoxy composite shell under local heating at the initial moment of time by a given temperature field and environment by convective heat exchange is numerically analyzed. The dependence of the integral characteristics of the temperature on the physical and geometrical parameters of the shell is investigated.

Keywords: nonstationary thermal conductivity, anisotropic shell, stratification, local heating.

Постановка проблеми

У зв'язку з широким застосуванням неоднорідних анізотропних матеріалів для виготовлення елементів конструкцій, що перебувають під впливом інтенсивного нагрівання, необхідно вдосконалювати математичні моделі теплопровідності таких елементів, зокрема, для шаруватих циліндричних оболонок. Це необхідно для прогнозування температурних режимів їх експлуатації за умов локального нагрівання, що часто використовується у відповідних технологічних процесах.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Неоднорідні оболонки є елементами багатьох сучасних конструкцій, які працюють в умовах інтенсивного нагрівання [1-5]. Найбільшого застосування знайшли

конструкції з неперервною неоднорідністю (функціонально градієнтні) [6-8] та кусково-однорідні (шаруваті) [3, 9, 10]. Кусково-однорідні матеріали, зокрема, використовують в конструкціях термостатів, для інтенсифікації передачі тепла, для ізоляції, для захисту від агресивних середовищ, для збільшення або зменшення жорсткості. Для дослідження термопружного стану шаруватих оболонок, що нерівномірно нагріваються, потрібно попередньо визначити температурне поле, розподіл якого в оболонці наперед невідомий. Тому формулювання відповідних двовимірних крайових задач теплопровідності для неоднорідних тонкостінних елементів є актуальним науково-технічним завданням. Зведення тривимірних задач тепло провідності до двовимірних, як правило, виконується одним з відповідних методів: варіаційним, операторним, усередненням по товщині неоднорідної оболонки тощо. Двовимірні рівняння теплопровідності для ізотропних оболонок отримані в праці [11], для ортотропних – в [12], а для шаруватих – в статтях [9, 10, 13]. В роботі [14] розвинуто методику зведення тривимірної задачі теплопровідності для неоднорідної ізотропної оболонки до двовимірної. Для циліндричної попередньо нагрітої оболонки з ізотропної неоднорідної металокераміки чисельно проаналізовано температурне поле залежно від осьової та колової координат за різних значень безрозмірного часу і заданого коефіцієнта неоднорідності.

На практиці часто використовують шаруваті оболонки, матеріалом яких, як правило, є армований волокнами композит. Тому фізико-механічні властивості матеріалів складових шарів таких оболонок мають властивість ортотропії.

Мета дослідження

Метою даної роботи є побудова двовимірної математичної моделі теплопровідності тонкостінних кусково-однорідних анізотропних оболонок, зокрема, циліндричної форми, та отримання розв'язку задачі теплопровідності для кусково-однорідної ортотропної циліндричної оболонки за умов локального нагріву внаслідок початкового розподілу температури та конвективного теплообміну з довкіллям.

Викладення основного матеріалу дослідження

Задача теплопровідності для неоднорідних анізотропних оболонок. Розглянемо тонку оболонку сталої товщини $2h$, яка обмінюється теплом із навколишнім середовищем за законом Ньютона та нагрівається джерелами тепла. Матеріал оболонки є неоднорідним за товщиною і анізотропним з одною площиною теплової симетрії. Розподіл температурного поля $t(\alpha, \beta, z, \tau)$ в такій оболонці описується тривимірним рівнянням теплопровідності, яке для неоднорідного анізотропного тіла в криволінійній ортогональній системі координат α, β, z після спрощення, що відповідає точності теорії тонких оболонок [11], має вигляд

$$\Delta t + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{33}(z) \frac{\partial t}{\partial z} \right) + 2k_0 \lambda_{33}(z) \frac{\partial t}{\partial z} - c_e(z) \frac{\partial t}{\partial \tau} + w_i = 0. \quad (1)$$

Тут $\Delta = \frac{1}{AB} \left[\lambda_{11}(z) \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \right) + \lambda_{22}(z) \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \right) + 2\lambda_{12}(z) \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} \right]$; w_i – густина теплових джерел; $c_e(z)$ – питома теплоємність; $\lambda_{ij}(z)$ – коефіцієнти теплопровідності; τ – змінна часу; A, B – відповідні коефіцієнти Ляме; k_0 – середня кривина оболонки.

Для однозначності розв'язку рівняння (1) додаємо початкову умову

$$t|_{\tau=0} = t_0(\alpha, \beta), \quad (2)$$

де $t_0(\alpha, \beta)$ – функція, що описує початковий розподіл температури в оболонці та одну з граничних умов

$$t = t^\pm, \lambda_{33} \frac{\partial t}{\partial z} = \mp q^\pm, \lambda_{33} \frac{\partial t}{\partial z} \pm \alpha_z^\pm (t - t_z^\pm) = 0 \quad (3)$$

на поверхнях $z = \pm h$ оболонки. Тут α_z^\pm – коефіцієнти тепловіддачі з поверхонь $z = \pm h$, а t^\pm, q^\pm, t_z^\pm – відповідно температура, тепловий потік і температура довкілля, задані на цих поверхнях. Якщо оболонка не замкнена, то аналогічні умови потрібно задати і на її краях.

Побудова двовимірної математичної моделі

По аналогії з теорією пружності для оболонок просторову задачу теплопровідності зводимо до математично простішої двовимірної задачі. Таке спрощення, що відповідає першому наближенню Лява [11], є виправданим для тонкостінних конструкцій. Згідно з цим наближенням для формулювання двовимірної задачі на інтегральні характеристики температури

$$T_i(\alpha, \beta, \tau) = \frac{2i-1}{2h^i} \int_{-h}^h t(\alpha, \beta, z, \tau) z^{i-1} dz, \quad (i = 1, 2) \quad (4)$$

необхідно задати закон розподілу температури по товщині оболонки з подальшим використанням методу усереднення вихідного рівняння (1) згідно формули (4).

Запишемо двовимірні рівняння теплопровідності неоднорідних анізотропних оболонок для двох часто використовуваних законів розподілу температури по товщині.

Для кубічного розподілу температури по товщині оболонки для її інтегральних характеристик T_1 і T_2 отримуємо таку систему рівнянь

$$\begin{aligned} \Delta_{(1)} T_1 + \Delta_{(6)} T_2 + \frac{5k_0}{2h} (\Lambda_{33}^{(1)} - \Lambda_{33}^{(3)}) T_2 - C^{(1)} \dot{T}_1 - \frac{5}{12} (3C^{(2)} - C^{(4)}) \dot{T}_2 + W_t^{(1)} &= f_1, \\ \Delta_{(2)} T_1 + \Delta_{(7)} T_2 + \frac{5k_0}{2h} (\Lambda_{33}^{(2)} - \Lambda_{33}^{(4)}) T_2 - \frac{5}{4h^2} (\Lambda_{33}^{(1)} - \Lambda_{33}^{(3)}) T_2 - C^{(2)} \dot{T}_1 - \frac{5}{12} (3C^{(3)} - C^{(5)}) \dot{T}_2 + W_t^{(2)} &= f_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Відповідно для лінійного розподілу температури по товщині оболонки для її інтегральних характеристик T_1 і T_2 система рівнянь має вигляд

$$\begin{aligned} \Delta_{(1)} T_1 + \Delta_{(2)} T_2 + \frac{2k_0}{h} \Lambda_{33}^{(1)} T_2 - C^{(1)} \dot{T}_1 - C^{(2)} \dot{T}_2 + W_t^{(1)} &= F_1, \\ \Delta_{(2)} T_1 + \Delta_{(3)} T_2 + \frac{2k_0}{h} \Lambda_{33}^{(2)} T_2 - \frac{1}{h^2} \Lambda_{33}^{(1)} T_2 - C^{(2)} \dot{T}_1 - C^{(3)} \dot{T}_2 + W_t^{(2)} &= F_2. \end{aligned} \quad (6)$$

Тут

$$\{\Lambda_{ij}^{(n)}, \Lambda_{33}^{(n)}, C^{(n)}\} = \int_{-h}^h \left\{ \lambda_{ij}(z), \lambda_{33}(z), c_e(z) \right\} \left(\frac{z}{h} \right)^{n-1} dz, \quad (n = 1, 2, \dots, 5); \quad (7)$$

$$\Delta_{(k)} = \frac{1}{AB} \left[\Lambda_{11}^{(k)} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \right) + \Lambda_{22}^{(k)} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \right) + 2\Lambda_{12}^{(k)} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} \right], \quad (k = 1, 2, \dots, 7);$$

$$\Lambda_{ij}^{(6)} = \frac{5}{12} (3\Lambda_{ij}^{(2)} - \Lambda_{ij}^{(4)}); \quad \Lambda_{ij}^{(7)} = \frac{5}{12} (3\Lambda_{ij}^{(3)} - \Lambda_{ij}^{(5)}); \quad W_i^t = \int_{-h}^h w_i \left(\frac{z}{h} \right)^{i-1} dz; \quad T_i = \frac{\partial T_i}{\partial \tau};$$

$F(\alpha, \beta, \tau), F_2(\alpha, \beta, \tau), f_1(\alpha, \beta, \tau), f_2(\alpha, \beta, \tau)$ – функції, що залежать від граничних умов на поверхнях $z = \pm h$ оболонки. Зокрема, функції F_1, F_2 у випадку конвективного теплообміну мають вигляд: $F_i = (T_1 - t_1^{\varepsilon})\varepsilon_i^t + (T_2 - t_2^{\varepsilon})\varepsilon_{3-i}^t$, причому $\varepsilon_i^t = (\alpha_z^+ - (-1)^i \alpha_z^-)$, $t_i^{\varepsilon} = \frac{1}{2}(t_z^+ - (-1)^i t_z^-)$, $(i = 1, 2)$.

Зауважимо, що рівняння теплопровідності (5), які відповідають кубічному закону розподілу температури, отримані за умови виконання граничних умов на поверхнях $z = \pm h$ і мають той самий порядок, що і рівняння (6).

Для обчислення інтегральних характеристик $\Lambda_{ij}^{(n)}, \Lambda_{33}^{(n)}, C^{(n)}$ теплофізичних властивостей неоднорідного матеріалу за формулою (7) потрібно задати закон розподілу цих властивостей по товщині. Цей закон залежить від того, чи неоднорідність неперервна, чи кусково-неперервна. Далі розглянемо кусково-неперервну неоднорідність.

Співвідношення для кусково-неперервної неоднорідності

Нехай оболонка складена з пакету жорстко з'єднаних між собою N однорідних анізотропних шарів з різною товщиною h_k . Вважатимемо, що гіпотеза про характер розподілу температури по товщині виконується для всього пакету. Тоді, згідно з методикою, викладеною в [3], теплофізичні характеристики шаруватої оболонки як одного цілого представимо за допомогою асиметричних одиничних функцій $S_{\pm}(z)$ у вигляді

$$q(z) = q_1 + \sum_{k=1}^{N-1} (q_{k+1} - q_k) S_+(z - z_k). \quad (8)$$

Тут $q_k = \{\lambda_{ij}^{(k)}, \lambda_{33}^{(k)}, c_e^{(k)}\}$ – теплофізичні характеристики k -го шару; z_k – координата границі розділу k -го і $k+1$ -го шарів, причому $z_k = -h + \sum_{m=1}^k h_m$;

$$S_+(z) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}; \quad S_-(z) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}.$$

Підставляючи співвідношення (8) у (7), отримуємо вирази інтегральних характеристик $\Lambda_{ij}^{(n)}, \Lambda_{33}^{(n)}, C^{(n)}$ через фізичні властивості шарів $\lambda_{ij}^{(k)}, \lambda_{33}^{(k)}, c_e^{(k)}$. Запишемо їх для інтегральних характеристик $\Lambda_{ij}^{(n)}$

$$\Lambda_{ij}^{(1)} = 2h \lambda_{ij}^{(1)} + \sum_{k=1}^{N-1} (\lambda_{ij}^{(k+1)} - \lambda_{ij}^{(k)}) (h - z_k); \quad \Lambda_{ij}^{(2)} = \frac{1}{2h} \sum_{k=1}^{N-1} (\lambda_{ij}^{(k+1)} - \lambda_{ij}^{(k)}) (h^2 - z_k^2);$$

$$\Lambda_{ij}^{(3)} = \frac{2h}{3} \lambda_{ij}^{(1)} + \frac{1}{3h^2} \sum_{k=1}^{N-1} (\lambda_{ij}^{(k+1)} - \lambda_{ij}^{(k)}) (h^3 - z_k^3); \quad \Lambda_{ij}^{(4)} = \frac{1}{4h^3} \sum_{k=1}^{N-1} (\lambda_{ij}^{(k+1)} - \lambda_{ij}^{(k)}) (h^4 - z_k^4); \quad (9)$$

$$\Lambda_{ij}^{(5)} = \frac{2h}{5} \lambda_{ij}^{(1)} + \frac{1}{5h^4} \sum_{k=1}^{N-1} (\lambda_{ij}^{(k+1)} - \lambda_{ij}^{(k)}) (h^5 - z_k^5).$$

Відповідно для інших інтегральних характеристик вирази будуть аналогічними.

Шаруваті конструкції можуть мати різну структуру залежно від розміщення шарів відносно середньої поверхні: симетричну, антисиметричну та несиметричну; всі шари можуть мати однакову товщину – регулярна структура, або різну – нерегулярна структура. Залежно від структури співвідношення (9) будуть різними.

Розв’язок для неоднорідної ортотропної циліндричної оболонки

Розглянемо кругову замкнену циліндричну оболонку, віднесена до циліндричної системи координат x, θ, z , яка має скінченну довжину l , радіус середньої поверхні R і сталу товщину $2h$. Нехай оболонка виготовлена із неоднорідного ортотропного матеріалу, причому осі ортотропії співпадають з осями координат. Рівняння теплопровідності (6) за відсутності джерел тепла у цьому випадку отримуємо у вигляді

$$\begin{aligned} (\Delta_{(1)} - \varepsilon_1^t) T_1 + (\Delta_{(2)} + \Lambda_{33}^{(1)}/(Rh) - \varepsilon_2^t) T_2 - C^{(1)} \dot{T}_1 &= -F_1^z, \\ (\Delta_{(2)} - \varepsilon_2^t) T_1 + (\Delta_{(3)} - \Lambda_{33}^{(1)}/h^2 - \varepsilon_1^t) T_2 - C^{(3)} \dot{T}_2 &= -F_2^z. \end{aligned} \quad (10)$$

Тут

$$\Delta_{(k)} = \Lambda_{11}^{(k)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\Lambda_{22}^{(k)}}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}, \quad (k=1,2,3); \quad F_1^z = \varepsilon_1^t t_1^z + \varepsilon_2^t t_2^z + W_1^t; \quad F_2^z = \varepsilon_2^t t_1^z + \varepsilon_1^t t_2^z + W_2^t.$$

Для однозначності розв’язку системи рівнянь (10), задамо такі граничні умови на краях $x=0$ і $x=l$ оболонки:

$$T_1 = T_2 = 0 \quad (11)$$

і початкові в момент часу $\tau=0$ умови:

$$T_1(x, \theta, 0) = T_1^0(x, \theta), \quad T_2(x, \theta, 0) = T_2^0(x, \theta). \quad (12)$$

Система рівнянь (10) згідно з граничними умовами (11) після застосування подвійного скінченного перетворення Фур’є за координатами x, θ буде мати вигляд

$$\begin{aligned} \frac{dT_{1mn}}{d\tau_1} + g_1 T_{1mn} + g_2 T_{2mn} &= F_{1mn}^z, \\ \frac{dT_{2mn}}{d\tau_1} + g_3 T_{1mn} + g_4 T_{2mn} &= F_{2mn}^z. \end{aligned} \quad (13)$$

Тут

$$\begin{aligned} g_1 &= L_{11}^{(1)} \mu_n^2 + L_{22}^{(1)} \delta^2 m^2 + Bi_1; & g_2 &= L_{11}^{(2)} \mu_n^2 + L_{22}^{(2)} \delta^2 m^2 - \delta + Bi_2; & g_3 &= \tilde{C} (L_{11}^{(2)} \mu_n^2 + L_{22}^{(2)} \delta^2 m^2 + Bi_2); \\ g_4 &= \tilde{C} (L_{11}^{(3)} \mu_n^2 + L_{22}^{(3)} \delta^2 m^2 + Bi_1 + 1); & \mu_n &= \frac{\pi n h}{l}; & \delta &= \frac{h}{R}; & \tau_1 &= \frac{\Lambda_{33}^{(1)}}{h^2 C^{(1)}} \tau; & \tilde{C} &= \frac{C^{(1)}}{C^{(3)}}; & L_{ii}^{(j)} &= \frac{\Lambda_{ii}^{(j)}}{\Lambda_{33}^{(1)}}; \end{aligned}$$

$$Bi_i = \frac{\varepsilon_i^t h^2}{\Lambda_{33}^{(1)}}; \quad F_{1mn}^z = Q_{1mn}(x, \theta) \tilde{F}_1(\tau) = Bi_1 t_{1mn}^z + Bi_2 t_{2mn}^z + W_{1mn}^t \frac{h^2}{\Lambda_{33}^{(1)}};$$

$$F_{2mn}^z = Q_{2mn}(x, \theta) \tilde{F}_2(\tau) = \left(Bi_2 t_{1mn}^z + Bi_1 t_{2mn}^z + W_{2mn}^t \frac{h^2}{\Lambda_{33}^{(1)}} \right) \tilde{C};$$

Розв'язок системи рівнянь (13) за початкових умов (12) з використанням інтегрального перетворення Лапласа запишеться

$$T_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{\substack{j=1 \\ k \neq j}}^2 \frac{\sin \frac{\pi n x}{l} \cos m \theta}{p_j - p_k} \left\{ (p_j - g_4) Q_{1nm} Z_1^{(j)}(\tau) + g_2 Q_{2nm} Z_2^{(j)}(\tau) + \right. \\ \left. + [(p_j - g_4) T_{1nm}^0 + g_2 T_{2nm}^0] \exp(-p_j \tau_1) \right\},$$

$$T_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{\substack{j=1 \\ k \neq j}}^2 \frac{\sin \frac{\pi n x}{l} \cos m \theta}{p_j - p_k} \left\{ (p_j - g_1) Q_{2nm} Z_2^{(j)}(\tau) + g_3 Q_{1nm} Z_1^{(j)}(\tau) + \right. \\ \left. + [(p_j - g_1) T_{2nm}^0 + g_3 T_{1nm}^0] \exp(-p_j \tau_1) \right\}. \quad (14)$$

Тут

$$p_i = \frac{g_1 + g_4}{2} + (-1)^i \sqrt{\frac{(g_1 - g_4)^2}{4} + g_2 g_3},$$

$$\{Q_{imn}, T_{imn}^0\} = \frac{\varsigma}{\pi l} \int_0^l \int_{-\pi}^{\pi} \{Q_i, T_i^0\}(x, \theta) \sin \frac{\pi n}{l} x \cos m \theta dx d\theta, \quad \varsigma = \begin{cases} 1, & m = 0 \\ 2, & m \neq 0 \end{cases}, \quad (i = 1, 2). \quad (15)$$

$$Z_i^{(j)} = \int_0^{\tau_1} \tilde{F}_i(u) \exp(-p_j(\tau_1 - u)) du, \quad (i, j = 1, 2). \quad (16)$$

Підставляючи вирази (14) з урахуванням (15) і (16) у лінійний закон $t = T_1 + \frac{z}{h} T_2$ розподілу температури по всій товщині розглядуваної оболонки, отримуємо загальний розв'язок задачі теплопровідності для неї. Зауважимо, що, використовуючи таку ж методику до системи рівнянь (5), запишемо загальний розв'язок задачі теплопровідності для даної оболонки і у випадку кубічного закону розподілу температури по її товщині.

Співвідношення для шаруватої циліндричної ортотропної оболонки

Дослідження температурного поля виконували для шаруватої циліндричної оболонки антисиметричної регулярної структури, причому осі ортотропії кожного шару по чергово орієнтовані під кутами 0° і 90° до координатних осей. Матеріалом таких оболонок, як правило, є армований волокнами композит, тому їх ще називають ортогонально армованими. Інтегральні характеристики (9) у цьому випадку набудуть вигляду

$$\Lambda_{11}^{(1)} = \Lambda_{22}^{(1)} = h(\lambda_{11} + \lambda_{22}); \quad \Lambda_{33}^{(1)} = 2h\lambda_{33}; \quad \Lambda_{11}^{(2)} = -\Lambda_{22}^{(2)} = \frac{h}{N}(\lambda_{22} - \lambda_{11});$$

$$\Lambda_{11}^{(3)} = \Lambda_{22}^{(3)} = \frac{h}{3}(\lambda_{11} + \lambda_{22}); \quad \Lambda_{12}^{(k)} = \Lambda_{33}^{(2)} = 0.$$

Нехай оболонка нагрівається температурним полем, заданим в початковий момент часу виразами $T_1^{(0)}(x, \theta) = \phi(x, \theta)$, $T_2^{(0)} = 0$ або доквіллям з температурою $t_z^+(x, \theta, \tau) = \phi(x, \theta)S_+(\tau)$, $t_z^-(x, \theta, \tau) = 0$ відповідно на поверхнях $z = \pm h$ шляхом конвективного теплообміну. Джерела тепла відсутні.

За функцію розподілу температури залежно від координат x, θ візьмемо квадратичну залежність

$$\phi(x, \theta) = T^* \left(1 - \frac{(x - x_0)^2}{d^2} \right) \left(1 - \frac{\theta^2}{\eta^2} \right) [S_-(x - x_0 + d) - S_+(x - x_0 - d)] [S_-(\theta + \eta) - S_+(\theta - \eta)], \quad (17)$$

де $T^* = \text{const}$; $2d$ і 2η – відповідно ширина і кут області нагріву; $(x_0, 0)$ – координати центра цієї області; $S_{\pm}(x)$ – асиметричні одиничні функції.

Коефіцієнти Фур'є T_{inm}^0, Q_{inm} , що входять у розв'язок системи рівнянь (14) обчислюємо за формулами (15):

$$\{T_{in0}^0, Q_{in0}\} = \left\{ 1, \frac{Bi}{2} \right\} \frac{16}{3} \frac{\eta T^*}{\pi^3 n^2 (d/l)^2} \left(\frac{1}{\pi n} \sin \frac{\pi n d}{l} - \frac{d}{l} \cos \frac{\pi n d}{l} \right) \sin \frac{\pi n x_0}{l}, \quad T_{2n0}^0 = 0,$$

$$\{T_{inm}^0, Q_{inm}\} = \left\{ 1, \frac{Bi}{2} \right\} \frac{32 T^*}{\pi^3 n^2 m^2 \eta^2 (d/l)^2} \left(\frac{1}{\pi n} \sin \frac{\pi n d}{l} - \frac{d}{l} \cos \frac{\pi n d}{l} \right) \left(\frac{1}{m} \sin m \eta - \eta \cos m \eta \right) \sin \frac{\pi n x_0}{l},$$

$T_{2nm}^0 = 0$ ($m \neq 0$), а функцію часу $Z_i^{(j)}(\tau)$ – за формулою (16). Отримуємо її вираз

$$Z_i^{(j)}(\tau) = \frac{1}{p_j} (1 - \exp(-p_j \tau)) S_+(\tau).$$

Числовий аналіз для двошарової циліндричної ортотропної оболонки

На основі розглянутої вище методики для шаруватої циліндричної оболонки антисиметричної регулярної структури виконаємо обчислення для двошарової композитної графітоепоксидної армованої волокнами оболонки з такими значеннями теплофізичних і геометричних параметрів: $\lambda_{11} = 105 \text{ W/mK}$; $\lambda_{22} = 75 \text{ W/mK}$; $h/R = 0,05$; $l/R = 2$; $\eta = \pi/4$; $d/l = 0,35$; $x_0 = l/2$.

Для заданих параметрів обчислили значення безрозмірних середньої температури $T_1' = \frac{T_1}{T^*}$, температурного градієнта $T_2' = \frac{T_2}{T^*}$ і температурного поля $t' = \frac{t}{T^*}$

для різних значень безрозмірного часу $\tau' = \frac{\lambda_{22} \tau}{c_e h^2}$ і безрозмірного коефіцієнта

тепловіддачі (критерія Біо) $Bi = \frac{\alpha_z h}{\lambda_{22}}$. На рис. 1 показано зміну величин T_1' і T_2' вздовж

твірної $\theta = 0$ ($0,5 \leq x' \leq 1$), а на рис. 2 – зміну цих же величин вздовж напрямної $x' = 0,5$

($0 \leq \theta \leq \pi$) в різні моменти часу. Залежність середньої температури T_1' від часу τ' для різних значень коефіцієнта тепловіддачі Bi ілюструє рис. 3. На рис. 4 наведені графіки

залежності температурного поля t' від поперечної координати $z' = \frac{z}{h}$ для значень

$Bi = 0,1, 0,2, 0,3$.

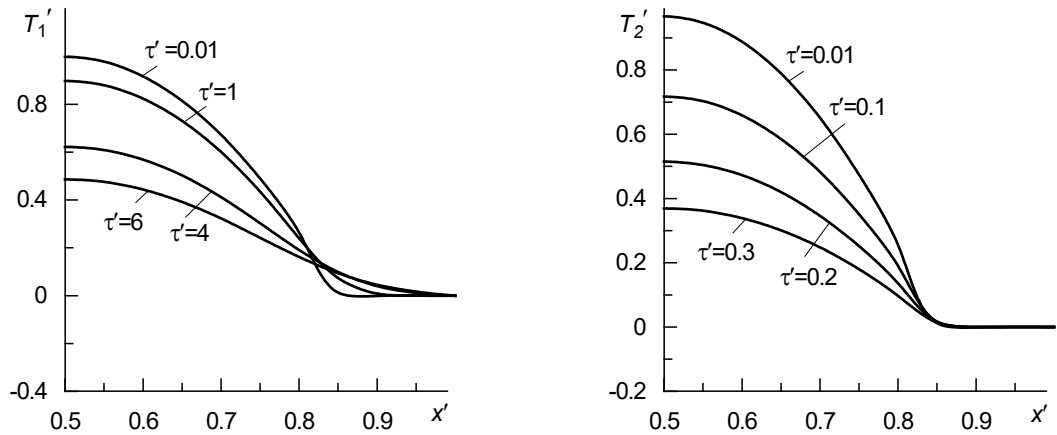


Рис. 1. Зміна величин T_1' і T_2' вздовж твірної $\theta = 0$ ($0.5 \leq x' \leq 1$)

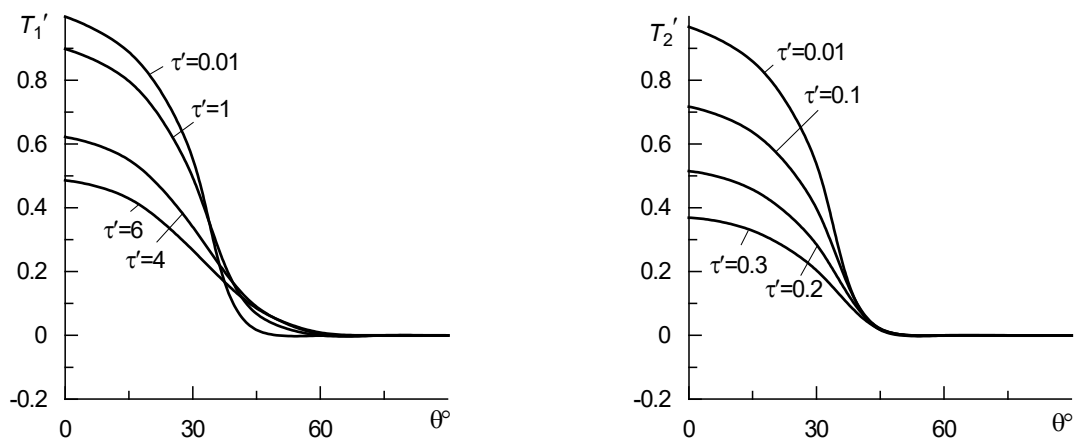


Рис. 2. Зміна величин T_1' і T_2' вздовж напрямної $x' = 0.5$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) в різні моменти часу

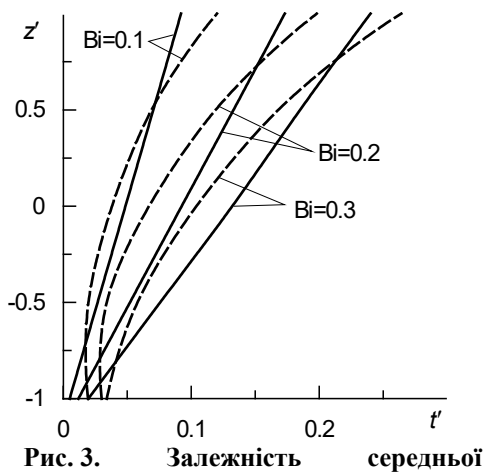


Рис. 3. Залежність середньої температури T_1' від часу τ' для різних значень коефіцієнта тепловіддачі Bi

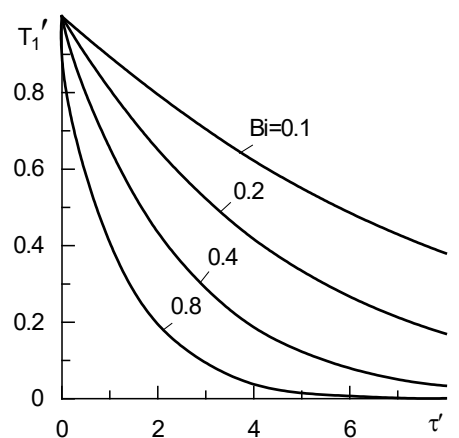


Рис. 4. Графіки залежності температурного поля t' від поперечної координати $z' = \frac{z}{h}$ для значень $Bi = 0.1, 0.2, 0.3$

Суцільні лінії відповідають розв'язку системи рівнянь, які записані за лінійного закону розподілу температури по товщині, а штрихові лінії – за кубічного закону. Результати, які зображені на рис. 1-3 одержані за умов нагріву оболонки

температурним полем, заданим в початковий момент часу, а результати, подані на рис. 4, – за нагріву оболонки довкіллям шляхом конвективного теплообміну.

Із аналізу числових результатів та наведених рисунків отримано, що найбільшого значення середня температура і температурний градієнт досягають в центрі області нагріву ($x' = 0.5, \theta = 0$). По мірі віддалення від центру вони монотонно спадають до нуля. Оскільки відбувається теплообмін з довкіллям, то температурні характеристики з плином часу зменшуються. Це зменшення відбувається інтенсивніше для температурного градієнта, а також зі збільшенням коефіцієнта тепловіддачі. Температурний градієнт суттєвий лише в початкові моменти часу, далі він стрімко спадає. Для розглядуваного композиту шарувата структура матеріалу несуттєво впливає на розподіл температури в оболонці порівняно з однорідною структурою.

Висновки

На основі методики, що використовується в лінійній теорії пружності оболонок, побудовано наближену двовимірну математичну модель теплопровідності для неоднорідних анізотропних оболонок за кубічної та лінійної гіпотез розподілу температури по товщині. Для циліндричної ортогонально армованої оболонки регулярної структури отримано загальний розв'язок з використанням інтегральних перетворень Фур'є і Лапласа. Числовий аналіз виконано для двошарової оболонки, яка в початковий момент часу локально нагрівається заданим температурним полем, або довкіллям шляхом конвективного теплообміну. Досліджено залежність інтегральних характеристик температури від фізичних та геометричних параметрів оболонки. Отримані результати можуть бути використані для аналізу розподілу температури в тонкостінних оболонкових елементах з покриттями та в біметалевих конструкціях.

Список використаної літератури

1. Awrejcewicz J., Krysko V.A., Krysko A.V. Thermo-Dynamics of plates and shells (foundations of engineering mechanics). Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2010. 789 p.
2. Hetnarski R.B., Eslami M.R., Thermal Stresses – Advanced Theory and Applications, – Springer Science Business Media, B.V., 2009. 559 p.
3. Коляно Ю.М. Методи теплопровідності та термопружності неоднорідних тіл. Київ: Наукова думка, 1992. 280 с.
4. Kushnir R.M., Nykolyshyn M.M., Zhydyk U.V., Flyachok V.M., On the theory of inhomogeneous anisotropic shells with initial stresses. *J. Math. Sci.* 2012. 186. P.61–72.
5. Reddy J.N. Mechanics of laminated composite plates and shells. Theory and analysis. New York: CRC Press, 2004. 831p.
6. Fazelzadeh S. A., Rahmani S., Ghavanloo E., Marzocca P. Thermoelastic vibration of doubly-curved nano-composite shells reinforced by graphene nanoplatelets. *J. Therm. Stresses.* 2019. 42. N 1. P.1–17.
7. Punera D., Kant T., Desai Y.M. Thermoelastic analysis of laminated and functionally graded sandwich cylindrical shells with two refined higher order models. *J. Therm. Stresses.* 2018. 41. N 1. P. 54–79.
8. Thai H.T., Kim S. E.A review of theories for the modeling and analysis of functionally graded plates and shells. *Compos. Struct.* 2015. 128. P. 70–86.
9. Brishetto S., Carrera E. Heat conduction and thermal analysis in multilayered plates and shells. *J. Mech. Res. Communications.* 2011. 38. P. 449–455.
10. Shvets R.M., Flyachok V.M. Heat conduction equations for multilayer anisotropic shells. *J. Therm. Stresses.* 1999. 22. N 2. P. 241–254.

11. Подстригач Я.С., Швець Р.Н. Термоупругость тонких оболочек. Киев: Наукова думка, 1978. 344 с.
12. Шевченко В.П., Гольцев А.С. Термопружний згин локально нагрітих ортотропних оболонок. *Прикл. мех.* 2007. 43. № 3. С. 80–85.
13. Жидик У.В., Флячок В.М. Температурні поля в пологих оболонках шаруватої структури. *Кваліологія книги.* 2017. № 1 (31). С. 94–97.
14. Мусій Р.С., Мельник Н.Б., Бандирський Б. Й., Гошко Л. В., Шиндер В.К. Визначення нестационарного температурного поля попередньо нагрітої неоднорідної ізотропної циліндричної оболонки. *Прикладні питання математичного моделювання.* Т.3. № 2.2. 2020. С. 202–211.

References

1. Awrejcewicz, J., Krysko, V. A., & Krysko, A. V. (2010). Thermo-Dynamics of plates and shells (foundations of engineering mechanics). Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.
2. Hetnarski, R.B., & Eslami M.R. (2009). Thermal Stresses – Advanced Theory and Applications, – Springer Science Business Media, B.V.
3. Koliano, Yu.M. (1992). Metody teploprovodnosti ta termopruzhnosti neodnorodnykh til. Kyiv: Naukova dumka.
4. Kushnir, R.M., Nykolyshyn, M.M., Zhydyk, U.V., & Flyachok, V.M. (2012). On the theory of inhomogeneous anisotropic shells with initial stresses. *J. Math. Sci.* **186**, 61–72.
5. Reddy, J. N. (2004). Mechanics of laminated composite plates and shells. Theory and analysis. New York: CRC Press.
6. Fazelzadeh, S. A., Rahmani, S., Ghavanloo, E., & Marzocca, P. (2019). Thermoelastic vibration of doubly-curved nano-composite shells reinforced by graphene nanoplatelets. *J. Therm. Stresses.* **42**, 1, 1–17.
7. Punera, D., Kant, T., & Desai, Y.M. (2018). Thermoelastic analysis of laminated and functionally graded sandwich cylindrical shells with two refined higher order models. *J. Therm. Stresses.* **41**, 1, 54–79.
8. Thai, H.T., & Kim, S.E. (2015). A review of theories for the modeling and analysis of functionally graded plates and shells. *Compos. Struct.* **128**, 70–86.
9. Brishetto, S., & Carrera, E. (2011). Heat conduction and thermal analysis in multilayered plates and shells. *J. Mech. Res. Communications.* **38**, 449–455.
10. Shvets, R.M., & Flyachok, V.M., (1999). Heat conduction equations for multilayer anisotropic shells. *J. Therm. Stresses.* **22**, 2, 241–254.
11. Podstrigach, Ya.S., & Shvets, R.N. (1978). Termouprugost tonkih obolochek. Kiev: Naukova dumka.
12. Shevchenko, V.P., & Holtsev, A.S. (2007). Termopruzhnii zghyn lokalno nahriykh ortotropnykh obolonok. *Prykl. mekh.* **43**, 3, 80–85.
13. Zhydyk, U.V., & Fliachok, V.M. (2017). Temperaturni polia v polohykh obolonkakh sharuvatoi struktury. *Kvalilohiia knyhy.* **1** (31), 94–97.
14. Musii, R.S., Melnyk, N.B., Bandytskyi, B.Y., Hoshko, L.V., & Shynder, V.K. (2020). Vyznachennia nestatsinarnoho temperaturnoho polia poperedno nahritoї neodnorodnoi izotropnoi tsylindrychnoi obolonky. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuвання.* **3**, 2.2, 202–211.

Мусій Роман Степанович – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри вищої математики Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: roman.s.musii@lpnu.ua, ORCID: 0000-0002-7169-2206.

Жидик Уляна Володимирівна - к. ф.-м. н., доцент, доцент кафедри вищої математики Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: uliana.v.zhydyk@lpnu.ua, ORCID: 0000-0002-1104-1946.

Мельник Наталія Богданівна - к. ф.-м. н., доцент, доцент кафедри програмного забезпечення Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: nataliia.b.melnyk@lpnu.ua, ORCID: 0000-0003-2337-2395.

Шиндер Валентин Костянтинович - к. ф.-м. н., доцент, доцент кафедри опору матеріалів та будівельної механіки Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: valentyn.k.shynder@lpnu.ua, ORCID: 0000-0002-9414-5619.

М'яус Ольга Миколаївна - к. ф.-м. н., доцент кафедри вищої математики Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: olha.m.miaus@lpnu.ua, ORCID: 0000-0001-5332-7080.

Наконечний Ростислав Адрианович – к.т.н., доцент кафедри електронних обчислювальних машин Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: rostyslav.a.nakonechnyi@lpnu.ua, ORCID: 0000-0003-0645-3361.

УДК 536.212.2

Р.С. МУСИЙ, Н.Б. МЕЛЬНИК, А.Й. НАКОНЕЧНИЙ, Л.В. ГОШКО,
Б.Й. БАНДИРСЬКИЙ
Національний університет “Львівська політехніка”

ВИЗНАЧЕННЯ І АНАЛІЗ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ СУЦІЛЬНОЇ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОЇ КУЛІ ЗА КОРОТКОЧАСНОГО ІНДУКЦІЙНОГО НАГРІВУ

Запропоновано фізико-математичну модель визначення температури у кульовому електропровідному клапані за короткочасного індукційного нагріву. За вихідну систему рівнянь даної моделі, яка складається з двох етапів, вибрано співвідношення електродинаміки Максвелла і нестационарної теплопровідності. На основі таких співвідношень сформульовано центрально-симетричні задачі електродинаміки і теплопровідності для суцільної електропровідної кулі. Матеріал кулі однорідний ізотропний і неферромагнітний. Його фізичні характеристики приймаються сталими і рівними їх середнім значенням в розглянутих діапазонах зміни температури.

На першому етапі зі співвідношень Максвелла визначається вектор напруженості магнітного поля та тепло Джоуля, що виникає в електропровідній кулі внаслідок її короткочасного індукційного нагріву вихровими струмами.

На другому етапі з рівняння теплопровідності, в якому джерелом тепла є тепло Джоуля, знаходимо розподіл температури у суцільній кулі. За визначальні функції вибрано азимутальну компоненту вектора напруженості магнітного поля і температуру.

Для побудови розв'язків сформульованих початково-крайових задач електродинаміки і теплопровідності використано поліноміальну апроксимацію визначальних функцій по радіальній змінній. Апроксимаційні поліноми вибрано таким чином, щоб врахувати задані граничні умови на визначальні функції, як на поверхні кулі, так і в її центрі. Це дало змогу звести вихідні початково-крайові задачі на визначальні функції до відповідних задач Коші на інтегральні по радіальній змінній характеристики цих функцій. Отримано загальні розв'язки задач Коші за однорідної нестационарної електромагнітної дії.

Дію вихрових струмів в неусталеному режимі математично моделюємо електромагнітною дією в режимі з імпульсним модульним сигналом. Дана дія задається значеннями азимутальної компоненти вектора напруженості магнітного поля на поверхні кулі.

Чисельно проаналізовано зміну в часі тепла Джоуля і температури у кулі залежно від амплітудно-частотних характеристик розглянутої неусталеної електромагнітної дії та часу її тривалості.

Ключові слова: температура, суцільна електропровідна куля, індукційний нагрів, неусталений режим.

Р.С. МУСИЙ, Н.Б. МЕЛЬНИК, А.И. НАКОНЕЧНИЙ, Л.В. ГОШКО,
Б.И. БАНДЫРСКИЙ
Национальный университет “Львовская политехника”

ОПРЕДЕЛЕНИЕ И АНАЛИЗ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ СПЛОШНОГО ЭЛЕКТРОПРОВОДНОГО ШАРА ПРИ КРАТКОВРЕМЕННОМ ИНДУКЦИОННОМ НАГРЕВЕ

Предложена физико-математическая модель определения температуры в шаровом электропроводном клапане при кратковременном индукционном нагреве. В качестве исходной системы уравнений данной модели, которая состоит из двух этапов, выбраны соотношения электродинамики Максвелла и нестационарной теплопроводности. На основе таких соотношений сформулированы центрально-симметричные задачи электродинамики и теплопроводности для сплошного электропроводного шара. Материал шара однородный изотропный и неферромагнитный. Его физические характеристики принимаются постоянными и равными их средним значениям в рассматриваемых диапазонах изменения температуры.

На первом этапе из соотношений Максвелла определяется вектор напряженности магнитного поля и тепло Джоуля, которое возникает в электропроводном шаре вследствие его кратковременного индукционного нагрева вихревыми токами.

На втором этапе из уравнения теплопроводности, в котором источником тепла является тепло Джоуля, находим распределение температуры в сплошном шаре. В качестве определяющих функций выбраны азимутальная компонента вектора напряженности магнитного поля и температура.

Для построения решений сформулированных начально-краевых задач электродинамики и теплопроводности использована полиномиальная аппроксимация определяющих функций по радиальной переменной. Аппроксимирующие полиномы выбраны таким образом, чтобы учесть заданные граничные условия на определяющие функции, как на поверхности шара, так и в его центре. Это дало возможность свести исходные начально-краевые задачи на определяющие функции к соответствующим задачам Коши на интегральные по радиальной переменной характеристики этих функций. Получены общие решения задач Коши при однородном нестационарном электромагнитном воздействии.

Действие вихревых токов в неустановившемся режиме математически моделируем электромагнитным воздействием в режиме с импульсным модулирующим сигналом. Данное воздействие задается значениями азимутальной компоненты вектора напряженности магнитного поля на поверхности шара.

Численно проанализированы изменение во времени тепла Джоуля и температуры в шаре в зависимости от амплитудно-частотных характеристик рассматриваемого неустановившегося электромагнитного воздействия и времени его продолжительности.

Ключевые слова: температура, сплошной электропроводный шар, индукционный нагрев, неустановившийся режим.

R.S. MUSII, N.B. MELNYK, A.J. NAKONECHNYI, L.V. GOSHKO,
B.Y. BANDYRSKYI
Lviv Polytechnic National University

DETERMINATION AND ANALYSIS OF THE TEMPERATURE FIELD OF A CONTINUOUS ELECTRICALLY CONDUCTIVE BALL WITH SHORT-TERM INDUCTION HEATING

A physico-mathematical model for determining the temperature in a ball valve with short-term induction heating is proposed. The ratio of Maxwell's electrodynamics and nonstationary thermal conductivity is chosen for the initial system of equations of this model, which consists of two stages. On the basis of such relations the centrally symmetric problems of electrodynamics and thermal conductivity for a continuous electrically conductive sphere are formulated. The material of the sphere is homogeneous, isotropic and non-ferromagnetic. Its physical characteristics are assumed to be constant and equal to their average value in the considered ranges of temperature change.

At the first stage, Maxwell's relations determine the vector of magnetic field strength and Joule heat that arises in an electrically conductive sphere due to its short-term induction heating by eddy currents.

At the second stage of the heat equation, in which the heat source is the Joule heat, we find the temperature distribution in a solid sphere. The azimuthal component of the magnetic field vector and the temperature are chosen as the determining functions.

To construct solutions of the formulated initial-boundary value problems of electrodynamics and thermal conductivity, a polynomial approximation of defining functions over a radial variable is used. The approximation polynomials are chosen so as to take into account the given boundary conditions for the defining functions, both on the surface of the sphere and in its center. This made it possible to reduce the initial initial-boundary value problems to the defining functions to the corresponding Cauchy problems to the radially variable characteristics of these functions. General solutions of Cauchy problems with homogeneous nonstationary electromagnetic action are obtained.

The action of eddy currents in the unstable mode is mathematically modeled by the electromagnetic action in the mode with a pulse modular signal. This action is given by the values of the azimuthal component of the magnetic field strength vector on the surface of the sphere.

The change in Joule heat in time and temperature in the sphere depending on the amplitude-frequency characteristics of the considered unstable electromagnetic action in the mode with a pulse modular signal and the time of its duration is numerically analyzed.

Keywords: temperature, continuous electrically conductive ball, induction heating, unstable mode.

Постановка проблеми

Електропровідні суцільні кулі є елементами багатьох технічних конструкцій, які працюють за умов дії зовнішніх електромагнітних полів (ЕМП). Вони також часто використовуються в якості клапанів відповідних насосних систем. Для надійної експлуатації таких систем важливим є чітке збереження діаметру кулі як основного елемента клапана. Це забезпечується технологічним процесом виготовлення кулі з використанням попереднього індукційного нагріву кулі до відповідної температури і подальшого швидкого її охолодження. Такий процес гартування кулі дає можливість змінити фізичну структуру матеріалу кулі, яким, як правило, є легована термостійка нержавіюча сталь.

Для прогнозування температурних режимів експлуатації кульових клапанів необхідно дослідити температурне поле електропровідної суцільної кулі за її технологічної обробки з використанням короткочасного індукційного нагріву.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У процесі технологічної обробки кульових клапанів використовують короткочасний індукційний нагрів, що здійснюється генераторами високочастотних електромагнітних коливань [1]. Математичне моделювання ЕМП у електропровідних тілах розглянуто в роботі [2], питання індукційного нагріву усталеними ЕМП викладено в [3], а неусталеними ЕМП, що мають характер імпульсних ЕМП з модуляцією амплітуди, - в [4]. Однак недостатньо вивчено температурні режими електропровідних елементів конструкцій за короткочасного індукційного нагріву неусталеними ЕМП, що є важливим у технологіях індукційної термообробки таких елементів.

Мета дослідження

Метою даної роботи є побудова математичної моделі визначення температурного поля електропровідної суцільної кулі за її короткочасного індукційного нагріву неусталеним ЕМП та дослідження температурних режимів розглядуваної кулі залежно від амплітудно-частотних характеристик електромагнітної дії та часу її тривалості.

Викладення основного матеріалу дослідження

Центрально-симетричні задачі електродинаміки і теплопровідності для суцільної електропровідної кулі

Розглянемо електропровідну пружну кулю радіуса $r = R$, віднесена до сферичної системи координат (r, θ, φ) , початок якої співпадає з центром кулі. Матеріал кулі однорідний ізотропний і неферромагнітний, а його фізичні характеристики приймаються сталими і рівними їх середнім значенням в розглянутих діапазонах зміни температури. Поверхня кулі теплоізольована або знаходиться в умовах конвективного теплообміну з довкіллям.

Куля зазнає дії нестационарного ЕМП, заданого на її поверхні $r = R$ значеннями азимутальної компоненти H_φ вектора напруженості магнітного поля $\vec{H} = \{0; H_\varphi(r, t); 0\}$

$$H_\varphi(R, t) = H_{0\varphi}(t). \quad (1)$$

Тут $H_{0\varphi}(t)$ – відома функція, яка описує зміну в часі t азимутальної компоненти вектора \vec{H} на поверхні кулі. У центрі кулі $r = 0$ функції H_φ і $E_\theta = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial r} + \frac{H_\varphi}{r} \right)$

задовольняють умови центральної симетрії електромагнітного поля ($H_\varphi(0,t)=0$, $E_\varphi(0,t)=0$). Звідси отримуємо для функції H_φ в центрі кулі такі граничні умови

$$H_\varphi(0,t)=0, \quad \frac{\partial H_\varphi(0,t)}{\partial r}=0. \quad (2)$$

Функцію $H_\varphi(r,t)$ знаходимо з рівняння

$$\frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} - \sigma\mu \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} = 0, \quad (3)$$

за нульової в момент часу $t=0$ початкової умови

$$H_\varphi(r,0)=0 \quad (4)$$

та крайових умов (1) на поверхні кулі і умов (2) – в її центрі. Тут σ - коефіцієнт електропровідності, μ - магнітна проникність матеріалу кулі.

Питому густину тепла Джоуля $Q(r,t)$ через відому функцію $H_\varphi(r,t)$ записуємо виразом

$$Q = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial r} + \frac{H_\varphi}{r} \right)^2. \quad (5)$$

На другому етапі з рівняння теплопровідності, в якому джерелом тепла є тепло Джоуля Q , знаходимо розподіл температури T у суцільній кулі.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{1}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{Q}{\lambda}. \quad (6)$$

Тут κ , λ - коефіцієнти температуро- і теплопровідності матеріалу кулі.

Гранична умова на поверхні кулі $r=R$ за її теплоізоляції має вигляд

$$\frac{\partial T(R,t)}{\partial r} = 0, \quad (7)$$

а в її центрі $r=0$ граничні умови задовольняють умови центральної симетрії

$$T(0,t)=0, \quad \frac{\partial T(0,t)}{\partial r}=0. \quad (8)$$

Початкова умова в момент часу $t=0$ буде

$$T(r,0)=0. \quad (9)$$

Зауважимо, що рівняння (1) може бути розв'язане і за інших теплових умов на поверхні кулі.

Методика побудови розв’язків центрально-симетричних початково-крайових задач

Для побудови розв’язків сформульованих вище центрально-симетричних початково-крайових задач, які описують електромагнітне та температурне поля у суцільній електропровідній кулі ключові функції $\Phi(r, t) = \{H_z, T\}$ будемо шукати у вигляді

$$\Phi(r, t) = \sum_{i=1}^4 a_{i-1}^{\Phi}(t) r^{i-1}. \quad (10)$$

Коефіцієнти апроксимаційних поліномів (10) визначаємо через задані граничні значення функцій $\Phi(r, t)$ на поверхні кулі $r = R$ та інтегральні характеристики $\Phi_s(t)$

$$\Phi_s(t) = \frac{s+1}{R^{s+1}} \int_0^R \Phi(r, t) r^{s+1} dr, \quad s = 1, 2 \quad (11)$$

цих функцій. В результаті отримуємо наступні подання:

– азимутальної компоненти $H_{\varphi}(r_*, t)$ вектора \vec{H}

$$H_{\varphi}(r_*, t) = H_{\varphi 1}(t)(630r_*^2 - 1470r_*^3 + 840r_*^4) + H_{\varphi 2}(t)(-840r_*^2 + 2016r_*^3 - 1176r_*^4) + H_{\varphi 0}(t)(15r_*^2 - 42r_*^3 + 28r_*^4); \quad (12)$$

– температури $T(r_*, t)$ за умов теплоізоляції поверхні кулі

$$T(r_*, t) = T_1(t)(16 - 60r_*^2 + 40r_*^3) + T_2(t)(-21 + 90r_*^2 - 60r_*^3). \quad (13)$$

Тут $r_* = r/R$ – безрозмірна радіальна координата.

Для отримання рівнянь на інтегральні за радіальною координатою характеристики $\Phi_s(t)$ шуканих функцій $\Phi(r, t)$, рівняння (3) і (6) інтегруємо за радіальною змінною відповідно до формули (11), використовуючи при перетвореннях подання (12), (13). Після перетворень отримуємо наступні системи рівнянь для визначення інтегральних характеристик $H_{\varphi s}(t)$ і $T_s(t)$ функцій $H_{\varphi}(r_*, t)$ і $T(r_*, t)$

$$\begin{cases} \frac{dH_{\varphi 1}(t)}{dt} - d_1 H_{\varphi 1}(t) - d_2 H_{\varphi 2}(t) = d_3 H_{\varphi 0}(t), \\ \frac{dH_{\varphi 2}(t)}{dt} - d_4 H_{\varphi 1}(t) - d_5 H_{\varphi 2}(t) = d_6 H_{\varphi 0}(t), \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} \frac{dT_1}{dt} + d_1^T T_1 + d_2^T T_2 = \frac{\kappa}{\lambda} \int_0^R Q(r_*, t) r_* dr_*, \\ \frac{dT_2}{dt} + d_3^T T_1 + d_4^T T_2 = \frac{\kappa}{\lambda} \int_0^R Q(r_*, t) r_*^2 dr_*. \end{cases} \quad (15)$$

Системи рівнянь (14), (15) розв’язуємо за нульових початкових умов на інтегральні характеристики $H_{\varphi s}(t)$ і $T_s(t)$ згідно умов (4), (9).

Тут коефіцієнти $d_{1\pm 6}$, $d_{1\pm 4}^T$ визначаємо через радіус R кулі та фізичні характеристики її матеріалу. Розв'язки задач Коші (14), (15) знаходимо з використанням інтегрального перетворення Лапласа за часом і записуємо у вигляді згорток функцій, що описують задані крайові умови та однорідні розв'язки.

Отримано вирази азимутальної компоненти $H_\varphi(r_*, t)$ вектора \vec{H}

$$H_\varphi(r_*, t) = \sum_{i=0}^2 \left\{ \sum_{s=1}^2 a_{is} \int_0^t A_s(k) H_{0\varphi}(\tau) e^{p_k(t-\tau)} d\tau + a_{i3} H_{0\varphi}(t) \right\} r_*^i, \quad (16)$$

і температури

$$T(r_*, t) = \sum_{k=0}^2 \sum_{s=1}^2 \left(b_{ks} \int_0^t [B_{s1}(m) W_1^Q(\tau) + B_{s2}(m) W_2^Q(\tau)] e^{p_m(t-\tau)} d\tau \right) r_*^k. \quad (17)$$

Тут $W_s^Q(t) = \frac{\kappa}{\lambda} \int_0^R Q(r_*, t) r_*^s dr_*$, ($s = 1, 2$); a_{is} , $A_s(k)$, b_{ks} , $B_{sj}(m)$, ($s, j = 1, 2$) – вирази, які залежать від радіуса кулі і коренів p_k , p_m відповідних характеристичних рівнянь, що відповідають розв'язкам задач Коші (14), (15) для визначення функцій $H_\varphi^{(n)}$ і $T^{(n)}$.

Числовий аналіз температурного поля суцільної кулі

Приведемо результати числових досліджень тепла Джоуля Q і температури T у суцільній неферромагнітній кулі радіуса $R = 0,01$ м, виготовленій з нержавіючої сталі Х18Н9Т. Короткочасний індукційний нагрів кулі здійснювався в неусталеному режимі зміни в часі ЕМП, створюваного генератором високочастотних електромагнітних коливань з несучою частотою ω [1]. Таку електромагнітну дію математично описали виразом функції $H_{0\varphi}(t)$, яка характеризує зміну в часі азимутальної компоненти $H_\varphi(r, t)$ вектора \vec{H} на поверхні $r = R$ кулі, у вигляді

$$H_{0\varphi}(t) = k H_0 (\exp(-\beta_1 t) - \exp(-\beta_2 t)) \cos \omega t.$$

Тут H_0 - амплітуда синусоїдальних несучих електромагнітних коливань частоти ω ; β_1 , β_2 - параметри, що характеризують часи фронтів наростання і спадання імпульсного сигналу $\varphi(t) = \exp(-\beta_1 t) - \exp(-\beta_2 t)$, що модулює несучі електромагнітні коливання. Час тривалості розглядуваної електромагнітної дії t_i приймався рівним $t_i = 10^{-4}$ с; $t_i = 10^{-2}$ с; $t_i = 1$ с; $t_i = 10$ с; $t_i = 100$ с.

Для наочної інтерпретації на рис. 1, 2 показано зміну в часі величин Q , T за частоти несучого сигналу $\omega = 6,28 \cdot 10^5$ 1/с (поза околom резонансних частот $\omega_{рез, k}$, де k - порядок резонансної частоти) для тривалості електромагнітної дії $t_i = 10^{-4}$ с. За такої тривалості відбувається 10 періодів $f = 2\pi/\omega$ електромагнітних коливань даної частоти.

Лінії 1, 2 на цих рисунках відповідають значенням радіальної координати $r = R$ і $0,5 R$. Отримано, що тепло Джоуля Q і температура T досягають своїх максимальних значень на поверхні кулі $r = R$ відповідно в моменти часу $t \approx 0,1 t_i$ і $t \approx 0,5 t_i$.

Встановлено, що характер розподілу цих фізичних величин близький до приповерхневого.

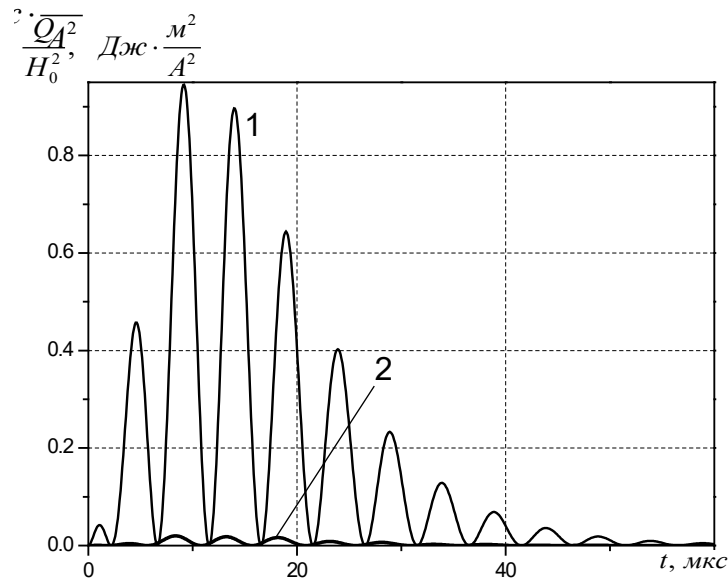


Рис. 1. Зміна в часі тепла Джоуля в суцільній кулі при $\omega = 6,28 \cdot 10^5$ 1/с

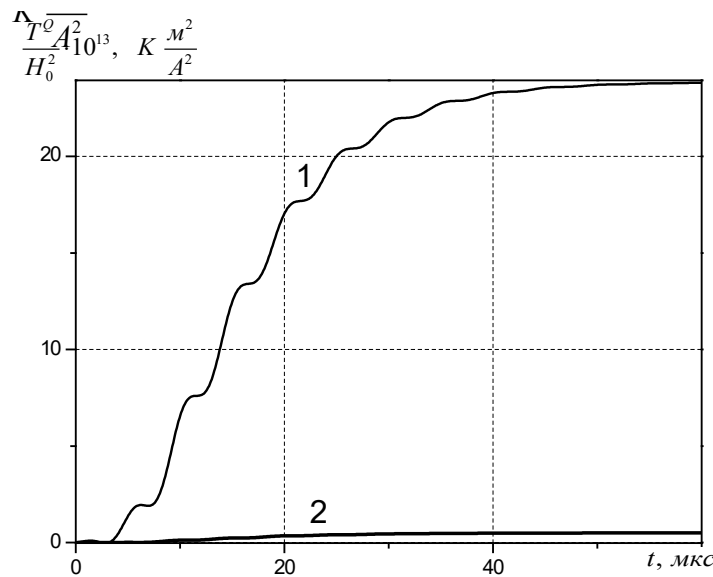


Рис. 2. Зміна в часі температури T в суцільній кулі при $\omega = 6,28 \cdot 10^5$ 1/с

На рис. 3, 4 зображено зміну в часі тепла Джоуля Q і температури T за індукційного нагріву з частотою, рівною першій резонансній частоті ЕМП [3, 4] $\omega_{рез,1} = 1,255 \cdot 10^6$ 1/с для розглядуваної кулі. За такої частоти при $t_i = 10^{-4}$ с відбувається 20 періодів електромагнітних коливань.

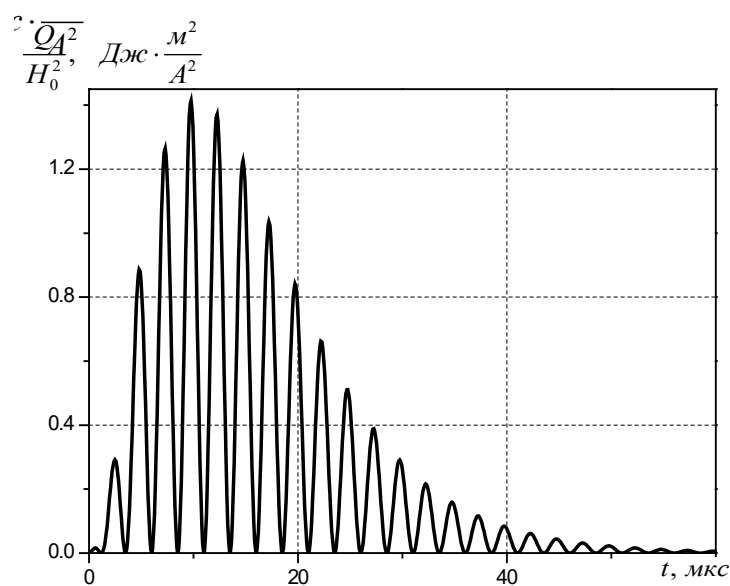


Рис. 3. Зміна в часі тепла Джоуля в суцільній кулі при $\omega_{рез,1} = 1,255 \cdot 10^6$ 1/с

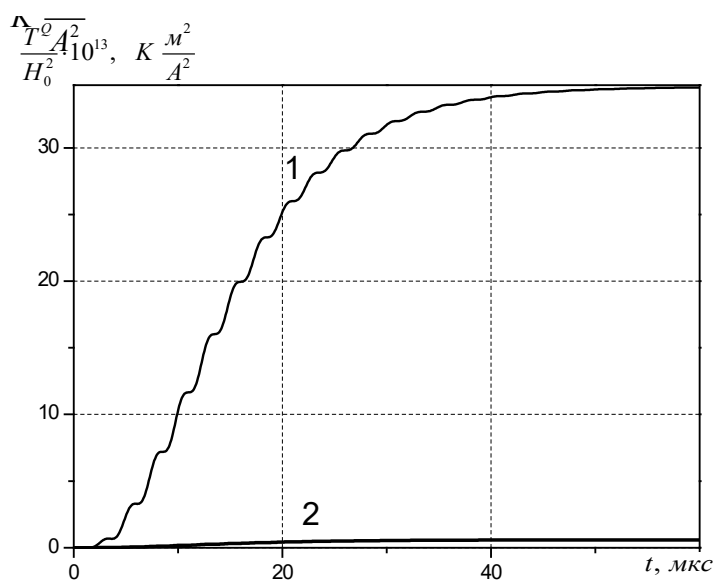


Рис. 4. Зміна в часі температури T в суцільній кулі при $\omega_{рез,1} = 1,255 \cdot 10^6$ 1/с

Оскільки у технологічному процесі індукційного нагріву переважно використовують більші тривалості електромагнітної дії, то для таких тривалостей максимальні значення температури нагріву T_{max} за різних значень величини H_0 і частот $\omega = 6,28 \cdot 10^5$ 1/с і $\omega_{рез,1} = 1,255 \cdot 10^6$ 1/с наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

t_i, c	$H_0, A/m$	T_{max}, K	
		$\omega = 6,28 \cdot 10^5 1/c$	$\omega_{рез,1} = 1,255 \cdot 10^6 1/c$
1	10^2	$2.5 \cdot 10^{-4}$	$3.5 \cdot 10^{-4}$
	10^3	$2.5 \cdot 10^{-2}$	$3.5 \cdot 10^{-2}$
	10^4	2.5	3.5
	10^5	250	350
10	10^2	$2.5 \cdot 10^{-3}$	$3.5 \cdot 10^{-3}$
	10^3	$2.5 \cdot 10^{-1}$	$3.5 \cdot 10^{-1}$
	10^4	25	35
	10^5	2500	3500
100	10^2	$2.5 \cdot 10^{-2}$	$3.5 \cdot 10^{-2}$
	10^3	2.5	3.5
	10^4	250	350
	10^5	2500	3500

Висновки

За короткочасного індукційного нагріву суцільної електропровідної кулі максимальні значення температури T_{max} досягаються на її поверхні. Розподіл температури по радіальній змінній має характер, близький до приповерхневого. За вибраної тривалості електромагнітної дії температура кулі з ростом величини напруженості магнітного поля H_0 (амплітуди електромагнітних коливань), зростає за квадратичним законом. При величинах $H_0 \geq 10^4 A/m$ значення T_{max} можуть досягати величини, що близька до температури плавлення матеріалу кулі.

Отримані закономірності зміни T_{max} залежно від амплітудно-частотних характеристик індукційного нагріву в неусталеному режимі можуть бути теоретичною базою для прогнозування раціональних режимів технології індукційної термообробки кульових електропровідних клапанів.

Список використаної літератури

1. Слухоцкий А.Е., Немков В.С., Павлов Н.А., Бамунер А.В. Установки индукционного нагрева. Ленинград: Энергоиздат, 1981. 325 с.
2. Сухоруков В.В. Математическое моделирование электромагнитных полей в проводящих телах. Москва: Энергия, 1975. 150 с.
3. Подстригач Я.С., Бурак Я.И., Гачкевич А.Р., Чернявская Л.В. Термоупругость электропроводных тел. Киев: Наукова думка, 1977. 248 с.
4. Гачкевич О.Р., Мусій Р.С., Тарлаковський Д.В. Термомеханіка неферромагнітних електропровідних тіл за дії імпульсних електромагнітних полів з модуляцією амплітуди. Львів: «СПОЛОМ», 2011. 216 с.
5. Nachkevych O., Musij R. Mathematical modeling in thermomechanics of electroconductive bodies under the action of the pulsed electromagnetic fields with modulation of amplitude. *Mathematical Modeling and Computing*. 2019. 6(1), P.30–36.

References

1. Sluhotskiy, A.E., Nemkov, V.S., Pavlov, N.A., & Bamuner, A.V. (1981). Ustanovki induktsionnogo nagreva. Leningrad: Energoizdat.
2. Suhorukov, V.V. (1975). Matematicheskoe modelirovanie elektromagnitnykh poley v provodyaschikh telakh. Moskva: Energiya.
3. Podstrigach, Ya.S., Burak, Ya.I., Gachkevich, A.R., & Chernyavskaya, L.V. (1977). Termouprugost elektroprovodnykh tel. Kiev: Naukova dumka.
4. Gachkevich, O.R., Musiy, R.S., & Tarlakovskiy, D.V. (2011). Termomehanika neferomagnitnykh elektroprovodnykh til za dlyi impulsnykh elektromagnitnykh poliv z modulyatsieyu amplitudi. Lviv: «SPOLOM».
5. Hachkevych, O., & Musij, R. (2019). Mathematical modeling in thermomechanics of electroconductive bodies under the action of the pulsed electromagnetic fields with modulation of amplitude. *Mathematical Modeling and Computing*. **6** (1), 30–36.

Мусій Роман Степанович – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри вищої математики Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: roman.s.musii@lpnu.ua, ORCID: 0000-0002-7169-2206.

Мельник Наталія Богданівна - к. ф.-м. н., доцент, доцент кафедри програмного забезпечення Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: nataliia.b.melnyk@lpnu.ua, ORCID: 0000-0003-2337-2395.

Наконечний Адріан Йосифович - д.т.н., професор, завідувач кафедри комп'ютеризованих систем автоматики Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: adrian.y.nakonechnyi@lpnu.ua, ORCID: 0000-0002-1873-6337.

Гошко Любомир Васильович – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри вищої математики Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: liubomyr.v.hoshko@lpnu.ua, ORCID: 0000-0002-3941-8995.

Бандирський Богдан Йосипович – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри прикладної математики Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: bohdan.y.bandyrskiy@lpnu.ua, ORCID: 0000-0002-0042-8539.

УДК 539.3

О.М. СЕРІКОВА

Національний університет цивільного захисту України

О.О. СТРЕЛЬНИКОВА, В.І. ГНІТЬКО

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України

А.М. ТОНКОНОЖЕНКО

Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М.К. Янгеля»

Л.А. ПІСНЯ

Науково-дослідна установа «Український науково-дослідний інститут екологічних проблем»,

НЕЙТРАЛІЗАЦІЯ СТАТИЧНОЇ ЕЛЕКТРИКИ В СИСТЕМАХ ЗБЕРІГАННЯ НАФТИ ШЛЯХОМ ЗАСТОСУВАННЯ НАНОКОМПОЗИТІВ ІЗ СИСТЕМАМИ ВУГЛЕЦЕВИХ ВОЛОКНИСТИХ ВКЛЮЧЕНЬ

Найважливішою на сьогоднішній день залишається проблема забезпечення надійності експлуатації та безаварійності роботи систем зберігання нафти. Однією з основних причин виникнення вибухів і пожеж в нафтоосховищах (резервуарах) є заряди статичної електрики, що утворюються в трубопроводі в процесі транспортування нафти. В результаті вносяться разом з нафтою в резервуар електростатичні заряди, що створюють електричне поле і, відповідно, умови для виникнення іскрового пробоя газового простору над поверхнею нафти. Розряди статичної електрики в легкозаймистих середовищах можуть ставати причиною вибухів і пожеж. Важливим є створення нового гібридного нанокompозиту, що ефективно екранує від електромагнітних полів, має високу електропровідність та є механічно міцним. В роботі досліджено властивості композитів та нанокompозитів із невпорядкованими та впорядкованими системами вуглецевих волокнистих включень, що можуть використовуватись для нейтралізації статичних електричних зарядів, які виникають в нафтоосховищах та можуть призвести до виникнення надзвичайних ситуацій. Досліджено серію нанокompозитних матеріалів на основі епоксидної матриці з вуглецевими наповнювачами різного способу розміщення. За допомогою програмного комплексу знайдено і досліджено залежність міцнісних характеристик нанокompозитного матеріалу від способу розміщення вуглецевих нанонаповнювачів, а також рівня заповнення матриці включеннями. Встановлено, що застосування наповнювача у вигляді вуглецевих волокон демонструє зростання міцнісних характеристик матеріалу в напрямку волокон. Повне структуроване впорядкування нановолокон ще більше підвищує міцнісні властивості в головному напрямку розташування волокон, однак несуттєво знижує міцнісні характеристики в двох інших напрямках. Результати досліджень доводять, що застосування вуглецевих нановолокон для створення якісного нанокompозиту є доцільним та його можливо використовувати для нейтралізації статичних електричних зарядів, які виникають в нафтоосховищах та можуть призвести до виникнення надзвичайних ситуацій.

Ключові слова: надзвичайна ситуація, екологічна безпека, техногенний об'єкт, резервуари, нафтоосховище, нанокompозит, вуглецеві волокнисті включення.

Е.Н. СЕРИКОВА

Национальный университет гражданской защиты Украины

Е.А. СТРЕЛЬНИКОВА, В.И. ГНИТЬКО

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины

А.М. ТОНКОНОЖЕНКО

Государственное предприятие Конструкторское бюро «Южное» им. М.К. Янгеля

НЕЙТРАЛИЗАЦИЯ СТАТИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРИЧЕСТВА В СИСТЕМАХ ХРАНЕНИЯ НЕФТИ ПУТЕМ ПРИМЕНЕНИЯ НАНОКОМПОЗИТОВ С СИСТЕМАМИ УГЛЕРОДНЫХ ВОЛОКНИСТЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ

Важнейшей на сегодняшний день остается проблема обеспечения надежности эксплуатации и безаварийности работы систем хранения нефти. Одной из основных причин возникновения взрывов и пожаров в нефтехранилищах (резервуарах) являются заряды статического электричества, образующиеся в трубопроводе в процессе транспортировки нефти. В результате вносятся вместе с нефтью в резервуар электростатические заряды, создающие электрическое поле и, соответственно, условия для возникновения искрового пробоя газового пространства над поверхностью нефти. Разряды статического электричества в легковоспламеняющихся средах могут становиться причиной взрывов и пожаров. Важным является создание нового гибридного нанокompозита, который эффективно экранирует от электромагнитных полей, имеет высокую электропроводность и является механически прочным. В работе исследованы

свойства композитов и нанокompозитов с неупорядоченными и упорядоченными системами углеродных волокнистых включений, которые могут использоваться для нейтрализации статических электрических зарядов, которые возникают в нефтехранилищах и могут привести к возникновению чрезвычайных ситуаций. Исследована серия нанокompозитных материалов на основе эпоксидной матрицы с углеродными наполнителями различного способа размещения. С помощью программного комплекса найдена и исследована зависимость прочностных характеристик нанокompозитного материала от способа размещения углеродных нанонаполнителей, а также уровня заполнения матрицы включениями. Установлено, что применение наполнителя в виде углеродных волокон демонстрирует рост прочностных характеристик материала в направлении волокон. Полное структурированное упорядочение нановолокон еще более повышает прочностные свойства в главном направлении расположения волокон, однако несущественно снижает прочностные характеристики в двух других направлениях. Результаты исследований показывают, что применение углеродных нановолокон для создания качественного нанокompозита целесообразно и его можно использовать для нейтрализации статических электрических зарядов, которые возникают в нефтехранилищах и могут привести к возникновению чрезвычайных ситуаций.

Ключевые слова: чрезвычайная ситуация, экологическая безопасность, техногенный объект, резервуары, нефтехранилище, нанокompозит, углеродные волокнистые включения.

O.M. SIERIKOVA

National University of Civil Defence of Ukraine

O.O. STRELNIKOVA, V.I. GNITKO

A.M. Pidhorny Institute for Mechanical Engineering Problems NAS of Ukraine

A.M. TONKONOZHENKO

M.K. Yangel Yuzhnoye State Design Office

L.A. PISNIA

Ukrainian Scientific Research Institute of Ecological Problems

NEUTRALIZATION OF STATIC ELECTRICITY IN OIL STORAGE SYSTEMS THROUGH APPLICATION OF NANOCOMPOSITES WITH CARBON FIBER INCLUSIONS

The crucial issue today is to ensure the reliability of operation and trouble-free operation of oil storage systems. One of the main causes of explosions and fires in oil storage tanks (reservoirs) is the static electricity generated in the pipeline during the oil transportation. As a result, electrostatic charges introduced into the tank together with the oil, creating epy electric field and, respectively, the conditions for the spark breakdown of the gas space above the oil surface. Static electricity discharges in flammable environments could cause explosions and fires. It is important to create the new hybrid nanocomposite that effectively shields from electromagnetic fields, has high electrical conductivity and is mechanically strong. The paper treats the properties of composites and nanocomposites with disordered and ordered systems of carbon fiber inclusions, which could be used to neutralize static electric charges that occur in oil storage and could lead to emergencies. The series of nanocomposite materials based on epoxy matrix with carbon fillers of different placement methods has been studied. The dependence of the strength characteristics of the nanocomposite material on the method of placing carbon nanofillers, as well as the level of filling the matrix with inclusions has been found and investigated with the help of the software package. It has been established that the filler use in the form of carbon fibers demonstrates the growth of material strength characteristics in the direction of the fibers. Complete structured ordering of nanofibers further increases the strength properties in the main direction of the fibers location, but does not significantly reduce the strength characteristics in the other two directions. The results of research prove that the use of carbon nanofibers to create the high-quality nanocomposite is appropriate and could be used to neutralize static electric charges that occur in oil storage and could lead to emergencies.

Keywords: emergency, environmental safety, technogenic object, reservoirs, oil storage, nanocomposite, carbon fiber inclusions.

Постановка проблеми

Резервуари призначені для приймання, зберігання, відпуску, обліку нафти і нафтопродуктів і є відповідальними інженерними конструкціями. Елементи резервуарів в експлуатаційних умовах зазнають значних змін температурних режимів, підвищений тиск, вібрацію, сейсмічні навантаження [1–3], нерівномірні осідання, корозію. Найважливішою

на сьогоднішній день залишається проблема забезпечення надійності експлуатації та безаварійності роботи систем зберігання нафти. Однією з основних причин виникнення вибухів і пожеж в нафтосховищах (резервуарах) є заряди статичної електрики, що утворюються в трубопроводі в процесі транспортування нафти. В результаті вносяться разом з нафтою в резервуар електростатичні заряди, що створюють електричне поле і відповідно умови для виникнення іскрового пробою газового простору над поверхнею нафти. Питання виникнення статичної електрики вимагають ретельних досліджень і обґрунтування впровадження нових конструкцій і матеріалів при транспортуванні і зберіганні нафтопродуктів. Утворення електричних зарядів в нафтопродуктах при їх русі називається електризацією. Електричні заряди, які знаходяться в обсязі або на поверхні нафтопродуктів, називаються електростатичними. Найбільш сильно електризація проявляється при високих швидкостях транспортування по трубах. Значимість процесів накопичення електростатичних зарядів особливо велика, оскільки матеріалами що електризуються є легкозаймисті рідини. Розряди статичної електрики в легкозаймистих середовищах можуть ставати причиною вибухів і пожеж [4].

Існує велика небезпека розрядів статичної електрики і нанесення збитку в нафтовій та нафтопереробній галузях. Тому розробка заходів запобігання і усунення небезпечних проявів статичної електрики є досить актуальною проблемою. З урахуванням підвищення вимог до захисту від статичної електрики у виробництвах хімічної, нафтохімічної та нафтопереробної промисловості, а також з урахуванням зростання обсягу транспортування та зберігання нафти і нафтопродуктів виникає необхідність систематичного дослідження і розробки методів, що знижують інтенсивність електризації нафти і нафтопродуктів.

Як показує статистика і численні дослідні роботи можливе накопичення небезпечних кількостей електростатичних зарядів в резервуарах, що призводить до виникнення напруженості електричного поля, яка перевищує критичну величину 3 кВ / мм в результаті чого створюються умови для іскроутворення і, відповідно, вибуху і пожежі. Тому розробка принципово нових і більш ефективних способів нейтралізації електростатичних зарядів в потоці нафти є важливою науково-технічною задачею.

При оцінці масштабів можливих техногенних небезпек на нафтобазах та нафтосховищах були виділені основні сценарії розвитку аварій:

- найбільш небезпечні: вибух наземного резервуара з нафтою з подальшим займанням, пожежею і повним руйнуванням резервуара;
- найімовірніші: часткове руйнування насосного агрегату, локальні витіки з технологічного обладнання та трубопроводів.

При розвитку аварій за цими сценаріями, можливо займання нафти (нафтопродукту) і пожежа протоки. Основними вражаючими факторами перерахованих аварій є теплове випромінювання, дія ударної хвилі, потрапляння у відкрите полум'я, ураження осколками. При аваріях з найбільш важкими наслідками зони ураження (руйнування) можуть досягати декількох сотень метрів; розмір небезпечних зон при виникненні пожежі розлиття буде обмежений кількома десятками метрів від краю протоки. У разі реалізації розглянутих аварійних ситуацій можливе руйнування суміжного по проммайданчику обладнання. Ця обставина сприяє збільшенню площі зони ураження.

Виникнення статичної електрики може призвести до накопичення дуже великого заряду і, врешті-решт, до розряду у вигляді іскри, що в пожежонебезпечному і тим більше у вибухонебезпечному середовищі може бути причиною пожежі (вибуху), так як для займання вибухонебезпечної суміші парів легкозаймистих речовин з повітрям досить різниці потенціалів електростатичного заряду в 300-500 В [5].

Метою дослідження є підвищення екологічної безпеки систем зберігання нафти шляхом ефективною нейтралізації статичної електрики із застосуванням композитів та нанокompозитів із невпорядкованими та впорядкованими системами волокнистих включень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Компанія Hyperion Catalyst (Кембридж, США) удосконалила метод отримання нанотрубок і сьогодні 60% американських автомобілів оснащені бензопроводами, що містять вуглецеві нанотрубки. За рахунок своєї високої електропровідності вони нейтралізують статичні заряди, які можуть породити іскру в бензопроводі. Сьогодні нанотрубки активно впроваджують і в тару - наприклад в коробки для перевезення мікросхем. Вони оберігають електронні пристрої від механічних пошкоджень, знімають електростатичні заряди здатні зіпсувати чіпи [6].

Введення нанотрубок в якості наповнювача надає деяким композиційним матеріалам електропровідності та інших важливих властивостей. Електропровідні пластики можуть знайти найширше застосування в аерокосмічній техніці, наприклад в якості сигнальних дротів, пристроїв захисту від розрядів статичної електрики, для створення різноманітних приводів і гнучких електричних схем. Так звані багатофункціональні полімерні матеріали можуть бути використані при виготовленні ракетних двигунів, динамічних в просторі конструкцій, а також при виробництві багатьох стандартних предметів армійського обладнання (наприклад, резервуарів, шин тощо) [7].

В останні роки вдосконалені композити на полімерній основі або нанокompозити є переважними структурними складовими для літальних апаратів завдяки своїй невеликій вазі та порівняним механічним властивостям, але такі композиційні системи не забезпечують низького опору для потоку заряду і згодом вразливі до впливу удару блискавки і опадів [8].

Поява нанотехнологій у галузі полімерних композитів продемонструвала здатність обходити поширеність такого статичного накопичення заряду і одночасно забезпечує синергетичну особливість полімеру та нанокompозиту [9]. Хоча полімери мають природні ізоляційні властивості, але різні наноаповнювачі, такі як сажа, вуглецеве волокно, 1-н тетрадецил-3-метилімідазоліумбромід, металеві частинки та нановолокна, такі як поліанілін [8], продемонстрували значне збільшення провідності що перевищує поріг ізоляції. Хоча детальна оцінка композиційних або нанокompозитних матеріалів для аерокосмічних досліджень широко використовувалась [8], але використання таких матеріалів для обходу явища статичного заряду в структурно-космічному застосуванні було найменш досліджено у формі огляду.

В роботі Ваг та Silverman [10] показано використання різних наночастинок та його дослідження для різних авіонічних застосувань. У контексті зменшення статичного заряду в авіонічному композиті вбудовані наповнювачі в полімері іноді називають антистатичними агентами і, в основному, класифікують на основі їх модельного складу та хімічної структури [8]. Pionteck та Wuруch продемонстрували, що антистатичні агенти в режимі їх застосування можуть бути відчужені на внутрішні та зовнішні антистатичні агенти, де зовнішні нанесені фрагменти є поверхнево-активними іонними або неоніонними, тоді як внутрішньо активні агенти використовуються для розвитку провідних шляхів у полімерних матеріалах за допомогою армування [8].

Вуглецеві антистатичні агенти, такі як графен, вуглецеві нанотрубки (багатостінні вуглецеві нанотрубки та одностінні вуглецеві нанотрубки), вуглецеві нановолокна та оксид графена широко застосовуються для зменшення накопичення статичного заряду на полімерній поверхні [11].

Інші автори [8] продемонстрували, що відстань зазору між частинками відіграє суттєву роль у кінцевій об'ємній провідності зразка. Повідомляється, що збільшення концентрації наповнювача зменшує відстань між частинками заповнювача, що, в свою чергу, збільшує щільність зшивання, а це призводить до збільшення композитної провідності [8].

Відоме використання як екрануючих матеріалів електропровідних покриттів на полімерах або інших діелектриках. Однак, вони можуть відшаровуватися або

розтріскуватися при навантаженнях. Ця проблема може бути вирішена при використанні нанокомпозитів полімерів з електропровідними наповнювачами [12]. Разом з тим, у випадку мікронорозмірних наповнювачів (металеві та вуглецеві волокна і частки, сажа тощо) для досягнення достатньої електропровідності композиту потрібно використовувати високі наповнення до 16 об.% [12]. Як наслідок, при цьому погіршуються механічні характеристики матеріалу. Для розв'язання цієї проблеми запропоновано нанорозмірні електропровідні наповнювачі, наприклад вуглецеві нанотрубки, що забезпечують високу провідність і міцність матеріалу навіть при низькому вмісті вуглецевих нанотрубок [13].

Важливим є створення нового гібридного нанокомпозиту, що ефективно екранує від електромагнітних полів у широкому частотному діапазоні 10 МГц - 20 ГГц, має високу електропровідність та є механічно міцним. Тому в роботі досліджено властивості композитів та нанокомпозитів із невпорядкованими та впорядкованими системами вуглецевих волокнистих включень, що можуть використовуватись для нейтралізації статичних електричних зарядів, які виникають в нафтохранилищах та можуть призвести до виникнення надзвичайних ситуацій [13].

Викладення основного матеріалу дослідження

Метод скінченних елементів при дослідженні композитів та нанокомпозитів із невпорядкованими та впорядкованими системами включень

Розроблені в [14] математичні та розрахункові моделі на основі МСЕ дозволяють проводити аналіз наноматеріалів із сферичними суцільними або порожнистими включеннями, а також з короткими нановолокнами та нанотрубками.

Досліджено серію нанокомпозитних матеріалів на основі епоксидної матриці з вуглецевими наповнювачами різного засобу розміщення. За допомогою програмного комплексу знайдено і досліджено залежність міцнісних характеристик нанокомпозитного матеріалу від способу розміщення вуглецевих наноаповнювачів, а також рівня заповнення матриці включеннями.

Вважалось, що матриця нанокомпозиту зі затверділої епоксидної смоли має такі анізотропні властивості: густина $\rho_M = 1160 \text{ кг/м}^3$, модуль пружності $E_M = 3,78 \text{ ГПа}$, коефіцієнт Пуассона $\nu_M = 0,35$.

Як матеріал включення, розглянуті вуглецеві наповнювачі з ортотропними властивостями: густина 1800 кг/м^3 , модуль пружності в напрямку OX, $E_1 = 290 \text{ ГПа}$, модуль пружності в напрямку OY, $E_2 = 23 \text{ ГПа}$, модуль пружності в напрямку OZ, $E_3 = 23 \text{ ГПа}$, коефіцієнт Пуассона XY, $\nu_{12} = 0,2$, коефіцієнт Пуассона YZ, $\nu_{23} = 0,4$, коефіцієнт Пуассона XZ, $\nu_{13} = 0,2$, модуль зсуву XY, $G_1 = 9 \text{ ГПа}$, модуль зсуву YZ, $G_2 = 214 \text{ ГПа}$, модуль зсуву XZ, $G_3 = 9 \text{ ГПа}$.

В результаті проведених розрахункових досліджень з використанням методу, розробленого в [15,16] з'ясовані механічні характеристики нових нанокомпозитних матеріалів.

Невпорядковані волокнисті включення

Аналогічно дослідженню матриць з циліндричними включеннями, виконаний аналіз нанокомпозитів з наповнювачем у вигляді частково впорядкованих повздовжніх вуглецевих волокон. Вуглецеві нановолокна розташовані вздовж всієї довжини матриці, мають діаметр 1нм, й максимально допустиме відхилення від головної осі складає 10 градусів. Проаналізовано об'ємну частку включень від 0,025 до 0,25. Розрахункові моделі нанокомпозиту з об'ємною часткою включень, що дорівнює 0,2, подані на рис. 1.

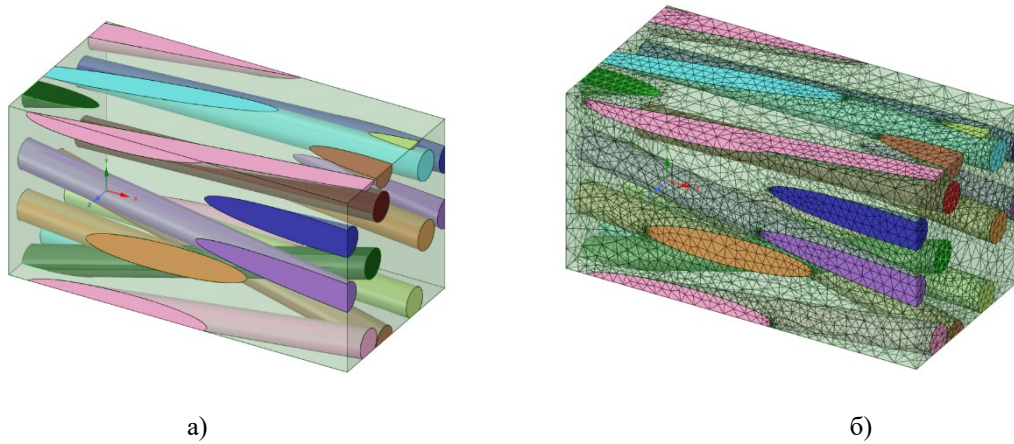


Рис. 1. Представницька комірка (а) і скінченно-елементна (б) модель наноматеріалу з волокнистими частково впорядкованими включеннями

Результати розрахунків подані в таблиці 1, вивчались волокнисті вуглецеві включення однакового розміру й ортотропними властивостями матеріалу.

Таблиця 1. Механічні властивості нанокомпозиту з волокнистими включеннями

Об'ємна частка	0.0259	0.0504	0.0764	0.1002	0.1261	0.1510	0.1791	0.2039	0.2294	0.2525
E_1 , МПа	7815,8	14788	22541	30985	35518	39187	40591	40471	50946	58330
E_2 , МПа	4205,3	4419,4	4621	4780,1	4934,2	5106,1	5378,5	5568,8	5753,8	6301,5
E_3 , МПа	4090,2	4397,9	4589	4791,8	5027,8	5160,1	5398,8	5511,3	5723,5	6012,1
G_{12} , МПа	1483,7	1524,9	1675	1636,7	1870,3	1815,5	1915	1959	2200,6	2385,2
G_{23} , МПа	1447,2	1490,8	1544	1584,5	1629,8	1689,3	1761,7	1814,7	1885,8	1911,8
G_{31} , МПа	1686,4	1576,8	1601	1654,8	1794,2	1838,1	2246,9	2477,5	2340,9	2113,5
ν_{12}	0,3220	0,3382	0,3242	0,3384	0,3900	0,3596	0,3160	0,2549	0,3242	0,3707
ν_{13}	0,4032	0,3623	0,3451	0,3377	0,3218	0,3333	0,4448	0,5065	0,4638	0,3199
ν_{23}	0,4333	0,4775	0,4885	0,4979	0,4876	0,4909	0,4783	0,4785	0,4779	0,4785
Густина	1176	1192	1211	1224	1240	1256	1274	1290	1306	1321

З'ясовано, що застосування включень у вигляді вуглецевих нановолокон демонструє зростання міцнісних характеристик матеріалу в напрямку волокон. За однакову об'ємну частку включень, зміцнення матеріалу волокнами виявилось більш ніж в 10 разів ефективнішим в порівнянні зі зміцненням циліндричними або сферичними включеннями з того ж матеріалу. Крім значного зміцнення, яке характеризується модулем E_1 , відбулося також зміцнення і в інших напрямках, близьке за рівнем у порівнянні з іншими видами включень.

Впорядковані волокнисті включення

Досліджені матриці з наповнювачем у вигляді повздовжніх та впорядкованих за схемою діаманта вуглецевих волокон. Вуглецеві нановолокна розташовані вздовж всієї довжини матриці, мають діаметр 1нм, напрямок волокон співпадає з напрямком однієї з осей координат. Проаналізовано об'ємну долю включень від 0,025 до 0,25. Розрахункові моделі нанокомпозиту з об'ємною часткою включень, рівної 0,2, подані на рис. 2 [17].

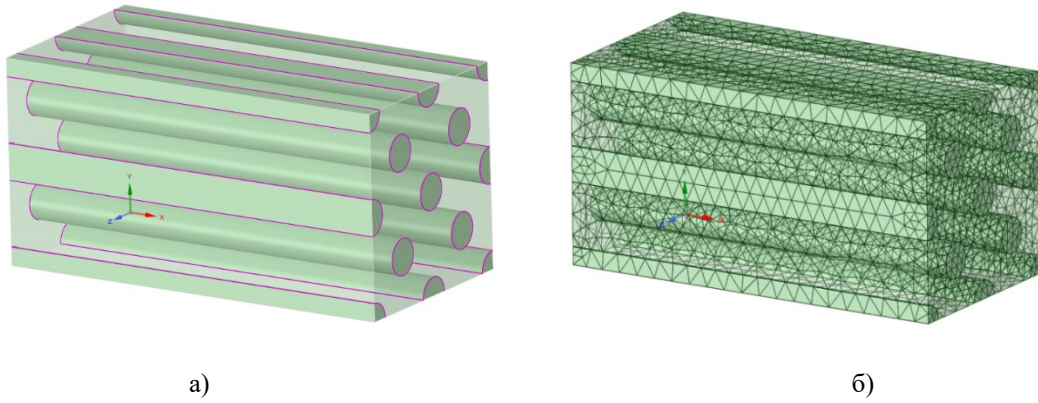


Рис. 2. Представницька комірка (а) і скінченно-елементна (б) модель наноматеріалу з впорядкованими волокнистими включеннями.

Результати дослідження надані в таблиці 2, розрахунки проведено для волокнистих вуглецевих включень однакового розміру, з ортотропними властивостями матеріалу.

Таблиця 2. Механічні властивості нанокомпозиту з волокнистими включеннями

Об'ємна частка	0,025	0,05	0,075	0,1	0,125	0,15	0,175	0,2	0,225	0,25
E_1 , МПа	10935	18095	25252	32404	39561	46719	53875	61033	68190	75347
E_2 , МПа	4228,8	4429,3	4589,9	4739,1	4883,3	5026,3	5169,8	5316,2	5466,5	5621,4
E_3 , МПа	4228,8	4429,3	4589,9	4739,1	4883,3	5026,3	5169,8	5316,2	5466,5	5621,4
G_{12} , МПа	1452,3	1506,5	1562,8	1621,4	1682,3	1745,6	1811,5	1880,3	1952,2	2027,5
G_{23} , МПа	1444,9	1492,8	1544,4	1600,6	1660,5	1724,6	1793	1866,6	1945,9	2030,7
G_{31} , МПа	1452,3	1506,5	1562,8	1621,4	1682,3	1745,6	1811,5	1880,3	1952,2	2027,5
ν_{12}	0,3454	0,341	0,3365	0,3328	0,3278	0,3255	0,3193	0,3151	0,3109	0,3068
ν_{13}	0,3454	0,341	0,3365	0,3321	0,3278	0,3235	0,3193	0,3150	0,3109	0,3068
ν_{23}	0,4649	0,490	0,5004	0,5057	0,5089	0,5110	0,512	0,513	0,5146	0,515
Густина	1,176	1,192	1,208	1,224	1,24	1,256	1,272	1,288	1,304	1,32

Як і в попередньому випадку, застосування наповнювача у вигляді вуглецевих волокон демонструє зростання міцнісних характеристик матеріалу в напрямку волокон. У порівнянні з частково впорядкованими волокнами, повне структуроване впорядкування ще більше підвищило міцнісні властивості в головному напрямку розташування волокон, різниця склала більше 29%, однак знизило міцнісні характеристики в двох інших напрямках на 6-12%. Таким чином, застосування вуглецевих нановолокон дозволяє створити якісний нанокомпозит, що має виражені ортотропні властивості.

Висновки

Встановлено, що застосування наповнювача у вигляді вуглецевих волокон демонструє зростання міцнісних характеристик матеріалу в напрямку волокон. Повне структуроване впорядкування нановолокон ще більше підвищує міцнісні властивості в головному напрямку розташування волокон, однак несуттєво знижує міцнісні характеристики в двох інших напрямках. Результати досліджень доводять, що застосування вуглецевих нановолокон для створення якісного нанокомпозиту є доцільним, і його можливо використовувати для нейтралізації статичних електричних зарядів, які виникають в нафтоховищах та можуть призвести до виникнення надзвичайних ситуацій.

Список використаної літератури

1. Серікова О. М., Стрельнікова О. О. Вплив резервуарів для збереження отруйних та легкозаймистих рідин на навколишнє середовище. *Сучасні технології у промисловому виробництві: матеріали та програма VII Всеукраїнської науково-технічної конференції* (м. Суми, 21-24 квіт. 2020 р.). Суми, 2020. С. 238–239.
2. Серікова О. М., Стрельнікова О. О., Пісня Л. А., Крютченко Д. В. Дослідження впливу пікових амплітуд сейсмічного прискорення при землетрусі на техногенні об'єкти. *Екологічна безпека: проблеми і шляхи вирішення: зб. наук. статей XVI Міжнародної науково-практичної конференції УКРНДІЕП* (м. Харків, 14-18 вер. 2020 р.). Харків, 2020. С. 221–223.
3. Серікова О. М., Стрельнікова О. О., Пісня Л. А., Крютченко Д. В. Вплив сейсмічних навантажень на резервуари для збереження отруйних та легкозаймистих рідин. *Екологічна безпека: проблеми і шляхи вирішення: зб. наук. статей XVI Міжнародної науково-практичної конференції УКРНДІЕП* (м. Харків, 14-18 вер. 2020 р.). Харків, 2020. С. 217–220.
4. Бобровский С. Л., Яковлев Е. И. Защита от статического электричества в нефтяной промышленности. М. : Недра, 1983. 160 с.
5. Баскаков И. Э., Салтымаков М. С. Исследование пожаровзрывобезопасности при хранении нефтепродуктов. *Проблемы геологии и освоения недр : труды XX Международного симпозиума имени академика М. А. Усова студентов и молодых ученых, посвященного 120-летию со дня основания Томского политехнического университета. Т. 2* (Томск, 4-8 апр. 2016 г.). Томск, 2016. С. 887–889.
6. Сухно И. В., Бузько В. Ю. Углеродные нанотрубки. Часть 1. Высокотехнологичные приложения. Краснодар : КубГУ, 2008. 55 с.
7. Альтман Ю. Военные нанотехнологии. Возможности применения и превентивного контроля вооружений. Техносфера /под ред. Андриевского Р. А. Москва, 2008. 2-е изд. 424с.
8. Yadav R., Tirumali M., Wang X., Naebe M, Kandasubramanian B. Polymer composite for antistatic application in aerospace. *Defence Technology*. 2020. Vol.16., Issue 1. P. 107–118. DOI: 10.1016/j.dt.2019.04.008
9. Pramanik S., Hazarika J., Kumar A., Karak N. Castor oil based hyperbranched poly (ester amide) polyaniline nanofiber nanocomposites as antistatic materials. *Ind Eng Chem Res*. 2013. 52 (16). P. 5700–5707.
10. Baur J., Silverman E. Challenges and Opportunities in multifunctional nanocomposite structures for aerospace applications. *MRS Bull*. 2007. **32**. P. 28–34.
11. Huang J. C. Carbon black filled conducting polymers and polymer blends. *Adv Polym Technol: J Polym Proc Inst*. 2002. **21**. P. 299–313.
12. Ravati S., Favis B. D. Low percolation threshold conductive device derived from a fivecomponent polymer blend. *Polymer*. 2010. V. 51. P. 3669–3684.
13. Гібридний електропровідний плівковий нанокompозит для електромагнітного та електростатичного захисту: пат. 99185 Україна: Н05К 9/00, МПК (2015.01). № u 2014 12311, заяв. 17.11.2014; опубл. 25.05.2015, Бюл. № 10. 5 с.
14. Дегтярьов К. Г. , Гнітько В. І., Стрельнікова О. О., Тонконоженко А. М. Розрахункові моделі для аналізу механічних властивостей тривимірних нанокompозитів на основі методів скінчених та граничних елементів. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2018. № 2. С. 43-54.
15. Karaiev A., Strelnikova E., Axisymmetric polyharmonic spline approximation in the dual reciprocity method. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 101, p. e201800339. 2021. DOI: 10.1002/zamm.201800339.

16. Gnitko V., Degtyariv K., Karaiev A., Strelnikova E. Multi-domain boundary element method for axisymmetric problems in potential theory and linear isotropic elasticity. *WIT Transactions in Engineering Sciences. WIT Press: Southampton and Boston*. 2019. vol. 122. P. 13–25. DOI: 10.2495/BE410021.
17. Sierikova O., Koloskov V., Degtyarev K., Strelnikova O. The Deformable and Strength Characteristics of Nanocomposites Improving. *Materials Science Forum*. Trans Tech Publications Ltd, Switzerland. 2021. Vol. 1038. P. 144-153.

References

1. Serikova, O. M., & Strelnikova, O. O. (2020). Vpliv rezervuariv dlya zberezheniya otruynih ta legkozaymistih ridin na navkolishne seredovische. *Suchasni tehnologiyi u promislovomu virobnitstvi: materiali ta programa VII Vseukrayinskoji naukoivo-tehnicnoji konferentsiji*. (Sumi, 21-24 kvit. 2020), Sumi, pp. 238–239.
2. Serikova, O. M., Strelnikova, O. O., Pisnya, L. A., & Kryutchenko, D. V. (2020). Doslidzhennya vplivu pikovih amplitud seysmichnogo priskorennya pri zemletrusi na tehnogenni ob'ekti. *Ekologichna bezpeka: problemi i shlyahi virishennya: zb. nauk. statey XVI Mizhnarodnoji naukoivo-prakticnoji konferentsiji UKRNDIEP*. (Harkiv, 14-18 ver. 2020), Harkiv, pp. 221–223.
3. Serikova, O. M., Strelnikova, O. O., Pisnya, L. A., & Kryutchenko, D. V. (2020). Vpliv seysmichnih navantazhen na rezervuari dlya zberezheniya otruynih ta legkozaymistih ridin. *Ekologichna bezpeka: problemi i shlyahi virishennya: zb. nauk. statey XVI Mizhnarodnoji naukoivo-prakticnoji konferentsiji UKRNDIEP*. (Harkiv, 14-18 ver. 2020), Harkiv, pp. 217–220.
4. Bobrovskiy, S. L., & Yakovlev, E. I. (1983). *Zaschita ot staticheskogo elektrichestva v neftyanoy promyshlennosti*. M.: Nedra.
5. Baskakov, I. E., & Saltyimakov, M. S. (2016). Issledovanie pozharovzryivobezopasnosti pri hranenii nefteproduktov. *Problemy geologii i osvoeniya neдр : trudy XX Mezhdunarodnogo simpoziuma imeni akademika M. A. Usova studentov i molodyih uchenyih, posvyaschennogo 120-letiyu so dnya osnovaniya Tomskogo politehnicheskogo universiteta*. T. 2. (Tomsk, 4-8 apr. 2016 g.), Tomsk, pp 887–889.
6. Suhno, I. V., & Buzko, V. Yu. (2008). *Uglerodnyie nanotrubki. Chast 1. Vysokotehnologichnyie prilozheniya*. Krasnodar: KubGU.
7. Altman, Yu. (2008). *Voennyye nanotehnologii. Vozmozhnosti primeneniya i preventivnogo kontrolya vooruzheniy. Tehnosfera /pod red. Andrievskogo R.A. 2-e izd. Moskva*.
8. Yadav, R., Tirumali, M., Wang, X., & Naebe, M. (2020). Kandasubramanian B. Polymer composite for antistatic application in aerospace. *Defence Technology*. Vol.16., Issue 1, 107–118. DOI: 10.1016/j.dt.2019.04.008.
9. Pramanik, S., Hazarika, J., Kumar, A., & Karak, N. (2013). Castor oil based hyperbranched poly (ester amide) polyaniline nanofiber nanocomposites as antistatic materials. *Ind Eng Chem Res*. 52 (16), 5700–5707.
10. Baur, J., & Silverman, E. (2007). Challenges and Opportunities in multifunctional nanocomposite structures for aerospace applications. *MRS Bull*. 32, 28–34.
11. Huang J. C. (2002). Carbon black filled conducting polymers and polymer blends. *Adv Polym Technol: J Polym Proc Inst*. 21, 299–313.
12. Ravati, S., & Favis, B. D. (2010). Low percolation threshold conductive device derived from a fivecomponent polymer blend. *Polymer*. 51, 3669–3684.
13. Gibridniy elektroprovodniy plivkoviy nanokompozit dlya elektromagnitnogo ta elektrostatichnogo zahistu: pat. 99185 Ukrayina: H05K 9/00, MPK (2015.01). u 2014 12311, zayav. 17.11.2014; opubl. 25.05.2015, byul. 10. 5s.

14. Degtyarov, K. G., Gnitko, V. I., Strelnikova, O. O., & Tonkonozhenko, A. M. (2018). Rozrahunkovi modeli dlya analizu mehanichnih vlastivostey trivimIrnih nanokompozitiv na osnovi metodiv skinchenih ta granichnih elementiv. *Prikladni pitannya matematichnogo modelyuvannya*. **2**, 43–54.
15. Karaiev, A., & Strelnikova, E. (2021). Axisymmetric polyharmonic spline approximation in the dual reciprocity method. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 101, p. e201800339. DOI: 10.1002/zamm.201800339.
16. Gnitko, V., Degtyariov, K., Karaiev, A., & Strelnikova, E. (2019). Multi-domain boundary element method for axisymmetric problems in potential theory and linear isotropic elasticity. *WIT Transactions in Engineering Sciences*. WIT Press: Southampton and Boston. **122**, 13–25. DOI: 10.2495/BE410021
17. Sierikova, O., Koloskov, V., Degtyarev, K., & Strelnikova O. (2021). The Deformable and Strength Characteristics of Nanocomposites Improving. *Materials Science Forum*. Trans Tech Publications Ltd, Switzerland. **1038**, 144-153.

Серікова Олена Миколаївна – к.т.н., старший викладач кафедри прикладної механіки та технологій захисту навколишнього середовища Національного університету цивільного захисту України, e-mail: elena.kharkov13@gmail.com; ORCID: 0000-0003-0354-9720.

Стрельнікова Олена Олександрівна – д.т.н., професор, провідний науковий співробітник зі спеціальності механіка деформівного твердого тіла; Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України; e-mail: elena15@gmx.com; ORCID: 0000-0003-0707-7214.

Гнітько Василь Іванович – к.т.н., старший науковий співробітник; Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України; e-mail: gnitkovi@gmail.com; ORCID: 0000-0003-2475-5486.

Тонконоженко Анатолій Мстиславович – д.т.н., керівник сектору; Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М.К. Янгеля»; e-mail: stcu-yuzhnoye@freemail.dnpr.net ; ORCID: 0000-0002-4721-6345.

Пісня Леонід Андрійович – к.т.н., провідний науковий співробітник Лабораторії оцінки впливу на навколишнє середовище та екологічної експертизи; Науково-дослідна установа «Український науково-дослідний інститут екологічних проблем»; e-mail: leonid_pisnya@ukr.net; ORCID: 0000-0002-3603-9412.

УДК 539.3

О.В. ТУМАШОВА

Національний університет "Львівська політехніка"

ДЕЯКІ ПІДХОДИ ДО ДОСЛІДЖЕННЯ ДЕФОРМАЦІЇ ГНУЧКИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК

У даній роботі запропонований підхід до чисельного розв'язку двовимірних нелінійних крайових задач, який базується на застосуванні наближеного аналітичного методу Власова-Канторовича, методу лінеаризації одновимірних нелінійних крайових задач та чисельного методу дискретної ортогоналізації розв'язку лінійних крайових задач. Досліджується достовірність результатів розв'язку даного класу задач з метою апробації методу Власова-Канторовича. Запропонований підхід до чисельного розв'язку крайових задач, які описують геометрично нелінійну деформацію пологих циліндричних панелей при силових навантаженнях зі змінними параметрами. Досліджується вплив різних варіантів граничних умов на криволінійних краях панелі і розподілу навантаження вздовж напрямної на її деформацію. З метою апробації методу Власова-Канторовича на базі побудованого точного аналітичного розв'язку нелінійної крайової задачі проведемо співставлення розв'язку методом Власова-Канторовича задачі про деформацію колової нескінченно довгої циліндричної панелі сталої товщини в залежності від числа утримуваних членів ряду в розвиненні. Для цього розглянуто розв'язок задачі про деформацію колової нескінченно довгої циліндричної панелі сталої товщини, яка знаходиться під дією зовнішнього навантаження q вздовж напрямної u . Для порівняння результатів розв'язку задачі при застосуванні методу Власова-Канторовича, отриманих при різному числі членів ряду, що містяться в розвиненні, розглянуто деформацію гнучкої циліндричної панелі скінченних розмірів під дією зовнішнього навантаження q . Наведено таблиці залежності амплітудних значень для прогину w в центрі панелі, на основі нелінійної теорії, від навантаження за різних значень параметра q . Досліджено вплив граничних умов на криволінійних краях колової циліндричної панелі скінченних розмірів і сталої товщини h під дією поверхневого навантаження q . Наведено таблиці залежності амплітудних значень для прогину w в центрі панелі, на основі лінійної і нелінійної теорії, від навантаження за різних значень параметра q і для різних варіантів граничних умов. Наведено таблиці значень напружень на зовнішній і внутрішній поверхнях оболонки в геометрично нелінійній постановці.

Ключові слова: циліндрична панель, нелінійна крайова задача, деформація, граничні умови, поверхневе навантаження, прогин, метод Власова-Канторовича.

О.В. ТУМАШОВА

Национальный университет "Львовская политехника"

НЕКОТОРЫЕ ПОДХОДЫ К ИССЛЕДОВАНИЮ ДЕФОРМАЦИИ ГИБКИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

В данной работе предложен подход к численному решению двумерных нелинейных краевых задач, который базируется на применении приближенного аналитического метода Власова-Канторовича, метода линеаризации одномерных нелинейных краевых задач и численного метода дискретной ортогонализации решения линейных краевых задач. Исследуется достоверность результатов решения данного класса задач с целью апробации метода Власова-Канторовича. Предложен подход к численному решению краевых задач, которые описывают геометрически нелинейную деформацию пологих цилиндрических панелей при силовых нагрузках с переменными параметрами. Исследуется влияние разных вариантов граничных условий на криволинейных краях панели и распределения нагрузки вдоль направляющей на ее деформацию. С целью апробации метода Власова-Канторовича, на основе построенного точного аналитического решения нелинейной краевой задачи, проведено сопоставление решения методом Власова-Канторовича задачи о деформации круговой бесконечно длинной цилиндрической панели постоянной толщины в зависимости от числа членов ряда, содержащихся в разложении. Для этого рассмотрено решение задачи о деформации круговой длинной цилиндрической панели постоянной толщины, которая находится под действием внешней нагрузки q вдоль направляющей u . Для сравнения результатов решения задачи при применении метода Власова-Канторовича, полученных при разном числе членов ряда, содержащихся в разложении, рассмотрена деформация гибкой цилиндрической панели конечных размеров под действием внешней нагрузки q . Приведены таблицы зависимости амплитудных значений для прогиба w в центре панели, на

основе нелинейной теории, от нагрузки при разных значениях параметра q . Исследовано влияние граничных условий на криволинейных краях круговой цилиндрической панели конечных размеров и постоянной толщины h под действием поверхностной нагрузки q . Приведены таблицы зависимости амплитудных значений для прогиба w в центре панели, на основе линейной и нелинейной теории от нагрузки при разных значениях параметра q и для разных вариантов граничных условий. Приведены таблицы значений напряжений на внешней и внутренней поверхностях оболочки в геометрически нелинейной постановке.

Ключевые слова: цилиндрическая панель, нелинейная краевая задача, деформация, граничные условия, поверхностная нагрузка, прогиб, метод Власова-Канторовича.

O.V. TUMASHOVA
National University "Lvivska Politechnika"

SOME GOING IS NEAR RESEARCH OF DEFORMATION OF FLEXIBLE CYLINDRICAL SHELLS

In this work offered approach near the numeral decision of two-dimensional nonlinear regional tasks, that is based on application of close analytical by the Vlasov-Kantorovich method, method of linearization of unidimensional nonlinear regional tasks and numeral method of the discrete orthogonalizing of decision of linear regional tasks. Authenticity of results of decision of this class of tasks is investigated with the aim of approbation of the Vlasov-Kantorovich method. Offered approach near the numeral decision of regional tasks that describe geometrically nonlinear deformation of declivous cylindrical panels at the power loading with in-out parameters. Influence of different variants of maximum terms is investigated on the curvilinear edges of panel and partition of load along of sending to her deformation. With the aim of approbation of the Vlasov-Kantorovich method, on the base of the built exact analytical decision of nonlinear regional task will conduct comparison of decision the Vlasov-Kantorovich method of task about deformation of circular infinitely long cylindrical panel of permanent thickness depending on the number of the retained members of row in a time-table. For this purpose the decision of task is considered about deformation of circular infinitely long cylindrical panel of permanent thickness, that is under the action of the external loading of q along directing of y . For comparison of results of decision of task at application of the Vlasov-Kantorovich method, members of row, of retained in a time-table got at a different number deformation of flexible cylindrical panel of complete sizes is considered under the action of the external loading of q . Tables over of dependence of peak values are brought for bending of w in the center of panel, on the basis of nonlinear theory, from loading at the different values of parameter of q . Influence of maximum terms is investigational on the curvilinear edges of circular cylindrical panel of complete sizes and permanent thickness of h under the action of the superficial loading of q . Tables over of dependence are brought values for bending of w in the center of panel, on the basis of nonlinear theory, from loading at the different values of parameter of q . Influence of maximum terms is investigational on the curvilinear edges of колової cylindrical panel of complete sizes and permanent thickness of h under the action of the superficial loading of q . Tables over of dependence of peak values are brought for bending of w in the center of panel, on the basis of linear and nonlinear theory, from loading at the different values of parameter of q and for the different variants of maximum terms. The tables of parameter tensions are brought around to the external and internal surfaces of shell in the geometrically nonlinear raising.

Keywords: cylindrical panel, nonlinear regional task, deformation, maximum terms, superficial loading, bending, the Vlasov-Kantorovich method.

Постановка проблеми

Відкриті прямокутні в плані циліндричні оболонки зі змінними параметрами широко застосовуються як елементи сучасних конструкцій. Наявність достатньо високого рівня навантаження призводить до необхідності дослідження їх напружено-деформованого стану в геометрично нелінійній постановці. Крім того, працездатність і стійкість таких конструкцій істотно залежить від впливу різних варіантів граничних умов на краях пологої оболонки і становить безпосередній теоретичний та практичний інтерес. У даній роботі запропонований підхід до чисельного розв'язку крайових задач, які описують геометрично нелінійну деформацію пологих циліндричних панелей скінченних розмірів зі змінними параметрами. Він базується на застосуванні наближеного аналітичного методу Власова-Канторовича, методу лінеаризації

нелінійних одновимірних крайових задач та стійкого чисельного методу дискретної ортогоналізації розв'язку лінійних крайових задач.

Аналіз публікацій по темі дослідження

Розвитку теорії та методів дослідження напружено-деформованого стану гнучких циліндричних оболонок під дією силових навантажень присвячена велика кількість робіт вітчизняних та зарубіжних вчених. Проблемою дослідження гнучких оболонок та панелей займалися такі вчені, як Новожилов В. В., Вольмир А. С., Корнишин М. С., Григоренко Я. М., Мукоєд А. П. [1-3] та інші вчені. На підставі аналізу наукових джерел слідує, що вивчались, як правило, нескінченні довгі циліндричні оболонки і пластини довільної конфігурації. За допомогою даного підходу авторами досліджувались гнучкі циліндричні пологі оболонки скінченних і нескінченних розмірів зі змінними геометричними параметрами [4, 5, 6].

Мета статті

Метою даної роботи є побудова двовимірної математичної моделі, яка описує геометрично нелінійну деформацію пологих циліндричних панелей при силових навантаженнях зі змінними параметрами. Досліджується вплив різних варіантів граничних умов на криволінійних краях панелі на її деформацію та проведення їх числового аналізу, а також отримання достовірних результатів розв'язку даного класу задач з метою апробації моделі.

Викладення основного матеріалу дослідження

Будемо виходити з рівнянь [1, 4], які описують нелінійну задачу деформації пологих оболонок, розмірності $2a \times 2b$, які знаходяться під дією нормального поверхневого навантаження q , коли товщина та кривизна оболонки є змінними. Середина поверхня оболонки до деформації віднесена до ортогональної системи координат XOY .

Задачу статички гнучких оболонок можна сформулювати в наступному безрозмірному векторному вигляді:

$$\frac{\partial \bar{N}^*}{\partial x^*} = \bar{F}(x^*, y^*, \bar{N}^*, \frac{\partial \bar{N}^*}{\partial y^*}, \frac{\partial^2 \bar{N}^*}{\partial y^{*2}}, \frac{\partial^3 \bar{N}^*}{\partial y^{*3}}, \frac{\partial^4 \bar{N}^*}{\partial y^{*4}}), \quad (1)$$

де $\bar{N}^{*T} = \{N_y^*, S_x^*, Q_x^*, M_x^*, u^*, v^*, w^*, \theta_x^*\}$ – вектор розв'язувальних функцій, x^* вздовж x , $-1 \leq x^* \leq 1$ та y^* – вздовж напрямної y , $-1 \leq y^* \leq 1$.

Для визначення напружено-деформованого стану панелі необхідно задати граничні умови на прямолінійних і криволінійних краях. Покладемо граничні умови на прямолінійних краях в вигляді:

$$u^* = N_y^* = w^* = M_y^* = 0, \quad y^* = 1, y^* = -1; \quad (2)$$

Тоді на криволінійних краях можна задати будь-які граничні умови. Для пониження розмірності системи нелінійних диференціальних рівнянь (1) представимо розв'язувальні функції та навантаження в вигляді розвинення в ряд:

$$\{N_y, Q_x, M_x, u, w, \theta_x\} = \sum_{i=1}^p \{N_{y_i}(x), Q_{x_i}(x), M_{x_i}(x), u_i(x), w_i(x), \theta_{x_i}(x)\} \cos \frac{i\pi}{2} y,$$

$$\{v, S_x\} = \sum_{i=1}^p \{v_i(x), S_{xi}(x)\} \sin \frac{i\pi}{2} y; \quad (3)$$

$$q = \sum_{i=1}^p q_i \cos \frac{i\pi}{2} y;$$

Формули (3) повинні задовольняти граничним умовам (2), в них знак * ми опустили. Підставивши розвинення (3) в систему нелінійних диференціальних рівнянь (1) та застосувавши процедуру Бубнова-Галеркіна, отримаємо нелінійну систему звичайних диференціальних рівнянь порядку $8p$ у векторному вигляді:

$$\frac{d\bar{R}}{dx} = \bar{\Phi}(x, \bar{R}). \quad (4)$$

Граничні умови на криволінійних краях після перетворення набувають вигляду:

$$C_1 \bar{R} = \bar{c}_1, \quad x = -1; \quad C_2 \bar{R} = \bar{c}_2, \quad x = 1; \quad (5)$$

де C_1, C_2 – прямокутні матриці розмірності $4p \times 8p$, \bar{c}_1, \bar{c}_2 – $4p$ вимірні вектори.

Розв’язок задачі (4), (5) за допомогою методу лінеаризації зведемо до послідовності лінійних крайових задач (6), (7) за ітераційною схемою

$$\frac{d\bar{R}^{(i+1)}}{dx} = \bar{\Phi}(x, \bar{R}^{(i)}) + J(\bar{R}^{(i)})(\bar{R}^{(i+1)} - \bar{R}^{(i)}); \quad (6)$$

$$C_1 \bar{R}^{(i+1)}(x) = \bar{c}_1, \quad x = -1; \quad C_2 \bar{R}^{(i+1)}(x) = \bar{c}_2, \quad x = 1, \quad (7)$$

де $J(\bar{R})$ – матриця Якобі системи. Кожна з задач цієї послідовності розв’язується стійким чисельним методом дискретної ортогоналізації.

За початкове наближення вибирається розв’язок лінійної задачі. В процесі чисельного розв’язку значення векторів $\bar{R}^{(i)}$ між вузлами інтегрування обчислюються за допомогою лінійної інтерполяції, що дозволяє на кожному наближенні зберігати інформацію сталого об’єму.

З метою апробації методу Власова-Канторовича для розв’язку даного класу задач реалізуємо наступні кроки.

1. Проведемо співставлення розв’язку методом Власова-Канторовича задачі про деформацію колової нескінченно довгої циліндричної панелі сталої товщини в залежності від числа утримуваних членів ряду, що містяться в розвиненні (3) з точним розв’язком, отриманим в статті [6]. Для цього розглянемо розв’язок задачі про деформацію колової нескінченно довгої циліндричної панелі сталої товщини, яка знаходиться під дією зовнішнього навантаження $q = q_0 \cos \frac{\pi}{2} y$. В силу симетрії відносно площини, яка проходить через пряму $y = 0$ і нормаль до панелі, граничні умови на прямолінійних контурах мають вигляд:

$$v = \mathcal{G}_y = Q_y = 0, \quad \text{при } y = 0;$$

$$w = N_y = M_y = 0, \quad \text{при } y = 1.$$

Задача розв'язувалась при наступних значеннях параметрів: $h = 1; k_y = 10; \nu = 0,3; q_0 = 5; 10; 20; 30$.

У таблиці 1 наведені амплітудні значення для колового переміщення v при $y = 1$, отримані точно і за допомогою методу Власова-Канторовича для різних значень $p = 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9$, що відповідають числу членів ряду, що містяться в розвиненні (3). Значення функції v наведені для різних навантажень q_0 .

Табл. 1

q_0	Точний розв'язок	Розв'язок за методом Власова-Канторовича						
		$p = 1$	$p = 2$	$p = 3$	$p = 5$	$p = 7$	$p = 8$	$p = 9$
5	0,6983	0,7874	0,7730	0,7623	0,7113	0,7106	0,7030	0,6986
10	1,0090	1,3652	1,1698	1,1147	1,0684	1,0655	1,0282	1,0103
20	0,4675	1,8927	1,1109	0,8906	0,7054	0,6939	0,5445	0,4728
30	-1,6243	-1,5824	-0,1768	-0,6723	-1,0894	-1,1152	-1,4511	-1,6126

З табл. 1, порівнюючи отримані результати, можна зробити висновок, що для розв'язку даної задачі про деформацію колової нескінченно довгої циліндричної панелі необхідно мати 9 членів ряду в розвиненні (3) для того, щоб отримати достатньо точний розв'язок. Аналізуючи рівняння і їх розв'язки для всіх розв'язувальних функцій, отриманих в статті [6], можна зробити висновок, що проведена оцінка для функції v відноситься до всіх розв'язувальних функцій. На цій основі можна припустити, що для панелей подібного класу будемо мати аналогічні результати.

2. Порівняємо результати розв'язку задачі при застосуванні методу Власова-Канторовича, отриманих при різному числі членів ряду, що містяться в розвиненні (3). Для цього розглянемо деформацію гнучкої циліндричної панелі скінченних розмірів під дією зовнішнього навантаження $q = q_0 \cos \frac{\pi}{2} y$. Покладемо граничні умови на прямолінійних краях у вигляді (2), а на криволінійних контурах у наступному вигляді:

$$u = v = w = M_x = 0 \quad \text{при} \quad x = 1; \quad x = -1.$$

Задача розв'язувалась при наступних значеннях параметрів: $h = 1; k_y = 10; \lambda = 4; \nu = 0,3; q_0 = 5; 10; 20; 30$. В таблиці 2 наведені амплітудні значення для прогину w в центрі панелі, отримані на основі нелінійної теорії для різних значень $p = 1, 3, 5, 6, 7$, що відповідають числу утримуваних членів ряду в розвиненні (3). Значення прогину w наведені для різних значень q_0 .

Табл. 2

q_0	Число членів ряду, утримуваних в розвиненні (3)				
	$p = 1$	$p = 3$	$p = 5$	$p = 6$	$p = 7$
5	0,528	0,439	0,366	0,362	0,362
10	1,015	0,684	0,530	0,522	0,520
20	1,789	0,973	0,719	0,704	-
30	2,359	1,164	0,849	0,830	-

Наведені результати в таблиці 2 показують, що при розв’язку задачі достатньо взяти 7 членів ряду в розвиненні (3), щоб отримати похибку до 2%.

3. Розглянемо ілюстрацію запропонованого методу на прикладі напружено-деформованого стану колової циліндричної панелі сталого товщини $h=1$, яка знаходиться під дією зовнішнього навантаження $q = q_0 \cos \frac{\pi}{2} y$. На прямолінійних краях виконуються умови (2), а на криволінійних краях $x = \pm 1$ розглядаються два варіанти граничних умов:

1 варіант: $u = v = w = M_x = 0$.

2 варіант: $u = v = w = \theta_x = 0$.

Для отримання результатів з достатньою мірою точності при розв’язку задачі в розвиненнях (3) бралось сім членів ряду [4], що відповідає системі нелінійних диференціальних рівнянь 56 порядку. При інтегруванні на відріжку $-1 \leq x \leq 1$ використовувалось 11 точок видачі результатів, 41 точка ортогоналізації і 81 точка інтегрування.

У таблиці 3 наведені амплітудні значення прогину w_0 в центрі панелі, в точці $y=0$ для двох варіантів граничних умов, в лінійній (наближення $n=1$) і нелінійній (наближення $n=5$) постановках, і для різних значень навантаження q_0 .

Табл. 3

Функція	n	Варіант граничних умов	q_0			
			5	10	20	30
w_0	1	1	0,5250	1,0500	2,1000	3,1500
		2	0,5140	1,0280	2,0560	3,0840
	5-6	1	0,3621	0,5221	0,7041	0,8303
		2	0,3530	0,5060	0,6810	0,8111

З таблиці 3 видно, що в випадку граничних умов варіанта 2 прогин панелі w_0 зменшується по відношенню до випадку граничних умов варіанта 1, як в лінійній так і нелінійній постановках. Різниця результатів по двом теоріям і для двох варіантів граничних умов складає 31% при $q_0=5$ і 74% при $q_0=30$.

У таблиці 4 наведені значення напружень σ_x і σ_y на зовнішній (+) і внутрішній (-) поверхнях оболонки в геометрично нелінійній постановці при $q_0=20$. Над рискою приведені значення напружень для граничних умов варіанта 1, під рискою – для граничних умов варіанта 2 в центрі оболонки при $x=0$ і на самому криволінійному контурі $x=1$ при різних перетинах y . З таблиці 2 видно, що при заміні граничних умов варіанта 1 на варіант 2 напруження σ_x^+ , σ_x^- , зменшуються на 5%, а σ_y^- , σ_y^+ зменшуються на 20% при $x=0$. Але для граничних умов варіанта 2 на самому криволінійному контурі напруження σ_x і σ_y на зовнішній (+) і внутрішній (-) поверхнях оболонки збільшуються на 75% при $y=0$ і на 94% при $y=0,6$.

Табл. 4

x	y	σ_x^+	σ_x^-	σ_y^+	σ_y^-
0	0	0,1341*10 ²	0,5063*10	0,8166	0,6582
		0,1297*10 ²	0,4654*10	0,7977	0,6418
	0,4	0,3997*10 ²	0,3414*10 ²	0,5402	0,4334
		0,3774*10 ²	0,3217*10 ²	0,5233	0,4191
	0,6	0,4200*10 ²	0,3823*10 ²	0,3370	0,2688
		0,3950*10 ²	0,3596*10 ²	0,3242	0,2569
	1	0,0	0,0	0,0	0,0
		0,0	0,0	0,0	0,0
1	0	0,3674*10	0,3674*10	0,0689	0,0689
		0,1345*10 ²	0,1819*10 ²	0,2522	0,3411
	0,4	0,2385*10	0,2385*10	0,0447	0,0447
		0,9843*10	0,1318*10 ²	0,1860	0,2461
	0,6	0,8773	0,8773	0,0165	0,0165
		0,6513 10	0,8292*10	0,1211	0,1567
	1	0,0	0,0	0,0	0,0
		0,0	0,0	0,0	0,0

Висновки

Запропонований ефективний метод розв’язку двовимірних нелінійних крайових задач та, з метою апробації методу Власова-Канторовича для розв’язку даного класу задач, проведено співставлення розв’язку методом Власова-Канторовича задачі про деформацію колової нескінченно довгої циліндричної панелі сталої товщини в залежності від числа членів ряду в розвиненні з точним розв’язком. Порівняно результати розв’язку задачі для панелей скінченних розмірів при застосуванні методу Власова-Канторовича, отриманих при різному числі членів ряду p в розвиненні ряду, а також за допомогою даного методу проведено дослідження напружено-деформованого стану пологих циліндричних оболонок скінченної довжини з різними варіантами граничних умов і навантаження.

Список використаної літератури

1. Григоренко Я.М., Мукоєд А.П. Розв’язання лінійних і нелінійних задач теорії оболонок на ЕОМ. Київ: Либідь, 1992. 147 с.
2. Григоренко Я.М., Касьян Ю. Б. Исследование влияния изменения кривизны и распределения нагрузки на деформирование гибкой длинной цилиндрической оболочки. *Прикладна механіка*. 2002. Т. 38. № 3. С. 81–85.
3. Григоренко Я.М., Крюков Н. Н. Решение краевых задач теории пластин с переменными параметрами с применением сплайнов. *Прикладна механіка*. 2018. Т. 54. № 4. С. 3–8.
4. Григоренко Я.М., Тумаşова О.В. Розв’язок двовимірних задач про нелінійну деформацію циліндричних панелей зі змінними параметрами. *Доповіди АН УРСР Серія. А*. 1988. №7. С. 36–39.
5. Grigorenko Y.M., Tumashova O.V., Sudavcova G.K. Numerical solving problems about deformation of elastic cylindrical panels with variable thickness. *Applied Mechanics*. 1984. V. 25. pp. 66–71.

6. Тумашова О.В., Козак Л.І. Порівняння точного та наближеного методу розв'язків задачі деформації нескінченно довгої циліндричної панелі. *Математичне моделювання складних систем. Матеріали наук. практ. конф. Серія: Фізико-матем. та техн. науки. м. Львів, 16 травня 2007 р. Львів, 2007. С. 71–73.*

References

1. Hryhorenko, Ya.M., & Mukoied, A.P. (1992). Rozv'iazannia liniinykh i neliniinykh zadach teorii obolonok na EOM. Kyiv: Lybid.
2. Grigorenko, Ya.M., & Kasyan, Yu. B. (2002). Issledovanie vliyaniya izmeneniya krivizny i raspredeleniya nagruzki na deformirovanie gibkoy dlinnoy tsilindricheskoy obolochki. *Prikladna mehanika*. **38**, 3, 81–85.
3. Grigorenko, Ya.M., & Kryukov, N. N. (2018). Reshenie kraevyih zadach teorii plastin s peremennymi parametrami s primeneniem splaynov. *Prikladna mehanika*. **54**, 4, 3–8.
4. Hryhorenko, Ya.M., & Tumashova, O.V.(1988). Rozv'iazok dvovymirnykh zadach pro neliniinu deformatsiiu tsylindrychnykh panelei zi zminnymy parametramy. *Dopovidi AH URSR Serii. A*. **7**, 36–39.
5. Grigorenko, Y.M., Tumashova, O.V., & Sudavcova, G.K. (1984). Numerical solving problems about deformation of elastic cylindrical panels with variable thickness. *Applied Mechanics*. **25**, 66–71.
6. Tumashova, O.V., & Kozak, L.I. (2007). Porivniannia tochnoho ta nablyzhenoho metodu rozv'iazkiv zadachi deformatsii neskinchenno dovhoy tsylindrychnoi paneli. *Matematychnе modeliuвання складних систем. Матеріали наук. практ. конф. Серія: Фізико-матем. та техн. науки. м. Lviv, 16 травня 2007 р. Lviv, pp. 71–73.*

Тумашова Ольга Володимирівна - к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри інформаційних систем і мереж Національного університету “Львівська політехніка”.
E-mail: olga.tumashova556@gmail.com. ORCID: 0000-0003-3997-0103.

УДК 66.094.37

Л.А. ФРОЛОВА, Т.Є. БУТИРИНА, М.О. САВЧЕНКО, М.К. СУХИЙ
ДВНЗ «Український державний хіміко-технологічний університет», м. Дніпро**ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ФОТОКАТАЛІТИЧНОЇ
ДЕСТРУКЦІЇ МЕТИЛЕНОВОГО СИНЬОГО В ПРИСУТНОСТІ МАГНЕТИТУ**

Використання математичного моделювання для розробки нових технологій очищення стічних вод є дуже важливим, оскільки дає змогу скоротити кількість дослідів, визначити оптимальні умови процесу, побудувати математичну модель. Багатофакторні залежності, які, наприклад, отримують за допомогою методів планування експерименту – це потужні статистичні інструменти, які дозволяють визначити сумарний вплив досліджуваних змінних, який можливо оцінювати одночасно, провести статистичну обробку результатів, що будуть використані, проводити оптимізацію з використанням математичних моделей, щоб отримати найкращі експериментальні умови проведення процесу очищення.

Для оцінки впливу обраних факторів використовувався метод центрального композиційного рототабельного планування експерименту. Визначали вплив таких параметрів, як концентрація фотокатализатора (x_1), об'єм H_2O_2 (x_2) та час обробки УФ опроміненням (x_3) на деградацію метиленового синього (МС).

Представлені результати показують, що магнетит є ефективним катализатором розкладу МС під дією УФ-випромінювання. Встановлено, що більшість ефектів є статистично значущими щодо функції відгуку. Високі значення коефіцієнтів при x_3 , x_1 , x_2 вказують на те, що вони є найбільш впливовими на процес фотокаталітичної деструкції. Коефіцієнт при x_3 не тільки має найвище значення з усіх ефектів, але й приблизно в 2 рази більше, ніж коефіцієнт при x_2 . Коефіцієнти відповідні взаємодіям x_1x_2 (1,32) і x_1x_3 (5,24) представлені значеннями, що в 5,84 і 1,5 разів менше відносно коефіцієнту при x_3 .

Значення коефіцієнта детермінації (R^2) становить приблизно 0,998, що підтверджує тісний взаємозв'язок між незалежними факторами і функцією відгуку. Високі значення коефіцієнтів в лінійних доданках (x_2 , x_3) в порівнянні з іншими коефіцієнтами означають, що вони є найбільш впливовими у рівнянні.

Встановлено, що підвищення часу обробки призводить до збільшення ступеню деградації МС. Вплив концентрації перекису водню та катализатора має екстремальний характер. Значимість факторів змінюється наступним чином: $t_{об} > t_{адс} > V_{H_2O_2}$. Крім того, дисперсійний аналіз показав узгодженість між експериментальними даними та теоретично визначеними, тобто отримана математична модель адекватна.

Ключові слова: математичне моделювання, фотокаталіз, стічні води, планування експерименту

Л.А. ФРОЛОВА, Т.Е. БУТЫРИНА, М.О. САВЧЕНКО, М.К. СУХОЙ
ГВУЗ «Украинский государственный химико-технологический университет», г. Днипро**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ФОТОКАТАЛИТИЧЕСКОЙ
ДЕСТРУКЦИИ МЕТИЛЕНОВОГО СИНЕГО В ПРИСУТСТВИИ МАГНЕТИТА**

Использование математического моделирования для разработки новых технологий очистки сточных вод является очень важным, поскольку позволяет сократить количество опытов, определить оптимальные условия процесса, построить математическую модель. Многофакторные зависимости, которые, например, получают с помощью методов планирования эксперимента – это мощные статистические инструменты, которые позволяют определить суммарное влияние исследуемых переменных, которое можно оценивать одновременно, провести статистическую обработку результатов, которые будут использованы, проводить оптимизацию с использованием математических моделей, чтобы получить лучшие экспериментальные условия проведения процесса очистки.

Для оценки влияния выбранных факторов использовался метод центрального композиционного планирования эксперимента. Определяли влияние таких параметров, как концентрация фотокатализатора (x_1), объем H_2O_2 (x_2) и время обработки УФ облучением (x_3) на деградацию метиленового синего (МС).

Представленные результаты показывают, что магнетит является эффективным катализатором разложения МС под действием УФ-излучения.

Установлено, що більшість ефектів являються статистично значимими по відношенню к функції отклика. Высокие значения коэффициентов при x_3 , x_1 , x_2 указывают на то, что они являются наиболее влияющими на процесс фотокаталитической деструкции. Коэффициент при x_3 не только имеет высокое значение из всех эффектов, но и примерно в 2 раза больше, чем коэффициент при x_1 . Коэффициенты, соответствующие взаимодействиям x_1x_2 (1,32) и x_1x_3 (5,24) представлены значениями, в 5,84 и 1,5 раза меньше относительно коэффициента при x_3 .

Значение коэффициента детерминации (R^2) составляет 0,998, что тесную взаимосвязь между независимыми факторами и функцией отклика. Высокие значения коэффициентов в линейных слагаемых (x_2 , x_3) по сравнению с другими коэффициентами означают, что они являются наиболее влиятельными в уравнении.

Установлено, что увеличение времени обработки привело к увеличению степени деградации МС. Влияние концентрации перекиси водорода и катализатора имеет экстремальный характер. Значимость факторов меняется следующим образом: $t_{об} > m_{кат} > V_{H_2O_2}$.

Кроме того, дисперсионный анализ показал согласованность между экспериментальным данным и теоретически определенными, то есть, получена математическая модель адекватна.

Ключевые слова: математическое моделирование, фотокатализ, сточные воды, планирование эксперимента.

L.A. FROLOVA, T.E. BUTYRINA, M.O. SAVCHENKO, M.K. SUKHYY
Ukrainian State University of Chemical Technology, Dnipro

DETERMINATION OF OPTIMAL PARAMETERS OF PHOTOCATALYTIC DESTRUCTION OF METHYLENE BLUE IN THE PRESENCE OF MAGNETITE

The use of mathematical modelling for the development of new technologies for wastewater treatment is very important because it allows to reduce the number of experiments, to determine the optimal process conditions, to build a mathematical model. Multifactor dependencies, which, for example, are obtained using experimental planning methods, are powerful statistical tools that allow to determine the total impact of the studied variables, which can be estimated simultaneously, to statistically process the results to be used, to optimize using mathematical models to obtain the best experimental conditions for the purification process.

To assess the influence of selected factors, the method of central compositional planning of the experiment was used. The effect of parameters such as photocatalyst concentration (x_1), H_2O_2 volume (x_2) and UV treatment time (x_3) on the degradation of methylene blue (MB) was determined.

The presented results show that magnetite is an effective catalyst for the decomposition of MB under the action of UV radiation.

It is established that most effects are statistically significant for the response function. High values of the coefficients at x_3 , x_1 , x_2 indicate that they are the most influential in the process of photocatalytic destruction. The coefficient at x_3 not only has the highest value of all effects, but is also about 2 times greater than the coefficient at x_1 . The coefficients corresponding to the interactions x_1x_2 (1.32) and x_1x_3 (5.24) are represented by values that are 5,84 and 1.5 times less than the coefficient at x_3 .

The value of the of determination coefficient (R^2) is approximately 0.998, which confirms the adequacy of the quadratic model, which represents the relationship between independent factors and the response function. High values of coefficients in linear terms (x_2 , x_3) in comparison with other coefficients mean that they are the most influential in the equation.

It was found that increasing the processing time led to an increase in the degree of degradation of MB. The effect of the concentration of hydrogen peroxide and catalyst is extreme. The significance of the factors varies as follows: $t_{treat} > m_{cat} > V_{H_2O_2}$.

In addition, analysis of variance showed consistency between experimental data and theoretically determined, i.e. the obtained mathematical model is adequate.

Key words: mathematical modelling, photocatalysis, wastewater, experiment planning.

Постановка проблеми

Використання математичного моделювання для розробки нових технологій очищення стічних вод є дуже важливим оскільки дає змогу скоротити кількість дослідів,

визначити оптимальні умови процесу, побудувати математичні моделі [1-5]. Незважаючи на велику кількість робіт, що присвячені очищенню стічних вод від барвників, побудовані математичні моделі, як правило, розглядають залежності ступеню очищення та фотокаталітичної активності від одного фактору впливу, які, на відміну від багатофакторних досліджень, не дозволяють зрозуміти, як взаємодіють змінні і вимагають велику кількість експериментів. Багатофакторні моделі, які, наприклад, отримують за допомогою методів планування експерименту – це потужні статистичні інструменти, які дозволяють визначити сумарний вплив досліджуваних параметрів, який можливо оцінювати одночасно, провести статистичну обробку результатів, що будуть використані, проводити оптимізацію з використанням математичних моделей, щоб отримати найкращі експериментальні умови проведення процесу очищення.

Крім того, наявність адекватної лінійної математичної моделі стохастичного процесу дозволяє використовувати її для оптимізації. Якщо застосовувати один з методів оптимізації, наприклад метод градієнта, або метод крутого сходження, можна досягти області оптимуму процесу, який досліджується. Після досягнення області оптимуму тим або іншим методом, перед дослідником постає завдання детального вивчення поверхні відгуку.

Аналіз досліджень і публікацій

Найкраще області оптимуму описуються поліномами високих порядків, найчастіше поліномами другого порядку. Очевидно, що для одержання математичної моделі кількість необхідних дослідів різко збільшується при зростанні числа членів апроксимуючого полінома. Найбільш широко в інженерній практиці для опису оптимуму використовується метод композиційного ортогонального рототабельного планування експерименту, у назві якого відображені основні принципи його побудови [6].

Для опису процесу гетерогенної деструкції метиленового синього необхідно враховувати механізм процесу та особливості дії фотокаталізатору. При застосуванні гетерогенного фото-Фентон процесу у якості каталізаторів можливим є використання гідроксидів металів, оксидів, оксигідроксидів, феритів перехідних металів. На відміну від гомогенного каталізу, гетерогенний каталіз відбувається в широкому діапазоні рН, і зберігає свої властивості продовж багатьох циклів [7-9].

Використання центрального композиційного рототабельного планування експерименту дозволяє оптимізувати процес очищення і обрати найкращі умови каталітичної деградації метиленового синього.

Таким чином, оптимізація фотокаталітичного процесу дуже важлива, оскільки трансформація вихідної забруднюючої сполуки та побічних продуктів її окислення є складною, а математичні моделі необхідні для прогнозування і оптимізації не завжди адекватно описують процес.

Мета роботи – визначити оптимальні умови фотокаталітичної деградації метиленового синього.

Викладення основного матеріалу досліджень

Для оцінки впливу обраних факторів використовувався метод центрального композиційного планування експерименту. Визначали вплив таких параметрів, як концентрація фотокаталізатора (x_1), об'єм H_2O_2 (x_2) та час обробки УФ опроміненням (x_3) на деградацію метиленового синього. Ядро центрального композиційного плану становив повний факторний експеримент (ПФЕ) типу 2^n за $n=3$.

План ПФЕ доповнювали деякою кількістю зоряних точок, координати яких залежать від прийнятого принципу оптимальності. Загальна кількість дослідів при такому плануванні визначається формулою

$$N = 2^n + 2n + n_0, \quad (1)$$

де доданки – відповідно кількість дослідів ПФЕ, зоряних точок та нульових точок.

Зоряні точки були побудовані на осях координат факторів і для повного факторного експерименту величина зоряного плеча α дорівнює:

$$\alpha = 2^{\frac{n}{4}}, \quad (2)$$

Табл.1

Найменування	ПФЕ типу 2^n $n=3$
Кількість дослідів ядра матриці	$2^3 = 8$
Кількість зоряних точок	6
Величина α	1,682
Кількість нульових точок	6

Крім того, при рототабельному плануванні на експериментальні точки в центрі плану покладається додаткове завдання – зробити дисперсію передбаченого значення всередині області експериментування постійною та не залежною від відстані до центру плану.

Оскільки обробка планів другого порядку вимагає значного обсягу обчислень, то найкраще їх виконували за допомогою програмного модуля STATISTICA 10.

Натуральні та кодовані значення рівнів для кожного з факторів наведені в таблиці 2.

Табл. 2

Натуральні та кодовані значення рівнів факторів

Фактор		Натуральні значення			Кодовані		
Назва	позначення	максимум	мінімум	центр	максимум	мінімум	центр
Маса, г/100мл	x_1	0,15	0,05	0,1	+1	-1	0
Об'єм H_2O_2 ,мл/100мл	x_2	0,75	0,25	0,5	+1	-1	0
Час, хвилин	x_3	30	10	20	+1	-1	0

Регресійна модель другого порядку була використана для опису експериментальних даних, згідно з рівнянням:

$$Y_i = \beta_0 + \sum \beta_i x_i + \sum \beta_{ii} x_i^2 + \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon, \quad (4)$$

де $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}$ – коефіцієнти при змінних, ε – величина, що враховує вплив випадкових факторів.

Аналіз результатів розрахунку функції відгуку проводили застосовуючи дисперсійний аналіз результатів.

В якості функції відгуку використовували ступінь розкладання МС:

$$X = \frac{(C_0 - C_t)}{C_0} 100\%, \quad (5)$$

де C_0 – початкова концентрація МС в розчині, C_t – концентрація МС в момент часу t .

Ідентифікацію та визначення концентрації МС, проводили спектрофотометричним аналізом за допомогою спектрофотометра UV 5800 PC.

Для визначення фотокаталітичної активності синтезованих наночастинок магнетиту в реакціях деструкції метиленового синього було складено відповідний план експерименту.

План експерименту складався з 8 основних точок, 6 зіркових точок і 3 повторень у центральній точці, що налічує 17 експериментів, як показано в таблиці 3. Репліки в центральній точці дозволили оцінити експериментальну помилку та адекватність моделі. Експериментальні значення функції відгуку (ступінь розкладання МС) для кожної комбінації факторів, представлено в таблиці 3.

Табл. 3

План проведення та результати експерименту

N	$m_{\text{кат}}$	H_2O_2	τ	$X_{\text{мс}}, \%$
1	1,00	1,00	-1,00	42,72
2	1,00	-1,00	-1,00	34,72
3	1,00	1,00	1,00	68,01
4	1,00	-1,00	1,00	63,04
5	-1,00	1,00	-1,00	43,42
6	-1,00	-1,00	-1,00	39,12
7	-1,00	1,00	1,00	50,14
8	-1,00	-1,00	1,00	65,08
9	1,68	0,00	0,00	30,12
10	-1,68	0,00	0,00	32,14
11	0,00	1,68	0,00	79,83
12	0,00	-1,68	0,00	62,88
13	0,00	0,00	1,68	75,79
14	0,00	0,00	-1,68	45,32
15	0,00	0,00	0,00	65,44
16	0,00	0,00	0,00	66,52
17	0,00	0,00	0,00	65,87

Високі значення всіх коефіцієнтів лінійних членів (x_3, x_1, x_2) рівняння (4) по відношенню до інших членів вказують на те, що вони є найбільш впливовими на процес фотокаталітичної деструкції. Коефіцієнт при x_3 не тільки має найвище значення з усіх ефектів (таблиця 4), але й приблизно в 2 рази більше, ніж коефіцієнт при x_2 . Коефіцієнти відповідні взаємодіям x_1x_2 (1,32) і x_1x_3 (5,24) представлені значеннями, що в 5,84 і 1,5 разів менше відносно коефіцієнту при x_3 . На рис. 1 показано співвідношення між значеннями, розрахованими за математичною моделлю і отриманими експериментально. Крім того,

рисунок 1 показує, що різниці між експериментальними і розрахованими значеннями квадратичної моделі випадковим чином розподіляються навколо нульового значення. Залишки, отримані за квадратичною моделлю, випадковим чином розподіляються навколо експериментальних значень. Це є типовим для моделі, яка описує експериментальні дані.

Значимість факторів і адекватність квадратичної моделі можна оцінити, проаналізувавши діаграму Парето, що показана на рис. 1. На рис. 1 червона смуга, що перетинає сині вертикальні прямокутники ($p = 0,05$), вказує на змінні, що мають значний вплив на систему, що досліджується, які є позитивними або негативними. Більшість ефектів є статистично значущими щодо функції відгуку. Значення коефіцієнта детермінації (R^2) становить приблизно 0,998, що вказує на те, що квадратична модель адекватно представляє взаємозв'язок між незалежними факторами і функцією відгуку.

Високі значення коефіцієнтів в лінійних доданках (x_2, x_3) в порівнянні з іншими коефіцієнтами означають, що вони є найбільш впливовими у рівнянні.

Коефіцієнт при змінній x_3 має найвище значення зі всіх ефектів (7,72), але є також приблизно в чотири рази більшим, ніж при x_2 . Коефіцієнти при парних взаємодіях факторів x_1x_2 (+1,32) і x_1x_3 (+5,24) мають відповідно, значення, що в 5,83 і в 1,47 рази поступаються по відношенню до коефіцієнта при x_3 .

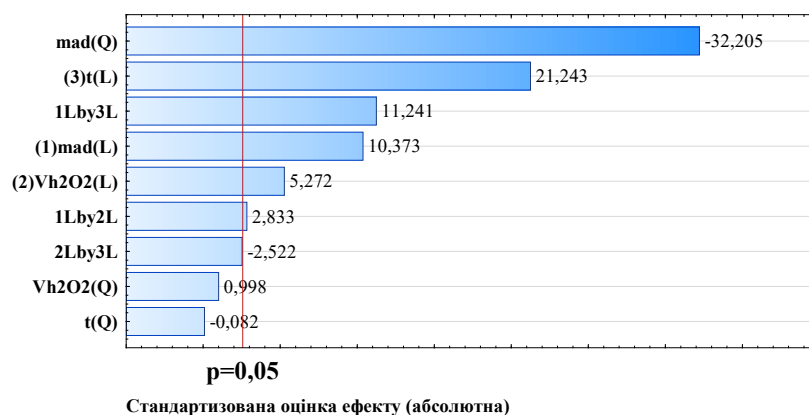
Рівень значущості має наступний порядок: $(x_1 \cdot x_1) > x_3 > x_1 \cdot x_3 > x_1 > (x_1 \cdot x_2) > x_2$. Позитивні значення коефіцієнтів x_1, x_2 і x_3 вказують, що в міру збільшення цих трьох факторів значення функції відгуку квадратичної моделі також збільшується, і навпаки, негативні значення $(x_1)^2$ вказують на те, що збільшення змінної призводить до зниження функції відгуку. Крім того, коефіцієнти при $(x_2)^2, x_2 \cdot x_3, (x_3)^2$ істотно не впливають на значення функції відгуку.

Табл. 4

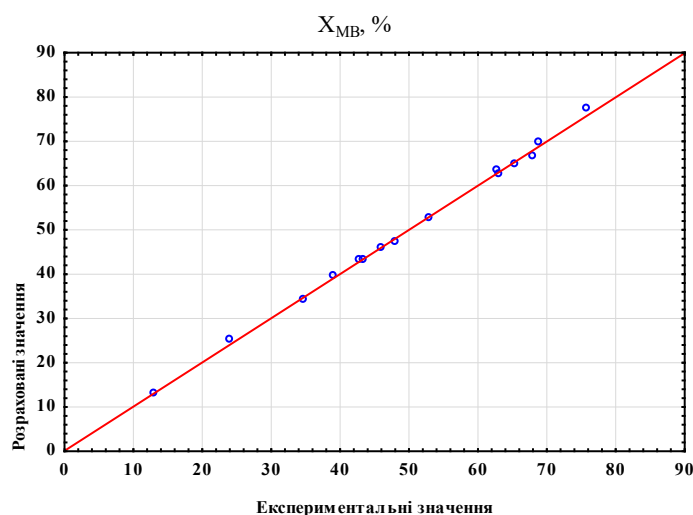
Розраховані значення коефіцієнтів рівняння

Фактор	Коефіцієнт регресії	Стандартне відхилення	$t(5)$	p	-95%	+95%
b_0	65,02	1,275	50,97	0	61,744	68,303
M_{kat} (лінійна)	3,77	0,363	10,373	0,000143	2,837	4,7066
M_{kat} (квдратична)	-17,75	0,551	-32,20	0,00001	-19,16	-16,334
$V_{H_2O_2}$ (лінійна)	1,91	0,363	5,272	0,0032	0,9822	2,851
T (лінійна)	7,72	0,3636	21,24	0,000004	6,789	8,658
$M_{kat} V_{H_2O_2}$	1,32	0,4667	2,833	0,0365	0,122	2,522
$M_{kat} T$	5,24	0,4666	11,242	0,000097	4,0476	6,4474
$R\text{-sq}=0,998, r=0,994, S=1,743$						

Значення, що вважаються оптимальними, були обрані з урахуванням впливу кожного фактору на ступінь деградації МС, як показано на рис. 2, 3. Високий ступінь розкладання МС (близько 80%) відповідає кодованим значенням часу обробки, що наближаються до 1,0 та більше. Причому, ступінь розкладання практично не залежить від часу обробки, спостерігається досить широкий проміжок оптимальних значень [-2;2]. Крайові значення концентрації фотокаталізатору відповідають низьким значенням ступеню перетворення. Оптимальне значення відповідає прямій, що паралельна осі $V_{H_2O_2}$ (рис. 2а, 2б). Червоні та помаранчеві напівкола у нижній площині графіку $X = f(t, m_{kat})$ на рис. 2 показують області, де $X = 50-80 \%$, що відповідають значенням фактору x_1 з проміжку [1,25;1,25].



а)



б)

Рис. 1. Діаграма Парето (а), та залежність між експериментальними та розрахованими значеннями функції відгуку (б)

Значення, що вважаються оптимальними, були обрані з урахуванням впливу кожного фактору на ступінь деградації МС, як показано на рис. 2, 3. Високий ступінь розкладання МС (близько 80%) відповідає кодованим значенням часу обробки, що наближаються до 1,0 та більше. Причому, ступінь розкладання практично не залежить від часу обробки, спостерігається досить широкий проміжок оптимальних значень $[-2;2]$. Крайові значення концентрації фотокаталізатору відповідають низьким значенням ступеню перетворення. Оптимальне значення відповідає прямій, що паралельна осі $V_{H_2O_2}$ (рис. 2а, 2б). Червоні та помаранчеві півкола у нижній площині графіку $X = f(t, m_{кат})$ на рис. 2 показують області, де $X = 50-80 \%$, що відповідають значенням фактору x_1 з проміжку $[1,25;1,25]$.

Аналізуючи залежність ступеню деструкції від маси адсорбенту та об'єму перекису водню, можна відзначити, що низькі значення ступеню розкладання 0-8% відповідають низьким та надлишковим концентраціям каталізатору. Ступінь деградації близько 80 % відповідає прямокутнику в діапазоні зміни маси адсорбенту від -1 до -1 у всьому діапазоні зміни об'єму перекису водню.

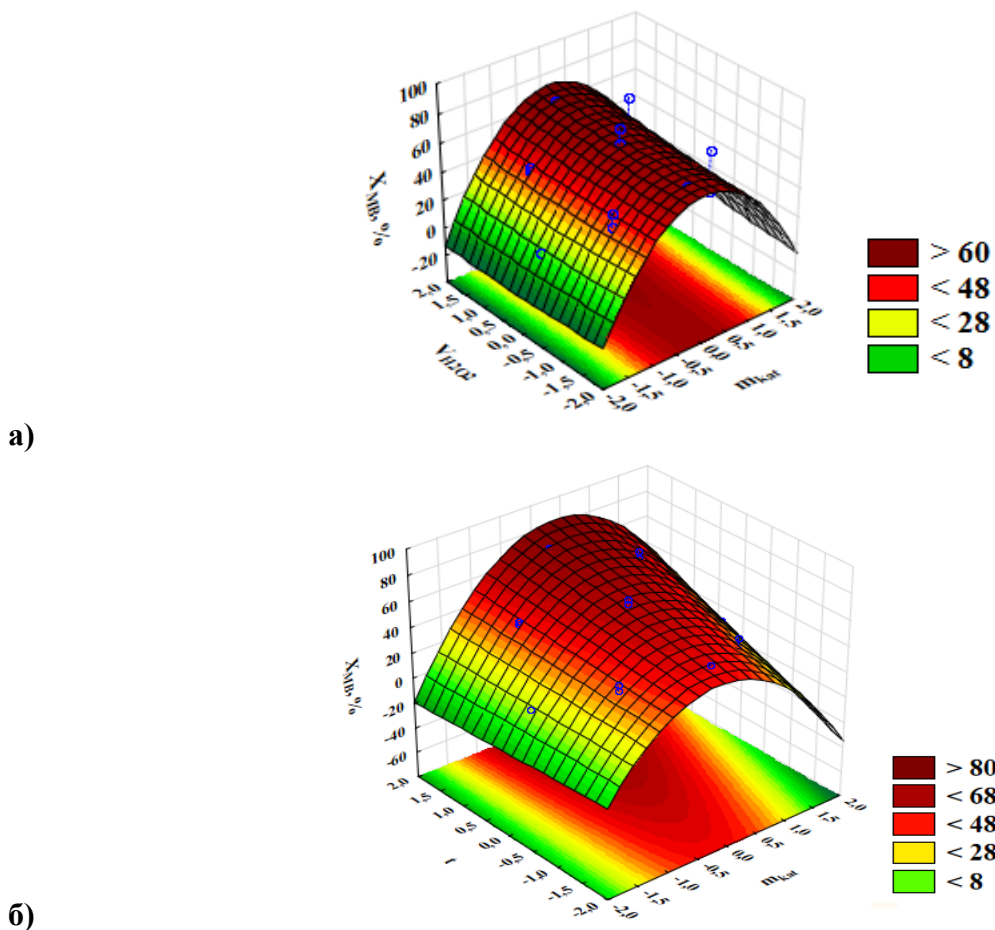


Рис. 2 Залежність ступеню деградації МС від об'єму перекису водню і маси адсорбенту (а), та ступеню деградації МС від часу обробки та маси адсорбенту (б)

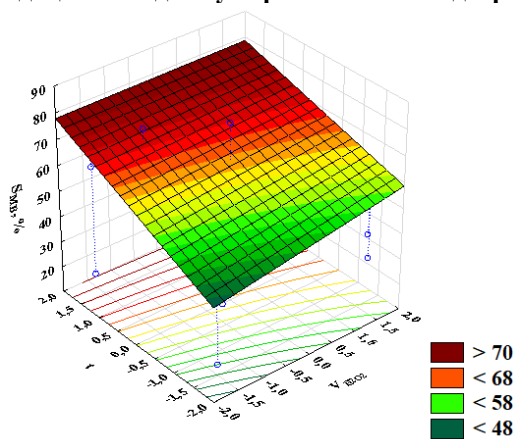


Рис. 3. Залежність ступеню деградації МС від об'єму перекису водню та часу обробки

Залежності, що показані на рис. 2, 3 (зокрема області, що позначені помаранчево-червоними колами), вказують на те, що високий ступінь деградації МС відповідає наступним експериментальним умовам:

- концентрації H_2O_2 : 0,75мл на 100 мл розчину, та каталізатору: 0,1 г на 100 мл Fe_3O_4 ;
- час обробки УФ випромінюванням необхідно підтримувати на рівні, близькому до його максимального значення 60 хвилин.

Висновки

Представлені результати показують, що магнетит є ефективним каталізатором розкладу МС під дією УФ-випромінювання.

Використання методу планування експерименту з варіюванням факторів (концентрація H_2O_2 , концентрація Fe_3O_4 , час обробки) дозволило визначити, які саме змінні найбільш впливові в процесі деградації МС. Підвищення часу обробки призводить до збільшення ступеню деградації МС. Вплив концентрації перекису водню та каталізатору має екстремальний характер. Встановлена наступна значимість факторів: $t_{\text{об}} > m_{\text{адс}} > V_{\text{H}_2\text{O}_2}$. Дисперсійний аналіз показав узгодженість між експериментальними даними та теоретично визначеними, тобто, отримана математична модель адекватна.

Перелік використаної літератури

1. Сафоник А. П., Присяжнюк О. В., Пасічник В. А. Моделювання процесу очищення стічних вод методом електрокоагуляції в неізотермічних умовах. *Вісник Національного технічного університету ХПІ. Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях*. 2019. № 8. С. 175–181.
2. Бомба А. Я., Присяжнюк І. М., Присяжнюк О. В., Сівак В. М. Математичне моделювання процесів первинної очистки стічних вод із використанням пористих мікрочастинок. *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Технічні науки*. 2014. № 1. С. 104–112.
3. Петрушка І. М., Мороз О. І., Петрушка К. І. Математичне моделювання ресурсозберігаючих технологій очищення стічних вод. *Актуальні проблеми економіки*. 2016. № 4. С. 433–439.
4. Шевченко О. О., Іванова І. М. Застосування біотехнологій для підвищення очистки стічних вод від біогенних елементів. *Вісник Національного технічного університету ХПІ. Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях*. 2013. № 37. С. 215–222.
5. Буртна І. А., Ружинська Л. І., Руденко Л. С. Математична модель масообмінних процесів первапораційного очищення води. *Вісник Національного технічного університету Харківський політехнічний інститут. Серія: Нові рішення в сучасних технологіях*. 2016. № 12. С. 5–11.
6. Математичне моделювання та оптимізація об'єктів технології неорганічних речовин: навч. посіб. для студентів хім.-технол. спец. ВНЗ / Фролова Л. А. та ін. 2-ге вид. Дніпро : Акцент, 2019. 238 с.
7. Li M., Qiang Z., Pulgarin C., Kiwi, J. Accelerated methylene blue (MB) degradation by Fenton reagent exposed to UV or VUV/UV light in an innovative micro photo-reactor. *Applied Catalysis B: Environmental*. 2016. № 187. С. 83–89.
8. Singh J., Chang Y. Y., Koduru J. R., Yang J. K. Potential degradation of methylene blue (MB) by nano-metallic particles: A kinetic study and possible mechanism of MB degradation. *Environmental Engineering Research*. 2018. № 23(1). С. 1–9.

9. Baghriche O., Rtimi S., Pulgarin C., Kiwi J. Polystyrene CuO/Cu₂O uniform films inducing MB-degradation under sunlight. *Catalysis Today*. 2017. **284**. С. 77–83.

References

1. Safonyk, A. P., Prysiazhniuk, O. V., & Pasichnyk, V. A. (2019). Modeliuvannia protsesu ochyshchennia stichnykh vod metodom elektrokoahuliatsii v neizotermichnykh umovakh. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu KhPI. Serii: Matematychni modeliuvannia v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh*. **8**, 175–181.
2. Bomba, A. Ya., Prysiazhniuk, I. M., Prysiazhniuk, O. V., & Sivak, V. M. (2014). Matematychni modeliuvannia protsesiv pervynnoi ochystky stichnykh vod iz vykorystanniam porystykh mikrochastynok. *Visnyk Natsionalnoho universytetu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia. Tekhnichni nauky*. **1**, 104–112.
3. Petrushka, I. M., Moroz, O. I., & Petrushka, K. I. (2016). Matematychni modeliuvannia resursozberihaiuchykh tekhnolohii ochyshchennia stichnykh vod. *Aktualni problemy ekonomiky*. **4**, 433–439.
4. Shevchenko, O. O., & Ivanova, I. M. (2013). Zastosuvannia biotekhnolohii dlia pidvyshchennia ochystky stichnykh vod vid biohennykh elementiv. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu KhPI. Ser.: Matematychni modeliuvannia v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh*. **37**, 215–222.
5. Burtina, I. A., Ruzhynska, L. I., & Rudenko, L. S. (2016). Matematychna model masoobminnykh protsesiv pervaporatsiinoho ochyshchennia vody. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu Kharkivskiyi politekhnichnyi instytut. Serii: Novi rishennia v suchasnykh tekhnolohiiakh*. **12**, 5–11.
6. Matematychni modeliuvannia ta optymizatsiia ob'ektiv tekhnolohii neorhanichnykh rehovyn: navch. posib. dlia studentiv khim.-tekhnol. spets. VNZ / Frolova L. A. ta in. 2-he vyd. (2019). Dnipro : Aktsent.
7. Li, M., Qiang, Z., Pulgarin, C., & Kiwi, J. (2016). Accelerated methylene blue (MB) degradation by Fenton reagent exposed to UV or VUV/UV light in an innovative micro photo-reactor. *Applied Catalysis B: Environmental*. **187**, 83–89.
8. Singh, J., Chang, Y. Y., Koduru, J. R., & Yang, J. K. (2018). Potential degradation of methylene blue (MB) by nano-metallic particles: A kinetic study and possible mechanism of MB degradation. *Environmental Engineering Research*. **23**(1), 1–9.
9. Baghriche, O., Rtimi, S., Pulgarin, C., & Kiwi, J. (2017). Polystyrene CuO/Cu₂O uniform films inducing MB-degradation under sunlight. *Catalysis Today*. **284**, 77–83.

Фролова Лілія Анатоліївна – д.т.н., доцент кафедри технології неорганічних речовин та екології ДВНЗ «Український державний хіміко-технологічний університет (м. Дніпро), e-mail: 19kozak83@gmail.com. ORCID: 0000-0001-7970-2264.

Бутиріна Тетяна Євгенівна – к.х.н., доцент кафедри технології неорганічних речовин та екології, ДВНЗ «Український державний хіміко-технологічний університет (м. Дніпро), e-mail: butan@email.ua. ORCID.ORG/0000-0002-0619-6783.

Савченко Марія Олегівна – к.т.н., доцент кафедри технології неорганічних речовин та екології, ДВНЗ «Український державний хіміко-технологічний університет (м. Дніпро), e-mail: mary.mis2018@gmail.com.

Сухий Михайло Костянтинівич – студент групи 3-ПП, ДВНЗ «Український державний хіміко-технологічний університет (м. Дніпро).

УДК 519.65

А. Н. ХОМЧЕНКО

Чорноморський національний університет ім. Петра Могили
 О.І. ЛИТВИНЕНКО, Ю.Г. ТЕНДІТНИЙ, В.О. СТАРЧЕНКО
 Херсонська філія Національного університету кораблебудування ім. адм. Макарова
 І.О. АСТІОНЕНКО
 Херсонський національний технічний університет

МОДЕЛЮВАННЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ 2D-ШАБЛОНІВ ТА КУБАТУР ЯК ЗАДАЧІ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

Численне інтегрування стає все більш важливою процедурою в сучасному методі скінченних елементів (МСЕ). Зрозуміло, що переважна більшість відомих кубатур асоціюється з трикутниками і квадратами. На жаль, не всі кубатури придатні для практичного використання. Наприклад, є кубатури з від'ємними ваговими коефіцієнтами. На думку сучасних американських математиків Г. Стренга і Дж. Фікса, проблема конструювання кубатур навіть на трикутних та квадратних шаблонах лишається актуальною. Щоб отримати нові кубатури, використовуються псевдовипадкові числа і квазіметод Монте-Карло.

На зразок відомих систем трикутних і квадратних чисел Піфагора у 50-ті роки двадцятого століття в МСЕ виникли системи трикутних і квадратних обчислювальних шаблонів та відповідних кубатур. Особливість системного аналізу полягає в тому, що на одному шаблоні може існувати декілька альтернативних кубатур в межах закону збереження вагового балансу. В цих випадках постає проблема сегментного тестування нових базисів (на сумісність). Зусилля, що затрачені на стратифікацію вибірки, обертаються покращенням якості оцінки.

У роботі розглядаються системи обчислювальних 2D-шаблонів, які утворені на зразок арифметичних систем і геометрії трикутних і квадратних чисел Піфагора. Мета дослідження – на прикладах обчислювальних 2D-шаблонів і випадкових кубатур проілюструвати можливості і переваги процедури стратифікації вибіркової аплікат, підкреслити важливу роль центрованих моделей (з вузлом інтегрування в барицентрі трикутника, квадрата). В результаті дослідження з'ясувалося: якщо зафіксовано кількість вузлів інтегрування та їх розташування, то необхідно з'ясувати, яким критерієм скористатися для визначення коефіцієнтів лінійної комбінації аплікат. В системі альтернативних кубатур жоден із критеріїв стратифікації не має помітної переваги над іншими. Для кожного критерію можна підібрати приклад, в якому він буде кращим. Щоб знайти найбільш ефективну кубатуру для конкретної задачі потрібен спеціальний аналіз.

Ключові слова: системи обчислювальних шаблонів, системи кубатур, квазіметод Монте-Карло, псевдовипадкові числа, стратифікована вибірка, оптимізація оцінки.

А.Н. ХОМЧЕНКО

Черноморский национальный университет им. Петра Могилы
 Е.И. ЛИТВИНЕНКО, Ю.Г. ТЕНДИТНИЙ, В.А. СТАРЧЕНКО
 Херсонский филиал Национального университета кораблестроения им. адм. Макарова
 И.А. АСТИОНЕНКО
 Херсонский национальный технический университет

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ 2D-ШАБЛОНОВ И КУБАТУР КАК ЗАДАЧИ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

Численное интегрирование становится все более важной процедурой в современном методе конечных элементов (МКЭ). Понятно, что преимущественное большинство известных кубатур ассоциируется с треугольниками и квадратами. К сожалению, не все кубатуры пригодны для практического применения. Например, есть кубатуры с отрицательными весовыми коэффициентами. По мнению современных американских математиков Г. Стренга и Дж. Фікса, проблема конструирования кубатур даже на треугольных и квадратных шаблонах остается актуальной. Для получения новых кубатур, используются псевдослучайные числа и квазіметод Монте-Карло.

По образцу известных систем треугольных и квадратных чисел Піфагора в 50-е годы двадцятого века в МКЭ появились системы треугольных и квадратных вычислительных шаблонов и соответствующих кубатур. Особенность системного анализа состоит в том, что на одном шаблоне может существовать несколько альтернативных кубатур в рамках закона сохранения весового

баланса. В этих случаях возникает проблема сегментного тестирования новых базисов (на совместимость). Усилия, которые затрачены на стратификацию выборки, окупаются улучшением качества оценки.

В работе рассматриваются системы вычислительных 2D-шаблонов, которые образованы по примеру арифметических систем и геометрии треугольных и квадратных чисел Пифагора. Цель исследования – на примерах вычислительных 2D-шаблонов и случайных кубатур проиллюстрировать возможности и преимущества процедуры стратификации выборочных аппликат, подчеркнуть важную роль централизованных моделей (с узлом интегрирования в барицентре треугольника, квадрата). В результате исследования выяснилось: если зафиксировано количество узлов интегрирования и их расположение, то необходимо выяснить, каким критерием воспользоваться для определения коэффициентов линейной комбинации аппликат. В системе альтернативных кубатур ни один из критериев стратификации не имеет заметного преимущества над другими. Для каждого критерия можно подобрать пример, в котором он будет лучшим. Чтобы найти наиболее эффективную кубатуру для конкретной задачи, необходим специальный анализ.

Ключевые слова: системы вычислительных шаблонов, системы кубатур, квазиметод Монте-Карло, псевдослучайные числа, стратифицированная выборка, оптимизация оценки.

A.N. KHOMCHENKO

Petro Mohyla Black Sea National University

O.I. LYTUVYENKO, Yu.G. TENDITNYI, V.O. STARCHENKO

Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Kherson branch

I.O. ASTIONENKO

Kherson National Technical University

MODELLING OF COMPUTATIONAL 2D-TEMPLATES AND CUBATURES AS THE PROBLEMS OF SYSTEM ANALYSIS

Numerical integration is becoming an increasingly important procedure in the modern method of finite elements (MFE). It is clear that the overwhelming majority of known cubatures is associated with triangles and squares. Unfortunately, not all cubatures are suitable for practical use. For example, there are cubatures with negative weight number. According to modern American mathematicians G. Strang and J. Fix, the problem of constructing the cubatures even on triangular and square patterns remains relevant. To obtain new cubatures pseudo-random numbers and the Monte-Carlo quasi-method are used.

By the example of well-known systems of triangular and square Pythagorean numbers in the 50s of the twentieth century the systems of triangular and square computational templates and corresponding cubatures appeared in the MFE. The peculiarity of system analysis is that on one template there may be several alternative cubatures within the law of conservation of weight balance. In these cases the problem of segment testing of new bases (for compatibility) arises. Efforts spent to stratify the selection result in improved quality of evaluation.

The paper considers systems of computational 2D-templates which are formed following the example of arithmetic systems and geometry of triangular and square Pythagorean numbers. The purpose of the study is to illustrate the possibilities and advantages of the procedure of stratification of selective applicates, to emphasize the important role of centered models (with integration node in the barycenter of a triangle, square) on the examples of computational 2D-templates and random cubatures. The study found the following: if the number of integration nodes and their location was recorded, it is necessary to find out which criterion should be used to determine the coefficients of the linear combination of applicates. In the system of alternative cubatures none of the stratification criteria has a significant advantage over the others. For each criterion one can choose an example in which it will be the best. To find the most effective cubature for a particular task a special analysis is required.

Keywords: systems of computational templates, cubatures systems, Monte-Carlo quasi-method, pseudo-random numbers, stratified selection, optimization of evaluation.

Постановка проблеми

Нагадаємо, що 2D-шаблони використовують для чисельних оцінок подвійних інтегралів. З геометричної точки зору подвійний інтеграл – це об’єм тіла. Проблема полягає у створенні простого алгоритму (на зразок класичного методу Монте-Карло)

для наближеного обчислення подвійного інтеграла на трикутному (квадратному) шаблоні шляхом вдалого усереднення значень підінтегральної функції в незалежних випадкових точках (вузлах). Квазіметод Монте-Карло дозволяє використовувати квазівипадкові точки. Важливо, щоб система цих точок мала рівномірний розподіл. Рівномірність важливіша за випадковість. Популярність квазіметоду Монте-Карло пояснюється тим, що для деяких функцій похибка наближення зменшується як $1/N$, а для класичного методу вона завжди має порядок $1/\sqrt{N}$, де N – об'єм вибірки. Системний аналіз викриває цікаві приклади, коли шаблон відіграє подвійну роль: як скінченний елемент в сітковому ансамблі і як носій кубатури. В цих випадках постає проблема сегментного тестування нових базисів (на сумісність).

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Ми розглядаємо системи обчислювальних $2D$ -шаблонів, які утворені на зразок арифметичних систем і геометрії трикутних і квадратних чисел Піфагора [1]. Зацікавлений читач швидко знайде зв'язок між фігурними числами Піфагора і сучасним методом скінченних елементів [2-4]. Наприклад, лагранжеві елементи успадкували (без будь-яких відхилень) форму, кількість точок та їх розташування на фігурних числах Піфагора. Модифікації кубатур конструюються шляхом зваженого усереднення вузлових аплікват. Стратифікація вибірових аплікват може здійснюватися за різними “рецептами”. Тому на одному шаблоні іноді виникають дві або три кубатури. Деякі кубатури відрізняються від класичних кубатур [3-5], що отримані традиційним методом невизначених коефіцієнтів. В таких випадках виникає потреба порівняти оцінки подвійного інтеграла. Про метод Монте-Карло можна прочитати в [5, 6]. Кубатурні формули (переважно для трикутних шаблонів) є в [2-4]. Двовимірні аналоги одновимірних квадратур Котеса майже не зустрічаються, хоча системний аналіз показує, що версія Котеса має не лише академічний інтерес [8-11].

Мета дослідження

На прикладах обчислювальних $2D$ -шаблонів і випадкових кубатур проілюструвати можливості і переваги процедури стратифікації вибірових аплікват, підкреслити важливу роль центрованих моделей (з вузлом інтегрування в барицентрі трикутника, квадрата). Система кубатур створює умови для отримання деяких комбінованих алгоритмів, де випадковий вибір сполучається із обчисленням детермінованої суми. Кінцева мета дослідження – поповнити модельний ряд шаблонів і кубатур новими моделями на зразок нестандартного трикутника [7]. Заслужують на увагу мішані моделі квадратів Q_6 і Q_{12} .

Викладення основного матеріалу дослідження

Історично все почалося з фігурних чисел Піфагора, які через 25 століть несподівано потрапили в сучасний метод скінченних елементів (МСЕ). На рис. 1 показані системи трикутних та квадратних піфагорових чисел.

Сьогодні такі моделі широко використовують в задачах відновлення функцій двох аргументів в рамках інтерполяційної гіпотези Лагранжа (або Ерміта).

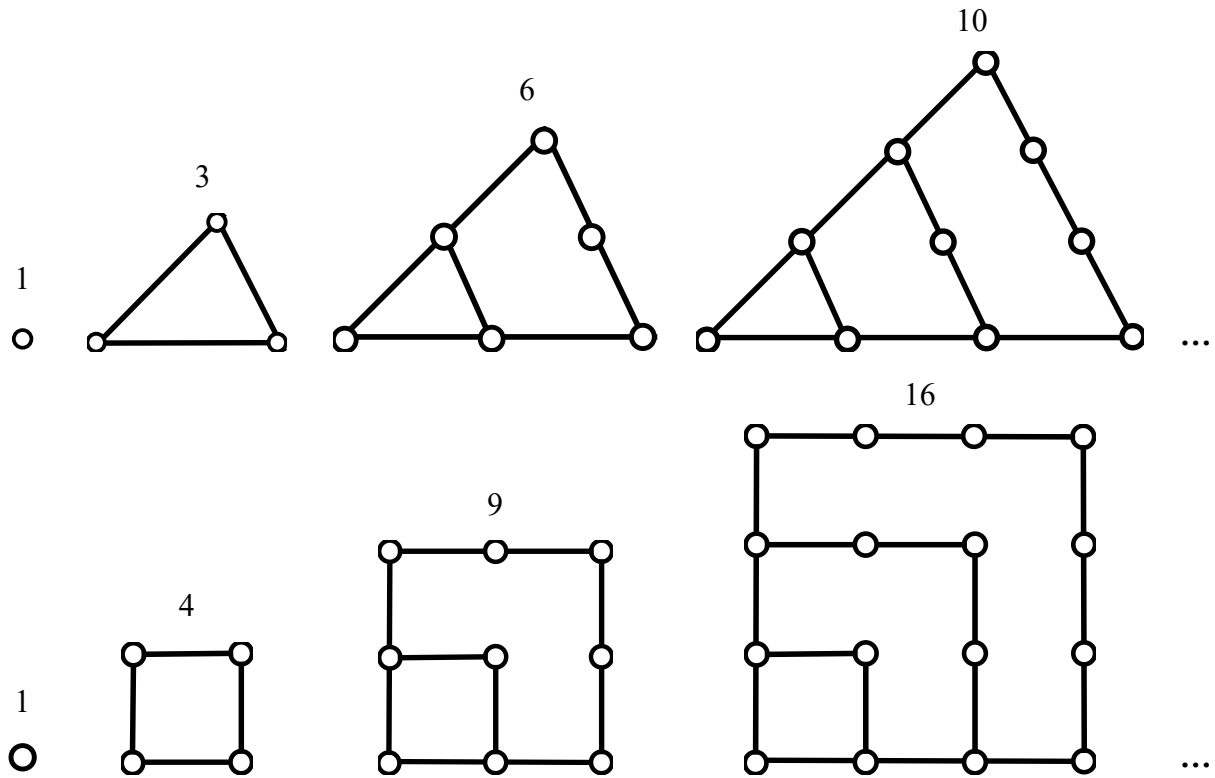


Рис. 1. Системи піфагорових чисел

Наша задача – побудувати обчислювальні шаблони і відповідні формули для наближеного інтегрування функцій двох аргументів. Почнемо з трикутників, які показані на рис. 2.

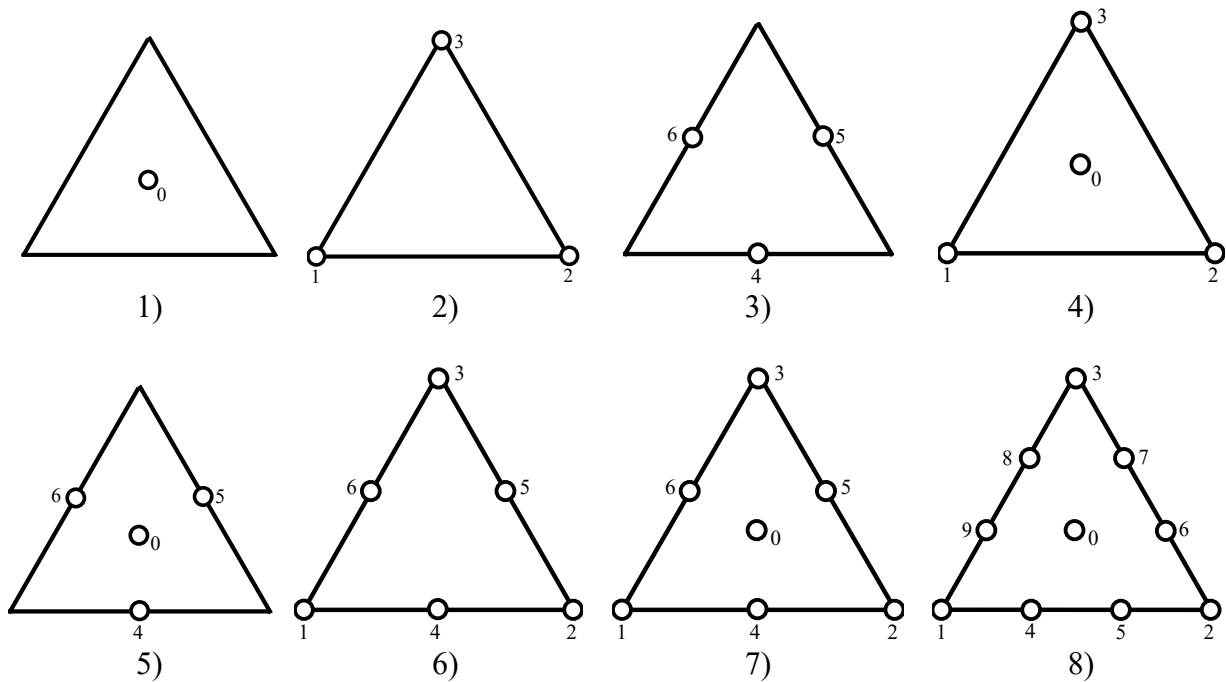


Рис. 2. Система трикутних шаблонів для подвійного інтегрування

Перші три формули спираються на просту вибірку і не потребують коментарів:

$$1) \iint_D f(x, y) dx dy \approx S \cdot f_0,$$

$$2) \iint_D f(x, y) dx dy \approx S \cdot \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 f_i,$$

$$3) \iint_D f(x, y) dx dy \approx S \cdot \frac{1}{3} \sum_{i=4}^6 f_i,$$

де S – площа області D , f_i – вузлові аплікати.

Ці прості оцінки об'єму тіла V узагальнюють відомі квадратури: центрального інтегрування і трапецій. Якщо об'єднати 1) і 2) та скористатися принципом повузлової пропорційності, можна отримати формулу підвищеної точності:

$$4A) V \approx S \cdot \left(\frac{3}{4} f_0 + \frac{1}{12} \sum_{i=1}^3 f_i \right).$$

До речі, метод невизначених коефіцієнтів дає саме цю кубатуру [2]. Зважене усереднення 1) і 2) з коефіцієнтами $2/3$ і $1/3$ (“золота” пропорція) дає:

$$4B) V \approx S \cdot \left(\frac{2}{3} f_0 + \frac{1}{9} \sum_{i=1}^3 f_i \right).$$

Арифметичне усереднення 1) і 2) дає кубатуру (паритет):

$$4C) V \approx S \cdot \left(\frac{1}{2} f_0 + \frac{1}{6} \sum_{i=1}^3 f_i \right).$$

В рамках квазіметоду Монте-Карло експерименти (стратифікація вибірки) не тільки цікаві, але й корисні. Варто показати ще один приклад “зважування” 1) і 2) з коефіцієнтами $3/5$ і $2/5$:

$$4D) V \approx S \cdot \left(\frac{3}{5} f_0 + \frac{2}{15} \sum_{i=1}^3 f_i \right).$$

Шаблон 5) можна отримати в результаті суперпозиції 1) і 3). “Рецепти” стратифікації вибірки аналогічні з 4). На нецентрованому шаблоні 6) можна обмежитись арифметичним усередненням, хоча це не зовсім природно. Зважування шаблонів 2) і 3) краще виконати з коефіцієнтами $1/3$ і $2/3$:

$$6) V \approx S \cdot \left(\frac{1}{9} \sum_{i=1}^3 f_i + \frac{2}{9} \sum_{i=4}^6 f_i \right).$$

Шаблон 7) – це суперпозиція 3) і 4). Якщо “зважувати” ці шаблони за правилом повузлової пропорційності, отримаємо:

$$7A) V \approx S \cdot \left(\frac{3}{7} \cdot f_0 + \frac{1}{21} \sum_{i=1}^3 f_i + \frac{1}{7} \sum_{i=4}^6 f_i \right).$$

Якщо скористатися “золотою” пропорцією (3/5 і 2/5), або методом невизначених коефіцієнтів, отримаємо кубатуру:

$$7B) V \approx S \cdot \left(\frac{9}{20} \cdot f_0 + \frac{1}{20} \sum_{i=1}^3 f_i + \frac{2}{15} \sum_{i=4}^6 f_i \right),$$

яка майже не відрізняється від 7A).

Уважний читач вже помітив, що деякі трикутники виконують потрібну роль – як числа в системі Піфагора (рис.1), як скінченні елементи [2, 4] і як обчислювальні шаблони. Як відомо, у скінченного елемента є базис. Це дає іще один “рецепт” побудови кубатури шляхом інтегрального усереднення базисних функцій. В інтегральному численні це правило існує з часів Ньютона і Котеса. На жаль, воно не завжди гарантує фізичну адекватність інтегральних характеристик моделі. Наприклад, на трикутнику 6) інтегральне усереднення виключає із кубатури половину аплікату: ваговий коефіцієнт кутового вузла дорівнює нулю. Нижче на квадраті ми зустрінемо небажані від’ємні характеристики. Нещодавно [7] вдалося побудувати базис для нетрадиційного трикутника 7) (рис. 2). Інтегральне усереднення підтверджує формулу 7B).

Кубатура для трикутника 8) (рис. 2) є результатом інтегрального усереднення аплікату і має вигляд:

$$8) V \approx S \cdot \left(\frac{9}{20} \cdot f_0 + \frac{1}{30} \sum_{i=1}^3 f_i + \frac{3}{40} \sum_{i=4}^9 f_i \right).$$

Під оптимізацією кубатури ми розуміємо мінімізацію похибки. Це цілком природно.

Тепер розглянемо систему квадратних шаблонів (рис. 3).

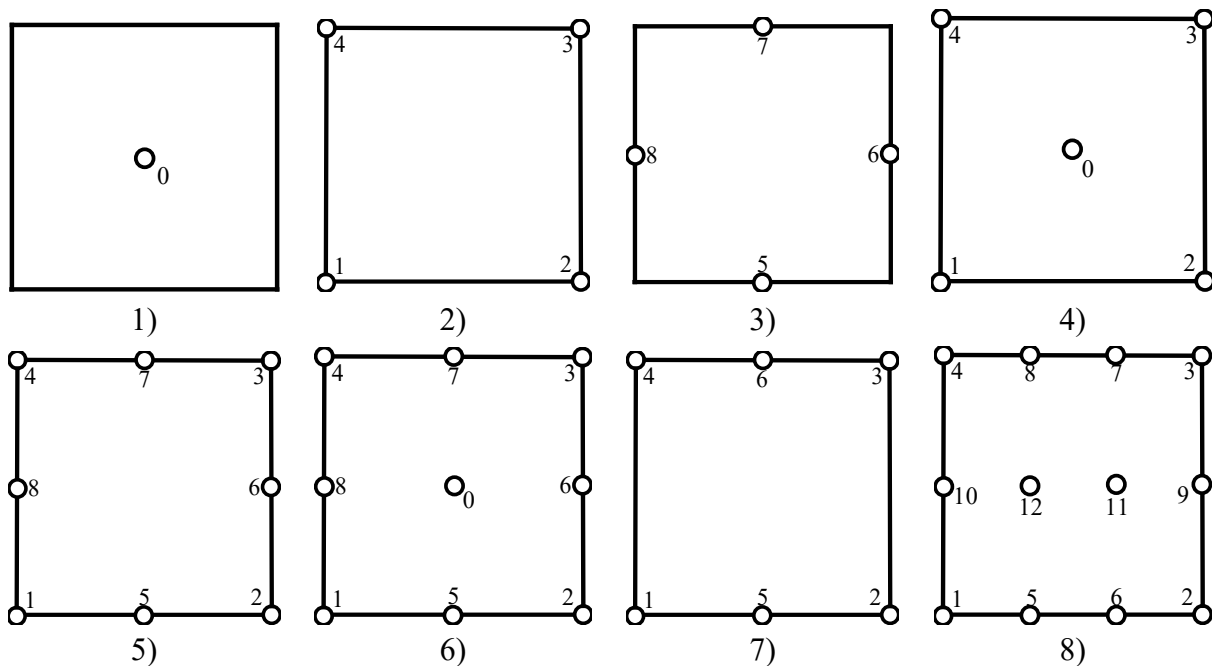


Рис. 3. Система квадратних шаблонів для подвійного інтегрування

У більшості випадків побудова відповідних кубатур – це 2D-узагальнення відомих квадратур. В окремих випадках допомагає геометрична інтуїція та когнітивність шаблону. Перші три моделі прості і зрозумілі:

$$1) V \approx S \cdot f_0, \quad 2) V \approx \frac{S}{4} \sum_{i=1}^4 f_i, \quad 3) V \approx \frac{S}{4} \sum_{i=5}^8 f_i.$$

Четверта модель уже має альтернативні кубатури, як результат “зважування” квадратів 1) і 2):

$$4A) V \approx S \cdot \left(\frac{4}{5} \cdot f_0 + \frac{1}{20} \sum_{i=1}^4 f_i \right) \quad (\text{повузлова пропорція}),$$

$$4B) V \approx S \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot f_0 + \frac{1}{12} \sum_{i=1}^4 f_i \right) \quad (\text{“золота” пропорція}),$$

$$4C) V \approx S \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot f_0 + \frac{1}{8} \sum_{i=1}^4 f_i \right) \quad (\text{паритет}).$$

Решта квадратів використовуються в МСЕ і мають відповідні базиси. Інтегральне усереднення базису серендипового елемента Q8 [3, 4] дає кубатуру:

$$5A) V \approx S \cdot \left(-\frac{1}{12} \sum_{i=1}^4 f_i + \frac{1}{3} \sum_{i=4}^8 f_i \right).$$

Практика інтегрування не забороняє кубатури з від’ємними ваговими коефіцієнтами, але і не рекомендує.

Якщо при “зважуванні” квадратів 2) і 3) порівняти площі ($S_{1234} = 2 \cdot S_{5678}$), отримаємо альтернативу:

$$5B) V \approx S \cdot \left(\frac{1}{12} \sum_{i=1}^4 f_i + \frac{1}{6} \sum_{i=4}^8 f_i \right).$$

Тут неважко помітити “золоту” пропорцію (1/3 і 2/3), яка завжди допомагає, якщо нічого іншого не спадає на думку.

Шаблон 6) використовують в МСЕ як елемент біквадратичної інтерполяції за Лагранжем. Інтегральне усереднення базису дає кубатуру:

$$6) V \approx S \cdot \left(\frac{4}{9} \cdot f_0 + \frac{1}{36} \sum_{i=1}^4 f_i + \frac{1}{9} \sum_{i=5}^8 f_i \right).$$

Це 2D-аналог правила Сімпсона.

Шаблон 7) – це мішаний SE лінійно-квадратичної інтерполяції. Кубатура комбінується із двох квадратур: Сімпсона і трапецій.

$$7) V \approx S \cdot \left(\frac{1}{12} \sum_{i=1}^4 f_i + \frac{1}{3} \sum_{i=5}^6 f_i \right).$$

Шаблон 8) – це мішаний квадратично-кубічний скінченний елемент. В результаті інтегрального усереднення базисних функцій отримуємо кубатуру:

$$8) V \approx S \cdot \left(\frac{1}{48} \sum_{i=1}^4 f_i + \frac{1}{16} \sum_{i=5}^8 f_i + \frac{1}{12} \sum_{i=9}^{10} f_i + \frac{1}{4} \sum_{i=11}^{12} f_i \right).$$

Вагові коефіцієнти стратифікованої вибірки (12 аплікати) успадковані від класичних квадратур: “3/8” і Сімпсона.

Висновки

Якщо зафіксовано кількість вузлів інтегрування та їх розташування, ми маємо з’ясувати, яким критерієм скористатися для визначення коефіцієнтів лінійної комбінації аплікат. В системі альтернативних кубатур жоден із критеріїв стратифікації не має помітної переваги над іншими. Для кожного критерію можна підібрати приклад, в якому він буде кращим. Щоб знайти найбільш ефективну кубатуру для конкретної задачі потрібен спеціальний аналіз.

Розглянуті у роботі шаблони і кубатури спираються на ідеї Ньютона і Котеса. Шаблони і кубатури Гаусса – тема наступної публікації.

Список використаної літератури

1. Яглом И.М. Математика и реальный мир. М.: Знание, 1978. 64 с.
2. Марчук Г.И., Агошков В.И. Введение в проекционно-сеточные методы. М.: Наука, 1981. 416 с.
3. Zienkiewicz O. C. The Finite Element Method in Engineering Science. London: McGraw-Hill, 1971. 571 p.
4. Segerlind L.J., Applied Finite Element Analysis. New York-London-Sydney-Toronto, John Wiley & Sons. 1976. 422 p.
5. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. М.: Наука, 1982. 296 с.
6. Соболев И.М. Метод Монте-Карло. М.: Наука, 1985. 80 с.
7. Хомченко А. Н., Литвиненко О.И., Астіоненко І.О. Нестандартна модель трикутного скінченного елемента Т7. *Системні технології*. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. Випуск 5 (130). Дніпро, 2020. С. 37-46. DOI: 10.34185/1562-9945-5-130-2020-05
8. Strang G., Fix G. J. An Analysis of the Finite Element Method. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc. 1973.
9. Литвиненко Е.И. Математические модели и алгоритмы компьютерной диагностики физических полей: дис. ... кандидата техн. наук: 05.13.06. Херсон, 1999. 172 с.
10. Astionenko I.O, Litvinenko O.I., Osipova N.V., Tuluchenko G.Ya., Khomchenko A.N. Cognitive-graphic Method for Constructing of Hierarchical Form of Basic Functions of Biquadratic Finite Element. *AIP Conference Proceedings Report*. 2016. V. 1773, No 1, 040002-1 – 040002-11. DOI: 10.1063/1.4964965.
11. Хомченко А. Н., Литвиненко О.И., Астіоненко І.О. “Дута” мода як когнітивна модель побудови трикутника третього порядку. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2019. Т. 2, № 2. С. 110-117. DOI: 10.32782/2618-0340/2019.2-2.10

References

1. Yaglom I.M. (1978). *Matematika i realnyiy mir*. M.: Znanie.
2. Marchuk, G.I., & Agoshkov, V.I. (1981). *Vvedenie v proektsionno-setochnyye metody*. M.: Nauka.
3. Zienkiewicz, O. C. (1971). *The Finite Element Method in Engineering Science*. London: McGraw-Hill.
4. Segerlind, L.J. (1976). *Applied Finite Element Analysis*. New York-London-Sydney-Toronto, John Wiley & Sons.
5. Ermakov, S.M., & Mihaylov, G.A. (1982). *Statisticheskoe modelirovanie*. M.: Nauka.
6. Sobol, I.M. (1985). *Metod Monte-Karlo*. M.: Nauka.
7. Khomchenko, A. N., Lytvynenko, O.I., & Astionenko, I.O. (2020). Nestandartna model trykutnoho skinchennoho elementa T7. *Systemni tekhnologii. Rehionalnyi mizhvuzivskyi zbirnyk naukovykh prats. Dnipro*. **5** (130), 37-46. DOI: 10.34185/1562-9945-5-130-2020-05.
8. Strang, G., & Fix, G. J. (1973). *An Analysis of the Finite Element Method*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc.
9. Litvinenko, E.I. (1999). *Matematicheskie modeli i algoritmyi kompyuternoy diagnostiki fizicheskikh poley: dis. ... kandidata tehn. nauk: 05.13.06*. Herson.
10. Astionenko, I.O., Litvinenko, O.I., Osipova, N.V., Tuluchenko, G.Ya., & Khomchenko, A.N. (2016). Cognitive-graphic Method for Constructing of Hierarchical Form of Basic Functions of Biquadratic Finite Element. *AIP Conference Proceedings Report*. **1773**, 1, 040002-1 – 040002-11. DOI: 10.1063/1.4964965.
11. Khomchenko, A. N., Lytvynenko, O.I., & Astionenko, I.O. (2019). «Duta» moda yak kohnityvna model pobudovy trykutnyka tretoho poriadku. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuvannia*. **2**, 2, 110-117. DOI: 10.32782/2618-0340/2019.2-2.10

Хомченко Анатолій Никифорович – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри інтелектуальних інформаційних систем Чорноморського національного університету ім. П. Могили, e-mail: khan@chmnu.edu.ua, ORCID: 0000-0002-5053-388X.

Литвиненко Олена Іванівна – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційних технологій та фізико-математичних дисциплін Херсонської філії Національного університету кораблебудування ім. адм. Макарова, e-mail: mmkntu@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9890-6959.

Астіоненко Ігор Олександрович – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри вищої математики і математичного моделювання Херсонського національного технічного університету, e-mail: astia@ukr.net, ORCID: 0000-0002-5831-6353.

Тендітний Юрій Григорович – старший викладач кафедри інформаційних технологій та фізико-математичних дисциплін Херсонської філії Національного університету кораблебудування ім. адм. Макарова, e-mail: nten.hfnuk@gmail.com.

Старченко Віктор Олексійович – магістр кафедри інформаційних технологій та фізико-математичних дисциплін Херсонської філії Національного університету кораблебудування ім. адм. Макарова, e-mail: Starchenko95victor@gmail.com.

УДК 0048:681.3

О.В. ЧОПОРОВА, С.В. ЧОПОРОВ, А.О. ЛІСНЯК
Запорізький національний університет

ВИКОРИСТАННЯ МАШИННОГО НАВЧАННЯ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ КРУГЛОЇ ПЛАСТИНКИ

Штучні нейронні мережі застосовуються у різноманітних сферах, пов'язаних з обробкою інформації. Наприклад, в таких галузях як: розпізнавання образів, задачі оптимізації, теорія керування, вирішення інженерних задач проектування, екстраполяція та прогнозування. Існує велика кількість програмного забезпечення, що використовує можливості технологій штучних нейронних мереж. У сучасному виробництві широке поширення одержали системи автоматизованого проектування, які дозволяють проектувати технологічні процеси з меншими витратами часу та засобів, зі збільшенням точності спроектованих процесів і програм обробки.

Розробка методів і моделей машинного навчання дозволяє робити швидкі оцінки необхідних параметрів стану об'єкту. З практичної точки зору моделі машинного навчання для прогнозування значень параметрів стану конструкції можуть слугувати як інтерактивні асистенти у процесі проектування. Одним із актуальних питань застосувань нейронних мереж є їх структурна оптимізація, тобто, вибір оптимальної кількості шарів, нейронів, функцій активації тощо. У даній роботі розглянуто використання машинного навчання для прогнозування напружено-деформованого стану круглої пластинки. Розроблено алгоритм генерації параметрів круглої пластинки. Побудовано модель штучної нейронної мережі для прогнозування напружено-деформованого стану круглої пластинки. Тестову вибірку, яка містить можливі стани пластинки у залежності від геометричних і фізико-механічних параметрів, побудовано з використанням аналітичних формул і методу скінченних елементів. Побудовано моделі навчання на базі штучних нейронних мереж. Побудовані моделі дозволяють прогнозувати прогин у центрі пластинки, а також максимальне значення інтенсивності напружень за Мізесом. Основною перевагою штучної нейронної мережі є швидкість прогнозування. Обчислення необхідних характеристик відбувається майже миттєво (мілісекунди). Отже, «натреновані» штучні нейронні мережі можуть слугувати як інтерактивні помічники у процесі проектування.

Ключові слова: машинне навчання, штучна нейронна мережа, алгоритм генерації, напружено-деформований стан, пластинка, прогнозування.

О.В. ЧОПОРОВА, С.В. ЧОПОРОВ, А.А. ЛІСНЯК
Запорожский национальный университет

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КРУГЛОЙ ПЛАСТИНКИ

Искусственные нейронные сети применяются в различных сферах, связанных с обработкой информации. Например, в таких областях как: распознавание образов, задачи оптимизации, теория управления, решения инженерных задач проектирования, экстраполяция и прогнозирование. Существует большое количество программного обеспечения, использующего возможности технологий искусственных нейронных сетей. В современном производстве широкое распространение получили системы автоматизированного проектирования, которые позволяют проектировать технологические процессы с меньшими затратами времени и средств, с увеличением точности спроектированных процессов и программ обработки.

Разработка методов и моделей машинного обучения позволяет делать быстрые оценки необходимых параметров состояния объекта. С практической точки зрения модели машинного обучения для прогнозирования значений параметров состояния конструкции могут служить как интерактивные ассистенты в процессе проектирования. Одним из актуальных вопросов применений нейронных сетей является их структурная оптимизация, то есть, выбор оптимального количества слоев, нейронов, функций активации и тому подобное. В данной работе рассмотрено использование машинного обучения для прогнозирования напряженно-деформированного состояния круглой пластинки. Разработан алгоритм генерации параметров круглой пластинки. Построена модель искусственной нейронной сети для прогнозирования напряженно-деформированного состояния круглой пластинки. Тестовая выборка, которая содержит возможные состояния пластинки в зависимости от

геометрических и физико-механических параметров, построена с использованием аналитических формул и метода конечных элементов. Построены модели обучения на базе искусственных нейронных сетей. Построенные модели позволяют прогнозировать прогиб в центре пластинки, а также максимальное значение интенсивности напряжений по Мизесу. Основным преимуществом искусственной нейронной сети является скорость прогнозирования. Вычисления требуемых характеристик происходит почти мгновенно (миллисекунды). Итак, «натренированные» искусственные нейронные сети могут служить как интерактивные помощники в процессе проектирования.

Ключевые слова: машинное обучение, искусственная нейронная сеть, алгоритм генерации, напряженно-деформированное состояние, пластинка, прогнозирование.

O.V. CHOPOROVA, S.V. CHOPOROV, A.O. LISNIAK
Zaporizhzhia National University

USING MACHINE LEARNING TO PREDICT THE STRESS-STRAIN STATE OF A CIRCULAR PLATE

Artificial neural networks are used in various areas related to information processing. For example, in such areas as: pattern recognition, optimization problems, control theory, engineering design problems, extrapolation and forecasting. There is a large amount of software that uses the capabilities of artificial neural network technology. In modern production, computer-aided design systems have become widespread, which allow to design technological processes with less time and money, with increasing accuracy of the designed processes and processing programs.

The development of machine learning methods and models allows you to make quick estimates of the necessary parameters of the state of the object. From a practical point of view, machine learning models for predicting the values of structural parameters can serve as interactive assistants in the design process. One of the topical issues in the application of neural networks is their structural optimization, the choice of the optimal number of layers, neurons, activation functions and so on. In this paper, the use of machine learning to predict the stress-strain state of a circular plate is considered. An algorithm for generating circular plate parameters has been developed. A model of an artificial neural network for predicting the stress-strain state of a circular plate is constructed. The test sample, which contains the possible states of the plate depending on the geometric and mechanical parameters, was constructed using analytical formulas and the finite element method. Learning models based on artificial neural networks are built. The constructed models allow predicting the deflection in the center of the plate, as well as the maximum value of the stress intensity according to Mises. The main advantage of an artificial neural network is the speed of prediction. The calculation of the required characteristics is almost instantaneous (milliseconds). Thus, "trained" artificial neural networks can serve as interactive assistants in the design process.

Keywords: machine learning, artificial neural network, algorithm, stress-strain state, plate, prediction, regression.

Постановка проблеми

Необхідність в дослідженні поведінки інженерних конструкцій виникає в різноманітних галузях, таких як будівництво, автомобілебудування, ракетобудування і ін. Машинне навчання дозволяє отримати моделі для миттєвої оцінки параметрів стану об'єкта. Таким чином, розробка методів машинного навчання для прогнозування поведінки інженерних конструкцій є актуальною.

Класичні методи математичного моделювання дозволяють робити прогнози з необхідною точністю, але підготовка математичних моделей і проведення відповідних обчислювальних експериментів можуть бути тривалими за часом. Методи машинного навчання дозволяють адаптувати свою структуру шляхом обробки вибірки даних. Вони дозволяють розширити можливості математичного моделювання за допомогою обліку результатів обчислювальних і натурних експериментів. З практичної точки зору моделі машинного навчання для прогнозування значень параметрів стану конструкції можуть служити інтерактивними асистентами в процесі проектування.

Завдання прогнозування параметрів стану об'єкта по його геометричним і фізико-механічними параметрами можна віднести до класу задач регресії. Для

прогнозування напружено-деформованого стану круглої пластинки необхідно враховувати такі параметри: радіус, товщину, модуль Юнга, коефіцієнт Пуассона, навантаження.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

На сьогоднішній день великої популярності в світі набула така галузь штучного інтелекту як нейронні мережі. Штучні нейронні мережі застосовуються у різноманітних сферах, пов'язаних з обробкою інформації. Наприклад, в таких галузях як: розпізнавання образів, задачі оптимізації, теорія керування, вирішення інженерних задач проектування, екстраполяція та прогнозування. Існує велика кількість програмного забезпечення, що використовує можливості технологій штучних нейронних мереж. Прикладом можуть бути універсальні програми, що вирішують задачі від розпізнавання рукописного тексту до задач прогнозування. Таким чином, вивчення методів тренування нейронних мереж в даний час є актуальною темою.

Наприклад, у роботах [1–3] досліджено можливості машинного навчання для розв'язання задач механіки руйнування. Зокрема, у роботі [1] для навчання нейронної мережі прогнозувати можливі зони руйнування балок використано дані 64 обчислювальних експериментів та 3 натурних. У роботі [8] розроблено нейронну мережу, яка базується на фільтрі Калмана, для прогнозування руйнування швидкісної дороги на мосту шляхом обробки даних про температуру та коливання. У роботі [4] для прогнозування руйнування за даними про вібрації розроблено модель на основі самоорганізаційної карти Кохонена. У роботі [2] досліджено можливості нейронних мереж для прогнозування максимальних переміщень у залізничних балках. Модель нейронної мережі побудовано як функцію двох змінних: фрикційного параметра та швидкості навантаження. Для навчання використано 663 точки, що дозволило отримати максимальну похибку відносно скінченно-елементної моделі у 5,4%. Модель нейронної мережі для прогнозування критичного навантаження (у контексті втрати стійкості) двотаврової балки з отворами розроблено у роботі [3]. Розроблена модель враховує сім геометричних параметрів і дозволяє обчислити критичне навантаження з точністю у межах від 3,7% до 0,4% за час, менший однієї мілісекунди. Спосіб підвищення точності та ефективності обчислення функцій обмежень у задачах оптимального проектування конструкцій на базі апроксимації похибки розв'язання системи диференціальних рівнянь запропоновано у роботі [5]. Модель нейронної мережі використовується для обчислення похибки аналітико-чисельного алгоритму обчислення довговічності балочної конструкції відносно скінченно-елементного розв'язку. Покроковий алгоритм донавчання нейронної моделі, який дозволяє розв'язувати задачі динаміки будівельних конструкцій, розроблено у роботі [6]. Розроблений алгоритм дозволяє прогнозувати напружено-деформований стан конструкції, яка знаходиться під дією тривалого або короткочасного навантаження.

Отже, аналіз останніх досліджень і публікацій дозволяє зробити висновок про актуальність розробки моделей на базі нейронних мереж для прогнозування напружено-деформованого стану з використанням генетичного алгоритму. Можливості нейронних мереж для прогнозування стану оболонкових конструкцій потребують дослідження.

Мета дослідження

Мета дослідження – розробка штучної нейронної мережі для прогнозування напружено-деформованого стану круглої пластинки із ізотропного матеріалу, яка знаходиться під дією рівномірно розподіленого по поверхні поперечного тиску.

Об'єкт дослідження – напружено-деформований стан круглої пластинки із ізотропного матеріалу, яка знаходиться під дією рівномірно розподіленого по поверхні поперечного тиску.

Предмет дослідження – методи і моделі машинного навчання для регресійного аналізу.

Задачі дослідження:

1. Розробити алгоритм формування вибірки для навчання та тестування моделей.
2. Розробити нейронну мережу для прогнозування максимального прогину пластинки.
3. Розробити нейронну мережу для прогнозування максимальних значень прогину та інтенсивності напружень за Мізесом у пластинці.

Викладення основного матеріалу дослідження

1. Нейромережевий метод моделювання напружено-деформованого стану круглої пластини

Розглянемо круглу пластинку з параметрами: a – радіус, h – товщина, E – модуль пружності матеріалу, ϑ – коефіцієнт Пуассона, q – поперечна сила. Якщо навантаження, що діє на круглу пластинку, розподілене по ній симетрично відносно осі, що перпендикулярна до площини пластинки та проходить через її центр, тоді вигнута поверхня, в яку перетвориться серединна площина пластинки, також буде симетричною. В усіх точках, рівновіддалених від центру пластинки, прогини будуть однакові, тому їх можна розглядати в одному діаметральному перетині, що проходить через вісь симетрії. Відповідно до [9], початок координат O знаходиться в центрі невингнutoї пластинки, через r позначено радіальну відстань точок, що лежать у серединній площині, а через ω – їх прогин донизу.

Прогин круглої пластинки, що поперечно навантажена, описує таке рівняння:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\omega}{dr} \right) \right] = \frac{Q}{D}, \quad (1)$$

де Q – поперечна сила, що приходить на одиницю довжини циліндричного перерізу радіуса r ;

r – радіус;

D – жорсткість пластинки при вигині, яка має вигляд такого рівняння:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \vartheta^2)}, \quad (2)$$

де E – модуль пружності матеріалу,

ϑ – коефіцієнт Пуассона,

h – товщина.

Для випадку рівномірного навантаження q модель отримує такий вигляд:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\omega}{dr} \right) \right] = \frac{qr}{2D}. \quad (3)$$

Якщо пластинка затиснена по контуру, тоді прогин можна представити у такому вигляді:

$$\omega = \frac{q}{64D} (a^2 - r^2)^2, \quad (4)$$

де a – радіус, r – відстань від центра до поточної точки.

Найбільший прогин спостерігається у центрі пластинки, тоді його величина буде дорівнювати:

$$\omega_{max} = \frac{qa^4}{64D}. \quad (5)$$

Найбільша напруга спостерігається на контурі пластинки і буде дорівнювати:

$$(\sigma_r)_{max} = \frac{3qa^2}{4h^2}. \quad (6)$$

2. Генерація навчальної вибірки круглої пластини

Для визначення напружено-деформованого стану круглої пластинки необхідні значення таких параметрів як: a – радіус пластинки, h – товщина пластинки, E – модуль пружності матеріалу, ϑ – коефіцієнт Пуассона, q – поперечна сила.

Параметри пластинки генеруються випадковим чином з такими обмеженнями:

- $a \in [0.1; 4]$ (м);
- $h \in [0.01; 0.05]$ (м);
- $E \in [50000; 300000]$ (MPa);
- $\vartheta \in [0; 0.45]$;
- $q \in [0.01; 0.1]$ (MPa).

Алгоритм генерації даних круглої пластинки представлено нижче:

algorithm generation_circular_plate

input:

n (кількість значень у вибірці)

output:

S (вибірка для навчання)

begin

$S \leftarrow \emptyset$

for $i \leftarrow 1$ to n **do**

begin

$a \leftarrow \text{random}(0,1; 4)$

$h \leftarrow \text{random}(0,01; 0,05)$

$q \leftarrow \text{random}(0,01; 0,1)$

$E \leftarrow \text{random}(50000; 300000)$

$\vartheta \leftarrow \text{random}(0; 0,45)$

$D \leftarrow \frac{Eh^3}{12(1-\vartheta^2)}$

$\omega_{max} \leftarrow \frac{qa^4}{64D}$

$\sigma_{max} \leftarrow \frac{3qa^2}{4h^2}$

$$S \leftarrow S \cup (a, h, E, \vartheta, q, \omega_{max}, \sigma_{max})$$

end

end

де D – жорсткість пластинки,

ω_{max} – максимальний прогин,

σ_{max} – інтенсивність напружень.

У результаті генерації 10000 даних отримуємо таблицю з результатами по кожному параметру в залежності від заданих обмежень.

3. Архітектура нейронної мережі

Для прогнозування прогину та інтенсивності напружень круглої пластинки розглянемо дві штучні нейронні мережі: 1 – для визначення максимального прогину, 2 – для прогнозування інтенсивності напружень. Структура нейронної мережі для визначення максимального прогину має вигляд, наведений рис. 1. Перший шар зовнішній і складається з 5 параметрів, що були використані під час генерації даних. Внутрішніх шарів у моделі – 5 по 30 нейронів у кожному. Останній шар (також зовнішній) має кількість нейронів, яка дорівнює кількості вихідних значень, тобто 1 нейрон для обчислення прогину.

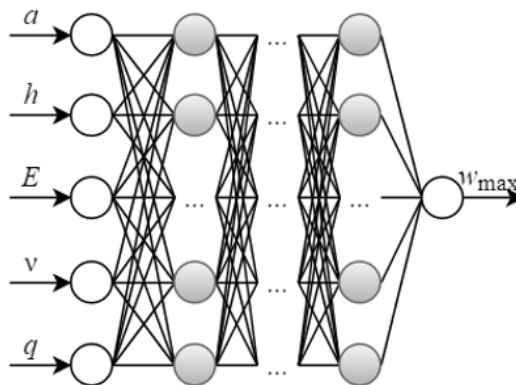


Рис. 1. Модель нейронної мережі для визначення максимального прогину

Структура нейронної мережі для прогнозування інтенсивності напружень σ_{max} у круглій пластинці має шість вхідних параметрів у зовнішньому шарі: $a, h, E, q, \vartheta, \omega_{max}$ (рис. 2), п'ять внутрішніх прихованих шарів по 30 нейронів у кожному, та зовнішній вихідний шар з одним нейроном для прогнозування інтенсивності напружень.

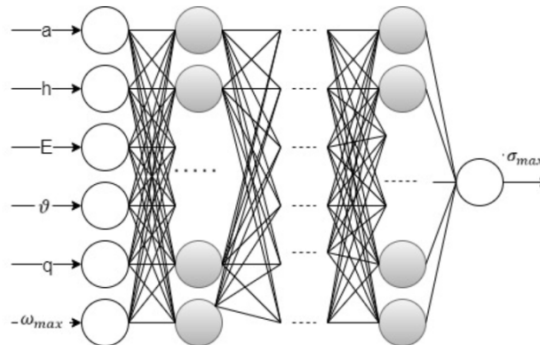


Рис.2. Модель нейронної мережі для прогнозування інтенсивності напружень

4. Обчислювальний експеримент

Під час обчислювального експерименту для визначення максимального прогину та напруження круглої пластинки було використано у створеній нейронній мережі різну кількість внутрішніх шарів з різною кількістю нейронів в них. Експеримент показав, що найкращі результати можна отримати, використовуючи п'ять внутрішніх шарів з 30 нейронами.

У результаті навчання 2000 епох досягнуто найкраще значення середньоквадратичної похибки (рис. 3).

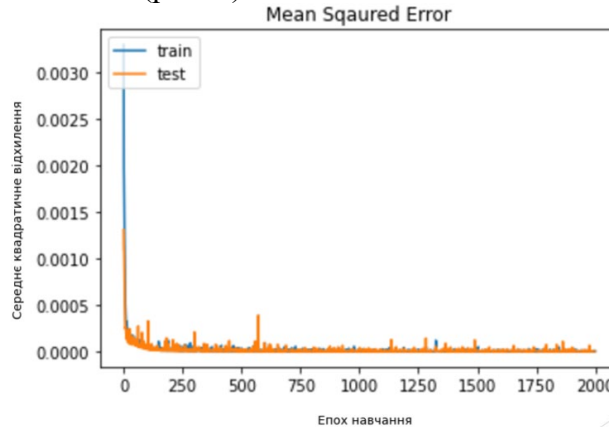


Рис. 3. Графік середньоквадратичної похибки у нейронній мережі

На рис. 4 порівнюються значення прогину, отримані за допомогою аналітичної формули, зі значеннями, отриманими за допомогою нейронної мережі.

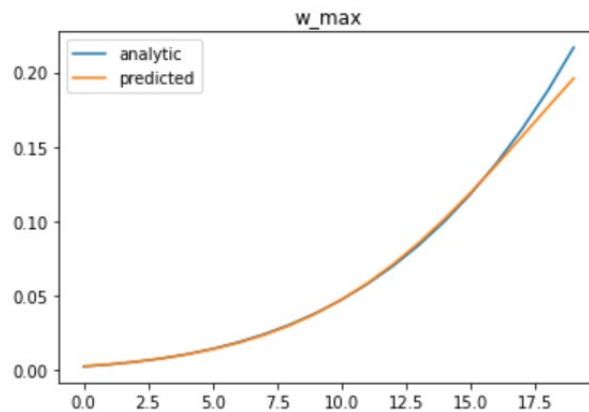


Рис. 4. Порівняння значень прогину, отриманих за допомогою аналітичної формули, зі значеннями, отриманими за допомогою нейронної мережі

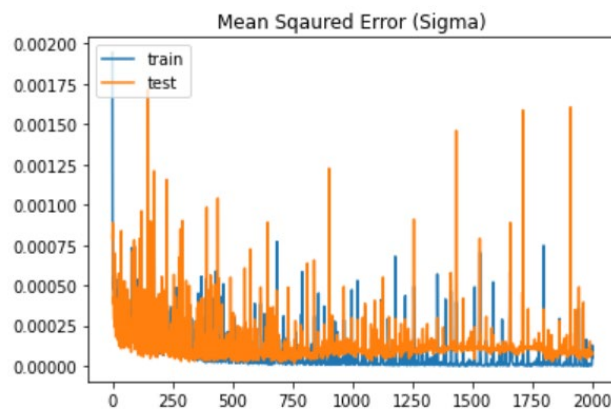


Рис. 5. Середньоквадратична похибка інтенсивності напружень

У результаті 2000 епох отримано середньоквадратичну похибку інтенсивності напружень (рис. 5).

На рисунках 6, 7 порівнюються значення інтенсивності напружень у залежності від значень радіуса пластинки (рис. 6) та її товщини (рис. 7).

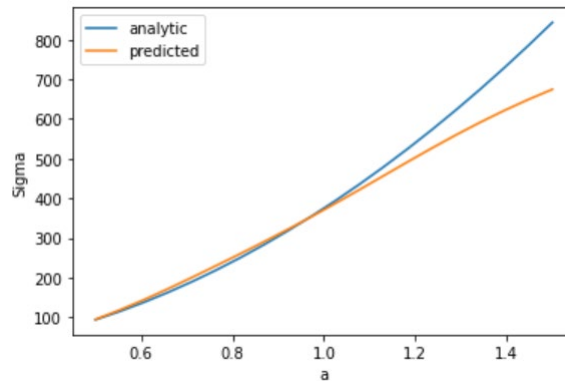


Рис. 6. Порівняння значень, отриманих аналітично та за допомогою машинного навчання інтенсивності напружень у залежності від радіусу пластинки

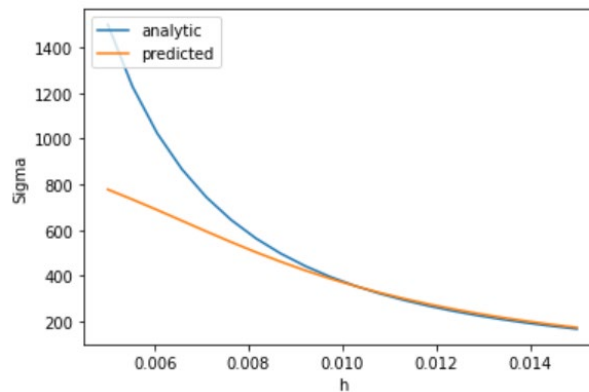


Рис. 7. Порівняння значень, отриманих аналітично та за допомогою машинного навчання інтенсивності напружень у залежності від товщини пластинки

Отже, штучні нейронні мережі дозволяють робити прогноз одночасно декількох характеристик напружено-деформованого стану конструкції.

Висновки

У відповідності до мети роботи розроблено штучну нейронну мережу для прогнозування напружено-деформованого стану круглої пластинки із ізотропного матеріалу, яка знаходиться під дією рівномірно розподіленого по поверхні поперечного тиску. Розроблено нейронну мережу для прогнозування максимального прогину пластинки. Мережева модель значно гнучкіша з точки зору можливості обробки більш складних даних. Розроблено нейронну мережу для прогнозування максимальних значень прогину та інтенсивності напружень за Мізесом у пластинці. Штучна нейронна мережа дозволила прогнозувати обидві характеристики стану пластинки з точністю у межах 10%.

Основною перевагою штучної нейронної мережі є швидкість прогнозування: обчислення необхідних характеристик у порівнянні з методом скінченних елементів відбувається майже миттєво (мілісекунди). Отже, «натреновані» штучні нейронні мережі можуть слугувати інтерактивними помічниками у процесі проектування.

Перспективи подальших досліджень пов'язані з розробкою штучних нейронних мереж, які дозволять прогнозувати напружено-деформований стан за кресленням або

зображенням оболонкових конструкцій з використанням машинного зору і алгоритмів класифікації.

Список використаної літератури

1. Abambres M., Marcy M., Doz G. Potential of Neural Networks for Structural Damage Localization engrXiv. 2018. P. 3–26. URL: <https://engrxiv.org/rghpf/> DOI: 10.31224/osf.io/rghpf.
2. Abambres M., Corrêa R., A. P. da Costa, F. Simões F. Potential of neural networks for maximum displacement predictions in railway beams on frictionally damped foundations engrXiv. 2019. P. 2–31. URL: <https://engrxiv.org/m3b7j/> DOI: 10.31224/osf.io/m3b7j/
3. Abambres M., Rajana K., Tsavdaridis K., Ribeiro T. Neural Network-based formula for the buckling load prediction of I-section cellular steel beams engrXiv. 2018. P. 2–17. URL: <https://engrxiv.org/wg7hd/> DOI: 10.31224/osf.io/wg7hd.
4. Onur Avci P. O., Abdeljaber A. O. Self-Organizing Maps for Structural Damage Detection: A Novel Unsupervised Vibration-Based Algorithm. *Journal of Performance of Constructed Facilities*. 2016. Vol. 30. Iss. 3. P. 1–11.
5. Зеленцов Д. Г. Нейронные сети как средство повышения точности и эффективности решения задач оптимизации. *Комп'ютерне моделювання: аналіз, управління оптимізація*. 2018. № 2. С. 18–26.
6. Мазуров В. Д. Математические методы распознавания образов : уч.пособие, 2-е изд. Екатеринбург : Урал. ун-т, 2010. 101 с.
7. Hany Sallam, Carlo S. Regazzoni, Ihab Talkhan, and Amir Atiya. Evolving neural networks ensembles nnes. *IAPR Workshop on Cognitive Information Processing*, 2008. P. 142–147.
8. Jin C., Jang S, Sun X., Li J., Christenson R. Damage detection of a highway bridge under severe temperature changes using extended Kalman filter trained neural network *Journal of Civil Structural Health Monitoring*. 2016. Vol. 6. P. 545–560.
9. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. 1966. С. 66–72. URL: pnu.edu.ru/media/filer_public/2013/04/10/5-5_timoshenko_1966.pdf

References

1. Abambres, M., Marcy, M., & Doz, G. (2018). Potential of Neural Networks for Structural Damage Localization engrXiv. pp. 3–26. URL: <https://engrxiv.org/rghpf/> DOI: 10.31224/osf.io/rghpf.
2. Abambres, M., Corrêa, R., A. P. da Costa, & F. Simões, F. (2019). Potential of neural networks for maximum displacement predictions in railway beams on frictionally damped foundations engrXiv. pp. 2–31. URL: <https://engrxiv.org/m3b7j/> DOI: 10.31224/osf.io/m3b7j.
3. Abambres, M., Rajana, K., Tsavdaridis, K., & Ribeiro, T. (2018). Neural Network-based formula for the buckling load prediction of I-section cellular steel beams engrXiv. pp. 2–17. URL: <https://engrxiv.org/wg7hd/> DOI: 10.31224/osf.io/wg7hd.
4. Onur Avci, P. O., & Abdeljaber, A. O. (2016). Self-Organizing Maps for Structural Damage Detection: A Novel Unsupervised Vibration-Based Algorithm. *Journal of Performance of Constructed Facilities*. **30**, 3, 1–11.
5. Zelentsov, D. G. (2018). Neyronnyie seti kak sredstvo povyisheniya tochnosti i effektivnosti resheniya zadach optimizatsii. *Komp'yuterne modelyuvannya: anallz, upravlnnya optimlzatsIya*. **2**, 18–26.
6. Mazurov, V. D. (2010). Matematicheskie metodyi raspoznavaniya obrazov : uch.posobie, 2-e izd. Ekaterinburg : Ural. un-t

7. Hany Sallam, Carlo S. Regazzoni, Ihab Talkhan, & Amir Atiya. (2008). Evolving neural networks ensembles nnes. *IAPR Workshop on Cognitive Information Processing*, pp. 142–147.
8. Jin, C., Jang, S, Sun, X., Li, J., & Christenson, R. (2016). Damage detection of a highway bridge under severe temperature changes using extended Kalman filter trained neural network *Journal of Civil Structural Health Monitoring*. **6**, 545 – 560.
9. Timoshenko, S.P., & Voynovskiy-Kriger, S. (1966). *Plastinki i obolochki*. 1966 URL: pnu.edu.ru/media/filer_public/2013/04/10/5-5_timoshenko_1966.pdf. pp. 66-72.

Чопорова Оксана Володимирівна – аспірант кафедри програмної інженерії Запорізького національного університету, e-mail: o.choporova@gmail.com ORCID: 0000-0003-3167-7869

Чопоров Сергій Вікторович – д.т.н., доцент, професор кафедри програмної інженерії Запорізького національного університету. e-mail: s.choporoff@znu.edu.ua ORCID: 0000-0001-5932-952X

Лісняк Андрій Олександрович – к.ф.-м.н., доцент, завідувач кафедри програмної інженерії Запорізького національного університету, e-mail: andrey.lisnyak@gmail.com ORCID: 0000-0001-9669-7858

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ СТАТТІ
до наукового журналу
«Прикладні питання математичного моделювання»

Параметри файлу:

Рукопис повинен бути підготовлений за допомогою Microsoft Word-2003/2016; **формат сторінки** – А4, **орієнтація сторінки** – "книжкова"; **границі**: ліва – 2,5 см; права – 2,5 см; верхня – 2,5 см; нижня – 2,5 см; **інтервал між рядками** – 1,0; **інтервал між абзацами** "до", "після" – 0 пт.; **відступи** "ліворуч", "праворуч" – 0 пт.; **відступ першого рядка** – 1,25 см.

Обов'язкові елементи статті:

УВАГА! Блок «Відомості про авторів», «Назва статті», «Анотація» та «Перелік ключових слів» подається ТРЬОМА мовами (українською, англійською, російською) послідовно з однаковим форматкуванням.
Перша анотація подається мовою статті.
Текст анотацій всіма трьома мовами має бути ідентичний.
Розмір кожної анотації не менше 1800 знаків без пробілів.

- **індекс УДК** у верхньому лівому куті сторінки (Times New Roman, 12 пт.), **вказується один раз**;
- **ініціали і прізвище автора (авторів)** великими літерами (Times New Roman, 12 пт., вирівнювання – по правому краю) (на англійську ПІБ авторів перекладається з української мови);
- **повна назва організації**, де працює автор (Times New Roman, 10 пт., по правому краю);
- *пустий рядок* (Times New Roman, 12 пт.);
- **назва статті** великими літерами, по центру (Times New Roman, 12 пт., жирний);
- *пустий рядок* (Times New Roman, 12 пт.);
- **анотація** (Times New Roman, 12 пт., курсив);
- **перелік ключових слів**, який починається зі слів: "Ключові слова:" (або "Ключевые слова:", "Keywords:") (Times New Roman, 12 пт., курсив);
- *пустий рядок* (Times New Roman, 12 пт.).

Викладення основного матеріалу дослідження

Основний текст статті (Times New Roman, 12 пт.), який, у відповідності до вимог МОН України, **обов'язково** повинен містити такі виділені елементи:

- Постановка проблеми;
- Аналіз останніх досліджень і публікацій;
- Мета дослідження;
- Викладення основного матеріалу дослідження;
- Висновки;
- Список використаної літератури;
- References.
- **інформацію про авторів (див. Зразок оформлення статті).**

Додаткові вимоги до елементів статті:

- **Рисунки**: підписи під рисунками – Times New Roman, 10 пт., жирний;
- **Формули**: для набору використовувати редактор формул Microsoft Equation 3.0 або MathType; формули по центру; нумерація формул – по правому краю;
Розміри формул за замовчуванням: звичайний символ – 12 пт; великий індекс – 7 пт; маленький індекс – 5 пт; великий символ – 18 пт; маленький символ – 12 пт.
- **Програми**: для набору фрагментів використовувати шрифти Courier New (Courier);
- **Список літератури**: оформлюється у відповідності до вимог ДСТУ 8302:2015 "Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні вимоги та правила складання"; (<http://lib.pu.if.ua/files/dstu-8302-2015.pdf>);
- **References**: оформлюються за правилами транслітерації англійською мовою з української/російської мов.

Для транслітерації пропонуємо скористатися наступними ресурсами:

- транслітерація з російської мови: <http://translate.meta.ua/ru/translit/>
- транслітерація з української мови: <http://ukrlit.org/transliteratsiia>

ЗРАЗОК ОФОРМЛЕННЯ СТАТТІ

(Зразок складено з уривків окремих публікацій, автори є вигаданими особами)

УДК XXX.XX

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонський національний технічний університет
О.І. КОВАЛЕНКО
Херсонський державний університет

ВЛАСТИВОСТІ ПРОЦЕДУРИ ПОБУДОВИ РОЗКЛАДУ

Розглянуті властивості процедури побудови розкладу, яка формалізує картковий метод ручної побудови розкладу. У загальній постановці вона є процесом упорядкування деякої скінченної множини подій в часі за умов ресурсних та інших обмежень...

Ключові слова: процедура побудови розкладу, картковий метод...

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонский национальный технический университет
А.И. КОВАЛЕНКО
Херсонский государственный университет

СВОЙСТВА ПРОЦЕДУРЫ ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЯ

Рассмотрены свойства процедуры построения расписания, которая формализует карточный метод ручного составления расписаний. В общей постановке она является процессом упорядочивания некоторого конечного множества событий во времени в условиях ресурсных и других ограничений ...

Ключевые слова: процедура построения расписания, карточный метод...

V.V. KRAVCHENKO, S.V. ONOPENKO
Kherson National Technical University
O.I. KOVALENKO
Kherson State University

THE PROPERTIES OF SCHEDULE CONSTRUCTION PROCEDURE

The properties of the schedule construction procedure, which formalizes the card method for manual scheduling, are considered. In the general formulation it is a process of ordering a certain finite set of events in time under resource and other constraints ...

Keywords: the schedule construction procedure, card method...

Постановка проблеми

Задача складання розкладу є однією з найбільш розповсюджених задач, які вирішує кожна людина практично кожний день. У загальній постановці вона є процесом упорядкування деякої скінченної множини подій в часі за умов ресурсних та інших обмежень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Аналіз існуючих методів розв'язання задачі складання розкладу занять показує, що розв'язання задач теорії розкладів має відому складність. За змістом ці задачі відносяться до класу комбінаторних, для яких суттєве значення має розмірність...

Мета дослідження

Метою даного дослідження є автоматизація складання розкладу занять для системи дистанційного навчання з врахуванням завантаженості викладацького складу. Якість навчання, його економічна ефективність, зручність навчання студентів і роботи професорсько-викладацького складу залежить від вдало складеного розкладу.

...

Висновки

Під час виконання роботи було розроблено власний математичний метод для складання розкладу, а саме було визначено ряд обмежень, які враховуються при складанні розкладу, створено цільову функцію для оцінки придатності ...

Список використаної літератури

1. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Математичні методи ідентифікації динамічних систем. Вінниця : ВНТУ, 2010. 260 с.
2. Квасниця Г., Шинкаренко Г. Адаптивні апроксимації методу скінченних елементів для задач еластостатики. *Вісник Львівського університету. Серія: Прикладна математика та інформатика*. 2002. Вип. 5. С. 95–106.
3. Тимофієва Н. К. Один спосіб моделювання інтелекту людини з використанням комбінаторного аналізу. *Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту. (ISDMCI'2014): матеріали X Міжнародної наукової конференції (Залізний Порт, 1923 травня 2014 р.)*. Херсон, 2014. С. 180-182.
4. Тимофієва Н. К. Теоретико-числові методи розв'язання задач комбінаторної оптимізації: автореф. дис... д-ра. техн. наук. Київ, 2007. 32 с.

References

1. Mokin, B. I., Mokin, V. B., & Mokin, O. B. (2010). Matematychni metody identyfikatsii dynamichnykh system. Vinnytsia: VNTU.
2. Kvasnytsia, H., & Shynkarenko, H. (2002). Adaptivni aproksymatsii metodu skinchennykh elementiv dlia zadach elastostatyky. *Visnyk Lvivskoho universytetu. Seria: Prykladna matematika ta informatyka*. 5, 95–106.
3. Tymofiiieva, N. K. (2014) Odyn sposib modeliuвання intelektu liudyny z vykorystanniam kombinatornoho analiz. Proceedings of the *Intelektualni systemy pryiniattia rishen ta problemy obchysliuvalnoho intelektu. (ISDMCI'2014) : materialy X Mizhnarodnoi naukovoї konferentsii*. (Ukraine, Zaliznyi Port, May 28-31, 2014), Kherson, pp. 180–182.
4. Tymofiiieva, N. K. (2007). Teoretyko-chyslovi metody rozv'язannia zadach kombinatornoi optymizatsii. (Extended abstract of Doctor's thesis), Kyiv: In-t kibernetiky im. V.M. Hlushkova NAN Ukrainy.

Кравченко Віктор Вікторович – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри математичного моделювання Херсонського національного технічного університету, e-mail: kravchenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4107-8141.

Онопенко Сергій Васильович – аспірант кафедри технічної кібернетики Херсонського національного технічного університету, e-mail: onopenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-5196-5301.

Коваленко Олександр Іванович – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформатики Херсонського державного університету, e-mail: kovalenko@i.ua, ORCID: 0000-0002-6196-540.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЬИ
для научного журнала
«Прикладные вопросы математического моделирования»

Параметры файла:

Рукопись должна быть подготовлена за помощью Microsoft Word-2003/2016; **формат страницы** – А4, **ориентация страницы** – "книжная"; **границы:** левая – 2,5 см; правая – 2,5 см; верхняя – 2,5 см; нижняя – 2,5 см; **интервал между строками** – 1,0; **интервал между абзацами** "до", "после" – 0 пт.; **отступы** "слева", "справа" – 0 пт.; **отступ первой строки** – 1,25 см.

Обязательные элементы статьи:

Внимание! Блок «Сведения об авторах», «Название статьи», «Аннотация» и «Список ключевых слов» представляется на ТРЕХ языках (украинском, английском, русском) последовательно с одинаковым форматированием.
Первая аннотация дается на языке статьи.
Текст аннотаций на всех трех языках должен быть идентичным.
Размер каждой аннотации – не меньше 1800 знаков без пробелов.

- **индекс УДК** в верхнем левом углу страницы (Times New Roman, 12 пт.), **указывается один раз**;
- **инициалы и фамилия автора (авторов)** большими буквами на языке статьи (Times New Roman, 12 пт., выравнивание – по правому краю) (на английский язык ФИО авторов переводится с украинского языка);
- **полное название организации**, где работает автор (Times New Roman, 10 пт., по правому краю);
- *пустая строка* (Times New Roman, 12 пт.);
- **название статьи** большими буквами, по центру (Times New Roman, 12 пт., жирный);
- *пустая строка* (Times New Roman, 12 пт.);
- **аннотация** (Times New Roman, 12 пт., курсив);
- **список ключевых слов**, который начинается со слов: "Ключевые слова:" (или "Ключові слова:") (Times New Roman, 12 пт., курсив);
- *пустая строка* (Times New Roman, 12 пт.);

Изложение основного материала исследования

Основной текст статьи (Times New Roman, 12 пт.), который, согласно требований МОН Украины, **обязательно** должен содержать такие выделенные элементы:

- Постановка проблемы;
- Анализ последних исследований и публикаций;
- Цель исследования;
- Изложение основного материала исследования;
- Выводы;
- Список использованной литературы;
- References.
- **информацию об авторах (см. Образец оформления статьи).**

Дополнительные требования к элементам статьи:

- **Рисунки:** подписи под рисунками – Times New Roman, 10 пт., жирный;
- **Формулы:** для набора использовать редактор формул Microsoft Equation 3.0 или MathType; формулы по центру; нумерация формул – по правому краю;
Размеры по умолчанию: обычный символ – 12 пт; большой индекс – 7 пт; маленький индекс – 5 пт; большой символ – 18 пт; маленький символ – 12 пт.
- **Программы:** для набора фрагментов использовать шрифты Courier New (Courier);
- **Список литературы:** оформляется согласно требований ДСТУ 8302:2015 "Информация и документация. Библиографические ссылки. Общие требования и правила составления"; (<http://lib.pu.if.ua/files/dstu-8302-2015.pdf>)
- **References:** оформляются по правилам транслитерации с украинского/русского языка на английский язык.
 - Для транслитерации предлагаем воспользоваться такими ресурсами:
 - транслитерация с русского языка: <http://translate.meta.ua/ru/translit/>
 - транслитерация с украинского языка: <http://ukrlit.org/transliteratsiia>

ОБРАЗЕЦ ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЬИ

(Образец составлен из отрывков разных публикаций, авторы являются вымышленными личностями)

УДК XXX.XX

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонский национальный технический университет
А.И. КОВАЛЕНКО
Херсонский государственный университет

СВОЙСТВА ПРОЦЕДУРЫ ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЯ

Рассмотрены свойства процедуры построения расписания, которая формализует карточный метод ручного составления расписаний. В общей постановке она является процессом упорядочивания некоторого конечного множества событий во времени в условиях ресурсных и других ограничений ...

Ключевые слова: процедура построения расписания, карточный метод...

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонський національний технічний університет
О.І. КОВАЛЕНКО
Херсонський державний університет

ВЛАСТИВОСТІ ПРОЦЕДУРИ ПОБУДОВИ РОЗКЛАДУ

Розглянуті властивості процедури побудови розкладу, яка формалізує картковий метод ручної побудови розкладу. У загальній постановці вона є процесом упорядкування деякої скінченної множини подій в часі за умов ресурсних та інших обмежень...

Ключові слова: процедура побудови розкладу, картковий метод...

V.V. KRAVCHENKO, S.V. ONOPENKO
Kherson National Technical University
O.I. KOVALENKO
Kherson State University

THE PROPERTIES OF SCHEDULE CONSTRUCTION PROCEDURE

The properties of the schedule construction procedure, which formalizes the card method for manual scheduling, are considered. In the general formulation it is a process of ordering a certain finite set of events in time under resource and other constraints ...

Keywords: the schedule construction procedure, card method...

Постановка проблемы

Задача составления расписания является одной из наиболее распространенных задач, которые решает каждый человек практически каждый день. В общей постановке она является процессом упорядочения некоторого конечного множества событий во времени в условиях ресурсных и других ограничений.

Анализ последних исследований и публикаций

Анализ существующих методов решения задачи составления расписания занятий показывает, что решение задач теории расписаний имеет известную сложность. По содержанию эти задачи относятся к классу комбинаторных, для которых существенное значение имеет размерность ...

Цель исследования

Целью данного исследования является автоматизация составления расписания занятий для системы дистанционного обучения с учетом загруженности преподавательского состава. Качество обучения, его экономическая эффективность, удобство обучения студентов и работы профессорско-преподавательского состава зависит от удачно составленного расписания.

...

Выводы

Во время выполнения работы был разработан собственный математический метод для составления расписания, а именно был определен ряд ограничений, которые учитываются при составлении расписания, создана целевая функция для оценки пригодности ...

Список использованной литературы

1. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Математичні методи ідентифікації динамічних систем. Вінниця : ВНТУ, 2010. 260 с.
2. Квасниця Г., Шинкаренко Г. Адаптивні апроксимації методу скінченних елементів для задач еластостатики. *Вісник Львівського університету. Серія: Прикладна математика та інформатика*. 2002. Вип. 5. С. 95–106.
3. Тимофієва Н. К. Один спосіб моделювання інтелекту людини з використанням комбінаторного аналізу. *Інтелектуальні системи прийняття рішень та проблеми обчислювального інтелекту. (ISDMCI'2014)*: матеріали X Міжнародної наукової конференції (Залізний Порт, 1923 травня 2014 р.). Херсон, 2014. С. 180-182.
4. Тимофієва Н. К. Теоретико-числові методи розв'язання задач комбінаторної оптимізації: автореф. дис... д-ра. техн. наук. Київ, 2007. 32 с.

References

1. Mokin, B. I., Mokin, V. B., & Mokin, O. B. (2010). *Matematychni metody identyfikatsii dynamichnykh system*. Vinnytsia: VNTU.
2. Kvasnytsia, H., & Shynkarenko, H. (2002). *Adaptyvni aproksymatsii metodu skinchennykh elementiv dlia zadach elastostatyky. Visnyk Lvivskoho universytetu. Seria: Prykladna matematyka ta informatyka*. 5, 95–106.
3. Tymofiiieva, N. K. (2014) *Odyn sposib modeliuвання intelektu liudyny z vykorystanniam kombinatornoho analiz. Proceedings of the Intelektualni systemy pryiniattia rishen ta problemy obchysliuvalnoho intelektu. (ISDMCI'2014) : materialy X Mizhnarodnoi naukovoї konferentsii. (Ukraine, Zaliznyi Port, May 28-31, 2014), Kherson, pp. 180–182.*
4. Tymofiiieva, N. K. (2007). *Teoretyko-chyslovi metody rozv'iazannia zadach kombinatornoi optyimizatsii. (Extended abstract of Doctor's thesis)*, Kyiv: In-t kibernetiky im. V.M. Hlushkova NAN Ukrainy.

Кравченко Виктор Викторович – д.ф.-м.н., профессор. профессор кафедры математического моделирования Херсонского национального технического университета, e-mail: kravchenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4107-8141.

Онопенко Сергей Васильевич – аспирант кафедры технической кибернетики Херсонского национального технического университета, e-mail: onopenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-5196-5301.

Коваленко Александр Иванович – к.т.н., доцент, доцент кафедры информатики Херсонского государственного университета, e-mail: kovalenko@i.ua, ORCID: 0000-0002-6196-540.

ARTICLE SUBMISSION GUIDELINES
for scientific journal
'Applied Questions of Mathematical Modelling'

File parameters:

The manuscript must be prepared with help of Microsoft Word-2003/2016; **page format** – A4, **page orientation** – "book"; **boundaries:** left – 2,5 cm; right – 2,5 cm; top – 2,5 cm; bottom – 2,5 cm; **line spacing** – 1,0; **interval between paragraphs** "before", "after" – 0 pt.; **ident** "left", "right" – 0 pt.; **ident of first line** – 1,25 cm.

Required elements of the article:

Attention! Unit 'Authors Details', 'Article Title', 'Abstract', and 'Keyword Lis't are presented in THREE languages (Ukrainian, English, Russian) in the same format.
The first abstract is given in the language of the article.
The text of the annotations in all three languages should be identical.
Annotation size is at least 1800 characters without spaces.

- **index UDK** in the top left corner of the page (Times New Roman, 12 pt.), **is specified once**;
- **the initials and surname of author (authors)** in capital letters by article language (Times New Roman, 12 pt., alignment – right-aligned) (The authors' full name is translated from Ukrainian into English);
- **full name of the organization**, in which author works (Times New Roman, 10 pt., right-aligned);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);
- **the title of the article** in capital letters, centered (Times New Roman, 12 pt., bold);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);
- **abstract** in article language no less than 500 symbols (Times New Roman, 12 pt., italic);
- **a list of key words** that begins with the words: "Keywords:" (Times New Roman, 12 pt., italic);
- *empty line* (Times New Roman, 12 pt.);

Description of Main Material of Research

The main text (Times New Roman, 12 pt.), which, in accordance with the requirements of MES of Ukraine, must contain the following selected items:

- Problem Statement;
- Analysis of Recent Researches and Publications;
- Purpose of the Study;
- Description of Main Material of Research;
- Conclusions;
- References.
- **information about the authors (see A Sample of the Article).**

Додаткові вимоги до елементів статті:

- **Pictures:** the captions under the pictures – Times New Roman, 10 pt., bold;
- **Formulas:** for typing formulas use only equation editor Microsoft Equation 3.0 or MathType; formula is on the line center; the numbering of formulas is on the right edge.
Sizes by default: Full – 12 pt; Subscript/Superscript – 7 pt; Sub-Subscript/Superscript – 5 pt; Symbol – 18 pt; Sub-symbol – 12 pt.
- **Programs:** for a set of fragments of the programs one should use the fonts Courier New (Courier);
- **References:** references for article in English is made in accordance with APA Style.

We suggest you use the following resources for transliteration:

- transliteration from Ukrainian: <http://ukrlit.org/transliteratsiia>
- transliteration from Russian: <http://translate.meta.ua/ru/translit/>

A SAMPLE OF THE ARTICLE

(The sample is composed of excerpts from various publications, the authors are fictitious personalities)

UDC XXX.XX

V.V. KRAVCHENKO, S.V. ONOPENKO
Kherson National Technical University
O.I. KOVALENKO
Kherson State University

THE PROPERTIES OF SCHEDULE CONSTRUCTION PROCEDURE

The properties of the schedule construction procedure, which formalizes the card method for manual scheduling, are considered. In the general formulation it is a process of ordering a certain finite set of events in time under resource and other constraints ...

Keywords: the schedule construction procedure, card method...

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонський національний технічний університет
О.І. КОВАЛЕНКО
Херсонський державний університет

ВЛАСТИВОСТІ ПРОЦЕДУРИ ПОБУДОВИ РОЗКЛАДУ

Розглянуті властивості процедури побудови розкладу, яка формалізує картковий метод ручної побудови розкладу. У загальній постановці вона є процесом упорядкування деякої скінченної множини подій в часі за умов ресурсних та інших обмежень...

Ключові слова: процедура побудови розкладу, картковий метод...

В.В. КРАВЧЕНКО, С.В. ОНОПЕНКО
Херсонський національний технічний університет
А.І. КОВАЛЕНКО
Херсонський державний університет

СВОЙСТВА ПРОЦЕДУРЫ ПОСТРОЕНИЯ РАСПИСАНИЯ

Рассмотрены свойства процедуры построения расписания, которая формализует карточный метод ручного составления расписаний. В общей постановке она является процессом упорядочивания некоторого конечного множества событий во времени в условиях ресурсных и других ограничений ...

Ключевые слова: процедура построения расписания, карточный метод...

Problem Statement

The task of scheduling is one of the most common tasks that every person solves almost every day. In a general setting, it is a process of ordering a finite set of events over time under resource and other constraints.

Analysis of Recent Researches and Publications

An analysis of existing methods for solving the problem of classes scheduling shows that the solution of tasks from the theory of schedules has a known complexity. In content, these tasks belong to the class of combinatorial ones, for which dimension is essential ...

Purpose of the Study

The purpose of this study is an automation of classes scheduling for the distance learning system, taking into account the workload of the teaching staff. The quality of training, its economic efficiency, the convenience of students teaching and the work of the faculty members depends on a well-established schedule.

...

Conclusions

During the execution of the research, our own mathematical method was developed for scheduling, namely, a number of restrictions were determined that are taken into account when scheduling, the objective function was created to assess suitability ...

References

1. Ibrahim, R. (2005). *Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications*. Cambridge University Press.
2. Bochkarev, S. A., Lekomtsev, S. V., & Matveenko, V. P. (2015). Natural vibrations of loaded noncircular cylindrical shells containing a quiescent fluid. *Thin-Walled Structures*, **90**, 12–22. DOI: 10.1142/S0219455415500765
3. Gultom, J. H., Harsono, M., Khameswara, T. D., & Santoso, H. (2017). Smart IoT Water Sprinkle and Monitoring System for Chili Plant. Proceedings of the *International Conference on Electrical Engineering and Computer Science (ICECOS)*. (Indonesia, Palembang, August 22-23, 2017). Palembang: Book Publishing, pp. 212–216. DOI: 10.1109/ICECOS.2017.8167136
4. Tymofiiieva, N. K. (2007). *Theoretical and Numerical Methods for Solving Combinatorial Optimization Problems*. (Extended abstract of Doctor's thesis), Kyiv: V.M. Glushkov Institute of Cybernetics of the NAS of Ukraine.

...

Kravchenko Victor Viktorovich – Doctor of Engineering Science, professor, professor at the Department of Mathematical Modelling of Kherson National Technical University, kravchenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4107-8141.

Onopenko Serhii Vasylovych – postgraduate student at the Department of Technical Cybernetics of Kherson National Technical University, onopenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-5196-5301.

Kovalenko Oleksandr Ivanovych – PhD, Associate Professor, Associate Professor at the Department of the Informatics of Kherson State University, kovalenko@yandex.ua, ORCID: 0000-0002-6196-540.

ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Відповідальний за випуск	Хомченко Анатолій Никифорович, д.ф.-м.н., професор, заслужений діяч науки і техніки України
Технічний редактор	Литвиненко Олена Іванівна к.т.н., доцент
Макетування	Омельчук Антон Анатолійович

Свідоцтво про державну реєстрацію засобу масової інформації –
серія КВ № 23529-13369Р от 03.08.2018

Підписано до друку 06.09.2021 р. Формат 60x84/8 Папір офсетний.
Ум. друк. аркушів 25,11. Замовлення № 1021/105. Наклад 120 прим.

© Херсонський національний технічний університет 2021

Адреса редакції: 73008, м. Херсон, Бериславське шосе, 24, корп. 3,
каб. 425, тел. (0552) 32-69-95. E-mail: aqmm@kntu.net.ua

Видавництво та друк: «ОЛДІ-ПЛЮС»
73034, м. Херсон, вул. Паровозна, 46-а
Свід. ДК № 6532 від 13.12.2018 р.
Тел.: +38 (0552) 399-580, +38 (098) 559-45-45,
+38 (095) 559-45-45, +38 (093) 559-45-45
Для листування: а/с 20, м. Херсон, Україна, 73021
E-mail: office@oldiplus.ua