

ISSN 2618-0332 (print)  
ISSN 2618-0340 (online)

Міністерство освіти і науки України

Херсонський національний технічний університет

# ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

## Т. 5, №2

Рекомендовано до друку Вченою радою  
Херсонського національного технічного університету  
(протокол № 3 від 20 грудня 2022 року)

---

Журнал включений до Реєстру наукових фахових видань України категорії Б  
На підставі Наказу МОН України від 17 березня 2020 року № 409

Журнал включено до наукометричних баз, електронних бібліотек та репозитаріїв:  
Google Scholar, Index Copernicus International World of Journals, CiteFactor Academic Scientific  
Journals, National Library of Ukraine (Vernadsky)



Видавничий дім  
«Гельветика»  
2022

## Редакційна рада

### Головний редактор

Астіоненко І.О.

к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри вищої математики і математичного моделювання Херсонського національного технічного університету

### Заступники головного редактора

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., професор, заслужений діяч науки і техніки України, професор кафедри інтелектуальних інформаційних систем Чорноморського національного університету ім. П. Могили (м. Миколаїв)

Литвиненко О.І.

к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційних технологій та фізико-математичних дисциплін Херсонського навчально-наукового інституту Національного університету кораблебудування ім. адмірала Макарова

### Відповідальний секретар

Омельчук А.А.

к.т.н., доцент кафедри інтелектуальних управляючих та обчислювальних систем Університету державної фіскальної служби України (м. Ірпінь)

## Члени редакційної колегії за спеціальностями:

### Іноземні фахівці

Бабічев С.О.

к.т.н., доцент. (Чехія)

Гучек П.Й.

д.т.н., доцент, (Польща)

## 113 – Прикладна математика

Астіоненко І.О.

к.ф.-м.н., доцент

Гвоздева І.М.

д.т.н., професор

Гнатушенко Вікт.В.

д.т.н., доцент

Ляшенко В.П.

д.т.н., професор

Миргород В.Ф.

д.т.н., доцент

Різник В.В.

д.т.н., професор

Стрельнікова О.О.

д.т.н., професор

Хомченко А.Н.

д.ф.-м.н., професор

## 112 – Комп'ютерні науки

Борисенко В.Д.	д.т.н., професор
Ванін В.В.	д.т.н., професор
Вірченко Г.А.	д.т.н., професор
Гнатушенко В.В.	д.т.н., професор
Гумен О.М.	д.т.н., професор
Корчинський В.М.	д.т.н., професор
Литвиненко В.І.	д.т.н., професор
Мартин Є.В.	д.т.н., професор
Несвідомін В.М.	д.т.н., професор
Пилипака С.Ф.	д.т.н., професор
Устенко С.А.	д.т.н., професор
Шоман О.В.	д.т.н., професор

## 126 – Інформаційні системи та технології

Аль-Амморі А.Н.	д.т.н., професор
Баклан І.В.	к.т.н., доцент
Бень А.П.	к.т.н., доцент
Левикін В.М.	д.т.н., професор
Литвиненко О.І.	к.т.н., доцент
Мороз Б.І.	д.т.н., професор
Стеценко І.В.	д.т.н., професор
Шерстюк В.Г.	д.т.н., професор

## 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Алексєєв М.О.	д.т.н., професор
Головко В.І.	д.т.н., професор
Кондратець В.О.	д.т.н., професор
Мещеряков Л.І.	д.т.н., професор
Омельчук А.А.	к.т.н.
Осадчий С.І.	д.т.н., професор
Рудакова Г.В.	д.т.н., професор

## Інші спеціальності

Дудченко О.М.	к.ф.-м.н., доцент
Кузьмич В.І.	к.ф.-м.н., доцент
Літвінова М.Б.	д.пед.н., к.ф.-м.н., професор
Мельник І.В.	д.т.н., професор

ISSN 2618-0332 (print)  
ISSN 2618-0340 (online)

Ministry of Education and Science of Ukraine

Kherson National Technical University

# **APPLIED QUESTIONS OF MATHEMATICAL MODELLING**

## **V. 5, №2**

Recommended for publication by the Academic Council of  
Kherson National Technical University  
(Minutes No 3 on 20th December 2022)

---

The journal is included in the scientometric bases, electronic libraries and repositories:  
Google Scholar, Index Copernicus International World of Journals, CiteFactor Academic Scientific  
Journals, National Library of Ukraine (Vernadsky).



Publishing House  
"Helvetica"  
2022

## Editorial Board

### Editor-in-Chief

Astionenko I.O.

Ph.D., Associate Professor, Associate Professor of the Department of Higher Mathematics and Mathematical Modelling of Kherson National Technical University

### Deputies Editor-in-Chief

Khomchenko A.N.

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Honored Worker of Science and Technology of Ukraine, Professor at the Department of Intelligent Information Systems of the Petro Mohyla Black Sea National University.

Lytvynenko O.I.

Ph.D., Associate Professor, Associate Professor of the Department of Information Technology and Physical and Mathematical Disciplines of the Kherson Educational and Scientific Institute of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding

### Executive Secretary

Omelchuk A.A.

Ph.D., Senior Lecturer of the Department of Technical Cybernetics of Kherson National Technical University.

## Members of Editorial Board by Specialties:

### Foreign Specialists

**Babichev S.O.**

Ph.D., Associate Professor, (Czech Republic)

**Huchek P.Y.**

Doctor of Engineering Science,  
Associate Professor (Republic of Poland)

### 113 – Applied Mathematics

**Astionenko I.O.**

Ph.D., Associate Professor

**Hvozdeva I.O.**

Doctor of Engineering Science, Professor

**Hnatushenko Vikt.V.**

Doctor of Engineering Science, Associate Professor

**Liashenko V.P.**

Doctor of Engineering Science, Professor

**Myrhorod V.F.**

Doctor of Engineering Science, Associate Professor

**Riznyk V.V.**

Doctor of Engineering Science, Professor

**Strelnikova O.O.**

Doctor of Engineering Science, Professor

**Khomchenko A.N.**

Doctor of Physical and Mathematical Sciences,  
Professor

## 122 – Computer Science

<b>Borysenko V.D.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Vanin V.V.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Virchenko H.A.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Hnatushenko V.V.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Humen O.M.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Korchynskyi V.M.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Lytvynenko V.I.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Martyn Ye.V.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Nesvidomin V.M.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Pylypaka S.F.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Ustenko S.A.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Shoman O.V.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor

## 126 – Information Systems and Technologies

<b>Al-Ammori A.N.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Baklan I.V.</b>	Ph.D., Associate Professor
<b>Ben A.P.</b>	Ph.D., Associate Professor
<b>Levykin V.M.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Lytvynenko O.I.</b>	Ph.D., Associate Professor
<b>Moroz B.I.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Stetsenko I.V.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Sherstiuk V.H.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor

## 151 – Automation and Computer Integrated Technologies

<b>Aleksieiev M.O.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Holovko V.I.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Kondratets V.O.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Meshcheriakov L.I.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Omelchuk A.A.</b>	Ph.D.
<b>Osadchyi S.I.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor
<b>Rudakova H.V.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor

## Other Specialties

<b>Dudchenko O.N.</b>	Ph.D., Professor
<b>Kuz'mich V.I.</b>	Ph.D., Associate Professor
<b>Litvinova M.B.</b>	Doctor of Pedagogical Sciences, Ph.D. (physpcs and mathematics), Professor
<b>Melnyk I.V.</b>	Doctor of Engineering Science, Professor

<b>ЗМІСТ</b>
--------------

<b>С.В. БІГУН, А.Л. СІМАНЕНКОВ, Ю.О. ЛЕБЕДЕНКО.</b> ІМІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСОМ УПОРСКУВАННЯ ЦИЛІНДРОВОГО МАСТИЛА СУДНОВИХ ДВИГУНІВ.....	9
<b>В.В. ГНАТУШЕНКО, Т.М. ФЕНЕНКО, О.Л. ДОРОШ.</b> РЕЗУЛЬТАТИ НАЛАШТУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ НЕЙРОННИХ ГЛИБОКИХ МЕРЕЖ ЩОДО РОЗПІЗНАВАННЯ FASHION MNIST DATASET...	19
<b>О.М. ЛЕНЮК, О.М. НІКІТІНА, М.І. ШИНКАРИК.</b> МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ МЕТОДОМ ГІБРИДНОГО ІНТЕГРАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ТИПУ ЕЙЛЕРА-ФУР'Є-ЕЙЛЕРА НА СЕГМЕНТІ.....	27
<b>І.М. ГВОЗДЕВА, В.Ф. МИРГОРОД.</b> ЕКВІВАЛЕНТНІ ФОРМИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСІВ КЕРОВАНОЇ ЗМІНИ СТАНУ СИЛОВИХ І ЕНЕРГЕТИЧНИХ УСТАНОВОК .....	33
<b>М.В. МОГИЛЬНА, В.І. ДУБРОВІН.</b> ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ТЕКСТУ: ЗАСТОСУВАННЯ ТА БЕЗКОШТОВНІ ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ .....	41
<b>Р.С. МУСІЙ, Н.Б. МЕЛЬНИК.</b> ВИЗНАЧЕННЯ І АНАЛІЗ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНИХ ЗУСИЛЬ В ЕЛЕКТРОПРОВІДНОМУ ХВИЛЕВОДІ ПРИ ПОШИРЕННІ АМПЛІТУДНО МОДУЛЬОВАНОГО РАДІОІМПУЛЬСУ.....	50
<b>Т.В. РАТУШНЯК, О.В. ГЛАДЧЕНКО, А.А. ОМЕЛЬЧУК, Я.С. ВИШЕМІРСЬКА.</b> МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗБАЛАНСОВАНОГО ХАРЧУВАННЯ З ДЕФІЦИТОМ КАЛОРІЙ НА БАЗІ РОЗШИРЕНОГО МЕТОДУ МІФФЛІНА-САН ЖЕОРА.....	58
<b>А.В. СОХАЦЬКИЙ, М.С. АРСЕНЮК.</b> ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОБТІКАННЯ МОДЕЛІ ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ ТИПУ ANMED CAR.....	68
<b>Н.К. ТИМОФІЄВА.</b> МОДЕЛЮВАННЯ ПРИРОДНИХ ПРОСТОРІВ З ВИКОРИСТАННЯМ КОМБІНАТОРИКИ .....	76
<b>Р.Р. ТРОКНІМСЧУК, О.М. VILINURSKYI, О.М. ZAMURUJEVA.</b> SOME QUESTIONS OF SYNTHESIS IN CYBERNETICS AND COMPUTER SCIENCE.....	84
<b>Л.С. ФОНАР, О.С. КОНОВАЛОВ, Є.Г. ФІЛІППОВ.</b> МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ ПЕРЕДАЧІ ЦИФРОВИХ ФІЛЬТРІВ БАТТЕРВОРТА ДРУГОГО ПОРЯДКУ.....	99
<b>А.Н. ХОМЧЕНКО, О.І. ЛИТВИНЕНКО, О.М. ДУДЧЕНКО, І.О. АСТІОНЕНКО.</b> ГЕОМЕТРИЧНІ ГІПОТЕЗИ І ФІЗИЧНА НЕАДЕКВАТНІСТЬ СЕРЕНДИПОВИХ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ.....	105

**CONTENTS**

**S.V. BИHUN, A.L. SIMANENKOV, YU.O. LEBEDENKO**  
SIMULATION MODEL OF THE CONTROL SYSTEM OF THE CYLINDER OIL INJECTION  
PROCESS OF MARINE ENGINES.....9

**V.V. HNATUSHENKO, T.M. FENENKO, O.L. DOROSH**  
RESULTS OF NEURAL DEEP NETWORKS PARAMETER TUNING  
FOR FASHION MNIST DATASET RECOGNITION .....19

**O.M. LENYUK, O.M. NIKITINA, M.I. SHYNKARYK**  
MODELING OF DYNAMIC PROCESSES BY THE METHOD OF HYBRID INTEGRAL TRANSFORM  
OF EULER-FOURIER-EULER TYPE ON THE SEGMENT.....27

**I.M. HVOZDEVA, V.F. MYRHOROD**  
EQUIVALENT FORMS OF MATHEMATICAL MODELS OF PROCESSES  
OF CONTROLLED CHANGE OF THE STATE OF POWER AND ENERGY INSTALLATIONS..... 33

**M.V. MOHYLNA, V.I. DUBROVIN**  
TEXT MINING: APPLICATIONS AND FREE SOFTWARE TOOLS.....41

**R.S. MUSHI, N.B. MELNYK**  
DETERMINATION AND ANALYSIS OF ELECTRODYNAMIC FORCES IN A CONDUCTIVE  
WAVEGUIDE DURING THE PROPAGATION OF AN AMPLITUDE-MODULATED RADIO PULSE.....50

**T.V. RATUSHNYAK, O.V. HladCHENKO, A.A. OMELCHUK, Y.S. VYSHEMIRSKA**  
MATHEMATICAL MODEL OF BALANCED NUTRITION WITH CALORIE DEFICIT BASED  
ON THE ADVANCED MIFFLIN-ST. JEOR METHOD..... 58

**A.V. SOKHATSKY, M.S. ARSENIUK**  
NUMERICAL SIMULATION OF THE FLOW AROUND THE HULL OF AN AHMED CAR TYPE VEHICLE....68

**N.K. TYMOFIJEVA**  
MODELING OF NATURAL SPACES USING COMBINATORICS.....76

**P.P. TROKHIMCHUCK, O.M. VILIHURSKYI, O.M. ZAMURUJEVA. SOME QUESTIONS**  
OF SYNTHESIS IN CYBERNETICS AND COMPUTER SCIENCE.....84

**L.S. FONAR, O.S. KONOVALOV, E.G. FILIPPOV**  
SIMULATION OF DYNAMIC TRANSMISSION COEFFICIENTS OF SECOND-ORDER  
BUTTERWORTH DIGITAL FILTERS.....99

**A.N. KHOMCHENKO, O.I. LYTVYNENKO, O.N. DUDCHENKO, I.O. ASTIONENKO**  
GEOMETRICAL HYPOTHESES AND PHYSICAL INADEQUACY  
OF SERENDIPITY FINITE ELEMENTS.....105



С.В. БІГУН, А.Л. СІМАНЕНКОВ

Херсонська державна морська академія

Ю.О. ЛЕБЕДЕНКО

Київський національний університет технологій та дизайну

## ІМІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСОМ УПОРСКУВАННЯ ЦИЛІНДРОВОГО МАСТИЛА СУДНОВИХ ДВИГУНІВ

*Стаття присвячена розробці імітаційної моделі системи керування процесом упорскування циліндрового мастила суднових двигунів для проведення досліджень процесів в системі змащення в різних режимах функціонування, що надасть можливість розробляти високоефективні та високонадійні алгоритми керування процесом змащення.*

*Метою даного дослідження є аналіз структури моделі системи імпульсного лубрикаторного змащення суднового головного двигуна та побудова імітаційної моделі системи керування процесом змащення для аналізу ефективності, живучості та надійності, розробки оптимальних та адаптивних законів керування. Об'єктом досліджень є системи керування процесами імпульсного лубрикаторного змащення суднових головних двигунів. Предметом досліджень є імітаційна модель системи керування процесами імпульсного лубрикаторного змащення суднових головних двигунів.*

*Для досягнення поставленої мети в роботі проаналізовано структуру системи імпульсного лубрикаторного змащення та визначено функції і параметри всіх елементів системи. Зазначено, що незважаючи на використання новітніх контрольно-вимірювальних засобів та складних алгоритмів керування, системи імпульсного лубрикаторного змащення все ще мають нерозв'язані проблеми, зокрема з впливом параметрів палива на процес змащення та забезпечення живучості у разі виникнення аварійних ситуацій.*

*Побудовано математичну модель складових системи змащення, яка описує їх роботу в умовах різних режимів функціонування. За допомогою програмного забезпечення реалізовано імітаційну модель у вигляді симулятора, який дозволяє проводити експерименти, що моделюють різні умови роботи системи змащення та вплив різних параметрів системи, таких як тиск мастила, температура, в'язкість мастила, на ефективність змащення.*

*Розроблена імітаційна модель системи змащення головного двигуна дозволяє проводити дослідження процесів в системі змащення за різних умов, що дозволяє виводити висновки про ефективність та надійність системи змащення, знаходити оптимальні закони керування та покращувати процес змащення.*

*Ключові слова: імітаційна модель, система лубрикаторного змащення, судновий головний двигун, система керування, ефективність.*

S.V. BIHUN, A.L. SIMANENKOV

Kherson State Maritime Academy

Yu.O. LEBEDENKO

Kherson National Technical University

## SIMULATION MODEL OF THE CONTROL SYSTEM OF THE CYLINDER OIL INJECTION PROCESS OF MARINE ENGINES

*The article is devoted to the development of a simulation model of the control system for the injection of cylinder lubricant of marine engines for conducting research on the processes in the lubrication system in different modes of operation, which will provide an opportunity to develop highly efficient and highly reliable algorithms for controlling the lubrication process.*

*The purpose of this study is to analyze the model structure of the impulse lubricator lubrication system of the ship's main engine and build a simulation model of the lubrication process control system for the analysis of efficiency, survivability and reliability, development of optimal and adaptive control laws. The object of research is the process control system of impulse lubricator lubrication of ship's main engines. The subject of research is a simulation model of the process control system of impulse lubricator lubrication of ship's main engines.*

*To achieve the goal, the work analyzed the structure of the pulse lubricator lubrication system and determined the functions and parameters of all system elements. It is noted that despite the use of the latest control and measurement tools and complex control algorithms, impulse lubricator lubrication systems still have unsolved problems, in particular with the influence of fuel parameters on the lubrication process and ensuring survivability in the event of emergency situations.*

*A mathematical model of the components of the lubrication system was built, which describes their operation under different modes of operation. With the help of the software, a simulation model was implemented in the form of a simulator, which allows conducting experiments simulating different operating conditions of the lubrication system and the influence of various system parameters, such as lubricant pressure, temperature, lubricant viscosity, on lubrication efficiency.*

*The developed simulation model of the lubrication system of the main engine allows to study the processes in the lubrication system under different conditions, which makes it possible to draw conclusions about the efficiency and reliability of the lubrication system, find optimal control laws and improve the lubrication process.*

*Key words: simulation model, lubricator lubrication system, ship's main engine, control system, efficiency.*

### Постановка проблеми

Для забезпечення надійної роботи дизельного двигуна важливим фактором є правильний режим змащення, використання якісного мастила та очищення поверхонь під час експлуатації [1]. Система змащення відповідає за доставку мастила до тертя поверхонь двигуна з метою зменшення сил тертя, відведення тепла, що виникає під час тертя, та очищення поверхонь від продуктів зносу, нагару та сторонніх частинок. Особлива увага приділяється змащенню циліндрів, оскільки неякісне мастило або надмірне його надходження можуть призвести до нагароутворення в циліндрі та пригорання поршневих кілець. Належне змащення дизельного двигуна забезпечує його безвідмовну та надійну роботу, знижує експлуатаційні витрати та витрати на обслуговування та ремонт.

Для визначення ефективності систем змащення потрібно враховувати різноманітні фактори, зокрема, структуру системи керування та ефективність алгоритмів, які вона використовує. Одним із швидких та зручних методів аналізу процесів у системах змащення є використання математичних моделей. Враховуючи складність системи, неможливість створення аналітичних моделей через велику кількість факторів, що впливають на процес змащення, для отримання стійкої статистики доцільно застосовувати імітаційне моделювання. Щоб створити імітаційну модель системи змащення головного двигуна, необхідно провести детальний аналіз її структури та дослідити ефективність використовуваних алгоритмів керування. Тільки тоді можна буде виявити шляхи для підвищення ефективності системи змащення.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Раніше для змащення циліндрових втулок використовували механічні лубрикатори, але сьогодні вони майже повністю замінені сучасними електронними системами з керуванням.

Такі системи складаються з різноманітних компонентів, таких як запасні та додаткові масляні цистерни, маслоохолоджувачі, маслопідігрівачі, масляні насоси, арматура, трубопроводи та контрольно-вимірювальна та керуюча апаратура. На відміну від механічних лубрикаторів, вони містять датчики, електронні регулятори з можливістю інтеграції до обчислювальної мережі та виконавчі елементи. Все це дозволяє за допомогою спеціальних форсунок розпорошувати мастило по всьому колу втулки циліндра, ефективно змащуючи таким чином поверхню втулки та забезпечуючи зменшення витрат на 40-50%.

В системі «Альфа-лубрикатор» фірма MAN Diesel [2] мастило під великим тиском (близько 200 бар) нагнітається із системи гідроприводу за допомогою поршня до відповідних форсунок у циліндрових втулках, які розпилюють мастило на поверхні поршневих кілець та втулок. У момент руху поршня від нижньої мертвої точки до верхньої, форсунки випускають мастило на поверхню поршневих кілець та втулок, коли пакет поршневих кілець проходить повз них. Таким чином, мастило рівномірно розподіляється по поверхнях тертя, що значно покращує умови формування надійної плівки мастила на цих поверхнях, дозволяючи суттєво скоротити витрату циліндрового мастила при хорошому стані поверхонь тертя. Управління альфа-лубрикатором електричне, система управління регулює дозування мастила в залежності від вмісту сірки у паливі [3].

Фірма WARTSILA NSD розробила і впровадила на дизелях серії RTA систему імпульсної лубрикаторної системи змащення циліндрів «Petrofit Pulse Lubricating System»(PPLS) (рис. 1) [4].

Основними елементами такої системи є:

- імпульсний мастильний модуль, що складається з дозуючого насоса з часом подачі, який керується електронним блоком керування;
- форсунки (до восьми в одному ряду), розташовані по діаметру циліндрової втулки;
- вимірювальна система;
- система фільтрації;
- допоміжний привід подання циліндрового мастила;
- система керування;
- датчики кута повороту колінчастого валу.

Система управління складається з ряду дозуючих насосів (імпульсних мастильних модулів). Зв'язок між ними забезпечується через шину CAN із забезпеченою надмірністю.

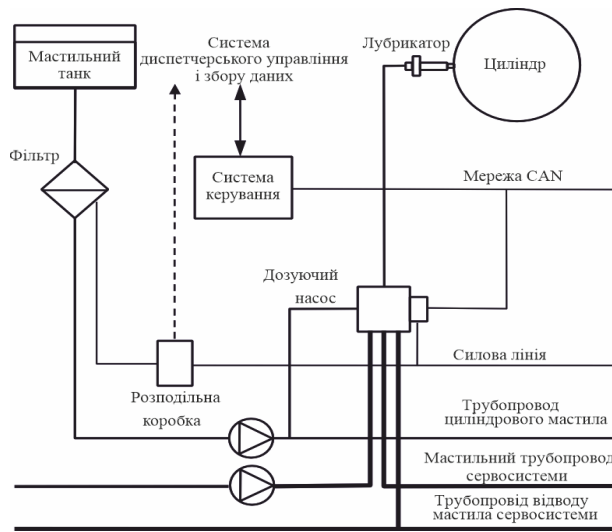


Рис. 1. Принципова схема системи лубрикаторного змащення з електронним керуванням

Імпульсний мастильний модуль для кожного циліндра складається з дозуючого насоса, 4-ходового соленоїдного клапана, датчика тиску, електронного блоку керування та гідроаккумулятора діафрагмового типу, зібраних в один вузол (рис. 2).

Датчик тиску контролює тиск дозування, а електромагнітний клапан запускає змашувальний насос. Система керування двигуном контролює все це та здійснює керування подачею мастила за допомогою виконавчих механізмів лубрикаторів з магістралі змащення, в якій необхідно підтримувати необхідний тиск.

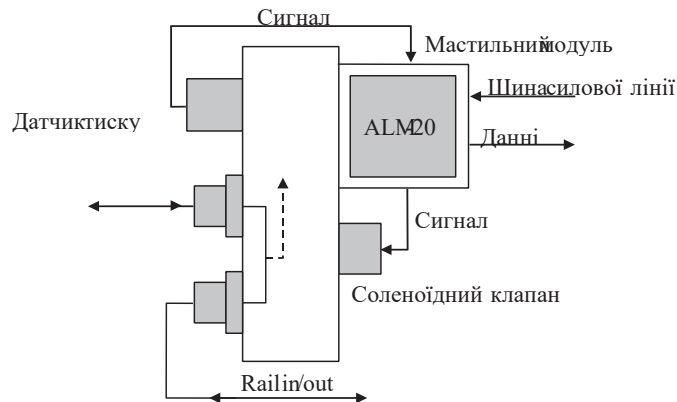


Рис. 2. Принципова схема мастильного модуля

Залежно від навантаження на циліндр система управління двигуна посилає відповідний сигнал на контролюючу електроніку мастильного модуля, інформуючи її про кількість мастила, необхідного на даний час. Таким чином, мастильний модуль подає дуже точну кількість циліндрового мастила з високою швидкістю до лубрикаторів в повній синхронізації з системою управління двигуна.

Таким чином, система змащення головного двигуна є складним об'єктом, що потребує контролю великою кількістю величин в реальному часі, зокрема: температури мастила, тиску у лубрикаторах, в'язкості мастила [5].

Незважаючи на використання новітніх контрольно-вимірювальних засобів та складних алгоритмів керування, системи імпульсного лубрикаторного змащення все ще мають нерозв'язані проблеми.

Перш за все, необхідно розуміти, що різні види циліндрових мастил та палив з різним вмістом сірки, а також особливості конструкції систем змащення, потребують керування дозуванням з урахуванням характеристик палива, щоб уникнути невизначеності в ефективному використанні циліндрового мастила. На сьогоднішній день, контроль показників відпрацьованого циліндрового мастила є найбільш ефективним способом забезпечення безпечної, ефективної та екологічної експлуатації циліндро-поршньових груп малооборотних дизелів [6].

По-друге, наявні імпульсні системи змащення не забезпечують достатньої надійності для судових двигунів в аварійних режимах та не забезпечують довговічність механізму в цілому. Наприклад, при відмові певного вузла, такого як індуктивний датчик зворотного зв'язку, або програмного збою, двигун може стати непридатним до експлуатації. Щоб виправити ці недоліки, можна розглянути впровадження прогнозуючих систем керування. Такі системи, використовуючи дані про попередні цикли, можуть прогнозувати і розробляти закони управління для наступних циклів, навіть при обмеженій інформації про фактичний стан об'єкта.

Підвищення ефективності та надійності процесу змащення за рахунок удосконалення алгоритмів керування потребує дослідження поведінки системи змащення в різних режимах функціонування, зокрема в аварійних, що зручно здійснювати за допомогою імітаційних моделей.

### **Мета дослідження**

Метою даного дослідження є аналіз структури моделі системи імпульсного лубрикаторного змащення судового головного двигуна та побудова імітаційної моделі системи керування процесом змащення для вивчення різних аспектів роботи систем, зокрема, для аналізу ефективності, живучості та надійності, розробки оптимальних та адаптивних законів керування.

Для досягнення поставленої мети необхідно виконати наступні кроки [7]:

1. На основі аналізу структури системи імпульсного змащення визначити функції та параметри всіх елементів системи.
2. Побудувати математичну модель складових системи змащення, яка описує їх роботу в умовах різних режимів функціонування.
3. За допомогою програмного забезпечення реалізувати цю модель у вигляді симулятора, який би дозволив проводити експерименти, що моделюють різні умови роботи системи змащення та вплив різних параметрів системи, таких як тиск мастила, температура, в'язкість мастила, на ефективність змащення.

### **Викладення основного матеріалу дослідження**

Як вже було розглянуто вище, система лубрикаторного змащення складається з наступних основних компонентів: мастильної магістралі з основним мастильним насосом, що забезпечує подачу мастила до імпульсного мастильного модуля; мастильного резервуара; імпульсного дозуючого насоса, акумулятора та керованого клапана, пов'язаного з форсунками. Для забезпечення керування процесом присутні також контрольно-вимірювальні прилади та пристрої

керування. Всі ці складові мають бути представлені в імітаційній моделі. Ця модель має давати можливість не тільки просто змінювати конфігурацію системи та алгоритми керування, а також досліджувати процес при різних параметрах складових частин та характеристик мастила.

Враховуючи це, доцільним для побудови такої моделі є застосування бібліотеки SimHydraulics програмного пакету Matlab. SimHydraulics є потужним інструментом для імітаційного моделювання гідравлічних систем та розробки систем керування, він надає гнучкість і зручність в роботі зі складними гідравлічними системами, дозволяючи імітувати роботу різних компонентів та їх взаємодію [8, 9].

Сильною стороною SimHydraulics при моделюванні системи лубрикаторного змащення є можливість параметризації моделі, що дозволяє встановлювати різні значення параметрів та тестувати систему на ефективність, живучість та надійність.

Другою перевагою SimHydraulics є можливість інтеграції з електричними, механічними та пневматичними імітаційними моделями, а також з моделями регуляторів, що дозволить створити більш повну та точну модель систем керування процесом змащення головного двигуна.

На рис. 3 показано спрощену імітаційну модель системи лубрикаторного змащення головного двигуна.

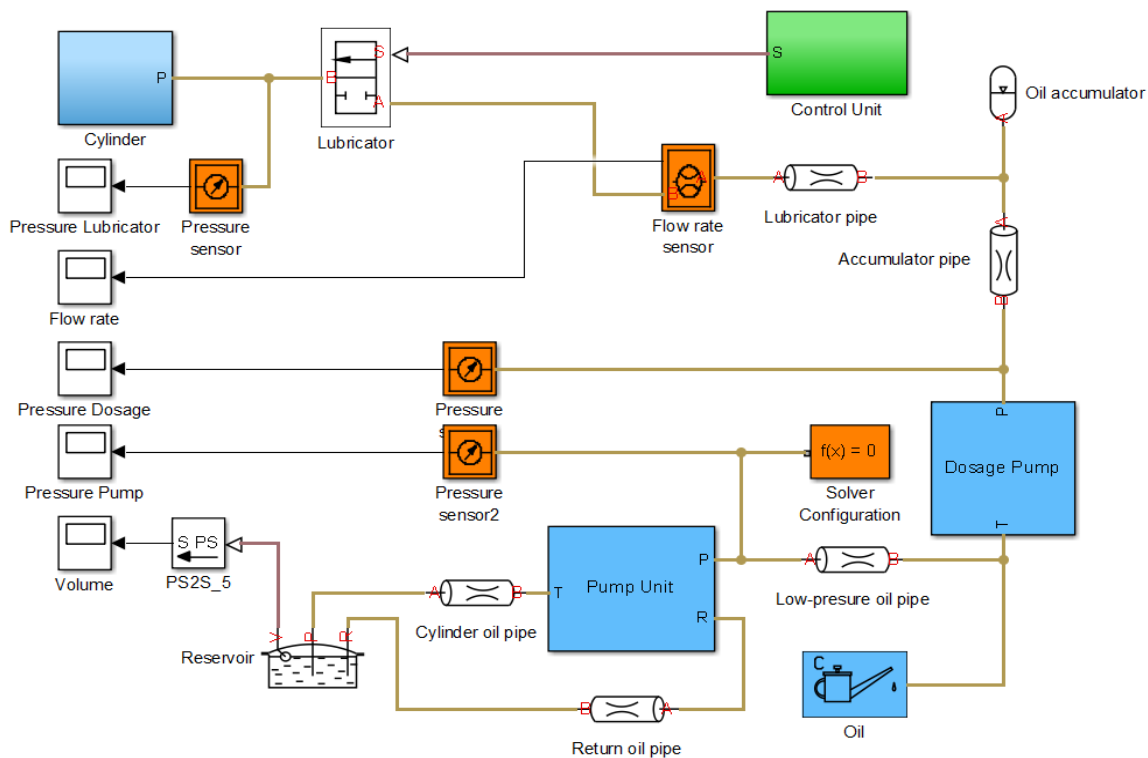


Рис. 3. Імітаційна модель системи лубрикаторного змащення суднового головного двигуна

Система складається з наступних основних складових частин:

- мастильного танку (Reservoir);
- насосного блоку Pump Unit;
- імпульсного дозуючого насоса Dosage Pump;
- акумулятора мастила Oil Accumulator;
- лубрикатора Lubricator, що подає мастило в циліндр двигуна (Cylinder);
- датчиків тиску Oil Pressure Sensor та витрати мастила Flow Rate Sensor;
- системи керування Control Unit.

Насосний блок подає мастило з мастильного танку до мастильної магістралі. При перевищенні тиску в системі надлишок мастила повертається до танка через зворотний трубопровід Return Oil Pipe. Далі імпульсний насос подає під високим тиском мастило до акумулятора та лубрикатора.

Блок керування генерує команди для дозуючого насоса та лубрикатора на впорскування мастила. У реальній системі ці команди генеруються на основі аналізу інформації з датчиків положення поршня, а також датчиків витрати та тиску, встановленими в мастильних магістралях.

Для визначення властивостей мастила, такі як номінальна в'язкість  $\nu_{nom}$ , щільність  $\rho_{nom}$  та інше застосовано блок Oil (Custom Hydraulic Fluid). При підключенні блоку до гідравлічної лінії властивості гідравлічної рідини автоматично передаються всім гідравлічним блокам у контурі.

На рис. 4 наведено структуру підмоделей основного насосного блоку (рис. 4, а) і дозуючого насоса (рис. 4, б). Порти P і T є входами та виходами гідравлічної системи і пов'язані з вхідним та вихідним трубопроводами відповідно. Порт S є механічним портом, який пов'язаний з приводним валом насоса і слугує для передачі обертального моменту насосу від зовнішнього джерела енергії. Позитивний напрямок визначається від порту T до порту P, тобто насос перекачує рідину від порту T до порту P, коли приводний вал S обертається в позитивному напрямку.

Параметризація моделі полягає у визначенні параметрів на основі технічної документації на насосний блок і може виконуватись шляхом апроксимації полінома для певної кутової швидкості залежно від доступних даних [10].

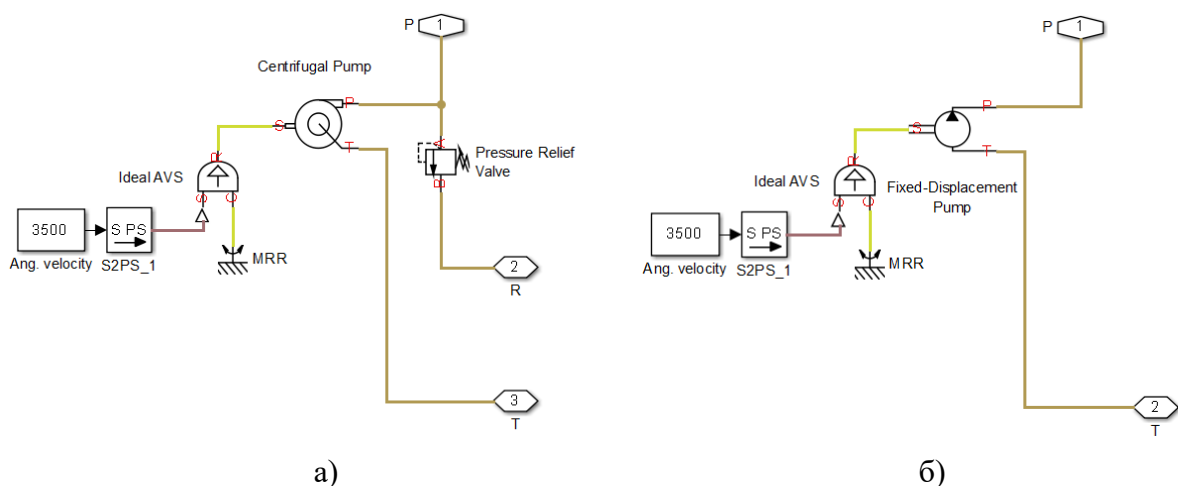


Рис. 4. Структура підмоделей основного насосного блоку (а) і дозуючого насоса (б)

Цей процес допомагає врахувати різні фактори, такі як робочий тиск, витрату рідини та інші параметри, які впливають на роботу насоса. Характеристики насоса при інших кутових швидкостях визначаються за законами спорідненості. Апроксимуючий поліном виводиться з рівняння імпульсного моменту Ейлера [1, 2], яке для заданого насоса, кутової швидкості та рідини можна представити у вигляді:

$$p_{ref} = k \cdot p_E - p_{HL} - p_D \quad (1)$$

де  $p_{ref}$  – перепад тиску на насосі для еталонного режиму, що характеризується еталонною кутовою швидкістю та густиною мастила;  $k$  – поправочний коефіцієнт для врахування коливань розмірів, невідповідності лопатей, об'ємів лопатей, внутрішнього тертя рідини тощо;  $p_E$  тиск Ейлера;  $p_{HL}$  – втрата тиску через гідравлічні втрати в каналах насоса;  $p_D$  – втрата тиску, спричинена відхиленням подачі насоса від його номінального значення.

Аналогічним чином побудовано і модель дозуючого насоса, з тією лише різницею, що в ній застосовано насос фіксованого об'єму та відсутній зворотний клапан (тому що передбачається

імпульсний режим роботи насоса). Насос із постійним робочим об'ємом представлено такими рівняннями, що пов'язують продуктивність насоса  $q$  та крутний момент на приводному валу насоса  $T$  з вищенаведеними параметрами:

$$\begin{cases} q = D \cdot \omega - k_l \cdot p, \\ k_l = \frac{k_{HP}}{v \cdot \rho}, \\ k_{HP} = \frac{D \cdot \omega_{nom} \cdot (1 - \eta_v) \cdot v_{nom} \cdot \rho_{nom}}{P_{nom}}, \\ T = \frac{D \cdot p}{\eta_{mech}}, \\ p = p_p - p_T. \end{cases} \quad (2)$$

Ключовими параметрами, необхідними для цього блоку, є об'єм насоса  $D$ , об'ємний  $\eta_v$  і загальний  $\eta_{mech}$  ККД, номінальний тиск  $p_{nom}$  і кутова швидкість  $\omega_{nom}$ .

Для імітації мастильного акумулятора використано блок Gas-Charged Accumulator, який представляє акумулятор як модель на основі таблиці даних і використовує параметри, доступні в паспортах виробника [11]. Мастильний акумулятор має об'єм  $V$  і складається з двох камер – газової та рідинної об'ємом  $V_F$ , які з'єднані системою гідравліки. Ці камери розділяється еластичною діафрагмою. Якщо тиск на вході до мастильного акумулятора  $p$  знижується нижче тиску попереднього навантаження  $p_{pr}$ , то газова камера ізолюється від системи за допомогою впускного клапана, тоді як тиск в газовій камері залишається незмінним на рівні попереднього навантаження, а тиск на вході залежить від тиску в системі, до якої підключений акумулятор. Коли тиск на вході досягає значення попереднього навантаження або вище, камери знову взаємодіють між собою. Акумулятор описується такими рівняннями:

$$\begin{cases} q_F = \frac{dV_F}{dt}, \\ p_F = p_G + p_{HS} \\ p_G = (p_{init} + p_A) \cdot \left( \frac{V_0 - V_{init}}{V_0 - V_F} \right)^k - p_A, \end{cases} \quad (3)$$

де  $p_{HS}$  – обмеження тиску,  $V_{init}$  та  $p_{init}$  - початкові об'єм та тиск відповідно,  $k$  - питома теплоємність.

Позитивний напрям блоку визначається як напрямок від входу рідини в гідроакумулятор, тобто якщо рідина направлена до гідроакумулятора, то швидкість потоку визначається як позитивна. Слід враховувати, що даний блок використовує деякі припущення та обмеження, зокрема: модель газової камери є ідеальною, процес вважається політропним, і не враховуються навантаження, такі як інерція та тертя, і стисливість рідини.

Через відсутність необхідності моделювання процесів в сервосистемі, лубрикатор змодельовано спрощено, на основі двоходового клапана, який є запірним клапаном з двома гідравлічними з'єднаннями - вхідним портом (А) і вихідним портом (В), а також одним фізичним з'єднанням сигнального порту (S), яке відповідає за контроль положення золотника.

Опір ділянок маслопроводів моделюється наближено, за допомогою блоків Hydraulic Resistive Tube, з урахуванням їх резистивних властивостей з урахуванням довжини  $L$ , коефіцієнта форми  $K_s$ , площі поперечного перерізу труби  $A$  та гідравлічного діаметра  $D_H$  при стаціонарних умовах імпульсу рідини. Слід зауважити, що тут не враховується стисливість та інерція рідини. Для врахування місцевих опорів, таких як вигини, фітинги, втрати на вході та виході тощо, усі опори перетворено на їх еквівалентні довжини  $L_{eq}$ , а потім загальна довжина

всіх опорів додана до геометричної довжини труби  $L$ . Втрати тиску  $p$  через тертя в цій моделі обчислюються за допомогою рівняння Дарсі [12], у якому втрати залежать від коефіцієнта тертя, який пропорційний квадрату швидкості потоку  $q$  рідини з щільністю  $\rho$  та залежить від режиму потоку. Якщо потік ламінарний, рівняння має вигляд:

$$p = \frac{K_s}{R_e} \cdot \frac{L + L_{eq}}{D_H} \cdot \frac{\rho}{2 \cdot A^2} \cdot q^2 \cdot \text{sign}(q), \quad (4)$$

де  $R_e$  – число Рейнольдса.

Для прикладу, на рис. 5 наведено результати моделювання тисків на виході дозуючого насоса  $P_d$ , лубрикатора  $P_l$  та витрати мастила  $f$ .

Таким чином, розроблена імітаційна модель дозволяє спостерігати тиск і швидкість потоку в різних точках системи при різних режимах функціонування.

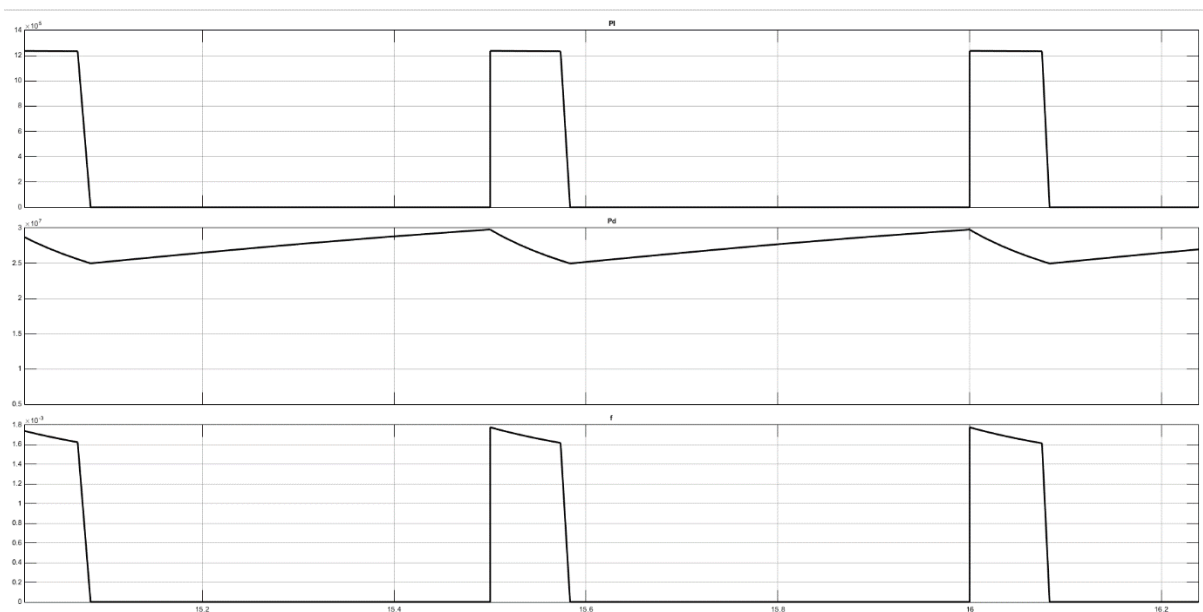


Рис. 5. Результати моделювання процесу впорскування мастила

### Висновки

Для покращення ефективності системи змащення головного двигуна та забезпечення його надійності та ефективного змащення в різних режимах експлуатації, необхідно впроваджувати сучасні засоби мікропроцесорної техніки з можливістю оперативного зв'язку з системою дистанційного управління та загальносудновою обчислювальною мережею. Розробка високоефективних алгоритмів для таких систем потребує проведення багатократних експериментів для збирання необхідної статистики, що можна спростити та прискорити за рахунок використання імітаційних моделей.

Розроблена імітаційна модель системи змащення головного двигуна дозволяє проводити дослідження процесів в системі змащення за різних умов, аналізувати отримані дані та порівнювати їх з реальними значеннями на системі змащення. Це дозволяє виводити висновки про ефективність та надійність системи змащення, знаходити оптимальні закони керування та покращувати процес змащення.

### Список використаної літератури

1. Doug Woodyard. Introduction: A Century of Diesel Progress. In: Doug Woodyard (ed.) Pounder's Marine. Diesel Engines and Gas Turbines. 9th ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2009; pp.ix-xxvii.



2. Alpha Lubricator System 707X-40C Alpha Lubricator System Operation Manual MC Engines [Електронний ресурс]. Режим доступу: [https://www.academia.edu/29710496/Alpha\\_Lubricator\\_System\\_707X\\_40C\\_Alpha\\_Lubricator\\_System\\_Operation\\_Manual\\_MC\\_Engines](https://www.academia.edu/29710496/Alpha_Lubricator_System_707X_40C_Alpha_Lubricator_System_Operation_Manual_MC_Engines)
3. Богач В.М., Довиденко Ю.М., Слободянюк І.М. Особливості лубрикаторних систем дизельних двигунів MAN-B&W. *Суднові енергетичні установки: науково-технічний збірник*. Вип. 40.-Одеса: НУ «ОМА», 2020. С. 144 -151.
4. RTA and RT-flex low-speed engines [Електронний ресурс], – Режим доступу: <https://www.wartsila.com/products/marine-oil-gas/engines-generating-sets/rta-and-rt-flex-low-speed-engines>
5. Sun Z., Shen Z., Li X. Experimental study on influence factors of atomization performance of air-blast lubricator. *Zhongnan Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of Central South University (Science and Technology)*. March 2018. 49(3). pp. 600-605. DOI:10.11817/j.issn.1672-7207.2018.03.012.
6. Tadros M., Ventura M. & Guedes Soares C. Optimization of the Performance of Marine Diesel Engines to Minimize the Formation of SOx Emissions. *J. Marine. Sci. Appl.* 19, 473–484 (2020). DOI: 10.1007/s11804-020-00156-0
7. Томашевський В. М. Т-56. Моделювання систем. К: Видавнича група ВНУ, 2005. 352 с.: іл. ISBN 966-552-120-9.
8. Garcia-Moral I., Fernandez de Canete J., Galindo C. (2011). System Engineering and Automation: An Interactive Educational Approach. Germany: Springer Berlin Heidelberg, 2011, 255 p. ISBN: 9783642202308
9. Руппель А. А. Моделирование гидравлических систем в MATLAB: учебное пособие. Россия: СибАДИ. 2009. 171 с.
10. Hicks T.G., Edwards T.W. Pump Application Engineering, McGraw-Hill, NY, 1971.
11. White F.M. Viscous Fluid Flow, McGraw-Hill, 1991, 614 p.
12. Мала гірнича енциклопедія : у 3 т. / за ред. В. С. Білецького. Д. : Донбас, 2004. Т. 1 : А. К. 640 с. ISBN 966-7804-14-3.

### References

1. Doug Woodyard. Introduction: A Century of Diesel Progress. In: Doug Woodyard (ed.) *Pounders Marine. Diesel Engines and Gas Turbines*. 9th ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2009; pp.ix-xxvii.
2. Alpha Lubricator System 707X-40C Alpha Lubricator System Operation Manual MC Engines [Elektronnyi resurs], Rezhym dostupu: [https://www.academia.edu/29710496/Alpha\\_Lubricator\\_System\\_707X\\_40C\\_Alpha\\_Lubricator\\_System\\_Operation\\_Manual\\_MC\\_Engines](https://www.academia.edu/29710496/Alpha_Lubricator_System_707X_40C_Alpha_Lubricator_System_Operation_Manual_MC_Engines).
3. Bohach, V.M., Dovydenko, Yu. M., & Slobodianiuk, I.M. (2020). Osoblyvosti lubrykatornykh system dyzelnykh dvyhuniv MAN-B&W. *Sudnovi enerhetychni ustanovky: naukovo-tekhnichnyi zbirnyk*. **40**.-Odesa: NU «ОМА», 144 -151.
4. RTA and RT-flex low-speed engines [Elektronnyi resurs], – Rezhym dostupu: <https://www.wartsila.com/products/marine-oil-gas/engines-generating-sets/rta-and-rt-flex-low-speed-engines>.
5. Sun, Z., Shen, Z., & Li, X. (2018). Experimental study on influence factors of atomization performance of air-blast lubricator. *Zhongnan Daxue Xuebao (Ziran Kexue Ban)/Journal of Central South University (Science and Technology)*. **49**(3), 600-605. DOI:10.11817/j.issn.1672-7207.2018.03.012.

6. Tadros, M., Ventura, M. & Guedes Soares, C. (2020). Optimization of the Performance of Marine Diesel Engines to Minimize the Formation of SO<sub>x</sub> Emissions. *J. Marine. Sci. Appl.* **19**, 473–484. DOI: 10.1007/s11804-020-00156-0
7. Tomashevskiy, V. M. T-56. (2005). Modeliuvannia system. K: Vydavnycha hrupa VNU. ISBN 966-552-120-9.
8. Garcia-Moral, I., Fernandez de Canete, J., & Galindo, C. (2011). System Engineering and Automation: An Interactive Educational Approach. Germany: Springer Berlin Heidelberg. ISBN: 9783642202308
9. Ruppel, A. A. (2009). Modelyrovanye hydryavlycheskykh system v MATLAB: uchebnoe posobyе. Roscyia: SybADY.
10. Hicks, T.G., & Edwards, T.W. (1971). Pump Application Engineering, McGraw-Hill, NY.
11. White, F.M. (1991). Viscous Fluid Flow, McGraw-Hill.
12. Mala hirnycha entsyklopediia : u 3 t. / za red. V. S. Biletskoho. D. : Donbas, 2004. T. 1 : A. K. ISBN 966-7804-14-3.

Сергій Бігун – аспірант кафедри експлуатації суднового електрообладнання та засобів автоматизації, Херсонська державна морська академія, e-mail: bigunsergej4@gmail.com, ORCID: 0009-0007-6385-3296

Андрій Сіманенков – кандидат технічних наук, старший викладач кафедри експлуатації суднового електрообладнання та засобів автоматизації, Херсонська державна морська академія, e-mail: simanenkov.andrii@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0797-5276

Юрій Лебеденко – кандидат технічних наук, доцент кафедри інформаційних та комп'ютерних технологій, Київський національний університет технологій та дизайну, e-mail: lebedenko.yo@knutd.edu.ua, ORCID: 0000-0002-1352-9240

В.В. ГНАТУШЕНКО, Т.М. ФЕНЕНКО  
Український державний університет науки і технології  
О.Л. ДОРОШ  
Інститут транспортних систем і технологій НАН України

## РЕЗУЛЬТАТИ НАЛАШТУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ НЕЙРОННИХ ГЛИБОКИХ МЕРЕЖ ЩОДО РОЗПІЗНАВАННЯ FASHION MNIST DATASET

*Проведено дослідження моделей згорткової нейронної мережі (Convolutional neural network – CNN) з метою підвищення точності розпізнавання Fashion MNIST DATASET.*

*З огляду відомо, що розпізнавання елементів одягу набору Fashion MNIST є більш складним ніж розпізнавання набору рукопису цифр MNIST. Набор одягу Fashion-MNIST рекомендовано для досліджень різних архітектур нейронних мереж. Найкращі результати якості розпізнавання Fashion MNIST DATASET отримано за згортковою нейронною мережею.*

*В даній роботі було метою покращити точність розпізнавання Fashion MNIST DATASET за рахунок дослідження різних архітектур CNN та їх параметрів.*

*Обрано дві архітектури послідовної згорткової нейронної мережі з тих, у яких точність розпізнавання Fashion MNIST DATASET більше ніж 93%. Проведено дослідження їх архітектур та параметрів. Моделі відповідають визначенню нейронних глибоких мереж та мають різну кількість шарів. В дослідженнях моделей показано вплив параметрів batch\_size, validation\_split, validation\_data на точність розпізнавання, а також варіанти розташування шару BatchNormalization та шару активації; вплив параметра “filters” для згорткового шару. Крім того, було використано два варіанти вибору валідаційної вибірки: перший – з набору даних для навчання (20%), а другий – набір даних тестування. При розрахунках число epoch навчання дорівнювало 20. В процесі навчання вирішувалось питання не допустити перенавчання за допомогою аналізу функції втрат.*

*Використано бібліотеки TensorFlow, Keras, мову програмування Python. Розроблено програмні модулі, які було реалізовано у хмарному сервісі Google Colab.*

*В результаті досліджень підтверджено заявлену у роботах інших авторів точність розпізнавання >93% Fashion MNIST DATASET та отримано покращену точність розпізнавання в 94,16% для однієї з обраних моделей. Обґрунтовано вплив параметру batch\_size на точність розпізнавання, обрано значення batch\_size відповідно найкращому результату розпізнавання Fashion MNIST DATASET. Продемонстровано, що збільшення кількості даних для навчання покращує точність розпізнавання при використанні параметра valid\_data==(X\_test, X\_test\_labels) замість valid\_split для даних навчання. Наведені результати чисельного експеримента, які підтверджують важливість та корисність застосування методів регуляризації для вирішення проблеми перенавчання: налаштування шарів Dropout дозволило покращити точність розпізнавання.*

*Ключові слова: глибоке навчання, згорткова нейронна мережа, архітектура CNN, точність розпізнавання, налаштування параметрів CNN, Fashion MNIST DATASET, PYTHON, KERAS, TENSORFLOW, GOOGLE COLAB.*

HNATUSHENKO Vik., FENENKO T.  
Ukrainian State University of Science and Technologies, Dnipro, Ukraine  
DOROSH O.

Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine, Dnipro

## RESULTS OF NEURAL DEEP NETWORKS PARAMETER TUNING FOR FASHION MNIST DATASET RECOGNITION

*A study of convolutional neural network (CNN) models was conducted in order to obtain better recognition quality of the Fashion MNIST DATASET.*

*From the review, it is known that the Fashion MNIST DATASET recognition set is more difficult than MNIST DATASET recognition. The Fashion-MNIST DATASET is recommended for research on different neural network architectures. The best Fashion MNIST DATASET recognition quality results were obtained by convolutional neural network.*

*In this work, the goal was to improve the recognition quality of the Fashion MNIST DATASET by studying different CNN architectures and their parameters.*

*Two consecutive convolutional neural network architectures were selected from those with Fashion MNIST DATASET recognition quality greater than 93%. A study of their architectures and parameters was conducted. The models correspond to the definition of neural deep networks and have different number of layers. Model studies show the influence of batch\_size, validation\_split, and validation\_data parameters on recognition accuracy, as well as location options for*

the BatchNormalization layer and the activation layer; the effect of the “filters” parameter for the convolutional layer. In addition, two validation sample selection options were used: the first one was from the training dataset (20%) and the second one was the testing dataset. In the calculations, the number of training epochs was equal to 20. In the training process, the issue of preventing overtraining was solved using the analysis of the loss function.

TensorFlow, Keras, Python programming language were used. Software modules were developed and implemented in the Google Colab cloud service.

As a result of the research, the recognition quality >93% of the Fashion MNIST DATASET declared in the works of other authors was confirmed, and an improved recognition quality of 94.16% was obtained for one of the selected models. The influence of the batch\_size parameter on the recognition quality is substantiated, and the batch\_size value is chosen according to the best recognition result of the Fashion MNIST DATASET. Increasing the amount of training data has been shown to improve recognition performance when using valid\_data==(X\_test, X\_test\_labels) instead of valid\_split for training data. The results of a numerical experiment are presented, which confirm the importance and usefulness of applying regularization methods to solve the retraining problem: adjusting the Dropout layers allowed to improve the recognition accuracy.

Keywords: deep learning, convolutional neural network, CNN architecture, recognition quality, CNN parameter tuning, Fashion MNIST DATASET, PYTHON, KERAS, TENSORFLOW, GOOGLE COLAB,

### Постановка проблеми

Глибокі нейронні мережі (CNN) у задачах розробки систем штучного інтелекту є одним із найпопулярніших підходів і дозволяють отримати високу точність рішення. Це такі галузі досліджень, як комп'ютерний зір, розпізнавання мови, експертні системи та інші [1].

Вже більше ніж 20 років тестування задач комп'ютерного зору почали проводити на наборі MNIST рукописних символів цифр. Завдяки розробці моделі глибокого навчання на основі архітектури CNN було отримано найкращий результат розпізнавання цифр 99,7% [2], але не дало змоги отримати такі високі результати для набору даних Fashion MNIST.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

В даний час запропоновано багато архітектур CNN, які призначені для розпізнавання зображень і тестувалися на Fashion MNIST DATASET. Найкращі результати щодо обраного набору зображень, а саме більше 93% якості розпізнавання, отримано з використанням загорткових нейронних мереж [2]. Такий результат є високим і дозволяє зробити висновок, що задача розпізнавання елементів одягу Fashion MNIST DATASET вже не є актуальною з точки зору отримання кращої якості розпізнавання. Але Fashion MNIST DATASET можна використати для тестування різних архітектур та налаштування параметрів моделей, що не втрачає актуальності. Таким чином, набір даних Fashion MNIST часто використовують для перевірки нових ідей CNN. В [3] розглянуто 5 архітектур CNN, які теж протестовано на наборі Fashion MNIST, в результаті отримано точність розпізнавання трохи більше ніж 93%. На сайті <http://www.eamonfleming.com/> [4] наведено іншу архітектуру моделі CNN згідно якої точність розпізнавання теж більше 93%.

В [5] наведені результати розпізнавання Fashion MNIST DATASET за допомогою програмного засобу, який було розроблено з використанням мови Python, бібліотек TensorFlow та Keras та який був використаний в даній роботі для дослідження архітектур та налаштування CNN.

### Мета дослідження

Метою роботи є покращення результатів розпізнавання Fashion MNIST DATASET з використанням різних архітектур CNN, налаштування параметрів та регуляризації і надання рекомендацій.

### Викладення основного матеріалу дослідження

В результаті аналізу досліджень результатів розпізнавання Fashion MNIST DATASET обрано дві CNN, які відповідали точності розпізнавання 93% [3, 4]. В табл. 1 наведено інформацію щодо обраних CNN.

Таблиця 1

Архітектури згорткових нейронних мереж

N	Позначення моделі	Архітектура CNN	Кількість нейронів	Розмір байт	Посилання
1	Cnn_93	4 згорткові шари з фільтр. (3x3) та 1 повнозв'язний шар	1 637 570	19 722 408	[4]
2	Cnn_a5	4 згорткові шари з фільтр. (3x3) та 2 повнозв'язних шари	1 676 266	20 177 840	[3] Architecture 5

У роботі реалізовано програмний код мовою Python з використанням KERAS і Tensorflow, розрахунки були проведені у Google Colab.

Для кожної з архітектур реалізовано функцію побудови моделі CNN та функцію, що містить інформацію про модель. Функція з інформацією по моделі надає такі позначення у заголовках графіків: “C” для згорткового шару Conv2D; “B” для шару пакетної нормалізації BatchNormalization; “M” для шару пулінга MaxPooling2D; “D” для шару Dropout; “F” для шару Flatten; “D” для повнозв’язного шару Dense; “A” для шару активації.

Навчання моделі виконується за викликом методу fit:

```
fit(x=None,y=None, batch_size=None, epochs=1, verbose=1, callbacks=None,
validation_split=0.0, validation_data=None, shuffle=True,
class_weight=None, sample_weight=None,
initial_epoch=0, steps_per_epoch=None, validation_steps=None)
```

Основні параметри методу fit: *x* – масив навчальних даних; *y* – масив цілей (класів, міток); *batch\_size* – розмір пакета навчання; *epochs* – число епох навчання неронної мережі; *verbose* – індикатор для виводу інформації в процесі навчання; *callbacks* – список процедур, що виконуються в процесі навчання; *validation\_split*-значення між 0 та 1, частка валідаційних даних; *validation\_data* – явна вказівка на валідаційні дані.

Модель за назвою *cnn\_93* має структуру, яку показано на рис.1, отримана за методом *summary*.

При дослідженні моделі *cnn\_93* було з'ясовано її особливості [4]: шар BatchNormalization нормує ваги нейронів на виході згорткового шару Conv2D; у процесі навчання валідаційні дані співпадають з тестовими даними, а саме з тими, які призначені для перевірки (тестування) моделі; після процесу навчання використовується найкраща модель, яка отримується в процесі навчання замість моделі, яка відповідає останній епосі навчання.

Проведено дослідження моделі *cnn\_93* з питань: – вплив параметрів *batch\_size*, *validation\_split*, *validation\_data* на точність розпізнавання; – варіанти розташування шару BatchNormalization та шару активації; – вплив параметра “filters” для згорткового шару Conv2D з ім'ям *name='93\_1\_4'*.

Результати дослідження впливу параметра *batch\_size* на точність розпізнавання отримані за таких умов: – число епох навчання дорівнює 20; – валідаційні дані – з даних для навчання, параметр *validation\_split=0.2*. Як видно з табл. 2 виконання однієї епохи, зі збільшенням значення *batch\_size*, зменшувалося, а розмір пакету *batch\_size* несуттєво вплинув на точність розпізнавання. Найкращі результати отримані при *batch\_size=96*.

На рис. 2 показано графік залежності точності навчання від епох за варіантом 2 табл. 2. З графіків видно швидкість налаштування моделі: з 5-й по 10-ту епоху крива валідаційних даних практично стає паралельною осі абсцис (точність розпізнавання дорівнює приблизно 0,925).

На рис. 3 показано графік залежності функції втрат від епох за варіантом 2 табл. 2. По формі функції втрат видно, що перенавчання відсутнє, також є можливість зменшити кількість епох до 10.

Layer (type)	Output Shape	Param #
93_l_1 (Conv2D)	(None, 28, 28, 32)	320
93_l_2 (BatchNormalization)	(None, 28, 28, 32)	128
93_l_3 (Dropout)	(None, 28, 28, 32)	0
93_l_4 (Conv2D)	(None, 28, 28, 32)	9248
93_l_5 (Dropout)	(None, 28, 28, 32)	0
93_l_6 (Conv2D)	(None, 28, 28, 24)	6936
93_l_7 (Dropout)	(None, 28, 28, 24)	0
93_l_8 (Conv2D)	(None, 28, 28, 64)	13888
93_l_9 (MaxPooling2D)	(None, 14, 14, 64)	0
93_l_10 (Dropout)	(None, 14, 14, 64)	0
93_l_11 (Flatten)	(None, 12544)	0
93_l_12 (Dense)	(None, 128)	1605760
93_l_13 (Dropout)	(None, 128)	0
93_l_14 (Dense)	(None, 10)	1290

Total params: 1,637,570  
 Trainable params: 1,637,506  
 Non-trainable params: 64

Рис. 1. Структура моделі cnn\_93

Таблиця 2

Модель cnn\_93 ( validation\_split=0.2 epochs=20)

№ варіанту	1	2	3	4	5
batch size	64	96	128	256	512
Час виконання однієї епохи (сек)	15	15	13	11	10
Точність моделі на тесті	0.9253	<b>0.9273</b>	0.9268	0.9262	0.9259
Точність найкращої моделі на тесті	0.9251	<b>0.9302</b>	0.9268	0.9261	0.9262

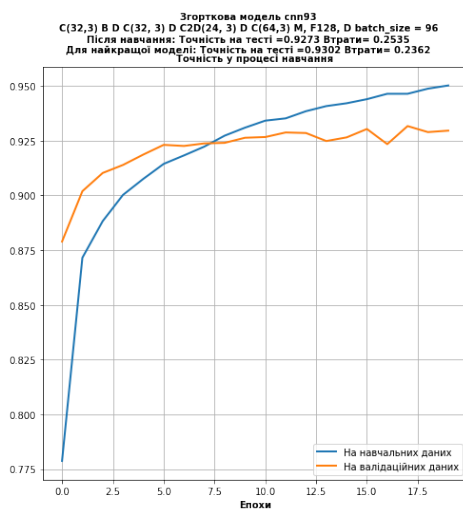


Рис. 2. Точність навчання-модель cnn\_93

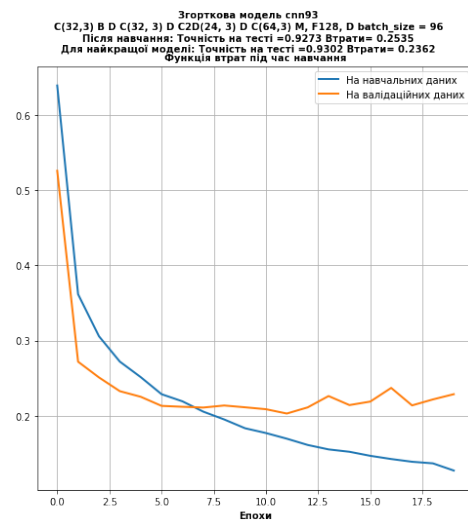


Рис. 3. Функція втрат-модель cnn\_93

Висновки щодо дослідження впливу параметрів batch\_size, validation\_split, validation\_data для моделі cnn\_93: при розпізнаванні зображень елементів одягу набору Fashion MNIST: рекомендовано використовувати batch\_size=96 і як валідаційні дані застосовувати тестові дані: validation\_data=(X\_test, X\_test\_labels).

В подальших дослідженнях моделі cnn\_93 змінимо розташування шару активації та шару BatchNormalization. Автори шару BatchNormalization, який нормує ваги нейронів [6], рекомендують встановити його перед викликом функції активації:

```
cnn.add(Conv2D(32, kernel_size=3, activation=None,
input_shape=(28,28,1),padding='same'))
cnn.add(BatchNormalization())
cnn.add(Activation('relu'))
```

Згідно з рекомендаціями у шарі Conv2D з ім'ям name='93\_l\_1' встановимо activation=None та після шару BatchNormalization додамо шар активації cnn\_simple\_model.add(tf.keras.layers(Activation('relu'))).

Таблиця 3

Модель cnn\_93 ( validation\_data, batch\_size=96, epochs=20)

	1	2
Варіант	Conv2D (...activation='relu' ...) BatchNormalization	Conv2D (...activation=None ...) BatchNormalization Activation('relu')
Точність моделі на тесті	0.9269	0.9265
Точність найкращої моделі на тесті	<b>0.9317</b>	0.9307

Порівняльний аналіз розпізнавання зображень Fashion MNIST з різними варіантами розташування шару BatchNormalization надані у табл. 3. Варіант «1» підключення шару BatchNormalization після шару Conv2D(...activation='relu'...) є найкращім.

Результати впливу параметра “filters” для згорткового шару Conv2D з ім'ям name='93\_l\_4' надані у табл. 4 (batch\_size=96, epochs=20, validation\_data). Для найкращої моделі точність становить 93,35% для filters=24; для згорткового шару Conv2D з ім'ям name='93\_l\_4' значення параметра filters можна задавати в діапазоні від 18 до 64.

Таблиця 4

Результати дослідження впливу фільтру, модель cnn\_93

Варіант	1	2	3	4	5
filters	18	24	32	64	96
Точність моделі на тесті	0.9314	0.9335	0.9269	0.931	0.9251
Точність найкращої моделі на тесті	0.9314	<b>0.9335</b>	0.931	0.931	0.927

Аналогічно дослідженню моделі cnn\_93, проведено дослідження моделі cnn\_a5 (табл. 1). Структура моделі cnn\_a5, яка отримана за методом summary, – на рис. 4.

Layer (type)	output shape	Param #
a5_l_1 (Conv2D)	(None, 28, 28, 32)	320
a5_l_2 (Conv2D)	(None, 28, 28, 32)	9248
a5_l_3 (MaxPooling2D)	(None, 14, 14, 32)	0
a5_l_4 (Dropout)	(None, 14, 14, 32)	0
a5_l_5 (Conv2D)	(None, 14, 14, 64)	18496
a5_l_6 (Conv2D)	(None, 14, 14, 64)	36928
a5_l_7 (MaxPooling2D)	(None, 7, 7, 64)	0
a5_l_8 (Dropout)	(None, 7, 7, 64)	0
a5_l_9 (Flatten)	(None, 3136)	0
a5_l_10 (Dense)	(None, 512)	1606144
a5_l_11 (Dropout)	(None, 512)	0
a5_l_12 (Dense)	(None, 10)	5130
=====		
Total params:	1,676,266	
Trainable params:	1,676,266	
Non-trainable params:	0	

Рис. 4. Структура моделі cnn\_a5

Вплив параметра `batch_size` на точність розпізнавання при прийнятих умовах розрахунку (`validation_split=0.2 epochs=20`) аналогічний як і при дослідженні моделі `cnn_93`. Але тут вдалося отримати точність розпізнавання трохи вищу, ніж у роботі [3], з якої було взяту архітектуру глибокої мережі, за рахунок налаштування гіперпараметрів.

Таблиця 5

Модель `cnn_a5`, `validation_data=(X_test, X_test_labels)`

Варіант	1	2	3	4	5
<code>batch_size</code>	48	64	<b>96</b>	128	256
Час виконання однієї епохи (сек)	15	12	11	10	8
Точність моделі на тесті	0.9319	0.9321	<b>0.9401</b>	0.9365	0.9357
Точність найкращої моделі на тесті	0.9350	0.9351	<b>0.9401</b>	0.9377	0.9365

Як видно з табл. 5, при `batch_size=96`, валідаційних даних співпадаючих з тестовими, отримано точність 94%.

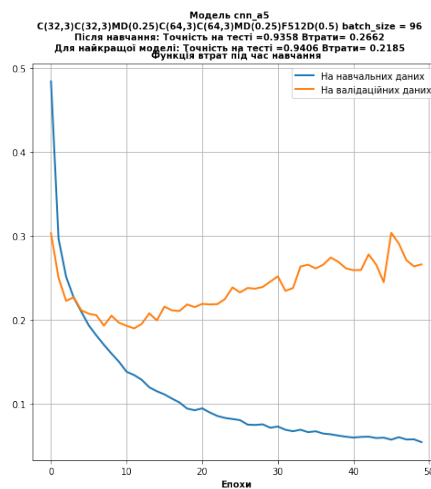


Рис. 5. Функція втрат в процесі навчання `cnn_a5`

Проведено більш ретельний аналіз моделі `cnn_a5` при `batch_size=96` та `validation_data=(X_test, X_test_labels)` шляхом більш тривалого навчання моделі за кількістю `epochs=50`. Результати наведені на рис. 5, де надано графік залежності функції втрат від епох. У разі ми бачимо перенавчання моделі.

Для усунення явища перенавчання застосуємо один із методів регуляризації (загрублення) моделі, а саме змінимо параметри шарів Dropout (з ім'ям `name="a5_1_4"` та з `name="a5_1_8"`). Результати розрахунків наведено у табл. 6

Таблиця 6

Модель `cnn_a5` (`validation_data`, `batch_size=96`, `epochs=50`)

Варіант	1	2	3	4	5	6	7
Dropout <code>"a5_1_4"</code> <code>"a5_1_8"</code>	0.25	0.3	0.35	0.4	<b>0.45</b>	0.5	0.6
Точність моделі на тесті	0.9358	0.9343	0.9394	0.9377	0.938	0.9383	0.9360
Точність найкращої моделі на тесті	0.9406	0.9404	0.9404	0.9414	<b>0.9416</b>	0.9413	0.9343



Висновок щодо дослідження впливу параметрів шарів Dropout (з ім'ям name=a5\_1\_4 та з name =a5\_1\_8) при batch\_size=96, validation\_data, epochs=50 для моделі cnn\_a5: точність найкращої моделі на тесті складає **94.16%** при встановленні параметра шарів Dropout з іменами "a5\_1\_4" та "a5\_1\_8" на рівні 0.45.

Графіки функції втрат (рис. 6) та точності навчання (рис. 7) відповідні моделі cnn\_a5 (табл. 6, вар. 5).

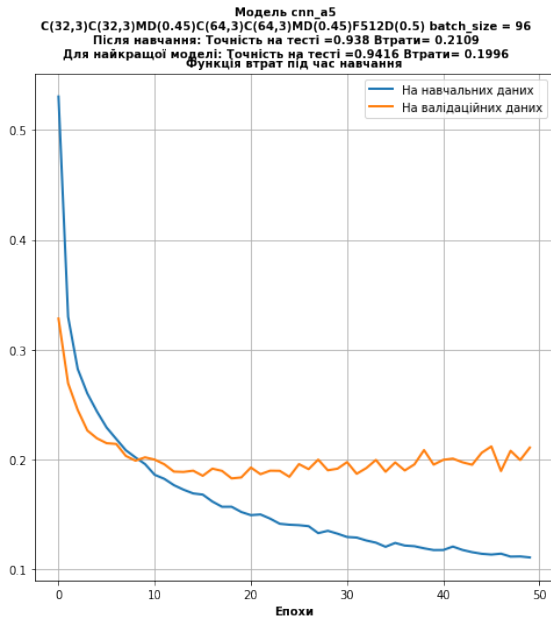


Рис. 6. Функція втрат – модель cnn\_a5

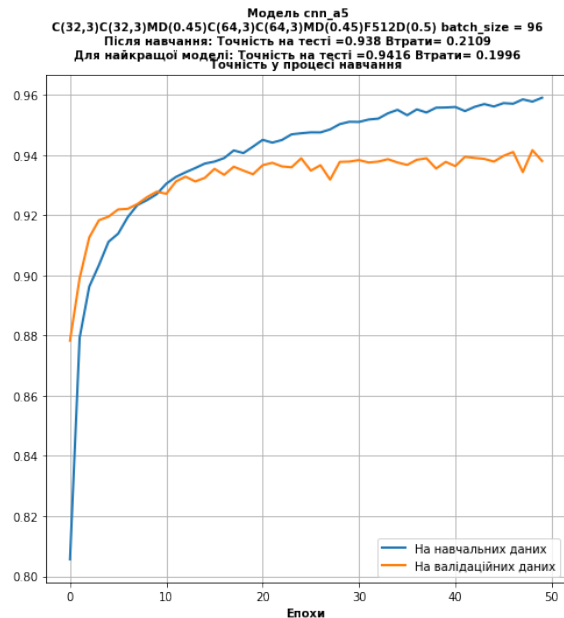


Рис. 7. Точність навчання – модель cnn\_a5

Висновки по дослідженню моделі cnn\_a5: обрані параметри batch\_size=96 та параметри шарів Dropout з іменами "a5\_1\_4" та "a5\_1\_8" дозволили отримати точність розпізнавання 94.16%, без перенавчання, що краще ніж наведено в [3] результату розпізнавання, який дорівнює 93.56%.

### Висновки

Проведено розпізнавання зображень Fashion MNIST DATASET за методами глибокого навчання та дослідження моделей двох архітектур нейронних мереж.

Підтверджено заявлену у роботах [3, 4] точність розпізнавання зображень на даних Fashion-MNIST 93%. Для моделі cnn\_a5, яка відповідає CNN архітектури 5 роботи [3], отримана точність розпізнавання в 94,16% завдяки налагодженню параметрів та регуляризації.

Обґрунтовано вплив параметру batch\_size на точність розпізнавання, обрано значення batch\_size відповідно найкращому результату розпізнавання зображень набору Fashion-MNIST. Підтверджено, що збільшення кількості даних для навчання покращує точність розпізнавання при використанні параметра valid\_data==(X\_test, X\_test\_labels) замість valid\_split для даних навчання.

Рекомендації для подальшого дослідження обраних моделей:

- для збільшення кількості даних під час навчання можна використовувати методи Tensorflow для генерації додаткових навчальних даних (зразків) шляхом незначних змін (розміру, повороту, зміщення тощо);
- для автоматичного настроювання гіперпараметрів використовувати інструмент keras-tuner.

### Список використаної літератури

1. Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. Deep Learning. London: MIT Press, 2016. 800 с.
2. Datasets [ Електронний ресурс] – Режим доступу. – URL: <https://www.kaggle.com/> (дата звернення 10.09.2022).
3. Shivam S. Kadam, Amol C. Adamuthe, Ashwini B. Patil. CNN Model for Image Classification on MNIST and Fashion-MNIST Dataset. Journal of Scientific Research. 2020. Vol. 64. № 02. P. 374-384. DOI:10.37398/JSR.2020.640251
4. Convolutional neural net tuning with the FASHION MNIST dataset[ Електронний ресурс] – Режим доступу. – URL: <http://www.eamonfleming.com/projects/fashion-mnist.html>
5. Гнатушенко В. В., Дорош Н. Л., Фененко Т. М. Розпізнавання зображень набору FASHION MNIST методами глибокого навчання. Прикладні питання математичного моделювання. 2021. Т.4. № 1. С. 78-85. <https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.8>
6. Sergey Ioffe, Christian Szegedy. Batch Normalization: Accelerating Deep Network Training by Reducing Internal Covariate Shift [Електронний ресурс] – Режим доступу. – URL: <https://arxiv.org/abs/1502.03167>

### References

1. Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (2016). Deep Learning. London: MIT Press.
2. Datasets [ Elektronnyi resurs] – Rezhym dostupu. – URL: <https://www.kaggle.com/>
3. Shivam, S. Kadam, Amol, C. Adamuthe, & Ashwini, B. (2020). Patil. CNN Model for Image Classification on MNIST and Fashion-MNIST Dataset. Journal of Scientific Research. 64 (02), 374-384. DOI:10.37398/JSR.2020.640251
4. Convolutional neural net tuning with the FASHION MNIST dataset [Elektronnyi resurs] – Rezhym dostupu. – URL: <http://www.eamonfleming.com/projects/fashion-mnist.html>
5. Hnatushenko, V. V., Dorosh, N. L., & Fenenko, T. M. (2021). Rozpiznavannia zobrazhen naboru FASHION MNIST metodamy hlybokoho navchannia. Prykladni pytannia matematychnoho modeliuвання. 4 (1), 78-85. <https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.8>
6. Sergey, Ioffe, & Christian, Szegedy. Batch Normalization: Accelerating Deep Network Training by Reducing Internal Covariate Shift [Elektronnyi resurs] – Rezhym dostupu. – URL: <https://arxiv.org/abs/1502.03167>

Гнатушенко Вікторія Володимирівна – д.т.н., професор кафедри інформаційних технологій та систем Українського державного університету науки і технології (м. Дніпро). e-mail: [vvitagnat@gmail.com](mailto:vvitagnat@gmail.com), ORCID: 0000-0001-5304-4144.

Фененко Тетяна Михайлівна – старший викладач кафедри інформаційних технологій та систем Українського державного університету науки і технології (м. Дніпро). e-mail: [fenenkot@gmail.com](mailto:fenenkot@gmail.com), ORCID: 0000-0002-7631-3148.

Дорош Ольга Володимирівна – молодший науковий співробітник Інституту транспортних систем і технологій Національної академії наук України. e-mail: [olchik.dorosh@gmail.com](mailto:olchik.dorosh@gmail.com), ORCID: 0009-0004-9053-0386.

О.М. ЛЕНЮК  
 Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича  
 О.М. НІКІТИНА  
 Чернівецький ліцей №1 математичного та економічного профілів  
 М.І. ШИНКАРИК  
 Західноукраїнський національний університет

## МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ МЕТОДОМ ГІБРИДНОГО ІНТЕГРАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ТИПУ ЕЙЛЕРА-ФУР'Є-ЕЙЛЕРА НА СЕГМЕНТІ

*На сучасному етапі науково-технічного прогресу, особливо у зв'язку з широким використанням композитних матеріалів, існує нагальна потреба у вивченні фізико-технічних характеристик таких матеріалів, що знаходяться в різних умовах експлуатації, що математично призводить до задачі розв'язування сепаратної системи диференціальних рівнянь другого порядку на кусково-однорідному інтервалі з відповідними початковими та крайовими умовами, зокрема, задача динаміки математично призводить до побудови розв'язку сепаратної системи диференціальних рівнянь з частинними похідними гіперболічного типу.*

*Одним із ефективних методів побудови інтегральних зображень аналітичних розв'язків алгоритмічного характеру задач математичної фізики є метод гібридних інтегральних перетворень.*

*У цій роботі побудовано розв'язок задачі динаміки на трискладовому сегменті  $[0; R_3]$  з двома точками спряження методом гібридного інтегрального перетворення Ейлера-Фур'є-Ейлера.*

*Задача динаміки на трискладовому сегменті математично призводить до побудови обмеженого розв'язку сепаратної системи трьох диференціальних рівнянь з частинними похідними гіперболічного типу з відповідними початковими умовами, умовами спряження та крайовими умовами. Застосувавши до цієї крайової задачі гібридне інтегральне перетворення Ейлера-Фур'є-Ейлера, отримуємо задачу Коші. Знайшовши розв'язок задачі Коші, ми застосовуємо до нього обернене гібридне інтегральне перетворення Ейлера-Фур'є-Ейлера.*

*Пряме інтегральне перетворення Ейлера-Фур'є-Ейлера на сегменті з двома точками спряження записується у вигляді матриці-рядка. Вихідна система та початкові умови записуються в матричній формі, і ми застосовуємо операторну матрицю-рядок до заданої задачі за правилом множення матриць. В результаті отримуємо задачу Коші для звичайного диференціального рівняння. Обернене перетворення Ейлера-Фур'є-Ейлера записується у вигляді операторної матриці-стовпця, і ми застосовуємо його до побудованого розв'язку задачі Коші. Після здійснення певних перетворень ми отримуємо єдиний розв'язок вихідної задачі.*

*Побудовані розв'язки крайових задач мають алгоритмічний характер, що дозволяє використовувати їх як у теоретичних дослідженнях, так і в числових розрахунках.*

*Ключові слова: гібридний диференціальний оператор, задача динаміки, гібридне інтегральне перетворення.*

О.М. LENYUK  
 Chernivtsi National University by Yuriy Fed'kovych  
 О.М. NIKITINA  
 Chernivtsi Lyceum № 1 of Mathematical and Economic Profiles  
 М.І. SHYNKARYK  
 West Ukrainian National University

## MODELING OF DYNAMIC PROCESSES BY THE METHOD OF HYBRID INTEGRAL TRANSFORM OF EULER-FOURIER-EULER TYPE ON THE SEGMENT

*At the present stage of scientific and technological progress, especially in connection with the widespread use of composite materials, there is an urgent need to study the physical and technical characteristics of such materials that are in different operating conditions, which mathematically leads to the problems of solving a separate system of differential equations of the second order on a piecewise homogeneous interval with the corresponding initial and boundary conditions, in particular, the dynamics problem mathematically leads to the construction of a solution of a separate system of partial differential equations of hyperbolic type.*

*One of the effective methods for constructing of integral representations of analytic solutions of the algorithmic nature of the problems of mathematical physics is the method of hybrid integral transforms.*

*In this paper we construct a solution of the dynamics problem on the three-component segment  $[0;R_3]$  with two points of conjugation by the method of hybrid integral Euler-Fourier-Euler transform.*

*The problem of dynamics on the three-component segment mathematically leads to the construction of a limited solution of a separate system of three partial differential equations of hyperbolic type with corresponding initial conditions, conjugation conditions and boundary conditions. Applying to this boundary-value problem the hybrid integral Euler-Fourier-Euler transform, we obtain the Cauchy problem. Finding a solution to the Cauchy problem, we apply to it the inverse hybrid integral Euler-Fourier-Euler transform.*

*A straight integral Euler-Fourier-Euler transform on the segment with two points of conjugation is written in the form of a matrix row. The output system and the initial conditions are written in a matrix form and we apply the operator matrix row to the given problem by the rule of multiplication of matrices. As a result we obtain the Cauchy problem for the ordinary differential equation. The inverse Euler-Fourier-Euler transform is written in the form of an operator matrix column and we apply it to the constructed solution of the Cauchy problem. After completing certain transformations, we obtain the unique solution of the original problem.*

*The constructed solutions of boundary value problems have an algorithmic character, which allows us to use them both in theoretical studies and in numerical calculations.*

*Keywords: hybrid differential operator; problem of dynamic, hybrid integral transform.*

### Постановка проблеми

На сучасному етапі науково-технічного прогресу, особливо у зв'язку із широким застосуванням композитних матеріалів, виникає гостра потреба у вивченні фізико-технічних характеристик даних матеріалів, які знаходяться в різних умовах експлуатації, що математично приводить до задач інтегрування сепаратної системи диференціальних рівнянь другого порядку на кусково-однорідному інтервалі з відповідними початковими та крайовими умовами [1–3], зокрема задача динаміки математично приводить до побудови розв'язку сепаратної системи рівнянь з частинними похідними гіперболічного типу.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Одним із ефективних методів побудови інтегральних зображень аналітичних розв'язків алгоритмічного характеру задач математичної фізики є метод гібридних інтегральних перетворень [1–6].

В [6] побудовано гібридне інтегральне перетворення (ГП), породжене на сегменті  $[0;R_3]$  з двома точками спряження гібридним диференціальним оператором (ГДО) Ейлера-Фур'є-Ейлера.

### Мета дослідження

Побудувати розв'язок задачі динаміки на трискладовому сегменті  $[0;R_3]$  з двома точками спряження за допомогою гібридного інтегрального перетворення типу Ейлера-Фур'є-Ейлера.

### Викладення основного матеріалу дослідження

Задача динаміки на трискладовому сегменті математично приводить до побудови в області

$$D_2 = \{(t, r) : t > 0, r \in I_2\}, \quad I_2 = \{r : r \in (0; R_1) \cup (R_1; R_2) \cup (R_2; R_3)\}$$

обмеженого розв'язку системи рівнянь гіперболічного типу

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + \gamma_1^2 u_1 - a_1^2 B_{\alpha_1}^* [u_1] &= f_1(t, r), \quad r \in (0; R_1), \\ \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} + \gamma_2^2 u_2 - a_2^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} [u_2] &= f_2(t, r), \quad r \in (R_1; R_2), \\ \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} + \gamma_3^2 u_3 - a_3^2 B_{\alpha_2}^* [u_3] &= f_3(t, r), \quad r \in (R_2; R_3), \end{aligned} \quad (1)$$

за початковими умовами

$$u_j(t, r) \Big|_{t=0} = g_j(r), \quad \frac{\partial u_j}{\partial t} \Big|_{t=0} = \varphi_j(r), \quad r \in (R_{j-1}; R_j), \quad j = \overline{1, 3}, \quad R_0 = 0, \quad (2)$$

умовами спряження

$$\left[ \left( \alpha_{j1}^k \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{j1}^k \right) u_k - \left( \alpha_{j2}^k \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{j2}^k \right) u_{k+1} \right] \Big|_{r=R_k} = 0, \quad j, k = 1, 2, \tag{3}$$

та крайовими умовами

$$\lim_{r \rightarrow 0} r^i u_i = 0, \quad (\alpha_{22}^3 d / dr + \beta_{22}^3) u_3 \Big|_{r=R_3} = 0. \tag{4}$$

Тут беруть участь диференціальні оператори Ейлера другого порядку  $B_\alpha^*$  [6].

На коефіцієнти, що беруть участь в постановці задачі, накладаються певні природні умови обмеження [6].

В [6] побудовано пряме  $H_{(\alpha)}$  й обернене  $H_{(\alpha)}^{-1}$  гібридне інтегральне перетворення, породжене на множині  $I_2$  гібридним диференціальним оператором

$$M_{(\alpha)} = \theta(r)\theta(R_1 - r)a_1^2 B_{\alpha_1}^* + \theta(r - R_1)\theta(R_2 - r)a_2^2 d / dr + \theta(r - R_2)\theta(R_3 - r)a_2^2 B_{\alpha_2}^* :$$

$$H_{(\alpha)} [g(r)] = \int_0^{R_3} g(r) V_{(\alpha)}(r, \beta) \sigma(r) dr \equiv \tilde{g}(\beta), \tag{5}$$

$$H_{(\alpha)} [\tilde{g}(\beta)] = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \tilde{g}(\beta) V_{(\alpha)}(r, \beta) \odot_{(\alpha)}(\beta) d\beta \equiv g(r), \tag{6}$$

та виведена основна тотожність інтегрального перетворення гібридного диференціального оператора  $M_{(\alpha)}$  :

$$\begin{aligned} H_{(\alpha)} [M_{(\alpha)} [g(r)]] &= -\beta^2 \tilde{g}(\beta) - \sum_{j=1}^3 k_j^2 \tilde{g}_j(\beta) + (\alpha_{22}^3)^{-1} V_{(\alpha);3}(R_3, \beta) a_3^2 \sigma_3 R_3^{2\alpha_2+1} g_R + \\ &+ \sum_{k=1}^2 d_k [Z_{(\alpha);12}^k(\beta) \omega_{2k} - Z_{(\alpha);22}^k(\beta) \omega_{1k}]. \end{aligned} \tag{7}$$

Тут  $\theta(x)$  – одинична функція Гевісайда, спектральна вектор-функція

$$V_{(\alpha)}(r, \beta) = \sum_{k=1}^3 \theta(r - R_{k-1}) \theta(R_k - r) V_{(\alpha);k}(r, \beta), \quad R_0 = 0,$$

вагова функція

$$\sigma(r) = \theta(r)\theta(R_1 - r)\sigma_1 r^{2\alpha_1+1} + \theta(r - R_1)\theta(R_2 - r)\sigma_2 + \theta(r - R_2)\theta(R_3 - r)\sigma_3 r^{2\alpha_2+1}$$

та спектральна щільність  $\odot_{(\alpha)}(\beta)$  [6], а також інші величини та функції, визначені в [6].

Знайдемо інтегральне зображення аналітичного розв’язку задачі (1) – (4) методом гібридного інтегрального перетворення типу Ейлера-Фур'є-Ейлера на трискладовому сегменті  $[0; R_3]$  з двома точками спряження, запровадженого правилами (5) – (7).

Запишемо систему (1) та початкові умови (2) у матричній формі:

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \gamma_1^2 - a_1^2 B_{\alpha_1}^* \right) u_1(t, r) \\ \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \gamma_2^2 - a_2^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right) u_2(t, r) \\ \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \gamma_3^2 - a_3^2 B_{\alpha_2}^* \right) u_3(t, r) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} f_1(t, r) \\ f_2(t, r) \\ f_3(t, r) \end{pmatrix}, \\ &\begin{pmatrix} u_1(t, r) \\ u_2(t, r) \\ u_3(t, r) \end{pmatrix} \Big|_{t=0} = \begin{pmatrix} g_1(r) \\ g_2(r) \\ g_3(r) \end{pmatrix}, \quad \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} u_1(t, r) \\ u_2(t, r) \\ u_3(t, r) \end{pmatrix} \Big|_{t=0} = \begin{pmatrix} \varphi_1(r) \\ \varphi_2(r) \\ \varphi_3(r) \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{8}$$

Інтегральний оператор  $H_{(\alpha)}$  згідно правила (5) зобразимо у вигляді операторної матриці-рядка:

$$H_{(\alpha)}[\dots] = \left[ \int_0^{R_1} \dots V_{(\alpha);1}(r, \beta) \sigma_1 r^{2\alpha_1+1} dr \quad \int_{R_1}^{R_2} \dots V_{(\alpha);2}(r, \beta) \sigma_2 dr \quad \int_{R_2}^{R_3} \dots V_{(\alpha);3}(r, \beta) \sigma_3 r^{2\alpha_2+1} dr \right] \quad (9)$$

Застосуємо операторну матрицю-рядок (9) за правилом множення матриць до задачі (8). Внаслідок основної тотожності (7) отримуємо задачу Коші:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{d^2}{dt^2} + \beta^2 \right) \tilde{u}(t, \beta) + (k_1^2 + \gamma_1^2) \int_0^{R_1} u_1(t, r) V_{(\alpha);1}(r, \beta) \sigma_1 r^{2\alpha_1+1} dr + \\ & + (k_2^2 + \gamma_2^2) \int_{R_1}^{R_2} u_2(t, r) V_{(\alpha);2}(r, \beta) \sigma_2 dr + \\ & + (k_3^2 + \gamma_3^2) \int_{R_2}^{R_3} u_3(t, r) V_{(\alpha);3}(r, \beta) \sigma_3 r^{2\alpha_2+1} dr = \tilde{f}(t, \beta), \\ & \tilde{u}(t, \beta)|_{t=0} = \tilde{g}(\beta), \quad \frac{d\tilde{u}}{dt}|_{t=0} = \tilde{\varphi}(\beta). \end{aligned}$$

Припустимо, що  $\max\{\gamma_1^2; \gamma_2^2; \gamma_3^2\} = \gamma_1^2$ . Покладемо всюди  $k_1^2 = 0$ ,  $k_2^2 = \gamma_1^2 - \gamma_2^2 \geq 0$ ,  $k_3^2 = \gamma_1^2 - \gamma_3^2 \geq 0$ . Одержуємо задачу Коші:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{d^2}{dt^2} + \beta^2 + \gamma_1^2 \right) \tilde{u}(t, \beta) = \tilde{f}(t, \beta), \quad (10) \\ & \tilde{u}|_{t=0} = \tilde{g}(\beta), \quad \frac{d\tilde{u}}{dt}|_{t=0} = \tilde{\varphi}(\beta). \end{aligned}$$

Безпосередньо перевіряється, що розв'язком задачі Коші (10) є функція

$$\tilde{u}(t, \beta) = \frac{\sin \sqrt{\beta^2 + \gamma_1^2} t}{\sqrt{\beta^2 + \gamma_1^2}} \tilde{\varphi}(\beta) + \frac{d}{dt} \frac{\sin \sqrt{\beta^2 + \gamma_1^2} t}{\sqrt{\beta^2 + \gamma_1^2}} \tilde{g}(\beta) + \int_0^t \frac{\sin \sqrt{\beta^2 + \gamma_1^2} (t - \tau)}{\sqrt{\beta^2 + \gamma_1^2}} \tilde{f}(\tau, \beta) d\tau. \quad (11)$$

Інтегральний оператор  $H_{(\alpha)}^{-1}$  згідно правила (6), як обернений до (9), зобразимо у вигляді операторної матриці-стовпця:

$$H_{(\alpha)}^{-1}[\dots] = \begin{bmatrix} \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \dots V_{(\alpha);1}(r, \beta) \odot_{(\alpha)}(\beta) d\beta \\ \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \dots V_{(\alpha);2}(r, \beta) \odot_{(\alpha)}(\beta) d\beta \\ \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \dots V_{(\alpha);3}(r, \beta) \odot_{(\alpha)}(\beta) d\beta \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Застосувавши операторну матрицю-стовпець (12) за правилом множення матриць до матриці-елемента

$$[\tilde{u}(t, \beta)],$$

де функція  $\tilde{u}(t, \beta)$  визначена формулою (11), одержуємо єдиний розв'язок гіперболічної задачі (1) – (4):

$$\begin{aligned} u_j(t, r) = & \int_0^t \int_0^{R_1} H_{(\alpha);j1}(t - \tau, r, \rho) [f_1(\tau, \rho) + \varphi_1(\rho) \delta_+(\tau)] \sigma_1 r^{2\alpha_1+1} d\rho d\tau + \\ & + \int_0^t \int_{R_1}^{R_2} H_{(\alpha);j2}(t - \tau, r, \rho) [f_2(\tau, \rho) + \varphi_2(\rho) \delta_+(\tau)] \sigma_2 d\rho d\tau + \\ & + \int_0^t \int_{R_2}^{R_3} H_{(\alpha);j3}(t - \tau, r, \rho) [f_3(\tau, \rho) + \varphi_3(\rho) \delta_+(\tau)] \sigma_3 r^{2\alpha_2+1} d\rho d\tau + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{R_1} H_{(\alpha);j1}(t, r, \rho) g_1(\rho) \sigma_1 r^{2\alpha_1+1} d\rho + \frac{\partial}{\partial t} \int_{R_1}^{R_2} H_{(\alpha);j2}(t, r, \rho) g_2(\rho) \sigma_2 d\rho + \\
 & + \frac{\partial}{\partial t} \int_{R_2}^{R_3} H_{(\alpha);j3}(t, r, \rho) g_3(\rho) \sigma_3 r^{2\alpha_2+1} d\rho, \quad j = \overline{1,3}.
 \end{aligned} \tag{13}$$

У рівностях (13) беруть участь породжені неоднорідністю системи функції впливу:

$$H_{(\alpha);jk}(t, r, \rho) = \int_0^\infty \frac{\sin \sqrt{\beta^2 + \gamma_1^2} t}{\sqrt{\beta^2 + \gamma_1^2}} V_{(\alpha);j}(r, \beta) V_{(\alpha);k}(r, \beta) \odot_{(\alpha)}(\beta) d\beta, \quad j, k = \overline{1,3}. \tag{14}$$

При цьому  $\delta_+(t)$  – дельта-функція Дірака, зосереджена в точці  $t = 0 +$ . Вона використовується в рівності (13) для скорочення запису і означає, що потрібно брати значення відповідної функції в точці 0.

*Зауваження.* При  $\max\{\gamma_1^2; \gamma_2^2; \gamma_3^2\} = \gamma_m^2$ ,  $k_j^2 = \gamma_m^2 - \gamma_j^2 \geq 0$ ,  $j = 1, 2, 3$ ,  $m = 2, 3$ , й у формулі (14) вираз  $(\beta^2 + \gamma_1^2)$  міняється на вираз  $(\beta^2 + \gamma_m^2)$ .

### Висновки

Побудований розв’язок (13) гіперболічної задачі (1) – (4) має алгоритмічний характер, що дозволяє використовувати його як в теоретичних дослідженнях, так і в числових розрахунках.

### Список використаної літератури

1. Коляно Ю.М. Методи теплопроводности и термоупругости неоднородного тела. К.: Наук. думка, 1992. 280 с.
2. Ленюк М.П. Температурні поля в плоских кусково-однорідних ортотропних областях. К.: Ін-т математики НАН України, 1997. 188 с.
3. Конет І.М., Ленюк М.П. Температурні поля в кусково-однорідних циліндричних областях. Чернівці: Прут, 2004. 276 с.
4. Нікітіна О.М. Гібридні інтегральні перетворення типу (Ейлера-Бесселя). Львів, 2008. 86 с. (Препринт. НАН України, Ін-т прикладних проблем математики і механіки ім. Я.С. Підстригача; 01-08).
5. Ленюк М.П., Шинкарик М.І. Гібридні інтегральні перетворення (Фур’є, Бесселя, Лежандра). Частина 1. Тернопіль: Економ. Думка, 2004. 368 с.
6. Нікітіна О.М. Інтегральне перетворення, породжене на сегменті  $[0; R_3]$  гібридним диференціальним оператором Ейлера-Фур’є-Ейлера. *Крайові задачі для диференціальних рівнянь*: зб. наук. пр. Чернівці: Прут, 2012. Вип. 21. С. 233-239.

### References

1. Kolyano, Yu.M. (1992). *Metodyi teploprovodnosti i termouprugosti neodnorodnogo tela*. K.: Nauk. dumka.
2. Leniuk, M.P. (1997). *Temperaturni polia v ploskykh kuskovo-odnorodnykh ortotropnykh oblastiakh*. K.: In-t matematyky NAN Ukrainy.
3. Konet, I.M., & Leniuk, M.P. (2004). *Temperaturni polia v kuskovo-odnorodnykh tsylindrychnykh oblastiakh*. Chernivtsi: Prut.
4. Nikitina, O.M. (2008). *Hibrydni intehralni peretvorennia typu (Eilera-Besselia)*. Lviv. (Preprynt. NAN Ukrainy, In-t prykladnykh problem matematyky i mekhaniky im. Ya.S. Pidstryhacha; 01-08).
5. Leniuk, M.P., & Shynkaryk, M.I. (2004). *Hibrydni intehralni peretvorennia (Furie, Besselia, Lezhandra)*. Chastyna 1. Ternopil: Ekonom. Dumka.

6. Nikitina, O.M. (2012). Intehralne peretvorenna, porodzhene na sehmenti  $[0;R3]$  hibrydnym dyferentsialnym operatorom Eilera-Furie-Eilera. Kraiovi zadachi dlia dyferentsialnykh rivnian: zb. nauk. pr. Chernivtsi: Prut. 21, 233-239.

Ленюк Олег Михайлович – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри диференціальних рівнянь Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича, e-mail: O.Lenjuk@chnu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9494-2864.

Нікітіна Ольга Михайлівна – к.ф.-м.н., доцент, вчитель математики Чернівецького ліцею №1 математичного та економічного профілів, e-mail: o.nikitina.chv@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0702-0453.

Шинкарик Микола Іванович – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри прикладної математики, перший проректор Західноукраїнського національного університету, e-mail: shynkaryk\_m@ukr.net, ORCID: 0000-0001-8191-8953.



**ЕКВІВАЛЕНТНІ ФОРМИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСІВ  
КЕРОВАНОЇ ЗМІНИ СТАНУ СИЛОВИХ І ЕНЕРГЕТИЧНИХ УСТАНОВОК**

*Стан силових і енергетичних установок визначається зміною багатовимірної сукупності вихідних змінних та зовнішніх збурень, які пов'язані між собою складними співвідношеннями, що відповідають інтенсивним процесам перетворення енергії та матеріальних потоків. Не для всіх таких процесів відомі фізичні закони перетворення, і тому застосовуються теоретичні та емпіричні математичні моделі. Особливості процесів керованої зміни стану силових і енергетичних установок потребують комп'ютерної реалізації таких математичних моделей у реальному часі, оскільки важлива сукупність вихідних змінних не може бути безпосередньо вимірюваною, або потребує складних технічних рішень для таких вимірювань. Зокрема, для силових і енергетичних установок, що побудовані на основі газотурбінних двигунів, не може бути безпосередньо вимірювана тяга, температура газів перед турбіною, наявна потужність та інше. До вихідних змінних, отримання яких потребує складних і витратних технічних рішень належить, зокрема, крутний момент для турбовальних газотурбінних двигунів. Але такі змінні використовуються в сучасних ефективних програмах регулювання і тому потребують отримання в реальному часі, що може бути досягнуто тільки шляхом застосування відповідних математичних моделей у вигляді віртуальних вимірювальних каналів. Вимоги до таких математичних моделей, зазвичай, складаються в їх адекватності та можливості комп'ютерної реалізації. Щодо адекватності, розуміється, що похибки віртуальних вимірювальних каналів повинні бути сумірними з похибками фізично реалізованих. Щодо комп'ютерної реалізації, час отримання вихідних даних за такими каналами не повинен перевищувати run time, тобто час видачі управляючої дії на об'єкт керування. Тому дослідження, що спрямовані на побудову нових класів математичних моделей зміни стану силових і енергетичних установок та їх еквівалентних перетворень мають непересічну практичну значимість.*

*З іншої сторони, класичні і широко застосовувані математичні моделі простору стану силових і енергетичних установок мають значні обмеження щодо їх комп'ютерної реалізації. Тому такі дослідження мають також теоретичне значення для встановлення фундаментальних властивостей систем керування, а саме, сталості, керованості та спостережуваності.*

*Ключові слова: математична модель; силові і енергетичні установки; еквівалентні перетворення; спостерігач стану; інтегральні рівняння.*

I.M. HVOZDEVA, V.F. MYRHOROD  
National University "Odesa Maritime Academy"

**EQUIVALENT FORMS OF MATHEMATICAL MODELS OF PROCESSES  
OF CONTROLLED CHANGE OF THE STATE OF POWER AND ENERGY INSTALLATIONS**

*The state of power and energy installations is determined by a change in a multidimensional set of output variables and external disturbances, which are interconnected by complex relationships corresponding to intensive processes of energy transformation and material flows. Not all such processes have known physical laws of transformation, and therefore theoretical and empirical mathematical models are used. The peculiarities of the processes of the controlled state change of power and energy installations require the computer implementation of such mathematical models in real time, since an important set of output variables cannot be directly measured, or require complex technical solutions for such measurements. In particular, for power and energy installations built on the basis of gas turbine engines, thrust, gas temperature in front of the turbine, available power, etc. cannot be directly measured. The output variables, the obtaining of which requires complex and expensive technical solutions, include, in particular, the torque for turboshaft gas turbine engines. But such variables are used in modern effective regulation programs and need to be obtained in real time, which can be achieved only by applying appropriate mathematical models in the form of virtual measuring channels. The requirements for such mathematical models usually consist in their adequacy and the possibility of computer implementation. Regarding adequacy, it is understood that the errors of virtual measuring channels should be commensurate with the errors of physically implemented ones. Regarding the computer implementation, the time of receiving output data through such channels should not exceed the run time, that is, the time of issuing a control action to the control object. Therefore, research aimed at building new classes of mathematical models of changes in the state of power and energy installations and their equivalent transformations is of great practical importance.*

*On the other hand, classical and widely used mathematical models of the state space of power and energy installations have significant limitations regarding their computer implementation. Therefore, such studies are also of theoretical importance for establishing the fundamental properties of control systems, namely, stability, controllability, and observability.*

*Keywords: mathematical model; power and energy installations; equivalent transformations; status monitor; integral equations.*

### Постановка проблеми

Побудова математичних моделей (ММ) процесів керованої зміни стану силових і енергетичних установок становила важливу науково-прикладну проблему спочатку для здійснення етапів проектування, випробувань та верифікації відповідних систем керування такими об'єктами.

Необхідність налагодження таких систем керування наперед складним і вартісним етапом стендових випробувань обумовила створення напівнатурних стендів-імітаторів, які застосовували деякі спрощені нелінійні ММ статички та лінійні ММ динаміки.

З розвитком енергоефективних технологій удосконалення об'єктів керування виникла необхідність реалізації програм керування такими об'єктами за вихідними змінними, які не можуть бути безпосередньо вимірними в реальному часі. Єдиним можливим засобом отримання таких змінних є засоби математичного та комп'ютерного моделювання. Але ММ керованої зміни стану силових і енергетичних установок, які були придатні на етапах проектування, не відповідають вимогам реального часу при їх комп'ютерній реалізації.

Тому відшукування нових форм математичного опису вказаних процесів, які мають переваги щодо обчислювальних розв'язків, становить актуальну та важливу науково-прикладну проблему.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Створення математичних моделей процесів керованої зміни стану силових і енергетичних установок, зокрема, побудованих на основі газотурбінних двигунів (ГТД), розглядаються в [1–12]. Обґрунтування нових форм математичного опису вказаних процесів, які мають переваги щодо обчислювальних розв'язків, розглядаються в [13–14]. Згідно стандарту SAE AIR4548 модель двигуна у реальному часі визначається як комп'ютерна програма з перехідними характеристиками, такими, що вихідні дані двигуна генеруються зі швидкістю, що сумірна із реакцією фізичної системи, яку вона представляє.

Однак проблемні завдання щодо встановлення еквівалентних форм математичного опису процесів керованої зміни стану силових і енергетичних установок, що відповідають вимогам вказаного стандарту, ще досить далекі від свого вирішення.

### Мета дослідження

Метою роботи є побудова нових класів математичних моделей зміни стану силових і енергетичних установок та їх еквівалентних перетворень, які мають переваги щодо реалізації обчислювальних розв'язків у реальному часі.

### Викладення основного матеріалу досліджень

1. Математичні моделі траєкторій власних значень процесів керованої зміни стану силових і енергетичних установок

Математичні моделі процесів керованої зміни стану силових і енергетичних установок (СіЕУ), що запропоновані у формі Гаммерштейна [13] для зменшення обчислювальної складності, є моделями простору стану, що відкриває можливості для дослідження їх фундаментальних властивостей (стійкості, керованості та спостережуваності) на основі відомих критеріїв. Особливістю таких моделей є параметризація матриць відомої форми рівнянь простору стану щодо режимної змінної, що є аргументом при завданні статичних характеристик (СХ). Виходячи з [13], математична модель у формі Гаммерштейна (ММГ) має вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{x}}{dt} &= A(s)[\bar{x} - \bar{x}_{st}(s)] + B(s)\Delta\bar{u} \\ \Delta\bar{y} &= C(s)[\bar{x} - \bar{x}_{st}(s)] + D(s)\Delta\bar{u} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де  $\bar{x}_{st}$ ,  $\bar{y}_{st}$  – відомі нелінійні функції режимної змінної, що визначають вигляд СХ. Якщо елементи матриць (1) апроксимовані деякими многочленами від режимної змінної, то зазначені

матриці є  $\lambda$ -матрицями, де  $\lambda = s$ . Згідно теорії  $\lambda$ -матриць, якщо супроводжуюча матриця характеристичного полінома  $A(\lambda)$  є регулярною матрицею, тобто, якщо виконується умова:

$$\det[A(\lambda)] \neq 0, \quad \forall \lambda \in \mathbb{R},$$

то вона еквівалентна діагональній матриці з елементами, які є інваріантними многочленами  $A(\lambda)$ .

Якщо розглянути траєкторну задачу на власні значення матриці  $A(\lambda)$ , то її розв'язок дає можливість представити (1) в модальній формі. Фундаментальні властивості ММГ (1) трактуються на основі:

– траєкторій власних значень, що визначаються рівнянням

$$\det[pE - A(s)] = 0,$$

– показників обумовленості матриць  $V(s)^{-1}A(s)$  і  $C(s)V(s)$ , де  $V(s)$  – матриця власних векторів  $A(s)$ .

Запропонована модель траєкторій власних значень СіЕУ має вигляд

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{v}}{dt} &= \Lambda(s)\bar{v} - V^{-1}(s)A(s)\bar{x}_{st}(s) + V^{-1}(s)B(s)\Delta\bar{u} \\ \Delta\bar{y} &= C(s)V(s)\bar{v} - C(s)\bar{x}_{st}(s) + D(s)\Delta\bar{u} \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

де  $\bar{v} = V(s)\bar{x}$ .

Математична модель (2) узагальнює ММ Лейбова Р.Л. невизначених власних значень і дозволяє вирішити такі завдання:

- встановити фактичні запаси стійкості на різних режимах;
- дослідити режими біфуркацій траєкторій власних значень (перехід від дійсних значень до комплексно-сполучених);
- оцінити керованість та спостережуваність на різних режимах.

Зокрема, якщо відбувається біфуркація траєкторій власних значень, тобто перехід від пари дійсних коренів характеристичного рівняння до комплексно-сполучених, такий перехід можливий лише через кратний корінь. Як показує практика моделювання СіЕУ на базі газотурбінних двигунів (ГТД), зазначений перехід відбувається після спрацьовування клапанів перепуску повітря, при якому можливі, а також спостерігалися насправді, тимчасова втрата запасів газодинамічної стійкості, автоколивання та помпаж двигуна. Дослідження траєкторій власних значень дає можливість використовувати під час створення алгоритмів керованої зміни стану СіЕУ відомі методи.

## 2. Подання математичних моделей процесів керованої зміни та контролю стану силових і енергетичних установок у вигляді інтегральних рівнянь

Відомо [14], що ММ у вигляді інтегральних рівнянь (ІР) мають ряд важливих переваг при обчислювальній реалізації. Важливим завданням є встановлення взаємозв'язку та методів еквівалентних перетворень інтегральних (у вигляді ІР) та ММ у вигляді диференціальних рівнянь. Ідею запропонованого підходу до таких еквівалентних перетворень розглянемо на прикладі системи, опис входу-виходу якої має вигляд оператора Вольтерри

$$y(t) = V_r \{f(t)\} = \int_a^t r(t,s)f(s)ds, \quad (3)$$

де ядро інтегрального оператора є функцією перехідної системи.

Якщо задано диференціальне рівняння (ДР) відносно  $y(t)$  з правою частиною у вигляді  $f(t)$ , або диференціального оператора від  $f(t)$ , то співвідношення (3) може бути отримано відомими способами.

Пропонується ввести сигнал похибки (нев'язки) у вигляді

$$e(t) = y(t) - f(t) = -f(t) + \int_a^t R(t, s)f(s) ds. \quad (4)$$

Співвідношення (4) є розв'язком ІР Вольтерри другого роду наступного виду

$$e(t) = -f(t) + V_k \{e(t)\} = -f(t) + \int_a^t K(t, s)e(s) ds. \quad (5)$$

Тому ІР (5) є еквівалентним поданням динамічної системи, заданої співвідношенням (3). Із (3), (4), (5) випливає відоме ІР, яке пов'язує ядро та резольвенту

$$k(t, s) = r(t, s) + \int_s^t r(t, \lambda)k(\lambda, s) d\lambda. \quad (6)$$

Для розв'язуваних завдань запропонований підхід до еквівалентних перетворень застосовано до ММГ. Математична модель (1) може бути еквівалентно представлена у наступному вигляді

$$\left. \begin{aligned} \Delta \bar{x} &= -\bar{x}_{st} + \int_0^t K(t, s)\Delta \bar{x}(s) ds \\ \bar{y} &= \bar{y}_{st} + C\Delta \bar{x} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

де  $K(t, s)$  – перехідна матриця розімкнутої моделі.

Інтегральне рівняння (7) має наступний резольвентний розв'язок:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \bar{x} &= -\bar{x}_{st} + \int_0^t R(t, s)\bar{x}_{st}(s) ds \\ \bar{y} &= \bar{y}_{st} + C\Delta \bar{x} \end{aligned} \right\}, \quad (8)$$

де  $R(t, s)$  – перехідна матриця моделі замкнутої системи.

Як це випливає з (8), функції СХ, які різні для різних класів СіЕУ, є правою частиною запропонованих ММ у вигляді ІР, тому для реалізації таких ММ необхідно знайти розв'язок ІР для резольвенти.

Запропонований підхід має досить загальний характер і лише у разі лінійних стаціонарних систем (якщо матриці в ММГ мають постійні коефіцієнти) ядро та відповідна резольвента мають вигляд суперпозицій експоненційних функцій. У прикладних завданнях такі функції можуть мати досить складний вигляд, і якщо задовольняються умови застосування операційного методу [14], то розв'язок рівняння (7) дозволяє встановити зображення і потім – саму резольвенту. Подальший розв'язок ІР може бути виконаний на основі обчислювальних методів оцінки інтегралу правої частини.

ММ у вигляді ІР перспективні для побудови моделей оцінки стану, оскільки їх обчислювальна реалізація досить добре вивчена та розроблені відповідні програмні засоби [14].

### 3. Математичні моделі оцінки координат стану силових і енергетичних установок

Запропонована ММГ у вигляді (1) допускає розв'язання задачі оцінки стану за допомогою наступної математичної моделі:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{x}_m}{dt} &= A_m(\bar{x}_m - \bar{x}_{stm}) + B_m\Delta \bar{u} + K(\Delta \bar{y} - \Delta \bar{y}_m) \\ \Delta \bar{y}_m &= \bar{y}_m - \bar{y}_{stm} = C_m(\bar{x}_m - \bar{x}_{stm}) + D_m\Delta \bar{u} \end{aligned} \right\}, \quad (9)$$

де індекс  $m$  позначає належність змінних та матриць моделі.

За умови точного відтворення у (9) моделей статички та динаміки, (тобто рівності одиниць матриць, а також виконання умов  $\bar{x}_{stm} = \bar{x}_{st}$ ,  $\bar{y}_{stm} = \bar{y}_{st}$ ), рівняння помилки спостереження записується наступним чином

$$\frac{d}{dt}(\bar{x} - \bar{x}_m) = (A - KC)(\bar{x} - \bar{x}_m), \quad (10)$$

де матриця  $K$  вибирається за заданими вимогами, наприклад, часу навчання. Зокрема, якщо матрицю  $K$  вибрати з умови кратності власних значень матриці  $A - KC$ , то математична

модель оцінки стану матиме мінімальний час навчання (форма Льюїнберга). Так як набори матриць  $A$  і  $C$  заздалегідь відомі, то таке завдання може бути заздалегідь вирішене для кожного з режимів в околиці робочих точок..

Як це впливає з (9), (10), характеристики точності математичної моделі оцінки стану визначаються відповідністю її параметрів у вигляді ММГ реальним параметрам СіЕУ, особливо у виду СХ. Насправді така відмінність завжди є, оскільки СХ визначаються в процесі стендових випробувань та їх одержання супроводжують помилки вимірювання, варіації режимної змінної та інші випадкові фактори.

Подаємо результати таких вимірювань у вигляді

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}_{st} &= \bar{x}_{sts} + \delta\bar{x}_{st} \\ \bar{y}_{st} &= \bar{y}_{sts} + \delta\bar{y}_{st} \end{aligned} \right\}$$

де  $\bar{x}_{sts}, \bar{y}_{sts}$  – відомі детерміновані функції режимної змінної,  $\delta\bar{x}_{st}, \delta\bar{y}_{st}$  – незалежні випадкові компоненти, для яких передбачається справедливим припущення про нормальність розподілу з відомими дисперсіями.

Увівши позначення:  $\bar{v}_1 = -A\delta\bar{x}_{st}, \bar{v}_2 = -C\delta\bar{x}_{st} + \delta\bar{y}_{st}$ , отримуємо згідно (1) рівняння ММ у вигляді

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Delta\bar{x}}{dt} &= A\Delta\bar{x} + B\Delta\bar{u} + \bar{v}_1 \\ \Delta\bar{y} &= C\Delta\bar{x} + D\Delta\bar{u} + \bar{v}_2 \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

які дозволяють розглядати завдання оцінки стану при корельованих збуреннях, що відповідає фільтру Калмана-Бьюїсі, з наступним розв'язком:

$$K(t) = [P(t)C^T + V_{12}]V_2^{-1}, \quad (12)$$

де  $P(t)$  – розв'язання матричного рівняння Рікатті

$$\begin{aligned} \frac{dP(t)}{dt} &= [A - V_{12}V_2^{-1}C]P(t) + P(t)[A - V_{12}V_2^{-1}C]^T - \\ &- P(t)C^TV_2^{-1}CP(t) + V_1 - V_{12}V_2^{-1}V_{12}^T, \end{aligned} \quad (13)$$

де  $V_1, V_2, V_{12}$  – матриці дисперсій.

Так як матриці, що входять (11) відомі для кожної робочої точки, то розв'язок (13) може бути отриманий заздалегідь. Розглянута математична модель оптимальної оцінки стану реалізується в околиці режиму, для якого коефіцієнти матриць ММГ приймаються постійними. Якщо зазначені умови постійності матриць не дотримуються, слід розглядати математичну модель оптимальної оцінки стану як моделі траєкторій власних значень (1). Такій моделі відповідатиме траєкторне завдання щодо встановлення залежностей власних значень  $\lambda_{kn}(s)$  матриці рівняння помилок :

$$\Lambda(s) - V^{-1}(s)K(s)C(s)V(s)$$

у функції від режимної змінної. Вибору підлягають залежності  $K(s)$  при заданих обмеженнях на траєкторії  $\lambda_{kn}(s)$ .

Розширення сфери застосування математичних моделей оцінки стану пропонується використовувати шляхом побудови ММ досліджуваних процесів у вигляді ІР Вольтерра другого виду (5). Структура такої ММ представлена рис. 1.

Центральна частина ММ у вигляді оператора Вольтерри обчислювано реалізується як нерекурсивно-рекурсивний фільтр, де нерекурсивна частина відповідає обчислювальній реалізації інтегрального оператора, а рекурсивній частині відповідає негативний зворотний зв'язок. Крок дискретизації нерекурсивної частини визначає смугу частот моделі, що відтворюються. Рівняння пропонованої ММ оцінки стану мають вигляд

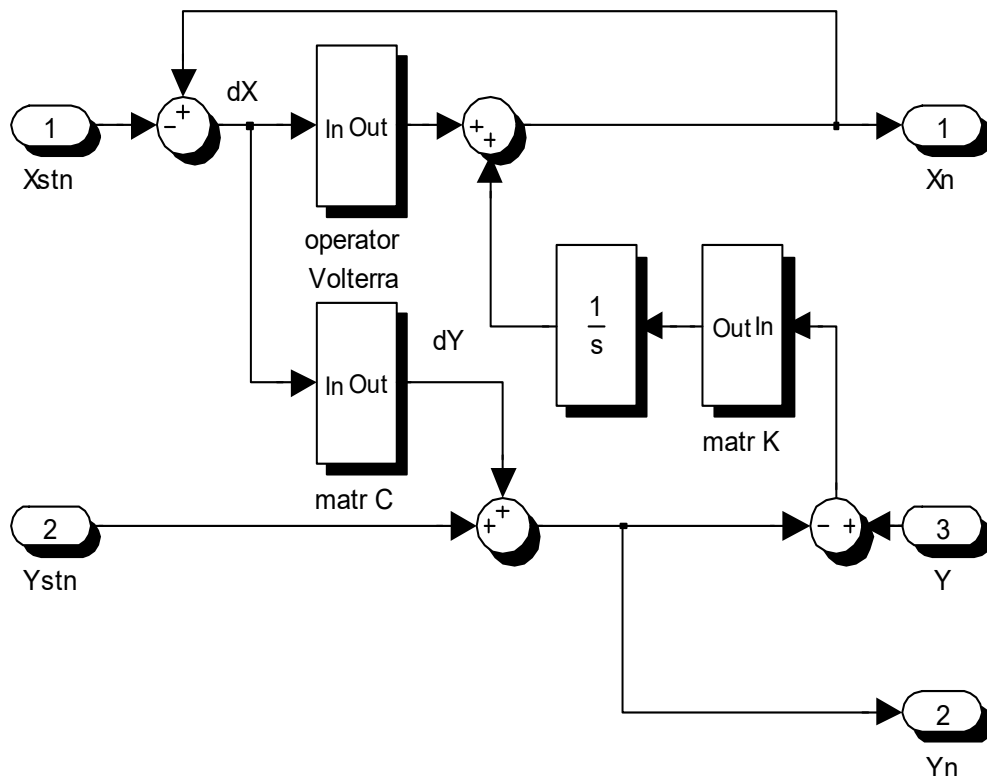


Рис. 1. Схема математичної моделі оцінки стану у вигляді інтегральних рівнянь

$$\left. \begin{aligned} \Delta \bar{x}_m &= -\bar{x}_{st} + \int_a^t K(t,s) \Delta \bar{x}_m(s) ds + \int_a^t KC (\Delta \bar{x}(s) - \Delta \bar{x}_m(s)) ds \\ \bar{y}_m &= \bar{y}_{st} + C \Delta \bar{x}_m \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Розглянуті ММ оцінки стану, засновані на запропонованому класі моделей у формі Гаммерштейна, є моделями повного порядку. Проте на практиці у побудові таких ММ завжди є необхідність, оскільки частина змінних ММ, наприклад, обороти турбін, безпосередньо вимірюються з високою точністю. Найбільш важливим призначенням запропонованих ММ оцінки стану є оптимальна оцінка змінних і опосередковано вимірюваних (обчислювальних) змінних СіЕУ, а також додаткове резервування вимірювальних каналів.

### Висновки

Запропоновано підхід щодо побудови нових класів математичних моделей зміни стану силових і енергетичних установок та їх еквівалентних перетворень, які мають переваги щодо реалізації обчислювальних розв'язків у реальному часі.

Підхід ґрунтується на еквівалентному перетворенні вихідних нелінійних моделей простору стану до форми Гаммерштейна, де нелінійна частина відображає статичні характеристики об'єкта, а лінійна частина утворюється шляхом параметризації відповідних матриць градієнтів.

Отримані математичні моделі траєкторій власних значень процесів керованої зміни стану силових і енергетичних установок, подання таких математичних моделей у вигляді інтегральних рівнянь, математичні моделі оцінки координат стану вказаних об'єктів.

Перспективи подальших досліджень полягають у розробці комплексної цифрової моделі керованої зміни стану силових і енергетичних установок реального часу.

**Список використаної літератури**

1. SAE International. Real-time modeling methods for gas turbine engine performance. Tech. Rep., SAE International, Warrendale, PA, USA, 2013, Report No AIR4548.
2. Seldner K., Mihaloew J. R., Blaha R. J. Generalized simulation technique for turbojet engine system analysis. Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, 1972, Report No NASA-TN-D-6610.
3. Fishbach L. H., Koenig R. W. GENENG-A program for calculating design and off-design performance for turbojet and turbofan engines. Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, 1972, Report No.: NASA-TN-D-6552.
4. Koenig R. W., Fishbach L. H. GENENG II-A program for calculating design and off-design performance of two- and three-spool turbofans with as many as three nozzles. Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, 1972, Report No NASA-TN-D-6553.
5. Szuch J. R., Bruton W. M. Real-time simulation of the TF30-P-3 turbofan engine using a hybrid computer. Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, 1974, Report No. NASA-TM-X-3106.
6. Szuch R., Seldner K. Real-time simulation of F100-PW-100 Turbofan engine using the hybrid computer. Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, 1975, Report No NASA-TM-X-3261.
7. Szuch J. R. Advancements in real-time engine simulation technology. Proceedings of the 18th Joint Propulsion Conference, Boston, MA, USA, July 1982.
8. Yang W. H., Sun J. G. New development of engine real-time modeling technology. *Journal of Aerospace Power*, v. 10, no. 4, pp. 402–406, 1995, in Chinese.
9. Wei Z., Zhang S., Jafari S., Nikolaidis T. Gas turbine aero-engines real time on-board modelling: a review, research challenges, and exploring the future. *Progress in Aerospace Sciences*, v. 121, Article ID 100693, 2020.
10. Fan S. Q. Aircraft Engine Control Xian, Northwestern Polytechnical University Press, X'ian, China, 2008, in Chinese.
11. Gazzetta Junior H., Bringhenti C., Barbosa J. R., Tomita J. T. Real-time gas turbine model for performance simulations. *Journal of Aerospace Technology and Management*, v. 9, no. 3, pp. 346–356, 2017.
12. Yin K., Zhou W. X., Qiao K., Wang H. J. Research on methods of improving real-time performance for aero-engine component-level model. *Journal of Propulsion Technology*, v. 38, no. 1, pp. 199–206, 2017, in Chinese.
13. System technologies for modeling of complex processes / Monograph, edited by prof. A.I. Mikhalyov. Dnipro: NMetAU-CPI System Technologies, 2016. 608 p. ISBN 978-988-2596-19-9
14. Myrhorod V., Hvozdeva I. On One Solution of Volterra Integral Equations. *8th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences - AMiTaNS'16*, AIP Conference Proceedings; 2016, v. 1773, Issue 1, pp. 1-8. DOI: 10.1063/1.4964969

**References**

1. SAE International. (2013). Real-time modeling methods for gas turbine engine performance. Tech. Rep., SAE International, Warrendale, PA, USA, Report No AIR4548.
2. Seldner, K., Mihaloew, J. R., & Blaha, R. J. (1972). Generalized simulation technique for turbojet engine system analysis. Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, Report No NASA-TN-D-6610.
3. Fishbach, L. H., & Koenig, R. W. (1972). GENENG-A program for calculating design and off-design performance for turbojet and turbofan engines. Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, Report No.: NASA-TN-D-6552.

4. Koenig, R. W., & Fishbach, L. H. (1972). GENENG II-A program for calculating design and off-design performance of two- and three-spool turbofans with as many as three nozzles,” Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, Report No NASA-TN-D-6553.
5. Szuch, J. R., & Bruton, W. M. (1974). Real-time simulation of the TF30-P-3 turbofan engine using a hybrid computer,” Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, Report No. NASA-TM-X-3106.
6. Szuch, R., & Seldner, K. (1975). Real-time simulation of F100-PW-100 Turbofan engine using the hybrid computer. Tech. Rep., Lewis Research Center, Cleveland, OH, USA, Report No NASA-TM-X-3261.
7. Szuch, J. R. (1982). Advancements in real-time engine simulation technology. Proceedings of the 18th Joint Propulsion Conference, Boston, MA, USA, July 1982.
8. Yang, W. H., & Sun, J. G. (1995). New development of engine real-time modeling technology. *Journal of Aerospace Power*, **10**, (4), 402–406, in Chinese.
9. Wei, Z., Zhang, S., Jafari, S., & Nikolaidis, T. (2020). Gas turbine aero-engines real time on-board modelling: a review, research challenges, and exploring the future. *Progress in Aerospace Sciences*, **121**, Article ID 100693.
10. Fan, S. Q. (2008). Aircraft Engine Control Xian, Northwestern Polytechnical University Press, X’ian, China, in Chinese.
11. Gazzetta Junior H., Bringhenti, C., Barbosa, J. R., & Tomita, J. T. (2017). Real-time gas turbine model for performance simulations. *Journal of Aerospace Technology and Management*, **9**, (3), 346–356.
12. Yin, K., Zhou, W. X., Qiao, K., & Wang, H. J. (2017). Research on methods of improving real-time performance for aero-engine component-level model. *Journal of Propulsion Technology*, **38**, (1), 199–206, in Chinese.
13. System technologies for modeling of complex processes (2016). Monograph, edited by prof. A.I. Mikhalyov. Dnipro: NMetAU-CPI System Technologies. ISBN 978-988-2596-19-9
14. Myrhorod, V. & Hvozdeva, I. (2016). On One Solution of Volterra Integral Equations. *8th International Conference for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences - AMiTaNS’16*, AIP Conference Proceedings, **1773**, (1), 1-8. DOI: 10.1063/1.4964969

Гвоздева Ірина Маратівна – д.т.н., професор, завідувач кафедри електрообладнання і автоматики суден Національного університету «Одеська морська академія», e-mail: onopchenko.im@gmail.com@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5797-0559.

Миргород Володимир Федорович – д.т.н., доцент, професор кафедри автоматизації суднових енергетичних установок Національного університету «Одеська морська академія», e-mail: v.f.mirgorod@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8361-1672.



М.В. МОГИЛЬНА, В.І. ДУБРОВІН  
 Національний університет «Запорізька політехніка»

## ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ТЕКСТУ: ЗАСТОСУВАННЯ ТА БЕЗКОШТОВНІ ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ

*Велика кількість даних, що генеруються щодня, є як можливістю, так і викликом для бізнесу. З одного боку, дані допомагають компаніям отримувати відгуки людей про продукти чи послуги. Їх можна отримати, аналізуючи електронні листи, огляди продуктів, публікації в соціальних мережах, відгуки клієнтів, звернення до служби підтримки тощо. Істотний обсяг даних зберігається у формі документів, які можуть бути різними: структурованими, частково структурованими та і неструктурованими.*

*З іншого боку, виникає проблема обробки цих даних. Видобування корисної інформації з величезного обсягу документів є важким завданням. Інтелектуальний аналіз тексту є важливою сферою дослідження, оскільки за допомогою нього можна видобути знання з неструктурованого тексту.*

*У даній статті розглянуто технологію інтелектуального аналізу тексту та їх застосування в різних сферах життя. Було проаналізовано застосування інтелектуального аналізу тексту в системі керування бібліотекою та порівняно особливості популярних інструментів технологій інтелектуального аналізу тексту.*

*Методами дослідження є аналіз наукових статей, у яких дослідники використовували інструменти інтелектуального аналізу тексту, порівняння програмного забезпечення з відкритим вихідним кодом.*

*Розглянуто методи аналізу тексту та описано основне застосування інтелектуального аналізу в системі керування бібліотекою. Було обговорено популярне безкоштовне програмне забезпечення для текстового аналізу RStudio, Python, Orange, RapidMiner з відкритим вихідним кодом, яке також використовується у машинному навчанні та науці про дані.*

*Стаття сприяє підвищенню рівня розуміння дослідників у сфері інтелектуального аналізу текстів. Використовуючи розглянуте програмне забезпечення, початківці зможуть прогнозувати тенденції, теми, нові концепції досліджень, знаходити дублікати текстових документів в статтях, новинах, блогах. Бібліотекарі зможуть покращити свої послуги в системі керування бібліотекою: довідкових службах, CAS, SDI.*

*Ключові слова: класифікація, виявлення експертних знань, видобування інформації, образи, інструменти інтелектуального аналізу тексту, застосування інтелектуального аналізу тексту, система керування бібліотекою.*

M.V. MOHYLNA, V.I. DUBROVIN  
 Zaporizhzhia Polytechnic National University

## TEXT MINING: APPLICATIONS AND FREE SOFTWARE TOOLS

*The large amount of data generated every day is both an opportunity and a challenge for businesses. On the one hand, data helps companies gain insights into people's opinions about a product or service. These insights can be gained by analyzing emails, product reviews, social media posts, customer feedback, customer service calls, etc. A substantial amount of data is stored in the form of documents, which can be of different types: structured, partially structured, and unstructured.*

*On the other hand, there is the problem of processing this data. Extracting useful information from a huge volume of documents is a difficult task. Text mining is an important area of research because it helps extract knowledge from unstructured text.*

*This article discusses text mining technologies and their application in various areas of life. The article analyzes the use of text mining in a library management system and compares the features of popular text mining tools.*

*The methods of the study are the analysis of scientific articles in which researchers used text mining tools and the comparison of open source software.*

*The methods of text analysis are considered and the main application of intellectual analysis in the library management system is described. Popular free and open-source text analysis software such as RStudio, Python, Orange, RapidMiner, which is also used in machine learning and data science, was discussed.*

*The article helps to increase the level of understanding of researchers in the field of text mining. Using the software in this article, beginners will be able to predict trends, topics, new research concepts, and find duplicate text documents in articles, news, and blogs. Librarians will be able to improve their services in the library management system: reference services, CAS, SDI.*

*Keywords: classification, expert knowledge discovery, information extraction, patterns, text mining tools, text mining application, library management system.*

### Постановка проблеми

Більшість підприємств зберігають власні дані у електронному вигляді. В Інтернеті текст знаходиться в цифрових бібліотеках, блогах, соціальних мережах та електронних листах. Через великий потік інформації стає складнішим отримання вагомих знань. Для того, щоб їх отримати, потрібно все більше часу та зусиль.

Інтелектуальний аналіз тексту (ІАТ) – це процес видобування цінних образів для дослідження знань з текстових джерел. Це багатодисциплінарна сфера, яка базується на пошуку інформації, інтелектуальному аналізі даних, машинному навчанні, статистиці та комп’ютерній лінгвістиці (рис. 1). ІАТ працює з текстами природною мовою, які зберігаються в напів- або неструктурованому форматі.

Сферами застосування ІАТ є пошукові системи, системи управління взаємовідносинами з клієнтами, фільтрування електронних листів, аналіз пропозицій щодо продуктів, виявлення шахрайства та аналітика соціальних мереж. Також ІАТ використовують для сентимент-аналізу, виділення ознак, прогнозування та аналізу тенденцій [1].

Видобування цінної інформації з набору різних документів є монотонною та стомлюючою роботою. Вибір відповідної техніки для аналізу тексту скорочує час і зусилля для пошуку відповідних образів для аналізу та прийняття рішень.

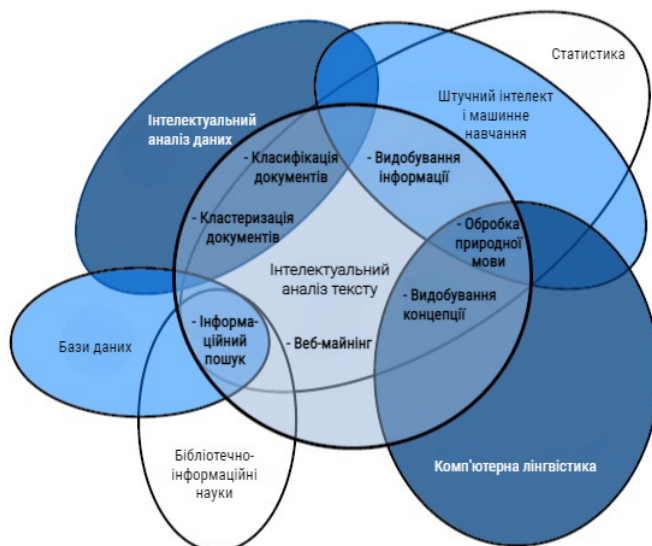


Рис. 1. Діаграма Венна – взаємодія інтелектуального аналізу тексту з іншими сферами

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

У [2] описано, що збір, видобування, попередня обробка, перетворення тексту, виділення ознак, обрання образів та етапи оцінювання є етапами процесу інтелектуального аналізу тексту. Крім того, розглядаються різні методи ІАТ, які широко використовуються, такі як: кластеризація, категоризація, категоризація дерева рішень, а також їхнє застосування у різних сферах. В [3] висвітлено проблеми застосування і технік ІАТ. Зазначено, що складніше працювати з неструктурованим текстом, використовуючи традиційні інструменти і техніки ІАТ, ніж працювати зі структурованими або табличними даними. Описано застосування процесу інтелектуального аналізу тексту в біоінформатиці, бізнес-аналітиці та системі національної безпеки.

У [4] досліджено біомедичну базу даних MEDLINE, інтегровано структуру для розпізнавання іменованих сутностей, класифікації тексту, генерації та перевірки гіпотез, видобування зв’язків, синонімів та аббревіатур. Така структура дозволила усунути зайві деталі та видобути вагому інформацію. У [5] проаналізовано текст за допомогою образів аналізу тексту та показано, що підходи, що базуються на термінах, не можуть належним чином аналізувати синоніми та полісемію. Крім того, був розроблений прототип моделі для специфікації образів з огляду

на призначення ваги відповідно до їх розподілу. Такий підхід допомагає підвищити ефективність процесу інтелектуального аналізу тексту. У [6] представлено систему розкриття злочинів з використанням засобів інтелектуального аналізу тексту та алгоритм виявлення зв'язків був розроблений для співвіднесення терміна з аббревіатурою.

В [7] представлено підхід «зверху вниз» і «знизу вгору» для процесу видобутку тексту на основі веб-технологій. Щоб об'єднати подібні текстові документи, застосовано техніку кластеризації k-середніх для поділу «знизу вгору». Для виявлення подібності в документі використано алгоритм TF-IDF (Term Frequency- Inverse Document Frequency) для пошуку інформації щодо конкретних тем. У [8] надано огляд додатків, інструментів і проблем, які виникають під час видобування тексту. Зазначено, що документи можуть бути структурованими, напівструктурованими або неструктурованими, і що видобування корисної інформації є виснажливим завданням. Представлено загальну структуру для ІАТ на основі концепцій, яку можна візуалізувати у вигляді етапів уточнення тексту та дистиляції знань. Проміжна форма видобутку представлення сутності залежить від конкретної предметної області.

У [9] представлено інноваційні та ефективні методи виявлення закономірностей. Використано методи еволюції та виявлення образів для підвищення ефективності виявлення релевантної та відповідної інформації. Виконано фільтрацію на основі BM25 та векторної підтримки на основі корпусу маршрутизаторів та даних текстових конференцій, щоб оцінити ефективність запропонованої методики. В роботі [10] були проведені різні експерименти класифікації з використанням багатослівних ознак над текстом. Запропоновано власний метод вилучення багатослівних ознак з набору даних. Для класифікації та вилучення багатослівного тексту було здійснено поділ тексту на лінійні та нелінійні поліноміальні форми за підтримки векторного апарату, що дозволило підвищити ефективність вилучення даних.

### Формулювання мети дослідження

**Метою дослідження** є аналіз різних методів інтелектуального аналізу тексту, які допомагають ефективно та результативно виконувати аналітику тексту з великої кількості даних; розгляд їх застосування; порівняння особливостей популярних інструментів технології ІАТ.

### Викладення основного матеріалу дослідження

Існують різні методи інтелектуального аналізу текстів, які застосовуються для аналізу текстових образів та їхнього процесу видобування (рис. 2).

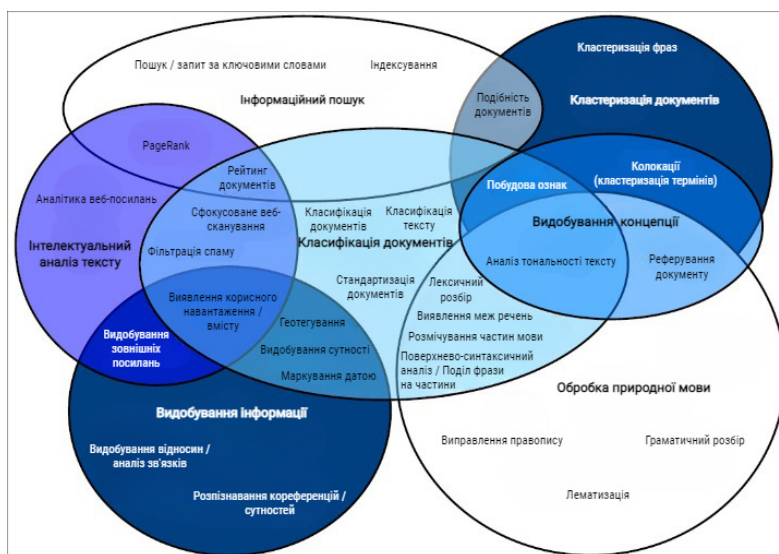


Рис. 2. Діаграма Венна – взаємозв'язок між методами інтелектуального аналізу текстів та функціональними можливостями

Загальний процес інтелектуального аналізу тексту складається з наступних кроків (рис. 3).

Процес очищення забезпечує охоплення справжньої суті доступного тексту та виконується для видобування коренів слів та індексування даних.



Рис. 3. Процес інтелектуального аналізу тексту

Попередня обробка тексту – це завдання перетворення вихідних даних у чітко визначені знання. Основні операції попередньої обробки текстових даних можна розділити на наступні етапи.

а) Попередня обробка тексту

- Процес токенизації: Процес розбиття потоку текстового контенту на слова, терміни, символи або інші значущі елементи, які називаються токенами. Фільтрація (стоп-слова) видаляє непотрібну інформацію, яка включає прийменники, артиклі, сполучники та ін.

- Процес лематизації: Процес, який схожий на стеммінг, але він ідентифікує словникові форми слів. Ця техніка використовується для скорочення довжини слів у тексті. У методах видобутку тексту етапи попередньої обробки відіграють важливу роль у перетворенні коренів слів у правильні корені для відповідного аналізу тексту. Процес ідентифікації коренів певних слів визначає походження слів. В основному використовують два типи походження: флективний та дериваційний. Найбільш поширеним алгоритмом визначення походження слів є алгоритм швейцара [11].

б) Процес трансформації тексту

- Перетворення тексту використовує пакет слів або модель векторного простору. Він виконує завдання вибору ознак. При цьому він зменшує розмірність, видаляючи надлишкові та нерелевантні ознаки [12]. Видаляється і послідовність слів, які часто зустрічаються, але не мають сенсу або не мають важливого змісту в колекції текстових документів.

Існують такі процеси ІАТ.

- Процес кластеризації тексту: вимірювання подібності та групування подібних текстів.
- Процес реферування (узагальнення) тексту: скорочує весь текст документів до суті.
- Процес категоризації тексту: автоматичний розподіл декількох документів на різні категорії. Є методом керованого навчання, ґрунтується на вхідних та вихідних екземплярах для класифікації нових документів. Основною метою категоризації тексту є автоматичне навчання класифікаторів на основі контрольованих і неконтрольованих категорій. Для цього можуть бути використані статистичні методи класифікації, такі як: наївний байєсівський класифікатор, класифікатор найближчого сусіда, дерево рішень та метод опорних векторів [13].

На рис. 4 зображено процес очищення тексту – видалення небажаних слів, знаків, символів, таблиць і малюнків, процес зведення модульованих слів до їх основи, кореня, які відфільтровуються до або після обробки тексту природною мовою.

На сьогодні R та Python є найбільш популярними інструментами для візуалізації ІАТ, особливо скриптового коду, а RapidMiner та Orange є інструментами графічної візуалізації без написання скриптів (табл. 1).

Дані інструменти є кросплатформними. Програми RapidMiner та Orange є зручними, оскільки користувачам потрібно лише перетягнути та з'єднати вузли разом. Вони призначені для складання бізнес-статистики, прогнозного аналізу, машинного навчання та візуалізації даних.

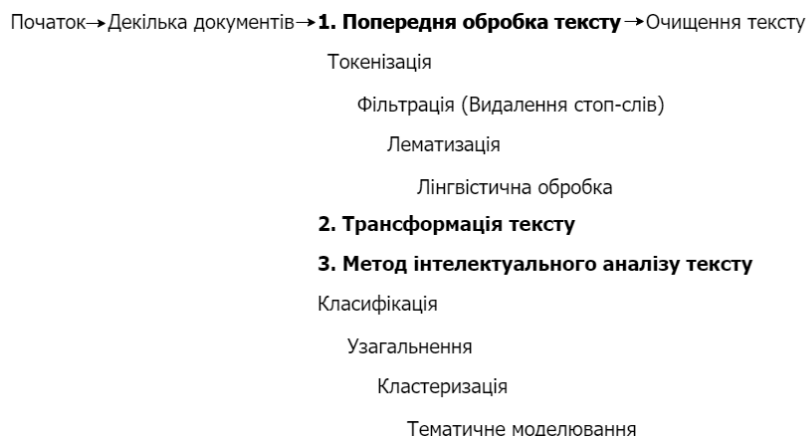


Рис. 4. Етапи попередньої обробки тексту для інтелектуального аналізу тексту

Таблиця 1

**Загальна характеристика безкоштовних програмних засобів для ІАТ**

Основні характеристики	RStudio	Python	RapidMiner	Orange
Початковий випуск програми	1992	1991	2006	1996
Розробник	Джозеф Аллер	Гвідо ван Россум	Ральф Клінгенберг, Інго Мірсва та Саймон Фішер, Технічний університет Дортмунда	Люблянський університет
Мова програмування	C, Fortran, R	C, C++, Java	Java	Python, C, C++, Java
Доступна версія	3.4.3	3.9.1	9.6	3.4.5
Ліцензія	GNU з вільним відкритим вихідним кодом	безкоштовна та відкритий код	обмежена RapidMiner Studio Free	GNUv3 загальна публічна ліцензія
Головне призначення	аналітика даних, статистичний аналіз, машинне навчання	наука про дані	загальний ІАТ	ІАТ, машинне навчання, візуалізація даних, аналіз даних
Підтримка спільноти	дуже велика (~2 млн користувачів)	дані відсутні	велика (~200 тис. користувачів)	дані відсутні

Інтелектуальний аналіз тексту має багато застосувань.

1. Цифрові бібліотеки. Для визначення закономірностей і тенденцій з великої кількості сховищ на основі журналів і матеріалів використовуються численні методи та інструменти ІАТ. Ці джерела інформації допомагають у сфері досліджень і розробок.

Бібліотеки є важливим джерелом інформації для дослідників, а електронні бібліотеки прагнуть підвищити значимість своїх колекцій. Це новий метод організації інформації, що робить можливим доступ до трильйонів документів в Інтернеті.

Міжнародна цифрова бібліотека Greenstone, яка підтримує багатомовні інтерфейси, забезпечує гнучкий метод видобування документів, який працює з форматами Microsoft Word, PDF, PostScript, HTML, скриптовими мовами та електронними листами. Також підтримується видобування документів у аудіовізуальних та графічних форматах.

У процесі текстового аналізу виконуються операції вибору документів, збагачення, видобування інформації та пошук об'єктів серед документів, а також формування співвіднесення та узагальнення. Для текстового аналізу в електронних бібліотеках часто використовують інструменти GATE, Net Owl та Aulien.

В системі керування бібліотекою ІАТ також використовується для дослідження якості тексту та видобування інформації з декількох документів. Використовуючи методи інтелектуального аналізу тексту, можна:

- а) автоматично ідентифікувати особу користувача академічної бібліотеки: ім'я, місцезнаходження, організацію, запити клієнтів, зацікавленості;
- б) прогнозувати, які користувачі будуть передплачувати якийсь журнал;
- в) дослідити проблеми, тенденції, а також шляхи вирішення конкретної теми дослідження;
- г) прогнозувати, чи може пакет мережевих даних бути загрозою кібербезпеці;
- г) просувати ринкові або рекламні пропозиції.

2. Академічна та дослідницька сфера. Різні інструменти та методи ІАТ використовуються у сфері освіти для аналізу освітніх тенденцій у конкретному регіоні, зацікавленості студентів у конкретній галузі та співвідношення зайнятості. Використання ІАТ у науковій сфері допомагає знайти та класифікувати в одному місці наукові роботи та відповідний матеріал з різних галузей. Використання кластеризації за методом *k*-середніх та інших методів допомагає виявити атрибути релевантної інформації. Можна отримати доступ до успішності студентів з різних предметів, побачити, як різні атрибути вплинули на вибір предметів.

3. Медико-біологічні науки. Медико-біологічні науки та охорона здоров'я створюють велику кількість текстових та числових даних, що стосуються обліку пацієнтів, хвороб, ліків, симптомів та методів лікування хвороб тощо.

Фільтрування відповідного та доцільного тексту з великого біологічного репозитарію для прийняття рішення є великим викликом. Медичні записи містять різну за характером інформацію, складну, довгу і технічну лексику, що робить процес пошуку знань достатньо важким.

Інструменти ІАТ у біомедичній галузі надають можливість видобувати вагомі відомості, їх асоціації та виводити взаємозв'язок між різними захворюваннями, видами та генами. Використання відповідних інструментів ІАТ медичній галузі допомагає оцінити ефективність медичних методів лікування, які показують ефективність шляхом порівняння різних захворювань, симптомів та перебігу їх лікування.

ІАТ використовується у виявленні біомаркерів, фармацевтичній промисловості, клінічному аналізі торгівлі, доклінічних дослідженнях безпечної токсичності, патентній конкурентній розвідці та ландшафтному аналізі, картографуванні генів хвороб та дослідженні цільових ідентифікацій за допомогою різних інструментів.

4. Соціальні мережі. Для аналізу додатків соціальних мереж існують програмні пакети ІАТ, які дозволяють відстежувати та аналізувати звичайний текст в Інтернеті з інтернет-новин, блогів, електронної пошти.

Інструменти ІАТ допомагають визначити та проаналізувати кількість постів, вподобань та читачів у соціальних мережах. Даний вид ІАТ показує реакцію людей на різні пости, новини і те, як вони поширюються. Він показує поведінку людей, що належать до певної вікової групи або схожих спільнот, варіативність переглядів публікації.

5. Бізнес-аналітика. ІАТ відіграє значну роль у бізнес-аналітиці, яка допомагає організаціям та підприємствам аналізувати своїх клієнтів та конкурентів для прийняття кращих рішень. Він забезпечує більш глибоке розуміння бізнесу та надає інформацію про те, як підвищити задоволеність клієнтів та отримати конкурентні переваги.

Інструменти ІАТ: IBM text analytics, Rapid miner, GATE – допомагають зробити рішення щодо організацій, які формують повідомлення про позитивні та негативні результати діяльності, зміни на ринку, що допомагають вжити заходів щодо виправлення. Вони використовуються у телекомунікаційній сфері, додатках для бізнесу та комерції, системі управління ланцюжками клієнтів.

Під час процесу ІАТ виникає багато проблем, які впливають на ефективність та результативність прийняття рішень. На етапі попередньої обробки визначаються різні правила і норми для стандартизації тексту, які роблять процес ІАТ ефективним. Перед застосуванням аналізу образів до документа необхідно перетворити неструктуровані дані в проміжну форму, але і на цьому етапі процес ІАТ має свої складнощі. Іноді реальна дані втрачають свою важливість через модифікацію в послідовності тексту.

Іншим важливим питанням є те, що існують небагато інструментів, які підтримують декілька мов. Для підтримки багатомовного тексту використовуються різні алгоритми та методи, що застосовуються незалежно один від одного. Багато важливих документів залишаються поза процесом видобування тексту, бо інструменти не підтримують їх.

Дані питання створюють багато проблем у процесі прийняття рішень. Реальної користі важко досягти, використовуючи лише існуючі методи та інструменти ІАТ, оскільки вони не завжди підтримують багатомовні документи.

Інтеграція знань предметної області є важливою сферою, оскільки вона виконує конкретні операції над конкретним корпусом і досягає бажаних результатів. У таких ситуаціях знання предметної області, з якої має бути вилучений корпус документів, повинно поєднуватися з обчислювальними можливостями, з яких має бути отримана інформація. Згідно з вимогами, експерти повинні працювати спільно з представниками різних галузей для отримання більш ефективних, точних і достовірних результатів.

Використання синонімів, багатозначних слів та антонімів у документах є проблемним для інструментів текстового аналізу, які сприймають слова в одному контексті. Важко класифікувати документи, коли колекція документів велика і сформована з різних галузей, що мають однакову тематику. Проблемними є аббревіатури, що мають різне розшифрування у різному контексті. Різні концепції деталізації змінюють контекст тексту відповідно до умов і знань про предметну область.

Необхідно описати правила відповідно до сфери, які будуть використовуватися в якості стандарту в даній області і можуть бути вбудовані в інструменти ІАТ в якості плагіна. Розробка і розгортання плагінів для всіх сфер окремо потребує багато зусиль і часу. Для розробки плагінів потрібні глибокі знання про конкретну предметну область.

Природні мови також мають багато складнощів, що створюють проблеми в методах визначення тексту та ідентифікації зв'язків між сутностями. Слова, що мають однакове написання, але різні значення – «тепло» і «тепло». Інструменти текстового аналізу вважають обидва слова схожими, хоча одне з них є прислівником, а інше – іменником. Граматичні правила відповідно до природи та контексту все ще залишаються актуальним питанням у сфері інтелектуального аналізу текстів.

### Висновки

Для отримання цінної інформації потрібний великий обсяг даних на основі тексту. Методи добування тексту використовуються для ефективного аналізу цікавої та актуальної інформації з великого обсягу неструктурованих даних. У даній статті представлено короткий огляд методів, які допомагають вдосконалити процес текстового аналізу. Для видобування корисної інформації застосовуються певні образи та послідовності, які усувають зайві для прогнозного аналізу деталі. Вибір і використання правильних методів та інструментів відповідно до предметної області допомагають зробити процес інтелектуального аналізу текстів простим і ефективним. Було порівняно безкоштовне програмне забезпечення для текстового аналізу, а саме: RStudio, Python, Orange і RapidMiner. Інтеграція знань про предметну область, деталізація різних концепцій, багатомовність тексту та неоднозначність обробки природної мови є основними проблемами та викликами, що виникають під час процесу інтелектуального аналізу текстів.

### Список використаної літератури

1. Ramzan Talib, Muhammad Kashif Hanif, Shaeela Ayesha and Fakeeha Fatima. Text Mining: Techniques, Applications and Issues. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, no.11(7), 2016. doi: 10.14569/IJACSA.2016.071153.
2. Liao S. H., Chu P. H., Hsiao P. Y. Data mining techniques and applications - a decade review from 2000 to 2011. *Expert Systems with Applications*, 2012, no. 39(12), pp. 11303-11311. doi: 10.1016/j.eswa.2012.02.063.

3. Zhong N., Li Y., Wu S.T. Effective pattern discovery for text mining. *IEEE transactions on knowledge and data engineering*, 2012, no. 1(24), pp. 30-44. doi: 10.1109/TKDE.2010.211.
4. Henriksson A., Moen H., Skeppstedt M., Daudaravicius V., Duneld M. Synonym extraction and abbreviation expansion with ensembles of semantic spaces. *Journal of biomedical semantics*, 2014, no. 1(5), p. 1, doi: 10.1186/2041-1480-5-6.
5. Laxman A., Sujatha D. Improved method for pattern discovery in text mining. *International Journal of Research in Engineering and Technology*, 2013, no. 1(2), pp. 2321-2328. doi: 10.15623/IJRET.2013.0210090.
6. Chen A.P., Zhang C.Y. Data-intensive applications, challenges, techniques and technologies: A survey on big data. *Information Sciences*, 2014, vol. 275, pp. 314-347, 2014. doi: 10.1016/j.ins.2014.01.015.
7. Rajendra R., Saransh V. A Novel Modified Apriori Approach for Web Document Clustering. *International Journal of Computer Applications*, 2013, vol. 33, pp. 159-171. doi: 10.1007/978-81-322-2202-6\_14.
8. Sumathy K. L., Chidambaram M. Text mining: Concepts, applications, tools and issues – an overview. *International Journal of Computer Applications*, 2013, no. 4 (80), pp. 29-32. doi: 10.5120/13851-1685.
9. Joby P. J., Korra J. Accessing accurate documents by mining auxiliary document information. *Advances in Computing and Communication Engineering (ICACCE)*, Second International Conference on. IEEE, 2015, pp. 634-638. doi: 10.1109/ICACCE.2015.37.
10. Wen Z., Yoshida T., Tang X. A study with multi-word feature with text classification. *Proceedings of the 51st Annual Meeting of the ISSS-2007*, Tokyo, Japan, 2007, vol. 51, p. 45.
11. Карпов І., Антоненко С. Огляд методів інтелектуального аналізу тексту. *Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій*. 2020. № 24. С. 40–46.
12. Sheela S. K., Bharathi T. Analyzing Different Approaches of Text Mining Techniques and Applications. *International Journal of Computer Science Trends and Technology*, 2018, no. 4(6).
13. Thakur K., Kumar V. An Overview of Text Mining: Application and Free Software Tools. *Library Waves*, 2020, no. 2(6), pp. 53-59.

#### References

1. Ramzan, T., Muhammad, K. H., Shaeela, A., & Fakeeha, F. (2016). Text Mining: Techniques, Applications and Issues. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, **11** (7). doi: 10.14569/IJACSA.2016.071153.
2. Liao, S. H., Chu, P. H., & Hsiao, P. Y. (2012). Data mining techniques and applications - a decade review from 2000 to 2011. *Expert Systems with Applications*, **39**(12), 11303-11311. doi: 10.1016/j.eswa.2012.02.063.
3. Zhong, N., Li, Y., & Wu, S.T. (2012). Effective pattern discovery for text mining. *IEEE transactions on knowledge and data engineering*, **1** (24), 30-44. doi: 10.1109/TKDE.2010.211.
4. Henriksson, A., Moen, H., Skeppstedt, M., Daudaravicius, V., & Duneld, M. (2014). Synonym extraction and abbreviation expansion with ensembles of semantic spaces. *Journal of biomedical semantics*, **1** (5), 1, doi: 10.1186/2041-1480-5-6.
5. Laxman, A., & Sujatha, D. (2013). Improved method for pattern discovery in text mining. *International Journal of Research in Engineering and Technology*, **1** (2), 2321-2328. doi: 10.15623/IJRET.2013.0210090.
6. Chen, A.P., & Zhang, C.Y. (2014). Data-intensive applications, challenges, techniques and technologies: A survey on big data. *Information Sciences*, **275**, 314-347. doi: 10.1016/j.ins.2014.01.015.



7. Rajendra, R., & Saransh, V. (2013). A Novel Modified Apriori Approach for Web Document Clustering. *International Journal of Computer Applications*, **33**, 159-171. doi: 10.1007/978-81-322-2202-6\_14.
8. Sumathy, K. L., & Chidambaram, M. (2013). Text mining: Concepts, applications, tools and issues – an overview. *International Journal of Computer Applications*, **4** (80), 29-32. doi: 10.5120/13851-1685.
9. Joby, P.J., & Korra, J. (2015). Accessing accurate documents by mining auxiliary document information. *Advances in Computing and Communication Engineering (ICACCE)*, Second International Conference on. IEEE, 634-638. doi: 10.1109/ICACCE.2015.37.
10. Wen, Z., Yoshida, T., & Tang, X. (2007). A study with multi-word feature with text classification. *Proceedings of the 51st Annual Meeting of the ISSS-2007*, Tokyo, Japan, **51**, 45.
11. Karpov, I., & Antonenko, S. (2020). Ohliad metodiv intelektualnoho analizu tekstu. *Aktualni problemy avtomatyzatsii ta informatsiinykh tekhnolohii*, **24**, 40–46.
12. Sheela, S. K., & Bharathi, T. (2018). Analyzing Different Approaches of Text Mining Techniques and Applications. *International Journal of Computer Science Trends and Technology*, **4** (6).
13. Thakur, K., & Kumar, V. (2020). An Overview of Text Mining: Application and Free Software Tools. *Library Waves*, **2** (6), 53-59.

Могильна Марія Володимирівна – студентка кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька політехніка», e-mail: mariiamohylna@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7190-8698.

Дубровін Валерій Іванович – к.т.н., професор кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька політехніка», e-mail: vdubrovin@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0848-8202.

## ВИЗНАЧЕННЯ І АНАЛІЗ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНИХ ЗУСИЛЬ В ЕЛЕКТРОПРОВІДНОМУ ХВИЛЕВОДІ ПРИ ПОШИРЕННІ АМПЛІТУДНО МОДУЛЬОВАНОГО РАДІОІМПУЛЬСУ

*Запропоновано фізико-математичну модель визначення осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля в електропровідному круговому хвилеводі при поширенні в ньому амплітудно модульованого радіоімпульсу.*

*Електропровідний круговий хвилевод змодельовано двошаровим порожнистим циліндром. Зовнішній сталевий шар є основою, а внутрішній мідний шар – тонким покриттям. Дію розглядуваного радіоімпульсу задано значеннями осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля на внутрішній і зовнішній поверхнях хвилеводу. При поширенні радіоімпульсу у хвилеводі виникають пондеромоторні сили, які зумовлюють розподіл електродинамічних зусиль по поперечному перерізу хвилеводу.*

*За вихідну систему рівнянь вибрано співвідношення електродинаміки Максвелла, на основі яких сформульовано плоску осесиметричну задачу електродинаміки для довгого двошарового електропровідного порожнистого циліндра.*

*Для побудови розв'язку сформульованої початково-крайової задачі електродинаміки використано апроксимацію осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля по радіальній змінній квадратичним поліномом в кожному складовому шарі хвилеводу. Поліноми, що апроксимують визначальну функцію в кожному складовому шарі хвилеводу, вибрано таким чином, щоб врахувати задані граничні умови на визначальну функцію, як на внутрішній і зовнішній поверхнях хвилеводу, так і на поверхні з'єднання основи і покриття. Це дало змогу звести вихідну початково-крайову задачу на визначальну функцію до відповідної задачі Коші на інтегральні характеристики цієї функції по радіальній змінній. Записано загальні розв'язки задачі Коші за однорідної нестационарної електромагнітної дії, а також за однорідного поширення радіоімпульсу у хвилеводі. Отримано вираз пондеромоторної сили у хвилеводі при поширенні в ньому радіоімпульсу.*

*Для аналізу електродинамічних зусиль у хвилеводі при поширенні радіоімпульсу чисельно проаналізовано зміну пондеромоторної сили в часі та її розподіл по товщині стінки хвилеводу залежно від амплітудно-частотних характеристик радіоімпульсу.*

*Ключові слова: круговий хвилевод, радіоімпульс, напруженість магнітного поля, пондеромоторна сила, електродинамічні зусилля.*

## DETERMINATION AND ANALYSIS OF ELECTRODYNAMIC FORCES IN A CONDUCTIVE WAVEGUIDE DURING THE PROPAGATION OF AN AMPLITUDE-MODULATED RADIO PULSE

*A physico-mathematical model for determining the axial component of the magnetic field intensity vector in an electrically conductive circular waveguide when an amplitude-modulated radio pulse propagates in it is proposed.*

*An electrically conductive circular waveguide is modeled by a two-layer hollow cylinder. The outer steel layer is the base, and the inner copper layer is a thin coating. The action of the considered radio pulse is given by the values of the axial component of the magnetic field intensity vector on the inner and outer surfaces of the waveguide. During the propagation of a radio pulse in the waveguide, ponderomotive forces arise, which determine the distribution of electrodynamic forces along the cross-section of the waveguide.*

*Maxwell's relations of electrodynamics were chosen as the initial system of equations, on the basis of which a planar axisymmetric problem of electrodynamics for a long double-layer conductive hollow cylinder was formulated.*

*To construct the solution of the formulated initial-boundary problem of electrodynamics, the approximation of the axial component of the magnetic field intensity vector by the radial variable by a quadratic polynomial in each constituent layer of the waveguide was used. The polynomials approximating the defining function in each component layer of the waveguide are chosen in such a way as to take into account the given boundary conditions on the defining function, both on the inner and outer surfaces of the waveguide, and on the surface of the base-cover connection. This made it possible to reduce the original initial-boundary value problem on the determining function to the corresponding Cauchy problem on the integral characteristics of this function in the radial variable. The general solutions of the Cauchy problem for homogeneous non-stationary electromagnetic action, as well as for homogeneous propagation of a radio pulse in a waveguide, are recorded. The expression of the ponderomotive force in the waveguide during the propagation of a radio pulse in it is obtained.*

*To analyze the electrodynamic forces in the waveguide during the propagation of the radio pulse, the change in the ponderomotive force over time and its distribution over the thickness of the waveguide wall depending on the amplitude-frequency characteristics of the radio pulse were numerically analyzed.*

*Keywords: circular waveguide, radio pulse, magnetic field strength, ponderomotive force, electrodynamic forces.*

### Постановка проблеми

Електропровідні кругові хвилеводи є основними елементами антенно-фідерних систем, які використовують в багатьох радіотехнічних пристроях, зокрема, в авіаційній та космічній техніці. Для надійної експлуатації таких пристроїв важливим є правильно проаналізувати температурні та силові режими функціонування відповідних антенно-фідерних систем та їх основних елементів – хвилеводів при поширенні в них амплітудно модульованих радіоімпульсів (АМРІ).

Тому, зокрема, актуальною є задача про визначення і аналіз пондеромоторних сил і зумовлених ними електродинамічних зусиль у хвилеводах при поширенні в них радіоімпульсів.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Антенно-фідерні елементи (АФЕ), як правило, використовують в якості хвилеводів електромагнітного випромінювання радіочастотного діапазону [1-3]. У літературі відомі закономірності функціонування електропровідних елементів різних технічних пристроїв при поширенні в них електромагнітних хвиль в усталених і квазіусталених режимах [4, 5]. Однак недостатньо вивчено електродинамічні ефекти, що виникають в АФЕ при поширенні в них АМРІ.

Відомо, що дія радіоімпульсу на електропровідний елемент, яким є хвилевод, проявляється двома фізичними факторами: теплом Джоуля та пондеромоторними силами [6]. Вплив тепла Джоуля зумовлює розподіл температури, а вплив пондеромоторних сил – розподіл електродинамічних зусиль по поперечному перерізу хвилеводу.

У роботі [7] проаналізовано тепловий режим кругового хвилеводу при поширенні в ньому амплітудно модульованого радіоімпульсу. Однак, вплив пондеромоторних сил, які зумовлюють виникнення електродинамічних зусиль, не вивчено.

### Мета дослідження

Метою даної роботи є побудова математичної моделі для визначення осьової компоненти вектора напруженості магнітного поля в електропровідному круговому хвилеводі при поширенні в ньому АМРІ та дослідження закономірностей зміни пондеромоторної сили в часі і по товщині хвилеводу для аналізу електродинамічних зусиль в ньому.

### Викладення основного матеріалу дослідження

**Вихідні співвідношення.** Круглий хвилевід моделюємо довгим порожнистим електропровідним двошаровим циліндром. Його внутрішній шар, виготовлений з міді, є тонким покриттям, нанесеним на внутрішню поверхню зовнішнього сталевого циліндра – основи хвилеводу. Матеріали обох складових шарів хвилеводу однорідні, ізотропні і неферромагнітні. Електрофізичні параметри цих матеріалів приймаються сталими і рівними їх середнім значенням у відповідних діапазонах нагріву.

Електромагнітну дію АМРІ математично описано виразом [6]

$$H_{0\phi}(t) = kH_0 (\exp(-\beta_1 t) - \exp(-\beta_2 t)) \cos \omega t. \quad (1)$$

Тут  $H_0$  – амплітуда синусоїдальних несучих електромагнітних коливань частоти  $\omega$ ;  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  – параметри, що характеризують часи фронтів наростання і спадання імпульсного сигналу  $\phi(t) = \exp(-\beta_1 t) - \exp(-\beta_2 t)$ , що модулює несучі синусоїдальні електромагнітні коливання;  $k$  – нормувальний множник,  $t$  – час.

Унаслідок дії АМРІ у кожному  $n$ -му ( $n = 1, 2$ ) складовому шарі хвилеводу індуються вихрові струми. При протіканні цих струмів у складових шарах виділяється нестационарне тепло Джоуля  $Q^{(n)}$ , яке має об'ємний характер. У результаті взаємодії вихрових струмів із зовнішнім електромагнітним полем, що зумовлене дією АМРІ, у складових шарах хвилеводу виникають об'ємні нестационарні пондеромоторні сили  $F^{(n)}$ .

Для визначення тепла Джоуля  $Q^{(n)}$  та пондеромоторних сил  $F^{(n)}$  спочатку необхідно визначити у кожному  $n$ -му ( $n = 1, 2$ ) шарі хвилеводу відмінну від нуля осьову компоненту  $H_z^{(n)}$  вектора напруженості магнітного поля  $\vec{H}^{(n)} = \{ 0; 0; H_z^{(n)}(r, t) \}$ .

Двошарову електропровідну систему хвилеводу віднесемо до циліндричної системи координат  $(r, \phi, z)$ , вісь  $Oz$  якої співпадає з віссю симетрії складових циліндричних шарів.

Розглядаємо однорідну дію АМРІ. Тоді компонента  $H_z^{(n)}(r, t)$  вектора  $\vec{H}^{(n)}$  є функцією радіальної змінної  $r$  та часу  $t$ . Для знаходження функції  $H_z^{(n)}(r, t)$  зі співвідношень Максвелла отримуємо рівняння

$$\frac{\partial^2 H_z^{(n)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z^{(n)}}{\partial r} - \sigma_n \mu_n \frac{\partial H_z^{(n)}}{\partial t} = 0. \quad (2)$$

Тут  $\sigma_n, \mu_n$  – коефіцієнт електропровідності та магнітна проникливість матеріалу  $n$ -го складового шару хвилеводу. Рівняння (2) розв’язуємо за крайових умов на внутрішній  $r = r_0$  і зовнішній  $r = r_2$  поверхнях циліндра

$$H_z^{(1)}(r_0, t) = H_z^-(t), \quad H_z^{(2)}(r_2, t) = H_z^+(t). \quad (3)$$

На поверхні  $r=r_1$  з’єднання шарів покриття та основи хвилеводу мають місце умови ідеального електромагнітного контакту

$$H_z^{(1)}(r_1, t) = H_z^{(2)}(r_1, t), \quad \frac{\partial H_z^{(1)}(r_1, t)}{\partial r} = k_\sigma \frac{\partial H_z^{(2)}(r_1, t)}{\partial r}. \quad (4)$$

Тут  $k_\sigma = \sigma_1 / \sigma_2$ . При відсутності дії АМРІ в момент часу  $t = 0$  початкова умова записується

$$H_z^{(n)}(r, 0) = 0. \quad (5)$$

Розв’язуючи початково-крайову задачу (2)-(5), знаходимо вираз компоненти  $H_z^{(n)}$  в  $n$ -му шарі хвилеводу. За знайденою функцією  $H_z^{(n)}$  згідно співвідношень Максвелла вирази питомих густин тепла Джоуля  $Q^{(n)}$  та пондеромоторної сили  $F^{(n)}$  в  $n$ -му шарі хвилеводу запишуться:

$$Q^{(n)} = \frac{1}{\sigma_n} \left( \frac{\partial H_z^{(n)}}{\partial r} \right)^2, \quad (6)$$

$$F_r^{(n)} = -\mu_n H_z^{(n)} \frac{\partial H_z^{(n)}}{\partial r}. \quad (7)$$

Вплив тепла Джоуля  $Q^{(n)}$  на нагрів хвилеводу досліджено в роботі [7]. При проектуванні і розрахунку надійності хвилеводів необхідно також дослідити електродинамічні зусилля, зумовлені пондеромоторною силою. Оскільки аналіз таких зусиль недостатньо висвітлений у літературі, то дослідимо закономірності зміни пондеромоторної сили в часі і по товщині хвилеводу, які необхідні для аналізу електродинамічних зусиль у ньому.

**Розв’язування початково-крайової задачі електродинаміки за однорідної електромагнітної дії.** Для побудови розв’язку сформульованої вище початково-крайової задачі електродинаміки (2)-(5) апроксимуємо розподіл функції  $H_z^{(n)}$  в кожному  $n$ -му шарі хвилеводу квадратичними поліномами [6, 7]

$$H_z^{(n)}(r, t) = \sum_{i=0}^2 a_i^{(n)}(t) r^i. \quad (8)$$

Коефіцієнти  $a_i^{(n)}(t)$  апроксимаційних поліномів (8) визначаємо через інтегральні (сумарні по пакету двох складових шарів) характеристики  $H_{zs}(t)$  ключової функції  $H_z^{(n)}(r, t)$

$$H_{zs}(t) = \sum_{n=1}^2 \int_{r_{n-1}}^{r_n} H_z^{(n)}(r, t) r^s dr, \quad s = 1, 2 \quad (9)$$

і задані крайові значення  $H^\pm(t)$  функції  $H_z^{(n)}(r, t)$  на зовнішніх поверхнях ( $r = r_0$  і  $r = r_2$ ) та на поверхні  $r = r_1$  з’єднання основи і покриття хвилеводу.

Отримуємо подання коефіцієнтів  $a_i^{(n)}(t)$  у вигляді

$$a_i^{(n)}(t) = a_{i1}^{(n)} H_{z1}(t) + a_{i2}^{(n)} H_{z2}(t) + a_{i3}^{(n)} H_z^-(t) + a_{i4}^{(n)} H_z^+(t), \quad (10)$$

де числові коефіцієнти  $a_{is}^{(n)}$  ( $i = \overline{0, 2}, s = \overline{1, 4}$ ) визначаються через геометричні параметри та електрофізичні характеристики матеріалів складових шарів хвилеводу.

Рівняння для визначення інтегральних характеристик  $H_{zs}(t)$  отримуємо множенням вихідного рівняння (2) на ключову функцію  $H_z^{(n)}(r, t)$  в кожному складовому шарі хвилеводу на  $r^s$  та інтегруванням по змінній  $r$  з урахуванням співвідношення (9). За такого підходу вихідна початково-крайова задача (2)-(5) на визначальну функцію  $H_z^{(n)}(r, t)$  зводиться до задачі Коші на її інтегральні характеристики  $H_{zs}(t)$  і описується системою рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dH_{z1}(t)}{dt} - d_1 H_{z1}(t) - d_2 H_{z2}(t) = d_3 H_z^-(t) + d_4 H_z^+(t) \\ \frac{dH_{z2}(t)}{dt} - d_5 H_{z1}(t) - d_6 H_{z2}(t) = d_7 H_z^-(t) + d_8 H_z^+(t). \end{cases} \quad (11)$$

Тут коефіцієнти  $d_{1+8}$  подаються виразами

$$d_j = \sum_{n=1}^2 \frac{1}{\sigma_n \mu_n} (a_{1j}^{(n)} \alpha_{1n}^* + 4a_{2j}^{(n)} \alpha_{2n}^*), \quad d_{j+4} = \sum_{n=1}^2 \frac{1}{\sigma_n \mu_n} (a_{1j}^{(n)} \alpha_{2n}^* + 4a_{2j}^{(n)} \alpha_{3n}^*), \quad j = \overline{1, 4}. \quad (12)$$

Для розв'язування системи (11) використовуємо перетворення Лапласа за часом за нульових, відповідно до (5), початкових умов. Знаходимо вирази інтегральних характеристик  $H_{zs}(t)$  функцій  $H_z^{(n)}(r, t)$  у вигляді

$$H_{zs}^*(t) = \sum_{k=1}^2 \int_0^t [A_{s1k} H_z^-(\tau) + A_{s2k} H_z^+(\tau)] e^{p_k(t-\tau)} d\tau, \quad s = 1, 2. \quad (13)$$

де

$$A_{11k} = \frac{(p_k - d_6)d_3 + d_2 d_7}{2p_k - (d_1 + d_6)}, \quad A_{12k} = \frac{(p_k - d_6)d_4 + d_2 d_8}{2p_k - (d_1 + d_6)}, \quad A_{21k} = \frac{(p_k - d_1)d_7 + d_3 d_5}{2p_k - (d_1 + d_6)},$$

$$A_{22k} = \frac{(p_k - d_1)d_8 + d_4 d_5}{2p_k - (d_1 + d_6)}, \quad p_{1,2} - \text{корені рівняння: } p^2 - p(d_1 + d_6) + d_1 d_6 + d_2 d_5 = 0.$$

Формула (13) описує розв'язки задачі Коші для інтегральних характеристик  $H_{zs}(t)$  функцій  $H_z^{(n)}(r, t)$  на всьому часовому інтервалі за однорідної нестационарної електромагнітної дії, тобто за довільно змінних в часі функцій  $H_z^\pm(t)$ . Підставляючи вираз (13) за врахування (10) у (8), отримуємо вираз осьової компоненти  $H_z^{(n)}(r, t)$  вектора  $\vec{H}^{(n)}(r, t)$  у вигляді

$$H_z^{(n)}(r, t) = \sum_{i=0}^2 \left\{ \sum_{s=1}^2 a_{is}^{(n)} \left( \sum_{k=1}^2 \int_0^t [A_{s1k} H_z^-(\tau) + A_{s2k} H_z^+(\tau)] e^{p_k(t-\tau)} d\tau \right) + a_{i3}^{(n)} H_z^-(t) + a_{i4}^{(n)} H_z^+(t) \right\} r^i \quad (14)$$

**Розв'язок задачі за електромагнітної дії АМРІ.** Підставляючи у крайові умови (3) замість функцій  $H_z^-(t)$ ,  $H_z^+(t)$  вираз (1), що описує дію АМРІ, записуємо вирази осьової компоненти  $H_z^{(n)}$

$$H_z^{(n)}(r, t) = \frac{k_0 H_0}{2} \sum_{i=0}^2 (B_{i1}^{(n)} e^{-(\beta_1 - i\omega)t} + B_{i2}^{(n)} e^{-(\beta_2 - i\omega)t} + B_{i3}^{(n)} e^{-(\beta_1 + i\omega)t} + B_{i4}^{(n)} e^{-(\beta_2 + i\omega)t} + B_{i5}^{(n)} e^{p_1 t} + B_{i6}^{(n)} e^{p_2 t}) r^i \quad (15)$$

та питомої густини радіальної компоненти  $F_r^{(n)}(r, t)$  вектора  $\vec{F}^{(n)}(r, t)$  пондеромоторної сили в  $n$ -му шарі хвилеводу

$$F_r^{(n)}(r, t) = -\mu_n \frac{k_0^2 H_0^2}{4} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 i \sum_{l=1}^{20} C_{ijl}^{(n)} e^{\alpha_l t} r^{i+j-1}. \quad (16)$$

Тут коефіцієнти  $\alpha_l$  ( $l = \overline{1, 20}$ ),  $C_{ij}^{(n)}$  ( $i = 1, 2, j = 1, 2, l = \overline{1, 20}$ ) мають вигляд:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -2(\beta_1 - i\omega); & \alpha_2 &= -(\beta_1 + \beta_2 - 2i\omega); & \alpha_3 &= -2\beta_1; & \alpha_4 &= -(\beta_1 + \beta_2); & \alpha_5 &= -(\beta_1 - i\omega - p_1); \\ \alpha_6 &= -(\beta_1 - i\omega - p_2); & \alpha_7 &= -2(\beta_2 - i\omega); & \alpha_8 &= -2\beta_2; & \alpha_9 &= -(\beta_2 - i\omega - p_1); & \alpha_{10} &= -(\beta_2 - i\omega - p_2); \\ \alpha_{11} &= -2(\beta_1 + i\omega); & \alpha_{12} &= -(\beta_1 + \beta_2 + 2i\omega); & \alpha_{13} &= -(\beta_1 + i\omega - p_1); & \alpha_{14} &= -(\beta_1 + i\omega - p_2); & \alpha_{15} &= -(\beta_2 + i\omega); \\ \alpha_{16} &= -(\beta_2 + i\omega - p_1); & \alpha_{17} &= -(\beta_2 + i\omega - p_2); & \alpha_{18} &= 2p_1; & \alpha_{19} &= p_1 + p_2; & \alpha_{20} &= 2p_2; & i &= \sqrt{-1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{ij1}^{(n)} &= B_{i1}^{(n)} B_{j1}^{(n)}; & C_{ij2}^{(n)} &= B_{i1}^{(n)} B_{j2}^{(n)} + B_{i2}^{(n)} B_{j1}^{(n)}; & C_{ij3}^{(n)} &= B_{i1}^{(n)} B_{j3}^{(n)} + B_{i3}^{(n)} B_{j1}^{(n)}; \\ C_{ij4}^{(n)} &= B_{i1}^{(n)} B_{j4}^{(n)} + B_{i4}^{(n)} B_{j1}^{(n)} + B_{i2}^{(n)} B_{j3}^{(n)} + B_{i3}^{(n)} B_{j2}^{(n)}; & C_{ij5}^{(n)} &= B_{i1}^{(n)} B_{j5}^{(n)} + B_{i5}^{(n)} B_{j1}^{(n)}; & C_{ij6}^{(n)} &= B_{i1}^{(n)} B_{j6}^{(n)} + B_{i5}^{(n)} B_{j6}^{(n)}; \\ C_{ij7}^{(n)} &= B_{i2}^{(n)} B_{j2}^{(n)}; & C_{ij8}^{(n)} &= B_{i2}^{(n)} B_{j4}^{(n)} + B_{i4}^{(n)} B_{j2}^{(n)}; & C_{ij9}^{(n)} &= B_{i2}^{(n)} B_{j5}^{(n)} + B_{i5}^{(n)} B_{j2}^{(n)}; & C_{ij10}^{(n)} &= B_{i2}^{(n)} B_{j6}^{(n)} + B_{i6}^{(n)} B_{j2}^{(n)}; \\ C_{ij11}^{(n)} &= B_{i3}^{(n)} B_{j3}^{(n)}; & C_{ij12}^{(n)} &= B_{i3}^{(n)} B_{j4}^{(n)} + B_{i4}^{(n)} B_{j3}^{(n)}; & C_{ij13}^{(n)} &= B_{i3}^{(n)} B_{j5}^{(n)} + B_{i5}^{(n)} B_{j3}^{(n)}; & C_{ij14}^{(n)} &= B_{i3}^{(n)} B_{j6}^{(n)} + B_{i6}^{(n)} B_{j3}^{(n)}; \\ C_{ij15}^{(n)} &= B_{i4}^{(n)} B_{j4}^{(n)}; & C_{ij16}^{(n)} &= B_{i4}^{(n)} B_{j5}^{(n)} + B_{i5}^{(n)} B_{j4}^{(n)}; & C_{ij17}^{(n)} &= B_{i4}^{(n)} B_{j6}^{(n)} + B_{i6}^{(n)} B_{j4}^{(n)}; & C_{ij18}^{(n)} &= B_{i5}^{(n)} B_{j5}^{(n)}; \\ C_{ij19}^{(n)} &= B_{i5}^{(n)} B_{j6}^{(n)} + B_{i6}^{(n)} B_{j5}^{(n)}; & C_{ij20}^{(n)} &= B_{i6}^{(n)} B_{j6}^{(n)}. \end{aligned}$$

Величини  $B_{is}^{(n)}$  ( $i = \overline{0, 2}, s = \overline{1, 6}$ ) у виразах  $C_{ijl}^{(n)}$  ( $i = 1, 2, j = 1, 2, l = \overline{1, 20}$ ) залежать від параметрів АМРІ  $\omega, \beta_1, \beta_2$ ; електрофізичних характеристик  $\sigma_n, \mu_n$  матеріалів покриття і основи та радіусів циліндричних поверхонь  $r_0, r_1$  та  $r_2$  хвилеводу, а також коренів  $p_1, p_2$ .

**Числовий аналіз силового поля хвилеводу.** Розрахунки проводилися для хвилеводу з радіусами циліндричних поверхонь  $r_0 = 0.008m, r_1 = 0.0089m, r_2 = 0.0099m$  (рис. 1).

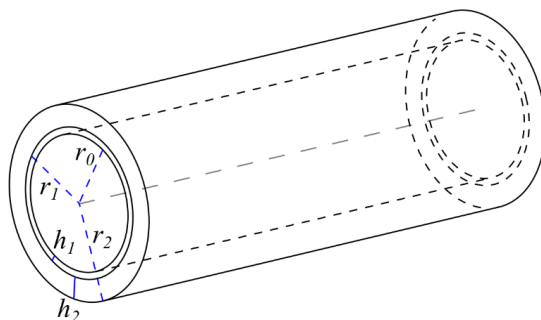


Рис. 1. Сталевий хвилевод із внутрішнім мідним покриттям

Параметри АМРІ приймалися такими, що відповідають часу тривалості  $t_i = 100\mu s$ , частота несучих електромагнітних коливань  $\omega = 6.28 \cdot 10^5 rad/s$  (поза околom резонансних частот електромагнітного поля для даного хвилеводу). За такої тривалості відбувається десять періодів електромагнітних коливань даної частоти. Зовнішній шар (основа) виготовлений із нержавіючої сталі Х18Н9Т, а внутрішній (покриття) – із міді.

На рис. 2 показано зміну в часі осьової компоненти  $H_z^{(n)}$  вектора напруженості магнітного поля на поверхні  $r = r_1$  з'єднання основи і покриття. Лінія 1 відповідає сталевому шару, а лінія 2 – мідному. Величина  $H_z^{(n)}$  віднесена до величини  $H_0$ .

Отримано, що максимальні значення напруженості магнітного поля на поверхні  $r = r_1$  досягаються в момент часу  $t = 0.1t_i$ . Цей момент часу відповідає максимуму функції  $\phi(t)$ , що модулює несучі синусоїдальні електромагнітні коливання.

Рис. 3 ілюструє зміну осьової компоненти  $H_z^{(n)}$  вектора напруженості магнітного поля по товщині складових шарів хвилеводу в моменти часу  $t = 0.05t_i$  (лінія 1),  $t = 0.1t_i$  (лінія 2) і  $t = 0.25t_i$  (лінія 3).

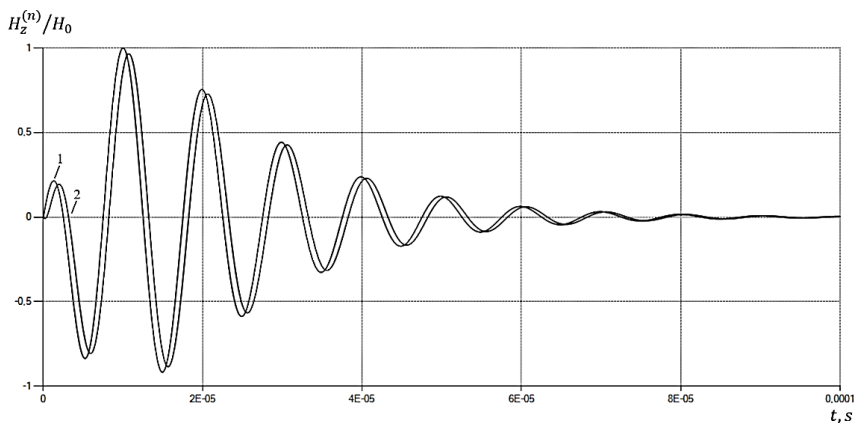


Рис. 2. Зміна в часі осьової компоненти  $H_z^{(n)}$  на межі з'єднання основи і покриття

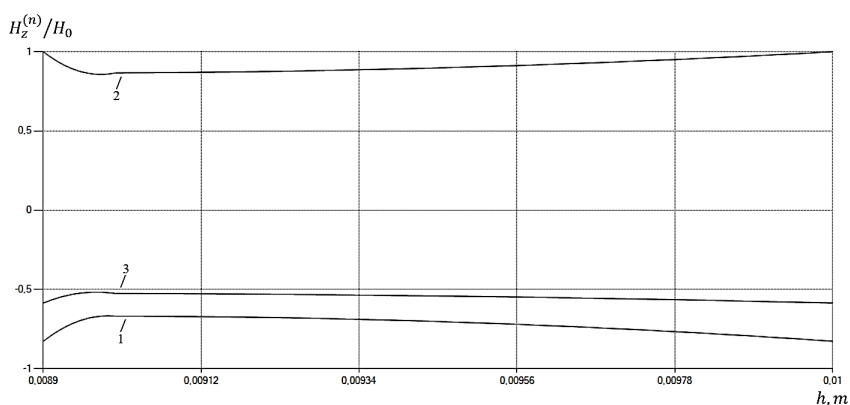


Рис. 3. Зміна по товщині хвильоводу осьової компоненти  $H_z^{(n)}$  в моменти часу  $t = 0.05t_i$ ,  $t = 0.1t_i$ ,  $t = 0.25t_i$  (лінії 1-3)

Встановлено, що найбільше значення градієнту осьової компоненти  $H_z^{(n)}$  має місце в околі поверхні  $r=r_1$  з'єднання основи і покриття хвильоводу. Це відповідає відомим фізичним закономірностям поширення електромагнітного випромінювання радіочастотного діапазону.

На рис. 4 показано зміну в часі радіальної компоненти  $F_r^{(n)}$  пондеромоторної сили на внутрішній  $r=r_0$  (лінія 1) і зовнішній  $r=r_2$  (лінія 2) поверхнях хвильоводу, а на рис. 5 – у його складових шарах на поверхні  $r=r_1$  їх з'єднання. Лінія 1 відповідає покриттю (сталевому шару), а лінія 2 – основі (мідному шару).

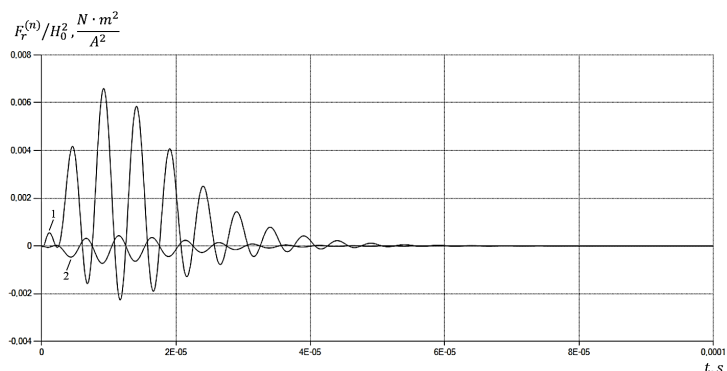


Рис. 4. Зміна в часі радіальної компоненти  $F_r^{(n)}$  пондеромоторної сили на внутрішній  $r=r_0$  (лінія 1) і зовнішній  $r=r_2$  (лінія 2) поверхнях хвильоводу

Залежність розподілу радіальної компоненти  $F_r^{(n)}$  пондеромоторної сили по товщині складових шарів хвилеводу у розглядувані моменти часу (лінії 1-3) наведено на рис. 6. Зауважимо, що величини компоненти  $F_r^{(n)}$  на рис. 4-6 віднесені до величини  $H_0^2$ .

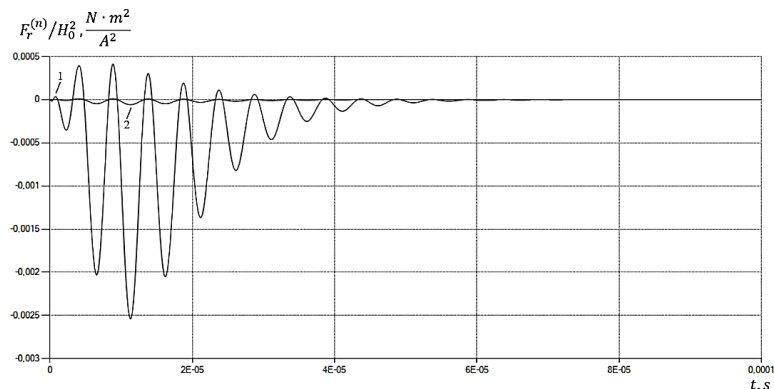


Рис. 5. Зміна в часі радіальної компоненти  $F_r^{(n)}$  пондеромоторної сили на межі з'єднання основи і покриття

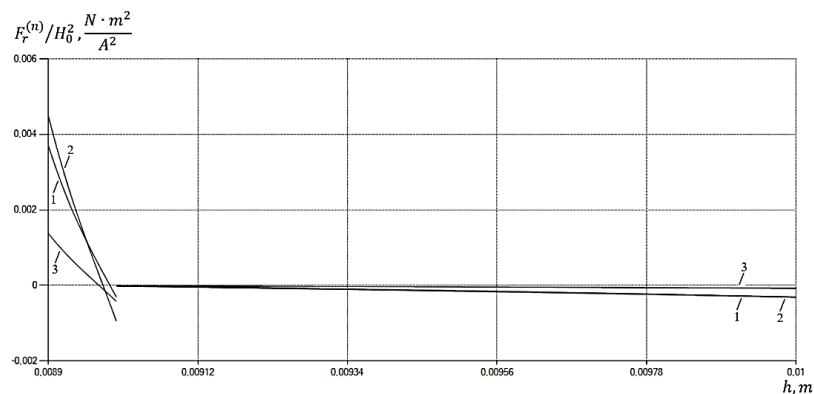


Рис. 6. Зміна по товщині хвилеводу радіальної компоненти  $F_r^{(n)}$  пондеромоторної сили у моменти часу  $t = 0.05t_i$ ,  $t = 0.1t_i$ ,  $t = 0.25t_i$  (лінії 1-3)

Як бачимо з рис. 6, у розглядувані моменти часу максимальні значення радіальної компоненти  $F_r$  ондеромоторної сили досягаються у мідному покритті. На поверхні з'єднання покриття і основи значення компоненти  $F_r$  дають розрив. Величина стрибка цих значень зумовлена співвідношенням коефіцієнтів електропровідності та магнітної проникності матеріалів покриття і основи. Вона визначає градієнт пондеромоторної сили по товщині кругового хвилеводу.

### Висновки

Отримано, що при поширенні АМРІ у круговому хвилеводі максимальні значення радіальної компоненти  $F_r$  пондеромоторної сили досягаються у тонкому мідному внутрішньому покритті. Встановлено, що максимальні розтягальні значення пондеромоторної сили  $F_r^{(n)}$  у внутрішньому покритті хвилеводу приблизно у 20-30 разів більші, ніж її максимальні стискальні значення у його основі.

Виявлені закономірності є теоретичною основою для аналізу електродинамічних зусиль у хвилеводі при поширенні в ньому радіоімпульсу і мають важливе значення для проектування і прогнозування ефективності та надійності експлуатації хвилеводів електромагнітного випромінювання радіочастотного діапазону.



### Список використаної літератури

1. Asai S. *Electromagnetic Processing of Materials*. Springer, 2012. 176 p.
2. Basu, Dipak. *Dictionary of Pure and Applied Physics*. CRC Press, 2018. 400 p.
3. Straw R. Dean. *The ARRL Antenna Book, 21st Ed.* Amer Radio Relay League, 2007. 976 p.
4. Подстригач Я.С., Бурак Я.И., Гачкевич А.Р., Чернявская Л.В. *Термоупругость электропроводных тел*. Киев: Наукова думка, 1977. 248 с.
5. Гачкевич А.Р. *Термомеханика электропроводных тел при воздействии квазиустановившихся электромагнитных полей*. Киев: Наукова думка, 1992. 192 с.
6. Гачкевич О.Р., Мусій Р.С., Тарлаковський Д.В. *Термомеханіка неферромагнітних електропровідних тіл за дії імпульсних електромагнітних полів з модуляцією амплітуди*. Львів: Сполом, 2011. 216 с.
7. Musii R., Melnyk N., Drohomiretska Kh., Melnyk M., Hoshko L., Myskiv I. *Investigation of the Heating of the Antenna-Feeder Element During the Propagation of an Amplitude-Modulated Radio Impulse. 18th International Conference on Perspective Technologies and Methods in MEMS Design, MEMSTECH 2022 (Polyana, 7-11 September 2022)*. P. 41-44.

### References

1. Asai, S. (2012). *Electromagnetic Processing of Materials*. Springer.
2. Basu, & Dipak. (2018). *Dictionary of Pure and Applied Physics*. CRC Press.
3. Straw, R. Dean. (2007). *The ARRL Antenna Book, 21st Ed.* Amer Radio Relay League.
4. Podstrigach, Ya.S., Burak, Ya.I., Gachkevich, A.R., & Chernyavskaya, L.V. (1977). *Termouprugost elektroprovodnyih tel*. Kiev: Naukova dumka.
5. Gachkevich, A.R. (1992). *Termomehanika elektroprovodnyih tel pri vozdeystvii kvaziustanovivshihsia elektromagnitnyih poley*. Kiev: Naukova dumka.
6. Hachkevych, O.R., Musii, R.S., & Tarlakovskyi, D.V. (2011). *Termomekhanika neferomagnitnykh elektroprovodnykh til za dii impulsnykh elektromagnitnykh poliv z moduliatsiieiu amplitudy*. Lviv: Spolom.
7. Musii, R., Melnyk, N., Drohomiretska, Kh., Melnyk, M., Hoshko, L., & Myskiv, I. (2022). *Investigation of the Heating of the Antenna-Feeder Element During the Propagation of an Amplitude-Modulated Radio Impulse. 18th International Conference on Perspective Technologies and Methods in MEMS Design, MEMSTECH 2022 (Polyana, 7-11 September 2022)*, 41-44.

Мусій Роман Степанович – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри вищої математики Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: roman.s.musii@lpnu.ua, ORCID: 0000-0002-7169-2206

Мельник Наталія Богданівна – к. ф.-м. н., доцент, доцент кафедри програмного забезпечення Національного університету «Львівська політехніка», e-mail: nataliia.b.melnyk@lpnu.ua, ORCID: 0000-0003-2337-2395

УДК 004.94

Т.В. РАТУШНЯК, О.В. ГЛАДЧЕНКО, А.А. ОМЕЛЬЧУК  
 Державний податковий університет  
 Я.С. ВИШЕМІРСЬКА  
 Таврійський національний університет ім. В.І. Вернадського

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗБАЛАНСОВАНОГО ХАРЧУВАННЯ З ДЕФІЦИТОМ КАЛОРИЙ НА БАЗІ РОЗШИРЕНОГО МЕТОДУ МІФФЛІНА-САН ЖЕОРА

*У роботі досліджується питання створення математичної моделі збалансованого харчування з дефіцитом калорій на базі розширеного методу Міффіна-Сан Жеора. Виходячи з висновків Всесвітньої організації охорони здоров'я, обґрунтовується необхідність створення математичної моделі, яка дозволить уточнювати класичні дієти відповідно до індивідуальних параметрів людини, таких як вік, стать, вага, зріст, коефіцієнт фізичної активності. У роботі інформаційне забезпечення моделі збалансованого харчування базується на таблицях БЖВ (білків, жирів, вуглеводів) і калорійності продуктів харчування.*

*На першому етапі розглянуто формулу розрахунку щоденної норми кількості калорій. Для цієї формули ключовими параметрами є вік, вага, зріст, стать. Для точніших розрахунків враховують коефіцієнт фізичної активності.*

*На другому етапі проводиться розрахунок щоденної кількості білків, жирів і вуглеводів. Згідно методу Міффіна-Сан Жеора визначається коридор БЖВ, який обмежується мінімальним і максимальним значеннями та враховує бажану ступінь зменшення ваги.*

*На третьому етапі проводиться вибір харчових продуктів та складається таблиця вмісту поживних речовин (нутриєнтів) у цих продуктах.*

*Сформульовано задачу оптимізації для збалансованого харчування з дефіцитом калорій та розв'язано таку задачу з допомогою вбудованого засобу «Пошук розв'язання» комп'ютерної програми MS Excel.*

*За результатами виконаних у табличному процесорі дій знайдено розв'язок задачі оптимізації збалансованого харчування з дефіцитом калорій.*

*Ключові слова: формула Міффіна-Сан Жеора, збалансоване харчування, математична задача оптимізації.*

T.V. RATUSHNYAK, O.V. HLADCHENKO, A.A. OMELCHUK  
 State Tax University  
 Y.S. VYSHEMIRSKA  
 V.I. Vernadsky Taurida National University

## MATHEMATICAL MODEL OF BALANCED NUTRITION WITH CALORIE DEFICIT BASED ON THE ADVANCED MIFFLIN-ST. JEOR METHOD

*According to the World Health Organization (WHO), more than one billion people in the world are overweight. Statistics show that this state of affairs does not depend on a person's social or professional affiliation, territory, age or gender. In Ukraine, on average, 20% of people of working age are obese, and 25% are overweight. The fact that the number of children and adolescents who become obese increases every year is also a cause for concern. Nutrition is important for the vital activity of the human body and is considered one of the most important factors that determine its health, physical and psycho-emotional state, which is why WHO considers obesity a global problem that increases the risk of diseases.*

*Over the last decade, the problem of high-calorie nutrition has significantly worsened in the world, which, in combination with a decrease in physical activity due to technological progress and the resulting decrease in energy consumption, leads to an energy imbalance.*

*One of the ways to get rid of excess weight is to eat with a deficit of calories. To do this, you need to know your daily norm of calories, as well as proteins, fats and carbohydrates. There are several methods of determining this norm, which includes the Mifflin-St. Jeor formula.*

*The purpose of the research is to develop a mathematical model that should make it possible to refine classic diets according to individual parameters of a person, such as age, sex, weight, height, and physical activity coefficient.*

*At the first stage, we will consider the formula for calculating the daily norm of the number of calories. For this formula, the key parameters are age, weight, height, gender. For more accurate calculations, the activity coefficient is taken into account.*

*The coefficient of physical activity is the ratio of the average daily energy expenditure of a person to the energy expenditure at rest, the so-called value of the basic metabolism. It is used to assess the sufficiency of movements in a particular way of life. For the calculation, the distribution of the time of the day typical for a given person by types of activities and the existing estimates of energy expenditure for them, expressed as a coefficient of the value of the basic*

exchange, are used for the calculation. The value of the main metabolism depends on the physical data of a person, and the coefficient of physical activity depends on his life.

At the first stage, we will consider the formula for calculating the daily norm of the number of calories. For this formula, the key parameters are age, weight, height, gender. For more accurate calculations, the activity coefficient is taken into account.

At the second stage, you need to calculate the daily amount of proteins, fats and carbohydrates. According to the Mifflin-St. Jeor method, the so-called corridor is determined, which takes into account the desired degree of weight reduction and is limited to minimum and maximum values.

At the third stage of forming a balanced diet, it is necessary to select a list of food products and compile a table of the content of nutrients in these products. The mathematical problem of optimization was solved with the help of the built-in "Solver" tool of the MS Excel computer program. Based on the results of the actions performed in the table processor, we will get the solution to the problem of optimizing a balanced diet with a calorie deficit and summarize it in the corresponding table.

Keywords: Mifflin-St. Jeor formula, balanced nutrition, mathematical problem of optimization.

### Постановка проблеми

Всесвітня організація охорони здоров'я (ВООЗ) постійно моніторить показники здоров'я людей для 194 країн-членів Організації об'єднаних націй та щорічно надає статистично-аналітичний звіт. За даними ВООЗ, більше одного мільярда людей у світі мають зайву вагу. В Україні в середньому 20% осіб працездатного віку страждають на ожиріння, а 25% - мають надлишкову масу тіла. Занепокоєння викликає також той факт, що з кожним роком збільшується число дітей і підлітків, у яких виникає ожиріння. Харчування має важливе значення для життєдіяльності організму людини і вважається одним з найважливіших факторів, що визначають її здоров'я, фізичний і психоемоційний стан. Саме тому ВООЗ розглядає ожиріння як глобальну проблему, яка підвищує ризик виникнення захворювань. За останнє десятиліття в світі значно загострилася проблема висококалорійного харчування, що в поєднанні зі зменшенням фізичної активності внаслідок технічного прогресу і спричиненого ним зниження енерговитрат, призводить до енергетичного дисбалансу [1–3].

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

В епоху інформаційної культури питання автоматизованого складання збалансованого харчування вивчали такі вітчизняні науковці, як Кондрук Н.Е., Маляр М.М., Горленко О.М., Томей А.І. [4–5], та зарубіжні: Hong S. M., Kim G., Gupta M., Bhattacharjee P., Kovasznai G., Ma'aruf L. M., Garba M [6–9].

Одним із способів позбавлення від зайвої ваги є харчування з дефіцитом калорій. Для цього потрібно знати свою щоденну норму кількості калорій, а також білків, жирів і вуглеводів. Існує декілька методів визначення цієї норми, до яких належить формула Міффіна-Сан Жеора [10].

### Мета дослідження

Метою дослідження є розробка математичної моделі, яка дозволить уточнювати класичні дієти відповідно до індивідуальних параметрів людини, таких як вік, стать, вага, зріст, коефіцієнт фізичної активності.

### Викладення основного матеріалу дослідження

Людині діагностують ожиріння, якщо індекс маси тіла перевищує 30 кг/м<sup>2</sup>. Індекс маси тіла розраховують як відношення ваги людини (у кілограмах) до зведеного у квадрат зросту людини (в метрах):

$$I = \text{Weight}/\text{Height}^2. \quad (1)$$

Значення Індексу маси тіла інтерпретують згідно таблиці 1.

Таблиця 1

Індекс маси тіла

Значення індексу маси тіла	Інтерпретація
$I < 16$	Надмірний дефіцит маси тіла
16 – 18,49	Дефіцит маси тіла
18,5 – 24,99	Нормальна вага
25–29,99	Передожиріння (надмірна вага)
30–34,99	Ожиріння першого ступеня
35–39,99	Ожиріння другого ступеня
$I \geq 40$	Ожиріння третього ступеня

Існує декілька підходів до подолання зайвої ваги: немедикаментозні, медикаментозні та хірургічні.

Головне місце в лікуванні ожиріння займають методи налагодження правильного харчування та фізичного навантаження, які спрямовано на зменшення надходження калорій та/або збільшення витрат енергії. Тільки поступова, тривала зміна характеру харчування та харчових звичок, що склалися, а не тимчасове обмеження вживання певних продуктів, може гарантувати успішне зниження ваги. Крім того, для збільшення витрати енергії необхідно збільшувати фізичну активність [11–12].

На першому етапі розглянемо формулу розрахунку щоденної норми кількості калорій. Для цієї формули ключовими параметрами є вік, вага, зріст, стать. Для точніших розрахунків враховують коефіцієнт фізичної активності.

Коефіцієнт фізичної активності - це відношення середньодобових витрат енергії людини до витрат енергії у стані спокою, так званої величини основного обміну. Він застосовується для оцінки достатності рухів при тому чи іншому способі життя. Для розрахунку використовують типовий для даної людини розподіл часу доби за видами діяльності та існуючі оцінки витрат енергії на них, виражені як коефіцієнт величини основного обміну. Величина основного обміну залежить від фізичних даних людини, а коефіцієнт фізичної активності – від його життя. Коефіцієнт фізичної активності  $A$  (таблиця 2) може варіюватися від 1 до 1,9.

У даній роботі буде розглянуто і використано формулу Міффліна-Сан Жеора [10]. За формулою Міффліна-Сан Жеора можна розрахувати необхідну кількість кілокалорій (ккал) на добу для конкретної особи. Це одна з новітніх формул розрахунку калорій для схуднення або збереження нормальної ваги. Формулу було запропоновано у 2005 році групою американських лікарів-дієтологів під керівництвом доктора Міффліна-Сан Жеора, і вона поступово витіснила з обігу класичну формулу Харріса-Бенедикта. Формула Міффліна-Сан Жеора існує у двох варіантах – спрощеному та розширеному (доопрацьованому).

Таблиця 2

Коефіцієнт фізичної активності

Значення коефіцієнта фізичної активності	Інтерпретація
$A = 1$	Відсутність активності
$A = 1,2$	Мінімальна активність
$A = 1,375$	Заняття фітнесом тричі на тиждень
$A = 1,4625$	Заняття фітнесом 5 разів на тиждень
$A = 1,55$	Інтенсивне фізичне навантаження 5 разів на тиждень
$A = 1,725$	Інтенсивне фізичне навантаження щодня або двічі на день
$A = 1,9$	Заняття важкою атлетикою, або іншими силовими видами спорту зі щоденними тренуваннями, також важка фізична праця

Розширена формула Міффіна-Сан Жеора враховує стать, вік (у роках), вагу (у кілограмах), зріст (у сантиметрах) особи, а також коефіцієнт фізичної активності для визначення кількості кілокалорій на добу для підтримки ваги.

Формула Міффіна-Сан Жеора для чоловіків:

$$S_m^{(d)} = (9,99 \cdot \text{Weight} + 6,25 \cdot \text{Height} - 4,92 \cdot \text{Age} + 5) \cdot A ; \quad (2)$$

Формула Міффіна-Сан Жеора для жінок:

$$S_f^{(d)} = (9,99 \cdot \text{Weight} + 6,25 \cdot \text{Height} - 4,92 \cdot \text{Age} - 161) \cdot A . \quad (3)$$

Наприклад, для жінки віком 50 років, з вагою 62 кг, зростом 156 см і коефіцієнтом фізичної активності 1,375 щоденна кількість кілокалорій на добу за формулою (3) становить  $S_f^{(d)} = 1633$ . Також встановлено, що індекс маси тіла за формулою (1) складає  $I = 25,48$ . Таке значення індексу згідно таблиці 1 інтерпретується, як передожиріння. Тому варто змінити раціон харчування.

На другому етапі потрібно розрахувати щоденну кількість білків, жирів і вуглеводів (БЖВ). Згідно методу Міффіна-Сан Жеора [10] визначається так званий коридор БЖВ, який враховує бажану ступінь зменшення ваги (10% або 20%) і обмежується мінімальним і максимальним значеннями. Наприклад, якщо бажаним зменшенням ваги буде обрано 20%, то коридор БЖВ згідно таблиці 3 становитиме:

Таблиця 3

Коридор значень БЖВ

	Мінімальне значення БЖВ	Максимальне значення БЖВ
Білки, г	65	114
Жири, г	36	51
Вуглеводи, г	131	180
Калорії, ккал	1306	

Оскільки розраховані значення БЖВ не дають відповіді на питання, як правильно скласти добове меню із наявного списку харчових продуктів, то у даній роботі розроблено математичну модель збалансованого харчування з дефіцитом калорій. Така модель представляє собою лінійну задачу оптимізації (4) – (7), яка дозволяє визначити добову норму кожного харчового продукту із деякого запланованого списку  $y_i, i = \overline{1, n}$  для щоденного дієтичного харчування. Список продуктів харчування відповідає обраній дієті.

Відома єдина офіційна система номерних дієт, яка використовується у лікарнях, санаторіях та профілакторіях і містить близько 15 основних дієт. Недоліком відомого способу складання номерних дієт за Певзнером є те, що дієти при цьому є стандартними і розрахованими на середньостатистичного, а не на конкретного хворого, при застосуванні ж її до конкретного хворого виникають технічні труднощі визначення складових дієти з потрібним вмістом в ньому жирів, білків, вуглеводів, калорій та основних мікронутрієнтів (наприклад, вітамінів) [5, 11].

На третьому етапі формування збалансованого харчування необхідно вибрати перелік харчових продуктів та скласти таблицю вмісту калорій, білків, жирів, вуглеводів (КБЖВ) у цих продуктах. Нехай перелік харчових продуктів має 14 найменувань (таблиця 4), які відповідають дієті № 4.

У даній роботі інформаційне забезпечення системи збалансованого харчування базується на таблицях БЖВ і калорійності продуктів харчування на 100 грам. Наприклад, базу даних продуктів та їхній вміст калорій, білків, жирів, вуглеводів можна сформулювати, скориставшись довідником [13]. Тут представлено продукти харчування за категоріями або за алфавітним показником. Також існують спеціальні довідники харчових продуктів [11, 12, 14].

Таблиця 4

Вміст КБЖВ у продуктах харчування для діти № 4

№ рядка таблиці	A	B	C	D	E
1	В 100 г продукту				
2	Продукти	Білки, г	Жири, г	Вуглеводи, г	Ккал
3	Яйце куряче	12,7	11,5	0,7	157
4	Олія соняшникова	0	99,9	0	899
5	Картопля	2	0,1	19,7	83
6	Кондитерські мучні вироби (пряники)	4,8	2,8	77,7	336
7	Масло	0,6	82,5	0,9	748
8	Житній хліб	4,7	0,7	49,8	214
9	Крупи (гречана)	2,6	2,6	68	329
10	Молоко	2,8	3,2	4,7	58
11	Овочі свіжі (капуста цвітна)	2,5	0	4,9	29
12	Пшеничний хліб	7,7	2,4	53,4	254
13	Риба минтай	15,9	0,7	0	70
14	Сир твердий	23,4	30	0	371
15	Фрукти (апельсин)	0,9	0	8,4	38
16	Чай (зелений)	0,1	0	6,8	28

Сформулюємо математичну модель збалансованого харчування з дефіцитом калорій на базі розширеного методу Міффіна-Сан Жеора.

Нехай відомо, що для дієтичного харчування визначено  $n$  продуктів, для яких відомі вміст білків, жирів, вуглеводів і калорій, зокрема:

$x_i^{(a)}$  – вага білків у 100 г  $i$ -го продукту,

$x_i^{(b)}$  – вага жирів у 100 г  $i$ -го продукту,

$x_i^{(c)}$  – вага вуглеводів у 100 г  $i$ -го продукту,

$x_i^{(d)}$  – кількість Ккал у 100 г  $i$ -го продукту,

Відповідно до методу Міффіна-Сан Жеора відомо також:

$S^{(d)}$  – оптимальна кількість калорій,

та визначено умови обмеження для білків, жирів, вуглеводів:

$$\begin{aligned}
 a_1 &\leq S^{(a)} \leq a_2, \\
 b_1 &\leq S^{(b)} \leq b_2, \\
 c_1 &\leq S^{(c)} \leq c_2.
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Необхідно визначити вагу кожного з продуктів  $y_i$ ,  $i = \overline{1, n}$  для щоденного дієтичного харчування.

З метою математичної формалізації задачі введемо позначення:

$$\begin{aligned}
 \hat{x}_i^{(a)} &= \frac{x_i^{(a)} \cdot y_i}{100} \text{ – вага білків } i \text{-го продукту,} \\
 \hat{x}_i^{(b)} &= \frac{x_i^{(b)} \cdot y_i}{100} \text{ – вага жирів } i \text{-го продукту,} \\
 \hat{x}_i^{(c)} &= \frac{x_i^{(c)} \cdot y_i}{100} \text{ – вага вуглеводів } i \text{-го продукту,} \\
 \hat{x}_i^{(d)} &= \frac{x_i^{(d)} \cdot y_i}{100} \text{ – кількість Ккал } i \text{-го продукту.}
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Тоді задача оптимізації відповідно до методики Міффіна-Сан Жеора формулюється наступним чином:

знайти  $y_i, i = \overline{1, n}$ ,

$$\text{якщо цільова функція } f(\hat{x}_1^{(d)}, \dots, \hat{x}_n^{(d)}) = \sum_{i=1}^n \hat{x}_i^{(d)} \rightarrow S^{(d)} \quad (6)$$

при заданих обмеженнях

$$\begin{cases} a_1 \leq \sum_{i=1}^n \hat{x}_i^{(a)} \leq a_2, \\ b_1 \leq \sum_{i=1}^n \hat{x}_i^{(b)} \leq b_2, \\ c_1 \leq \sum_{i=1}^n \hat{x}_i^{(c)} \leq c_2. \end{cases} \quad (7)$$

Умови обмеження у формулах (4) та (7) пояснюються роллю білків, жирів та вуглеводів у харчуванні.

Задачу оптимізації (6)–(7) буде розв'язано засобами комп'ютерної програми MS Excel.

Відповідно до обраного переліку продуктів з 14 найменувань (таблиця 4), для задачі оптимізації (6)–(7) значення  $i = \overline{1, n}, n = 14$ .

Для розв'язання задачі оптимізації (6)–(7) скористаємось універсальним інструментом опрацювання табличних даних MS Excel, складемо таблицю 5, в яку введемо необхідні формули. Тоді будемо шукати розв'язок задачі оптимізації  $y_i, i = \overline{1, n}, n = 14$ , який відповідає діапазону комірок F20:F33 таблиці 5.

Діапазон комірок F20:F33 може мати нульові початкові значення або інші. У даній роботі в якості початкових даних візьмемо дані із наукової роботи [5], в якій було розроблено меню на основі дієти № 4 для дівчини 13 років з вагою 47 кг, якій було поставлено діагноз «Перевтома». У діапазоні B20:E34 Таблиці 5 введемо формули (5) для розрахунку добової кількості КБЖВ. Комірка E34 містить цільову функцію (6).

Таблиця 5

Початковий стан розрахункової таблиці задачі оптимізації

№ рядка таблиці	A	B	C	D	E	F
1	2	3	4	5	6	7
18	Формули для розрахунку					
19	Продукти	Білки, г	Жири, г	Вуглеводи, г	Ккал	Дієта, г
20	Яйце куряче	=F20/100*B3	=F20/100*C3	=F20/100*D3	=F20/100*E3	12
21	Олія	=F21/100*B4	=F21/100*C4	=F21/100*D4	=F21/100*E4	5
22	Картопля	=F22/100*B5	=F22/100*C5	=F22/100*D5	=F22/100*E5	217
23	Пряники	=F23/100*B6	=F23/100*C6	=F23/100*D6	=F23/100*E6	150
24	Масло	=F24/100*B7	=F24/100*C7	=F24/100*D7	=F24/100*E7	42
25	Житній хліб	=F25/100*B8	=F25/100*C8	=F25/100*D8	=F25/100*E8	100
26	Крупи (гречана)	=F26/100*B9	=F26/100*C9	=F26/100*D9	=F26/100*E9	76
27	Молоко	=F27/100*B10	=F27/100*C10	=F27/100*D10	=F27/100*E10	321
28	Овочі свіжі (капуста цвітна)	=F28/100*B11	=F28/100*C11	=F28/100*D11	=F28/100*E11	500
29	Пшеничний хліб	=F29/100*B12	=F29/100*C12	=F29/100*D12	=F29/100*E12	200

Продовження таблиці 5

1	2	3	4	5	6	7
30	Риба минтай	=F30/100*B13	=F30/100*C13	=F30/100*D13	=F30/100*E13	150
31	Сир твердий	=F31/100*B14	=F31/100*C14	=F31/100*D14	=F31/100*E14	10
32	Фрукти (апельсин)	=F32/100*B15	=F32/100*C15	=F32/100*D15	=F32/100*E15	50
33	Чай (зелений)	=F33/100*B16	=F33/100*C16	=F33/100*D16	=F33/100*E16	1
34	СУМА	=СУММ(B20:B33)	=СУММ(C20:C33)	=СУММ(D20:D33)	=СУММ(E20:E33)	

У діапазоні J2:J4 таблиці 6 введемо формули (7) математичної моделі.

Таблиця 6

Розрахункове значення БЖВ

№ рядка таблиці	Н	І	J	К
1		Мінімальне значення БЖВ	Розрахункове значення БЖВ	Максимальне значення БЖВ
2	Білки, г	65	=B34	114
3	Жири, г	36	=C34	51
4	Вуглеводи, г	131	=D34	180
5	Калорії, ккал	1306		

Задачу оптимізації (6)–(7) буде розв'язано з допомогою вбудованого засобу «Пошук розв'язання» комп'ютерної програми MS Excel симплекс-методом або методом зведеного градієнта.

Для знаходження розв'язку  $y_i, i = \overline{1, n}, n = 14$  задачі оптимізації (6)–(7) застосуємо «Пошук розв'язку» наступним чином: підберемо значення F20:F33 так, щоб цільова комірка E34, в якій обчислюється добова сума калорій за формулою (6), досягла значення 1306. З цією метою у вікні програми «Пошук розв'язку» введемо необхідні параметри, як показано на рисунку 1.

За результатами виконаних у табличному процесорі дій отримаємо розв'язок задачі оптимізації збалансованого харчування з дефіцитом калорій (6)–(7), продемонстрований у таблиці 7.

Таблиця 7

Розв'язок задачі оптимізації збалансованого харчування

№ рядка таблиці	А	Б
	Продукти	Дієта, г
20	Яйце куряче	76
21	Олія соняшникова	0
22	Картопля	33
23	Кондитерські мучні вироби (пряники)	66
24	Масло	0
25	Житній хліб	76
26	Крупи (гречана)	37
27	Молоко	15
28	Овочі свіжі (капуста цвітна)	30
29	Пшеничний хліб	102
30	Риба минтай	176
31	Сир твердий	66
32	Фрукти (апельсин)	13
33	Чай (зелений)	4



Рис. 1. Параметри програми «Пошук розв'язання» для математичної задачі оптимізації

### Висновки

Розроблена математична модель дає можливість уточнювати класичні дієти відповідно до індивідуальних параметрів людини, таких як вік, стать, вага, зріст, коефіцієнт фізичної активності. Розроблену модель планується доопрацювати так, щоб підбір харчових продуктів враховував не тільки КБЖВ, але і щоденну норму мікронутрієнтів (вітамінів) [5, 15].

### Список використаної літератури

1. World Health Statistics. THE GLOBAL HEALTH OBSERVATORY. URL: <https://www.who.int/data/gho/publications/world-health-statistics> (date of access: 18.03.2023).
2. Гриньова М., Коновал Н. Роль збалансованого харчування у забезпеченні здорового способу життя студентства. *Наукові записки Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка. Серія : Педагогічні науки.* 2014. № 131. С. 3–5.
3. Курбасов О.О. Математична модель збалансованого харчування. *Наукова молодь-2021: Збірник матеріалів ІХ Всеукраїнської науково-практичної конференції молодих вчених, м. Київ, 30 листоп. 2021 р. К., ІТЗН НАПН України 2021.* 276 с.
4. Кондрук Н.Е., Маляр М.М. Застосування багатокритеріальних моделей для задач збалансованого харчування. *Вісник Черкаського державного технологічного університету. Серія: технічні науки.* 2010. Вип. 1, № 1. С. 3-7.

5. Спосіб автоматизованого складання дієтичного харчування «Дієтолог»: Патент на корисну модель 64777 Україна. № u201100007; заявл. від 04.01.2011; опубл. 25.11.2011, Бюл. № 22. 4 с.
6. Gupta M., Bhattacharjee P. (2018). DANES: Diet and Nutrition Expert System for Meal Management and Nutrition Counseling.
7. Hong S. M., Cho J. Y., Lee J. H., Kim G., Kim M. C. (2008). NutriSonic web expert system for meal management and nutrition counseling with nutrient time-series analysis, e-food exchange and easy data transition. *Nutrition research and practice*, 2(2), 121–129. <https://doi.org/10.4162/nrp.2008.2.2.121>
8. Kovásznai G. (2011). Developing an expert system for diet recommendation. 2011 6th IEEE International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI), 505-509.
9. Lawal Maaruf, Garba Mariya. (2012). Design and Implementation of an Expert Diet Prescription System. 3. 126 - 134.
10. MD Mifflin, ST St Jeor, LA Hill, BJ Scott, SA Daugherty, YO Koh, A new predictive equation for resting energy expenditure in healthy individuals, *The American Journal of Clinical Nutrition*, Vol. 51, Issue 2, 1990, P. 241-247, <https://doi.org/10.1093/ajcn/51.2.241>.
11. Аністратенко Т.І. Гігієна харчування з основами нутриціології: підручник / за ред. проф. В.І. Ципріяна. К.: Медицина, 2007. 528 с.
12. Основи харчування: підручник / М.І. Кручаниця та ін. Ужгород : Говерла, 2019. 252 с.
13. Таблиці БЖВ і калорійності продуктів харчування на 100 грам. Фітнес Україна – Fitness UA. URL: <https://fitness.org.ua/tablici-bjy-i-kaloriinosti-prodyktiv-harchyvannia-na-100-gra/> (дата звернення: 18.03.2023).
14. Ріппа С.П., Погорєловська І.Д., Редич О.В. Теоретико-методологічні основи комп'ютерних баз знань в економіці: монографія. / за ред. С.П. Ріппи. Ірпінь: УДФСУ, 2021. 170 с.
15. Ратушняк Т.В. Вишемірська Я.С., Шостак А.С. Математична формалізація методу Міффліна-Сан Жеора. Проблеми впровадження інформаційних технологій в економіці країн V-4: Матеріали X Міжнародної науково-практичної конференції, м. Ірпінь 16-17 травня 2019 року: Ірпінь: УДФСУ. 2019. С. 105-106.

### References

1. World Health Statistics. THE GLOBAL HEALTH OBSERVATORY. URL: <https://www.who.int/data/gho/publications/world-health-statistics> (date of access: 18.03.2023).
2. Hrynova, M., & Konoval, N. (2014). Rol zbalansovanoho kharchuvannia u zabezpechenni zdorovoho sposobu zhyttia studentstva. *Naukovi zapysky Kirovohradskoho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu imeni Volodymyra Vynnychenka*. Seriiia : Pedahohichni nauky. **131**, 3–5.
3. Kurbasov, O.O. (2021). Matematychna model zbalansovanoho kharchuvannia. *Naukova molod-2021: Zbirnyk materialiv IKh Vseukrainskoi naukovo-praktychnoi konferentsii molodykh vchenykh*, m. Kyiv, 30 lystop. 2021 r. K., IITZN NAPN Ukrainy.
4. Kondruk, N.E., & Maliar, M.M. (2010). Zastosuvannia bahatokryterialnykh modelei dlia zadach zbalansovanoho kharchuvannia. *Visnyk Cherkaskoho derzhavnoho tekhnolohichnoho universytetu*. Seriiia: tekhnichni nauky. **1** (1), 3-7.
5. Sposib avtomatyzovanoho skladannia diietychnoho kharchuvannia «Diietoloh»: Patent na korysnu model 64777 Ukraina. № u201100007; zaiavl. vid 04.01.2011; opubl. 25.11.2011, Biul. № 22. 4 s.
6. Gupta, M., & Bhattacharjee, P. (2018). DANES: Diet and Nutrition Expert System for Meal Management and Nutrition Counseling.
7. Hong, S. M., Cho, J. Y., Lee, J. H., Kim, G., & Kim, M. C. (2008). NutriSonic web expert system for meal management and nutrition counseling with nutrient time-series analysis, e-food

- exchange and easy data transition. *Nutrition research and practice*, 2(2), 121–129. <https://doi.org/10.4162/nrp.2008.2.2.121>
8. Kovászna, G. (2011). Developing an expert system for diet recommendation. 2011 6th IEEE International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI), 505-509.
  9. Lawal, Maaruf & Garba, Mariya. (2012). Design and Implementation of an Expert Diet Prescription System. 3, 126 - 134.
  10. MD Mifflin, ST St Jeor, LA Hill, BJ Scott, SA Daugherty, & YO Koh. (1990). A new predictive equation for resting energy expenditure in healthy individuals. *The American Journal of Clinical Nutrition*, 51 (2), 241-247, <https://doi.org/10.1093/ajcn/51.2.241>.
  11. Anistratenko, T.I. (2007). Hihiena kharchuvannia z osnovamy nutrytsiologii: pidruchnyk / za red. prof. B.I. Tsypriana. K.: Medytsyna.
  12. Osnovy kharchuvannia: pidruchnyk / M.I. Kruchanytsia ta in. Uzhhorod : Hoverla, 2019.
  13. Tablytsi BZhV i kaloriinosti produktiv kharchuvannia na 100 hram. Fitnes Ukraina – Fitness UA. URL: <https://fitness.org.ua/tablici-bjy-i-kaloriinosti-prodyktiv-harchyvannia-na-100-gra/> (data zvernennia: 18.03.2023).
  14. Rippa, S.P., Pohorielovska, I.D., & Redych, O.V. (2021). Teoretyko-metodolohichni osnovy kompiuternykh baz znan v ekonomitsi: monohrafiia. / za red. S.P. Rippy. Irpin: UDFSU.
  15. Ratushniak, T.V. Vyshemirska, Ya.S., & Shostak, A.S. (2019). Matematychna formalizatsiia metodu Mifflina-San Zheora. Problemy vprovadzhennia informatsiinykh tekhnologii v ekonomitsi krain V-4: Materialy Kh Mizhnarodnoi naukovy-praktychnoi konferentsii, m. Irpin 16-17 travnia 2019 roku: Irpin: UDFSU. 105-106.

Ратушняк Тетяна Володимирівна – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри комп’ютерних та інформаційних технологій і систем Державного податкового університету (м. Ірпін), e-mail: [ratush\\_tanya@ukr.net](mailto:ratush_tanya@ukr.net), ORCID: 0000-0002-9353-4268.

Гладченко Оксана Вікторівна – к.пед.н., доцент, доцент кафедри комп’ютерних та інформаційних технологій і систем Державного податкового університету (м. Ірпін), e-mail: [gov\\_2016-2017ns@ukr.net](mailto:gov_2016-2017ns@ukr.net), ORCID: 0000-0002-1668-633X.

Омельчук Антон Анатолійович – к.т.н., провідний фахівець кафедри комп’ютерних та інформаційних технологій і систем Державного податкового університету (м. Ірпін), e-mail: [tareon@ukr.net](mailto:tareon@ukr.net), ORCID: 0000-0001-6318-7464.

Вишемірська Ярослава Сергіївна – старший викладач кафедри автоматизованого управління технологічними процесами. Таврійський національний університет імені В.І. Вернадського, e-mail: [vishemirskaya@gmail.com](mailto:vishemirskaya@gmail.com).

А.В. СОХАЦЬКИЙ

Інститут транспортних систем та технологій НАН України  
Університет митної справи та фінансів

М.С. АРСЕНЮК

Інститут транспортних систем та технологій НАН України

## ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОБТІКАННЯ МОДЕЛІ ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ ТИПУ AHMED CAR

*Реальні течії навколо транспортних апаратів є турбулентними. Розрахунок таких течій залишається однією з найбільш складних проблем. На сьогодні в обчислювальній аеродинаміці відсутні універсальні математичні моделі турбулентності. Надійне передбачення характеристик турбулентних потоків належить до винятково важливої наукової проблеми і пов'язане зі складністю та недостатнім вивченням турбулентності як фізичного явища. Розглядається задача математичного моделювання аеродинаміки наземного транспортного засобу. Метою роботи є побудова математичної моделі, числового методу, алгоритму розв'язування задачі та створення програмного забезпечення для дослідження аеродинамічних характеристик наземного транспортного засобу типу погано обтічного тіла. Для опису течії навколо транспортного засобу використано осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є-Стокса. Для замикання осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса застосовано двопараметричну модель турбулентності SST Ментера. Модель SST за якістю перевершує ряд інших моделей турбулентності, але за обчислювальною простотою і витратами поступаєтья моделям з одним рівнянням. Розроблено методику, алгоритм розв'язування задачі та програмне забезпечення. Для числового інтегрування системи диференціальних рівнянь використано скінченно-об'ємний метод. Задача розв'язувалася в багатоблочній постановці. Проведено тестування розробленої методики на стандартних задачах аеродинаміки.*

*Проведено числове моделювання обтікання моделі наземного транспортного засобу типу Ahmed Car. Всі розрахунки проводилися для числа Рейнольдса  $Re=1,5 \cdot 10^6$ . Досліджено вплив кута нахилу кормової частини моделі транспортного засобу на характер течії. Проведені дослідження показали, що величина куту нахилу кормової частини істотно змінює його аеродинамічні характеристики. Подальший аналіз теоретичних та практичних досліджень показує, що аеродинамічні характеристики мають значний вплив на динаміку руху наземного транспортного засобу. Таким чином, для забезпечення потрібних параметрів динаміки руху швидкісного наземного транспортного засобу необхідно враховувати його аеродинамічні характеристики.*

*Ключові слова: аеродинаміка транспортних апаратів, числове моделювання, рівняння Нав'є-Стокса, моделі турбулентності.*

A.V. SOKHATSKY

Institute of transport systems and technologies of National academy of sciences of Ukraine  
University of customs and finances

M.S. ARSENIUK

Institute of transport systems and technologies of National academy of sciences of Ukraine

## NUMERICAL SIMULATION OF THE FLOW AROUND THE HULL OF AN AHMED CAR TYPE VEHICLE

*Real currents around transport vehicles are turbulent. Calculation of such currents remains one of the most difficult problems. Today, there are no universal mathematical models of turbulence in computational aerodynamics. Reliable prediction of the characteristics of turbulent flows, refers to an extremely important scientific problem and is associated with the complexity and lack of study of turbulence as a physical phenomenon. The task of mathematical modeling of the aerodynamics of a ground vehicle is considered. The objective is to build a mathematical model, numerical method, solution algorithm and software to study the aerodynamic characteristics of a land vehicle of a poorly streamlined body type. The Reynolds averaged Navier-Stokes equations are used to describe the flow around the vehicle. To close the Reynolds averaged Navier-Stokes equations, the two-parameter SST Menter turbulence model is used. The SST model is superior to a number of other turbulence models, but in terms of computational simplicity and cost, it is inferior to single-equation models. A methodology, solution algorithm, and software have been developed. The finite-volume method was used for numerical integration of the system of differential equations. The problem was solved in multiblock formulation. The developed method was tested on standard problems of aerodynamics.*

*A numerical simulation of the flow around the Ahmed Car ground vehicle model has been performed. All calculations were performed for Reynolds number  $Re=1.5 \cdot 10^6$ . The influence of the inclination angle of the stern part of*

*the vehicle model on the flow pattern was investigated. The studies have shown that the value of the angle of inclination of the stern significantly changes its aerodynamic characteristics. Further analysis of theoretical and practical research shows that the aerodynamic characteristics have a significant impact on the dynamics of ground vehicle movement. Thus, it is necessary to take into account the aerodynamic characteristics of a high-speed land vehicle in order to provide the necessary motion dynamics parameters.*

*Keywords: aerodynamics of vehicles, numerical modeling, Navier-Stokes equation, turbulence models.*

### **Постановка проблеми**

Сучасні потреби суспільства в перевезенні пасажирів та вантажів вимагають створення ефективних автомобільних транспортних засобів. Високі швидкості руху призводять до значного зростання опору руху, що збільшує витрати палива. Так, збільшення швидкості автомобіля в два рази потребує збільшення потужності у вісім разів. Окрім цього, аеродинамічні процеси навколо швидкісних транспортних апаратів є одним із основних факторів, що істотно впливають на динаміку руху. Застосування фізичного моделювання динаміки руху наземних транспортних засобів в цілому ряді випадків є малоприматним. Це пов'язано з необхідністю адекватного відображення фізичних процесів.

### **Аналіз останніх досліджень і публікацій**

На сьогодні найбільш досконалі математичні моделі аеродинаміки побудовані на фізичних властивостях в'язкого стисливого газу та базуються на рівняннях Нав'є-Стокса [1, 2, 3]. Правомірність їх використання підтверджується багаточисельними дослідженнями. Складності додає той факт, що реальні течії є турбулентними. Розрахунок турбулентних течій і на теперішній час залишається однією з найбільш складних проблем, а надійне передбачення характеристик турбулентних потоків, що представляють практичний інтерес, як і раніше, є швидше виключенням, ніж правилом, що пояснюється винятковою складністю турбулентності як фізичного явища [1-5].

Проте, не дивлячись на величезний прогрес обчислювальної техніки, досягнутий в останні десятиліття, її можливості все ще далеко не достатні для розв'язування цих рівнянь. Вважається, що для високих чисел Рейнольдса, які представляють практичний інтерес, навіть за найоптимістичнішими прогнозами проблеми моделювання турбулентності залишатимуться такими принаймні аж до кінця ХХІ століття [1, 2].

Таким чином, математичне моделювання турбулентних течій і на сьогодні залишається виключно актуальною проблемою, хоча і спостерігається швидкий розвиток теоретичної та обчислювальної аеродинаміки.

У роботі викладено особливості математичного моделювання аеродинаміки транспортних апаратів на основі моделей в'язкої рідини з використанням осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса.

### **Мета дослідження**

Течія навколо швидкісного транспортного засобу є турбулентною. Математична модель для розрахунку аеродинамічних характеристик повинна враховувати цілий ряд особливостей фізичних процесів. Метою роботи є побудова математичної моделі, числового методу, алгоритму розв'язування задачі та розробка програмного забезпечення для дослідження аеродинамічних процесів турбулентних течій навколо наземних швидкісних транспортних засобів з використанням персональних комп'ютерів.

### **Викладення основного матеріалу дослідження**

Математична модель та методика розв'язування задачі

Для розв'язування задачі з розрахунку характеристик течії навколо наземного транспортного засобу обрано модель течії в'язкого стисливого газу, що описується осередненими за

Рейнольдсом рівняннями Нав'є-Стокса. Розрахункова область навколо транспортного апарата є складною, тому доцільно використовувати багатоблоковий підхід та криволінійну систему координат. Система рівнянь Нав'є-Стокса, осереднена за Рейнольдсом для довільної криволінійної системи координат, запишеться так:

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial(\hat{E} - \hat{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \zeta} = \hat{H}, \quad (1)$$

де  $\hat{Q}$  – вектор невідомих змінних;  $\hat{E}, \hat{F}, \hat{G}$  – вектори нев'язких потоків;

$$\hat{E}_v = \xi_x E_v + \xi_y F_v + \xi_z G_v, \quad \hat{F}_v = \eta_x E_v + \eta_y F_v + \eta_z G_v, \quad \hat{G}_v = \zeta_x E_v + \zeta_y F_v + \zeta_z G_v -$$

вектори в'язких потоків;  $\hat{H} = 1/j H$  – вектор джерельних членів.

Вектори  $\hat{Q}, \hat{E}, \hat{F}, \hat{G}, E_v, F_v, G_v$  визначаються наступними співвідношеннями:

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E_t \end{bmatrix}, \quad \hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U u + \xi_x p \\ \rho U v + \xi_y p \\ \rho U w + \xi_z p \\ (E_t + p)U - \xi_i p \end{bmatrix}, \quad \hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ \rho w V + \eta_z p \\ (E_t + p)V - \eta_i p \end{bmatrix}, \quad \hat{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho u W + \zeta_x p \\ \rho v W + \zeta_y p \\ \rho w W + \zeta_z p \\ (E_t + p)W - \zeta_i p \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$E_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} - q_x \end{bmatrix}, \quad F_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_y \end{bmatrix}, \quad G_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} - q_z \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де  $\xi_x, \xi_y, \xi_z, \eta_x, \eta_y, \eta_z, \zeta_x, \zeta_y, \zeta_z$  – метричні коефіцієнти,

$J = \alpha(\xi, \eta, \zeta) / \partial(x, y, z)$  – якобіан перетворення координат,

$\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  – компоненти тензора напружень,

$q_x, q_y, q_z$  – компоненти вектора теплових потоків,

$$E_t = \rho \left[ e + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \right].$$

В системі рівнянь (1) n-компонентні вектори  $\hat{Q}, \hat{E}_i, \hat{F}_i, \hat{G}_i, \hat{E}_v, \hat{F}_v, \hat{G}_v$  мають відповідний вигляд в залежності від моделі турбулентності.

Для замикання системи рівнянь (1) використано модель турбулентності SST (Shear Stress Transport) Ментера [4]. В загальному вигляді ця система рівнянь запишеться:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i k)}{\partial x_i} &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_k - Y_k, \\ \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i \omega)}{\partial x_i} &= \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $G_\omega$  – генерація дисипації кінетичної турбулентності  $\omega$  на одиницю  $k$ ;  $Y_k$  – дисипація кінетичної енергії турбулентності;  $Y_\omega$  – дисипація кінетичної турбулентності  $\omega$ ;  $\Gamma_k = \mu + \mu_t / \sigma_k$ ;  $\Gamma_\omega = \mu + \mu_t / \sigma_\omega$ ;  $D_\omega$  – перехресний дифузійний член.

Модель турбулентності SST є комбінацією  $k-\varepsilon$  і  $k-\omega$  моделей турбулентності. Для розрахунку течії у вільному потоці використовуються рівняння  $k-\varepsilon$  моделі, а в області поблизу стінок – рівняння  $k-\omega$  моделі. Вимоги до щільності сітки тут ті ж, що і у  $k-\omega$  моделі і низькорейнольдсової  $k-\varepsilon$  моделі. Ця модель турбулентності позбавлена ряду недоліків початкових  $k-\varepsilon$  і  $k-\omega$  моделей. Вважається, що модель SST за якістю перевершує ряд інших моделей турбулентності. Проте за обчислювальною простотою і витратам вона поступається моделям з одним рівнянням [1-5].

**Числовий метод.** Для числового розв’язування системи рівнянь (3) використано метод контрольного об’єму. Основні засади методу контрольного об’єму (МКО) полягають в тому, що розглядаються класичні рівняння балансу деякої величини  $Q$  в контрольному об’ємі  $\Omega$ , обмеженому поверхнею  $S = \sum S_k$  з зовнішньою нормаллю  $\vec{n}$ . Інтегруючи рівняння (1) по контрольному об’єму  $\Delta\Omega$  отримаємо

$$\iiint_{\Delta V} \left[ \frac{\partial \hat{Q}}{\partial \alpha} + \frac{\partial (\hat{E} - \hat{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial (\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \zeta} - H \right] d\Omega = 0. \quad (5)$$

Застосовуючи до рівняння (5) теореми про середнє і Остроградського-Гаусса, отримаємо:

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} = -\frac{1}{\Delta\Omega} \iint_S \left[ (\hat{E} - \hat{E}_v)_x n_x + (\hat{F} - \hat{F}_v)_y n_y + (\hat{G} - \hat{G}_v)_z n_z \right] dS + \tilde{H}, \quad (6)$$

де  $S$  – поверхня навколо контрольного об’єму  $\Delta\Omega$ ;  $\vec{n}$  – вектор зовнішньої нормалі до поверхні  $S$ . Верхній знак  $[\sim]$  означає середнє значення шуканої функції за об’ємом:

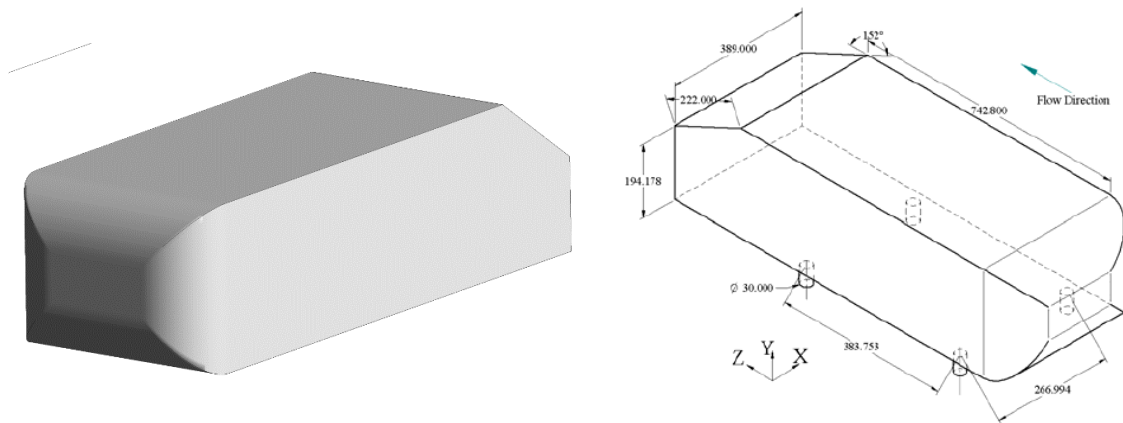
$$\tilde{f} = \frac{1}{\Delta\Omega} \iiint_{\Delta V} f d\Omega \quad (7)$$

Отримана система алгебраїчних рівнянь розв’язувалася методом Гаусса-Зейделя. Розроблена методика, алгоритми та програмне забезпечення тестувалося на ряді стандартних задач: обтіканні поперечно розміщеного колового циліндра та кулі. Проведене тестування показало придатність розробленої методики, алгоритмів та програмного забезпечення.

У зв’язку з обмеженими обсягом оперативної пам’яті та характеристиками процесора обчислювальний експеримент для дослідження аеродинаміки реальної компоновки транспортних засобів є неможливим.

Для полегшення моделювання конкретної геометрії її доводиться спрощувати. Так, завдяки експериментальним роботам Ahmed S.R. [6], з’явилася універсальна спрощена модель погано обтічного транспортного засобу, яку використовують дослідники всього світу в числовому моделюванні та розв’язуванні прикладних задач аеродинаміки наземних транспортних засобів, в тім числі автомобілів [6].

Для проведення обчислювального експерименту була обрана модель транспортного засобу Ahmed Car [6]. Вона представляє собою спрощену геометрією погано обтічного транспортного засобу – шестигранну призму із заокругленою передньою частиною та скосом верхньої частини корми з можливістю зміни кута нахилу (рис. 1). Модель корпусу автомобіля розміщується на невеликій відстані від шляхової структури, яка імітує дорожнє полотно. В експериментальних дослідженнях, що викладені в роботі [6], швидкість потоку, що натікав на модель транспортного засобу, дорівнювала 60 м/с, а число Рейнольдса становило  $1.5 \times 10^6$ , розраховане за довжиною моделі. Геометрію моделі показано на рис. 1.

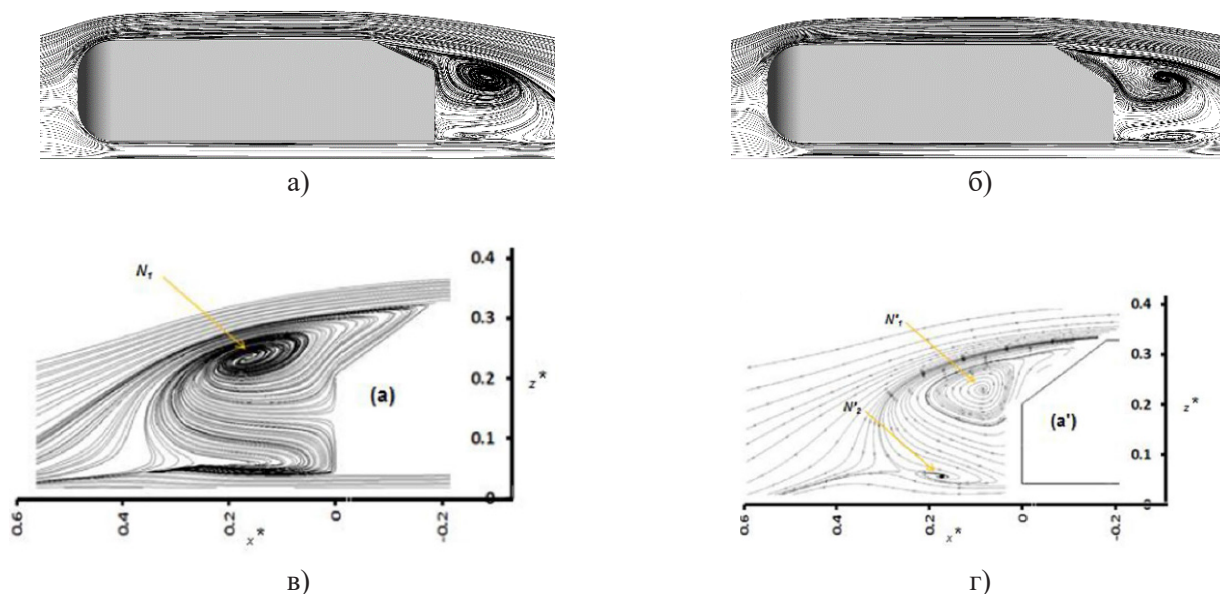


а) загальний вигляд моделі  
 б) схема геометрії моделі  
**Рис. 1. Загальний вигляд моделі транспортного засобу типу Ahmed Car**

На рис. 2(а, б). показано лінії течії в площині симетрії моделі корпусу транспортного засобу Ahmed Car, отримані в результаті числового моделювання для кутів скосу кормової часті 25° та 35°.

Для оцінки достовірності обчислювального експерименту на рис. 2(в, г) викладено результати, що отримані у роботах [7, 8]. Видно задовільне співпадіння ліній течії та утворення відривного вихору. При збільшенні куту нахилу кормової частини в сліді поблизу шляхової структури більш інтенсивно формується вторинний вихор, що спричиняє певне зростання лобового опору.

На рис. 3(а, б). показано розподіл усереднених векторів швидкості та ізоліній модуля швидкості в площині перерізу сліду за кормовою частиною моделі корпусу транспортного засобу Ahmed Car. Результати числового моделювання отримані для кутів скосу кормової часті 25° та 35°.



**Рис. 2. Лінії течії в площині симетрії моделі корпусу автомобіля Ahmed Car**  
 а – з кутом скосу 25оі, отриманого в даній роботі,  
 б – з кутом скосу 35о, отриманого в даній роботі,  
 в – з кутом скосу 25о, отриманого в роботі [7],  
 г – з кутом скосу 35о, отриманого в роботі [8]



На рис. 3(в, г) показано результати, що отримані у роботах [9], [8]. Видно задовільне співпадіння ліній течії та процес утворення поздовжніх вихорових структур.

При збільшенні куту нахилу кормової частини поблизу шляхової структури більш інтенсивно формується вихорові структури, що спричиняє зміну аеродинамічних характеристик.

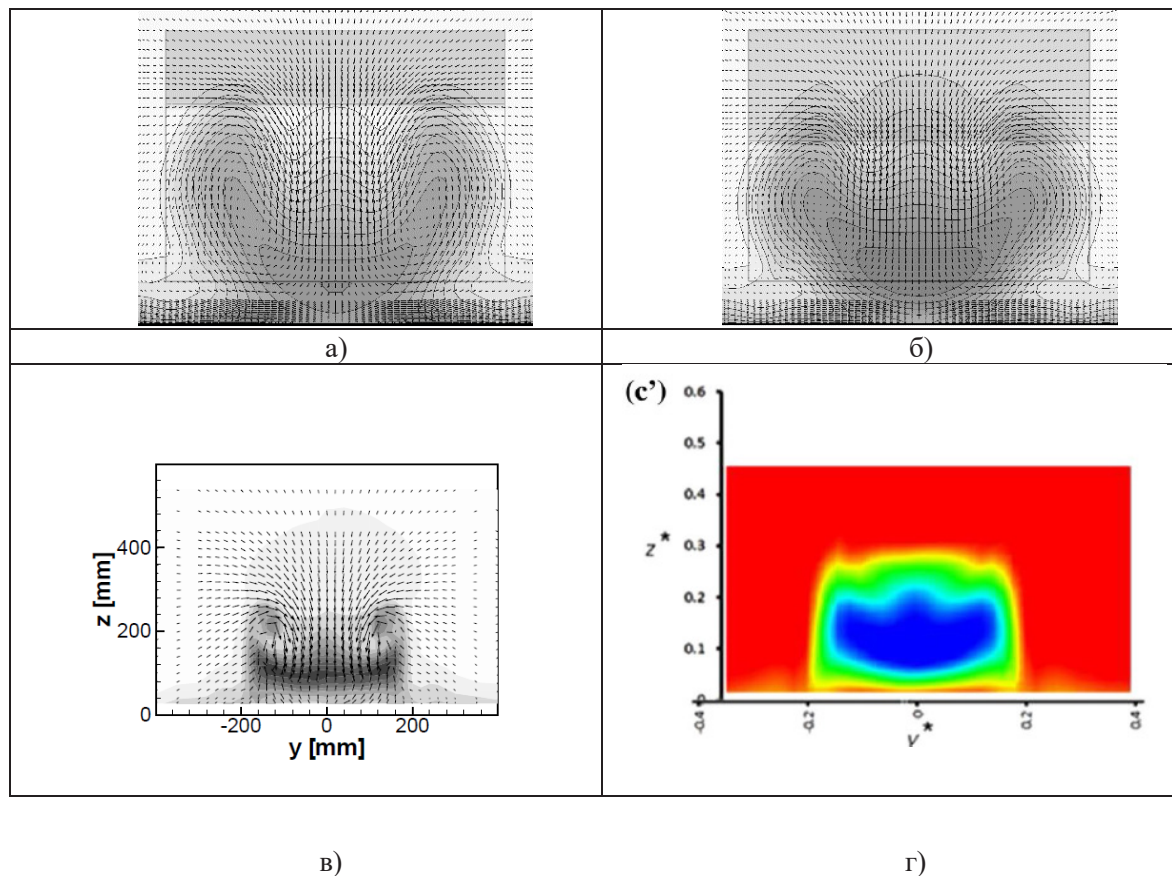


Рис. 3. Розподіл усереднених векторів швидкості та ізолінії модуля швидкості в сліді за корпусом Ahmed Car з цієї роботи для 25° (а), 35° (б) і з роботи [9] (в) 25° і з роботи [8] 35° (г)

Розподіл коефіцієнта тиску  $C_p$  по поверхні корпусу Ahmed Car з кутом скосу 25° та з кутом скосу 35°, отриманого в даній роботі, показано на рис 4а, 4б відповідно.

За результатами числового моделювання визначено аеродинамічні характеристики моделі транспортного засобу типу Ahmed Car. Для кута заднього скосу 25° коефіцієнт лобового опору  $C_d = 0.255$ , а для кута заднього скосу 35° коефіцієнт  $C_d = 0.268$ . Для порівняння, у роботі [10] для кута заднього скосу 20°, коефіцієнт лобового опору  $C_d$  був 0.2619 та 0,2978 для кута заднього скосу 30°. За результатами експериментів Ahmed S.R. [6] отримав  $C_d = 0.28$  для 25° і понад 0.38 для 30°. Gilliéron P. [11] отримав значення 0.34 і понад 0.378 для 25° і 30° відповідно. Vanga S. [10] отримав значення коефіцієнта лобового опору близько 0.28 для 25° і 0.294 для 35°. Аналіз отриманих розрахункових результатів та даних робіт [6-11] показує, що в проведеному обчислювальному експерименті відтворюються усі відомі особливості структури потоку під час обтікання моделі корпусу типу Ahmed Car.

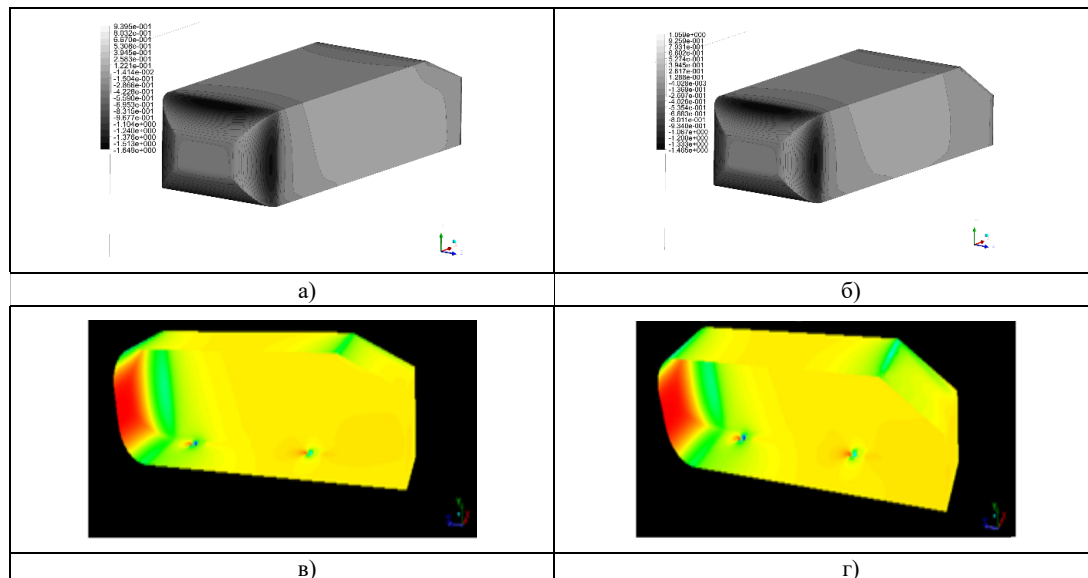


Рис. 4. Розподіл коефіцієнта тиску  $C_p$  по поверхні моделі корпусу Ahmed Car

- а – з кутом скосу  $25^\circ$ , отриманого в даній роботі,
- б – з кутом скосу  $35^\circ$ , отриманого в даній роботі,
- в – з кутом скосу  $20^\circ$ , отриманого в роботі [10],
- г – з кутом скосу  $30^\circ$ , отриманого в роботі [10]

### Висновки

Побудовано математичну модель та розроблено числову методику розв'язування задачі, алгоритми та програмне забезпечення моделювання течії в'язкого стисливого газу на основі розв'язування осереднених за Рейнольдом рівнянь Нав'є-Стокса. Проведено дослідження обтікання моделі транспортного засобу типу Ahmed Car та визначення його аеродинамічних характеристик. Аналіз теоретичних та практичних досліджень показує, що аеродинамічні характеристики мають основоположний вплив на експлуатаційні параметри швидкісних транспортних засобів. Таким чином, для забезпечення потрібних експлуатаційних параметрів швидкісного наземного транспортного засобу необхідно враховувати його аеродинамічні характеристики. В подальших дослідженнях потрібно розв'язувати зв'язану задачу динаміки та аеродинаміки транспортного засобу.

### Список використаної літератури

1. Волков К.Н, Емельянов В.Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. М.: Физматлит, 2008. 368с.
2. Гарбарук А. В., Стрелец М.Х., Травин А.К., Шур М.Л. Современные подходы к моделированию турбулентности. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2016. 234 с.
3. Сохацький А. В. Теоретичні основи створення аеродинамічних компонентів перспективних швидкісних транспортних апаратів: дис. доктора технічних наук: 05.07.01. Дніпропетровськ. 2010. 364 с.
4. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*. 1994. v. 32, N 8. P. 1598-1605.
5. Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equations turbulence model for aerodynamic flows. *AIAA paper*. 1992. Vol. 0439. 21p.
6. Ahmed S. R., Ramm G., Faltin G. Some Salient Features of the Time -Averaged Ground Vehicle Wake. *SAE Transactions*, Vol. 93, Section 2: 840222-840402 (1984), pp. 473-503.
7. Viswanathan H. Aerodynamic performance of several passive vortex generator configurations on an Ahmed body subjected to yaw angles. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. 2021. N: 131 43:131 pp. 1-2.

8. Lienhart, H., Becker, S., 2003. Flow and turbulence structure in the wake of a simplified car model. SAE Technical Paper 2003-1-0656.
9. Lienhart H., Stoots C., Becker S. Flow and Turbulence Structures in the Wake of a Simplified Car Model (Ahmed Model). *New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics III*. 2002. Vol. 12, p. 323–330.
10. Banga S., Zunaid Md., Ahmad N.A., Sharma S., Dungriyal R.S. CFD Simulation of Flow around External Vehicle: Ahmed Body. *Journal of Mechanical and Civil Engineering (IOSR-JMCE)* e-ISSN: 2015. Vol. 12, Ver. III. P. 87-94.
11. Gilliéron, P., Chometon, F. Modelling of stationary three-dimensional separated air flows around an Ahmed reference model. *Conference: ESAIM, Third International Workshop on Vortex*. Vol. 7. 1999. P. 173-182.

### References

1. Volkov, K.N, & Emelyanov, V.N. (2008). Modelirovanie krupnyih vihrey v raschetah turbulentnyih techeniy. M.: Fizmatlit.
2. Garbaruk, A. V., Strelets, M.H., Travin, A.K., & Shur, M.L. (2016). Sovremennyye podhody k modelirovaniyu turbulentnosti . SPb. Izd-vo Politehn. un-ta.
3. Sohatsky, A. V. (2010). Teoretichni osnovi stvorennya aerodinamichnih komponuvan perspektivnih shvidkisnih transportnih aparativ: dis. doktora tehnicnih nauk: 05.07.01. Dnipropetrovsk.
4. Menter, F.R. (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*. **32** (8), 1598-1605.
5. Spalart, P.R., & Allmaras, S.R. (1992). A one-equations turbulence model for aerodynamic flows. *AIAA paper*. **0439**, 21.
6. Ahmed, S. R., Ramm, G., & Faltin, G. (1984). Some Salient Features of the Time -Averaged Ground Vehicle Wake. *SAE Transactions*, **93**, Section 2: 840222—840402, 473-503.
7. Viswanathan, H. (2021). Aerodynamic performance of several passive vortex generator configurations on an Ahmed body subjected to yaw angles. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. **131** (43:131), 1-2.
8. Lienhart, H., & Becker, S. (2003). Flow and turbulence structure in the wake of a simplified car model. SAE Technical Paper. 2003-1-0656.
9. Lienhart, H., Stoots, C., & Becker, S. (2002). Flow and Turbulence Structures in the Wake of Simplified Car Model (Ahmed Model). *New Results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics III*. **12**, 323–330.
10. Banga, S., Zunaid, Md., Ahmad, N.A., Sharma, S., & Dungriyal, R.S. (2015). CFD Simulation of Flow around External Vehicle: Ahmed Body. *Journal of Mechanical and Civil Engineering (IOSR-JMCE)* : **12**, Ver. III, 87-94.
11. Gilliéron, P., & Chometon, F. (1999). Modelling of stationary three-dimensional separated air flows around an Ahmed reference model. *Conference: ESAIM, Third International Workshop on Vortex*. **7**, 173-182.

Сохацький Анатолій Валентинович – д.т.н., проф., професор кафедри транспортних систем та технологій Університету митної справи та фінансів, провідний науковий співробітник Інституту транспортних систем та технологій Національної академії наук України, e-mail: Sokhatsky\_anatoly@ukr.net, ORCID: 0000-0002-3593-6517

Арсенюк Михайло Сергійович – провідний інженер Інституту транспортних систем та технологій Національної академії наук України, e-mail: ars\_mix@ukr.net, ORCID: 0000-0002-7805-1372.

Н.К. ТИМОФІЄВА

Міжнародний науково-навчальний центр  
інформаційних технологій та систем НАН та МОН України**МОДЕЛЮВАННЯ ПРИРОДНИХ ПРОСТОРІВ  
З ВИКОРИСТАННЯМ КОМБІНАТОРИКИ**

*В природі спостерігають явища, пов'язані з комбінаторними числами, зокрема числами Фібоначчі. Ці числа проявляються під час утворення суцвіття деяких квітів, луски шишок, розміщенні листя дерев та інших рослин. Рукава галактик, спіраль пелюстків троянди, що розпустилася, утворюють логарифмічні спіралі.*

*Моделювання природних просторів із застосуванням комбінаторики, зокрема знакових комбінаторних просторів, дає змогу пояснити присутність комбінаторних чисел у природі. Ці простори утворюються завдяки генеруванню комбінаторних конфігурацій з елементів базової множини за певними правилами. Якщо підраховувати в комбінаторній множині кількість цих конфігурацій та з їхніх значень утворити скінченні послідовності, то останні утворюють арифметичний трикутник, через який проявляються числа Фібоначчі. Значення цих послідовностей, які геометрично подано через полярні координати, утворюють логарифмічні спіралі.*

*Впорядкування комбінаторних множин може бути як хаотичне, так і проведено за строгими правилами. Аналогічно генеруванню комбінаторних множин будують знакові комбінаторні простори, точками яких є комбінаторні конфігурації. Вони існують у двох станах: згорнутому (спокої) та розгорнутому (динаміці). Згорнутий задається знаком, який містить всі властивості розгорнутих просторів. В нього входять базові множини, (одна або кілька), тип комбінаторної конфігурації та правила розгортання з елементів базової множини точок розгорнутого простору. Знакові комбінаторні простори мають властивість згортатися. Описані в літературі комбінаторні простори є розгорнутими знаковими.*

*Подібне спостерігаємо в живій природі. Насінину чи клітину розглянемо як згорнутий біологічний простір, який задамо інформаційним знаком. Під дією певних чинників (для рослин – це тепло, волога і земля) утворюється живий об'єкт – розгорнутий простір, який має здатність до згортання з біологічних просторів різних типів. Утворення мовленнєвого простору проводиться з елементів мовленнєвого тракту, які утворюють базову множини. Тобто, для оговорених просторів властиві аксіоми знакових комбінаторних, які також існують у спокої та динаміці. Точкою цих просторів є такі комбінаторні конфігурації, як вибірки різних типів. Аналогічно можна подати інші природні простори: інформаційний, фізичний тощо.*

*Ключові слова: знакові комбінаторні простори, комбінаторна конфігурація, природні простори, рекурентний комбінаторний оператор, базові множини, комбінаторна множина.*

N.K. TYMOFIJEVA

International Scientific Training Center  
for Information Technologies and Systems**MODELING OF NATURAL SPACES USING COMBINATORICS**

*Phenomena associated with combinatorial numbers, in particular Fibonacci numbers, are observed in nature. These numbers are manifested during the formation of the inflorescence of some flowers, the scales of cones, the placement of the leaves of trees and other plants. The arms of the galaxies, the spiral of rose petals that have blossomed, form a logarithmic spiral. Modeling natural spaces using combinatorics, in particular sign combinatorial spaces, makes it possible to explain the presence of combinatorial numbers in nature. These spaces are formed due to the generation of combinatorial configurations from the elements of the basic set according to certain rules. If you count the number of these configurations in the combinatorial set and form finite sequences from their values, then the latter form an arithmetic triangle through which the Fibonacci numbers appear. The values of these sequences, which are geometrically presented through polar coordinates, form logarithmic spirals.*

*The ordering of combinatorial sets can be both chaotic and carried out according to strict rules. Similar to the generation of combinatorial sets, sign combinatorial spaces are constructed, the points of which are combinatorial configurations. They exist in two states: collapsed (at rest) and unfolded (dynamics). Collapsed is given by a sign that contains all the properties of expanded spaces. It is given by the base set, (one or several), its type and the rules of deployment from the elements of the base set of points of the deployed space. Sign combinatorial spaces have the property of convolve. The combinatorial spaces described in the literature are deployed sign spaces.*

*We observe the same in living nature. Consider a seed or a cell as a collapsed biological space, which will be defined by an information sign. Under the action of certain factors (for plants, it is heat, moisture and earth), a living*

object is formed – an deployed space, which has the possibility to convolve from biological spaces of various types. The speech space is formed from the elements of the speech tract that form the basic set. That is, the specified spaces are characterized by the axioms of sign combinatorial spaces, which also exist in rest and dynamics. The point of these spaces are such combinatorial configurations as samples of different types. Similarly, other natural spaces can be submitted: informational, physical, etc.

Key words: signed combinatorial spaces, combinatorial configuration, natural spaces, recurrent combinatorial operator, basis sets, combinatorial set.

### Постановка задачі

В біології існують явища, пов'язані з комбінаторними числами. При формуванні суцвіття деяких квітів, луски шишок, розміщенні листя дерев та інших рослин утворюються правильні спіралі, число рядів яких збігається з числами Фібоначчі. При рості раковин деяких видів молюсків утворюються логарифмічні спіралі. Використання знакових комбінаторних просторів дозволяє пояснити ці явища в природі.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій за темою

Досліджені в літературі комбінаторні простори, як правило, зводять до метричних, наприклад [1–5]. Деякі автори вважають, що точками комбінаторного простору є рекурсивні функції [6–7]. В літературі описано евклідові комбінаторні простори [8]. Метричні комбінаторні простори розглядають і як простори впорядкування [2]. Їх описують заданою множиною  $W$ , точками яких є комбінаторні конфігурації певного типу між якими уведено віддаль  $r(x, y)$ ,  $x, y \in W$ , яка задовольняє трьом аксіомам метричного простору: 1)  $r(x, y) = 0$  тоді і лише тоді, коли  $x = y$ ; 2)  $r(x, y) = r(y, x)$  (аксіома симетрії); 3) для будь-яких трьох елементів  $x, y$  та  $z$   $r(x, y) \leq r(x, z) + r(z, y)$  (аксіома трикутника).

Але характерною особливістю комбінаторних просторів є не просто існування заданої множини точок комбінаторного характеру, між якими уведено віддаль, а утворення їх із елементів однієї або кількох базових множин з використанням певної системи правил. Для задання комбінаторного простору достатньо увести одну або кілька базових множин, із елементів яких формуються його точки, тип комбінаторної конфігурації та систему правил, за допомогою яких він розгортається.

### Мега дослідження

Представлення природних просторів як знакових комбінаторних дозволяє пояснити деякі природні явища, що пов'язані з комбінаторними числами. Ці дослідження показують, що в природі проявляються властивості, характерні для комбінаторики.

### Комбінаторні конфігурації

Оскільки точками знакових комбінаторних просторів є комбінаторні конфігурації, розглянемо деякі їхні властивості. Під комбінаторною конфігурацією розуміємо будь-яку сукупність елементів, яка утворюється з усіх або з деяких елементів базової множини  $A = \{a_1, \dots, a_n\}$  [9]. Позначимо її впорядкованою множиною  $w^k = (w_1^k, \dots, w_n^k)$ ,  $\eta \in \{1, \dots, n\}$  – кількість елементів у  $w^k$ ,  $W = \{w^k\}_1^q$  – множина комбінаторних конфігурацій. Верхній індекс  $k$  ( $k \in \{1, \dots, q\}$ ) у  $w^k$  позначає порядковий номер  $w^k$  у  $W$ ,  $q$  – кількість  $w^k$  у  $W$ . Дві нетотожні комбінаторні конфігурації  $w^k$  і  $w^i$  назвемо ізоморфними, якщо  $\eta^k = \eta^i$ ,  $k \neq i$ . Підмножину  $W_\eta \subset W$  назвемо підмножиною ізоморфних комбінаторних конфігурацій, якщо її елементи – ізоморфні комбінаторні конфігурації. Рекурентним комбінаторним оператором назвемо сукупність правил, за допомогою яких з елементів базової множини  $A$  утворюється комбінаторна конфігурація  $w^k$ . Як показав аналіз цих множин, їх можна впорядкувати одними і тими самими процедурами, тобто існують закономірності їхнього генерування. Однією з таких властивостей є властивість періодичності, яка впливає з рекурентного способу утворення та впорядкування комбінаторних конфігурацій.

Генерування комбінаторних конфігурацій включає:

а) правила, за якими формуються комбінаторні конфігурації, тобто задаються рекурентні комбінаторні оператори;

б) правила, за якими упорядковуються комбінаторні об'єкти. Ці правила визначаються на основі аналізу структури певної множини.

З цього видно, що для утворення комбінаторної множин певного типу достатньо ввести базову множину елементів та правила, завдяки яким з елементів останньої формуються комбінаторні конфігурації.

### Аксіоми знакових комбінаторних просторів

Ураховуючи утворення та впорядкування комбінаторних конфігурацій, сформулюємо аксіоми, яким задовольняють знакові комбінаторні простори [10].

1. Знакові комбінаторні простори існують в двох станах: спокої (згорнутий) та динаміці (розгорнутий).

2. Згорнутий задається інформаційним знаком  $\mathfrak{R} = \langle A, T, P, \Xi \rangle$ , який містить властивості розгорнутого простору певного типу, де  $A$  – одна або кілька базових множин, з елементів  $a_i \in A_1 \subset A$ , яких утворюються розгорнуті комбінаторні простори,  $j \in \{1, \dots, n\}$ ,  $l \in \{1, \dots, \bar{q}\}$ ,  $\bar{q}$  – кількість базових множин;  $T$  – тип комбінаторного простору;  $P$  – система правил, за якою він розгортається (за строгими законами або хаотично);  $\Xi$  – правила згортання знакового комбінаторного простору.

3. Утворення із згорнутого розгорнутих комбінаторних просторів проводиться за рекурентними правилами. Точкою розгорнутого простору є комбінаторна конфігурація певного типу. Розгортанню комбінаторного простору характерна властивість періодичності, яка впливає з рекурентного способу утворення та впорядкування комбінаторних конфігурацій.

4. Згортання знакового комбінаторного простору певного типу проводиться з точок як одного так і кількох просторів. Згорнутий простір має властивості просторів, з яких він згорнувся.

Якщо правила розгортання ґрунтуються на строгих законах, то знаковий розгорнутий комбінаторний простір є структурований. Якщо правила розгортання простору не підпорядковано строгим законам, то розгорнутий простір утворюється безладно. Розгортанню комбінаторного простору характерна властивість періодичності, яка впливає з рекурентного способу утворення та впорядкування комбінаторних конфігурацій. Метричні, евклідові, рекурсивні простори – це розгорнуті знакові комбінаторні простори.

### Природні знакові комбінаторні простори

**Теорема 1.** Якщо для певних просторів справедливі аксіоми 1–4, то вони мають комбінаторну природу.

*Доведення* проводимо на основі емпіричних досліджень. Розглянемо *біологічні простори*. Як було оговорено вище, в біології існують явища, пов'язані з комбінаторними числами, зокрема числами Фібоначчі, послідовність яких має такий вигляд: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55,..... При рості раковин деяких видів молюсків утворюються логарифмічні спіралі. Рукава галактик, спіраль пелюстків троянди, що розпустилася, також утворюють логарифмічну спіраль, яку геометрично можна подати через «золотий прямокутник», в якого одна сторона довша в 1.618 разів («золоте» число або золотий перетин  $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \cong 1.6180339887$  складається з безкінечного ряду цифр, групи в яких не повторюються) [11].

Присутність золотого перетину в рослинах проявляється через числа Фібоначчі таким чином:  $1/1=1$ ;  $2/1=2$ ;  $3/2=1.5$ ;  $5/3=1.666$ ;  $8/5=1.6$ ;  $13/8=1.625$ ;  $21/13=1.615348$ . До сорокового числа результат збігається із золотим перетином  $\Phi = 1.6180339887$  [11].

При генеруванні множини розбиттів числа або множини розбиттів  $n$ -елементної множини на підмножини з використанням властивості періодичності одержані числові послідовності, які задають у них кількість комбінаторних конфігурацій, містять числа Фібоначчі.

Наприклад, для розбиття натурального числа для  $n = 7$  утворена скінченна послідовність, яка задає кількість розбиттів у їхній множині, має вигляд 1, 3, 4, 3, 2, 1, 1, де останні чотири цифри – числа Фібоначчі.

Виходячи з цього, насінину чи клітину розглянемо як згорнутий біологічний простір (інформаційний знак  $\mathfrak{R} = \langle A, T, P, \Xi \rangle$ ). Під дією певних чинників (для рослин – це тепло, волога і земля) утворюється живий об'єкт – розгорнутий простір, який має здатність до згортання.

Отже, згорнутий біологічний простір задається інформаційним знаком  $\mathfrak{R} = \langle A, T, P, \Xi \rangle$ , який містить базові множини та систему правил, за допомогою яких комбінацією елементів цих множин (азотисті основи, амінокислоти) розгортається живий організм – розгорнутий біологічний простір. Точкою знакового біологічного простору може бути розбиття числа, розбиття  $n$ -елементної множини на підмножини, сполучення без повторень. Ритмічні (пульсуючі) процеси в живій природі пов'язані з рекурентним способом утворення розгорнутих просторів. Знакові біологічні простори, як і комбінаторні, мають властивість із точок розгорнутого (одного або кількох однотипних) згортатися. Новий згорнутий простір має властивості тих просторів, з яких він утворений. Отже, для цих просторів виконуються аксіоми (1) – (4), тому вони мають комбінаторну природу.

Розглянемо знаковий інформаційний простір. Інформація перш за все пов'язана з функціонуванням людського мозку і перебуває в підсвідомості чи свідомості у вигляді образів, фрагментів мовлення тощо. Вважатимемо, що згорнутий інформаційний простір – це підсвідомість, елементи  $a_i$ , базових множин  $A_i \subset A$  – образи, фрагменти мовлення. Активізується підсвідомість мисленням – системою правил  $P$ , завдяки якій із елементів базових множин розгортається частково розгорнутий інформаційний простір – свідомість, що характеризується поняттями, думкою. Оскільки для формування думки необхідно вибирати елементи із базової множини, то точкою розгорнутого інформаційного простору є розміщення з повтореннями, що вказує на комбінаторну природу цього простору. Передача інформації (думки) проводиться розгорнутим інформаційним простором через мовленнєвий простір, завдяки жестам, рухам, за допомогою письма, графічних зображень тощо. Згортання інформаційного простору із розгорнутих мовленнєвих та різних звукових просторів проводиться слуховим апаратом, а образів – зоровим апаратом.

Отже, *інформаційний простір* існує в двох станах: спокої (згорнутий) та динаміці (розгорнутий). Згорнутий задається інформаційним знаком  $\mathfrak{R} = \langle A, T, P, \Xi \rangle$ .

Інформаційний простір, який існує поза межами людського організму та створений людиною, назвемо *штучним інформаційним простором*. Він також існує в двох станах: згорнутому та розгорнутому. Книги, рукописи, електронні бібліотеки – штучний згорнутий інформаційний простір. Для його розгортання необхідно знати певні правила (правила читання, доступу до електронних бібліотек тощо).

*Мовленнєвий простір* задається згорнутим, який містить базову множину (активні та пасивні органи творення мови), правила, за якими творяться звуки (частково розгорнутий мовленнєвий простір), та правила, за якими із звуків (комбінацією точок частково розгорнутого простору) твориться мовлення. Мовленнєвий розгорнутий простір, як і знаковий комбінаторний під дією певних чинників утворюється різноманітними комбінаціями активних та пасивних органів творення мови.

Під згорнутим мовленнєвим простором розуміємо інформаційний знак  $\mathfrak{R} = \langle A, T, P, \Xi \rangle$ , де  $A$  – базова множина, елементам  $a_j \in A$  якої відповідають органи мовленнєвого тракту,  $P$  – система правил, за допомогою яких комбінацією  $a_j \in A$  розгортається природний мовленнєвий простір,  $T$  – розміщення з повтореннями,  $\Xi$  – правила згортання мовленнєвого простору завдяки слуховому апарату.

Період основного тону мовленнєвого сигналу порівняємо з інтервалом нульового рангу комбінаторної множини; мінімальну кількість періодів основного тону, при якій відтворюється певний звук – з інтервалом  $\sigma$ -го рангу; відлік сигналу, з якого починається поточний період

основного тону – з обмежувальною комбінаторною конфігурацією. Точкою мовленнєвого простору є розміщення з повтореннями. Цим можна пояснити, чому вхідні дані в розпізнаванні мовлення мають нечітку структуру.

З цього випливає, що біологічні, інформаційні, мовленнєві простори, як і знакові комбінаторні, існують у двох станах: спокої та динаміці, та для них справедливі аксіоми 1 – 4. Отже, вони мають комбінаторну природу, що і доводить теорему 1.

*Знакові фізичні простори.* Існують роботи, в яких досліджуються різні виміри фізичного простору. Наприклад в [12] просторовість з комбінаторикою пов'язують через біноміальні коефіцієнти, які утворюють арифметичний трикутник ( трикутник Паскаля), який має такий вигляд для  $n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  :

					1					
					1		1			
				1	2	1				
		1	3	3	3	1				
	1	4	6	6	4	1				
1	5	10	10	4	5	1				

У [12] за допомогою біноміальних коефіцієнтів описано базові характеристики фізичного простору. Одновимірний описується послідовністю 1, 1, де перша одиниця – кількість початків координат, а друга – кількість базисних векторів. Двовимірний простір описується послідовністю 1, 2, 1, де перша одиниця – кількість початків координат, 2 – кількість координатних осей, третя одиниця – кількість площин. Тривимірний простір – світ, в якому ми перебуваємо – описується послідовністю 1, 3, 3, 1, де один початок координат, три координатних осі, три площини та один сформований ними простір. Виходячи з цього припущення, чотирьохвимірний простір описується послідовністю 1, 4, 6, 4, 1.

При розгортанні знакового комбінаторного простору з використанням властивості періодичності, точкою якого є сполучення без повторень або розбиття  $n$ -елементної множини на підмножини, одержані числові послідовності, які задають у них кількість комбінаторних конфігурацій, утворюють комбінаторні числа та являють собою біноміальні коефіцієнти, що утворюють арифметичний трикутник. Сформулюємо такі теореми.

**Теорема 2.** Значення послідовності, які задають кількість сполучень без повторень  $w$  у їхній множині  $W$ , що упорядкована з використанням рекурентно-періодичного методу генерування комбінаторних конфігурацій [9], утворюють арифметичний трикутник та є фігурними числами.

**Теорема 3.** Значення послідовностей, які задають кількість розбиттів  $n$ -елементної множини на підмножини у їхній підмножині  $W_n$  для  $\eta = 2$ , що упорядкована з використанням рекурентно-періодичного методу генерування комбінаторних конфігурацій [9], утворюють арифметичний трикутник та є фігурними числами.

*Доведення* теорем 1 – 2 наведено в [13].

Як описано в [13], одержані послідовності, суми членів яких задають кількість  $w$  у підмножинах  $W_n$ , утворюють арифметичний трикутник та є біноміальними коефіцієнтами, тобто для  $n = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$  відповідно маємо послідовності: 1; 1,1; 1,2,1, 1,3,3,1; 1,4,6,4,1; 1,5,10,10,5,1; ...

Можна зробити припущення, що фізичному простору властиві аксіоми знакових комбінаторних просторів, тобто він існує в двох станах: спокої та динаміці.

### Полярна система координат

Розглянемо, як утворюється логарифмічна спіраль із застосуванням полярних координат.

Полярна система координат задається променем, який називають нульовим або полярною віссю [14]. Точка, з якої виходить цей промінь називається початком координат або полюсом.



Будь-яка інша точка на площині визначається двома полярними координатами: радіальною (радіусом)  $\rho$  та кутовою  $\phi$ . Радіальна координата відповідає відстані від точки до початку координат. Кутова координата, що також зветься полярним кутом дорівнює куту між полярною віссю та напрямком на задану точку. Визначена таким чином радіальна координата може набувати значення від нуля до нескінченності, а кутова координата змінюється в межах від  $0^\circ$  до  $360^\circ$ . Радіан – це одиниця вимірювання площинних кутів в Міжнародній системі одиниць SI. Один радіан – це площинний кут, утворений двома радіусами, так, що довжина дуги між ними дорівнює радіусу кола і в градусах позначається як  $180\pi \approx 57.296^\circ$ .

Існують роботи, в яких елементи скінченних послідовностей чисел подано через полярні координати [15]. В [15] їхнє представлення на поверхні утворює арифметичну спіраль (або спіраль Архімеда). Ця спіраль являє собою криву, яку описує точка  $M$  під час її рівномірного руху із заданою швидкістю вздовж прямої, що рівномірно обертається у площині навколо однієї зі своїх точок. У полярних координатах її задають у вигляді:  $\rho = a \omega$ , де  $\omega$  – кутова швидкість.

Логарифмічна спіраль в полярних координатах задається як  $\rho = ae^{b\phi}$  або  $\phi = \frac{1}{b} \ln(\rho/a)$ , що пояснює назву логарифмічна, де  $\rho$  – віддаль від точки  $O$  до точки  $M$ ,  $\phi$  – кут повороту променя, який обертається навколо точки  $O$ , відрізок  $a$  називається кроком спіралі. зміщення точки  $M$  вздовж променя при повороті останнього на кут в один радіан.

Із теорем 2 – 3 випливає, що при розгортанні знакових комбінаторних просторів утворюються скінченні послідовності. Для елементів послідовності 1, 2, 3, 4, 5, 6,... визначимо полярні координати: для 1: (1,1), де перше число – відстань від початку координат до заданої точки, друге – кутова координата в радіанах; тобто дорівнює 1 радіан, для 2, 3, 4, 5, 6 відповідно координати: (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6). Якщо нанести точки з цими координатами на площину проти часової стрілки і з'єднати їх лінією, то отримаємо арифметичну спіраль (або спіраль Архімеда).

Розглянемо послідовності 1, 3, 6, 10, 15, 21, ...; та 1, 4, 10, 20, 35, 56,..., Задамо їх у полярних координатах: (1, 1), (3,2), (6,3), (10, 4), (15,5), (21, 6), відповідно (1, 1), (4,2), (10, 3), (20, 4), (35,5), (56, 6). Якщо побудувати криві на площині по годинниковій стрілці, то вони набувають форми, яка наближається до логарифмічної спіралі.

### Висновки

Представлення природних просторів як знакових комбінаторних дозволяє пояснити різні явища в природі, які пов'язані з комбінаторними числами та логарифмічними спіралями. При розгортанні цих просторів із згорнутого утворюються скінченні послідовності, суми членів яких задають кількість комбінаторних конфігурацій у підмножині ізоморфних комбінаторних конфігурацій, утворюють арифметичний трикутник (трикутник Паскаля). Із арифметичного трикутника утворюються числа Фібоначчі, відповідно і золоте число. Логарифмічна спіраль вписується в золотий прямокутник, а динаміка її формування передається завдяки утвореним в результаті розгортання знакових комбінаторних просторів скінченних послідовностей, елементи яких подано в полярних координатах.

### Список використаної літератури

1. Сергиенко И.В., Каспшицкая М.Ф. Модели и методы решения на ЭВМ комбинаторных задач оптимизации. Киев: Наук. думка, 1981. 281 с.
2. Бурдюк В.Я. Дискретное метрическое пространство. Днепропетровск, ДГУ, 1982. 99 с.
3. Bichara Alessandro. Ruled sets imbedden in a combinatorial space. *Atti Semin. Mat. e fis.* Univ. Modena. 1982. **31**, № 2. P. 213–218.
4. Golenko-Ginzburg Dvitri. Metrics in the permutation space. *Appl. Math. Lett.* 1991. **4**, № 2. P. 5–7.

5. Brown T.C. Affine and combinatorial binary-spaces. *J. Combin Theory*, 1985, A39, №1. P. 25–34.
6. Сосков И. Связь простой вычислимости с рекуррентностью в функциональных комбинаторных пространствах. *Мат. теория программирования*: Сб. науч. тр. Новосибирск, 1985. С. 4–11.
7. D. Skordev. Recursion theory on iterative combinatory spaces. *Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math. Astronom. Phys.* 1976. **24**, № 1. P. 23–31.
8. Стоян Ю.Г. Об одном отображении комбинаторных множеств в евклидово пространство. Харьков. 1982. 33 с. (Препринт АН УССР. Ин-т пробл. машиностроения; 173).
9. Тимофієва Н.К. Теоретико-числові методи розв'язання задач комбінаторної оптимізації. Автореф. дис... докт. техн. наук / Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України, Київ. – 2007. – 32 с.
10. Тимофієва Н.К. Знакові комбінаторні простори та штучний інтелект. *Штучний інтелект*. 2015. 1–2(67–68). С.180 – 189.
11. Фернандо Корбалан. Золотое сечение. Математический язык красоты. Мир математики: в 40 т. Т. 1. / Пер. с англ. М.: Де Агостини, 2014. 160 с.
12. Давидов І.В. Опис лінійних просторів за допомогою комбінаторних конфігурацій. *Комбінаторні конфігурації та їх застосування*: Матеріали тринадцятого Міжвузівського науково-практичного семінару (13-14 квітня 2012 р.). Кіровоград: Кіровогр. техн. ун-т. 2012. С. 45– 49.
13. Тимофієва Н.К. Знакові комбінаторні простори, скінченні послідовності та логарифмічні спіралі. *Системи керування та комп'ютери (USiM, Control systems & computers)*. 2022. № 1(297). С. 32–43. DOI <https://doi.org/10.15407/csc.2022.01.032>.
14. Вірченко Н. О., Ляшко І. І. Графіки елементарних та спеціальних функцій: Довідник. Київ: Наук. думка, 1996. 584 с.
15. Почему простые числа образуют спирали? <https://www.youtube.com/watch?v=DxntHp7-wbg> (дата звернення: 5.05.2021).

### References

1. Sergienko, I. V., & Kasphtitzkaja, M. F. (1981). Modeli i metodu reshenija na EVM kombinatornyx zadath optimizatsiji, Kiev: Nauk Dumka.
2. Burduk, V.Ja. (1982). Diskretnoje metritheskoje prostranstvo, DGU.
3. Bichara, Alessandro. (1982). Ruled sets imbedden in a combinatorial space. *Atti Semin. Mat. e fis. Univ. Modena*. **31** (2), 213–218.
4. Golenko-Ginzburg, Dvitri. (1991). Metrics in the permutation space. *Appl. Math. Lett.* **4** (2), 5–7.
5. Brown, T.C. (1985). Affine and combinatorial binary-spaces. *J. Combin Theory*. **A39** (1), 25–34.
6. Soskov, Y. (1985). Svijaz prostoi vychislivosti s rekurrentnostiju v funktsionalny[ kombinatornyx prostranstvax. *Mat. teoryia prohrammirovanija*: Sb. nauch.tr. – Novosibirsk, 4–11.
7. Skordev, D. (1976). Recursion theory on iterative combinatory spaces. *Bull. Acad. Polon. Sci., Sér. Sci. Math. Astronom. Phys.* **24** (1), 23–31.
8. Stojan, Ju.G. (1982). Ob odnom otobrajenii kombinatornyx mnojestv v evklidovo prostranstvo. Xarkov. (Preprint AN USSR. In-t probl. mashinostreija; 173).
9. Tymofieva, N.K. (2007). Teoretyko-chyslovi metody rozv'iazannia zadach kombinatornoji optymizatsii: avtoref. dys... dokt. texn. nauk: 01.05.02. Kyiv.
10. Tymofijeva, N.K. (2015). Znakovi kombinatorni prostory ta shtuchy'j intelekt. *Shtuchny'j intelekt*. **67–68** (1–2), 180 –189.
11. Fernando, Korbalan. (2014). Zolotoje sethenije. Matematitheski'j jazyk krasoty. Mir matematiki: v 40 t. T. 1. / Per. s angl. M.: De Agostini.
12. Davydov, I. V.(2012). Opys linijnyx prostoriv za dopomohoju kombinatornyx konfihuratsi'j. *Kombinatorni konfihuratsii ta jix zastosuvannja*: Materialy trynadtsjatoho Mizhvuzivskoho naukovopraktychnoho seminaru (13-14 kvitnja 2012 r.). Kirovohrad: Kirovohr. tekhn. un-t. 45–49.

13. Tymofijeva, N.K. (2022). Znakovi kombinatorni prostory, skinchenni poslidovnosti ta loharyfmichni spirali. *Systemy keruvannja ta kompjutery (USiM, Control systems & computers)*. **1** (297), 32–43. DOI <https://doi.org/10.15407/csc.2022.01.032>.
14. Virthenko, N. O., & Ljashko, I. I. (1996). *Grafiky elementarnyx ta spetsialnyx funkshi'j*: Dovidnyk. Kyjiv: Nauk. dumka.
15. Pothemu prostye thisla obrazujut spirali. <https://www.youtube.com/watch?v=DxntHp7-wbg> (data obrashenija: 5.05.2021).

Тимофієва Надія Костянтинівна – д-р техн. наук, ст. наук. співр., зав. відділом. Міжнародного науково-навчального центру інформаційних технологій та систем НАН та МОН України, Київ, e-mail: [Tymnad@gmail.com](mailto:Tymnad@gmail.com), ORCID: 0000-0002-0312-1153.

UDC 007+001

P.P. TROKHIMCHUCK, O.M. VILIHURSKYI, O.M. ZAMURUJEVA  
Lesya Ukrayinka Volyn' National University**SOME QUESTIONS OF SYNTHESIS IN CYBERNETICS AND COMPUTER SCIENCE**

*The problem of synthesis in computer sciences, including cybernetics, artificial intelligence and system analysis, is analyzed. Main methods of realization this problem are discussed. Ways of search universal method of creation universal synthetic science are represented. As example of such universal method polymetric analysis is given. A short classification method of synthesis is represented. Main methods of synthesis are next: deductive, deductive-inductive, inductive and pragmatic. Perspective of further development of this research, including application polymetric method for the resolution main problems of computer sciences, is analyzing too. Deductive methods are using for the creation generalizing theories or theories of everything. For creation these theories six criteria were formulating. Deductive-inductive method is Newtonian four rules of conclusion in physics. This method allows creating classical mechanics, B. Russel logical types, etc. Inductive methods use for the receiving inductive generalized laws as Shannon theorem. Pragmatic methods is using for the creation systems, which are necessary for the resolution for solving particular problems, for example, creating some kind of unit for solving a specific practical problem. This method often is using in engineering or in an area of human activity where there are already many developments and they often need to be combined with developments from other related fields. In programming, an example of pragmatic synthesis is the Python programming language, which includes elements of earlier programming languages. The boundaries between these four types of synthesis are sometimes rather arbitrary. A modern example of deductive-inductive synthesis is the Vladislav Dorofeev concept of strong artificial intelligence. Cybernetics itself is also a synthesis of various sciences. However, its synthesis in the Georg sense is inductive, and in the sense of polymetric analysis, it is deductive.*

*Key words: synthesis, cybernetics, computer science, artificial intelligence, system analysis, polymetric analysis, Moiseev principle, Python.*

П.П. ТРОХИМЧУК, О.М. ВІЛІГУРСЬКИЙ, О.М. ЗАМУРУЄВА  
Волинський національний університет імені Лесі Українки**ДЕЯКІ ПИТАННЯ СИНТЕЗУ В КІБЕРНЕТИЦІ ТА ІНФОРМАТИЦІ**

*Проаналізовано проблему синтезу в інформатиці, зокрема в кібернетиці, штучному інтелекті та системному аналізі. Обговорюються основні методи реалізації цієї проблеми. Представлено шляхи пошуку універсального методу створення універсальної синтетичної науки. Як приклад такого універсального методу наведено поліметричний аналіз. Представлено короткий класифікаційний метод синтезу. Основними методами синтезу є дедуктивний, дедуктивно-індуктивний, індуктивний і прагматичний. Аналізуються перспективи подальшого розвитку цього дослідження, в тому числі застосування поліметричного методу для вирішення основних проблем інформатики. Дедуктивні методи використовуються для створення узагальнюючих теорій або теорій всього. Для створення цих теорій було сформульовано шість критеріїв. Дедуктивно-індуктивний метод – чотири правила висновку Ньютона у фізиці. Цей метод дозволяє створювати класичну механіку, логічні типи Б. Рассела та ін. Індуктивні методи використовують для отримання індуктивних узагальнених законів як теорема Шеннона. Прагматичні методи використовують для створення систем, необхідних для перерозв'язання конкретних завдань, наприклад, створення якогось блоку для вирішення конкретної практичної задачі. Цей метод часто використовується в техніці або в сфері людської діяльності, де вже є багато розробок і їх часто потрібно поєднувати з розробками в інших суміжних галузях. У програмуванні прикладом прагматичного синтезу є мова програмування Python, яка включає елементи попередніх мов програмування. Межі між цими чотирма видами синтезу іноді досить умовні. Сучасним прикладом дедуктивно-індуктивного синтезу є концепція сильного штучного інтелекту Владислава Дорофєєва. Сама кібернетика також є синтезом різних наук. Але синтез у сенсі Джорджа індуктивний, а в сенсі поліметричного аналізу – дедуктивний.*

*Ключові слова: синтез, кібернетика, інформатика, штучний інтелект, системний аналіз, поліметричний аналіз, принцип Моїсеєва, Пайтон.*

**Introduction**

The problem of synthesis in modern computer sciences is connecting with the problem of creation the universal system of knowledge and has long history [1 – 16].

We use short classification method of synthesis. Main methods of synthesis are next: deductive, deductive-inductive, inductive and pragmatic. Perspective of further development of this research, including application polymetric method for the resolution main problems of computer sciences, is analysing too. Deductive methods are using for the creation generalizing theories or theories of everything. For creation these theories six criteria were formulating. Deductive-inductive method is Newtonian four rules of conclusion in physics. This method allows creating classical mechanics, B. Russel logical types [3], etc. Inductive methods use for the receiving inductive generalized laws as Shannon theorem. Pragmatic methods is using for the creation systems, which are necessary for the resolution for solving particular problems, for example, creating some kind of unit for solving a specific practical problem. This method often is using in engineering or in an area of human activity where there are already many developments and they often need to be combined with developments from other related fields. In programming, an example of pragmatic synthesis is the Python programming language, which includes elements of earlier programming languages. The boundaries between these four types of synthesis are sometimes rather arbitrary. Therefore, the Newtonian four rules of conclusions in physics, in principle, represent a deductive system. However, the fourth rule, where induction is mentioned, allows us to present it as a deductive-inductive system, although most researchers consider him the founder of the inductive method. Since this is a theoretical method, it is natural that it includes elements of deduction. A modern example of deductive-inductive synthesis is the concept of strong artificial intelligence by Vladislav Dorofeev, which is basing on three principles: Moiseev, Legasov and Efremov [9, 10, 14]. Roughly speaking, this is the application of Newton's method to artificial intelligence problems. Cybernetics itself is also a synthesis of various sciences [4, 5]. However, synthesis in the sense of George is inductive, and in the sense of polymetric analysis, it is deductive.

For the tasks of artificial intelligence, this direction was developing by N. Nillson [6, 7, 13].

Cybernetics as a science appeared in connection with the development of computer technology and with the need to process and operate with large amounts of information. According to N. Wiener cybernetics is science about control and communication in the animal and the machine [3].

However, according to [3 – 5] cybernetics is synthesis of many sciences (mathematics, physics, biology, psychology and other).

Therefore the main problem of our research is ascertainment of question about possible application of PA for the resolution the problems of cybernetics, including general problems (S. Beer centurial problem, problem of complexity) and particular (matrix calculations, arrays sorting, pattern recognition).

Artificial intelligence (AI) is intelligence demonstrated by machines, as opposed to natural intelligence displayed by animals including humans. Leading AI textbooks define the field as the study of "intelligent agents": any system that perceives its environment and takes actions that maximize its chance of achieving its goals. Some popular accounts use the term "artificial intelligence" to describe machines that mimic "cognitive" functions that humans associate with the human mind, such as "learning" and "problem solving", however, this definition is rejected by major AI researchers. It may be represented as chapter of cybernetics, but F. George is selected it as independent science.

Main ways of synthesis in artificial intelligence (logic, engineering and Moiseev type) are analyzed too. First two represented by S. Russel and P. Norwig [15], N. Nillson [13] and N. Kasabov [16] concepts, and have more engineering nature. Vladislav Dorofeev concept of strong artificial intelligence has more deep anthropic nature [9, 10]. This concept is connected with influence human activity on environment. Therefore, in this concept we have three principles: two ecological (Legasov and Efremov) and one system cybernetic (Moiseev) [14]. This concept was used to the resolution system aspects of COVID-19 [9, 10, 14]. These methods have inductive nature.

However, cybernetics is synthetic science [4, 5]. Therefore, we must been create universal synthetic deductive theory. This theory is Polymetric Analysis.

More fully, realization of this idea is Polymetric Analysis (PA): theory of variable measure or theory of systems with variable hierarchy. We can say that this system was created for the formalization L. Hall phrase “All, which come from head, is intelligent” [1, 3].

PA includes the procedure of measurement in finish result of measurement [13, 14]. Basic and derivative measurements are connecting with quantitative and qualitative mathematical transformations. First is corresponded the procedure of measurement (arithmetic) the observed quantity, second – the analysis of dimensions (dimensional analysis).

Polymetric analysis is basing on the idea of triple minimum (particularly scientific, methodical and mathematical). Main principles of PA are criteria of reciprocity and simplicity. The first criterion is the principle of assembling the elements of the corresponding construct into a single system. Second criterion is principle optimality (simplicity-complexity) of this assembling.

One of main component of this method, hybrid theory of systems (theory systems with variable hierarchy) show that only ten minimal types system of formalization the knowledge are existed [3, 14].

Therefore, methods of PA as universal theory of optimal formalized synthesis may be using for the resolutions the main cybernetical problems. Structure of PA may be representing as more deep formalization the neuronets [1, 3].

Since, PA as universal system formalization of knowledge may be used for the resolution the basic problems of natural and artificial intelligence too [3, 10, 14].

The bonds of Polymetric Analysis and computer sciences are shown. The using of polymetric method for the resolution the problems of cybernetics and artificial intelligence is discussed. Perspective of using synthetic methods for the development of computer sciences is analyzed too.

## II. Cybernetics as synthetic science

Cybernetics (from the Greek κυβερνητική “governance,” κυβερνώ “to steer, navigate or govern,” κυβερνη “an administrative unit; an object of governance containing people”) is the science of general regularities of control and information transmission processes in different systems, whether machines, animals or society [1 – 5].

Cybernetics studies the concepts of control and communication in living organisms, machines and organizations including self-organization. It focuses on how a (digital, mechanical or biological) system processes information, responds to it and changes or being changed for better functioning (including control and communication).

Cybernetics is an interdisciplinary science [1 – 5, 8]. It originated “at the junction” of mathematics, logic, semiotics, physiology, biology and sociology. Among its inherent features, we mention analysis and revelation of general principles and approaches in scientific cognition. Control theory, communication theory, operations research and others represent most weighty theories within cybernetics [8].

Short history of cybernetics is represented in [1 – 5, 8].

The latter case covers partial “intersection” of these results (see Fig. 1 – figuratively speaking, the central rode of the “umbrella”), i.e., usage of common results for all component sciences. Furthermore, we will adhere to this approach over and over again for discrimination between the corresponding umbrella brand and the common results of all component sciences in the context of different categories such as interdisciplinarity, systems analysis, organization theory, etc.

Cybernetics today (disciplines included in cybernetics in the descending order of their “grades” of membership, see Fig. 1, with year of birth if available) [8]:

- control theory (1868–the papers published by J. Maxwell and I. Vyshnegradsky);
- mathematical theory of communication and information (1948 – C. Shannon’s works);
- general systems theory, systems engineering and systems analysis;
- optimization (including linear and nonlinear programming; dynamic programming; optimal control; fuzzy optimization; discrete optimization, genetic algorithms, and so on);

- operations research (graph theory, game theory and statistical decisions, etc.);
- artificial intelligence (1956–The Dartmouth Summer Research Project on Artificial Intelligence);
- data analysis and decision-making;
- robotics

and others (purely mathematical and applied sciences and scientific directions, in an arbitrary order) including systems engineering, recognition, artificial neural networks and neural computers, ergatic systems, fuzzy systems (rough sets, grey systems, etc), mathematical logic, identification theory, algorithm theory, scheduling theory and queuing theory, mathematical linguistics, programming theory, synergetics and all similar sciences [8].

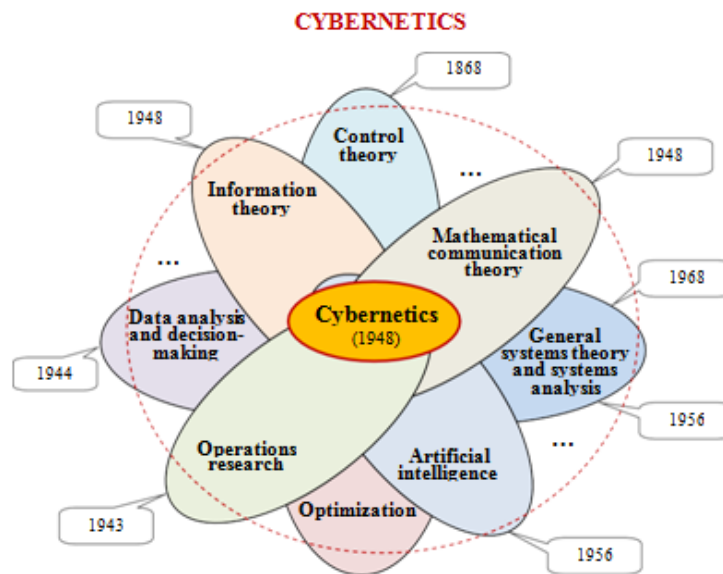


Fig. 1. The composition and structure of cybernetics [8].

According to [4, 5] cybernetics is synthesis of many sciences (mathematics, physics, biology, psychology and other Fig. 2).

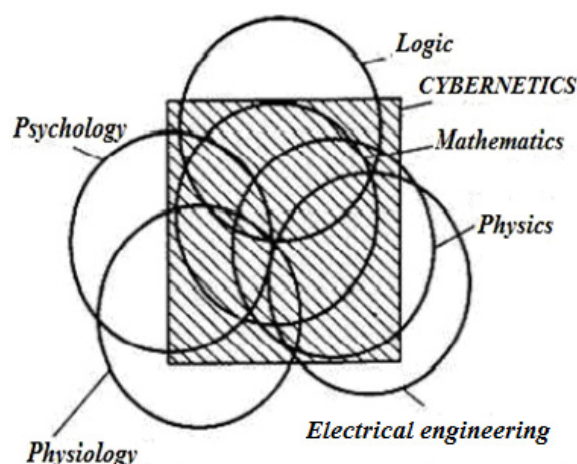


Fig. 2. A diagram that roughly illustrates the areas of intersection of the main disciplines that feed cybernetics [4, 5]

Really, this synthesis is more widely. For specific systems, this synthesis is quite general and therefore, as a rule, it is detailed. Therefore, in our times the new particular synthetic science,

which are basing on cybernetics are created. These particular synthetic sciences were called as biological cybernetics, economical cybernetics, physical cybernetics etc. [3, 4, 8].

There is one further argument which we will consider and that is that a computer, or any other artificially constructed system, only does what it is made to do by its programmer. This is a view that was held by Lady Lovelace [4]. It is a popular fallacy that computers can only do what the programmers make the computers do. The fallacy arises from various considerations. One is the failure to remember that human beings only do what they are programmed to do, although they are programmed by various different features of the environment, including parents, teachers, etc. and are adaptable and change according to changing circumstances. Now in this sense it is perfectly true to say that computers can only do what they are programmed to do, but they can certainly be given exactly the same flexibility as humans. In other words, various people can program them and they can be made adaptive so that they change and function in changing circumstances [4, 5].

The problem of not being able to do anything really new also relates in some measure to Lady Lovelace's objection which was really dependent upon the idea that the computer, or any other "machine" which was manufactured by human beings, could do no more than the programmer programmed it to do [4].

Schema of Fig. 1 shows the composition and structure cybernetics in historical way of its development. We see that artificial intelligence is the son and daughter of cybernetics, but its development in last years allow to select and represent the synthesis in this engineering science as separate paragraph.

### **Artificial intelligence as synthetic science**

Less than a decade after breaking the Nazi encryption machine Enigma and helping the Allied Forces win World War II, mathematician Alan Turing changed history a second time with a simple question: "Can machines think?"[4].

Turing's paper "Computing Machinery and Intelligence" (1950), and its subsequent Turing Test, established the fundamental goal and vision of artificial intelligence [4, 7].

At its core, artificial intelligence (AI) is the branch of computer science that aims to answer Turing's question in the affirmative. It is the endeavor to replicate or simulate human intelligence in machines.

The expansive goal of artificial intelligence has given rise to many questions and debates. So much so, that no singular definition of the field is universally accepted.

The major limitation in defining AI as simply "building machines that are intelligent" is that it doesn't actually explain what artificial intelligence is? What makes a machine intelligent? AI is an interdisciplinary science with multiple approaches, but advancements in machine learning and deep learning are creating a paradigm shift in virtually every sector of the tech industry [4, 7].

According to N. Moiseev "Anyway, the term "artificial intelligence" established in the scientific literature, and with this it follows to be considered. However, it is important to clearly stipulate pragmatic, applied meaning of this term. So we agree to associate its use only with modern processing technology and use information" [3, 10].

In their groundbreaking textbook *Artificial Intelligence: A Modern Approach*, authors Stuart Russell and Peter Norvig approach the question by unifying their work around the theme of intelligent agents in machines. With this in mind, AI is "the study of agents that receive percepts from the environment and perform actions" [15]

Norvig and Russell go on to explore four different approaches that have historically defined the field of AI [15]:

1. Thinking humanly
2. Thinking rationally
3. Acting humanly
4. Acting rationally



The first two ideas concern thought processes and reasoning, while the others deal with behavior. Norvig and Russell focus particularly on rational agents that act to achieve the best outcome, noting "all the skills needed for the Turing Test also allow an agent to act rationally" [15].

Winston, the Ford professor of artificial intelligence and computer science at MIT, defines AI as "algorithms enabled by constraints, exposed by representations that support models targeted at loops that tie thinking, perception and action together" [15].

While these definitions may seem abstract to the average person, they help focus the field as an area of computer science and provide a blueprint for infusing machines and programs with machine learning and other subsets of artificial intelligence.

The Four Types of Artificial Intelligence are existed [15]:

1. *Reactive Machines.*

A reactive machine follows the most basic of AI principles and, as its name implies, is capable of only using its intelligence to perceive and react to the world in front of it. A reactive machine cannot store a memory and as a result cannot rely on experiences to inform decision making in real-time.

Perceiving the world directly means that reactive machines are designed to complete only a limited number of specialized duties. Intentionally narrowing a reactive machine's worldview is not any sort of cost-cutting measure, however, and instead means that this type of AI will be more trustworthy and reliable – it will react the same way to the same stimuli every time.

A famous example of a reactive machine is Deep Blue, which was designed by IBM in the 1990's as a chess-playing supercomputer and defeated international grandmaster Gary Kasparov in a game. Deep Blue was only capable of identifying the pieces on a chessboard and knowing how each moves based on the rules of chess, acknowledging each piece's present position, and determining what the most logical move would be at that moment. The computer was not pursuing future potential moves by its opponent or trying to put its own pieces in better position. Every turn was viewed as its own reality, separate from any other movement that was made beforehand.

Another example of a game-playing reactive machine is Google's AlphaGo. AlphaGo is also incapable of evaluating future moves but relies on its own neural network to evaluate developments of the present game, giving it an edge over Deep Blue in a more complex game. AlphaGo also bested excellent competitors of the game, defeating champion Go player Lee Sedol in 2016.

Though limited in scope and not easily altered, reactive machine artificial intelligence can attain a level of complexity, and offers reliability when created to fulfill repeatable tasks.

2. *Limited Memory.*

Limited memory artificial intelligence has the ability to store previous data and predictions when gathering information and weighing potential decisions — essentially looking into the past for clues on what may come next. Limited memory artificial intelligence is more complex and presents greater possibilities than reactive machines.

Limited memory AI is created when a team continuously trains a model in how to analyze and utilize new data or an AI environment is built so models can be automatically trained and renewed. When utilizing limited memory AI in machine learning, six steps must be followed: Training data must be created, the machine-learning model must be created, the model must be able to make predictions, the model must be able to receive human or environmental feedback, which feedback must be stored as data, and these steps must be reiterated as a cycle.

Three major machine-learning models utilize limited memory artificial intelligence:

- Reinforcement learning, which learns to make better predictions through repeated trial-and-error.
- Long Short Term Memory (LSTM), which utilizes past data to help predict the next item in a sequence. LSTMs view more recent information as most important when making predictions and discounts data from further in the past, though still utilizing it to form conclusions
- Evolutionary Generative Adversarial Networks (E-GAN), which evolves over time, growing to explore slightly modified paths based off previous experiences with every new decision. This

model is constantly in pursuit of a better path and utilizes simulations and statistics, or chance, to predict outcomes throughout its evolutionary mutation cycle.

### 3. *Theory of Mind.*

Theory of Mind is just that – theoretical. We have not yet achieved the technological and scientific capabilities necessary to reach this next level of artificial intelligence.

The concept is based on the psychological premise of understanding that other living things have thoughts and emotions that affect the behavior of one's self. In terms of AI machines, this would mean that AI could comprehend how humans, animals and other machines feel and make decisions through self-reflection and determination, and then will utilize that information to make decisions of their own. Essentially, machines would have to be able to grasp and process the concept of “mind,” the fluctuations of emotions in decision-making and a litany of other psychological concepts in real time, creating a two-way relationship between people and artificial intelligence.

### 4. *Self-awareness.*

Once Theory of Mind can be established in artificial intelligence, sometime well into the future, the final step will be for AI to become self-aware. This kind of artificial intelligence possesses human-level consciousness and understands its own existence in the world, as well as the presence and emotional state of others. It would be able to understand what others may need based on not just what they communicate to them but how they communicate it.

Self-awareness in artificial intelligence relies both on human researchers understanding the premise of consciousness and then learning how to replicate that so it can be built into machines.

According N. Nilsson [6, 7, 13] artificial intelligence, broadly (and somewhat circularly) defined, is concerned with intelligent behavior in artifacts. Intelligent behavior, in turn, involves perception, reasoning, learning, communicating, and acting in complex environments. AI has as one of its long-term goals the development of machines that can do these things as well as humans can, or possibly even better. Another goal of artificial intelligence is to understand whether it occurs in machines or in humans or other animals. Thus, artificial intelligence has both engineering and scientific goals. N. Nilsson is focused main attention on the important concepts and ideas underlying the design of intelligent machines.

Main elements of N. Nilsson synthesis are [6, 7, 13]:

1. Reactive machines, which are included: stimulus-response agents (perception and action, representing and implementing action functions); neural networks, machine evolution (evolutionary computation, genetic programming); state machines (representing the environment by feature vectors, Elman networks, iconic representations, blackboard systems); robot vision.

2. Search in state spaces: agents that plan (memory versus computation, state-space graphs, searching explicit state spaces, feature-based state spaces, graph notation); uniformed search; heuristic search; planning, acting and learning; alternative search formulations and applications; adversarial search.

3. Knowledge representation and reasoning: the propositional calculus; resolution in the propositional calculus; the predicate calculus; resolution in the predicate calculus; knowledge-based systems; representing commonsense knowledge; reasoning with uncertain information; learning and acting with Bayes nets.

4. Planning methods based on Logic: the situation calculus; planning.

5. Communication and integration; multiple agents; communications among agents; agent architectures.

N. Kasabov engineering synthesis of artificial intelligence including four areas [16]:

1. Foundations: evolving processes and their representation as data, information and knowledge; brain information processing, evolutionary computation; quantum-inspired computation; molecular information processing; information theory; computational architecture.

2. ECOS and SNN methods: artificial neural networks (ANN) and evolving connectionist system (ECOS); spiking neural networks (SNN) methods; ANN and ECOS computational methods; SNN

methods; evolving SNN (eSNN); brain inspired SNN (BI-SNN) and the design brain inspired – artificial intelligence; SNN, eSNN, BI-SNN parameter optimization with evolutionary computation (EC).

3. Applications: deep learning and deep knowledge from brain data; audio- and visual information processing; bioinformatics data modeling; SNN for neuroinformatics and personalized modeling; predictive modeling in ecology; predictive modeling in transport; predictive in environment.

4. Future directions: brain-computer interfaces with BI-SNN; affective computation; neuromorphic systems; new spike-time information theory for data compression; integrated quantum-neurogenetic-brain-inspired models; towards integrated human intelligence and artificial intelligence.

Now we represent the model of strong hybrid intelligence proposed in [9, 10, 14], which is based on N. Moiseev's idea of complex modeling of the noosphere [10] in order to predict the consequences of any external influences on it, including anthropogenic ones [10].

The proposed strong hybrid intelligence architecture is shown in Fig.3 [14]. The explanation of schema of Fig. 3 is next [14]:

1. The real world is information about the problem area, collected using the sensors available to the system. The real world includes both real world objects and automated transactional information processing systems. For example, in the case of a pandemic, contact tracing systems, medical information systems with patient data, etc.

2. People – a team of specialists involved in solving a problem. The team may include subject matter experts, developers, information system operators, etc.

3. Artificial intelligence is an adaptable and developed system for the automated collection and processing of real-world information with an interface for communication with a group of experts, including in natural language.

4. Modeling system – a set of systems for modeling and forecasting the real world with the capabilities of scenario analysis of the consequences of impact on the real world.

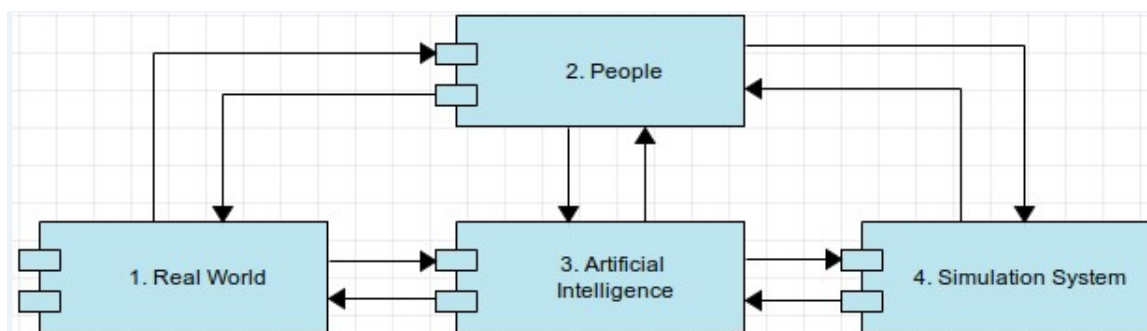


Fig. 3. Architecture the strong hybrid intelligence of N. Moiseev type [14]

The goal of the system of strong hybrid intelligence is the most accurate forecasting of the development of the real world with the possibility of scenario analysis of the consequences of external influences on it.

In a sense, the proposed architecture can be considered an extension of the concept of “digital twins”, developed in the world since 2002, to include the human factor. In addition, at present, the main successes in the field of solving complex problems are associated with precisely such systems [9, 10, 14].

The architecture of the proposed system itself assumes its transparency and controllability, since the consequences of the supposed impacts on the real world are checked on the modeling system. However, taking into account the complexity of the real world and the limited possibilities of methods for its modeling, there are no complete guarantees of the safety of such a system. The following principles can be used to improve security.

1. Legasov's principle: a technostructure uncontrolled by society threatens the global security of humankind.

2. Efremov's principle [10]: anthropogenic changes in the environment, the rate of which exceeds the physical, biological and social mechanisms of adaptation to them, carry the risks of destroying life.

3. Moiseev's principle [10]: the complexity of the models of the world should be comparable to the complexity of the problems they are designed to solve.

As we see, a tendency of differentiation is characterized AI too. Represented concepts are show this picture.

As we see, main synthetic concepts of artificial intelligence (Nillson, Russel and Norwig, Kasabov and Moiseev) have more inductive and inductive with elements deduction nature and haven't general value for all computer sciences. It may be used for the concrete problems of computer sciences and depending from level of development of modern electronics and information technologies. Therefore, we must search method, which may be represented as universal system formalization of knowledge, including computer sciences [1, 3, 10]. This method should be deductive in nature and include not only the rules of logical formalization, like the Leibniz-Russell-Kline-Nillson approach [3, 10], but also based on the nature of mathematics: analysis, synthesis and formalization of any field of knowledge.

As example of pragmatic synthesis may be programming language Python [17, 18].

Python is a multi-paradigm programming language. Object-oriented programming and structured programming are fully supported, and many of their features support functional programming and aspect-oriented programming (including metaprogramming and metaobjects). Many other paradigms are supported via extensions, including design by contract and logic programming.

Python uses dynamic typing and a combination of reference counting and a cycle-detecting garbage collector for memory management. It uses dynamic name resolution (late binding), which binds method and variable names during program execution.

Its design offers some support for functional programming in the Lisp tradition. It has filter, map/reduce functions; list comprehensions, dictionaries, sets, and generator expressions. The standard library has two modules (itertools and functools) that implement functional tools borrowed from Haskell and Standard ML [17, 18].

Its core philosophy is summarized in the document The Zen of Python (PEP 20), which includes aphorisms such as: Beautiful is better than ugly; Explicit is better than implicit; Simple is better than complex; Complex is better than complicated; Readability counts.

Rather than building all of its functionality into its core, Python was designed to be highly extensible via modules. This compact modularity has made it particularly popular as a means of adding programmable interfaces to existing applications. Van Rossum's vision of a small core language with a large standard library and easily extensible interpreter stemmed from his frustrations with ABC, which espoused the opposite approach [17, 18].

Python strives for a simpler, less-cluttered syntax and grammar while giving developers a choice in their coding methodology. In contrast to Perl's "there is more than one way to do it" motto, Python embraces a "there should be one – and preferably only one—obvious way to do it" philosophy.

Alex Martelli, a Fellow at the Python Software Foundation and Python book author, wrote: "To describe something as 'clever' is not considered a compliment in the Python culture."

Python's developers strive to avoid premature optimization and reject patches to non-critical parts of the CPython reference implementation that would offer marginal increases in speed at the cost of clarity. When speed is important, a Python programmer can move time-critical functions to extension modules written in languages such as C; or use PyPy, a just-in-time compiler. CPython is also available, which translates a Python script into C and makes direct C-level API calls into the Python interpreter [17, 18].

Python's developers aim for it to be fun to use. This is reflected in its name – attribute to the British comedy group Monty Python – and in occasionally playful approaches to tutorials and reference materials, such as examples that refer to spam and eggs (a reference to a Monty Python sketch) instead of the standard foo, and bar.

A common neologism in the Python community is *pythonic*, which has a wide range of meanings related to program style. "Pythonic" code may use Python idioms well, be natural or show fluency in the language, or conform to Python's minimalist philosophy and emphasis on readability. Code that is difficult to understand or reads like a rough transcription from another programming language is called *unpythonic*. Python users and admirers, especially those considered knowledgeable or experienced, are often referred to as *Pythonistas*. Roughly speaking, this method was developed in more general sense in *polymetric analysis*.

### **Polymetric analysis as operational concept of computing science**

Polymetric analysis (PA) was created as alternative optimal concept to logical, formal and constructive conceptions of modern mathematics and theory of information [13, 14]. This concept is based on the idea of triple minimum: mathematical, methodological and concrete scientific.

However, one of the main tasks of polymetric analysis is the problem of simplicity-complexity that arises when creating or solving a particular problem or science. It must be open system [1, 3].

In methodological sense, PA is the synthesis of Archimedes thesis: "Give me a fulcrum and I will move the world", and S. Beer idea about what complexity is a problem in cybernetics century, in one system. In addition, as cybernetics is a synthetic science, the problem should be transferred and for all of modern science. Basic elements of this theory and their bonds with other science are represented in Fig. 4 [3].

The polymetric analysis may be represented as universal theory of synthesis in Cartesian sense. For resolution of this problem, we must select basic notions and concepts, which are corresponded to optimal basic three directions of Fig. 4. The universal simple value is unit symbol, but this symbol must be connected with calculation. Therefore, it must be number. For the compositions of these symbols (numbers) in one system, we must use system control and operations (mathematical operations or transformations). After this procedure, we received the proper measure, which is corresponding system of knowledge and science.

Main elements of PA are functional numbers (generalizing functional quadratic forms); generalizing mathematical transformations (quantitative and qualitative), which are acted on functional numbers. Only 15 minimal types of generalizing mathematical transformations are existed [3]. Qualitative transformations are corresponded to basic (first-order) measurements, quantitative – to derivative (second-order) measurements [3]. Element of functional numbers with acting mathematical transformations was called generalizing mathematical element. Set of generalizing mathematical elements is created informative lattice. Theory of informative calculations was created for this lattice analogously to analytic mechanics [3]. Basic principle of this theory is principle of optimal informative calculations (analogous to action principle in mechanics) [3]. For classification main possible systems of formalization for informative lattice hybrid theory of systems was created. The main principles of this theory are: the principle of reciprocity (the principle of arranging elements into a system), which is based on the idea of completeness; and the principle of simplicity (the principle of optimality or pragmatism), one of the elements of which is the principle of optimal information calculations. Only 10 minimal types of formalization systems may be existed, taking into account the number of mathematical transformations – 150 types [3].

Only first six types of hybrid systems may be considered as mathematical, last four types are not mathematically. Therefore, HTS may be describing all possible system of knowledge. Problem of verbal and nonverbal systems of knowledge is controlled with help of types the mathematical transformations and parameter connectedness [3].

This theory has finite number of types the knowledge formalization systems. In general, this theory is the theory of open systems with a changeable hierarchy.

Therefore, HTS with its operational nature may be used for all knowledge and culture, including cybernetics and artificial intelligence.

We can analyze PA and computer sciences with point of conditions, which are formulated for the general theories (theories of everything) [1, 3]:

1. It must be open theory or theory with variable hierarchy.
2. This theory must be having minimal number of principles.
3. It must based on nature of mathematics (analysis, synthesis and formalization all possible knowledge).
4. We must create sign structure, which unite verbal and nonverbal knowledge (mathematical and other) in one system.
5. We must have system, which is expert system of existing system of knowledge and may be use for the creation new systems of knowledge.
6. Principle of continuity must be true for all science.

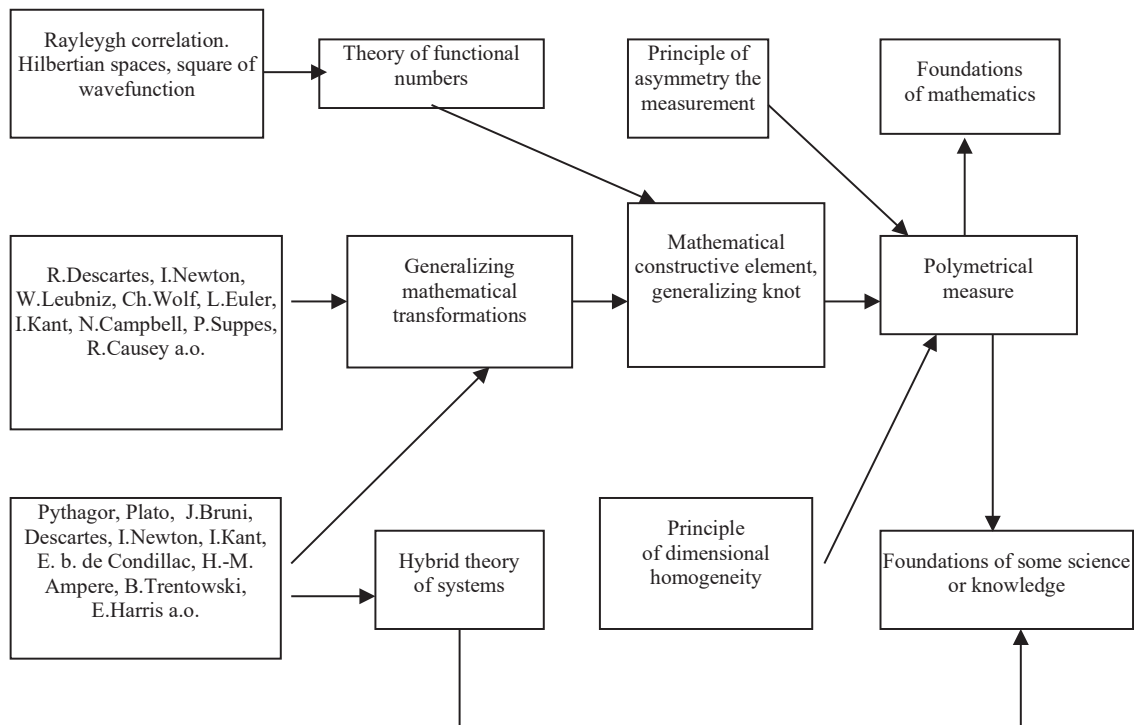


Fig. 4. Schema of polymetric method and its place in modern science [13, 14]

These conditions must be used for the creation any dynamic science, which can be presented as open system.

These conditions were formulated on the basis of polymetric analysis. But other theories of everything may be creating according to these six conditions.

But main conditions for the computer systems must be: completeness, unambiguity, simplicity and possibilities to create corresponding system and measure and estimate proper set of information in this system [1, 3, 10]. But in real computer system we must include corresponding technologies, which which impose limitations on computing capabilities, especially performance. Further, we must transform all possible information in the form convenient for its processing by a computer processor, and then its adequate presentation for the user. But modern processors worked with various matrixes, therefore informative lattice of generalized constructive elements may be represented as mathematical generalization of computer processor.

The one of central problem of modern computing sciences is problem of information complexity [1, 2]. This problem was formulated in cybernetics by S. Beer (S. Beer centurial problem in cybernetics). This formulation is next [2]: “Apparently, the complexity becomes the problem of the century, just as the ability to process natural materials has been a problem of life and death for our forefathers. Our tool must be computers, and their efficiency should be provided by science,

able to handle large and complex systems of probabilistic nature. This science may be cybernetics – the science of management processes and communication. The basic thesis of cybernetics can be set forth as follows: there are natural laws behavior of the large multibonds systems of any character submits that – biological, technical, special and economic.”

In whole problem of complexity, have two sides. First is pure computational. This problem is represented by two Smale’s problems [3], which are not only problems of modern computing science but it are problems of modern mathematics. The complexity of networks is represented as problem of complexity in modern physics [1]. However, neuronets were introduced in cybernetics: M. Minsky as perceptrons [1] and A. Ivakhnenko [1]. Therefore, this problem is cybernetic too. In this case, we have third Kolmogorov algorithmic concept [1] in theory of information. However, according F. H. George [5] cybernetics is the synthesis of many sciences: physics, mathematics, biology, psychology, linguistics and other. Therefore, we must add three Kolmogorov concepts in information theory by fourth system concept. This concept is second side of problem complexity in modern science. It has more cybernetic and computing science nature as physical [1]. Problem of complexity is the basic of other computing sciences, including artificial intelligence, and as “sons” and “daughters” of cybernetics too [1]. Therefore, system concept of complexity is more necessary for cybernetics and computing science as for physics because its sciences have more synthetic nature as physics [1, 10].

Therefore, methods of PA as universal theory of optimal formalized synthesis may be used for the resolutions the main cybernetic problems. Therefore the main problem of our paper is ascertainment of question about possible application of PA for the resolution the problems of cybernetics, including general problems (S. Beer centurial problem, problem of complexity) and particular (matrix calculations, arrays sorting, pattern recognition).

Structure of PA may be represented as more deep formalization the neuronets too [1, 3].

According to F. George, “The brain is universal computer” [4, 5]. Therefore PA as universal system formalization of knowledge may be used for the resolution the basic problems of natural and artificial intelligence too [1, 3].

Polymetric analysis fully satisfies these conditions, the represented cybernetics and artificial intelligence concepts and systems – partially.

Polymetrical Analysis is more general system as cybernetics, including artificial intelligence. It is operational system, which is included the procedure of measurement with help generalizing mathematical transformations. Generalized constructive element (8) is term of polyfunctional matrix. However, computer processors are using matrix calculation [1]. Therefore PA may be represented as functional expansion of computer processor, which are include the procedures of collection and processing of information using generalized mathematical transformations and criteria of reciprocity and simplicity.

Therefore Legasov and Efremov principles have ecological nature. Legasov principle is characterized the irreversible change in nature, Efremov principle is corresponded to the establishing the boundaries of this irreversibility.

From mathematical point of view, the Legasov principle may be represented as boundary conditions on corresponding qualitative transformations, Efremov principle imposes an additional cyclic condition, which must be imposed on the corresponding mathematical construct. For the Efremov principle, a reversible reproducible feedback is important, which can be set both through inverse mathematical transformations and through their combinations [10, 14].

Other chapters of computer sciences, including cybernetics, artificial intelligence, computer arithmetic may be expand, represent and explain with help Polymetric Analysis.

Therefore, theory of informative calculations and principle of optimal informative calculations allow resolving many computer problems of modern cybernetics in area of the obtained algorithms, matrix algebra and the problem of forming arrays. From a fundamental point of view, the principle

of optimal informational calculations makes it possible to bring physical processes and information theory closer together. This is shown in the theory of information-physical structures [3].

From a systemic point of view, polymetric analysis is a synthetic optimal extension of those concepts and methods that played a decisive role in the formation and development of both modern science and other areas of knowledge and culture. It can be used both to determine the complexity of computations (theory of information calculations) and to determine the complexity of systems and in the choice of both an expert system and a new promising system for the corresponding synthesis (theory of hybrid systems) [3, 10, 14].

The way of the resolution the problem of complexity in computer sciences must be connected with problem of calculations [3, 10, 14].

In whole, the creation of effective computer science must be include general system principles, which are corresponded its universality and particular principles, models and theories, which are corresponded to modern level of information and optoelectronics and may be in nearest future biological technologies. In last case the idea of rapprochement of the living and inanimate worlds, including intelligence, can be more fully realized than at the same stage in the development of science and technology. To solve this problem, we must look for both new ways of both formalizing knowledge and their hardware representation and processing.

Thus in this work we represented the main peculiarities of modern state computer sciences on the examples of cybernetics, artificial intelligence, programming language Python and shown the perspectives of creation universal theory of synthesis, which are based on modern computer sciences.

### Conclusions

1. The problems of synthesis in computer sciences are analyzed.
2. A classification of synthesis is included for types.
3. Short analysis cybernetics as synthetic science is represented.
4. Main types of artificial intelligence and synthetic aspects of its development are observed.
5. Questions of using Polymetric Analysis methods for the resolution some problems of synthesis in computer sciences are discussed.
6. The six rules of creation universal theories, which are basing on polymetric analysis, are represented.
7. Perspective of development the synthetic system methods in computer sciences is analyzed too.
8. The expediency of using the pragmatic concept of synthesis in computer science is analyzed on the example of the Python programming language.

### List of used literature

1. Trokhimchuck P. P. S. Beer centurial problem in cybernetics and methods of its resolution. In: *Advanced in computer science*, vol. 7, ch. 5. Ed. Mukesh Singla. New Delhi: AkiNik Publications, 2020. P. 87-118.
2. Бир С. Мы и сложность современного мира. В: Кибернетика сегодня: проблемы и предложения. М.: Знание, 1976. С. 7 – 32.
3. Trokhimchuck P. P. Theories of Everything: Past, Present, Future. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing, 2021. 260 p.
4. George F. H. Philosophical Foundations of Cybernetics. Abacus Press, London, 1976, 157.
5. George F. H. Foundations of cybernetics. Gordon and Breach Science Publishing, London, Paris, New York, 1977, 260
6. Genesereth M. R., Nillson N. I. Logical foundations of artificial intelligence. Palo Alto: Morgan Kauffman Publishers, Inc., 1988. 406 p.
7. Nillson N. I. The Quest for Artificial Intelligence: A History of Ideas and Achievements. Cambridge University Press, New York, 2010, 562.



8. Novikov D.A. Cybernetics 2.0. *Advances in Systems Science and Application*. Vol. 16(1), 2016. P. 1 – 18.
9. Dorofeev V., Trokhimchuck P. Hybrid Super Intelligence and Polymetrical Analysis. *AIP Conference Proceedings*, 2022, vol. 2656 (1), 020024, 9 p.
10. Dorofeev V. P., Trokhimchuck P. P. Computer Sciences and Synthesis: Retrospective and Perspective. In: *Advanced in computer science*, vol. 13. Ed. Mukesh Singla. New Delhi, AkiNik Publications, 2022. P. 1-32.
11. Computer science/ Wikipedia – the free encyclopedia. // [http://en.wikipedia.org/wiki/Computer\\_science](http://en.wikipedia.org/wiki/Computer_science)
12. Computing/ Wikipedia – the free encyclopedia. // <http://en.wikipedia.org/wiki/Computing>
13. Nillson N. I. Artificial Intelligence. A new synthesis. San Francisco: Morgan Kauffman Publishers, Inc., 1998. 514 p.
14. Дорофеев В.П. Система сильного гибридного искусственного интеллекта и принципы Моисеева, Ефремова и Легасова. В кн.: *Актуальные проблемы фундаментальной науки-2021*, Материалы IV международной конференции, под ред. П.П. Трохимчука и др. Луцк: Вежа-Принт, 2021. С. 47 – 50.
15. Russel S. J., Norwig P. Artificial Intelligence. A modern Approach. Harlow: Pearson Education Limited, 2021. 1166 p.
16. Kasabov N. K. Time-Space, Spiking Neural Networks and Brain-Inspired Artificial Intelligence. Berlin: Springer-Verlag GmbH, 2019. 738 p.
17. Замуруєва О. В., Кримусь А. С., Ольхова Н. В. Об'єктно-орієнтоване програмування в Python. Курс лекцій. Частина 1. Луцк: Вежа-Друк, 2018. 64 с.
18. Замуруєва О. В., Вілігурський О. М. Об'єктно-орієнтоване програмування в Python. Курс лекцій. Частина 2. Луцк: Вежа-Друк, 2020. 72 с.

### References

1. Trokhimchuck, P. P. S. (2020). Beer centurial problem in cybernetics and methods of its resolution. In: *Advanced in computer science*, 7, ch. 5. Ed. Mukesh Singla. New Delhi: AkiNik Publications, 87-118.
2. Beer, S. (1976). We and complexity of modern world. In: *Cybernetics today: problems and propositions*. M.: Znaniye, 7 – 32. (In Russian)
3. Trokhimchuck, P. P. (2021). Theories of Everythings: Past, Present, Future. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing.
4. George, F. H. (1976). *Philosophical Foundations of Cybernetics*. Abacus Press, London.
5. George, F. H. (1977). *Foundations of cybernetics*. Gordon and Breach Science Publishing, London, Paris, New York.
6. Genesereth, M. R., & Nillson, N. I. (1988). *Logical foundations of artificial intelligence*. Palo Alto: Morgan Kauffman Publishers, Inc..
7. Nillson, N. I. (2010). *The Quest for Artificial Intelligence: A History of Ideas and Achievements*. Cambridge University Press, New York.
8. Novikov, D.A. (2016). Cybernetics 2.0. *Advances in Systems Science and Application*. **16**(1), 1 – 18.
9. Dorofeev, V. P. (2021). System of Strong Hybrid Artificial Intelligence and Moiseev, Efremov and Legasov Principles. In: *Actual Problems of Fundamental science-2021*, Conference Proceedings IV, edited by P. P. Trokhimchuck et al., Vezha-Print, Lutsk, 47 – 50 (In Russian).
10. Dorofeev, V., & Trokhimchuck, P. (2022). Hybrid Super Intelligence and Polymetrical Analysis. *AIP Conference Proceedings*. **2656** (1), 020024, 9 p.
11. Computer science/ Wikipedia – the free encyclopedia. // [http://en.wikipedia.org/wiki/Computer\\_science](http://en.wikipedia.org/wiki/Computer_science)

12. Computing/ Wikipedia – the free encyclopedia. // <http://en.wikipedia.org/wiki/Computing>
13. Nilsson, N. I. (1998). Artificial Intelligence. A new synthesis. San Francisco: Morgan Kaufman Publishers, Inc.
14. Dorofeev, V. P., & Trokhimchuck, P. P. (2022). Computer Sciences and Synthesis: Retrospective and Perspective. In: *Advanced in computer science*, **13**. Ed. Mukesh Singla. New Delhi, AkiNik Publications, 1-32.
15. Russel, S. J., & Norwig, P. (2021). Artificial Intelligence. A modern Approach. Harlow: Pearson Education Limited.
16. Kasabov, N. K. (2019). Time-Space, Spiking Neural Networks and Brain-Inspired Artificial Intelligence. Berlin: Springer-Verlag GmbH.
17. Zamuruyeva, O. V., Krymus, A. S., & Olkhova, N. V. (2018). Object-oriented programming in Python. Course of lectures. Part 1. Lutsk: Vezha-Druk. (In Ukrainian)
18. Zamurueva, O.V., & Viligurskyi, O.M. (2020). Object-oriented programming in Python. Course of lectures. Part 2. Lutsk: Vezha-Druk. (In Ukrainian)

Трохимчук Петро Павлович – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського Волинського національного університету імені Лесі Українки, e-mail: [trope1650@gmail.com](mailto:trope1650@gmail.com), ORCID: 0000-0003-2737-0506.

Вілігурський Олег Миколайович – старший викладач кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського Волинського національного університету імені Лесі Українки, e-mail: [viligurskyi@gmail.com](mailto:viligurskyi@gmail.com).

Замуруєва Оксана Миколаївна – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А. В. Свідзинського Волинського національного університету імені Лесі Українки, e-mail: [zamuraeva@gmail.com](mailto:zamuraeva@gmail.com), ORCID: 0000-0003-0032-0613.

Л.С. ФОНАР, О.С. КОНОВАЛОВ, Є.Г. ФІЛІППОВ  
Національний університет Одеська політехніка

## МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ ПЕРЕДАЧІ ЦИФРОВИХ ФІЛЬТРІВ БАТТЕРВОРТА ДРУГОГО ПОРЯДКУ

Метою проведеного дослідження є використання методів та засобів проектування цифрових фільтрів у динамічному стані для зменшення перехідних процесів у цифрових фільтрах Баттерворта другого порядку, скорочення динамічних режимів цифрових кіл та визначення доцільності використання методу динамічного коефіцієнту передачі. У будь-якій лінійній системі з обмеженою смугою пропускання виникають динамічні похибки, які зменшують завадостійкість прийому сигналів і, в першу чергу, сигналів зі швидкозмінними параметрами. Тому при проведенні обчислень треба враховувати перехідні процеси, які виникають у колах. Якщо параметри сигналу безперервно змінюються у часі, то ці процеси можуть існувати нескінченно. Враховуючи перехідні процеси, необхідно усі розрахунки та аналіз досліджувати у динамічному стані. Недоліки цифрової фільтрації при синтезі по аналоговому прототипу методом інваріантної імпульсної характеристики – неможливість отримати нескінченно малу смугу пропускання, а також наявність ефекту накладення спектрів на краях діапазону через дискретизацію. Для аналізу роботи цифрових фільтрів Баттерворта у динамічному стані використовуються дискретні перетворення Фур'є, пряме та зворотне. Для уникнення накладення спектрів, пропонується перехід до  $z$ -перетворення, при цьому попередньо використано денормування коефіцієнтів передачі. У розрахунках використовується коефіцієнт, який пов'язує тактову частоту з частотою зрізу фільтра через кількість вибірок частотної характеристики, та через кількість вибірок в межах смуги пропускання. Для вирішення завдань було використано комплекс методів: системного аналізу – для дослідження діючих алгоритмів обробки перехідних процесів, що виникають у колах;  $z$ -перетворення – для синтезу цифрових фільтрів; швидкого перетворення Фур'є та динамічного коефіцієнту передачі – для розрахунку двовірних динамічних характеристик цифрових фільтрів Баттерворта другого порядку. Дістав подальшого розвитку метод синтезу цифрових фільтрів Баттерворта, який дозволяє проводити частотно-часовий аналіз, що дає можливість дослідити динамічні характеристики кіл.

Ключові слова: фільтр Баттерворта, динамічний коефіцієнт передачі, цифровий фільтр.

L.S. FONAR, O.S. KONOVALOV, E.G. FILIPPOV  
Odesa Polytechnic National University

## SIMULATION OF DYNAMIC TRANSMISSION COEFFICIENTS OF SECOND-ORDER BUTTERWORTH DIGITAL FILTERS

The purpose of the conducted research is to use methods and means of designing digital filters in a dynamic state. This is necessary to reduce the transient processes in second-order Butterworth digital filters, to reduce the dynamic modes of digital circuits, and to determine the expediency of using the dynamic transmission coefficient method. Dynamic errors occur in any linear system with limited bandwidth. Errors reduce the immunity of receiving signals and signals with rapidly changing parameters. Therefore, when performing calculations, it is necessary to take into account transient processes that occur in digital filters. If the parameters of the signal change continuously in time, then these processes can exist indefinitely. Taking into account transient processes, it is necessary to examine all calculations and analysis in a dynamic state. Disadvantages of digital filtering when synthesizing an analog prototype using the method of invariant impulse response are the impossibility of obtaining an infinitely small bandwidth, as well as the presence of the effect of overlapping spectra at the edges of the range due to discretization. Discrete Fourier transforms (direct and inverse) are used to analyze the operation of digital Butterworth filters in a dynamic state. In order to avoid overlapping of spectra, it is proposed to switch to  $z$ -transformation, while the denormalization of the transmission coefficients is previously used. The calculations use a coefficient that relates the clock frequency to the cutoff frequency of the filter through the number of samples of the frequency response and through the number of samples within the bandwidth. To solve the problems, a set of methods was used: system analysis – to study the current algorithms for processing transient processes occurring in digital filters;  $z$ -transformation – for the synthesis of digital filters; fast Fourier transform and dynamic transmission coefficient – for calculating two-dimensional dynamic characteristics of second-order Butterworth digital filters. The method of synthesizing Butterworth's digital filters was further developed, which allows for time-frequency analysis, which makes it possible to study the dynamic characteristics of digital filters.

Keywords: Butterworth filter, dynamic transmission coefficient, digital filter.

### Постановка проблеми

Актуальною проблемою сучасних телекомунікаційних, інформаційних, комп'ютерно-інтегрованих систем та автоматизації є цифрова обробка сигналів. Цифрові фільтри відрізняються стабільністю параметрів, простотою зміни амплітудно-частотної характеристики і можливістю адаптації параметрів фільтру під необхідні умови. Ці переваги використовуються в таких областях, як придушення різного роду завад, розпізнавання, пристроях обробки та передачі даних, слідкування за параметрами зовнішнього середовища, акустика, радіолокація, сейсмологія, зв'язок, системи передачі даних, ядерна техніка, випробувальні установки і багатьох інших [1-4].

При цифровій обробці сигналів використовується їх представлення у вигляді послідовностей чисел або символів. Мета такої обробки полягає у визначенні параметрів сигналу або в перетворенні сигналу у більш зручну для обробки форму, яка в деякому розумінні зручніша [3, 5]. Формули класичного чисельного аналізу, такі, як формули для інтерполяції, інтеграції і диференціювання, безумовно є алгоритмами цифрової обробки. Наявність швидкодіючих електронних обчислювальних машин сприяла розвитку та ускладненню алгоритмів обробки сигналів; останні ж успіхи в технології інтегральних схем обіцяють високу економічність побудови дуже складних систем цифрової обробки сигналів [6].

Але як для аналогових, так і для цифрових фільтрів існують свої проблеми синтезу. Для перших – це проблеми стабільності і точності елементів. Цифрові фільтри, в свою чергу, мають абсолютно точні елементи, але значення величин в цих фільтрах може бути тільки квантованим, а тому кожна математична операція може стати джерелом помилок округлення, та збільшувати шуми [7].

При обчисленнях треба враховувати перехідні процеси, які виникають у радіотехнічних колах, а якщо параметри сигналу безперервно змінюються у часі, то ці процеси можуть існувати нескінченно. Враховуючи перехідні процеси, необхідно усі розрахунки та аналіз досліджувати у динамічному стані радіокіла.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Традиційні методи аналізу проходження сигналів через лінійні кола та визначення відгуку засновані на використанні часових або частотних характеристик сигналів та кіл. До часових методів належать метод інтегро-диференціальних рівнянь та інтеграл Дюамеля. До частотних – спектральний та операторний методи [1-2, 4-5]. У результаті використання цих методів знаходяться миттєві значення відгуку цифрових фільтрів.

Недоліки цифрової фільтрації при синтезі по аналоговому прототипу методом інваріантної імпульсної характеристики – неможливість отримати нескінченно малу смугу пропускання, а також наявність ефекту накладення спектрів на краях діапазону через дискретизацію [5, 7-9].

Як правило, корисна інформація в радіотехнічних сигналах зосереджена в комплексній обвідній [7]. У цих випадках використовувати традиційних методи аналізу не завжди зручно, тому що не має сенсу визначати миттєві значення відгуку кола. Досить визначити комплексну обвідну відгуку в його аналітичній формі. Це спрощує усі обчислення [8, 9]. У будь-якій лінійній системі з обмеженою смугою пропускання виникають динамічні похибки, які зменшують завадостійкість прийому сигналів і, в першу чергу, сигналів зі швидкозмінними параметрами. Комплексна обвідна – це повільна функція часу, яка накладена на високочастотне заповнення з несучою частотою [7].

Динамічний коефіцієнт передачі (ДКП) знаходимо за наступною формулою [7]:

$$K(j\omega, t) = \int_0^t h(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (1)$$

де:  $\tau$  – стала часу кола,  $h(\tau)$  імпульсна характеристика кола,  $\omega$  частота,  $t$  – час.

ДКП є узагальненням частотно-часових характеристик кіл [7-9]. Так, при частоті він перетворюється у перехідну функцію кола

$$K(0, t) = g(t) = \int_0^t h(\tau) d\tau \quad (2)$$

А при часі  $t \rightarrow \infty$  ін стає стаціонарним коефіцієнтом передачі кола:

$$K(j\omega) = \int_0^{\infty} h(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (3)$$

Як функція часу ДКП визначає безпосередньо комплексну обвідну на виході кола при стрибку амплітуди гармонічного сигналу з частотою  $\omega$  в момент. Двовимірна функція ДКП включає в себе і частотну характеристику кола і часову. Реальне відображення передаточних функцій фільтрів є безперервним (у силу своєї фізичної сутності) і для спрощення подальших розрахунків звичайно задається у аналітичній формі у комплексній  $p$ -площині по частотному аргументу  $\omega$  від  $-\infty$  до  $+\infty$ . При  $z$ -перетворенні відбувається нелінійне викривлення шкали частот: повний частотний діапазон від  $-\infty$  до  $+\infty$  безперервних функцій у  $p$ -площині стискається до головного частотного діапазону дискретних функцій у  $z$ -площині.  $z$ -перетворення дозволяє зробити перехід від фактичних частот головного частотного діапазону, котрим повинен відповідати оператор цифрового фільтру, до денормованих частот  $\omega_d$  комплексної  $p$ -площини, на котрій можна задавати необхідну форму передаточної функції фільтру, при цьому апроксимація передаточних функцій, враховуючи існування  $\omega$  від  $-\infty$  до  $+\infty$ , може проводитися многочленами і раціональними функціями [7-9].

### Мета дослідження

Метою проведеного дослідження є використання методів та засобів проектування цифрових фільтрів у динамічному стані для зменшення перехідних процесів у цифрових фільтрах Баттерворта другого порядку, скорочення динамічних режимів цифрових кіл та визначення доцільності використання методу динамічного коефіцієнту передачі (ДКП).

Для вирішення завдань було використано комплекс методів: системного аналізу – для дослідження діючих алгоритмів обробки перехідних процесів, що виникають у радіотехнічних колах;  $z$ -перетворення – для синтезу цифрових фільтрів; швидкого перетворення Фур'є та динамічного коефіцієнту передачі – для розрахунку двомірних динамічних характеристик цифрових фільтрів Баттерворта другого порядку.

Дістав подальшого розвитку метод синтезу цифрових фільтрів Баттерворта, який дозволяє проводити частотно-часовий аналіз, що дає можливість дослідити динамічні характеристики кіл.

### Викладення основного матеріалу дослідження

В якості вихідних даних використано операторний коефіцієнт передачі:

$$K(p) = M(p)/N(p), \quad (4)$$

де  $M(p)$  і  $N(p)$  – поліноми, які задаються шляхом вибору типу фільтра, наприклад Баттерворта [1, 7-8].

Виконаємо заміну оператора:

$$p = \frac{2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}, \quad (5)$$

у результаті чого отримаємо новий вираз

$$K(z) = M(z)/N(z). \quad (6)$$

Фільтр Баттерворта другого порядку описується операторним коефіцієнтом передачі:

$$K(p) = \frac{1}{p^2 + \sqrt{2}p + 1}. \quad (7)$$

Амплітудно-частотна характеристика фільтра Баттерворта другого порядку описується виразом

$$K(\omega) = \left| \frac{1}{p(j\omega)^2 + \sqrt{2}j\omega + 1} \right|. \quad (8)$$

Частотна характеристика фільтру Баттерворта без використання методу z-перетворення, досягає нуля на нескінченній частоті. При переході до цифрових фільтрів робоча ділянка частотної характеристики обмежується частотою  $\omega_{max} = \frac{\omega_T}{2}$  де  $\omega_T = \frac{2\pi}{T}$  тактова частота (частота Найквіста),  $T$  – відстань між вибірками імпульсного відгуку. Усічення частотної характеристики шляхом виключення частот вище  $\omega_{max}$  риздить до погрешностей у роботі фільтрів.

При побудові фільтрів, які синтезуються на підставі операторних характеристик, таку похибку можна виключити. Для уникнення накладення спектрів пропонується перехід до z-перетворення шляхом заміни оператора  $p$  на підставі (5), попередньо використано денормування коефіцієнтів передачі. У розрахунках використовується коефіцієнт  $R = \frac{\omega_T}{\pi\omega_s}$  який пов'язує тактову частоту  $\omega_T$  частотою зрізу фільтра.  $\omega_s$  через кількість вибірок частотної характеристики  $N$ , а через  $r$  – кількість вибірок в межах смуги пропускання, тоді:

$$R = \frac{N}{\pi r}. \quad (9)$$

Отримано коефіцієнт передачі для фільтра Баттерворта другого порядку після перетворення та нормування:

$$K(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{R^2 + \sqrt{2}R + 2z^{-1}(1 - R^2) + z^{-2}(R^2 - \sqrt{2}R + 1)}. \quad (10)$$

Для переходу з z-площини до частотної площини слід здійснити заміну.  $z = e^{j\omega T}$ . Використовуючи стандартну програму обчислення модуля і фази комплексного коефіцієнту передачі  $K(j\omega)$  визначені вибірки амплітудно-частотних (АЧХ) і фазо-частотних (ФЧХ) характеристик, на підставі яких були побудовані графіки (рис. 1):

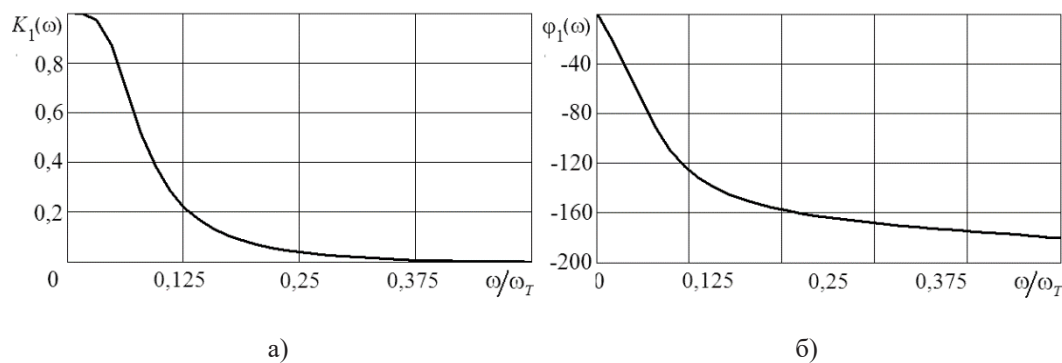


Рис. 1. АЧХ (а) та ФЧХ (б) фільтру Баттерворта другого порядку, розраховані при використанні методу z-перетворення

Як бачимо, в даному випадку вдається уникнути накладення спектрів, через те що амплітудно-частотні характеристики досягають нуля, а фазо-частотні – 180°.

Для аналізу роботи цифрових фільтрів Баттерворта у динамічному стані використовуються дискретні перетворення Фур'є (ДПФ), пряме та зворотне (ЗДПФ). По частотній характеристиці фільтра обчислена імпульсна характеристика фільтру (рис. 2):

Розрахунок часових характеристик необхідний нам для подальшого аналізу роботи цифрових фільтрів у динамічному режимі. Пряме і зворотне ДПФ розраховуються за допомогою матриць ДПФ і ЗДПФ [7]. Графік динамічного коефіцієнта передачі фільтрів Баттерворта другого порядку наведено на рис. 3:

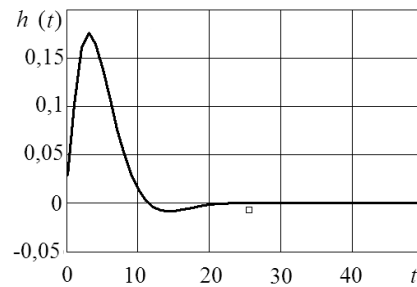


Рис. 2. Імпульсна  $h(t)$  характеристики фільтрів Баттерворта другого порядку

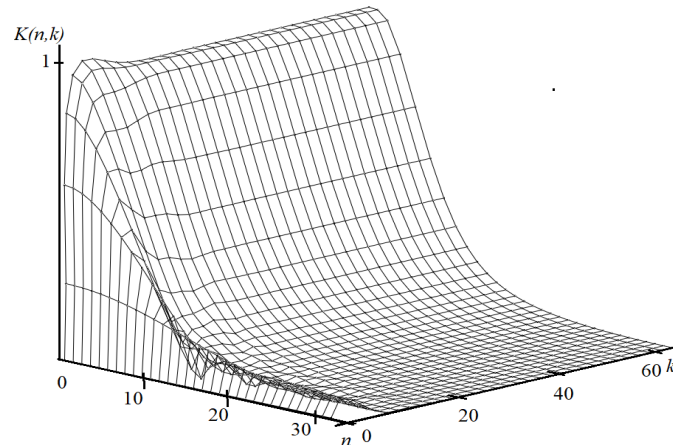


Рис. 3. Динамічний коефіцієнт передачі фільтра Баттерворта 2-го порядку

### Висновки

У будь-якій лінійній системі з обмеженою смугою пропускання виникають динамічні похибки. Вони ведуть до зменшення завадостійкості прийому сигналів і, в першу чергу, сигналів зі швидкозмінними параметрами. Синтез цифрових фільтрів Баттерворта за допомогою метода z-перетворення дозволяє отримати частотні характеристики без втрати «хвостів». Для визначення динамічних характеристик цифрових фільтрів Баттерворта після обчислення вибірок імпульсного відгуку слід використовувати усічену матрицю дискретного перетворення Фур'є. Динамічний коефіцієнт передачі цифрових фільтрів Баттерворта другого порядку як функція часу при  $t \rightarrow \infty$  плавно переходить до стаціонарного значення. Показано і практично підтверджено, що найбільш зручним і інформативним в аналізі динаміки цифрових фільтрів Баттерворта за допомогою комплексних обвідних є частотно-часовий метод динамічного коефіцієнта передачі.

### Список використаної літератури

1. Скляр Б. Цифровий зв'язок. Теоретичні основи і практичне застосування. М: Видавничий дім «Вільямс», 2003. 1104 с.
2. Агаджанян А. Р., Філіпський Ю. К. Переваги обробки нестационарних сигналів частотно-часовими методами. *Праці ОПУ*. 2011. С. 125–129.
3. Фонар Л. С., Ємельянов С. В., Барабанов М. О. Синхронно-гребінчастий фільтр для виділення регулярних компонентів у віброакустичних сигналах роторних машин. *Вісник херсонського НТУ*. Херсон. 2019. С. 69–74.
4. Proakis J., Manolakis D. *Digital Signal Processing*. London: Pearson. 1019 p. – (4th Edition).
5. Філіпський Ю. К. Динаміка сигнальних перетворень. – Одеса: ОДПУ, 2006. 89 с.
6. Бойко В. І., Багрій В. В. Цифрова схемотехніка. К: ІЗМН, 2001. 228 с.

7. Filipsky Yu. K., Fonar L.S. Synthesis of highly selective digital filters without analog prototypes. *Proceedings of the XXXI International Scientific Conference ELNANO*. April 12-14, 2011. Kyiv, 2011. С. 44.
8. Фонарь Л.С. Динамические характеристики цифровых фильтров без аналоговых прототипов. *Вісник Хмельницького національного університету*. 2013. № 5 (205). С. 171-176.
9. Фонарь Л.С., Филипский Ю.К. Частотно-временной анализ цифровых гауссовых фильтров. *Труды Одесского политехн. ун-та*. 2013. Вып. 2(41). С. 257-260.

#### References

1. Skliar, B. (2003)/ Tsyfrovyi zviazok. Teoretychni osnovy i praktychne zastosuvannia [Digital communication. Theoretical foundations and practical application]. M: Vydavnychiy dim «Viliams».
2. Ahadzhanian, A. R., & Filipskiy, Yu. K. (2011). Perevahy obrobky nestatsionarnykh syhnaliv chastotno – chasovymy metodamy [Advantages of processing non-stationary signals by frequency-time methods. *Pratsi OPU*, 125–129.
3. Fonar, L. S., Yemelianov, S. V., & Barabanov, M. O. (2019). Synkhronno-hrebinchastyi filtr dlia vydilennia rehuliarnykh komponentiv u vibroakustychnykh syhnalakh rotornykh mashyn [Synchronous comb filter for extracting regular components in vibroacoustic signals of rotary machines]. *Visnyk khersonskoho NTU*. Kherson., 69–74.
4. Proakis, J., & Manolakis, D. Digital Signal Processing. London: Pearson. (4th Edition).
5. Filipskiy, Yu. K. (2006). Dynamika syhnalnykh peretvoren [Dynamics of signal transformations]. Odesa: ODPU.
6. Boiko, V. I., & Bahrij, V. V. (2001). Tsyfrova skhemotekhnika [Цифрова схемотехніка]. K: IZMN.
7. Filipsky, Yu.K., & Fonar, L.S. (2011). Synthesis of highly selective digital filters without analog prototypes. *Proceedings of the XXXI International Scientific Conference ELNANO April 12-14, 2011 h*. Kyiv, 44.
8. Fonar, L.S. (2013). Dynamycheskye kharakterystyky tsyfrovikh fyltrov bez analohovikh prototipov [Dynamic characteristics of digital filters without analog prototypes]. *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu*. **5** (205), 171-176.
9. Fonar, L.S., & Fylypskiy, Yu.K. (2013). Chastotno-vremennoi analiz tsyfrovikh haussovikh fyltrov [Frequency-time analysis of digital Gaussian filters]. *Trudi Odesskoho polytekhn. un-ta*. **2**(41), 257-260.

Фонарь Людмила Сергіївна – к.т.н., доцент кафедри штучного інтелекту та аналізу даних Національного університету «Одеська політехніка», e-mail: fonar\_l\_s@ukr.net, ORCID: 0000-0002-7478-6742.

Коновалов Олександр Сергійович – аспірант кафедри штучного інтелекту та аналізу даних Національного університету «Одеська політехніка», e-mail: akonovvalov.lux@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8023-9633.

Філіппов Євген Геннадійович – аспірант кафедри штучного інтелекту та аналізу даних Національного університету «Одеська політехніка», e-mail: 7161160@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9034-176X.



А.Н. ХОМЧЕНКО

Чорноморський національний університет ім. Петра Могили

О.І. ЛИТВИНЕНКО, О.М. ДУДЧЕНКО

Херсонський навчально-науковий інститут Національного університету кораблебудування  
ім. адм. Макарова

І.О. АСТІОНЕНКО

Херсонський національний технічний університет

## ГЕОМЕТРИЧНІ ГІПОТЕЗИ І ФІЗИЧНА НЕАДЕКВАТНІСТЬ СЕРЕНДИПОВИХ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Фізичною неадекватністю стандартних серендипових скінченних елементів (СЕ) називають "парадокс гравітаційного відштовхування", тобто від'ємні вузлові навантаження від рівномірної масової сили. Першим на цю особливість звернув увагу сам професор О. Зенкевич, який разом із Ергатудісом і Айронсом відкрив серендипові СЕ. Він був переконаний, що цей недолік усунути неможливо. До такого висновку схилиється більшість фахівців, які використовують матричний метод побудови базисних функцій. Аналізуючи нематричний метод Тейлора, можна знайти причини виникнення від'ємних навантажень в кутових вузлах СЕ. Це своєрідна "помста" математичної моделі за ідеалізацію. В стандартному алгоритмі Тейлора закладені геометричні гіпотези формування лінійчатих проміжних (некутових) базисних поверхонь.

В тих випадках, коли необхідне узгодження між геометричними гіпотезами і фізичною адекватністю моделей серендипових СЕ, краще відмовитись від матричного аналізу. Важливо знайти конструктивний спосіб зменшити середню аплікату проміжних базисних поверхонь. Такі поверхні у рамках інтерполяційної гіпотези Лагранжа придатні для метода Тейлора і можуть успішно замінити традиційні коноїди. Можна зберегти коноїди, якщо звернутися до тригонометричних напрямних. Популярність тригонометричних базисів в МСЕ зростає, а потенціал елегантного метода Тейлора ще не вичерпано. Стосовно кубатури  $Q_{12}$  треба відзначити, що вона ефективна і дає точні результати, навіть коли «працюють» лише чотири (або три) вузли із дванадцяти.

Ми пропонуємо замість лінійчатих поверхонь (коїдів) з нульовою кривиною Гаусса подвійно опуклі поверхні з від'ємною кривиною. Ефективність такої модифікації метода Тейлора ілюструють приклади серендипових СЕ:  $Q_8$  (біквадратичний),  $Q_{12}$  (бікубічний) та мішаний  $Q_{10}$  (квадратично-кубічний). Наведено базиси альтернативних СЕ та інтегральні і локальні характеристики нових моделей.

Ключові слова: метод скінченних елементів (МСЕ), геометрична гіпотеза Тейлора, фізична неадекватність стандартних СЕ, модифікація метода Тейлора.

A.N. KHOMCHENKO

Petro Mohyla Black Sea National University

O.I. LYTVYNNENKO, O.N. DUDCHENKO

Kherson Educational and Scientific Institute of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding

I.O. ASTIONENKO

Kherson National Technical University

## GEOMETRICAL HYPOTHESES AND PHYSICAL INADEQUACY OF SERENDIPITY FINITE ELEMENTS

The physical inadequacy of standard serendipity finite elements (FEs) is referred to as the "paradox of gravitational repulsion," i.e., negative nodal loads from a uniform mass force. Professor O. Zenkiewicz who, together with Ergatoudis and Irons discovered serendipitous FEs, was the first to notice this peculiarity. He believed that this drawback could not be eliminated. This conclusion is shared by most experts who use the matrix method of constructing basis functions. By analyzing Taylor's non-matrix method, it is possible to find the causes of negative loads in the angular nodes of the FEs. This is a sort of "revenge" of the mathematical model for idealization. The standard algorithm of Taylor incorporates geometric hypotheses of forming linear intermediate (non-angular) basis surfaces.

In cases where a reconciliation between geometric hypotheses and physical adequacy of serendipity FE models is required, it is better to avoid matrix analysis. It is important to find a constructive way to reduce the average application of intermediate basis surfaces. Such surfaces, under the Lagrange interpolation hypothesis, are suitable for the Taylor method and can successfully replace traditional conoids. Conoids can be preserved if one turns to trigonometric directions. The popularity of trigonometric bases in the FEM is growing, and the potential of the elegant Taylor method has not yet

been exhausted. Regarding the  $Q_{12}$  cubature, it should be noted that it is efficient and gives accurate results even when only four (or three) nodes out of twelve are "working".

We propose doubly convex surfaces with negative curvature instead of linear surfaces (conoids) with zero Gauss curvature. The effectiveness of such a modification of the Taylor method is illustrated by examples of serendipity FEs:  $Q_8$  (biquadratic),  $Q_{12}$  (bicubic), and mixed  $Q_{10}$  (quadratic-cubic). The bases of alternative FEs and the integral and local characteristics of the new models are presented.

*Key words:* finite element method (FEM), Taylor's geometric hypothesis, physical inadequacy of standard FEs, modification of Taylor's method.

### Постановка проблеми

Фізична неадекватність спектра вузлових навантажень завжди була і лишається актуальною проблемою для стандартних серендипових СЕ. Пошуки фізично адекватних спектрів привели до появи альтернативних моделей. Модельний ряд фізично адекватних СЕ поповнюється виключно за рахунок нематричних методів. Це пряме геометричне конструювання базисів або конденсація "дутої" моди. У цій роботі ми використовуємо прихований потенціал елегантного (на думку Р. Галлагера) метода для побудови альтернативних базисів найбільш розповсюджених серендипових СЕ:  $Q_8$ ,  $Q_{12}$  і  $Q_{10}$ . Для спрощення процедури інтегрального усереднення ми пропонуємо зручну кубатуру на мішаному шаблоні  $Q_{12}$ .

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Історія серендипових СЕ почалася у 1968 р. [1], коли Ергатудіс, Айронс і Зенкевич (в англійських джерелах EIZ) винахідливо підібрали базисні функції для поліноміальної інтерполяції в моделях  $Q_4$  (білінійна),  $Q_8$  (біквадратична),  $Q_{12}$  (бікубічна). У 1971 р. [2] Зенкевич звернув увагу читачів на неприродний з точки зору будівельної механіки зміст розподілу вузлових навантажень в елементах  $Q_8$  і  $Q_{12}$ . Нагадаємо, що це був період бурхливого розвитку МСЕ під впливом інженерно орієнтованих науковців. Подальші дослідження [3-5] показали, що це обов'язкова особливість стандартних серендипових базисів, які отримані методом оберненої матриці. Заслуга Тейлора [6] полягає в тому, що він запропонував математичну процедуру конструювання базисів серендипових СЕ. На жаль, геометрична гіпотеза Тейлора спирається на лінійчаті поверхні (коноїди Каталана), що не звільняє стандартні моделі від фізичної неадекватності спектрів вузлових навантажень. Стереометричний аналіз формоутворення некласичних базисів [7-13] показав, що геометричні гіпотези не обов'язково обмежувати коноїдами. Це означає, що існують модифікації метода Тейлора. В нашій роботі модифікований варіант метода Тейлора ілюструється на моделях  $Q_8$ ,  $Q_{12}$  і  $Q_{10}$ . При обчисленні вузлових навантажень замість подвійного інтегрування ми використовуємо спеціальний обчислювальний шаблон  $Q_{12}$  і кубатурну формулу для зваженого усереднення аплікату базисних поверхонь. Це квазіметод Монте-Карло на основі стратифікованої вибірки із 12-ти аплікату. Випадковість вже майже 40 років [14] використовується в МСЕ.

### Мета дослідження

**Мета дослідження** – підібрати проміжні базисні поліноми метода Тейлора таким чином, щоб усунути фізичну неадекватність в спектрах вузлових навантажень серендипових елементів  $Q_8$ ,  $Q_{12}$  і  $Q_{10}$ . Протестувати запропонований обчислювальний шаблон і кубатуру для зваженого усереднення інтегральних характеристик нових базисів (квазіметод Монте-Карло).

### Викладення основного матеріалу дослідження

Серендипові СЕ ми розглядаємо на канонічному квадраті  $|x| \leq 1, |y| \leq 1$  (рис. 1). В класичному алгоритмі метода Тейлора саме на першому кроці [3, 6] закладено геометричні гіпотези, які стали причиною виникнення «парадокса Зенкевича».

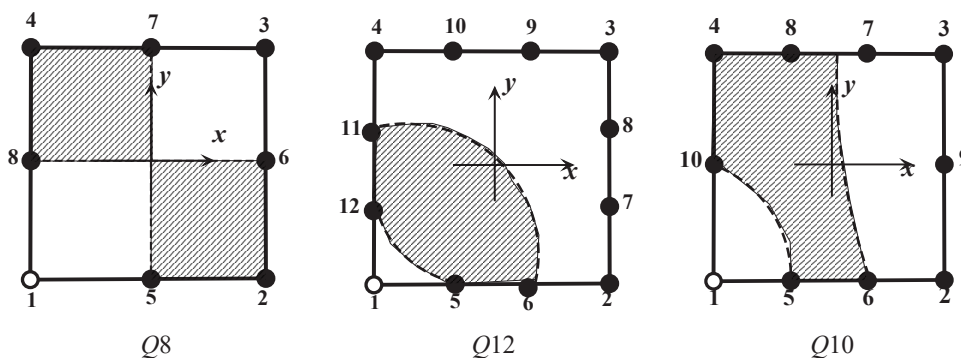


Рис. 1. Портрети ліній нульового рівня кутових поверхонь  $N_1(x, y)$ ; області від’ємних значень (заштриховано)

Щоб уникнути від’ємних навантажень в кутових вузлах, треба зменшити середні аплікати проміжних поверхонь. Тут існує декілька способів. Цікавий приклад неklasичного формоутворення проміжних поверхонь ми спостерігали у стереометричному конструюванні CE Q8 [7]. Аналогічні гіпотези розповсюджені на CE Q10 і Q12. Таким чином, класичний алгоритм метода Тейлора зберігається, але проміжні поверхні інші.

Зрозуміло, що кутові поверхні базисів також відрізняються від стандартних. Важливо, що альтернативні моделі мають фізично адекватні спектри вузлових навантажень.

Покажемо альтернативні моделі. Проста і наочна процедура метода Тейлора докладно описана в [3, 6, 8], тому ми наводимо результати, модель Q8 (рис. 1):

$$N_5(x, y) = \frac{1}{4}(1 - x^2)(1 - y)^2, \text{ аналогічно } N_i(x, y) \text{ для } i = 6, 7, 8;$$

$$N_1(x, y) = \frac{1}{4}(1 - x)(1 - y)xy, \text{ аналогічно } N_i(x, y) \text{ для } i = 2, 3, 4.$$

Вузлові навантаження:

$$i = \frac{1}{36} \text{ для } i = 1, 2, 3, 4; \quad i = \frac{2}{9} \text{ для } i = 5, 6, 7, 8.$$

Нагадаємо, що для стандартної моделі Q8:

$$i = \frac{1}{12} \text{ для } i = 1, 2, 3, 4; \quad i = \frac{1}{3} \text{ для } i = 5, 6, 7, 8.$$

Модель Q12 (рис. 1):

$$N_5(x, y) = \frac{9}{64}(1 - x^2)(1 - 3x)(1 - y)^2,$$

аналогічно  $N_i(x, y)$  для  $i = 6, 7, \dots, 12$ ;

$$N_1(x, y) = \frac{1}{64}(1 - x)(1 - y)(-2 + 9(x^2 + y^2 + x + y - x^2y - xy^2)),$$

аналогічно  $N_i(x, y)$  для  $i = 2, 3, 4$ .

Вузлові навантаження:  $i = 0$ , для  $i = \overline{1, 4}$ ;  $i = \frac{1}{5}$ ,  $i = 5, \dots, 12$ ; для стандартної моделі Q12:

$$i = -\frac{1}{8}, i = \overline{1, 4}; \quad i = \frac{3}{16}, i = 5, 6, \dots, 12.$$

Модель Q10 (рис. 1):

$$N_5(x, y) = \frac{9}{64}(1 - x^2)(1 - 3x)(1 - y)^2,$$

аналогічно  $N_i(x, y)$  для  $i = 6, 7, 8$ ;

$$N_{10}(x, y) = \frac{1}{4}(1 - y^2)(1 - x)^2,$$

аналогічно  $N_i(x, y)$  для  $i = 9$ ;

$$N_1(x, y) = \frac{1}{64}(1 - x)(1 - y)(-1 + 8x + y + 8xy + 9x^2 - 9x^2y),$$

аналогічно  $N_i(x, y)$  для  $i = 2, 3, 4$ .

Вузлові навантаження:

$$i = \frac{1}{72}, i = \overline{1, 4}; \quad i = \frac{1}{8}, i = 5, 6, 7, 8; \quad i = \frac{2}{9}, i = 9, 10.$$

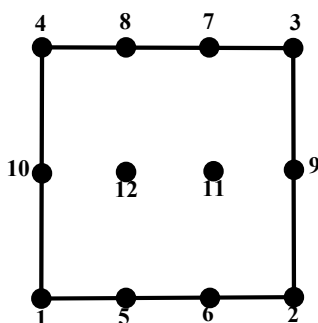
Для стандартної моделі Q10:

$$i = -\frac{5}{48}, i = \overline{1, 4}; \quad i = \frac{1}{48}, i = 5, \dots, 8; \quad i = \frac{1}{3}, i = 9, 10.$$

Вузлові навантаження, зазвичай, визначають подвійним інтегруванням базисної функції за формулою Ньютона-Котеса:

$$i = \frac{1}{S} \int_D N_i(x, y) dx dy, \text{ де } S - \text{ площа області } D.$$

Якщо це незручно, як для кутових поверхонь в нових моделях Q10 і Q12, можна скористатися обчислювальним шаблоном Q12 і відповідною кубатурою (рис. 2). Ця кубатура дає точні результати для всіх розглянутих моделей.



$$\bar{f} = \frac{1}{48} \sum_{i=1}^4 f_i + \frac{1}{16} \sum_{i=5}^8 f_i + \frac{1}{12} \sum_{i=9}^{10} f_i + \frac{1}{4} \sum_{i=11}^{12} f_i.$$

Рис. 2. Обчислювальний шаблон Q12 і кубатура квазіметода Монте-Карло

### Висновки

В тих випадках, коли необхідне узгодження між геометричними гіпотезами і фізичною адекватністю моделей серендипових СЕ, краще відмовитись від матричного аналізу. Важливо знайти конструктивний спосіб зменшити середню аплікату проміжних базисних поверхонь. Такі поверхні у рамках інтерполяційної гіпотези Лагранжа придатні для метода Тейлора і можуть успішно замінити традиційні коноїди. Можна зберегти коноїди, якщо звернутися до тригонометричних напрямних. Популярність тригонометричних базисів в МСЕ зростає, а потенціал елегантного метода Тейлора ще не вичерпано. Стосовно кубатури Q12 треба відзначити, що вона ефективна і дає точні результати, навіть коли “працюють” лише чотири (або три) вузли із 12-ти.

### Список використаної літератури

1. Ergatoudis J., Irons B.M., Zienkiewicz D.C. Curved isoperimetric quadrilateral elements for finite element analysis, Int. J. Solids Struct., 1968, 4, p. 31-42.
2. Zienkiewicz O.C. The Finite Element Method in Engineering Science. London: McGraw-Hill, 1971. 571 p.
3. Gallagher R.H. Finite Element Analysis fundamentals, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, N.Y. (1975).

4. Akin I.E. Finite Element Analysis with Error Estimators. Elsevier, Butterworth-Heinemann, 2005. 477 p.
5. Onate E. Structural Analysis with the Finite Element Method. Springer Netherlands, 2009. 495 p.
6. Taylor R.L. On the completeness of shape functions for finite element analysis. J.Num. Meth. Eng.,1972, 4, №1, p. 17-22.
7. Хомченко А. Н., Литвиненко О.І., Астіоненко І.О. Тригонометричні субститут-базиси скінченного елемента Q8. Прикладні питання математичного моделювання. 2020. Т. 3, № 1. С. 248-255. DOI: 10.32782/2618-0340/2020.1-3.25.
8. Астіоненко І.О., Литвиненко О.І., Хомченко А.Н. Інтерполяційна процедура Тейлора для побудови базисів серендипових SE: модифікація. Матеріали міжн. наук. конф. “Інтелектуальні системи прийняття рішень і проблеми обчислювального інтелекту”. Т. 1, Херсон: ХНТУ, 2009, с. 9-12.
9. Хомченко А.Н., Астіоненко И.А. Гауссова кривизна серендиповых поверхностей или как прогнуть коноид. Вісник ХНТУ, 3 (58), 2016, с.444-447.
10. Хомченко А. Н., Литвиненко О.І., Карпова С.О., Астіоненко І.О. Моделі коноїдів та метод перерізів. Прикладні питання математичного моделювання. 2021. Т. 4, № 1. С. 253-260. DOI: 10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.27.
11. Хомченко А. Н., Тендітна Н.В., Литвиненко О.І., Дудченко О.М., Астіоненко І.О. Кусково-планарне моделювання базисів мішаних серендипових елементів. Прикладні питання математичного моделювання. Т. 3, № 2.2. 2020. С. 283-292. DOI: 10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-2.28
12. Хомченко А. Н., Литвиненко О.І., Дудченко О.М., Астіоненко І.О. Стереометрія стиснутих коноїдів та фізична адекватність базисів елемента Q8. Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. Випуск 3 (134). Дніпро, 2021. С. 40-48. DOI: 10.34185/1562-9945-3-134-2021-05
13. Guchek P., Astionenko I., Dudchenko O., Litvinenko O. and Khomchenko A. Inherited Properties of Mixed Finite Elements. 37th IBIMA Conference: 30-31 May 2021, Cordoba, Spain, p. 11307-11317. <https://ibima.org/accepted-paper/inherited-properties-of-mixed-finite-elements/>
14. Хомченко А.Н. Некоторые вероятностные аспекты метода конечных элементов. Ивано-Франковский Ин-т нефти и газа, 1982. 9 с. Деп. в ВИНТИ 18.03.1982, № 1213 – 82 Деп.

### References

1. Ergatoudis, J., Irons, B.M., & Zienkiewicz, D.C. (1968). Curved isoperimetric quadrilateral elements for finite element analysis, Int. J. Solids Struct., 4, 31-42.
2. Zienkiewicz, O. C. (1971). The Finite Element Method in Engineering Science. London: McGraw-Hill
3. Gallagher, R.H. (1975). Finite Element Analysis fundamentals, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, N.Y.
4. Akin, I.E. (2005). Finite Element Analysis with Error Estimators. Elsevier, Butterworth-Heinemann.
5. Onate, E. (2009). Structural Analysis with the Finite Element Method. Springer Netherlands.
6. Taylor, R.L. (1972). On the completeness of shape functions for finite element analysis. J.Num. Meth.Eng. 4 (1), p. 17-22.
7. Khomchenko, A. N., Lytvynenko, O.I., & Astionenko, I.O. (2020). Tryhonometrychni substytut-bazysy skinchennoho elementa Q8. Prykladni pytannia matematychnoho modeliuvannia. 3 (1), 248-255. DOI: 10.32782/2618-0340/2020.1-3.25.

8. Astionenko, I.O., Lytvynenko, O.I., & Khomchenko, A.N. (2009). Interpoliatsiina protsedura Teilora dlia pobudovy bazysiv serendypovykh SE: modyfikatsiia. Materialy mizhn. nauk. konf. "Intelektualni systemy pryiniattia rishen i problemy obchysliuvalnoho intelektu". T. 1, Kherson: KhNTU, 9-12.
9. Homchenko, A.N., & Astionenko, I.A. (2016). Gaussova krivizna serendypovykh poverhnostey ili kak prognut konoid. Visnyk HNTU, 3 (58), 444-447.
10. Khomchenko, A. N., Lytvynenko, O.I., Karpova, S.O., & Astionenko, I.O. (2021). Modeli konoidiv ta metod pereriziv. Prykladni pytannia matematychnoho modeliuвання. 4, (1), 253-260. DOI: 10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.27.
11. Khomchenko, A. N., Tenditna, N.V., Lytvynenko, O.I., Dudchenko, O.M., & Astionenko, I.O. (2020). Kuskovo-planarne modeliuвання bazysiv mishanykh serendypovykh elementiv. Prykladni pytannia matematychnoho modeliuвання. 3 (2.2), 283-292. DOI: 10.32782/KNTU2618-0340/2020.3.2-2.28
12. Khomchenko, A. N., Lytvynenko, O.I., Dudchenko, O.M., & Astionenko, I.O. (2021). Stereometriia stysnutykh konoidiv ta fizychna adekvatnist bazysiv elementa Q8. Systemni tekhnologii. Rehionalnyi mizhvuzivskiy zbirnyk naukovykh prats. Dnipro, 3 (134), 40-48. DOI: 10.34185/1562-9945-3-134-2021-05
13. Guchek, P., Astionenko, I., Dudchenko, O., Litvinenko, O. & Khomchenko, A. (2021). Inherited Properties of Mixed Finite Elements. 37th IBIMA Conference: 30-31 May 2021, Cordoba, Spain, p. 11307-11317. <https://ibima.org/accepted-paper/inherited-properties-of-mixed-finite-elements/>
14. Homchenko, A.N. (1982). Nekotoryie veroyatnostnyie aspektyi metoda konechnyih elementov. Ivano-Frankovskiy In-t nefti i gaza, 9 s. Dep. v VINITI 18.03.1982, #1213 – 82 Dep.

Хомченко Анатолій Никифорович – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри інтелектуальних інформаційних систем Чорноморського національного університету ім. П. Могили, e-mail: [khan@chmnu.edu.ua](mailto:khan@chmnu.edu.ua), ORCID: 0000-0002-5053-388X.

Литвиненко Олена Іванівна – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційних технологій та фізико-математичних дисциплін Херсонського навчально-наукового інституту Національного університету кораблебудування ім. адм. Макарова, e-mail: [mmkntu@gmail.com](mailto:mmkntu@gmail.com), ORCID: 0000-0001-9890-6959.

Дудченко Олег Миколайович – к.т.н., професор кафедри інформаційних технологій та фізико-математичних дисциплін, заступник директора з навчальної роботи Херсонського навчально-наукового інституту Національного університету кораблебудування ім. адм. Макарова, e-mail: [kbnuos@gmail.com](mailto:kbnuos@gmail.com), ORCID: 0000-0002-7724-0892.

Астіоненко Ігор Олександрович – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри вищої математики і математичного моделювання Херсонського національного технічного університету, e-mail: [astia@ukr.net](mailto:astia@ukr.net), ORCID: 0000-0002-5831-6353.

## НОТАТКИ

# ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Технічний редактор

Литвиненко Олена Іванівна  
к.т.н., доцент

Верстка

Наталія Кузнєцова

Здано до набору 16.12.2022 р. Підписано до друку 23.12.2022 р.  
Гарнітура Times New Roman. Формат 60×84/8.  
Друк офсетний. Папір офсетний.  
Ум. друк. арк. 13,02. Зам. № 0623/362. Наклад 100 прим.

Видавництво і друкарня – Видавничий дім «Гельветика»  
65101, Україна, м. Одеса, вул. Інглєзі, 6/1  
Телефон +38 (095) 934 48 28, +38 (097) 723 06 08  
E-mail: mailbox@helvetica.ua  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
ДК No 7623 від 22.06.2022 р.