

ISSN 2618-0332 (print)
ISSN 2618-0340 (online)

Міністерство освіти і науки України

Херсонський національний технічний університет

ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Т. 7, №1

Рекомендовано до друку Вченою радою
Херсонського національного технічного університету
(протокол № 13 від 28.05.2024 року)

Журнал включений до Реєстру наукових фахових видань України категорії Б
на підставі Наказу МОН України від 17 березня 2020 року № 409

Журнал включено до наукометричних баз, електронних бібліотек та репозитаріїв:
Google Scholar, CiteFactor Academic Scientific Journals,
National Library of Ukraine (Vernadsky)



Видавничий дім
«Гельветика»
2024

Редакційна рада

Головний редактор

Астіоненко І.О.

к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри загальноосвітніх, гуманітарних та природничих дисциплін Херсонського національного технічного університету

Заступники головного редактора

Литвиненко О.І.

к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційних технологій та фізико-математичних дисциплін Херсонського навчально-наукового інституту Національного університету кораблебудування ім. адмірала Макарова

Рудакова Г.В.

д.т.н., професор, професор кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету (м. Херсон)

Відповідальний секретар

Омельчук А.А.

к.т.н., провідний фахівець кафедри комп'ютерних та інформаційних технологій і систем Державного податкового університету

Члени редакційної колегії за спеціальностями:

Іноземні фахівці

Бабічев С.О.

к.т.н., доцент (Чехія)

Гучек П.Й.

д.т.н., доцент (Польща)

113 – Прикладна математика

Астіоненко І.О.

к.ф.-м.н., доцент

Гвоздева І.М.

д.т.н., професор

Гнатушенко В.В.

д.т.н., доцент

Ляшенко В.П.

д.т.н., професор

Миргород В.Ф.

д.т.н., доцент

Різник В.В.

д.т.н., професор

Стрельнікова О.О.

д.т.н., професор

122 – Комп'ютерні науки

Борисенко В.Д.	д.т.н., професор
Ванін В.В.	д.т.н., професор
Вірченко Г.А.	д.т.н., професор
Гнатушенко В.В.	д.т.н., професор
Гумен О.М.	д.т.н., професор
Корчинський В.М.	д.т.н., професор
Литвиненко В.І.	д.т.н., професор
Мартин Є.В.	д.т.н., професор
Несвідомін В.М.	д.т.н., професор
Пилипака С.Ф.	д.т.н., професор
Устенко С.А.	д.т.н., професор
Шоман О.В.	д.т.н., професор

126 – Інформаційні системи та технології

Аль-Амморі А.Н.	д.т.н., професор
Баклан І.В.	к.т.н., доцент
Бень А.П.	к.т.н., доцент
Левикін В.М.	д.т.н., професор
Литвиненко О.І.	к.т.н., доцент
Мороз Б.І.	д.т.н., професор
Стеценко І.В.	д.т.н., професор
Шерстюк В.Г.	д.т.н., професор

151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Алексєєв М.О.	д.т.н., професор
Головко В.І.	д.т.н., професор
Кондратець В.О.	д.т.н., професор
Мещеряков Л.І.	д.т.н., професор
Омельчук А.А.	к.т.н.
Осадчий С.І.	д.т.н., професор
Рудакова Г.В.	д.т.н., професор

Інші спеціальності

Дудченко О.М.	к.ф.-м.н., доцент
Кузьмич В.І.	к.ф.-м.н., доцент
Літвінова М.Б.	д.пед.н., к.ф.-м.н., професор

ISSN 2618-0332 (print)
ISSN 2618-0340 (online)

Ministry of Education and Science of Ukraine

Kherson National Technical University

APPLIED QUESTIONS OF MATHEMATICAL MODELLING

V. 7, №1

Recommended for publication by the Academic Council
of Kherson National Technical University
(Minutes No 13 on 28th May 2024)

The journal is included in the scientometric bases, electronic libraries and repositories:
Google Scholar, CiteFactor Academic Scientific Journals,
National Library of Ukraine (Vernadsky).



Publishing House
“Helvetica”
2024

Editorial Board

Editor-in-Chief

Astionenko I.O.

Ph.D., Associate Professor, Associate Professor at the Department of General Education, Humanities and Natural Science Disciplines of Kherson National Technical University

Deputies Editor-in-Chief

Lytvynenko O.I.

Ph.D., Associate Professor, Associate Professor at the Department of Information Technology and Physical and Mathematical Disciplines of the Kherson Educational and Scientific Institute of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding

Rudakova H.V.

Doctor of Engineering Science, Professor, Professor at the Department of Automatization, Robotic Technology and Mechatronics of Kherson National Technical University

Executive Secretary

Omelchuk A.A.

Ph.D., Senior Specialist at the Department of Computer and Information Technologies and Systems of the State Tax University

Members of Editorial Board by Specialties:

Foreign Specialists

Babichev S.O.

Ph.D., Associate Professor (Czech Republic)

Huchek P.Y.

Doctor of Engineering Science,
Associate Professor (Republic of Poland)

113 – Applied Mathematics

Astionenko I.O.

Ph.D., Associate Professor

Hvozdeva I.O.

Doctor of Engineering Science, Professor

Hnatushenko V.V.

Doctor of Engineering Science, Associate Professor

Liashenko V.P.

Doctor of Engineering Science, Professor

Myrhorod V.F.

Doctor of Engineering Science, Associate Professor

Riznyk V.V.

Doctor of Engineering Science, Professor

Strelnikova O.O.

Doctor of Engineering Science, Professor

122 – Computer Science

Borysenko V.D.	Doctor of Engineering Science, Professor
Vanin V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Virchenko H.A.	Doctor of Engineering Science, Professor
Hnatushenko V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Humen O.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Korchynskyi V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Lytvynenko V.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Martyn Ye.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Nesvidomin V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Pylypaka S.F.	Doctor of Engineering Science, Professor
Ustenko S.A.	Doctor of Engineering Science, Professor
Shoman O.V.	Doctor of Engineering Science, Professor

126 – Information Systems and Technologies

Al-Ammori A.N.	Doctor of Engineering Science, Professor
Baklan I.V.	Ph.D., Associate Professor
Ben A.P.	Ph.D., Associate Professor
Levykin V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Lytvynenko O.I.	Ph.D., Associate Professor
Moroz B.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Stetsenko I.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Sherstiuk V.H.	Doctor of Engineering Science, Professor

151 – Automation and Computer Integrated Technologies

Aleksieiev M.O.	Doctor of Engineering Science, Professor
Holovko V.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Kondratets V.O.	Doctor of Engineering Science, Professor
Meshcheriakov L.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Omelchuk A.A.	Ph.D.
Osadchy S.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Rudakova H.V.	Doctor of Engineering Science, Professor

Other Specialties

Dudchenko O.N.	Ph.D., Professor
Kuz'mich V.I.	Ph.D., Associate Professor
Litvinova M.B.	Doctor of Pedagogical Sciences, Ph.D. (physpcs and mathematics), Professor

ЗМІСТ

БІГУН С.В., СІМАНЕНКОВ А.Л., ЛЕБЕДЕНКО Ю.О. СИСТЕМА КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСОМ УПОРСКУВАННЯ ЦИЛІНДРОВОГО МАСТИЛА СУДНОВИХ ДВИГУНІВ ІЗ НЕЧІТКИМ РЕГУЛЯТОРОМ.....	11
ВІРЧЕНКО Г.А., ЯБЛОНСЬКИЙ П.М., ТЕРЕЩУК М.О. КРИВІ БЕЗЬЄ ЗІ СТЕПЕНЕВОЮ ПАРАМЕТРИЗАЦІЄЮ.....	23
ГАВРИЛЬЧИК Л.С. ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ SIRV-МОДЕЛІ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕПІДЕМІЇ У КОНТЕКСТІ ПАНДЕМІЇ COVID-19 У РІВНЕНСЬКІЙ ОБЛАСТІ.....	32
GUMEN O.M., RASNEK K.O. THE RISKS OF EXTERNAL MODULATION OF ION SIGNALING, MEDIATED BY ELECTROMAGNETIC RADIATION FROM WIRELESS 5G COMMUNICATION TECHNOLOGY IN TRANSMITTING INFORMATION ABOUT BIOLOGICAL PROCESSES IN LIVING ORNANISMS....	45
ДЕГТЯРЬОВ К.Г., КРЮТЧЕНКО Д.В., УСАТОВА О.О., ЗАЙДЕНВАРГ О.Л., НАУМЕНКО Ю.В. КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ ПРУЖНИХ КОАКСІАЛЬНИХ ОБОЛОНОК ОБЕРТАННЯ З УРАХУВАННЯМ ПЛЕСКАНЬ РІДИНИ.....	50
ЗОЗУЛЯ В.А., ОСАДЧИЙ С.І. МОДЕЛЮВАННЯ ПОВІТРЯНОГО ПОТОКУ ТА МОРСЬКОГО ХВИЛЮВАННЯ ПЛАТФОРМОЮ СТЮАРТА.....	60
КІЙКО О.В., ПОЖУЄВ А.В., МІХАЙЛУЦА О.М. НЕСТАЦІОНАРНА ДИНАМІКА ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ З В'ЯЗКОПРУЖНИМ ЗАПОВНЮВАЧЕМ ПІД ДІЄЮ РУХОМОГО НАВАНТАЖЕННЯ.....	71
КЛЕБАН Ю.В., ДЕНИСЮК Ю.О. ОПТИМІЗАЦІЯ ВИТРАТ НА МАРКЕТИНГОВУ ДІЯЛЬНІСТЬ БАНКІВСЬКИХ УСТАНОВ ЗА ДОПОМОГОЮ МОДЕЛЕЙ НА ОСНОВІ АНСАМБЛІВ.....	83
КЛЕВЦОВ К.М., БУКЕТОВ А.В., САПРОНОВ О.О., ШАРКО О.В., ВАСИЛЬЧЕНКО Г.Ю., СОЦЕНКО В.В., ОНИШКО Д.М. АНАЛІТИЧНИЙ РОЗРАХУНОК ОЦІНОК РИЗИКУ МОРСЬКИХ ТА МУЛЬТИМОДАЛЬНИХ ЕКОЛОГО-ОРІЄНТОВАНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ З УРАХУВАННЯМ НАДІЙНОСТІ РОБОТИ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ ТА КЕРМОВОГО УПРАВЛІННЯ СУДНОМ У РАЗІ ВИНИКНЕННЯ НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЙ В УКРАЇНІ.....	93
КЛЕВЦОВ К.М., ШАРКО О.В., ВАСИЛЬЧЕНКО Г.Ю., ТАТАРІНЦЕВА Ю.Г., ЗНАМЕРОВСЬКА Н.П. КОМП'ЮТЕРНЕ ДІАГНОСТУВАННЯ НА ОСНОВІ ТЕРМОДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРНИХ ВІДМОВ РОБОТИ СУДНОВИХ МЕХАНІЗМІВ ІЗ ГІДРАВЛІЧНИМ ПРИВОДОМ У НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЯХ.....	110
КОНДРАТЕЦЬ В.О., СЕРБУЛ О.М., МАЦУЙ А.М., ДІДИК О.К. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ УМОВ СПРАЦЮВАННЯ СТЕРЖНЕВОГО МОЛОЛЬНОГО ЗАВАНТАЖЕННЯ В КАСКАДНОМУ РЕЖИМІ ПОДРІБНЕННЯ РУДИ.....	122
КРАВЦОВА Л.В., ЗАЙЦЕВА Т.В., КАМІНСЬКА Н.Г. СПЕЦИФІКА ВИКОРИСТАННЯ МОЖЛИВОСТЕЙ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ПРОФЕСІЙНО СПРЯМОВАНИХ ЗАДАЧАХ МОРСЬКОГО ПРОФІЛЮ.....	136
КРИХІВСЬКИЙ М.В., БАНДУРА В.В., ВАВРИК Т.О. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ІНФОРМАЦІЙНОЇ БЕЗПЕКИ.....	147
КРЮТЧЕНКО Д.В. МЕТОД ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ В АНАЛІЗІ СТІЙКОСТІ КОЛИВАНЬ РІДИНИ В ОБОЛОНКАХ ОБЕРТАННЯ.....	155
ЛАДІЄВА Л.Р., КОРНІЄНКО Б.Я., ПИЛИПОН О.В. ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСОМ ПАРО-КИСНЕВОЇ КОНВЕРСІЇ МЕТАНУ.....	164

МАЗМАНІШВІЛІ О.С.

РОЗКАЧУВАННЯ ДРОБОВИМ ШУМОМ ХВИЛЬНОЇ ФУНКЦІЇ
У ПАРАБОЛІЧНОМУ ПОТЕНЦІАЛІ І СТАТИСТИЧНИЙ РОЗПОДІЛ ЧАСУ ЖИТТЯ
ХВИЛЬНОГО ПАКЕТУ ЧАСТИНКИ.....175

СОКОЛОВА Н.О., ГНАТУШЕНКО В.В., БЕШТА Л.В.

МОДЕЛЮВАННЯ СТРАТЕГІЇ КЕРУВАННЯ КОМПЛЕКСОМ ШАХТНОГО ВОДОВІДЛИВУ
НА ОСНОВІ НЕЧІТКОГО ПРОГНОЗУВАННЯ ПИТОМИХ ЕНЕРГОВИТРАТ184

FURTAT I.E., FURTAT YU.O.

KINETICS OF NON-ISOTHERMAL ADSORPTION AT CONSTANT CONCENTRATION
ON THE SURFACE OF THE THREAD.....194

CONTENTS

BIHUN S.V., SIMANENKOV A.L., LEBEDENKO YU.O. CONTROL SYSTEM OF THE CYLINDER OIL INJECTION PROCESS OF MARINE ENGINES WITH A FUZZY CONTROLLER.....	11
VIRCHENKO G.A., YABLONSKIY P.M., TERESCHUK M.O. BEZIER CURVES WITH POWER PARAMETERIZATION.....	23
HAVRYLCHYK L.S. EVALUATION OF THE EFFECTIVENESS OF THE SIRV MODEL FOR EPIDEMIC RESEARCH IN THE CONTEXT OF THE COVID-19 PANDEMIC IN THE RIVNE REGION.....	32
GUMEN O.M., RACHEK K.O. THE RISKS OF EXTERNAL MODULATION OF ION SIGNALING, MEDIATED BY ELECTROMAGNETIC RADIATION FROM WIRELESS 5G COMMUNICATION TECHNOLOGY IN TRANSMITTING INFORMATION ABOUT BIOLOGICAL PROCESSES IN LIVING ORNANISMS....	45
DEGTYAREV K.G., KRIUTCHENKO D.V., MO.O., ZAIDENVARG O.L., NAUMENKO YU.V. COMPUTER MODELING VIBRATIONS OF ELASTIC COXIAL LIQUID-FILLED SHELLS OF REVOLUTION CONSIDERING SLOSHING.....	50
ZOZULIA V.A., OSADCHY S.I. AIR FLOW AND SEA SWELL MODELING BY THE STEWART PLATFORM.....	60
KIYKO O.V., POZHUYEV A.V., MIKHAILUTSA O.M. UNSTEADY DYNAMICS OF A CYLINDRICAL SHELL WITH A VISCOELASTIC FILLER UNDER THE ACTION OF A MOVING LOAD.....	71
KLEBAN YU.V., DENYSIUK YU.O. OPTIMIZATION OF COSTS FOR MARKETING ACTIVITIES OF BANKING INSTITUTIONS WITH THE HELP OF MODELS BASED ON ENSEMBLES.....	83
KLEVTSOV K.M., BUKETOV A.V., SAPRONOV O.O., SHARKO O.V., VASYLCHENKO G.YU., SOTSENKO V.V., ONISHKO D.M. ANALYTICAL CALCULATION OF THE RISK ASSESSMENTS OF MARINE AND MULTIMODAL ECOLOGICAL-ORIENTED TRANSPORTATION, TAKING INTO ACCOUNT THE RELIABILITY OF TECHNICAL MEANS AND STEERING OF THE SHIP IN CASE OF EMERGENCIES IN UKRAINE.....	93
KLEVTSOV K.M., SHARKO O.V., VASILCHENKO G.YU., TATARINTSEVA YU.G., ZNAMEROVSKA N.P. COMPUTER DIAGNOSTICS BASED ON THERMODYNAMIC CHARACTERISTICS OF THE RELIABILITY OF SHIP MECHANISMS WITH A HYDRAULIC DRIVE IN EMERGENCY SITUATIONS.....	110
KONDRATETS V.O., SERBUL O.M., MATSUI A.M., DIDYK O.K. MATHEMATICAL MODELING OF OPERATING CONDITIONS OF THE ROD GRINDING LOAD IN THE CASCADE MODE OF ORE GRINDING.....	122
KRAVTSOVA L.V., ZAITSEVA T.V., KAMINSKA N.H. SPECIFICITY OF THE POTENTIALITY OF DIGITAL TECHNOLOGIES IN PROFESSIONALLY DIRECT TASKS OF THE MARINE PROFILE.....	136
KRYKHIVSKIY M.V., BANDURA V.V., VAVRYK T.O. MATHEMATICAL MODELS OF INFORMATION SECURITY.....	147
KRIUTCHENKO D.V. METHOD OF INTEGRAL EQUATIONS IN STABILITY ANALYSIS OF FLUID VIBRATIONS IN SHELLS OF REVOLUTION	155
LADIEVA L.R., KORNIYENKO B.YA., PYLYPON O.V. OPTIMAL CONTROL OF METHANE STEAM-OXYGEN CONVERSION PROCESS.....	164

MAZMANISHVILI O.S. STRUCTURE OF THE WAVE FUNCTION BY SHOT NOISE IN THE PARABOLIC POTENTIAL AND STATISTICAL DISTRIBUTION OF THE LIFETIME OF A PARTICLE WAVE PACKET.....	175
SOKOLOVA N.O., HNATUSHENKO V.V., BESHTA L.V. SIMULATION OF A MINE DRAINAGE COMPLEX MANAGEMENT STRATEGY BASED ON FUZZY FORECASTING OF SPECIFIC ENERGY CONSUMPTIONS.....	184
FURTAT I.E., FURTAT YU.O. KINETICS OF NON-ISOTHERMAL ADSORPTION AT CONSTANT CONCENTRATION ON THE SURFACE OF THE THREAD.....	194

С.В. БІГУН, А.Л. СІМАНЕНКОВ

Херсонська державна морська академія

Ю.О. ЛЕБЕДЕНКО

Київський національний університет технологій та дизайну

СИСТЕМА КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСОМ УПОРСКУВАННЯ ЦИЛІНДРОВОГО МАСТИЛА СУДНОВИХ ДВИГУНІВ ІЗ НЕЧІТКИМ РЕГУЛЯТОРОМ

Статтю присвячено дослідженню підходів до побудови високоефективних та високонадійних систем керування процесом упорскування циліндрового мастила суднових двигунів у різних режимах функціонування. Метою дослідження є аналіз потенційних можливостей упровадження нечітких алгоритмів керування для побудови регулятора системи змащення, що забезпечував би ефективне керування процесом в умовах дії зовнішніх збурюючих факторів. Об'єктом досліджень є системи нечіткого керування процесами імпульсного лубрикаторного змащення суднових головних двигунів. Предметом досліджень є регулятор системи керування процесами імпульсного лубрикаторного змащення суднових головних двигунів на базі нечіткого виводу.

Для досягнення поставленої мети в роботі проаналізовано структуру системи імпульсного лубрикаторного змащення, визначено збурюючі фактори, зокрема вплив параметрів палива на процес змащення, та їхній вплив на функціонування системи. Виходячи з вимог до якості процесу змащення, що передбачає підвищення ресурсу головного двигуна, забезпечення безпечної експлуатації, підвищення надійності та забезпечення живучості у разі виникнення аварійних ситуацій, мінімізацію витрат праці на обслуговування за рахунок точного дозування циліндрового мастила, сформульовано задачу оптимального керування. Ураховуючи нестационарний характер параметрів моделі об'єкта керування, обґрунтовано доцільність застосування нечітких алгоритмів для визначення параметрів налаштування регулятора.

Розроблено структуру нечіткого регулятора, визначено вхідні та вихідні параметри, а також побудовано відповідні функції належності. Виходячи з аналізу процесу функціонування системи змащення та враховуючи критерій оптимальності, сформовано базу правил для визначення пропорційних та інтегральних складників регулятора, на основі чого побудовано математичну модель нечіткого регулятора, яка описує його роботу в умовах різних режимів функціонування. Дослідження, проведені з використанням імітаційної моделі, показали ефективність та доцільність застосування нечітких алгоритмів у регуляторах системи змащення.

Ключові слова: нечіткий регулятор, імітаційна модель, оптимальне керування, система лубрикаторного змащення, судновий головний двигун.

S.V. BIHUN, A.L. SIMANENKOV

Kherson State Maritime Academy

YU.O. LEBEDENKO

Kherson National Technical University

CONTROL SYSTEM OF THE CYLINDER OIL INJECTION PROCESS OF MARINE ENGINES WITH A FUZZY CONTROLLER

The article is devoted to the study of approaches to the construction of highly efficient and highly reliable control systems for the process of injection of cylinder lubricant of marine engines in various modes of operation. The purpose of this study is to analyze the potential possibilities of implementing fuzzy control algorithms for the construction of a lubrication system regulator that would ensure effective control of the process under the influence of external disturbing factors. The object of research is the system of fuzzy control of processes of impulse lubricator lubrication of ship's main engines. The subject of research is the regulator of the process control system of impulse lubricator lubrication of ship's main engines based on fuzzy output.

To achieve the goal, the work analyzed the structure of the pulse lubricator lubrication system, determined the disturbing factors, in particular the influence of fuel parameters on the lubrication process, and their influence on the functioning of the system. Based on the requirements for the quality of the lubrication process, which involves increasing the resource of the main engine, ensuring safe operation, increasing reliability and ensuring survivability in the event of emergency situations, minimizing labor costs for maintenance due to accurate dosing of cylinder lubricant, the task of optimal control is formulated. Taking into account the non-stationary nature of the model parameters of the control object, the feasibility of using fuzzy algorithms to determine the parameters of the controller setting is substantiated.

The structure of the fuzzy controller was developed, the input and output parameters were determined, and the corresponding membership functions were constructed. Based on the analysis of the operation process of the lubrication system and taking into account the criterion of optimality, a rule base was formed for determining the proportional and integral components of the regulator; on the basis of which a mathematical model of the fuzzy regulator was built, which describes its operation in the conditions of different modes of operation. Research conducted using a simulation model showed the effectiveness and feasibility of using fuzzy algorithms in lubrication system regulators.

Key words: fuzzy controller, simulation model, optimal control, lubricator lubrication system, ship's main engine.

Постановка проблеми

Для забезпечення надійної роботи дизельного двигуна важливими чинниками є правильний режим змащення, використання якісного мастила та очищення поверхонь під час експлуатації [1]. Системи змащення грають важливу роль у забезпеченні ефективності та тривалості роботи дизельних двигунів, і це підтверджується відповідними дослідженнями. Ці системи зменшують тертя, відводять тепло та очищають поверхні від зношених продуктів, що є критично важливим для безперебійної та надійної роботи двигунів [2]. Вона відповідає за доставку мастила до тертя поверхонь двигуна з метою зменшення сил тертя, відведення тепла, що виникає під час тертя, та очищення поверхонь від продуктів зносу, нагару та сторонніх частинок. Особлива увага приділяється змащенню циліндрів, оскільки неякісне мастило або надмірне його надходження можуть призвести до нагароутворення у циліндрі та пригорання поршневих кілець. Належне змащення дизельного двигуна забезпечує його безвідмовну та надійну роботу, знижує експлуатаційні витрати та витрати на обслуговування і ремонт.

Поліпшення ефективності системи змащення головного двигуна та забезпечення його надійності й ефективного змащення в різних режимах експлуатації можливе завдяки використанню сучасних засобів мікропроцесорної техніки, які забезпечують оперативний зв'язок із системою дистанційного управління та загальносудновою обчислювальною мережею. Використання таких засобів дає змогу застосовувати вискоєфективні алгоритми, які ґрунтуються на передових методах інтелектуального керування. Це сприяє зменшенню впливу нестаціонарних процесів та збурюючих факторів на процес змащення, а також підвищує його надійність та безвідмовність.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Сучасні системи змащення обладнані датчиками, електронними регуляторами та виконавчими пристроями, які можуть інтегруватися в обчислювальну мережу. Це дає змогу розпилювати мастило за допомогою спеціальних форсунок по всьому колу втулки циліндра, ефективно змащуючи поверхню втулки. Мастило під великим тиском нагнітається із системи гідроприводу за допомогою поршня до відповідних форсунок у циліндрових втулках, які розпилюють мастило на поверхні поршневих кілець та втулок. Під час руху поршня з нижньої мертвої точки до верхньої, форсунки випускають мастило на поверхню поршневих кілець та втулок, коли пакет поршневих кілець проходить повз них. Це забезпечує рівномірне розподілення мастила по поверхнях тертя, що поліпшує умови формування надійної плівки мастила, даючи змогу значно скоротити витрату циліндрового мастила за належного стану поверхонь тертя [3; 4].

Незважаючи на використання сучасних контрольно-вимірювальних засобів та складних алгоритмів керування, системи імпульсного лубрикаторного змащення все ще мають нерозв'язані проблеми з контролем показників відпрацьованого циліндрового мастила, тиском у лубрикаторах та в'язкістю мастила, а також із забезпеченням достатньої надійності для суднових двигунів у аварійних режимах [5].

Для вирішення цих проблем можна розглянути впровадження інтелектуальних систем керування, які зможуть прогнозувати і модифікувати закони керування на основі даних про попередні цикли, навіть за обмеженої інформації про фактичний стан об'єкта.

Мета дослідження

Метою дослідження є вдосконалення системи змащення головного двигуна і підвищення його ефективності та надійності за рахунок розроблення та впровадження нечітких алгоритмів керування для розв'язання проблеми ефективного керування процесом в умовах зовнішніх збурюючих чинників, таких як вплив параметрів палива на процес змащення. Такий підхід може допомогти поліпшити якість та ефективність процесу змащення головного двигуна, а також знизити витрати на його обслуговування.

Об'єктом досліджень є системи нечіткого керування процесами імпульсного лубрикаторного змащення судових головних двигунів. Предметом досліджень є регулятор системи керування процесами імпульсного лубрикаторного змащення судових головних двигунів на базі нечіткого виводу.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

1. Аналіз структури системи імпульсного лубрикаторного змащення та визначення її збурюючих факторів, що є важливим кроком для розуміння цього процесу та виявлення можливостей для його оптимізації.

2. Постановка завдання оптимального керування, що враховує ключові аспекти якості процесу змащення для підвищення ресурсу головного двигуна, безпечної експлуатації, забезпечення надійності та здатності керування у разі аварійних ситуацій.

3. Розроблення нечіткого регулятора для визначення параметрів налаштування регулятора з урахуванням нестационарного характеру параметрів моделі об'єкта керування.

Виклад основного матеріалу дослідження

Система лубрикаторного змащення включає мастильну магістраль з основним мастильним насосом, мастильний резервуар, імпульсний дозуючий насос, акумулятор та керований клапан, що забезпечує подачу мастила до форсунок. Крім того, для керування процесом наявні контрольні-вимірювальні прилади та пристрої керування [6]. Оптимізація системи змащення є ключовим чинником для досягнення максимальної продуктивності та ефективності в різних умовах експлуатації.

Сучасний метод забезпечення безпечної, ефективної та екологічно відповідної експлуатації циліндро-поршневих груп дизелів із низькою обертовою частотою полягає у контролі показників використаного циліндрового мастила. Однак з урахуванням різноманітності циліндрових олив, умісту сірки у паливі та особливостей конструкції систем змащення важливо регулювати дозування з урахуванням характеристик палива, щоб уникнути неоднозначностей під час вибору оптимального рівня споживання циліндрового мастила.

Отже, система змащення головного двигуна є складним об'єктом, який потребує контролю за багатьма параметрами в реальному часі, такими як температура мастила, тиск у лубрикаторах та в'язкість мастила [7; 8]. Для досягнення ефективної роботи системи змащення необхідно розробити ефективні стратегії оптимізації керування форсунками упорскування мастила, урахувавши різноманітні умови експлуатації.

Таким чином, задачу оптимального керування процесом змащення судового дизеля може бути сформульовано так [9]:

Знайти для об'єкта, описаного у просторі станів як

$$\begin{cases} \dot{x} = F_1(x, u) \\ y = F_2(x, u) \end{cases} \quad (1)$$

керування u , що доставляє мінімум функціоналу якості, який оцінює середньоквадратичне відхилення від заданого профілю змащення:

$$J = \int (y - y_0)^2 dt, \quad (2)$$

за врахування обмежень за змінними стану:

$$x < x_{max}, \quad (3)$$

де x – вектор стану, y – вектор входу, u – вектор керування, y – кількість поданого мастила, y_0 – задане значення. Оптимізація функціоналу мети (2) згідно з умовами (3) є завданням слідкування, яке вимагає знаходження керування, спрямованого на мінімізацію відхилень вихідної величини від заданої мети з урахуванням обмежень на змінні стану.

Використання передових технологій управління форсунками системи змащення, зокрема за допомогою нечітких алгоритмів, дає змогу поліпшити точність та ефективність процесу змащення головного двигуна. Це спрямовано на оптимізацію його функціонування та підвищення загальної продуктивності. Шляхом аналізу відхилення тиску впорскування нечіткий регулятор устанавлює оптимальні параметри налаштування ПІ-регулятора для системи керування подачею мастила у систему лубрикаторного змащення.

Механізм логічного виводу включає чотири етапи [10; 11]:

- фазифікацію (уведення нечіткості);
- нечіткий вивід;
- композицію;
- дефазифікацію (приведення до чіткості).

Основним компонентом для проведення операції нечіткого логічного виводу є база правил, що містить нечіткі умови у формі «Якщо – То» та функції належності для відповідних лінгвістичних термів. Для ефективної роботи системи рекомендується використовувати модель нечіткого виводу Мамдані [12], оскільки її структура легко інтерпретується в термінах, зрозумілих обслуговуючому персоналу.

Терм-множини вхідних нечітких лінгвістичних змінних для нечіткого регулятора включають:

- різницю між заданим тиском упорскування і фактичним значенням (в. о.):

$$\Delta P = \{\langle\text{LOW}\rangle, \langle\text{NORMAL}\rangle, \langle\text{HIGH}\rangle\};$$

- уміст продуктів зносу у відпрацьованому мастилі підпоршневих порожнин за різного напрацювання циліндрів (в. о.):

$$c^{Fe} = \{\langle\text{LOW}\rangle, \langle\text{MEDIUM}\rangle, \langle\text{HIGH}\rangle\}.$$

Функції належності для вхідних змінних наведено на рис. 1.

Терм-множини вихідних нечітких лінгвістичних змінних нечіткого регулятора:

- пропорційний складник ПІ-регулятора:

$$k_p = \{\langle\text{LOW}\rangle, \langle\text{MEDIUM}\rangle, \langle\text{HIGH}\rangle\};$$

- інтегральний складник:

$$k_I = \{\langle\text{LOW}\rangle, \langle\text{MEDIUM}\rangle, \langle\text{HIGH}\rangle\}.$$

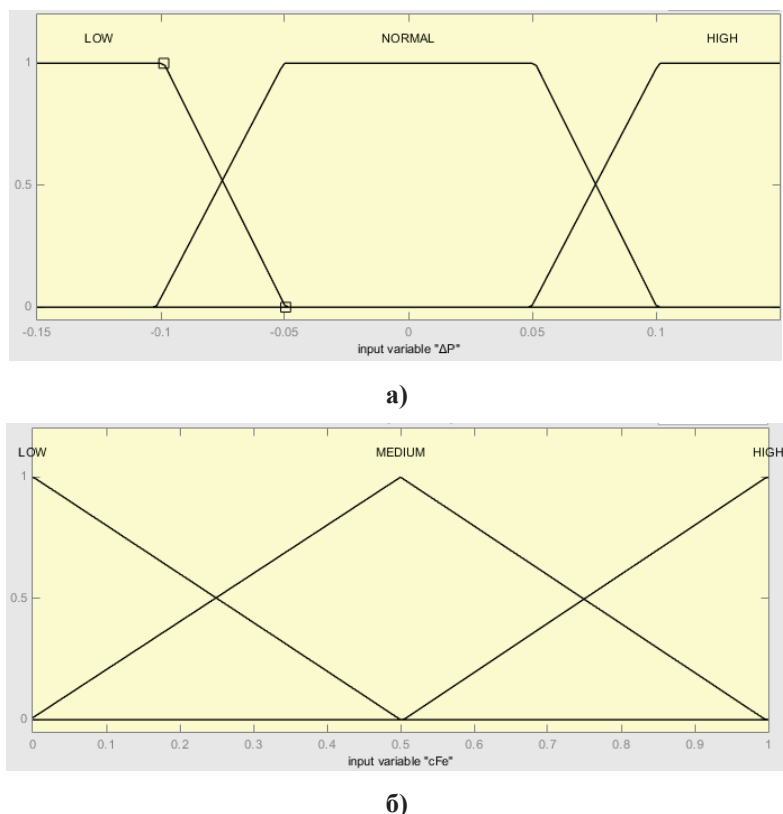


Рис. 1. Функції належності вхідних лінгвістичних змінних: різниця між заданим тиском впорскування і фактичним значенням (а), уміст продуктів зносу у відпрацьованому мастилі підпоршневих порожнин за різного напруження циліндрів (б)

Функції належності для вихідних змінних наведено на рис. 2.

Виходячи з аналізу принципу дії системи лубрикаторного змащення та особливостей її функціонування в різних режимах, сформуємо евристичні правила-продукції нечіткої моделі для визначення параметрів налаштувань ПІ-регулятора:

1. Якщо ($c^{Fe} = \text{LOW}$) та ($\Delta P = \text{LOW}$), то $k_p = \text{MEDIUM}$, $k_I = \text{HIGH}$.
2. Якщо ($c^{Fe} = \text{LOW}$) та ($\Delta P = \text{NORMAL}$), то $k_p = \text{LOW}$, $k_I = \text{LOW}$.
3. Якщо ($c^{Fe} = \text{LOW}$) та ($\Delta P = \text{HIGH}$), то $k_p = \text{MEDIUM}$, $k_I = \text{HIGH}$.
4. Якщо ($c^{Fe} = \text{MEDIUM}$) та ($\Delta P = \text{LOW}$), то $k_p = \text{HIGH}$, $k_I = \text{HIGH}$.
5. Якщо ($c^{Fe} = \text{MEDIUM}$) та ($\Delta P = \text{NORMAL}$), то $k_p = \text{MEDIUM}$, $k_I = \text{LOW}$.
6. Якщо ($c^{Fe} = \text{MEDIUM}$) та ($\Delta P = \text{HIGH}$), то $k_p = \text{HIGH}$, $k_I = \text{HIGH}$.
7. Якщо ($c^{Fe} = \text{HIGH}$) та ($\Delta P = \text{LOW}$), то $k_p = \text{HIGH}$, $k_I = \text{HIGH}$.
8. Якщо ($c^{Fe} = \text{HIGH}$) та ($\Delta P = \text{NORMAL}$), то $k_p = \text{HIGH}$, $k_I = \text{HIGH}$.

Використання адаптивного нечіткого регулятора системи змащення за запропонованою базою правил для налаштування оптимальних параметрів ПІ-регулятора для керування процесом упорскування циліндрового мастила може забезпечити стабільне функціонування системи змащення у різних експлуатаційних режимах.

Для комп'ютерного моделювання використання адаптивного нечіткого регулятора системи лубрикаторного змащення у редакторі нечітких систем FIS програмного комплексу MATLAB [13; 14] потребує поділу всіх лінгвістичних змінних на вхідні та вихідні, а також представлення моделі у вигляді дерева з двома батьківськими вузлами – «Вхід» та «Вихід». Нечіткі множини у модулях фазифікації визначаються за допомогою функцій належності типу трапеції (рис. 1, 2), що описуються за допомогою мови програмування, що наближена до природної мови.

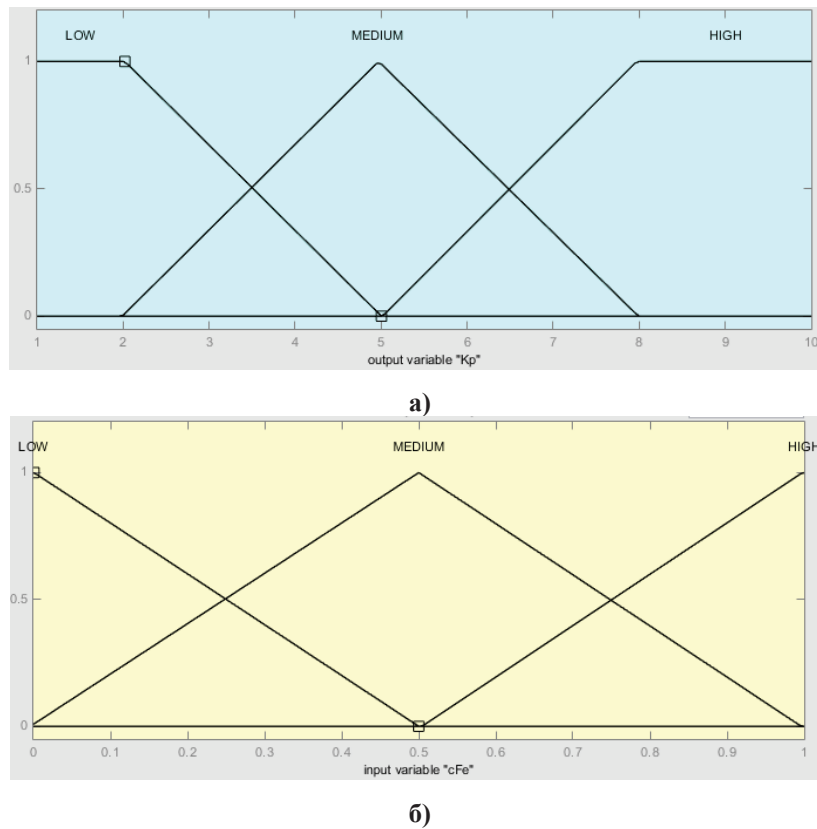


Рис. 2. Функції належності вихідних лінгвістичних змінних: пропорційний складник ПІ-регулятора (а), інтегральна складник (б)

Загальний вигляд запропонованої моделі нечіткого виводу наведено в редакторі FIS програмного пакету Matlab на рис. 3.

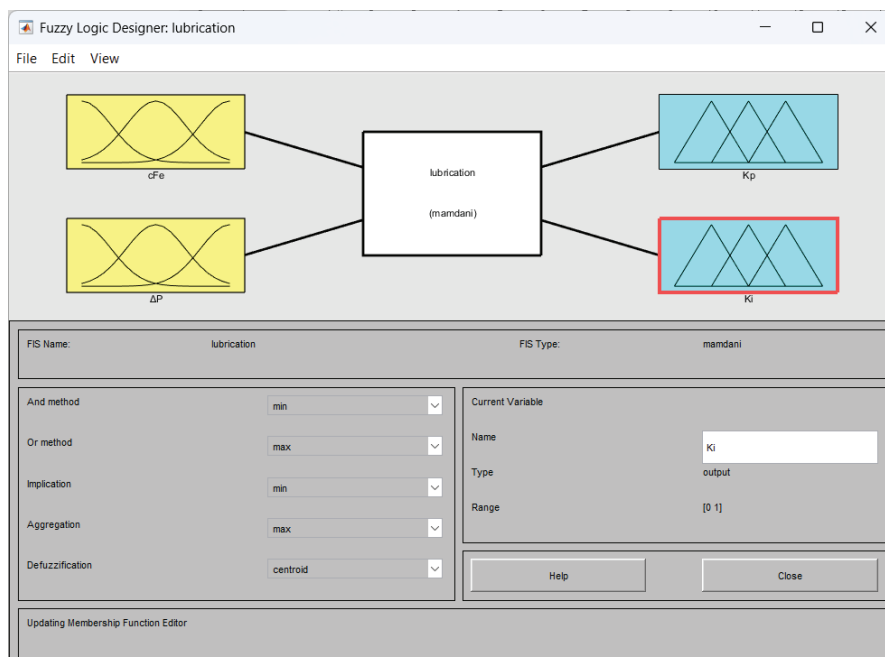


Рис. 3. Модель нечіткого виводу в редакторі FIS

Правила нечіткого виводу для розроблюваної системи представляються за допомогою редактора правил. Фрагмент бази правил у редакторі нечітких систем FIS програмного комплексу MATLAB наведено на рис. 4.

Отримані значення ступенів істинності кожного правила дають можливість провести активацію, під час якої результуюча функція для кожної вихідної змінної приймає мінімальне значення з відповідного ступеня істинності правила та вихідної функції належності зазначеної вихідної змінної. Після акумуляції отримується загальна функція належності для вихідних змінних k_p та k_I за всіма термами.

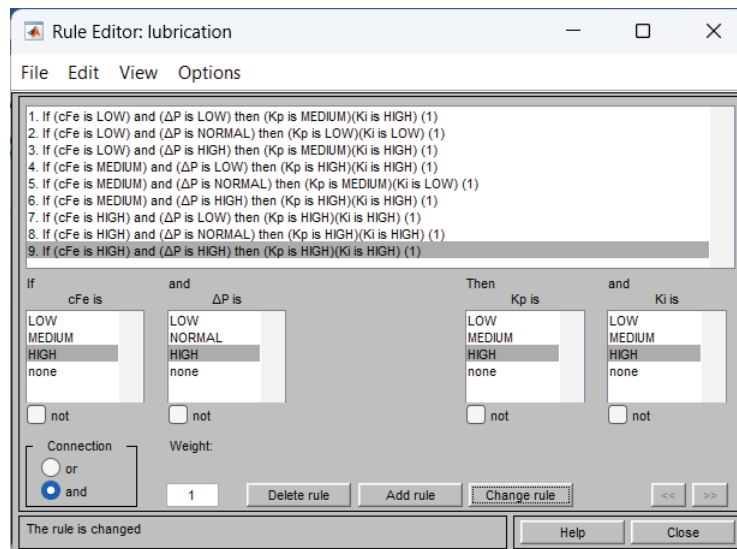


Рис. 4. Фрагмент бази правил у редакторі FIS

На рис. 5 наведено поверхні рішення для вихідних змінних k_p та k_I , які формуються за розробленою базою правил.

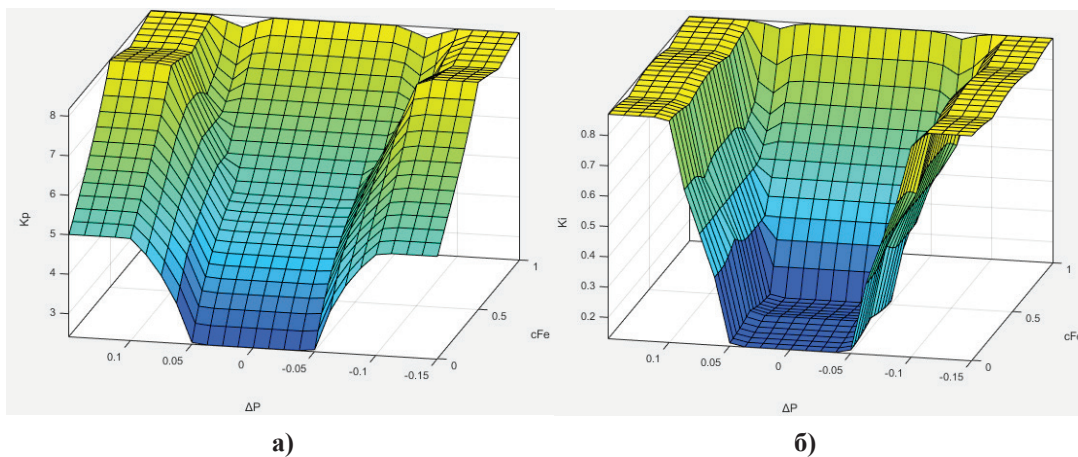


Рис. 5. Поверхні рішення для вихідних змінних k_p (а) та k_I (б)

Для числових розрахунків на етапі дефазифікації ми будемо користуватися методом центру ваги. Згідно із цим методом, чіткі значення параметрів налаштувань регулятора впорскування мастила визначаються як абсциси центру ваги плоскої фігури, яка обмежена графіком кривої функції належності відповідного параметра (вихідної змінної). Приклад розрахунку наведено на рис. 6.

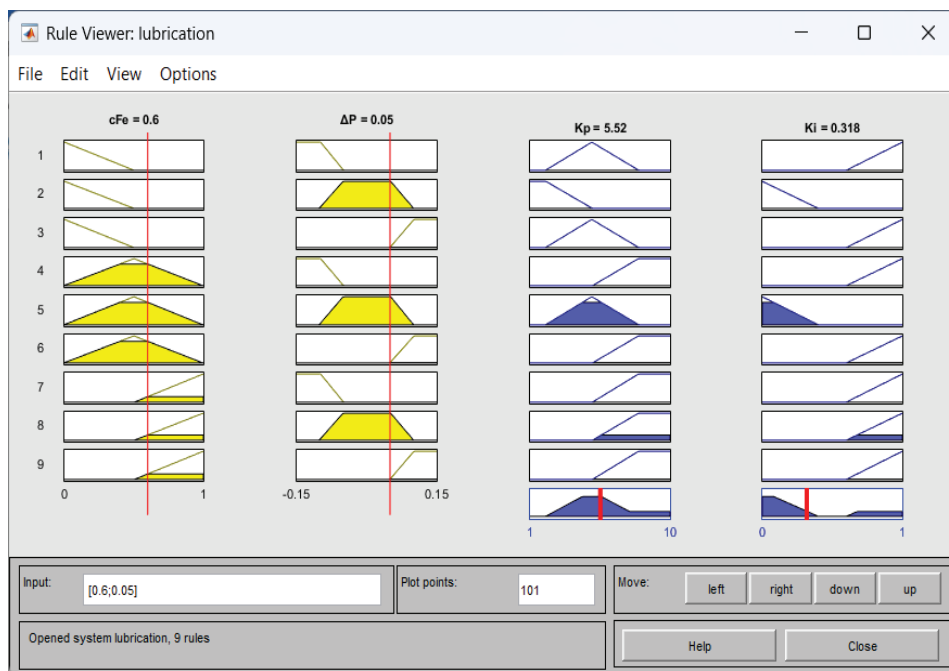


Рис. 6. Приклад знаходження чітких значень з отриманих нечітких змінних

Було проведено оцінку ефективності запропонованих рішень шляхом використання комп'ютерного моделювання в програмному пакеті Matlab Simulink. Однією з особливостей цієї комп'ютерної моделі системи оптимального керування процесом впорскування є наявність контуру адаптації, який автоматично підбирає параметри налаштування ПІ-регулятора з урахуванням аналізу динаміки роботи дизеля.

Для дослідження запропонованого методу керування можна скористатись імітаційною моделлю [15]. На рис. 7 представлено комп'ютерну модель ПІ-регулятора з контуром адаптації параметрів. Сигнали, що вказують на зміну тиску впорскування та концентрацію домішок у відпрацьованому мастилі, подаються на вхід адаптивного регулятора. Оскільки потрібний тиск упорскування прямо пропорційний розбіжності тиску, розраховується значення бажаної швидкості мастильного насоса.

Контур адаптації параметрів ПІ-регулятора, який використовує нечіткий контролер логіки, аналізує отримані значення розбіжності і реалізує алгоритм нечіткого виводу, встановлюючи оптимальні параметри налаштування ПІ-регулятора для поточного режиму та динамічних показників системи впорскування.

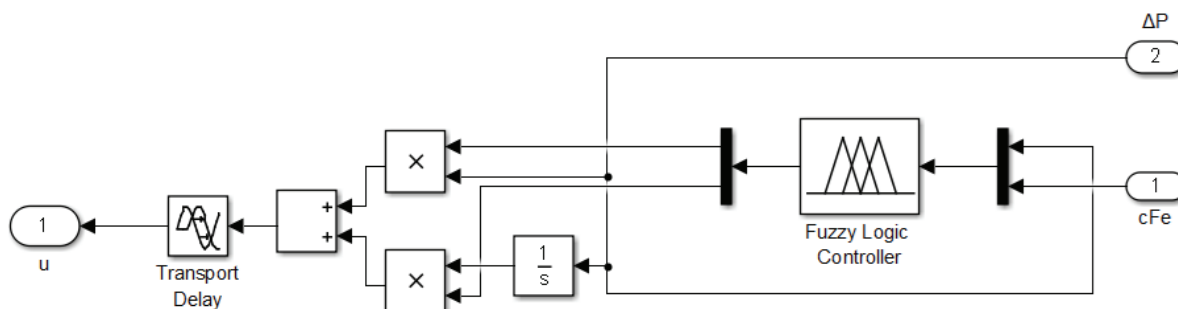


Рис. 7. Модель системи керування впорскуванням мастила з контуром адаптації параметрів ПІ-регулятора

Результати моделювання тиску мастила в системі впорскування у двох варіантах (з ПІ-регулятором та з нечітким контуром адаптації) наведено на рис. 8.

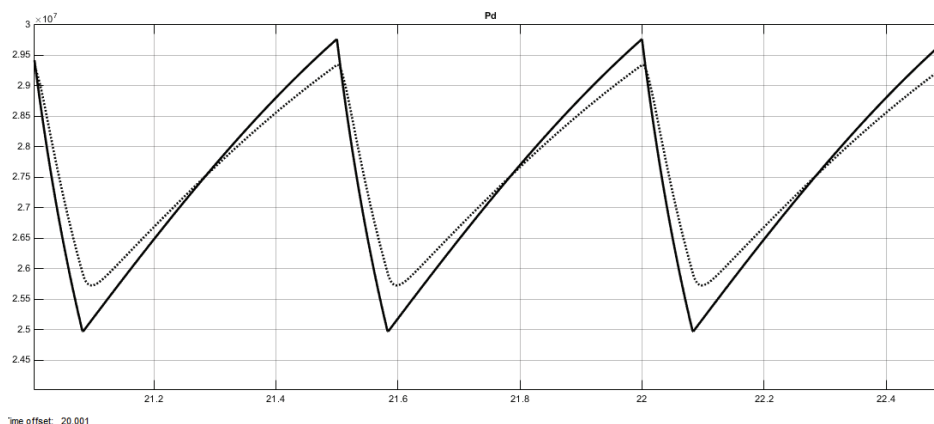


Рис. 8. Результати моделювання тиску мастила в системі впорскування:
— із ПІ-регулятором; із нечітким контуром адаптації

Результати моделювання свідчать про ефективність запропонованих рішень. Порівняно із системою керування, що використовує ПІ-регулятор, нечіткий регулятор проявляє значно менше відхилень від заданого значення тиску. Це пояснюється тим, що відповідно до розробленої моделі нечіткого виводу, контур адаптації в оптимальному регуляторі налаштовує параметри так, щоб забезпечити аперіодичний характер перехідного процесу з мінімальним перерегулюванням та скороченням часу регулювання. Таким чином, за великих відхилень тиску регулятор прискорює перехідний процес, а за малих, навпаки, – забезпечує плавне налаштування тиску впорскування до бажаного значення.

Висновки

Для забезпечення оптимальної роботи системи змащення головного двигуна та забезпечення його надійності й ефективності в різних умовах експлуатації необхідно активно впроваджувати передові засоби мікропроцесорної техніки, що забезпечують оперативний зв'язок із системою дистанційного управління та загальносудновою обчислювальною мережею. Розроблення високоефективних алгоритмів для таких систем вимагає застосування новітніх підходів до керування, зокрема впровадження інтелектуальних систем.

Виходячи з вимог до якості процесу змащення та нестационарного характеру параметрів моделі об'єкта керування, обґрунтовано доцільність використання нечітких алгоритмів для визначення параметрів налаштування регулятора системи змащення. Розроблено структуру нечіткого регулятора, визначено вхідні та вихідні параметри, а також побудовано відповідні функції належності. Аналіз процесу функціонування системи змащення та врахування критерію оптимальності дали змогу сформулювати базу правил для визначення пропорційних та інтегральних складників регулятора. Ці дані лягли в основу математичної моделі нечіткого регулятора, яка відображає його роботу в умовах різних режимів функціонування. Проведені дослідження з використанням отриманої імітаційної моделі продемонстрували ефективність та доцільність застосування нечітких алгоритмів у регуляторах системи змащення.

Список використаної літератури

1. Tadros M., Ventura M., Guedes Soares C. Optimization of the Performance of Marine Diesel Engines to Minimize the Formation of SOx Emissions. *Journal of Marine Science and*

- Application*. 2020. Т. 19. № 3. Р. 473–484. URL: <https://doi.org/10.1007/s11804-020-00156-0> (дата звернення: 10.05.2024).
2. Woodyard D. Introduction: A Century of Diesel Progress. Pounder’s Marine Diesel Engines and Gas Turbines. 2009. С. ix–xxvii. URL: <https://doi.org/10.1016/b978-0-7506-8984-7.00034-5> (дата звернення: 10.05.2024).
 3. Perseas pappas. Alpha lubricator system 707X-40C alpha lubricator system operation manual MC engines. Academia.edu – Share research. URL: https://www.academia.edu/29710496/Alpha_Lubricator_System_707X_40C_Alpha_Lubricator_System_Operation_Manual_MC_Engines (дата звернення: 10.05.2024).
 4. RTA and RT-flex low-speed engines. Wartsila.com. URL: <https://www.wartsila.com/products/marine-oil-gas/engines-generating-sets/rta-and-rt-flex-low-speed-engines> (дата звернення: 10.05.2024).
 5. Богач В.М., Довиденко Ю.М., Слободянюк І.М. Особливості лубрикаторних систем дизельних двигунів MAN-B&W. *Суднові енергетичні установки*. 2020. Вип. 40. С. 144–151.
 6. Сіманенков А.Л., Бігун С.В., Лебеденко Ю.О. Підходи до побудови систем керування процесами упорскування циліндрового мастила суднових двигунів. *Сучасні енергетичні установки на транспорті, технології та обладнання для їх обслуговування* : матеріали 14-ї Міжнародної науково-практичної конференції, м. Одеса, 16–18 березня 2023 р. Одеса, 2023. С. 369–371.
 7. Sun Z., Shen Z., Li X. Experimental study on influence factors of atomization performance of air-blast lubricator. *Journal of Central South University (Science and Technology)*. March 2018. 49(3). Р. 600–605. DOI: 10.11817/j.issn.1672-7207.2018.03.012.
 8. Надежкин А.В., Даничкин В.Н., Безвербный А.В. Подходы и критерии для обеспечения безопасной и эффективной эксплуатации судовых крейцкопфных дизелей по параметрам отработанного цилиндрического масла. *Судостроение*. 2011. № 2. С. 30–33.
 9. Бігун С.В., Сіманенков А.Л., Лебеденко Ю.О. Задача оптимального керування процесом упорскування циліндрового мастила суднових двигунів. *Сучасні енергетичні установки на транспорті, технології та обладнання для їх обслуговування* : матеріали 15-ї Міжнародної науково-практичної конференції, м. Одеса, 16-18 березня 2023 р. Одеса, 2023. С. 93–94.
 10. Wang H.O., Tanaka K. Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach. Wiley & Sons, Incorporated, John, 2004. 320 p.
 11. Altrock C.V. Fuzzy logic and neuroFuzzy applications in business and finance. Upper Saddle River, N.J : Prentice Hall PTR, 1997. 375 p.
 12. Лебеденко Ю.О., Колебанов О.К., Даник В.В. Адаптивна система керування комбінованим пропульсивним комплексом із нечітким регулятором. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. 2021. №. 2(77). С. 30–37. DOI: 10.35546/kntu2078-4481.2021.2.3.
 13. Кирик В.В. Математичний апарат штучного інтелекту в електроенергетичних системах : підручник. Київ : Політехніка, 2019. 224 с.
 14. Томашевський В.М. Моделювання систем : підручник. Київ : ВНУ, 2005. 352 с.
 15. Бігун С.В., Сіманенков А.Л., Лебеденко Ю.О. Імітаційна модель системи керування процесом упорскування циліндрового мастила суднових двигунів. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2023. Т. 5. № 2. С. 9–18. URL: <https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2022-5-2-1>.

References

1. Tadros, M., Ventura, M., & Guedes Soares, C. (2020). Optimization of the Performance of Marine Diesel Engines to Minimize the Formation of SOx Emissions. *Journal of Marine Science and Application*, 19(3), 473–484. <https://doi.org/10.1007/s11804-020-00156-0> [in English].

2. Woodyard, D. (2009). Introduction: A Century of Diesel Progress. U Pounder's Marine Diesel Engines and Gas Turbines (s. ix—xxvii). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/b978-0-7506-8984-7.00034-5> [in English].
3. Perseas pappas (n.d.). Alpha lubricator system 707X-40C alpha lubricator system operation manual MC engines. Academia.edu - Share research. https://www.academia.edu/29710496/Alpha_Lubricator_System_707X_40C_Alpha_Lubricator_System_Operation_Manual_MC_Engines [in English].
4. RTA and RT-flex low-speed engines. (n. d.). Wartsila.com. <https://www.wartsila.com/products/marine-oil-gas/engines-generating-sets/rta-and-rt-flex-low-speed-engines> [in English].
5. Bogach, V.M., Dovidenko, J.M., & Slobodianiuk, I.M. (2020). Osoblyvosti lubrykatornykh system dyzelnykh dvyhuniv MAN-B&W [Features of systems greasing of diesel engines MANB&W]. *Sudnovi enerhetychni ustanovky [Ship power plant]*, 1, 144–151. <https://doi.org/10.31653/smf340.2020> [in Ukrainian].
6. Simanenkov, A.L., Bihun, S.V., & Lebedenko, Yu.O. (2023). Pidkhody do pobudovy system keruvannya protsesamy uporskuvannya tsylindrovoho mastyla sudnovykh dvyhuniv [Approaches to building management systems cylinder injection processes marine engine lubricants]. *Suchasni enerhetychni ustanovky na transporti, tekhnolohii ta obladnannia dlia yikh obsluhovuvannia: materialy 14-toi Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii [Modern energy installations in transport, technologies and equipment for their maintenance: proceedings of the 14rd International Scientific and Practical Conference]*, p. 369–371 [in Ukrainian].
7. Sun, Z., Shen, Z., & Li X. (2018). Experimental study on influence factors of atomization performance of air-blast lubricator. *Journal of Central South University (Science and Technology)* 49(3). 600–605. <https://doi.org/10.11817/j.issn.1672-7207.2018.03.012> [in English].
8. Nadezhkin, A.V. Danichkin V.N., & Bezverbnyi, A.V. (2011). Podkhody i kryterii dlia obespecheniia bezopasnoi i effektivnoi ekspluatatsii sudovykh kreitskopfnykh dyzelei po parametram otrabotannoho tsylyndrovoho masla [Approaches and criteria for ensuring safe and efficient operation of marine crosshead diesel engines based on the parameters of used cylinder oil]. *Sudostroenye*, No 2. p. 30–33.
9. Bihun, S.V., Simanenkov, A.L., & Lebedenko, Yu.O. Zadacha optymalnoho keruvannya protsesom uporskuvannya tsylindrovoho mastyla sudnovykh dvyhuniv [The task of optimal control of the process of injection of cylinder lubricant of marine engines.]. *Suchasni enerhetychni ustanovky na transporti, tekhnolohii ta obladnannia dlia yikh obsluhovuvannia: materialy 15-toi Mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii [Modern energy installations in transport, technologies and equipment for their maintenance: proceedings of the 15rd International Scientific and Practical Conference]*, p. 93–94 [in Ukrainian].
10. Wang, H.O., & Tanaka, K. (2004). *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*. Wiley & Sons, Incorporated, John [in English].
11. Altrock, C.V. (1997). *Fuzzy logic and neuroFuzzy applications in business and finance*. Prentice Hall PTR [in English].
12. Lebedenko, Yu.O., Kolebanov, O.K., & Danyk, V.V. (2021). Adaptivna systema keruvannya kombinovanykh propul'syvnym kompleksom z nechitkym rehuliatorom [Adaptive control system of the combined propulsive complex with a fuzzy regulator]. *Visnyk of Kherson National Technical University*, 2, p. 30–37. <https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2021.2.3> [in Ukrainian].
13. Kyryk, V.V. (2019). Matematychnyi aparat shtuchnoho intelektu v elektroenerhetychnykh systemakh [Mathematical apparatus of artificial intelligence in electric power systems]. Kyiv: Politekhnik [in Ukrainian].
14. Tomashevskiy, V.M. (2005). Modeliuvannia system [Modeling of systems]. BHV [in Ukrainian].

15. Bihun S.V., Simanenkov A.L., & Lebedenko Yu.O. (2023) Imitatsiina model systemy keruvannia protsesom uporskuvannia tsylindrovoho mastyla sudnovykh dvyhuniv [Simulation model of the control system of the cylinder oil injection process of marine engines]. *Applied Questions of Mathematical Modeling*. Vol. 5, no. 2. (p. 9–18). <https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2022-5-2-1> [in Ukrainian].

Бігун Сергій Володимирович – аспірант кафедри експлуатації суднового електрообладнання та засобів автоматизації Херсонської державної морської академії. E-mail: bigunsergej4@gmail.com, ORCID: 0009-0007-6385-3296.

Сіманенков Андрій Леонідович – к.т.н., старший викладач кафедри експлуатації суднового електрообладнання та засобів автоматизації Херсонської державної морської академії. E-mail: simanenkov.andrii@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0797-5276.

Лебеденко Юрій Олексійович – к.т.н., доцент кафедри інформаційних та комп'ютерних технологій Київського національного університету технологій та дизайну. E-mail: lebedenko.yo@knutd.edu.ua, ORCID: 0000-0002-1352-9240.

Bihun Serhii Volodymyrovych – Postgraduate Student at the Department of Operation of Ship Electrical Equipment and Automation Devices of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: bigunsergej4@gmail.com, ORCID: 0009-0007-6385-3296.

Simanenkov Andrii Leonidovych – PhD in Engineering, Assistant Professor at the Department of Operation of Ship Electrical Equipment and Automation Devices of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: simanenkov.andrii@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0797-5276.

Lebedenko Yurii Oleksiiiovych – PhD in Engineering, Senior Lecturer at the Department of Information and Computer Technologies of the Kyiv National University of Technologies and Design. E-mail: lebedenko.yo@knutd.edu.ua, ORCID: 0000-0002-1352-9240.

Г.А. ВІРЧЕНКО, П.М. ЯБЛОНСЬКИЙ
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
М.О. ТЕРЕЩУК
Київський національний університет будівництва і архітектури

КРИВІ БЕЗЬЄ ЗІ СТЕПЕНЕВОЮ ПАРАМЕТРИЗАЦІЄЮ

Сучасний розвиток різноманітної техніки характеризується широким використанням під час проектування, виготовлення та експлуатації комп'ютерних інформаційних технологій. Зазначені засоби для промислової продукції зазвичай являють собою інтегровані CAD/CAM/CAE/PLM (Computer-Aided Design/Computer-Aided Manufacturing/Computer-Aided Engineering/Product Life-cycle Management) системи. У вітчизняній практиці їм відповідає абревіатура САПР, тобто системи автоматизованого проектування. Одну з фундаментальних основ останніх становить геометричне моделювання. Для комп'ютерного формоутворення нині найбільш застосовуваний математичний апарат у вигляді NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines), тобто неоднорідних раціональних B-сплайнів, які постають базою для подальшого формування поверхонь, а потім і твердотільних фігур. Перелічені геометричні об'єкти забезпечують належне конструювання деталей, складаних одиниць, розроблення технологій їх виготовлення та експлуатації. Тому вдосконалення NURBS-ліній являє собою актуальну науково-прикладну проблему.

Криві Безьє є окремим різновидом NURBS-ліній, мають певні переваги та недоліки, іншими словами, свою сферу власного раціонального використання. Даною публікацією пропонується відмінна від традиційної лінійної степенева параметризація кривих Безьє. У статті показано, що при цьому не тільки зберігаються певні їхні корисні властивості, а й отримуються нові, доволі доречні для автоматизованого проектування багатьох промислових виробів, зокрема в галузі машинобудування. Це стосується побудови складених обводів першого та другого порядків гладкості, тобто за дотичною і кривиною, наприклад, зручністю включення до них прямолінійних відрізків.

Математичне опрацювання окреслених геометричних фігур потребує проведення подальших відповідних наукових розвідок, що становить предмет наступних досліджень у сфері комп'ютерного геометричного моделювання та автоматизованого проектування різноманітної промислової продукції. Також важливе завдання – узагальнення отримуваних теоретичних результатів, їх ретельна практична перевірка, Упровадження в реальне виробництво.

Ключові слова: автоматизоване проектування, геометричне моделювання, комп'ютерні інформаційні технології, криві Безьє, степенева параметризація, технічні об'єкти.

G.A. VIRCHENKO, P.M. YABLONSKYI
National Technical University of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"
M.O. TERESCHUK
Kyiv National University of Construction and Architecture

BEZIER CURVES WITH POWER PARAMETERIZATION

The modern development of various equipment is characterized by the widespread use of computer information technologies during its design, manufacture and operation. These tools for industrial production are usually integrated CAD/CAM/CAE/PLM (Computer-Aided Design/Computer-Aided Manufacturing/Computer-Aided Engineering/Product Life-cycle Management) systems. In domestic practice, they correspond to the abbreviation CAD, that is, computer-aided design systems. One of their fundamental bases is geometric modeling. Currently, the most widely used mathematical apparatus for computer modeling is the form of NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines), i.e. non-uniform rational B-splines. They are the basis for the further formation of surfaces, and then solid figures. The listed geometric objects ensure the proper design of parts, assembly units, and the development of technologies for their manufacture and operation. Therefore, the improvement of NURBS lines is an actual scientific and applied problem.

Bezier curves are a separate type of NURBS lines that have certain advantages and disadvantages, in other words, their own sphere of rational use. This publication proposes a power-law parameterization of these curves that differs from the traditional linear parameterization. The article shows that in this case, not only the certain useful properties of Bezier lines are preserved, but also new ones are obtained, appropriate for the computer-aided design of many industrial products, in particular, in the field of mechanical engineering. This applies to the construction of compound contours of the first and second order of smoothness, that is, by tangent and curvature, for example, the convenience of including straight line segments in them.

Mathematical processing of outlined geometric figures requires the solution of relevant scientific problems, which is the subject of further research in the field of computer geometric modeling and automated design of various industrial products. Also important is the task of generalizing the obtained theoretical results, their thorough practical verification, and implementation in real production.

Key words: automated design, geometric modeling, computer information technology, Bezier curves, power-law parameterization, technical objects.

Постановка проблеми

Сьогодні комп'ютерні інформаційні технології у вигляді систем автоматизованого проектування являють собою ефективний інструментарій для створення різноманітних технічних об'єктів. Основою зазначених процесів у багатьох випадках слугують засоби геометричного моделювання, тому їх подальше вдосконалення становить актуальну науково-прикладну проблему. Прогресивним напрямом в окресленій галузі вважається дефініція ліній, поверхонь і тіл у параметричній формі. Одними з широко вживаних у цьому плані є криві Безьє. Запропонованому їх представленню зі степеневою параметризацією присвячено дану публікацію. Отримані теоретичні та практичні результати сприяють покращенню математичного і програмного забезпечення систем автоматизованого проектування.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Базові математичні відомості стосовно формоутворення ліній і поверхонь у комп'ютерних геометричних конструкторських (Computer Aided Geometric Design) системах, тобто САГД-програмах, наведено у виданні [1]. Це стосується не тільки кривих Безьє, а й В-сплайнів, NURBS, відповідних поверхонь. Прикладами закордонних праць із досліджуваної тематики слугують роботи [2–4], у яких розглядаються конкретні питання автоматизованого формоутворення за допомогою ліній і поверхонь Безьє. До вітчизняних публікацій відносяться, зокрема, [5–8]. Статтю [5] присвячено наближенням кривих Безьє ламаними на основі алгоритмів розбиття опорних полігонів. У виданнях [6; 7] аналізується обчислення площ трапецій, обмежених лініями Безьє, подається належне практичне застосування під час комп'ютерного проектування авіаційної техніки. У праці [8] криві Безьє використовуються для опису форми конструкції за оптимізації клейових з'єднань, тобто в галузі знань, дотичній до геометричного моделювання. При цьому акцентується низка переваг, що забезпечують указані лінії. Усі зазначені вище публікації окреслюють перспективи відповідних подальших розвідок. Останнє засвідчує актуальність опрацьовуваної у даній статті наукової тематики.

Мета дослідження

Головне завдання цієї публікації полягає у висвітленні основних властивостей запропонованої нової параметризації кривих Безьє, ілюстрації на конкретних прикладах переваг розробленого математичного апарату. Важливе також питання визначення напрямів проведення відповідних подальших наукових досліджень.

Виклад основного матеріалу дослідження

Векторне параметричне рівняння кривої Безьє має вигляд:

$$\mathbf{r}(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,n} \mathbf{r}_i, \quad (1)$$

де $u \in [0, 1]$ – параметр; \mathbf{r}_i – радіус-вектори опорних точок; $n \in \mathbb{N}$;

$$B_{i,n} = \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-1} \quad (2)$$

є поліномами Бернштейна.

Геометричну інтерпретацію виразів (1) і (2) становить алгоритм де Кастельє. Послідовність зазначених дій полягає спочатку в поєднанні всіх опорних точок відрізками прямих з отриманням належної характеристичної ламаної з числом ланок n . Далі кожна з них поділяється у співвідношенні

$$u : (1-u) \quad (3)$$

і з'єднуються вказані точки. Таким чином, маємо нову ламану з кількістю ланок $n-1$.

Описаний процес повторюється до дефініції лише однієї точки кривої Безьє з величиною параметра u .

Таким чином, загальна кількість ланок-відрізків становить:

$$N_L = \sum_{k=1}^n k. \quad (4)$$

У даній праці пропонується узагальнення лінійної параметризації вигляду (3) на степеневу:

$$u^{m_k} : (1-u^{m_k}), \quad (5)$$

де індекс k відповідає залежності (4).

При $m_k=1$, $k \in (1 \dots N_L)$ співвідношення (5) відтворює вираз (3).

Проаналізуємо криві Безьє другого степеня, тобто коли $n=2$.

Згідно з формулами (1) ... (5), для лінійної параметризації маємо:

$$\mathbf{r}(u) = (1-u)^2 \mathbf{r}_0 + 2u(1-u) \mathbf{r}_1 + u^2 \mathbf{r}_2, \quad u \in [0, 1], \quad (6)$$

а для степеневі:

$$\mathbf{r}(u) = ((1-u^{m_1}) \mathbf{r}_0 + u^{m_1} \mathbf{r}_1)(1-u^{m_2}) + u^{m_2} ((1-u^{m_2}) \mathbf{r}_1 + u^{m_2} \mathbf{r}_2), \quad u \in [0, 1]. \quad (7)$$

Як видно, залежність (6) отримуємо з виразу (7) за умови:

$$m_1 = m_2 = m_3 = 1. \quad (8)$$

Тобто у цьому разі застосовується звичайна крива Безьє.

Опрацюємо співвідношення (7) із такими конкретними величинами:

$$\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0) = (0, 0); \quad \mathbf{r}_1 = (x_1, y_1) = (2, 2); \quad \mathbf{r}_2 = (x_2, y_2) = (4, 1); \quad m_3 = 1, \quad (9)$$

де $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0)$, $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1)$, $\mathbf{r}_2 = (x_2, y_2)$ – радіус-вектори в декартовій системі координат Oxy вершин характеристичної ламаної.

На рис. 1 показано більш товстою криву Безьє з лінійною параметризацією, а тоншими – зі степеневою. Штрихові лінії відтворюють дотичні в початковій та кінцевій точках. Рівняння (6) свідчить, що форма звичайної кривої Безьє є сталою. У випадку (7) варіювання параметрів m_k дає змогу змінювати її певним чином. Так, зокрема, найвищій лінії відповідають значення $m_1=2,5$ та $m_2=8$, трохи нижчій – $m_1=2,5$ і $m_2=3,5$. Далі йде звичайна крива Безьє, потім із величинами

$m_1=5, m_2=2$ та $m_1=20, m_2=2$. Отже, бачимо, що степенева параметризація забезпечує додаткову гнучкість порівняно зі звичайною кривою Безьє для геометричного моделювання під час автоматизованого проєктування технічних об'єктів.

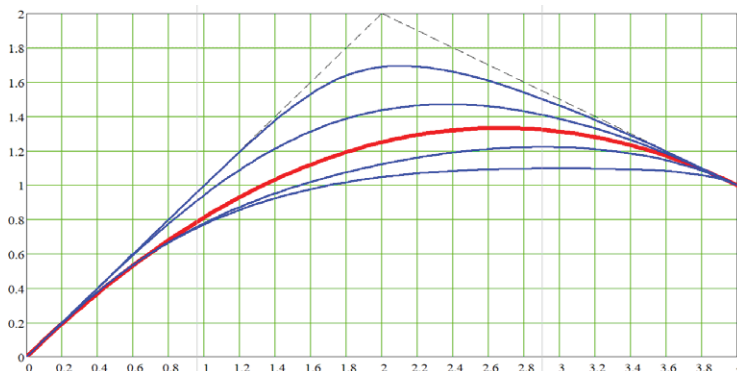


Рис. 1. Варіанти ліній Безьє другого степеня

Обґрунтуємо деякі властивості досліджуваної кривої вигляду:

$$\mathbf{r}(u) = ((1 - u^{m_1})\mathbf{r}_0 + u^{m_1}\mathbf{r}_1)(1 - u) + u((1 - u^{m_2})\mathbf{r}_1 + u^{m_2}\mathbf{r}_2), \quad u \in [0, 1]. \quad (10)$$

Важливим для конструювання багатьох технічних об'єктів у середовищі комп'ютерних інформаційних технологій є реалізація побудов складених обводів нульового, першого та другого порядків гладкості.

Підстановка до виразу (10) величин $u=0$ та $u=1$ засвідчує, що:

$$\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0 \quad \text{і} \quad \mathbf{r}(1) = \mathbf{r}_2, \quad (11)$$

тобто за наведених значень u ця крива проходить через точки \mathbf{r}_0 та \mathbf{r}_2 .

Покажемо, що опрацьовувана дуга на кінцях має дотичні, які за своїм напрямом збігаються з належними ланками характеристичного трикутника. Дотична лінії (10) у системі координат Oxy обчислюється за формулою:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx}(u) = \frac{dy(u)}{dx(u)} = \frac{dy(u)/du}{dx(u)/du} = \frac{d\mathbf{r}_y(u)}{d\mathbf{r}_x(u)}, \quad (12)$$

де

$$d\mathbf{r}_y(u) = (u^{m_1} - 1)y_0 - (u^{m_2} - 1)y_1 + m_1 u^{m_1-1}(u-1)(y_0 - y_1) - m_2 u^{m_2}(y_1 - y_2) - u^{m_1} y_1 + u^{m_2} y_2, \quad (13)$$

$$d\mathbf{r}_x(u) = (u^{m_1} - 1)x_0 - (u^{m_2} - 1)x_1 + m_1 u^{m_1-1}(u-1)(x_0 - x_1) - m_2 u^{m_2}(x_1 - x_2) - u^{m_1} x_1 + u^{m_2} x_2. \quad (14)$$

На підставі виразів (12) ... (14) для $m_1 > 1$ та $m_2 > 0$ отримуємо:

$$\frac{dy}{dx}(0) = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}, \quad \frac{dy}{dx}(1) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}. \quad (15)$$

Співвідношення (15) підтверджують збереження дотичних на кінцях модифікованої кривої Безьє.

Для промислової продукції доволі актуальне змінювання кривини проєктованих обводів. Для плоских ліній, що аналізуються, ця величина визначається залежністю:

$$k(u) = \frac{\left| \frac{dx(u)}{du} \cdot \frac{dy^2(u)}{du^2} - \frac{dx^2(u)}{du^2} \cdot \frac{dy(u)}{du} \right|}{\left(\left(\frac{dx(u)}{du} \right)^2 + \left(\frac{dy(u)}{du} \right)^2 \right)^{3/2}}. \quad (16)$$

Для звичайної кривої Безьє другого степеня:

$$\frac{dx(u)}{du} = 2 \cdot U \cdot X, \quad \frac{dx^2(u)}{du^2} = C \cdot X, \quad \frac{dy(u)}{du} = 2 \cdot U \cdot Y, \quad \frac{dy^2(u)}{du^2} = C \cdot Y, \quad (17)$$

де $U=[u-1 \ 1-2u \ u]$, $C=[2 \ -4 \ 2]$, $X=[x_0 \ x_1 \ x_2]^T$, $Y=[y_0 \ y_1 \ y_2]^T$.

Для кривої Безьє зі степеневою параметризацією:

$$\frac{dx(u)}{du} = U_1 \cdot X, \quad \frac{dy(u)}{du} = U_1 \cdot Y, \quad (18)$$

де $U_1=[f_1 \ -(f_1+f_2) \ f_2]$, $f_1=(m_1+1)u^{m_1}-m_1u^{m_1-1}$, $f_2=(m_2+1)u^{m_2}$,

$$\frac{dx^2(u)}{du^2} = U_2 \cdot X, \quad \frac{dy^2(u)}{du^2} = U_2 \cdot Y, \quad (19)$$

де $U_2=[f_3 \ -(f_3+f_4) \ f_4]$, $f_3=m_1(m_1+1)u^{m_1-1}-m_1(m_1-1)u^{m_1-2}$, $f_4=m_2(m_2+1)u^{m_2-1}$.

Співвідношення (16) ... (19) дають змогу обчислювати кривину ліній Безьє, що розглядаються.

Акцентуємо увагу на деяких моментах. Аналіз формул (18) і (19) показує, що m_1 та m_2 повинні задовольняти умові:

$$m_1 \geq 2, \quad m_2 \geq 1. \quad (20)$$

Це зумовлено проміжком змінювання параметра u .

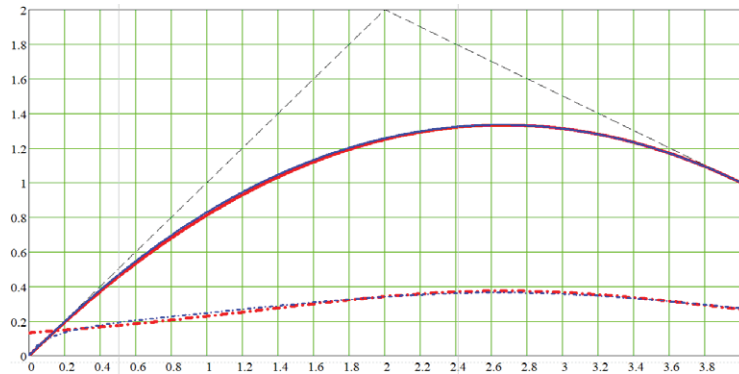
Підстановка до залежностей (19) значення $u=0$, а потім отриманих величин до виразу (16) свідчить, що для

$$m_1 > 2, \quad m_2 > 1 \quad (21)$$

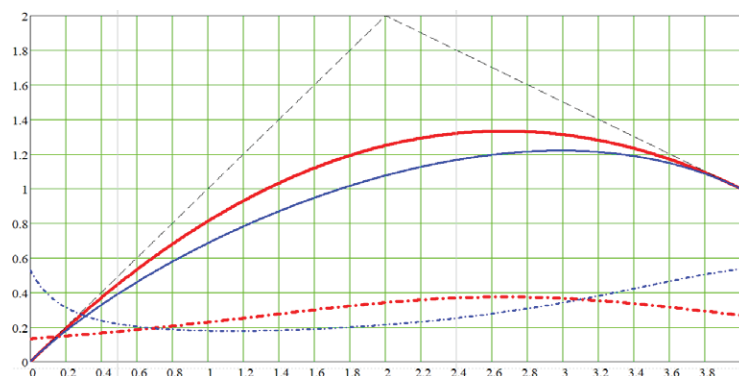
кривина k у цій точці дорівнює нулю.

Деякі приклади формоутворення проаналізованих ліній Безьє зі степеневою параметризацією на засадах викладеного математичного апарату (1) ... (21) ілюструють такі зображення. На рис. 2а показано випадок із параметрами $m_1=2,5$ та $m_2=8$. У даному разі крива Безьє зі степеневою параметризацією практично збігається з варіантом лінійної параметризації. Це стосується і змінювання кривини, яке відтворюють штрих-пунктирні лінії. Головна відмінність полягає у кривині в початковій точці, що для першого випадку дорівнює нулю. Даний інваріант для значень (20) забезпечує зручне додавання до складених обводів відрізків прямих, доволі поширених за геометричного моделювання різноманітних технічних

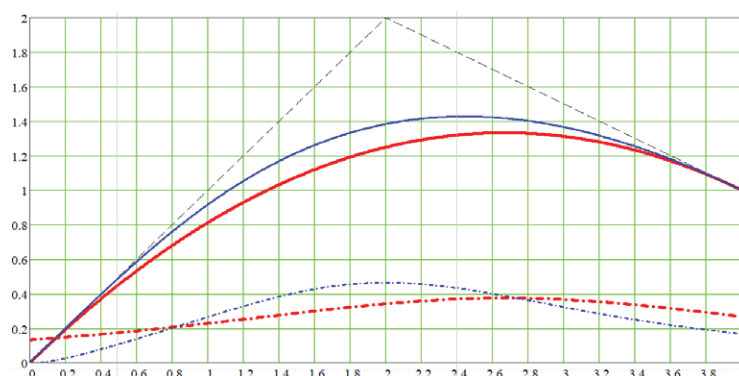
об'єктів, реалізуючи гладкість другого порядку. Цього звичайна лінія Безьє другого степеня зробити не може. Також маємо незалежність кривини в r_0 від положення r_1 та r_2 . Тобто їх розташування модифікується довільним чином, зберігаючи гладкість другого порядку в r_0 . Описане виконується й далі, наприклад коли до прямолінійного відрізка додається ще одна крива Безьє зі степеневою параметризацією. Можливе поєднання двох останніх і без проміжного прямолінійного відрізка.



а



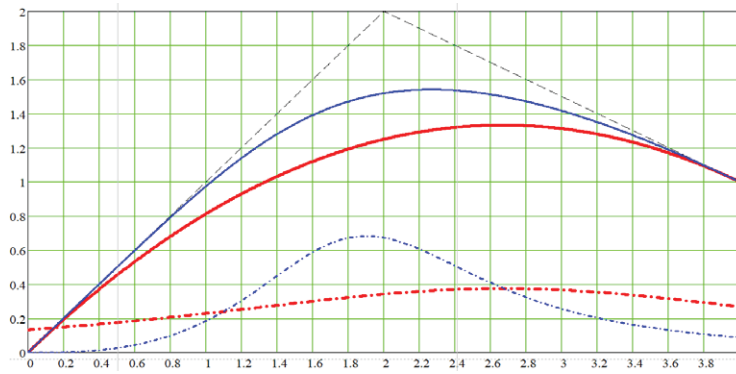
б



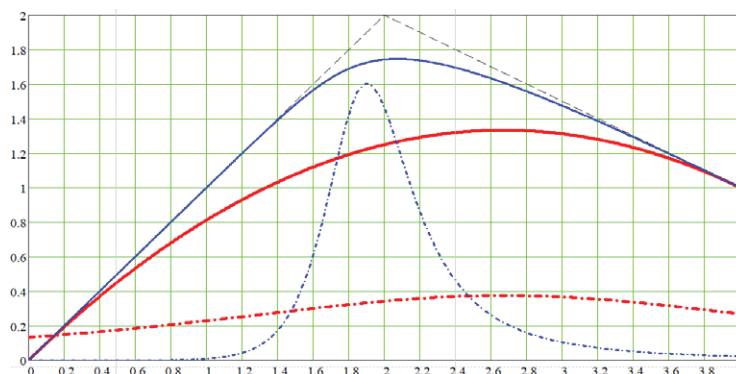
в

Рис. 2. Змінювання кривини ліній Безьє другого степеня:
 а – $m_1=2$ і $m_2=1,8$; б – $m_1=2$ та $m_2=1$; в – $m_1=2,5$ і $m_2=3$

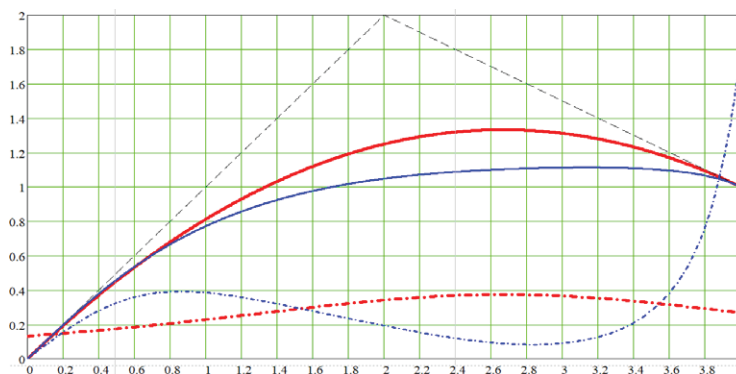
Ненульову кривину в точці r_0 ілюструє рис. 2б, а рис. 2в – ще один випадок відносно близької лінії зі степеневою параметризацією до звичайної кривої Безьє. Наступні зображення (рис. 3) відтворюють більш відмінні варіанти.



а



б



в

Рис. 3. Інші приклади ліній Безьє другого степеня:
а – $m_1=2,5$ і $m_2=4,5$; б – $m_1=2,5$ та $m_2=10$; в – $m_1=15$ і $m_2=2$

Таким чином, нами подано деякі базові властивості та основні переваги запропонованої степеневій параметризації кривих Безьє, які проілюстровано на прикладах ліній другого порядку.

Висновки

Публікацію присвячено подальшому розвитку засобів геометричного моделювання сучасних комп'ютерних інформаційних технологій. Запропоновано степеневу параметризацію кривих Безьє, що доволі популярні для автоматизованого проектування різноманітних технічних об'єктів. Це дало змогу розширити наявні можливості формоутворення за допомогою вказаних засобів. Окреслений напрям потребує проведення подальших наукових досліджень.

Список використаної літератури

1. Farin G. Curves and Surfaces for CAGD. A Practical Guide. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, 2002. 521 p.
2. Ursu-Fischer N., Popescu D., Radu I. Spline interpolation with third-degree Bezier functions. Acta Technica Napocensis. Series: Applied Mathematics, Mechanics and Engineering. Cluj-Napoca: TUCN, 2018. Vol. 61. Issue II. P. 167–174.
3. Arnal A., Monterde J. Bezier surfaces with prescribed diagonals. Journal of Computational and Applied Mathematics. 2023. № 424. 115018. URL: <https://www.sciencedirect.com/journal/journal-of-computational-and-applied-mathematics/vol/424/suppl/C> (дата звернення: 25.03.2024).
4. Wang H., Zhu C. The design of Bezier surface through quintic Bezier asymptotic quadrilateral. Journal of Computational Mathematics. 2019. Vol. 37. № 5. P. 720–737. doi: 10.4208/jcm.1809-m2016-0761.
5. Фролов О.В. Наближення кривих Безьє ламаними лініями на основі алгоритмів розбиття опорного полігона. Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка». 2019. № 28–29. С. 97–103. doi: 10.31474/1996-1588-2019-1-28-97-103.
6. Ванін В.В., Вірченко Г.А., Яблонський П.М. До питання геометричного моделювання з використанням кривих Безьє. Прикладна геометрія та інженерна графіка. 2020. Вип. 98. С. 29–34. doi: 10.32347/0131-579x.2020.98.29-34.
7. Вірченко Г.А., Яблонський П.М. Деякі аспекти комп'ютерного геометричного моделювання з використанням кривих Безьє. Прикладні питання математичного моделювання. 2020. Т. 3. № 1. С. 41–48. doi: 10.32782/2618-0340/2020.1-3.4.
8. Куреннов С.С., Барахов К.П., Барахова Г.С. Застосування кривих Безьє для опису форми конструкції при оптимізації клейового з'єднання. Системні дослідження та інформаційні технології. 2023. № 2. С. 127–138. doi: 10.20535/SRIT.2308-8893.2023.2.09.

References

1. Farin, G. (2002). Curves and Surfaces for CAGD. A Practical Guide. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers [in English].
2. Ursu-Fischer, N., Popescu, D., & Radu, I. (2018). Spline interpolation with third-degree Bezier functions. Acta Technica Napocensis. Series: Applied Mathematics, Mechanics and Engineering, 61-II, 167–174 [in English].
3. Arnal, A., & Monterde, J. (2024, March 25). Bezier surfaces with prescribed diagonals. Journal of Computational and Applied Mathematics. № 424 (2023) 115018. Retrieved from <https://www.sciencedirect.com/journal/journal-of-computational-and-applied-mathematics/vol/424/suppl/C> [in English].
4. Wang, H., & Zhu, C. (2019). The design of Bezier surface through quintic Bezier asymptotic quadrilateral. Journal of Computational Mathematics, 37–5, 720–737. doi: 10.4208/jcm.1809-m2016-0761 [in English].
5. Frolov, O.V. (2019). Nablyzhennia kryvykh Bezie lamany my liniyamy na osnovi alhorytmiv rozbyttia opornoho polihona [Piecewise linear approximation of Bezier curves based on a control polygon subdivision]. Naukovi pratsi Donetskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu. Serii: Informatyka, kibernetyka ta obchysliuvalna tekhnika, 28–29, 97–103. doi: 10.31474/1996-1588-2019-1-28-97-103 [in Ukrainian].
6. Vanin, V.V., Virchenko, G.A., & Yablonskyi, P.M. (2020). Do pytannia heometrychnoho modeliuвання z vykorystanniam kryvykh Bezie [To the issue of geometric modeling using Bezier curves]. Applied Geometry and Engineering Graphics, 98, 29–34. doi: 10.32347/0131-579x.2020.98.29-34 [in Ukrainian].

7. Virchenko, G.A., & Yablonskyi, P.M. (2020). Deiaki aspekty kompiuternoho heometrychnoho modeliuвання z vykorystanniam kryvykh Bezie [Some aspects of computer geometric modeling using Bezier curves]. *Applied Questions of Mathematical Modelling*, 3–1, 41–48. doi: 10.32782/2618-0340/2020.1-3.4 [in Ukrainian].
8. Kurennov, S.S., Barakhov K.P., & Barakhova, H.S. (2023). Zastosuvannia kryvykh Bezie dlia opysu formy konstruktzii pry optymizatsii kleiovoho ziednannia [Application of Bezier curves for description of structure shape in optimization of adhesive joints]. *System Research and Information Technologies*, 2, 127–138. doi: 10.20535/SRIT.2308-8893.2023.2.09 [in Ukrainian].

Вірченко Геннадій Анатолійович – д.т.н., професор, завідувач кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп’ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: kpivir@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9586-4538.

Яблонський Петро Миколайович – к.т.н., доцент, доцент кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп’ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: ypn@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1971-5140.

Терещук Микола Олександрович – к.т.н., докторант кафедри архітектурних конструкцій Київського національного університету будівництва і архітектури. E-mail: nikolatereschuk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4444-3677.

Virchenko Gennadii Anatoliyovych – Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of Descriptive Geometry, Engineering and Computer Graphics of the National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute". E-mail: kpivir@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9586-4538.

Yablonskyi Petro Mykolaiovych – Ph.D in Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Descriptive Geometry, Engineering and Computer Graphics of the National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute". E-mail: ypn@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1971-5140.

Tereschuk Mykola Oleksandrovyeh – Ph.D in Technical Sciences, Doctoral Student of the Department of Architectural Structures of the Kyiv National University of Construction and Architecture. E-mail: nikolatereschuk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4444-3677.

ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ SIRV-МОДЕЛІ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ЕПІДЕМІЇ У КОНТЕКСТІ ПАНДЕМІЇ COVID-19 У РІВНЕНСЬКІЙ ОБЛАСТІ

Важливість здоров'я населення підкреслюється проблемами, пов'язаними з інфекційними захворюваннями, а досвід пандемії COVID-19 звертає нашу увагу на життєво важливу потребу в надійному механізмі охорони здоров'я. Динамічний характер передачі вірусу, що характеризується коливанням рівня інфекційності та появою нових штампів, вимагає комплексного підходу до управління системою охорони здоров'я. Модель SIRV є ключовим аналітичним інструментом, що дає змогу дослідникам та державі на будь-якому рівні симулювати сценарії, які вивчають вплив кампаній вакцинації на контроль та поширення хвороби. Завдяки об'єднанню вакцинованого населення у класичною схемою Susceptible-Infected-Recovered (SIR) модель SIRV надає тонке розуміння того, як зусилля з імунізації можуть змінити динаміку захворювання. Ця модель урахує вакциновану частину населення, уводячи критичну змінну в аналіз стратегій розвитку системи охорони здоров'я. За допомогою математичного моделювання SIRV-модель може передбачити результати вакцинації на різних рівнях, пропонуючи безцінні відомості для цілей її планування. Оскільки вакцинація стає ключовим механізмом захисту від інфекційних захворювань, такі моделі, як SIRV, є важливими для планування стратегій охорони здоров'я. Дані моделі не лише забезпечують теоретичну основу для розуміння потенційного вектору розвитку захворювань, а й сприяють оптимізації розподілу ресурсів для досягнення максимально можливого рівня імунітету в суспільстві. Крім того, можливість адаптації моделі SIRV для включення додаткових змінних, таких як ефективність вакцини та ослаблення імунітету, дає змогу точніше та реалістичніше прогнозувати впливи на здоров'я населення. У ширшому контексті глобальної охорони здоров'я ідеї, отримані за допомогою моделі SIRV, підкреслюють важливість вакцинації для стримування захворювань. Оскільки світ продовжує боротися з пандемією COVID-19 і готується до майбутніх криз у сфері охорони здоров'я, роль прогностичного моделювання в обґрунтуванні рішень у даній сфері стає все більш очевидною. Модель SIRV з її здатністю моделювати складну взаємодію між вакцинацією та поширенням хвороби є доказом ефективності математичного моделювання у покращенні нашого розуміння інфекційних захворювань. Власне, це підкреслює необхідність попереднього планування та цілеспрямованих стратегій утручання для пом'якшення впливу нинішніх і майбутніх пандемій.

Ключові слова: SIRV-модель, оцінка ефективності, епідемія, COVID-19, пандемія, інфекційні захворювання.

EVALUATION OF THE EFFECTIVENESS OF THE SIRV MODEL FOR EPIDEMIC RESEARCH IN THE CONTEXT OF THE COVID-19 PANDEMIC IN THE RIVNE REGION

Public health's significance is underscored by the challenges posed by infectious diseases, with the COVID-19 pandemic highlighting the vital need for robust health systems. The dynamic nature of virus transmission, characterized by fluctuating infection rates and the emergence of new variants, necessitates a comprehensive approach to public health management. The SIRV model stands as a pivotal analytical tool, enabling researchers and the government to simulate scenarios that examine the impact of vaccination campaigns on controlling disease spread. By integrating vaccination into the classical Susceptible-Infected-Recovered (SIR) framework, the SIRV model offers a nuanced understanding of how immunization efforts can alter disease dynamics. This model accounts for the vaccinated segment of the population, introducing a critical variable into the examination of public health strategies. Through mathematical simulations, the SIRV model can predict outcomes of various vaccination rates, offering invaluable insights for planning purposes. As vaccination emerges as a key defense mechanism against infectious diseases, models like SIRV are essential for strategic health planning. They not only provide a theoretical framework for understanding the potential trajectory of diseases but also facilitate the optimization of resource allocation to achieve the highest possible level of community immunity. Moreover, the adaptability of the SIRV model to incorporate additional variables, such as vaccine efficacy and waning immunity, enables a more accurate and realistic projection of public health outcomes. In the broader context of global health, the insights derived from the SIRV model underscore the importance of vaccination in disease containment efforts. As the world continues to grapple with the COVID-19 pandemic and prepares for future health crises, the role of predictive modeling in informing public health decisions becomes increasingly apparent. The SIRV model, with its capacity to simulate the complex interplay between vaccination and disease spread, serves as a testament to the power of

mathematical modeling in enhancing our understanding of infectious diseases. It highlights the necessity of preemptive planning and targeted intervention strategies in mitigating the impact of current and future pandemics.

Key words: SIRV model, effectiveness assessment, epidemic, COVID-19, pandemic, infectious diseases.

Постановка проблеми

В основі базової SIR-моделі лежить теорія Кермака – МакКендрика, де стверджується, що розподіл інфекційної хвороби можна передбачити, коли вона поширюється між населенням протягом певного часу. Саме дана теорія стала результатом дослідження двох науковців, а умовною датою створення даної моделі можна вважати 1927 р. [1]. Проте, незважаючи на столітню давність даної моделі, вона і нині залишається ефективним інструментом для вивчення поширення інфекційних хвороб, зокрема завдяки тому, що дана модель легко піддається розширенню та модифікації. Однією з найпоширеніших її розширень є модель SIRV, що, власне, допомагає у вивченні впливу вакцинації на поширення інфекційної хвороби серед населення країни, окремого регіону чи області.

В Україні перші випадки захворювань на COVID-19 датуються 3 березня 2020 р. За перший рік епідемії в Україні середній рівень смертності становив 0,18%, проте на 24 лютого 2022 в. зріс до 0,86%, тобто фактично в чотири з половиною рази. Якщо говорити про поширення хвороби, то варто зазначити, що середній рівень зараженості за перший рік становив 9,57%, а на момент повномасштабного вторгнення Російської Федерації на територію України він уже зріс до 37,47%.

Розроблення вакцини від COVID-19 зайняла тривалий час, перші новини про успіхи у цьому напрямі почали з'являтися в кінці грудня 2020 р., а в лютому 2021 р. перша партія протестованих вакцин AstraZeneca прибула в Україну. Однак через низку недоліків та «доволі рідкісні побічні ефекти» в наступному держзамовленні дана вакцина була замінена на BioNTech, більш відому як Pfizer, яка уже встигла зарекомендувати себе як найефективніший препарат. Перші щеплення в Рівненській області були зареєстровані 25 лютого 2021 р.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Модель SIR не є чимось новим у науковому світі, тому публікацій, що вичерпно описують її, більше ніж удосталь. Проте все ж в першу чергу хотілося би виділити роботу А.Г. Маккендрика та В.О. Кермака, завдяки науковій праці яких стало можливим моделювання поширення інфекційних хвороб [1].

Значні внески щодо впливу вакцинації на поширення інфекційних хвороб, покращення та оптимізації SIRV-моделі були з боку японських учених, зокрема таких як М.О. Оке, О.М. Огунмілоро, Ч.Т. Акінвумі, Р.А. Раджі, але найбільше хотілося б виділити роботу М. Ісікави [3; 2].

Із початку поширення інфекційної хвороби найбільше були залучені китайські вчені, оскільки перші спалахи COVID-19 почали з'являтися саме в місті Ухань. Серед них можна виділити Ш. Ян, П. Цао, П. Ду, З. Ву, Ц. Чжуан, Л. Ян, С. Юй, Ц. Чжоу та багатьох інших. Завдяки тісній співпраці вчених було досліджено динаміку захворюваності та смертності в Китаї. Також у межах міжнародної співпраці були залучені спеціалісти зі США, зокрема Б. Дж. Коулінг та Л.А. Мейерс, для дослідження швидкості зараження, з боку Китаю дослідженням цієї проблеми займалися Ч. Ду, С. Сюй, Є. Ву та Л. Ван [5; 11].

В Україні дослідженням та моделюванням динаміки захворюваності на COVID-19 і впливом на неї сезонних чинників найбільше займалися А. Нікітін, І. Самойленко та І. Нестерук, а також у межах міжнародної співпраці українських та литовських університетів були залучені Є. Мейдуде-Кавалюскене та С. Бекесієне [13; 14].

Мета дослідження

Мета роботи – проаналізувати динаміку захворюваності на COVID-19 на обласному рівні, а також зробити висновки щодо подальшої роботи у цій сфері. Розглядаючи специфіку пандемії

у конкретній області, ми намагаємося надати більш деталізований аналіз ситуації та впливу заходів, що вживаються для зменшення розповсюдження вірусу. Також спостереження за динамікою захворюваності на COVID-19 у Рівненській області дає можливість побачити взаємозв'язок між численними чинниками: соціально-економічними, демографічними, охорони здоров'я, та їхнім впливом на рівень поширення вірусу. Окрім того, урахування регіональних особливостей дає можливість планувати подальші дії з метою зниження захворюваності.

Виклад основного матеріалу дослідження

У дослідженні за участю близько 7 300 резидентів із восьми європейських країн удалося з'ясувати, що в середньому кількість контактів становила 13,4 на день. Частота контактів різнилася залежно від країни: Німеччина мала значно нижчу кількість контактів (7,95 контактів), а Італія (19,77) – найвищу. Серед різних вікових груп підлітки контактували приблизно з 18 особами, тоді як дорослі у віці 20–60 років мали близько 13 контактів, а особи віком 60 років і старше мали приблизно 8 [6]. Для України рівень контактів може бути таким самим низьким, як у Німеччині, або таким же високим, як в Італії. Хоча вагомим відхиленням від цих цифр є малоймовірні.

Важливість *середньої кількості контактів у моделі* полягає у її здатності продемонструвати *закон діючих мас* у дії. Цей принцип передбачає, що групи індивідів, по суті, однорідні, причому кожна особа взаємодіє з іншою приблизно однаково.

Дослідження епідемії грипу 1918 р. показують, що запобіжні заходи зменшили передачу інфекції на 40%. Закриття шкіл знизить рівень контактів на 50% (оскільки це впливає на частину населення з найвищим рівнем контактів). Добровільний домашній карантин (інфікованої особи та всіх членів сім'ї) знизить рівень контактів на 35%. Ізоляція лише інфікованих осіб (не членів сім'ї) знизить рівень контактів приблизно на 15% [7]. Ураховуючи результати цього дослідження та опитування резидентів європейських країн, припускаємо, що *середня кількість контактів* в Україні може становити 13,4 індивідів на день. Також ми припускаємо, що ефективність запобіжних заходів знизилася цей показник на 50%, тому ми коригуємо дане значення до 6,7 для подальшого використання в моделі. Отже, виходячи з наших припущень, ми можемо сказати, що *середня кількість контактів* на особу в Рівненській області на початку епідемії та під час дії карантинних заходів могла становити 6,7 (табл. 1).

Імовірність зараження становить 2% (табл. 1). Поточне значення було отримано шляхом порівняння показників відтворення R_0 спільноти з нормальною кількістю контактів (1,4–3,9) і спільноти, яка знаходиться тривалий час ізольовано на круїзному судні, де спостерігається висока кількість контактів (14,8) [8]. Для порівняння: імовірність передачі H1N1, також відомого як «свинячий грип», була оцінена в 1,57% [9].

Беручи до уваги звіти щодо 10 перших випадків, можна стверджувати, що середня тривалість інфекційності пацієнтів становила 7,5 дні [4]. Остання ж оцінка серед 468 випадків становить від 3,68 до 4,75 дні [10]. Зовнішня оцінка у цих дослідженнях установила, що середня тривалість інфекційності пацієнтів становить від 8,71 до 10,9, що свідчить про більш вірогідний діапазон в 9–11 днів. Нагадаємо, що рекомендована тривалість карантину для потенційно інфікованих становить 14 днів [11]. Для моделі буде використана усереднена *тривалість інфекційності* в 10 днів (табл. 1).

Рівень вакцинації по всій Україні на становив 0,1% (табл. 1). Дане значення буде використано для моделі, щоб зрозуміти можливий вплив вакцинації на динаміку епідемічної ситуації в області.

Серед 4 млн підтверджених випадків COVID-19 в Україні 11,2% потребували госпіталізації, але скільки потребувало реанімаційної допомоги, на жаль, залишається невідомим, оскільки дані щодо реанімаційних заходів відсутні. Однак, звертаючись до інших досліджень, слід зазначити, що серед 44,5 тис підтверджених випадків, які були виявлені в Китаї на початку

пандемії, реанімаційної допомоги потребувало 4,7% [12]. Дане дослідження допоможе нам сформулювати припущення, що в Україні реанімаційної допомоги потребувало приблизно стільки ж відсотків хворих. Указані коефіцієнти, що стосуються потреби інфікованих у госпіталізації та реанімації, представлені в табл. 1 під скороченнями pNH (*Need Hospitalization*) та $pNICU$ (*Need Intensive Care Unit*), де літера p перед назвою вказує на те, що це відсоткове значення.

Починаючи з 24 лютого 2022 р. середня смертність серед хворих на COVID-19 в Україні становить 2,6%. На момент 24 лютого 2022 р. кількість нових випадків захворювань на COVID-19 становила 27,5 тис, а кількість одужалих від інфекційної хвороби – майже 35 тис осіб [5].

На момент початку пандемії, населення області становило 1 152 400 осіб, серед яких: інфікованих – 11 осіб, померлих – 1 особа, вакцинованих – 0 осіб.

Для отримання даних спостережень буде використано офіційний сайт МОЗ України та архівні дані із сайту МОЗ, опубліковані видавництвом Мінфіну [15].

Таблиця 1

Вхідні параметри SIRV-моделі

Символьне позначення	Назва параметру	Числове значення
$S(0)$	Особи, сприйнятливі до захворювання	1152400
$I(0)$	Інфіковані особи	11
$R(0)$	«Вилучені» особи	1
$V(0)$	Вакциновані особи	0
c	Середня кількість контактів	6,7
a	Імовірність зараження	2%
d	Тривалість інфекційності	10
v	Рівень вакцинації	0,1%
pNH	Особи які потребують госпіталізації (у %)	11,2%
$pNICU$	Особи які потребують реанімаційної допомоги (у %)	4,7%
m	Коефіцієнт смертності (на 1 мільйон)	2,6%

Урядові регуляції передбачили дію надзвичайної ситуації і карантину в Україні до 30 червня 2023 р. у зв'язку з COVID-19. Карантинні обмеження поділяються на декілька рівнів: зелений, жовтий, помаранчевий та червоний. У зеленій зоні діють обмеження на транспорт: 50% заповненість кінотеатрів, маски в будівлях, та умова: одна людина на 5 м² для масових заходів. Жовтий рівень передбачає обмеження для закладів, що можуть бути зняті за наявності COVID-сертифікатів та тестів. Помаранчева зона включає: обмеження жовтої, заборону на роботу ряду закладів, умову 1 на 20 м² та максимум 100 осіб на масових заходах. За червоного рівня обмеження суворіші, але «зелений» COVID-сертифікат дає змогу їх уникнути. Освітні заклади мали свої обмеження, а деякі місця, як-от банки та аптеки, працювали без обмежень на всіх рівнях, дотримуючись протиепідемічних правил. Місцеві органи мали можливість увести додаткові обмеження, починаючи з помаранчевого рівня. 27 червня 2023 р. Кабінет Міністрів України своєю постановою скасував карантин через COVID-19 від 30 червня на всій території країни.

Використовуючи вхідні параметри у табл. 1, побудуємо SIRV-модель, використовуючи мову програмування R і програмне середовище для статистичних обчислень, аналізу та зображення даних у графічному вигляді RStudio. Також для побудови моделі буде використана бібліотека R Shiny, що, власне, дасть змогу зробити модель більш адаптивною та інтерактивною.

Побудована інтерактивна модель являтиме собою окремих застосунок, створений із використанням указаної вище бібліотеки, який являтиме собою інтерактивний інструмент для моделювання та візуалізації різних аспектів епідеміології у межах моделі SIRV.

SIRV-модель додає до розрахунків категорію вакцинованих осіб. Дана модель має можливість бути доповненою, аби включати критичні параметри такі як смертність, імміграція, народжуваність, а також відновлення та імунітет. Однак навіть її базова форма може дозволити моделювати появу та розповсюдження різноманітних захворювань. У цьому контексті буде розглянуто лише версію доповненою групою вакцинованих осіб.

Розглянемо елементарну епідеміологічну модель, що розподіляє населення на певні групи в конкретний часовий період: особи, що є сприйнятливими до хвороби (S – *susceptible*), інфіковані особи (I – *infected*), «вилучені» особи (R – *removed*) та вакциновані особи (V – *vaccinated*). Група «вилучені» включає осіб, які не інфіковані та не є чутливими до захворювання; це можуть бути імунізовані особи, особи під карантинном або померлі. У різних адаптаціях SIRV-моделі ця група може враховувати постійний або тимчасовий імунітет, отриманий через вакцинацію або хворобу [3]. Однак у цій спрощеній моделі імунітет (або відсутність чутливості до захворювання) є постійним. Особи можуть переходити з однієї групи до іншої; наприклад, особа може стати «вилученою» після відновлення від стану інфікованої. У цьому контексті модель ураховує взаємодію між різними групами населення (рис. 1).

Базове рівняння моделі SIRV виглядає так:

$$N = S(t) + I(t) + R(t) + V(t), \quad (1)$$

де N – це загальна кількість населення, яке приймається за константу; $S(t)$ – сприйнятливий населення; $I(t)$ – інфіковане населення; $R(t)$ – «вилучене» населення; $V(t)$ – вакциноване населення.

Для відображення динаміки зміни чотирьох підгруп, які в сукупності компенсують одне одного, користуємося таким рівнянням:

$$\frac{dS}{dt} + \frac{dI}{dt} + \frac{dR}{dt} + \frac{dV}{dt} = 0 \quad (2)$$

Розширена SIRV-модель, як і базова, передбачає, що значна частина індивідів із населення дотримується закону діючих мас, тобто вони вступають у контакт один з одним випадково. Імовірність контакту інфікованої особи з іншими особами серед населення описується фіксованим параметром c . Імовірність того, що хвороба дійсно передається, описується параметром a . Помноживши a і c , ми можемо звести ці дві константи в одну – β , яка вказуватиме на постійну швидкість передачі захворювання. Однак важливо звернути увагу на окремі компоненти β , коли йдеться про поширення хвороби у цілому. Закон діючих мас передбачає, що передача захворювання залежить від чисельності населення. Сталу середню швидкість «одужання» за одиницю часу позначимо як γ , що дорівнює $\frac{1}{d}$. Окрім цього, слід ураховувати швидкість вакцинації сприйнятливого населення, тобто v . Також під час побудови моделі ми припускаємо, що імунітет є перманентним після другої дози вакцини, тому ми враховуємо частку населення, що пройшла повний курс вакцинації [2]. Дане припущення є справедливим для багатьох захворювань, таких як грип, винятком будуть лише хвороби, що передаються статевим шляхом. Однак захворювання, які мають альтернативні схеми передачі, виходять за рамки базової моделі.

Ураховуючи те, що моделювання епідемії проводиться для всієї області, нам слід нормалізувати значення $S(t)$ та $I(t)$, зокрема поділивши ці значення на N . Необхідність даного кроку зумовлена тим, що ймовірність контакту індивіда, сприйнятливого до захворювання,

з інфікованим індивідом обернена пропорційно до чисельності популяції. Тобто зі збільшенням чисельності населення ймовірність зустрічі цих двох зменшується. Окрім цього, у рівняннях слід урахувати, що після початку епідемії ефективна вакцина, яка б могла би протидіяти захворюванню, була відсутня. Лише після тривалого періоду часу в межах України почали з'являтися нові препарати, що могли стримувати вірус. Даний момент також урахований у моделі, тому калькуляція вакцинованих починається в умовний момент часу $t = 410$ (приблизний період часу, коли з'явилися перші вакцини).

Спираючись на твердження вище, побудуємо систему рівнянь:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta \frac{S(t)I(t)}{N} - \nu S(t) \tag{3}$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{S(t)I(t)}{N} - \gamma I(t) \tag{4}$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I(t) \tag{5}$$

$$\frac{dV}{dt} = \nu S(t) \tag{6}$$

Припустимо, що постійна швидкість передачі захворювання β і швидкість одужання γ , а також швидкості ν є більшими за нуль. А швидкість оновлення сприйнятливо до захворювання населення, $\frac{dS}{dt}$ за визначенням нижче нуля. Отже, максимальна кількість сприйнятливих осіб серед населення в момент часу $t=0$, буде становити $S_{\max} = S_0$.

Модель SIRV є системою чотирьох нелінійних диференціальних рівнянь, тому її неможливо вирішити явно. Однак систему можна розв'язати чисельно з різним ступенем точності, і цього більше ніж достатньо для розуміння моделі та використання її під час проведення різного роду запобіжних заходів [13].

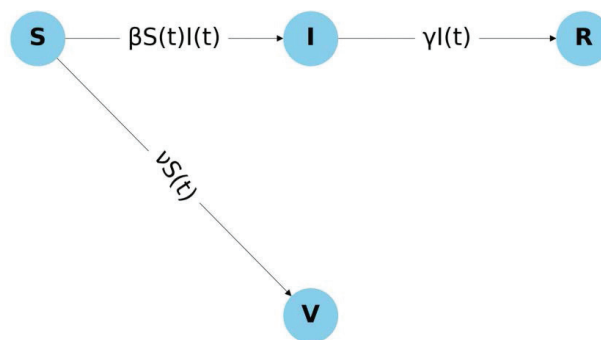


Рис. 1. Загальна схема SIRV-моделі

Установимо початкові умови. Нехай $t=0$ буде визначено як момент початку потенційної епідемії. Припустимо, що кількість сприятливого й інфікованого населення більше ніж нуль (інакше поширення хвороби було б неможливим). Також припустимо, що з початку епідемії імунітет до певної хвороби відсутній, відповідно, ми можемо встановити значення для «вилученого» населення рівним $R(t)=0$ в момент $t=0$. Ідентично ми можемо припустити, що для невідомої хвороби відсутня вакцина, а тому в момент $t=0$ вакциноване населення рівне $V(t)=0$.

$$S(0) = S_0 > 0, I(0) = I_0 > 0, R(0) = 0, V(0) = 0 \tag{7}$$

Знаючи значення β , γ , S_0 і I_0 , ми зможемо зрозуміти, чи поширюється інфекція та дізнатися максимальну кількість інфікованих осіб, на яку ми можемо очікувати. Для того щоб знайти швидкість зміни інфікованого населення в нульовий момент часу, ми підставляємо початкові значення в рівняння:

$$\frac{dI}{dt} \Big|_{t=0} = \beta S_0 I_0 - \gamma I_0 \quad (8)$$

Таким чином, можемо припустити, що швидкість зміни інфікованої населення в момент 0 становить більше нуля, коли $\beta S_0 I_0 > \gamma I_0$, що можна відобразити так:

$$\beta S_0 I_0 > \gamma I_0 \quad (9)$$

$$\beta S_0 > \gamma \quad (10)$$

$$S_0 > \frac{\gamma}{\beta} \quad (11)$$

Виходячи із цього, ми можемо стверджувати, що швидкість зміни інфікованого населення буде додатною (кількість інфікованих збільшиться), коли відносна швидкість «вилученого» населення (швидкість одужання γ над швидкістю зараження β) буде меншою, ніж початкова кількість сприйнятливих до захворювання S_0 . У цьому разі хвороба буде поширюватися.

Коли відносна швидкість «вилучення» більше, ніж початкова кількість сприйнятливих до захворювання S_0 , тобто $\frac{dI}{dt} \Big|_{t=0} < 0$, то це вказує на згасання спалахів хвороби і, відповідно, на відсутність епідемії.

Здійснення точної оцінки кількості пацієнтів, яким була потрібна госпіталізація (NH) та (або) реанімація ($NICU$), а також визначення приблизної кількості летальних випадків (D) є важливою частиною аналізу епідемії COVID-19. Розуміння цих метрик дає змогу оцінити навантаження на медичні заклади і медпрацівників та мобілізувати необхідні ресурси для ефективної роботи із захворюванням. Модель урахує частку інфікованих у певний момент часу $I(t)$, визначені коефіцієнти pNH та $pNICU$, а також коефіцієнт m . Завдяки ним ми отримаємо такі рівняння:

$$NH = I(t) pNH \quad (12)$$

$$NICU = I(t) pNICU \quad (13)$$

$$D = I(t) m \quad (14)$$

Отже, побудувавши модель та орієнтуючись на отримані результати моделі, ми можемо порівняти їх із даними спостережень, починаючи з 27 березня 2020 р. Але в першу чергу варто ознайомитися із загальними результатами самої моделі. Моделювання проводилося протягом 900-денного періоду, що починається з початку епідемії (із моменту появи перших хворих в Україні) триває до 24 жовтня 2022 р., тобто сумарно період моделювання охоплює 2,5 роки.

У ході числових експериментів із моделлю ми змогли отримати дані, які відображають різні аспекти епідемії (табл. 2). У продемонстрованому відрізьку даних був націлено встановлений

умовний момент часу $t = 260$ для демонстрації зміни вхідних даних у моделі з кожним новим кроком часу.

Таблиця 2

Приклад зміни вхідних даних у SIRV-моделі

t	S	I	R	V	β	γ	ν	NH	$NICU$	D
1.00	1152400.00	11.00	1.00	0.00	0.1340	0.10	0.00	1.23	0.52	0.29
...
260.01	972397.59	33951.86	146062.54	0.00	0.1340	0.10	0.00	3802.61	1595.74	882.75
261.01	968541.47	34390.77	149479.76	0.00	0.1340	0.10	0.00	3851.77	1616.37	894.16
262.01	964651.97	34819.66	152940.36	0.00	0.1340	0.10	0.00	3899.80	1636.52	905.31
263.01	960730.76	35237.90	156443.33	0.00	0.1340	0.10	0.00	3946.65	1656.18	916.19
264.01	956779.59	35644.85	159987.57	0.00	0.1340	0.10	0.00	3992.22	1675.31	926.77
...
410.00	633992.35	4508.44	513908.03	3.18	0.1340	0.10	0.0010	504.94	211.90	117.22
410.01	633990.91	4508.26	513908.70	4.14	0.1340	0.10	0.0010	504.93	211.89	117.21
410.02	633976.46	4506.51	513915.35	13.68	0.1340	0.10	0.0010	504.73	211.81	117.17
410.02	633976.46	4506.51	513915.35	13.68	0.1340	0.10	0.0010	504.73	211.81	117.17
410.04	633962.01	4504.76	513922.00	23.23	0.1340	0.10	0.0010	504.53	211.72	117.12
...
900.80	377467.24	0.00	529335.33	245609.42	0.1340	0.10	0.0010	0.00	0.00	0.00

Також зазначимо, що калькуляція вакцинованих відбувається за такою умовою:

$$\nu = \begin{cases} 0, & t < 410 \\ 0.001, & t \geq 410 \end{cases} \quad (15)$$

Аналізуючи зміни цих показників протягом часу, ми можемо відслідковувати тенденції та динаміку розвитку хвороби, що є критично важливим для розроблення стратегій активної протидії хворобі.

Із результатів побудованої моделі та з огляду на криву I можна судити, що пік епідемії припав на середину січня 2021 р. (приблизно починаючи з 15 або 20 січня), після чого епідемія почала повільно спадати протягом наступних чотирьох місяців, продовжуючи поширюватися в невеликих масштабах (рис. 2). Сприятливе до захворювання населення, яку репрезентує крива S , почало різко знижуватися після набуття нею пікових значень. Своєю чергою, кількість вилученого населення почала збільшуватися з огляду на криву R , що очікувано за взаємної залежності всіх змінних (рис. 2). Варто зазначити, що після повного курсу вакцинації імунітет є перманентним (за нашим попереднім припущенням). Отже, вакцинована частка населення буде вилучатися з групи сприятливого до захворювання населення, що, власне, зумовлює різкі зміни кривих S та V на графіку (рис. 2).

Необхідно додати, що можливий приріст інфікованих під час спалаху інфекції вплинув на збільшення кількості госпіталізованих із COVID-19, серед яких майже 5% у середньому потребували реанімаційної допомоги. Середня кількість смертей за рік від інфекції становила приблизно до 4%, а пікова кількість смертей становила приблизно 1 500, тоді як пікова кількість осіб, які потребували реанімаційної допомоги, становила 2 000 (рис. 3).

Однак якщо порівняти отримані дані з нашими спостереженнями, можемо зазначити, що модель та її результати містять значні відхилення, навіть якщо враховувати те, що сама SIRV-модель є спрощеним відображенням реальності. Зокрема, якщо глянути на кількість інфікованих, то можемо виявити, що там, де результати моделі вказують спад інфекції, у даних спостережень інфекція продовжує зростати серед населення (рис. 4). Поясненням тому може виступати декілька причин, зокрема: невраховані міграційні процеси та демографічна ситуація

в області; запроваджені урядом та органами місцевого самоврядування адаптивні карантинні заходи, які в певний час стримували поширення інфекції, а під час ослаблення сприяли її поширенню; найбільш імовірно повторне зараження населення, що вже відновилося новими штамми інфекції, що, власне, і зумовило хвилеподібність кривої.

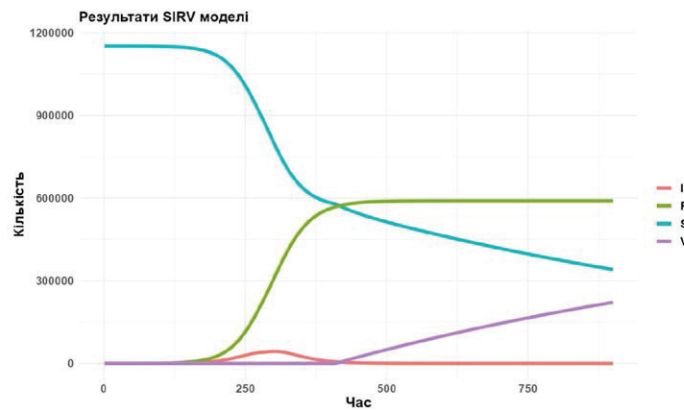


Рис. 2. Результати SIRV-моделі, що демонструють перебіг епідемії COVID-19

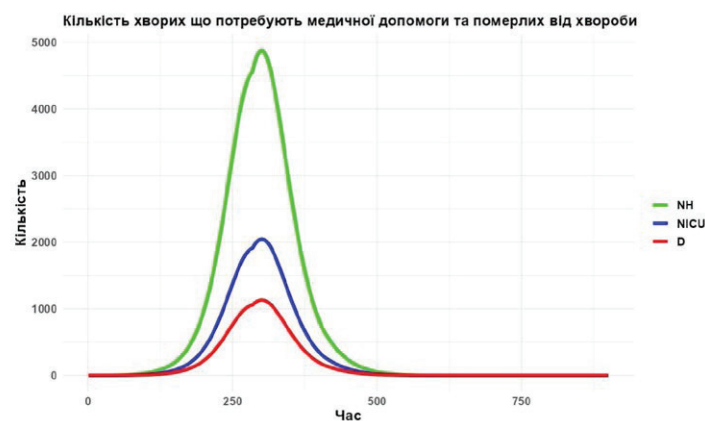


Рис. 3. Результати SIRV-моделі, що вказують на збільшення кількості хворих, які потребують медичної допомоги, та померлих від хвороби

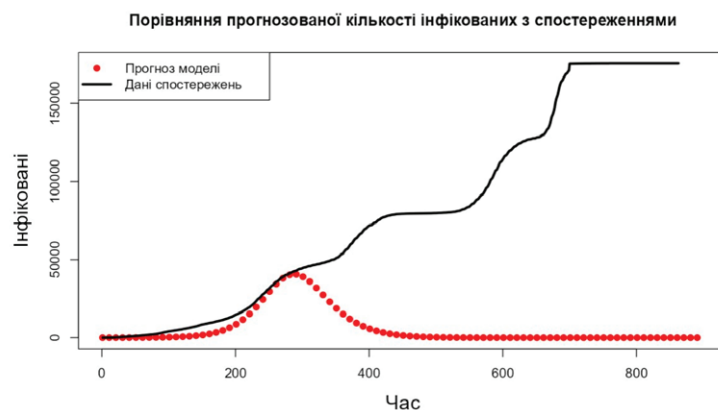


Рис. 4. Порівняння кількості інфікованого населення між результатами SIRV-моделі та даними спостережень від 27.03.2020

Проте дана модель надзвичайно ефективно відображає ситуацію протягом короткотривалого періоду часу з мінімальним відхиленням, що вказує на те, що вхідні коефіцієнти та значення, що допомагають визначити тривалість інфекції, були підібрані вірно (рис. 5).

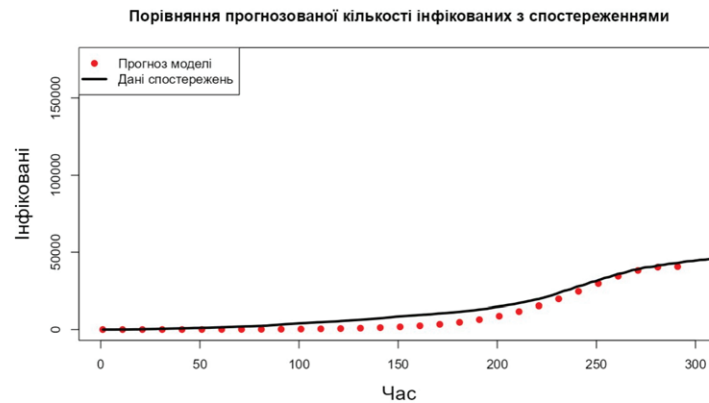


Рис. 5. Порівняння кількості інфікованого населення між результатами SIRV-моделі та даними спостережень від 27.03.2020 до 21.01.2021

Однак дана ситуація не стосується наступних графіків, що порівнюють: кількість вакцинованого населення, кількість «вилученого» населення (куди, нагадаємо, входять імунні, одужалі та померлі від хвороби) та рейтинг смертності серед населення.

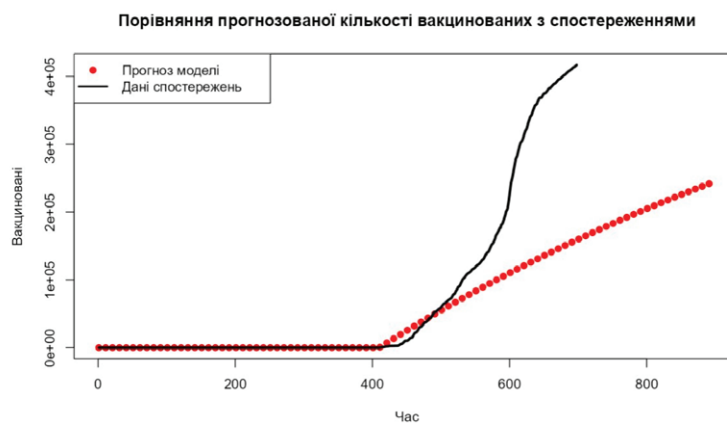


Рис. 6. Порівняння кількості вакцинованого населення між результатами SIRV-моделі та даними спостережень від 27.03.2020

Характеризуючи порівняльні результати вакцинованого населення, можна припустити, що коефіцієнт вакцинації був набагато вищий, аніж був попередньо зазначений у вхідних даних, що, власне, і могло спровокувати настільки значні відхилення в результатах самої моделі (рис. 6). Схожа ситуація також і з порівняльними результатами одужалого населення, де реальні результати набагато нижчі, що може вказувати на більш тривалий перебіг хвороби (рис. 7).

Порівняння прогнозованого рейтингу смертності, на жаль, абсолютно не описує реальної ситуації, оскільки прогнозований результат досягає свого піку разом із піком захворюваності, тоді як дані спостережень вказують на поступово зростаючу смертність.

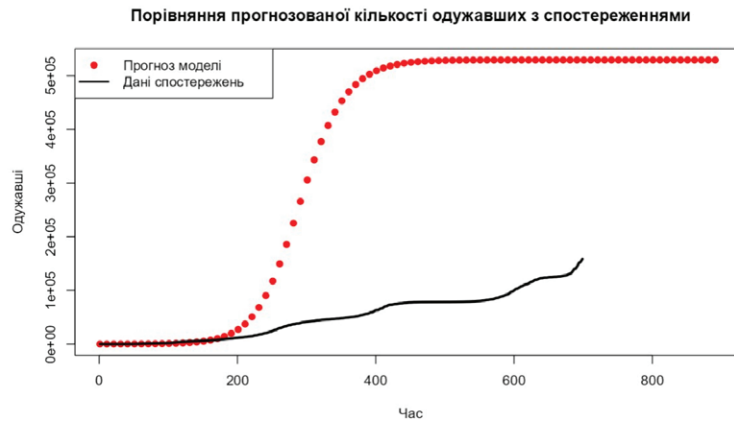


Рис. 7. Порівняння одужалого населення між результатами SIRV-моделі та даними спостережень від 27.03.2020

Висновки

Побудувавши SIRV-модель та провівши аналіз її результатів, ми можемо стверджувати, що модель дає змогу описати спалах епідемії й досягнення її пікового значення. Зокрема, спираючись на результати моделі, можна зазначити, що модель ідеально описує ситуацію протягом 2020–2021 рр., де модель найефективніше описує перебіг епідемії у Рівненській області.

Однак поточна модель містить низку похибок у зв'язку з тим, що не було враховано повторне зараження населення, що вже відновилося, що, власне, і могло викликати нові спалахи інфекції. Тому, урахувавши це, слід обов'язково зазначити, що кількість індивідів у категорії вакцинованих та вилючених (або померлих) можуть не відповідати дійсності.

Проте слід однозначно заявити, що найефективнішим заходом для зниження епідемічного процесу, який впливає на характер кривих на рис. 2 та 7 і результати SIRV-моделі, залишається дотримання запобіжних і карантинних заходів та продовження активної вакцинації, оскільки це сприяє зменшенню ризику спалахів COVID-19.

Список використаної літератури

1. A contribution to the mathematical theory of epidemics. Proceedings of the Royal Society of London. Series A, *Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*. 1927. Т. 115, № 772. С. 700–721. <https://doi.org/10.1098/rspa.1927.0118> (дата звернення: 22.02.2024).
2. Masaaki I. Optimal Strategies for Vaccination using the Stochastic SIRV Model. *Transactions of the Institute of Systems, Control and Information Engineers*. 2012. Т. 25, № 12. С. 343–348. <https://doi.org/10.5687/iscie.25.343> (дата звернення: 22.02.2024).
3. Mathematical Modeling and Stability Analysis of a SIRV Epidemic Model with Non-linear Force of Infection and Treatment / М. О. Оке та ін. *Communications in Mathematics and Applications*. 2019. Т. 10, № 4. <https://doi.org/10.26713/cma.v10i4.1172> (дата звернення: 22.02.2024).
4. Clinical Progression of COVID-19 Patient with Extended Incubation Period, Delayed RT-PCR Time-to-positivity, and Potential Role of Chest CT-scan / Burhan, E. та ін. *Acta medica Indonesiana*. 2020. Т. 52. № 1. Р. 80–83.
5. Early estimation of the case fatality rate of COVID-19 in mainland China: a data-driven analysis / S. Yang та ін. *Annals of Translational Medicine*. 2020. Т. 8. № 4. Р. 128. <https://doi.org/10.21037/atm.2020.02.66> (дата звернення: 22.02.2024).
6. Social Contacts and Mixing Patterns Relevant to the Spread of Infectious Diseases / J. Mossong et al. *PLoS Medicine*. 2008. Т. 5. № 3. Р. e74. <https://doi.org/10.1371/journal.pmed.0050074> (дата звернення: 22.02.2024).

7. Bootsma M.C.J., Ferguson N.M. The effect of public health measures on the 1918 influenza pandemic in U.S. cities. *Proceedings of the National Academy of Sciences*. 2007. Т. 104. № 18. P. 7588–7593. <https://doi.org/10.1073/pnas.0611071104> (дата звернення: 22.02.2024).
8. Rocklöv J., Sjödin H., Wilder-Smith A. COVID-19 outbreak on the Diamond Princess cruise ship: estimating the epidemic potential and effectiveness of public health countermeasures. *Journal of Travel Medicine*. 2020. Т. 27. № 3. <https://doi.org/10.1093/jtm/taaa030> (дата звернення: 22.02.2024).
9. Multiple Estimates of Transmissibility for the 2009 Influenza Pandemic Based on Influenza-like-Illness Data from Small US Military Populations / P. Riley та ін. *PLoS Computational Biology*. 2013. Т. 9. № 5. P. e1003064. <https://doi.org/10.1371/journal.pcbi.1003064> (дата звернення: 22.02.2024).
10. Early Transmission Dynamics in Wuhan, China, of Novel Coronavirus–Infected Pneumonia / Q. Li et al. *New England Journal of Medicine*. 2020. Т. 382. № 13. P. 1199–1207. <https://doi.org/10.1056/nejmoa2001316> (дата звернення: 22.02.2024).
11. Serial Interval of COVID-19 among Publicly Reported Confirmed Cases / Z. Du et al. *Emerging Infectious Diseases*. 2020. Т. 26. № 6. P. 1341–1343. <https://doi.org/10.3201/eid2606.200357> (дата звернення: 22.02.2024).
12. CDC Weekly C. The Epidemiological Characteristics of an Outbreak of 2019 Novel Coronavirus Diseases (COVID-19) – China, 2020. *China CDC Weekly*. 2020. Т. 2. № 8. P. 113–122. <https://doi.org/10.46234/ccdcw2020.032> (дата звернення: 22.02.2024).
13. The Complex Systems for Conflict Interaction Modelling to Describe a Non-Trivial Epidemiological Situation / S. Bekesiene et al. *Mathematics*. 2022. Т. 10. № 4. P. 537. <https://doi.org/10.3390/math10040537> (дата звернення: 22.02.2024).
14. Nesteruk I. Simulations of new COVID-19 pandemic waves in Ukraine and in the world by generalized SIR model. *System research and information technologies*. 2022. № 2. P. 94–103. <https://doi.org/10.20535/srit.2308-8893.2022.2.07> (дата звернення: 22.02.2024).
15. Коронавірус COVID-19: загальна статистика. *Мінфін*. URL: <https://index.minfin.com.ua/ua/reference/coronavirus> (дата звернення: 22.02.2024).

References

1. A contribution to the mathematical theory of epidemics. (1927). *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 115(772), 700–721. <https://doi.org/10.1098/rspa.1927.0118> [in English].
2. Masaaki, I. (2012). Optimal Strategies for Vaccination using the Stochastic SIRV Model. *Transactions of the Institute of Systems, Control and Information Engineers*, 25(12), 343–348. <https://doi.org/10.5687/iscie.25.343> [in English].
3. Oke, M.O., Ogunmiloro, O.M., Akinwumi, C.T., & Raji, R.A. (2019). Mathematical Modeling and Stability Analysis of a SIRV Epidemic Model with Non-linear Force of Infection and Treatment. *Communications in Mathematics and Applications*, 10(4). <https://doi.org/10.26713/сма.v10i4.1172> [in English].
4. Burhan, E., Prasenohadi, P., Rogayah, R., Isbaniyah, F., Reisa, T., & Dharmawan, I. (2020). Clinical Progression of COVID-19 Patient with Extended Incubation Period, Delayed RT-PCR Time-to-positivity, and Potential Role of Chest CT-scan. *Acta medica Indonesiana*, 52(1), 80–83 [in English].
5. Yang, S., Cao, P., Du, P., Wu, Z., Zhuang, Z., Yang, L., Yu, X., Zhou, Q., Feng, X., Wang, X., Li, W., Liu, E., Chen, J., Chen, Y., & He, D. (2020). Early estimation of the case fatality rate of COVID-19 in mainland China: a data-driven analysis. *Annals of Translational Medicine*, 8(4), 128. <https://doi.org/10.21037/atm.2020.02.66> [in English].

6. Mossong, J., Hens, N., Jit, M., Beutels, P., Auranen, K., Mikolajczyk, R., Massari, M., Salmaso, S., Tomba, G. S., Wallinga, J., Heijne, J., Sadkowska-Todys, M., Rosinska, M., & Edmunds, W.J. (2008). Social Contacts and Mixing Patterns Relevant to the Spread of Infectious Diseases. *PLoS Medicine*, 5(3), Article e74. <https://doi.org/10.1371/journal.pmed.0050074> [in English].
7. Bootsma, M.C.J., & Ferguson, N.M. (2007). The effect of public health measures on the 1918 influenza pandemic in U.S. cities. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 104(18), 7588–7593. <https://doi.org/10.1073/pnas.0611071104> [in English].
8. Rocklöv, J., Sjödin, H., & Wilder-Smith, A. (2020). COVID-19 outbreak on the Diamond Princess cruise ship: estimating the epidemic potential and effectiveness of public health countermeasures. *Journal of Travel Medicine*, 27(3). <https://doi.org/10.1093/jtm/taaa030> [in English].
9. Riley, P., Ben-Nun, M., Armenta, R., Linker, J.A., Eick, A.A., Sanchez, J.L., George, D., Bacon, D.P., & Riley, S. (2013). Multiple Estimates of Transmissibility for the 2009 Influenza Pandemic Based on Influenza-like-Illness Data from Small US Military Populations. *PLoS Computational Biology*, 9(5), P. e1003064. <https://doi.org/10.1371/journal.pcbi.1003064> [in English].
10. Li, Q., Guan, X., Wu, P., Wang, X., Zhou, L., Tong, Y., Ren, R., Leung, K.S.M., Lau, E.H.Y., Wong, J.Y., Xing, X., Xiang, N., Wu, Y., Li, C., Chen, Q., Li, D., Liu, T., Zhao, J., Liu, M., ... Feng, Z. (2020). Early Transmission Dynamics in Wuhan, China, of Novel Coronavirus–Infected Pneumonia. *New England Journal of Medicine*, 382(13), 1199–1207. <https://doi.org/10.1056/nejmoa2001316> [in English].
11. Du, Z., Xu, X., Wu, Y., Wang, L., Cowling, B.J., & Meyers, L.A. (2020). Serial Interval of COVID-19 among Publicly Reported Confirmed Cases. *Emerging Infectious Diseases*, 26(6), 1341–1343. <https://doi.org/10.3201/eid2606.200357> [in English].
12. CDC Weekly, C. (2020). The Epidemiological Characteristics of an Outbreak of 2019 Novel Coronavirus Diseases (COVID-19) — China, 2020. *China CDC Weekly*, 2(8), 113–122. <https://doi.org/10.46234/ccdcw2020.032> [in English].
13. Bekesiene, S., Samoilenko, I., Nikitin, A., & Meidute-Kavaliauskiene, I. (2022). The Complex Systems for Conflict Interaction Modelling to Describe a Non-Trivial Epidemiological Situation. *Mathematics*, 10(4), 537. <https://doi.org/10.3390/math10040537> [in English].
14. Nesteruk, I. (2022). Simulations of new COVID-19 pandemic waves in Ukraine and in the world by generalized SIR model. *System research and information technologies*, (2), 94–103. <https://doi.org/10.20535/srit.2308-8893.2022.2.07> [in English].
15. Koronavirus COVID-19: zahalna statystyka. (b. d.). [The COVID-19 coronavirus: general statistics]. *Minfin*. Retrieved from: <https://index.minfin.com.ua/ua/reference/coronavirus> [in Ukrainian].

Гаврильчик Леонід Сергійович – аспірант кафедри економіко-математичного моделювання та інформаційних технологій Національного університету «Острозька академія». E-mail: leonid.havrylchuk@oa.edu.ua, ORCID: 0000-0002-5570-1168.

Havrylchuk Leonid Serhiiiovych – Postgraduate student of the Department of Economic-Mathematical Modeling and Informational Technologies of the The National University of Ostroh Academy. E-mail: leonid.havrylchuk@oa.edu.ua, ORCID: 0000-0002-5570-1168.

UDC 004.7:537.5

O.M. GUMEN, K.O. RACHEK

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

THE RISKS OF EXTERNAL MODULATION OF ION SIGNALING, MEDIATED BY ELECTROMAGNETIC RADIATION FROM WIRELESS 5G COMMUNICATION TECHNOLOGY IN TRANSMITTING INFORMATION ABOUT BIOLOGICAL PROCESSES IN LIVING ORGANISMS

The widespread urbanization of the human environment has created numerous artificial sources of electromagnetic fields with which living organisms on our planet have to interact. Electromagnetic fields can cause both thermal and non-thermal effects on living organisms, with the non-thermal impact being primarily discussed in this review. Non-thermal effects include the potential influence on the exchange of secondary messengers (Ca^{2+} , K^+ , Na^+ , and others) in the cells of living organisms, which may lead to unpredictable effects on biological processes involving these secondary messengers.

It is worth noting that 5G mobile technology, which utilizes millimeter waves and higher frequency bands ranging from 6 GHz to 100 GHz for communication, may exert a certain explicit influence on human health, associated with the information encoding processes transmitted in cellular processes. Research on high-speed THz communication systems is rapidly advancing using various frequency windows, such as 140 GHz and 240 GHz, due to low losses during propagation in the atmosphere. Being widely prevalent in the human environment, the radiation of such frequencies can and, obviously, will penetrate deep into the human body. This carries the risks of possible influence on ion exchange, particularly on calcium (Ca^{2+}) oscillations, which play a part in numerous biological processes of the human body as a secondary messenger, ranging from cellular regeneration to synaptic neuronal activity and memory formation at both cellular and overall brain levels.

Additionally, there are not entirely groundless, but not fully proven, notions that motor neurons may be stimulated by non-ionizing radiation frequencies (which may result from the operation of cellular communication towers and redistributed by mobile phones) to the extent that they can engage brain frequencies capable of motivating cellular or neuronal actions. All of this is possible because a single calcium oscillation can carry an integrated signal, in which encoded information is directed simultaneously to several different processes, and certain resonance effects may exist that influence these oscillations and may disrupt them.

Key words: bioelectricity, secondary messengers, wireless transmission of signals and energy, 5G.

O.M. ГУМЕН, К.О. РАЧЕК

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

РИЗИКИ ЗОВНІШНЬОЇ МОДУЛЯЦІЇ ІОННОЇ СИГНАЛІЗАЦІЇ, ОПОСЕРЕДКОВАНОЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИМ ВИПРОМІНЮВАННЯМ ТЕХНОЛОГІЇ БЕЗДРОТОВОГО ЗВ'ЯЗКУ 5G ПІД ЧАС ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ ПРО БІОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ В ЖИВИХ ОРГАНІЗМАХ

Повальна урбанізація навколишнього простору людиною створила безліч штучних джерел електромагнітних полів, із якими доводиться взаємодіяти живим організмам нашої планети. Електромагнітне поле може спричиняти термічний і нетермічний вплив на живий організм, і саме здебільшого нетермічний вплив обговорюється у цьому огляді. Нетермічний вплив включає у себе можливий вплив на обмін вторинних месенджерів (Ca^{2+} , K^+ , Na^+ та ін.) у клітинах живих організмів, що може призвести до непередбачуваного впливу на біологічні процеси, у яких задіяні ці вторинні месенджери.

Необхідно зазначити, що мобільна технологія 5G, яка використовує для зв'язку міліметрові хвилі та вищий діапазон частот від 6 ГГц до 100 ГГц та інші системи надшвидкісного бездротового зв'язку, може здійснювати певний явний вплив на здоров'я людини, пов'язаний із процесами кодування інформації, що передається у клітинних процесах. Дослідження високошвидкісних систем зв'язку ТГц швидко просуваються з використанням різних частотних вікон, таких як 140 ГГц і 240 ГГц, завдяки низьким втратам під час розповсюдження в атмосфері. Будучи широко розповсюдженим у середовищі існування людини, випромінювання таких частот може і, очевидно, буде проникати вглиб людського тіла. Це несе ризики можливого впливу на іонний обмін, зокрема на коливання кальцію (Ca^{2+}), який бере участь у безлічі біологічних процесів людського тіла як вторинний месенджер, – від клітинної регенерації до синаптичної нейронної активності і формування пам'яті як клітинних процесів, так і загалом людського мозку. Також існують не до кінця безпідставні, але не повністю

доведені думки, що моторні нейрони можуть стимулюватися частотами неіонізуючого випромінювання (які можуть бути результатом роботи веж стільникового зв'язку та перерозподіляються мобільними телефонами) настільки, що можуть залучати мозкові частоти, які можуть мотивувати клітини або нейронні дії. Усе це можливо тому, що одне коливання кальцію може нести інтегрований сигнал, у якому закодована інформація, спрямована одразу на декілька різних процесів, і можуть існувати певні резонансні ефекти, що впливають на ці коливання і можуть їх порушувати.

Ключові слова: біоелектрика, вторинні месенжери, бездротова передача сигналів і енергії, 5G.

Introduction

Evolution of life on Earth has occurred in the presence of natural electromagnetic (EM) fields, primarily represented by geomagnetic and atmospheric influences. It is suggested that various behavioral aspects in biology, such as bird navigation during long-distance migrations, are synchronized with Earth's natural electromagnetic fields. Some scientists, for instance Abraham R. Liboff, even propose considering the geomagnetic field as an integral part of human life, introducing terms such as electrohormones and the magnetocrine system [1].

Over the past century, this natural electromagnetic environment has been disrupted due to the extensive influence of various artificial electromagnetic fields and radiation, which have acquired a wide and growing spectrum. Many new technologies, including induction cooktops or wireless transmission of energy and signals, generate electric fields (EF), magnetic fields (MF), or electromagnetic fields (EMF) within the intermediate frequency (IF) range.

Impact of external EF, MF and EMF on living organisms

Despite humanity's long-term use of electrical energy and reports of cancer cases in people living near power lines or working with them, which have been discussed for decades, the impact of magnetic, electric, and electromagnetic fields remains poorly understood. This lack of understanding has led to inconsistent or undefined classifications regarding the beneficial or harmful effects that fields or their combinations may exert [2].

While the impact of the field may be small in the short term, it can have a cumulative effect in the long term. Tracking such effects and specifically linking them to the influence EF, MF, and EMF is not straightforward. According to some studies, EF, MF, and EMF of moderate parameters themselves do not affect living organisms and their viability. However, they can lead to deregulation of cell signaling pathways dependent on specific ions, which in combination with cytotoxins can significantly impair cell viability more than without field influence, as demonstrated in a study by [3], where a combination of static and alternating MF with puromycin was applied to the U937 cell line, resulting in increased cell death probability. Moreover, the ionic response to the action of the alternating field is expected when the ratio of the applied signal frequency to the static magnetic field equals a certain ratio of ion charge to mass according to the hypothesis of ion-cyclotron resonance. Observations suggest that ion-cyclotron resonance effects can be induced by both EF and MF of much lower parameters compared to natural cellular conditions.

A broad impact of homogeneous static external EF is documented in many reports. A static EF can influence cell topology, elongating them to sense minimal gradients. Permanent molecular dipoles oriented in the external EF due to the arrangement of charges can create new fields [4]. In regions associated with active cell division during growth or healing processes, there are voltage gradients, the disruption of which leads to the disruption of the process itself.

Under the influence of strong external EF (0.1–0.15 MV/m for erythrocytes, protoplasts, and spheroplasts), the transmembrane potential of a cell can reach a certain critical value (1 V) and induce a conformational change in phospholipid molecules, resulting in the formation of numerous hydrophilic pores through the cell membrane, leading to its disruption and release of cellular contents [5]. This ability of EF to disrupt cells is applied in electroporation and is considered a convenient method for studying cancer cells. One of the most powerful sources of EF encountered by the average

person is high-voltage power lines, and studies dedicated to identifying the harm they can cause reveal that their fields have a significantly lower magnitude (kV/m) [6] than that required for electroporation, remaining within the maximum restriction (5 kV/m) set by ICNIRP standards. However, as previously mentioned, numerous cases of cancer among individuals in close proximity to them have been reported, which is not surprising, as high-intensity EMF can induce significant voltages and currents in nearby conducting elements and, most likely, through as yet undetermined physical mechanisms, may affect ion exchange processes in the cell (possibly because the external EF affects the charge distribution, causing ions to move in the transcellular space, thus leading to ion-cyclotron resonance at certain frequencies, altering ion biological activity) and subsequent biological cascades in humans near high-voltage power lines.

It is worth noting that the electrical properties of cancer cells have also been investigated. It is known that cancer cells have altered ion composition, specifically: higher concentrations of sodium and chlorine and lower concentrations of potassium, calcium, zinc, and magnesium (as well as a greater amount of water) compared to healthy cells, which correlates with increased electronegativity of the extracellular surface, leading to a decrease in membrane potential [8].

The direct effect of MF on the human body is particularly probable, considering the existence of biogenic magnetic nanoparticles (BMNs) found in living organisms that can be controlled by externally applied MF [9].

Wireless 5G communication technology

As the means of high-speed wireless communication 5G involves electromagnetic waves of certain frequencies that propagate freely in the human environment, its potential impact on human health (and possibly on the further evolution of the human body) cannot be ignored. Electromagnetic radiation, including in the visible range, is actively researched for medical purposes, such as accelerating wound healing and regeneration. Importantly, the interaction of electromagnetic radiation occurs not only with the superficial layers of the body's skin but also at depths reachable for specific frequencies. This principle underlies non-invasive blood diagnostics methods and laser-stimulated reduction of hemoglobin complexes. Since the wavelength of 5G is greater than that of the visible range, it will penetrate deeper into the human body.

The existence of magnetic magnetite nanoparticles in the human brain has been known for some time, and importantly, their presence is due not only to external exposure but also to internal synthesis, which is evidenced by differences in the topology of their structures and chemical composition [10]. These nanoparticles are dispersed throughout the brain and are believed to participate in the brain's bioelectromagnetic processes overall and in the formation of long-term memory [11] in particular through the preservation of residual magnetization. In addition to cell membrane potential, the concentration of calcium ions in the cell is also associated with the formation of cellular and neuronal memory [12]. This concentration can change through the opening of ion channels under the influence of shear stress caused by the rotation of magnetic nanoparticles in an external magnetic field.

Calcium (Ca^{2+}) serves as an almost universal intracellular messenger controlling various cellular processes, including gene transcription, muscle contraction, and cell proliferation. Frequency modulation of Ca^{2+} oscillations provides an effective means of differentiating biological responses in the cell, both in health and disease. The amplitude of calcium oscillation over time is studied using spectral analysis methods, including Fourier transform [13]. These oscillation parameters represent signals targeting different processes simultaneously, each requiring different calcium concentrations and rates of change over time. It has been shown that cessation of calcium oscillations leads to cell death, while their initiation triggers certain life processes.

In recent reviews addressing the impact of 5G on living organisms [14], the results of studies on the effects of microwave radiation on cell proliferation processes, gene expression, and so forth,

precisely those processes involving calcium oscillations, have been analyzed. It has been reported that some impact on animals and cells in vitro has been recorded in several cases; however, the lack of strict methodology may raise doubts about these results. Moreover, results obtained in rigorous studies have been contradictory. The lack of independent reproducibility of results also points to a lack of systematic study of the problem.

Nevertheless, it can be assumed that, similar to ion cyclotron resonance created by the action of a combination of static and alternating magnetic fields, there may be correlations in the relationships between the wavelength of electromagnetic radiation and the concentration of ions or their oscillation parameters determined during calcium signal encoding. Since the opposite has not been proven, the possibility cannot be ruled out that even minor disruptions in these signals may have noticeable consequences on cellular processes, especially long-term deviations that would be difficult to capture in a laboratory, and for which a cumulative effect may be significant.

Since calcium is involved in the processes of human memory formation [15] and synaptic neuronal activity, we cannot exclude the possibility of non-ionizing 5G radiation affecting human memory and cognitive function, which in turn may negatively impact human performance overall.

Conclusions

Mechanisms of survival and spatial orientation have evolved in insects, animals, and humans over millions of years and are directly or indirectly dependent on EMF of natural origin, as well as those artificially created by humans to improve their quality of life. Humanity is creating new progressive energy transmission technologies, such as mobile phone charging from a distance of meters away from the source (Mi Air Charge Xiaomi) or electric vehicle charging methods with devices placed directly under road surfaces, which could allow for charging a vehicle while parked or in motion (Electreon). These technologies operate on the principle of electromagnetic induction and involve prolonged exposure of humans to alternating MF.

Authors of scientific articles dedicated to the impact of external electromagnetic radiation on the life and health of living organisms in contact with it emphasize that this topic is under-researched and requires more systematic laboratory research aimed at studying the consequences of this impact.

5G is a highly beneficial technology, and it is predicted that it and subsequent generations will be closely woven into people's daily lives, so it is evident that since the risk is not excluded, but rather proven in several cases, the impact of 5G needs to be investigated more thoroughly, systematically, and without conflicts of interest.

However, undoubtedly, these studies should not be aimed at suppressing the development of human technologies due to their potential threat, but rather at considering the risks and improving technologies for the safe integration into human life and the Earth's biological diversity.

References

1. Liboff, A.R. (2019). ION cyclotron resonance: Geomagnetic strategy for living systems? *Electromagn Biol Med*, 38(2), 143–148. <https://doi.org/10.1080/15368378.2019.1608234>.
2. Thill, A., Cammaerts, M.C., & Balmori, A. (2023). Biological effects of electromagnetic fields on insects: a systematic review and meta-Analysis. *Reviews on Environmental Health*. <https://doi.org/10.1515/reveh-2023-0072>.
3. Wóciak-Piotrowicz, K., Kaszuba-Zwoińska, J., Rokita, E., Thor, P., Chrobik, P., Nieckarz, Z., & Michalski, J. (2014). Influence of static and alternating magnetic fields on U937 cell viability. *Folia Medica Cracoviensia*, 54(4), 21–33.
4. Funk, R.H.W., Monsees, T., & Özkucur, N. (2009). Electromagnetic effects - From cell biology to medicine. *Progress in Histochemistry and Cytochemistry*, 43(4), 177–264. <https://doi.org/10.1016/j.proghi.2008.07.001>.

5. Morshed, B.I., Shams, M., & Mussivand, T. (2013). Electrical lysis: dynamics revisited and advances in on-chip operation. *Critical Reviews in Biomedical Engineering*, 41(1), 37–50. <https://doi.org/10.1615/CritRevBiomedEng.2013006378>.
6. Tourab, W., & Babouri, A. (2016). Measurement and Modeling of Personal Exposure to the Electric and Magnetic Fields in the Vicinity of High Voltage Power Lines. *Safety and Health at Work*, 7(2), 102–110. <https://doi.org/10.1016/j.shaw.2015.11.006>
7. Tripathi, S.R., Ben Ishai, P., & Kawase, K. (2018). Frequency of the resonance of the human sweat duct in a normal mode of operation. *Biomedical Optics Express*, 9(3), 1301. <https://doi.org/10.1364/boe.9.001301>.
8. Al Ahmad, M., Al Natour, Z., Mustafa, F., & Rizvi, T. A. (2018). Electrical Characterization of Normal and Cancer Cells. *IEEE Access*, 6, 25979–25986. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2830883>.
9. Gorobets, O.Y., Gorobets, S.V., Polyakova, T., & Zablotskii, V. (2024). Modulation of Calcium Signaling and Metabolic Pathways in Endothelial Cells with Magnetic Fields. *Nanoscale Adv.* <https://doi.org/10.1039/D3NA01065A>.
10. Kirschvink, J.L., Kobayashi-Kirschvink, A., & Woodford, B.J. (1992). Magnetite biomineralization in the human brain. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 89(16), 7683–7687. <https://doi.org/10.1073/pnas.89.16.7683>.
11. Martínez-Banaclocha, M.A., Bókkon, I., & Banaclocha, H.M. (2010). Long-term memory in brain magnetite. *Medical Hypotheses*, 74(2), 254–257. <https://doi.org/10.1016/j.mehy.2009.09.024>.
12. Forrest, M.D. (2014). Intracellular calcium dynamics permit a Purkinje neuron model to perform toggle and gain computations upon its inputs. *Frontiers in Computational Neuroscience*, 8, 1–19. <https://doi.org/10.3389/fncom.2014.00086>.
13. Falcke, M. (2004). Reading the patterns in living cells—the physics of Ca^{2+} signaling. *Advances in Physics*, 53(3), 255–440. <https://doi.org/10.1080/00018730410001703159>.
14. Karipidis, K., Mate, R., Urban, D., Tinker, R., & Wood, A. (2021). 5G mobile networks and health – a state-of-the-science review of the research into low-level RF fields above 6 GHz. *Journal of Exposure Science and Environmental Epidemiology*, 31(4), 585–605. <https://doi.org/10.1038/s41370-021-00297-6>.
15. Martinez-Banaclocha, M. (2020). Astroglial isopotentiality and calcium-associated biomagnetic field effects on cortical neuronal coupling. *Cells*, 9(2). <https://doi.org/10.3390/cells9020439>.

Gumen Olena Mykolaivna – Doctor of Technical Sciences, Professor at the Department of Descriptive Geometry, Engineering and Computer Graphics of the National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute". E-mail: gumens@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3992-895X.

Rachek Kateryna Oleksandrivna – a bachelor's degree student of the Department of General Physics and Modeling of Physical Processes of the National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute". E-mail: fmf_ikg@ukr.net, ORCID: 0009-0008-7742-3454.

Гумен Олена Миколаївна – д.т.н., професор кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: gumens@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3992-895X.

Рачек Катерина Олександрівна – студентка бакалаврату кафедри загальної фізики та моделювання фізичних процесів Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: fmf_ikg@ukr.net, ORCID: 0009-0008-7742-3454.

УДК 539.3:534

К.Г. ДЕГТЯРЬОВ, Д.В. КРЮТЧЕНКО, О.О. УСАТОВА

Інститут проблем машинобудування імені А.М. Підгорного Національної академії наук України

О.Л. ЗАЙДЕНВАРГ

Харківський національний аерокосмічний університет
імені М.С. Жуковського «Харківський авіаційний інститут»

Ю.В. НАУМЕНКО

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ ПРУЖНИХ КООКСІАЛЬНИХ ОБОЛОНОК ОБЕРТАННЯ З УРАХУВАННЯМ ПЛЕСКАНЬ РІДИНИ

Головна мета дослідження полягає у розробленні ефективної комп'ютерної технології для оцінки власних частот коливань складених резервуарів із рідиною. Вивчаються власні коливання пружних конструкцій, складених із циліндричних і конічних оболонок, з'єднаних кільцями. Простір між оболонками заповнено ідеальною, нестисливою рідиною. Для числової симуляції використовуються методи заданих форм, граничних та скінчених елементів. Перевага запропонованого підходу полягає у можливості вивчення як вільних, так і вимушених коливань незаповнених та частково заповнених рідиною оболонок у рамках єдиної комп'ютерної технології. Розроблений метод дає змогу досліджувати коливання пружних оболонок як з урахуванням, так і без урахування плескань вільної поверхні. Спектральна гранична задача для коливань рідини в жорстких оболонках вирішується окремо. Базисні функції для визначення частот та форм, заповнених рідиною, оболонок обчислюються шляхом розв'язання сингулярних інтегральних рівнянь. Для оболонок обертання ці системи зводяться до одновимірних, де інтеграли обчислюються вздовж кривих та ламаних. Використані ефективні числові процедури для обчислення одновимірних інтегралів із логарифмічною особливістю та особливістю типу Коші. Розрахунки тестових задач продемонстрували високу точність та ефективність запропонованого методу. Новизна та практична цінність отриманих результатів полягають у можливості дослідження коливань паливних баків складної форми за різних умов польоту.

Ключові слова: коаксіальні пружні оболонки, методи граничних та скінчених елементів, плескання рідини.

K.G. DEGTYAREV, D.V. KRIUTCHENKO, O.O. USATOVA

A.N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of the Ukrainian Academy of Sciences

O.L. ZAIDENVARG

National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute"

YU.V. NAUMENKO

V.N. Karazin Kharkiv National University

COMPUTER MODELING VIBRATIONS OF ELASTIC COXIAL LIQUID-FILLED SHELLS OF REVOLUTION CONSIDERING SLOSHING

The primary aim of this study is to create an effective numerical approach by combining finite and boundary element methods for assessing the natural frequencies of vibrations in compound liquid-filled reservoirs. The research focuses on analysing the natural vibrations of elastic structures, which consist of interconnected cylindrical and conical shells connected by rings. The space between these shells is occupied by an ideal, incompressible fluid. Numerical simulations employ mode superposition methods, as well as boundary and finite element methods. The key advantage of proposed approach is its capability to investigate both free and forced vibrations in structures composed of empty and liquid-filled shells, all within the unified computer technology framework. The developed method allows for the exploration of elastic shell vibrations with and without considering the free surface sloshing. Additionally, a separate solution is provided for the spectral boundary problem related to liquid vibrations in rigid shells. The frequencies and modes of liquid-filled shells are determined through basis functions evaluated by solving singular integral equations. For shells of revolution, these systems are reduced to one-dimensional ones, where integrals are computed along curves and segments of lines. Efficient numerical procedures are employed for the computation of one-dimensional integrals with logarithmic and Cauchy-type singularities. Test calculations affirm the high precision and efficiency of the proposed method. The significance and practical usage of these findings lie in the ability to investigate the vibrations of complex-shaped fuel tanks under various flight conditions.

Key words: coaxial elastic shells, boundary and finite element methods, sloshing.

Постановка проблеми

Проблема коливань рідини є викликом для різних галузей промисловості, таких як авіа-космічна, морська, цивільна, машинобудівна, ядерна інженерія, а також складним завданням для фізиків та математиків. Коливання рідини можуть призводити до катастрофічних пошкоджень резервуарів для зберігання води та нафти. Тиск рідини в резервуарі може суттєво впливати на його міцність та несучу здатність. Це має важливі наслідки для стійкості транспортних засобів перевезення резервуарів із рідиною, оскільки призводить до небажаних гідродинамічних навантажень, які можуть бути небезпечними для мобільності кораблів, вантажівок, ракет та супутників. Проектування кожної нової ракети-носія, нових транспортних засобів потребує виготовлення нових паливних баків, нових резервуарів з ускладненою формою. Це, своєю чергою, потребує створення високоточних та надійних методів оцінки міцності та динамічного стану зазначених об'єктів. Тому актуальним питанням є розроблення нових числових методів та їх тестування. Визначення власних частот та форм резервуарів ускладненої форми є важливим практичним питанням, оскільки набуті дані дадуть змогу відстроювання працюючих конструкцій від небажаних резонансів.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Оболонки та оболонкові конструкції є поширеними елементами конструкцій у сучасному машинобудуванні. Ці конструкції використовуються як баки пального для ракетних апаратів, резервуари для зберігання нафти, прісної води та інших речовин, включаючи потенційно небезпечні вибухонебезпечні рідини. Важливо відзначити, що розроблення кожного нового космічного апарата передбачає проектування нових паливних баків. Зазвичай ці баки проєктуються як оболонки обертання, частково заповнені рідиною. Сьогодні поширено використання баків у формі циліндричних оболонок з округлими краями [1], конічних [3], тороїдальних та коаксіальних оболонок [2]. Найточніша оцінка міцності баків, наповнених рідиною, під впливом інтенсивних зовнішніх сил може бути отримана з комплексних, повномасштабних натурних експериментів. Однак проведення таких експериментів є вартісним і ризикованим. У зв'язку із цим віртуальні експерименти набувають популярності в наукових дослідженнях як безпечний та більш ефективний альтернативний метод. Нині розроблено низку ефективних методів комп'ютерного моделювання динамічних процесів. Серед них – методи скінченних (МСЕ) [4] та граничних (МГЕ) [4] елементів та методи скінченних об'ємів [5; 6]. Під час моделювання динамічних процесів в оболонках із відсіками, частково заповненими рідиною, першим кроком є визначення частот та форм їхніх власних коливань. Цей аспект досліджувався, наприклад, у роботах [3; 7]. Робота [8] присвячена розробленню аналітичних методів аналізу вібрацій в оболонках, наповнених рідиною, із перегородками. Мембранні покриття для гасіння коливань розглянуто в [9; 10]. У [7] визначено фундаментальні частоти циліндричних оболонок. Дослідження, представлене у [2], фокусувалося на вивченні власних частот тороїдальних та коаксіальних циліндричних оболонок. Дослідження стійкості циліндричних оболонок проведено в [11–13], у [14; 15] розглянуто проблеми стійкості руху рідини в призматичних резервуарах. Для відстроювання від небажаних резонансних частот необхідно мати весь частотний спектр власних коливань за різних рівнів наповнення паливом та різних рівнях навантаження. Однак дослідження вібрацій складених оболонок із відсіками, частково заповненими рідиною, не отримало достатньої уваги в літературі [12].

Мета дослідження

Мета роботи – розроблення ефективного числового методу на основі МСЕ та МГЕ для оцінки власних частот та форм коливань складених резервуарів із рідиною.

Виклад основного матеріалу дослідження

Основні рівняння для визначення власних частот пружних резервуарів із рідиною.

Розглядаються складені оболонки обертання, частково заповнені рідиною, зображені на рис. 1. Змочена поверхня оболонки позначена як S_1 , тоді як S_0 є вільною поверхнею рідини. Припускається, що рідина є ідеальною та нестисливою. Резервуари складаються з коаксіальних циліндричних та конічних оболонок, з'єднаних кільцями. Рідина знаходиться між оболонками. Поверхні оболонок та днища змочені, а вільна поверхня у стані спокою знаходиться на висоті H , утворюючи кільце, яке описується у полярній системі координат так: $\{z = H, R1 < r < R0\}$. Тут $R0 = R3 + (R2 - R3)(L - H)/L$. Змочена поверхня S_1 включає у себе циліндричні та конічні частини, а також днище.

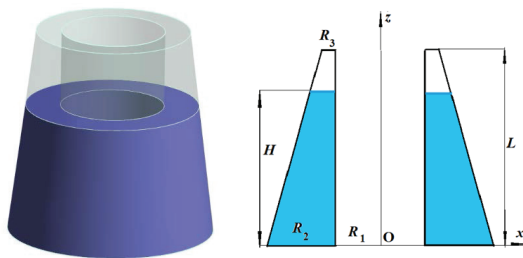


Рис. 1. Конічно-циліндрична оболонкова конструкція та її схема

Припускається, що рідина всередині оболонкової конструкції є ідеальною та нестисливою. Уважається, що рух рідини є безвихровим. Якщо $\mathbf{V}(V_x, V_y, V_z)$ – вектор швидкості рідини, умова нестисливості має вигляд:

$$\text{div}\mathbf{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0. \tag{1}$$

Таким чином, потенціал швидкості Φ можна ввести як $\mathbf{V} = \text{grad}\Phi$ та з (1) отримати рівняння Лапласа:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = 0. \tag{2}$$

Система рівнянь руху пружної оболонки з рідиною в операторній формі [14]:

$$\mathbf{L}\mathbf{U} + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} = \mathbf{P}_1 + \mathbf{Q}, \tag{3}$$

де \mathbf{L} та \mathbf{M} – оператори пружних і масовим сил, $\mathbf{U} = (U_1, U_2, U_3)$ – вектор переміщень, \mathbf{Q} – вектор зовнішніх навантажень, \mathbf{P}_1 – тиск рідини, $\mathbf{P}_1 = p\mathbf{n}$, \mathbf{n} – зовнішня одинична нормаль до поверхні. Згідно з інтегралом Бернуллі, значення тиску p обчислюється так:

$$\frac{p}{\rho_l} = -\frac{\partial}{\partial t} - gz + \frac{p_0}{\rho_l}, \tag{4}$$

де z позначає вертикальну координату точки в рідині, p_0 – атмосферний тиск, ρ_l – густина рідини. Область, яку займає рідина, позначається як Ω , \mathbf{P} – точки у межах Ω . На змоченій поверхні S_1 виконуються умови непротікання, а на вільній – кінематична і динамічна умови [17]. Тобто для рівняння (2) сформульована крайова задача:

$$\nabla^2\Phi = 0, \mathbf{P}, \frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{n}} = (\dot{\mathbf{U}}, \mathbf{n}), \mathbf{P}S_1, \frac{\partial\Phi}{\partial\mathbf{n}} = \frac{\partial}{\partial t}, p - p_0 = 0, \mathbf{P}S_0. \tag{5}$$

Тут невідома функція $\zeta = \zeta(t, x, y)$ характеризує зміни в положенні та формі вільної поверхні з часом. Таким чином, необхідно визначити невідомі функції Φ , ζ та \mathbf{U} з рівнянь (3)–(5), з урахуванням крайових та і початкових умов.

Метод заданих форм

Невідома вектор-функція \mathbf{U} подається у вигляді:

$$\mathbf{U}(x, y, z, t) = \sum_{k=1}^n \mathbf{u}_k(x, y, z) c_k(t), \quad (6)$$

де функції $\mathbf{u}_k(x, y, z)$ – форми власних коливань порожньої оболонкової конструкції, а $c_k(t)$ – залежні лише від часу невідомі коефіцієнти. Для визначення $\mathbf{u}_k(x, y, z)$ використовується МСЕ [7]. Потенціал швидкості подається у вигляді $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$.

Для визначення потенціалу Φ_1 сформульовано таку крайову задачу:

$$\nabla^2 \Phi_1 = 0, \mathbf{P} \in \Omega, \frac{\partial \Phi_1}{\partial \mathbf{n}} = (\dot{\mathbf{U}}, \mathbf{n}), \mathbf{P} \in S_1, \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} = 0, \mathbf{P} \in S_0. \quad (7)$$

Ураховуючи рівняння (6) та друге рівняння з (5), побудовано ряд для Φ_1 у вигляді:

$$\Phi_1(r, \theta, z, t) = \sum_{k=1}^n \varphi_{1k}(r, \theta, z) \dot{c}_k(t), \quad (8)$$

де функції $\varphi_{1k}(r, \theta, z)$ є розв'язками крайової задачі

$$\nabla^2 \varphi_{1k} = 0, \mathbf{P} \in \Omega, \frac{\partial \varphi_{1k}}{\partial \mathbf{n}} = (\mathbf{u}_k, \mathbf{n}), \mathbf{P} \in S_1, \varphi_{1k} = 0, \mathbf{P} \in S_0. \quad (9)$$

Для визначення потенціалу Φ_2 маємо крайову задачу:

$$\nabla^2 \Phi_2 = 0, \mathbf{P} \in \Omega, \frac{\partial \Phi_2}{\partial \mathbf{n}} = 0, \mathbf{P} \in S_1, \frac{\partial \Phi_2}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\partial \zeta}{\partial t}, \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} + g\zeta = 0, \mathbf{P} \in S_0, \quad (10)$$

при цьому на вільній поверхні виконується співвідношення:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} + g \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} = 0. \quad (11)$$

Невідомі функції ζ і Φ_2 у циліндричних координатах (r, θ, z) виражаються як:

$$\zeta(r, \theta, t) = \sum_{k=1}^{n_2} d_k(t) \zeta_k(r, \theta), \quad \Phi_2(r, \theta, z, t) = \sum_{k=1}^{n_1} \dot{d}_k(t) \varphi_{2k}(r, \theta, z). \quad (12)$$

Тут залежні від часу коефіцієнти $d_k(t)$ є невідомими. Унаслідок (12) базисні функції $\zeta_k(r, \theta)$ і $\varphi_{2k}(r, \theta, z)$ є розв'язками такої лінійної спектральної крайової задачі:

$$\nabla^2 \varphi_{2k} = 0, \mathbf{P} \in \Omega, \frac{\partial \varphi_{2k}}{\partial \mathbf{n}} = 0 \Big|_{S_1}, \frac{\partial \varphi_{2k}(r, \theta, z)}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{S_0} = \frac{\chi_k^2}{g} \varphi_{2k}(r, \theta, H), \quad (13)$$

де χ_k – фундаментальні частоти. Як показано в [5], для оболонок обертання всі невідомі функції для кожного хвильового числа l та $j = 1, 2$ можна подати у вигляді [18]:

$$\mathbf{u}_k(r, \theta, z) = \mathbf{u}_k(r, z) \cos(l\theta), \varphi_{jk}(r, \theta, z) = \varphi_{jk}(r, z) \cos(l\theta), \zeta(r, \theta) = \zeta(r) \cos(l\theta). \quad (14)$$

Подання (14) спрощує аналіз, зводячи проблему до серії незв'язаних систем з одним ступенем свободи, що залежать від параметра l . Окрім того, для оболонок обертання можна застосовувати редуковані методи скінченних і граничних елементів [5]. Підставимо всі визначені базисні функції $\mathbf{u}_k, \varphi_{1k}, \varphi_{2k}$ у рівняння:

$$\mathbf{L}\mathbf{U} + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} = p\mathbf{n}, \left. \frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\zeta \right|_{S_0} = 0, \quad (15)$$

та отримуємо систему диференціальних рівнянь другого порядку відносно $c_{kl}(t)$ і $d(t)$. Якщо $c_{kl}(t) = C_{kl} \exp(i\omega t), d_{kl}(t) = D_{kl} \exp(i\omega t)$, то маємо узагальнену проблему власних значень [13].

Числові результати

Спочатку розв'язано деякі тестові задачі для оцінки необхідної кількості скінченних і граничних елементів для досягнення заданої точності. Розглянуто порожні усічені пружні конічні резервуари. Нехай R_1 і R_2 – більший та менший радіуси конуса, α – кут при вершини, H – висота конуса. Конічна поверхня резервуара розглядається у циліндричній системі координат (r, θ, z) . У числовому моделюванні товщина оболонки та коефіцієнт Пуассона $h/R_1 = 0.01$ та $\nu = 0.3$, кут $\alpha = 90^\circ, H/R_2 = 1$, модуль Юнга $E = 2.11 \cdot 10^6$ МПа, густина матеріалу оболонки $\rho_s = 8000$ кг/м³, густина рідини $\rho_l = 1000$ кг/м³, $R_1 = 1$ м. Умови закріплення на краях оболонки: защемлений – защемлений (CC), защемлений – вільно опертий (C-SS), вільно опертий – защемлений (SS-C) і защемлений – вільний (C-F). Збіжність обчислень досягнута, коли кількість скінченних елементів дорівнювала 30. Табл. 1 надає порівняння результатів із даними [15]. Розглянуто вказані граничні умови із хвильовими числами $l = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$.

Таблиця 1

Порівняння значень частот коливань, отриманих різними методами

l	Граничні умови					
	SS-C		C-SS		C-C	
	МСЕ	[15]	МСЕ	[15]	МСЕ	[15]
0	0,8701	0,8700	0,7157	0,7151	0,8730	0,8732
1	0,8119	0,8118	0,7097	0,7090	0,8120	0,8120
2	0,6614	0,6613	0,6479	0,6475	0,6694	0,6696
3	0,5247	0,5245	0,5203	0,5201	0,5427	0,5428
4	0,4321	0,4319	0,4166	0,4161	0,4563	0,4566
5	0,3828	0,3826	0,3596	0,3592	0,4087	0,4089
6	0,3739	0,3737	0,3458	0,3450	0,3960	0,3964
7	0,3984	0,3981	0,3652	0,3648	0,4141	0,4143

Порівнювалися безрозмірні частоти для усічених пружних конічних резервуарів за різних умов фіксації, для різних хвильових чисел $l, k = 1, \alpha = 90^\circ$ із використанням частотного параметру $\Omega_1 = \lambda\Omega, \lambda = R_1\sqrt{\rho_s(1-\nu^2)}/E$. Результати, отримані запропонованим методом (МСЕ), добре узгоджуються з даними [14]. Далі проведено порівняння отриманих числових результатів із даними [15]. Розглядаються як V-подібні, так і Λ -подібні конічні резервуари з $R_1 = 1$ м і $\alpha = \pi/3$. Для резервуара V-подібної форми R_1 – радіус вільної поверхні, а для резервуара Λ -подібної форми це радіус днища. Якщо відомі R_1, R_2 і α , маємо $H = (R_1 - R_2) \cot \alpha$. У табл. 2 наведено дані для різних R_2 .

Таблиця 2

Частоти плескань у конічних резервуарах

R_2	V-подібні					Λ-подібні				
	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9
$l=0, k=1$										
[19]	3.386	3.386	3.382	3.139	2.187	24.153	10.014	6.665	4.550	2.683
МГЕ	3.389	3.390	3.391	3.192	2.200	20.027	10.034	6.669	4.545	2.678
$l=1, k=1$										
[19]	1.304	1.302	1.254	0.934	0.542	11.332	5.629	3.515	1.661	0.726
МГЕ	1.305	1.307	1.259	0.954	0.574	11.303	5.626	3.481	1.651	0.732

Порівняння результатів, отриманих МГЕ, із даними [13] показує гарну збіжність за винятком даних, що стосуються Λ-подібної ємності при $l = 0$ і $R_2 = 0,2$ м. Але в [13] зазначено, що в саме у цьому разі авторами досягнуто невелику точність.

Далі проведено розрахунки частот та форм коливань порожньої та заповненої рідиною конструкції, зображених на рис. 1. Вибрані такі геометричні розміри: $L = 1$ м, $R_1 = 0,5$ м, $R_2 = 0,5$ м, $R_3 = 0,25$ м, рівень заповнення $H = 1,25$ м. Матеріал та механічні властивості вибрано такі: $\rho_s = 7800$ кг/м³, $E = 2,1 \cdot 10^6$ МПа, $\nu = 0$, товщина оболонкової конструкції всюди 3 мм. Уважалось, що конструкція жорстко закріплена по днищу. На першому етапі обчислені частоти та форми незаповненої конструкції використано МСЕ, описаний у [19]. У табл. 3 наведено нижчі вісім частот коливань.

Таблиця 3

Частоти коливань незаповненого резервуару, Гц

№	1	2	3	4	5	6	7	8
Значення	127,59	128,07	132,6	133,6	157,79	158,55	167,61	169,86

Відповідні форми коливань \mathbf{u}_{kl} зображено на рис. 2.

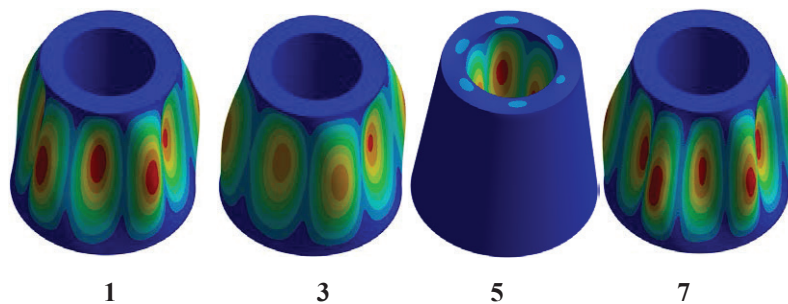


Рис. 2. Форми коливань незаповненої конструкції

Нижчі частоти відповідають 6 та 7 хвильовим числам. Перші частоти відповідають конічній частині. Слід відзначити наявність кратних частот. Далі розв'язана спектральна гранична задача (14), що дало змогу знайти форми $\varphi_{2k}(r, \theta, z)$ та відповідні їм фундаментальні частоти. Значення перших восьми частот плескань наведено в табл. 4.

Таблиця 4

Частоти плескань, Гц

№	1	2	3	4	5	6	7	8
Значення	0,6277	0,6277	0,8892	0,8892	1,0779	1,0779	1,2355	1,2355

У цьому разі також наявні кратні частоти. Форми плескань вільної поверхні подано на рис. 3. Відзначено, що найнижчі частоти плескань відповідають 1, 2 та 3 хвильовим числам, що узгоджується з даними [4].

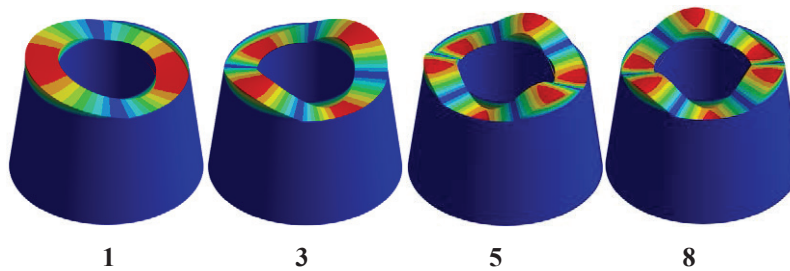


Рис. 3. Форми плескань $\varphi_{2k}(r, \theta, H)$ вільної поверхні

Далі отримано базисні функції $\varphi_{ik}(r, \theta, z)$ та відповідні частоти. Ці функції є формами коливань стінок конструкції з урахуванням приєднаних мас рідини. Частоти коливань надано в табл. 5.

Таблиця 5

Частоти коливань пружних стінок за наявності рідини, Гц

№	1	2	3	4	5	6	7	8
Значення	45,327	45,597	47,141	47,602	51,264	51,433	52,787	54,053

Бачимо суттєве зменшення частот порівняно з порожньою оболонкою, також наявні кратні частоти. На рис. 4 зображено деякі характерні форми коливань.

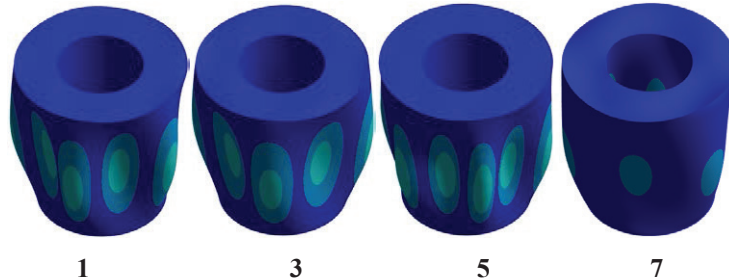


Рис. 4. Форми плескань $\varphi_{ik}(r, \theta, H)$ пружної поверхні заповненої конструкції

Нижча частота відповідає восьмому хвильовому числу. Найнижчими частотами коливань оболонкової системи з рідиною виявилися частоти плескань вільної поверхні. Спектри частот плескань та пружних стінок конструкції відокремлені.

Висновки

Розроблено комп'ютерну технологію для аналізу вільних і вимушених коливань частково заповнених рідиною складених оболонкових конструкцій, яка дає змогу досліджувати вільні та вимушені коливання незаповнених оболонок коливання пружних оболонок як з урахуванням, так і без урахування плескань вільної поверхні рідини. У подальшому передбачається застосування наноматеріалів [12] для покращення механічних характеристик розглянутих оболонкових конструкцій.

Список використаної літератури

1. Hudramovich V.S., Sirenko V.N., Klimentko D.V., Daniev Ju.F., Hart E.L. Development of the normative framework methodology for justifying the launcher structures resource of launch vehicles. *Strength of Materials*. 2019. 51(3). 333–340. <https://link.springer.com/article/10.1007/s10778-009-0224-5>.
2. Karaiev A., Strelnikova E. Liquid Sloshing in Circular Toroidal and Coaxial Cylindrical Shells, In: Ivanov V., Pavlenko I., Liaposhchenko O., Machado J. Edl M. (eds) *Advances in Design, Simulation and Manufacturing III. DSMIE 2020. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. (2020). 3–13. DOI: 10.1007/978-3-030-50491-5_1.
3. Gnitko V., Karaiev A., Degtyariov K., Strelnikova E. Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells, *WIT Transactions on Engineering Sciences*. 2019. 126. 189–200. DOI:10.2495/BE420171.
4. Smetankina N., Pak A., Mandrazhy O., Usatova O. & Vasiliev A. Modelling of Free Axisymmetric Vibrations of the Fluid-Filled Shells with Non-classical Boundary Interface Conditions,. In *Int. Conference on Smart Technologies in Urban Engineering, Cham: Springer Nature Switzerland*. 2023. 185–196. DOI:10.1007/978-3-031-46874-2_17
5. Choudhary N., Bora S.N. and Strelnikova E. Study on liquid sloshing in an annular rigid circular cylindrical tank with damping device placed in liquid domain. *J. Vib. Eng. Tech.* 2021. 9. 1–18. DOI:10.1007/s42417-021-00314-w.
6. Choudhary N., Kumar N., Strelnikova E., Gnitko V., Kriutchenko D., Degtyariov K. Liquid vibrations in cylindrical tanks with flexible membranes. *Journal of King Saud University – Science*. 2021. 33(8). 101589. DOI: org/10.1016/j.jksus.2021.101589.
7. Sierikova O., Strelnikova E., Kriutchenko D. Membrane installation in storage tanks for seismic loads impact protection. *Acta Periodica Technologica*. 2023. 54. 209–222. DOI: 10.2298/APT2354209S.
8. Sierikova O., Strelnikova E., Gnitko V. and Degtyarev K. Boundary Calculation Models for Elastic Properties Clarification of Three-dimensional Nanocomposites Based on the Combination of Finite and Boundary Element Methods, *2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, Kharkiv, Ukraine. 2021. 351–356. DOI: 10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570086.
9. Balas O.-M., Doicin C.V. and Cipu E.C. Analytical and Numerical Model of Sloshing in a Rectangular Tank Subjected to a Braking. *Mathematics*. 2023. 11. 949–955. DOI: 10.3390/math11040949.
10. Liu J., Zang Q., Ye W., Lin G. High performance of sloshing problem in cylindrical tank with various barrels by isogeometric boundary element method, *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2020. 114. 148–165. DOI: 10.1016/j.enganabound.2020.02.014.
11. Sierikova O., Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V. Reducing Environmental Hazards of Prismatic Storage Tanks under Vibrations. *WSEAS Transactions on Circuits and Systems*. 2022. 21. 249–257. DOI: 10.37394/23201.2022.21.27.
12. Zhang Z., Tao A.F., Wu Q.R., Xie Y.H. Review on the Progress and Issues in Liquid Tank Sloshing of Ships, *China Ocean Engineering*. 2023. 37(5). 709–724. DOI: 10.1007/s13344-023-0060-0.
13. Gnitko, V., Naumenko, V., Rozova, L. Strelnikova, E. Multi-Domain Boundary Element Method for Liquid Sloshing Analysis of Tanks with Baffles. *J. of Basic and Appl. Research Int.* 2016. 17(1). 75–87. ISSN: 2395-3438 (P), ISSN: 2395-3446 (O).
14. Shu C. An efficient approach for free vibration analysis of conical shells. *Int. J. Mech. Sci.* 1996. 38(8-9). 935–949. DOI: 10.1016/0020-7403(95)00096-8.
15. Gavriilyuk I., Hermann M., Lukovsky I., Solodun O., Timokha A. Natural Sloshing frequencies in Truncated Conical Tanks, *Engineering Computations*. 2008. 25(6). 518–540. DOI: 10.1108/02644400810891535.

References

1. Hudramovich, V.S., Sirenko, V.N., Klimenko, D.V., Daniev, Ju.F., & Hart, E.L. (2019). Development of the normative framework methodology for justifying the launcher structures resource of launch vehicles, *Strength of Materials*. 51(3), 333–340. Retrieved from: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10778-009-0224-5> [in English].
2. Karaiev, A., & Strelnikova, E. (2020). Liquid Sloshing in Circular Toroidal and Coaxial Cylindrical Shells, In: Ivanov V., Pavlenko I., Liaposhchenko O., Machado J. Edl M. (eds) *Advances in Design, Simulation and Manufacturing III. DSMIE 2020. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham, 3–13, DOI: 10.1007/978-3-030-50491-5_1 [in English].
3. Gnitko, V., Karaiev, A., Degtyariv, K., & Strelnikova, E. (2019). Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells, *WIT Transactions on Engineering Sciences*, 126, 189–200, WIT Press, DOI: 10.2495/BE420171 [in English].
4. Smetankina, N., Pak, A., Mandrazhy, O., Usatova, O., & Vasiliev, A. (2023). Modelling of Free Axisymmetric Vibrations of the Fluid-Filled Shells with Non-classical Boundary Interface Conditions, In *Int. Conference on Smart Technologies in Urban Engineering, Cham: Springer Nature Switzerland*, 185–196, DOI: 10.1007/978-3-031-46874-2_17 [in English].
5. Choudhary, N., Bora, S.N., & Strelnikova, E. (2021). Study on liquid sloshing in an annular rigid circular cylindrical tank with damping device placed in liquid domain, *J. Vib. Eng. Tech.*, 9, 1–18, DOI: 10.1007/s42417-021-00314-w [in English].
6. Choudhary, N., Kumar, N., Strelnikova, E., Gnitko, V., Kriutchenko, D., & Degtyariv, K. (2021). Liquid vibrations in cylindrical tanks with flexible membranes. *Journal of King Saud University – Science*, 33(8), 101589. DOI: org/10.1016/j.jksus.2021.101589 [in English].
7. Sierikova, O., Strelnikova, E., & Kriutchenko, D. (2023). Membrane installation in storage tanks for seismic loads impact protection. *Acta Periodica Technologica*, 54, 209–222, DOI: 10.2298/APT2354209S [in English].
8. Sierikova, O., Strelnikova, E., Gnitko, V., & Degtyarev, K. (2021). Boundary Calculation Models for Elastic Properties Clarification of Three-dimensional Nanocomposites Based on the Combination of Finite and Boundary Element Methods, *2021 IEEE 2nd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek)*, Kharkiv, Ukraine, 351–356. DOI: 10.1109/KhPIWeek53812.2021.9570086 [in English].
9. Liu, J., Zang, Q., Ye, W., & Lin, G. (2020). High performance of sloshing problem in cylindrical tank with various barrels by isogeometric boundary element method, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 114, 148–165. DOI: 10.1016/j.enganabound.2020.02.014 [in English].
10. Balas, O.-M., Doicin, C.V. & Cipu, E.C. (2023). Analytical and Numerical Model of Sloshing in a Rectangular Tank Subjected to a Braking, *Mathematics*, 11, 949–955. DOI: 10.3390/math11040949 [in English].
11. Sierikova, O., Strelnikova, E., Kriutchenko, D., & Gnitko, V. (2022). Reducing Environmental Hazards of Prismatic Storage Tanks under Vibrations. *WSEAS Transactions on Circuits and Systems*. 21. 249–257. DOI: 10.37394/23201.2022.21.27 [in English].
12. Zhang, Z., Tao, A. F., Wu, Q.R., & Xie, Y.H. (2023). Review on the Progress and Issues in Liquid Tank Sloshing of Ships, *China Ocean Engineering*, 37(5), 709–724. DOI: 10.1007/s13344-023-0060-0 [in English].
13. Gnitko, V., Naumenko, V., Rozova, L., & Strelnikova, E. (2016). Multi-Domain Boundary Element Method for Liquid Sloshing Analysis of Tanks with Baffles. *J. of Basic and Appl. Research Int.*, 17(1), 75–87. ISSN: 2395-3438 (P), ISSN: 2395-3446 (O) [in English].
14. Shu, C. (1996). An efficient approach for free vibration analysis of conical shells, *Int. J. Mech. Sci.*, 38(8-9), 935–949. DOI: 10.1016/0020-7403(95)00096-8 [in English].

15. Gavrilyuk, I., Hermann, M., Lukovsky, I., Solodun, O., & Timokha, A. (2008). Natural Sloshing frequencies in Truncated Conical Tanks, *Engineering Computations*, 25(6), 518–540. DOI: 10.1108/02644400810891535 [in English].

Дегтярьов Кирило Георгійович – к.т.н., науковий співробітник відділу термоаеродинаміки енергетичних машин Інституту проблем машинобудування імені А.М. Підгорного Національної академії наук України. E-mail: kdegt89@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4486-2468.

Крютченко Денис Володимирович – доктор філософії, молодший науковий співробітник відділу термоаеродинаміки енергетичних машин Інституту проблем машинобудування імені А.М. Підгорного Національної академії наук України. E-mail: wollydenis@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6804-6991.

Усатова Ольга Олександрівна – інженер відділу термоаеродинаміки енергетичних машин Інституту проблем машинобудування імені А.М. Підгорного Національної академії наук України. E-mail: usatova.olia@gmail.com, ORCID: 0000-0001-1267-2723.

Зайденварг Ольга Леонідівна – старший викладач кафедри прикладної математики Харківського національного аерокосмічного університету імені Н.С. Жуковського. E-mail: olga.zaudenvarg@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7214-6656.

Науменко Юрій Віталійович – магістрант Науково-навчального інституту комп'ютерної фізики та енергетики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. E-mail: yuriy.naumenko@karazin.ua, ORCID: 0000-0001-9058-6727.

Degtyarov Kyrylo Heorhiiovych – Ph.D., Researcher, Department of Thermoaerodynamics of Power Machines at the A.M. Pidhornyy Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine. E-mail: kdegt89@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4486-2468.

Kriutchenko Denys Volodymyrovych – PhD, Junior Researcher, Department of Thermoaerodynamics of Power Machines at the A.M. Pidhornyy Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine. E-mail: wollydenis@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6804-6991.

Usatova Olga Olexandrivna – Engineer, Department of Thermoaerodynamics of Power Machines at the A.M. Pidhornyy Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine. E-mail: usatova.olia@gmail.com, ORCID: 0000-0001-1267-2723.

Zaydenvrg Olga Leonidivna – Assistant Professor, Department of Applied Mathematics at the N.E. Zhukovsky National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute". E-mail: olga.zaudenvarg@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7214-6656.

Naumenko Yuriy Vitaliyovych – Master's Student, Scientific and Educational Institute of Computer Physics and Energy at the V.N. Karazin Kharkiv National University. E-mail: yuriy.naumenko@karazin.ua, ORCID: 0000-0001-9058-6727.

В.А. ЗОЗУЛЯ

Державний торговельно-економічний університет

С.І. ОСАДЧИЙ

Льотна академія Національного авіаційного університету

МОДЕЛЮВАННЯ ПОВІТРЯНОГО ПОТОКУ ТА МОРСЬКОГО ХВИЛЮВАННЯ ПЛАТФОРМОЮ СТЮАРТА

У статті розглянуто можливості моделювання різного роду збурень авіаційних, морських та наземних для формування керуючих або збурюючих впливів системи керування переміщенням центру обертання робочої поверхні платформи Стюарта. Показано вплив чинників навколишнього середовища на різні види технологічних завдань, що виконують механізми на основі платформи Стюарта.

Зроблено огляд існуючих ідеалізованих моделей атмосферної турбулентності та морського хвилювання. Для математичного опису спектра морського хвилювання запропоновано декілька спектрів Ю.М. Крилова, А.І. Вознесенського – Ю.А. Нецветаєва, Г.А. Фірсова, Пірсона – Московіц, Неймана, Бретшнайдера та Хассельмана (спектр JONSWAP), для опису атмосферної турбулентності запропоновано спектри на основі функції Давенпорта, Кармана і Кеймала. Обидва ці явища за певних припущень можна розглядати у вигляді однорідного та випадкового ізотропного векторного поля з гаусовим розподілом компонентів та нульовим математичним очікуванням. Показано можливість їх використання у дробово-раціональній формі під час створення формуючого фільтру, та побудовано їх спектральні щільності. Наведено приклади спектральних щільностей випадкових збурень, що діють на гелікоптер або морське судно, які отримані під час проведення натурального експерименту. Аналіз цих спектральних щільностей дає підстави стверджувати: щоб сформувавши вимоги до розроблення системи автоматичного керування рухом робочої поверхні платформи Стюарта, необхідно мати апріорну інформацію про те, які коливання вона повинна відтворювати.

Приведено умови розроблення багатовимірною формуючого фільтру для формування керуючих або збурюючих впливів системи керування переміщенням центру обертання робочої поверхні платформи Стюарта. Для цієї задачі обґрунтовано використання формуючого фільтру на основі стандартної моделі Драйдена. Спектральні щільності сигналів моделі Драйдена мають діапазон пропускання порівняно з іншими спектральними щільностями не менше, а в деяких випадках на порядок більше, що дає змогу повністю без пошкоджень відтворити сигнал.

Ключові слова: спектральна щільність, повітряний потік, морське хвилювання, модель Драйдена, платформа Стюарта.

V.A. ZOZULIA

State University of Trade and Economics

S.I. OSADCHY

Flight Academy of the National Aviation University

AIR FLOW AND SEA SWELL MODELING BY THE STEWART PLATFORM

The article considers the possibilities of modeling various kinds of aviation, marine, and ground disturbances to form control or disturbing influences of the control system for moving the centre of rotation of the working surface of the Stewart platform. The influence of environmental factors on various types of technological tasks performed by mechanisms based on the Stewart platform is shown.

An overview of existing idealized models of atmospheric turbulence and sea waves is given. For the mathematical description of the sea wave spectrum, several spectra of Y.M. Krylov, A.I. Voznesensky – Y.A. Netsvetayev, G.A. Firsov, Pearson-Moskovitz, Neumann, Brettschneider, and Hasselman (JONSWAP spectrum) are proposed, and for the description of atmospheric turbulence, spectra based on the Davenport, Carman, and Keymal functions are proposed. Both of these phenomena, under certain assumptions, can be considered as a homogeneous and random isotropic vector field with a Gaussian distribution of components and zero mathematical expectation. The possibility of their use in a fractional rational form in the creation of a shaping filter is shown, and their spectral densities are constructed. Examples of spectral densities of random disturbances acting on a helicopter or a sea vessel obtained during a full-scale experiment are given. The analysis of these spectral densities suggests that to formulate requirements for the development of a system for automatic control of the movement of the working surface of the Stewart platform, it is necessary to have prior information about the oscillations it should reproduce.

The conditions for the development of a multidimensional shaping filter for the formation of control or disturbing influences of the control system for moving the centre of rotation of the working surface of the Stewart platform are

presented. For this task, the use of a shaping filter based on the standard Dryden model is substantiated. The spectral densities of the Dryden model signals have a transmission range that is not less than, and in some cases an order of magnitude greater than, other spectral densities, which makes it possible to reproduce the signal completely without damage.

Key words: spectral density, air flow, sea agitation, Dryden model, Stewart platform.

Постановка проблеми

Сьогодні у багатьох сферах науки і техніки активно створюються системи керування положенням платформи Стюарта, яка має шість однотипних кінематичних ланцюгів (штанг) [1]. Програмно регулюючи довжину штанг платформи Стюарта, можна управляти положенням вихідної ланки (рухомої платформи), переміщати її у вертикальному і горизонтальному напрямках, повертати в трьох площинах. Платформа Стюарта має шість ступенів свободи: три поступальні ступені рухливості (зміщення характерної точки вздовж осей нерухомої системи координат, пов'язаної з нерухомим основою) і три обертальні ступені рухливості (поворот рухомої платформи щодо власних осей рухомої системи координат, пов'язаної з рухомою платформою).

На підставі проведеного аналізу [2] використання механізму паралельної структури на основі платформи Стюарта для вирішення різних завдань можна побачити, що існують технологічні завдання, за яких платформа Стюарта здійснює рух, точно слідуючи бажаній траєкторії і орієнтації у певному часовому інтервалі за значного збурюючого впливу з боку навколишнього середовища (стабілізаційна платформа). Також існують технологічні завдання за незначного збурюючого впливу відтворення бажаної траєкторії та орієнтації у вигляді явищ навколишнього середовища з метою динамічної атестації різного роду обладнання.

Для моделювання різного роду збурень (авіаційних, морських та наземних) необхідно мати математичну реалізацію цих збурень. Найкраща реалізація збурень у вигляді спектральних щільностей. Нині відомі дві групи експоненційно і дрібно-раціональних спектрів. Дрібно-раціональні спектри мають певні переваги, оскільки їх моделювання здійснюється більш простими апаратними або програмними засобами. Дрібно-раціональний вираз спектральної щільності випадкового процесу дає змогу дати математичний опис цього процесу у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь і тим самим безпосередньо отримувати тимчасові характеристики [3].

Отже, актуальним є виконання дослідження, спрямованого на обґрунтування динаміки вхідних сигналів системи керування платформою Стюарта в разі її використання для моделювання хвилювання моря та повітряного потоку як збурювального або керувального впливу на різні рухомі об'єкти.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Системи стабілізації положення на базі платформи Стюарта використовуються для забезпечення вертикального зльоту та посадки літального апарату з палуби судна у відкритому морі [4]. Також відомі розробки, де платформа Стюарта використовується для забезпечення стабілізації положення під час переміщення вантажу з корабля на корабель чи з корабля на стаціонарну платформу [6] або використовуються, наприклад ROBOCRANE [7], у вантажопідіймальних кранах під час проведення будівельних робіт, обслуговування портових терміналів і накопичувальних майданчиків, рятувальних робот, для маневреності персоналу/обладнання у повітрі, прокладання/видалення підводних труб. Різні модифікації механізму Стюарта застосовуються для забезпечення стабілізації несучої конструкції опорно-поворотного пристрою антенної системи [7].

Механізми з паралельною структурою на основі платформи Стюарта застосовуються для побудови тренажерів-симуляторів, їхнім основним призначенням є імітація руху різних транспортних засобів. Для підготовки пілотів використовують авіаційні тренажери на основі

платформи Стюарта, який є основним механізмом для здійснення руху, наприклад конструкції авіаційного тренажера літального апарату A320 [8], комплексного пілотажного тренажера гелікоптера Mi-17-1V рівня D, згідно з JAR FSTD (H) [9]. Платформу Стюарта можливо використовувати як симулятор рухомої палуби корабля [4]. Застосування подібних механізмів дає змогу моделювати різні режими зовнішніх збурюючих дій на рухливу основу, викликаних хвилюванням моря, зміною курсу, крену або диферента судна, а також їх поєднанням за значних коливань сили та напрямку вітру.

На всі ці види технологічних завдань можуть серйозно вплинути несприятливі погодні умови або навколишні умови біля антенних систем, установок, морських судів або різних майданчиків, такі недетерміновані зовнішні збурення та чинники, як повітряний потік (атмосферна турбулентність), морська хитавиця (морське хвилювання). Дія зазначених чинників викликає зменшення точності систем стабілізації [10].

Відзначено також, що одним із головних і складних аспектів створення рухомих багатовимірних тренажерів-симуляторів, комплексів напівнатурного і натурного моделювання руху є забезпечення близькості керуючих дій, що імітуються, або імітуючих збурених дій до реальних умов функціонування [3].

Для математичного опису спектра морського хвилювання запропоновано велику кількість формул, які тією чи іншою мірою узгоджуються з результатами натурних досліджень. Вони називаються ідеалізованими хвильовими спектрами, тому що відображають тільки загальні риси, властиві хвилюванню всіх морських глибоководних акваторій. За кількістю параметрів, що визначають ці функції, спектри хвилювання бувають одно-, дво- і багатопараметричними. Можна назвати спектри Ю.М. Крилова, А.І. Вознесенського – Ю.А. Нецветаєва, Г.А. Фірсова, Пірсона – Московіц, Неймана, Бретшнайдера, Хассельмана (спектр JONSWAP) [11].

Для моделювання повітряного потоку в надземній частині на середніх та значних висотах згідно з міжнародним стандартом ІЕС 61400-1:2005 [12] статистичний опис турбулентного складника швидкості вітру рекомендовано використовувати емпіричні моделі спектральної щільності, найбільш відомими з яких є функції Давенпорта, Кармана і Кеймала.

Мета дослідження

Мета дослідження – запропонувати універсальний інструмент формування стохастичних зовнішніх збурень, таких як морське хвилювання та повітряний потік, для створення програмного сигналу для системи керування платформи Стюарта під час виконання завдань моделювання рухів об'єкта, що знаходиться у повітрі або водному середовищі.

Виклад основного матеріалу дослідження

Моделювання повітряного потоку. У роботі [13] встановлено, що турбулентність має негаусівський характер, тому функція щільності розподілу швидкості поривів відрізняється від нормального закону розподілу. Припущення про ізотропність поля атмосферної турбулентності справедливе тільки на великих висотах, де не позначається вплив земної поверхні. Поле атмосферної турбулентності стає ізотропним на висотах, що перевищують $1000h_0^{0,18}$ м, де h_0 – коефіцієнт шорсткості підстильної поверхні. Цю умову необхідно використовувати під час моделювання збурюючого впливу на літальні апарати [14].

Однак у переважній більшості робіт, присвячених розробленню методів моделювання атмосферної турбулентності, вона розглядається у вигляді однорідного та випадкового ізотропного векторного поля з гаусовим розподілом компонентів та нульовим математичним очікуванням, оскільки це призводить до значного спрощення алгоритмів моделювання. Гаусове векторне випадкове поле визначається матричною спектральною щільністю [13–15].

Згідно з [12], функції Давенпорта, Кармана та Кеймала є ірраціональними функціями, тому генерування випадкового процесу турбулентності, як правило, ускладнене. Якщо для цих

спектральних щільностей побудувати апроксимації у вигляді парних невід'ємних дрібно-раціональних функцій, то відкривається можливість наближеного моделювання атмосферної турбулентності за допомогою випадкового процесу, що легко генерується, з раціональною спектральною щільністю. Так, у роботі [14] дослідниками з *NASA Glenn Research Center Cleveland* для статистичного опису турбулентного руху повітряних мас вибрана модель Кармана зі спектральною щільністю поздовжнього і поперечного складників турбулентних пульсацій. У цій статті проведено апроксимацію та показано можливість наближеного моделювання турбулентності Кармана. Спрощена модель атмосферної турбулентності отримана для проєктування систем керування з урахуванням найгіршого випадку атмосферної турбулентності, не погіршуючи продуктивність за нормальних атмосферних умов. Ця модель може використовуватися для проєктування систем керування силовими установками аерокосмічних апаратів або системами керування польотом надзвукових літальних апаратів, а також для вивчення рушійної дії на наземні установки, такі як космічний радіотелескоп.

Відхилення компонент вектору швидкості турбулентного вітру (від їхніх установлених значень), які є основним джерелом стохастичних зовнішніх збурень, можна аналітично представити моделлю Драйдена, котру широко використовують для досліджень поведінки літаків в умовах турбулентності [15]. Відповідно до неї, турбулентний вітер може бути представлений як стохастичний процес, що залежить від швидкості, і може бути розділений на три складники: поздовжній, поперечний та вертикальний. Оскільки в спектральних характеристиках атмосферної турбулентності є невизначеність, то її опис у вигляді фільтра Драйдена може не відповідати реальній ситуації. Тому стосовно моделі вітру робиться припущення, що ці збурення обмежені за модулем. Тобто для отримання наближеного рішення, коли спектральна щільність апроксимується сумою дробово-раціональних функцій $S_V(\omega) \approx \sum_1^N S_{VK}(\omega)$, досягається підбором декількох частотних характеристик $W_k(i\omega)$ ($k=1 \dots N$), що забезпечують виконання наближеної рівності $S_V(\omega) \approx \sum_1^N |W_k(i\omega)|^2$.

За результатами експерименту ідентифікуються моделі динаміки рухомих об'єктів включно з матрицями спектральних і взаємних спектральних щільностей неконтрольованого під час експерименту вектору збурень (перешкод), які діють у рухомому об'єкті під час його функціонування в динамічних умовах. Так, у роботі [16] отримано моделі динаміки гелікоптера Мі-8МТВ і моделей збурень, що діють на нього, для використання під час розроблення систем автоматичної стабілізації центру мас і кутової орієнтації різних модифікацій гелікоптерів класу Мі-8 (Мі-17). Для оцінювання моделей динаміки неконтрольованих випадкових збурень використовують матрицю спектральних і взаємних спектральних щільностей неконтрольованих випадкових збурень, приведених до виходу системи, що ідентифікується. Аналіз нормованих коефіцієнтів кореляції між складниками вектору неконтрольованих збурень, що діють на стабілізований гелікоптер у режимі висіння, показує, що збурення слабо корельовані, а збурення, які діють вздовж поздовжньої та поперечної осей гелікоптера, насправді практично ортогональні між собою.

Моделювання морського хвилювання. Нерегулярність і хаотичність морських хвиль змушують використовувати для його опису складні математичні методи і моделі. Сьогодні найбільше визнання отримали стохастична і спектральна теорії вітрового хвилювання. У рамках стохастичної теорії хвилі розглядаються як випадковий процес, підлеглий якомусь імовірнісному закону, на основі якого можна оцінити статистичні характеристики хвиль. Основна ідея спектрального методу полягає у тому, що морська поверхня ідеалізується і представляється як суперпозиція плоских регулярних хвиль (спектральних складників) із різними періодами і напрямками поширення. У спектральній теорії використовуються два допущення. По-перше, передбачається, що процес хвилювання є стаціонарним. По-друге, вважається, що енергія

хвиль, що визначається за даними однієї реалізації, вимірної у заданому місці акваторії, дорівнює енергії хвиль у різних точках акваторії, охопленої дією вітру тієї ж сили і напрямку [11].

Опрацювання численних записів хвилювання, зроблених у різних морях, підтверджує той факт, що ординати нерегулярного розвиненого хвилювання розподілені за нормальним законом із нульовим математичним очікуванням, отже, хвилювання можна вважати гаусовським процесом. Використання цього висновку дало змогу теоретичним шляхом установити закони розподілу різних функції видимих хвиль, які називаються ідеалізованими хвильовими спектрами [11].

Більшість ідеалізованих спектрів хвилювання належить до частотних розподілів, що описуються експоненціальною моделлю. Для таких спектрів можна побудувати апроксимації у вигляді парних невід'ємних дробово-раціональних функцій. Так, у роботі [17] запропоновано апроксимацію ідеалізованих хвильових спектрів, де зазначається, що вони мало різняться між собою і результати розрахунків їхнього впливу на різні об'єкти близькі.

Практичні розрахунки показують, що дробово-раціональні спектри зміщені щодо експоненціальних в область нижчих частот. Частотні властивості морських рухомих об'єктів такі, що смуга пропускання розташовується саме в низькочастотній області. Тому застосування розрахункових спектрів морського хвилювання у дрібно-раціональній формі, які в області низьких частот є менш точними, під час аналізу руху морських рухомих об'єктів призводить до завищеного рівня збурювальних впливів [17].

Також у роботі [18] за результатами експерименту були отримані осцилограми вхідних сигналів платформи стенду-імітатора «важкого» корабля (ПКІК «Юрій Гагарін») під час хвилювання океану (моря), що характеризується еліптичним циклічним рухом частинок води і вихідних сигналів вимірника в досліджуваній системі. На основі наведених осцилограм за допомогою методу узагальнених логарифмічних характеристик були отримані аналітичні моделі, спектральних і взаємних спектральних щільностей. На підставі цього була складена тривимірна модель динаміки стохастичних кутових рухів корабля в крейсерському русі. Також було зазначено, що складник морської хитавиці приблизно 0,1 Гц, а частотні смуги пропуску каналів стенда-імітатора на порядок вищі, вхідні сигнали до стенда-імітатора формували спеціально змодельованим послідовним багатовимірним формувальним фільтром безпосередньо з комп'ютерного псевдобілого шуму.

Формуючий фільтр розрахункових спектрів морського хвилювання та атмосферної турбулентності. У теорії випадкових процесів функції часу зі змінними залежно від частоти (спектральними характеристиками), до яких відносяться розрахункові спектри морського хвилювання, атмосферної турбулентності, називають кольоровими шумами на відміну від випадкової функції типу білий шум зі спектральною характеристикою, рівномірно розподіленою в усьому діапазоні частот. Під час моделювання кольорових шумів вважають, що вони є результатом перетворення білого шуму з одиничною інтенсивністю формуючим фільтром. У цього фільтра за будь-якого значення кутової частоти квадрат ординати амплітудної частотної характеристики має дорівнювати значенню зазначеної спектральної щільності за цієї частоти.

Зазвичай використовують рекурсивні фільтри, передавальні функції яких відповідають системі звичайних диференціальних рівнянь. При цьому квадрат модуля частотної передавальної функції (модульна функція) є дробово-раціональною функцією від квадрата кутової частоти. Такий підхід можливий за умови, що спектральна щільність є раціональною парною функцією кутової частоти та не має дійсних нулів і полюсів, розташованих у правій півплощині. Тобто для формуючого фільтра, необхідно вибирати стійку передавальну функцію, полюси якої мають від'ємну дійсну частину. Із цієї умови випливає інша обов'язкова умова, що знаменник передавальної функції має розкладатися на поліноми першого або другого ступеня, а всі коефіцієнти цих співмножників мають бути додатними. В іншому разі генерування випадкової цифрової послідовності призводить до процесу, що розходиться. Усім цим умовам відповідає багатовимірний формуючий фільтр на основі стандартної моделі Драйдена.

Виконаємо співставлення зазначених вище спектральних щільностей атмосферної турбулентності та морського хвилювання, які є основним джерелом збурень, що діють на повітряні судна під час польоту, або на морські рухомі об'єкти та спектральні щільності сигналів, що генерує стандартна модель Драйдена. Для цього за допомогою стандартної бібліотеки *MATLAB/SIMULINK 6.5* моделі Драйдена (рис. 1), було згенеровано вектор програмного сигналу r_0 , системи керування рухом робочої поверхні платформи Стюарта (рис. 2).

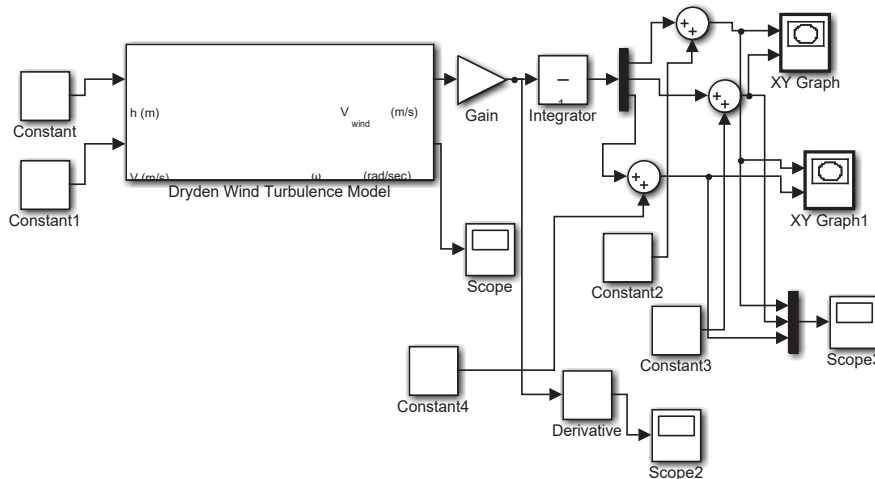


Рис. 1. Модель Драйдена, реалізована в *MATLAB/SIMULINK 6.5*

Вектор програмного сигналу r_0 , якій задає траєкторію руху робочої поверхні платформи Стюарта дорівнює:

$$r_0 = [\xi_0 \quad \eta_0 \quad \zeta_0],$$

де ξ_0, η_0, ζ_0 – задані координати центру обертання робочої платформи (точка O) відносно системи координат, пов'язаної з основою платформи Стюарта $O_0\Theta HZ$ [1].

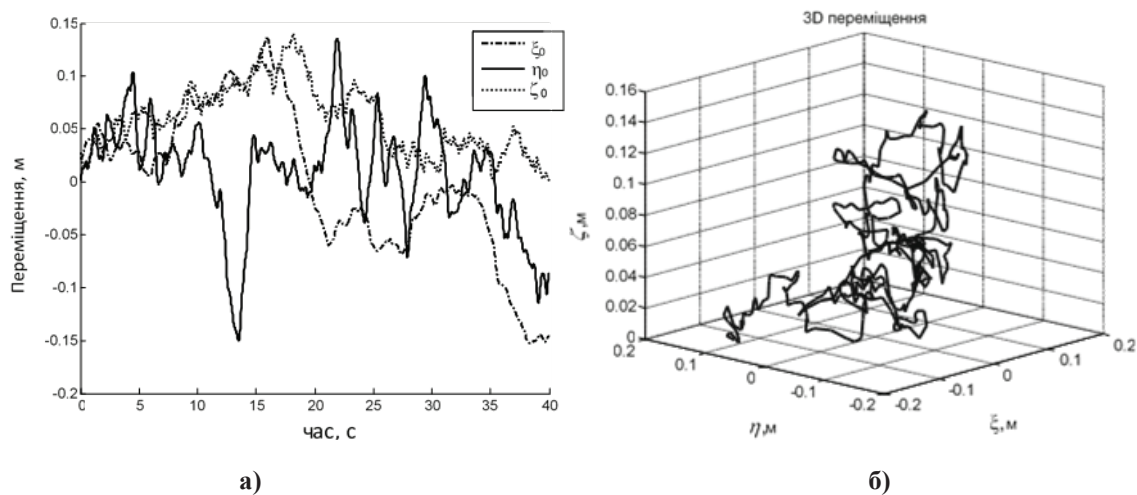


Рис. 2. Значення вхідного сигналу r_0 , а) двовимірній та б) тривимірній системі координат; ξ – проєкція точки O на вісь абсцис $O_0\Theta$; η – проєкція точки O на вісь ординат O_0H ; ζ – проєкція точки O на вісь аплікват O_0Z

Отримано та побудовано на діаграмі Боді спектральні щільності сигналів моделі Драйдена та для порівняння, з роботи [16] – спектральні щільності неконтрольованих випадкових збурень, які діють уздовж поздовжньої та поперечної осей стабілізованого гелікоптера Мі-8МТВ у режимі висіння, з роботи [14] – спектральні щільності атмосферної турбулентності за швидкості розсіювання вихорів $8.6 \cdot 10^{-5} \text{ (м}^2/\text{с}^3)$ та відстані від землі 762 м за моделлю Карман (рис. 3).

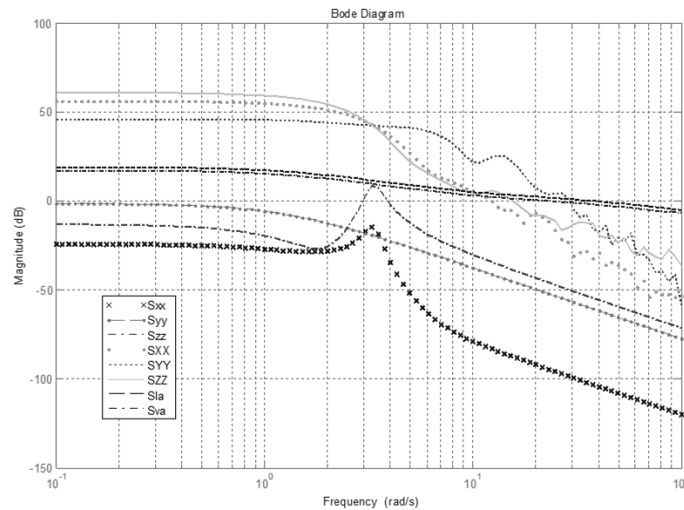


Рис. 3. Спектральні щільності неконтрольованих випадкових збурень, які діють на гелікоптер Мі-8МТВ: Sxx, Szz, Syy – поперечна, поздовжня та вертикальна осі; атмосферної турбулентності за моделлю Карман: Sla, Sva – поперечна та поздовжня осі; сигналів за моделлю Драйдена: SXX, SYY, SZZ – поперечна, поздовжня та вертикальна осі

Отримано та побудовано на діаграмі Боді спектральні щільності сигналів моделі Драйдена та для порівняння, з роботи [17] – спектральні щільності нерегулярного морського хвилювання для розрахунку хитавиці судна при хвилюванні 4 бали за моделлю JONSWAP, з роботи [18] – спектральні щільності морського хвилювання, які отримані за результатами напівнатурного експерименту на стенді – імітаторі корабля (ПКІК «Юрій Гагарін») (рис. 4).

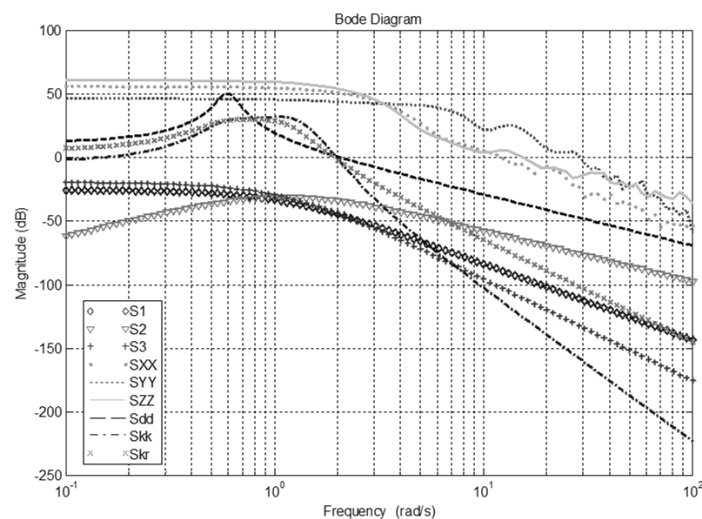


Рис. 4. Спектральні щільності нерегулярного морського хвилювання для розрахунку хитавиці судна для хвилювання 4 бали за моделлю JONSWAP: S1, S2, S3 – поперечна, поздовжня та вертикальна осі; морського хвилювання за результатами експерименту на стенді – імітаторі корабля «Юрій Гагарін»: Sdd, Skk, Skr – диферент, курс та крен осі; сигналів за моделлю Драйдена: SXX, SYY, SZZ – поперечна, поздовжня та вертикальна осі

Порівнюючи спектральні щільності, представлені на рис. 3 і 4, можна помітити, що характер поведінки сигналів однаковий, відповідає гаусовому процесу. Для моделювання впливів, які діють на об'єкт (гелікоптер, морське судно тощо) з боку навколишнього середовища, потрібно використовувати ідеалізовані моделі морського хвилювання, атмосферної турбулентності. Для відтворення середовища, у якому функціонують різні датчики, встановлені на об'єкті (гелікоптер, морське судно тощо), то необхідно моделювати за допомогою спектрів, які отримано шляхом натурного експерименту в результаті впливу на об'єкт.

Спектральні щільності сигналів ідеалізованих моделей атмосферної турбулентності перебувають у діапазоні від 0 до 17 рад/с. Спектральні щільності випадкових збурень, що діють на гелікоптер Мі-8МТВ, мають одну характерну частоту 3,3 рад/с у поперечній і поздовжній осях, що характеризує власні коливання гелікоптера Мі-8МТВ. Також ці спектральні щільності знаходяться у діапазоні від 0 до 6 рад/с.

Спектральні щільності сигналів ідеалізованих моделей морського хвилювання знаходяться у діапазоні від 0 до 4 рад/с. Спектральні щільності збурюючого впливу на стенд – імітатор корабля «Юрій Гагарін» перебувають у діапазоні від 0 до 2 рад/с, також вони мають характерні частоти, що відповідають власній частоті коливання стенда-імітатора відповідно за осями диференту 0,6 рад/с, курсу та крену 1,1 рад/с.

Спектральні щільності сигналів моделі Драйдена перебувають у діапазоні для поперечної від 0 до 12 рад/с, поздовжньої 29,3 рад/с і вертикальної 15,3 рад/с осей. Основна потужність коливання сигналів при цьому була на рівні 4 рад/с, потім зменшується.

Висновки

Під час вирішення різних технологічних завдань платформою Стюарта існують різного роду збурення, такі як атмосферна турбулентність та морське хвилювання. Обидва ці явища, за певних припущень, можна розглядати у вигляді однорідного та випадкового ізотропного векторного поля з гаусовим розподілом компонентів та нульовим математичним очікуванням. Динаміку цих явищ можна описати матрицями дробово-раціональних спектральних щільностей, що дає змогу легко їх відтворювати за допомогою формуючого фільтру.

З аналізу спектральних щільностей на рис. 3 і 4 можна зробити висновок: щоб сформулювати вимоги до розроблення системи автоматичного керування рухом робочої поверхні платформи Стюарта, необхідно мати апріорну інформацію про те, які коливання вона повинна відтворювати. При цьому спектральні щільності сигналів моделі Драйдена мають діапазон пропускання порівняно з іншими спектральними щільностями не менше, а в деяких випадках на порядок більше, що дає змогу повністю без спотворень відтворити сигнал.

Таким чином, для проведення активного експерименту формування вектору програмних сигналів переміщення центру обертання робочої поверхні платформи Стюарта можливе багатомірним фільтром на основі стандартної моделі Драйдена як універсального інструменту формування стохастичного зовнішнього впливу. При цьому необхідно враховувати апріорну інформацію про частотні властивості потоку повітря або морського хвилювання.

Список використаної літератури

1. Зозуля В.А., Осадчий С.І. Огляд методів побудови систем керування механізмом паралельної кінематичної структури на основі платформи Стюарта (гексапод). *Автоматизація технологічних і бізнес-процесів*. 2019. Т. 11. № 3. С. 23–31.
2. Зозуля В.А., Осадчий С.І., Беляєв Ю., Pawłowski P. Класифікація завдань і принципів управління механізмом паралельної кінематичної структури для вирішення різних завдань. *Автоматизація технологічних і бізнес-процесів*. 2018. Т. 10. № 2. С. 18–29.
3. Блохин Л.Н., Буриченко М.Ю. Статистична динаміка систем управління : підручник. Київ : НАУ, 2003. 208 с.

4. Alexandre Campos, Jacqueline Quintero, Roque Salta' en, Manuel Ferre and Rafael Aracil. An Active Helideck Testbed for Floating Structures based on a Stewart-Gough Platform: Proceedings of the 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Acropolis Convention Center Nice, France, 22–26 Sept, 2008. P. 3705–3710.
5. Cai Y., Zheng S., Liu W., Qu Z., Han J. Model Analysis and Modified Control Method of Ship-Mounted Stewart Platforms for Wave Compensation. in IEEE Access, 2021. Vol. 9. P. 4505–4517.
6. Albus, J., Bostelman, R., Dagalakis, N. The NIST robocrane. Journal of Robotic Systems. 1993. № 10(5). P. 709–724.
7. Palamar M., Pasternak Yu., Pasternak V., Mashtalyar S., Shevchuk S. Analysis of accuracy control improvement methods of antenna system mechanisms based on stewart platform. *Scientific Journal of the Ternopil National Technical University*, Ternopil, Ukraine. 2020. Vol. 100. № 4. P. 55–61.
8. Saudi Pilot Simulator Training Center Holds Airbus A320 Full Flight Simulator Acceptance, URL: <https://afm.aero/saudi-pilot-simulator-training-center-holds-airbus-a320-full-flight-simulator-acceptance/> (дата звернення: 16.02.2024).
9. Комплексні пілотажні тренажери вертольотів Мі-8МТВ, Мі-171. URL: <http://avia-ts.ua/production/8-kompleksnyu-trenazher-vertoletov-mi-8mtv-i-mi-171.html> (дата звернення: 02.05.2023).
10. Зозуля В.А., Осадчий С.І., Мельніченко М.М. Аналіз характеристики точності відтворення еталонної траєкторії платформою Гауфа – Стюарта із системою управління для різних видів завдань. *Центральноукраїнський науковий вісник. Технічні науки*. 2019. Вип. 1(32). С. 19–27.
11. Hauser D., et al (eds). Measuring and analysing the directional spectra of ocean waves. Luxembourg, Office for Official Publications of the European Communities. 2005. 485 p.
12. IEC 61400-1: 2005 Wind Turbines – Part 1: Design requirements.
13. Durbin P.A., Reif B.A.P. Statical theory and modeling for turbulent flows. – John Wiley and Sons. West Sussex. United Kingdom. 2011. 357 p.
14. Kopasakis George. Atmospheric turbulence modeling for aero vehicles: fractional order fits. No. GRC-E-DAA-TN23727. 2015. URL: <https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20110002734/downloads/20110002734.pdf> (дата звернення: 16.02.2024).
15. Antonova A., Kulyk M., Lastivka I. Modeling of an Airplane Wing Moments Induced by Atmospheric Turbulence. *Proceedings of National Aviation University*. 2014. № 59(2). P. 68–72.
16. Блохін Л.М., Вовк В.Г., Безкоровайний Ю.М. Завдання ідентифікації параметрів руху гелікоптера Мі-8 із вантажною підвіскою в режимі висіння. *Проблеми інформатизації та управління*. 2004. Вип. 10. С. 127–131.
17. Yu Y., Pei H., Xu C. Parameter identification of JONSWAP spectrum acquired by airborne LIDAR. *J. Ocean Univ. China*. 2017, pp. 998–1002.
18. Вовк В.Г., Страшко В.А., Тимошенко Н.А. Тривимірна модель динаміки стохастичних кутових рухів корабля в крейсерському русі. *VI міжнародна науково-технічна конференція гіротехнології, навігації, керування рухом та конструювання авіаційно-космічної техніки* : збірник доповідей. Ч. II. Київ, 2007. С. 14–19.

References

1. Zozulia, V.A., & Osadchyi, S.I. (2019). Ohliad metodiv pobudovy system keruvannia mekhanizmom paralelnoi kinematychnoi struktury na osnovi platformy Stiuarta (heksapod) [Review of methods for building control systems for a mechanism of a parallel kinematic structure based on the Stewart platform (hexapod)]. *Mizhnarodnyi naukovo-vyrobnychiy zhurnal «Avtomatyzatsiia tekhnolohichnykh i biznes-protsesiv» – Automation of technological and business processes*. T.11 №3. S. 23–31 [in Ukrainian].

2. Zozulia, V.A., Osadchyi, S.I., Bieliaiev, Yu., & Pawłowski, P. (2018). Klasyfikatsiia zavdan i pryntsyviv upravlinnia mekhanizmom paralelnoi kinematychnoi struktury dlia vyrishennia riznykh zavdan [Classification of tasks and principles of control of the parallel kinematic structure mechanism for solving various tasks]. *Mizhnarodnyi naukovo-vyrobnychiy zhurnal «Avtomatyzatsiia tekhnolohichnykh i biznes-protsesiv» – Automation of technological and business processes*. T. 10. № 2. S. 18–29 [in Ukrainian].
3. Blokhyn, L.N., & Burychenko, M.Iu. (2003). *Statystychna dynamika system upravlinnia: pidruchnyk. [Statistical dynamics of control systems: a textbook]*. K.: NAU. 208 s. [in Ukrainian].
4. Alexandre, Campos, Jacqueline, Quintero, Roque, Salta' en, Manuel, Ferre, & Rafael, Aracil (2008). An Active Helideck Testbed for Floating Structures based on a Stewart-Gough Platform: *Proceedings of the 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Acropolis Convention Center Nice, France, 22–26 Sept, pp. 3705–3710 [in English].
5. Cai, Y., Zheng, S., Liu, W., Qu, Z., & Han, J. (2021). Model Analysis and Modified Control Method of Ship-Mounted Stewart Platforms for Wave Compensation. in *IEEE Access*, 2021. vol. 9, pp. 4505–4517 [in English].
6. Albus, J., Bostelman, R., & Dagalakis, N. (1993). The NIST robocrane. *Journal of Robotic Systems*. 10 (5), pp. 709–724 [in English].
7. Palamar, M., Pasternak, Yu., Pasternak, V., Mashtalyar, S., & Shevchuk, S. (2020). Analysis of accuracy control improvement methods of antenna system mechanisms based on stewart platform. *Scientific Journal of the Ternopil National Technical University*, Ternopil, Ukraine. Vol 100, no 4, pp. 55–61 [in English].
8. Saudi Pilot Simulator Training Center Holds Airbus A320 Full Flight Simulator Acceptance, Retrieved from: <https://afm.aero/saudi-pilot-simulator-training-center-holds-airbus-a320-full-flight-simulator-acceptance/> [in English].
9. Kompleksni pilotazhni trenazhery vertolotiv Mi-8MTV, Mi-171 [Complex aerobatic simulators of Mi-8MTV, Mi-171 helicopters]. Retrieved from: <http://avia-ts.ua/production/8-kompleksnyy-trenazher-vertoletov-mi-8mtv-i-mi-171.html> (access date 02.05.2023) [in Ukrainian].
10. Zozulia, V.A., Osadchyi, S.I., & Melnichenko, M.M. (2019). Analiz kharakterystyky tochnosti vidtvorennia etalonoii traiektorii platformoiu Haufa-Stiuarta z systemoiu upravlinnia dlia riznykh vydiv zavdan [Analysis of the characteristics of the accuracy of reproduction of the reference trajectory by the Gauff-Stewart platform with a control system for various types of tasks]. *Zbirnyk naukovykh prats Kirovohradskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu, Tsentralnoukrainskyi naukovyi visnyk. Tekhnichni nauky – Central Ukrainian scientific bulletin. Technical sciences*. Vyp. 1 (32), Kropyvnytskyi: TsNTU. S. 19–27 [in Ukrainian].
11. Hauser, D., et al (eds). (2005). *Measuring and analysing the directional spectra of ocean waves*. Luxembourg, Office for Official Publications of the European Communities. 485 p. [in English].
12. IEC 61400-1: 2005 Wind Turbines. Part 1: Design requirements [in English].
13. Durbin, P.A., & Reif, B.A.P. (2011). *Statical theory and modeling for turbulent flows*. John Wiley and Sons. West Sussex. United Kingdom. 357 p. [in English].
14. Kopasakis, George(2015). Atmospheric turbulence modeling for aero vehicles: fractional order fits. No. GRC-E-DAA-TN23727. Retrieved from: <https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20110002734/downloads/20110002734.pdf> [in English].
15. Antonova, A., Kulyk, M., & Lastivka, I. (2014). Modeling of an Airplane Wing Moments Induced by Atmospheric Turbulence. *Proceedings of National Aviation University*, K. 59(2), pp. 68–72 [in English].
16. Blokhin, L.M., Vovk, V.H., & Bezkorovainyi, Yu.M. (2004). Zavdannia identyfikatsii parametriv rukhu helikoptera Mi-8 iz vantazhnoiu pidviskoiu v rezhymi vysinnia [The task of identifying the movement parameters of the Mi-8 helicopter with a cargo suspension in the hover mode].

Problemy informatyzatsii ta upravlinnia: Zbirnyk naukovykh prats – Problems of informatization and management. К.: НАУ. Вип. 10. С. 127–131 [in Ukrainian].

17. Yu, Y., Pei, H., & Xu, C. (2017). Parameter identification of JONSWAP spectrum acquired by airborne LIDAR. *J. Ocean Univ. China.* pp. 998–1002 [in English].
18. Vovk, V.H., Strashko, V.A., & Tymoshenko, N.A. (2007). Tryvymirna model dynamiky stokhastychnykh kutovykh rukhiv korablia v kreiserskomu rusi [A three-dimensional model of the dynamics of stochastic angular movements of a ship in cruising motion]. *VI mizhnarodna naukovo-tekhnichna konferentsiia hirotekhnologii, navihatsiia, keruvannia rukhom ta konstruiuvannia aviatsiino-kosmichnoi tekhniky Zbirnyk dopovidei Chastyna II – VI international scientific and technical conference of gyrotechnology, navigation, motion control and design of aviation and space technology: a collection of reports. Part II.* Kyiv. S. 14–19 [in Ukrainian].

Зозуля Валерій Анатолійович – к.т.н., доцент кафедри цифрової економіки та системного аналізу Державного торговельно-економічного університету. E-mail: irish38@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3793-4686.

Осадчий Сергій Іванович – д.т.н., професор кафедри конструкції повітряних суден, авіадвигунів та підтримання льотної придатності Льотної академії Національного авіаційного університету. E-mail: srg2005@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1811-3594.

Zozulya Valeriy Anatoliiiovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Digital Economy and System Analysis of the State University of Trade and Economics. E-mail: irish38@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3793-4686.

Osadchy Sergei Ivanovych – Doctor of Technical Sciences, Professor at the Department of Aircraft Construction, Aircraft Engines, and Airworthiness Maintenance of the Flight Academy of the National Aviation University. E-mail: srg2005@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1811-3594.

УДК 539.3

О.В. КІЙКО, А.В. ПОЖУЄВ, О.М. МІХАЙЛУЦА
Запорізький національний університет**НЕСТАЦІОНАРНА ДИНАМІКА ЦИЛІНДРИЧНОЇ ОБОЛОНКИ
З В'ЯЗКОПРУЖНИМ ЗАПОВНЮВАЧЕМ ПІД ДІЄЮ РУХОМОГО
НАВАНТАЖЕННЯ**

Під час дослідження розглянуто задачі про дію рухомих навантажень на циліндричні оболонки, заповнені або оточені пружним середовищем, детально проаналізовано уточнений підхід до вирішення таких задач для тришарових оболонок, коли рух заповнювача описується динамічними рівняннями теорії пружності. Основний акцент зроблено на застосуванні принципу відповідності пружної та в'язкопружної задач. Цей принцип полягає у заміні коефіцієнтів Ляме в рівняннях для переміщень і напружень точок середовища в просторі зображень комплексними значеннями. Остаточний розв'язок знаходиться шляхом застосування зворотного перетворення Фур'є та Лапласа. Показано, що цей принцип дає змогу узагальнити раніше розглянуті задачі такого класу у разі в'язкопружних середовищ. У разі його використання для нестационарних задач механічні властивості в'язкопружного матеріалу можуть бути задані в досить загальному вигляді.

Запропонований підхід застосовано до розв'язання задачі про дію рухомого навантаження на нескінченно довгу циліндричну оболонку, що містить в'язкопружний заповнювач, внутрішня поверхня якого вільна від напружень. Отримано чисельні результати для задачі про рух осесиметричного нормального навантаження. Унаслідок демпфуючих властивостей в'язкопружного заповнювача отримане нестационарне рішення є єдиним за будь-якої швидкості руху навантаження. Інтегралі звернення є особливими, і їх значення знайдене за спеціальним алгоритмом, що містить у собі сумісне застосування методу Файлона та зміщених поліномів Лежандра. Наведено розподіл безрозмірних прогинів по довжині оболонки для різних швидкостей руху навантаження. Визначено, що облік в'язкопружних властивостей заповнювача дає змогу розглянути однаково з погляду обчислення інтегралів обернення всі режими руху навантаження.

Результати дослідження можуть бути використані для розрахунку та проектування циліндричних оболонок із в'язкопружним заповнювачем, які застосовуються в авіа- та машинобудуванні, будівництві та інших галузях.

Ключові слова: нестационарна динаміка, циліндрична оболонка, в'язкопружний заповнювач.

O.V. KIYKO, A.V. POZHUYEV, O.M. MIKHAILUTSA
Zaporizhzhia National University**UNSTEADY DYNAMICS OF A CYLINDRICAL SHELL WITH A VISCOELASTIC
FILLER UNDER THE ACTION OF A MOVING LOAD**

In the course of the study, the problems of the action of moving loads on cylindrical shells filled or surrounded by an elastic medium were considered, and a refined approach to solving such problems for three-layer shells, when the movement of the filler is described by the dynamic equations of the theory of elasticity, was analyzed in detail. The main emphasis was placed on the application of the principle of correspondence between elastic and viscoelastic problems. This principle consists of replacing the Lamé coefficients in the equations for displacements and stresses of points of the medium in image space with complex values. The final solution is found by applying the inverse Fourier and Laplace transform. It is shown that this principle allows one to generalize previously considered problems of this class in the case of viscoelastic media. If it is used for unsteady problems, the mechanical properties of a viscoelastic material can be specified in a fairly general form.

The proposed approach is applied to solving the problem of the action of a moving load on an infinitely long cylindrical shell containing a viscoelastic filler; the inner surface of which is stress-free. Numerical results were obtained for the problem of the motion of an axisymmetric normal load. As a result of the damping properties of the viscoelastic filler, the resulting unsteady solution is unique at any load speed. The inversion integrals are special and their values are found using a special algorithm containing the joint application of the Failon method and the shifted Legendre polynomials. The distribution of dimensionless deflections along the length of the shell is given for different loading speeds. It has been determined that taking into account the viscoelastic properties of the filler allows us to consider all modes of load movement equally from the point of view of calculating the inversion integrals.

The results of the study can be used for the calculation and design of cylindrical shells with viscoelastic filler used in aircraft and mechanical engineering, construction and other industries.

Key words: non-stationary dynamics, cylindrical shell, viscoelastic filler.

Постановка проблеми

Використання циліндричних оболонок із в'язкопружним заповнювачем має значне поширення. В'язкопружні матеріали використовуються у багатьох галузях, де необхідно забезпечити міцність, жорсткість, герметичність, зносостійкість, шумоізоляцію та інші важливі характеристики. Актуальність дослідження питання, пов'язаного з нестационарною динамікою конструкції «циліндрична оболонка – в'язкопружний заповнювач» під дією рухомого навантаження, зумовлюється не тільки широким застосуванням таких конструкцій в авіа- та машинобудуванні, а й складністю аналізу поведінки таких конструкцій. У цій роботі представлено метод розв'язання задачі про динамічну поведінку циліндричної оболонки, заповненої в'язкопружним матеріалом, під дією рухомих навантажень. Метод ґрунтується на принципі відповідності між пружною та в'язкопружною задачами.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Питанням поведінки циліндричних оболонок під дією різних видів навантажень присвячено значну кількість публікацій. У роботах [1–7] розглядаються нестационарні задачі деформування пружної циліндричної оболонки. Вивчається випадок, коли до внутрішньої поверхні оболонки прикладаються невісесиметричні врівноважені імпульсивні нормальні навантаження [6].

У публікаціях [1–4] досліджено задачі про дію рухомих навантажень на циліндричні оболонки, які заповнені або оточені пружним середовищем. У статті [2] увага приділяється теоретичному дослідженню поширення власних неаксіально-симетричних хвиль у тришарових циліндричних оболонках із в'язкопружним заповнювачем. Ураховується жорсткий або ковзний контакт на межі шарів. Авторами запропоновано метод для розрахунку характеристик хвиль, що базується на поєднанні методу змінних та інтегральних перетворень. У роботі [3] досліджуються коливальні процеси в тонкостінних циліндричних оболонках, заповнених шаруватим в'язкопружним матеріалом, урахувавши вплив рухомого навантаження. Для аналізу використовується теоретичний підхід, розв'язок отриманих рівнянь руху здійснюється за допомогою інтегральних перетворень. Дослідження [4] присвячено динамічній поведінці циліндричної оболонки під впливом ударного навантаження. Для зменшення вібрацій використовується частковий шар в'язкопружного матеріалу. У роботі отримано розуміння того, як частковий в'язкопружний шар впливає на вібрації циліндричної оболонки під ударним навантаженням, та розроблено рекомендації щодо оптимізації розміщення та властивостей в'язкопружного шару для ефективного гасіння таких вібрацій. Водночас багато заповнювачів, що зустрічаються на практиці, є полімерами з яскраво вираженими властивостями в'язкопружності.

Мета дослідження

Отримання нестационарного розв'язання задачі про дію рухомих навантажень на циліндричну оболонку з в'язкопружним заповнювачем за допомогою принципу відповідності між пружною та в'язкопружною задачами. Показано, що цей принцип дає змогу узагальнити раніше розглянуті задачі такого класу в разі в'язкопружних середовищ.

Виклад основного матеріалу дослідження

1. Запишемо рівняння руху середовища у прямокутній декартовій системі координат:

$$\sigma_{ij,j}(t) = \rho_c \partial \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (i, j = x, y, z) \quad (1.1)$$

Залежність між компонентами тензорів напружень та деформацій у разі диференціальних операторів запишемо у вигляді [15]:

$$\begin{aligned} Q_0\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)\sigma_{ij} &= Q_1\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)\varepsilon \cdot \delta_{ij} + Q_2\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)\varepsilon_{ij}; \\ Q_0\left(\frac{\partial}{\partial t}\right) &= \sum_{k=0}^{n_0}\left(a_k \frac{\partial^k}{\partial t^k}\right); \quad Q_1\left(\frac{\partial}{\partial t}\right) = \sum_{k=0}^{n_1}\left(b_k \frac{\partial^k}{\partial t^k}\right); \\ Q_2\left(\frac{\partial}{\partial t}\right) &= \sum_{k=0}^{n_2}\left(c_k \frac{\partial^k}{\partial t^k}\right), \end{aligned} \tag{1.2}$$

де δ_{ij} – символ Кронекера; a_k, b_k, c_k – параметри, які характеризують в’язкопружний матеріал.

Співвідношення між деформаціями та переміщеннями мають вигляд:

$$2\varepsilon_{ij}(t) = u_{i,j}(t) + u_{j,i}(t) \tag{1.3}$$

Граничні умови для в’язкопружного тіла запишемо у формі:

$$\sigma_{ij}(t)n_j = S_i(t) \text{ на } \Gamma_\sigma; \quad u_j(t) = \Delta_j(t) \text{ на } \Gamma_u, \tag{1.4}$$

де n_i – компоненти одиничної зовнішньої нормалі до межі тіла; Γ_σ – частина межі, на якій задано компоненти тензора, а Γ_u – частина межі, на якій задано компоненти вектора переміщення.

Припустимо, що Γ_σ і Γ_u , залишаються незмінними в часі (у задачах рухомими навантаженнями вважаємо, що Γ_σ і Γ_u не змінюються в рухомій системі координат).

Перейдемо в (1.1) – (1.4) до безрозмірних змінних, відносячи всі лінійні величини до радіусу оболонки a , окрім того, введемо нову змінну часу за формулою $\tau = c_s \frac{t}{a}$. Нехай задані навантаження, шукані переміщення і напруги в середовищі задовольняють умовам існування перетворення Фур’є за змінною x^* . Тоді, застосовуючи до (1.1) – (1.4) перетворення Фур’є та Лапласа у вигляді

$$\begin{aligned} f^0 &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\eta, y, z) \cdot e^{i\xi x} dx & f &= \frac{1}{2} \pi \int_{-\infty}^{\infty} f^0(\xi, y, z) \cdot e^{-i\xi x} d\xi \\ f^L &= \int_0^{+\infty} f(\tau) e^{-p\tau} d\tau, \end{aligned} \tag{1.5}$$

отримуємо:

$$\sigma_{ij,j}^0 = \rho_c \frac{c_s^2}{a^2} p^2 u_i^0; \tag{1.6}$$

$$\sigma_{ij}^0 = \lambda(c, \xi) \delta_{ij} \varepsilon^0 + 2\mu(c, \xi) \varepsilon_{ij}^0, \tag{1.7}$$

де $\lambda(c, \xi), 2\mu(c, \xi)$ – комплексні, залежні від швидкості руху та параметра перетворення Фур’є, коефіцієнти Ляме, що визначаються за формулами:

$$\lambda(c, \xi) = Q_1^0(c, \xi) / Q_0^0(c, \xi); \quad \mu(c, \xi) = Q_2^0(c, \xi) / Q_0^0(c, \xi) \tag{1.8}$$

$$Q_0^0 = \sum_{k=0}^{n_0} a_k \left(\frac{c_s}{a}\right)^k (-p)^k; \quad Q_1^0 = \sum_{k=0}^{n_1} b_k \left(\frac{c_s}{a}\right)^k (-p)^k; \quad Q_2^0 = \sum_{k=0}^{n_2} c_k \left(\frac{c_s}{a}\right)^k (-p)^k; \quad (1.9)$$

Замість (1.3), (1.4) маємо:

$$2\varepsilon_{ij}^0 = u_{i,j}^0 + u_{j,i}^0 \quad (1.10)$$

$$\sigma_{ij}^0 n_j = S_i^0 \text{ на } \Gamma_\sigma; \quad u_j^0 = \Delta_j^0 \text{ на } \Gamma_u \quad (1.11)$$

Причому Γ_σ , Γ_u переміщуються, залишаючись незмінними, разом із рухомою системою координат.

Неважко бачити, що якщо провести зазначені вище перетворення і застосувати перетворення Фур'є та Лапласа до рівнянь руху, закону Гука, співвідношень Коші та граничних умов для пружного середовища з тією ж густиною, що й розглянутий в'язкопружний матеріал, то в просторі зображень прийдемо до подібної (1.6), (1.7), (1.10), (1.11) задачі, якщо тільки в перетвореному за Фур'є законі Гука замість λ і μ підставити одержувані згідно з (1.8), (1.9) комплексні коефіцієнти Ляме.

Тому розв'язання нестационарної задачі про дію рухомого навантаження на в'язкопружне середовище можна отримати на підставі принципу відповідності [8], згідно з яким у просторі зображень у формулах для переміщень і напружень точок середовища треба замінити коефіцієнти Ляме комплексними коефіцієнтами, а потім остаточний розв'язок отримати шляхом застосування зворотного перетворення Фур'є та Лапласа. Головним обмеженням під час використання зазначеного принципу є вимога, щоб частини поверхні Γ_σ і Γ_u не змінювалися з часом, що в задачах із рухомими навантаженнями постулюється у вигляді незмінності цих областей.

Раніше під час дослідження дії рухомого навантаження на багатошарову основу використовувалася інтегральна форма залежності між напруженнями та деформаціями. Показано, що у цьому разі й напруження також не в рухомій системі координат переміщення залежатимуть від часу, причому комплексні коефіцієнти Ляме можуть бути отримані за формулами:

$$\lambda(c, \xi) = \lambda \left[1 - \int_0^\infty f_1(t) e^{-ic\xi t} dt \right]; \quad \mu(c, \xi) = \mu \left[1 - \int_0^\infty f_2(t) e^{-ic\xi t} dt \right], \quad (1.12)$$

де $f_1(t)$, $f_2(t)$ – ядра в'язкопружних операторів, які є функціями швидкості об'ємної та зсувної релаксації.

У [9], приймаючи об'ємну деформацію пружною і використовуючи на початку інтегральну форму зв'язку між напруженнями і деформаціями із застосуванням експоненціальної залежності для ядра $\Gamma(t - \tau)$, робиться перехід від інтегро-диференціального зв'язку до диференціального з подальшим розглядом задачі в стаціонарній постановці.

Таким чином, у разі використання для нестационарних задач принципу відповідності механічні властивості в'язкопружного матеріалу можуть бути задані в досить загальному вигляді. Оскільки навіть у пружній постановці знаходження інтегралів обертання проводилося чисельно з використанням ЕОМ [6; 7; 10], то тут немає необхідності застосовувати обмежені часткові форми механічних моделей тіл для різного роду спрощень формул (1.8) або (1.12).

2. Застосуємо описаний вище підхід до розв'язання задачі про дію рухомого навантаження на нескінченно довгу циліндричну оболонку, що містить в'язкопружний заповнювач, внутрішня поверхня якого вільна від напружень.

Рух заповнювача описується рівняннями (1) – (3), де виконано перехід від прямокутних координат до циліндричних, а для оболонки використовуються рівняння з урахуванням поперечного зсуву та інерції обертання (типу Тимошенко), які з урахуванням реакції заповнювача можна записати у вигляді:

$$\|L_{ij}\| \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ \psi_x \\ \psi_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{h}q_x + \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \frac{1}{h}q_y + \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \frac{1}{h}q_z + \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ \frac{h}{2}q_x + \rho I \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2} \\ \frac{h}{2}q_y + \rho I \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial t^2} \end{pmatrix} \quad (i, j = \overline{1, 5}), \quad (2.1)$$

де L_{ij} – диференціальні оператори теорії оболонок [2]; $q_x = q_1 - q_{xc}$, $q_y = q_2 - q_{yc}$, $q_z = \rho - q_{rc}$, ρ, h – щільність і товщина оболонки радіусом a .

Завдання зводиться до спільного інтегрування рівнянь руху оболонки і середовища під час виконання граничних умов на бічних поверхнях заповнювача:

$$\begin{aligned} \sigma_{rx} = -q_{xc}; \sigma_{ry} = -q_{yc}; \sigma_{rr} = -q_{rc} \quad (r = a); \\ u_x = u + \frac{1}{2}h\psi_x; u_y = u + \frac{1}{2}h\psi_y; u_r = w; \\ \sigma_{rx} = \sigma_{ry} = \sigma_{rr} = 0 \quad (r = b), \end{aligned} \quad (2.2)$$

де b – внутрішній радіус заповнювача.

Переходячи безрозмірної системи координат і застосовуючи перетворення Фур'є по x^* та Лапласа за часом, у просторі зображень будемо шукати рішення у вигляді рядів Фур'є за кутовою координатою θ , уважаючи, що всі задані й шукані величини допускають розкладання в ряди Фур'є. Аналогічно [6] для визначення $u_n^0, v_n^0, w_n^0, \psi_{x,n}^0, \psi_{y,n}^0$ отримується система алгебраїчних рівнянь, до якої входять коефіцієнти Фур'є, трансформант реакції заповнювача $q_{xc,n}^0, q_{yc,n}^0, q_{rc,n}^0$.

Для їх знаходження за допомогою (1.2) і (1.3) рівняння руху заповнювача записуються у переміщеннях і, аналогічно пружному випадку вводяться потенційні функції [10]:

$$\bar{\mathbf{u}} = \text{grad } \phi_1 + \text{rot}(\bar{\mathbf{e}}_x \phi_2 + \text{rot } \bar{\mathbf{e}}_x \phi_3), \quad (2.3)$$

де $\bar{\mathbf{e}}$ – одиничний вектор осі Ox , а скалярні потенціали ϕ_i у просторі зображень задовольняють видозміненим хвильовим рівнянням:

$$\frac{d^2 \phi_1^0}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi_1^0}{dr} - \frac{n^2}{r^2} - (\xi^2 + \lambda^2 p^2) \phi_1^0 = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{d^2\phi_i^0}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi_i^0}{dr} - \frac{n^2}{r^2} - (\xi^2 + p^2)\phi_i^0 = 0 \quad (i = \overline{2, 3});$$

$$m_1^2 = \xi^2 + p^2; \quad m_2^2 = m_3^2 = \xi^2 + p^2; \quad M(c, \xi) = c / c_p(c, \xi);$$

$$M_s(c, \xi) = c / c_s(c, \xi); \quad c_p^2(c, \xi) = \frac{\lambda(c, \xi) + 2\mu(c, \xi)}{\rho_c}; \quad c_s^2(c, \xi) = \frac{\mu(c, \xi)}{\rho_c}.$$

де c_p, c_s – комплексні величини, аналогами яких у випадку пружного середовища є швидкості поширення хвиль розтягування – стиснення і зсуву в заповнювачі.

Записавши загальні розв’язки рівнянь (2.4) через функції Бесселя, знайдемо вирази для гармонік трансформант переміщень і напружень у заповнювачі. Подальший перебіг розв’язання аналогічний випадку пружного заповнювача і може бути проведено двома шляхами:

1) із граничних умов визначити зв’язок між реакціями заповнювача і трансформантами переміщень оболонки, остаточне розв’язання отримати, розв’язуючи зазначену вище систему рівнянь відносно $u_n^0 - \psi_{y,n}^0$ (такий шлях зазвичай зручніший для суцільного заповнювача [6]);

2) із системи алгебраїчних рівнянь визначити навантаження, що передаються на заповнювач із боку оболонки, висловивши їх через переміщення, і переписати з урахуванням отриманих формул граничні умови (2.2), виключивши з них переміщення оболонки. Водночас остаточний розв’язок отримують у разі задоволення граничних умов (такий підхід застосовують для оболонок із пустотілим заповнювачем і тришарових оболонок [10]). Уважаючи в отриманих результатах $n = 0$, знаходимо розв’язок відповідної осесиметричної задачі.

3. Як приклад отримаємо чисельні результати для задачі про рух осесиметричного нормального навантаження. Застосовуючи другий шлях розв’язання задачі й вважаючи, що контакт між оболонкою і заповнювачем ковзкий, але зв’язок двобічний, визначаємо нормальне навантаження, яке передається на заповнювач:

$$q_{rc}^0 = p^0 + \frac{2G}{1-\nu} \chi^2 \left\{ 1 + \frac{\chi^2 \xi^4 (1-\nu) k^2 c_3}{2[18(1-\nu)k^2 + \chi^2 \xi^2 c_3]} - \frac{3\nu^2}{c_3} - \frac{1-\nu}{3} c_0^2 \xi^2 \right\} w_*^0; \quad (3.1)$$

$$c_3 = 3 - (1-\nu)c_0^2,$$

де k – коефіцієнт Тимошенка; $\chi = h/a$, $c_0 = c(3\rho/2G)^{1/2}$, $w_*^0 = w^0/h$, p^0 – трансформанта заданого нормального навантаження.

Якщо рух оболонки описується рівняннями, заснованими на гіпотезі Кірхгофа – Лява, то замість (3.1) отримуємо:

$$q_{rc}^0 = p^0 + \frac{2G}{1-\nu} \chi^2 \left\{ 1 + \frac{\chi^2 \xi^4}{12} - \frac{3\nu^2}{c_3} - \frac{1-\nu}{3} c_0^2 \xi^2 \right\} w_*^0 \quad (3.2)$$

Загальні розв’язки рівнянь (2.4) для $n = 0$ запишемо у вигляді:

$$\phi_1^0 = A_1(\xi) J_0(m_1 r_*) + A_2(\xi) Y_0(m_1 r_*) \quad (3.3)$$

$$\phi_3^0 = A_3(\xi) J_0(m_2 r_*) + A_4(\xi) Y_0(m_2 r_*) \quad (r_* = r/a),$$

де $J_n(z), Y_n(z)$ – функції Бесселя першого і другого роду.

Трансформанти необхідних для подальших компонент напруги та переміщення виражаються через ϕ_1^0, ϕ_3^0 за формулами:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^0 &= \frac{\mu(c, \xi)}{a^2} \left[-\frac{\lambda(c, \xi)}{\mu(c, \xi)} M^2(c, \xi) \xi^2 \phi_1^0 + 2 \frac{d^2 \phi_1^0}{dr_*^2} - 2i \frac{\xi}{a} \frac{d^2 \phi_3^0}{dr_*^2} \right]; \\ \sigma_{rx}^0 &= \frac{\mu(c, \xi)}{a^2} \left[-2i \xi \frac{d^2 \phi_1^0}{dr_*^2} + [M_s^2(c, \xi)] - 2i \frac{\xi^2}{a} \frac{d \phi_3^0}{dr_*} \right]; \\ u_r^0 &= \frac{1}{a} \left[\frac{d \phi_1^0}{dr_*} - i \frac{\xi}{a} \frac{d \phi_3^0}{dr_*} \right] \end{aligned} \tag{3.4}$$

Підставляючи (3.1) у граничні умови (2.2), у просторі зображень отримуємо:

$$\begin{aligned} \sigma_{rx}^0 &= 0; \quad \sigma_{rr}^0 = -p^{0-} \frac{2G}{1-\nu} \chi^2 n_1 u_r^0 \\ \sigma_{rx}^0 &= \sigma_{rr}^0 = 0 \quad (r_* = \varepsilon = b/a). \end{aligned} \tag{3.5}$$

Тут через n_1 позначено вираз, що стоїть у фігурних дужках правої частини формули (3.1). Підставляючи (3.3) у (3.4), а потім отримані вирази в (3.5), приходимо до системи алгебраїчних рівнянь для визначення функцій $A_1(\xi) - A_4(\xi)$, розв’язок якої можна подати у вигляді:

$$\{A_1, A_2, A_3, A_4\} = \frac{p^0 a^2}{\mu(c, \xi) \xi \det \|a_{ki}\|} \left\{ A_{41}, A_{42}, -i \frac{a}{m_2 \xi} A_{43}, -i \frac{a}{m_2 \xi} A_{44} \right\} \tag{3.6}$$

Тут A_{4j} – мінори елементів a_{4j} детермінанту $\det \|a_{ki}\|$

$a_{11} = 2m_1 s_2$	$a_{12} = 2m_1 s_4$	$a_{13} = (M_s^2 - 1) s_6$	$a_{14} = (M_s^2 - 2) s_8$
$a_{21} = n_4 \xi s_1 - \frac{2m_1}{\varepsilon} s_2$	$a_{22} = n_4 \xi s_3 - \frac{2m_1}{\varepsilon} s_4$	$a_{23} = -2m_2 \xi s_5 + \frac{2}{\varepsilon} s_6$	$a_{24} = -2m_2 \xi s_7 + \frac{2}{\varepsilon} s_8$
$a_{31} = 2m_1 s_{10}$	$a_{32} = 2m_1 s_{12}$	$a_{33} = (M_s^2 - 1) s_{14}$	$a_{34} = (M_s^2 - 2) s_{16}$
$a_{41} = n_4 \xi s_1 - (2 - n_3) m_1 s_{10}$	$a_{42} = n_4 \xi s_{11} - (2 - n_3) m_1 s_{12}$	$a_{43} = -2m_2 \xi s_{13} + (2 - n_3) s_{14}$	$a_{44} = -2m_2 \xi s_{15} + (2 - n_3) s_{16}$

$$n_2 = \lambda(c, \xi) / \mu(c, \xi); \quad n_3 = 2G \chi n_1 / (1 - \nu) \mu(c, \xi); \quad n_4 = n_2 M^2 + 2m_1^2;$$

$$s_1 = J_0(m_1 \varepsilon); \quad s_2 = J_1(m_1 \varepsilon); \quad s_3 = Y_0(m_1 \varepsilon); \quad s_4 = Y_1(m_1 \varepsilon);$$

$s_5 - s_8$ отримуються з $s_1 - s_4$ заміною m_1 на m_2 , а $s_9 - s_{16}$ – з $s_1 - s_8$ при $\varepsilon = 1$.

Після визначення $A_1 - A_4$ записуємо формули для трансформант переміщень і напружень у заповнювачі:

$$u_r^0 = \frac{p^0 a}{\mu(c, \xi) \det \|a_{ki}\|} v(\xi, r_*) \tag{3.7}$$

$$\sigma_{rr}^0 = \frac{p^0 a}{\det \|a_{ki}\|} \sigma(\xi, r_*) \tag{3.8}$$

$$v(\xi, r_*) = m_1 s_{18} A_{41} + m_1 s_{20} A_{42} - s_{22} A_{43} - s_{24} A_{44}$$

$$\sigma(\xi, r_*) = \left(-n_4 \xi s_{17} + \frac{2m_1}{r_*} s_{18} \right) A_{41} + \left(-n_4 \xi s_{19} + \frac{2m_1}{r_*} s_{20} \right) A_{42} +$$

$$+ 2 \left(m_2 \xi s_{21} - \frac{1}{r_*} s_{22} \right) A_{43} + 2 \left(m_2 \xi s_{23} - \frac{1}{r_*} s_{24} \right) A_{44}$$

де $s_{17} - s_{24}$ отримуються з $s_1 - s_8$, якщо замість ε підставити r_* .

Якщо заповнювач суцільний, то у (3.3) необхідно покласти $A_2 = A_4 = 0$, і тоді замість (3.7), (3.8) маємо:

$$u_r^0 = \frac{p^0 a}{\mu(c, \xi) n_7(c, \xi)} \left[(M_s^2 - 2) s_{14} s_{18} + 2 s_{10} s_{22} \right] \tag{3.9}$$

$$\sigma_{rr}^0 = \frac{p^0}{n_7(c, \xi)} \left[\frac{M_s^2 - 2}{m_1} \left(n_4 \xi s_{17} - \frac{2m_1}{r_*} s_{18} \right) s_{14} + 4 \left(m_2 \xi s_{21} - \frac{1}{r_*} s_{22} \right) s_{10} \right] \tag{3.10}$$

$$n_7(c, \xi) = 2 a_{43} s_{10} - \frac{M_s^2 - 2}{m_1} a_{41} s_{14} \tag{3.11}$$

Остаточне рішення виходить шляхом застосування до (3.7) – (3.10) зворотного перетворення Фур’є та обернення перетворення Лапласа.

4. Чисельні результати, отримані для окремого випадку лінійних диференціальних операторів (1.2), коли залежність напруження – деформації, має вигляд:

$$\left(\Omega + \frac{\partial}{\partial t} \right) \sigma_{ij} = \lambda_m^e \left(\tau_1 + \frac{\partial}{\partial t} \right) \varepsilon \delta_{ij} + 2 \mu_m^e \left(\tau_2 + \frac{\partial}{\partial t} \right) \varepsilon_{ij}, \tag{4.1}$$

де Ω – величина, зворотна часу релаксації для нормальної та дотичної напруги; τ_1, τ_2 – величини, обернені часу відновлення одновісної деформації та деформації зсуву відповідно; λ_m^e, μ_m^e – ефективні константи Ляме. Відповідно до [11], модель, що описується рівняннями (4.1), є найбільш простою, що містить чотири основні особливості в’язкопружної поведінки матеріалу: миттєву пружність, повзучість, релаксацію напруги та повернення деформації за повзучості.

Для вибраної моделі формули (1.8) набувають вигляду:

$$\lambda(c, \xi) = \frac{\lambda_m^e (\tau_1 + p c_s / a)}{\Omega + p c_s / a}; \quad \mu(c, \xi) = \frac{\mu_m^e (\tau_2 + p c_s / a)}{\Omega + p c_s / a} \tag{4.2}$$

Розрахунки проведено для кільцевого зосередженого навантаження $p(x, t) = p_0 \delta(x - ct)$ та оболонки із суцільним заповнювачем за таких значень безрозмірних параметрів: $\chi = 0,02$; $\nu = 0,3$; $\gamma = G/\mu_m^e = 125$; $\rho^* = \rho/\rho_c = 12,5$; $\lambda_m^* = \lambda_m^e/\mu_m^e = 1,5$; $\tau_1^* = \tau_1/\Omega = 0,25$; $\tau_2^* = \tau_2/\tau_1 = 2$. Безрозмірна швидкість руху навантаження c і безрозмірна характеристика часу відновлення одновісної деформації $c_2^* = c_{se}/a\tau_1$; $c_{se} = (\mu_m^e/\rho_c)^{1/2}$ варіювалися.

Унаслідок демпфуючих властивостей в’язкопружного заповнювача отримане нестационарне рішення є єдиним за будь-якої швидкості руху навантаження. Інтеграли звернення є особливими, і їх значення можна знайти за спеціальним алгоритмом, що містить у собі сумісне застосування методу Файлона та зміщених поліномів Лежандра [10].

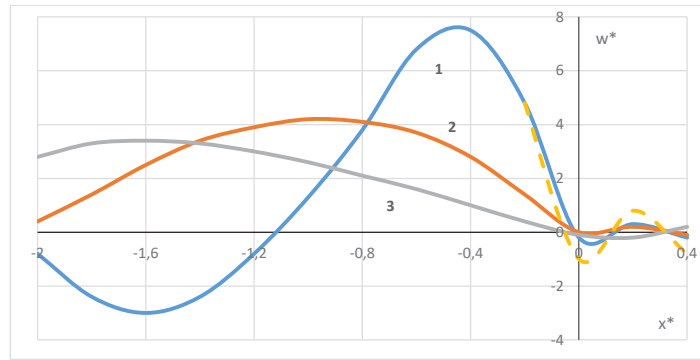


Рис. 1. Розподіл безрозмірних прогинів по довжині оболонки для різних швидкостей руху навантаження

На рис. 1 показано розподіл безрозмірних прогинів $w^* = -2wG/p_0$ по довжині оболонки для різних швидкостей руху навантаження, причому суцільні лінії відповідають оболонці типу Тимошенко, а пунктирні – оболонці Кірхгофа – Лява. Для кривої 1 $c_0 = 6$; 2 $c_0 = 1,2$; 3 $c_0 = 1,8$. Як видно з рис. 1, зі зростанням швидкості руху навантаження максимуми прогинів зменшуються і відбувається все більше їх відставання від фронту навантаження. У розглянутому діапазоні швидкостей зворотної хвилі результати з обох теорій оболонок збігаються, різниця у прогинах при $c_0 = 0,6$ є лише з прямої хвилі.

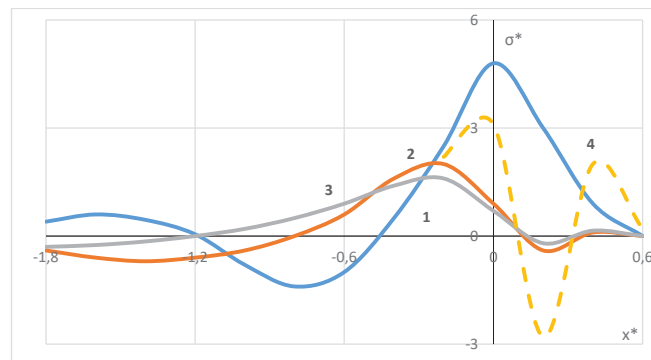


Рис. 2. Зміна контактної тиску на межі оболонки та в'язкопружного заповнювача

На рис. 2 показано зміну контактної тиску $\sigma^* = -\sigma_{rr} a/p_0$ на межі оболонки та в'язкопружного заповнювача. Із розрахунків слідує, що з $c_0 = 0,6$ облік поперечного зсуву та інерції обертання істотно позначається на результатах.

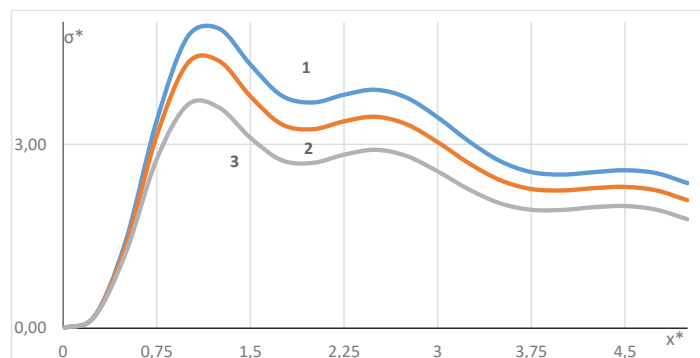


Рис. 3. Вплив часу відновлення одновісної деформації на розподіл напружень оболонки

На рис. 3 показано вплив часу відновлення одновісної деформації на розподіл напружень оболонки при $c_0 = 0,6$ (для кривої 1 – $c_2^* = 0,01$; 2 – $c_2^* = 0,1$; 3 – $c_2^* = 1,0$). Видно, що зміна часу відновлення у зазначених межах якісно не змінює картини деформування.

Висновки

На закінчення відзначимо, що облік в'язкопружних властивостей заповнювача дає змогу розглянути однаково з погляду обчислення інтегралів звернення всі режими руху навантаження. Аналогічний результат виходить за врахування демпфування в оболонці [7]. Якщо ж не враховувати дисипацію енергії в системі «оболонка – заповнювач», тоді за надзвукових швидкостей руху навантаження аналогічно [6] доводиться визначати на ЕОМ усі особливі точки підінтегрального виразу та застосовувати метод деформування контуру інтегрування у формулах звернення, що пов'язано зазвичай із суттєвими математичними труднощами. З отриманого рішення граничним переходом можна отримати результати для пружного заповнювача, уважаючи $\tau_1^* \rightarrow 1$; $\tau_2^* \rightarrow 1$; $c_2^* \rightarrow 0$.

Список використаної літератури

1. Foroutan K., Dai L. Nonlinear dynamic response and vibration of spiral stiffened FG toroidal shell segments with variable thickness. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2023, vol.30, pp. 3184–3203. <https://doi.org/10.1080/15376494.2022.2070803>
2. Safarov I.I., Teshaeв M.K., Marasulov A.M., Nuriddinov B.Z. Propagation of own non-axisymmetric waves in viscoelastic three-layered cylindrical shells. *Engineering journal*. 2021, vol. 25(7), pp. 97–107.
3. Safarov I., Teshaeв M., Marasulov A., Jurayev T., Raxmonov B. Vibrations of cylindrical shell structures filled with layered viscoelastic material. *E3S Web of Conferences*. 2021, vol. 264, pp. 451–461. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126401027>
4. Khalfi B., Nasraoui M., Chakhari J., Ross A., Chafra M. Dynamic behavior of cylindrical shell with partial constrained viscoelastic layer damping under an impact load. *Acta Mechanica*. 2023, № 5, pp. 2125–2143. <https://doi.org/10.1007/s00707-023-03481-x>
5. Воропай О., Поваляев С., Шарапата А. Дві обернені нестационарні задачі осесиметричного деформування пружної циліндричної оболонки скінченної довжини. *Автомобільний транспорт*. Вип. 51. С. 74–84. <https://doi.org/10.30977/AT.2219-8342.2022.51.0.08>
6. Пожуев А.В., Фасоляк А.В. Нестационарна невісесиметрична деформація циліндричної оболонки у пружному просторі під дією рухомих поверхневих навантажень. Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні. 2015. № 2. С. 108–114.
7. Манжос О.Д., Пожуев А.В., Михайлуца О.М. Нестационарна реакція циліндричної оболонки з пружним шаром на дію рухомого радіального навантаження. Технічні науки та технології. 2023. № 2(32). С. 107–116.
8. Мартиненко В.Г., Львов Г.І. Огляд методів розв'язання контактних задач в'язкопружних композиційних оболонок. Динаміка і міцність машин. *Вісник НТУ «ХПИ»*. 2017. № 39. С. 32–48.
9. Бабич С.Ю., Глухов Ю.П., Лазар В.Ф. Динамічні процеси в тілах (матеріалах) із початковими напруженнями. Ч. 2. Плоскі динамічні контактні задачі для півплощини з початковими напруженнями. *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія «Математика і Інформатика»*. 2021. Вип. 38. № 1. С. 114–122.
10. Пожуев А.В., Михайлуца О.М. Нестационарна реакція тришарової циліндричної оболонки, яка занурена у рідину. *Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні*. 2018. № 1. С. 119–123.

11. Qin D., Zou Q., Zhong X., Zhang B., Li Z. Effects of medium viscoelasticity on bubble collapse strength of interacting polydisperse bubbles. *Ultrasonics Sonochemistry*. 2023. Vol. 95. P. 365–372. <https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2023.106375>

References

1. Foroutan, K., & Dai, L. (2023). Nonlinear dynamic response and vibration of spiral stiffened FG toroidal shell segments with variable thickness. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 30, 3184–3203. <https://doi.org/10.1080/15376494.2022.2070803> [in English].
2. Safarov, I., Teshae, K., Marasulov, A., & Nuriddinov, B. (2021). Propagation of own non-axisymmetric waves in viscoelastic three-layered cylindrical shells. *Engineering journal*. 25(7), 97–107 [in English].
3. Safarov, I., Teshae, M., Marasulov, A., Jurayev, T., & Raxmonov, B. (2021). Vibrations of cylindrical shell structures filled with layered viscoelastic material. *E3S Web of Conferences*. 264, 451–461. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126401027> [in English].
4. Khalfi, B., Nasraoui, M., Chakhari, J., Ross, A., & Chafra, M. (2023). Dynamic behavior of cylindrical shell with partial constrained viscoelastic layer damping under an impact load. *Acta Mechanica*. 5, 2125–2143. <https://doi.org/10.1007/s00707-023-03481-x> [in English].
5. Voropay, O., Povalyaev, S., & Sharapata, A. (2022). Dvi obrneni nestatsionarni zadachi osesymetrychnoho deformuvannia pruzhnoi tsylindrychnoi obolonky skinchennoi dovezhyny [Two inverse non-stationary problems of axisymmetric deformation of an elastic cylindrical shell of finite length]. *Avtomobilnyi transport*, 51, 74–84. <https://doi.org/10.30977/AT.2219-8342.2022.51.0.08> [in Ukrainian].
6. Pozhuyev, A., & Fasolyak, A. (2015). Nestatsionarna nevisesymetrychna deformatsiya tsylindrychnoyi obolonky u pruzhnomu prostori pid diyeyu rukhomykh poverkhnevyykh navantazhen' [Non-stationary non-axisymmetric deformation of a cylindrical shell in elastic space under the action of moving surface loads]. *Novi materialy i tekhnolohiyi v metalurhiyi ta mashynobuduvanni*. 2, 108–114. http://nbuv.gov.ua/UJRN/Nmt_2015_2_20 [in Ukrainian].
7. Manzhos, D., Pozhuyev, A., & Mikhailutsa, O. (2023). Nestatsionarna reaktsiya tsylindrychnoyi obolonky z pruzhnym sharom na diyu rukhomoho radial'noho navantazhennya [Unsteady response of a cylindrical shell with an elastic layer to the action of a moving radial load]. *Technical sciences and technologies*. 2 (32), 107–116. DOI: 10.25140/2411-5363-2023-2(32)-107-116 [in Ukrainian].
8. Martynenko, V., & Lviv, G. (2017). Ohlyad metodiv rozv'yazannya kontaktnykh zadach v'yazkopruzhnykh kompozytsiynykh obolonok [Review of methods for solving contact problems of viscoelastic composite shells]. *Dynamics and strength of machines. Bulletin of NTU «KhPI»*. 39, 32–48 [in Ukrainian].
9. Babich, S., Glukhov, Yu., & Lazar, V. (2021). Dynamichni protsesy v tilakh (materialakh) z pochatkovyimi napruzhennyamy. Chastyna 2. Ploski dynamichni kontaktni zadachi dlya pivploshchyny z pochatkovyimi napruzhennyamy [Dynamic processes in bodies (materials) with initial stresses. Part 2. Planar dynamic contact problems for a half-plane with initial stresses]. *Scientific Bulletin of Uzhhorod University: Mathematics and Informatics series. Uzhgorod: Hoverla*, 38, 1, 114–122 [in Ukrainian].
10. Pozhuyev, A., & Mikhailutsa, O. (2018). Nestatsionarna reaktsiya tryksharovoyi tsylindrychnoyi obolonky, yaka zanurena u ridynu [Nonstationary response of a three-layer cylindrical shell immersed in a liquid]. *New materials and technologies in metallurgy and mechanical engineering*. 1, 119–123 [in Ukrainian].
11. Qin, D., Zou, Q., Zhong, X., Zhang, B., & Li, Z. (2023). Effects of medium viscoelasticity on bubble collapse strength of interacting polydisperse bubbles. *Ultrasonics Sonochemistry*, 95, 365–372. <https://doi.org/10.1016/j.ultsonch.2023.106375> [in English].

Кійко Олексій Валерійович – аспірант кафедри фундаментальної та прикладної математики Запорізького національного університету. E-mail: hamelleonreal2@gmail.com, ORCID: 0009-0009-2815-8719.

Пожуєв Андрій Володимирович – к.ф.-м.н., професор, професор кафедри фундаментальної та прикладної математики Запорізького національного університету. E-mail: scorpio6828@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4083-5139.

Міхайлуца Олена Миколаївна – к.т.н., доцент, доцент кафедри електроніки, інформаційних систем та програмного забезпечення Запорізького національного університету. E-mail: elenamikhaylutsa7@gmail.com, ORCID: 0000-0003-2935-7997.

Kiyko Oleksiy Valeriiovych – Postgraduate student of the Department of Fundamental and Applied Mathematics of the Zaporizhia National University. E-mail: hamelleonreal2@gmail.com, ORCID: 0009-0009-2815-8719.

Pozhuyev Andriy Volodymyrovych – Ph.D in Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor at the Department of Fundamental and Applied Mathematics of the Zaporizhia National University. E-mail: scorpio6828@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4083-5139.

Mikhailutsa Olena Mykolaivna – Ph.D in Technical Sciences, Associate Professor, Senior Lecturer of the Department of Electronics, Information Systems and Software of the Zaporizhia National University. E-mail: elenamikhaylutsa7@gmail.com, ORCID: 0000-0003-2935-7997.

УДК 330.4+519.8

Ю.В. КЛЕБАН, Ю.О. ДЕНИСЮК
Національний університет «Острозька академія»

ОПТИМІЗАЦІЯ ВИТРАТ НА МАРКЕТИНГОВУ ДІЯЛЬНІСТЬ БАНКІВСЬКИХ УСТАНОВ ЗА ДОПОМОГОЮ МОДЕЛЕЙ НА ОСНОВІ АНСАМБЛІВ

Маркетингова діяльність банківських установ у сучасному світі є ключовим складником стратегії їх розвитку та конкурентоспроможності. Залучення нових клієнтів, утримання існуючих і впровадження інноваційних фінансових продуктів стає неможливим без ефективної маркетингової стратегії. В умовах зростання конкуренції на ринку банківських послуг оптимізація маркетингових витрат стає стратегічним завданням банків.

Метою дослідження є використання теоретичних знань для розроблення ефективних моделей на основі ансамблів із використанням налаштування параметрів оптимізації витрат на маркетингову діяльність банківських установ, що дасть змогу зменшити маркетингові витрати та підвищити результативність маркетингової діяльності.

У статті досліджено підхід до оптимізації витрат на маркетингову діяльність банківських установ із використанням кількох типів ансамблевих моделей, зокрема випадковий ліс, посилення градієнта, екстремальне посилення градієнта. Автори досліджують маркетингову діяльність банків і як ефективно використовувати моделі на основі ансамблю у середовищі RStudio для досягнення максимальних результатів, використовуючи набір даних із даними маркетингової кампанії португальського банку. Детальний аналіз включає вивчення чинників, зібраних банком про клієнтів, і оцінку їхнього впливу на остаточний аналіз рішення клієнта. Також у процесі дослідження для покращення результатів моделювання використовуються методи undersampling, масштабування та пошуку оптимальної кількості ознак.

У результаті дослідження встановлено, що ефективність маркетингової кампанії під час використання моделей фактично в два рази вище, ніж без них.

Результати дослідження є цінним посібником для банківських установ щодо оптимізації маркетингової діяльності. Використання модельних ансамблів може сприяти підвищенню ефективності маркетингових кампаній, зниженню витрат і підвищенню конкурентоспроможності на ринку фінансових послуг.

Ключові слова: маркетингова діяльність, банківські установи, ансамблі моделей, оптимізація витрат.

YU.V. KLEBAN, YU.O. DENYSIUK
National University "Ostroh Academy"

OPTIMIZATION OF COSTS FOR MARKETING ACTIVITIES OF BANKING INSTITUTIONS WITH THE HELP OF MODELS BASED ON ENSEMBLES

Marketing activity of banking institutions in the modern world is a key component strategy of their development and competitiveness. Attracting new customers, maintaining existing ones and introducing innovative financial products becomes impossible without an effective marketing strategy. In the conditions of growing competition in the market of banking services, optimization of marketing costs becomes a strategic task for banks

The purpose of the study is to use theoretical knowledge to develop effective models based on ensembles using parameter tuning to optimize the costs of marketing activities of banking institutions, which will reduce marketing costs and increase the effectiveness of marketing activities.

The article examines an approach to optimizing the costs of marketing activities of banking institutions using several types of ensemble models. In particular, random forest, gradient boosting, extreme gradient boosting. The authors investigate the marketing activities of banks and how to effectively use ensemble-based models in RStudio environment to achieve maximum results, using a dataset with data from a Portuguese bank's marketing campaign. Detailed analysis includes examining factors collected by the bank about customers and evaluating their impact on the final analysis of the customer's decision. Also, in the research process, the methods of under-sampling, scaling and finding the optimal number of features are used to improve the modeling results.

As a result of the study, it was found that the effectiveness of the marketing campaign when using models is actually 2 times higher than without them.

The results of the study are a valuable guide for banking institutions to optimize their marketing activities. The use of model ensembles can contribute to increasing the effectiveness of marketing senses, reducing costs and increasing competitiveness in the financial services market.

Key words: marketing activity, banking institutions, model ensembles, cost optimization.

Постановка проблеми

Банки як ключові установи фінансової системи відіграють важливу роль у стимулюванні економічного зростання. Вони забезпечують кредитування для підприємств та населення, сприяючи розвитку бізнесу та стимулюючи виробництво й споживання.

Ефективна маркетингова діяльність банків допомагає залучати нових клієнтів, розширювати клієнтську базу та забезпечувати доступ до фінансових послуг для більш широкого кола суспільства. Оптимізація витрат на маркетинг у банківській сфері не лише сприяє підвищенню їхньої конкурентоспроможності, а й дає змогу ефективніше використовувати ресурси для фінансування економічного розвитку.

Такі інноваційні підходи, як використання ансамблевих моделей, можуть допомогти банкам покращити свою роль у сприянні стабільності та зростанню економіки.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Існує значна кількість досліджень, де науковці намагаються визначити найефективніший метод для прогнозування поведінки клієнтів банків із використанням їхньої персональної інформації. У статті *Improving the Accuracy of Predicting Bank Depositor's Behavior Using a Decision Tree* авторства Fereshteh Safarkhani та Sérgio Moro [1] розглядається використання дерев рішень для поліпшення точності передбачення поведінки клієнтів банку. Результати дослідження показали, що використання дерева рішень дало змогу поліпшити точність прогнозування на 10% порівняно з традиційними методами.

У статті *Bank Direct Marketing Analysis Based on Ensemble Learning* автори Ruiting Hao, Xiaoqian Xia, Siyi Shen та Xiaorong Yang [2] досліджують ефективність методів прямого маркетингу банківських послуг через аналіз даних клієнтів. У роботі використовуються ансамблеві методи машинного навчання, такі як Random Forest та Gradient Boosting, для покращення точності. Автори зазначають, що застосування ансамблевих методів машинного навчання дає змогу підвищити точність прогнозування поведінки клієнтів та зменшити ризик неправильних рішень у прямому маркетингу.

Мета дослідження

Мета дослідження – із використанням теоретичних знань розробити ефективні моделі на основі ансамблів із використанням тюнінгу параметрів для оптимізації витрат на маркетингову діяльність банківських установ, що дасть змогу знизити витрати на маркетинг та збільшити ефективність маркетингових заходів.

Виклад основного матеріалу дослідження

Банки є важливими гравцями у світовій економіці та конкурентними підприємствами на ринку фінансових послуг. Вони використовують різні стратегії для залучення клієнтів і підвищення прибутковості, такі як маркетингові кампанії, скорочення витрат та оптимізація бізнес-процесів. У сучасному світі банківські установи стають усе більш цифровими, використовуючи нові технології, такі як мобільні додатки та онлайн-банкінг, щоб забезпечити зручні та доступні послуги для клієнтів.

Маркетингова діяльність у банківській галузі – це низка заходів і стратегій, прийнятих банківською індустрією для залучення клієнтів, збільшення продажів банківського бізнесу та підвищення рівня задоволеності клієнтів.

Основними завданнями маркетингової кампанії банку є збільшення клієнтської бази, збільшення кількості та якості послуг, що надаються, підвищення лояльності клієнтів і залучення нових клієнтів.[5]

Банки витрачають значну частину своїх бюджетів на маркетингові кампанії, щоб залучити нових клієнтів та утримати існуючих. Витрати на маркетинг можуть включати різні типи

реклами, зв'язки з громадськістю, планування заходів, Інтернет-маркетинг, дослідження поведінки споживачів тощо.

Для оптимізації маркетингових витрат банки можуть використовувати аналітику даних та інструменти машинного навчання для прогнозування поведінки клієнтів і підбору персоналізованих пропозицій, що зменшить витрати на рекламні кампанії у цілому та підвищить ефективність спілкування з окремими клієнтами.

Моделі ансамблю є потужним інструментом у машинному навчанні, який дає змогу поєднувати прогнози кількох моделей для отримання більш точних і стабільних прогнозів. У R є кілька бібліотек для побудови ансамблевих моделей, таких як *caret*, *mlr*, *SuperLearner* та схожі до них.

Ансамблеві моделі можуть бути корисним інструментом для зменшення помилок передбачення та підвищення точності моделей машинного навчання. Залежно від конкретного завдання та даних можна використовувати різні типи моделей ансамблю, наприклад *Random Forest*, *Gradient Boosting*, *Extreme Gradient Boosting* та ін. Також для поліпшення результатів моделювання доцільно скористатися тюнігом гіперпараметрів для моделей [10].

Random Forest (випадковий ліс) – це алгоритм машинного навчання, що використовується для задач класифікації та регресії. Він заснований на ансамблі дерев рішень, де кожне дерево будується на випадковій підмножині навчальних даних та випадкових підмножинах характеристик [6].

Градiєнтний бустинг використовує дерева рішень як базові моделі, тому його також називають градiєнтним бустингом дерев рішень (*Gradient Boosted Trees*). Цей алгоритм будує послідовність дерев, кожне з яких виправляє помилки попереднього дерева. Головна ідея полягає у тому, щоб на кожному кроці навчання алгоритм використовував градiєнт утрат для навчання нової моделі [6].

XGBoost (*eXtreme Gradient Boosting*) – це бібліотека машинного навчання, яка використовує градiєнтний бустинг для вирішення задач класифікації та регресії. Основна ідея *XGBoost* полягає у тому, щоб послідовно додавати до моделі нові дерева рішень, які виправляють помилки, зроблені попередніми деревами. Кожне нове дерево намагається зменшити помилки, які залишилися після попередніх дерев, і додається до моделі з вагою, яка динамічно залежить від ефективності моделі [7].

Є багато різних аспектів, які слід урахувати під час розроблення машинного навчання, наприклад розмір даних, тип даних, призначення моделі та налаштування її гіперпараметрів, деталі проблеми тощо.

Налаштування гіперпараметрів – це завдання знаходження оптимальних гіперпараметрів для алгоритму навчання для певного набору даних і, зрештою, поліпшення продуктивності моделі. Існує три основні методи налаштування/оптимізації гіперпараметрів: метод пошуку в сітці, метод випадкового пошуку, метод інформованого пошуку (найпопулярніший метод – байєсівська оптимізація).

Перед початком побудови власне моделей було проаналізовано датасет та його складники. Дані стосуються прямої маркетингової кампанії (телефонних дзвінків) португальського банку. Центр обслуговування клієнтів банку телефонує клієнтам для реклами свого строкового депозитного продукту. Вони збирають основну інформацію про клієнтів та їхні рішення: чи підписалися на строковий депозит (так чи ні). Мета класифікації – передбачити їхні рішення після дзвінків.

Набір даних містить 41 188 рядків і 21 стовпець, із яких 10 числових і 11 категоріальних [9].

Після дослідження було виявлено, що бракує деяких даних, позначених невідомими. Оскільки набір даних досить великий, можна просто видалити їх із моделювання. Після видалення, зважаючи на те, що набір даних незбалансований (тобто вибірку залежної змінної,

що відображає рішення клієнтів, становлять два варіанти і один дуже сильно переважає над іншим), до класу no належить 26 629 спостережень, а до класу yes – 3 859 спостережень, його було вирішено збалансувати методом under-sampling.

Under-sampling – це метод балансування даних, який використовується в задачах класифікації для вирішення проблеми незбалансованості класів. Незбалансованість класів виникає, коли кількість прикладів одного класу значно переважає кількість прикладів іншого класу. У методі under-sampling видаляються деякі приклади з більш численного класу, щоб зрівняти кількість прикладів у двох класах. Це зменшує дисбаланс, але також може призвести до втрати корисної інформації з даних [8].

Після поділу виконано розроблення функцій. По-перше, видаляються змінні відхилення, близькі до нуля, які є rdays і default. У цих даних є лише три спостереження, які раніше не виконувалися. По-друге, стандартизовано числову змінну, позначено кодуванням категорійних змінних, які мають упорядковані рівні і створено фіктивні змінні для тих, які не мають порядку.

У датасеті лишилося 16 незалежних змінних, тому далі був використаний метод рекурсивного усунення ознак [3], щоб визначити оптимальну кількість ознак для побудови моделей. Підбір оптимальних ознак було здійснено на базі моделі random forest та застосовано стратифіковану десятикратну перехресну перевірку.

Стратифікована 10-кратна перехресна перевірка (Stratified 10-fold cross-validation) є одним із методів оцінки продуктивності моделей машинного навчання. Вона використовується для оцінки якості моделі та перевірки її універсальності на незалежних даних.

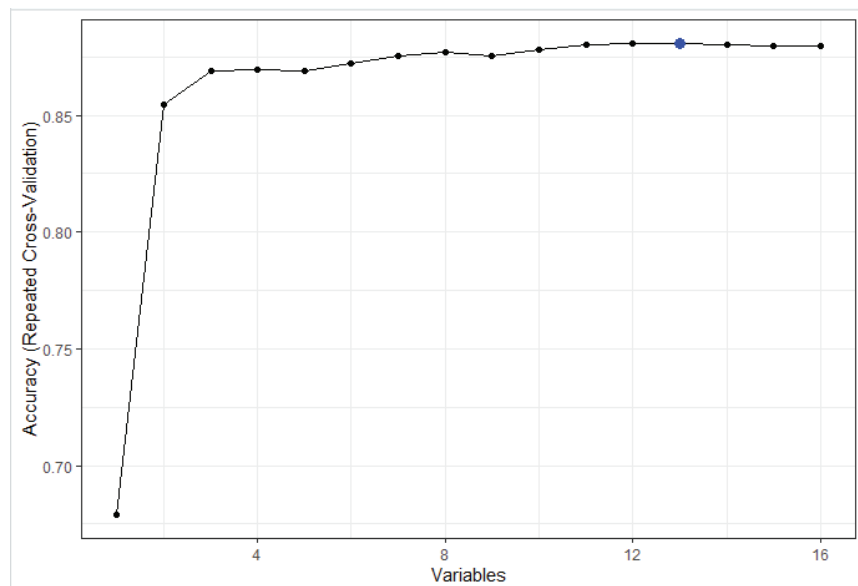


Рис. 1. Результат використання методу рекурсивного усунення ознак із відображенням коефіцієнта Accuracy

*Джерело: розроблено авторами

Отже, використаний метод підбору ознак порекомендував будувати моделі, користуючись тринадцятьма ознаками, оскільки значення Accuracy (рис. 1) та Карра (рис. 2) у цій точці максимальні. Зокрема, рекомендовано використати такі ознаки, як duration, euribor3m, month, rdays, contact, poutcome, age, job, previous, day_of_week, education, campaign, marital. Варто переглянути важливість цих ознак для моделювання та відкинути кілька, що мають найменший вплив.

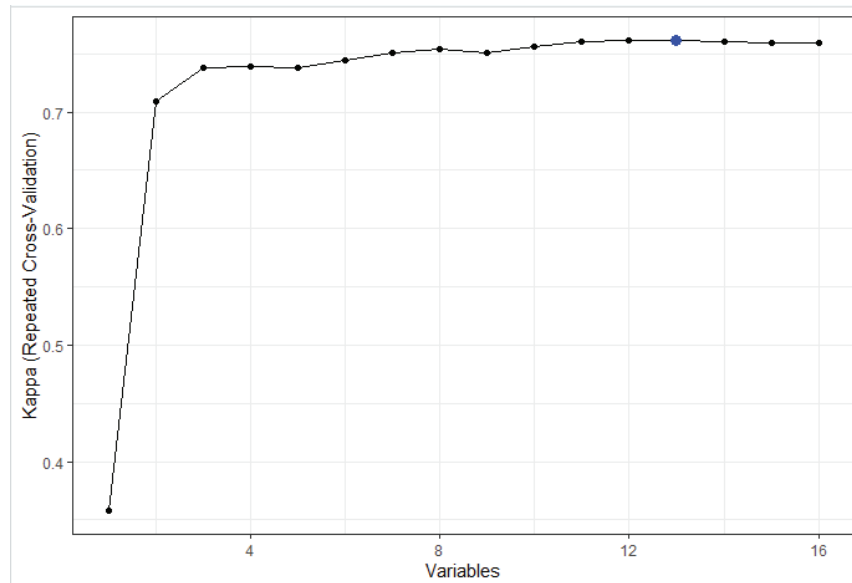


Рис. 2. Результат використання методу рекурсивного усунення ознак із відображенням коефіцієнта Карра

*Джерело: розроблено авторами

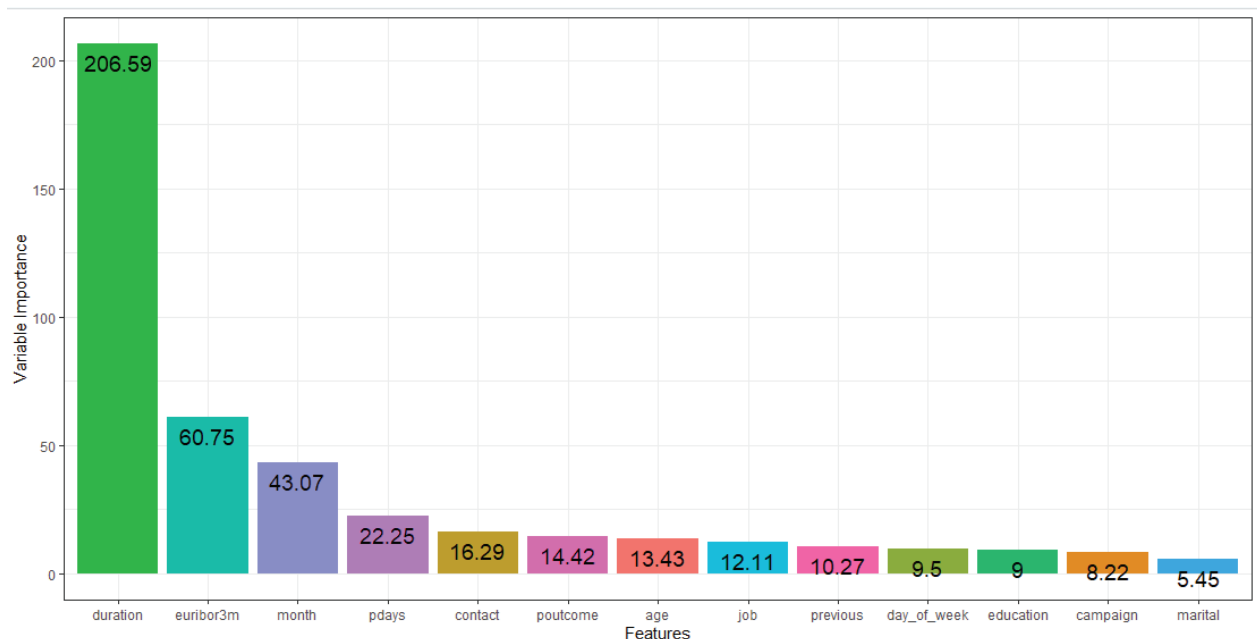


Рис. 3. Важливість ознак

*Джерело: розроблено авторами

Зважаючи на рис. 1–3, було вирішено відібрати для моделювання сім факторних ознак, що мають найбільший вплив на результуюче рішення клієнтів. Оскільки значення цих ознак знаходяться в занадто різних числових діапазонах, їх було нормалізовано методами центрування та скейлінгу.

Скейлінг у R – це процедура, яка використовується для нормалізації або стандартизації даних. Вона дає змогу привести значення змінних до одного масштабу, щоб полегшити їх порівняння та обробку.

Тепер, коли дані повністю готові, можна будувати моделі ансамблів. Збалансована точність прогнозу простої моделі random forest приблизно дорівнює 89,2%, для такої ж моделі з тюнінгом гіперпараметрів – 89,4%, для моделі градієнтного бустингу з тюнінгом параметрів це значення дорівнює 88,1%, а для моделі XGBoost з тюнінгом – 88,9%. Для фінального порівняння моделей та вибору найкращої було створено таблицю результатів моделювання.

Таблиця 1

Співставлення результатів моделювання

	Simple RF	Random.Forest	Basic.GBM	XGBoost
Test Accuracy	0.8924870	0.8944301	0.8808290	0.8873057
Balanced Accuracy	0.8924870	0.8944301	0.8809927	0.8885679

У табл. 1 видно, що за показником збалансованої точності найкращою виявилася модель Random Forest із тюнінгом параметрів. Усі інші методи досить близькі до неї та все ж не кращі. Зважаючи на це, далі проводиться обрахунок економічного ефекту на витрати банків на маркетингову діяльність від використання моделей.

Підрахування економічного ефекту було здійснено на основі матриць помилок моделей (Confusion Matrix) для моделі Random Forest із тюнінгом параметрів, оскільки її визнано найкращою (рис. 4).

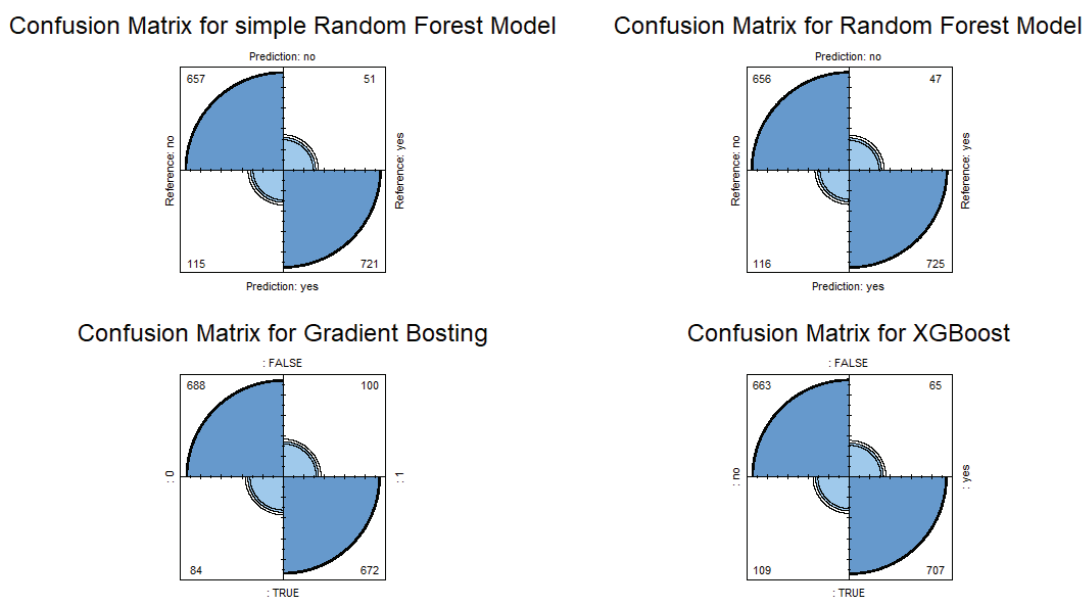


Рис. 4. Матриці помилок (Confusion Matrix) моделей

*Джерело: розроблено авторами

У матриці помилок дані можуть мати чотири варіації:

- True Positive – правильно передбачені позитивні відповіді.
- False Positive – ситуація, коли прогноз дав позитивну відповідь, а насправді вона була негативною.
- True Negative – правильно передбачені негативні відповіді.
- False Negative – ситуація, коли прогноз дав негативну відповідь, а насправді вона була позитивною [11].

Отже, передусім було підраховано умовні витрати на маркетингову діяльність банків без використання моделей. Було зроблено припущення, що під час проведення

опитування на кожного клієнта витрачається 100 умовних одиниць. За такої умови за невикористання моделей витрачається 154 400 умовних одиниць. Також нехай із кожної згоди клієнта на строковий депозит банк отримує 500 умовних одиниць. У такому разі дохід становитиме 386 000 одиниць. Звідси, варто обчислити ефективність такого підходу, поділивши доходи на витрати. Отже, коефіцієнт ефективності такого підходу за невикористання моделей становить 2,5. Чистий дохід за такого розвитку подій становить 231 600 умовних одиниць. Такі ж умови було застосовано для обрахунку ефективності використання моделей.

Для звичайної моделі Random Forest витрати становлять 83 600 умовних одиниць, а доходи – 360 500 умовних одиниць. Ефективність використання такого методу становить 4,3122, що майже в два рази краще, ніж за відсутності використання моделей. Звідси, чистий дохід від маркетингової кампанії становить 276 900 умовних одиниць.

Під час використання моделі Random Forest із тюнінгом параметрів витрати становили 84 100 умовних одиниць, а доходи – 362 500. Звідси, ефективність від використання моделі рівна 4,3104. Чистий дохід від кампанії з використанням цієї моделі становитиме 278 400 умовних одиниць.

Під час використання градієнтного бустингу з тюнінгом параметрів витрати на рекламну кампанію становили 77 200 умовних одиниць при доходах у 336 000 одиниць. За таких результатів коефіцієнт ефективності буде рівним 4,3523. Отже, чистий дохід від такої кампанії становитиме 258 800 умовних одиниць.

За використання Extreme Gradient Boosting для прогнозування відповідей клієнтів на пропозицію строкового депозиту витрати становили 77 200 умовних одиниць, а доходи – 353 500. За такого результату коефіцієнт ефективності використання даної моделі становить 4,5790, а чистий дохід – 276 300 умовних одиниць.

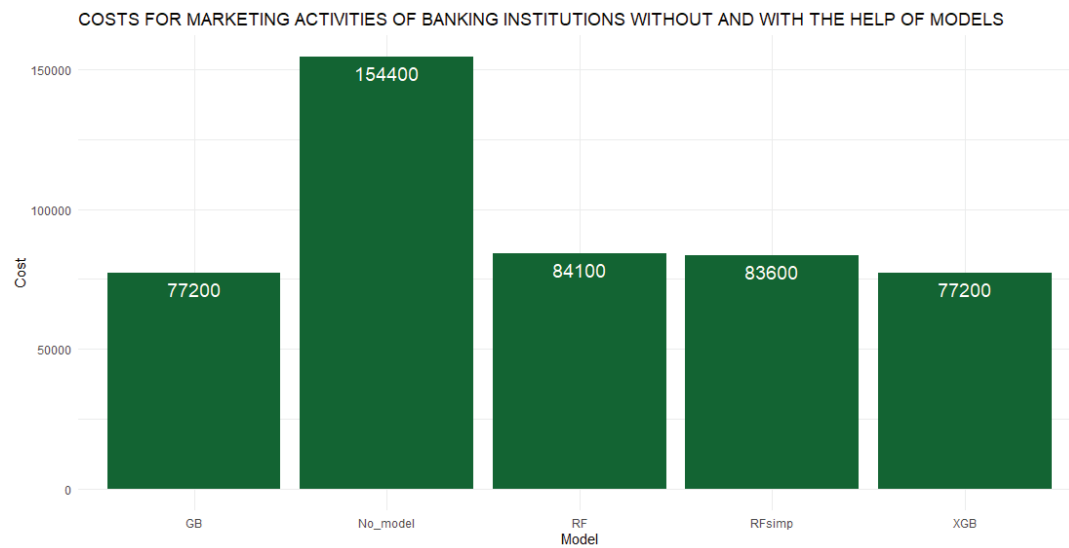


Рис. 5. Графік витрат банків на маркетингову діяльність із використанням розроблених моделей та без них

*Джерело: розроблено авторами

На графіку добре видно, що витрати на маркетингову діяльність за відсутності використання допоміжних моделей значною мірою переважають ті, що включали в себе використання моделей. Зокрема, витрати на маркетинг без використання моделей у 1,85 рази переважають витрати з використанням звичайної моделі Random Forest, у 1,84 рази переважають витрати з використанням тюнінгової моделі Random Forest, у 2,00 рази переважають витрати

з використанням моделі градієнтного бустингу з тюнінгом параметрів та в 2,00 рази переважають витрати за використанням XGBoost моделі з тюнінгом параметрів.

Отже, найбільшу ефективність для виконання маркетингової кампанії та оптимізації витрат надає використання моделі Extreme Gradient Boosting із тюнінгом параметрів 4,5790. За використання цієї моделі також спостерігається найбільший чистий дохід – 276 300 умовних одиниць.

Висновки

У процесі дослідження було розроблено ефективні моделі на основі ансамблів для оптимізації витрат на маркетингову діяльність банківських установ, що дали змогу знизити витрати на маркетинг та збільшити ефективність маркетингових заходів.

Зокрема, було побудовано моделі на основі звичайного Random Forest, Random Forest із тюнінгом параметрів, градієнтного бустингу з тюнінгом параметрів та XGBoost із тюнінгом параметрів, серед яких найкращою за показником збалансованої точності виявилася модель на основі Random Forest із тюнінгом параметрів 89,44%.

Під час обрахунку економічного ефекту виявилось, що витрати на маркетинг без використання моделей у 1,85 рази переважають витрати з використанням звичайної моделі Random Forest, у 1,84 рази переважають витрати з використанням тюнінгової моделі Random Forest, у 2,00 рази переважають витрати з використанням моделі градієнтного бустингу з тюнінгом параметрів та в 2,00 рази переважають витрати за використанням XGBoost моделі з тюнінгом параметрів.

Найбільшу ефективність для виконання маркетингової кампанії та оптимізації витрат надає використання моделі Extreme Gradient Boosting із тюнінгом параметрів 4,5790. За використання цієї моделі також спостерігається найбільший чистий дохід – 276 300 умовних одиниць. Але у будь-якому разі варто зазначити, що ефективність маркетингової кампанії за використання моделей фактично в два рази більша, ніж за їх відсутності.

Список використаної літератури

1. Safarkhani F., Moro S. Improving the Accuracy of Predicting Bank Depositor's Behavior Using a Decision Tree. *Applied Sciences*. 2021. 11(19). 9016.
2. Hao Ruiting, Xia Xiaoqian, Shen Siyi, Yang Xiaorong. Bank Direct Marketing Analysis Based on Ensemble Learning. *Journal of Physics: Conference Series*, 2020.
3. Chen X.-W., Jeong J.C. Enhanced recursive feature elimination, *Sixth International Conference on Machine Learning and Applications (ICMLA 2007)*, Cincinnati, OH, USA, 2007, pp. 429–435, doi: 10.1109/ICMLA.2007.35.
4. Jović A., Brkić K., Bogunović N. A review of feature selection methods with applications, 2015 *38th International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics (MIPRO)*, Opatija, Croatia, 2015, pp. 1200–1205.
5. Meidan A. Bank Marketing Strategies, *International Journal of Bank Marketing*, 1983. Vol. 1. No. 2, pp. 3–17.
6. González-Recio O., Jiménez-Montero J.A., Alenda R. The gradient boosting algorithm and random boosting for genome-assisted evaluation in large data sets, *Journal of Dairy Science*, 2013. Volume 96, Issue 1, p. 614–624.
7. Tianqi Chen and Carlos Guestrin. 2016. XGBoost: A Scalable Tree Boosting System. In *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD '16)*. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, p. 785–794.
8. Bunkhumpornpat C., Sinapiromsaran K., Lursinsap C. MUTE: Majority under-sampling technique, *2011 8th International Conference on Information, Communications & Signal Processing*, Singapore, 2011, pp. 1–4.

9. Moro S., Rita P., Cortez P. Bank Marketing. UCI Machine Learning Repository. 2012.
10. Alibrahim Hussainand, Ludwig Simone A. Hyperparameter Optimization: Comparing Genetic Algorithm against Grid Search and Bayesian Optimization. In 2021 *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE Press, 2021, p. 1551–1559.
11. Amalia Luque, Alejandro Carrasco, Alejandro Martín, Ana de las Heras, The impact of class imbalance in classification performance metrics based on the binary confusion matrix, *Pattern Recognition*, Volume 91, 2019, Pages 216–231.

References

1. Safarkhani, F., & Moro, S. (2021). Improving the Accuracy of Predicting Bank Depositor's Behavior Using a Decision Tree. *Applied Sciences*. 11(19). 9016. doi: 10.3390/app1119901 [in English].
2. Ruiting, Hao, Xiaoqian, Xia, Siyi, Shen, & Xiaorong Yang. (2020). Bank Direct Marketing Analysis Based on Ensemble Learning. *Journal of Physics: Conference Series*. 1627. 012026. doi: 10.1088/1742-6596/1627/1/012026 [in English].
3. Chen, X.-W., & Jeong, J.C. (2007). Enhanced recursive feature elimination. *Sixth International Conference on Machine Learning and Applications (ICMLA 2007)*, Cincinnati, OH, USA. 429–435. doi: 10.1109/ICMLA.2007.35 [in English].
4. Jović, A., Brkić, K., & Bogunović, N. (2015). A review of feature selection methods with applications. *2015 38th International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics (MIPRO)*, Opatija, Croatia. 1200–1205, doi: 10.1109/MIPRO.2015.7160458 [in English].
5. Meidan, A. (1983). Bank Marketing Strategies. *International Journal of Bank Marketing*. Vol. 1 No. 2. 3–17. doi: 10.1108/eb010721 [in English].
6. González-Recio, O., Jiménez-Montero, J.A., & Alenda, R. (2013). The gradient boosting algorithm and random boosting for genome-assisted evaluation in large data sets. *Journal of Dairy Science*. Vol. 96, Issue 1, 614–624, ISSN 0022-0302, doi: 10.3168/jds.2012-5630 [in English].
7. Tianqi, C., & Carlos, G. (2016). XGBoost: A Scalable Tree Boosting System. In *Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD '16)*. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA. 785–794. doi: 10.1145/2939672.2939785 [in English].
8. Bunkhumpornpat, C., Sinapiromsaran, K., & Lursinsap, C. (2011). MUTE: Majority under-sampling technique. *8th International Conference on Information, Communications & Signal Processing, Singapore*. 1–4. doi: 10.1109/ICICS.2011.6173603 [in English].
9. Moro, S., Rita, P., & Cortez, P. (2012). Bank Marketing. *UCI Machine Learning Repository*. doi: 10.24432/C5K306 [in English].
10. Alibrahim, H., & Ludwig, S.A. (2021). Hyperparameter Optimization: Comparing Genetic Algorithm against Grid Search and Bayesian Optimization. In 2021 *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*. IEEE Press, 1551–1559 [in English].
11. Luque, A., Carrasco, A., Martín, A., & Ana, de las Heras. (2019). The impact of class imbalance in classification performance metrics based on the binary confusion matrix. *Pattern Recognition*. Volume 91. 216–231. doi: 10.1016/j.patcog.2019.02.023 [in English].

Клебан Юрій Вікторович – старший викладач кафедри економіко-математичного моделювання та інформаційних технологій Національного університету «Острозька академія». E-mail: yuriy.kleban@oa.edu.ua, ORCID: 0000-0002-7070-5175, Researcher ID: AAN-3865-2021.

Денисюк Юлія Олександрівна – здобувачка першого рівня (бакалаврського) вищої освіти кафедри економіко-математичного моделювання та інформаційних технологій

Національного університету «Острозька академія». E-mail: yuliia.denysiuk@oa.edu.ua, ORCID: 0009-0007-0854-3084, Researcher ID: KCK-7199-2024.

Kleban Yuriy Viktorovich – Senior Lecturer, Department of Economic and Mathematical Modeling and Information Technologies of National University "Ostroh Academy". E-mail: yuriy.kleban@oa.edu.ua, ORCID: 0000-0002-7070-5175, Researcher ID: AAN-3865-2021.

Denysiuk Yuliia Oleksandrivna – student of the first level (bachelor) of higher education, Department of Economic and Mathematical Modeling and Information Technologies of National University "Ostroh Academy". E-mail: yuliia.denysiuk@oa.edu.ua, ORCID: 0009-0007-0854-3084, Researcher ID: KCK-7199-2024.

УДК 656.43

К.М. КЛЕВЦОВ, А.В. БУКЕТОВ, О.О. САПРОНОВ, О.В. ШАРКО,
Г.Ю. ВАСИЛЬЧЕНКО, В.В. СОЦЕНКО, Д.М. ОНИШКО
Херсонська державна морська академія

АНАЛІТИЧНИЙ РОЗРАХУНОК ОЦІНОК РИЗИКУ МОРСЬКИХ ТА МУЛЬТИМОДАЛЬНИХ ЕКОЛОГО-ОРІЄНТОВАНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ З УРАХУВАННЯМ НАДІЙНОСТІ РОБОТИ ТЕХНІЧНИХ ЗАСОБІВ ТА КЕРМОВОГО УПРАВЛІННЯ СУДНОМ У РАЗІ ВИНИКНЕННЯ НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЙ В УКРАЇНІ

У роботі представлено аналіз та системний підхід до визначення сутності понять «інтермодальні» та «мультимодальні» перевезення, ймовірність виникнення та ймовірність тяжкості непередбачуваних чи передбачуваних наслідків із погляду ІМО та стандарту ISO8402:1995/BS 4778. У теоретичних дослідженнях використано аналітичні методи системного підходу, теорії ймовірності, методи математичної статистики та експертних оцінок. Визначено проблеми розвитку еколого-орієнтованих комбінованих перевезень з урахуванням надійності роботи технічних засобів та кермового управління судна у разі виникнення надзвичайних ситуацій. Проаналізовано причини сталого розвитку мультимодальних перевезень в Україні та пропоновані шляхи їх практичного вирішення.

На основі пропонованих методів дослідження відпрацьовано транспортні коридори мережі TEN-T країн Західної Європи та пропозиції Європейської Комісії щодо зміни транс'європейської транспортної мережі (TEN-T), яка включає українські логістичні маршрути.

У роботі зазначено, що у практиці оцінки ризиків переважно використовуються методи експертних оцінок. Утім, експерти також звертаються до статистичних даних, якщо такі є. Тим часом, якщо говорити про створення систем управління ризиками, то одним із необхідних елементів таких систем слід уважати систему моніторингу, збору та систематизації статистичних даних щодо аварійності, втрати/псування вантажів, загибелі людей тощо.

На прикладі мультимодального перевезення вантажів за маршрутом «Балтійське море – Адріатичне море та Рейн-Дунай» розглянуто два основні складники маршруту. На основі аналізу аварійності встановлено першопричини виникнення аварій та розглянуто оцінку ризику появи аварій, транспортних пригод у разі спільної появи двох та більше залежних подій, наведено приклад практичної реалізації пропонованого методу.

Аналітичний розрахунок оцінок ризику морських та мультимодальних еколого-орієнтованих перевезень з урахуванням надійності роботи технічних засобів та кермового управління судна у разі виникнення надзвичайних ситуацій в Україні довів, що рівень допустимого ризику визначається шляхом порівняння ціни ризику з величиною очікуваного прибутку, який отримає судновласник під час виконання рейсу. Якщо величина очікуваного прибутку вище ціни ризику, такий ризик можна вважати допустимим (передбачається, що загрози життю людей немає).

Ключові слова: мультимодальні перевезення, надійність роботи, технічні засоби, кермове управління.

K.M. KLEVTSOV, A.V. BUKETOV, O.O. SAPRONOV, O.V. SHARKO,
G.YU. VASYLCHENKO, V.V. SOTSENKO, D.M. ONISHKO
Kherson State Maritime Academy

ANALYTICAL CALCULATION OF THE RISK ASSESSMENTS OF MARINE AND MULTIMODAL ECOLOGICAL-ORIENTED TRANSPORTATION, TAKING INTO ACCOUNT THE RELIABILITY OF TECHNICAL MEANS AND STEERING OF THE SHIP IN CASE OF EMERGENCIES IN UKRAINE

The paper presents an analysis and a systematic approach to determining the essence of the concept of «intermodal» and «multimodal» transportation, the probability of occurrence and the probability of the severity of unforeseen or foreseeable consequences from the point of view of the IMO and the ISO8402:1995/BS 4778 standard.

Analytical methods of the system approach, probability theory, methods of mathematical statistics and expert evaluations were used in theoretical studies.

The problems of the development of environmentally-oriented combined transportation, taking into account the reliability of the operation of technical means and steering control of the ship in the event of emergency situations, have

been identified. The reasons for the sustainable development of multimodal transportation in Ukraine are analyzed, and ways of their practical solution are proposed.

On the basis of the proposed research methods, the transport corridors of the TEN-T network of the countries of Western Europe and the proposals of the European Commission regarding the change of the trans-European transport network (TEN-T), which includes Ukrainian logistics routes, have been worked out.

The paper states that in the practice of risk assessment, expert assessment methods are mainly used. However, experts also refer to statistical data, if any. Meanwhile, if we talk about the creation of risk management systems, then one of the necessary elements of such systems should be considered a system of monitoring, collection and systematization of statistical data regarding accidents, loss/damage of goods, deaths of people, etc.

The two main components of the route are considered on the example of multimodal cargo transportation along the «Baltic Sea-Adriatic Sea and Rhine-Danube» route. Based on the accident analysis, the root causes of accidents are established and the risk assessment of accidents and traffic accidents in case of the joint occurrence of two or more dependent events is considered, an example of the practical implementation of the proposed method is given.

Analytical calculation of risk assessments of maritime and multimodal environmentally-oriented transportation, taking into account the reliability of technical equipment and ship steering in the event of emergency situations in Ukraine, proved that the level of acceptable risk is determined by comparing the risk price with the amount of expected profit that the ship owner will receive during the voyage. If the value of the expected profit is higher than the risk price, such a risk can be considered acceptable (it is assumed that there is no threat to people's lives).

Key words: multimodal transportation, reliability of work, technical means, steering control.

Постановка проблеми

Одним із перспективних напрямів розбудови транспортної системи України є розвиток мультимодальних транспортних перевезень, оскільки він дає змогу значно збільшити обсяги перевезень товарів за участю національних транспортних компаній, що, своєю чергою, сприяє підвищенню конкурентоспроможності країни на світовому ринку транспортних послуг, розширенню та поліпшенню мережі існуючих транспортних коридорів, євроінтеграції транспортної системи України відповідно до світових стандартів.

Перевезення вантажів, що передбачають використання деяких видів транспорту (не менше ніж двома різними видами транспорту з укладанням одного договору), які мають відповідну потужність транспортних потоків, та узгодженість у часі перевезень називають мультимодальними. Коли вантаж транспортують із перетином кордону держави, використовується поняття «інтермодальне перевезення». Прикладом такого перевезення може служити Херсонський морський торговельний порт (ХМТП), який увійшов у систему базових портів Організації чорноморського економічного співробітництва (ОЧЕС) із розвитку інтермодальних перевезень, тому що вантажі країн ОЧЕС, які надходять до ХМТП, далі можуть транспортуватися Україною різними шляхами (автомобільним транспортом, залізницею, внутрішніми водними транспортом), тобто на умовах реальної інтермодальності.

Сьогодні найбільш поширено використовують мультимодальні перевезення вантажів із використанням залізничного, автомобільного та морського видів транспорту. До початку бойових дій в Україні поступово розвивалася практика залучення до перевезення вантажних повітряним флотом.

Морський транспорт використовується під час здійснення автомобільно-поромних та залізнично-поромних перевезень. В Україні до 2022 р. були налагоджені перевезення вантажів через поромні переправи та поромні сполучення в таких напрямках: Поті – Іллічівськ; Іллічівськ – Батумі; Варна – Іллічівськ; Стамбул – Одеса; Іллічівськ – Дериндже; Зонгулдак – Скадовськ; Скадовськ – Стамбул, Зонгулдак – Євпаторія; Керч – Поті. Паромні переправи забезпечували транзитне перевезення вантажу в залізничних насипних вагонах або в контейнерах до місця призначення, звідки вантаж доставлявся автомобільним транспортом або залізницею різними маршрутами з подальшим транспортуванням морським чи водним транспортом із Грузії до Азербайджану, Вірменії, Каспійським морем – із Баку до Ірану, Туркменістану, Казахстану або з Болгарії – до різних країн Середземного моря, з Туреччини – до країн Чорноморського південного узбережжя, тобто карта транспортних коридорів налічувала безліч маршрутів.

Спорудження поромної переправи на Дунаї з України до Румунії супроводжувалося великими труднощами, які стосувалися деяких політичних аспектів. Український транспортний коридор Ізмаїл – Тульча (37 км) і румунський Ісакча – Орлівка, який перетинає Дунай, завширшки лише 800 м. Окрім того, Румунія вже відкрила новий поромний маршрут між містом Зімніча та болгарським Свіштовом [1].

Аналіз останніх досліджень та публікацій

За результатами досліджень ризиків, які виникають під час транспортування вантажів, існує велика кількість публікацій та ідентичних підходів. Можна стверджувати, що нині відсутнє універсальне загальноприйняте визначення ризику. Узагалі ризик розглядається [2] як комбінація ймовірностей виникнення надзвичайної події та ступеня можливих наслідків або умов, за яких можлива така небажана подія та ступень тяжкості виникнення її наслідків. У разі виникнення безпеки як незалежної від неприйняттого ризику її взаємозв'язок з ризиком використовується для опису ступеня незалежності від надзвичайної ситуації [3]. Міжнародна морська організація ІМО [4] визначає ризик як поєднання кількості та тяжкості наслідків, тобто формулюються два складники ймовірності: ймовірність виникнення небажаної події та ймовірність важкості непередбачуваних чи передбачуваних наслідків цієї події.

Міжнародний стандарт ISO8402:1995/BS 4778 регламентує управління ризиками, які включають оцінку морського ризику небажаної події, так: «Процес, за допомогою якого приймаються рішення: чи припустимо відомий чи оцінений ризик та/або чи необхідно здійснити заходи щодо скорочення ймовірності виникнення ризику та його наслідків». Правила МКУБ [5] дають найбільш прийнятне визначення ризику для мореплавання та для більшості галузей промисловості, а саме: «Поєднання ймовірності чи частоти виникнення певної небезпеки та можливої величини небажаних наслідків». Важливим моментом оцінки виникнення небажаної ситуації, її допустимих меж є всебічна оцінка ймовірності та ступеня можливих наслідків аварійних ситуацій для того, щоб вибрати відповідні заходи усунення цієї ситуації. Важливим способом, за допомогою якого можна контролювати та мінімізувати ризики, є аналітична оцінка безпеки, яка визначається як «раціональний та систематичний процес оцінки ризиків, пов'язаних із морськими перевезеннями, та оцінки витрат та доходів, пов'язаних зі зменшенням ризиків». Посібник із методології застосування фінансового регулювання та нагляду (FSA) було затверджено ІМО в 2002 р. (MSC/Circ.1023/MEPC/Circ.392) з коригуваннями згідно із циркуляром MSC/Circ.1180/MEPC/Circ.474 та MSC-MEPC.2/Circ.5 [4]. Однак FSA має деякі обмеження, головним з яких є те, що «витрати та вигоди», визначені за даною методологією, розглядаються частково та у дуже загальному вигляді. Так, із погляду критерію ефективності витрат у разі виникнення небажаної ситуації методика FSA не розглядає ймовірне джерело оплати для усунення виявленого ризику. Пропонований у Правилах та посібнику з утілення МКУБ [5] «оцінювач ризику» (*Risk Estimator*) дає матричну (якісну) характеристику ймовірності виникнення ризику та його небажаних наслідків. Однак поряд із такою якісною оцінкою необхідно мати і кількісну, фінансову оцінку наслідків, тобто межу прийнятності ризику в разі виникнення небажаної ситуації (НС).

Аналізуючи сучасний стан і перспективи розвитку в Україні мультимодальних перевезень, слід ураховувати, що в Європі останніми роками дві третини міжнародних транспортних перевезень здійснювались у сполученні змішаних потоків. При цьому найбільшого поширення набула технологія перевезень Po-Po (roll-on roll-off) завдяки реалізації програми «Морські магістралі» (Motorways of the sea), яка здійснила перерозподіл 20% вантажопотоків на більш екологічні види транспорту, зокрема водний.

У нашій країні розвиток мультимодальних перевезень із залученням водного транспорту експерти пов'язують із реалізацією нового Європейського проекту ЛОГМОС, який діє у рамках регіональної програми ТРАСЕКА «Логістичні процеси і морські магістралі II». Метою цього

проекту є підтримка міжнародної торгівлі, спрощення руху товарів шляхом удосконалення морської логістики, сумісності транспортних систем країни та оптимізації її мультимодальних перевезень. У проекті, окрім України, беруть участь: Азербайджан, Болгарія, Вірменія, Грузія, Киргизстан, Казахстан, Молдова, Румунія, Туреччина та Узбекистан [1]. Проведений аналіз свідчить, що перешкодою на шляху активізації міжнародних перевезень може стати існуюча номенклатура вантажів, що формується в Україні на експорт, серед яких присутній дуже низький відсоток вантажів, які можуть бути контейнеризовані.

За останні декілька років дві третини міжнародних транспортних перевезень вантажів здійснюється за участю двох і більше видів транспорту у змішаному сполученні (за різними комбінаціями) за принципом «від складу до складу» на умовах чинних міжнародних угод, підготовлених фахівцями з інтермодальних перевезень і логістики, утворених спільно з Атестаційною службою України, яка безпосередньо перевіряє відповідність конструкції і технічного стану колісного транспортного засобу (КТЗ), вимогам резолюцій Європейської конференції міністрів транспорту (Міжнародний транспортний форум ЄКМТ), Директиві 96/96/ЕС з урахуванням останніх поправок до неї, Приписам Європейської економічної комісії Організації Об'єднаних Націй (ЄЕК ООН), доданим до Віденської угоди 1997 р., і видає протокол перевірки КТЗ устанавленого зразка:

- Конвенцією Організації Об'єднаних Націй із міжнародних мультимодальних перевезень вантажів (1980 р.), до якої приєдналося сім учасників: Венесуела, Замбія, Малаві, Мексика, Марокко, Норвегія, Руанда, Сенегал, Чилі;

- Європейською угодою про міжнародні магістральні залізничні лінії (УМЗЛ) від 31.05.1985, до якої приєдналася тоді ще Українська РСР 27.08.1986 (яка чинна для України з 27.04.1989);

- Європейською угодою, яка описує важливі лінії міжнародних комбінованих перевезень та відповідні об'єкти (УЛКП/AGTC) від 01.02.1991 із переліком стандартів і параметрів, яка має назву «Жовта книга», та налічує у своєму списку 32 країни, включаючи Україну, яка приєдналася до цієї угоди 11.07.2005 із застереженнями до ст. 13, угода набула чинності для України з 23 березня 2006 р.;

- Європейською угодою, яка описує важливіші внутрішні водні шляхи міжнародного сполучення (УМВШ/AGN) від 19.01.1996 (набула чинності 26 липня 1999 р.), до якої приєдналися 16 країн: Боснія та Герцеговина, Болгарія, Білорусія, Італія, Люксембург, Литва, Молдова, Нідерланди, Румунія, Росія, Словаччина, Угорщина, Хорватія, Чехія, Швейцарія та Україна, яка набула чинності з 05.04.2010). Підписали, але не ратифікували п'ять країн: Австрія, Греція, Німеччина, Франція та Фінляндія;

- Протоколом про можливість комбінованих перевезень по внутрішнім водним шляхам до вищевказаної Європейської угоди (УЛКП/AGTC) від 17.01.1997, до якого Україна поки що не приєдналася. Цей протокол підписали 15 країн – членів ЄЕК ООН (Австрія, Болгарія, Греція, Данія, Італія, Люксембург, Нідерланди, Німеччина, Португалія, Румунія, Словаччина, Угорщина, Франція, Чеська Республіка та Швейцарія).

Аналізуючи вище викладений матеріал, можна констатувати, що в Україні частка контейнерних та комбінованих перевезень у загальному обсязі експорту та імпорту товарів є незначною, тому що контейнерні та контрейлерні перевезення водними шляхами у внутрішньому сполученні мають випадковий характер і майже не здійснюються. Це зумовлено тим, що товарна номенклатура вантажів, які перероблюються у морських і річкових портах України, не сприяє нарощуванню контейнерних та контрейлерних перевезень.

Мультимодальні перевезення вантажів в Україні не набули широкого розвитку через низку причин, серед яких можна відзначити такі:

- недосконалість питань нормативно-правового врегулювання змішаних перевезень, нечітке формулювання стратегічних засад щодо їх розвитку. У розробленій транспортній

стратегії України на період до 2030 р. (відповідно до Розпорядження КМУ від 20 жовтня 2010 р. № 2174-р) питання розвитку мультимодальних перевезень у країні визначено не зовсім чітко. Не визначено питання про взаємодію різних видів транспорту й у Повітряному кодексі України від 19.05.2011;

– дисбаланс між рівнями потужностей портів із перероблення вантажів та залізничної інфраструктури, гальмує розвиток контейнерних і контрейлерних перевезень. Так, Іллічівський морський порт (ІМТП) може за добу завантажити 1 388 вагонів, а сусідня залізнична станція – 755 (дисбаланс у 633 вагони), Одеський морський порт (ОМТП) здатен за добу завантажити 713 вагонів, а припортова залізнична колія – лише 432 вагони, Миколаївський морський порт (ММТП) – 531 вагон, а залізнична станція лише – 310 вагонів;

– дуже високі ризики логістичних операторів під час організації мультимодальних перевезень на значні відстані за участю двох і більше видів транспорту. Головним аспектом тут є необхідність для оператора брати на себе відповідальність за дії третіх сторін у міжнародному сполученні і нести високі ризики, забезпечуючи стабільну комунікацію в рамках мереж логістичних центрів міжнародних транспортних коридорів;

– недосконалість в Україні професійної розвинутої мережі транспортно-логістичних центрів, відсутність інституту мультимодальних логістичних операторів. Сьогодні можна визначити, що вона лише створюється. Так, в Одесі розпочалася реалізація логістичного хабу на базі Чорноморського порту (ОМТП) – проекту мультимодального логістичного терміналу «Сухий порт», який передбачає розміщення у північній частині Одеси об'єктів виробничої, торговельно-розважальної, промислової інфраструктури та інших важливих для розвитку порту та міста виробничих комплексів. У вересні 2010 р. адміністрація одеського порту спільно з німецькими партнерами підписали меморандум про паритетне інвестування у створення терміналу «Карантинний мол». Уведення нових потужностей в експлуатацію дасть змогу Одеському морському порту (ОМТП) вийти на річну перевалку контейнерів в обсязі 1 млн 300 тис TEU;

– нестача професійних і досвідчених логістичних операторів із питань мультимодальних перевезень, знання національного і міжнародного права, практичного досвіду використання особливостей ведення переговорного процесу щодо укладання та реалізації договорів, сучасне знання стану ринку транспортних послуг у країнах-партнерах та дійсні тарифні ставки представників партнерської мережі, опрацювання ефективних методів контролю за пересуванням товарів на значні відстані з використанням двох і більше видів транспорту в онлайн-режимі, відсутність досвіду у процедурних питаннях розгляду судових справ у міжнародних арбітражних судах тощо;

– відсутність належного ступеня узгодженості дій усіх учасників логістичного процесу транспортування вантажу та захисту інтересів держави і виробника за межами України;

– внутрішні негативні чинники, які зумовлені бойовими діями в Україні, тривалою пандемією та кризою у ланцюгах поставок, пов'язаною зі зростанням ставок фрахту на сипучі вантажі – неупаковану сировину, таку як зерно. За результатами аналізу UNCTAD підвищення цін на зерно та фрахтових ставок на сипучі вантажі призведе до зростання споживчих цін на продовольчі товари на 1,2%, причому в країнах із середнім та низьким рівнями доходу зростання буде значно більшим [6].

Мета дослідження

Аналіз та систематизація основних підходів до визначення сутності поняття «мультимодальні перевезення», проблем розвитку еколого-орієнтованих комбінованих перевезень з урахуванням надійності роботи технічних засобів та кермового управління судна у разі виникнення надзвичайних ситуацій (НС) та шляхів їх аналітичного розв'язання у сучасних умовах.

Виклад основного матеріалу дослідження

Головною особливістю мультимодальних (комбінованих) перевезень є те, що більшість перевезень здійснюється морським чи залізничним транспортом, але доставка здійснюється автомобільним транспортом. Якщо пріоритетним завданням є швидкість доставки вантажу, оптимально використовувати повітряний транспорт, незважаючи на те що таке перевезення обходиться дорожче.

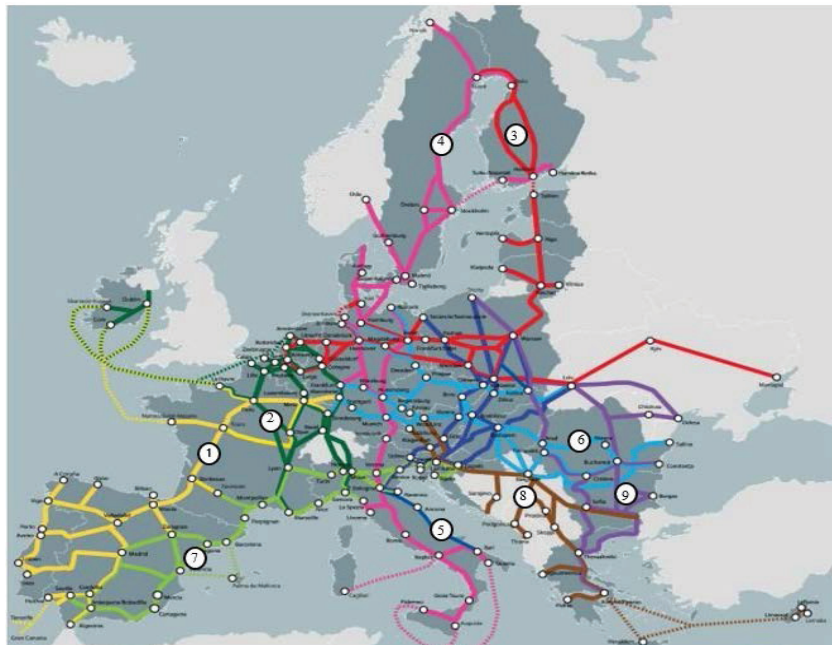


Рис. 1. Транспортні коридори мережі TEN-T країн Західної Європи

- | | | |
|---------------------------------|------------------------------|-----------------------|
| ① – Atlantic; | ② – North sea-Alpine; | ③ – North sea-Baltic; |
| ④ – Scandinavian-Mediterranean; | ⑤ – Baltic sea-Adriatic sea; | ⑥ – Rhine-Danube; |
| ⑦ – Mediterranean; | ⑧ – Western Balkans; | ⑨ – Baltic-Blek-Aege |

Цікаво, що широкомасштабна російська агресія проти України відкрила нові можливості мережі TEN-T та посилила переговornі процеси щодо зміни політики ЄС у Регламенті (ЄС) № 1315/2013, які обговорювалися з 2019 р. (рис. 1) [7].

Європейська Комісія внесла зміни до індикативних карт Транс'європейської транспортної мережі (TEN-T), включивши до неї українські логістичні маршрути (рис. 2) [7].

Зокрема, внесено такі зміни:

- Північно-Балтійський коридор продовжено через Львів та Київ до Маріуполя;
- Балто-Чорноморсько-Егейський коридор продовжено через Львів, Чернівці (Румунію і Молдову) до Одеси;
- коридори Балтійське море – Адріатичне море та Рейн – Дунай проходять через Львів.

Водночас Єврокомісія виключила з мережі TEN-T російські та білоруські маршрути, а також понизила у статусі маршрути на території ЄС на стику з цими країнами-агресорами.

У Міністерстві зауважили, що включення логістичних маршрутів до мережі TEN-T дає змогу усунути існуючі перешкоди під час проведення логістичних операцій, залучити європейські інвестиції для модернізації транспортної інфраструктури, отримати доступ до інструментів допомоги ЄС у питанні розбудови української частини мережі TEN-T, розвивати

мультимодальні перевезення, зменшити логістичні витрати, підвищити якість послуг під час перевезення товарів.

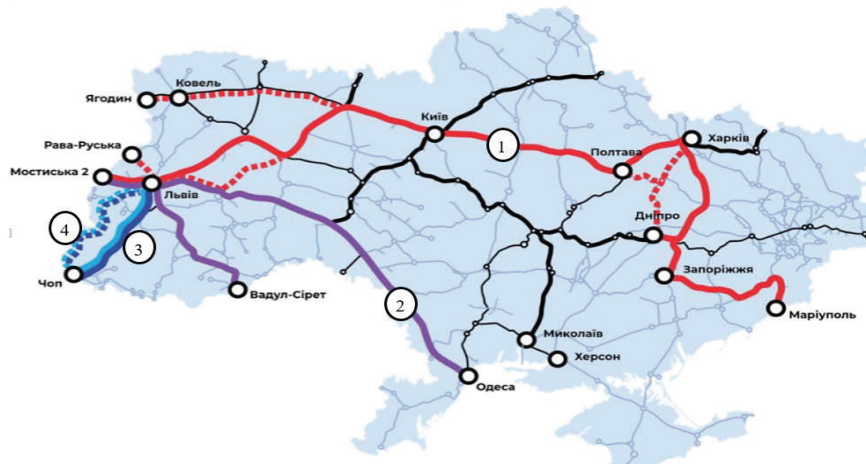


Рис. 2. Українські транспортні коридори мережі TEN-T

- ① – Північне море – Балтика
 ② – Балтійське море – Чорне море – Егейське море
 ③ – Балтійське море – Адріатичне море
 ④ – Рейн – Дунай

В українському уряді прогнозують, що інтеграція до європейської транспортної мережі TEN-T може принести Україні майже \$4,5 млрд інвестицій до 2030 р. [8–10].

Проєкт TEN-T передбачає створення до 2030 р. нової транспортної системи на території ЄС, яка об'єднає 94 морські та річкові порти, 38 міжнародних аеропортів та близько 15 тис км швидкісних залізниць. Проєкт передбачає розвиток дев'яти транспортних коридорів Балтика – Адріатика, Північне море – Балтика, Середземноморський коридор, Середньосхідний коридор, Скандинавія – Середземне море, Рейн – Альпи, Атлантичний коридор, Північне море – Середземне море та Рейн – Дунай.

Рішення поширити TEN-T на сусідні з ЄС країни, у тому числі на Україну, ухвалено в Роттердамі 21 червня 2016 р. У листопаді 2017 р. Україна та ЄС підписали документ «Взаєморозуміння високого рівня між Україною та ЄС щодо поширення індикативних карт TEN-T на Україну» (High Level Understanding on TEN-T Core Network Extension Maps To Ukraine) [11–14].

Сьогодні Україна розраховує на затвердження індикативних мап Транс'європейської транспортної мережі (TEN-T) із включеними в неї українськими та молдавськими логістичними шляхами до березня 2024 р. (рис. 2).

Зміни до мап мережі передбачають продовження чотирьох коридорів TEN-T на територію України та Молдови: Північно-Балтійський коридор через Київ продовжено до Дніпра, а також Ковеля та Ягодини, а через Львів – до пункту пропуску «Рава-Руська»; коридори Балтійське море – Адріатичне море та Рейн – Дунай продовжено через Львів до Чопа.

Задля побудови еколого-орієнтованої моделі транспортно-логістичної інфраструктури TEN-T коридорів України був проведений аналіз математичних очікувань оцінок ризику та динаміки обсягів вантажоперевезень із визначенням можливості оптимізації їхньої структури [15; 16].

Для цього на прикладі мультимодального перевезення вантажів за маршрутом «Балтійське море – Адріатичне море та Рейн – Дунай» (прийнята як найбільш загальна) розглянуто два основні складники маршруту – морський та сухопутний (наземний), у яких задіяно

три види транспорту. На основі аналізу аварійності встановлено, що першопричинами аварій здебільшого є відмови технічних засобів (головного двигуна, гвинторульової групи, знеструмлення судна, важкі погодні умови, форс-мажорні обставини, помилки операторів тощо).

Таким чином, під час формування математичних очікувань оцінок ризику враховуються причинно-наслідкові зв'язки аварій, розрахунки ризиків за видами причин та наслідків, що дає змогу на основі статистичних даних та експертних оцінок розрахувати ймовірність аварійних ризиків на маршруті мультимодальних вантажоперевезень.

Розглянемо оцінку ризику появи аварій, транспортних пригод у разі спільної появи двох та більше залежних подій. Визначимо подію B_i як причину i -го збитку, заподіяного судну, вантажу, що перевозиться, або навколишньому середовищу (забруднення моря). Ризик у разі настання аварійної надзвичайної ситуації (АНС) можна оцінити математичним очікуванням збитків від можливої аварії.

Ціна ризику розраховується за формулами (1), (2):

$$R = M(w), \quad (1)$$

де $M(w)$ – функція шкоди.

Складники ризику морських аварій або заподіяння шкоди судну можна надати таким виразом:

$$R = M(w) = \sum P(B_i) \cdot w_i, \quad (2)$$

де $\sum P(B_i)$ – імовірність події B_i ;
 w_i – передбачувана сума збитків.

Розглянемо способи оцінки ризику аварій R_A . Із цією метою визначимо подію заподіяння i -го виду шкоди судну під час аварії, B_i :

$$B_i = A \cap C_i, \quad (3)$$

де A – подія (аварія/надзвичайна подія);
 C_i – подія (реалізація аварії/надзвичайної події за i -м сценарієм).

Оскільки A і C_i – спільні події, ймовірність події, пов'язаної із заподіянням шкоди судну під час аварії, визначається у вигляді

$$P(B_i) = P(A \cap C_i) = P(A)P(C_i|A) \quad (4)$$

Підставивши вираз (3) у вираз (1), отримаємо:

$$R_A = \sum P(A)P(C_i|A)w_i, \quad (5)$$

де $P(A)$ – причини виникнення ризику аварії R_A ;
 $P(C_i|A)w_i$ – очікувані наслідки аварії.

Оцінка причинно-наслідкових складників ризику виконується з використанням статистичних методів, методів нечітких множин та експертних оцінок, імітаційних методів моделювання

аварійних ситуацій/сценаріїв. Оцінка очікуваних наслідків аварій/надзвичайних подій із морськими суднами базується переважно на аналізі дерева подій із використанням математичного апарату.

Приклад практичної реалізації методу. Рейс транспортного судна проходить у різних гідрометеорологічних умовах. Зокрема, 50% часу рейсу судно рухається у сприятливих погодних умовах, 30% часу – в умовах поганої погоди, 20% часу судно рухається у важких погодних умовах. За оцінками експертів, розраховані апріорні ймовірності безаварійної роботи в умовах хорошої, поганої та важкої погоди дорівнюють відповідно 0,98; 0,95; 0,80. Необхідно визначити ймовірність того, що рейс закінчиться без аварій та надзвичайних подій (НП).

Уведемо позначення: A – подія, що означає успішне завершення рейсу; B_1, B_2, B_3 – події, що означають роботу судна в різних умовах. Тоді $P(B_1) = 0,50$; $P(B_2) = 0,30$; $P(B_3) = 0,20$.

Оскільки подія A настає за умови появи однієї з подій B_1, B_2, B_3 , які утворюють повну групу несумісних подій, ймовірність події A дорівнює сумі добутку ймовірностей кожної події на умовну ймовірність відповідно подій B_1, B_2, B_3 :

$$P_A = \sum_{i=1}^n P(B_i)P(A | B_i). \quad (6)$$

Маємо такі умовні ймовірності: $P(A|B_1) = 0,98$; $P(A|B_2) = 0,95$; $P(A|B_3) = 0,87$. За формулою (4) розрахуємо ймовірність того, що рейс буде виконаний без аварій та надзвичайних подій:

$$P(A) = 0,5 \cdot 0,98 + 0,3 \cdot 0,95 + 0,2 \cdot 0,87 = 0,949.$$

Отже, ймовірність сприятливого результату рейсу судна дорівнює 0,949, а ймовірність аварії чи надзвичайної події відповідно – $(1 - 0,949) = 0,051$. Таким чином, у разі аварії або надзвичайної події за величиною збитків, наприклад 5 000 000 грн, ціна ризику становитиме $0,051 \cdot 5\,000\,000 = 255\,000$ грн., що є, зокрема, для середнього судна не такою значною сумою порівняно з одержуваним прибутком.

Видається важливим провести інтегральну оцінку ризику, яка може бути представлена в такому вигляді:

- як сума ймовірностей виникнення аварій на кожному етапі морських вантажоперевезень;
- як середньозважена ймовірність ризику виникнення аварії;
- як середньозважена ціна ризику аварії;
- як сума ціни ризику за кожним етапом роботи судна.

Теоретичні основи формування інтегральної оцінки ризику представлено в роботах [2; 3].

Алгоритм формування інтегральної оцінки ризику такий:

1. Визначити апріорні ймовірності виникнення відмов згідно зі статистичними даними або експертними оцінками (*min* і *max*) можливо за формулами (7), (8):

$$P_j^{оч} = \frac{P_j^{min} + P_j^{HB} + P_j^{max}}{3}, \quad (7)$$

де – $P_j^{оч}$ – апріорна ймовірність очікування j -ої відмови;

P_j^{min} – мінімальне значення ймовірності j -ої відмови;

P_j^{HB} – найбільш ймовірний розмір ймовірності j -ої відмови;

P_j^{max} – максимальне значення ймовірності j -ої відмови;

Δ – дисперсія, яка розраховується за формулою $\delta^2 = \frac{(P_j^{min} - P_j^{max})^2}{2}$,

$$P_j^{HB} = \frac{2P_j^{min} - P_j^{max}}{3}. \quad (8)$$

2. За формулою (9) можемо визначити вагові оцінки j -го виду відмов/умов, які спричинили аварії.

$$\omega(A_{jl}^l) = \frac{\sum_l N_{jil}}{\sum_j \sum_l \sum_i N_{jil}}. \quad (9)$$

3. За формулою (10) можливо розрахувати умовні можливості виникнення подій B_i (аварії i -го виду). Розрахунок виконується всім j , і i і l (етапи, види транспорту, маршрути).

$$P(A_j^l | B_i) = \frac{P(A_j^l) \cdot P(B_i | A_j^l)}{\sum_{j=1}^j \sum_{l=1}^L P(A_j^l) \cdot P(B_i | A_j^l)}, \quad (10)$$

де $P(A_j^l)$ – імовірнісні гіпотези A_j^l ;

$P(A_j^l) \cdot P(B_i | A_j^l)$ – умови ймовірності подій B_i за гіпотези $P(A_j^l)$.

4. Визначити максимальні значення ймовірності, які види відмов/умов із максимальною ймовірністю призводять до подій B_i (аварій i -го виду).

5. Сформулювати інтегральну оцінку ймовірності виникнення НС та подій B_i (аварії). Інтегральна оцінка $P(B_i^l | A_{jl}^l)$ розраховується за формулою додавання ймовірностей.

6. Розрахувати середньозважену ціну ризику як суму множення вагових оцінок відмов j -го виду з i -ю шкодою у районах l на ціну ризику, яка, своєю чергою, визначається шляхом множення ймовірностей виникнення аварії на шкоду від неї за формулою (11).

$$R_{cp} \sum_i \sum_l \omega_{il} \cdot R_{il}. \quad (11)$$

7. Розраховану величину (ціну) ризику можна порівняти з допустимою величиною ризику. При цьому враховується, якщо людські жертви відсутні і ціна ризику менша за очікуваний прибуток, то ризик може вважатися допустимим.

Оцінка ризику перевезення за заданими маршрутами на морському транспорті (з порту відправлення до порту призначення) може бути представлена як сума ризиків від шкоди на морському транспорті, пов'язаної з корабельною аварією, відмовами технічних засобів та за взаємодії з іншими видами транспорту:

$$R_w = R_1 + R_2 + R_3, \quad (12)$$

де R_1 – ризик шкоди, пов'язаний з аварією судна;

R_2 – ризик шкоди, пов'язаний із відмовами технічних засобів;

R_3 – ризик шкоди, пов'язаний з аваріями на морському, залізничному та автомобільному транспорті за умови взаємодії з іншими видами транспорту.

Схема морського вантажоперевезення Балтійське море – Адріатичне море та Рейн – Дунай у спрощеному вигляді виглядає так: «морський транспорт – залізничний транспорт – автотранспорт».

На кожній ланці логістичного ланцюга та виді транспорту з урахуванням сезону та кліматичних зон визначаються чинники ризику та відбираються найбільш значущі, визначаються апріорні ймовірності ризику виникнення НС. Ймовірності можна визначити на основі:

- використання статистичних даних щодо аварійності у цілому та видів аварій;
- експертних оцінок;
- експертних оцінок та результатів обробки статистичних даних.

Проте слід зазначити, що у практиці оцінки ризиків переважно використовуються методи експертних оцінок. Утім, експерти також звертаються до статистичних даних, якщо такі є. Тим часом, якщо говорити про створення систем управління ризиками, то одним із необхідних елементів таких систем слід уважати систему моніторингу, збору та систематизації статистичних даних щодо аварійності, втрати/псування вантажів, загибелі людей тощо.

Уводяться такі позначення:

- p_{ij} – ймовірність ризику виникнення НС i -го виду на j -м виді транспорту;
- $P(A - B)$ – ймовірність виникнення НС хоча б одного виду під час проходження морської ділянки $A - B$;
- $P(B - C)$ – ймовірність виникнення НС хоча б одного виду під час проходження залізничної ділянки $B - C$;
- $P(C - D)$ – ймовірність виникнення НС хоча б одного виду під час проходження автомобільної ділянки $C - D$.

Далі для кожної ланки та виду транспорту визначають види ризиків, які можуть виникнути.

На прикладі морської ділянки:

- можливість виходу з ладу головного двигуна – p_{11} ;
- ймовірність пошкодження кермового управління судна – p_{12} ;
- ймовірність значного пошкодження судна внаслідок зіткнення, що не дозволяє продовжити рейс, – p_{13} .

Ймовірність того, що судно не зможе продовжити рейс на ділянці $A - B$ (подія – S), можна визначити, використовуючи методи складання та множення ймовірностей. Так, розглядаються дві спільні події:

- технічні несправності судна – подія (G);
- вихід з ладу судна через зіткнення – подія (R).

Тоді:

$$P(S) = P(G) + P(R) - P(GR) = p_{11}p_{12} + p_{13} - p_{11}p_{12}p_{13}. \quad (13)$$

Розглянемо практичний приклад схеми обчислення ймовірнісної оцінки ризику виникнення НС.

Експертні оцінки апріорних ймовірностей мають такі значення: $p_{11} = 0,005$; $p_{12} = 0,007$; $p_{13} = 0,008$.

За формулою (13) розраховується:

$$P(S) = 0,005 \cdot 0,007 + 0,008 - 0,005 \cdot 0,007 \cdot 0,008 = 0,008$$

Таким чином, рівень ризику, що автомобіль, який прямує за ланкою ($C - D$) логістичного ланцюга ($A - D$), не зможе виконати рейс через аварійний випадок, оцінюється ймовірністю $P(S)=0,008$.

Для розрахунку ціни ризику необхідно розрахувати вартість транспортного засобу (або його ремонту), вантажу та фрахту/оренди і потім виконати розрахунок ціни ризику за формулою:

$$R_3 = \sum_j r_n \cdot W_j, \quad (14)$$

де r_n – імовірність аварії на перетині маршрутів транспорту;

W_j – функція розподілу збитків на перетині маршрутів, наприклад у разі зіткнення.

Визначено, що внаслідок розрахунку вартості транспорту/ремонт, псування вантажу, нереалізованого транспортування (фрахту, оренди) визначено суму 1 000 000 грн. Тоді ціна ризику становитиме:

$$R_3 = 0,008 \cdot 1000000 = 8000 \text{ грн.} \quad (15)$$

Аналогічно виконуються розрахунки ймовірнісних оцінок ризику на залізничному транспорті та під час перевезення морським транспортом. Розраховані ймовірності виникнення НС на залізничному та морському транспорті (ймовірність невиконання або суттєвої затримки рейсу (зриву строку поставок) $P(S_r) = 0,006$ та $P(S_s) = 0,005$ відповідно). Тоді величина сукупного ризику зриву строків або невиконання поставки вантажів на ділянці $B - C$ можна визначити за формулою складання ймовірностей:

– ймовірність суми двох і більше спільних подій дорівнює сумі ймовірностей цих подій:

$$P_{\Sigma}(S) = P(S_a) + P(S_r) + P(S_s), \quad (16)$$

$$P_{\Sigma}(S) = 0,008 + 0,006 + 0,005 = 0,019.$$

Мінімальні втрати «майна» (транспорт, вантаж, фрахт) становитимуть 3 660 000 грн, а максимальні (морські перевезення) – 12 000 000 грн, тоді найімовірнішу суму збитків можна розрахувати за формулою (17):

$$W_{не} = (2 W_{min} + W_{max}) / 3, \quad (17)$$

$$W_{оч} = 6,44 \text{ млн грн}$$

дисперсія:

$$\sigma^2 = 0,012(W_{max} - W_{min})^2, \quad (18)$$

$$\sigma^2 = 0,83 \text{ млн грн}$$

Ціна сукупного ризику виникнення НС у процесі морського перевезення становитиме:

$$R_я = 0,019 \cdot 6,44 \text{ млн грн} = 0,12236 \text{ млн грн, або } 122\,360 \text{ грн.}$$

Для прийняття рішення щодо допустимості ризику (передбачається, що загрози життю людей немає) необхідно порівняти ціну ризику з величиною очікуваного прибутку за виконання

перевезення. Якщо величина очікуваного прибутку вище ціни ризику, такий ризик із комерційних міркувань припустимий. Наприклад, у прикладі сума очікуваного прибутку становить 2 500 000 грн, що набагато перевищує ціну ризику.

Висновки

Рівень допустимого ризику визначається шляхом порівняння ціни ризику з величиною очікуваного прибутку, який отримає судновласник під час виконання рейсу. Якщо величина очікуваного прибутку вище ціни ризику, такий ризик можна вважати допустимим (передбачається, що загрози життю людей немає).

Розвиток мультимодальних (комбінованих) перевезень визначається попитом на вказані перевезення, заявленими обсягами, товарною номенклатурою, умовами поставки та маршрутами транспортування. Для розвитку мультимодальних (комбінованих) перевезень в Україні необхідно реалізувати такі заходи:

1. Створити правове підґрунтя для розвитку змішаних (комбінованих) перевезень та їх інтеграції з європейською мультимодальною мережею (TEN-T):

– Прийняти Закон України «Про змішані (комбіновані) перевезення», у якому визначити питання відповідальності сторін під час комбінованих перевезень; компенсації шкоди від незбереження вантажу та рухомого складу; взаєморозрахунків, оформлення перевізних документів, митних вимог, прав та обов'язків операторів змішаних перевезень тощо.

– Міністерству інфраструктури України разом із Державною адміністрацією залізничного транспорту, Державною митною службою України розробити Комплексну програму розвитку контрейлерних перевезень, якою має бути визначено послідовність створення в Україні правових, економічних та організаційно-технічних умов для розвитку комбінованих перевезень та їх інтеграції з європейською мультимодальною мережею (TEN-T), а також питання державної підтримки розвитку зазначених перевезень, запровадження наскрізних тарифів у напрямку міжнародних транспортних коридорів.

– Міністерству інфраструктури України спільно з українським представництвом Постійного секретаріату ТРАСЕКА ініціювати внесення змін до Транспортної стратегії України на період до 2030 р., де передбачити пріоритетні напрями розвитку мультимодальних перевезень за участю усіх видів транспорту і, зокрема, створення сталого інфраструктурного ланцюга мультимодальних перевезень із поступовою інтеграцією коридору до Транс'європейської транспортної мережі (TEN-T).

– Міністерству інфраструктури України спільно з Державною авіаційною службою України ввести зміни до Повітряного кодексу України щодо врахування питань взаємодії повітряного з іншими видами транспорту та розвитку змішаних перевезень за участю повітряного транспорту.

2. Підвищувати конкурентоспроможність українських портів із метою залучення додаткових обсягів вантажів:

– Прийняти Закон України «Про судноплавство на внутрішніх водних шляхах України», прийнятий за основу Постановою ВРУ від 02.11.2010 № 2666-VI, у якому врахувати питання щодо забезпечення розвитку змішаних (комбінованих) перевезень, у т. ч. суднами іноземних компаній, а також розвитку міжнародного співробітництва, зокрема з міжнародними фінансовими установами, з питань спільної реалізації інвестиційних проєктів щодо розвитку інфраструктури внутрішніх водних шляхів.

– Прийняти Закон України «Про морські порти України», яким передбачити необхідність реформування управління галуззю, розділивши функції управління та комерційної діяльності; розмежування функцій інфраструктури та функцій з обробки вантажів (навантажувальна-розвантажувальних, експедиторських, логістичних тощо).

3. Підготувати необхідну технічну, організаційну, технологічну та правову базу для широкого впровадження принципу «єдиного вікна» під час митного оформлення вантажів, що

перетинають державний кордон, упровадження системи електронного декларування товарів із застосуванням електронного цифрового підпису. Певний досвід у цьому напрямі накопичується у Південній митниці (Одеса), де планується реалізувати пілотний проєкт, спрямований на введення технології «єдиного вікна», яка дасть змогу суттєво (у декілька разів) скоротити час оброблення контейнеру за рахунок зменшення кількості необхідної паперової документації, узгодження роботи всіх задіяних служб митного та інших видів контролю.

4. Здійснювати підготовку високопрофесійних фахівців в Україні у сфері організації змішаних (комбінованих) та мультимодальних перевезень шляхом ініціювання Міністерством інфраструктури України спільно з Міністерством освіти і науки України внесення відповідної спеціальності до напрямку підготовки 275 «Транспортні технології», що затверджені Постановою Кабінету Міністрів України від 24.05.1997 № 507 «Про перелік напрямів та спеціальностей, за якими здійснюється підготовка фахівців у вищих навчальних закладах за відповідними освітньо-кваліфікаційними рівнями».

У майбутньому заплановано використати запропоновану методику для розрахунку ймовірнісних оцінок ризиків у морських перевезеннях та очікуваної величини завдання шкоди суднам, вантажу, навколишньому середовищу.

Список використаної літератури

1. Указ Президента України «Про приєднання України до Європейської угоди про важливі лінії міжнародних комбінованих перевезень та відповідні об'єкти» від 11 липня 2005 р. № 1077/2005. *Голос України*. 2005. 1 с.
2. Yin J. Quantitative Risk Assessment for Maritime Safety Management. PhD thesis. Hong Kong Polytechnic University. 2011. URL: http://repository.lib.polyu.edu.hk/jspui/bitstream/10397/4317/2/b24415613_ir.pdf (дата звернення: 07.07.2023).
3. Kristiansen Svein. Maritime Transportation: Safety Management and Risk Analysis. London, Routledge. 2005. 528 p.
4. International Maritime Organization. 1974 SOLAS Convention. URL: <http://www.imo.org> (дата звернення: 01.09.2023).
5. International Safety Management. Code and Guidelines on Implementation of the ISM Code. London: IMO, 2012.
6. Проєкт Плану відновлення України. *Матеріали робочої групи «Відновлення та розбудова інфраструктури»* / Національна рада з відновлення України від наслідків війни, липень 2022. URL: https://www.lccd.org.ua/?gad_source=1&gclid=CjwKCAjwrvyxBhAbEiwAEg_Kgr59GNWLi1CHC-3WtWHNTRIZNqduSjXgQ-KJaUaN5PtBOHZOFBqHxBoCSz8QAvD_BwE (дата звернення: 01.09.2023).
7. Бакаєв О.О., Пирожков С.І., Ревенко В.Л. Міжнародні транспортні коридори – пріоритет української економічної перспективи. *Соціально-економічні дослідження в перехідний період. Україна в XXI ст.: концепції та моделі економічного розвитку* : щорічник наукових праць. 2001. Вип. 23. С. 474–491.
8. Григорак М.Ю. Концептуальні засади розвитку логістичної інфраструктури в умовах економіки знань. *Збірник наукових праць Державного економіко-технологічного університету транспорту. Серія «Економіка і управління»*. 2013. Вип. 26. С. 212–222.
9. Стан та перспективи приєднання України до Конвенції про спільну транзитну процедуру, як це передбачено зобов'язаннями, що містяться в Угоді про асоціацію між Україною та ЄС / ГО «Український центр європейської політики». 2019. URL: <https://www.civicsynergy.org.ua/wp-content/uploads/2018/04/Stan-taperspektyvy-pryuednannya-Ukrayiny-do-Konventsiyi-pro-spilnu-tranzytynu-protseduru-yak-tse-peredbachenozobov-yazannamyshho-mistyatsya-v-Ugodi-pro-asotsiatsiyu-mizh-Ukrayinoyu-ta-YES.pdf> (дата звернення: 01.09.2023).

10. Комбіновані системи перевезень вантажів. Їх переваги та недоліки. URL: <http://studopedia.org/14-50364.html> (дата звернення: 01.09.2023).
11. Лимонов Э.Л. Внешнеторговые операции морского транспорта и мультимодальные перевозки. Санкт-Петербург : Выбор, 2000. 416 с.
12. Міжгалузеві питання – Мультимодальний транспорт. Заключний звіт 7.1, грудень 2010 / Міністерство транспорту та зв'язку України. 2010. 56 с.
13. Мультимодальне перевезення: визначення, види, схема. URL: <http://xn--80aimveh.pp.ua/nauka/64-multimodalne-perevezennya-viznachennya-vidi-shema.html> (дата звернення: 01.09.2023).
14. Соколова О.Є. Концептуальні засади формування мультимодальної системи перевезення вантажів. *Наукоємні технології*. 2014. № 1. С. 114–118.
15. Терминология комбинированных перевозок (Terminology on combined transport). United Nations. New York and Geneva, 2001. 69 с. URL: <http://www.internationaltransportforum> (дата звернення: 01.09.2023).
16. Транспортна стратегія України на період до 2030 року (проект). URL: <http://www.mtu.gov.ua/projects/115> (дата звернення: 01.09.2023).

References

1. Ukaz Prezidenta Ukrainy «Pro pryiednannia Ukrainy do Yevropeiskoi uhody pro vazhlyvi linii mizhnarodnykh kombinovanykh perevezen ta vidpovidni obiekty» vid 11 lypnia 2005 r. № 1077/2005 [Decree of the President of Ukraine On the accession of Ukraine to the European Agreement on important lines of international combined transport and relevant facilities from July 11 2005, № 1077/2005]. *Holos Ukrainy*, p. 1 [in Ukrainian].
2. Yin, J. (2011). Quantitative Risk Assessment for Maritime Safety Management. PhD thesis. Hong Kong Polytechnic University. 2011: Retrieved from http://repository.lib.polyu.edu.hk/jspui/bitstream/10397/4317/2/b24415613_ir.pdf [in English].
3. Kristiansen, Svein. (2005) Maritime Transportation: Safety Management and Risk Analysis. London, Routledge [in English].
4. International Maritime Organization. (2023). [Official site]. 1974 SOLAS Convention: Retrieved from <http://www.imo.org> [in English].
5. International Safety Management. (2012). Code and Guidelines on Implementation of the ISM Code. London: IMO, 2012: Retrieved from <https://www.imo.org/en/ourwork/humanelement/pages/ISMCode.aspx> [in English].
6. Proekt Planu vidnovlennia Ukraini. Materialyi robochoi grupy «Vidnovlennia ta rozbydova infrastrukturyi», Natsional'na rada z vidnovlennia Ukrainia vid naslidciv viyinyi, lyipen' 2022 [Project of the Recovery Plan of Ukraine. Materials of the working group "Restoration and development of infrastructure" / National Council for the Recovery of Ukraine from the Consequences of War, July 2022]. Retrieved from https://www.lccd.org.ua/?gad_source=1&gclid=CjwKCAjwrvyxBhAbEiwAEg_Kgr59GNWL_i1CHC-3WtWHNTRIZNqduSjXgQ-KJaUaN5PtBOHZOFBqHxBoCSz8QAvD_BwE [in Ukrainian].
7. Bakaiev, O.O., Pirozhkov S.I., & Revenko V.L. (2001). Mizhnarodni transportni koridori – prioritet ukrayinskoyi ekonomichnoyi perspektivi. [International transport corridors are a priority of the Ukrainian economic perspective]. *Socialno-ekonomichni doslidzhennya v perehidnij period. Ukrayina v HHI st: kontseptsii ta modeli konomichnoho rozvytku [Socio-economic research in the transition period. Ukraine in the 21st century: concepts and models of economic development]*. Schorichnyk naukovyj prats'. Kyiv [in Ukrainian].
8. Hryhorak, M.Yu. (2013). Konceptualni zasadi rozvitku logistichnoyi infrastrukturi v umovah ekonomiki znan [Conceptual principles of logistics infrastructure development in the conditions of the knowledge economy]. *Zbirnyk naukovykh prats' Derzhavnogo ekonomiko-tekhnologichnoho universytetu transportu. Serii: Ekonomika i upravlinnia*, № 26 [in Ukrainian]

9. Stan ta perspektyvy pryiednannia Ukrainy do Konventsii pro spilnu tranzytnu protseduru, yak tse peredbacheno zobov'iazanniamy, shcho mistiatsia v Uhodi pro asotsiatsiiu mizh Ukrainoiu ta YeS / HO «Ukrainskyi tsentr yevropeiskoi polityky» (2019). [The status and prospects of Ukraine joining the Convention on a common transit procedure, as stipulated by the obligations contained in the Association Agreement between Ukraine and the EU / NGO "Ukrainian Center for European Policy"]. Retrieved from <https://www.civic-synergy.org.ua/wp-content/uploads/2018/04/Stan-taperspektyvy-pryyednannya-Ukrayiny-do-Konventsiyi-pro-spilnu-tranzytnu-protseduru-yak-tse-peredbachenozobov-yazannyamy-shho-mistyatsya-v-Ugodi-pro-asotsiatsiyu-mizh-Ukrayinoyu-ta-YES.pdf> [in Ukrainian].
10. Kombinovani sistemi perevezen vantazhiv. Yih perevagi ta nedoliki. (2017). [Combined cargo transportation systems. Their advantages and disadvantages]. *Ofitsiyni sait studopedia.org*. Retrieved from <http://studopedia.org/14-50364.html> [in Ukrainian].
11. Limonov, Je.L. (2000). Vneshnetorgovyie operacii morskogo transporta i mul'timodal'nye perevozki [Foreign trade operations of sea transport and multimodal transportations]. StP: Vybor [in Ukrainian].
12. Mizhhaluzevi pytannia – Mul'tymodal'nyj transport. Zakliuchnyj zvit 7.1. (Hruden' 2010) [Cross-cutting issues – Multimodal transport. Final report 7.1. December 2010]. Ministerstvo transportu ta zv'iazku Ukrainy, Kyiv, [in Ukrainian].
13. Multimodalne perevezennya: viznachennya, vidi, shema. (2017). [Multimodal transportation: definition, types, scheme]. *Ofitsiyni sait itranslit.com*. Retrieved from <http://xn--80aimveh.pp.ua/nauka/64-multimodalne-perevezennya-viznachennya-vidi-shema.html> (Accessed April 2017) [in Ukrainian].
14. Sokolova, O.Ye. (2014). Konceptualni zasadi formuvannya multimodalnoyi sistemi perevezennya vantazhiv [Conceptual foundations of the formation of a multimodal cargo transportation system]. Kyiv: Naukoyemni tehnologiyi [in Ukrainian].
15. Terminologiya kombinirovanyh perevozok (2017). [Terminology on combined transport]. United Nations: New York and Geneva. Retrieved from <http://www.internationaltransportforum> [in Ukrainian].
16. Transportna strategiya Ukrayini na period do 2030 roku (proekt). (2015) [Transport strategy of Ukraine for the period until 2030 (project)]. Retrieved from <http://www.mtu.gov.ua/projects/115> [in Ukrainian].

Клевцов Костянтин Миколайович – д.т.н., професор, професор кафедри транспортних технологій та механічної інженерії Херсонської державної морської академії. E-mail: klevtsovka@i.ua, ORCID: 0000-0001-9836-3296.

Букетов Андрій Вікторович – д.т.н., професор, завідувач кафедри, професор кафедри транспортних технологій та механічної інженерії Херсонської державної морської академії. E-mail: buketov@tntu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9836-3296.

Сапронов Олександр Олександрович – д.т.н., професор, заступник завідувача кафедри, професор кафедри транспортних технологій та механічної інженерії Херсонської державної морської академії. E-mail: oo.sapronov@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1115-6556.

Шарко Олександр Володимирович – д.т.н., професор, професор кафедри транспортних технологій та механічної інженерії Херсонської державної морської академії. E-mail: mvsharko@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8613-2837.

Васильченко Геннадій Юрійович – к.пед.н., доцент, доцент кафедри транспортних технологій та механічної інженерії Херсонської державної морської академії. E-mail: vasilchenkogenadii@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8320-4441.

Соценко Віталій Віталійович – PhD, старший викладач кафедри транспортних технологій та механічної інженерії Херсонської державної морської академії. E-mail: sotsenco.vv@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1115-6556.

Онишко Дмитро Миколайович – старший викладач кафедри інноваційних технологій та технічних засобів судноводіння Херсонської державної морської академії. E-mail: onushkodn@gmail.com, ORCID: 0009-0005-8394-3091.

Klevtsov Kostyantyn Mykolayovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Transport Technologies and Mechanical Engineering of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: klevtsovki.ua, ORCID: 0000-0001-9836-3296.

Buketov Andrii Viktorovych – Doctor of Technical Sciences, Head of the Department, Professor at the Department of Transport Technologies and Mechanical Engineering of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: buketov@tntu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9836-3296.

Sapronov Oleksandr Oleksandrovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Deputy Head of the Department, Professor at the Department of Transport Technologies and Mechanical Engineering of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: oo.sapronov@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1115-6556.

Sharko Oleksandr Volodymyrovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Transport Technologies and Mechanical Engineering of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: mvsharko@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8613-2837.

Vasilchenko Genadiy Yuriyovych – Doctor of Pedagogy, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Transport Technologies and Mechanical Engineering, Kherson State Maritime Academy. E-mail: vasilchenkogenadii@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8320-4441.

Sotsenko Vitaliy Vitaliyovych – PhD, Senior Lecturer at the Department of Transport Technologies and Mechanical Engineering, Kherson State Maritime Academy. E-mail: sotsenco.vv@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1115-6556.

Onishko Dmytro Mykolayovych – Senior Lecturer at the Department of Innovative Technologies and Technical Means of Navigation at the Kherson State Maritime Academy. E-mail: onushkodn@gmail.com, ORCID: 0009-0005-8394-3091.

К.М. КЛЕВЦОВ, О.В. ШАРКО, Г.Ю. ВАСИЛЬЧЕНКО,
Ю.Г. ТАТАРІНЦЕВА, Н.П. ЗНАМЕРОВСЬКА
Херсонська державна морська академія

КОМП'ЮТЕРНЕ ДІАГНОСТУВАННЯ НА ОСНОВІ ТЕРМОДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРНИХ ВІДМОВ РОБОТИ СУДНОВИХ МЕХАНІЗМІВ ІЗ ГІДРАВЛІЧНИМ ПРИВОДОМ У НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЯХ

Існує декілька методів комп'ютерного діагностування термодинамічних характерних відмов роботи суднових механізмів із гідравлічним приводом. Найбільш перспективним є метод, заснований на використанні спеціальних програм забезпечення для комп'ютерного моделювання.

Прогнозування роботи гідравлічної системи судна як динамічної системи дає змогу під час її діагностування використовувати параметри, що вимірюються не тільки шляхом точкової оцінки їхніх значень у певні проміжки часу, а й відстежувати процеси їхніх комплексних змін.

Для реалізації цього завдання необхідно точно локалізувати несправний вузол у гідросистемі судна та кількісно оцінити величину несправності за допомогою комп'ютерного діагностування термодинамічних характерних відмов його роботи. Для діагностування цих характеристик використовуються імітаційні моделі роботи гідродинамічних вузлів, які враховують основні несправності в роботі усієї гідравлічної системи судна. Пропонована методика дає змогу на початковому етапі роботи оцінити вплив тієї чи іншої несправності на зміну динамічних параметрів роботи всієї системи судна. У результаті практичної інформації та даних літературних джерел визначено характерні несправності гідравлічних систем судна. Розглянуто причини їх появи та вплив на роботу гідравлічних агрегатів загалом.

Наведено аналіз роботи імітаційної моделі агрегатів з урахуванням характерних несправностей за допомогою комп'ютерного діагностування термодинамічних характерних відмов роботи, реалізованих на прикладі типової гідравлічної системи дистанційного керування гальмами зірочок брашпиля. Проведено порівняння динамічних характеристик гідравлічної системи у справному стані та за появи однієї з характерних несправностей.

Отримані результати вказують на відмінності між перехідними процесами у справній та несправній ГС. Так, за витоку газу з ПГА зменшується частота перемикачів за фіксований проміжок часу, а також градієнт параметрів витрати та тиску. У цьому граничні значення, які досягають параметри ГС, залишаються незмінними, що підтверджує можливість її функціонування у разі даної несправності.

Ключові слова: гідравлічна система судна, несправності, діагностування, імітаційні моделі, динамічні характеристики, динамічні портрети.

K.M. KLEVTSOV, O.V. SHARKO, G.YU. VASILCHENKO,
YU.G. TATARINTSEVA, N.P. ZNAMEROVSKA
Kherson State Maritime Academy

COMPUTER DIAGNOSTICS BASED ON THERMODYNAMIC CHARACTERISTICS OF THE RELIABILITY OF SHIP MECHANISMS WITH A HYDRAULIC DRIVE IN EMERGENCY SITUATIONS

There are several methods of computer diagnostics of thermodynamic characteristic failures of ship mechanisms with a hydraulic drive. The most promising is the method based on the use of special software for computer modeling.

Forecasting the work of the ship's hydraulic system as a dynamic system allows for its diagnosis to use measured parameters, not only by spot assessment of their values at certain time intervals, but also to monitor the processes of their complex changes.

To implement this task, it is necessary to accurately localize the faulty unit in the vessel's hydraulic system and quantitatively estimate the magnitude of the malfunction using computer diagnostics of thermodynamic characteristic failures of its operation. To diagnose these characteristics, simulation models of the operation of hydrodynamic nodes are used, which take into account the main malfunctions in the operation of the entire hydraulic system of the ship. The proposed technique allows at the initial stage of work to assess the impact of one or another malfunction on the change in the dynamic parameters of the entire ship system. As a result of practical information and data from literary sources, characteristic malfunctions of the ship's hydraulic systems have been determined. The reasons for their appearance and influence on the operation of hydraulic units in general are considered.

The authors provide an analysis of the operation of the simulation model of the aggregates taking into account characteristic malfunctions with the help of computer diagnostics of thermodynamic characteristic failures of operation, implemented on the example of a typical hydraulic system of remote control of the brakes of windlass stars. A comparison of the dynamic characteristics of the hydraulic system in good condition and when one of the typical malfunctions occurs.

The obtained results indicate the differences between transient processes in a working and a faulty HS. Thus, when gas leaks from the PGA, the frequency of switching over a fixed period of time, as well as the gradient of the flow and pressure parameters, decreases. In this case, the limit values reached by the HS parameters remain unchanged, which confirms the possibility of its functioning in the event of this malfunction.

Key words: ship hydraulic system, malfunctions, diagnosis, simulation models, dynamic characteristics, dynamic portraits.

Постановка проблеми

У процесі експлуатації гідравлічних систем (ГС) виявляється низка дефектів та пошкоджень, пов'язаних із недосконалістю конструкції, технологій виробництва, порушеннями умов експлуатації, несприятливими зовнішніми термодинамічними чинниками тощо. Для діагностування технічного стану ГС застосовують різні методи, серед яких виділяються методи еталонних залежностей. Прикладом реалізації останніх є діагностування ГС щодо зміни її динамічних параметрів. Такий підхід заснований на дослідженні залежностей окремих режимних параметрів ГС за різних умов роботи та порівняння їх з еталоном. Незважаючи на необхідність застосування складного дорогого обладнання та трудомісткість процесу розшифровки результатів вимірювань, даний метод сьогодні є одним із найбільш інформативних та точних. Однак питання, пов'язані з локалізацією відмов, а також кількісною оцінкою їхньої величини залишаються відкритими.

Під час діагностування ГС як динамічної системи необхідно використовувати параметри, що вимірюються, не тільки шляхом замірювання їхніх значень у певні проміжки часу, а й відстежувати процес їх зміни за весь період роботи системи взагалі. Для цього необхідно скласти динамічний портрет системи (ДПС), що є сукупністю вихідних параметрів ГС, побудованих у певній часовій ділянці $ft(t_1, t_2)$. Це дає змогу припустити, що несправність будь-якого елемента системи відбивається на значенні роботи її вихідних параметрів, які можна оцінювати за їх різницею із вихідними параметрами роботи справної ГС за однакових умов роботи всіх агрегатів системи. ДПС повинен ураховувати кожне відхилення від нормальних умов роботи кожного елемента ГС. За таких умов роботи гідравлічної системи судна відхилення ДПС може бути характерною ознакою в оцінці технічного стану ГС узагалі. За таких умов роботи системи можна заздалегідь установити відповідність тих чи інших відмов характеру відхилення ДПС від еталонного зразка у часі.

Із практичного погляду для реалізації запропонованого підходу, по-перше, необхідно з усіх відмов і збоїв у роботі ГС визначити основні й найпоширеніші, по-друге, розробити їхні імітаційні моделі та дослідити зміну динамічних характеристик ГС судна за їх появи.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Питання визначення характерних відмов роботи суднових механізмів із гідравлічним приводом є достатньо актуальним і розглядалося в роботах значної кількості вітчизняних та закордонних фахівців з екології, суднобудування, фізичної хімії, технологій та проектування в роботах Б.Г. Декіна, В.М. Харіна, І.О. Ковальова, Б.Н. Пермінова, А.Ф. Верлань, Д.О. Ковальюка, G. Schonbauer, R. Lennartz [1–11]. Однак його реалізація не дає змоги точно локалізувати несправний агрегат у системі та кількісно оцінити величину несправності. Для усунення цих недоліків доцільно мати імітаційні моделі агрегатів, що враховують характерні несправності термодинамічної та гідравлічної систем судна, тому що гіпотеза про ідентичність структури несправностей не знаходить практичного підтвердження.

Мета дослідження

Метою роботи є визначення характерних відмов роботи гідравлічних механізмів, причин їх появи та впливу на роботу гідравлічних та термодинамічних систем судна у надзвичайних ситуаціях на основі комп'ютерного діагностування.

Теоретико-методологічним фундаментом є системний підхід. У теоретичних дослідженнях використано аналітичні методи системного підходу, теорії ймовірності, методи математичної статистики та експертних оцінок.

Виклад основного матеріалу дослідження

Досвід практичної роботи показав, що відмови роботи ГС аналогічні для різних систем, а причини і характер їх появ загалом типові. У результаті аналізу статистичних даних, зібраних на кафедрі транспортних технологій та механічної інженерії Херсонської державної морської академії, було встановлено, що найбільш характерними відмовами у ГС є:

- зовнішні та внутрішні витоки;
- зміна термодинамічних властивостей робочих рідин;
- заклинювання золотникових пар та клапанів.

Наслідки цих відмов можуть призводити до катастроф та аварійних ситуацій і, як показав опит практичної роботи, часто не можуть бути своєчасно виявлені існуючими діагностичними засобами.

Для розроблення сучасних методів діагностування найбільш характерних відмов необхідно провести аналіз причини їх появи та визначити вплив на роботу ГС у цілому.

Зовнішні та внутрішні витоки

Надійність і безвідмовність гідравлічних агрегатів багато в чому залежать від їх ущільнювальних пристроїв.

Ущільнювальні пристрої призначені для забезпечення герметичності з'єднань елементів гідропривода з метою запобігання або зменшення витоків рідини крізь зазори у з'єднаннях, а також для захисту гідропривода від проникнення часток бруду, вологи й повітря із зовнішнього середовища.

До ущільнювальних пристроїв висуваються такі вимоги: стійкість до зношування; сумісність із конструкційними матеріалами й робочою рідиною; стійкість до температурних коливань; зручність монтажу/демонтажу; невисока вартість.

Ущільнювальні пристрої діляться на дві групи:

- ущільнення нерухливих з'єднань, які повинні забезпечувати абсолютну герметичність за всіх режимів роботи гідроприводу;
- ущільнення рухливих з'єднань, що допускають можливість регламентованих витоків і перетікань робочої рідини.

Ущільнення вважається герметичним, якщо після тривалої витримки під тиском (для нерухливих з'єднань) або після встановленої кількості переміщень (для рухливих з'єднань) витоки робочої рідини не перевищують гранично допустимі.

У нерознімних з'єднаннях герметичність досягається паянням і зварюванням.

У рознімних з'єднаннях витоки усуваються декількома способами: шляхом деформації поверхонь, які ущільнюються, зовнішньою силою; взаємним припрацюванням поверхонь, що ущільнюються; заповненням мікронерівностей на поверхнях, які ущільнюються, різними заповнювачами (прокладки з картону, шкіри, гуми й т. д.). При цьому за всіх способів між деталями, що з'єднуються, повинен бути створений контактний тиск (шляхом затягування кріпильними елементами), який перевищує максимальний робочий тиск.

Внутрішні та зовнішні витоки призводять до падіння продуктивності насосів, зниження тиску ГС, погіршення заявлених характеристик виконавчих механізмів і, як наслідок, до загального порушення правильності функціонування ГС.

Зміна термомеханічних параметрів робочої рідини (РР)

Зміна фізичних і хімічних параметрів РР найбільшою мірою впливає на її якість в'язкість та забрудненість механічними домішками, що призводить відмов і збоїв у роботі ГС.

Однією з найважливіших характеристик гідравлічних рідин є в'язкість. Велика в'язка рідина не дає змоги затікати в маленькі зазори і стає причиною зниження гідравлічного ККД. За малої в'язкості рідина погано утримується на рухомих деталях, що в результаті негативно впливає на значення об'ємного ККД. Окрім того, одна з основних функцій РР – забезпечення змащення поверхонь агрегатів тертя. Ці чинники пред'являють підвищені вимоги до забезпечення на поверхні деталей міцних і стійких плівок, що виключають можливість виникнення сухого тертя і пов'язаного з ним підвищеного зносу деталей.

РР під час циркуляції у ГС забруднюється та піддається температурним впливам, які утворюються завдяки продавлюванню через зазори в агрегатах. Усе це призводить до її деструкції та зниження фізико-хімічних параметрів. При цьому швидкість зміни в'язкості РР для різних ГС відрізняється і залежить від типу насосів, що застосовуються, температурного режиму, інтенсивності роботи і низки інших чинників.

Процес накопичення органічних та неорганічних домішок у гідравлічних оліях відбувається постійно і залежить від режиму роботи обладнання, а також від герметичності елементів системи. Вітчизняний та зарубіжний досвід показує, що саме підвищена забрудненість РР у 90% випадків є причиною відмов елементів ГС. Ступінь забруднення РР ГС частинками може спричинити такі види відмови агрегатів [12]:

- підвищений знос, зумовлений стиранням поверхонь пар тертя через присутність у зазорах частинок забруднення та ерозією через бомбардування частинками;
- заклинювання елементів золотникових розподільників;
- блокування зазорів у прецизійних парах (облітерація).

Заклинювання золотникових пар

Золотниковий механізм – це пристрій, що спрямовує потік рідини або газу шляхом зміщення рухомої частини (власне золотника) відносно отворів у поверхні корпусу (гільзи у разі циліндричної конструкції), по якій золотник ковзає. Конструкція даних механізмів передбачає наявність мікронних зазорів між золотником та її гільзою, тобто наявність капілярної щілини. Через це в процесі експлуатації нерідко виникає несправність, пов'язана із заїданням золотникової пари, яка з часом призводить до повного заклинювання.

Причиною заклинювання є облітерація (зарощування) зазорів між золотником та гільзою. Зарощування цих зазорів відбувається в результаті відкладень на поверхнях сполучного шару, що складається з полярних молекул. Інтенсивність процесу облітерації збільшується зі зростанням тиску в системі.

Через необхідність руйнування сполучного молекулярного шару гільзи та золотника різко погіршується динаміка ГС, тому що величина потрібних зусиль для зсуву золотника багаторазово зростає. Унаслідок цього виникає запізнення в ГС та ефект заїдання золотника в гільзі, тим самим викликаючи неприпустиме збільшення сил тертя в парі [13].

Надалі розглянемо імітаційні моделі характерних відмов ГС. Гідравлічну модель дистанційного керування гальмами зірочок брашпиля судна наведено на рис. 1. Реалізація розглянутої ГС у спеціальній програмі забезпечення для комп'ютерного моделювання представлена на рис. 2.

Згідно із цією схемою, робоча рідина з бака 1 через фільтр грубої очистки 2 подається гідравлічним насосом 3 у гідравлічну систему. По гідравлічній лінії 5 під тиском рідина подається до розподільника 7, який направляє потік до гідравлічних циліндрів 10 у поршневу, або штокову, порожнину. Під час надходження рідини в поршневу порожнину гідравлічного циліндра поршень під її тиском буде переміщуватися, унаслідок чого приводиться в дію робочий орган машини, а рідина зі штокової порожнини по зливних гідравлічних лініях через фільтр тонкої очистки 12 надходить у гідравлічний бак 1.

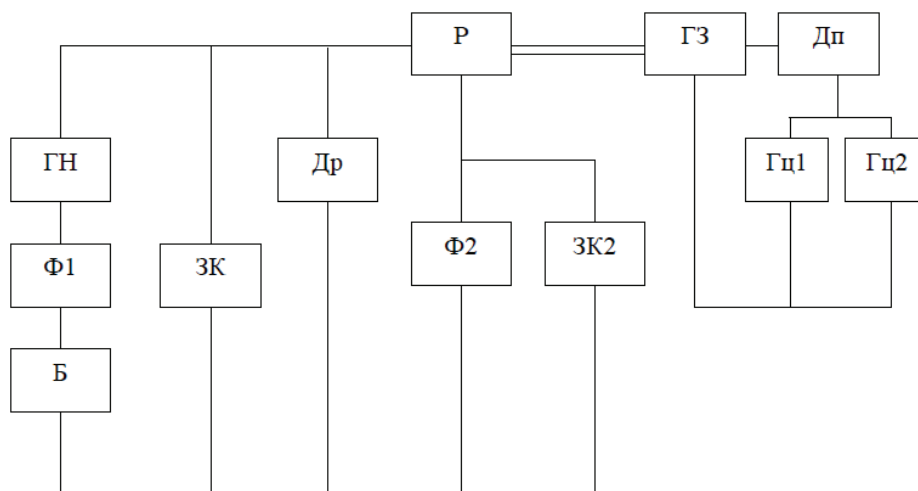


Рис. 1. Гідравлічна схема дистанційного керування гальмами зірочок брашпиля: Б – гідробак; Ф1, Ф2 – фільтр, відповідно грубого і тонкого очищення; ГН – гідравлічний насос; ЗК1, ЗК2 – запобіжні клапани; Др – дросель; Р – розподільник; ГЗ – гідравлічний замок; Дп – дільник потоку; Гц1, Гц2 – гідравлічні циліндри

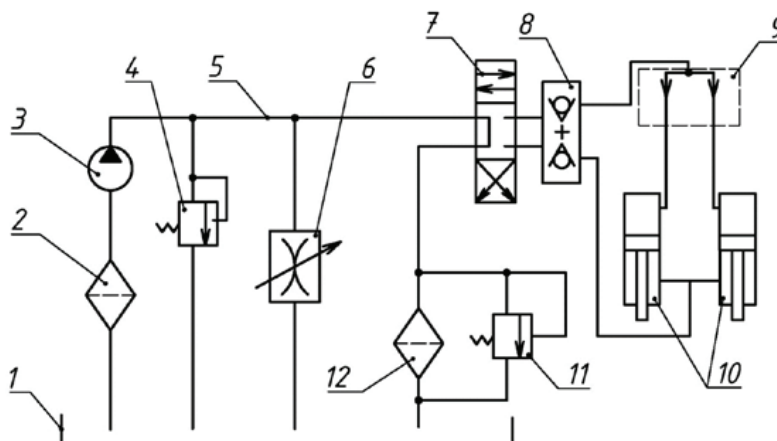


Рис. 2. Принципова модель гідравлічної схеми ГС брашпиля у спеціальній програмі забезпечення для комп'ютерного моделювання: 1 – гідравлічний бак; 2 – фільтр грубої очистки; 3 – гідравлічний насос; 4 – запобіжний клапан високого тиску; 5 – гідравлічна лінія; 6 – дросель; 7 – розподільник; 8 – гідравлічний замок; 9 – дільник потоку; 10 – гідравлічні циліндри; 11 – запобіжний клапан низького тиску; 12 – фільтр тонкої очистки

Під час надходження рідини у штокову порожнину гідравлічного циліндра поршень, як і в попередньому випадку, під її тиском буде переміщуватися, але в протилежному напрямку, забезпечуючи при цьому здійснення відповідної операції робочим органом машини чи механізму, а рідина з поршневої порожнини надходить у гідравлічний бак 1 (аналогічно попередньому випадку).

Таким чином, входною ланкою гідравлічного привода є насос 3, створюваний ним тиск робочої рідини реалізується на гідравлічних двигунах, якими у цьому разі є два гідравлічні циліндри 10.

Гідравлічний замок 8 фіксує робочий орган машини в певному положенні. Дільник потоку 9 розділяє рівномірно потік рідини на два і більше потоків залежно від кількості гідравлічних двигунів. Запобіжні клапани 4 і 11 призначені для підтримання номінального тиску в системі шляхом обмеження його максимально допустимого значення. Фільтри 2 і 12 призначені для очистки робочої рідини від забруднень і домішок.

Розроблена модель дає змогу розраховувати перехідні процеси основних параметрів системи за наявності та відсутності характерних відмов в агрегатах.

Основні результати та їх обговорення

Імітаційна модель балансу внутрішніх витоків. Внутрішні витoki характерні насамперед для насосних агрегатів 3 (рис. 2). Для моделювання роботи насоса з даною несправністю в програмному пакеті спеціальних програм забезпечення для комп'ютерного моделювання у байпасному насосі підключається регульований вентиль із подачею РР на злив. У процесі моделювання динамічних процесів, що відбуваються в насосі, у програмному пакеті спеціальних програм забезпечення для комп'ютерного моделювання використовується рівність (1) балансу витрат [14]:

$$Q_n = Q_n^e + Q_v, \quad (1)$$

де: $Q_v = \mu_v F_v \sqrt{\frac{2}{\rho}} (p_n^y - p_c)$ – витрата витоків рідини; μ_v та F_v – коефіцієнт витрати та площа прохідного перерізу вентиля відповідно; p_n^y – тиск на виході з насоса; Q_n – витрата рідини на виході зі справного насоса; Q_n^e – витрата рідини на виході з насоса з урахуванням величини витоків.

Зовнішні витікання виникають, головним чином, у місцях стиків трубопроводів і корпусних деталей агрегатів (рис. 3) за умов вібрацій та зміни температури РР у великому діапазоні. Зовнішні витoki можуть призвести до скорочення обсягу рідини в баках, а за значних величин – до зміни динамічних характеристик усієї ГС.

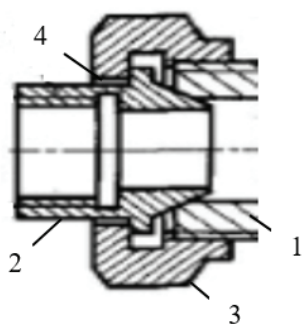


Рис. 3. Схема витоків РР на стику трубопроводів [1]:
1 – штуцер; 2 – ніпель; 3 – накидна гайка; 4 – кільце ущільнювача

Моделювання динамічних процесів витоків рідини у стиках трубопроводів за допомогою спеціальних програм забезпечення для комп'ютерного моделювання проводиться на основі рівняння балансу витрати у місцях з'єднання трубопроводів [14]:

$$Q_1 + Q_{em} - Q_2 = 0, p_1 = p_2, Q_{em} = K_{em} (p_1 - p_{atm}), \quad (2)$$

де: $Q_1, Q_2, Q_{вт}$ – витрата РР на вході в стик, виході зі стику і величина витоків відповідно; p_1, p_2 – тиск на вході та на виході зі стику відповідно; $K_{вт}$ – коефіцієнт ламінарних гідравлічних втрат РР у стиках.

Для справного агрегату справедливі рівняння: $Q_1 = Q_2; p_1 = p_2; K_{вт} = 0$.

Імітація несправності роботи пневмо-гідроаккумулятора. Негерметичність зарядного штуцера – основна несправність пневмо-гідроаккумулятора (ПГА), яка полягає у тому, що обсяг газової порожнини в процесі експлуатації може змінюватися від заданого V_2^p до нуля, де V_2^p – обсяг газової порожнини за робочого тиску.

Визначити несправність ПГА у процесі роботи ГС можна лише за динамічними параметрами.

Під час моделювання цього процесу за допомогою спеціальних програм забезпечення для комп'ютерного моделювання витрата рідини у ПГА визначається за залежністю [14]:

$$Q_{ПГА} = C_{ПГА} \frac{dP_{ПГА}}{dt}, Q_1 = Q_{ПГА} + Q_2, \quad (3)$$

де: $C_{ПГА} \frac{V_{екв}^p}{\rho c}$ – акустична ємність ПГА; $V_{екв}^p$ – еквівалентний обсяг ПГА; ρc – щільність та швидкість звуку в рідині відповідно; $\frac{dP_{ПГА}}{dt}$ – зміна тиску в ПГА; Q_1 та Q_2 – витрати рідини до та після ПГА відповідно.

Еквівалентний обсяг ПГА при $p_{ПГА} > p_{зар}$ визначається за формулою [14]:

$$V_{екв}^p = V_{ПГА} \left(1 - \left(\frac{p_{зар}}{p_{ПГА}} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \right), \quad (4)$$

де: $V_{ПГА}$ – обсяг ПГА; $p_{зар}$ – тиск зарядки ПГА; κ – показник адіабати.

За повного стравлювання газу з відповідної порожнини ПГА справедлива рівність $V_{екв}^p = V_{ПГА}$.

Імітація ступеня забруднень робочої рідини. Забруднення гідравлічного фільтра 2, 12 (рис. 2) є однією з головних ознак наявності в РР великої кількості механічних домішок. Ступень витрати РР через фільтр визначається за формулою [14]:

$$Q = \frac{Sg(p_1 - p_2)}{\mu}, \quad (5)$$

де: Q – ступень витрати РР через фільтр; S – площа елемента, що фільтрує; g – питома пропускна спроможність фільтра; $(p_1 - p_2)$ – перепад тисків на фільтрі; μ – динамічна в'язкість РР.

Забруднення фільтруючого елемента механічними домішками суттєво зменшує його прохідну площу, тому перепад тиску повинен постійно зростати. Таким чином, дану несправність під час моделювання динамічних процесів у програмному пакеті для комп'ютерного моделювання можна реалізувати зменшенням площі прохідного перерізу фільтруючого елемента. Унаслідок цього збільшення перепаду на фільтрі призведе до відкриття вбудованого перепускного клапана.

Імітація заклинювання золотникових пар. Найбільш поширеною несправністю гідравлічних розподільників є заїдання/заклинювання золотника у гільзі 7 (рис. 2). Імітаційну модель заїдання/заклинювання золотника гідравлічного розподільника можна побудувати

у програмному пакеті для комп'ютерного моделювання, збільшивши силу сухого тертя золотника відповідно до рівняння [14]:

$$\frac{dx}{dt} + \lambda_{e.mp} \frac{dx}{dt} + N_{c.mp} \frac{dx}{dt} \operatorname{sign}\left(\frac{dx}{dt}\right) + \gamma_{np} x = F_3 (p_1 - p_2), \quad (6)$$

де: x – переміщення золотника; M_3 та $\lambda_{e.mp}$ – маса і сила в'язкого тертя відповідно; $N_{c.mp}$ – сила сухого тертя; γ_{np} – жорсткість пружини; F_3 – площа торця золотника; p_1, p_2 – тиск по торцях золотника.

За справного стану агрегату сила сухого тертя, що характеризує заїдання/заклинювання золотника, мінімальна. Під час попадання в зазор між золотником і гільзою твердих частинок забруднення у рівність закладається сила сухого тертя у відсотках дії сил перепаду тиску (наприклад, 20%). За перевищення сил сухого тертя над силою перепаду тиску золотник стопориться в якомусь положенні, що призводить до втрати працездатності агрегату.

Результати моделювання

Комп'ютерне діагностування на основі термодинамічних характерних надійності роботи судових механізмів із гідравлічним приводом полягає у дослідженні відхилень режимних параметрів несправної ГС щодо режимних параметрів справної ГС. Як приклад було розглянуто несправність, пов'язану з витокком РР з ПГА. На рис. 4, 5 представлені перехідні процеси по тиску та обсягу для справної та несправної ГС.

Аналіз отриманих результатів (рис. 4, 5) указує на відмінності між перехідними процесами у справній та несправній ГС. Так, під час витокку газу з ПГА зменшується частота перемикачів за фіксований проміжок часу, а також градієнт параметрів витрати та тиску. У цьому граничні значення, які досягають параметри ГС, залишаються незмінними, що підтверджує можливість її функціонування у разі даної несправності.

Висновки

Аналіз отриманих результатів дає змогу зробити такі висновки:

1) проведений аналіз статистичних даних та літературних джерел показав, що характерними відмовами роботи ГС є зовнішні та внутрішні витокки, деградація властивостей РР, а саме забруднення її механічними домішками, витокку газу з порожнини пневмо-гідроакумулятора та заїдання/заклинювання золотникових пар агрегатів;

2) характер відмов роботи викликає відхилення ДПС від контрольного зразка, що істотно залежить від виду несправності і від режимного параметра роботи ГС;

3) використання спеціальних програм забезпечення для комп'ютерного моделювання дає змогу проводити ефективне діагностування ГС за ДПС, оскільки за його допомогою можна динамічно фіксувати несправності в елементах системи на ранніх етапах їх появи;

4) підтверджено можливість використання запропонованого підходу для якісної діагностики роботи режимних параметрів ГС, яка залежить у тому числі від точки, з якою ведеться фіксація значень параметрів.

Подальші дослідження у цьому напрямі пов'язані з експериментальною верифікацією імітаційних моделей на напівнатурному стенді. Для цього необхідно в першу чергу розробити конструкцію імітаторів несправностей, що дають змогу створити порушення в роботі ГС аналогічні тим, що відбуваються у разі несправності в експлуатації. При цьому важливо, щоб розроблені імітатори давала змогу не лише вносити порушення в роботу ГС, а й регулювати їхню величину (витрата рідини на витік, ступінь забруднення фільтра тощо).

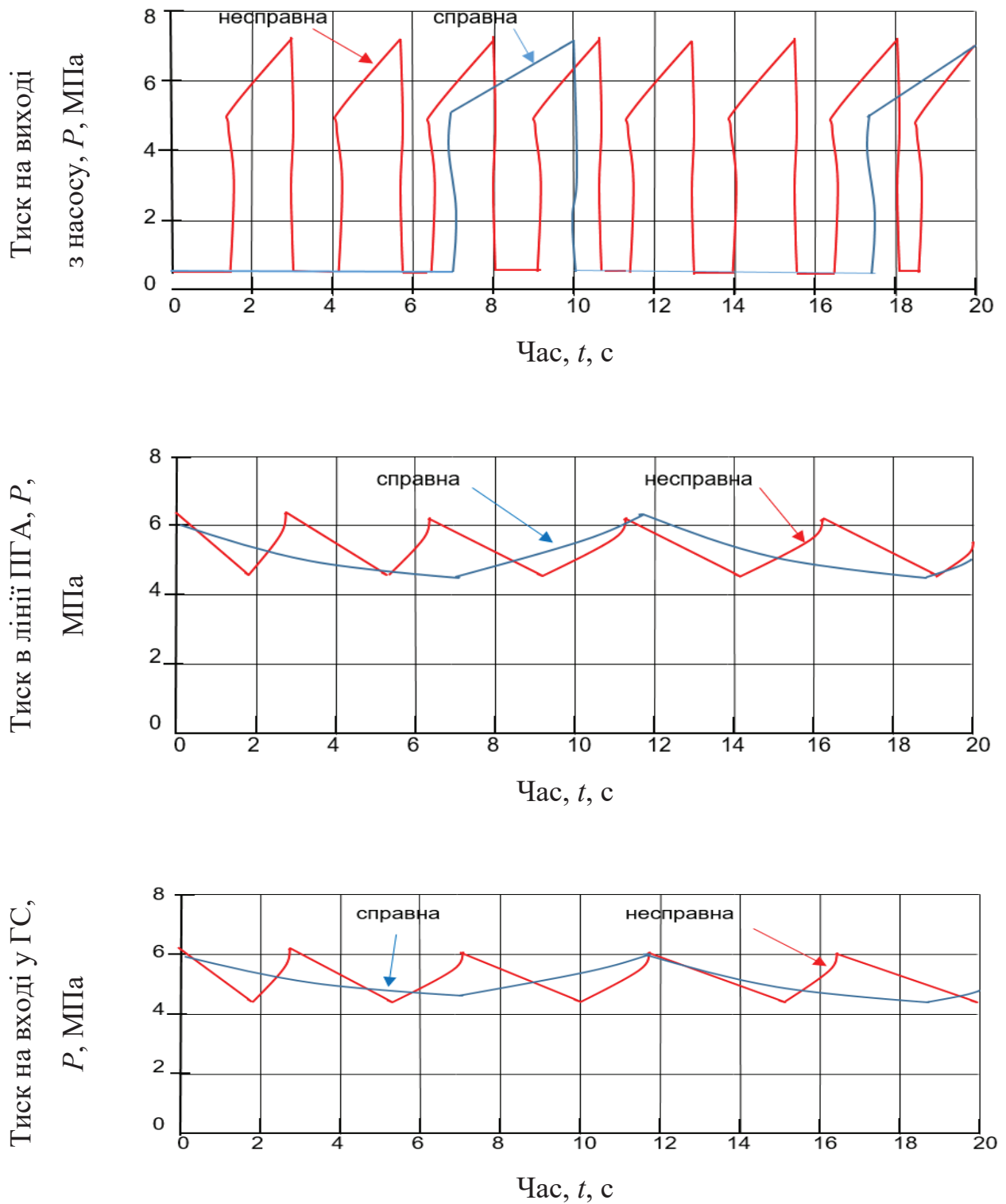


Рис. 4. Перехідні процеси за тиском у справній та несправній ГС

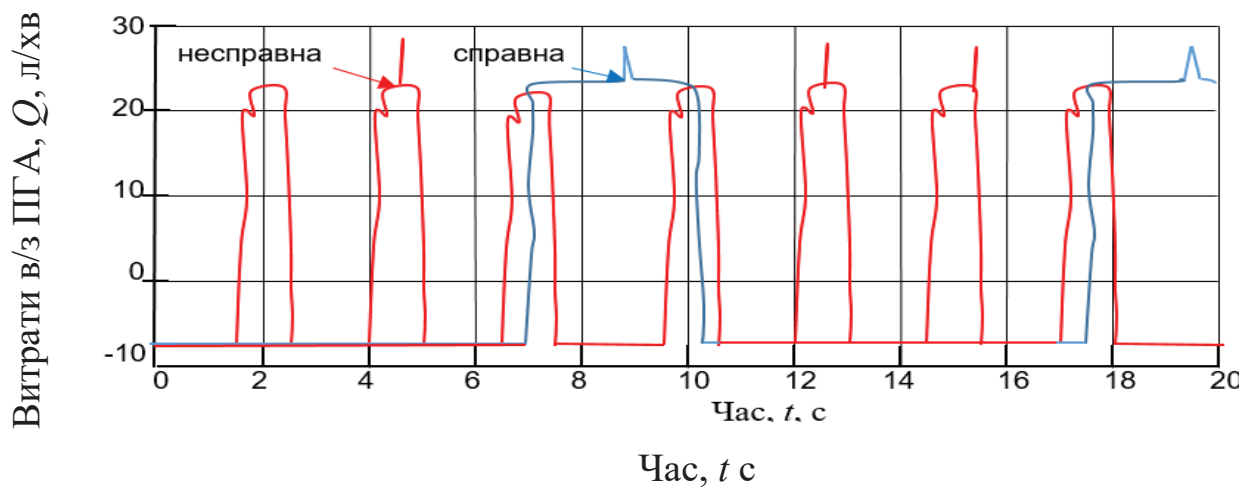
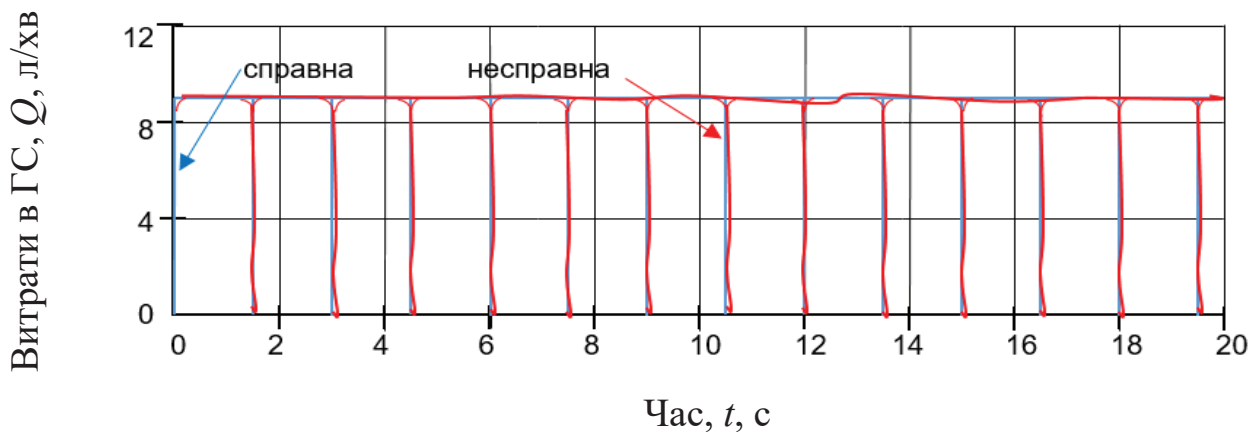
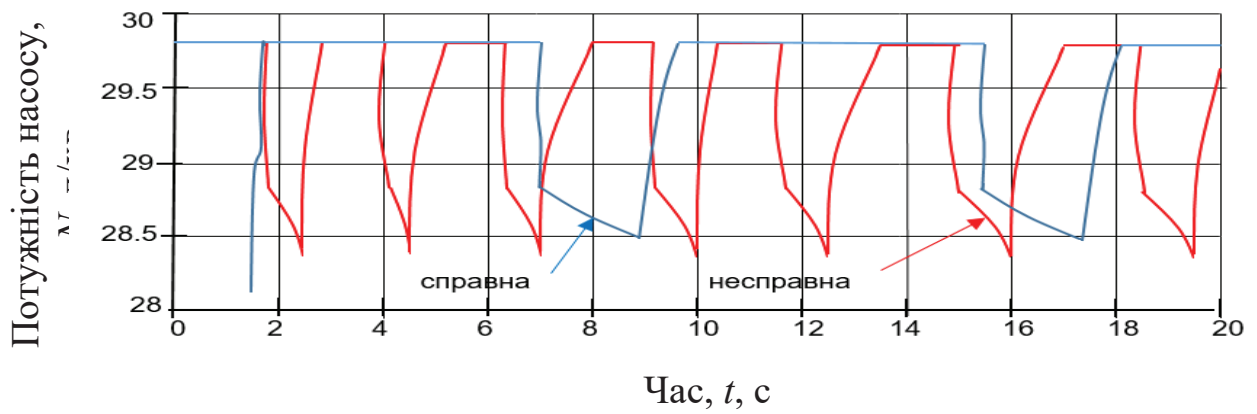


Рис. 5. Перехідні процеси з об'ємної витрати РР у справній та несправній ГС

Список використаної літератури

1. Декин Б.Г. Судовой объемный гидравлический привод. Одесса : Латстар, 2012. 176 с.
2. Харин В.М. Судовые гидравлические рулевые машины. Одесса : Феникс, 2015. 260 с.
3. Декин Б.Г. Техническая эксплуатация судового объемного гидравлического привода. Одесса : Феникс, 2013. 152 с.
4. Ковальов І.О., Ратушний О.В. Гідравліка, гідро- та пневмоприводи : навчальний посібник. Суми : СумДУ, 2016. 250 с.
5. Перминов Б.Н. Ресурсосберегающее маслоиспользование в судовых тронковых дизелях : автореф. дис. ... док. техн. Наук : 05.08.05. Одесса, 2005. 22 с.
6. Верлань А.Ф. Математичне та комп'ютерне забезпечення розробок випробувальних стендів силових установок енергетичного і транспортного призначення. *Збірник наукових статей за результатами, отриманими в 2010–2012 рр.* Київ : Інститут електрозварювання ім. Є.О. Патона НАН України, 2012. С. 310–315.
7. Ковалюк Д.О. Моделювання теплотехнологічних об'єктів із розподіленими параметрами : монографія. Вінниця : ВНТУ, 2010. 182 с.
8. Schonbauer, G. Zur Beitrag Charakterisierung von Metalldrahtgeweben als Filtermedium: Aufbereitungstechnik. 1978. H. 5. P. 217–221.
9. Schonbauer, G. Zur Bestimmung der Filterfeinheit von Tressengeweben: Aufbereitungstechnik, 1979. H. 4. P. 203–207.
10. Lennartz R. Full flow filtration in lubricating oil systems: Second World Filtration Congress. Proc. London, 1979. P. 541–548.
11. Lennartz R. System Design to Improve Cleaning of Heavy Fuels: *Diesel and Gas Turbine Worldwide*, 1981. Vol. 13 № 9. P. 22–24.
12. Minchev D. Concept of vibroacoustic diagnostics of the fuel injection and electronic cylinder lubrication systems of marine diesel engines. *Polish Maritime Research*, 2022. № 4. P. 88–96. DOI: 10.2478/pomr-2022-0046 (Scopus, Q2).
13. Minchev D. Vibrodiagnostics of marine diesel engines in IMES GmbH systems. *Ships and Offshore Structures*, 2022. P. 1–12. DOI: 10.1080/17445302.2022.2128558 (Scopus, Q1).
14. Соколов В.І. Гідравліка : навчальний посібник. Сєвєродонецьк : СХУ ім. В. Даля, 2017. 160 с.

References

1. Dekin, B.G. (2012). *Sudovoj obemnyj gidravlicheskiy privod [Marine volumetric hydraulic drive]*. Odesa: Latstar [in Ukrainian].
2. Harin, V.M. (2015). *Sudovye gidravlicheskie rulevye mashiny [Marine hydraulic steering machines]*. Odessa: Feniks [in Ukrainian].
3. Dekin, B.G. (2013). *Tekhnicheskaya ekspluatatsiya sudovogo obemnogo gidravlicheskogo privoda [Technical operation of the ship volumetric hydraulic drive]*. Odessa: Feniks [in Ukrainian].
4. Kovalov, I.O., & Ratushnyj, O.V. (2016). *Gidravlika, gidro- ta pnevmoprivodi: navch. posib. [Hydraulics, hydraulic and pneumatic drives: a study guide]*. SumDU [in Ukrainian].
5. Perminov, B.N. (2005). Resursosberegayushee masloispolzovanie v sudovyh tronkovykh dizelyah [Resource-saving oil use in marine diesel engines]. *Extended abstract of Doctor's thesis*. Odessa [in Ukrainian].
6. Verlan, A.F. (2012). Matematychno ta kompiuterne zabezpechennia rozrobok vyprobuvalnykh stendiv sylovykh ustanovok enerhetychnoho i transportnoho pryznachennia [Mathematical and computer support for the development of test benches for power plants for energy and transport purposes]. *Zbirnyk naukovykh statei za rezultatamy, otrymany v 2010–2012 rr.* K.: Instytut elektrozvარიвання ім. Ye.O. Patona NAN Ukrainy [in Ukrainian].
7. Kovaliuk, D.O. (2010). *Modeliuvannia teplotekhnolohichnykh obiektiv z rozpodilenyi parametramy: monohrafiia [Modeling of heat engineering facilities with variable parameters]*. Vinnytsia: VNTU [in Ukrainian].

8. Schonbauer, G. (1979). Beitrag zur Charakterisierung von Metalldrahtgeweben als Filtermedium. Aufbereitungstechnik [in German].
9. Schonbauer, G. (1979). Zur Bestimmung der Filterfeinheit von Tressengeweben. Aufbereitungstechnik [in German].
10. Lennartz, R. (1981). Full flow filtration in lubricating oil systems. Second World Filtration Congress, Proc. London [in English].
11. Lennartz, R. (1981). System Design to Improve Cleaning of Heavy Fuels. Diesel and Gas Turbine Worldwide, Proc. London [in English].
12. Varbanets, R., Shumylo, O., Marchenko, A., Minchev, D., Kyrnats, V., Zalozh, V., Brusnyk, R., & Volovyk, K. (2022). Concept of vibroacoustic diagnostics of the fuel injection and electronic cylinder lubrication systems of marine diesel engines: *Polish Maritime Research*, 4. P. 88–96 [in English].
13. Minchev, D. (2022). Vibrodiagnostics of marine diesel engines in IMES GmbH systems. *Ships and Offshore Structures*, P. 1–12 [in English].
14. Sokolov, V.I. (2017). *Gidravlika: navch. Posibnik [Hydraulics: a study guide]*. Syevyerodoneck: vid-vo SNU im. V. Dalya [in Ukrainian].

Клевцов Костянтин Миколайович – д.т.н., професор, професор кафедри транспортних технологій та механічної інженерії Херсонської державної морської академії. E-mail: klevtsovka@i.ua, ORCID: 0000-0001-9836-3296.

Шарко Олександр Володимирович – д.т.н., професор, професор кафедри транспортних технологій та механічної інженерії Херсонської державної морської академії. E-mail: mvsharko@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8613-2837.

Васильченко Геннадій Юрійович – к.пед.н., доцент, доцент кафедри транспортних технологій та механічної інженерії Херсонської державної морської академії. E-mail: vasilchenkogenadii@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8320-4441.

Татарінцева Юлія Геннадіївна – старший викладач кафедри транспортних технологій та механічної інженерії Херсонської державної морської академії. E-mail: Tatarintseva.yuliia@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8865-4126.

Знамеровська Наталія Павлівна – к.пед.н., доцент, доцент кафедри транспортних технологій та механічної інженерії Херсонської державної морської академії. E-mail: Znamerovskaya56@gmail.com, ORCID: 0000-0002-5444-6556.

Klevtsov Kostyantyn Mikolayovich – Doctor of Technical Sciences, Professor at the Department of Transport Technologies and Mechanical Engineering of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: klevtsovka@i.ua, ORCID: 0000-0001-9836-3296.

Sharko Oleksandr Volodimirovich – Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Transport Technologies and Mechanical Engineering of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: mvsharko@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8613-2837.

Vasilchenko Gennady Yuriyovych – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor at the Department of Transport Technologies and Mechanical Engineering, Kherson State Maritime Academy. E-mail: vasilchenkogenadii@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8320-4441.

Tatarintseva Julia Hennadiivna – Senior Lecturer at the Department of Transport Technologies and Mechanical Engineering of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: Tatarintseva.yuliia@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8865-4126.

Znamerovska Nataliya Pavlivna – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor at the Department of Transport Technologies and Mechanical Engineering of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: Znamerovskaya56@gmail.com, ORCID: 0000-0002-5444-6556.

УДК 681.5.015.23:681.5.015.24

В.О. КОНДРАТЕЦЬ, О.М. СЕРБУЛІ, А.М. МАЦУЙ, О.К. ДІДИК
 Центральноукраїнський національний технічний університет

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ УМОВ СПРАЦЮВАННЯ СТЕРЖНЕВОГО МОЛОЛЬНОГО ЗАВАНТАЖЕННЯ В КАСКАДНОМУ РЕЖИМІ ПОДРІБНЕННЯ РУДИ

Виокремлено чинники, що впливають на спрацювання молольного завантаження в каскадному режимі подрібнення руди. Серед них – ковзання, удар, перекочування по абразиву, стирання і роздавлення абразиву, прикладена сила, прикладена швидкість переміщення. Моделювання виконано в межах розроблення теми «Оптимізація продуктивності стержневих млинів розімкнутого циклу по руді і готовому продукту за мінімальних енергетичних і матеріальних перевитрат», яка є складовою частиною наукової тематики Центральноукраїнського національного технічного університету. Тема статті актуальна. Метою роботи є розроблення критерію оцінювання спрацювання стержневого завантаження барабанного млина у вигляді математичної моделі шляхом аналізу дії впливових чинників. Застосовано методи аналізу, порівняння, математичного моделювання, теорії подрібнення руди в стержневих млинах, декомпозиції і композиції, методи теорії стійкості проти спрацювання, методи теорії спрацювання металевих тіл за взаємодії з незакріпленим абразивом. Дослідження проводилися на прикладі стержневого млина МСЦ-35-55, який нині використовують на залізрудних збагачувальних фабриках. Для нього найбільш характерним є каскадний режим роботи, за якого руда руйнується переважно роздавленням і стиранням. Використано оптимізоване стержневе завантаження з трьома діаметрами стержнів. У даному режимі роботи стержні найменшого діаметра відтісняються до стінки барабана, а найкрупніші зосереджуються у центральній області його поперечного перерізу. У стержневому млині молольне середовище формується укрупненими зонами зі стержнями наближено однакового діаметра, що дає змогу розглядати його як однорозмірне. Основна маса стержнів, притиснена до стінки барабана нерухомо із захопленою у нижній зоні рудою, переміщується до верхньої позначки, звідки скочується каскадом. Швидкість переміщення молольних тіл на прямій природного укосу стержнів знаходиться в межах 2,12...2,5 м/с. Установлено, що всі діючі чинники на спрацювання молольного середовища впливають на стержні різних діаметрів практично однаково. Тому можливо стверджувати, що стержні різних розмірів у діаметрі працюють практично в однакових умовах. За таких умов основним діючим чинником залишається площа контакту молольного середовища з абразивом у вигляді подрібненої руди, що рекомендовано як критерій оцінювання спрацювання стержнів. Запропоновано критерій оцінювання спрацювання стержневого молольного середовища у вигляді математичної моделі. Перспективою подальших досліджень є імітаційне моделювання спрацювання стержневого молольного завантаження в конкретних типах барабанних млинів.

Ключові слова: стержневе завантаження, спрацювання, умови, критерій оцінювання, математична модель.

V.O. KONDRATETS, O.M. SERBUL, A.M. MATSUI, O.K. DIDYK
 Central Ukrainian National Technical University

MATHEMATICAL MODELING OF OPERATING CONDITIONS OF THE ROD GRINDING LOAD IN THE CASCADE MODE OF ORE GRINDING

The factors affecting the wear of the grinding load in the cascade mode of ore grinding are identified. Among them are sliding, impact, rolling on the abrasive, abrasion and crushing of the abrasive, applied force, and applied displacement speed. The modeling was performed as part of the development of the topic "Optimization of open-cycle rod mills productivity for ore and finished product with minimal energy and material overruns", which is part of the scientific theme of the Central Ukrainian National Technical University. The topic of the article is relevant. The aim of the work is to develop a criterion for assessing the wear of the rod loading of a tumbling mill in the form of a mathematical model by analyzing the effect of influencing factors. The methods used are analysis, comparison, mathematical modeling, the theory of ore grinding in rod mills, decomposition and composition, methods of the theory of resistance to wear, methods of the theory of wear of metal bodies in interaction with a loose abrasive. The research was carried out on the example of the MСЦ-35-55 rod mill, which is currently used at iron ore processing plants. It is most characterized by a cascade mode of operation, in which the ore is destroyed mainly by crushing and abrasion. An optimized rod loading with three rod diameters is used. In this mode of operation, the smallest diameter rods are pushed to the drum wall, and the largest ones are concentrated in the central area of its cross section. In a rod mill, the grinding media is formed by enlarged zones with rods of approximately the same diameter, which allows it to be considered as one-dimensional. The bulk of the rods

is pressed against the drum wall motionless, and the ore trapped in the lower zone moves to the upper mark, from where it rolls down in a cascade. The grinding media movement speed on the natural slope of the rods is in the range of 2.12...2.5 m/s. It was found that all the factors affecting the grinding media wear affect the rods of different diameters almost equally. Therefore, it can be argued that rods of different diameters operate under almost identical conditions. Under such conditions, the main operating factor is the area of contact between the grinding media and the abrasive in the form of crushed ore, which is recommended as a criterion for evaluating the wear of the rods. A criterion for evaluating the wear of the grinding media in the form of a mathematical model has been proposed. Prospect for further research is simulation modeling of the wear of the rod grinding media in specific types of tumbling mills.

Key words: core loading, operation, conditions, evaluation criterion, mathematical model.

Постановка проблеми

Гірничо-видобувна галузь України слугує сировинною базою вітчизняної чорної металургії та експортує цю сировину до низки інших країн. Більше половини даної сировини припадає на залізородний концентрат, який отримують шляхом збагачення бідних залізних руд. Збагачення передбачає подрібнення вихідної руди до достатньо дрібних фракцій. Міцні руди подрібнюють у перших стадіях у стержневих барабанних млинах. Нині стержневі млини досягли своїх найбільших (граничних) розмірів – 4 500 мм у діаметрі і довжиною 6 000 мм. Такі технологічні агрегати достатньо потужні й продуктивні, однак їх вузьким місцем є недостатня вивченість як керованих об'єктів, що гальмує розвиток автоматизованих систем керування технологічними процесами, одним з яких є спрацювання стержневого молоткового завантаження в каскадному режимі подрібнення руди. Дана стаття виконана в обсязі наукових досліджень за темою «Оптимізація продуктивності стержневих млинів розімкнутого циклу по руді і готовому продукту за мінімальних енергетичних і матеріальних перевитрат» (0123U102622), яка є складовою частиною наукової тематики Центральноукраїнського національного технічного університету. Ураховуючи, що розв'язання даного завдання дасть змогу підвищити рівень автоматичного керування спрацюванням стержневого молоткового завантаження під час подрібнення міцних залізних руд, тема даної статті є актуальною.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Спрацюванням стержневого завантаження барабанних млинів учені і практики займаються давно. Щодо визначення спрацювання стержнів можливо відзначити таке. Стержневе молоткове середовище під час подрібнення руди у барабанному млині спрацьовується. Проблематичність стержневого завантаження полягає у тому, що його неможливо додавати без зупинки технологічного агрегату. Тому за даними збагачувальних фабрик додавання стержнів здійснюють через п'ять діб роботи, а перекласифікацію стержнів – через 10 днів роботи [1]. Звідси витікає складність завдання, оскільки втрати часу на дані роботи та їх трудомісткість є вагомими. Як видно, розв'язання завдання довантаження стержнів на заміну спрацьованих включає два етапи – інформаційне забезпечення щодо завантаження і сам процес завантаження, тобто розроблення завантажувальних пристроїв.

Найбільш простим інформаційним забезпеченням спрацювання стержнів під час подрібнення руди є поточний час роботи технологічного агрегату. Тобто за пройдений час роботи барабанного млина оцінюють спрацювання стержневого завантаження і, відповідно, необхідну кількість стержнів, яку необхідно додати в барабан млина. Однак за зміни продуктивності млина, міцності та крупності руди похибка оцінювання спрацювання стержнів буде вагомою. Більш точним може бути підхід визначення спрацювання стержнів за кількістю подрібненої руди, що визначається конвеєрними вагами. Однак точність тут буде теж достатньо низькою, оскільки не враховуються міцність і крупність вихідної руди.

Із ростом розміру млинів і їх продуктивності завантажувальні пристрої повинні подавати в барабан млина значну кількість стержнів, що також ускладнює розв'язання даного завдання. Його вирішення можливо полегшити використанням стержнів більшої стійкості, що нині прагнуть здійснювати. У стержневому завантаженні менше гнучкості порівняно з кульовим, де

завантаження молотильних тіл здійснюють без зупинки технологічного агрегату. Стержні переважно завантажують у барабан за допомогою крана або стержнезавантажувальної машини.

Інформаційне забезпечення завантаження стержнів може бути більш різноманітним. Одним із підходів до його спрощення може бути вдосконалення рудного живлення стержневих млинів, які працюють у розімкненому циклі подрібнення вихідної руди [2]. Далі розвиваються електричні підходи інформаційного забезпечення спрацювання стержневого завантаження. Одним із перших таких підходів був метод вимірювання сили струму, який споживає приводний електродвигун стержневого млина. Згодом його замінює вимірювання активної потужності приводного електродвигуна. Цей підхід використовувався найдовше, і навіть нині є збагачувальні фабрики, де його застосовують. Серед таких засобів уважали більш ефективною оцінку, яка базується на вимірюванні прирощення середньої потужності в момент завантаження порції молотильних тіл. Однак такий підхід можливо застосовувати лише для куль. Запропонований підхід [3] також не підходить для стержневого молотильного завантаження.

Згодом почали реалізовувати підходи керування завантаженням барабанних млинів молотильним середовищем, який засновано на вимірюванні моменту обертання барабана. Відомо, що активна потужність і момент обертання барабана млина зв'язані функціонально залежністю. Змінна частка потужності, що непродуктивно витрачається під час обертання барабана, становить 75...90% від загальної потужності, що перетворюється у відносну похибку, що може становити, як відомо, 10...25%. Тому за даними параметрами автоматизоване керування може здійснюватися лише наближено. Слід також ураховувати, що вимірювання моменту, окрім того, ще внесе додаткову похибку.

В останній час на підвищення точності вимірювання спрямована нова характеристична змінна рівня заповнення барабана млина молотильним середовищем [4]. Однак її неможливо застосувати для оцінювання стержневого завантаження. Метод дискретного елемента DEM (Discrete element method) [5], як показав аналіз, також неможливо запропонувати для оцінювання стержневого молотильного завантаження. Така ж ситуація і з використанням нелінійного спостерігача [6], який може оцінити лише об'єднаний обсяг руди і молотильного завантаження у барабані млина.

Отже, з розглянутого видно, що спрацювання стержневого молотильного середовища в каскадному режимі роботи барабанного млина не оцінюється з необхідною для технологічних умов точністю. Це потребує здійснення математичного моделювання умов спрацювання стержнів під час подрібнення руди в каскадному режимі роботи барабанного млина.

Мета дослідження

Метою роботи є розроблення критерію оцінювання спрацювання стержневого завантаження барабанного млина у вигляді математичної моделі шляхом аналізу дії впливових чинників.

Виклад основного матеріалу дослідження

У каскадному режимі роботи стержні спрацьовуються в процесі ковзання по руді, удару по її шматках і прокочуванні по поверхні інших молотильних тіл, устелених частками абразивного матеріалу. Умови взаємодії молотильних тіл і руди можливо розглядати як суцільний абразив, оскільки простір між стержнями зайнятий рудою разом із водою. Тертя металу стержнів по абразиву призводить до спрацювання і руйнування самого абразиву шляхом викришування, роздавлювання та сколювання, що супроводжується відновлюванням його спрацьовуючої можливості відносно металу. Ефективний вплив суцільного абразиву на металеву поверхню визначається тим, що тверді включення в ньому у вигляді зерен діють на метал як багаточисельність ріжучих елементів. Притиснена до суцільного абразиву металева поверхня, рухаючись, сприймає його вплив у два етапи: на першому етапі тверді частинки, що виступають у вигляді

нерівностей з абразиву, втілюються в метал, на другому – рухома поверхня руйнує абразивну руду шляхом складного комплексу впливів, кінцевою стадією якого є знімання часток металу з його поверхні. Основною ознакою якісної картини спрацювання металевієї поверхні під час тертя по суцільному абразиву є наявність на ній добре видимих механічних мілких царапин і заглиблень різної протяжності, завжди орієнтованих у напрямку руху металу відносно абразиву. Створення на металевій поверхні царапин або заглиблень унаслідок деформування і витіснення металу на шляху руху абразивної частинки дає підстави стверджувати, що таку роботу руйнування можуть здійснювати частки абразиву, твердість і міцність яких перевищує такі показники металевієї поверхні. Царапини на поверхні тертя мають подвійне походження: вони створюються внаслідок зрізу металу у вигляді мікростружки, коли метал достатньо твердий і малопластичний, або витіснення металу абразивною частинкою у «відвали» царапини, коли різання металу не відбувається внаслідок його високої пластичності. Витіснення металу у «відвали» – перший етап руйнування пластичних матеріалів абразивними частинками. Під час руху сусідніх абразивних частинок поблизу раніше створених «відвалів» на бічних поверхнях царапини відбувається вторинне передеформування, переорієнтація металу «відвалів» у бік царапини або його кінцеве відділення від поверхні тертя шляхом одночасного розвитку різних деформацій.

Для абразивного спрацювання під час тертя ковзанням уздовж суцільного абразиву характерним є високий зовнішній силовий вплив на поверхню металу. За цих умов не всі частинки абразиву у вигляді виступів і нерівностей здатні руйнувати метал шляхом мікрорізання або багаторазового пластичного деформування: частина з них руйнується, не пошкоджуючи металу, але створюючи передумови до погіршення умов ковзання по них. Це погіршення зв'язано з дробленням абразиву і збільшенням поверхні тертя.

Інтенсивність спрацювання під час тертя металу по суцільному абразиву визначається співвідношенням міцнісних характеристик металу і абразиву: високі твердість і міцність абразиву визначають його здатність утілюватися в метал і руйнувати його під час переміщення шляхом різання або роздавлювання. Зрозуміло, якщо метал більш твердий і міцний – руйнується абразив.

Зносостійкість металів за абразивного спрацювання залежить від суцільного абразиву. Не кожен абразив здатний руйнувати метал шляхом мікрорізання або деформування, хоч тертя ковзання по суцільному абразиву завжди супроводжується спрацюванням, оскільки поверхня суцільного абразиву має нерівності, що спричиняє високий контактний тиск, деформацію металу в приповерхневому шарі, нагрівання, зміну форми і розмірів робочої поверхні металу. За високих навантажень тертя металу по суцільному абразиву може якісно змінювати механізм спрацювання і рельєф поверхонь тертя. У механізмі абразивного спрацювання під час тертя ковзанням велика роль відводиться не лише твердості та міцності, а й стійкості вихідних структур під час нагрівання.

За стержневого подрібнення руди в каскадному режимі тверде частково руйнується й ударом. Спрацювання сталей, сплавів під час удару по абразивному матеріалу вивчають порівняно недавно, оскільки тривалий час не знаходили відмінностей у його природі від абразивного спрацювання в умовах тертя ковзанням.

Удар по твердих частинках різної форми та розмірів становить сукупність ударно-абразивного спрацювання та його принципову відмінність від абразивного зносу інших видів. Удар – це особливий вид навантаження, його дія збільшується, коли в зоні співударяння поверхонь формується третє тіло у вигляді твердих часток, які уражають робочу поверхню за прямого втілення в неї. Пряме входження твердої частки в метал під дією удару по ній створює заглиблення у вигляді ямки, яке наближено копіює геометрію частинки твердого. Багаточисельність одиничних утілень часток за кожного чергового удару по них формує на поверхні тертя своєрідний макрорельєф у вигляді ямок, що чергуються, і перемичок між

ними без царапин спрямованої орієнтації, типових для абразивного спрацювання під час тертя ковзанням.

Абразивна частка на першому етапі свого втілення в метал під час удару повинна подолати опір металу цьому втіленню. Це відбувається лише тоді, коли її твердість і міцність більші, ніж у метала.

Коли рельєф поверхні тертя під час удару по абразиву стає очевидно вираженим, дія одиначної частки на метал і механізм руйнування поверхні співударяння ускладнюється явищами, які відбуваються у кожному співударянні. На цій стадії втілення частки складної форми у кратеровидну ямку можливо співставити з утіленням клиновидного пуансона в глухий отвір неправильної форми. У цьому разі на кінцевий результат утілення частинки абразиву в ямку впливають чисельні чинники: твердість і міцність абразивної частинки, твердість та пластичність металу, наявність сусідніх відкритих ямок, товщина і форма перемичок, що їх розділяють, енергія ударів та ін. Якщо співвідношення цих чинників буде на користь абразивної частинки, то, попавши в ямку, у мить удару вони деформують її, поглиблюючи і розширюючи. У разі коли краї ямки не міцні або легко деформуються, вони під дією частинок або витісняються у сусідні ямки, якщо метал в'язкий, або викришуються, якщо метал високої твердості. На цьому етапі впровадження частинки критерієм оцінки зносостійкості стали називати її опір зрізу.

Установлено подвійний вплив механічних характеристик металу на опір ударно-абразивному спрацюванню, включаючи опір прямому втіленню частинки на початковій стадії удару і опір деформації та руйнуванню контура ямки під час зсуву у другій стадії.

У механізмі цього виду спрацювання добре видна міцнісна основа, а зносостійкість металевих матеріалів визначається комплексом властивостей, основними з яких є твердість і опір зрізу. Однак різниця механічних характеристик сталей і сплавів в умовах удару покращується внаслідок наклепу та схильності до викришування структур за динамічного впливу. Особливо значні втрати металу під час подрібнення міцного абразивного матеріалу зумовлені інтенсивним спрацюванням молоткових тіл. Скажімо, форма куль під час спрацювання швидко змінюється. На поверхнях тертя проявляються царапини і ямки різної глибини, форми та орієнтації. Стержні в процесі подрібнення піддаються спрацюванню в потоці абразивних частинок і в умовах удару металу по абразиву.

Перекочування по абразиву є найбільш характерним під час подрібнення руди стержнями в каскадному режимі роботи млина. Тертя кочення по поверхні зі значним виступом у вигляді шару незакріпленого абразиву супроводжується співударянням, тому спрацювання в таких умовах ближче за своїм механізмом до ударно-абразивного. Вплив твердих часток абразиву на поверхню стержня циліндричної форми призводить до створення на ній ямковидного рельєфу без ознак царапання. Співставлення його з макрорельєфом поверхні ударно-абразивного спрацювання показує їх повну ідентичність.

Усі елементи механізму формування макрорельєфу, розглянуті стосовно ударно-абразивного спрацювання, справедливі для випадку впровадження твердої частинки в циліндричну поверхню під час кочення по абразиву. Низка специфічних особливостей зовнішнього силового впливу під час тертя кочення не вносить принципової різниці в механізм формування рельєфу і майбутнє відділення часток металу.

В умовах тертя кочення по абразиву рівень зовнішнього навантаження на частинку визначається багатьма чинниками. До основних можливо віднести швидкість кочення стержня по абразиву, його діаметр, товщину шару абразиву, густину частинок у шарі та їхній розмір, механічні характеристики матеріалу молоткового тіла.

Вид абразиву, наприклад незакріплений, і його розташування на металевій основі впливають на динаміку взаємодії, рельєф, глибину ямок і спрацювання стержнів, які працюють у даних умовах.

Динамічний вплив абразивної частинки під час кочення зумовлює прояв частинних особливостей руйнування металу, притаманних удару. Мається на увазі схильність до в'язкого чи крихкого руйнування, здатність до структурних змін за деформації, до зміни початкових властивостей, температурних явищ.

Спрацювання під час кочення по абразиву є різновидом ударно-абразивного зношення з усіма особливостями, притаманними руйнуванню під час удару. Відомо, що інтенсивність спрацювання суттєво залежить від природи абразиву, його фізико-механічних властивостей, співвідношення твердостей абразиву і матеріалу стержнів. Під час випробувань в умовах удару встановлена найменша здатність абразивних часток спрацювати метал.

Не закріплені на металевій основі шматки руди під час удару по них стержня дробляться на більш дрібні, які мають меншу спрацьовуючу здатність порівняно з їхніми початковими розмірами.

У процесі спрацювання макро- і мікрорельєф поверхні, що зношується, формуються під дією багатьох чинників, основні з яких – рівень зовнішнього силового впливу на поверхні тертя, характеристики рудного матеріалу, фізико-механічні властивості матеріалів, що взаємодіють, можливість змащення та ін. В основі механізму ударно-абразивного спрацювання лежать пряме динамічне втілення в метал твердої частинки і зв'язана з ним деформація, що є наслідком руйнування мікроб'ємів металу і відділення частинок металу. У таких умовах взаємодії твердої частинки з поверхнею металу зріз стає провідним процесом створення часток спрацювання, а опір зрізу або відриву – основним критерієм оцінки стійкості проти спрацювання. За зменшення енергії удару зсувні процеси в зоні тертя, які створюють частинки спрацювання, поступово слабшають.

За одношарового розташування абразиву частинки знаходяться між двома металевими поверхнями. Під час удару окремі частинки втілюються безпосередньо в поверхню стержнів. Початкова форма шару і розміри частинок руди до моменту наближення стержнів не змінюються, оскільки відносного переміщення частинок у шарі не відбувається. У момент удару всі частинки знаходяться в безпосередньому контакті з поверхнею спрацювання, а під час удару по них – активно її уражають.

Руда може розташовуватися в кілька шарів. При цьому верхній шар її контактує з поверхнею одного стержня, а нижній – із поверхнею іншого стержня. У момент удару початкова форма загального шару порушується, частинки руди в шарі переміщуються одна відносно іншої, що викликає їх дроблення і порушує початкове розташування частинок у шарі. У зоні співударяння початкова товщина шару руди змінюється – відбувається ущільнення. Взаємне розташування частинок у шарі при цьому відрізняється від вихідного. Під час удару частинки переміщуються, прагнучи зайняти більш стійке положення. Зміна форми шара руди відповідно відображається на спрацюванні. При цьому частина сумарної енергії одиночного удару витрачається на ущільнення і дроблення часток руди в шарі. Збільшення товщини шару руди призводить до зменшення інтенсивності спрацювання і сприяє створенню своєрідного рельєфу на поверхнях співударяння із зоною максимального руйнування металу.

За одношарового розташування руди поверхня стержнів спрацьовується рівномірно, а величина спрацювання виходить максимальною. Тобто ціною ефективного руйнування руди виступає ефективне спрацювання стержнів.

Абсолютне спрацювання прямо пропорціональне тривалості подрібнення руди. Спрацювання під час удару по руді в присутності рідини супроводжується створенням специфічного рельєфу.

Енергія удару впливає на спрацювання. Залежність спрацювання від прикладеної енергії за ударно-абразивного руйнування шляхом удару по незакріпленій руді має три характерних ділянки: 1 – спрацювання зростає пропорційно енергії удару; 2 – збільшення спрацювання відбувається менш інтенсивно; 3 – за збільшення енергії удару спрацювання зменшується. Цей

характер залежності вказує на те, що зі зміною енергії удару зв'язаний механізм формування ямок за динамічного втілення твердих часток незакріпленої руди.

Таким чином, інтенсивність і механізм ударно-абразивного спрацювання за інших однакових умов визначають розміри, форма, міцність і твердість абразиву, тобто подрібнюваної руди.

Відомо, що за абразивного спрацювання різні схеми зовнішнього силового навантаження можливо систематизувати за характером впливу абразивних частинок на поверхню тертя: тертя ковзання, тертя кочення, співударяння металу з абразивом і часткове різноспрямоване роздавлювання. Силовий чинник у розкритті механізму абразивного спрацювання молоткового середовища має виняткове значення, оскільки визначає критерій оцінювання стійкості його проти спрацювання. Як показано, стержні в каскадному режимі піддані спрацюванню різною мірою за всіма схемами. Тому під час дослідження приймати будь-який відомий критерій, притаманний одному з механізмів спрацювання, недоцільно внаслідок сильного викривлення результатів. Тому в процесі дослідження необхідно запропонувати новий критерій оцінювання стійкості проти спрацювання стержнів, який відповідає даним умовам їхньої роботи.

Силовий чинник у механізмі абразивного спрацювання молоткового середовища має велике значення, тому розглянемо його під час роботи стержнів у каскадному режимі. Ураховуючи, що в каскадному режимі подрібнюючі тіла безупинно циркулюють усередині барабана по замкнених траєкторіях, то це підтверджує, що вони в каскадному русі перебувають певною мірою у розпушеному стані, коли на них практично відсутній вплив із боку інших тіл. Тоді силовий чинник визначається лише масою кожного стержня, і його можливо не враховувати.

На коловій траєкторії руху стержнів вони знаходяться в нерухомому положенні відносно барабана і руди. У нижній частині барабана, де формується стержневе навантаження для такого переміщення, діють зони зі стержнями наближено однакового розміру з однаковими проміжками між ними, які заповнюються дробленою рудою. Практично у вільному формуванні такого масиву без особливого тиску шматки руди практично вільно заповнюють пустоти між молотковими тілами. Під час повороту барабана стержні ущільнюються, деякий обсяг сипкого матеріалу може бути захопленим надлишково, але значним він бути не може. Під час піднімання стержні ущільнюються, займаючи у просторі найменший об'єм. При цьому на коловій траєкторії руху сипкий матеріал ущільнюється загальною масою стержнів, відбувається часткове різноспрямоване роздавлювання шматків руди. Однак кількість зруйнованого матеріалу незначна, а знос стержнів при цьому ще менший. Тому таким руйнуванням і зносом сталі внаслідок цього можливо знехтувати. Тоді спрацювання стержнів можливо розглядати лише в процесі їх каскадного руху перекошуванням.

Як було вказано, в умовах кочення стержнів по абразиву їх спрацювання визначається багатьма чинниками. До основних із них відносять: швидкість кочення стержня по абразиву, густину частинок у шарі та їх розмір, механічні характеристики матеріалу молоткового тіла. Розглянемо вплив цих чинників на величину спрацювання стержнів.

Вид абразиву і його розташування на металевій основі впливають на динаміку взаємодії, рельєф, глибину ямок і в цілому на спрацювання стержнів, яке буде певним у разі незакріплення абразиву на металевій основі. Інтенсивність спрацювання суттєво залежить від природи абразиву, його фізико-механічних властивостей, співвідношення твердості абразиву і матеріалу стержнів. Вид абразиву, його природа, фізико-механічні властивості та густина в процесі подрібнення не змінюються, оскільки нині все частіше переходять на подрібнення конкретного технологічного різнотипу руди в настроєному на нього стержневому млині [7]. Тому всі стержні будуть працювати в однакових технологічних умовах із конкретним впливом на них абразиву. Абсолютне спрацювання молоткових тіл за цим чинником буде прямо пропорційним тривалості подрібнення руди.

Щодо механічних характеристик металу молоткових тіл та співвідношення твердостей абразиву і матеріалу стержнів, то вони також на інтенсивність спрацювання будуть впливати

однозначно, оскільки їх використовують у збагачувальному виробництві однотипними – однакового класу, матеріалу, технології виробництва, і вони відповідають конкретним вимогам за своїми характеристиками.

У процесі стержневого подрібнення матеріалу в каскадному режимі можливо відзначити таке. Барабанний млин в оптимальному режимі роботи повинен мати повністю заповненими дробленою рудою проміжки між стержнями. Ці проміжки між стержнями становлять 21,5% відносно об'єму сталі стержнів [8]. Під час паралельного руху стержнів на каскадній ділянці одне рухоме молотне тіло може взаємодіяти лише з тонким абразивним шаром, товщина якого сумірна з розміром частинки руди. Це буде за стержнів будь-яких діаметрів, оскільки в процесі роботи барабанного млина молотні тіла в ньому групуються за наближено однаковими розмірами. Отже, і за цим чинником стержні різних діаметрів працюють в однакових умовах.

Нині фахівці дійшли висновку про доцільність переробки одного технологічного різно-типу руди в конкретних, налагоджених на нього стержневих млинах [2]. При цьому збурюючим параметром на вході стержневого млина буде лише середньозважена крупність руди. Однак і це збурення можливо ліквідувати спеціальними прийомами в бункерному відділенні [2]. Тоді середньозважена крупність вихідної руди буде лише мати занадто незначну тенденцію повільного зростання даного параметра, викликану повільним спрацюванням робочих поверхонь дробильного обладнання. Отже, розмір частинок руди на вході стержневого млина вагомо змінюватися не буде, що засвідчує практичну незмінність умов роботи стержневого завантаження в процесі експлуатації.

Силовий чинник у розкритті механізму абразивного спрацювання металів має виняткове значення. Відчутний вплив навантаження на спрацювання зумовлений тим, що від цього показника залежить, насамперед, глибина проникнення твердої частинки в поверхню металу. Зовнішній силовий вплив, окрім того, викликає зміни стану мікроструктури поверхневих шарів і відбивається на кінцевому спрацюванні.

Залежність спрацювання від питомого навантаження досліджувалася експериментально для порівняння на сталі 45 і сплаві 80ГСЛ, який використовують для виготовлення футерівки стержневих млинів. Випробування проводили при терті на шліфувальному крузі марки 39А40СТ за швидкості ковзання 2,5 м/с із подачею в зону тертя мастильно-охолоджуючої емульсії. Результати експериментів приведено на рис. 1.

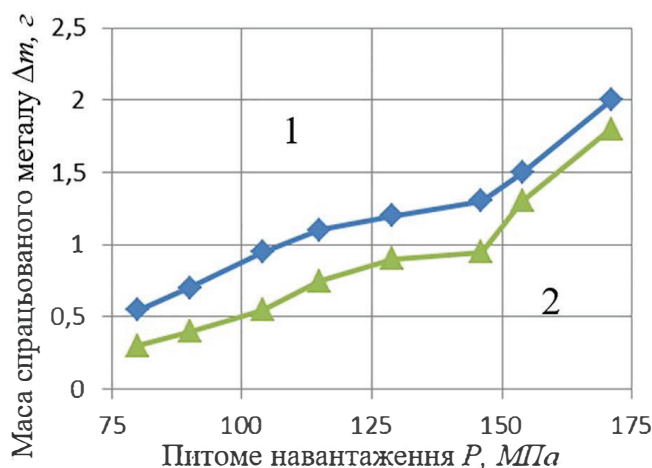


Рис. 1. Залежність спрацювання від питомого навантаження для матеріалів: 1 – сталь 45; 2 – сплав 80ГСЛ

Як видно із залежностей (рис. 1), за спрацювання сталі і сплаву можливо виокремити три зони. Для першої і третьої зон характерні лінійні залежності між спрацюванням та питомим

навантаженням. Однак на першій ділянці чутливість набагато менша порівняно з третьою. Друга ділянка залежностей характеризується тим, що в ній спостерігається незмінність спрацювання у певному інтервалі питомих навантажень. З отриманих залежностей на рис. 1 також слідує, що зносостійкість сплаву 80ГСЛ значно вище порівняно зі сталлю 45. Як показав аналіз, питомі навантаження в стержневому млині достатньо низькі, а їх спрацювання також будуть достатньо невеликими і не будуть залежати від діаметра молоткових тіл. Отже, усі молоткові тіла незалежно від діаметра будуть стосовно зносу знаходитися практично в однакових умовах, тому цим чинником у стержневих млинах можливо знехтувати і не враховувати питомих навантажень молоткових тіл.

Вплив швидкості ковзання на спрацювання може бути відчутним. Вплив швидкості ковзання на спрацювання також досліджували експериментально на зразках зі сталі 45 під час тертя на шліфувальному крузі та диску зі сталі 45. У зону тертя подавалася мастильно-охолоджувальна емульсія. Тобто умови дослідження практично повністю відповідали роботі стержневого завантаження.

Результати дослідження представлено на рис. 2. Із залежностей рис. 2 видно, що в умовах тертя ковзання по абразиву з підвищенням швидкості ковзання в межах 1,4...10,0 м/с інтенсивність спрацювання підвищується мало. При цьому спостерігається спрацювання абразивне і теплове. В інтервалі швидкостей ковзання 1,4...4,0 м/с відбувається абразивне спрацювання, в інтервалі 4,0...10,0 м/с – теплове. При цьому інтенсивність спрацювання незначно збільшується.

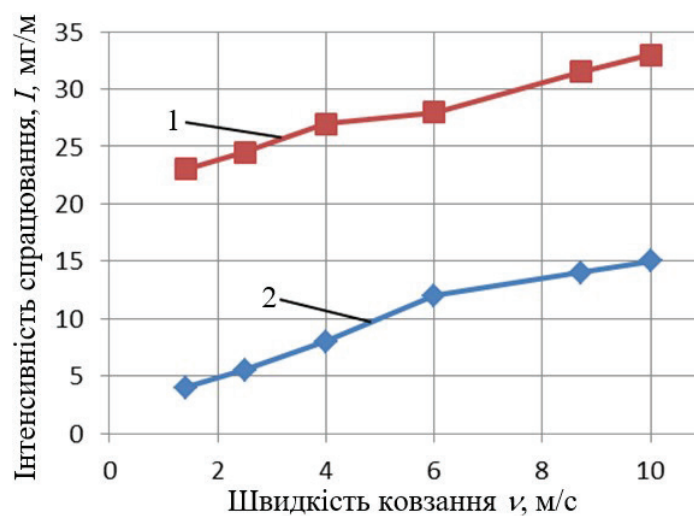


Рис. 2. Залежності інтенсивності спрацювання від швидкості ковзання при терті:
1 – по абразиву; 2 – по сталі

Інтенсивність спрацювання під час тертя сталі по сталі в два рази менша порівняно з тертям сталі по абразиву, однак такі режими у процесі роботі стержневого млина допускати недоцільно. При цьому витрачаються енергія і сталь, а корисна робота не здійснюється. Тому стержневий млин необхідно нормально завантажувати рудою.

Отже, підвищення швидкості відносного переміщення мало впливає на глибину втілення абразивної частинки, тому спрацювання за зміни швидкості ковзання змінюється незначно, особливо враховуючи швидкості переміщення стержнів на прямій природного укусу в межах 2,12...2,5 м/с.

Подрібнення руди в стержневому млині здійснюється за рахунок руху стержневого завантаження. Стержні в каскадному режимі подрібнення здійснюють переміщення відповідно замкненим

траєкторіям, як показано на рис. 3. У центральній частині молольного середовища утворюється малорухоме «ядро», яке складається зі стержнів найбільшої крупності. За ним до периферії розміщуються стержні із середнім розміром діаметра, а периферію займають подрібнюючі тіла найменшого діаметра. Стержні циркулюють по замкнених траєкторіях. У «ядрі» стержні приводяться в рух фрикційним зв'язком із шаром молольних тіл, що рухаються разом із барабаном. Основна маса стержнів притиснена до стінки барабана, нерухомо із захопленою рудою переміщується до верхньої відмітки, звідки вона скочується каскадом. «Ядро» – це та перехідна область, де відбувається розділення двох видів руху стержнів – біля стінки барабана і вільного перекочування. Там, де тиск стержнів великий, вони у відносному нерухомому стані піднімаються до верхньої відмітки. Однак зі зменшенням стержневих шарів, у міру наближення до центру завантаження, тиск стає меншим. Виникає граничний шар стержнів, який рухається без ковзання за рахунок зчеплення з нерухомими шарами. Цей граничний шар стержнів впливає на сусідні верхні і, обертаючись разом із барабаном за рахунок фрикційного зв'язку, починає обертати стержні граничного шару «ядра». Обертаючись, вони піднімаються до певної верхньої відмітки і потім, де фрикційне зчеплення практично зникає, вони можуть попадати в середину «ядра», заповнюючи його, а коли воно заповниться, створюється схил під кутом, близьким до кута природного укосу. При цьому стержні найкрупнішого діаметра скочуються вниз, поступаючи на свою траєкторію знизу, де рух продовжується відповідно до траєкторії навколо «ядра». Тут рух буде з невеликими швидкостями, а у вищих шарах «ядра» (якщо вони будуть) переміщення будуть гальмуватися розташованим вище шаром завантаження, який циркулює по неперервній траєкторії.

Із рис. 3 видно, що замкнені траєкторії мають різну протяжність як по загальній довжині, так і по окремих частинах: коловій разом із барабаном і по прямій під кутом, близьким до природного укосу.

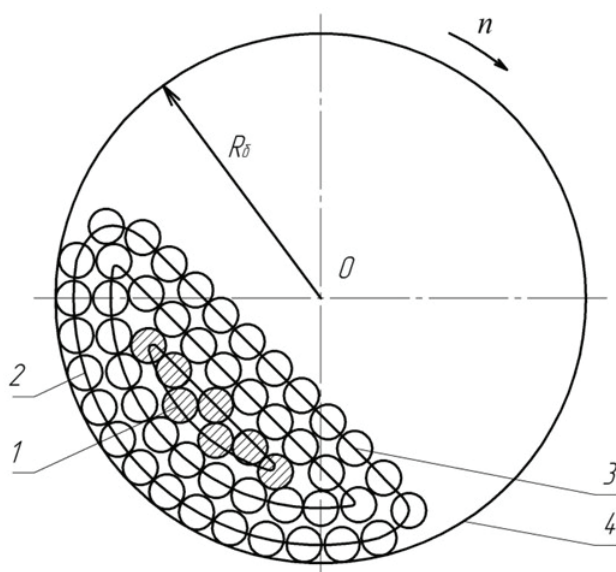


Рис. 3. Схема руху стержнів у центральному перерізі барабана млина в каскадному режимі роботи:
 1 – малорухоме «ядро» з крупних стержнів; 2 – колова частина траєкторії руху стержнів;
 3 – каскадна ділянка руху стержнів по прямій; 4 – барабан млина; O – центр поперечного перерізу барабана; R_{δ} – радіус барабана; n – швидкість обертання барабана

У визначенні каскадного режиму відзначено, що рух молольного середовища відбувається безупинно по замкнених траєкторіях. Стержні у будь-якій траєкторії руху на пряму ділянку подаються з відповідної колової траєкторії, а стержні в окремих верхніх шарах повинні бути дещо зваженими і мати можливість більш-менш вільного переміщення. За таких умов рух стержнів може бути неперервним як на коловій, так і на прямій ділянці траєкторії.

Визначимо умови руху стержнів у неперервних траєкторіях за каскадного режиму подрібнення руди на конкретному типі стержневого млина МСЦ-35-55, який нині використовують на залізорудних збагачувальних фабриках. Він має такі основні параметри: діаметр барабана – 3 500 мм; довжина барабана – 5 500 мм; робочий об’єм – 49 м³; швидкість обертання барабана – 13,5 об/хв.; вага стержневого навантаження – 142 т.

Колова частота обертання барабана:

$$\omega = 2\pi \cdot n = 84,78 \text{ хв}^{-1}, \quad (1)$$

де $\pi = 3,14$; n – швидкість обертання барабана.

Лінійна швидкість переміщення точки на барабані дорівнює:

$$v = \omega \cdot R_{\phi} = 148,365 \text{ м/хв.} = 2,473 \text{ м/с}, \quad (2)$$

де R_{ϕ} – внутрішній радіус барабана, м.

Стержні по похиленій прямій будуть перекочуватися, спрацювуючи за один оберт довжину:

$$l_{nc} = \pi \cdot d_c, \quad (3)$$

де d_c – діаметр стержня, м.

Число обертів стержня під час перекочування по прямій природного укусу буде дорівнювати:

$$n_c = \frac{l_y}{l_{nc}} = \frac{l_y}{\pi \cdot d_c}, \quad (4)$$

де l_y – довжина прямої природного укусу, м.

За один прохід стержнем прямої природного укусу спрацюванню по абразиву буде піддана довжина:

$$l_y = l_{nc} \cdot n_c. \quad (5)$$

Площа стержня, яка піддавалась абразивному спрацюванню за один прохід прямої природного укусу, буде:

$$S_{cl} = l_y \cdot L_c, \quad (6)$$

де L_c – довжина стержня в стержневому завантаженні, м.

На більш близьких до центру барабана млина траєкторіях радіус R_{km} колових ділянок буде зменшуватися. Наприклад, один із них прийме значення $R_{km} = 1,5$ м. Тоді лінійна швидкість руху стержнів на цій коловій траєкторії прийме значення:

$$V_{km} = \omega \cdot R_{km} = 2,1195 \text{ м/с.}$$

Отже, лінійна швидкість руху стержнів на прямій природного укусу також зменшиться. Як видно, діапазон зміни швидкості не виходить за межі 1,4...4,0 м/с, і зміною лінійної швидкості

руху стержнів можливо знехтувати. Із розглянутого слідує, що ні силовий, ні швидкісний чинники не роблять суттєвого впливу на роботу різнорозмірного стержневого завантаження. Це дає змогу стверджувати, що спрацювання стержнів переважно визначається їхньою площею, що контактує з абразивом.

Для оптимального різнорозмірного стержневого завантаження барабанного млина, яке складається з трьох діаметрів стержнів, можливо записати вираз критерію оцінювання спрацювання молольного середовища у вигляді математичної моделі:

$$J_{cc} = (l_{укс} \cdot n_{укс} + l_{усс} \cdot n_{усс} + l_{удс} \cdot n_{удс}) \cdot L_c \cdot N_{ц}, \text{ м}^2, \quad (7)$$

де $l_{укс}$, $l_{усс}$, $l_{удс}$ – відповідно довжина прямої природного укусу стержнів, м; $n_{укс}$, $n_{усс}$, $n_{удс}$ – відповідно кількість шарів крупних, середніх і дрібних стержнів у молольному завантаженні млина; L_c – довжина стержнів, м; $N_{ц}$ – кількість повних циклів руху стержнів у траєкторіях.

Таким чином, запропонована математична модель (7) дає змогу визначати площу стержневого завантаження, яка взаємодіяла з абразивом у низці циклів роботи барабанного млина і однозначно характеризує його спрацювання в даних умовах подрібнення руди. Для цього необхідно знати параметри молольного середовища, довжину стержнів у ньому та кількість повних циклів руху молольних тіл у траєкторіях.

Висновки

Таким чином, виокремлено і досліджено вплив чинників спрацювання стержневого молольного середовища в каскадному режимі подрібнення руди. Серед основних чинників – ковзання, удар, перекочування по абразиву, прикладена сила та швидкість переміщення. Установлено, що швидкість переміщення молольних тіл на прямій природного укусу стержнів знаходиться в межах 2,12...2,5 м/с, що суттєво не впливає на їх спрацювання. Також установлено, що всі діючі на спрацювання молольних тіл чинники виявляють практично однаковий вплив незалежно від їхнього діаметра. Тобто умови роботи стержнів практично не залежать від їхнього діаметра. Тому основним діючим на спрацювання стержнів чинником залишається площа контакту молольного середовища з незакріпленим абразивом у вигляді подрібненої руди. Цей параметр рекомендовано як критерій оцінювання спрацювання стержнів. Запропоновано критерій оцінювання спрацювання стержневого молольного середовища у вигляді математичної моделі, фізичний зміст якої – площа стержневого завантаження, що знаходилася в контакті з абразивом у вигляді подрібненої руди впродовж кількості повних циклів руху стержнів у траєкторіях. Така кількість циклів може відповідати роботі стержневого млина, наприклад упродовж однієї доби. Критерій оцінювання спрацювання стержневого завантаження визначається довжинами прямих природного укусу стержнів за розміром їхніх діаметрів, кількістю рухомих шарів у середовищі за діаметрами, довжиною стержнів та кількістю повних циклів руху стержнів у траєкторіях.

Перспективою подальших досліджень у цьому напрямі є імітаційне моделювання спрацювання стержневого молольного завантаження в конкретних типах барабанних млинів.

Список використаної літератури

1. Виробництво залізорудного концентрата. Технологічна інструкція ПІ-03-01-13 / ВАТ «Полтавський ГЗК». Комсомольськ : ВАТ «ПГЗК», 2013. 70 с.
2. Кондратець В.О., Мацуї А.М., Сербул О.М. Удосконалення рудного живлення кульових млинів щодо ліквідації збурюючих впливів при подрібненні сировини : монографія. Кропивницький : КОД, 2024. 216 с. ISBN 978-617-653-089-3.

3. Спосіб визначення кульового завантаження барабанного млина: пат. 100616 Україна МПК F23K 1/00, B02C 17/00. №а 201109094; заявл. 20.07.2011; опубл. 10.01.2013. Бюл. № 1. 3 с.
4. Huang H., Jia M.-P., Zhong B.-L. Investigation on measuring the fill level of an industrial ball mill based on the vibration characteristics of the mill shell. *Minerals Engineering*. 2009. Vol. 22. Iss. 14. P. 1200–1208. DOI: 10.1016/j.mineng.2009.06.08.
5. Frequency domain characterizations of torque in tumbling ball mills using DEM modeling: Application to filling level monitoring /Pedraes F. and other. *Powder Technology*. 2018. Vol. 323. P. 433–444. DOI: 10.1016/j.powtec.
6. Le Roux J.D., Craing L.K. Requirements for estimating the volume of rocks and balls in a grinding mill. *IFAC – Paper On Line*, 2017. Vol. 50. Iss. 1. P. 1169–1174. DOI: 10.1016/j.ifacol.2017.08.403.
7. Мацуй А.М., Кондратець В.О. Моделювання підходів подрібнення різнотипів руд конкретного родовища у кульових млинах замкненого циклу. *Математичне моделювання*. 2017. № 2(37). С. 43–49.
8. Кондратець В.О., Мацуй А.М., Сербул О.М. Математичне моделювання базових параметрів стержневого завантаження циліндричних млинів як керованих об'єктів. *Математичне моделювання*. 2023. № 2(49). С. 76–85.

References

1. Vyrobnystvo zalizorudnoho kotsentrata. Tekhnolohichna instruktsiia (2013). [Production of iron ore concentrate. Technological instruction]. TI-03-01-13. Komsomolsk: VAT «PHZK» [in Ukrainian].
2. Kondratets, V.O., Matsui, A.M., & Serbul, O.M. (2024). *Udoskonalennia rudnoho zhyvlennia kulovykh mlyniv shchodo likvidatsii zburiuuyuchykh vplyviv pry podribnenni syrovyny [Improvement of ore feeding of ball mills to eliminate disturbing effects during grinding of raw materials]*. Kropyvnytskyi: «KOD» [in Ukrainian].
3. Sposib vyznachennia kulovoho zavantazhennia barabannoho mlyna: pat. 100616 Ukraina: МПК F23K 1/00, V02S 17/00. №а 201109094 [The method of determining the ball loading of the drum mill: pat. 100616 Ukraine IPC F23K 1/00, B02C 17/00. No. 201109094]. zaiavl. 20.07.2011; opubl. 10.01.2013, Biul. № 1. 3 s. [in Ukrainian].
4. Huang, H., Jia, M.-P., & Zhong B.-L. (2009). Investigation on measuring the fill level of an industrial ball mill based on the vibration characteristics of the mill shell. *Minerals Engineering*, 22(14), 1200–1208 [in English].
5. Pedrayes, F., Norriella, J. G., Melero, M. G., Menéndez-Aguado, J. M., & del Coz-Díaz, J. J. (2018). Frequency domain characterizations of torque in tumbling ball mills using DEM modeling: Application to filling level monitoring. *Powder Technology*, 323, 433–444 [in English].
6. Le Roux, J.D., & Craing, L.K. (2017) Requirements for estimating the volume of rocks and ball in a grinding mill. *IFAC – Paper On Line*, 50(1), 1169–1174 [in English].
7. Matsui, A.M., & Kondratets, V.O. (2017). Modeliuvannia pidkhodiv podribnennia riznotypiv rud konkretnoho rodovyshcha u kulovykh mlynakh zamknenoho tsykladu [Modeling of approaches to grinding different types of ores of a particular deposit in closed-cycle ball mills]. *Matematychni modeliuвання. Naukovyi zhurnal*. 2 (37), 43–49 [in Ukrainian].
8. Kondratets, V.O., Matsui, A.M., & Serbul O.M. (2023). Matematychni modeliuвання bazovykh parametriv sterzhnevoho zavantazhennia tsylindrychnykh mlyniv yak kerovanykh ob'ektiv [Mathematical modeling of basic parameters of rod loading of cylindrical mills as controlled objects]. *Matematychni modeliuвання. Naukovyi zhurnal*. 2 (49), 76–85 [in Ukrainian].

Кондратець Василь Олександрович – д.т.н., професор, професор кафедри автоматизації виробничих процесів Центральноукраїнського національного технічного університету. E-mail: matsuyan@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1411-168X.

Сербул Олександр Миколайович – к.т.н., доцент, доцент кафедри автоматизації виробничих процесів Центральноукраїнського національного технічного університету. E-mail: serbulan@ukr.net, ORCID: 0000-0003-1836-5529.

Мацуй Анатолій Миколайович – д.т.н., професор, доцент кафедри автоматизації виробничих процесів Центральноукраїнського національного технічного університету. E-mail: matsuyan@ukr.net, ORCID: 0000-0001-5544-0175.

Дідик Олександр Костянтинівич – к.т.н., доцент, завідуючий кафедрою автоматизації виробничих процесів Центральноукраїнського національного технічного університету. E-mail: matsuyan@ukr.net, ORCID: 0000-0001-5544-0175.

Kondratets Vasiliy Oleksandrovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Production Process Automation of the Central Ukrainian National Technical University. E-mail: matsuyan@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1411-168X.

Serbul Oleksandr Mykolaiovych – Ph.D in Technical Sciences, Associate Professor, Senior Lecturer at the Department of Production Process Automation of the Central Ukrainian National Technical University. E-mail: serbulan@ukr.net, ORCID: 0000-0003-1836-5529.

Matsui Anatolii Mykolaiovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Senior Lecturer at the Department of Production Process Automation of the Central Ukrainian National Technical University. E-mail: matsuyan@ukr.net, ORCID: 0000-0001-5544-0175.

Didyk Oleksandr Kostiantynovych – Ph.D in Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Production Process Automation of the Central Ukrainian National Technical University. E-mail: didyk_s79@ukr.net, ORCID: 0000-0003-1454-0828.

УДК 519.876.5

Л.В. КРАВЦОВА, Т.В. ЗАЙЦЕВА, Н.Г. КАМІНСЬКА
Херсонська державна морська академія

СПЕЦИФІКА ВИКОРИСТАННЯ МОЖЛИВОСТЕЙ ЦИФРОВИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ПРОФЕСІЙНО СПРЯМОВАНИХ ЗАДАЧАХ МОРСЬКОГО ПРОФІЛЮ

Спеціалісти, які обслуговують морський транспорт, повинні мати відповідну високу кваліфікацію, щоб бути затребуваними на ринку праці. Особливі вимоги у цій частині пред'являються до офіцерського складу суден: судноводіїв, суднових механіків, електромеханіків, спеціалістів зв'язку. Усе це забезпечує вища морська освіта в профільних навчальних закладах, яка дає змогу пройти випробування кваліфікаційної комісії з присвоєння звання, установленого положенням про звання осіб командного складу морських суден. Усі освітні програми, що реалізуються у закладах вищої освіти з підготовки моряків, повинні являти собою систему узгоджених між собою документів з урахуванням вимог Конвенції MARPOL-73/78, Конвенції SOLAS-74, Конвенції STCW-1978, Конвенції MLC-2006 [1] та вимог роботодавців.

Метою дослідження є застосування інформаційних технологій для розв'язування професійно спрямованих навігаційних задач методами вищої математики. Об'єкт дослідження: технології вирішення професійно спрямованих навігаційних задач.

Предмет дослідження: комплексний підхід до підготовки фахівців морського профілю, який сприяє досягненню рівня відповідності вимогам Міжнародних морських організацій.

Одним із розділів, що вивчається в курсі вищої математики, є сферична тригонометрія. Розділ містить як теоретичну частину, тобто безпосередньо роз'яснення основних положень, та велику кількість математичних формул, які зв'язують параметри сферичних об'єктів, практичні завдання, виконання яких потребує багато часу, оскільки розрахункові формули доволі громіздкі. Тому використання електронних таблиць як інструмента для автоматизації розрахунків надає не тільки можливість оптимізувати навчальний процес, а й демонструє сучасний підхід до аналізу алгоритмів розв'язування задач методами математичного (комп'ютерного) моделювання. До переліку професійно спрямованих задач, які вирішує судноводій, відносяться навігаційна прокладка, розрахунок локсодромії, ортодромії з урахуванням зміни судном курсу та дрейфу, а також розрахунок запасів палива, води, провіанту, остійності судна порожнем та з вантажем та багато іншого. Уміння швидко та якісно проводити розрахунки – мета підготовки у цьому напрямі.

Ключові слова: інформаційні технології, електронні таблиці, ортодромія, локсодромія, сферична тригонометрія.

L.V. KRAVTSOVA, T.V. ZAITSEVA, N.H. KAMINSKA
Kherson State Maritime Academy

SPECIFICITY OF THE POTENTIALITY OF DIGITAL TECHNOLOGIES IN PROFESSIONALLY DIRECT TASKS OF THE MARINE PROFILE

Specialists who service maritime transport are required to have a high level of qualifications to be in demand on the market. Benefits in this part are presented to the ship's officers' warehouse – navigators, ship mechanics, electromechanics, and communication specialists. All this is ensured by the items of maritime knowledge in the profile initial deposits, which allows you to undergo testing by the qualification commission with the assigned rank established by the regulations on the rank of the command warehouse of naval vessels. All educational programs that are implemented in connection with the extensive training of seafarers must constitute a system of interconnected documents, regulated by the MARPOL-73/78 Convention, the SOLAS Convention-74, STCW-1978 Convention, MLC-2006 Convention [1] she benefited from robot sellers.

The method of the conducted research is the use of information technologies to solve professional navigation problems using the methods of high mathematics. Object of research: technologies for advanced professional navigation tasks.

Subject of investigation: a comprehensive approach to the training of maritime personnel, which corresponds to the highest level of diversity among international maritime organizations.

One of the branches that is taught during advanced mathematics is spherical trigonometry. The section covers both the theoretical part, so that the fundamental principles and the large number of mathematical formulas that relate the parameters of spherical objects, as well as practical matters, the understanding of which will require a lot of time, fragments of knowledge, are thoroughly explained. Hunk's formulas are quite cumbersome. Therefore, the use of electronic tables as part of a tool for automating tasks not only provides the ability to optimize the initial process, but

also demonstrates an immediate approach to analysing algorithms for solving problems using mathematical (computer) modelling. Prior to the transfer of professionally direct tasks that are faced by shipowners, such as navigational laying, the arrangement of loxodromic, orthodromic, with the regulation of changes in the ship's course and drift, as well as the arrangement of fuel reserves, water, provisions, the stability of the vessel, empty and with vantage, and much more. Carrying out the procedures quickly and accurately puts the preparation process in the right direction.

Key words: information technologies, electronic tables, orthodromic, loxodromic, spherical trigonometry.

Постановка проблеми

Система підготовки фахівців морського профілю за останні роки зазнала значних змін, усі зусилля були спрямовані на те, щоб за всіма напрямками реалізувати компетентнісний підхід до навчання.

Завдяки комплексному підходу до вирівнювання робочих програм дисциплін у напрямі професійної підготовки офіцерів-морських урешті-решт був осучаснений увесь навчальний комплекс. Усі освітні програми, що реалізуються у ХДМА, являють собою систему узгоджених між собою документів, розроблених і затверджених закладом вищої освіти з урахуванням вимог Кодексу ПДНВ-78, із поправками, ступеневої підготовки фахівців палубної команди на рівні обслуговування та керування і вимог роботодавців.

Ці програми регламентують як цілі, зміст, умови реалізації освітнього процесу, так і програмні компоненти та результати навчання, перелік ОПП та їх логічну послідовність. Освітня програма охоплює усебічну підготовку курсантів академії, включає як спеціальні професійні дисципліни, такі як «Навігація та лоція», «Теорія будови судна», «Морехідна астрономія», так і дисципліни загального циклу, такі як «Вища математика», «Фізика», «Інформаційні технології». Завдяки сучасному підходу до підготовки спеціалістів морського профілю програми дисциплін загального циклу мають прикладний характер.

Одним з основних завдань судноводія є визначення місця знаходження судна. Будь-які природні чи екстремальні обставини можуть змінити курс судна, а кібератака на судову систему керування – позбавити можливості покладатися на показники приборів. Але судноводій повинен уміти прийняти правильне управлінське рішення та швидко визначитися за всіма необхідними параметрами.

Сьогодні оснащення будь-якого судна сучасним обладнанням, яке максимально автоматизує всі дії, дає змогу це робити швидко та якісно. Але в реальному житті може трапитися будь-яка подія, коли від швидкості прийняття рішення залежить існування як самого судна, так і його екіпажу. Так, досвідчений судноводій має уміти самостійно проводити обсервування місця судна, установити величину відхилення обчислюваного місця судна від істинного та, нарешті, з'ясувати причини цього відхилення й урахувати їх. Таким чином, підготовка офіцерського складу у морському вищому навчальному закладі – це навчання, спрямоване на максимальний розвиток самостійності фахівця, його вміння приймати правильні управлінські рішення та реалізовувати їх, діючи в інтересах компанії, судна та його екіпажу.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Моніторинг останніх досліджень і публікацій, які стосуються зазначеної тематики, указує на те, що безпека судноплавства значною мірою залежить, по-перше, від оснащеності судна та, по-друге, від кваліфікації його офіцерського складу. Цим питанням приділяли увагу як іноземні дослідники, наприклад Tom Cunliffe [2], Sara Hopkinson [3], Paul Boissier [4], так і вітчизняні науковці. Так, у роботі «Система дипломування судноводіїв» О.С. Кочерев [5] відзначив необхідність удосконалення системи підготовки моряків, акцентувавши увагу саме на їх комплексній підготовці. Використання математичних моделей у задачах судноводіння та їх реалізації методами інформаційних технологій розглядав у дослідженні «Вдосконалення алгоритмів інформаційного забезпечення маневрування суден» Є.В. Калініченко [6] Необхідність володіння методами рішення задач навігації підкреслює у роботі «Розробка способу урахування

траєкторії похибки повороту судна» Ю.В. Казак [7]. Автори даної статті вже кілька років приділяють увагу питанням комплексного підходу до підготовки фахівців морського профілю, акцентуючи увагу на побудові інформаційних моделей технологічних процесів та автоматизації математичних розрахунків [8].

Мета дослідження

Метою дослідження є вивчення специфіки використання інформаційних технологій вирішення професійно спрямованих навігаційних задач методами вищої математики.

Спеціальні професійні дисципліни підготовки фахівців морського профілю, зокрема судноводіїв, містять велику кількість завдань, які потребують вирішення математичними методами, на основі деякої суперпозиції формул. Тому курсант зобов'язаний побудувати алгоритм проведення розрахунків, реалізувати розрахунки за складними формулами, урахувавши специфіку завдання, та, головне, мати можливість швидко проводити перерахунки за зміни вхідних даних. Тому доцільним є використання інформаційних технологій, наприклад Google tables або електронних таблиць Excel, які дають змогу, змінюючи вхідні дані, миттєво отримувати результат. Показовим із цього погляду прикладом є алгоритм розрахунку всіх показників рейсу на основі відомих координат порту відправлення судна A (широта φ_1 та довгота λ_1) та порту прибуття B (широта φ_2 та довгота λ_2), розмірів судна та його навантаження. До того ж розрахункові формули повинні враховувати напрямки широти (N або S) та довготи (E або W), кліматичні умови регіону, тобто, окрім звичайних математичних формул, використовуються логічні функції та їхні суперпозиції. Заздалегідь підготовлена форма обчислення дає змогу лише змінити вхідні дані та отримати гарантовано правильні результати, причому випускник морського вишу має уміти самостійно будувати такі алгоритми.

Досвід роботи з діючими моряками показує, що використання електронних таблиць часто вирішує проблеми – від розрахункових задач, документування до роботи з базами даних. Тому саме застосування електронних таблиць розглядається у цьому дослідженні.

Завдання дослідження:

- актуалізувати питання створення спеціалізованих інтелектуальних систем підтримки прийняття рішень на основі проведення розрахунків;
- виконати дослідження стану сучасних наукових розробок, присвячених використанню інноваційних технологій у практиці судноводія;
- розкрити взаємозв'язок дисциплін підготовки судноводія, який забезпечує фундаментальне бачення задач та вміння вирішувати ці задачі, застосовуючи комплексні знання;
- на прикладі конкретної задачі дослідити математичні та спеціальні методи її рішення та надати обґрунтування відмінності результатів, отриманих різними методами;
- створити рекомендації щодо оптимізації процесу проведення розрахунків в електронних таблицях та на підставі отриманих результатів надати рекомендації щодо прийняття управлінських рішень судноводієм із питань вибору методики оцінки параметрів судна.

Виклад основного матеріалу дослідження

Отже, спочатку розглянемо найпростішу задачу: визначення невідомих параметрів сферичного трикутника за відомими вхідними даними.

Сферичний трикутник має шість основних елементів: три кути A , B , C та три сторони a , b , c . Кути позначаються тими ж великими літерами, що й вершини трикутника, а протилежні їм сторони – відповідними малими буквами (рис. 1).

Із рис. 1 видно, що кути сферичного трикутника рівні відповідним двогранним кутам тригранника. Сторони трикутника, визначені у кутовій чи радіанній мірі, дорівнюють відповідним плоским кутам тригранника. Тобто всі шість елементів сферичного трикутника дорівнюють відповідним елементам тригранника.

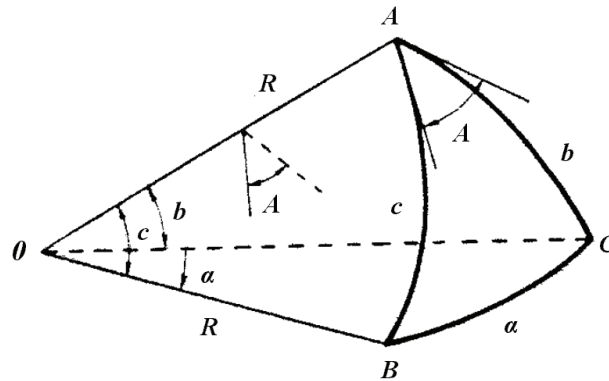


Рис. 1. Означення сферичного трикутника [9]

Розрахункові формули дають змогу за трьома будь-якими параметрами сферичного трикутника знайти останні три. Наприклад, якщо відомі дві сторони a , b та кут між ними C , знаходимо кути A , B та сторону c . Відповідно, формули мають вигляд:

$$\cos C = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b \cdot \cos C \quad (1)$$

$$\operatorname{ctg} A = \frac{\operatorname{ctg} a \cdot \sin b - \cos b \cdot \cos C}{\sin C} \quad (2)$$

$$\operatorname{ctg} B = \frac{\operatorname{ctg} b \cdot \sin a - \cos a \cdot \cos C}{\sin C} \quad (3)$$

Але для остаточного знаходження кутів A , B та сторони c треба ще використовувати зворотні тригонометричні функції Arccos , Arctan та Arccot . Отримані результати треба перевести з радіанної міри у градусну та представити їх у звичайній формі. Тобто затрати часу навіть для розв'язання однієї задачі достатньо громіздкі, причому без упевненості в правильності отриманих результатів.

Паралельно цьому розділу курсу вищої математики в курсі інформаційних технологій розглядається тема автоматизації розрахунку завдань сферичної тригонометрії. Алгоритм розв'язання запропонованої найпростішої задачі: за трьома відомими параметрами сферичного трикутника знайти невідомі (рис. 2).

Як бачимо, алгоритм від вхідних даних (пункт 1 алгоритму розв'язування задачі) до остаточного результату (пункт 7) із погляду розуміння та реалізації не дуже складний, а головне – зміна вхідних даних миттєво призводить до отримання відповідного результату. Як видно з назви аркушів електронної книги, вона містить усі можливі комбінації параметрів сферичного трикутника.

Для майбутнього моряка-судноводія ці задачі мають навчальне значення, тобто розуміння постановки задачі, розрахункових формул, уміння ними користуватися, побудови алгоритму їх використання та оцінки і перевірки отриманого результату. Але це є першим кроком до розв'язання професійно спрямованих задач, таких як визначення місцеположення судна, розрахунків запасу палива з урахуванням погодних умов, дрейфу, обходу підводних рифів, здійснення навігаційної прокладки, визначення проміжних точок траєкторії руху. Наше дослідження стосується повної узгодженості формул сферичної тригонометрії та спеціальних методів проведеної навігаційних розрахунків, а головне – оптимізації цих розрахунків завдяки побудові оптимальних алгоритмів та їх реалізації в електронних таблицях MS Excel.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
1	ВХІДНІ ДАНІ										
2	Дано		Знайти			4. Знаходження кута у радянній формі					
3	Три сторони		Кутти			Arccos A = 1,1316					
4	a, b, c		A, B, C			Arccos B = 2,2418					
5	1. Вхідні дані (сторони сферичного трикутника)					Arccos C = 1,2863					
6	a=70°31' b=125°20' c=88°41'					5. Знаходження кута у градусній десятковій формі					
7	2. Переведення у десяткову форму					A = 64,834					
8		град	хв	град+хв	у радіанах	B = 128,444					
9	a =	70	31	70,52	1,2307	C = 73,699					
10	b =	125	20	125,33	2,1875	6. Перетворення у стандартну форму					
11	c =	88	41	88,68	1,5478	Кутти A, B, C		град	хв	7. Остаточні кутти A, B, C сферичного трикутника	
12	3. Проведення розрахунків					A =		64	50	A = 64°50'	
13	cos A =	0,4252	$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cdot \cos c}{\sin b \cdot \sin c}$			B =		128	27	B = 128°27'	
14	cos B =	-0,6218	$\cos B = \frac{\cos b - \cos a \cdot \cos c}{\sin a \cdot \sin c}$			C =		73	42	C = 73°42'	
15	cos C =	0,2807	$\cos C = \frac{\cos c - \cos a \cdot \cos b}{\sin a \cdot \sin b}$								
	<	>	Дано a,b,c, знайти A,B,C		Дано a,b,c, знайти A,B,c		Дано A,B,C знайти a,b,c		найк		

Рис. 2. Розрахунок параметрів сферичного трикутника

Тепер розглянемо основну задачу, на прикладі якої відстежимо взаємозв'язок між різними підходами розв'язування задачі та проведемо аналіз отриманих результатів. Така методика дає змогу курсанту-судноводію осмислити сутність технічної постановки задачі та необхідність користування як математичним апаратом, так і можливостями сучасних засобів проведення розрахунків, які включають уміння структурувати дані та оптимізувати алгоритм реалізації.

Припустимо, що відомі координати порту відправлення судна: широта ϕ_1 та довгота λ_1 , та порту прибуття: широта ϕ_2 та довгота λ_2 . Треба визначити відстань між цими портами. Для прикладу, це відстань між портами Маніла та Лісабон.

Нагадаємо, що широтою пункту M земної поверхні називається величина кута, що створюється радіусом OM , де O – центр Землі, з площиною екватору, причому до півночі від екватору широта вважається додатною, а до півдня – від'ємною. Довгота пункту M є величина двогранного кута між площинами SOM і SON , де S – Північний полюс Землі, а N – точка, яка відповідає Гринвічській обсерваторії: до сходу від гринвічського меридіану довгота вважається додатною, до заходу – від'ємною.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	ВХІДНІ ДАНІ ЗА УМОВАМИ ЗАДАЧІ										
2	Маніла	14° 35' N		120° 58' E							
3	Лісабон	38° 41' N		9° 09' W							
4	ПЕРЕВЕДЕННЯ У ДЕСЯТКОВУ ТА РАДІАННУ ФОРМУ										
5	ШИРОТА, ϕ					ДОВГОТА, λ					
6		град	хв	напряма	ДЕСЯТКОВА	РАДІАННА	град	хв	напряма	ДЕСЯТКОВА	РАДІАННА
7	Маніла	14	35	N	14,58	0,25	120	58	E	120,97	2,11
8	Лісабон	38	41	N	38,68	0,68	9	9	W	9,15	0,16
9	Дуга МЛ (Маніла-Лісабон): центральний кут										
10	$\cos a = \sin \phi_2 \cdot \sin \phi_1 + \cos \phi_2 \cdot \cos \phi_1 \cdot \cos(\lambda_1 + \lambda_2)$.										
11	cos a =					a =					
12	-0,329408					1,906					
13	Найкоротша відстань між Манілою та Лісабоном										
14	R Земної кулі, км		12144,2		6557,9						
15	6370										
16			км		мор. миль						
	<	>	найкоротша відстань		навігація		локсодромія		+		

Рис. 3. Розрахунок відстані між портами методами сферичної тригонометрії

Вхідні дані: Маніла (14°35' N, 120°58' E); Лісабон (38°41' N, 9°09' W). Спочатку вирішимо цю задачу методами сферичної тригонометрії (рис. 3). На рис. 3 добре видно, як можна структурувати розрахунки, щоб алгоритм був оптимальним та зрозумілим.

Як бачимо, найкоротша відстань між Манілою та Лісабоном становить 12144,2 км, або 6557,9 морської милі (1 морська миля = 1,852 км).

Тепер будемо користуватися формулами навігаційної прокладки:

$$\operatorname{tg} K_i = \frac{PД_i \cdot \cos(\varphi_{cp_i})}{PШ_i} \tag{4}$$

$$S = \sqrt{PШ_i^2 + PД_i^2 \cdot \cos(\varphi_{cp})^2} \tag{5}$$

де K_i – курс, яким прямує судно, $PШ$ та $PД$ – відповідно різниця широт та довгот портів відходу та приходу, φ_{cp} – середня широта між портами (рис. 4).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Перехід судна Маніла-Лісабон											
2	Координати											
3	Точки переходу	широта, φ			довгота, λ							
4		градуси	хв.	напря	градуси	хв.	напря	Широта	Довгота	РД	Середня широта	РШ
5	Маніла	14	35	N	120	8	E	14,58	120,13			
6	Лісабон	38	41	N	9	9	W	38,68	-9,15	-129,3	26,63	24,10
7												
8		Модуль курсу		78,22			$\operatorname{tg} K_i = \frac{PД_i \cdot \cos(\varphi_{cp_i})}{PШ_i}$					
9		Відстань		7083,1		МІЛЬ		$S_i = \sqrt{(\varphi_{i+1} - \varphi_i)^2 + ((\lambda_{i+1} - \lambda_i) \cdot \cos(\varphi_{cp}))^2}$				
10				13117,9		КМ						

Рис. 4. Розрахунок відстані між портами навігаційними методами

За розрахунками відстань між Манілою та Лісабоном становить 13 118 км, або 7 083 милі. Цей результат майже на тисячу кілометрів перевищує попередній, але він урахує саме протяжність морського шляху з урахуванням особливостей рельєфу. До того ж розраховується так званий істинний курс судна, який у даному разі дорівнює 78,22°.

Але наступний підхід дає змогу виконати повну прокладку.

Постановка задачі. Відомі географічні координати портів A і B земної поверхні: широти φ_1, φ_2 та довготи λ_1, λ_2 . Треба знайти відстань між портами A і B , значення проміжних широт дуги великого кола для нанесення на меркаторську карту та виконати навігаційну прокладку.

Для отримання відповідей на поставлені питання потрібно визначити деякі важливі поняття.

Локсодромія – лінія постійного курсу. У морській навігаційній карті в проєкції Меркатора – пряма лінія, що перетинає меридіани під одним і тим же кутом.

Під час плавання судна на невеликі відстані (сотні миль) та ведення графічного числення шляху судна на карті в проєкції Меркатора зручно виконувати це плавання по локсодромії – лінії постійного курсу, незважаючи на те що це й не найкоротша відстань між двома заданими точками.

Ортодромія – дуга великого кола (ДВК) – найкоротша відстань між двома точками на земній сфері – крива, звернена (на МНК у проєкції Меркатора) опуклістю до найближчого полюсу. За курсу судна 0° (180°) локсодромія і ортодромія «зливаються» в одну лінію, збігаються з географічним меридіаном.

За курсу судна 90° (270°) при $\varphi = 0^\circ$ також «зливаються» в одну лінію, збігаються із земним екватором.

Під час плавання судна на великі відстані (тисячі миль) доцільно рухатися за ортодромією, бо це найкоротша відстань між заданими точками.

На наступному малюнку добре видно, як визначається відстань між портами за локсодромією та ортодромією.

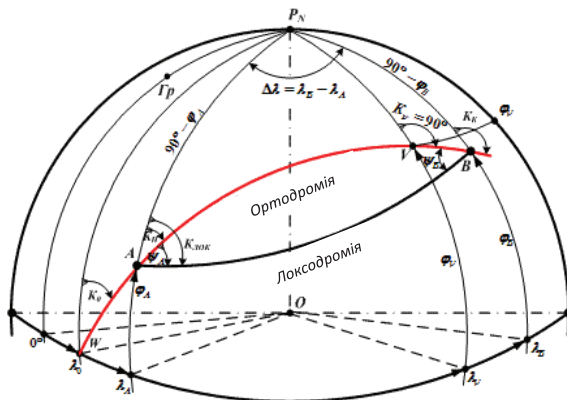


Рис. 5. Ортодромія та локсодромія як відстань між портами [http://www.ni.biz.ua]

Наведемо розрахункові формули завдання.

Плавання вздовж дуги великого кола (довжина ортодромії):

$$S_{орт} = \arccos(\sin \varphi_n \sin \varphi_k + \cos \varphi_n \cos \varphi_k \cos(\lambda_k - \lambda_n)) \tag{6}$$

де $\varphi_n, \varphi_k, \lambda_n, \lambda_k$ – координати початкової і кінцевої точок.

Довжина локсодромії:

$$S_{локс} = \frac{\varphi_k - \varphi_n}{\cos \left(\arctg \frac{(\lambda_n - \lambda_k) \cdot \cos \left(\frac{\varphi_n + \varphi_k}{2} \right)}{\varphi_k - \varphi_n} \right)} \tag{7}$$

Різниця плавачь:

$$\Delta S = S_{локс} - S_{орт} \tag{8}$$

Широти проміжних точок дуги великого кола для нанесення на меркаторську карту можна знайти за формулою:

$$\varphi_i = \arctg \frac{\sin(\lambda_i - \lambda_0)}{\operatorname{tg} K_0} \tag{9}$$

де λ_i – довгота проміжної точки;

λ_0 – довгота точки перетину екватора ортодромії;

K_0 – кут між меридіаном та ортодромією у точці перетину екватора.

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_n + \lambda_k}{2} - \arctg \left[\frac{\sin(\varphi_n + \varphi_k)}{\sin(\varphi_n - \varphi_k)} \cdot \operatorname{tg} \frac{\lambda_k - \lambda_n}{2} \right] \tag{10}$$

$$K_0 = \arctg \frac{\sin(\lambda_n - \lambda_0)}{\operatorname{tg}\varphi_n} \quad (11)$$

Алгоритм розв’язування даної задачі пов’язаний із формалізацією умови, побудовою математичної моделі і використанням інформаційних технологій для подальшого дослідження. Такі завдання, як правило, вимагають значного часу для розв’язування, системного підходу під час розроблення, мають великий обсяг обчислень. У процесі роботи з інформаційними технологіями курсанти відпрацьовують навички побудови комп’ютерних моделей, розроблення алгоритмів розв’язування, оцінки отриманих результатів, відчують якісно новий соціально значимий рівень компетентності, розвивають професійні якості особистості. Застосування методів математичного (інформаційного) моделювання, прогнозування результатів прийняття рішень у різних сферах діяльності вимагають від фахівців володіння відповідним математичним апаратом (рис. 6).

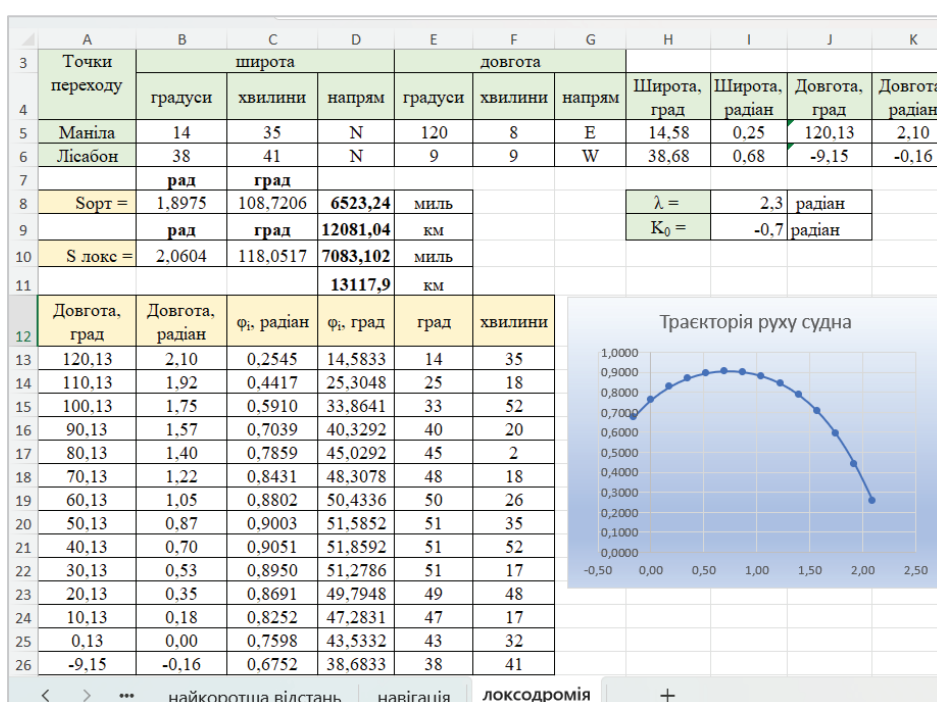


Рис. 6. Розрахунок траєкторії руху судна

Висновки

Ціна помилки в завданнях судноплавства може бути непомірно висока, оскільки тягне за собою не лише ризик величезних економічних утрат, нанесення шкоди навколишньому середовищу, а й загрозу життю членів екіпажу судна. Так, якщо допустити помилку у визначенні координат точки приходу судна лише на один градус, судно опиниться за 60 миль від запланованого пункту. Також якщо помилитися в розрахунках так званого штормового запасу палива, можна просто «не дотягнути» до порту. Похибки в оцінці остійності судна можуть призвести до неприпустимого крену судна та його затоплення. Недооцінка важливості розрахункових показників приборів, наприклад гірокомпасу, призведе до неможливості користування цим обладнанням і, як наслідок, до проблем управління судном. Тому під час підготовки фахівців морського профілю питанням проведення професійних розрахунків, у тому числі роботі з базами даних, приділяється максимальна увага.

Як приклад розглядався рух судна від порту Маніла до порту Лісабон. Розрахунки, виконані різними методами, підтвердили гіпотезу про те, що результат за навігаційними формулами

враховує саме протяжність морського шляху з урахуванням особливостей рельєфу, а за формулами сферичної тригонометрії – відстань «по прямій». Але він також важливий для майбутнього судноводія, тому що дає змогу отримати оцінку шляху та зробити висновки про взаємне розташування портів. До того ж розраховуються так звані істинний курс судна, а також проміжні точки дуги великого кола (за ортодромією).

Основною перевагою проведеного дослідження є активне використання сучасних інформаційних технологій, а саме оптимізація проведення навігаційних розрахунків. Такий підхід, окрім наявних результатів, дає змогу краще розуміти зміст складних математичних формул, набути навички їх застосування.

Відповідно до теми, об'єкта і предмета дослідження, у роботі отримано такі результати:

- актуалізовано питання створення спеціалізованих інтелектуальних систем підтримки прийняття рішень на основі проведених розрахунків;
- виконано дослідження стану наукових розробок, присвячених використанню інноваційних технологій у практиці судноводія;
- проведено формалізацію можливих ризиків під час рейсу;
- розкрито взаємозв'язок дисциплін підготовки судноводія, які забезпечують фундаментальне бачення задач та вміння вирішувати ці задачі, застосовуючи комплексні знання;
- на прикладі конкретної задачі досліджено математичні та спеціальні методи її рішення та надано обґрунтування відмінності результатів, отриманих різними методами;
- створено рекомендації щодо оптимізації процесу проведення розрахунків в електронних таблицях та на підставі отриманих результатів надано рекомендації щодо прийняття управлінських рішень судноводієм із питань вибору методики оцінки параметрів судна.

Сьогодні управління морськими суднами спирається на використання сучасного навігаційного обладнання, яке орієнтовано на цифрову обробку інформації. На ринку морських перевезень постійно відбувається введення нових морських суден, оснащених сучасним обладнанням усіх модулів, а також оновлення суден попереднього покоління. Підготовка фахівців відповідного напрямку повинна враховувати будь-які зміни, стежити за процесом упровадження найновітніших технологій, що відбуваються на борту сучасного морського судна, для досягнення основної мети – підготовки конкурентоспроможних на світовому ринку праці фахівців морської галузі.

У роботі розглянуто лише один із багатьох модулів підготовки, а саме рішення професійно спрямованих навігаційних задач на базі інформаційних технологій із використанням математичних методів.

Застосування пропонованих підходів, побудованих на теоретичних засадах, розглянутих у роботі, на судах, а також на практичних заняттях у процесі підготовки морських спеціалістів призведе до зменшення інформаційного навантаження на судноводія під час прийняття рішень, зниження впливу чинників суб'єктивності під час аналізу поточної ситуації, скорочення часу, необхідного для вибору керуючого впливу.

Список використаної літератури

1. Горбов В.М., Ратушняк І.О., Горбова Г.О. Стандарти компетентності персоналу морських суден та захисту його прав. Миколаїв : НУК, 2023. 180 с.
2. Cunliffe T. 200 Skipper's Tips. England: Fernhurst Books, 2010. 112 p.
3. Hopkinson S. Navigation: A Newcomer's Guide: Learn How to Navigate at Sea Paperback (4th ed.). England : Fernhurst Books Limited, 2023. 96 p.
4. Boissier P. Mastering Navigation At Sea. England : Fernhurst Books, 2020. 208 p.
5. Кочерев О.С. Система дипломування судноводіїв у галузі морського, зокрема річкового, судноплавства України. *Південноукраїнський правничий часопис*. 2021. № 3(1). С. 77–81.

6. Калініченко Є.В. Удосконалення алгоритмів інформаційного забезпечення маневрування суден : автореф. дис. ... канд. наук із навігації та управління рухом : 05.22.13. Одеса, 2017. 26 с.
7. Казак Ю.В. Розробка способу урахування траєкторної похибки повороту судна при оцінці безпеки судноводіння : автореф. дис. ... канд. наук із навігації та управління рухом : 05.22.13. Одеса, 2020. 23 с.
8. Зайцева Т., Кравцова Л., Терещенкова О. Використання імітаційного моделювання при підготовці судноводіїв: вплив зовнішніх факторів на характеристики руху судна. *Information Technologies in Education (ITE)*. 2021. № 47. С. 17–34.
9. Данилевський М.П., Колосов А.І., Якунін А.В. Основи сферичної геометрії та тригонометрії. Харків : ХНАМГ, 2011. 94 с.
10. Безлуцька О.П., Бенъ. А.П., Колегаєв М.О. Менеджмент морських ресурсів. Херсон : ХДМА, 2014. 100 с.

References

1. Horbov, V.M., Ratushniak, I.O., & Horbova, H.O. (2023). *Standarty kompetentnosti personalu morskikh suden ta zakhystu yoho prav [Standards of competence of personnel of sea vessels and protection of their rights]*. Mykolaiv: NUK [in Ukrainian].
2. Cunliffe, T. (2010). *200 Skippers Tips*. England: Fernhurst Books [in English].
3. Hopkinson, S. (2023). *Navigation: A Newcomers Guide: Learn How to Navigate at Sea Paperback* (4th ed.). England: Fernhurst Books Limited [in English].
4. Boissier, P. (2020). *Mastering Navigation At Sea*. England: Fernhurst Books [in English].
5. Kocheriev, O.S. (2021). Systema dyplomuvannia sudnovodiiv u haluzi morskoho, zokrema richkovoho, sudnoplavstva Ukrainy [The system of certification of shipmasters in the field of maritime, in particular river, shipping of Ukraine]. *Pivdennoukrainskyi pravnychyi chasopys*, 3(1), 77–81 [in Ukrainian].
6. Kalinichenko, Ye.V. (2017). Vdoskonalennia alhorytmiv informatsiinoho zabezpechennia manevruvannia suden [Improvement of algorithms for information provision of ship maneuvering]. *Extended abstract of Candidate's thesis*. Odesa Maritime Academy National University. Odesa [in Ukrainian].
7. Kazak, Yu.V. (2020). Rozrobka sposobu urakhuvannia traiektornoj pokhybky povorotu sudna pry otsyntsi bezpeky sudnovodinnia [Development of a method of taking into account the trajectory error of the ship's turn when assessing the safety of navigation]. *Extended abstract of Candidate's thesis*. Odesa Maritime Academy National University. Odesa [in Ukrainian].
8. Zaitseva, T., Kravtsova, L., & Tereshchenkova, O. (2021). Vykorystannia imitatsiinoho modeliuvannia pry pidhotovtsi sudnovodiiv: vplyv zovnishnikh faktoriv na kharakterystyky rukhu sudna [The use of simulation modeling in the training of ship drivers: the influence of external factors on the characteristics of the ship's movement]. *Information Technologies in Education (ITE)*, 47, 17–34. doi: 10.14308/ite000742 [in Ukrainian].
9. Danylevskiy, M.P., Kolosov, A.I., & Yakunin, A V. (2011). *Osnovy sferychnoi heometrii ta tryhonometrii [Basics of spherical geometry and trigonometry]*. Kharkiv. KhNAMH [in Ukrainian].
10. Bezlutska, O.P., Ben, A.P., Koliehaiev, M.O. (2014). *Menedzhment morskikh resursiv [Management of marine resources]*. Kherson, KSMA [in Ukrainian].

Кравцова Людмила Володимирівна – к.т.н., доцент, Херсонська державна морська академія. E-mail: limonova@ukr.net, ORCID: 0000-0002-0152-635X.

Зайцева Тетяна Василівна – к.пед.н., доцент, доцент кафедри інноваційних технологій та технічних засобів судноводіння Херсонської державної морської академії. E-mail: zaytseva1966sunny@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6780-719X.

Камінська Наталія Геннадіївна – викладач кафедри інноваційних технологій та технічних засобів судноводіння Херсонської державної морської академії. E-mail: kam_natali@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9975-7403.

Kravtsova Lyudmyla Volodymyrivna – PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Kherson State Maritime Academy. E-mail: limonova@ukr.net, ORCID: 0000-0002-0152-635X.

Zaytseva Tatyana Vasylivna – PhD in Pedagogical Sciences, Associate Professor, Senior Lecturer of the Innovative Technologies and Technical Means of Navigation Department of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: zaytseva1966sunny@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6780-719X.

Kaminskaya Natalia Hennadiivna – Teacher of Chair the Innovative Technologies and Technical Means of Navigation Department of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: kam_natali@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9975-7403.

М.В. КРИХІВСЬКИЙ, В.В. БАНДУРА, Т.О. ВАВРИК
Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ІНФОРМАЦІЙНОЇ БЕЗПЕКИ

Широке проникнення математичних методів у розроблення інформаційних технологій характеризує сучасний етап нашого суспільства. Статтю присвячено проблемі застосування математичних моделей із нечіткістю та носить оглядовий характер. Порівняно ефективність різних математичних підходів до виявлення та запобігання кіберзагрозам. Серед математичних методів, що застосовують в інформаційній та кібернетичній безпеці, велику нішу займають моделі розмежування прав доступу в інформаційних системах. Цим і обґрунтовано вибір та актуальність даного дослідження. Розглянуто поєднання кластерної технології як математичної моделі найрізноманітніших об'єктів, явищ і зв'язків між ними з популярними сьогодні математичними моделями розмежування прав. У статті викладено основні елементи популярних математичних моделей для розмежування прав доступу в інформаційних системах. Аналіз наукових праць дав змогу визначити основні напрями застосування властивостей, характеристик нечітких множин та застосуванням різних підходів до безпеки. Доведено, що вміння оперувати методами представлення нечіткої інформації та технологій прийняття рішення сприяє розвитку програмних і технічних засобів захисту інформації. Поєднання кластерного підходу до розмежування прав із нечіткістю, яка буде динамічно змінюватися в процесі експлуатації інформаційної системи, дасть змогу гнучко та ефективно реалізовувати безпеку інформаційних систем. Проаналізовано роль математичних моделей у забезпеченні безпеки інформації та досліджено використання різних математичних підходів для аналізу та прогнозування загроз інформаційній безпеці. Автори розглядають сучасні техніки моделювання та їх застосування у сфері кібербезпеки. Використання математичних моделей може бути корисним для розроблення стратегій захисту даних в інформаційних системах. Дослідження указує на важливість розвитку математичних моделей для вдосконалення заходів захисту інформації та показує, як математичні моделі можуть допомогти вдосконалити системи захисту інформації.

Ключові слова: інформаційна безпека, математична модель, інформаційна система, моделі розмежування прав, нечітка інформація.

M.V. KRYKHIVSKYI, V.V. BANDURA, T.O. VAVRYK
Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas

MATHEMATICAL MODELS OF INFORMATION SECURITY

Wide penetration of mathematical methods in the development of information technologies characterizes the modern stage of our society. The article is devoted to the problem of applying mathematical models with ambiguity and is of a review nature. The effectiveness of various mathematical approaches in detecting and preventing cyberthreats is compared. Among the mathematical methods used in information and cybernetic security, a large niche is made up of models of delimitation of access rights in information systems. This justifies the choice and relevance of this study. The combination of cluster technology as a mathematical model of a wide variety of objects, phenomena and connections between them with today's popular mathematical models of rights delimitation is considered. The article outlines the main elements of popular mathematical models for distinguishing access rights in information systems. The analysis of scientific papers made it possible to determine the main areas of application of properties, characteristics of fuzzy sets and fuzzy algorithms in information and cyber security. Among them, studies related to the use of various approaches to security are highlighted. It has been proven that the ability to operate with methods of presenting vague information and decision-making technologies contributes to the development of software and technical means of information protection. The combination of a cluster approach to the delimitation of rights with ambiguity, which will dynamically change during the operation of the information system, will allow flexible and effective implementation of the security of information systems. The article analyzes the role of mathematical models in ensuring information security and investigates the use of various mathematical approaches for analyzing and forecasting threats to information security. The authors consider modern modeling techniques and their application in the field of cyber security. Mathematical models can be used to develop data protection strategies in information systems. The study points to the importance of developing mathematical models for improving information protection measures and shows how mathematical models can help improve information protection systems.

Key words: information security, mathematical model, information system, models of differentiation of rights, unclear information.

Постановка проблеми

У сучасному світі, де зростання технологій відбувається надзвичайно швидко, питання кібербезпеки стає все більш актуальним. Зловмисні кібератаки можуть призвести до значних фінансових утрат, порушення приватності, а також загрози національній безпеці. У цьому контексті математичні моделі відіграють ключову роль у розробленні ефективних заходів кіберзахисту. Вони дають змогу не лише аналізувати та прогнозувати потенційні кіберзагрози, а й розробляти стратегії для їх нейтралізації.

Характерною особливістю сучасних інформаційних технологій є застосування кібернетичних систем із програмним забезпеченням. Такі системи часто зазнають атак із метою зміни алгоритму їхньої роботи або заволодіння та знищення інформації. Особливо це актуально в умовах воєнного стану.

Запобігання таким загрозам є актуальною проблемою та повинно використовувати системний підхід із використанням математичних моделей, які слід удосконалювати з метою адаптації до нових методів проникнення, що виявляються у процесі застосування комп'ютерних систем. У цьому напрямі важливим є аналіз математичних моделей інформаційної безпеки для виявлення недоліків та можливості вдосконалення.

Ця стаття присвячена аналізу сучасних математичних моделей кібербезпеки, їх класифікації, виділенню сильних та слабких боків. Ми розглянемо різні підходи до моделювання кіберзагроз, включаючи стохастичні моделі, теорію ігор та системи масового обслуговування. Особлива увага буде приділена аналізу ефективності цих моделей у реальних умовах та їх застосуванню у розробленні комплексних систем кіберзахисту.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

В інформаційних системах безпека передбачає розмежування прав доступу, яке класифікують [1] на дискреційні, мандатні та рольові. Усі вони мають як переваги, так і недоліки, що впливає на рівень захищеності від атак. Як правило, регулюється можливість доступу суб'єктів до об'єктів.

Дискреційні математичні моделі базуються на матриці доступу, рядки якої визначаються множиною суб'єктів S , а рядки – множиною об'єктів O . Бінарне відношення R на множині $S \times O$ визначає права доступу, що зумовлені деяким зовнішнім правилом. Модель Харрісона – Руззо – Ульмана (модель HRU) була реалізована для аналізу системи захисту та використовує скінченний автомат і є також прикладом дискреційної моделі розмежування прав доступу. Модель HRU функціонує згідно з визначеними правилами переходу автомата. Ще в одному типовому представнику дискреційного доступу – моделі п'ятивимірного простору Хартсона – простір безпеки визначається множинами встановлених повноважень, користувачів, операцій, ресурсів і станів. Модель Take-Grant також є моделлю дискреційного розмежування прав доступу і надає можливість аналізувати й перевіряти стан безпеки інформаційної системи. У ній як основні елементи використовують граfi доступу їх перетворення. Модель допускає наявність прав доступу не лише у суб'єктів до об'єктів, а й в об'єктів до об'єктів. Основними перевагами дискреційних моделей розмежування прав доступу є простота реалізації системи розмежування доступу, універсальність і висока гнучкість. Проте основними недоліками є їх статичність, сильний вплив людського чинника на надійність системи захисту інформації та проблема «троянських» програм.

Мандатна модель поєднує для кожного суб'єкту з його рівнем доступу, який відповідає рівню конфіденційності, кожен об'єкт із його рівнем таємності за допомогою автомату відповідно до політики безпеки. Типовим представником такої моделі розмежування прав доступу є модель Белла – ЛаПадула. Формально вона описується множиною суб'єктів S , множиною об'єктів O ($S \subset O$), множиною прав доступу $R = \{\text{read}, \text{write}\}$, множиною рівнів таємності $L = \{U$ (відкрито), SU (для службового користування), S (таємно), TS (цілком таємно)}, решіткою

рівнів секретності $\Lambda=(L, \leq$ (оператор часткового несуворого відношення порядку рівнів таємності), \bullet (оператор найменшої верхньої межі), \otimes (оператор найбільшої нижньої межі)), матриця поточних прав доступу M і множиною станів системи, що представляється у вигляді впорядкованих пар (F, M) , де: $F: S \cup O \rightarrow L$ (функція рівнів таємності, яка ставить у відповідність кожному об'єкту і суб'єкту в системі певний рівень таємності). Позитивним боком моделі Белла – ЛаПадули є автоматичне вирішення проблеми «троянських» програм. Відомі основні розширення моделі: модель із безпечною функцією переходу, уповноважені суб'єкти, груповий доступ – LowWatermark.

Рольова модель (Role-Based Access Control – RBAC) передбачає призначення ролей із відповідними дозволами суб'єктам, а не напряму, що призводить до простішого контролювання відносин між суб'єктами. Це забезпечує керування доступом як на основі матриці прав доступу для ролей, так і за допомогою правил, які регламентують призначення ролей користувачам. У цій моделі безпека інформаційної системи формується за допомогою множини користувачів S (суб'єкт – людина або автоматизований агент, множини ролей R (роль – робоча функція або назва, яка визначається на рівні авторизації), множини прав доступу до об'єктів системи P (дозволи – затвердження режиму доступу до ресурсу), сесії SE (відповідність між S , R та / або P), призначення суб'єкта SA , $PA: R \rightarrow 2^p$ – функції, що визначає для кожної ролі множину прав доступу (для кожного $p \in P$ існує $r \in R$ така, що $p \in PA(r)$ і RH (частково впорядкованої ієрархії ролей).

У роботі [1] запропоновано модель розмежування прав доступу, яка, використовуючи особливості процесу хешування, дає змогу обмежити перелік робочих станцій, із яких користувачеві дозволено отримувати віддалений доступ до інформаційних ресурсів.

Дослідженню й аналізу інформаційних атак в умовах війни присвячено оглядову статтю [2], що є однією з найгостріших проблем сучасності. Результати дослідження розкрили основні особливості інформаційних війн та їхній вплив на кібербезпеку в глобальному масштабі та в окремих організаціях і державах.

Серія статей [3–8] пропонує аналіз застосування математичних методів та методологій до інформаційної та кібернетичної безпеки. Кластерний аналіз як основний підхід до кібербезпеки [3] можна використати для формалізації інформаційних ризиків. Описані етапи процедури кластеризації, вибору міри відстані та міри подібності для інформаційних об'єктів. Запропоновано застосовувати такі методи кластерного аналізу: алгоритм «найближчого сусіда», «k-means», «fuzzy c-means», «cosine similarity». Фрактальні моделі для захисту інформації можуть бути використані [4] в алгоритмах криптографічних і стеганографічних методів захисту інформації. Добре досліджені та описані алгоритми на графах також можуть бути корисними [5] у кібербезпеці. Оцінювання рівня захищеності інформаційної системи доречно досліджувати за допомогою математичних моделей теорій конфліктології [6], катастроф [7] та ігор [8].

Важливим завданням є виявлення та попередження вторгнень в інформаційну систему, що неможливо без застосування математичних методів. Авторами статті [9] «розглянуто такі математичні методи: сигнатурні методи; статистичні методи, а саме: приховані марковські моделі, метод опорних векторів, сплайни багатовимірної адаптивної регресії, методи кластеризації, байєсовські мережі; методи природних обчислень, такі як штучні нейронні мережі, штучні імунні мережі, генетичні алгоритми; біометрія поведінки; методи нечіткої логіки; експертні системи; теорія графів; теорія фракталів; теорія ігор». Ці методи проаналізовані й охарактеризовані. Відзначено, що поки не вдалося створити ідеальної IDPS, яка б не вимагала змін, доповнень та вдосконалень.

Дослідження математичних моделей у ракурсі оптимізації показало велику складність наукової проблеми безпеки інформації [10]. Класифіковано їх у моделі трансформації станів кінцевого автомата, моделі запозичення і передачі повноважень, семантичні моделі та моделі

інформаційних потоків. Показано, що актуальність розробок у галузі кібербезпеки буде зростати.

Проблеми організації прав доступу та захисту облікових даних користувачів мережевих операційних систем Windows досліджено в [11]. Запропоновано встановлювати «максимальне обмеження адміністративних привілеїв для адміністратора, надання користувачам та груп підтримки лише тих прав, які необхідні для виконання ними повсякденних завдань, використання облікових записів адміністраторів домену організації лише для керування контролерами домену».

У результаті огляду статей із кібербезпеки можна зробити висновок, що сучасні методи не є досконалими. Існує нагальна потреба досліджень у цій галузі, особливо математичного моделювання інформаційних систем для запобігання вторгненням або хоча б мінімізації втрат. Важливим у цьому напрямі нам представляється можливість прогнозування небезпеки.

Мета дослідження

Основною метою цього дослідження є розроблення та аналіз інтегрованих математичних моделей, які можуть ефективно виявляти, оцінювати та протидіяти кіберзагрозам. Це включає у себе:

- вивчення сучасних методів моделювання кіберзагроз та оцінки ризиків;
- розроблення нових оптимізаційних стратегій для підвищення рівня кібербезпеки;
- аналіз ефективності існуючих моделей кібербезпеки та їх застосування в реальних умовах;
- підвищення розуміння динаміки кіберінцидентів та розроблення прогностичних моделей для їх передбачення.

Дослідження спрямоване на забезпечення глибшого розуміння кібербезпеки з математичного погляду та створення основи для розроблення більш надійних систем захисту інформації, виділення підходів до вдосконалення математичного моделювання безпеки інформаційних програмних комп'ютерних систем.

Виклад основного матеріалу дослідження

Математичні моделі кібербезпеки умовно можна розділити за призначенням:

- моделі автентифікації, цифровий підпис;
- моделі розмежування прав доступу;
- моделі захисту програмного коду від несанкціонованого дослідження;
- моделі моніторингу та виявлення вторгнень.

Кожна із цих частин є важливою в умовах, коли атаки на інформаційні системи здійснюють державні інституції з великими обсягами фінансування. Особливо нагальним є створення безпечних умов функціонування у воєнний час.

Для вирішення цього завдання слід використовувати комплексний підхід до розроблення та аналізу математичних моделей кібербезпеки. Методологія базується на таких ключових принципах:

- Моделювання загроз: із використанням теорії ігор та стохастичних процесів для моделювання поведінки атакуючих та захисних стратегій.
- Аналіз ризиків: застосування квантитативних методів для оцінки ймовірності та потенційного впливу кібератак.
- Оптимізація захисту: розроблення оптимізаційних моделей для визначення найбільш ефективних стратегій кіберзахисту.
- Валідація моделей: перевірка моделей на реальних даних та сценаріях для забезпечення їх точності та придатності.

Дискреційні математичні моделі кібербезпеки, які базуються на матриці доступу, є важливим інструментом для управління правами доступу в інформаційних системах. Матриця доступу дає змогу визначити та контролювати, які користувачі мають доступ до певних ресурсів системи.

Кожен рядок матриці представляє суб'єкт (наприклад, користувача), а кожен стовпець – об'єкт (наприклад, файл). Елементи матриці вказують на тип доступу, який суб'єкт має до об'єкта.

Застосування нечітких множин до цієї моделі дає змогу ввести градацію прав доступу, що є більш гнучким та реалістичним підходом, аніж традиційні бінарні (дозволено/заборонено) системи. Нечіткі множини дають змогу визначити ступінь приналежності суб'єкта до множини користувачів, які мають доступ до певного ресурсу, що може змінюватися від 0 до 1. Це дає змогу моделювати різні рівні довіри та авторизації.

Розглянемо систему, де необхідно контролювати доступ до конфіденційних документів. За допомогою нечіткої логіки можна встановити, що деякі користувачі мають повний доступ (ступінь приналежності 1), інші – частковий доступ (ступінь приналежності між 0 та 1), а решта не мають доступу взагалі (ступінь приналежності 0).

Такий підхід дає змогу більш тонко налаштовувати політики безпеки, урахувавши різні рівні ризику та необхідність доступу до інформації. Він також забезпечує можливість динамічної зміни прав доступу залежно від змін у ролі користувача або політиках безпеки. Також з'явиться можливість відслідковувати надмірну активність користувачів у знищенні великої кількості інформації, що не змогли передбачити у компанії «Київстар», яка зазнала потужної атаки.

Організаційно технічна модель кіберзахисту як комплекс заходів, суб'єктів і дій спрямована на розвиток спроможностей національної системи кібербезпеки для оперативного реагування на кібератаки та кіберінциденти. Ця модель має такі характеристики:

1. Організаційно-керівний рівень: включає основні суб'єкти національної системи кібербезпеки.
2. Технологічний рівень: забезпечує взаємодію технологічних підрозділів, обмін інформацією, моніторинг та сталу безпеку кіберпростору.
3. Базовий рівень: включає захищену інформаційну інфраструктуру та суспільство (громаду).

Застосування організаційно-технічної моделі кіберзахисту дасть змогу підвищити функціональність системи кіберзахисту України, зменшити уразливість інформаційних та комунікаційних систем, розвинути партнерство держави та приватного сектору у сфері кібербезпеки, ефективніше реагувати на кіберінциденти та кібератаки, здійснювати постійний контроль за станом кіберзахисту об'єктів критичної інфраструктури.

В організаційно-технічній моделі кіберзахисту існують поняття, які не завжди можна точно виміряти або визначити. Теорія нечітких множин дає змогу виразити ці поняття як нечіткі множини з функціями приналежності. Наприклад, поняття «рівень загрози» можна виразити нечіткою множиною, де елементи вказують на рівень небезпеки.

Теорія нечітких множин може допомогти враховувати нечіткість даних під час прийняття рішень. Наприклад, під час оцінки ризиків можна використовувати нечіткі множини для визначення рівня небезпеки.

Організаційно-технічна модель містить параметри, які можуть мати нечіткі значення. Теорія нечітких множин дає змогу аналізувати ці параметри, урахувавши їх нечіткість. Наприклад, під час визначення ефективності заходів кіберзахисту можна враховувати нечіткість вимірювань.

Ця модель включає взаємодію різних суб'єктів. Теорія нечітких множин може допомогти моделювати нечіткі відносини між суб'єктами. Наприклад, взаємодія між різними відділами організації може бути виражена нечіткою множиною.

Отже, застосування теорії нечітких множин допоможе покращити адаптивність та гнучкість організаційно-технічної моделі кіберзахисту, особливо під час роботи з нечіткими даними та параметрами.

Модель Бела – ЛаПадули є моделлю розмежування доступу до інформації, що захищається. Вона базується на мандатній моделі керування доступом. Основні аспекти цієї моделі:

1. Проста властивість безпеки: забезпечує, що суб'єкт із рівнем доступу може читати інформацію з об'єкта лише тоді, коли його рівень перевищує рівень таємності об'єкта. Це правило також відоме як «Немає читання зверху».

2. Властивість: суб'єкт може писати інформацію в об'єкт тільки тоді, коли рівень таємності об'єкта перевищує рівень доступу суб'єкта.

3. Сильна властивість: ця властивість вимагає, щоб суб'єкт мав доступ до об'єкта тільки в тому разі, якщо його рівень доступу точно відповідає рівню таємності об'єкта.

4. Принцип стійкості: система знаходиться у безпечному стані, якщо кожен суб'єкт має доступ лише до об'єктів, до яких йому дозволено на основі поточної політики безпеки.

Це є важливим інструментом безпеки інформаційних систем, особливо в контексті розмежування доступу та захисту конфіденційної інформації. Теорія нечітких множин може допомогти врахувати нечіткість та невизначеність у знаннях та рішеннях.

Рольова модель розмежування доступу (RBAC) в інформаційних системах передбачає надання права доступу через ролі, ієрархії та обмеження. Ролі визначають, які дії можуть виконувати користувачі в системі. Це спрощує управління індивідуальними правами користувачів, оскільки привілеї призначаються через ролі, а не безпосередньо користувачам. Теорія нечітких множин дає змогу враховувати неоднозначність та невизначеність в оцінках.

У контексті RBAC нечіткі множини можуть використовуватися для визначення ролей та їхніх привілеїв. Наприклад, можна використовувати нечіткі множини для визначення, наскільки «сильно» користувач може виконувати певні дії.

RBAC часто використовується у системах, де чітко визначено посадові повноваження користувачів. Це дає змогу гнучко та динамічно змінювати права доступу в процесі функціонування системи. У цілому RBAC спрощує управління доступом, а теорія нечітких множин допомагає враховувати неоднозначність в оцінках, що може бути корисним у контексті визначення ролей та привілеїв.

Висновки

Статтю присвячено проблемі застосування математичних моделей із нечіткістю та носить оглядовий характер. Широке проникнення математичних методів у розроблення інформаційних технологій характеризує сучасний етап нашого суспільства. Серед математичних методів, що застосовують в інформаційній та кібернетичній безпеці, велику нішу займають моделі розмежування прав доступу технології, поєднання кластерної технології як математичної моделі найрізноманітніших об'єктів, явищ і зв'язків між ними з популярними сьогодні математичними моделями розмежування прав. Цим і обґрунтовано вибір та актуальність даного дослідження.

У статті викладено основні елементи популярних математичних моделей для розмежування прав доступу в інформаційних системах. Аналіз наукових праць дав змогу визначити основні напрями застосування властивостей, характеристик нечітких множин та нечітких алгоритмів в інформаційній та кібернетичній безпеці. Серед них виділено дослідження, пов'язані із застосуванням різних підходів до безпеки.

Доведено, що вміння оперувати методами представлення нечіткої інформації та технологій прийняття рішення сприяє розвитку програмних і технічних засобів захисту інформації. Поєднання кластерного підходу до розмежування прав із нечіткістю, яка буде динамічно змінюватися у процесі експлуатації інформаційної системи, дасть змогу гнучко та ефективно реалізовувати безпеку інформаційних систем.

Список використаної літератури

1. Баришев Ю.В., Каплун В.А., Неуйміна К.В. Дискреційна модель та метод розмежування прав доступу до розподілених інформаційних ресурсів. *Наукові праці ВНТУ*.

2017. № 2. URL: <https://ir.lib.vntu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/26676/506-Текст%20статті-560-1-10-20170912.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (дата звернення: 10.04.2024).
2. Kravchenko, O., Veklych, V., Krykivskyi, M., Madryha, T. Cybersecurity in the face of information warfare and cyberattacks. *Multidisciplinary Science Journal*. 2024. 6. URL: <https://malque.pub/ojs/index.php/msj/article/view/1938> (дата звернення: 10.04.2024).
 3. Математичні методи в кібербезпеці: кластерний аналіз та його застосування в інформаційній та кібернетичній безпеці / С.М. Шевченко та ін. *Кібербезпека: освіта, наука, техніка*. 2024. № 3(23). С. 258–273.
 4. Математичні методи в кібербезпеці: фрактали та їх застосування в інформаційній та кібернетичній безпеці / С.М. Шевченко та ін. *Кібербезпека: освіта, наука, техніка*. 2019. №1(5). С. 31–39.
 5. Шевченко С.М., Жданова Ю.Д., Складанний П.М., Спасітелева С.О. Математичні методи в кібербезпеці: графи та їх застосування в інформаційній та кібернетичній безпеці. *Кібербезпека: освіта, наука, техніка*. 2021. № 1(13). С. 133–144.
 6. Шевченко С.М., Складанний П.М., Негоденко О.В., Негоденко В.П. Дослідження прикладних аспектів теорії конфліктів у системах безпеки. *Кібербезпека: освіта, наука, техніка*. 2022. № 2. С. 150–162.
 7. Шевченко С.М., Жданова Ю.Д., Спасітелева С.О. Математичні методи в кібербезпеці: теорія катастроф. *Кібербезпека: освіта, наука, техніка*. 2023. № 3(19). С. 165–175.
 8. Шевченко С.М., Жданова Ю.Д., Складанний П.М., Бойко С.В. Теоретико-ігровий підхід до моделювання конфліктів у системах інформаційної безпеки. *Кібербезпека: освіта, наука, техніка*. 2023. № 2(22). С. 168–178.
 9. Огляд математичних методів у системах виявлення та попередження кіберзагроз / Н.О. Лисенко та ін. *Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій*. 2021. № 25. С. 91–102.
 10. Лаптев О.А., Степаненко В.І., Тихонов Ю.О. Формальні математичні моделі для забезпечення безпеки інформації. *Сучасний захист інформації*. 2019. №1(37). С. 59–63.
 11. Тишик І.Я. Забезпечення безпеки облікових записів корпоративних користувачів. *Кібербезпека: освіта, наука, техніка*. 2023. № 2(22). С. 214–225.

References

1. Baryshev, Yu.V., Kaplun, V.A., & Neuimina, K.V. (2017). Dyskretniina model ta metod rozmezhuvannia prav dostupu do rozpodilenykh informatsiinykh resursiv [Discretionary model and method of distinguishing access rights to distributed information resources]. *Naukovi pratsi VNTU*, 2. URL: <https://ir.lib.vntu.edu.ua/bitstream/handle/123456789/26676/506-Текст%20статті-560-1-10-20170912.pdf?sequence=1&isAllowed=y> [in Ukrainian].
2. Kravchenko, O., Veklych, V., Krykivskyi, M., & Madryha, T. (2024). Cybersecurity in the face of information warfare and cyberattacks. *Multidisciplinary Science Journal*, 6. 2024ss0219. <https://doi.org/10.31893/multiscience.2024ss0219> [in English].
3. Shevchenko, S.M., Zhdanova, Yu.D., Spasitielieva, S.O., Mazur, N.P., Skladannyi, P.M., & Nehodenko, V.P. (2024). Matematychni metody v kiberbezpetsi: klasternyi analiz ta yoho zastosuvannia v informatsiinii ta kibernetychnii bezpetsi [Mathematical methods in cyber security: cluster analysis and its application in information and cyber security]. *Kiberbezpeka: osvita, nauka, tekhnika*, 3(23), 258–273. DOI: 10.28925/2663-4023.2024.23.258273 [in Ukrainian].
4. Shevchenko, S.M., Zhdanova, Yu.D., Spasitielieva, S.O., Nehodenko, V.P., Mazur, N.P., & Kravchuk, K.V. (2019). Matematychni metody v kiberbezpetsi: fraktaly ta yikh zastosuvannia v informatsiinii ta kibernetychnii bezpetsi [Mathematical methods in cyber security: fractals and their application in information and cyber security]. *Kiberbezpeka: osvita, nauka, tekhnika*, 1(5), 31–39. DOI: 10.28925/2663-4023.2019.5.3139 [in Ukrainian].

5. Shevchenko, S.M., Zhdanova, Yu.D., Skladannyi, P.M., & Spasitielieva, S.O. (2021). Matematychni metody v kiberbezpeti: hrafy ta yikh zastosuvannia v informatsiinii ta kibernetychnii bezpeti [Mathematical methods in cyber security: graphs and their application in information and cyber security]. *Kiberbezpeka: osvita, nauka, tekhnika*, 1(13), 133–144. DOI: 10.28925/2663-4023.2021.13.133144 [in Ukrainian].
6. Shevchenko, S.M., Skladannyi, P.M., Nehodenko, O.V., & Nehodenko, V.P. (2022). Doslidzhennia prykladnykh aspektiv teorii konfliktiv u systemakh bezpeky [Study of applied aspects of conflict theory in security systems]. *Kiberbezpeka: osvita, nauka, tekhnika*, 2, 150–162. DOI: 10.28925/2663-4023.2022.18.150162 [in Ukrainian].
7. Shevchenko, S.M., Zhdanova, Yu.D., & Spasitielieva, S.O. (2023). Matematychni metody v kiberbezpeti: teoriia katastrof [Mathematical methods in cyber security: disaster theory]. *Kiberbezpeka: osvita, nauka, tekhnika*, 3(19), 165–175. DOI: 10.28925/2663-4023.2023.19.165175 [in Ukrainian].
8. Shevchenko, S.M., Zhdanova, Yu.D., Skladannyi, P.M., & Boiko, S.V. (2023) Teoretyko-ihrovyi pidkhid do modeliuvannia konfliktiv u systemakh informatsiinoi bezpeky [Game-theoretic approach to modeling conflicts in information security systems]. *Kiberbezpeka: osvita, nauka, tekhnika*, 2(22), 168–178. DOI: 10.28925/2663-4023.2023.22.168178 [in Ukrainian].
9. Lysenko, N.O., Mazurenko, V.B., Fedorovych, A.I., Astakhov, D.S., & Statsenko, V.I. (2021). Ohliad matematychnykh metodiv u systemakh vyjavlennia ta poperedzhennia kiberzahroz. *Aktualni problemy avtomatyzatsii ta informatsiinykh tekhnolohii*, 25, 91–102. DOI: 10.15421/432110 [in Ukrainian].
10. Laptiev, O.A., Stepanenko, V.I., Tykhonov, & Yu.O. (2019). Formalni matematychni modeli dlia zabezpechennia bezpeky informatsii [Overview of mathematical methods in cyber threat detection and prevention systems]. *Suchasnyi zakhyst informatsii*, 1(37), 59–63. DOI: 10.31673/2409-7292.2019.015963 [in Ukrainian].
11. Tyshyk, I.Ya. (2023). Zabezpechennia bezpeky oblikovykh zapysiv korporatyvnykh korystuvachiv [Ensuring the security of corporate user accounts]. *Kiberbezpeka: osvita, nauka, tekhnika*, 2(22), 214–225. DOI: 10.28925/2663-4023.2023.22.214225 [in Ukrainian].

Крихівський Михайло Васильович – к.т.н., доцент кафедри інженерії програмного забезпечення Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу. E-mail: mykhailo.krykhivskyi@nung.edu.ua, ORCID: 0009-0000-3285-4308.

Бандура Вікторія Валеріївна – к.т.н., доцент, в. о. завідувача кафедри інженерії програмного забезпечення Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу. E-mail: viktoriia.bandura@nung.edu.ua, ORCID: 0000-0003-3143-0946.

Ваврик Тетяна Олександрівна – асистент кафедри інженерії програмного забезпечення Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу. E-mail: tetiana.vavryk@nung.edu.ua, ORCID: 0000-0002-0612-0084.

Krykhivskyi Mykhailo Vasyliovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Software Engineering Department of the Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas. E-mail: mykhailo.krykhivskyi@nung.edu.ua, ORCID: 0009-0000-3285-4308.

Bandura Viktoriia Valeriiivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Acting Head at the Software Engineering Department of the Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas. E-mail: viktoriia.bandura@nung.edu.ua, ORCID: 0000-0003-3143-0946.

Vavryk Tetiana Oleksandrivna – Assistant at the Software Engineering Department of the Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas. E-mail: tetiana.vavryk@nung.edu.ua, ORCID: 0000-0002-0612-0084.

МЕТОД ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ В АНАЛІЗІ СТІЙКОСТІ КОЛИВАНЬ РІДИНИ В ОБОЛОНКАХ ОБЕРТАННЯ

Метою дослідження є розроблення методу для оцінки стійкості руху рідини в жорстких оболонках обертання під дією вертикальних та горизонтальних навантажень. Припускається, що рідина, яка заповнює оболонку, є ідеальною та нестисливою, а її рух унаслідок дії навантажень є безвихровим. Ці припущення дають змогу сформулювати мішану крайову задачу для рівняння Лапласа відносно потенціалу швидкостей. За відсутності навантажень приходимо до спектральної проблеми власних значень. Для числового розв'язання цієї проблеми використовуємо метод інтегральних рівнянь. Застосовується третя формула Гріна, що дає змогу отримати двовимірну систему сингулярних інтегральних рівнянь для визначення потенціалу швидкостей. У разі оболонок обертання двовимірною системою сингулярних інтегральних рівнянь зводиться до одновимірної. Застосовано ефективні методи обчислення одновимірних сингулярних інтегралів за процедурою Гауса з використанням середнього арифметико-геометричного значення. Використовується метод граничних елементів зі сталою апроксимацією густини. Після розв'язання спектральної проблеми отримуємо власні числа та власні форми коливань. Ці форми надалі використовуються як базисні функції під час дослідження вимушених коливань рідини під дією гармонічних навантажень. Вивчалися коливання рідини в жорсткому циліндричному резервуарі. Розглянуто явища резонансів, у тому числі й параметричного резонансу. Досліджено горизонтальні навантаження та комбіновані горизонтально-вертикальні навантаження, резонансні частоти сил, що змушують. Розглянуто вплив демпфування за Релеєм. Матриця Релея вводиться штучним шляхом. Шляхом комп'ютерного експерименту визначено найменший коефіцієнт демпфування, за якого відбувається згасання коливань. Окремо розглянуто випадки горизонтального та вертикального періодичних навантажень. Розроблена методика може бути використана для відстроювання від небажаних резонансних частот під час проєктування паливних баків.

Ключові слова: метод граничних та скінчених елементів, плескання рідини, параметричний резонанс, демпфування.

METHOD OF INTEGRAL EQUATIONS IN STABILITY ANALYSIS OF FLUID VIBRATIONS IN SHELLS OF REVOLUTION

The purpose of the study is to develop a method for evaluating the stability of fluid movement in rigid shells of revolution under vertical and horizontal loads. It is assumed that the liquid filling the shell is an ideal and incompressible one, and its movement due to the action of loads is vortex-free. These assumptions make it possible to formulate a mixed boundary value problem for the Laplace equation with respect to the velocity potential. In the absence of loads, we come to the spectral problem of eigenvalues. For the numerical solution of this problem, the method of integral equations is used. The third Green's formula is applied, which allows obtaining a two-dimensional system of singular integral equations for determining the potential of velocities. In the case of shells of revolution, the two-dimensional system of singular integral equations is reduced to one-dimensional one. Effective methods of calculating the one-dimensional singular integrals according to the Gaussian procedure using the average arithmetic-geometric value are applied. The boundary element method with constant density approximation is used. After solving the spectral problem, the eigenvalues and eigenmode of vibrations are obtained. These modes are further used as basis in the study of forced fluid vibrations under harmonic loads. Fluid vibrations in the rigid cylindrical tank have been studied. Resonance phenomena are considered including parametric resonance. Horizontal loads and combined horizontal-vertical loads are also studied. The resonance frequencies of the forcing forces are studied. The effect of Rayleigh damping is considered. The Rayleigh matrix is introduced artificially. By means of a computer experiment, the smallest damping coefficient, at which the oscillations are mitigated, has been determined. The cases of horizontal and vertical periodic loads are considered separately. The developed technique can be used to tune out unwanted resonant frequencies in the design of fuel tanks.

Key words: boundary finite element method, liquid sloshing, parametric resonance, damping.

Постановка проблеми

Інтерес до проблеми гасіння коливань рідини в резервуарах та паливних баках, що знаходяться під дією знакозмінних періодичних навантажень, виник ще в минулому столітті і не вщухає дотепер. Це пов'язано з широким використанням оболонкових конструкцій, що мають відсіки, заповнені рідиною, у сучасному машинобудуванні, хімічній та нафтогазовій промисловості, аерокосмічній техніці. Неконтрольовані плескання рідини можуть призвести до появи великих деформацій, сходження ракет-носіїв із розрахункової траєкторії, руйнування паливних баків, небажаних екологічних наслідків, пов'язаних із виплескуванням небезпечного заповнювача. Тому побудова ефективних числових методів для дослідження проблеми демпфування плескань рідини є важливим та актуальним завданням. У цьому дослідженні зроблено аналіз коливань на кшталт уведення демпфування за Релеєм із різними коефіцієнтами демпфування. Здійснено комп'ютерне дослідження, яке дало змогу оцінити найменші коефіцієнти демпфування, за яких здійснюється гасіння коливань.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Розв'язання проблеми гасіння коливань рідини в паливних баках та резервуарах потребує, перш за все, визначення частот і форм власних коливань рідини. Це так звана спектральна проблема, її розв'язанню присвячено значну кількість наукових праць. Серед них відзначимо фундаментальні праці [1; 2]. Визначенню частот та форм коливань порожніх та заповнених резервуарів складної форми присвячено роботи [3; 4]. Сьогодні розроблено низку ефективних числових методів моделювання динамічних процесів в оболонкових конструкціях. Це методи скінченних [5] та граничних [6] елементів, скінченних об'ємів [7], методи розвинення в ряди [8]. Для гасіння коливань рідини в резервуарах застосовують різні пристрої, такі як закріплені [9; 10] та плаваючі [9] мембранні кришки, горизонтальні [10] та вертикальні [11] перегородки. Стійкість руху рідини в циліндричних оболонках досліджено в [11; 12]. У [12; 13] розглянуто проблеми стійкості руху рідини в призматичних резервуарах. Для відстроювання від небажаних резонансних частот необхідно мати весь частотний спектр власних коливань за різних рівнях наповнення паливом та різних рівнях навантаження з урахуванням пружності стінок [11]. Однак дослідження гасіння вібрацій оболонок, частково заповнених рідиною, не отримало достатньої уваги в літературі.

Мета дослідження

Мета дослідження – визначення найменшого коефіцієнту демпфування, за якого відбувається згасання коливань рідини в жорстких резервуарах шляхом комп'ютерного експерименту.

Виклад основного матеріалу дослідження

Основні співвідношення для розв'язання спектральної проблеми

Спектральна проблема [11] полягає у визначенні частот та форм коливань рідини, що частково заповнює жорсткий резервуар. Як свідчать дані низки досліджень [2; 9; 12; 15], у багатьох випадках частоти коливань рідини є значно меншими за частоти гідропружних коливань стінок резервуарів. Тому розв'язання спектральної проблеми є першорядним. Розглядається жорстка оболонка, частково заповнена ідеальною нестисливою рідиною. Рух рідини вважається безвихровим. У цих умовах існує скалярний потенціал швидкостей рідини Φ такий, що $\mathbf{V} = \text{grad}\Phi$, а умова нестисливості приймає вигляд:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = 0. \quad (1)$$

Значення тиску p обчислюється згідно з інтегралом Бернуллі так:

$$\frac{p}{\rho_l} = -\frac{\partial}{\partial t} - gz + \frac{p_0}{\rho_l}, \quad (2)$$

де ρ_l – густина рідини, z – вертикальна координата точки, що розглядається, p_0 – атмосферний тиск.

Позначимо область, яку займає рідина, як Ω . Цю область обмежує границя $S = S_0 S_1$, причому S_0 є вільною поверхнею рідини, а S_1 – змочена поверхня резервуара. Як \mathbf{P} позначимо точки у межах області Ω . Для рівняння (1) сформульована така крайова задача:

$$\nabla^2 \Phi = 0, \mathbf{P}, \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} = 0, \mathbf{P} S_1, \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\partial}{\partial t}, p - p_0 = 0, \mathbf{P} S_0. \quad (3)$$

Тут невідома функція $\zeta = \zeta(t, x, y)$ описує положення вільної поверхні та її зміни з часом. Таким чином, необхідно визначити невідомі функції Φ, ζ при цьому на вільній поверхні виконується співвідношення:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} = 0. \quad (4)$$

Невідомі функції ζ і Φ у циліндричних координатах (r, θ, z) зобразимо у вигляді рядів:

$$\zeta(r, \theta, t) = \sum_{l=0}^m \cos(l\theta) \sum_{k=1}^n d_{kl}(t) \zeta_{kl}(r), \quad (5)$$

$$\Phi(r, \theta, z, t) = \sum_{l=0}^m \cos(l\theta) \sum_{k=1}^{n_2} d_{kl}(t) \varphi_{kl}(r, z) \quad (6)$$

Тут $\varphi_{kl}(r, z), \zeta_{kl}(r)$ – базисні функції, між якими на вільній поверхні існує такий зв'язок [6]:

$$\left. \frac{\partial \varphi_{kl}(r, z)}{\partial \mathbf{n}} \right|_{z=H} = \zeta_{kl}(r). \quad (7)$$

При цьому функції $\Psi_{kl} = \varphi_{kl}(r, z) \cos(l\theta)$ мають задовольняти рівнянню Лапласа.

Припускаючи гармонічний характер зміни коефіцієнтів $d_{kl}(t)$ за часом $d_{kl}(t) = D_{kl} \exp(i_{kl}t)$, отримаємо з (4.3) співвідношення:

$$\frac{\partial \Psi_{kl}}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\omega_{kl}^2}{g} \Psi_{kl}, \quad (8)$$

яке призводить до спектральної крайової задачі відносно Ψ_{kl} [6]. Після знаходження розв'язку спектральної задачі отримуємо базисні функції $\varphi_{kl}(r, z)$ та $\zeta_{kl}(r)$ та власні частоти ω_{kl} .

Метод граничних інтегральних рівнянь для розв'язання спектральної проблеми

Для застосування методу граничних елементів використовуємо третю формулу Гріна [15]:

$$2\pi \Psi_{kl}(\mathbf{P}_0) = \iint_S \frac{\partial \Psi_{kl}}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|} dS - \iint_S \Psi_{kl} \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|} dS \quad (9)$$

тут $|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|$ – декартова відстань між точками \mathbf{P}, \mathbf{P}_0 . Із використанням крайових умов спектральної задачі (3) отримуємо:

$$2\pi\psi_{kl} + \iint_{S_1} \psi_{kl} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{|\mathbf{P}-\mathbf{P}_0|} \right) dS_1 - \frac{\omega_{kl}^2}{g} \iint_{S_0} \frac{\psi_{kl}}{|\mathbf{P}-\mathbf{P}_0|} dS_0 + \iint_{S_0} \psi_{kl} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{|\mathbf{P}-\mathbf{P}_0|} \right) dS_0 = 0, \mathbf{P}_0 \in S_1,$$

$$2\pi\psi_{kl} + \iint_{S_1} \psi_{kl} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{|\mathbf{P}-\mathbf{P}_0|} \right) dS_1 + \frac{\omega_{kl}^2}{g} \iint_{S_0} \frac{\psi_{kl}}{|\mathbf{P}-\mathbf{P}_0|} dS_0 = 0, \mathbf{P}_0 \in S_0. \tag{10}$$

Якщо досліджуються оболонки обертання, отримуємо одновимірну систему сингулярних інтегральних рівнянь [15]:

$$2\pi\varphi_{kl}(r_0, z_0) + \int_{\Gamma} \varphi_{kl}(r(z), z)\Theta(z, z_0)r(z)d\Gamma - \frac{\omega_{kl}^2}{g} \int_0^R \varphi_{kl}(\rho, H)\Xi(\mathbf{P}, \mathbf{P}_0)\rho d\rho = 0, \mathbf{P}_0 \in S_1, \tag{11}$$

$$2\pi\varphi_{kl}(r_0, H) + \int_{\Gamma} \varphi_{kl}(r(z), z)\Theta(z, z_0)r(z)d\Gamma - \frac{\omega_{kl}^2}{g} \int_0^R \varphi_{kl}(\rho, H)\Xi(\mathbf{P}, \mathbf{P}_0)\rho d\rho = 0, \mathbf{P}_0 \in S_0.$$

$$\Theta(z, z_0) = \frac{4}{\sqrt{a+b}} \left\{ \frac{1}{2r} \left[\frac{r^2 - r_0^2 + (z_0 - z)^2}{a-b} E_l(k) - F_l(k) \right] n_r + \frac{z_0 - z}{a-b} E_l(k) n_z \right\},$$

$$\Xi(\mathbf{P}, \mathbf{P}_0) = \frac{4}{\sqrt{a+b}} F_l(k), \quad a = r^2 + r_0^2 + (z - z_0)^2, \quad b = 2rr_0$$

Узагальнені еліптичні інтеграли введено так:

$$E_l(k) = (-1)^l (1 - 4l^2) \int_0^{\pi/2} \cos 2b_l \theta \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta, \tag{12}$$

$$F_l(k) = (-1)^l \int_0^{\pi/2} \frac{\cos 2b_l \theta d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}}, \quad k^2 = 2b / (a + b). \tag{13}$$

Обчислення інтегралів (12) – (13) здійснено методом, запропонованим у [15], із використанням середнього арифметико-геометричного значення. Для числового розв’язання системи сингулярних рівнянь (11) застосовано метод граничних елементів зі сталою апроксимацією густини вздовж елемента [14].

Розв’язувальна система диференціальних рівнянь

Після знаходження базисних функцій $\varphi_{kl}(r, z)$ підставимо їх у (5) – (6) для потенціалу швидкості Φ та для висоти підйому вільної поверхні ζ . Далі отримані вирази вводимо в динамічну умову на вільній поверхні S_0 , яка має вигляд:

$$\frac{p}{\rho_l} = -\frac{\partial}{\partial t} - (g + a_v(t))z + a_h(t)x + \frac{p_0}{\rho_l} \tag{14}$$

Це призводить до співвідношення:

$$\sum_{l=0}^m \cos(l\theta) \sum_{k=1}^n \left[\ddot{d}_{kl}(t) + \omega_{kl}^2 \left(1 + \frac{a_v(t)}{g} \right) d_{kl}(t) \right] \varphi_{kl}(r, z) + a_h(t)r \cos = 0. \tag{15}$$

Виконавши скалярний добуток рівняння (15) на функції $\psi_{kl}(k = \overline{1, n}; l = \overline{0, m})$ і використавши ортогональність власних форм [1], отримуємо незв’язану систему звичайних диференціальних рівнянь другого порядку:

$$\ddot{d}_{k0}(t) + \omega_{k0}^2 \left(1 + \frac{a_v(t)}{g} \right) d_{k0}(t) = 0, \tag{16}$$

$$\ddot{d}_{k1}(t) + \omega_{k1}^2 \left(1 + \frac{a_v(t)}{g} \right) d_{k1}(t) + a_h(t) F_{k1} = 0, F_{k1} = \frac{(r, \varphi_{k1})}{(\varphi_{k1}, \varphi_{k1})},$$

$$\ddot{d}_{kl}(t) + \omega_{kl}^2 \left(1 + \frac{a_v(t)}{g} \right) d_{kl}(t) = 0, k = \overline{1, n}; l = \overline{2, m}.$$

Для однозначного розв’язання системи (15) задаємо такі початкові умови:

$$d_{kl}(t) = d_{kl}^0, \dot{d}_{kl}(t) = d_{kl}^1, k = \overline{1, n}, l = \overline{0, m}. \tag{17}$$

Демпфування включимо в рівняння (15), як запропоновано у [23]:

$$\ddot{d}_{k0}(t) + 2\gamma_{kl}\omega_{kl}\dot{d}_{kl}(t) + \omega_{k0}^2 \left(1 + \frac{a_v(t)}{g} \right) d_{k0}(t) = 0 \quad k = \overline{1, n}; l = \overline{0, 2..m} \tag{18}$$

$$\ddot{d}_{k1}(t) + 2\gamma_{k1}\omega_{k1}\dot{d}_{k1}(t) + \omega_{k1}^2 \left(1 + \frac{a_v(t)}{g} \right) d_{k1}(t) + a_h(t)F_{k1} = 0.$$

Тут γ_{kl} – коефіцієнти демпфування. Якщо $\gamma_{k1}=1$, то має місце критичне демпфування. Це такий процес демпфування, коли система якомога швидше повертається в положення рівноваги без коливань [2].

Числові результати

Спочатку розв’язано тестову задачу для оцінки необхідної кількості граничних елементів для досягнення заданої точності. Розглянемо кругову циліндричну оболонку з плоским дном із радіусом $R = 1$ м за рівня заповнення рідиною $H = 1$ м. Застосовано метод граничних елементів (МГЕ) зі сталою апроксимацією густини [14]. Використано N_{bot} граничних елементів уздовж днища, N_w елементів уздовж зволоженої циліндричної частині та N_0 елементів уздовж радіусу вільної поверхні. У табл. 1 наведено числові значення власних частот плескання рідини для вузлових діаметрів $l = 0$ та $l = 1$. Отримані числові результати порівнюються з аналітичними даними [1].

Таблиця 1

Порівняння аналітичних та числових значень частот плескань ω_{kl}^2 / g

$l = 0$	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$
МГЕ	6.117	8.297	9.992	11.434	12.713
[1].	6.117	8.296	9.989	11.432	12.711
$l = 1$	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$
МГЕ	4.032	7.23	9.151	10.716	12.075
[1].	4.032	7.23	9.151	10.717	12.075

Результати табл. 1 свідчать про збіжність запропонованого МГЕ. Слід зазначити, що точність $\varepsilon = 10^{-4}$ тут досягнута при $N_0 = N_w = N_{bot} = 100$. Тому далі розглядаємо граничні елементи з довжиною близько 1% від характерного розміру оболонки.

Далі переходимо до дослідження вимушених коливань. Припускаємо, що

$$a_h(t) = a_0 \cos \omega_0 t, \quad a_v(t) = a_1 \cos \omega_1 t. \tag{19}$$

Спочатку розглядаємо коливання рідини під дією лише горизонтальних навантажень без урахування демпфування, тобто вважаємо, що $a_1 = 0$. Розглянемо нульові початкові умови. При

цьому отримаємо нульові розв'язки всіх рівнянь із (15), окрім рівняння, що відповідає $l = 1$. Вибираємо такі значення частоти сили збудження: $\omega_0 = 1.2$, $\omega_0 = 4.032$ та $a_0 = 8.064$ та значення $a_0 = 0.1$. Графіки зміни рівня вільної поверхні зображено на рис. 1–3.

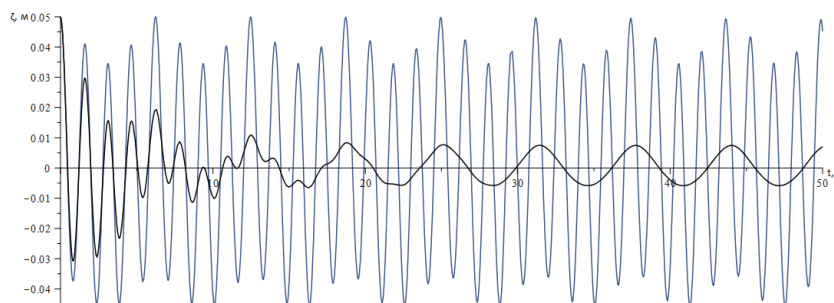


Рис. 1. Рівень підйому вільної поверхні з урахуванням демпфування за частоти сили, що змушує, 1.2 Гц

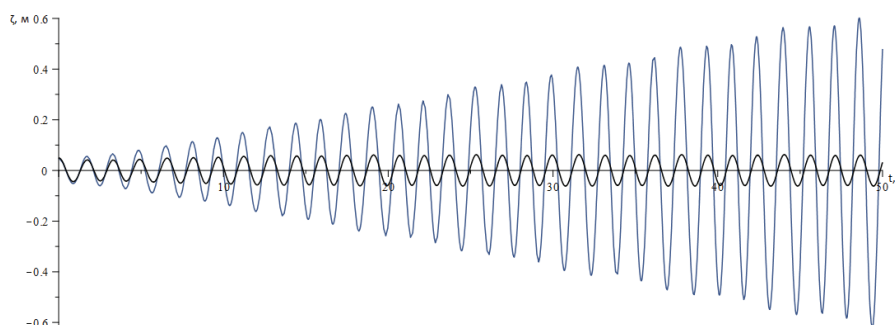


Рис. 2. Рівень підйому вільної поверхні з урахуванням демпфування за частоти сили, що змушує, рівній власній частоті 4.032 Гц

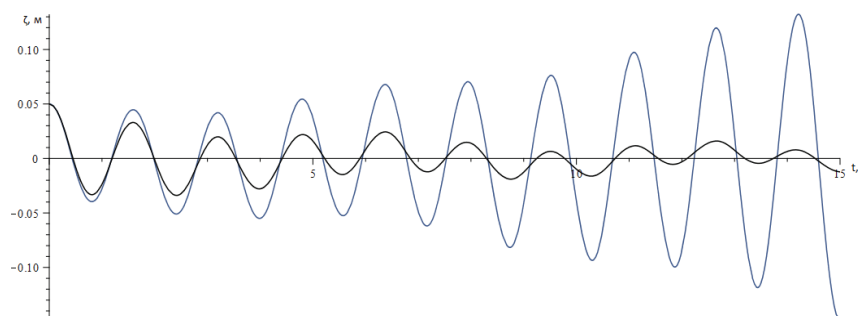


Рис. 3. Рівень підйому вільної поверхні з урахуванням демпфування за частоти сили, що змушує, 8.064 Гц

Із рис. 1–3 можна зробити висновок, що за демпфуючого коефіцієнта, який дорівнює значенню 0.05, відбувається суттєве зменшення амплітуди коливань вільної поверхні рідини.

Висновки

Розроблено метод для оцінки стійкості руху рідини в жорстких оболонках обертання під дією вертикальних та горизонтальних навантажень з урахуванням демпфування. Сформульовано спектральну проблему власних форм та значень, для розв'язання якої використано метод інтегральних рівнянь. Для оболонок обертання двовимірні інтегральні рівняння зведено до одновимірних. Використано метод граничних елементів для числового розв'язання інтегральних рівнянь. Отримано частоти та форми власних коливань вільної поверхні рідини в оболонці.

Розв'язано задачу про вимушені коливання, і досліджено явища резонансів за комбінованого горизонтального та вертикального навантажень. Досліджено вплив демпфування на амплітуди коливань вільної поверхні рідини

У подальшому передбачається дослідження впливу демпфування за нечітких параметрів.

Список використаної літератури

1. Ibrahim R.A. Liquid Sloshing Dynamics. Theory and Applications. Cambridge University Press., 2005. 984 p.
2. Dodge F.T. The new «dynamic behavior of liquids in moving containers» Southwest Research Inst., San Antonio, TX. 2000. 195 p.
3. Karaiev A., Strelnikova E. Liquid Sloshing in Circular Toroidal and Coaxial Cylindrical Shells, In: Ivanov V., Pavlenko I., Liaposhchenko O., Machado J. Edl M. (eds) Advances in Design, Simulation and Manufacturing III. DSMIE 2020. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. 2020. P. 3–13, DOI: 10.1007/978-3-030-50491-5_1.
4. Gnitko V., Karaiev A., Degtyariv K., Strelnikova E. Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells, *WIT Transactions on Engineering Sciences*. 2019. № 126. P. 189–200, WIT Press, DOI: 10.2495/BE420171.
5. Smetankina N., Pak A., Mandrazhy O., Usatova O. & Vasiliev A. Modelling of Free Axisymmetric Vibrations of the Fluid-Filled Shells with Non-classical Boundary Interface Conditions, In *Int. Conference on Smart Technologies in Urban Engineering, Cham: Springer Nature Switzerland*. 2023. P. 185–196, DOI: 10.1007/978-3-031-46874-2_17.
6. Choudhary N., Bora S.N. and Strelnikova E. Study on liquid sloshing in an annular rigid circular cylindrical tank with damping device placed in liquid domain, *J. Vib. Eng. Tech*. 2021. № 9. P. 1–18. DOI: 10.1007/s42417-021-00314-w.
7. Choudhary N., Kumar N., Strelnikova E., Gnitko V., Kriutchenko D., Degtyariv K. Liquid vibrations in cylindrical tanks with flexible membranes. *Journal of King Saud University – Science*. 2021. № 33(8). 101589. DOI: org/10.1016/j.jksus.2021.101589.
8. Sierikova O., Strelnikova E., Kriutchenko D. Membrane installation in storage tanks for seismic loads impact protection. *Acta Periodica Technologica*. 2023. № 54. P. 209–222. DOI: 10.2298/APT2354209S.
9. Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V. Tonkonozhenko A. Liquid Vibrations in Cylindrical Tanks with and Without Baffles Under Lateral and Longitudinal Excitations. *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*. 2020. № 25(3). P. 117–132. DOI: 10.2478/ijame-2020-0038.
10. Sierikova O., Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V. Reducing Environmental Hazards of Prismatic Storage Tanks under Vibrations. *WSEAS Transactions on Circuits and Systems*. 2022. № 21. P. 249–257. DOI: 10.37394/23201.2022.21.27.
11. Sierikova O., Strelnikova E., Degtyariv K. Strength Characteristics of Liquid Storage Tanks with Nanocomposites as Reservoir Materials. *2022 IEEE 3rd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek), Kharkiv, Ukraine*. 2022. P. 1–7. DOI: 10.1109/KhPIWeek57572.2022.9916369.
12. Brebbia C.A. The birth of the boundary element method from conception to application. *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2017. № 77. P. 3–10. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2016.12.001>.
13. Krutchenko D.V., Strelnikova E.A., Shuvalova Yu.S. Discrete singularities method in problems of seismic and impulse impacts on reservoirs. *Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University, series «Mathematical modeling. Information technology. Automated control systems»*. 2017. № 35. P. 31–37. <http://lib.kart.edu.ua/bitstream/123456789/13113/1/Krutchenko.pdf>.

14. Karaiev A., Strelnikova E. Axisymmetric polyharmonic spline approximation in the dual reciprocity method. *Z Angew Math Mech.* 2021. № 101. e201800339. DOI: 10.1002/zamm.201800339.
15. Shuvalova Yu.S., Krutchenko D.V., Strelnikova E. Integral equations in the problem of residual and forced vibrations of fluid in rigid tanks. *Bulletin of Kherson National Technical University.* 2016. № 3(58). P. 455–459. <https://cyberleninka.ru/article/n/integralnye-uravneniya-v-zadache-o-svobodnyh-i-vynuzhdennyh-kolebaniyah-zhidkosti-v-zhestkih-rezervuarah/viewer>.

References

1. Ibrahim, R.A. (2005). *Liquid Sloshing Dynamics. Theory and Applications.* Cambridge University Press., 984 p. [in English].
2. Dodge, F.T. (2000). *The new «dynamic behavior of liquids in moving containers».* Southwest Research Inst., San Antonio, TX., 195 p. [in English].
3. Karaiev, A., & Strelnikova, E. (2020). Liquid Sloshing in Circular Toroidal and Coaxial Cylindrical Shells, In: Ivanov V., Pavlenko I., Liaposhchenko O., Machado J. Edl M. (eds) *Advances in Design, Simulation and Manufacturing III. DSMIE 2020. Lecture Notes in Mechanical Engineering.* Springer, Cham, 3–13. DOI: 10.1007/978-3-030-50491- 5_1 [in English].
4. Gnitko, V., Karaiev, A., Degtyariv, K., & Strelnikova, E. (2019). Singular boundary method in a free vibration analysis of compound liquid-filled shells, *WIT Transactions on Engineering Sciences*, 126, 189–200, WIT Press, DOI: 10.2495/BE420171 [in English].
5. Smetankina, N., Pak, A., Mandrazhy, O., Usatova, O., & Vasiliev, A. (2023). Modelling of Free Axisymmetric Vibrations of the Fluid-Filled Shells with Non-classical Boundary Interface Conditions, In *Int. Conference on Smart Technologies in Urban Engineering, Cham: Springer Nature Switzerland*, 185–196. DOI:10.1007/978-3-031-46874-2_17 [in English].
6. Choudhary, N., Bora, S.N., & Strelnikova, E. (2021). Study on liquid sloshing in an annular rigid circular cylindrical tank with damping device placed in liquid domain, *J. Vib. Eng. Tech.*, 9, 1–18. DOI:10.1007/s42417-021-00314-w [in English].
7. Choudhary, N., Kumar, N., Strelnikova, E., Gnitko, V., Kriutchenko, D., & Degtyariv, K. (2021). Liquid vibrations in cylindrical tanks with flexible membranes. *Journal of King Saud University – Science*, 33(8), 101589. DOI: org/10.1016/j.jksus.2021.101589 [in English].
8. Sierikova, O., Strelnikova, E., & Kriutchenko, D. (2023). Membrane installation in storage tanks for seismic loads impact protection. *Acta Periodica Technologica*, 54, 209–222. DOI: 10.2298/APT2354209S [in English].
9. Strelnikova, E., Kriutchenko, D., Gnitko, V., & Tonkonozhenko, A. (2020). Liquid Vibrations in Cylindrical Tanks with and Without Baffles Under Lateral and Longitudinal Excitations. *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, 25(3), 117–132. DOI: 10.2478/ijame-2020-0038 [in English].
10. Sierikova, O., Strelnikova, E., Kriutchenko, D., & Gnitko, V. (2022). Reducing Environmental Hazards of Prismatic Storage Tanks under Vibrations. *WSEAS Transactions on Circuits and Systems*. 21. 249–257. DOI: 10.37394/23201.2022.21.27 [in English].
11. Sierikova, O., Strelnikova, E., & Degtyariv, K. (2022). Strength Characteristics of Liquid Storage Tanks with Nanocomposites as Reservoir Materials, *2022 IEEE 3rd KhPI Week on Advanced Technology (KhPIWeek), Kharkiv, Ukraine*, 1–7. DOI: 10.1109/KhPIWeek57572.2022.9916369 [in English].
12. Brebbia, C.A. (2017). The birth of the boundary element method from conception to application. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 77, iii-x, DOI: 10.1016/j.enganabound.2016.12.001 [in English].

13. Krutchenko, D.V., Strelnikova, E.A., & Shuvalova, Yu.S. (2017). Discrete singularities method in problems of seismic and impulse impacts on reservoirs, *Bulletin of V.N. Karazin Kharkiv National University, series «Mathematical modeling. Information technology. Automated control systems»*, 35, 31–37. Retrieved from: <http://lib.kart.edu.ua/bitstream/123456789/13113/1/Krutchenko.pdf> [in English].
14. Karaiev, A., & Strelnikova, E. (2021). Axisymmetric polyharmonic spline approximation in the dual reciprocity method. *Z Angew Math Mech.* 101, e201800339. DOI: 10.1002/zamm.201800339 [in English].
15. Shuvalova, Yu.S., Krutchenko, D.V., & Strelnikova, E. (2016). Integral equations in the problem of residual and forced vibrations of fluid in rigid tanks. *Bulletin of Kherson National Technical University*, 3(58), 455–459. Retrieved from: <https://cyberleninka.ru/article/n/integralnye-uravneniya-v-zadache-o-svobodnyh-i-vynuzhdennyh-kolebaniyah-zhidkosti-v-zhestkih-rezervuarah/viewer> [in English].

Крютченко Денис Володимирович – доктор філософії, молодший науковий співробітник відділу термоаеродинаміки енергетичних машин Інституту проблем машинобудування імені А.М. Підгорного Національної академії наук України. E-mail: wollydenis@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6804-6991.

Kriutchenko Denys Volodymyrovych – PhD, Junior Researcher, Department of Thermoaerodynamics of Power Machines at the A.M. Pidhornyy Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine. E-mail: wollydenis@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6804-6991.

УДК 681.51:517.977.5

Л.Р. ЛАДІЄВА, Б.Я. КОРНІЄНКО, О.В. ПИЛИПОН
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСОМ ПАРО-КИСНЕВОЇ КОНВЕРСІЇ МЕТАНУ

У роботі досліджувався процес конверсії метану. У виробництві водню і його сумішей найважливішим апаратом є конвертор, який і призначений безпосередньо для конвертування метану за участю кисню та парів води. Тому саме цей реактор досліджується як технологічний об'єкт керування. Тиск в апараті підтримується витратою газів реакції на виході з конвертора, і динамічні характеристики цього параметру в подальшому не розглядаються. Також не розглядаються втрати в навколишнє середовище, оскільки корпус конвертора був передбачений для цього і є теплоізоляція. Постійними є температури і концентрації вхідних потоків. Виходячи з наведеного вище, визначальним параметром даного процесу є концентрація метану на виході з конвертора. Щоб досягти заданої концентрації, потрібно регулювати витратою кисню. При цьому забезпечується співвідношення потоків парогазової суміші і кисню. Витрати кисню входять у граничні умови математичної моделі конвертора як об'єкта з розподіленими параметрами. У роботі розроблено математичну модель динаміки концентрації метану на виході з конвертора. Визначено статичні та динамічні характеристики за каналами керування і збурення на основі створеної математичної моделі конвертора. Досліджено вплив допущень на вид і характер динамічних властивостей. Досліджено систему в просторі стану. Запропоновано критерій оптимальності. Знайдено оптимальне керування процесом конверсії метану. Синтезовано оптимальний лінійний регулятор. Даний підхід дав змогу синтезувати оптимальний лінійний закон на основі застосування нелінійного диференційного рівняння Ріккатті з розподіленими параметрами. Знайдено оптимальне керування процесом конверсії метану і оптимальну траєкторію переходу стану. Наведено графічні результати дослідження.

Ключові слова: процес конверсії метану, математична модель, критерій оптимальності, оптимальне керування зі зворотним зв'язком, нелінійне диференціальне рівняння Ріккатті з розподіленими параметрами.

L.R. LADIEVA, B.YA. KORNIYENKO, O.V. PYLYPON
National Technical University of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

OPTIMAL CONTROL OF METHANE STEAM-OXYGEN CONVERSION PROCESS

In this work, the process of methane conversion was investigated. In the production of hydrogen and its mixtures, the most important device is the converter, which is intended directly for converting methane with the participation of oxygen and water vapor. Therefore, it is this reactor that is being studied as a technological control object. The pressure in the apparatus is maintained by the flow of reaction gases at the outlet of the converter, and the dynamic characteristics of this parameter are not considered further. Also, losses to the environment are not considered, since the converter housing was designed for this and has thermal insulation. The temperatures and concentrations of the incoming streams are constant. Based on the above, the determining parameter of this process is the concentration of methane at the outlet of the converter. In order to reach the given concentration, it is necessary to adjust the oxygen consumption. At the same time, the ratio of the steam-gas mixture and oxygen flows is ensured. Oxygen consumption is included in the boundary conditions of the mathematical model of the converter as an object with distributed parameters. In this work, a mathematical model of the dynamics of methane concentration at the outlet of the converter is developed. The static and dynamic characteristics of the control and disturbance channels are determined based on the created mathematical model of the converter. The influence of assumptions on the type and character of dynamic properties is studied. The system in the state space was studied. The proposed optimality criterion. The optimal control of the methane conversion process was found. An optimal linear regulator has been synthesized. This approach made it possible to synthesize an optimal linear law based on the application of the non-linear Riccati differential equation with distributed parameters. The optimal control of the methane conversion process and the optimal state transition trajectory were found. The graphical results of the research are given.

Key words: methane conversion process, mathematical model, optimality criterion, optimal control with feedback, nonlinear Riccati differential equation with distributed parameters.

Постановка проблеми

Актуальність пошуку оптимального керування процесом паро-кисневої конверсії метану полягає у тому, що дотепер не було запропоновано єдиного підходу до моделювання багатокомпонентних промислових процесів конверсії метану та не розв'язувалася задача на основі лінійного регулятора.

Каталітична конверсія природного газу нині стала основним методом отримання водню і синтезу газу для провідних галузей народного господарства. Найбільшими споживачами водню і його сумішей з окисом вуглецю або азотом є нафтопереробна (гідрогенізаційні процеси), хімічна і нафтохімічна (процеси гідрування, синтез метанолу, бутанолу, вищих спиртів, аміаку, карбаміду, штучних палив, пластмас, синтетичних волокон тощо), харчова, енергетична, металургійна та інші галузі промисловості. Промисловими методами отримання водню та його сумішей конверсією природного газу є процеси парової, пароповітряної та парокисневої з подальшою конверсією окису вуглецю.

Паро-киснева конверсія метану є одним із важливих процесів у хімічній промисловості, оскільки вона дає змогу отримувати корисні хімічні продукти з природного газу. Процес полягає у реакції метану з парою води та киснем за певних температур та тисків, що призводить до утворення синтез-газу та інших продуктів. Метан може бути використаний як джерело енергії або хімічної сировини для виробництва різноманітних сполук.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Аналіз останніх досліджень та публікацій у сфері реакційної інженерії та каталізу показує значний прогрес у розробленні кінетичних моделей для опису реакційних механізмів та кінетики паро-кисневої конверсії метану. Сьогодні існує три методи окислювального перетворення метану: парціальне окислення, риформінг вуглекислотний та паровий риформінг метану і природного газу, які споживають багато енергії у процесі підтримання реакції [1–3]. Розроблено математичні моделі кінетики риформінгу метану для каталітичних систем у реакторах різної конструкції [4–7], однак застосування цих моделей для керування процесом виявляється досить складним завдяки великій кількості параметрів та неоднорідності реальних умов.

Із метою створення оптимальної системи керування процесом конверсії метану виникає необхідність у розробленні математичної моделі, яка б давала змогу ефективно керувати процесом. Така модель повинна враховувати не лише кінетичні параметри реакції, а й динаміку системи, реакційні умови та параметри робочого середовища. На основі цієї моделі можна буде розробити алгоритми керування, які забезпечать оптимальну продуктивність та ефективність процесу конверсії метану.

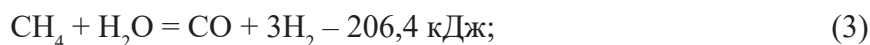
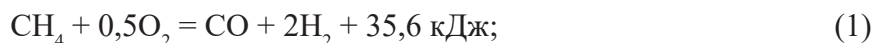
Мета дослідження

Підвищення ефективності процесу паро-кисневої конверсії метану з використанням методу математичного моделювання для прогнозування роботи установки й оптимізації технологічного режиму в умовах мінливого складу сировини. Розроблення і дослідження системи оптимального керування технологічним процесом.

Виклад основного матеріалу дослідження

Застосування кисню або суміші водяної пари і кисню дає змогу здійснити процес конверсії метану автотермічно.

Здійснюючи конверсію метану і його гомологів киснем або сумішшю кисню і водяної пари, отримують синтез-газ для виробництва метанолу та інших спиртів. Для отримання азотководневої суміші конверсію метану проводять із сумішшю водяної пари і повітря, збагаченого киснем. При цьому протікають такі реакції:



На початку реакційної зони в газовій суміші ще присутній вільний кисень, і переважають екзотермічні реакції (1) і (2). У результаті протікання цих реакцій різко підвищується температура і створюються умови, у яких непрореагований метан взаємодіє на каталізаторі з водяною парою по ендотермічній реакції (3), що призводить до зниження температури. Зі збільшенням температури константа рівноваги реакції (1) зменшується: при 527°C вона дорівнює $6,06 \cdot 10^{11}$, при 1127°C – $1,425 \cdot 10^{11}$. Зі збільшенням температури рівноважний вихід $\text{CO} + 2\text{H}_2$ знижується, проте значення константи рівноваги і за високих температур настільки великі, що концентрація непрореагованого кисню в рівноважній газовій суміші практично дорівнює нулю.

У конвертованому газі, одержуваному за конверсії метану із сумішшю водяної пари і кисню, залишковий уміст метану залежить від температури, тиску і відношення $\text{H}_2\text{O}:\text{CH}_4$ у вихідній суміші.

Вибираємо як об'єкт керування конвертор метану. Конвертор метану виконано спільно зі зволожувачем шахтного типу, призначений для конверсії метану під тиском 20 атм. Складається з активної зони, де відбувається конверсія на нікелевому каталізаторі, і в нижній частині його розташований зволожувач, де газ зволожується конденсатом. Парогазова та паро-киснева суміш через основний змішувач входить у конвертор метану. На нікелевому каталізаторі реакційна суміш зі співвідношенням пар/природний газ 2,7 конвертується за початкової температури. У процесі конверсії за рахунок екзотермічної реакції окиснення метану киснем температура газу збільшується близько 1123К та залишковим умістом метану близько 2% (у перерахунку на сухий газ).

Розрахункову схему конвертора наведено на рис. 1.

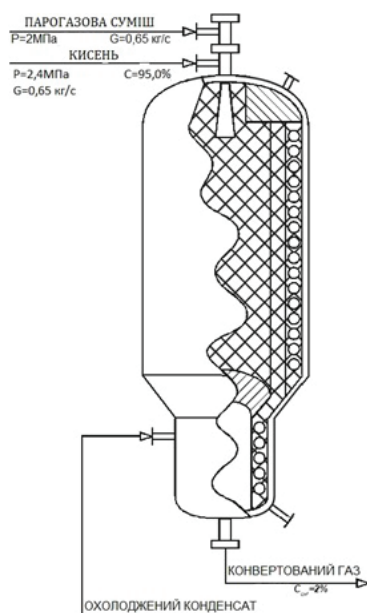


Рис. 1. Структурно-параметрична схема конвертора
G – витрати кисню; C – концентрація метану; C_{CH4} – концентрація метану на виході

Основною метою оптимального керування є підтримання заданої концентрації метану на виході з апарату за мінімізації витрат кисню.

Виходячи із цього, уведемо інтегральний квадратичний критерій якості:

$$J = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{t_f} \left\{ \int_0^1 [C(X,t)^2 \cdot Q] dX + RU_0^2(t) \right\} dt \rightarrow \min, \quad (5)$$

де Q, R – вагові коефіцієнти.

Для розрахунку оптимальної системи керування була створена математична модель для конвертора, у якій були враховані дані допущення:

1. Об'єм газу в конверторі сталий.
2. Відсутність утрат тепла в навколишнє середовище.
3. Температура в апараті та на виході з нього буде однаковою.
4. Тиск у конверторі постійний, що забезпечує протікання процесу у газовій фазі.

Математичну модель отримували на підставі матеріального балансу.

Рівняння матеріального балансу має вигляд:

$$GC(x,t) - G \left[C(x,t) + \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} dx \right] - 0.5 \cdot F dx \cdot \rho_r A e^{K/Tr} C(x,t) = 0 \quad (6)$$

Кількість CH_4 перетворюється у процесі реакції, де F – площа поперечного перерізу; $0.5F dx$ – обсяг, зайнятий газом у шарі. За даними технічної характеристики конвертора метану, об'єм каталізатора займає 0,48% внутрішнього обсягу. Прийmemo коефіцієнт 0,5. Тому обсяг, зайнятий газом, $= 0.5F dx \text{ м}^3$.

Рівняння статички:

$$G \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} dx + 0.5F dx \cdot \rho_r A e^{-\frac{E}{R \cdot Tr}} C(x,t) = 0,$$

де E – енергія активації, Дж/моль; R – універсальна газова стала 8,314 Дж/моль·К.

Для знаходження коефіцієнтів розрахуємо матеріальний баланс по входу та виходу для знаходження маси кожного компонента.

Із матеріального балансу відомі об'ємні частки компонентів. За формулою знайдемо їхню масу:

$$m = \frac{V}{22,4} M,$$

де V – об'єм, м^3 ; M – молекулярна маса, моль.

Під час розрахунку враховували компоненти парогазової суміші: $CO_2, N_2, CH_4, C_2H_6, C_2H_8$. У кисні такі компоненти: N_2, Ar, O_2 .

По виходу конвертований газ: $CO_2, CO, H_2, N_2, N_2, Ar, CH_4, H_2O$.

Знайдено молекулярну вагу для визначення щільності газової суміші на вході за формулою:

$$M = \frac{M_1 \cdot \eta_1 \%}{100\%} + \dots + \frac{M_n \cdot \eta_n \%}{100\%},$$

де M – молекулярна вага, моль; η – відсотковий зміст кожного компонента.

Значення енергії активації реакції можна визначити, вимірявши константи швидкості цієї реакції за двох різних температур, за рівнянням:

$$E = \frac{2,3RT_1T_2}{(T_2 - T_1) \log \frac{k_1}{k_2}}$$

Нам необхідно регулювати концентрацію метану на виході залежно від подачі кисню GK.

За зміни витрат кисню зміниться гранична умова, тобто необхідно визначити лінійну залежність концентрації від витрат кисню. Замість того щоб уводити додаткове рівняння змішування кисню з природним газом, уведемо граничну умову до математичної моделі, яка залежатиме від витрат кисню:

$$C(0,t) = 0.313 - 0.000105G_K(t) \tag{7}$$

У результаті розв'язку рівняння статки отримано розподіл концентрації метану по висоті конвертора:

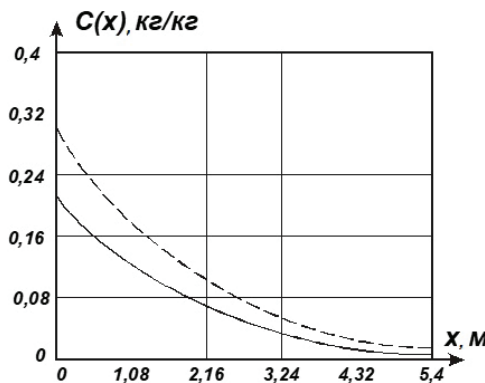


Рис. 2. Графік розподілу концентрації метану по висоті апарату

———— Початковий розподіл при $G_K = 0,25 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$
 - - - - - Початковий розподіл при $G_K = 0,03 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$

Для отримання моделі динаміки внесемо в отриману модель статки акумуляцію по часу:

$$Qa = 0.5Fdx\rho_r \frac{\partial C(x,t)}{\partial t}$$

У такому разі рівняння матиме вигляд:

$$GC(x,t) - G \left(C(x,t) + \frac{\partial C(x,t)}{\partial t} dx \right) - 0.5Fdx\rho_r W = 0.5Fdx \cdot \rho_r \frac{\partial C(x,t)}{\partial t} \tag{8}$$

$$a_2 \frac{\partial C(x,t)}{\partial t} = -G \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} - a_1 C(x,t);$$

Тоді представимо рівняння у кінцево-різницевій формі:

$$\frac{C_{s,v+1} - C_{s,v}}{\tau} = -\frac{G}{a_2} \frac{C_{s,v} - C_{s-1,v}}{h} - \frac{a_1}{a_2} C_{s,v};$$

$$C_{s,v+1} = -\frac{G \cdot \tau}{a_2 \cdot h} (C_{s,v} - C_{s-1,v}) - \frac{a_1 \cdot \tau}{a_2} C_{s,v} + C_{s,v};$$

$$C_{s,v+1} = \left(1 - \frac{G \cdot \tau}{a_2 \cdot h} - \frac{a_1 \cdot \tau}{a_2} \right) C_{s,v} + \frac{G \cdot \tau}{a_2 \cdot h} C_{s-1,v}$$

Останні вирази є математичною моделлю конвертора метану, вирішеною в кінцевих різницях.

Для побудови перехідного процесу задамо початкову та граничну умови.

Гранична умова отримана під час знаходження залежності концентрації на вході конвертора від подачі кисню GK.

На рис. 3 показано графік перехідного процесу в об'єкті моделювання.

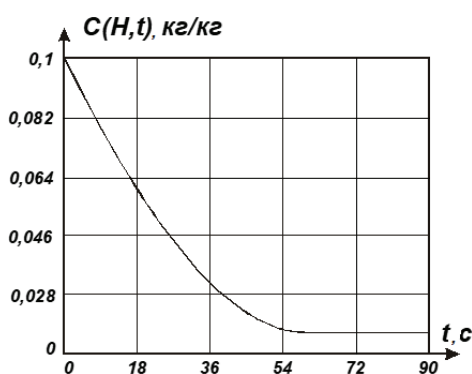


Рис. 3. Графік перехідного процесу по каналу керування $G_K = 0,25 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$

Аналогічно випадку зосереджених параметрів оптимальний закон зворотного зв'язку для системи з розподіленими параметрами виходить під час вирішення лінійної задачі з квадратичним критерієм.

Математична модель процесу конверсії метану задається рівнянням у просторі стану:

$$\frac{\partial C(X,t)}{\partial t} = A_1 \frac{\partial C(X,t)}{\partial X} + A_0 C(X,t)$$

з граничною умовою виду:

$$C(0,t) = 0.313 - 0.000105 \cdot G_K(t),$$

де $G_K(t)$ – керуючий вплив.

Для побудови оптимального керування застосуємо принцип максимуму.

Уведемо гамільтоніан.

Уведемо за допомогою перетворення Ріккати матрицю P(S,r,t):

$$\lambda(r,t) = \int_0^1 P(r,S,t) \cdot C(S,t) dS.$$

Підставляючи останній вираз у попередній для лівої частини, отримаємо вираз:

$$\frac{\partial \lambda(r, t)}{\partial t} = \int_0^1 [\dot{P}C(S, t) + P\dot{C}(S, t)] dS$$

або

$$\frac{\partial \lambda(r, t)}{\partial t} = \int_0^1 \left\{ \dot{P}C + P \left[A_1 \frac{\partial C}{\partial S} + A_0 C \right] \right\} dS$$

Права частина записується у вигляді:

$$\int_0^1 \left\{ -Q(r, S, t) \cdot C(S, t) - A_{0r} PC(S, t) + A_{1r} P_r C(S, t) \right\} dS$$

Займемося перетворенням для (обчислення) знаходження виразу керування:
Необхідна умова оптимальності має вигляд:

$$\frac{\partial J}{\partial U_0(t)} - \frac{\partial H(0, t)}{\partial C_r} = 0;$$

$$RU_0(t) = -\lambda(0, t) A_{1r};$$

$$U_0(t) = -R^{-1} \lambda(0, t) A_{1r}; \tag{9}$$

або

$$U_0(t) = -R^{-1} P(0, t) A_{1r} \int_0^1 C(S, t) dS$$

Останній вираз є виразом оптимального закону керування зі зворотним зв'язком. Продовжимо виведення рівняння Ріккаті. Займемося перетворенням рівнянь:

$$\int_0^1 OA_1 \frac{\partial C}{\partial S} dS = PA_1 C \Big|_0^1 - \int_0^1 P_s A_1 C(S, t) dS$$

Тоді ліва частина має вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda(r, t)}{\partial t} &= \int_0^1 (P - P_s A_1 + PA_0) C(S, t) dS + P(r, 1, t) A_1 C(1, t) - P(r, 0, t) A_1 C(0, t) = \\ &= \int_0^1 (P - P_s A_1 + PA_0) C(S, t) dS + P(r, 1, t) A_1 C(1, t) - P(r, 0, t) A_1 (0.313 - 0.000105 G_K(t)) = \\ &= \int_0^1 (P - P_s A_1 + PA_0) C(S, t) dS + P(r, 1, t) A_1 C(1, t) - \\ &= \int_0^1 P(r, 0, t) A_1 [0.313 - 0.000105 R^{-1} A_{1r} P(0, S, t) C(S, t)] dS = \\ &= \int_0^1 [-Q(r, S, t) C(S, t) - A_{0r} PC(S, t) + A_{1r} P_r C(S, t)] dS \end{aligned}$$

Граничні умови:

$$P(1, S, t) = P(r, 1, t) = 0;$$

$$P(r, S, t_f) = 0$$

Тоді доданок $P(r, 1, t) A_1 C(1, t) = 0$.

Розв'яжемо рівняння щодо $P(r, s, t)$:

$$\begin{aligned} \dot{P}(r, S, t) = & P_S A_1 + P_r A_{1r} - P A_0 - P A_{0r} + \\ & + P(r, 0, t) A_1 (0.313 - 0.000105 \cdot P^{-1} A_{1r} \cdot P(0, S, t) - Q(r, S, t)); \end{aligned}$$

$$\dot{P}(S, t) = 2 A_1 \dot{P}_S - 2 A_0 P + P(0, t) A_1 [0.313 - 0.000105 \cdot R^{-1} A_{1r} P(0, t)] - Q. \tag{10}$$

Останній вираз є диференціальним рівнянням Ріккати.

Запишемо рівняння Ріккати в кінцевих різницях і розрахуємо в зворотному часі:

$$\frac{P_{S,v} - P_{S,v-1}}{\tau} = 2 A_1 \frac{P_{S+1,v} - P_{S,v}}{h} - 2 A_0 P_{S,v} + P_{0,v} A_1 \left[0.313 - 0.000105 \frac{A_1}{R} P_{0,v} \right] - Q;$$

$$\begin{aligned} P_{S,v} - P_{S,v-1} = & \\ = 2 A_1 \frac{\tau}{h} P_{S+1,v} - 2 A_1 \frac{\tau}{h} P_{S,v} - 2 A_0 P_{S,v} \tau + P_{0,v} \cdot A_1 \cdot \tau \left[0.313 - 0.000105 \frac{A_1}{R} P_{0,v} \right] - Q \cdot \tau \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{S,v-1} = & \left(2 A_1 \frac{\tau}{h} + 2 A_0 g \tau + 1 \right) P_{S,v} - 2 A_1 \frac{\tau}{h} P_{S+1,v} - \\ & - P_{0,v} A_1 \cdot \tau [0.313 - 0.000105 A_1 R^{-1} P_{0,v}] + Q \tau \end{aligned}$$

Графік коефіцієнтів $P(0, t)$ рівняння Ріккати показано на рис. 4.

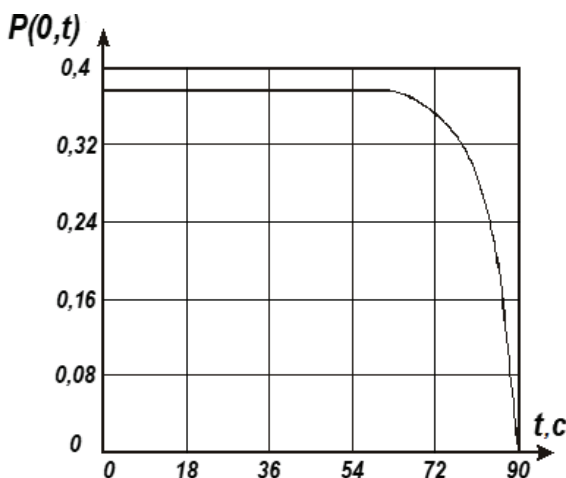


Рис. 4. Графік коефіцієнтів $P(0, t)$ рівняння Ріккати

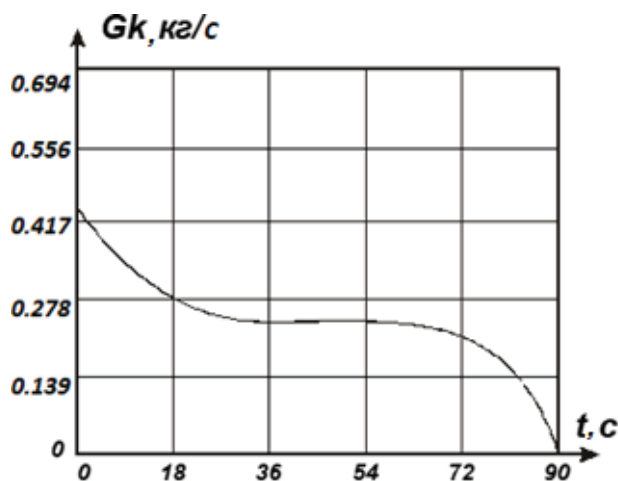


Рис. 5. Графік оптимального закону керування

На рис. 6 показано перехідний процес у конверторі метану за подачі на вході оптимального керування $G_k(t)$. За графіком видно, що за даного керування значення концентрації метану на виході з конвертора встановлюється на необхідне значення близько 0,013 кг/кг.

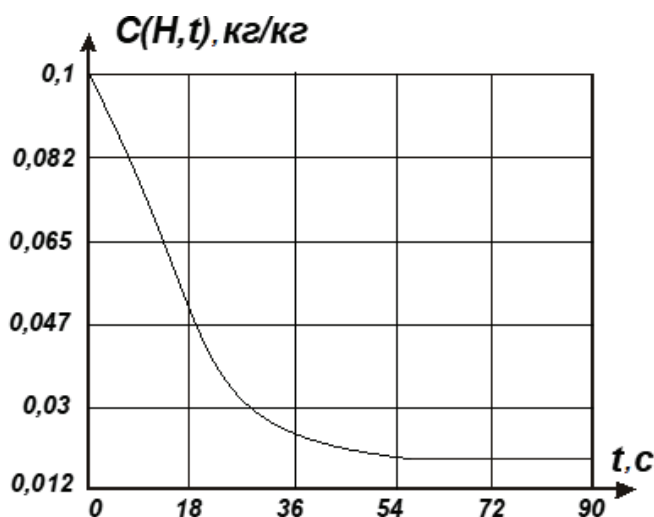


Рис. 6. Графік зміни концентрації метану в часі на виході конвертора метану під час подачі за оптимального керування $G_k(t)$

Висновки

Сучасні технології конверсії метану представлені широким класом різноманітних промислових процесів, які, незважаючи на всі відмінності, мають принципову спільність механізму.

Теперішні виробництва важко уявити без автоматизованої системи керування, що значно полегшує процес виробництва та зменшує кількість браку. Тому основним завданням даної роботи стало дослідження і створення системи керування процесом конверсії метану у рідкій фазі. Розроблена система керування повинна підтримувати задану концентрацію метану на виході з реактора що, своєю чергою, повинно забезпечувати потрібну якість вихідного матеріалу та нормальне протікання процесу. Як керуючий вплив було вибрано витрату кисню, яка подається у певному співвідношенні відносно витрат парогазової суміші.

Аналіз попередніх робіт показав, що процеси конверсії метану та їхні моделі достатньою мірою досліджено. Та попри це існуючі моделі не враховують особливості розподілу

концентрації метану по висоті реактора, що не дає змоги дослідити систему керування. Тому основним завданням роботи стало розробити математичну модель процесу з розподіленими параметрами для дослідження системи керування з метою підвищення якості та енергозбереження. Керуючий вплив входить у граничні умови моделі.

На основі даної моделі процесу досліджувалася оптимальна система керування. Уведено інтегральний квадратичний критерій якості. Даний підхід дав змогу синтезувати оптимальний лінійний закон на основі розв'язання диференційного нелінійного рівняння Ріккати з розподіленими параметрами. Розроблено алгоритм розрахунку оптимального керування процесом конверсії метану.

У роботі представлено перехідні характеристики системи керування процесом конверсії метану.

Список використаної літератури

1. Радченко О.М., Солощук В.О. Моделювання та оптимізація процесу конверсії метану в синтез-газ. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. 2018. № 117(1245). С. 110–115.
2. Modeling and optimization of methane steam reforming process for hydrogen production / Z. Li et al. *International Journal of Hydrogen Energy*. 2021. Vol. 46. № 46. P. 25472–25483.
3. Foo X.Y. *Modeling and Control of Methane Conversion Processes*. Elsevier, 2023. 300 p.
4. Bartos R., Śmiechowski M., Libicki J. Modeling and simulation of methane conversion processes in fixed bed reactors. *Chemical and Biochemical Engineering Quarterly*. 2021. Vol. 37. № 3. P. 261–271.
5. Korniyenko B., Ladieva L. Mathematical Modeling Dynamics of the Process Dehydration and Granulation in the Fluidized Bed. *Advances in Intelligent Systems and Computing 1247 AISC*. 2021. P. 18–30.
6. Корнієнко Б.Я., Галата Л.П. Побудова та тестування імітаційного полігону захисту критичних інформаційних ресурсів. *Наукоємні технології*. 2017. № 4(36). С. 316–322.
7. Корнієнко Б.Я., Юдін О.К., Снігур О.С. Безпека аутентифікації у web-ресурсах. *Захист інформації*. 2012. № 1(54). С. 20–25.

References

1. Radchenko, O.M. (2018). Modeliuvannia ta optymizatsiia protsesu konversii metanu v syntez-haz [Modeling and optimization of the process of methane conversion to synthesis gas]. O.M. Radchenko, V.O. Soloschuk. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «Kharkivskiyi politekhnichnyi instytut» – Bulletin of the National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»*. No. 117 (1245). P. 110–115 [in Ukrainian].
2. Li, Z. (2021). Modeling and optimization of methane steam reforming process for hydrogen production. Z. Li, Y. Chuang, C.-T. Chen et al. *International Journal of Hydrogen Energy*. Vol. 46, No. 46. P. 25472–25483 [in English].
3. Foo, X.Y. (2023). *Modeling and Control of Methane Conversion Processes*. X.Y. Foo. Elsevier. 300 p. [in English].
4. Bartos, R. (2021). Modeling and simulation of methane conversion processes in fixed bed reactors. R. Bartos, M. Śmiechowski, J. Libicki. *Chemical and Biochemical Engineering Quarterly*. Vol. 37, No. 3. P. 261–271 [in English].
5. Korniyenko, B. (2021). Mathematical Modeling Dynamics of the Process Dehydration and Granulation in the Fluidized Bed. B. Korniyenko, L. Ladieva. *Advances in Intelligent Systems and Computing 1247 AISC*. P. 18–30 [in English].
6. Korniyenko, B.Y. (2017). Pobudova ta testyvannya imitacijnogo polygony zahystu krytyshnyh informacijnih resursyv [Construction and testing of a simulation training ground for the protection

of critical information resources]. B.Y. Korniyenko, L.P. Galata. *Naukojemni tehnologiji – Scientific technologies*. No. 4 (36). pp. 316–322 [in Ukrainian].

7. Korniyenko, B.Y. (2012). Bezpeka autentyfikaziji u web-resursah [Security of authentication in web resources]. B.Y. Korniyenko, O.K. Yudin, O.S. Snigur. *Zahyst informaciji - Information protection*. No. 1 (54). pp. 20–25 [in Ukrainian].

Ладієва Леся Ростиславівна – к.т.н., доцент, доцент кафедри технічних та програмних засобів автоматизації Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: lrynus@yahoo.com, ORCID: 0000-0002-1706-0072.

Корнієнко Богдан Ярославович – д.т.н., професор, професор кафедри інформаційних систем та технологій Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: bogdanko@i.ua, ORCID: 0000-0002-2521-0878.

Пилипон Олександра Валеріївна – студентка магістратури кафедри технічних та програмних засобів автоматизації Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: sashkapilipon@gmail.com, ORCID: 0009-0002-6150-3552.

Ladieva Lesya Rostislavivna – Ph.D in Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Technical and Software Automation Tools of the National Technical University of Ukraine "Ihor Sikorskyi Kyiv Polytechnic Institute". E-mail: lrynus@yahoo.com, ORCID: 0000-0002-1706-0072.

Korniyenko Bogdan Yaroslawowytsch – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Information Systems and Technologies of the National Technical University of Ukraine "Ihor Sikorskyi Kyiv Polytechnic Institute". E-mail: bogdanko@i.ua, ORCID: 0000-0002-2521-0878.

Pylypon Oleksandra Valeryivna – master’s student at the Department of Technical and Software Automation Tools of the National Technical University of Ukraine "Ihor Sikorskyi Kyiv Polytechnic Institute". E-mail: sashkapilipon@gmail.com, ORCID: 0009-0002-6150-3552.

О.С. МАЗМАНІШВІЛІ

Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут»

РОЗКАЧУВАННЯ ДРОБОВИМ ШУМОМ ХВИЛЬОВОЇ ФУНКЦІЇ У ПАРАБОЛІЧНОМУ ПОТЕНЦІАЛІ І СТАТИСТИЧНИЙ РОЗПОДІЛ ЧАСУ ЖИТТЯ ХВИЛЬОВОГО ПАКЕТУ ЧАСТИНКИ

Властивості матеріалів пов'язуються зі збудженням нелінійних локалізованих коливань у ґратах, які впливають на динаміку частинок у ній. У роботі поставлено та проаналізовано задачу руйнування хвильового пакету частинки. Розглянуто параболічний потенціал, який як ціле схильний до стохастичного впливу випадкового процесу дробового шуму, і динаміку хвильової функції частинки в ньому. На основі знайдених рішень нестационарного рівняння Шредінгера розглянуто часову еволюцію хвильової функції. Сформульовано задачу руйнування хвильового пакета частинки, що реалізується під час виконання умови досягнення дисперсії пакета заданого розміру. Подібна постановка виникає у завданнях, коли обурення є траєкторією одновимірного або двовимірного процесу, що моделює зміни потенціалу під час руху частинки, зокрема під час руху електрона вздовж кристалічної осі. У цьому разі роль часу в задачі грає функція обурення, що описує вимушені коливання кристалічних ґрат. Розглянуто часову еволюцію частинки, що перебуває в основному стані, з вихідною хвильовою функцією у потенціалі, що включає квадратично-інтегровану функцію – стохастичний процес дробового шуму з нульовим математичним очікуванням і дисперсією. На основі рішення, у якому використано дробовий шум, наведено у вигляді профілів щільності частинки. Розглянуто задачу про час життя хвильового пакета, який обурений стохастичним процесом дробового шуму та руйнується за умови, що його дисперсія досягла заданого розміру і частка вибуває з розгляду (гине). Через стохастичність процесу, що обурює, часовий інтервал до руйнування також виявиться випадковим. Отримано аналітичний вираз для густини розподілу випадкової величини – часу життя.

Ключові слова: рівняння Шредінгера, параболічний потенціал, дробовий шум, стохастичне розгойдування, еволюція хвильової функції, час життя хвильового пакета, щільність розподілу ймовірностей часу життя.

O.S. MAZMANISHVILI

National Science Center "Kharkov Institute of Physics & Technology"

STRUCTURE OF THE WAVE FUNCTION BY SHOT NOISE IN THE PARABOLIC POTENTIAL AND STATISTICAL DISTRIBUTION OF THE LIFETIME OF A PARTICLE WAVE PACKET

The properties of materials are associated with the excitation of nonlinear localized vibrations in the lattice, which affect the dynamics of particles in it. In this work, the problem of destroying the wave packet of a particle is posed and analyzed. We consider the quantum mechanical problem of the motion of a particle in a quadratic potential, which as a whole is subject to the stochastic process of shot noise and the dynamics of the wave function of the particle in it. Based on the found solutions to the nonstationary Schrödinger equation, the time evolution of the wave function is considered. The problem of destruction of the wave packet of a particle is formulated, which is realized when the condition of achieving the dispersion of the packet of a given size is met. A similar formulation arises in problems when the perturbation represents the trajectory of one-dimensional or two-dimensional process that models changes in the potential during the movement of a particle, in particular, when an electron moves along the crystal axis. In this case, the role of time in the problem is played the perturbation function that describes the forced vibrations of the crystal lattice. The time evolution of a particle in the ground state with an initial wave function in a potential that includes a square-integrable function – a stochastic shot noise process with zero mathematical expectation and dispersion – is considered. Based on the solution, which uses shot noise, particle density profiles are given in the form of profiles. The problem of the lifetime of a wave packet is considered, which is perturbed by the stochastic process of shot noise and is destroyed under the condition that its dispersion has reached a given size and the particle drops out of consideration (dies). Due to the stochastic nature of the disturbing process, the time interval before destruction will also be random. An analytical expression is obtained for the distribution density of the random variable – lifetime.

Key words: Schrödinger equation, parabolic potential, shot noise, stochastic buildup, wave function evolution, wave packet lifetime, lifetime probability density distribution.

Постановка проблеми

Механізм зміни властивостей матеріалів пов'язується зі збудженням нелінійних локалізованих коливань у ґратах [1; 2]. Ці коливання, структура та розташування атомів у монокристалі впливають на динаміку частинок у ній та на характер руху частинок у ґратах [3; 4]. У роботі поставлено завдання руйнування хвильового пакета частинки, що реалізується під час виконання умови досягнення дисперсії пакета заданого розміру. Для випадкової величини – часу до руйнування – наведено щільність розподілу ймовірностей.

Розглядається квантово-механічна задача про рух частинки в квадратичному потенціалі, який як ціле схильний до стохастичного процесу дробового шуму. Подібна постановка виникає у задачах, коли обурення є траєкторією процесу, що моделює зміни потенціалу під час руху частинки, зокрема під час руху електрона вздовж кристалічної осі [3; 5]. У цьому разі роль часу в задачі грає функція обурення, що описує вимушені коливання кристалічних ґрат. Інший приклад пов'язаний з обчисленням швидкості хімічної реакції поблизу локалізованих ангармонічних вібрацій атомів, спричинених термічними флуктуаціями або зовнішнім впливом [5]. Тут унаслідок великої амплітуди вібрацій положення потенційної ями, у якій знаходиться частинка, уже не може вважатися нерухомим, що вимагає перегляду задачі про обчислення хвильової функції з урахуванням динаміки потенційної ями.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Вивченню еволюції хвильової функції частинки в параболічному потенціалі традиційно приділяється велика увага [2; 5; 8]. Є велика кількість робіт, присвячених каналірованню, випромінюванню та реакціям у кристалах за високих енергій [5; 8], квантовій динаміці пакетів у нестационарних параболічних потенціалах [1; 6; 7]. Під час аналізу використовуються теорії випадкових процесів та континуального інтегрування [3; 4; 8; 9].

Мета дослідження

Розглянуто задачу про час життя хвильового пакета, який обурений стохастичним процесом дробового шуму [4; 10] і руйнується за умови, що дисперсія досягла заданого розміру й частка вибуває з розгляду (гине) [1; 5]. Через стохастичність процесу, що обурює, часовий інтервал до руйнування також виявиться випадковим. Метою роботи є отримання аналітичного виразу для густини розподілу випадкової величини – часу життя. За виконання умови узгодження наведені формули можуть бути поширені у разі «білого» шуму.

Виклад основного матеріалу дослідження

1. Хвильова функція у параболічному потенціалі

Нижче буде розглянуто тимчасову еволюцію частинки, яка перебуває в основному стані, з вихідною хвильовою функцією:

$$\psi(x_0, 0) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar} \right)^{1/4} \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar} x_0^2 \right) \quad (1)$$

в потенціалі

$$V(x, t) = \frac{1}{2} m\omega^2 [x - U(t)]^2, \quad (2)$$

де $U(t)$ – деяка квадратично-інтегрована функція. Такий потенціал є узагальненням параболічного потенціалу $V(x, t) = m\omega^2 x^2 / 2$ з $U(t) = 0$, використовованого, зокрема, під час аналізу руху каналюючих заряджених частинок [3; 4].

Для аналізованої хвильової функції (функції Гріна) $\Psi = \Psi(x, t; x_0, t_0)$ рівняння Шредінгера має вигляд [1]:

$$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{1}{2} m \omega^2 [x - U(t)]^2 \Psi. \quad (3)$$

Фізичний зміст функції Гріна (пропагатора) Ψ полягає у тому, що вона описує амплітуду ймовірності переходу зі стану в момент $t_0 = 0$, що характеризується координатою x_0 , у стан у момент t , що характеризується координатою x .

На підставі параболічності потенціалу (2) запишемо, що рішення рівняння Шредінгера (3) таке [6–8]:

$$\Psi(x, t; x_0, t_0) = \left(\frac{m e^{i\omega t}}{\pi \hbar (e^{2i\omega t} - 1)} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{m\omega}{2\hbar} (x^2 - x_0^2) - i \frac{m\omega^2}{2\hbar} \int_0^t U^2(\tau) d\tau \right) \times \exp \left(i \frac{\hbar}{2m} \int_0^t Y^2(\tau) d\tau + xY(t) - \frac{m\omega}{\hbar(e^{2i\omega t} - 1)} [x - e^{i\omega t} x_0 - Z(t)]^2 \right), \quad (4)$$

$$Y(\tau) = i \frac{m\omega^2}{\hbar} \int_0^\tau U(\tau') \exp(-i\omega\tau + i\omega\tau') d\tau', \quad Z(t) = \frac{\hbar e^{i\omega t}}{m} \int_0^t Y(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau.$$

Гауссова форма виразу (4) щодо аргументів x та x_0 у отриманій функції Гріна $\Psi(x, t; x_0, t_0)$ впливає з параболічності потенціалу (2). Функція $\Psi(x, t; x_0, t_0)$ (4) задовольняє тому ж рівнянню, що хвильова функція $\psi(x_0, 0)$, але з початковою умовою $\Psi(x, t; x_0, 0) = \delta(x - x_0)$. Значення хвильової функції $\psi(x, t)$ у момент $t > t_0$ може бути визначено за заданим її значенням $\psi(x_0, 0)$ у момент $t_0 = 0$:

$$\psi(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x_0, 0) \Psi(x, t; x_0, 0) dx_0. \quad (5)$$

Після обчислення інтеграла (5) з ядром $\Psi(x, t; x_0, 0)$ (4) та початковою хвильовою функцією $\psi(x_0, 0)$ (1) отримаємо:

$$\psi(x, t) = \left(\frac{m\omega}{\pi \hbar} \right)^{1/4} \exp \left(-i \frac{m\omega^2}{2\hbar} J - \frac{m\omega}{2\hbar} [x - X(t)]^2 \right), \quad (6)$$

$$X(t) = \omega \int_0^t U(\tau) \sin(\omega t - \omega\tau) d\tau,$$

де J – набіг фази результуючої хвильової функції.

$$J = \int_0^t U^2(\tau) d\tau + \frac{\hbar}{m\omega} t + 2x \int_0^t U(\tau) \cos(\omega(t - \tau)) d\tau + \int_0^t d\tau \int_0^t d\tau' U(\tau) U(\tau') \sin(\omega(\tau - t)) \cos(\omega(\tau' - t)). \quad (7)$$

Якщо за $t = 0$ частинка знаходилася в основному стані з хвильовою функцією (1), то для моменту часу t для щільності ймовірностей $p(x, t)$ знайдемо:

$$p(x, t) = |\psi(x, t)|^2 = \left(\frac{m\omega}{\pi \hbar} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{m\omega}{\hbar} [x - X(t)]^2 \right). \quad (8)$$

Таким чином, якщо частинка відчуває часову еволюцію у потенціалі (2) з $U(t) = 0$, то на момент часу t розподіл ймовірностей $p(x, t)$ залишається тим самим, що й у момент $t_0 = 0$. Стан хвильового пакета істотно змінюється, якщо $U(t) \neq 0$, що можна побачити з характеристик хвильового пакета.

2. Дробовий шум

Далі розглядатимемо випадок, коли $U(t)$ – стохастичний процес дробового шуму з нульовим математичним очікуванням та дисперсією σ_s^2 [3; 4; 10].

Дробовий шум (shot noise) $U(t)$ задається як послідовність дельта-подібних імпульсів:

$$U(t) = \sum_{t_k \leq t} a_k \delta(t - t_k), \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (9)$$

що мають такі властивості:

а) кожен з ударів (імпульсів) дробового шуму має нульову протяжність;
 б) амплітуда a_k кожного імпульсу незалежно від інших амплітуд із набору $\{a_k\}$ підпорядковується нормальному закону Гаусса з нульовим математичним очікуванням і дисперсією, яка дорівнює σ_s^2 ;

в) кожен із часових інтервалів $\tau_k = t_k - t_{k-1}$ між послідовними ударами ($k = 1, 2, 3, \dots$) є незалежною випадковою величиною та підпорядковується експоненційному закону з параметром (середнім інтервалом) $\langle \tau \rangle$, який узгоджений із кількістю ударів M на одиничному часовому проміжку; кількість ударів на вибраному часовому інтервалі підпорядковується розподілу Пуассона.

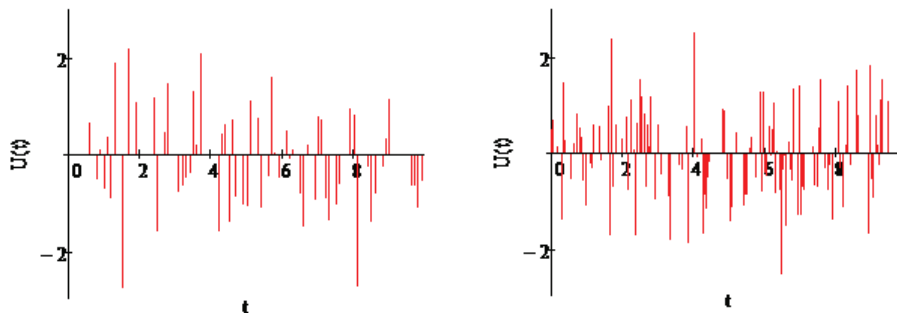


Рис. 1. Приклади генерації дробового шуму $U(t)$ на інтервалі; $\sigma_s = 1$, загальна кількість ударів $N = 100$ (ліворуч), $N = 200$ (праворуч)

На рис. 1 наведено реалізацію дробового шуму $U(t)$ з інтенсивністю $\sigma_s = 1$ та різною кількістю ударів N на інтервалі розгляду.

Отримані з урахуванням рівняння (3), у якому використаний дробовий шум, рішення наведено на рис. 2 у вигляді об'ємних профілів щільностей $p(x, t)$.

Оскільки модуляційна функція $U(t)$ складається зі стохастичної компоненти, то середні $\langle x(t) \rangle_U$ і $\langle x^2(t) \rangle_U$ відносно щільності $p(x, t)$ також є випадковими величинами, що залежать від часу. Тут і нижче кутовими дужками $\langle \dots \rangle_U$ позначено операцію знаходження математичного очікування щодо реалізацій стохастичного процесу дробового шуму $U(t)$.

Із часом t щільність $p(x, t)$ відчуває перетворення, що відбивають вплив функції $U(\tau)$. Квантово-механічні середні – перший та другий моменти щільності $p(x, t)$ становлять:

$$\langle x(t) \rangle_U = \left\langle \omega \int_0^t U(\tau) \sin(\omega t - \omega \tau) d\tau \right\rangle_U = \left\langle \omega \int_0^t \sum_{t_k \leq t} a_k \delta(t - t_k) \sin(\omega t - \omega \tau) d\tau \right\rangle_U = 0. \quad (10)$$

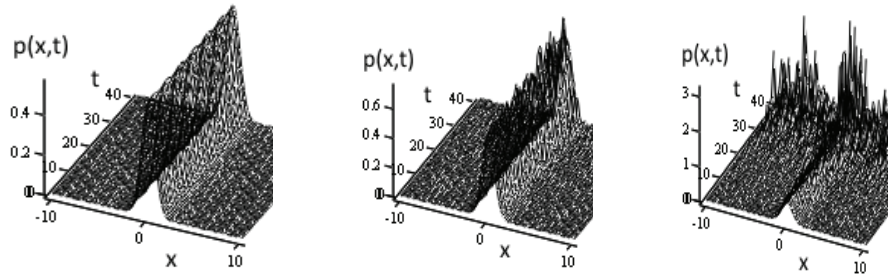


Рис. 2. Приклади еволюції густини $p(x,t)$ хвильового пакета, обуреного стохастичним процесом дробового шуму; параметри: $\omega = 1$, $\sigma_U = 0$ (ліворуч), $\sigma_U = 1$ (посередині), $\sigma_U = 1.5$ (праворуч)

Для другого моменту запишемо:

$$\begin{aligned} \langle x^2(t) \rangle_U &= \frac{\hbar}{2m\omega} + \omega^2 \left\langle \int_0^t \int_0^t U(\tau)U(\tau') \sin(\omega t - \omega\tau) \sin(\omega t - \omega\tau') d\tau d\tau' \right\rangle_U = \\ &= \frac{\hbar}{2m\omega} + \omega^2 \left\langle \int_0^t \int_{t_k \leq \tau} \sum a_k \delta(\tau - t_k) \sum_{t_j \leq \tau'} \sum a_j \delta(\tau' - t_j) \sin(\omega t - \omega\tau) \sin(\omega t - \omega\tau') d\tau d\tau' \right\rangle_U. \end{aligned} \quad (11)$$

У силу властивостей дробового шуму $\langle a_k a_j \rangle = \sigma_S^2 \delta_{k,j}$, тому:

$$\langle x^2(t) \rangle_U = \frac{\hbar}{2m\omega} + \omega^2 \sigma_S^2 \int_0^t \sum \delta(\tau - t_k) \sin^2(\omega t - \omega\tau) d\tau. \quad (12)$$

Підсумовуючи по всіх часових інтервалах (t_k, t_{k+1}) , що не перекриваються, запишемо:

$$\langle x^2(t) \rangle_U = \frac{\hbar}{2m\omega} + \omega^2 \sigma_S^2 \int_0^t \sin^2(\omega t - \omega\tau) d\tau. \quad (13)$$

Для достатньо великому часу, $t \gg \omega^{-1}$, маємо:

$$\langle x^2(t) \rangle_U = \frac{\hbar}{2m\omega} + \frac{\omega^2 \sigma_S^2 M}{2} t. \quad (14)$$

За узгоджених інтенсивностей, коли $M \sigma_S^2 = \sigma_U^2$ для дробового шуму σ_S^2 і білого шуму σ_U^2 , вони є статистично еквівалентними щодо множини реалізацій [10].

3. Руйнування хвильового пакета та розподіл часу життя

Перейдемо до розгляду задачі про руйнування хвильового пакету та статистичний розподіл часу життя. Задамося горизонтальним розміром H і нехай дано, що після виконання умови:

$$\langle x^2(t) \rangle_U = H^2 \quad (15)$$

частинка вибуває з розгляду (гине) [1; 5].

Позначимо $\eta(\tau) = \langle x^2(\tau) \rangle_U$. Оскільки $\eta(\tau)$ – випадковий процес, то момент t досягнення рівня також буде також випадковим, він однозначно визначений рівнем досягнення $\eta(t) = H^2$ через монотонне зростання $\eta(\tau)$. Отже, випадкова подія $\{A : \langle x^2(t) \rangle_U = H^2\}$ матиме місце у випадковий момент часу T . Поставимо задачу про функцію розподілу ймовірностей $F(t)$ випадкової величини – часу життя T – та її статистичних характеристик.

Щільність розподілу $f(t)$ значень випадкової величини T може бути записана як:

$$f(t) = \left\langle \delta(t - \eta^{-1}(H^2)) \right\rangle. \tag{16}$$

Із вигляду випадкової події $\{A : \langle x^2(t) \rangle_U = H^2\}$ та властивостей δ -функції випливає:

$$f(t) = \left\langle \delta(\langle x^2(t) \rangle_U - H^2) \left(\frac{d}{dt} \langle x^2(t) \rangle_U \right) \right\rangle. \tag{17}$$

Тут можна використати інтегральне уявлення для δ -функції:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[i\lambda (\langle x^2(t) \rangle_U - H^2) \right] \frac{d\lambda}{i\lambda} \right\rangle. \tag{18}$$

Для заданого моменту часу t знаходження математичного очікування у (18) здійснимо шляхом інтегрування по множині $\{y\}$ реалізацій випадкового процесу $y^2 = \langle x^2(t) \rangle_U$ у цей момент [10]:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\lambda}{i\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} dy \rho(y) \exp\left[i\lambda (y^2 - H^2) \right] \tag{19}$$

зі щільністю $\rho(y)$ та дисперсією D_t згідно з (10) та (14):

$$\rho(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_t}} \exp\left(-\frac{y^2}{2D_t} \right), \quad D_t = \frac{\hbar}{2m\omega} + \frac{\omega^2 M \sigma_s^2}{2} t. \tag{20}$$

Інтегруючи у (19) по y , запишемо:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\lambda}{i\lambda \sqrt{1 - 2i\lambda D_t}} \exp(-i\lambda H^2), \tag{21}$$

після чого використаємо заміну $z = \lambda D_t$:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{iz \sqrt{1 - 2iz}} \exp\left(-iz \frac{H^2}{D_t} \right). \tag{22}$$

Обчислення похідної та наступна заміна змінної інтегрування $z = (1 - u^2) / 2i$ дає для щільності:

$$f(t) = \frac{\omega^2 \sigma_U^2 H^2}{4\pi i D_t^2} \exp\left(-\frac{H^2}{2D_t} \right) \int_C du \exp\left(\frac{u^2 H^2}{2D_t} \right). \tag{23}$$

Після заміни змінної інтегрування та вибору контуру Бромвіча C інтегрування по u знайдемо для шуканої щільності розподілу ймовірностей $f(t)$ випадкової величини T – часу життя хвильового пакета за стохастичного обурення (рис. 3):

$$f(t) = \frac{\omega^2 \sigma_U^2}{2\sqrt{2\pi}} \frac{H}{D_t^{3/2}} \exp\left(-\frac{H^2}{2D_t} \right). \tag{24}$$

Руйнування хвильового пакета має місце за досить великої величини дисперсії D_t . Тоді внесок основного стану хвильової функції можна знехтувати. У цьому разі:

$$f(t) = \frac{H}{\sqrt{\pi N \omega \sigma_U} t^{3/2}} \exp\left(-\frac{H^2}{\omega^2 M \sigma_S^2 t}\right), \quad (25)$$

або у більш компактному записі маємо для щільності розподілу:

$$f(t) = \sqrt{\frac{\langle t \rangle}{\pi t^3}} \exp\left(-\frac{\langle t \rangle}{t}\right), \quad \langle t \rangle = \frac{H^2}{\omega^2 M \sigma_S^2}. \quad (26)$$

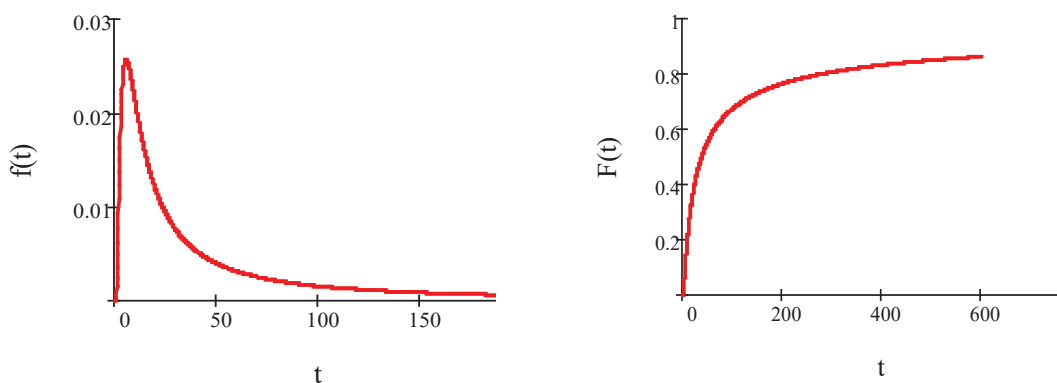


Рис. 3. Щільність розподілу $f(t)$ (ліворуч) та інтегральна ймовірність $F(t)$ (праворуч) часу життя T ; параметри: $\omega=1$, $\sigma_U=1$, $H=3$

Щільність (24) унормована на одиницю. У щільності $f(t)$ відсутні статистичні моменти, при цьому величину $\langle t \rangle$ в (26) можна умовно інтерпретувати як «середній час» життя. Залежності щільності $f(t)$ та ймовірності руйнування $F(t)$ на момент часу t наведено на рис. 3.

Із формули (26) можна побачити, що зі збільшенням горизонтального розміру H імовірність руйнування зменшується. Разом із тим ця ймовірність збільшується зі зростанням інтенсивності $M\sigma_S^2$ дробового шуму.

Висновки

У роботі розглянуто параболічний потенціал, який як ціле схильний до стохастичного впливу типу дробового шуму, і динаміку хвильової функції частки в ньому. На основі нестационарного рівняння Шредінгера побудовано аналітичні вирази для динаміки хвильової функції. Проаналізовано еволюцію хвильової функції частинки. Розглянуто задачу про час життя хвильового пакета, який обурений стохастичним процесом дробового шуму і руйнується за умови, що дисперсія досягла заданого розміру й частка вибуває з розгляду (гине). Через стохастичність процесу, що обурює, часовий інтервал до руйнування також виявиться випадковим. Отримано аналітичний вираз для густини розподілу випадкової величини – часу життя. Зазначимо, що за виконання умови узгодження $M\sigma_S^2 = \sigma_U^2$ наведені формули (24–26) можуть бути використані у разі «білого» шуму з інтенсивністю σ_U^2 .

Список використаної літератури

1. Dubinko V.I., Laptev D.V., Mazmanishvili A.S., Archilla J.F.R. Quantum dynamics of wave packets in a nonstationary parabolic potential and the Kramers escape rate theory. *Journal of Micromechanics and Molecular Physics*. V. 01, №. 02, 1650010 (2016).

2. Кравчук М. Структурні проблеми загальних квантових теорій. Київ : Фітосоціоцентр, 2009. 368 с.
3. Скороход А.В. Лекції з теорії випадкових процесів. Київ : Либідь, 1990. 166 с.
4. Анго А. Математика для електро- і радіоінженерів. Київ : Наукова думка, 1964. 772 с.
5. Ахієзер О.І., Рекало М.П., Фомін П.І. Фізика елементарних частинок. Київ : Наукова думка, 1978. 224 с.
6. Dubinko V.I., Selyshchev P.A., Archilla J.F.R. Reaction-rate theory with account of the crystal anharmonicity. *Phys. Rev. E* 83 (4), 2011.
7. Dubinko V.I., Mazmanishvili A.S., Laptev D.V. Quantum Tunneling in a Time-Periodic Double-Well Potential as a Driver of LENR. *J. Condensed Matter Nucl. Sci.* 37, (2022), p. 1–15.
8. Мазманішвілі О.С. Континуальне інтегрування як метод розв'язування фізичних задач. Київ : Наукова думка, 1987. 224 с.
9. Пирога С. Самоорганізація квантових систем : монографія : у 4-х т. Луцьк, 2002. Т. 3. 199 с.
10. Мазманішвілі О.С., Сила Т.А., Сліпченко Н.І. Адитивний квадратичний функціонал у задачах ризику та керування за ймовірністю лінійною стохастичною системою. *АСУ та прилади автоматики*. 2000. № 111. С. 98–101.

References

1. Dubinko, V.I., Laptev, D.V., Mazmanishvili, A.S., & Archilla, J.F.R. (2016). Quantum dynamics of wave packets in a nonstationary parabolic potential and the Kramers escape rate theory. *Journal of Micromechanics and Molecular Physics*. 01, (02), 1650010 [in English].
2. Kravchuk, M. (2009). *Strukturni problemy zahalnykh kvantovykh teorii [Structural problems of general quantum theories]*. K.: Fitosotsiotsentr [in Ukrainian].
3. Skorokhod, A.V. (1990). *Lektsii z teorii vypadkovykh protsesiv [Lectures on the theory of random processes]*. K.: Lybid [in Ukrainian].
4. Anho, A. (1964). *Matematyka dlia elektro- i radioinzheneriv [Mathematics for electrical and radio engineers]*. K.: Naukova dumka [in Ukrainian].
5. Akhiezer, O.I., Rekalov, M.P., & Fomin, P.I. (1978). *Fizyka elementarnykh chastynok [Physics of elementary particles]*. K.: Naukova dumka [in Ukrainian].
6. Dubinko, V.I., Selyshchev, P.A., & Archilla, J.F.R. (2011). Reaction-rate theory with account of the crystal anharmonicity. *Phys. Rev. E* 83 (4) [in English].
7. Dubinko, V.I., Mazmanishvili, A.S., & Laptev, D.V. (2022). Quantum Tunneling in a Time-Periodic Double-Well Potential as a Driver of LENR. *J. Condensed Matter Nucl. Sci.* 37, 1–15 [in English].
8. Mazmanishvili, A.S. (1987). *Kontynualne intehruvannia yak metod rozviazuvannia fizychnykh zadach [Path integration as a role for solving physical problems]*. K.: Naukova Dumka Press [in Ukrainian].
9. Pyroha, S. (2002). *Samoorganizatsiia kvantovykh system: Monohrafiia u 4-kh t. [Self-organization of quantum systems: monograph: in 4 vols]*. Lutsk, T. 3 [in Ukrainian].
10. Mazmanishvili, O.S., Sylva, T.A., & Slipchenko, N.I. (2000). Additive quadratic functional in problems of risk and probability control of a linear stochastic system. *ASU ta pryklady avtomatyky – ACS and automation devices*, 111, 98–101 [in Ukrainian].

Мазманішвілі Олександр Сергійович – д.ф.-м.н., професор, старший науковий співробітник Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут». E-mail: mazmanishvili@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0373-0626.

Mazmanishvili Oleksandr Serhiiiovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Senior Researcher at the National Science Center "Kharkiv Physical-Technical Institute". E-mail: mazmanishvili@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0373-0626.

Н.О. СОКОЛОВА, В.В. ГНАТУШЕНКО, Л.В. БЕШТА
Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

МОДЕЛЮВАННЯ СТРАТЕГІЇ КЕРУВАННЯ КОМПЛЕКСОМ ШАХТНОГО ВОДОВІДЛИВУ НА ОСНОВІ НЕЧІТКОГО ПРОГНОЗУВАННЯ ПИТОМИХ ЕНЕРГОВИТРАТ

Українська промисловість, зокрема вугільні та гірничодобувні підприємства, у воєнний період активно спрямовується на енергозбереження. Загроза блекауту підштовхує уряд до зниження енергоспоживання під час пікових навантажень. Гірничодобувні підприємства є вагомими споживачами електроенергії, але під час застосування сучасних стратегій планування ресурсів такі ланки, як водовідлив, мають великий потенціал для енергозбереження.

Одним із рішень для зменшення електроспоживання шахт є регулювання роботи споживачів-регуляторів, що дає змогу балансувати навантаження на енергосистему. Проте передпікове управління комплексом водовідливу вимагає оптимального режиму та врахування тарифних зон. Раціональне управління насосними агрегатами та використання алгоритмів класифікації обладнання комплексу водовідливу можуть мінімізувати негативний вплив і передпікове ввімкнення.

Використання нечіткої логіки управління системами водовідливу може допомогти зменшити енергоспоживання та оптимізувати роботу насосних агрегатів. Розроблення системи прийняття рішення щодо оптимальної стратегії роботи на основі нечіткої логіки може забезпечити ефективне управління комплексом водовідливу, урахувавши навантаження на енергосистему та інші чинники невизначеності.

Дана робота присвячена моделюванню стратегії роботи системи шахтного водовідливу на основі нечіткої логіки з використанням експертних даних про групування насосних агрегатів для прогнозування енергетичних витрат із мінімізацією негативного взаємовпливу та можливостей автоматизованого передпікового включення насосних агрегатів. У роботі проведено аналіз методів та інформаційних технологій з енергоефективності шахтного водовідливу та підтримки прийняття рішень. У результаті аналізу шляхів зниження навантаження на енергосистему сформульовано задачу моделювання стратегії енергоефективного процесу шахтного водовідливу. Розроблено схему функціональної структури системи підтримки прийняття рішень. Розроблено нечіткий контролер, що формулює стратегію ввімкнення визначеної групи насосних агрегатів відносно зон навантаження на енергосистему у складі автоматизованої системи підтримки прийняття рішень оператором. База знань нечіткого контролера описує параметри роботи комплексу шахтного водовідливу, такі як тарифні зони, поточний об'єм води у водозбірнику, групи НА за подачею та ефективністю.

Ключові слова: нечітка логіка, енергосистема, енергозбереження, нечіткі множини та функції належності, водовідлив, передпікове управління.

N.O. SOKOLOVA, V.V. HNATUSHENKO, L.V. BESHTA
Dnipro University of Technology

SIMULATION OF A MINE DRAINAGE COMPLEX MANAGEMENT STRATEGY BASED ON FUZZY FORECASTING OF SPECIFIC ENERGY CONSUMPTIONS

Ukrainian industry, in particular coal and mining enterprises, is actively focused on energy conservation during the war. The threat of a blackout is pushing the government to reduce power consumption during peak loads. Mining enterprises are heavy consumers of electricity, but with the application of modern resource planning strategies, links such as drainage have great potential for energy savings.

One of the solutions to reduce the electricity consumption of mines is to regulate the operation of consumers-regulators, which allows balancing the load on the power system. However, pre-peak management of the drainage system requires an optimal regime and consideration of tariff zones. Rational management of pumping units and the use of algorithms for the classification of water drainage complex equipment can minimize the negative impact and pre-peak activation.

The use of fuzzy logic for the management of drainage systems can help reduce energy consumption and optimize the operation of pumping units. The development of a decision-making system on the optimal strategy of work based on fuzzy logic can ensure effective management of the drainage complex, taking into account the load on the power system and other uncertainty factors.

This work is devoted to modeling the operation strategy of the mine drainage system based on fuzzy logic using expert data on the grouping of pumping units to predict energy costs with the minimization of negative interaction and the

possibility of automated pre-peak switching of pumping units. The paper analyzes methods and information technologies for the energy efficiency of mine drainage and decision-making support. As a result of the analysis of ways to reduce the load on the power system, the problem of modeling the strategy of the energy-efficient mine drainage process was formulated. A diagram of the functional structure of the decision support system has been developed. A fuzzy controller has been developed that formulates a strategy for switching on a certain group of pumping units in relation to load zones on the power system as part of an automated decision support system for the operator. The knowledge base of the fuzzy controller describes the operation parameters of the mine drainage complex, such as tariff zones, the current volume of water in the reservoir, groups of NAs by supply and efficiency.

Key words: fuzzy logic, energy system, energy conservation, fuzzy sets and membership functions, water discharge, pre-peak control.

Постановка проблеми

Енергозбереження є ключовим трендом в українській промисловості в умовах воєнного стану. Енергозбереження особливо важливо для вугільних та гірничодобувних підприємств, які є вагомими споживачами електроенергії. Звідси також впливає проблема низької конкурентоспроможності української сировини через високий рівень питомих енергетичних витрат у вартості кінцевого продукту.

Під час потенційного блекауту в енергосистемі України уряд закликає до ощадливого використання ресурсів у періоди пікового навантаження, але призупинення деяких промислових процесів може призвести до катастрофічних наслідків. Зупинка процесу водовідливу вугільних підприємств унаслідок аварії або інших позаштатних ситуацій може призвести до затоплення шахти та екологічної катастрофи.

З огляду на той факт, що лише близько 30% усієї енергії витрачається безпосередньо на видобуток вугілля, а решта витрачається на «допоміжні» процеси, у тому числі водовідлив, саме їх моделювання являє собою значущу науково-практичну проблему, урахувавши потенціал для енергозбереження. Також є вимога енергосистеми на зниження навантаження в пікові часи відповідно до графіка навантаження енергосистеми [1].

Одним із рішень для зниження загального електроспоживання шахти є виділення споживачів-регуляторів – комплексів та ланок технологічного процесу. Регулювання графіка їхньої роботи дає змогу вирівнювати навантаження на енергосистему підприємства. При цьому основні проблеми стосуються передпікового управління насосними агрегатами (НА) для водовідливу шахти, з огляду на оптимальний режим навантаження енергосистеми з урахуванням тарифних зон. Потенціал для збереження енергії під час експлуатації системи водовідливу полягає у раціональному управлінні насосними агрегатами, що включає контроль за технічним станом насосів та застосування алгоритмів класифікації для мінімізації негативного взаємовпливу і передпікового ввімкнення [2]. Управління шахтними водовідливними системами вимагає математично обґрунтованих методів та відповідного інформаційно-аналітичного забезпечення для ефективного використання енергії відповідно до графіка навантаження енергосистеми в умовах невизначеності. Використання нечіткої логіки є ефективним та сучасним підходом для вирішення завдань ефективного управління в умовах невизначеності. Тому виникає завдання моделюванню стратегії роботи системи шахтного водовідливу задля підвищення енергоефективності комплексу водовідливу.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Нечітка логіка часто застосовується під час вирішення різноманітних задач управління технологічними процесами з метою прийняття оптимальних рішень та автоматизації на основі багаторічного досвіду експертів.

У роботі індонезійських дослідників [3] розглядається застосування нечіткої логіки для обрахунків індексу кислотності шахтної води за геохімічними параметрами у зв'язку з негативним впливом гірничодобувної промисловості на стан річної води через її забруднення кислотною шахтною водою. Система нечіткої логіки на базі інформації спостережень прогнозує

уміст важких металів у річних водах та класифікує ступінь забруднення. Результати використовуються у прийнятті рішень із заходів мінімізації шкоди навколишньому середовищу.

У роботі [4] наведено досвід застосування нечіткої логіки в для вирішення завдань автоматичного управління технологічним процесом під час регулювання основного параметру процесу виробництва спирту – концентрації замісу. Нечітка система прийняття рішень доповнила модель технологічного процесу виробництва спирту, що відтворює динаміку процесу аналітичним методом за класичними методами математичного моделювання.

Під час моделювання стратегії прийняття рішень для процесу шахтного водовідливу пропонується застосовувати методи прийняття рішення в різних умовах визначеності інформації, що запропоновано в роботах [5–7].

Таким чином, на сучасному етапі існує низка автоматичних систем керування та експертних систем із нечіткими та нейромережевими структурами, які переважають традиційні аналоги під час роботи з нелінійними та нестационарними об'єктами (процесами). Серед переваг розробок із використанням нечіткої логіки та нейронних мереж можна визначити ефективну роботу в умовах невизначеності щодо характеру вхідних сигналів та надійне функціонування порівняно з традиційними системами вхідних змінних. У зв'язку з відсутністю систем прийняття рішень у даній галузі та необхідністю зниження вимог до кваліфікації експлуатаційного персоналу виникає необхідність моделювання й упровадження такої системи.

Мета дослідження

Сьогодні гірничо-промисловість розвинута в багатьох країнах та є основою розвитку економіки. Організація водовідливу для них є одним із важливіших та енерговитратних технологічних процесів. Інтенсивний розвиток науково-технічного прогресу передбачає упровадження новітніх технологій із використанням сучасних засобів автоматизації та інтелектуальних інформаційних систем.

Установлення енергоефективного режиму шахтного водовідливу передбачає визначення добового притоку ґрунтових вод, розрахунок кількості насосних агрегатів для паралельної роботи на один колектор, урахування тарифних зон та вибору групи насосних агрегатів із близькими ККД, формування стратегії передпікового керування комплексом водовідливу. Оператор виконує такі дії за складними та неоднозначними методиками, що підвищує вимоги до кваліфікації та досвіду, а також збільшує вплив людського чинника на функціонування системи.

Мета дослідження полягає у прогнозуванні енергетичних та економічних показників на основі даних про групування насосних агрегатів із мінімізацією негативного взаємовпливу та можливостей автоматизованого передпікового включення насосних агрегатів. Використання систем із нечіткою логікою є доцільним для складних технологічних об'єктів, де класичні системи керування не можуть повністю врахувати всі особливості режимів їх функціонування. Процес шахтного водовідливу є саме таким складним об'єктом. Окрім того, багаторічний досвід кваліфікованих фахівців-експертів також важливий для поліпшення якості процесу.

Виклад основного матеріалу дослідження

Здійснення процесу водовідливу шахти, з огляду на показники енергоефективності, зниження нерівномірності навантаження на енергосистему та вимог до кваліфікації оператора, можливо за допомогою впровадження системи нечіткої логіки підтримки прийняття рішень. В умовах невизначеності та неоднозначності вхідних параметрів застосування нечіткої логіки є ефективним підходом до створення системи підтримки прийняття рішень. Розроблення систем із нечіткою логікою є актуальною задачею для складних технологічних об'єктів, де класичні системи регулювання не можуть повною мірою врахувати всі особливості режимів їх функціонування, а також наявний досвід кваліфікованих спеціалістів, що може суттєво поліпшити якість процесу.

Система підтримки прийняття рішень (СППР) передбачається до експлуатації під час роботи комплексу водовідливу шахти за оперативними гідравлічними, енергетичними даними та стану НА, експертними даними про групування НА та піки навантаження енергосистеми. З огляду на отримані та опрацьовані дані, надаються рекомендації оператору про задіяні групи НА для реалізації внепікового керування комплексом шахтного водовідливу з огляду на вимогу зменшення навантаження на енергосистему в години максимуму.

Схему функціональної структури нечіткої системи підтримки прийняття рішень процесу шахтного водовідливу представлено на рис. 1.

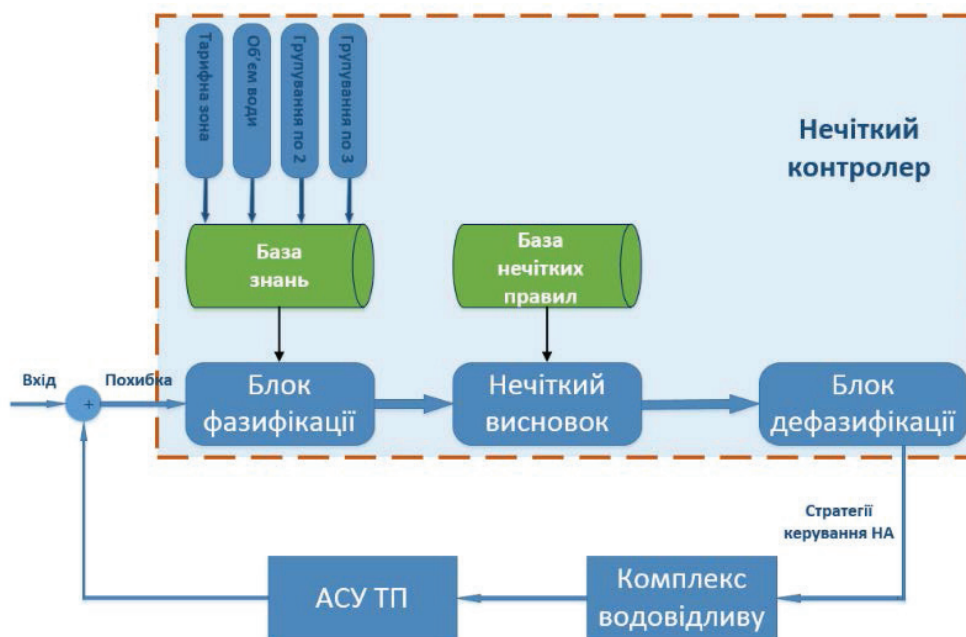


Рис. 1. Нечітка система підтримки прийняття рішень процесу шахтного водовідливу

БД операторів отримує дані про поточні значення вартості 1 кВт*год та інтервали часу тарифних зон від НКРЕ та передає дані про кількість готових до роботи НА в наступну БД. БД технологічних показників отримує дані про гідравлічні параметри, енергетичні параметри та стан обладнання від АСУ ТП комплексу водовідливу, передає показники роботи КВ до БД операторів і дані для опрацювання експертами підприємства та алгоритмами енергозбереження.

В основі нечіткої системи лежать правила отримання нечіткого логічного виводу.

Прийняття рішення щодо графіку роботи комплексу водовідливу, з огляду на оптимальний режим навантаження енергосистеми, визначається за допомогою алгоритмів класифікації, спрямованих на мінімізацію негативного взаємовпливу та передпікового управління, і базується на співвідношенні чотирьох лінгвістичних змінних. Для прогнозування енергетичної ефективності процесу водовідливу були визначені лінгвістичні вхідні змінні: *Zona* (тарифні зони згідно з регламентуючими документами НКРЕ), *Volume* (поточний об'єм води в водозбірнику), *Group2* (перелік пріоритетності ввімкнення насосів для випадку спільної роботи двох НА і відповідною подачею для напівику (11 годин) та піку (6 годин)), *Group3* (перелік пріоритетності ввімкнення насосів для випадку спільної роботи трьох НА для нічного часу (7 годин)).

Терм-множини лінгвістичних змінних та функції приналежності визначено на основі професійного досвіду експертів ДВАТ «Шахта імені М.І. Сташкова» та аналізу багаторічного збору даних (табл. 1).

Таблиця 1

Експертні дані

	Суммарное количество часов в год	Колоды №	Загрузка колодцев, %	Кол-во вкл. насосов	Номера вкл. насосов	Кол-во часов работы насоса за год	Агрегат 1-ой			Агрегат 2-ой			Агрегат 3-ий			Суммарный расход агрегатов, м3/час	Показания расхода по ИРКА, м3/час	Суммарная потребленная электроэнергия, кВт*час	Стоимость 1 кВт*час, без НДС	Итого, грн
							Удельные энергозатраты1, кВт*час/м3	Текущий расход Q1, м3/час	Удельные энергозатраты2, кВт*час/м3	Текущий расход Q2, м3/час	Удельные энергозатраты3, кВт*час/м3	Текущий расход Q3, м3/час								
ПИК (6 часов)	2190	1	30	2	N#1-N#3	657	1,07	360	1,29	330	0	0	690	833	532 761	0,93	494 690,18			
		2	40		N#7-N#6	876	1,01	321	1,51	319	0	0	640	754	705 968					
		3	30		N#8-N#9	657	1,12	350	1,67	345	0	0	695	840	636 075					
ПОЛУПИК (11 часов)	4015	1	30	2	N#1-N#3	1204,5	1,07	360	1,29	330	0	0	690	833	976 729	0,56	550 631,00			
		2	40		N#7-N#6	1606	1,01	321	1,51	319	0	0	640	754	1 294 275					
		3	30		N#8-N#9	1204,5	1,12	350	1,67	345	0	0	695	840	1 166 137					
НОЧНОЕ ВРЕМЯ (7 часов)	2555	1	30	3	N#1-N#3-N#7	766,5	1,07	340	1,29	320	1,01	290	950	1117	819 772	0,19	158 584,85			
		2	40		N#1-N#6-N#7	1022	1,07	350	1,51	310	1,01	290	950	1 118	1 160 481					
		3	30		N#1-N#3-N#8	766,5	1,07	340	1,29	315	1,12	315	970	1147	860 741					
СУТОЧНЫЙ РАСХОД, м3/час	1	30										18380		21975						
	2	40										17530		20649						
	3	30										18605		22315						

	Суммарное количество часов в год	Колоды №	Загрузка колодцев, %	Кол-во вкл. насосов	Номера вкл. насосов	Кол-во часов работы насоса за год	Агрегат 1-ой			Агрегат 2-ой			Агрегат 3-ий			Суммарный расход агрегатов, м3/час	Показания расхода по ИРКА, м3/час	Суммарная потребленная электроэнергия, кВт*час	Стоимость 1 кВт*час, без НДС	Итого, грн
							Удельные энергозатраты1, кВт*час/м3	Текущий расход Q1, м3/час	Удельные энергозатраты2, кВт*час/м3	Текущий расход Q2, м3/час	Удельные энергозатраты3, кВт*час/м3	Текущий расход Q3, м3/час								
ПИК (6 часов)	2190	1	30	2	N#1-N#3	657	1,07	360	1,29	330	0	0	690	833	532 761	0,93	877 570,25			
		2	40		N#4-N#5	876	1,63	351	1,64	309	0	0	660	786	945 108					
		3	30		N#8-N#9	657	1,12	350	1,67	345	0	0	695	840	636 075					
ПОЛУПИК (11 часов)	4015	1	30	2	N#1-N#3	1204,5	1,07	360	1,29	330	0	0	690	833	976 729	0,56	976 808,13			
		2	40		N#4-N#5	1606	1,63	351	1,64	309	0	0	660	786	1 732 697					
		3	30		N#8-N#9	1204,5	1,12	350	1,67	345	0	0	695	840	1 166 137					
НОЧНОЕ ВРЕМЯ (7 часов)	2555	1	30	3	N#1-N#3-N#9	766,5	1,07	340	1,29	315	1,67	320	975	1155	999 938	0,19	204 974,06			
		2	40		N#4-N#5-N#9	1022	1,63	325	1,64	290	1,67	325	940	1102	1 582 158					
		3	30		N#8-N#5-N#9	766,5	1,12	325	1,64	290	1,67	325	940	1102	1 059 571					
СУТОЧНЫЙ РАСХОД, м3/час	1	30										18555		22240						
	2	40										17800		21073						
	3	30										18395		21994						

На прикладі вхідної лінгвістичної змінної Volume (рис. 2) показано принцип формування функції приналежності. Універсум (діапазон зміни) – відрізок $[0..2400 \text{ м}^3]$. Множина термів {low (низький), below average (нижче середнього), average (середній), above average (вище середнього), high (високий)}.

Визначені дані на основі професійного досвіду експертів компанії та роботи алгоритмів енергозбереження передаються на вхід нечіткого контролера у вигляді терм-множин лінгвістичних змінних та функції приналежності для прогнозування енергетичної ефективності процесу водовідливу.

Результат, отриманий системою нечіткої логіки, моделює стратегію, яка до цього могла бути визначена лише експертом, що приймає рішення. У результаті роботи нечіткого контролера формується стратегія щодо кількості ввімкнених НА з відповідною продуктивністю з урахуванням тарифних зон навантаження енергосистеми.

На основі даних, які визначають стратегію (у їх складі питоми енерговитрати), виконується розрахунок очікуваних економічних показників комплексу водовідливу. Фактичні та прогнозовані дані СППР оформляються у вигляді звіту.

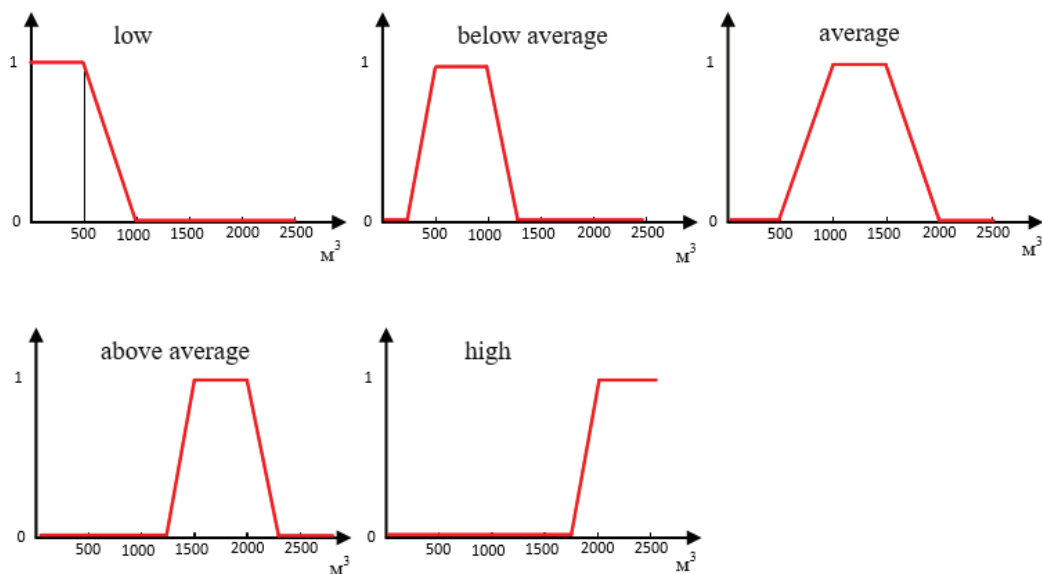


Рис. 2. Функції належності термів лінгвістичної змінної Volume

Результатом роботи нечіткого контролера є стратегія щодо кількості ввімкнених НА з відповідною продуктивністю і в які проміжки часу за тарифною зоною.

Розроблена на основі лінгвістичних змінних із термами та функціями належності база знань є основою нечіткої системи підтримки прийняття рішень комплексу шахтного водовідливу.

Сформована база нечітких правил, що містить нечіткі висловлювання у формі «Якщо – то», реалізована в Fuzzy Logic Toolbox програмного середовища Matlab, який надає широкі можливості для моделювання та аналізу поведінки системи та надає ефективність прийняттю рішень в умовах невизначеності (рис. 3). Застосовано тип системи нечіткого логічного висновку типу Мамдані. База нечітких правил моделює залежність $Y=f(X)$, де Y – вихідна стратегія, яка відображає об'єм сумарної спожитої електроенергії (кВт*год), а X – вектор вхідних параметрів процесу шахтного водовідливу: тарифна зона, об'єм води, групування НА по 2, групування НА по 3.

Дослідити вплив зміни значень вхідних змінних на результат Fuzzy Logic Toolbox можна, візуалізуючи дефазифікацію вихідних змінних після акумулювання всіх висновків правил нечіткого виведення.

Результати розробленого нечіткого контролера наведено на рис. 4.

Номера правил указані в лівій частині графічного інтерфейсу. У правій нижній частині графічного інтерфейсу програми перегляду правил розташований прямокутник, який зображує дефазифікацію вихідної змінної після акумулювання всіх висновків правил нечіткого виведення. Одержане в результаті дефазифікації значення вихідної змінної вказується у верхній частині стовпчика з ім'ям цієї змінної (стовпчик з ім'ям Strategy на рис. 4). Прямокутники, які відповідають вхідним змінним, перетинає вертикальна пряма червоного кольору, положення якої відповідає конкретному значенню вхідної змінної відповідного стовпчика. Задати конкретні значення вхідних змінних можна, переміщуючи вертикальні прямі в потрібному напрямку за допомогою миші. Після кожної зміни значення окремої вхідної змінної система MatLab виконує процедуру нечіткого виведення та відображає відповідні значення вихідних змінних.

Проаналізувати вплив значень кожної зі змінних на результат нечіткого виведення та отримані значення вихідних змінних, а також вивчати вплив різних чинників, надає можливість інструмент візуалізації Surface редактора FIS. Інструменти візуалізації дають змогу швидше оптимізувати параметри нечіткої системи для досягнення бажаних результатів (рис. 5).

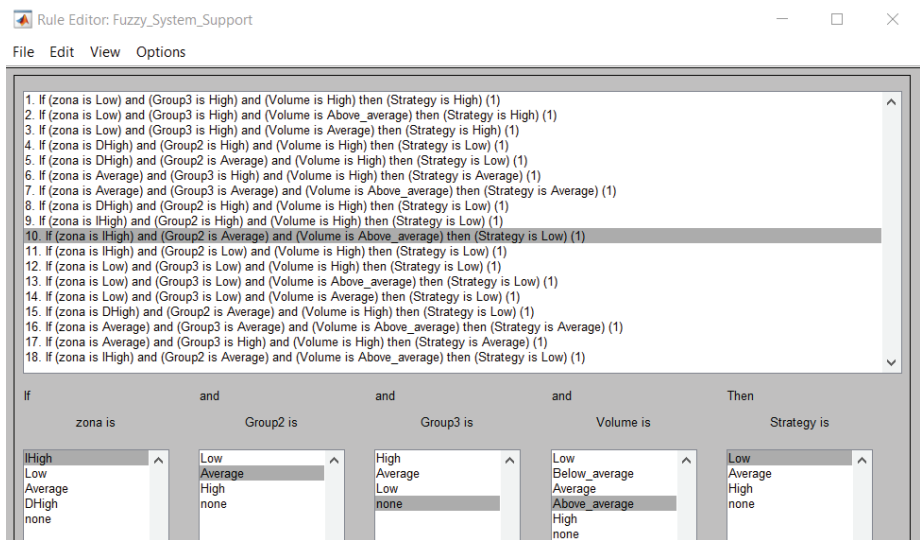


Рис. 3. База нечітких правил, що сформована у середовищі Matlab

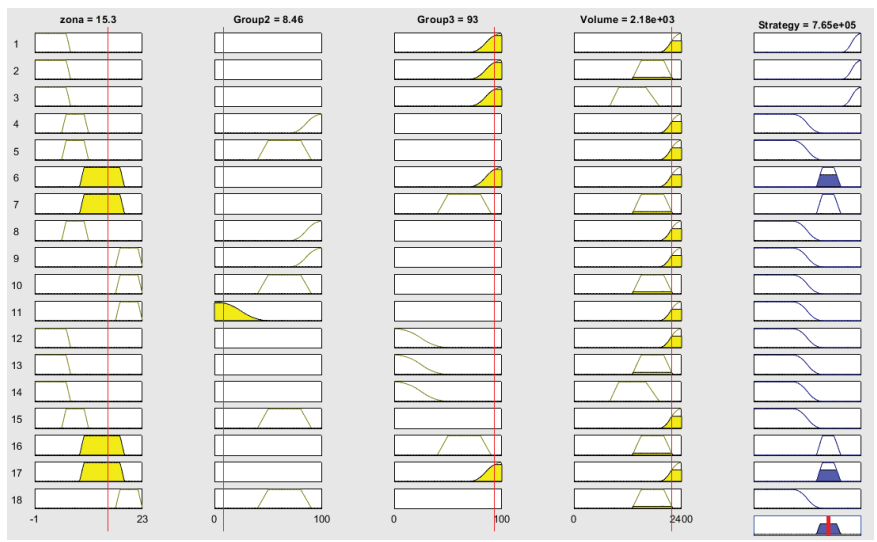


Рис. 4. Переглядач нечітких правил

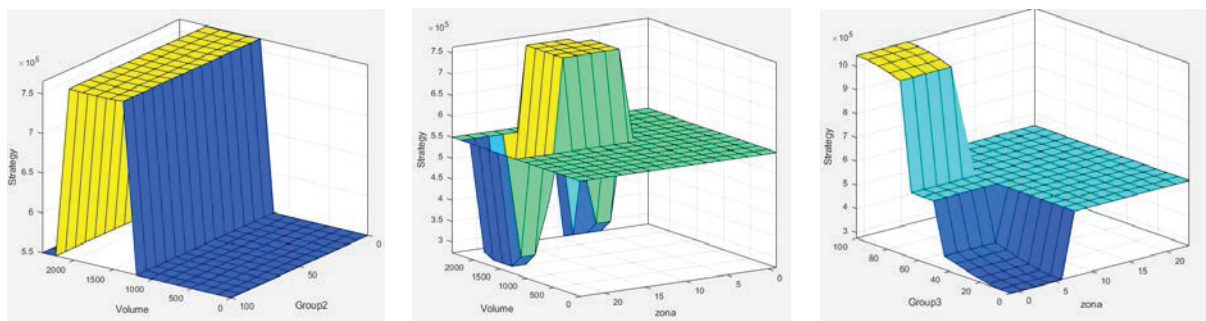


Рис. 5. Результати візуалізації впливу значень вхідних значень на формування стратегії керування комплексом водовідливу

Було проведено моделювання процесу вибору оптимальної стратегії системи шахтного водовідливу на таких тестах (табл. 2).

Таблиця 2

Тестові набори даних

№ п/п	Дія	Результат
1.	ЛЗ Zona терм Dhigh (8), ЛЗ Volume терм High (2000), ЛЗ Group2 терм High (90), ЛЗ Group3 Low(10)	HB Strategy терм Low (560 000)
2.	ЛЗ Zona терм Average(13) , ЛЗ Volume терм High (2200), ЛЗ Group2 терм Low(8) , ЛЗ Group3 High (92)	HB Strategy терм Average (770 000)
3.	ЛЗ Zona терм iHigh(21), ЛЗ Volume терм High (2190), ЛЗ Group2 терм High (95), ЛЗ Group3 Low(5)	HB Strategy терм Low (620 000)
4.	ЛЗ Zona терм Low(5), ЛЗ Volume терм Average (1800), ЛЗ Group2 терм Low(2), ЛЗ Group3 High (98)	HB Strategy терм High (990 000)
5.	ЛЗ Zona терм Low(0), ЛЗ Volume терм High (2300), ЛЗ Group2 терм Low(9), ЛЗ Group3 High (96)	HB Strategy терм Low (1100 000)
6.	ЛЗ Zona терм Average(14), ЛЗ Volume терм Low(900), ЛЗ Group2 терм Low(1), ЛЗ Group3 High (80)	HB Strategy терм Low (1000 000)
7.	ЛЗ Zona терм DHigh(7), ЛЗ Volume терм Low(800), ЛЗ Group2 терм Low(9), ЛЗ Group3 High (10)	HB Strategy терм Average (740 000)

Тестовий набір № 1 моделює стратегію режиму роботи комплексу водовідливу для зони денного піку навантаження енергосистеми.

Тестовий набір № 2 розглядає варіант вибору стратегії режиму роботи комплексу водовідливу для зони напівпіку навантаження енергосистеми.

Тестовий набір № 3 демонструє варіант вибору стратегії режиму роботи комплексу водовідливу для зони вечірнього піку навантаження енергосистеми.

Тестовий набір № 4 розглядає варіант вибору стратегії режиму роботи комплексу водовідливу для нічної зони навантаження енергосистеми за умови зниженого об'єму води у водозбірнику.

Тестовий набір № 5 моделює стратегію для зони нічного часу навантаження енергосистеми.

Тестовий набір № 6 – для зони напівпіку навантаження енергосистеми за умови низького об'єму води у водозбірнику.

Тестовий набір № 7 відповідає режиму роботи комплексу водовідливу для нічної зони навантаження енергосистеми за умови низького об'єму води у водозбірнику.

Проведені експериментальні дослідження підтвердили адекватність нечіткої системи прийняття рішень під час визначення параметрів системи комплексу водовідливу з урахуванням вимог зниження навантаження на енергосистему та довели відповідність отриманих результатів експертним даним. Результати експериментів показали достатність використання чотирьох лінгвістичних змінних із відповідними нечіткими множинами для моделювання стратегії керування комплексом шахтного водовідливу.

Висновки

У роботі запропоновано модель нечіткої системи, яка моделює стратегію ввімкнення визначеної групи НА відносно зон навантаження на енергосистему у складі автоматизованої системи підтримки прийняття рішень оператором, ефективно використовує базу знань, що описує параметри роботи комплексу шахтного водовідливу, такі як тарифні зони, поточний об'єм води у водозбірнику, групи НА за подачею та ефективністю. Модель нечіткої системи була перевірена шляхом виконання контрольних тестів. Тестування підтвердило коректну роботу й адекватність нечіткої системи процесу шахтного водовідливу для підтримки прийняття рішень оператором з енергоефективного керування комплексом шахтного водовідливу. Нечітка система допоможе автоматизувати роботу системи шахтного водовідливу, замінивши виконавців, які не всі є експертами під час прийняття рішень, та допомогти у формуванні оптимальної стратегії роботи НА з метою енергозбереження.

Список використаної літератури

1. Beshta A., Balakhontsev A., Khudoliy S., Khudy E., Khuda O. Energy saving in mine drainage via optimization of pumping operation modes. *Scientific Reports on Resource Issues*. 2012. Vol. 2. P. 66–75.
2. Цвіркун Л.І., Ткаченко С.М., Бешта Л.В. Алгоритми енергоефективного використання шахтних водовідливних установок із застосуванням методу передпікового вмикання. *Системні технології*. 2021. № 5. С. 88–97.
3. Agung T., Ernawati R. Fuzzy logic modeling of acid mine water using geochemical parameters. *Jurnal Scientia*. 2023. Vol. 12. No.03. P. 2978–2990.
4. Маркіна Л.М., Сацик В.О., Смолянкін О.О. Використання нечіткої логіки в системі автоматичного регулювання концентрації замісу при виробництві спирту. *Перспективні технології та прилади*. 2021. № 19. С. 78–84.
5. Желдак Т.А., Коряшкіна Л.С., Ус С.А. Нечіткі множини в системах управління та прийняття рішень : навчальний посібник. Дніпро : НТУ «ДП», 2020. 387 с.
6. Прокопенко Т.О., Березюк І.А., Зубенко В.О. Автоматизована система керування температурно-вологісним режимом теплиці на основі апарату нечіткої логіки. *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського. Серія «Технічні науки. Інформатика, обчислювальна техніка та автоматизація»*. 2020. № 6. Т. 3. Ч. 1. С. 129–134.
7. Samudyata S.J., Sharanya S., Shrusti Heroor, Sneha Majumder, Sangeeta Modi. Fuzzy Logic Controller for Modern Power Systems. *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*. 2022. No.04. P. 158–162.

References

1. Beshta, A., Balakhontsev, A., Khudoliy, S., Khudy, E., & Khuda, O. (2012). Energy saving in mine drainage via optimization of pumping operation modes. *Scientific Reports on Resource Issues*. Vol. 2. P. 66–75 [in English].
2. Tsvirkun, L.I., Tkachenko, S.M., & Beshta, L.V. (2021). Alhorytmy enerhoefektyvnoho vykorystannia shakhtnykh vodovidlyvnykh ustanovok iz zastosuvanniam metodu peredpikovooho vmykannia [Algorithms for the energy-efficient use of mine drainage installations using the method of pre-peak switching on]. *Systemni tekhnolohii*. № 5. P. 88–97. doi: <https://doi.org/10.34185/1562-9945-5-136-2021-09> [in Ukrainian].
3. Agung, T., & Ernawati, R. (2023). Fuzzy logic modeling of acid mine water using geochemical parameters. *Jurnal Scientia*. Vol. 12. No. 03. P. 2978–2990. Retrieved from: <https://infor.seaninstitute.org/index.php/pendidikan/article/view/1657/1348> [in English].
4. Markina, L.M., Satsyk, V.O., & Smoliankin, O.O. (2021). Vykorystannia nechitkoi lohiky v systemi avtomatychnoho rehuliuвання kotsentratsii zamisu pry vyrobnytstvi spyrту. [The use of fuzzy logic in the system of automatic control of the batch concentration in the production of alcohol]. *Perspektyvni tekhnolohii ta prylady*. № 19. P. 78–84. doi: <https://doi.org/10.36910/6775-2313-5352-2021-19-13> [in Ukrainian].
5. Zheldak, T.A., Koriashkina, L.S., & Us, S.A. (2020). *Nechitki mnozhyny v systemakh upravlinnia ta pryiniattia rishen* [Fuzzy sets in control and decision-making systems]. Dnipro: NTU «DP» [in Ukrainian].
6. Prokopenko, T.O. Bereziuk, I.A. & Zubenko, V.O. (2020). Avtomatyzovana systema keruvannia temperaturno-volohisnym rezhymom teploty na osnovi aparatu nechitkoi lohiky. [Automated greenhouse temperature and humidity control system based on fuzzy logic apparatus]. *Vcheni zapysky TNU imeni V.I. Vernadskoho. Serii: tekhnichni nauky. Informatyka, obchysluvalna tekhnika ta avtomatyzatsiia*. No. 6. Vol. 3. P.1 doi: <https://doi.org/10.32838/TNU-2663-5941/2020.6-1/22> [in Ukrainian].

7. Samudyata, S.J., Sharanya, S., Shrusti Heroor, Sneha Majumder, & Sangeeta Modi. (2022). Fuzzy Logic Controller for Modern Power Systems. *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*. No. 04. P. 158–162. Retrieved from <https://www.irjet.net/archives/V9/i5/IRJET-V9I5106.pdf> [in English].

Соколова Наталя Олегівна – к.т.н., доцент кафедри інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії Національного технічного університету «Дніпровська політехніка». E-mail: n.olegowna@gmail.com, ORCID: 0000-0003-2493-3553.

Гнатушенко Володимир Володимирович – д.т.н., професор, завідувач кафедри інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії Національного технічного університету «Дніпровська політехніка». E-mail: vvgnat@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3140-3788.

Бешта Лілія Валеріївна – асистент кафедри інформаційних технологій та комп'ютерної інженерії Національного технічного університету «Дніпровська політехніка». E-mail: BeshtaL@ukr.net, ORCID: 0000-0001-5041-0962.

Sokolova Natalya Olegivna – PhD in Engineering, Associate Professor at the Department of Information Technologies and Computer Engineering of the Dnipro University of Technology. E-mail: n.olegowna@gmail.com, ORCID: 0000-0003-2493-3553.

Hnatushenko Volodymyr Volodymyrovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Information Technologies and Computer Engineering of the Dnipro University of Technology. E-mail: vvgnat@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3140-3788.

Beshta Liliia Valeriivna – Assistant at the Department of Information Technologies and Computer Engineering of the Dnipro University of Technology. E-mail: BeshtaL@ukr.net, ORCID: 0000-0001-5041-0962.

UDC 004.02;51-7;667

I.E. FURTAT

National Technical University of Ukraine "Ihor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

YU.O. FURTAT

G.E. Pukhov Institute for Modelling in Energy Engineering

KINETICS OF NON-ISOTHERMAL ADSORPTION AT CONSTANT CONCENTRATION ON THE SURFACE OF THE THREAD

To describe the process of dyeing textile materials, in the general case, it is not enough to consider the kinetics of dye adsorption by a single fiber. This assumption is valid in the case of low intensity low temperature processes, when the diffusion coefficient of the dye to the fiber is several orders of magnitude smaller than the diffusion coefficient in the space between the fibers. In this case, the mass transfer process is determined by the transfer in the fiber. As the temperature rises or with other methods of intensifying the process, there is a sharp increase in the diffusion coefficient in the fiber, while the diffusion coefficient in the liquid phase outside the fiber changes to an incomparably lesser extent, i.e. the difference in the values of the diffusion coefficients in the fiber and outside the fiber decreases sharply. If we take into account the significant difference in the linear dimensions of the fiber and thread, it becomes obvious that there comes a moment when the relaxation time of the diffusion in the fiber, defined as $\tau_f = \frac{r_f^2}{D_f^2}$, becomes less than the relaxation time in the thread, defined as $\tau_t = \frac{r_t^2}{D_t^2}$. Given these conditions for the comparability of the relaxation times of diffusion along the fiber and thread, it is completely incorrect to describe the process of dyeing a textile material by considering the kinetics of the process in a separate fiber.

The following scheme of the process is more rigorous: transfer of the dye to the surface of the thread, diffusion in the space between the fibers, adsorption by the inner surface of the fiber, and chemical interaction, if any.

Such a formulation of the problem has much in common with the problems of diffusion in granular porous media [1], which are of great importance for the quantitative description of the dynamics of sorption both in general theoretical terms and for describing various technological processes: filtration through a layer grains of various shapes, diffusion extraction of substances from porous media, etc.

Existing equations that describe the processes of diffusion in porous systems containing microporous inclusions don't take into account the restrictions on the shape of the microporous inclusion and, in general, on the geometry of the system. Naturally, the solution of these equations requires a certain specification both in relation to the shape of the microporous inclusion and in relation to the nature of diffusion.

When considering such processes, it is necessary to proceed from the solution of the problem of diffusion into a microporous inclusion. The process of mass transfer in a fiber is considered as a diffusion process with an apparent diffusion coefficient. In the general case, this statement of the problem should be supplemented by taking into account the interaction of double electrical layers of the dye particle and fibers, which slows down (for the same surface charges) the process of dye transfer

In the meantime, in order to simplify the problem, the following model of the process is proposed: we consider molecular diffusion into an infinitely long end-impermeable cylinder (thread) with many infinitely long microporous cylindrical inclusions (fibers) uniformly distributed over its cross section. In this case, a problem is considered that is symmetrical in the section.

The kinetic problem is solved for four cases corresponding to the following process conditions:

1. Isothermal mode, constant concentration of dye on the surface of the thread. This task corresponds to dyeing from baths of constant concentration.
2. Isothermal mode, variable concentration on the surface. Corresponds to dyeing from baths of variable concentration, fixing from a film in an environment of saturated steam or in an environment of superheated steam, or heated air at relatively low temperatures (when the heating time of the material is much less than the fixation time).
3. Non-isothermal mode, constant concentration on the surface. Corresponds to dyeing from an aerosol medium.
4. Non-isothermal mode, variable surface concentration. This most complex case corresponds to high-intensity, high-temperature methods of fixing at temperatures of the material at the end of the process, close to the temperature of its softening or destruction.

This article considers the third case, which corresponds to aerosol dyeing of fabrics.

Key words: diffusion, micropores, mass transfer, fiber, concentration.

І.Е. ФУРТАТ

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Ю.О. ФУРТАТ

Інститут проблем моделювання в енергетиці імені Г.С. Пухова
Національної академії наук України**КІНЕТИКА НЕІЗОТЕРМАЛЬНОЇ АДСОРБЦІЇ ЗА ПОСТІЙНОЇ КОНЦЕНТРАЦІЇ
БАРВНИКА НА ПОВЕРХНІ НИТКИ**

Для опису процесу фарбування текстильних матеріалів недостатньо розглядати кінетику адсорбції барвника окремим волокном. Таке припущення справедливе у разі малоінтенсивних низькотемпературних процесів, коли коефіцієнт дифузії барвника волокна на кілька порядків менше коефіцієнта дифузії у просторі між волокнами. У цьому разі процес масопереносу визначається перенесенням у волокні. У міру підвищення температури або за інших способів інтенсифікації процесу відбувається різке збільшення коефіцієнта дифузії у волокні, тоді як коефіцієнт дифузії у рідкій фазі поза волокном змінюється незрівнянно меншою мірою, тобто різниця у величинах коефіцієнтів дифузії у волокні та поза волокном різко зменшується. Якщо врахувати значну різницю в лінійних розмірах волокна і нитки, стає очевидним, що настає момент, коли час релаксації дифузії у волокні, що визначається як $\tau_f = \frac{r_f^2}{D_f^2}$, стає менше часу релаксації нитки, що визначається як $\tau_i = \frac{r_i^2}{D_i^2}$. До цих умов суміс-

ності часів релаксації дифузії по волокну і нитки абсолютно некоректно опис процесу фарбування текстильного матеріалу шляхом розгляду кінетики процесу в окремому волокні.

Суворішою є така схема процесу: перенесення фарбника до поверхні нитки, дифузія в просторі між волокнами, адсорбція внутрішньою поверхнею волокна і хімічна взаємодія, якщо таке має місце.

Така постановка задачі має багато спільного з проблемами дифузії в гранульованих пористих середовищах [1], які мають велике значення для кількісного опису динаміки сорбції як у загальнотеоретичному плані, так і для опису різних технологічних процесів: фільтрації через зерна шару різної форми, дифузійного вилучення речовин з пористих середовищ тощо.

Існуючі рівняння, які описують процеси дифузії у пористих системах, що містять мікропористі включення, не враховують обмеження на форму мікропористого включення і взагалі геометрію системи. Природно, що розв'язання цих рівнянь вимагає певної конкретизації як щодо форми мікропористого включення і щодо характеру дифузії.

Під час розгляду таких процесів необхідно виходити з розв'язання задачі дифузії в мікропористе включення. Процес масопереносу у волокні розглядається як дифузійний із коефіцієнтом дифузії, що здається. Загалом дана постановка завдання повинна бути доповнена з урахуванням взаємодії подвійних електричних шарів частинки барвника та волокон, що уповільнює (за однойменних зарядів поверхонь) процес перенесення барвників

Поки ж з метою спрощення завдання пропонується така модель процесу: розглядається молекулярна дифузія в нескінченно довгий непроникний із торців циліндр (нитка) з безліччю нескінченно довгих мікропористих циліндричних включень (волокон), однорідно розподілених за його перерізом.

Вирішення кінетичної задачі проводиться для чотирьох випадків, що відповідають таким умовам проведення процесу:

1. Ізотермічний режим, стала концентрація барвника на поверхні нитки. Це завдання відповідає фарбуванню з ванн постійної концентрації.

2. Ізотермічний режим, змінна концентрація поверхні. Відповідає фарбуванню з ванн змінної концентрації, фіксації з півки в середовищі насиченої пари або серед перегрітої пари, або нагрітого повітря за відносно низьких температур (коли час прогрівання матеріалу значно менше часу фіксації).

3. Неізотермічний режим, постійна концентрація поверхні. Відповідає фарбуванню із середовища аерозолю.

4. Неізотермічний режим, змінна концентрація поверхні. Цей найбільш складний випадок відповідає високоінтенсивним, високотемпературним способам фіксації за температур матеріалу в кінці процесу, близьких до температури його розм'якшення або деструкції.

У статті розглядається третій випадок, що відповідає аерозольному фарбуванню тканин.

Ключові слова: дифузія, мікропори, масоперенос, волокно, концентрація.

Formulation of the problem

Solving the modeling equation that describes the process of the kinetics of non-isothermal adsorption ([2, (19)] under the boundary condition [2, (6)]), even with a linear adsorption isotherm, encounters significant mathematical difficulties.

Research goal

Kinetics of non-isothermal adsorption can be described by equation [2, (10)]. Let us now show that the contribution of the thermal diffusion term in [2, (10)] to the overall mass transfer is insignificant, quite justified given the ratio of the characteristic relaxation times $\sigma_2/\tau_2 \approx 10^{-3} \div 10^{-2}$.

Main material

Let us first consider the case of sorption at a constant concentration on the surface of the thread, and let the initial condition be $c|_{t=0} = c_0$, and the fibers are free from dye. By definition, there is a thermodiffusion flux per unit surface per unit time.

$$j_T = DK_1 \frac{\partial T}{\partial r} \approx DK_1 \frac{\Delta T}{R_2}, \quad (1)$$

where ΔT is the temperature difference between the surface and the center of the thread. Then the amount of substance M_T transferred through the outer surface of the thread due to thermal diffusion during the relaxation time is

$$M_T = j_T S \sigma_2 = \frac{2DK_1 \Delta T V_2 \sigma_2}{\tau_2}.$$

The total amount of substance M transferred through the surface of the thread by the time equilibrium is reached is obviously (given the initial condition) equal to the amount of substance adsorbed by the fibers. Since the concentration at equilibrium is c_0 , then

$$M = \rho K c_0 V_2. \text{ That 's why } \frac{M_T}{M} = \frac{2\sigma_2}{\tau_2} K_1 \frac{\Delta T}{\rho K c_0}.$$

For aqueous solutions K_1 is of the order of $10^{-8} \div 10^{-6}$ kg/m K.

For concentrations of the order of 3 % $\Delta T \sim 200$ K, $K \approx 20$ (which is consistent with the actual values of quantities used in dyeing practice) we have $\frac{2 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-3} \cdot 200}{0.5 \cdot 20 \cdot 0.03} = 1.3\%$.

If the concentration in the space between the fibers at $t = 0$ is zero, then to the amount of the substance adsorbed by the fibers, it is necessary to add the mass distributed in the space between the latter, so instead of $M = \rho K c_0 V_2$ we have $M = (\rho K + 1 - \rho) c_0 V_2$, which, naturally, does not affect the value of the estimate.

For sorption from a limited volume, such estimates are easier to make at zero initial conditions inside the filament. Obviously, the thermal diffusion flux is estimated using formula (1). As for the mass of matter transferred from the outer volume V into the filament, the order of magnitude can be determined from the difference in matter $\Delta M'$ in volume V at the initial and final moments of time. If the concentration in volume V at $t = 0$ is c_0 , then $M_1 = c_0 V$. Regardless of the mechanism of mass transfer inside the thread, the concentration in the external volume at $t \sim \tau'$ (τ' is the characteristic time of the process): at $\tau_1/\tau_2 \ll 1$ $\tau' \approx \tau_2 (1 + b/2)$, and when $\tau_1/\tau_2 \gg 1$ $\tau' \sim \tau_1$ $c_1 = c_0 b_1 / \left(b_1 + \frac{1}{2} \right)$, thus $M_2 = c_1 V = c_0 b_1 V / \left(b_1 + \frac{1}{2} \right)$ and therefore

$$\Delta M = M_1 - M_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{c_0 V}{b_1 + \frac{1}{2}}.$$

and then

$$\frac{M_T}{\Delta M} = \frac{2\sigma_2}{\tau_2} K_1 \frac{\Delta T}{c_0} \left[\frac{1}{K_p + 1 - \rho} + \frac{V_2}{V} \right].$$

The value of V in dyeing processes is determined by the volume occupied by the solution on the surface of the fabric or thread before the material is supplied to the heat chamber. In order of magnitude, the thickness Δ of the solution film is $2 \cdot 10^{-5}$ m, so from $V = \pi \left[(R_2 + \Delta)^2 - R_2^2 \right] L$ (L is the length of the thread) we obtain

$$\frac{V_2}{V} \sim \frac{1}{2\Delta/R_2 + (\Delta/R_2)^2} \approx 1$$

at $R = 5 \cdot 10^{-5}$ m. At $K = 20$, $c_0 = 3\%$, $\Delta T \approx 200\text{K}$, $\rho = 0.5$, $M_T/\Delta M \approx 13\%$. In fact, $M_T/\Delta M$ estimate is much lower, since the diffusion coefficients in the space between the fibers are of the order of $10\text{--}10\text{m}^2/\text{s}$. Thus, the estimates given provide grounds for not taking into account the thermal diffusion term in equation [2, (10)] when describing the coloring process.

Let's first consider the case when the characteristic time of diffusion in the filament significantly exceeds the corresponding time for the fiber throughout the entire process. The equation describing this case can be obtained from [2, (19)] if we use the asymptotic representation for $\psi(t_1) = \sum_k \exp(-\alpha_k^2 t_1)$ for large times. Assuming that $\psi(t_1) = \sum_k \exp(-\alpha_k^2 t_1) \approx \frac{1}{4} \left(\sigma(t_1) - \frac{1}{8} \sigma'(t_1) \right)$ and substituting this expression into [2, (19)], we obtain in the variable

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{1-p} \frac{\partial(Kc)}{\partial t} - \frac{\rho}{8(1-\rho)} \frac{R_1^2}{D} \left[\frac{\partial^2(Kc)}{\partial t^2} - \frac{1}{D_1} \frac{\partial(Kc)}{\partial t_1} \frac{\partial D_1}{\partial t} \right] = D\Delta c. \tag{2}$$

From the asymptotic expression $\psi(t_1)$ and [2, (23)] it can be seen that the expression in square brackets in [2, (23)] is small compared to the other terms and with its help we can estimate the first approximation described by the equation

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} + \frac{p}{1-p} \frac{\partial(c_1 K)}{\partial t} \approx \frac{\Delta c_1}{\tau_2}. \tag{3}$$

Therefore, let us put in (2) $c = c_1 + c_2$, where $c_2 \ll c_1$, and $c_2|_{r=R_2} = 0$; $c_2|_{t=0} = c_{01} \left(1 + \frac{1}{f(0)} \right) = 0$, if $c_1|_{t=0} = c_{01}$.

Neglecting quantities of the third order of smallness in (2), we obtain the following equation for

$$\frac{\partial c_2}{\partial t} + \frac{\rho}{1-p} \frac{\partial(Kc_2)}{\partial t} - \frac{\rho}{8(1-\rho)} \frac{R_1^2}{D_1(t)} \left[\frac{\partial^2(c_1 K)}{\partial t^2} - \frac{1}{D_1} \frac{\partial(Kc_1)}{\partial t_1} \frac{\partial D_1}{\partial t} \right] = \frac{\Delta c_2}{\tau_2}. \tag{4}$$

$$c_1 = \frac{c_{01}}{f} + \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \left(c_0 - \frac{c_{01}}{f(\theta)} \right) \left[1 - \sum_{k=1}^{\infty} A_k(r) \exp \left(-\frac{\alpha_k^2}{\tau_2} \int_0^t \frac{d\theta'}{f(\theta')} \right) \right] d\theta, \tag{5}$$

where $f(t) = 1 + K^* = 1 + \frac{\rho}{1-\rho} K$; $K^* = \rho K / (1-\rho)$. Substituting (2) into (1) and using the method of separation of variables, we obtain that

$$c = c_1 + c_2 = \sum_{k=1}^{\infty} A_k(r) \varphi_k(t) \left[1 + \frac{1}{\varphi_k(t)} \left(c_{01} \left(1 - \frac{1}{f(0)} \exp \left(- \int_0^t \frac{\tau_2}{f(\theta')} \frac{\alpha_k^2 + \frac{df}{d\theta'}}{f(\theta')} d\theta' \right) \right) \right) \right] +$$

$$+ \frac{\rho R_1^2}{8(1-\rho)} \int_0^t \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{D_1(\theta)} \frac{d(K\varphi_K)}{d\theta} \right) \exp \left(- \int_0^t \frac{\tau_2}{f(\theta')} \frac{\alpha_k^2 + \frac{df}{d\theta'}}{f(\theta')} d\theta' \right) d\theta$$

where

$$\varphi_k(t) = \frac{1}{f} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \left[1 - \exp \left(- \frac{\alpha_k^2}{\tau_2} \int_0^t \frac{d\theta'}{f} \right) \right] d\theta.$$

From the condition

$$\left| \frac{1}{\varphi_k(t)} \left(c_{01} \left(1 - \frac{1}{f(0)} \exp \left(- \int_0^t \frac{\tau_2}{f(\theta')} \frac{\alpha_k^2 + \frac{df}{d\theta'}}{f(\theta')} d\theta' \right) \right) \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\rho K_1^2}{8(1-\rho)} \int_0^t \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{D_1(\theta)} \frac{d(K\varphi_K)}{d\theta} \right) \exp \left(- \int_0^t \frac{\tau_2}{f(\theta')} \frac{\alpha_k^2 + \frac{df}{d\theta'}}{f(\theta')} d\theta' \right) \right| \ll 1 \tag{6}$$

and the limits of applicability of (5) are determined.

As follows from (5), the effective relaxation time, determined from the condition, $\frac{1}{\tau_2} \int_0^t \frac{d\theta}{f} = 1$ decreases with increasing temperature. This means a simultaneous increase in the effective mass transfer rate. But increasing temperature also increases the rate of diffusion in the fiber. Since the change in the latter is faster than the change in the rate of mass transfer in the filament, then from (5) the lower limit of temperature values is determined, starting from which the process is already limited by mass transfer in the filament, i.e. equation (5) is valid. But then (6), obviously, goes into [3, (9)], and the value of the parameter K in [3, (9)] is determined by the initial temperature T_0 .

To determine the final temperature, we rewrite (1) in the form

$$\frac{\partial(1+K^*)c_2}{\partial t} - \frac{R_1^2}{8} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{D_1(t)} \frac{\partial}{\partial t} (K^* c_1) \right) = D\Delta c_2.$$

At sufficiently long times, when the concentration difference across the cross section of the filament is already insignificant, it is obvious that

$$\frac{\partial(1+K^*)c_2}{\partial t} \sim \frac{R_1^2}{8} \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{D_1(t)} \frac{\partial}{\partial t} (K^* c_1),$$

that's why

$$(1 + K^*)c_2 \approx \frac{R_1^2}{8} \frac{1}{D_1(t)} \frac{\partial}{\partial t} (K^* c_1),$$

so

$$c_2 \sim \frac{R_1^2}{8(1 + K^*)} \frac{1}{D_1(t)} \frac{\partial (K^* c_1)}{\partial t}. \tag{7}$$

If $K^* = \text{const}$ and $D_1(t) = \text{const}$, then (7) coincides with [3, (7)]. If we go to a dimensionless variable in (7), $t_2 = \frac{1}{\tau_2} \int_0^t \frac{d\theta}{f}$, then it will be rewritten as

$$c_2 \sim \frac{R_1^2}{8(1 + K^*)\tau_2 D_1} \frac{\partial (K^* c_1)}{\partial t_2}. \tag{8}$$

But by order of magnitude, $\partial (K^* c_1) / \partial t_2 \sim K^* c_1$, therefore

$$\frac{c_2}{c_1} \sim \frac{R_1^2 K^*}{8(1 + K^*)^2 \tau_2 D_1}, \tag{9}$$

meaning that (9) near equilibrium coincides with [3, (7)].

Multiplying (5) by ρK and integrating over the volume of the thread, we obtain an expression for the mass adsorbed by the fibers

$$M = \frac{\rho K V_2}{f} \left[c_{01} + 4 \int_0^{t_2} (c_0 f(\theta_2) - c_{01}) \sum_k \exp(-\alpha_k^2 (t_2 - \theta_2)) d\theta_2 \right]. \tag{10}$$

If the initial condition is $c|_{t=0} = c_0$, and the inclusions are free of adsorbate, then the solution to equation (3) looks like this:

$$c_1 = \frac{c_0}{f} \left[1 + \int_0^{t_2} (f(\theta_2) - 1) \sum_k A_k(r) \alpha_k^2 \exp(-\alpha_k^2 (t_2 - \theta_2)) \right]. \tag{11}$$

To calculate using equation (10), a program was compiled and calculations were carried out at various temperatures T_c and heat transfer coefficient $\alpha = 10.0$ W/K. The calculation procedure contains three stages: first, the integral is calculated, $t_2 = \frac{1}{\tau_2} \int_0^t \frac{d\theta}{f}$, after which the function $f(\theta)$ is constructed, and, finally, the integral is calculated on the right side of (7). M falls with increase of T_c as observed in experiments. In fact, this is inherent in the functional dependence of K .

Let us now consider the second limiting case, when the process is determined by the rate of mass transfer in the fiber. The equation describing this approximation could be formally obtained from [2, (19)] using the asymptotics of the function $\psi(t_1)$ at small values of time t . This is a direct method, however, associated with great mathematical difficulties. The considerations outlined below allow us to significantly simplify the task.

Since the process is limited by the rate of diffusion in the fiber, then, to a first approximation, the concentration in the space between the fibers is equal to c_0 and, thus, the latter are in equivalent conditions. A small difference in concentration, arising due to the finite time of diffusion in the thread and allowing, therefore, to estimate the first approximation, can be obtained from [2, (19)], replacing c in the integral term with c_0 . Obviously, this replacement is all the more justified

the lower the rate of diffusion in the fiber compared to the rate of mass transfer in the space between the fibers.

Then [2, (19)] will be rewritten as

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} + c_0 \psi_1(t) &= D \Delta c \\ \psi_1(t) &= \frac{4\rho}{(1-\rho)R_1^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t K(\theta) D_1(\theta) \sum_k \exp\left(-\frac{\alpha_k^2}{R_1^2} \int_0^t D_1(\theta') d\theta'\right) d\theta. \end{aligned} \tag{12}$$

At $c|_{t=0} = c_{01}$ the solution has the form

$$\begin{aligned} c &= c_0 - (c_0 - c_{01}) \sum_{k=1}^{\infty} A_k(r) \exp\left(-\frac{\alpha_k^2 t}{\tau_2}\right) - \\ &- \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \varphi^*(\theta) \sum_{k=1}^{\infty} A_k(r) \exp\left(-\frac{\alpha_k^2 (t-\theta)}{\tau_2}\right) d\theta, \end{aligned} \tag{13}$$

so the limits of applicability of the first approximation are determined by the condition $(c_0 - c_{01}) \sum_{k=1}^{\infty} A_k(r) \exp\left(-\frac{\alpha_k^2 t}{\tau_2}\right)$ if we neglect the term for times $t \sim \tau_2$

$$\left| \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \varphi^*(\theta) \sum_{k=1}^{\infty} A_k(r) \exp\left(-\frac{\alpha_k^2 (t-\theta)}{\tau_2}\right) d\theta \right| \ll 1 \tag{14}$$

Similar to the previous case, from here we can determine the limiting temperature value, below which the process is still limited by inclusion diffusion. For times $t \sim \tau_2$ (14) is transformed to the form

$$\frac{\rho \left(1 - \left(\frac{r}{R_2}\right)^2\right) \tau_2 D_1(t_1)}{(1-\rho)R_1^2} \frac{\partial}{\partial t_1} \int_0^{t_1} K(\theta_1) \sum_k \exp(-\alpha_k^2 (t_1 - \theta_1)) d\theta_1. \tag{15}$$

Integration over volume as a first approximation leads to the following expression for the mass absorbed by the entire system

$$M_2 = \frac{M - (1-\rho)c_0V}{c_0V} = 4\rho \int_0^t K(\theta_1) \sum_k \exp(-\alpha_k^2 (t_1 - \theta_1)) d\theta_1. \tag{16}$$

In fact, the right side of (16) determines the kinetics of adsorption by all fibers. A characteristic feature of (16) is a decrease of $M_2(t)$ with the increase of T_c , which is in qualitative agreement with experimental data.

Conclusions

The method, proposed in this articles, allows for easier solving of the modeling equation that describes the process of the kinetics of non-isothermal adsorption in case of the aerosol dyeing of fabrics, calculating the process parameters, such as the mass of the dyeing agent.

Bibliography

1. Sorption by Solids with bidisperse pore structures / E. Ruchenstein, A.S. Vaidynathan, G.R. Youngquist. *Journal of Chemical Engineering Science*. 1971. Vol. 26. № 9. P. 1305–1318.

2. Фуртат І.Е., Фуртат Ю.О. Моделювання дифузійного переносу барвника у волокнистому текстильному матеріалі. *Наука і техніка сьогодні. Серія «Техніка»*. 2023. № 6(20). С. 102–113.
3. Фуртат І.Е., Фуртат Ю.О. Моделювання ізотермічної адсорбції барвника у волокнистому текстильному матеріалі. *Наука і техніка сьогодні. Серія «Техніка»*. 2023. № 8(22). С. 296–309.

References

1. Ruchenstein, E., Vaidynathan, A.S., & Youngquist, G.R. (1971). Sorption by Solids with bidisperse pore structures. *Journal of Chemical Engineering Science*, vol. 26 (№ 9), 1305–1318 [in Ukrainian].
2. Furtat, I.E., & Furtat, Yu.O. (2023). Modeliuvannia dyfuziinoho perenosu barvnyka u voloknystomu tekstylnomu materiali [Modeling of the Diffusion Transfer of the Dye in a Fibrous Textile Material]. *Nauka i tehnika siogodni – Science and Technics Today*, 6(20), 102–113 [in Ukrainian].
3. Furtat, I.E., & Furtat, Yu.O. (2023). Modeliuvannia izotermichnoi adsorbtsii barvnyka u voloknystomu tekstylnomu materiali [Modeling of Isothermal Adsorption of Dye in Fibrous Textile Material]. *Nauka i tehnika siogodni – Science and Technics Today*, 8(22), 296–309 [in Ukrainian].

Furtat Iryna Eduardivna – PhD in Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Thermal and Alternative Energy of the Educational and Scientific Institute of Energy Saving and Energy Management of the National Technical University of Ukraine "Ihor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute". E-mail: i.e.furtat@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2197-8150.

Furtat Yurii Olehovych – PhD in Technical Sciences, Leading Researcher of the Department of Modeling of Energy Processes and Systems of the G.E. Pukhov Institute for Modelling in Energy Engineering. E-mail: saodhar@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0775-5460.

Фуртат Ірина Едуардівна – к.т.н., доцент, доцент кафедри теплової та альтернативної енергетики Навчально-наукового інституту енергозбереження та енергоменеджменту Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: i.e.furtat@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2197-8150.

Фуртат Юрій Олегович – к.т.н., провідний науковий співробітник відділу моделювання енергетичних процесів і систем Інституту проблем моделювання в енергетиці імені Г.Є. Пухова Національної академії наук України. E-mail: saodhar@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0775-5460.

ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Технічний редактор

Литвиненко Олена Іванівна
к.т.н., доцент

Верстка

Юрій Ковальчук

Здано до набору 14.05.2024 р. Підписано до друку 29.05.2024 р.
Гарнітура Times New Roman. Формат 60×84/8.
Друк офсетний. Папір офсетний.
Ум. друк. арк. 23,48. Зам. № 0724/556. Наклад 100 прим.

Видавництво і друкарня – Видавничий дім «Гельветика»
65101, Україна, м. Одеса, вул. Інглєзі, 6/1
Телефон +38 (095) 934 48 28, +38 (097) 723 06 08
E-mail: mailbox@helvetica.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК No 7623 від 22.06.2022 р.