

ISSN 2618-0332 (print)
ISSN 2618-0340 (online)

Міністерство освіти і науки України

Херсонський національний технічний університет

ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Т. 7, №2

Рекомендовано до друку Вченою радою
Херсонського національного технічного університету
(протокол № 4 від 26.11.2024 року)

Журнал включений до Реєстру наукових фахових видань України категорії Б
на підставі Наказу МОН України від 17 березня 2020 року № 409

Журнал включено до наукометричних баз, електронних бібліотек та репозитаріїв:
Index Copernicus International, Google Scholar, CiteFactor Academic Scientific Journals,
National Library of Ukraine (Vernadsky)



Видавничий дім
«Гельветика»
2024

Редакційна рада

Головний редактор

Астіоненко І.О.

к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри Інформатики і комп'ютерних наук Херсонського національного технічного університету

Заступники головного редактора

Литвиненко О.І.

к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційних технологій та фізико-математичних дисциплін Херсонського навчально-наукового інституту Національного університету кораблебудування ім. адмірала Макарова

Рудакова Г.В.

д.т.н., професор, професор кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету (м. Херсон)

Відповідальний секретар

Омельчук А.А.

к.т.н., провідний фахівець кафедри комп'ютерних та інформаційних технологій і систем Державного податкового університету

Члени редакційної колегії за спеціальностями:

Іноземні фахівці

Бабічев С.А.

к.т.н., доцент (Чехія)

Гучек П.Й.

д.т.н., доцент (Польща)

113 – Прикладна математика

Астіоненко І.О.

к.ф.-м.н., доцент

Гвоздева І.М.

д.т.н., професор

Гнатушенко В.В.

д.т.н., доцент

Ляшенко В.П.

д.т.н., професор

Миргород В.Ф.

д.т.н., доцент

Різник В.В.

д.т.н., професор

Сметанкіна Н.В.

д.т.н., професор

Стрельнікова О.О.

д.т.н., професор

Угрімов С.В.

д.т.н., професор

122 – Комп'ютерні науки

Ванін В.В.	д.т.н., професор
Вірченко Г.А.	д.т.н., професор
Гнатушенко В.В.	д.т.н., професор
Гумен О.М.	д.т.н., професор
Корчинський В.М.	д.т.н., професор
Литвиненко В.І.	д.т.н., професор
Мартин Є.В.	д.т.н., професор
Мостовенко О.В.	д.т.н., професор
Несвідомін В.М.	д.т.н., професор
Пилипака С.Ф.	д.т.н., професор
Устенко С.А.	д.т.н., професор

126 – Інформаційні системи та технології

Аль-Амморі А.Н.	д.т.н., професор
Бень А.П.	к.т.н., доцент
Литвиненко О.І.	к.т.н., доцент
Мороз Б.І.	д.т.н., професор
Стеценко І.В.	д.т.н., професор
Шерстюк В.Г.	д.т.н., професор

151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Алексєєв М.О.	д.т.н., професор
Лебеденко Ю.О.	к.т.н., доцент
Максимов М.В.	д.т.н., професор
Мацуй А.М.	д.т.н., професор
Омельчук А.А.	к.т.н.
Осадчий С.І.	д.т.н., професор
Полівода О.В.	к.т.н., доцент
Рудакова Г.В.	д.т.н., професор

Інші спеціальності

Дудченко О.М.	к.ф.-м.н., доцент
Кузьмич В.І.	к.ф.-м.н., доцент
Літвінова М.Б.	д.пед.н., к.ф.-м.н., професор

ISSN 2618-0332 (print)
ISSN 2618-0340 (online)

Ministry of Education and Science of Ukraine

Kherson National Technical University

APPLIED QUESTIONS OF MATHEMATICAL MODELLING

V. 7, №2

Recommended for publication by the Academic Council
of Kherson National Technical University
(Minutes No 4 on 26th November 2024)

The journal is included in the scientometric bases, electronic libraries and repositories:
Index Copernicus International, Google Scholar, CiteFactor Academic Scientific Journals,
National Library of Ukraine (Vernadsky).



Publishing House
"Helvetica"
2024

Editorial Board

Editor-in-Chief

Astionenko I.O.

Ph.D., Associate Professor, Associate Professor at the Department of Informatics and Computer Science of Kherson National Technical University

Deputies Editor-in-Chief

Lytvynenko O.I.

Ph.D., Associate Professor, Associate Professor at the Department of Information Technology and Physical and Mathematical Disciplines of the Kherson Educational and Scientific Institute of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding

Rudakova H.V.

Doctor of Engineering Science, Professor, Professor at the Department of Automatization, Robotic Technology and Mechatronics of Kherson National Technical University

Executive Secretary

Omelchuk A.A.

Ph.D., Senior Specialist at the Department of Computer and Information Technologies and Systems of the State Tax University

Members of Editorial Board by Specialties:

Foreign Specialists

Babichev S.A.

Ph.D., Associate Professor (Czech Republic)

Huchek P.Y.

Doctor of Engineering Science,
Associate Professor (Republic of Poland)

113 – Applied Mathematics

Astionenko I.O.

Ph.D., Associate Professor

Hvozdeva I.O.

Doctor of Engineering Science, Professor

Hnatushenko V.V.

Doctor of Engineering Science, Associate Professor

Liashenko V.P.

Doctor of Engineering Science, Professor

Myrhorod V.F.

Doctor of Engineering Science, Associate Professor

Riznyk V.V.

Doctor of Engineering Science, Professor

Smetankina N.V.

Doctor of Engineering Science, Professor

Strelnikova O.O.

Doctor of Engineering Science, Professor

Ugrimov S.V.

Doctor of Engineering Science, Professor

122 – Computer Science

Vanin V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Virchenko H.A.	Doctor of Engineering Science, Professor
Hnatushenko V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Humen O.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Korchynskyi V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Lytvynenko V.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Martyn Ye.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Mostovenko O.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Nesvidomin V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Pylypaka S.F.	Doctor of Engineering Science, Professor
Ustenko S.A.	Doctor of Engineering Science, Professor

126 – Information Systems and Technologies

Al-Ammori A.N.	Doctor of Engineering Science, Professor
Ben A.P.	Ph.D., Associate Professor
Lytvynenko O.I.	Ph.D., Associate Professor
Moroz B.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Stetsenko I.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Sherstiuk V.H.	Doctor of Engineering Science, Professor

151 – Automation and Computer Integrated Technologies

Aleksieiev M.O.	Doctor of Engineering Science, Professor
Lebedenko Y.O.	Ph.D., Associate Professor
Maksymov M.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Matsui A.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Omelchuk A.A.	Ph.D.
Osadchyi S.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Polyvoda O.V.	Ph.D., Associate Professor
Rudakova H.V.	Doctor of Engineering Science, Professor

Other Specialties

Dudchenko O.N.	Ph.D., Professor
Kuz'mich V.I.	Ph.D., Associate Professor
Litvinova M.B.	Doctor of Pedagogical Sciences, Ph.D. (Physics and Mathematics), Professor

ЗМІСТ

М.С. АРСЕНЮК, Д.О. РЕДЧИЦЬ ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ФОРМИ НОСОВОЇ ЧАСТИНИ ВИСОКОШВИДКІСНОГО ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ НА АЕРОДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ.....	11
С.А. БАБІЧЕВ, О.Р. ЯРЕМА АНАЛІЗ СУЧАСНОГО СТАНУ МЕТОДІВ ФОРМУВАННЯ ПІДМНОЖИН ЗНАЧУЩИХ ТА ВЗАЄМНО ЕКСПРЕСОВАНИХ ДАНИХ ЕКСПРЕСІЇ ГЕНІВ.....	26
Н.О. ДУМОВА ANALYSIS OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF AN UNREGULATED OBJECT.....	38
К.В. ДУДКІН, С.С. ДУБРОВСЬКИЙ, В.Ф. ПРОДОВ ЕВОЛЮЦІЙНИЙ ПОШУК З БІНАРНИМ ВІДНОШЕННЯМ ВИБОРУ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ТРУБЧАСТОГО ГАЗОВОГО НАГРІВАЧА З ПРИРОДНИМ РУХОМ ТЕПЛОНОСІЯ.....	44
В.В. ДУМАНСЬКА, О.А. НАЗАРЕНКО, Є.О. ПОГОРСЛОВ ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ПОКРИТТІВ ПІШОХІДНИХ ЗОН ІЗ ФЕМ З ТРЬОМА КЛИНОПОДІБНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ В НИЖНІЙ ОСНОВІ.....	54
Т.С. КАГАДІЙ, А.Г. ШПОРТА, О.В. БІЛОВА, І.В. ЩЕРБИНА, О.Д. ОНОПРІЄНКО ВРАХУВАННЯ ЧАСТКОВОГО ПРОКОВЗУВАННЯ ПІД ЧАС КОНТАКТУ ШТАМПУ З КРИВОЛІНІЙНОЮ АНІЗОТРОПНОЮ ПЛАСТИНОЮ.....	61
Т.Д. КАЮК, Ю.М. СЕЛІН, Ю.В. КУЄВДА ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧ ВИБОРУ АЛЬТЕРНАТИВ З ВИКОРИСТАННЯМ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ВАРТІСНОГО АНАЛІЗУ.....	76
V.A. KIOSAK, V.F. ISAIIEV, V.V. FEDORENKO, A.YU. GRIDASOV CHANGE IN THE STATE AIR IN THE ROOM UNDER THE INFLUENCE OF HEAT, WATER VAPOUR AND CO ₂ EMITTED BY THE HUMAN MODEL AND THE SUPPLY AND EXHAUST VENTILATION UNIT.....	89
О.С. МАЗМАНІШВІЛІ, М.Г. РЕШЕТНЯК МОДЕЛЮВАННЯ ТРАЄКТОРІЙ ЕЛЕКТРОНІВ У ЗБУРЕНОМУ ВИПАДКОВИМИ ЗАВАДАМИ МАГНІТНОМУ ПОЛІ МАГНЕТРОННОЇ ГАРМАТИ.....	100
М.С. МІХАЙЛОВА, В.І. ДУБРОВІН, Ю.В. ТАРАСОВА ЗАСТОСУВАННЯ ОБРОБКИ ЗОБРАЖЕНЬ ТА ВЕЙВЛЕТ-АНАЛІЗУ ДЛЯ ВИДІЛЕННЯ ПРОФІЛІВ ХВИЛЯСТОСТІ ТА ШОРСТКОСТІ ПРОФІЛОГРАМ МЕТАЛЕВИХ ПОВЕРХОНЬ.....	109
С.А. НЕЧИПОРУК НАБЛИЖЕНИЙ МЕТОД МАКСИМАЛЬНОЇ ВИРОГІДНОСТІ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ ДВОПОРОГОВОГО ПРОЦЕСУ ОРНШТЕЙНА-УЛЕНБЕКА.....	117
С.І. ОСАДЧИЙ, Б.О. ГАВРИЛЮК, Г.С. ТИМОШЕНКО, В.А. ЗОЗУЛЯ КОМП'ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНА СИСТЕМА ІМІТАЦІЇ РУХІВ НОСІЯ АВІОНІКИ В ЛАБОРАТОРНИХ УМОВАХ.....	125
Є.В. ПАТРАШКУ, В.А. КІОСАК ПРО ІНСОЛЯЦІЮ ТА ДЕННЕ ОСВІТЛЕННЯ ПРИМІЩЕНЬ.....	141
M.R. PETRYK, D.S. BISHCHAK, M.V. BACHYNSKYI, V.M. BREVUS, V.M. CHYZH, D.M. MYKHALYK ANALYSIS OF INVOLUNTARY MOVEMENTS OF PATIENTS WITH TREMOR SYMPTOMS UNDER THE INFLUENCE OF COGNITIVE INFLUENCES.....	150
В.О. ПОЛЯКОВ ФАЗОВИЙ ПОРТРЕТ ПОДОВЖНЬОГО РУХУ МЕХАНІЧНОЇ ПІДСИСТЕМИ МАГНІТОЛЕВІТУЮЧОГО ПОЇЗДА.....	166
С.В. ПОПЕРЕШНЯК ІНТЕГРАЦІЯ ФІЗИЧНИХ СЕНСОРІВ У ГЕНЕРАЦІЮ ПСЕВДОВИПАДКОВИХ ЧИСЕЛ.....	177
Т.В. РАТУШНЯК, А.А. ОМЕЛЬЧУК, О.В. ГЛАДЧЕНКО, А.В. ХОМ'ЯК, С.М. ХОЦКІНА ІНКЛЮЗИВНИЙ ВЕБДИЗАЙН: СТАНДАРТИ ТА ЦИФРОВІ ІНСТРУМЕНТИ ТЕСТУВАННЯ ДОСТУПНОСТІ ВЕБСАЙТУ.....	189

Т.В. РАТУШНЯК, А.А. ОМЕЛЬЧУК, А.Ю. ГОРБОВИЙ, О.В. ГЛАДЧЕНКО, Я.С. ВИШЕМІРСЬКА ІНДЕКС DESI ЯК МІРА ЦИФРОВОЇ ТРАНСФОРМАЦІЇ У КРАЇНАХ ЄВРОПЕЙСЬКОГО СОЮЗУ.....	207
Д.О. РЕДЧИЦЬ, С.В. МОІСЕЄНКО, Г.Є. ДЕШКО МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АЕРОДИНАМІКИ РОТОРІВ ВЕРТИКАЛЬНО-ОСЬОВИХ ВІТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ УСТАНОВОК НА ОСНОВІ НЕСТАЦІОНАРНИХ РІВНЯНЬ НАВ'Є-СТОКСА.....	221
А.А. САВУЛА, О.А. ЖУЧЕНКО, А.П. КОРОТИНСЬКИЙ, Д.І. БУГАЙ ФІЛЬТРАЦІЯ АУДІОСИГНАЛУ РОБОТИ ПРОМИСЛОВОГО ОБЛАДНАННЯ НА БАЗІ АВТОЕНКОДЕРА.....	232
Л.С. ФОНАР ВЕБДОСТУПНІСТЬ ОСВІТНИХ САЙТІВ: АНАЛІЗ НЕДОЛІКІВ ТА ШЛЯХИ ПОЛІПШЕННЯ.....	242
Н.С. ХАЛІЗЕВ, В.І. ДУБРОВІН, Л.Ю. ДЕЙНЕГА ПРОГНОЗУВАННЯ ПОГОДИ ЗА ДОПОМОГОЮ ЧАСОВИХ РЯДІВ.....	251
Д.М. ШВАЛКОВСЬКИЙ ЕКОЛОГІЧНІ ПРОБЛЕМИ ЯК МОДЕЛІ КВАЗІОДНОВИМІРНИХ ЗАДАЧ ДИФУЗІЇ.....	260
П.М. ЯБЛОНСЬКИЙ, Г.А. ВІРЧЕНКО, М.В. ГРУБИЧ, М.О. ТЕРЕЩУК ЗАСТОСУВАННЯ СПОСОБУ ЗМЕНШЕННЯ СФЕРИ ПРОЄКТНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ НА ПРИКЛАДІ АНАЛІЗУ КОНСТРУКЦІЙНО-ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ПАРАМЕТРІВ ҐРУНТООБРОБНИХ ДИСКІВ....	273
Н.О. ЯРЕЦЬКА, А.О. РАМСЬКИЙ, В.В. МОРОЗ ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ КОНТАКТУ ПРУЖНИХ ПІВПРОСТОРІВ ТА КІЛЬЦЕВОГО ШТАМПА З ПОЧАТКОВИМИ НАПРУЖЕННЯМИ.....	282

CONTENTS

M.S. ARSENIUK, D.O. REDCHYTS NUMERICAL INVESTIGATION OF INFLUENCE OF NOSE PART SHAPE OF A HIGH-SPEED VEHICLE ON AERODYNAMIC CHARACTERISTICS.....	11
S.A. BABICHEV, O.R. YAREMA ANALYSIS OF THE CURRENT STATE OF METHODS FOR SUBSET FORMATION OF SIGNIFICANT AND MUTUALLY EXPRESSED GENE EXPRESSION DATA.....	26
H.O. DYMOVA ANALYSIS OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF AN UNREGULATED OBJECT.....	38
K.V. DUDKIN, S.S. DUBROVSKYI, V.F. IRODOV EVOLUTIONARY SEARCH WITH BINARY CHOICE RELATIONS FOR OPTIMIZATION OF TUBE GAS HEATER WITH NATURAL MOVEMENT OF THE HEAT CARRIER.....	44
V.V. DUMANSKA, O.A. NAZARENKO, E.O. POGORELOV PLANNING OF EXPERIMENTAL RESEARCH OF PEDESTRIAN'S ZONE COVERS MADE OF SPE WITH THREE WEDGE-SHAPED ELEMENTS IN UNDERSIDE SURFACE.....	54
T.S. KAGADIY, A.H. SHPORTA, O.V. BILOVA, I.V. SHCHERBYNA, O.D. ONOPRIENKO ACCOUNTING OF PARTIAL SLIPPING IN CONTACT OF A STAMP WITH A CURVILINEAR ANISOTROPIC PLATE.....	61
T.D. KAIUK, YU.M. SELIN, YU.V. KUIEVDA SOLVING PROBLEMS OF CHOOSING ALTERNATIVES USING BY FUNCTIONAL-COST ANALYSIS.....	76
V.A. KIOSAK, V.F. ISAEV, V.V. FEDORENKO, A.YU. GRIDASOV CHANGE IN THE STATE AIR IN THE ROOM UNDER THE INFLUENCE OF HEAT, WATER VAPOUR AND CO ₂ EMITTED BY THE HUMAN MODEL AND THE SUPPLY AND EXHAUST VENTILATION UNIT.....	89
O.S. MAZMANISHVILI, N.G. RESHETNYAK MODELING OF ELECTRON TRAJECTORIES IN THE MAGNETIC FIELD OF THE MAGNETRON GUN DISTURBED BY RANDOM INTERFERENCE.....	100
M.S. MIKHAILOVA, V.I. DUBROVIN, YU.V. TARASOVA APPLICATION OF IMAGE PROCESSING AND WAVELET ANALYSIS FOR EXTRACTING WAVINESS AND ROUGHNESS PROFILES FROM METALLIC SURFACE PROFILE GRAPHS.....	109
S.A. NECHYPORUK APPROXIMATE MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD FOR ESTIMATING A TWO-THRESHOLD ORNSTEIN-ULENBECK PROCESS.....	117
S.I. OSADCHYI, B.O. GAVRILUKE, H.S. TYMOSHENKO, V.A. ZOZULYA COMPUTER-INTEGRATED SYSTEM FOR IMITATING THE AVIONICS CARRIER MOTIONS IN LABORATORY CONDITIONS.....	125
YE.V. PATRASHKU, V.A. KIOSAK ON INSOLATION AND DAYLIGHTING OF PREMISES.....	141
M.R. PETRYK, D.S. BISHCHAK, M.V. BACHYNSKYI, V.M. BREVUS, V.M. CHYZH, D.M. MYKHALYK ANALYSIS OF INVOLUNTARY MOVEMENTS OF PATIENTS WITH TREMOR SYMPTOMS UNDER THE INFLUENCE OF COGNITIVE INFLUENCES.....	150
V.O. POLYAKOV MAGLEV TRAIN'S MECHANICAL SUBSYSTEM'S LONGITUDINAL MOTION'S PHASE PORTRAIT.....	166
S.V. POPERESHNYAK INTEGRATION OF PHYSICAL SENSORS IN THE GENERATION OF PSEUDO-RANDOM NUMBERS.....	177

T.V. RATUSHNYAK, A.A. OMELCHUK, O.V. HLADCHENKO, A.V. KHOMIAK, S.M. KHOTSKINA INCLUSIVE WEBDESIGN: STANDARDS AND DIGITAL TOOLS FOR WEBSITE ACCESSIBILITY TESTING.....	189
T.V. RATUSHNYAK, A.A. OMELCHUK, A.YU. HORBOVYY, O.V. HLADCHENKO, YA.S. VYSHEMIRSKA INDEX DESI AS A MEASURE OF DIGITAL TRANSFORMATION IN THE COUNTRIES OF THE EUROPEAN UNION.....	207
D.O. REDCHYTS, S.V. MOISEIENKO, H.YE. DESHKO NUMERICAL SIMULATION OF VERTICAL-AXIS WIND TURBINES ROTORS AERODYNAMICS BASED ON UNSTEADY NAVIER-STOKES EQUATIONS.....	221
A.A. SAVULA, O.A. ZUCHENKO, A.P. KOROTYNSKYI, D.I. BUHAI AUDIO SIGNAL FILTERING OF INDUSTRIAL EQUIPMENT BASED ON AUTOENCODER.....	232
L.S. FONAR WEB ACCESSIBILITY OF EDUCATIONAL WEBSITES: ANALYSIS OF SHORTCOMINGS AND IMPROVEMENT STRATEGIES.....	242
N.S. KHALIZEV, V.I. DUBROVIN, L.YU. DEYNEGA WEATHER FORECASTING USING TIME SERIES.....	251
D.M. SHVALIKOVSKYI ECOLOGICAL DISASTERS AS A QUASI-ONE-DIMENSIONAL DIFFUSION PROBLEM.....	260
P.M. YABLONSKYI, G.A. VIRCHENKO, M.V. HRUBYCH, M.O. TERESCHUK APPLICATION OF THE METHOD OF REDUCING THE AREA OF PROJECT SOLUTIONS ON THE EXAMPLE OF THE ANALYSIS OF DESIGN AND OPERATIONAL PARAMETERS OF TILLAGE DISCS.....	273
N.O. YARETS'KA, A.O. RAMSKY, V.V. MOROZ RESEARCH OF THE MATHEMATICAL MODEL OF THE CONTACT OF ELASTIC HALF-SPACES AND A RING STAMP WITH INITIAL STRESSES.....	282

М.С. АРСЕНЮК

Інститут транспортних систем і технологій НАН України

Д.О. РЕДЧИЦЬ

Інститут транспортних систем і технологій НАН України;

Дніпровський державний технічний університет

ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ФОРМИ НОВОЇ ЧАСТИНИ ВИСОКОШВИДКІСНОГО ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ НА АЕРОДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Для дослідження впливу форми носової частини на аеродинамічні характеристики високошвидкісного транспортного засобу застосовують тривимірні нестационарні осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є – Стокса. Для моделювання турбулентності використовували модель турбулентності SST. Розроблено програмно-методичне забезпечення для чисельного моделювання та визначення основних параметрів нестационарного обтікання високошвидкісного транспортного засобу. Чисельне розв'язання системи вихідних рівнянь виконано методом контрольних об'ємів. Блочно-матрична система лінійних алгебраїчних рівнянь неявної схеми розв'язувалася методом мінімізації узагальненої нев'язки (GMRES) з неповним LU-розкладанням ($ILU(k)$) загальної матриці системи як передумовлювання. Наведено результати візуалізації тривимірної течії. Установлено розподіл газодинамічних характеристик обтікання корпусу високошвидкісного транспортного засобу поблизу шляхової структури. Проведено аналіз та визначено вплив довжини, ширини й висоти носової частини на аеродинамічні характеристики високошвидкісного транспортного засобу. Збільшення довжини та висоти зменшує лобовий опір, а збільшення ширини носової частини високошвидкісного транспортного засобу призводить до збільшення коефіцієнта лобового опору. Незалежно від геометричних параметрів носової частини на корпус високошвидкісного транспортного засобу діє негативна підйомна сила, яка притискає корпус до шляхової структури, та позитивний момент тангажу. Збільшення довжини та ширини носової частини, а також висоти її встановлення над колійною структурою призводить до зменшення модуля притиску сили, а також моменту тангажу. Розроблена методика та результати розрахунків можуть бути застосовані при дослідженні зв'язаних задач динаміки та аеродинаміки, оптимізації аеродинамічної форми, а також для вибору конструктивних параметрів високошвидкісного транспортного засобу на надпровідних магнітах, системи підвіски та шляхової структури.

Ключові слова: високошвидкісний транспортний засіб, аеродинаміка, рівняння Нав'є – Стокса, метод контрольного об'єму, аеродинамічні коефіцієнти.

M.S. ARSENIUK

Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine

D.O. REDCHYTS

Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine;

Dniprovsky State Technical University

NUMERICAL INVESTIGATION OF INFLUENCE OF NOSE PART SHAPE OF A HIGH-SPEED VEHICLE ON AERODYNAMIC CHARACTERISTICS

Three-dimensional unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes equations are used to study the influence of the nose shape on the aerodynamic characteristics of a high-speed vehicle. The SST turbulence model was used to simulate turbulence. The software and methodology for numerical modelling and determination of the main parameters of the unsteady flow of a high-speed vehicle was developed. The numerical solution of the system of initial equations is performed by the method of control volumes. The block-matrix system of linear algebraic equations of the implicit scheme was solved by the Generalized minimal residual method (GMRES) with an incomplete LU decomposition ($ILU(k)$) of the total matrix of the system as a preconditioner. The results of three-dimensional flow visualisation are presented. The distribution of the gas-dynamic characteristics of the flow around the body of a high-speed vehicle near the road structure is determined. The distribution of the gas-dynamic characteristics of the high-speed vehicle body flow near the road structure is determined. The influence of the length, width, and height of the nose section on the aerodynamic characteristics of a high-speed vehicle is analysed and determined. An increase in length and height reduces drag, and an increase in the width of the nose of the high-speed vehicle leads to an increase in the coefficient of drag. Regardless of the geometric parameters of the nose section, the body of the high-speed vehicle is subject to

a negative lift force that presses the body against the road structure and a positive pitching moment. An increase in the length and width of the nose section, as well as the height of its installation above the track structure, leads to a decrease in the modulus of the downward force and the pitching moment. The developed methodology and calculation results can be applied to the study of coupled problems of dynamics and aerodynamics, optimisation of aerodynamic shape, as well as to the selection of design parameters of a high-speed vehicle on superconducting magnets, suspension system and track structure.

Key words: high-speed vehicle, aerodynamics, Navier-Stokes equation, control volume method, aerodynamic coefficients.

Постановка проблеми

У сучасному світі є багато різних засобів пересування, як-от літак, автомобіль, корабель, потяг. Для міжміських поїздок на середні дистанції простіше та вигідніше користуватися залізничним транспортом завдяки його доступності та відносній дешевизні. Крім того, серед описаних вище способів пересування потяг є найбезпечнішим. З огляду на прискорення темпів сучасного життя, дедалі більш актуальним завданням стає прискорення поїздок. У цьому плані розвиток сучасних технологій дає змогу вводити в експлуатацію високошвидкісні потяги, які можуть поєднувати зручність і доступність автомобільного або класичного залізничного транспорту та швидкості, порівнянні з авіаційними.

Зі збільшенням швидкості потягів аеродинаміка стає одним із ключових складників загального опору руху. Відповідно, дослідження та поліпшення аеродинаміки дасть змогу підвищити економічність, екологічність, безпеку та швидкість перевезень. Сучасні високошвидкісні потяги, як правило, мають обтічну форму для мінімізації аеродинамічного опору. Проте подолання аеродинамічного опору все ще споживає близько 40–50 % від енергії, що подається на тягові двигуни [1] для типового високошвидкісного потяга.

Аеродинаміці високошвидкісних потягів стали приділяти значну увагу понад три десятиліття тому. Дослідники усього світу здійснювали спроби поліпшити аеродинаміку потягів, щоб зменшити аеродинамічний опір та збільшити стійкість руху потяга на великих швидкостях і при бічних вітрових навантаженнях. Як інструменти дослідження використовували різні методи, починаючи з натурних експериментів, експериментального моделювання в аеродинамічних трубах на масштабних моделях, чисельного моделювання на основі рівнянь Нав'є – Стокса.

Альтернативою системі підвісу потяга «колесо-рейка» може слугувати магнітний підвіс, який отримав практичне застосування в останні кілька десятиліть. При використанні магнітного підвісу немає фізичного контакту потяга зі шляховою структурою і, відповідно, не створюється додатковий опір руху, а підвищені вимоги до точності виконання підвісу та сам принцип роботи забезпечують мінімальні вібрації під час руху.

Для дослідження аеродинаміки транспортних засобів застосовують кілька методів: експериментальні (натурний експеримент та моделювання в аеродинамічній трубі на зменшених моделях), аналітичні (використання аналітичних й інженерних методик, виведених завдяки натурним експериментам) та чисельні (чисельне моделювання на основі рівнянь Нав'є – Стокса). Через свою складність та дорожнечу натурні експерименти не є популярними. Недоліком моделювання на масштабних моделях в аеродинамічній трубі є складність відтворення природних умов у трубі (рухома шляхова структура, відкритий простір навколо потяга), а також необхідність обґрунтування правильності обраних критеріїв подібності. Аналітичні методи є значно дешевшими, проте набагато менш точними. Чисельне моделювання на основі рівнянь Нав'є – Стокса, на відміну від аналітичних методів, дає змогу підвищити точність результатів, проте вимагає великих обчислювальних ресурсів, але, на відміну від масштабованих експериментів, дає змогу поставити завдання максимально наближене до природного. Як порівняти з натурними експериментами, чисельне моделювання дає змогу максимально повно дослідити картину течії у всіх її аспектах, однак для верифікації результатів такого моделювання

за інтегральними характеристиками, бажано використовувати результати натурних та трубних експериментів.

Якщо в середині та кінці ХХ століття чисельне моделювання лише починало розвиватися, то завдяки бурхливому розвитку комп'ютерної техніки наприкінці ХХ та на початку ХХІ століття, значне зростання обчислювальних можливостей дав змогу перейти до чисельного моделювання як до основного методу досліджень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Більшість сучасних робіт із чисельного моделювання аеродинаміки транспортних засобів застосовують спрощені підходи до моделювання турбулентності з метою зменшення обчислювальних витрат. Трьома основними підходами є моделювання на основі осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є – Стокса (RANS) [2], моделювання великими вихорами (LES) [3] і метод відокремлених вихорів (DES) [4]. Дуже перспективним, але витратним у застосуванні є метод прямого чисельного моделювання (DNS).

Є низка повномасштабних досліджень (експериментальних, чисельних, аналітичних) з аеродинаміки потягів, що розглядають аеродинамічний опір потягів, бічний вітер, супутню течію і перепади тиску.

Бейкер [5] провів дослідження з обтікання потяга, використовуючи повномасштабні експерименти. Дані представлені у вигляді осереднених безрозмірних швидкостей ковзання вздовж довжини потяга для низки типів потягів. Це дослідження проводили для підготовки експериментальної бази даних для TSI (Technical Specifications for Interoperability).

У роботі Гер [6] виконано RANS-моделювання обтікання спрощеної моделі провідного вагона German Railway (Deutsche Bahn, DB) InterRegio з кутами riskання від 0° до 90° . Для замикання системи рівнянь RANS використовували k - ϵ модель турбулентності, а чисельний розв'язок отримано методом контрольних об'ємів. Основна мета роботи – дослідити можливості моделювання на основі RANS в аеродинаміці транспортного засобу та проаналізувати великі течії навколо потягів.

Для моделювання обтікання потяга узагальненого вигляду (паралелепіпед з гострими та округленими кряями) Фавр [7] використав метод URANS (розв'язання нестационарних, осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є – Стокса) разом зі стандартною k - ϵ та k - ω SST моделлю турбулентності. Число Рейнольдса, засноване на ширині моделі, було $1,83 \times 10^8$, кут riskання становив 20° .

Крайнович [8] виконав LES-моделювання спрощеної моделі потяга під кутом riskання 90° для $Re = 3 \times 10^5$ (на основі висоти потяга) та на двох різних сітках з 8 та 11,5 мільйонами комірок відповідно. Чисельне розв'язання нестационарних рівнянь Нав'є – Стокса, замкнених за допомогою стандартної моделі турбулентності Смагоринського з підсітковими функціями, отримано на основі методу контрольних об'ємів із центрально-різницевою схемою другого порядку для простору та схемою Кранка – Ніколсона другого порядку для кроку за часом.

У подальшому Геміда та Крайнович [9] провели моделювання обтікання спрощеної моделі потяга, використовуючи метод LES, для дослідження впливу форми носа потяга на розвиток структури течії. Геміда та Крайнович використовували ту ж постановку завдання, що й Крайнович [8], за винятком демпфувальної функції ван Дрїста, яку вони додатково застосували в пристінковій ділянці.

Мета дослідження

Мета роботи – дослідити вплив форми носової частини високошвидкісного транспортного засобу на його аеродинамічні характеристики на прикладі одновагонного потяга на магнітному підвісі.

Постановка завдання

Для чисельного моделювання обтікання високошвидкісного наземного транспортного засобу (далі – ВШНТ) поблизу шляхової структури застосовували тривимірні нестационарні осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є – Стокса у векторно-інтегральній формі. Для замикання вихідної системи рівнянь використовували модель турбулентності $k-\omega$ SST [10]. Система рівнянь записана в дивергентній формі й при заміні дискретним аналогом має властивості збереження маси, імпульсу та енергії з відповідною точністю в кожній розрахунковій точці.

Як початкові умови задавали параметри незбуреного потоку. На нескінченності задавали параметри потоку, що набігає. На поверхні транспортного засобу та на шляховій структурі задавали умови прилипання.

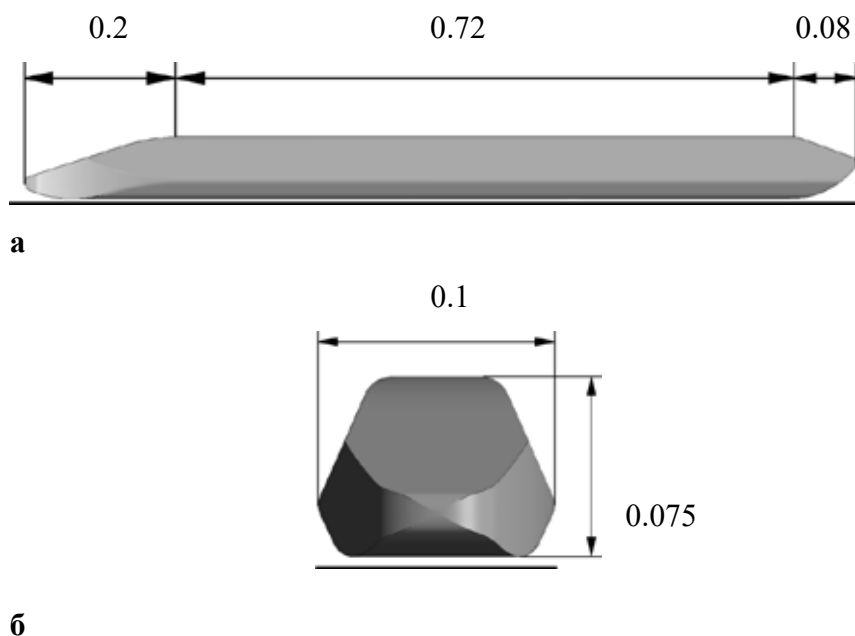


Рис. 1. Зовнішній вид геометрії корпусу ВШНТ: а – вид зліва; б – вид спереду

Чисельний алгоритм

Чисельне розв'язання системи вихідних рівнянь отримано методом контрольних об'ємів. Розрахунки виконано для корпусу ВШНТ із загальними геометричними розмірами, зазначеними на рис. 1. Для проведення чисельного моделювання побудовано гексадральну багатоблочну сітку, що містить 3 млн вузлів. Усі геометричні параметри були знерозмірені за довжиною корпусу. Мінімальний крок сітки становив 5×10^{-7} . Середня товщина в'язкого підшару по корпусу становила $y^+ = 1,5$. Довжина розрахункової ділянки становила 5,5; ширина – 1,85; висота – 0,9. Розрахунки виконані при числі Рейнольдса, що дорівнює $Re = 2 \times 10^8$.

Результати розрахунків

Нижче представлено результати трьох серій обчислювальних експериментів щодо визначення впливу довжини, ширини та висоти носової частини на аеродинамічні характеристики ВШНТ. У першій серії розрахунків довжина носового звуження l змінювалася в межах від 0.04 до 0.2 L (рис. 2 а, б), де L – довжина корпусу ВШНТ. У другій серії ширина носового звуження w змінювалася в межах від 0.2 до 1 W (рис. 2 в, г), де W – ширина корпусу ВШНТ. У третій серії обчислювальних експериментів висота h носової частини над колійною структурою варіювалася в межах від 0.01 до 0.3 H , де H – висота корпусу ВШНТ (рис. 2 д, е).

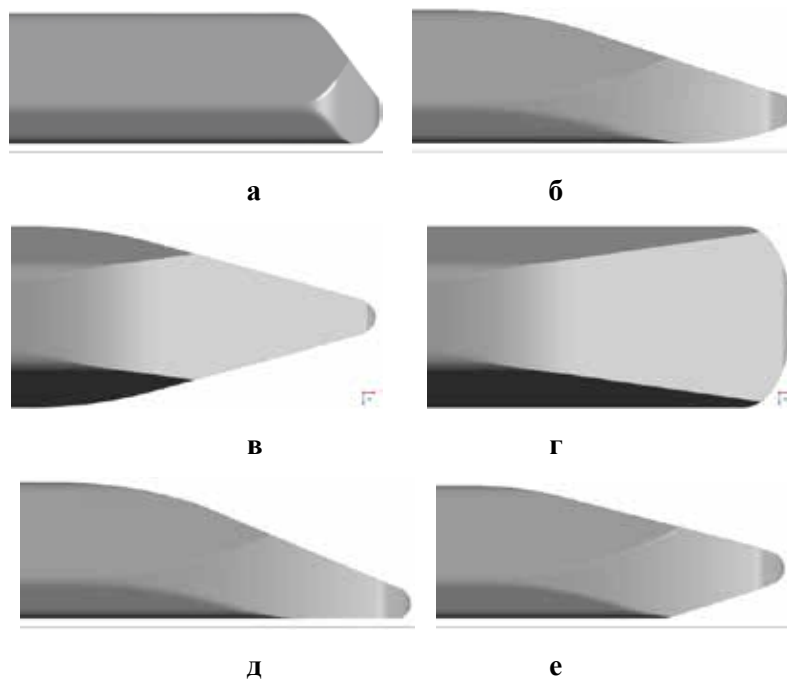


Рис. 2. Геометрія носової частини: а, б – перша серія експериментів, $l=0.04 L$ та $l=0.2 L$, вид справа; в, г – друга серія експериментів, $w=0.2 W$ та $w=1 W$, вид зверху; д, е – третя серія експериментів, $h=0.01 H$ та $h=0.3 H$, вид справа

Вплив довжини носової частини

Візуалізація результатів першої серії розрахунків представлена на рис. 3–6. Результати візуалізації поверхні постійного значення інваріанта швидкості Q , який дорівнює 10 c^2 , наведено на рис. 3 (а, б), миттєвих граничних ліній течії на поверхні корпусу ВШНТ – на рис. 3 (в, г).

Розподіл модуля швидкості в поздовжньому серединному перерізі при $l=0.04 L$ та $l=0.2 L$ представлено відповідно на рис. 4а та 4б. Розподіл тиску в поздовжньому серединному перерізі для крайніх варіантів подовження носової частини наведено на рис. 4в та 4г. Розподіл модуля швидкості в поперечному серединному перерізі при $l=0.04 L$ та $l=0.2 L$ представлено відповідно на рис. 4д та 4е.

Для всіх досліджених довжин носової частини характерна наявність системи поздовжніх вихорів навколо та за корпусом ВШНТ (рис. 3а, 3б). За кормовою частиною під самою крайньою кромкою утворюються два поперечні приєднані вихори із зоною зворотної течії (рис. 3а, 3б, 4а–г). Одразу за поперечними вихорами формується система з двох великих поздовжніх протилежно обертових вихорів, які простягаються далеко вслід за ВШНТ, а також двох менших поздовжніх протилежно обертових вихорів, розташованих між великими поздовжніми вихорами та ближче до путньої структури.

Зі зменшенням довжини носової частини великі поздовжні вихори збільшують свою інтенсивність, зберігаючи масштаби. Два малі поздовжні вихори досить швидко втрачають інтенсивність і масштаб, і чим більша довжина носової частини тим менша довжина малих поздовжніх вихорів (рис. 3).

Над дахом ВШНТ формуються два протилежно обертові вихори, які сходять з верхніх країв носа ВШНТ (рис. 3в, 3г, 4д, 4е). При меншій довжині носової частини верхні поздовжні вихори розходяться трохи в сторони та вище корпусу ВШНТ, і рухаються до задньої частини корпусу, де вони притискаються ближче один до одного, опускаються вниз за корму, при цьому частково затягуються між великих поздовжніх вихорів і відносяться вниз за потоком

паралельно шляховій структурі. При збільшенні довжини носової частини інтенсивність верхніх поздовжніх вихорів також зростає, і вони намагаються притиснутися ближче один до одного над дахом корпусу ВШНТ.

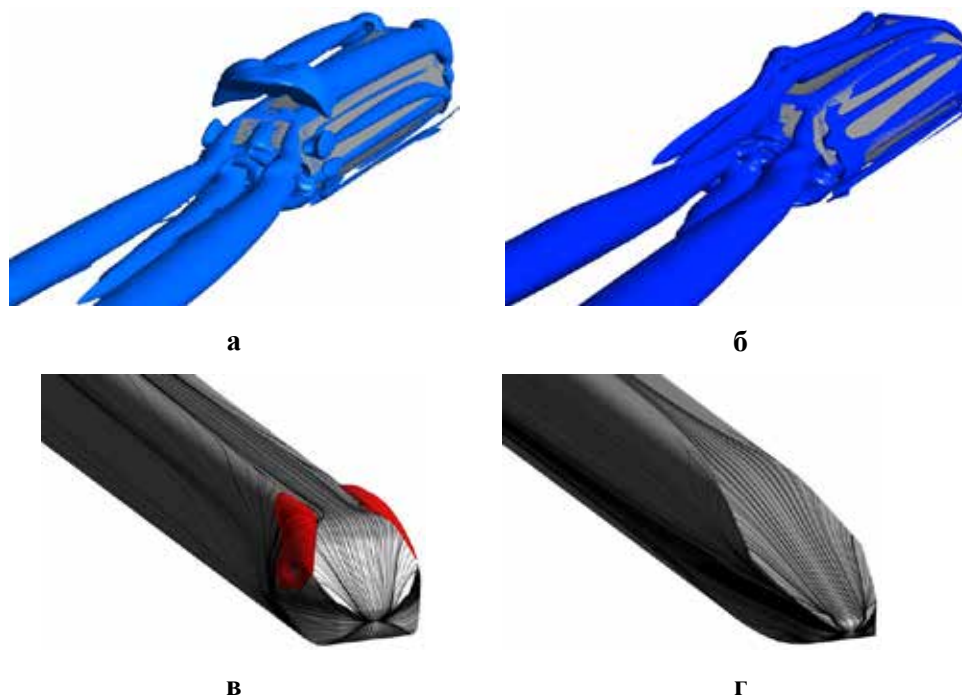


Рис. 3. Візуалізація просторової картини течії поблизу ВШНТ: а, б – ізоповерхня інваріанта швидкості Q для $l=0.04 L$ та $l=0.2 L$ відповідно; в, г – граничні лінії течії на корпусі ВШНТ та ділянка зворотної течії (позначена червоним)

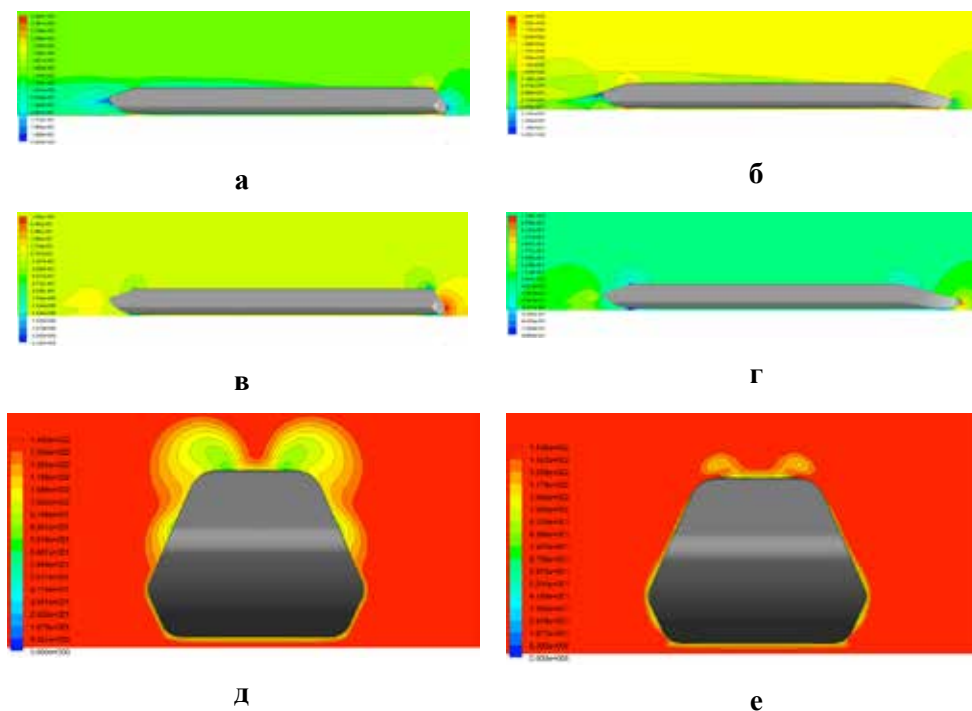


Рис. 4. Ізолінії на січних поверхнях ділянки: а, б – розподіл модуля швидкості в поздовжньому перетині для $l=0.04 L$ та $l=0.2 L$ відповідно; в, г – розподіл тиску в поздовжньому перетині для крайніх значень довжини носової частини; д, е – розподіл модуля швидкості в поперечному перетині

При малих довжинах носової частини ВШНТ за верхніми передніми кромками формується відрив потоку з точкою приєднання потоку, розташованою неподалік від точки відриву (рис. 3в, 3г). Розподіл коефіцієнта тиску в поздовжньому перетині $z = 0$ по корпусу ВШНТ наведено на рис. 5 відповідно для мінімальної (а) та максимальної (б) довжини носової частини. Розподіл коефіцієнта тертя по корпусу ВШНТ представлено на рис. 6. Максимальне значення коефіцієнта тиску на корпусі ВШНТ спостерігається в носовій частині (рис. 5). Два мінімуми значення коефіцієнта тиску спостерігаються на дні під носовою та кормовою частинами ВШНТ. Зменшення довжини носової частини суттєво збільшує модуль коефіцієнта тиску в зоні розриву під носовою частиною ВШНТ.

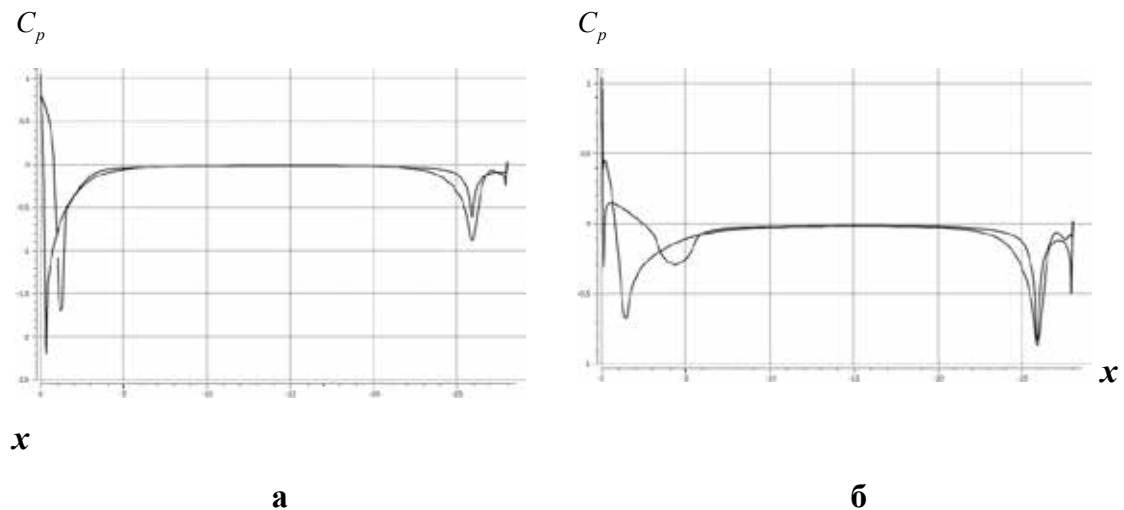


Рис. 5. Розподіл коефіцієнта тиску вздовж корпусу ВШНТ при довжині носової частини: а – $l=0.04 L$; б – $l=0.2 L$

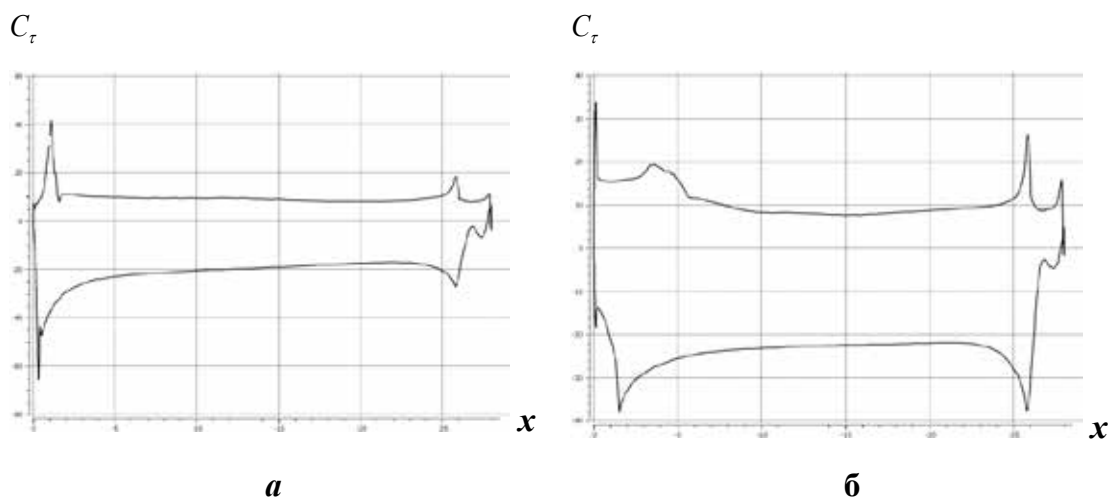


Рис. 6. Розподіл коефіцієнта тертя вздовж корпусу ВШНТ при довжині носової частини: а – $l=0.04 L$; б – $l=0.2 L$

Максимальні за модулем значення коефіцієнта тертя спостерігаються поблизу носової та кормової частин ВШНТ (рис. 6). Зменшення довжини носової частини збільшує модулі значень коефіцієнта тертя поблизу носової частини та зменшує модулі поблизу кормової частини.

Вплив ширини носової частини

Візуалізація результатів другої серії розрахунків представлена на рис. 7, 8. Результати візуалізації миттєвих просторових ліній течії наведені на рис. 7 (а, б), поверхні постійного значення інваріанта швидкості, що дорівнює 10 c^{-2} – на рис. 7 (в, г) миттєвих граничних ліній течії на поверхні корпусу ВШНТ – на рис. 7 (д, е).

Розподіл вертикальної компоненти швидкості w в поперечному серединному перерізі при $w=0.5 \text{ W}$ і $w=3 \text{ W}$ наведено відповідно на рис. 8а і 8б. Розподіл модуля швидкості в поперечному серединному перерізі для крайніх варіантів ширини носової частини представлено на рис. 8в і 8г.

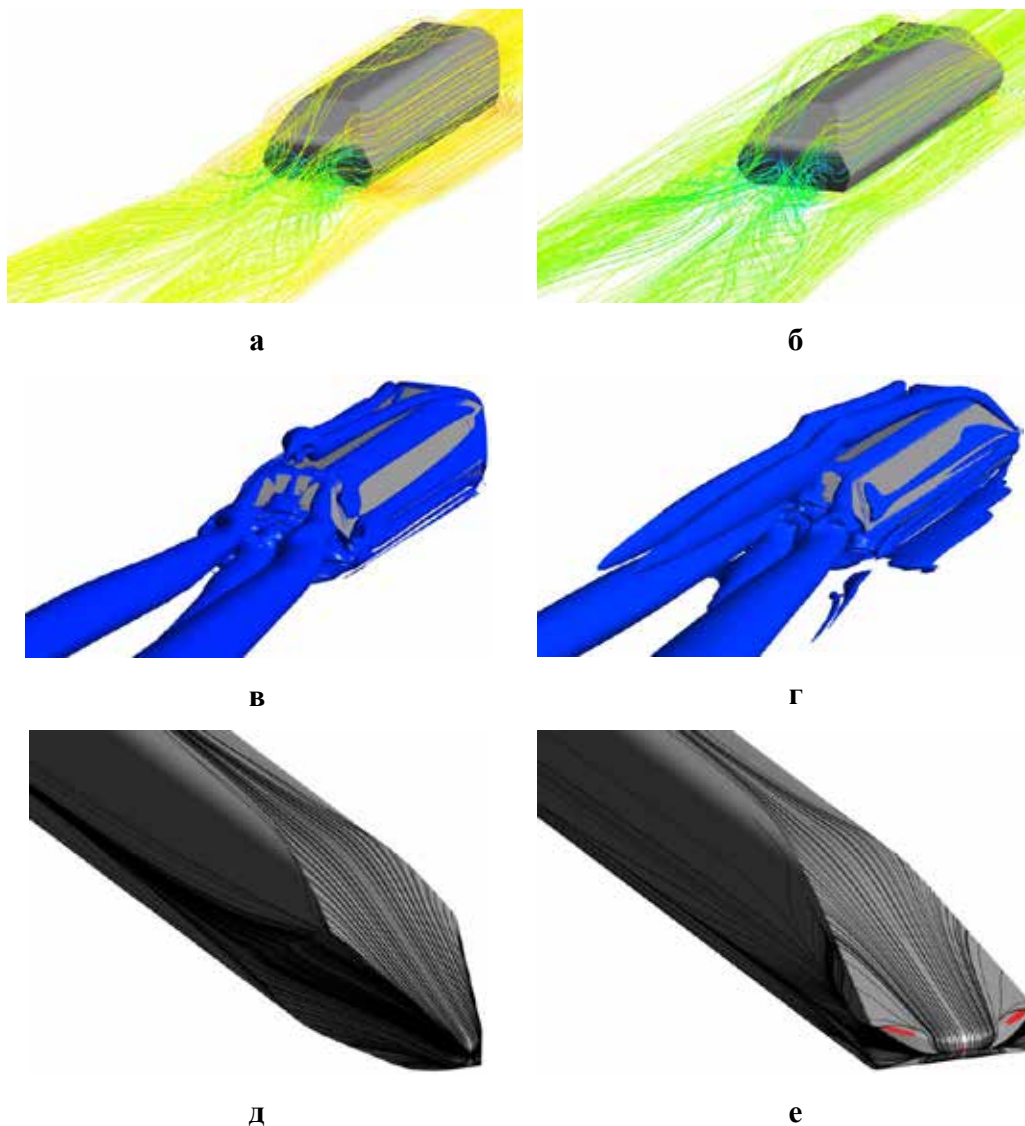


Рис. 7. Візуалізація просторової картини течії поблизу ВШНТ: а, б – миттєві лінії течії для $w=0.2 \text{ W}$ та $w=1 \text{ W}$ відповідно; в, г – ізоповерхня інваріанта швидкості Q ; д, е – граничні лінії течії на корпусі ВШНТ і ділянка зворотної течії (позначена червоним)

Зміна ширини носової частини майже не впливає на масштаб і розташування над дахом верхніх поздовжніх вихорів: зароджуючись на бічних краях носа, до середини корпусу вони притискаються один до одного й рухаються до задньої частини корпусу, ідучи назад за корму, де трохи опускаються й продовжують рухатися паралельно шляховій структурі. При зменшенні ширини носової частини інтенсивність верхніх поздовжніх вихорів також зменшується (рис. 7а,

7в, 8), що призводить до їх швидшого затухання відразу за кормою ВШНТ, тоді як за більшої ширини вони затухають в сліді на відстані порядку однієї довжини корпусу ВШНТ (рис. 7б, 7г).

Більша ширина носової частини змушує потік повітря, який набігає, різко огинати носову частину з боків, що призводить до більшого гальмування потоку поблизу нижніх бокових країв корпусу, а також до віддалення малих нижніх поздовжніх вихорів від корпусу й формування більш широкого турбулентного сліду (рис. 7а–г). Також при більшій ширині різке огинання носа потоком призводить до більшого прискорення й розрідження безпосередньо під носовою частиною ВШНТ (рис. 9). При малій ширині потік, що набігає, плавно обтікає носову частину й більш щільним потоком входить під днище з невеликим прискоренням.

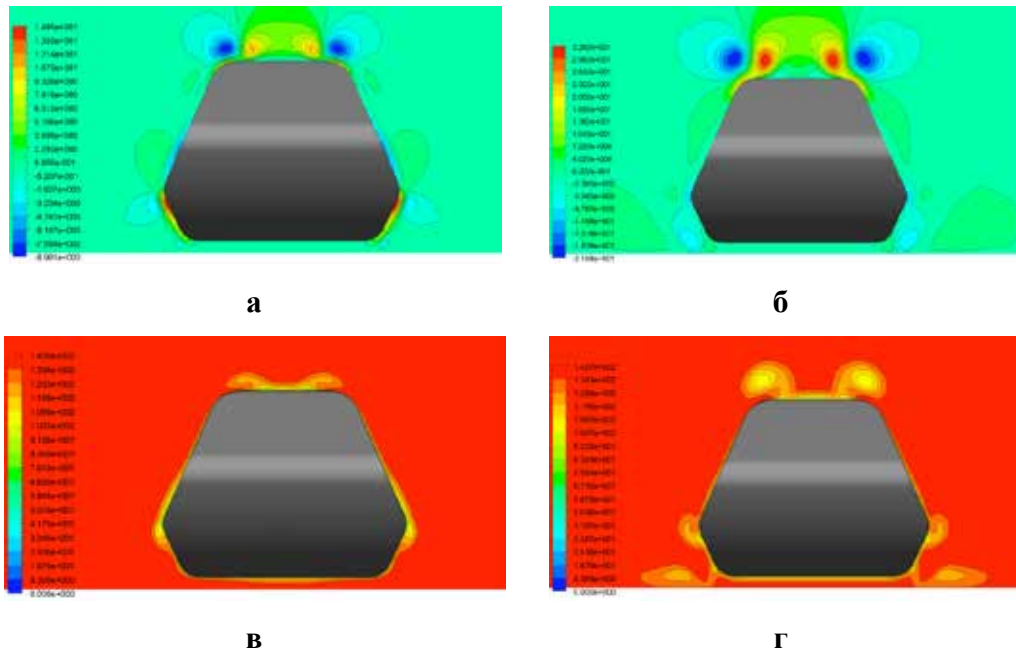


Рис. 8. Ізолінії на поперечному перетині ділянки: а, б – розподіл вертикальної компоненти швидкості для $w=0.2 W$ та $w=1 W$ відповідно; в, г – розподіл модуля швидкості для $w=0.2 W$ та $w=1 W$ відповідно

Зменшення ширини носової частини різко знижує розрідження під носовою частиною. Розподіл коефіцієнта тиску в поздовжньому перерізі $z = 0$ по корпусу ВШНТ наведено на рис. 9 відповідно для мінімальної (а) та максимальної (б) ширини носової частини.

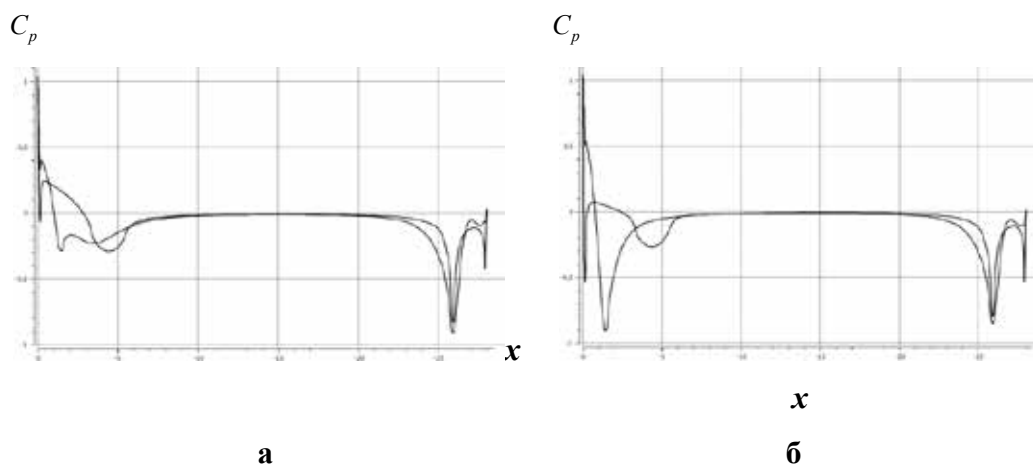


Рис. 9. Розподіл коефіцієнта тиску вздовж корпусу: а – $w=0.2 W$; б – $w=1 W$

Максимальне значення коефіцієнта тиску на корпусі ВШНТ спостерігається в носовій частині (рис. 9). Два мінімуми значення коефіцієнта тиску спостерігаються на днищі під носовою та кормовою частинами ВШНТ. При цьому зменшення ширини носової частини різко зменшує розрідження під носовою частиною.

Вплив висоти носової частини

Візуалізацію результатів третьої серії розрахунків представлено на рис. 10 у вигляді миттєвих просторових ліній струму, миттєвих граничних ліній струму на шляховій структурі під днищем ВШНТ, поверхні постійного значення інваріанта швидкості Q , що дорівнює 10 c^{-2} . Розподіл турбулентної в'язкості в поздовжньому середньому перерізі для крайніх варіантів висоти носової частини представлено на рис. 11а та 11б.

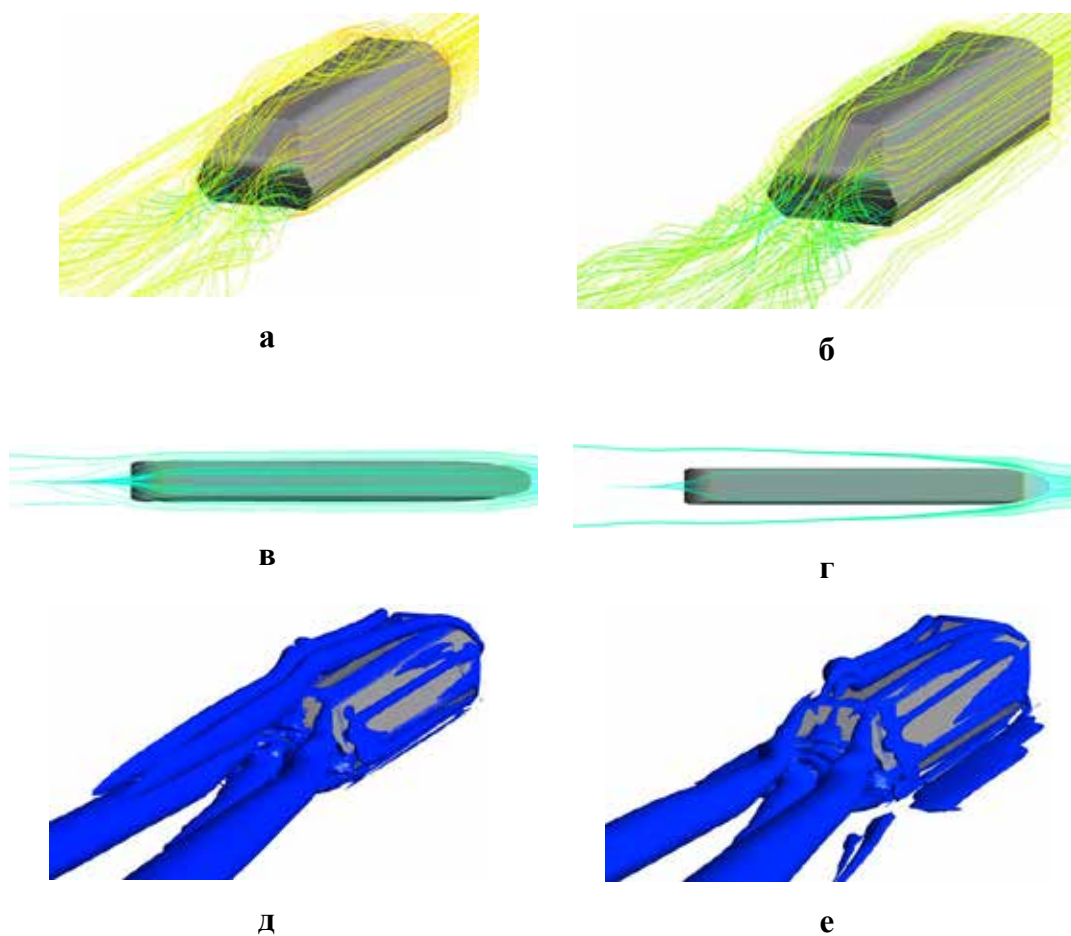


Рис. 10. Візуалізація просторової картини течії поблизу ВШНТ: а, б – миттєві лінії струму навколо корпусу ВШНТ для $h=0.01 H$ та $h=0.3 H$ відповідно; в, г – граничні лінії струму на поверхні шляхової структури під ВШНТ; д, е – ізоповерхня інваріанта швидкості Q

Зміна висоти носової частини майже не впливає на масштаб і розташування над дахом верхніх поздовжніх вихорів. Збільшення висоти носової частини призводить до зменшення інтенсивності верхніх поздовжніх вихорів, що призводить до їх більш швидкого затухання відразу за кормою ВШНТ (рис. 10б, 10г, 10е), тоді як при меншій висоті вони затухають у сліді на відстані порядку однієї довжини корпусу ВШНТ (рис. 10а, 10в, 10д). Зменшення висоти розташування носової частини призводить до збільшення турбулізації верхніх поздовжніх вихорів і вихрового сліду за корпусом ВШНТ (рис. 11). Збільшення висоти носової частини змушує значну частину потоку, що набігає, обтікати знизу й різко огинати її з боків, затікаючи

під днище, що призводить до сильнішого гальмування потоку біля нижніх бокових кромek корпусу та його подальшого розширення в сторони від корпусу, формуючи більш широкий турбулентний слід (рис. 10а–г).

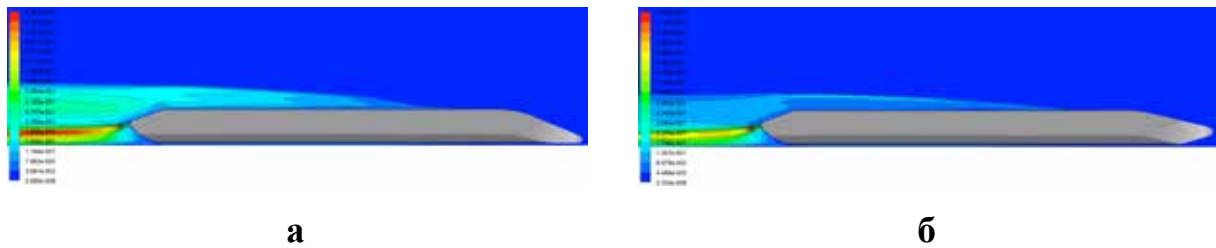


Рис. 11. Розподіл кінетичної енергії турбулентності в поздовжньому перерізі ділянки: а – $h=0.01 H$; б – $h=0.3 H$

При малій висоті носової частини потік повітря більш плавно обтікає носову частину зверху (рис. 10а, 10б). Розподіл коефіцієнта тиску в поздовжньому перерізі $z = 0$ по корпусу ВШНТ наведено на рис. 12 відповідно для мінімальної (а) та максимальної (б) висоти носової частини.

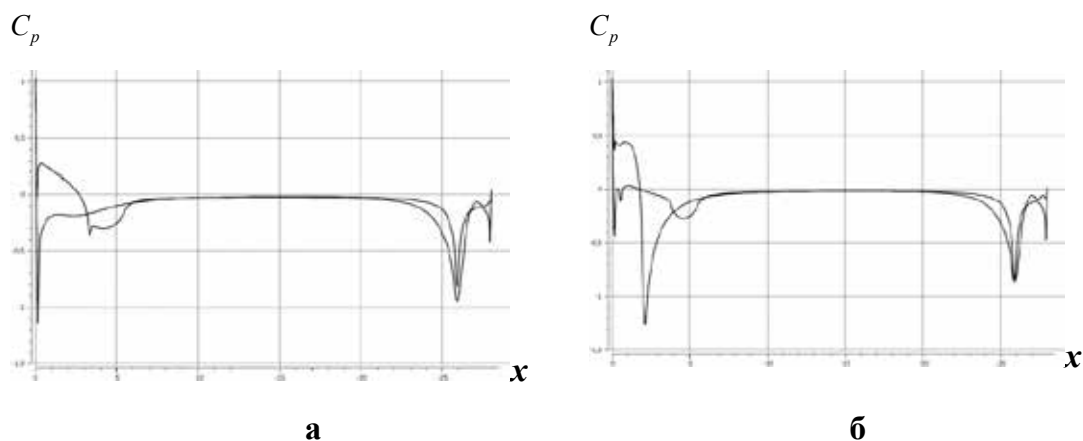


Рис. 12. Розподіл коефіцієнта тиску вздовж корпусу ВШНТ: а – $h=0.01 H$; б – $h=0.3 H$

При збільшенні висоти носової частини ділянка розрідження на вході під днищем відсувається далі по корпусу від носа (рис. 12б), що впливає на коефіцієнт моменту тангажу m_z . Максимальне значення коефіцієнта тиску на корпусі ВШНТ спостерігається в носовій частині (рис. 12). Три мінімуми значення коефіцієнта тиску спостерігаються на днищі під носовою та кормовою частинами ВШНТ, а також на задній верхній кромці корпусу. Залежності аеродинамічних коефіцієнтів C_x (а), C_y (б), m_z (в) від довжини, ширини та висоти носової частини ВШНТ представлені відповідно на рис. 13, 14, 15.

При збільшенні довжини носової частини коефіцієнт лобового опору C_x падає від значення 0.433 до 0.32 (рис. 13а). Зменшення довжини носової частини призводить до збільшення зони підвищеного тиску перед корпусом ВШНТ, а також збільшує площу з максимальним коефіцієнтом тиску на носі ВШНТ, що призводить до збільшення лобового опору. Поява відриву потоку за верхніми кромками носа ВШНТ також збільшує лобовий опір.

Коефіцієнт підйомної сили C_y приймає негативні значення на всьому досліджуваному проміжку довжин носової частини (рис. 13б). При збільшенні довжини носової частини модуль коефіцієнта підйомної сили зменшується від 0.545 до 0.319. Зменшення довжини носової

частини суттєво збільшує модуль коефіцієнта тиску в зоні розрідження під носовою частиною ВШНТ, що призводить до збільшення сили, що притискає.

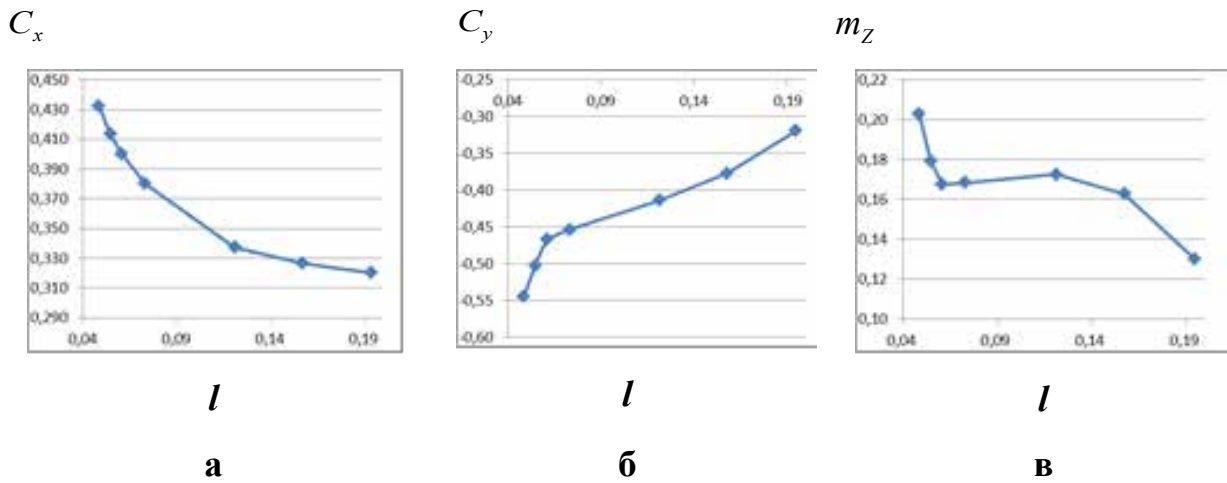


Рис. 13. Залежність аеродинамічних характеристик від довжини носової частини: а – коефіцієнт лобового опору C_x ; б – коефіцієнт підйомної сили C_y ; в – коефіцієнт моменту тангажу m_z

На проміжку довжин носової частини від 0.04 до 0.08 L коефіцієнт моменту тангажу m_z зменшується від 0.2 до 0.168 (рис. 13в). На проміжку до 0.12 L коефіцієнт m_z майже не змінюється, а далі, до довжини 0.2 L, зменшується до 0.13.

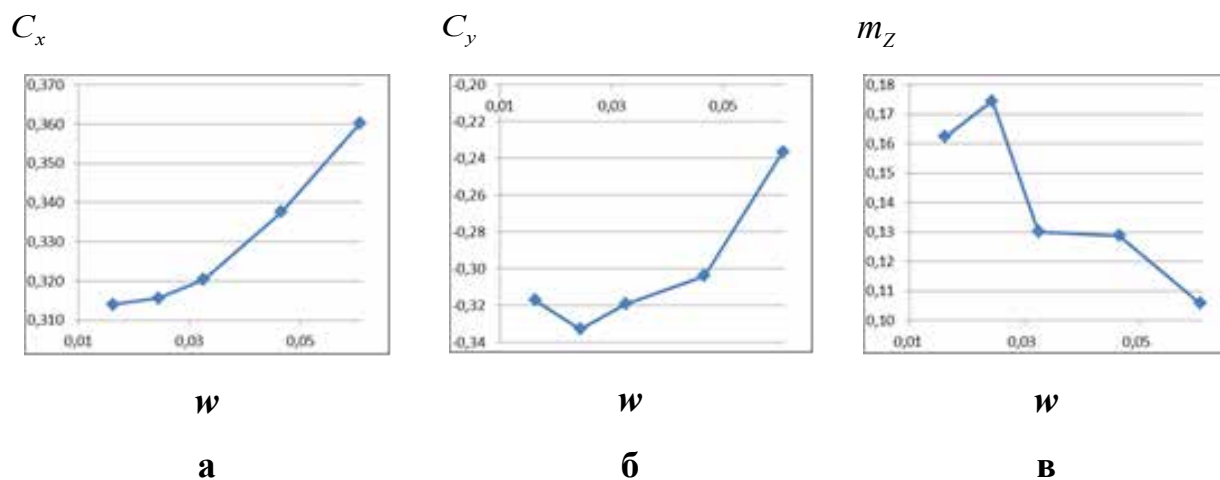


Рис. 14. Залежність аеродинамічних характеристик від ширини носової частини: а – коефіцієнт лобового опору C_x ; б – коефіцієнт підйомної сили C_y ; в – коефіцієнт моменту тангажу m_z

При збільшенні ширини носової частини коефіцієнт лобового опору C_x зростає від 0.314 до 0.36 (рис. 14а). Збільшення ширини носової частини призводить до збільшення площі з максимальним коефіцієнтом тиску на носі ВШНТ, а також до збільшення абсолютних значень коефіцієнта тертя по корпусу, що призводить до збільшення лобового опору.

Коефіцієнт підйомної сили C_y приймає негативні значення на всьому досліджуваному проміжку довжин носової частини. При збільшенні ширини носової частини модуль коефіцієнта підйомної сили зменшується від 0.33 до 0.24 (рис. 14б).

При збільшенні ширини носової частини коефіцієнт моменту тангажу m_z зменшується від 0.17 до 0.11 (рис. 14в).

Зменшення ширини носової частини суттєво знижує ефект прискорення потоку, що входить під днище ВШНТ, зменшуючи розрідження під носовою частиною ВШНТ. Водночас при більшій ширині посилюється вплив розрідження над носовою частиною відразу за носовим затупленням. Збільшення розрідження над носовою частиною та збільшення площі носа має більш сильний вплив, ніж збільшення розрідження під носовою частиною, що при збільшенні ширини носової частини призводить до зменшення сили, що притискає. Водночас зміна ширини носа майже не впливає на розподіл тиску й структуру безпосередньо прилеглих вихорів біля корми ВШНТ. Унаслідок цього дисбалансу впливу на носову й кормову частини, коефіцієнт m_z зменшується при збільшенні ширини носової частини ВШНТ.

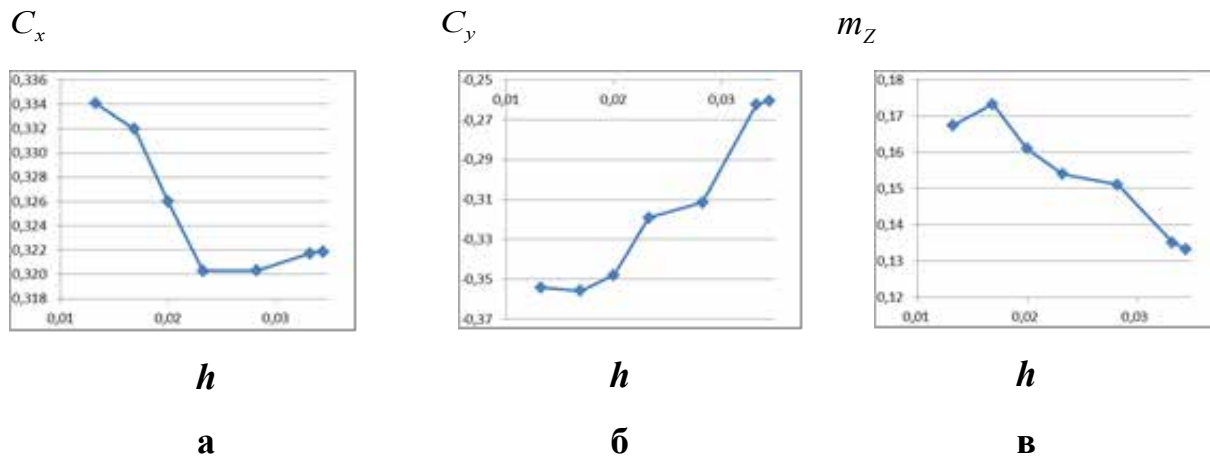


Рис. 15. Залежність аеродинамічних характеристик від висоти носової частини: а – коефіцієнт лобового опору C_x ; б – коефіцієнт підйомної сили C_y ; в – коефіцієнт моменту тангажу m_z

При збільшенні висоти носової частини коефіцієнт лобового опору C_x зменшується від значення 0.33 до 0.32 з незначним збільшенням при максимальній висоті (рис. 15а). Максимальне значення коефіцієнта C_x приймає при мінімальній висоті носової частини як наслідок ускладненого затікання повітря під днище ВШНТ.

Коефіцієнт підйомної сили C_y приймає негативні значення в усьому досліджуваному діапазоні висот носової частини. При збільшенні висоти модуль коефіцієнта підйомної сили зменшується від 0.35 до 0.26 (рис. 15б). Завдяки більш повному обтіканню носової частини як з верхньої, так і з нижньої сторони, підйом носової частини зменшує силу, що притискає.

При збільшенні висоти носової частини коефіцієнт моменту тангажу m_z зменшується від 0.17 до 0.14 (рис. 15в) завдяки зміні картини тиску біля носової частини: на нижній поверхні до днища виявляється більше тиску, а розрідження при прискоренні потоку на вході під днище зсувається трохи далі до корми вздовж осі X .

Висновки

Для розрахунку аеродинамічних характеристик високошвидкісного транспортного засобу застосовували осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є – Стокса. Для моделювання турбулентності використовували модель турбулентності SST. Розроблено програмно-методичне забезпечення для чисельного моделювання та визначення основних параметрів нестационарного обтікання високошвидкісного транспортного засобу. Чисельне розв'язання системи вихідних рівнянь виконано методом контрольних об'ємів. Блочно-матрична система лінійних алгебраїчних рівнянь неявної схеми розв'язувалася методом мінімізації узагальненої нев'язки (GMRES) з неповним LU-розкладанням (ILU(k)) загальної матриці системи як передумовлювання. Наведено результати візуалізації тривимірної течії. Установлено розподіл

газодинамічних характеристик обтікання корпусу високошвидкісного транспортного засобу поблизу шляхової структури. Визначено вплив довжини, ширини та висоти носової частини на аеродинамічні коефіцієнти ВШНТ. Збільшення довжини та висоти зменшує лобовий опір, а збільшення ширини носової частини ВШНТ призводить до збільшення коефіцієнта лобового опору. Незалежно від геометричних параметрів носової частини на корпус ВШНТ діє негативна підйомна сила, яка притискає корпус до шляхової структури, та позитивний момент тангажу m_z . Розроблена методика та результати розрахунків можуть бути застосовані при дослідженні зв'язаних завдань динаміки та аеродинаміки, оптимізації аеродинамічної форми, а також для вибору конструктивних параметрів високошвидкісного транспортного засобу на надпровідних магнітах, системи підвіски та шляхової структури.

Список використаної літератури

1. Orellano A., Sperling S. Aerodynamic Improvements and Associated Energy Demand Reduction of Trains. *The Aerodynamics of Heavy Vehicles II: Trucks, Buses, and Trains*. 2009. V. 41. P. 219–231. https://doi.org/10.1007/978-3-540-85070-0_19.
2. Guilmineau E. Computational study of flow around a simplified car body. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 2008. V. 96. P. 1207–1217. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2007.06.041>.
3. Hemida H., Baker C. Large-eddy simulation of the flow around a freight wagon subjected to a crosswind. *Computers & Fluids*. 2010. V. 39(10). P. 1944–1956. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2010.06.026>.
4. Favre T., Diedrichs B., Efraimsson G. Detached-Eddy simulations applied to unsteady crosswind aerodynamics of ground vehicles. Progress in Hybrid RANS-LES Modelling. *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*. 2010. V. 111. P. 167–177. https://doi.org/10.1007/978-3-642-14168-3_14.
5. Baker C.J., Gilbert T., Jordan S. The validation of the use of moving model experiments for the measurement of train aerodynamic parameters in the open air. Proceedings of the World Congress on Rail Research. 2013.
6. Khier W., Breuer M., Durst F. Flow structure around trains under side wind conditions: a numerical study. *Computer & Fluids*. 2000. V. 29. P. 179–195. [https://doi.org/10.1016/s0045-7930\(99\)00008-0](https://doi.org/10.1016/s0045-7930(99)00008-0).
7. Favre T., Efraimsson G., Diedrichs B. Numerical investigation of unsteady crosswind vehicle aerodynamics using time-dependent inflow conditions. Seventh World MIRA International Vehicle Aerodynamics Conference. 2008. URL: <https://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:kth:diva-11322>.
8. Krajnovic S., Hemida H., Diedrichs B. Time-dependent simulations for the directional stability of high speed trains under the influence of cross winds or cruising inside tunnels. Fluid dynamics applications in ground transportation: Simulation, a primary development tool in the automotive industry. 2005. 9 pp.
9. Hemida H.N., Krajnovic S. Exploring the flow around a generic high-speed train under the influence of side winds using LES. *Fourth International Symposium on Computational Wind Engineering*, Yokohama. 2006. P. 589–592.
10. Menter F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*. 1994. V. 32(8). P. 1598–1605. <https://doi.org/10.2514/3.12149>.

References

1. Orellano, A., & Sperling, S. (2008). Aerodynamic improvements and associated energy demand reduction of trains. In Lecture notes in applied and computational mechanics (pp. 219–231). https://doi.org/10.1007/978-3-540-85070-0_19 [in English].

2. Guilmineau, E. (2007). Computational study of flow around a simplified car body. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 96(6–7), 1207–1217. <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2007.06.041> [in English].
3. Hemida, H., & Baker, C. (2010). Large-eddy simulation of the flow around a freight wagon subjected to a crosswind. *Computers & Fluids*, 39(10), 1944–1956. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2010.06.026> [in English].
4. Favre, T., Diedrichs, B., & Efraimsson, G. (2010). Detached-Eddy simulations applied to unsteady crosswind aerodynamics of ground vehicles. In *Notes on numerical fluid mechanics and multidisciplinary design* (pp. 167–177). https://doi.org/10.1007/978-3-642-14168-3_14 [in English].
5. Baker, C. J., Gilbert, T., & Jordan, S. (2013). The validation of the use of moving model experiments for the measurement of train aerodynamic parameters in the open air. In *Proceedings of the World Congress of Railway Research (WCRR)* [in English].
6. Khier, W., Breuer, M., & Durst, F. (2000). Flow structure around trains under side wind conditions: a numerical study. *Computers & Fluids*, 29(2), 179–195. [https://doi.org/10.1016/s0045-7930\(99\)00008-0](https://doi.org/10.1016/s0045-7930(99)00008-0) [in English].
7. Favre, T., Efraimsson, G., & Diedrichs, B. (2008). Numerical Investigation of Unsteady Crosswind Vehicle Aerodynamics using Time-Dependent Inflow Conditions. *Seventh World MIRA International Vehicle Aerodynamics Conference*. Presented at the 7th MIRA International Vehicle Aerodynamics Conference, Coventry, 22-23 October, 2008. Retrieved from <https://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:kth:diva-11322> [in English].
8. Krajnovic, S., Hemida, H., & Diedrichs, B. (2005). Time-Dependent Simulations for the Directional Stability of High Speed Trains Under the Influence of Cross Winds or Cruising Inside Tunnels. *Fluid Dynamics Applications in Ground Transportation: Simulation, a Primary Development Tool in the Automotive Industry*, 1–9. Retrieved from: http://www.tfd.chalmers.se/~lada/postscript_files/krajnovic_lyon_2005.pdf [in English].
9. Hemida, H., & Krajnovic, S. (2006). Exploring the flow around a generic high-speed train under the influence of side winds using LES. *JWE= Japan Society of Wind Engineering: journal of wind engineering, JAWE: wind engineers, JAWE/ Edited by the Editorial and Public Relations Committee of the Japan Society for Wind Engineering*, 31(3), 589–592 [in English].
10. Menter, F. R. (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8), 1598–1605. <https://doi.org/10.2514/3.12149> [in English].

Арсенюк Михайло Сергійович – провідний інженер відділу нових та нетрадиційних видів транспорту Інституту транспортних систем і технологій НАН України. E-mail: ars_mix@ukr.net, ORCID: 0000-0002-7805-1372.

Редчиць Дмитро Олександрович – д.ф.-м.н., старший науковий співробітник, заступник директора з науково-організаційної роботи Інституту транспортних систем і технологій НАН України; професор кафедри математичного моделювання та системного аналізу Дніпровського державного технічного університету. E-mail: redchits_da@ua.fm, ORCID: 0000-0001-8538-6026.

Arseniuk Mykhailo Serhiiovych – Leading Engineer at the Department of Dynamics And Strength of New Kinds of Transport of the Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine. E-mail: ars_mix@ukr.net, ORCID: 0000-0002-7805-1372.

Redchyts Dmytro Oleksandrovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Senior researcher, Deputy Director for Scientific and Organizational Work of the Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine; Professor at the Department of Mathematical Modelling and System Analysis of the Dniprovsky State Technical University. E-mail: redchits_da@ua.fm, ORCID: 0000-0001-8538-6026.

С.А. БАБІЧЕВ

Університет Яна Евангелиста Пуркіне в Усті на Лабі, Чехія;
Херсонський державний університет

О.Р. ЯРЕМА

Львівський національний університет імені Івана Франка

**АНАЛІЗ СУЧАСНОГО СТАНУ МЕТОДІВ ФОРМУВАННЯ ПІДМНОЖИН
ЗНАЧУЩИХ ТА ВЗАЄМНО ЕКСПРЕСОВАНИХ ДАНИХ ЕКСПРЕСІЇ ГЕНІВ**

У статті здійснено детальний аналіз сучасних підходів до формування підмножин значущих і взаємно експресованих профілів експресії генів, отриманих за допомогою технологій ДНК-мікрочипів та секвенування молекул РНК. Це є важливим аспектом, оскільки високовимірні матриці експресії генів, які створюються в ході таких досліджень, вимагають ефективної обробки для виділення генів, які мають критичне значення для розуміння стану біологічних систем. Сучасні методи кластерного і бікластерного аналізу дають змогу зменшити кількість генів для подальшого дослідження, що є важливим для підвищення точності діагностики та аналізу біологічних процесів. Крім того, використання генної онтології (GO) дає змогу структуровано описати функціональні ролі генів у різних біологічних процесах, молекулярних функціях та клітинних компонентах, що сприяє підвищенню якості обробки даних і дає змогу зосередитися на ключових генах, які відіграють важливу роль у патологічних процесах. У роботі також розглянуто різні етапи передобробки даних, включно з видаленням неекспресованих генів, визначенням диференційно експресованих генів за допомогою інструментів, таких як DESeq2 та EdgeR, і застосуванням мета-аналізу для інтеграції результатів різних досліджень. GO-аналіз дає змогу ефективно знаходити збагачені GO терміни, які пов'язані з функціонально значущими генами, та інтерпретувати отримані результати за допомогою візуалізацій у вигляді графів і схем. Однак важливим викликом залишається стандартизація результатів та їх узгодження між різними дослідницькими групами, що є необхідним для інтеграції даних у єдину діагностичну систему. У статті наголошується на важливості подальшого вдосконалення підходів до аналізу експресії генів та інтеграції даних, що дасть змогу підвищити ефективність досліджень у галузі діагностики захворювань та персоналізованої медицини.

Ключові слова: експресія генів, система діагностики, генна онтологія, ентропія Шеннона, статистичні критерії.

S.A. BABICHEV

Jan Evangelista Purkyně University in Ústí nad Labem, Czech Republic;
Kherson State University

O.R. YAREMA

Ivan Franko National University of Lviv

**ANALYSIS OF THE CURRENT STATE OF METHODS FOR SUBSET FORMATION
OF SIGNIFICANT AND MUTUALLY EXPRESSED GENE EXPRESSION DATA**

The article provides a comprehensive analysis of the modern approaches to forming subsets of significant and mutually expressed genes based on gene expression data obtained through DNA microarray and RNA sequencing technologies. This topic is of particular relevance since the high-dimensional gene expression matrices generated in such studies require effective preprocessing to identify genes that are critical for understanding the biological systems' conditions. Modern clustering and biclustering methods play a vital role in reducing the number of genes for further analysis, thereby improving the accuracy of diagnostics and biological process analysis. Moreover, the use of Gene Ontology (GO) facilitates the structured description of the functional roles of genes in various biological processes, molecular functions, and cellular components. This enhances data processing quality and enables researchers to focus on key genes playing significant roles in pathological processes. The article also addresses different stages of data preprocessing, including the removal of non-expressed genes, the identification of differentially expressed genes using tools like DESeq2 and EdgeR, and the application of meta-analysis to integrate results from multiple studies. GO analysis allows researchers to effectively identify enriched GO terms associated with functionally significant genes and interpret the results through visualizations such as graphs and diagrams. However, one of the key challenges remains the standardization of results and ensuring consistency across various research groups, which is essential for integrating data into a unified diagnostic system. The paper highlights the importance of further enhancing approaches to gene expression analysis and data integration, which will significantly improve the efficiency of bioinformatics research in disease diagnostics and personalized medicine.

Key words: gene expression, diagnostic system, gene ontology, Shannon entropy, statistical criteria.

Постановка проблеми

Проблема формування підмножин значущих генів з великих наборів даних є надзвичайно актуальною в контексті сучасних підходів до персоналізованої медицини. Процес отримання експериментальних даних за допомогою технології ДНК-мікрочипів та секвенування РНК приводить до створення великої високовимірної матриці, де кожен рядок представляє досліджуваний об'єкт, а стовпці відповідають ідентифікаторам генів, значення експресії яких визначають стан об'єктів. Однак після видалення неекспресованих або слабо експресованих генів у наборі даних зазвичай залишаються десятки тисяч генів (близько 10–20 тис.), що значно ускладнює подальший аналіз і обробку. Цей виклик є критичним для розроблення ефективних діагностичних систем і реконструкції генних регуляторних мереж, особливо в межах персоналізованої медицини.

Персоналізована медицина зосереджується на індивідуалізації підходів до лікування кожного пацієнта, зокрема на основі аналізу їхньої генетичної інформації. Велика кількість генів, що вивчаються, ускладнює аналіз, що створює потребу у методах фільтрації та зменшення даних. Сучасні підходи, такі як кластерний і бікластерний аналіз, дають змогу ідентифікувати підмножини значущих генів, які відіграють ключову роль у визначенні станів досліджуваних об'єктів. Ці підмножини формують основу для моделювання стану пацієнтів, прогнозування прогресування захворювань та вибору відповідних методів лікування.

Формування підмножин значущих генів за допомогою методів, таких як аналіз генних онтологій (GO), дає змогу структуровано описати функції генних продуктів у біологічних процесах. Це надає інструменти для глибшого розуміння складних молекулярних механізмів і взаємодій, які лежать в основі патологій. GO-аналіз пропонує стандартизовану термінологію для опису біологічних функцій, що покращує порівнянність результатів між різними дослідженнями і полегшує інтеграцію даних з різних джерел, що є важливим для розроблення діагностичних систем у персоналізованій медицині. Таким чином, розробка методів формування підмножин значущих генів є важливим кроком для підвищення точності та ефективності діагностики на основі геномних даних. Це також закладає основу для інтеграції таких даних у системи прогнозування стану пацієнтів, що є важливим елементом у розвитку підходів до персоналізованого лікування та терапії.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Сучасні дослідження в галузі формування та обробки даних експресії генів зосереджені на розробці ефективних методів ідентифікації значущих генів, які використовуються для діагностики захворювань [1; 2]. Використання технологій ДНК-мікрочипів та RNA-seq дає змогу отримувати високовимірні дані, однак їх обробка є проблематичною через велику кількість генів, які необхідно відфільтрувати для подальшого аналізу. Кластерні та бікластерні методи стали ключовими інструментами для сегментації даних, що дає змогу ідентифікувати групи генів зі схожими патернами експресії [3; 4]. Генна онтологія (GO) широко використовується для функціональної анотації генів, значно підвищуючи точність ідентифікації генів, які відіграють ключові ролі в біологічних процесах та патологіях [5]. Однак проблема об'єднання результатів з різних джерел та стандартизації критеріїв значущості генів залишається невирішеною, що створює виклики в інтеграції даних для створення універсальних діагностичних систем.

Мета дослідження

Метою цього дослідження є аналіз сучасних методів формування підмножин значущих та взаємно експресованих генів з акцентом на вирішенні проблем стандартизації та інтеграції для підвищення точності діагностики на основі експресії генів.

Виклад основного матеріалу дослідження

Формування підмножин значущих генів та їх подальший аналіз є важливим завданням у біоінформатиці та молекулярній біології. Використання генних онтологій (GO) дає змогу структуровано описувати функції продуктів генів, що сприяє глибшому розумінню біологічних процесів, молекулярних функцій та клітинних компонентів. Онтологія, як філософська дисципліна, вивчає природу буття, сутність речей та категорії існування [6]. У контексті інформатики та біоінформатики онтологія описується як формальне представлення знань у певній галузі за допомогою концепцій та взаємозв'язків між ними. Вона забезпечує спільний словник для дослідників та інструменти для інтеграції та аналізу даних. Онтології дають змогу моделювати складні системи та процеси, допомагаючи зрозуміти їхню структуру та функції.

Генна онтологія є одним з найвідоміших та найширше використовуваних інструментів для анотації генів та їхніх продуктів у біології. GO надає структурований словник для опису функцій генів, їхньої участі в біологічних процесах та їхньої локалізації всередині клітини [5; 7]. GO складається з трьох основних компонентів:

- *молекулярна функція*: описує основні дії, які виконують продукти генів на молекулярному рівні, такі як зв'язування або каталіз;
- *біологічний процес*: визначає серію подій або молекулярних функцій, що спільно досягають конкретної біологічної мети, такої як метаболічні процеси або сигнальні шляхи;
- *клітинний компонент*: описує місця всередині клітини, де функціонують гени, такі як органели або макромолекулярні комплекси.

GO була створена у відповідь на необхідність стандартизації термінів, що використовуються для опису продуктів генів та їхніх функцій у різних організмах. Основна мета GO полягає в наданні єдиного словника для опису продуктів генів у будь-якому організмі, що дає змогу покращити порівнянність і аналіз даних у різних дослідженнях. Терміни GO організовані ієрархічно, де кожен посідає чітке місце в деревоподібній структурі, що показує взаємозв'язки між різними термінами (рис. 1) [8]. Це дає змогу не тільки знайти інформацію про конкретний продукт гена, але й зрозуміти, як він взаємодіє з іншими генами та біологічними процесами. Таким чином, GO дає змогу стандартизувати біологічну інформацію та полегшує обмін даними між різними дослідницькими групами, а також інтеграцію даних з різних джерел. Методологія застосування аналізу GO передбачає наявність таких кроків.

1) Збір даних та попередня обробка. Дані можуть бути отримані з RNA-seq або мікрочип-аналізу, які надають інформацію про експресію генів у різних умовах. Нормалізація даних необхідна для усунення технічних варіацій, що можуть вплинути на результати аналізу. Це забезпечує порівняння експресії генів між різними зразками.

2) Визначення диференційно експресованих генів (DEGs). Для визначення диференційно експресованих генів використовуються такі інструменти, як DESeq2 [9] або EdgeR [10]. Вони дають змогу статистично оцінити зміни в експресії генів між контрольними та експериментальними умовами, що дає можливість виявити гени, які показують значущі зміни в експресії під час аналізу різних зразків.

3) Використання мета-аналізу для об'єднання результатів. Мета-аналіз дає змогу об'єднати результати з різних досліджень для підвищення надійності та узагальненості висновків. Для цього можуть бути використані різні методи комбінування р-значень, як-от тести Фішера та Колмогорова-Смірнова, що дають змогу інтегрувати результати з різних досліджень у єдину картину [11].

4) Аналіз генної онтології. GO аналіз включає кілька підходів.

– *Over-Representation Analysis (ORA)*. Цей метод оцінює, чи є певні GO-терміни надмірно представленими у вибраній підмножині генів. Використовуються такі інструменти, як DAVID та Qiagen IPA, які дають змогу оцінити статистичну значущість збагачення GO-термінів у підмножині генів [12].

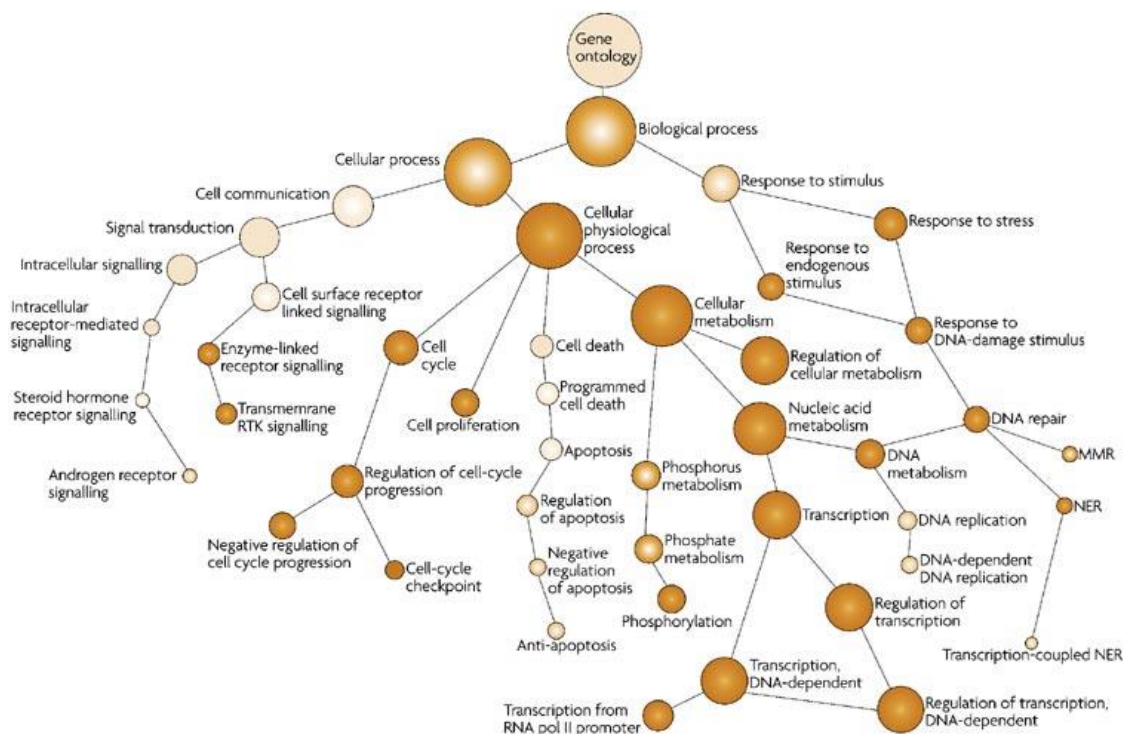


Рис. 1. Ілюстрація графу розподілу GO-термів

– Functional Class Scoring (FCS). Враховує всі гени та використовує методи ранжування, такі як GSEA, для визначення значущих наборів генів. Цей підхід дає змогу виявити, які гени з набору показують найзначущі зміни в експресії, а також як ці зміни впливають на біологічні процеси [11].

– Pathway Topology (PT). Аналізує взаємодії генів у контексті біологічних шляхів. Використовуючи інструменти, такі як Cytoscape та його плагіни, як-от ClueGO, можемо візуалізувати та аналізувати взаємозв'язки між генами та біологічними шляхами [11].

5) Візуалізація та інтерпретація результатів. Результати GO-аналізу часто надаються у вигляді графіків та схем, які показують збагачені GO-терміни та їхні ієрархічні зв'язки. Інструменти, такі як Cytoscape з плагінами ClueGO або EnrichmentMap, допомагають створювати інтерактивні візуалізації, що полегшує інтерпретацію даних та виявлення нових взаємозв'язків між генами [12; 13].

Таким чином, формування підмножин значущих генів з подальшим GO-аналізом є потужним інструментом для дослідження функціональної ролі генів. Використання сучасних методів та інструментів дає змогу глибоко зрозуміти біологічні процеси та виявити нові взаємозв'язки між генами. Цей підхід допомагає не лише у визначенні важливих біологічних механізмів, але й у прогнозуванні нових функцій генів, що може мати значний вплив на подальші дослідження та розроблення терапевтичних стратегій.

На рис. 2 зображено структурну схему покрокової процедури застосування аналізу GO для виділення значущих генів на основі анотації GO.

Як зазначають автори [14], загалом практична реалізація вищенаведеної процедури включає такі етапи.

1) Підготовка даних. На цьому етапі формується список генів, наявних у досліджуваних даних. Далі ці гени анотуються з використанням наявних баз даних, що надають інформацію про їх асоціацію з різними термами GO.

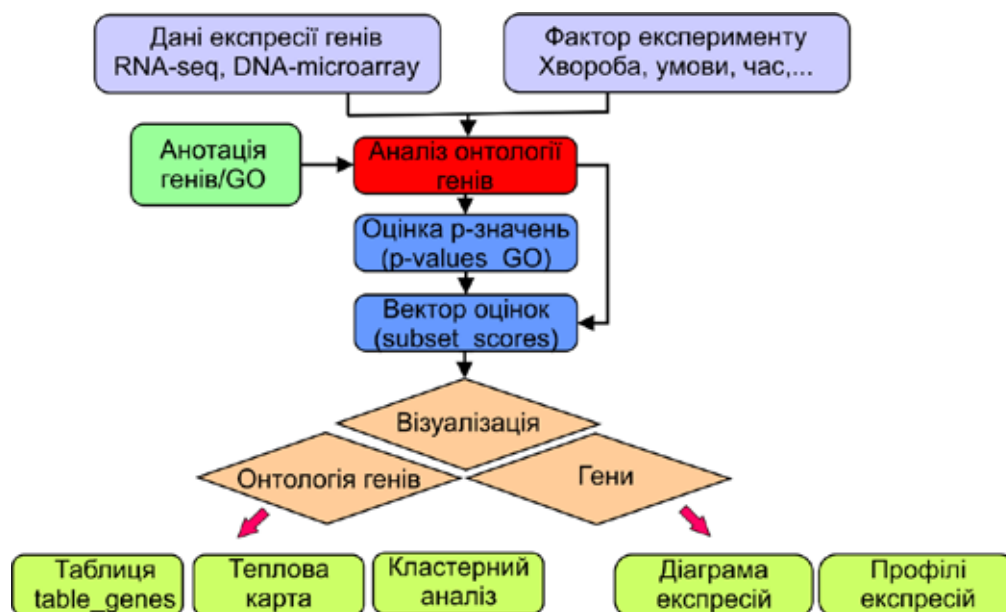


Рис. 2. Структурна схема покрокової процедури застосування аналізу GO для формування підмножини значущих генів

2) Створення об'єкта GO. На цьому етапі створюється об'єкт, який містить інформацію про всі терміни GO та їх взаємозв'язки.

3) Застосування тестової статистики. До даних експресії генів застосовуються статистичні тести для порівняння частоти кожного терму GO в наборі вибраних генів з частотою у фоновому наборі (загальна популяція генів). Зазвичай на цьому етапі використовуються тести ANOVA, Фішера та Колмогорова-Смірнова.

4) Аналіз збагачення термів GO. Оцінюється, чи є певні терми GO надмірно представленими (збагаченими) серед вибраних генів. Також обчислюється р-значення для кожного терму GO, що вказує на ймовірність випадкового отримання такої кількості генів, що відповідають цьому терму.

5) Корекція на множинні порівняння. Оскільки в аналізі GO виконується велика кількість тестів, необхідна корекція для уникнення помилкових позитивних результатів. Зазвичай на цьому етапі застосовувався тест Бенджаміні-Хохберга для корекції р-значень.

6) Інтерпретація та візуалізація результатів. Оцінюються та аналізуються значущі терми GO, які були ідентифіковані як збагачені серед вибраних генів, аналізуються зв'язки між різними термами, створюються мережеві діаграми, що відображають біологічні шляхи або процеси. Візуалізація результатів включає створення мережевих діаграм найбільш збагачених GO термів.

7) Формування списку значущих генів. Створюється підмножина даних експресії генів, що містять значущі за GO гени, для подальшого аналізу та використання у системах діагностики стану об'єктів або реконструкції та моделювання генних регуляторних мереж.

У джерелі [14] автори представили результати моделювання щодо застосування наведеної процедури для формування підмножини значущих генів з подальшою оцінкою ефективності цієї процедури шляхом застосування класифікатора до зразків, що містили як атрибути виділені значущі гени. Процедура моделювання здійснювалася з використанням функцій та модулів пакету *topGO* [15] пакета *Bioconductor* [16] середовища програмування R. Моделювання процесу застосування аналізу GO проводилося з використанням даних експресії генів пацієнтів, хворих на чотири типи ракових захворювань: у 502 пацієнтів було виявлено плоскоклітинну карциному легень (LUSC), у 541 – аденокарциному легень (LUAD), у 542 – нирково-клітинну

карциному (KIRC), у 534 – гліому низького ступеня злякисності мозку (LGG). Дані були отримані за допомогою методу секвенування RNA (RNA-seq) в рамках проєкту “The Cancer Genome Atlas” (TCGA) і доступні на вебсайті проєкту [17]. Початковий набір даних містив 2 119 зразків та 19 947 генів. Після видалення генів, які не експресувалися (мали нульову експресію для всіх зразків), кількість генів скоротилася до 19 043. Анотація генів через порівняння з відповідними ідентифікаторами в базах даних людського геному (з використанням модуля “org.Hs.eg.db”) зменшила кількість генів до 18 930, оскільки не анотовані в базі даних гени були видалені. Результат застосування наведеної процедури на основі аналізу GO привів до зменшення кількості генів до 14 488, при цьому для розділення генів на значущі та незначущі було використано р-значення 0,01, тобто гени вважалися значущими як за тестом Фішера, так і за тестом Колмогорова-Смірнова з ймовірністю 99%. Результати класифікації зразків за результатами досліджень, що представлені у джерелі [14], зображені у табл. 1.

Однак варто зазначити, що кількість генів залишається доволі великою. Крім того, прийняття рішень щодо стану об’єкта на основі великої бази даних містить значний елемент суб’єктивності. Підвищити об’єктивність у цьому разі можна шляхом розпаралелювання процесу обробки інформації за допомогою кластерного або бікластерного аналізу. На кожному рівні значущі гени можна визначати з використанням аналізу GO. Окрім того, дослідження підмножин значущих генів, що відповідають окремим термам GO, враховуючи відповідний біологічний процес (хвороба, що досліджується) також може підвищити об’єктивність отримання результату.

Таблиця 1

Результати класифікації даних на основі значущих генів, виділених із застосуванням аналізу GO [14]

Class	Prediction				Precision	Recall	F1	Accuracy
	kirc	lgg	luad	lusc				
kirc	162	1	1	0	0,988	1,000	0,994	97,6%
lgg	0	159	0	0	1,000	0,994	0,997	
luad	0	0	155	7	0,957	0,957	0,957	
lusc	0	0	6	143	0,960	0,953	0,957	

Застосування аналізу генної онтології на першому етапі передобробки даних експресії генів дає змогу виділити значущі гени, враховуючи тип біологічного організму, при цьому рівень значущості може бути визначений із застосуванням різних статистичних тестів (тести Фішера, Колмогорова-Смірнова тощо). Але слід зазначити, що застосування різних тестів може приводити до неузгоджених результатів. Тому у джерелі [14] авторами запропоновано метод формування підмножин значущих генів на основі комплексного застосування тестів Фішера та Колмогорова-Смірнова. Ген вважався значущим, якщо він ідентифікований як значущий за обома тестами. При цьому кількість значущих генів визначається значенням гіперпараметру алгоритму p-value (ймовірність, що ген не є значущим), яке визначається емпіричним шляхом у процесі моделювання. Більш того, за однакового значення р кількість значущих генів суттєво залежить від якості експериментальних даних і може варіюватися у достатньо широкому інтервалі, що вносить певну суб’єктивність у процес фільтрації даних на етапі їх передобробки.

Аналіз даних експресії генів пацієнтів, що досліджувалися на різні типи ракових захворювань, що складають базу даних, сформовану в рамках TCGA проєкту [17], показав, що у початковому стані дані містять приблизно 60 000 генів. Видалення неекспресованих для всіх зразків генів призводить до зменшення кількості генів приблизно до 25 000. Як показано у джерелі [14], застосування аналізу генної онтології дає змогу скоротити кількість генів приблизно до 19 000, але при цьому кількість генів залишається достатньо великою, що ускладнює процес

подальшої обробки даних. Підвищити ефективність застосування методу фільтрації генів на основі аналізу генної онтології можна шляхом більш ретельного формування даних на попередньому етапі застосування аналізу ГО.

У роботі [18] авторами представлені результати досліджень щодо формування підмножин значущих генів із застосуванням статистичних та ентропійних критеріїв, при цьому остаточне рішення щодо рівня значущості гена ухвалювалось на основі застосування як функції бажаності Харрінгтона, так і моделі нечіткого логічного виводу. На думку авторів, рівень значущості гена визначається на основі комплексного застосування трьох параметрів: максимального значення експресії профіля експресії гена, значення дисперсії та ентропії Шеннона цього профіля. При цьому передбачалося, що більші максимальне значення експресії та дисперсії та менше значення ентропії Шеннона відповідають більш високому рівню значущості цього гена. Визначення границі, що розділяє гени на значущі та незначущі, здійснювалося на основі граничних значень відповідних параметрів за формулою:

$$\{e_{ij}\} = \left\{ \begin{array}{l} \max_{i=1,n} e_{ij} \geq e_{lim}, \text{ and } var(e_j) \geq var_{lim}, \\ \text{and } entr(e_j) \leq entr_{lim} \end{array} \right\}, j = \overline{1, m}, \quad (1)$$

де n – кількість зразків, що досліджуються; m – кількість профілів експресії генів; e_{ij} – значення експресії гена, що відповідає i -му зразку та j -му профілю; e_{lim} , var_{lim} і $entr_{lim}$ – граничні значення експресії, дисперсії та ентропії Шеннона відповідно. Граничні значення у цьому разі визначалися емпіричним шляхом у процесі моделювання, враховуючи приблизну кількість генів, які повинні складати підмножину експериментальних даних для подальшого дослідження.

Проте слід зазначити, що запропонована авторами концепція має значний недолік. Високе значення дисперсії певного профілю експресії гена або низьке значення ентропії Шеннона (за цими критеріями профіль вважається значущим) за умов низьких абсолютних значень експресії генів у всіх досліджуваних об'єктів не гарантує, що цей профіль дійсно є значущим. Це пов'язано з тим, що за абсолютними значеннями експресії він не забезпечує високу точність ідентифікації досліджуваних об'єктів. Таким чином, виникає потреба у визначенні пріоритетності виконання відповідних операцій або через встановлення послідовності їхнього застосування, або через ініціалізацію ваг для кожної операції, при цьому важливо обґрунтувати вибір значення відповідної ваги. У роботі [19] автори представили результати досліджень, присвячених формуванню підмножин профілів експресії генів різного рівня значущості з використанням системи нечіткого логічного виведення. Як експериментальні дані, авторами були застосовані дані експресії генів пацієнтів, що досліджувалися на ранній стадії рака легенів. Дані GSE19188 були взяті з доступної бази даних “Gene Expression Omnibus” [20] і містили дані експресії генів 156 пацієнтів, з яких 65 були ідентифіковані за результатами клінічних досліджень як здорові, а у 91 була ідентифікована ракова пухлина у початковій стадії. У початковому стані дані містили 54 675 профілів експресії генів. У цьому дослідженні пріоритетність певних операцій враховується під час створення бази нечітких правил, яка є основою нечіткої моделі. Діапазон зміни значень вхідних параметрів у запропонованій моделі визначається на основі аналізу загальної статистики. Спочатку для кожного профілю обчислюється максимальне значення експресії генів, а потім формується загальна статистика для отриманого вектору максимальних значень, вектору дисперсії профілів експресії генів та ентропії Шеннона. Для створення нечіткої моделі використовувалися міжквантільні інтервали зміни максимальних абсолютних значень, дисперсії та ентропії Шеннона, які були розділені на три інтервали з відповідними термами. Для дисперсії та максимальних значень експресії генів: $0\% \leq x < 25\%$ – «Низьке» (Н); $25\% \leq x < 75\%$ – «Середнє» (С); $x \geq 75\%$ – «Високе» (В). Для ентропії

Шеннона: $x \geq 75\%$ – «Високе» (В); $25\% \leq x < 75\%$ – «Середнє» (С); $x < 25\%$ – «Низьке» (Н). Діапазон варіювання вихідного параметра (значущість профілю) змінювався від 0 до 100 і був поділений на п'ять рівних інтервалів: $0 \leq y < 20$ – «Дуже низьке» (ДН); $20 \leq y < 40$ – «Низьке» (Н); $40 \leq y < 60$ – «Середнє» (С); $60 \leq y < 80$ – «Високе» (В); $80 \leq y \leq 100$ – «Дуже високе» (ДВ). Щодо функцій належності нечітких множин, для вхідних параметрів з термами «Низьке» та «Високе» застосовувалася трапецеїдальна функція належності, а для середнього діапазону (С) – трикутна функція належності. Для всіх підмножин вихідного параметра використовувалися трикутні функції належності. Параметри функцій належності для вхідних критеріїв передбачали коригування під час моделювання з урахуванням розподілу значень експресії генів у досліджуваних експериментальних даних. На рис. 3 зображено покрокову процедуру, що була реалізована в процесі моделювання.



Рис. 3. Структурна схема покрокової процедури формування підмножин профілів експресії генів різного ступеня значущості за статистичними та ентропійними критеріями із застосуванням нечіткої логіки

Результати моделювання показали, що з 54 675 профілів експресії генів тільки 29 були ідентифіковані як «Дуже висока ступінь значущості». З цієї причини групи зі ступенем значущості «Дуже висока» і «Висока» були об'єднані для подальшого моделювання. Як результат, початкова множина профілів експресії генів за ступенем значущості була розділена на чотири підмножини: 16 734 – «Висока (Hg)»; 13 076 – «Середня (Md)»; 13 605 – «Низька (Low)»; 14 240 – «Дуже низька (VLow)». Оцінка адекватності моделі здійснювалася шляхом застосування класифікатора до об'єктів, атрибутами яких були сформовані підмножини профілів експресії генів з подальшою оцінкою результатів класифікації шляхом розрахунку критеріїв якості класифікації (Accuracy, F1-index, Matthews Correlation Coefficient (MCC)) та застосування ROC-аналізу з розрахунком площі під ROC-кривою (AUC). Результати моделювання представлені у табл. 2. Аналіз результатів моделювання дає змогу дійти висновку щодо адекватності запропонованого авторами методу формування підмножин профілів експресії генів на основі системи нечіткого логічного виведення, оскільки значення усіх критеріїв якості класифікації об'єктів позитивно корелюють з рівнем значущості профілів експресії генів.

Таблиця 2

Результати моделювання класифікації об'єктів за даними експресії генів різного ступеня значущості, що отримані з використанням нечіткої логіки

Значущість генів	Критерії якості класифікації об'єктів			
	точність, %	F-індекс	MCC	AUC
Висока	98,4	0,992	0,967	0,999
Середня	93,5	0,967	0,873	0,998
Низька	90,3	0,894	0,801	0,955
Дуже низька	85,5	0,862	0,701	0,950

Однак слід зазначити, що запропонований авторами метод має суттєві недоліки. По перше, висока трудомісткість. Базу правил та значення функцій належності необхідно адаптувати до експериментальних даних, що використовуються на поточному етапі моделювання. Другим суттєвим недоліком є високий рівень суб'єктивізму під час формування бази нечітких правил та налаштуванні нечіткої моделі. Це обмежує застосування запропонованого авторами методу на етапі передобробки даних експресії генів.

У роботі [21] авторами реалізовано інший підхід щодо формування узагальненого показника значущості профілів експресії генів із застосуванням статистичних критеріїв та ентропії Шеннона, що базується на функції бажаності Харрінгтона, яка наразі широко застосовується в різних наукових дослідженнях. Цей метод заснований на такому рівнянні:

$$d = \exp(-\exp(-Y)), \quad (2)$$

де Y – безрозмірний параметр, що варіюється в межах від -2 до 5, а d – приватна бажаність, що відповідає кожному з критеріїв, які використовуються для формування узагальненого показника значущості.

Важливо зазначити, що межі, які визначають крайні інтервали значень бажаності – 0,2 (незадовільно – погано) і 0,8 (добре – відмінно), – є умовними та можуть бути скориговані залежно від характеру змін параметрів, що подаються на вхід моделі. Фіксовані межі $0,37 = 1/e$ (погано – задовільно) і $0,63 = 1 - 1/e$ (добре – відмінно) відповідають точкам перетину функції бажаності. В рамках запропонованої авторами моделі передбачалося, що залежність параметру Y і значень критеріїв, що подаються на вхід моделі, відповідає лінійному закону.

Результати моделювання з розрахунком критеріїв якості класифікації зразків, що представлені у дослідженнях авторів, дають змогу дійти висновку щодо суттєво більш низької ефективності методу на основі функції бажаності Харрінгтона порівняно з моделлю на основі системи нечіткого логічного виведення. За граничного значення узагальненого показника 0,04, що розділяв значущі та незначущі профілі експресії генів, з 54 675 було виділено тільки 9 630 профілів. Точність класифікації зразків дорівнювала 91,9%, що значно менше, ніж у моделі на основі нечіткої логіки. Цей факт можна пояснити нелінійним характером залежності значень відповідних критеріїв від значення показника Y , що, безумовно, впливає на об'єктивність рішення щодо визначення ступеня значущості відповідного профіля експресії гену.

Висновки

У статті представлено огляд сучасних методів формування підмножин значущих та взаємно експресованих генів, зосереджений на покращенні якості даних експресії для подальшого аналізу та їх застосування в системах діагностики. Особливу увагу приділено застосуванню генної онтології (GO) для виділення генів, що беруть участь у ключових біологічних процесах. Використання аналізу GO дає змогу структурувати велику кількість експериментальних даних і підвищити точність у виявленні взаємозв'язків між генами та біологічними процесами.

Розглянуто етапи обробки даних, які включають збір та попередню обробку даних, визначення диференційно експресованих генів, застосування мета-аналізу для об'єднання результатів різних досліджень та візуалізацію результатів. Використання таких методів, як Over-Representation Analysis, Functional Class Scoring, та Pathway Topology, дає змогу покращити точність у відборі значущих генів для подальших досліджень та систем діагностики.

Одним з ключових викликів залишається стандартизація результатів з різних джерел даних, що дасть змогу підвищити точність та узагальненість діагностичних систем. Важливим напрямом майбутніх досліджень є розробка більш точних та надійних методів для формування підмножин значущих генів, які сприяють кращому розумінню біологічних процесів

і, відповідно, удосконаленню терапевтичних підходів. Таким чином, стаття підкреслює важливість інтеграції сучасних біоінформаційних методів для досягнення більшої точності у діагностиці на основі експресії генів, що є важливим компонентом персоналізованої медицини.

Список використаної літератури

1. Green H. RNA Processing. *Cold Spring Harbor Perspectives in Biology*. 2017. Vol. 9 (5). Art. no. a032425.
2. Wang Z., Gerstein M., Snyder M. RNA-Seq: A revolutionary tool for transcriptomics. *Nature Reviews Genetics*. 2019. Vol. 10 (1). P. 57–63.
3. Bolstad B.M., Irizarry R.A., Astrand M., Speed T.P. A Comparison of Normalization Methods for High-Density Oligonucleotide Array Data Based on Variance and Bias. *Bioinformatics*. 2023. Vol. 19. P. 185–193.
4. Qin S., Tang X., Chen Y. et al. mRNA-based therapeutics: powerful and versatile tools to combat diseases. *Signal Trans. and Targeted Therapy*. 2022. Vol. 7 (1). Art. no. 166.
5. Ashburner M., Ball C.A., Blake J.A., et al. Gene ontology: tool for the unification of biology. The Gene Ontology Consortium. *Nature Genetics*. 2000. Vol. 25 (1). P. 25–29.
6. Gruber T.R. A Translation Approach to Portable Ontology Specifications. *Knowledge Acquisition*. 1993. Vol. 5 (2). P. 199–220.
7. The Gene Ontology Consortium. The Gene Ontology resource: enriching a GOld mine. *Nucleic Acids Research*. 2021. Vol. 49 (D1). P. D325–D334.
8. Huntley R.P., Sawford T., et al. Understanding how and why the Gene Ontology and its annotations evolve: the GO within UniProt. *GigaScience*. 2015. Vol. 4 (1). Art. no. 4.
9. Love M.I., Huber W., Anders S. Moderated estimation of fold change and dispersion for RNA-seq data with DESeq2. *Genome Biology*. 2014. Vol. 15. Art. No. 550.
10. Chen Y., Chen L., Lun A.T.L., et al. EDGER 4.0: powerful differential analysis of sequencing data with expanded functionality and improved support for small counts and larger datasets. *bioRxiv*. 2024.
11. Pandey D., Perumal P.O. Improved meta-analysis pipeline ameliorates distinctive gene regulators of diabetic vasculopathy in human endothelial cell (hECs) RNA-Seq data. *PLoS ONE*. 2023. Vol. 18 (11). Art. no. e0293939.
12. Suzi A., James B., Seth C., et al. The Gene Ontology knowledgebase in 2023. *Genetics*. 2023. Vol. 224(1). Art. no. iyad031.
13. Shin M.G., Pico A.R. Using published pathway figures in enrichment analysis and machine learning. *BMC Genomics*. 2023. Vol. 24. Art. no. 713.
14. Babichev S., Korobchynskyi M., Rudenko M., Batenko H. Applying biclustering technique and gene ontology analysis for gene expression data processing. *CEUR Workshop Proceedings*. 2024. Vol. 3675. P. 14–28.
15. Ouma W.Z., Pogacar K., Grotewold E. Topological and statistical analyses of gene regulatory networks reveal unifying yet quantitatively different emergent properties. *PLoS Computational Biology*. 2018. Vol. 14 (4). Art. no. e1006098.
16. Bioconductor: Open source software for Bioinformatics. 2024. July, 29. URL: <https://www.bioconductor.org>.
17. The Cancer Genome Atlas Program (TCGA). National Cancer Institution. Center for Cancer Genomics. 2024. July, 27. URL: <https://www.cancer.gov/ccg/research/genome-sequencing/tcga>.
18. Babichev S., Škvor J. Technique of Gene Expression Profiles Extraction Based on the Complex Use of Clustering and Classification Methods. *Diagnostics*. 2020. Vol. 10 (8). Art. no. 584.
19. Liakh I., Babichev S., Durnyak B., Gado I. Formation of Subsets of Co-expressed Gene Expression Profiles Based on Joint Use of Fuzzy Inference System, Statistical Criteria and

Shannon Entropy. *Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies*. 2023. Vol. 149. P. 25–41.

20. Hou J., Aerts J., den Hamer B., et al. Gene expression-based classification of non-small cell lung carcinomas and survival prediction. *PLoS ONE*. 2010. Vol. 5. Art. no. e10312.
21. Yasinska-Damri L., Babichev S., Spivakovsky A., Lemeshchuk O. Formation and Analysis of Gene Expression Data Based on the Joint Use of Data Mining and Machine Learning Techniques. *CEUR Workshop Proceedings*. 2023. Vol. 3373. P. 87–98.

References

1. Green, H. (2017). RNA Processing. *Cold Spring Harbor Perspectives in Biology*. 9 (5). Art. no. a032425 [in English].
2. Wang, Z., Gerstein, M., & Snyder, M. (2019). RNA-Seq: A revolutionary tool for transcriptomics. *Nature Reviews Genetics*. 10 (1), 57–63 [in English].
3. Bolstad, B.M., Irizarry, R.A., Astrand, M., & Speed, T. P. (2023). A Comparison of Normalization Methods for High-Density Oligonucleotide Array Data Based on Variance and Bias. *Bioinformatics*. 19, 185–193 [in English].
4. Qin, S., Tang, X., & Chen, Y. et al. (2022). mRNA-based therapeutics: powerful and versatile tools to combat diseases. *Signal Trans. and Targeted Therapy*. 7 (1). Art. no. 166 [in English].
5. Ashburner, M., Ball, C.A., & Blake, J.A., et al. (2000). Gene ontology: tool for the unification of biology. The Gene Ontology Consortium. *Nature Genetics*. 25 (1). 25–29 [in English].
6. Gruber, T.R. (1993). A Translation Approach to Portable Ontology Specifications. *Knowledge Acquisition*, 5 (2), 199–220 [in English].
7. The Gene Ontology Consortium. (2021). The Gene Ontology resource: enriching a GOLD mine. *Nucleic Acids Research*. 49 (D1). D325–D334 [in English].
8. Huntley, R.P., & Sawford, T., et al. (2015). Understanding how and why the Gene Ontology and its annotations evolve: the GO within UniProt. *GigaScience*. 4 (1). Art. no. 4 [in English].
9. Love, M.I., Huber, W., & Anders, S. (2014). Moderated estimation of fold change and dispersion for RNA-seq data with DESeq2. *Genome Biology*. 15. Art. no. 550 [in English].
10. Chen, Y., Chen, L., & Lun, A.T.L, et al. (2024). EDGER 4.0: powerful differential analysis of sequencing data with expanded functionality and improved support for small counts and larger datasets. *bioRxiv* [in English].
11. Pandey, D., & Perumal, P.O. (2023). Improved meta-analysis pipeline ameliorates distinctive gene regulators of diabetic vasculopathy in human endothelial cell (hECs) RNA-Seq data. *PLoS ONE*. 18 (11). Art. no. e0293939 [in English].
12. Suzi, A., James, B., & Seth, C., et al. (2023). The Gene Ontology knowledgebase in 2023. *Genetics*. 224 (1). Art. no. iyad031 [in English].
13. Shin, M.G., & Pico, A.R. (2023). Using published pathway figures in enrichment analysis and machine learning. *BMC Genomics*. 24. Art. no. 713 [in English].
14. Babichev, S., Korobchynskyi, M., Rudenko, M., & Batenko, H. (2024). Applying biclustering technique and gene ontology analysis for gene expression data processing. *CEUR Workshop Proceedings*. 3675. 14–28 [in English].
15. Ouma, W.Z., Pogacar, K., & Grotewold, E. (2018). Topological and statistical analyses of gene regulatory networks reveal unifying yet quantitatively different emergent properties. *PLoS Computational Biology*. 14 (4). Art. no. e1006098 [in English].
16. Bioconductor: Open source software for Bioinformatics. (2024). July, 29. Retrieved from: <https://www.bioconductor.org/> [in English].
17. The Cancer Genome Atlas Program (TCGA). National Cancer Institution. Center for Cancer Genomics. (2024). July, 27. Retrieved from: <https://www.cancer.gov/ccg/research/genome-sequencing/tcga> [in English].

18. Babichev, S., & Škvor, J. (2020). Technique of Gene Expression Profiles Extraction Based on the Complex Use of Clustering and Classification Methods. *Diagnostics*. 10 (8). Art. no. 584 [in English].
19. Liakh, I., Babichev, S., Durnyak, B., & Gado, I. (2023). Formation of Subsets of Co-expressed Gene Expression Profiles Based on Joint Use of Fuzzy Inference System, Statistical Criteria and Shannon Entropy. *Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies*, 149, 25–41 [in English].
20. Hou, J., Aerts, J., & den Hamer, B., et al. (2010). Gene expression-based classification of non-small cell lung carcinomas and survival prediction. *PLoS ONE*. 5. Art. no. e10312 [in English].
21. Yasinska-Damri, L., Babichev, S., Spivakovsky, A., & Lemeshchuk O. (2023). Formation and Analysis of Gene Expression Data Based on the Joint Use of Data Mining and Machine Learning Techniques. *CEUR Workshop Proceedings*. 3373. 87–98 [in English].

Бабічев Сергій Анатолійович – д.т.н., професор, професор кафедри інформатики Університету Яна Євангеліста Пуркіне в Усті на Лабі, Чехія; професор кафедри фізики Херсонського державного університету. E-mail: sergii.babichev@ujep.cz, sbabichev@ksu.ks.ua, ORCID: 0000-0001-6797-1467.

Ярема Олег Романович – к.т.н., доцент, доцент кафедри цифрової економіки та бізнес-аналітики Львівського національного університету імені Івана Франка. E-mail: oleh.yarema@lnu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-3736-4820.

Babichev Sergii Anatoliiovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Informatics at Jan Evangelista Purkyně University in Ústí nad Labem, Czech Republic; Professor at the Department of Physics at Kherson State University. E-mail: sergii.babichev@ujep.cz, sbabichev@ksu.ks.ua, ORCID: 0000-0001-6797-1467.

Yarema Oleh Romanovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Digital Economy and Business Analytics at Ivan Franko National University of Lviv. E-mail: oleh.yarema@lnu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-3736-4820.

ANALYSIS OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF AN UNREGULATED OBJECT

The article studies an unregulated object and analyzes the dynamic structure of the object based on a steady-state signal. The first stage of the analysis is associated with general questions: based on a priori data on the object under study, one must first select one of the operator types, choosing functional, differential (ordinary, with a lagging argument with partial derivatives), integral or integro-differential operators. Then we limit the selected operator type. Taking into account more detailed a priori information, we limit ourselves to considering linear or weakly nonlinear operators with constant coefficients. Under such conditions, it is necessary to take into account not only the a priori properties of the analyzed object, but also the preliminary information obtained from the signal. Regularities in the behavior of the signal make it possible to ignore any class of operators as clearly not corresponding to the observed manifestations of the object. The development of methods for finding in a certain class an equation that has a given function as its solution relates to inverse problems of analysis. The direct scheme – to find the movement of an object of known structure under given conditions – has a narrower technical area of direct applications.

In the work, a general and fairly simple principle for describing a signal was formulated and, to some extent, substantiated. According to this basic position, the quantitatively significant and regularly manifested properties of a signal under given observation conditions are linked to each other by a certain dynamic structure of the object. The role of the object's movements, which are less significant under these conditions, as well as the role of the external environment, is reflected in this description by the force $F(t)$, which fluctuates in time and disturbs the dynamic system. The task of analyzing the dynamic structure of an object is reduced to assessing the numerical values of the coefficients $A_0^{(k)}, A_m^{(k)}$. A priori ideas about the dynamic structure of the analyzed object allow us to represent these coefficients in the form of unambiguous expansions, which are described in detail in the article. Based on the numerical processing of the signal $U(t; \mathbf{x})$, the dynamic characteristics of the unregulated object were analyzed.

Key words: dynamic system, trajectory, fluctuation disturbance, shift, correlation, unregulated object.

АНАЛІЗ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕРЕГУЛЬОВАНОГО ОБ'ЄКТА

У статті досліджено нерегульований об'єкт, проаналізовано динамічну структуру об'єкта за сигналом, що встановився. З першим етапом аналізу пов'язані загальні питання: за апріорними даними про досліджуваний об'єкт треба спочатку вибрати один із типів оператора, зупинившись на функціональних, диференціальних (звичайних, з аргументом з приватними похідними, що запізнюється), інтегральних або інтегро-диференціальних операторах. Потім обмежуємо вибраний тип операторів. Ураховуючи детальніші апріорні відомості, обмежуємося розглядом лінійних або слабонелінійних операторів з постійними коефіцієнтами. За таких умов необхідно враховувати не тільки апріорні властивості аналізованого об'єкта, а й попередню інформацію, одержувану із сигналу. Закономірності в поведінці сигналу дають змогу не враховувати якийсь клас операторів як явно не відповідний виявам об'єкта, що спостерігається. Розробка методів відшукування в певному класі рівняння, що має задану функцію своїм розв'язанням, належить до обернених задач аналізу. Пряма схема – знайти за заданих умов рух об'єкта відомої структури – має вузьку технічну сферу безпосередніх додатків.

У роботі сформульовано й певною мірою обґрунтовано загальний і досить простий принцип опису сигналу. Згідно із цим основним положенням спостереження, які кількісно суттєві й що регулярно проявляються за цих умов, властивості сигналу зв'язуються між собою деякою динамічною структурою об'єкта. Роль менш істотних за цих умов рухів об'єкта, як і роль зовнішнього середовища, відображає в цьому описі сила $F(t)$, що обурює динамічну систему, що флукутує в часі. Завдання аналізу динамічної структури об'єкта зводиться до оцінки числових значень коефіцієнтів $A_0^{(k)}, A_m^{(k)}$. Апріорні уявлення про динамічну структуру об'єкта, що аналізується, дають змогу представити ці коефіцієнти у вигляді однозначних розкладів, які докладно описані в статті. З огляду на чисельну обробку сигналу $U(t; \mathbf{x})$, проаналізовано динамічні характеристики нерегульованого об'єкта.

Ключові слова: динамічна система, траєкторія, флуктуаційне збурення, зсув, кореляція, нерегульований об'єкт.

Problem Statement

At the research stage, it is advisable to consider a fairly complex object as unregulated, the connections of which with the external environment can greatly complicate the analysis. When studying an unregulated object, it is of great importance that signals recorded in sufficient detail always not only describe the behavior of the object as a whole, but also bear the “imprints” of individual movements of a large number of its similar microparts [1; 2]. The simplest mathematical model of the formation of the signal $U(t)$ in time t that takes this into account can be given the form of the equation $D_0[U] = F(t)$, where $F(t)$ are small short-correlated Gaussian fluctuations that disturb the steady-state dynamic change in the signal, which occurs according to the equation $D_0[U] = 0$ [1; 3]. The class of operators generating dynamic equations that dynamically approximate the observed manifestations of the analyzed object is determined based on a priori information about the latter, from analogous considerations that take into account the properties of objects, and also from the principle of simplicity of description, expressed in accordance with ideas about the essence of the problem.

Analysis of recent studies and publications

The analysis of dynamic characteristics of established signals is a fundamental task with wide application. Research in this area has been conducted for many decades, and many scientists have made significant contributions to it, such as N. Wiener, A. Kolmogorov, K. Shannon, L. Hume, R. Botha and others. Norbert Wiener's work became the basis for modern methods of analyzing random signals, which are of great importance for the study of established signals. Mathematician Kolmogorov A. is the author of the theory of stationary random processes; his works served as the basis for the mathematical apparatus used to analyze established signals. Claude Shannon's work is fundamental to the analysis of established signals, especially in the context of data transmission. Leonard Hume's ideas about inductive inference have found application in the analysis of established signals, where conclusions are drawn from observations about the properties of the signal-generating system. The work of mathematician Ralph Botha is devoted to the analysis of dynamic systems, including systems with established signals. Research into the dynamic characteristics of an unregulated object opens up new possibilities for developing effective methods for signal processing and solving a wide range of scientific and technical problems.

Purpose of the research

The aim of the study is to analyze the dynamic characteristics of an uncontrolled object near its ω -limit trajectory.

Presentation of the main research material

For different values of the parameters $x_i \in x_i$ ($i = 1, 2, \dots, Q$), which can be described by the notation $\mathbf{x} \equiv (x_1, x_2, \dots, x_Q)$, the signal $U(t; \mathbf{x})$ is recorded during the observation interval $-\frac{\theta}{2} \leq t < \frac{\theta}{2}$ [3]. The dependence of the signal $U(t; \mathbf{x})$ on the parameters \mathbf{x} is dynamic. The values of x_i can be a set of the first natural numbers – this leads to the simplest version of a multidimensional signal

$$U(t; \mathbf{x}) \sim (U_1(t), U_2(t), \dots, U_Q(t)).$$

Let us consider autonomous objects, in whose dynamic equations

$$D_0[U(t; \mathbf{x}); \mathbf{x}] = 0 \tag{1}$$

time t is not explicitly included.

Assuming that the observed changes in the signal are well approximated by the dynamic equation (1), we assume that the intensity of the response of the corresponding dynamic system to the fluctuation disturbance $F(t; x)$ is sufficiently small. According to this, we will assume that internal fluctuations do not take the signal out of the region of the asymptotically stable E-limit trajectory of the dynamic system [3].

If the fluctuations are so small that the representative point of the object during the signal observation interval $(-\Theta/2, \Theta/2)$ practically does not go beyond the boundaries of the circle, then the signal equation takes the form

$$\frac{d\sigma}{dt'} + \sum_{k=1}^{q-1} A_0^{(k)}(t'; x) n_k = F_0(t'; x); \tag{2}$$

$$\frac{dn_m}{dt'} + \sum_{k=1}^{q-1} A_m^{(k)}(t'; x) n_k = F_m(t'; x) \quad (m = 1, 2, \dots, q-1). \tag{3}$$

In this situation, the problem of analyzing the dynamic structure of an object for each value of x after calculating the position of the ω -limit dynamic trajectory $U_0^+(x)$ in the phase space $R_q(x)$ is reduced to estimating the numerical values of the coefficients $A_0^{(k)}, A_m^{(k)}$ ($k, m = 1, 2, \dots, q-1$).

Let us discuss the calculation scheme that allows us to estimate the values of the coefficients $A_0^{(k)}$ in equation (2). Let us rewrite this equation for an arbitrary realization of $U_\gamma(t; x)$ in a more convenient form:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_\gamma}{dt'}(t' + \tau; x) + \sum_{k=1}^{q-1} A_0^{(k)}(t' + \tau; x) n_{k\gamma}(t' + \tau; x) &= F_{0\gamma}(t' + \tau; x) \\ (\gamma = 1, 2, \dots, \Gamma). \end{aligned} \tag{4}$$

Multiplying (4) by $n_{l\gamma}(t'; x), (l = 1, 2, \dots, q-1)$ and introducing the notations

$$\chi_{\Gamma 0l}^{(t'; x)}(\tau) \equiv \frac{1}{\Gamma} \sum_{\gamma=1}^{\Gamma} n_{l\gamma}(t' + \tau; x) \frac{d\sigma_\gamma}{dt'}(t' + \tau; x) \tag{5}$$

$$\eta_{\Gamma kl}^{(t'; x)}(\tau) \equiv \frac{1}{\Gamma} \sum_{\gamma=1}^{\Gamma} n_{l\gamma}(t'; x) n_{k\gamma}(t'; x), \quad \varphi_{\Gamma 0l}^{(t'; x)}(\tau) \equiv \frac{1}{\Gamma} \sum_{\gamma=1}^{\Gamma} n_{l\gamma}(t'; x) F_{0\gamma}(t'; x)$$

we get formulas

$$\chi_{\Gamma 0l}^{(t'; x)}(\tau) + \sum_{k=1}^{q-1} A_0^{(k)}(t' + \tau; x) \eta_{\Gamma kl}^{(t'; x)}(\tau) = \varphi_{\Gamma 0l}^{(t'; x)}(\tau) \quad (l = 1, 2, \dots, q-1), \tag{6}$$

connecting sample correlation functions. The stochastic relationship disappears at shifts exceeding τ_0 , between time-shifted values of the fluctuation disturbance F that refer to the same x [4]. The stochastic relationship between the signal U , as well as its projections A and $n_l (l = 1, 2, \dots, q-1)$, on the one hand, and the force F or its projections $F_m (m = 0, 1, \dots, q-1)$, on the other, disappears when the response precedes the force by a time greater than τ_0 , since the response of the dynamic system to the disturbing force is determined only by the preceding values of the force.

Since

$$\left[\varphi_{\Gamma 0l}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau) \right]^2 = \frac{1}{\Gamma} \left[n_l(t'; \mathbf{x}) F_0(t' + \tau; \mathbf{x}) \right]^2, \tag{7}$$

the coefficients $A_0^{(k)}(t'; \mathbf{x})$ can be estimated in zero approximation by the values $A_0^k(t'; \tau; \mathbf{x})$, based on the approximate formulas

$$\chi_{0l}^{(t' - \bar{\Delta} \mathbf{x})}(\tau) + \sum_{k=1}^{q-1} A_0^{(k)}(t'; \mathbf{x}; \tau) \eta_{kl}^{(t' - \tau; \mathbf{x})}(\tau) = 0, \tag{8}$$

where τ is taken as the shift, which lies within the interval $\tau_0 \leq \tau < \Theta_m(\mathbf{x})$.

To simplify the situation, let us assume that our a priori ideas about the dynamic structure of the analyzed object allow us to represent the sought coefficients in the form of unambiguous expansions

$$A_0^{(k)}(t'; \mathbf{x}) \equiv \sum_{r=1}^R A_0^{(k, r; \mathbf{x})} v_{0r}(t'; \mathbf{x}) \tag{9}$$

in terms of previously known functions. We note that assumption (9) is, in principle, verifiable already because the estimate of the quantities $A_0^{(k)}(t'; \mathbf{x})$, obtained in the zero approximation, based on formulas (8), does not require a priori information of this kind. Substituting equality (9) into equations (6) and setting in the latter $\tau = \tau_p, \tau_p = p\tau_0 \left(p = 1, 2, \dots, P; P \approx \frac{\Theta_M}{\tau_0} \right)$, we obtain to estimate the coefficients $A_0^{(k, r; \mathbf{x})}$ system of equations:

$$\chi_{\Gamma 0l}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau_p) + \sum_{k=1}^{q-1} \sum_{r=1}^R A_0^{(k, r; \mathbf{x})} v_{0r}(t' + \tau; \mathbf{x}) \eta_{\Gamma kl}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau_p) = \varphi_{\Gamma 0l}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau_p), \tag{10}$$

where should I take it $t' = t'_1, t'_1 + P\tau_0, t'_1 + 2P\tau_0, \dots, t'_1 + \mathcal{A}P\tau_0; t'_1 + \mathcal{A}P\tau_0 \approx t'_2; p = 1, 2, \dots, P; kl = 1, 2, \dots, q - 1; r = 1, 2, \dots, R$.

The functions $v_{0r}(t'; \mathbf{x})$ are assumed to be known, the values $\chi_{\Gamma 0l}^{(t'; \mathbf{x})}(t_p)$ and $\eta_{\Gamma kl}^{(t'; \mathbf{x})}(t_p)$ are determined according to (2) from the signal recording. Now, in the right-hand sides of these equations there are stochastically independent quantities for different p . Indeed, for sufficiently large values of Γ , the fluctuations $\varphi_{\Gamma 0l}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau)$ can be considered distributed according to the normal law, and, as is easy to verify by direct substitution, their correlation for different p ($p = 1, 2, \dots, P$) missing:

$$\varphi_{\Gamma 0l}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau') \varphi_{\Gamma 0k}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau') = 0 \quad |\tau' - \tau''| \geq \tau_0. \tag{11}$$

Therefore, starting from system (10), we can estimate the coefficients $A_0^{(k, r; \mathbf{x})}$ using the generally accepted method of finding the minimum of the mean square error [5]. It is the coefficients $A_0^{(k, r; \mathbf{x})}$ that are estimated by the values $\mathcal{A}_0^{(k, r; \mathbf{x})}$ that realize the minimum of the functional

$$\Phi \left(\mathcal{A}_0^{(k, r; \mathbf{x})}; k = 1, 2, \dots, q - 1; r = 1, 2, \dots, R \right) \equiv$$

$$\equiv \sum_{t', p, l} \frac{\left[\chi_{\Gamma 0l}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau_p) + \sum_{k=1}^{q-1} \sum_{r=1}^R \mathcal{A}_0^{(k, r; \mathbf{x})} v_{0r}(t' + \tau_p; \mathbf{x}) \eta_{\Gamma kl}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau_p) \right]^2}{g_{0t'pl}^{(x)}(\mathcal{A}_0^{(k, r; \mathbf{x})}; k=1, 2, \dots, q-1; r=1, 2, \dots, R)}. \tag{12}$$

Included in (12) the expressions

$$g_{0t'pl}^{(x)} \equiv \frac{1}{\Gamma} \sum_{\gamma=1}^{\Gamma} \left[\chi_{0t'\gamma}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau_p) + \sum_{k=1}^{q-1} \sum_{r=1}^R \mathcal{A}_0^{(k, r; \mathbf{x})} v_{0r}(t' + \tau_p; \mathbf{x}) \eta_{kl\gamma}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau_p) \right]^2. \tag{13}$$

where

$$\chi_{0l\gamma}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau) \equiv n_{l\gamma}(t'; \mathbf{x}) \frac{d\sigma_{\gamma}}{dt'}(t' - \tau; \mathbf{x}), \quad \eta_{kl\gamma}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau) \equiv n_{l\gamma}(t'; \mathbf{x}) n_{k\gamma}(t' - \tau; \mathbf{x})$$

estimate the variances of the “fluctuation errors” $\varphi_{(\tau)}^{(t'; \mathbf{x})}$. Finding the values of $\widehat{\mathcal{A}}_0^{(k, r; \mathbf{x})}$ directly by equating to zero the partial derivatives with respect to $\mathcal{A}_0^{(k, r; \mathbf{x})}$ of the function $\Phi_0^{(x)}$ taking into account (13) is a rather cumbersome task.

Its solution can also be found by successive linear approximations, which can be formed as follows: let the values $\mathcal{A}_{0\mu}^{(k, r; \mathbf{x})}$ realize the minimum of the μ -th ($\mu = 1, 2, \dots$) functional $\Phi_{0\mu}^{(x)}$:

$$\Phi_{0\mu}^{(x)} \equiv \sum_{t', p, l} \frac{1}{g_{0\mu-1}^{(x)}(t', p, l)} \left[\chi_{\Gamma 0l}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau_p) + \sum_{k=1}^{q-1} \sum_{r=1}^R \mathcal{A}_{0\mu}^{(k, r; \mathbf{x})} v_{0r}(t' + \tau_p; \mathbf{x}) \eta_{\Gamma kl}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau_p) \right]^2, \tag{14}$$

where the values of the error variances $g_{0\mu-1}^{(x)}$ are estimated based on the solution of the previous approximation:

$$g_{0\mu-1}^{(x)}(t', p, l) \equiv \frac{1}{\Gamma} \sum_{\gamma=1}^{\Gamma} \left[\chi_{0l\gamma}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau_p) + \sum_{k=1}^{q-1} \sum_{r=1}^R \widehat{\mathcal{A}}_{0\mu-1}^{(k, r; \mathbf{x})} v_{0r}(t' + \tau_p; \mathbf{x}) \eta_{kl\gamma}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau_p) \right]^2. \tag{15}$$

For $\mu = 1$ the values obtained from (8), (9) should be substituted into expressions (14), (15); finally, one can simply set $g_{00}^{(x)}(t', p, l) \equiv 1$.

The evaluation of the components $A_m^{(k)}$ of the coefficient matrix of system (3) is carried out similarly. In this case, instead of the random vector $\chi_{\Gamma 0l}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau) (l = 1, 2, \dots, q-1)$, a random matrix $\chi_{\Gamma ml}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau)$ is introduced, where

$$\chi_{\Gamma ml}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau) \equiv \frac{1}{\Gamma} \sum_{\gamma=1}^{\Gamma} n_{l\gamma}(t'; \mathbf{x}) \frac{dn_{m\gamma}}{dt'}(t' + \tau; \mathbf{x}) \quad (l, m = 1, 2, \dots, q-1), \tag{16}$$

and instead of the vector of fluctuation errors $\varphi_{\Gamma 0l}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau) (l = 1, 2, \dots, q-1)$ the matrix $\varphi_{\Gamma ml}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau)$ is introduced, in which

$$\varphi_{\Gamma ml}^{(t'; \mathbf{x})}(\tau) \equiv \frac{1}{\Gamma} \sum_{\gamma=1}^{\Gamma} n_{l\gamma}(t'; \mathbf{x}) F_{m\gamma}(t' + \tau; \mathbf{x}). \tag{17}$$

Conclusions

Thus, based on a sufficiently long and detailed recording of the signal $U(t; \mathbf{x})$ using cumbersome numerical processing, it is possible to estimate the dynamic characteristics of a weakly fluctuating unregulated object (of a fairly general type) near its ω -limit trajectory that does not degenerate into a rest point.

Bibliography

1. Димова Г. О. Методи і моделі упорядкування експериментальної інформації для ідентифікації і прогнозування стану безперервних процесів: монографія. Херсон : Видавництво ФОП Вишемирський В.С., 2020. 176 с.
2. Димова Г. О., Димов В. С. Проекційні методи дослідження обернених задач лінійних динамічних систем. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2019. Том 2 № 1. С. 182–188. <https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-17>.
3. Димова Г. О., Ларченко О. В. Обернені задачі аналізу нерегульованого об'єкта. *Таврійський науковий вісник. Серія: Технічні науки. Херсонський державний аграрно-економічний університет*. Херсон : Видавничий дім «Гельветика», 2022. Вип. 6. С. 37–41. DOI: <https://doi.org/10.32851/tnv-tech.2022.6.5>
4. Димова Г. О. Аналіз динамічної структури об'єкта. *Вісник ХНТУ*. 2022. № 2(81). С. 9–14. DOI: <https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2022.2.1>
5. Думова Н. Dynamic Operator Extraction Method. *Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво*. Луцьк. 2023. № 52. С. 43–47. DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2023-52-05>,

References

1. Dymova, H. O. (2020). *Metody i modeli uporyadkuvannya eksperymental'noyi informatsiyi dlya identyfikatsiyi i prohnozuvannya stanu bezperervnykh protsesiv*: monohrafiya [Methods and models for ordering experimental information for identifying and predicting the state of continuous processes]. Kherson: Publishing house FOP Vyshemyrsky V.S. 176. [in Ukrainian].
2. Dymova, H. O., & Dymov, V.S. (2019). Proektsiyni metody doslidzhennya obrnenykh zadach liniynykh dynamichnykh system [Projection methods of studying inverse problems of linear dynamic systems]. *Applied problems of mathematical modeling*. 2(1). 82–188. DOI: [10.32782/2618-0340-2019-3-17](https://doi.org/10.32782/2618-0340-2019-3-17). [in Ukrainian].
3. Dymova, H., & Larchenko, O. (2022). Oberneni zadachi analizu nerehul'ovanoho ob'yekta [Inverse Problems of Analysis of an Unregulated Object]. *Tavria Scientific Bulletin. Series: Technical Sciences. Kherson State Agrarian and Economic University*. Kherson: Helvetica Publishing House, 6, 37–41. DOI: <https://doi.org/10.32851/tnv-tech.2022.6.5> [in Ukrainian].
4. Dymova, H. (2022). Analiz dynamichnoyi struktury ob'yekta [Analysis of the Dynamic Structure of the Object]. *Bulletin of KhNTU*. 2(81), 9–14. DOI: <https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2022.2.1> [in Ukrainian].
5. Dymova, H. (2023). Dynamic Operator Extraction Method. *Computer-integrated technologies: education, science, production*. Lutsk. 52, 43–47. DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2023-52-05>, [in English].

Dymova Hanna Olehivna – Candidate of Technical Sciences (PhD), Associate Professor at the Department of Management, Marketing and Information Technology of the Kherson State Agrarian and Economic University. E-mail: dymova_g@ksaeu.kherson.ua, ORCID: 0000-0002-5294-1756.

Димова Ганна Олегівна – к.т.н. (PhD), доцент кафедри менеджменту, маркетингу та інформаційних технологій Херсонського державного аграрно-економічного університету. E-mail: dymova_g@ksaeu.kherson.ua, ORCID: 0000-0002-5294-1756.

К.В. ДУДКІН

Коллективне науково-виробниче підприємство «Енергокомплекс»

С.С. ДУБРОВСЬКИЙ, В.Ф. ІРОДОВ

Приватний заклад вищої освіти «Дніпровський технологічний університет «ШАГ»»

ЕВОЛЮЦІЙНИЙ ПОШУК З БІНАРНИМ ВІДНОШЕННЯМ ВИБОРУ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ТРУБЧАСТОГО ГАЗОВОГО НАГРІВАЧА З ПРИРОДНИМ РУХОМ ТЕПЛОНОСІЯ

Розглядається система автономного опалення виробничого підприємств. Для опалення використовують трубчастий газовий нагрівач, який розташовується безпосередньо у виробничому приміщенні. Як паливо використовують природний або зріджений газ. У результаті аналізу досліджень і публікацій показано, що традиційно для інфрачервоних трубчастих газових обігрівачів використовують примусовий рух газоповітряної суміші теплоносія за допомогою припливних або витяжних вентиляторів. Наявність вентиляторів у складі обладнання для опалення збільшує капітальні та експлуатаційні витрати на опалення. Нове технічне рішення – трубчасті газові нагрівачі з природним рухом теплоносія, які не використовують вентилятори. Мета роботи – викласти результати розробки методів математичного моделювання для пошуку оптимальних конструктивних рішень трубчастого газового нагрівача з природним рухом теплоносія. Передбачається, що результати оптимізації дадуть змогу використовувати трубчасті газові нагрівачі з природним рухом теплоносія без вентиляторів у складі обладнання для опалення, що зменшить витрати на обладнання та підвищить надійність обладнання. Представлено математичну модель трубчастого газового нагрівача з природним рухом теплоносія у вигляді нелінійних звичайних диференціальних рівнянь, яка використовує другий закон Кірхгофа на відміну від математичних моделей лінійних трубчастих нагрівачів. Сформульовано задачу оптимізації трубчастих газових нагрівачів за наявності обмежень у вигляді рівності та нерівності. Для розв'язання задач розрахунку та оптимізації трубчастих газових нагрівачів з природним рухом теплоносія застосовувався алгоритм еволюційного пошуку з бінарними відношеннями вибору. Наведене бінарне відношення вибору для розв'язання задач оптимізації трубчастих газових нагрівачів з природним рухом теплоносія. Бінарне відношення вибору містить функцію загальної ефективності трубчастого нагрівача у вигляді коефіцієнта корисної дії та дві функції обмеження. Перша функція обмеження – безрозмірна арифметична втрата тиску по всьому нагрівачу, яка повинна бути нульовою для нагрівача з природним рухом теплоносія; друга – безрозмірний вихід за дозволу температуру зовнішньої поверхні нагрівача. Наведено результати оптимізації та розрахунків режиму роботи нагрівача з природним рухом теплоносія, які свідчать про можливість досягнення значної ефективності.

Ключові слова: математична модель, еволюційний пошук, бінарні відношення вибору, трубчасті газові нагрівачі, природний рух теплоносія.

K. V. DUDKIN

Collective Research and Production Enterprise "Energocomplex"

S. S. DUBROVSKYI, V. F. IRODOV

Private higher educational institution "Dnipro Technological University "STEP"

EVOLUTIONARY SEARCH WITH BINARY CHOICE RELATIONS FOR OPTIMIZATION OF TUBE GAS HEATER WITH NATURAL MOVEMENT OF THE HEAT CARRIER

The system of autonomous heating of industrial enterprises is considered. For heating, a tubular gas heater is used, which is placed directly in the production room. Natural or liquefied gas is used as fuel. As a result of the analysis of studies and publications, it is shown that traditionally for infrared tubular gas heaters, forced movement of the gas-air mixture of the heat carrier is used with the help of supply or exhaust fans. The presence of fans as part of heating equipment increases capital and operating costs for heating. A new technical solution is tubular gas heaters with natural movement of the heat carrier, which do not use fans. The purpose of this work is to present the results of the development of mathematical modeling methods for finding optimal design solutions for a tubular gas heater with natural movement of the heat carrier: it is assumed that the results of the optimization will allow the use of tubular gas heaters with the natural movement of the coolant without fans as part of the heating equipment, which will reduce equipment costs and increase the reliability of the equipment. A mathematical model of a tubular gas heater with natural movement of the heat carrier in the form of nonlinear ordinary differential equations is presented, which uses Kirchhoff's second law, in contrast to

mathematical models of linear tubular heaters. The problem of optimizing tubular gas heaters in the presence of restrictions in the form of equality and inequality is formulated. To solve the problems of calculation and optimization of tubular gas heaters with natural movement of the heat carrier, an evolutionary search algorithm with binary choice relations was used. The binary selection ratio for solving optimization problems of tubular gas heaters with natural movement of the heat carrier is given. The binary selection relation includes a function of the overall efficiency of the tube heater in the form of a coefficient of effectiveness and two constraint functions. The first limitation function is the dimensionless arithmetic pressure loss throughout the heater, which must be zero for a heater with a natural movement of the heat carrier; the second limitation function is dimensionless output for the permitted temperature of the outer surface of the heater. The results of the optimization and calculations of the operating mode of the heater with the natural movement of the heat carrier are presented, which indicate the possibility of achieving significant efficiency.

Key words: mathematical model, evolutionary search, binary choice relations, tubular gas heaters, natural movement of the heat carrier.

Постановка проблеми

Для опалення виробничих приміщень використовують інфрачервоні трубчасті газові обігрівачі. Для забезпечення руху газоповітряної суміші всередині трубчастого нагрівача використовують припливні або витяжні вентилятори. Наявність вентиляторів у складі обладнання веде до збільшення витрат на опалення та зменшує надійність роботи всього обладнання. Особливо привабливим є використання таких технічних рішень для систем трубчастого газового опалення, у яких рух теплоносія забезпечується природним шляхом і не потребує вентиляторів. Відомі технічні рішення у вигляді трубчастих газових нагрівачів з природним рухом теплоносія, для яких експериментально підтверджено можливість роботи автоматики безпеки, що відповідає чинним нормам до трубчастих газових обігрівачів. Але необхідно знаходити такі конструктивні параметри роботи трубчастих нагрівачів, які б забезпечували їх найбільш привабливу (оптимальну) роботу як нагрівачів з природним рухом теплоносія. Для виконання поставленого завдання необхідно сформулювати задачу пошуку оптимальних рішень для найбільш привабливих параметрів роботи трубчастих газових нагрівачів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Відомі технічні рішення із застосуванням інфрачервоного обігріву промислових і сільськогосподарських підприємств [1–5]. За кордоном значний розвиток отримали трубчасті системи інфрачервоного опалення [6; 7]. Вимоги до автоматики безпеки трубчастих інфрачервоних обігрівачів вітчизняного та закордонного виробництва, які можна застосовувати на Україні, наведені у [8]. Нові технічні рішення з трубчастими газовими нагрівачами в системах теплопостачання представлені в [9]. Елементи методичного та технічного забезпечення для побудови трубчастих газових нагрівачів з природним рухом теплоносія викладені в [10]. Але як ставити та виконувати завдання знаходження оптимальних рішень при проектуванні трубчастих газових нагрівачів з природним рухом теплоносія – таке завдання раніше не ставили й не виконували, що становить зміст цієї статті.

Мета дослідження

Мета дослідження – отримати алгоритмічне забезпечення для ухвалення оптимальних рішень у процесах конструювання та проектування систем автономного теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами.

Ціль роботи – розробити алгоритм еволюційного пошуку з бінарним відношенням вибору найбільш привабливих (оптимальних) рішень для трубчастих газових нагрівачів з природним рухом теплоносія.

Викладення основного матеріалу дослідження

Принципову схему трубчастого газового нагрівача наведено на Рис. 1. Можуть змінюватися такі параметри: діаметр нагрівача, загальна довжина нагрівача та довжина окремих

ділянок. Усі ці параметри впливають на роботу нагрівача й на ефективність його роботи. Ефективність нагрівача характеризується тепловими потоками, що передаються від нагрівача в опалювальний простір у вигляді променевого складника Q_{II} та складника, що передається конвекцією Q_K .

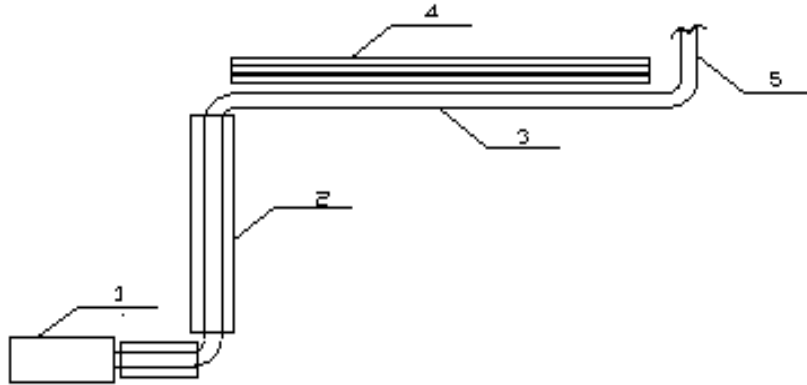


Рис. 1. Принципова схема трубчастого газового нагрівача з природним рухом теплоносія

1 – газовий пальник; 2 – горизонтально-вертикальна ділянка підйому нагрітої суміші з тепловою ізоляцією; 3 – основна ділянка нагрівача; 4 – відбивач випромінювання; 5 – ділянка видалення продуктів згоряння зовні

Спираючись на [11], математична модель теплового й гідравлічного режиму ділянки трубчастого газового нагрівача з теплообміном представлялась у вигляді

$$M = \rho wF = \text{const} \tag{1}$$

$$p = \rho R T \tag{2}$$

$$dp = -\Lambda \cdot dx/D \cdot \rho \frac{w^2}{2} + dh(\rho_a - \rho)g \tag{3}$$

$$dQ_{IK} = \pi D dx \alpha_1 (T - T_{wi}) \tag{4}$$

$$dQ_{III} = \pi D dx \epsilon_o \left(T^4 - T_{wi}^4 \right) 10^{(-8)} \tag{5}$$

$$dQ_2 = \pi D dx \frac{\lambda}{\delta} (T_{wi} - T_{wo}) \tag{6}$$

$$dQ_3 = \pi D dx \epsilon_w \left(T_{wo}^4 - T_o^4 \right) 10^{(-8)} \tag{7}$$

$$dQ_4 = \pi D dx \alpha_2 (T_{wo} - T_o) \tag{8}$$

$$dQ_1 = dQ_{IK} + dQ_{III} \tag{9}$$

$$d(\rho w F c_p T) = -dQ_1 \tag{10}$$

$$dQ_1 = dQ_2 \quad (11)$$

$$dQ_2 = dQ_3 + dQ_4 \quad (12)$$

де ρ, ρ_a – щільність газоповітряної суміші в нагрівачі та повітря в навколишньому середовищі, $\text{кг}/\text{м}^3$;

w – середня лінійна швидкість руху газоповітряної суміші по випромінювальній трубі, $\text{м}/\text{с}$; F – площа поперечного перерізу труби, м^2 ;

p, T – абсолютні тиск та температура газоповітряної суміші в цьому перетині випромінювальної труби, $\text{Па}, \text{К}$;

R – газова постійна, $\text{Дж}/(\text{кг} \text{ К})$, dp – перепад тиску при плинні газоповітряної суміші у випромінювальній трубі на ділянці довжиною dx ;

Λ – коефіцієнт тертя;

D – внутрішній діаметр труби, м ;

dQ_1 – тепловий потік від газоповітряної суміші до стінки випромінювальної труби, переданий конвекцією та теплопровідністю, Вт ;

α_1 – коефіцієнт тепловіддачі від потоку газоповітряної суміші до стінки труби, $\text{Вт}/\text{м}^2 \text{ К}$;

T_{wi} – температура внутрішньої поверхні стінки труби в цьому перетині;

dQ_2 – тепловий потік від внутрішньої поверхні стінки випромінювальної труби до зовнішньої поверхні, переданий теплопровідністю, Вт ;

λ, δ, T_{wo} – відповідно коефіцієнт теплопровідності матеріалу, $\text{Вт}/\text{м} \text{ К}$; товщина, м та температура зовнішньої поверхні стінки випромінювальної труби, К ;

dQ_3, dQ_4 – теплові потоки випромінюванням і конвекцією від поверхні випромінювальної труби в навколишнє середовище опалювального приміщення відповідно, Вт ;

α_2 – коефіцієнт тепловіддачі конвекцією від поверхні випромінювальної труби в навколишнє середовище опалювального приміщення;

h – висота розташування ділянки dx .

Маємо залежність $h=h(x)$ – відома функція. Тоді $dh = h'(x)dx$. Математична модель, що наведена, відрізняється від математичних моделей, що раніше використовували для моделювання інфрачервоних трубчастих обігрівачів або трубчастих нагрівачів наявністю гідростатичного складника $dh(\rho_a - \rho)g$.

Розроблений загальний підхід для використання моделі (1)–(12) при розрахунку теплового та гідравлічного режиму нагрівачів. Система рівнянь теплообміну (1)–(12) замкнена, але нелінійна. Після перетворень система рівнянь математичної моделі (1)–(12) приходить до вигляду

$$dp = -\lambda / D(l) * \rho * w^2 / 2 * dl + (\rho_a - \rho) * g * d(h(l)) \quad (13)$$

$$d\rho = (dp - \rho * R * d(T(p, \rho))) / R * T(p, \rho) \quad (14)$$

$$dw = (-w * F(l) * dp - \rho * w * d(F(l)) / \rho \quad (15)$$

де p, ρ, w – шукані параметри трубчастого нагрівача, l – the parameter of the length of the heater over which integration is performed. $D(l), h(l), T(p, \rho), F(l)$ – відомі функції.

Для розв'язання задачі розрахунку теплового й гідравлічного режимів роботи трубчастого нагрівача з природним рухом теплоносія застосовувався алгоритм еволюційного пошуку найбільш привабливих рішень [12–14].

Відповідно до [12–14], розглядається пошук найбільш привабливих рішень щодо бінарного відношення вибору (R_S -оптимальних) рішень: на множині допустимих рішень Ω необхідно знайти таке рішення $x \in \Omega$, що для всіх $y \in \Omega$ виконується $x R_S y$, де R_S – відоме бінарне відношення вибору.

Алгоритм еволюційного пошуку R_S -оптимального рішення має вигляд:

$$X_{\ell k} = S(G(X_{\ell(k-1)})), \quad k=1,2,\dots$$

де $X_{\ell k}$ – множина найбільш привабливих рішень по відношенню вибору R_S k -го кроку ітерації для ℓ -ої гілки еволюційного процесу;

$X_{\ell(k-1)}$ – те саме для $(k-1)$ -го кроку ітерації; $G(X)$ – функція генерації, яка породжена відношенням генерації R_G ; $S(X)$ – функція вибору, що породжена відношенням вибору.

$$S(X) = \{x \in X / \forall y \in [X \setminus S(X)] x R y\},$$

$$G(X) = X \cup Gn(X),$$

$$Gn(X) = \{y \in \Omega / \exists x \in X, y R_G x, \mu(y, x) > 0\},$$

де R_G – нечітке відношення генерації з функцією належності $\mu(y, x) : \Omega \times \Omega \rightarrow [0, 1]$.

Для однозначності визначення припускаємо, що функція генерації містить постійне число рішень – N_g , а функція вибору – N_l рішень.

Шуканими параметрами при оптимізації нагрівачів є сукупність $x \in \{l_i, D, \alpha_{air}\}$, де l_i, D, α_{air} – довжини окремих ділянок трубчастого частини нагрівача, його діаметр та коефіцієнт надлишку повітря. Для ухвалення рішень при моделюванні та оптимізації трубчастого газового нагрівача, безумовно, найважливішим показником його роботи є коефіцієнт корисної дії η як відношення корисної теплової енергії, отриманої опалювальним середовищем, до енергії газового палива, що надійшла на газовий паливник нагрівача. Для оптимізації нагрівачів слід також узяти до уваги суттєві обмеження на параметри рішення.

По-перше, це обмеження у вигляді рівності на загальну втрату тиску в нагрівачі, що відповідає виконанню другого закону Кірхгофа, який має інтегральний вигляд:

$$\int_{l_i} dp(l_i) = \Delta p = const \quad (16)$$

По-друге, це обмеження у вигляді нерівності, яке характеризує обмеженість температури на зовнішній поверхні трубчастого нагрівача:

$$\Delta T_e(l_i) = T_e(l_i) - T_{\max} \leq 0 \quad (17)$$

Для пошуку найбільш привабливого рішення для трубчастого газового нагрівача з природним рухом теплоносія бінарне відношення вибору може бути представлено в такому вигляді.

Функція безрозмірної ефективності у вигляді $E_1(x) = \eta$. Загальна штрафна функція у вигляді:

$$E_2(x) = E_{21}(x) + E_{22}(x),$$

де $E_{21}(x)$ – безрозмірна втрата тиску по всьому нагрівачу,

$$E_{21}(x) = \int_{inlet}^{outlet} dp_i(x) / abs(p_{max} - p_{inlet}),$$

$E_{22}(x)$ – безрозмірний вихід за дозволону температуру зовнішньої поверхні нагрівача

$$E_{22}(x) = \sum (\Delta T_e(x_i) / T_{max}),$$

де $\Delta T_e(x_i) = (T_e(x_i) - T_{max})$, якщо $T_e(x_i) \leq T_{max}$ або $\Delta T_e(x_i) = 0$, якщо $T_e(x_i) \geq T_{max}$.

Загальне відношення вибору R_{SS} між двома можливими рішеннями x та y має вигляд:

$$xR_{SS}y = [E_2(x) \leq 0 \wedge E_2(y) > 0] \vee$$

$$[E_2(x) > 0 \wedge E_2(y) > 0 \wedge E_2(x) \leq E_2(y)] \vee$$

$$[E_2(x) \leq 0 \wedge E_2(y) \leq 0 \wedge E_1(x) \geq E_1(y)]$$

Алгоритм еволюційного пошуку найбільш привабливих рішень для оптимізації параметрів трубчастого газового нагрівача з природним рухом теплоносія представлено нижче.

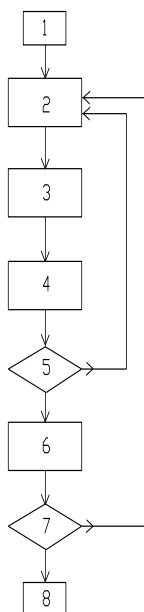


Рис. 2. Схема алгоритму еволюційного пошуку розв’язання задачі оптимізації трубчастого газового нагрівача з природним рухом теплоносія

1 – початок; 2 – генерація можливих рішень; 3 – визначення значень цільової функції та функцій обмеження після чисельного інтегрування рівнянь математичної моделі нагрівача для кожного набору шуканих параметрів можливого рішення; 4 – вибір найбільш привабливих рішень за бінарним відношенням вибору; 5 – усі гілки процесу розраховані; 6 – розрахунок нових значень параметрів пошуку; 7 – чи досягнута необхідна точність пошуку; 8 – кінець

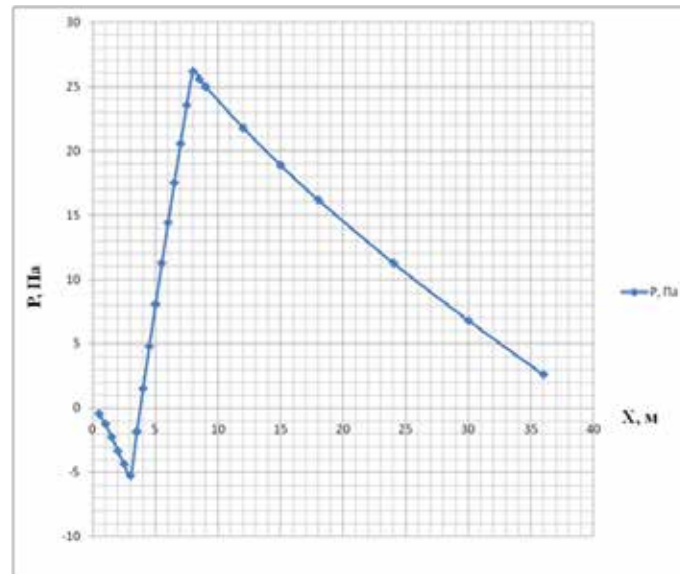


Рис. 3. Зміна тиску по довжині трубчастого нагрівача з природною циркуляцією теплоносія

Витрата природного газу – $7,3 \text{ м}^3/\text{год}$, витрата повітря – $200 \text{ м}^3/\text{год}$. Діаметр труби нагрівача 150 мм, ділянки: початкова горизонтальна – 3 м, ділянка вертикального підйому – 5 м, основна ділянка – 28 м

Наочно видно, що тиск у кінці нагрівача лише трохи вищий за тиск на початку нагрівача, тобто з достатньою точністю виконується другий закон Кірхгофа для природного руху теплоносія. Остаточна втрата повітря на виході нагрівача величиною 3 Па може бути за рахунок місцевого опору ділянки видалення продуктів згоряння зовні.

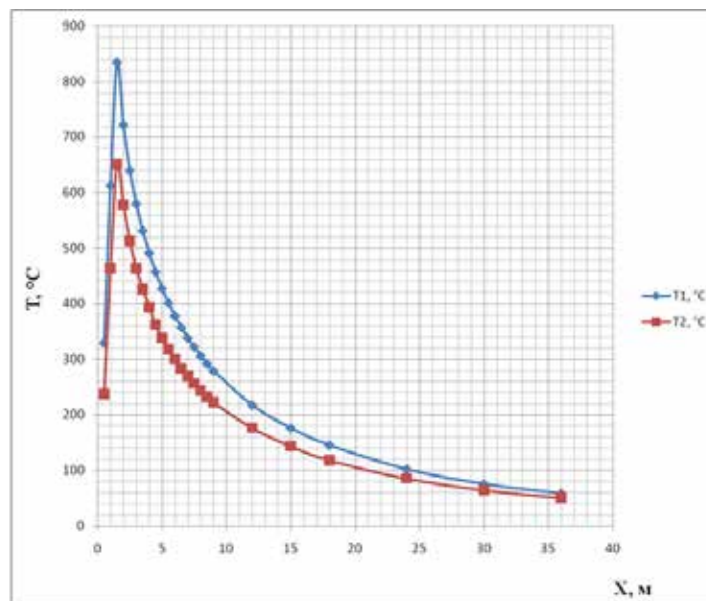


Рис. 4. Зміна температури газоповітряної суміші всередині трубчастого газового нагрівача (T1) та зовнішньої температури труби нагрівача (T2) по довжині нагрівача (x) з природною циркуляцією теплоносія

Витрата природного газу – $7,3 \text{ м}^3/\text{год}$, витрата повітря – $200 \text{ м}^3/\text{год}$. Діаметр труби нагрівача 150 мм, ділянки: початкова горизонтальна – 3 м, ділянка вертикального підйому – 5 м, основна ділянка – 28 м

Наочно видно, що зовнішня температура труби нагрівача не перевищує максимально допустиму температуру $T_{\text{max}} = 630$ град.

Для знайденого рішення коефіцієнт корисної дії нагрівача дорівнює $\eta = 0.94$, тобто трубчастий нагрівач має достатньо високу ефективність роботи без використання вентиляторів або іншого механічного примуса для циркуляції теплоносія.

Висновки

1. Розроблено алгоритм еволюційного пошуку з бінарним відношенням вибору найбільш привабливих (оптимальних) рішень для трубчастих газових нагрівачів з природним рухом теплоносія.

2. Результати розрахунків наочно показали, що можна отримати найбільш привабливе рішення для трубчастого газового нагрівача, що відповідає можливості його використання з природним рухом теплоносія без вентиляторів за досить високої ефективності його роботи (к.к.д.=0.94).

Список використаної літератури

1. Худенко А. А. Шляхи реалізації енергетичної стратегії України. *Нова тема*. 2006. № 1. С. 10–13. URL: <https://lukl.kyiv.ua/wp-content/uploads/images/mat/energetyka.doc>.
2. Болотських М. М. Інфрачервоний обігрів теплиць за допомогою електричних довгохвильових нагрівачів панелей. *Енергозбереження. Енергетика. Енергоаудит*. 2015. № 9 (140). С. 43–52. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/ecee_2012_4_9.
3. Строй А. Ф., Припотень Ю. К. Техніко-економічне обґрунтування та визначення галузі застосування променевого газового опалення. *Збірник наукових праць Полтав. нац. техн. ун-т ім. Юрія Кондратюка. Серія : Галузеве машинобудування, будівництво*. 1999. № 4. С. 113–121. URL: <https://reposit.nupp.edu.ua/handle/PoltNTU/1690>.
4. Ковальчек М. Опалення об'єктів великих об'ємів газовими пальниками інфрачервоного випромінювання. *Ринок інсталяційний*. 1998. № 11. С. 14–16. URL: <https://pavlogradteplo.com.ua/infrachervoni-trubni-hazovi-obihrivachi/seriia-tsu/35-references/102-mashinostroenie>.
5. Желих В. М. Розробка теплофізичних основ теплозабезпечення виробничих комплексів на базі комбінованих систем опалення із застосуванням інфрачервоного нагріву: дис. ... д-ра техн. наук : 05.14.06 Ін-т техн. теплофізики Нац. акад. наук України. Київ, 2013. 215 с.
6. Gas-fired infrared heating for poultry houses/U.S.A.: Roberts-Gordon LLC, 2012. 35 p.
7. Infrared Handbook / Buffalo: Roberts Gordon, Inc., 1994. 33 p.
8. Газопостачання. Інженерне обладнання будинків і споруд. ДБН В.2.5-20-2018 Київ : Держстандарт України, 2018. 286 с.
9. Іродов В. Ф., Хацкевич Ю. В., Чорноморець Г. Я. Розвиток технічних рішень теплопостачання з трубчастими газовими нагрівачами *Вісник Придніпровської державної академії будівництва та архітектури*. 2017. Вип. 5. С. 29–35. URL: <http://srd.pgasa.dp.ua:8080/bitstream/123456789/223/1/Irodov.pdf>.
10. Дудкін К. В., Данішевський В. В., Ткачова В. В. Методичне та технічне забезпечення для побудови трубчастих газових нагрівачів з природним рухом теплоносія. *Строительство. Материаловедение. Машиностроение. Серія : Стародубовские чтения*. 2013. Вип. 67. С. 117–121. URL: <http://nbuv.gov.ua/UJRN/smmssc>.
11. Іродов В. Ф., Ткачова В. В., Чорноморець Г. Я. Теплогенеруючі установки та їх математичне моделювання. Дніпропетровськ : Будинок друку, 2015. 80 с.
12. Irodov V. F., Khatskevych Yu.V. Convergence of the evolutionary algorithms for optimal solution with binary choice relations. *Строительство. Материаловедение. Машиностроение. Серія : Энергетика, экология, компьютерные технологии в строительстве*. 2017. Вип. 98. С. 91–96. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/smmeect_2017_98_16.
13. Irodov V., Shaptala M., Dudkin K., Shaptala D., Prokofieva H. Development of evolutionary search algorithms with binary choice relations when making decisions for pellet tabular heaters. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2021. No 3/8 (111). P. 50–59.

14. Irodov V., Dubrovskiy S., Dudkin K., Chirin D. Evolutionary Search for Some Generalized Mathematical Programming Problems with Binary Choice Relations. Elsevier BV, 2024. 12 p. <https://doi.org/10.2139/ssrn.4750911>.

References

1. Khudenko, A.A. (2006). Shliakhy realizatsii enerhetychnoi stratehii Ukrainy [Ways of implementing the energy strategy of Ukraine]. *Nova tema*, 1, 10–13. Retrieved from: <https://lukl.kyiv.ua/wp-content/uploads/images/mat/energetyka.doc> [in Ukrainian].
2. Bolotskykh, M.M. (2015). Infrachervonyi obihriv teplyts za dopomohoiu elektrychnykh dovhokhvylovykh nahrivaiuchykh panelei [Infrared heating of greenhouses using electric long-wave heating panels]. *Enerhozberezhennia. Enerhetyka. Enerhoaudyt*, 9 (140), 43–52. Retrieved from: http://nbuv.gov.ua/UJRN/ecee_2012_4_9 [in Ukrainian].
3. Stroi, A. F., & Prypoten, Yu.K. (1999). Tekhniko-ekonomichne obruntuvannia ta vyznachennia haluzi zastosuvannia promenevoho hazovoho opalennia [Technical and economic justification and definition of the field of application of radiant gas heating]. *Zbirnyk nauk. prats Poltav. nats. tekhn. unstitut im. Yuriiia Kondratiuka*, 4, 113–121. Retrieved from: <https://reposit.nupp.edu.ua/handle/PolNTU/1690> [in Ukrainian].
4. Kovalchek, M. (1998). Opalennia obektiv velykykh obiemiv hazovymy palnykamy infrachervonoho vyprominiuvannia [Heating large objects with infrared gas burners]. *Rynok instaliatsiinyi*, 11, 14–16. Retrieved from: <https://pavlogradteplo.com.ua/infrachervoni-trubni-hazovi-obihrivachi/seriia-tsu/35-references/102-mashinostroenie> [in Ukrainian].
5. Zhelykh, V.M. (2013). *Rozrobka teplofizychnykh osnov teplozabezpechennia vyrobnychykh kompleksiv na bazi kombinovanykh system opalennia iz zastosuvanniam infrachervonoho nahrivu* [Development of thermophysical foundations of heat supply of production complexes based on combined heating systems using infrared heating]. *Doctor's thesis*. In-t tekhn. teplofizyky Nats. akad. nauk Ukrainy. Kyiv [in Ukrainian].
6. Roberts-Gordon, LLC. (2012). *Gas-fired infrared heating for poultry house* [Gas-fired infrared heating for poultry houses]. Buffalo: Roberts Gordon [in English].
7. Roberts-Gordon, LLC (1994). *Infrared Handbook* [Infrared Handbook] Buffalo: Roberts Gordon [in English].
8. *Hazopostachannia. Inzhenerne obladnannia budynkiv i sporud* [Gas supply. Engineering equipment of buildings and structures]. (2018). DBN V.2.5-20-2018: 2018. Kyiv: Derzhstandart Ukrainy [in Ukrainian].
9. Irodov, V. F. Khatskevych, Yu.V., & Chornomorets, H.Ia. (2017). Rozvytok tekhnichnykh rishen teplopostachannia z trubchastymy hazovymy nahrivachamy [Development of technical solutions for heat supply with tubular gas heaters]. *Visnyk Prydniprovskoi derzhavnoi akademii budivnytstva ta arkhitektury : zb. nauk. pr.*, 5, 29–35. Retrieved from: <http://srd.pgasa.dp.ua:8080/bitstream/123456789/223/1/Irodov.pdf> [in Ukrainian].
10. Dudkin, K. V., Danishevskiy, V.V., & Tkachova, V.V. (2013). Metodychne ta tekhnichne zabezpechennia dlia pobudovy trubchastykh hazovykh nahrivachiv z pryrodnym rukhom teplonosiiia [Methodical and technical support for the construction of tubular gas heaters with natural movement of the coolant]. *Stroytelstvo. Materyalovedenye. Mashynostroenye. Seryia : Starodubovskye chtenyia*. 67, 117–121. Retrieved from: <http://nbuv.gov.ua/UJRN/smmssc> [in Ukrainian].
11. Irodov, V. F., Tkachova, V.V., & Chornomorets, H.Ia. (2015) *Teploheneruiuchi ustanovky ta yikh matematychne modeliuвання : navch. posib. [Heat generating units and their mathematical modeling]*. Dnipropetrovsk : Budynok druku [in Ukrainian].
12. Irodov, V. F., & Khatskevych, Yu.V. (2017). *Convergence of the evolutionary algorithms for optimal solution with binary choice relations* [Convergence of the evolutionary algorithms for

- optimal solution with binary choice relations]. *Stroytelstvo. Materyalovedenye. Mashynostroenye. Seryia : Enerhetyka, ekolohyia, kompiuternie tekhnolohyy v stroytelstve*, 98, 91–96. Retrieved from: http://nbuv.gov.ua/UJRN/smmeeet_2017_98_16 [in English].
13. Irodov, V., Shaptala, M., Dudkin, K., Shaptala, D., & Prokofieva, H. (2021) *Development of evolutionary search algorithms with binary choice relations when making decisions for pellet tabular heaters* [Development of evolutionary search algorithms with binary choice relations when making decisions for pellet tabular heaters]. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 3 (8), 50–59. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.235837> [in English].
14. Irodov, V., Dubrovskiy, S., Dudkin, K., & Chirin, D. (2024) *Evolutionary Search for Some Generalized Mathematical Programming Problems with Binary Choice Relations* [Evolutionary Search for Some Generalized Mathematical Programming Problems with Binary Choice Relations]. *Elsevier BV*, <https://doi.org/10.2139/ssrn.4750911> [in English].

Дудкін Костянтин Вячеславович – к.т.н., заступник директора з наукової роботи Колективного науково-виробничого підприємства «Енергокомплекс». E-mail: kostiantyn.dudkin@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5361-2981.

Дубровський Сергій Станиславович – к.т.н., ректор Дніпровського технологічного університету «Шаг». E-mail: dubrovskiy_s@itstep.org, ORCID: 0000-0001-6957-6620.

Іродов В'ячеслав Федорович – д.т.н., професор кафедри інформаційних технологій Дніпровського технологічного університету «Шаг». E-mail: vfirodov@i.ua, ORCID: 0000-0001-8772-9862.

Dudkin Kostiantyn Viacheslavych – Candidate of Technical Sciences, Deputy Director for Scientific Work of the Collective Research and Production Enterprise “Energocomplex”. E-mail: kostiantyn.dudkin@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5361-2981.

Dubrovskiy Serhii Stanislavovych – Candidate of Technical Sciences, Rector of the Private higher educational institution “Dnipro Technological University “STEP”. E-mail: dubrovskiy_s@itstep.org, ORCID: 0000-0001-6957-6620.

Irodov Vyacheslav Fedorovych – Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Information Technologies of the Private higher educational institution “Dnipro Technological University “STEP”. E-mail: vfirodov@i.ua, ORCID: 0000-0001-8772-9862.

В.В. ДУМАНСЬКА, О.А. НАЗАРЕНКО, Є.О. ПОГОРЕЛОВ
Одеська державна академія будівництва та архітектури

ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ПОКРИТТІВ ПІШОХІДНИХ ЗОН ІЗ ФЕМ З ТРЬОМА КЛИНОПОДІБНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ В НИЖНІЙ ОСНОВІ

Найбільш поширеним типом покриттів для пішохідних територій є покриття, виконані з фігурних елементів мощення (ФЕМ). Вони мають багато переваг серед інших типів покриттів. До покриттів висуваються вимоги щодо їх надійності та забезпечення показників якості. Але іноді під час візуальних обстежень пішохідних зон спостерігаються деформації різного типу. Однією з причин цих пошкоджень є неправильно вибране конструктивне рішення покриття. Тому потрібно шукати і досліджувати нові, більш ефективні варіанти конструкцій пішохідних зон.

Запропоновано змінити геометричну форму ФЕМ шляхом застосування в їхній нижній основі трьох клиноподібних елементів, що збільшить площу поверхні, яка контактує з нижче розташованим шаром одягу покриття. Завдяки цьому відбудеться можливість передавання на несучі шари збільшеного вертикального навантаження. Клиноподібні елементи попереджатимуть горизонтальний зсув ФЕМ за впливу на поверхню покриття зовнішнього горизонтального навантаження. Нова форма нижньої основи сприятиме додатковому ущільненню нижче розташованого шару із сиучого матеріалу під час улаштування ФЕМ, що приведе до більш жорсткої їх фіксації. Запропонована форма нижньої основи ФЕМ сприятиме збільшенню несучої здатності покриттів і збереженню початкового положення плиток у просторі, що приведе до збільшення безремонтного терміну експлуатації таких покриттів.

Планується проведення експериментальних досліджень нових варіантів покриттів в лабораторних умовах. Визначено основні фактори, що впливають на експлуатаційні характеристики покриття. Такими факторами вибрані кути при ребрах клиноподібних елементів (у поперечному перетині), величина вертикально докладеного навантаження, час дії навантаження, товщина піщаного шару під покриттям. Підібрані матеріали та обладнання для проведення досліджень. Вибрана 4-х факторна трирівнева модель скороченого плану проведення експериментів. Планується дослідити чотири ділянки покриттів з ФЕМ, три з яких мають клиноподібні елементи в нижній основі з відповідними значеннями кутів, і одну – традиційну зі зразків, що мають плоску нижню поверхню.

Ключові слова: пішохідні зони, фігурні елементи мощення, клиноподібні елементи, нижня основа, вертикальне навантаження, осідання.

V.V. DUMANSKA, O.A. NAZARENKO, E.O. POGORELOV
Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture

PLANNING OF EXPERIMENTAL RESEARCH OF PEDESTRIAN'S ZONE COVERS MADE OF SPE WITH THREE WEDGE-SHAPED ELEMENTS IN UNDERSIDE SURFACE

The most common type of pavements for pedestrian areas are pavements made of shaped paving elements (SPE). They have many advantages over other types of coatings. Coatings are subject to requirements regarding their reliability and ensuring quality indicators. But sometimes during visual inspections of pedestrian areas, deformations of various types are observed. One of the reasons for these damages is an incorrectly chosen constructive solution of the covering. Therefore, it is necessary to look for and research new, more effective options for the construction of pedestrian zones.

It is proposed to change the geometric shape of the SPE by using three wedge-shaped elements in their lower base, which will increase the surface area that is in contact with the lower layer of the coating. Because of this, it will be possible to transfer the increased vertical load to the bearing layers. Wedge-shaped elements will prevent the horizontal shift of the SPE when an external horizontal load is applied to the coating surface. The new shape of the lower base will contribute to the additional compaction of the layer of loose material located below when installing the SPE, which will lead to their more rigid fixation. Thus, the proposed form of the lower base of the SPE will help to increase the load-bearing capacity of the coatings and preserve the initial position of the blocks in space, which will lead to an increase in the service life of such coatings without repair.

It is planned to carry out experimental studies of new coating options in laboratory conditions. The main factors affecting the operational characteristics of the coating are defined. These factors are chosen as: angles at the edges of the wedge-shaped elements (in the cross section), the magnitude of the vertically applied load, the time of the load, the

thickness of the sand layer under the coating. Selected materials and equipment for research. A 4-factor three-level model of abbreviated experimental design was selected. It is planned to investigate four areas of SPE coatings, three of which have wedge-shaped elements in the lower base with the corresponding values of the angles, and one – a traditional of samples with a flat lower surface.

Key words: pedestrian zones, shaped paving elements, wedge-shaped elements, lower base, vertical load, subsidence.

Постановка проблеми

Однією з проблем в Україні, з якою стикаються мешканці населених пунктів, є неналежний стан великої кількості таких об'єктів будівництва, як тротуари, пішохідні доріжки, майданчики різного призначення, прибудинкові території. За результатами проведеного візуального огляду стало зрозуміло, що існує велика кількість ділянок покриттів, які потребують часткового або повного ремонту чи реконструкції. Іноді спостерігається відсутність будь-якого покриття на тих територіях, де воно необхідне. Відзначено застосування застарілих, неякісних, зношених покриттів, а також різного типу деформації не тільки у старих, але й в нещодавно побудованих територіях пішохідних зон. До цих об'єктів інфраструктури висуваються вимоги щодо якості, надійності та естетичної привабливості. Цим вимогам задовольняють покриття з фігурних елементів мощення (ФЕМ) з бетону. Фігурні елементи мощення є найбільш поширеним матеріалом серед інших, що використовуються під час будівництва пішохідних зон. Ці елементи мають багато переваг порівняно з іншими матеріалами для улаштування верхнього шару пішохідних зон. Покриття з ФЕМ мають високу несучу здатність та тривалий термін експлуатації, шви між елементами забезпечують відведення поверхневих вод у ґрунт, за необхідності їх можна легко розібрати та знов улаштувати або замінити пошкоджені елементи, також вони є естетично привабливими та екологічно чистими. Однак іноді в покриттях з ФЕМ спостерігаються такі деформації, як розхитування, зсув окремих елементів чи цілих ділянок, тріщини, опуклості, увігнутості поверхні. Існує багато причин таких дефектів, однією з яких є неправильно вибране конструктивно-технологічне рішення покриття. Тому постало питання пошуку, розроблення та дослідження нових варіантів пішохідних зон із ФЕМ.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

До територій пішохідних зон належать садово-паркові доріжки, тротуари, території прибудинкових територій, майданчики різного призначення тощо. Під час улаштування будь-якого з таких будівельних об'єктів з ФЕМ потрібно ретельно обміркувати конструктивне рішення покриття та розрахувати товщини шарів дорожнього одягу. Існує багато типів фігурних елементів мощення, що мають різні форми і розміри у плані, різнокольорову гаму [1]. Завдяки цьому існує можливість створювати покриття на будь-який смак замовника. Товщина плиток покриття залежить від величини вертикального навантаження, що впливає на нього. Для покриттів пішохідних зон без впливу на них навантаження від транспорту товщина дорівнює 4,5–6 см та від 6 см за наявності транспортного навантаження. Нижня поверхня ФЕМ, які застосовуються в будівництві, є плоскою. Щоб покращити показники якості та надійності покриттів, тобто підвищити несучу здатність і подовжити термін безремонтної експлуатації, запропоновано збільшити площу нижньої основи ФЕМ шляхом змінення її форми [2]. Збільшення площі нижньої основи плиток дасть змогу передавати на нижні несучі шари дорожнього одягу збільшене навантаження, тобто підвищиться несуча здатність покриття. Завдяки геометричним елементам в нижній поверхні відбудеться додаткове ущільнення нижче розташованого шару із сипучого матеріалу. Ці елементи будуть сприяти попереджанню горизонтального зсуву ФЕМ відносно їх початкового положення за докладання горизонтального навантаження. Були розроблені моделі ФЕМ з пірамідальною основою [3], із зубчастих пірамідальних елементів [4; 5], зірчастих елементів пірамідальної форми, з рифленою формою з ребристих елементів

[6]. Деякі із запропонованих рішень покриттів були досліджені, аналізи результатів досліджень підтвердили висунуті гіпотези, що вказало на подальшу роботу щодо пошуку оптимального варіанта покриттів із ФЕМ зі зміненою геометричною формою нижньої основи.

Мета дослідження

Метою роботи є розроблення нових ефективних варіантів покриттів пішохідних зон, виконаних з фігурних елементів мощення, що мають змінену геометричну форму нижньої основи, та дослідження показників, що характеризують якість і надійність запропонованих покриттів.

Для розв'язання задачі планується розробити нову модель покриття, визначити найбільш значущі фактори, що впливають на його роботу, вибрати рівні варіювання цих факторів, розробити методику проведення експериментальних досліджень, підібрати необхідне обладнання та матеріали.

Виклад основного матеріалу дослідження

Для підвищення несучої здатності покриттів пішохідних зон та подовження безремонтного терміну їх експлуатації запропоновано використовувати фігурні елементи мощення, виконані за новим конструктивним рішенням. Такі ФЕМ мають по три клиноподібні елементи у нижній основі. На рис. 1 представлені чотири плитки квадратної форми у плані, у трьох з них нижня основа, що контактує з нижче розташованим конструктивним шаром дорожнього одягу, має змінену форму. Перший зразок – це традиційний ФЕМ з плоскою нижньою основою, а інші – це запропоновані ФЕМ з трьома клиноподібними елементами в нижній основі, що мають гострі, прямі та тупі кути при поздовжньому ребрі клиноподібних елементів (у поперечному перетині).

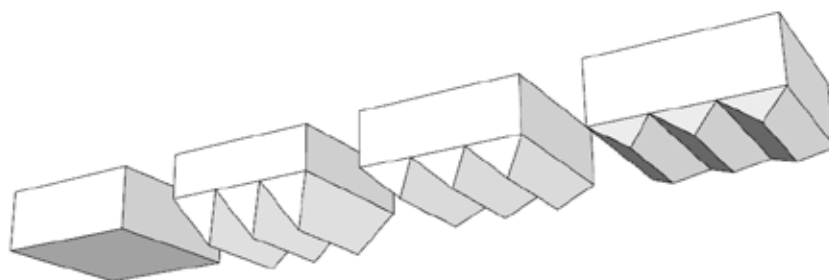


Рис. 1. Наочне зображення традиційного ФЕМ з плоскою основою та трьох типів ФЕМ, які містять три клиноподібні елементи в нижній основі з кутами при поздовжньому ребрі в поперечному перетині, що дорівнюють 60° , 90° та 120°

Очевидно, що площа нижньої основи запропонованих ФЕМ буде більшою, ніж у плиток з плоскою основою. Завдяки цьому зовнішнє навантаження через нижню основу передаватиметься на збільшений об'єм несучого шару дорожнього одягу, тобто збільшиться несуча здатність покриття. Змінена геометрична форма нижньої основи приведе до додаткового ущільнення піщаного шару під покриттям, що також сприяє збільшенню несучої здатності і жорсткому фіксуванню ФЕМ у нижче лежачому шарі дорожнього одягу та запобіганню зсуву ФЕМ у горизонтальному напрямку за горизонтально докладеного навантаження. Однак висунуті гіпотези стосовно переваг покриттів пішохідних зон із ФЕМ з клиноподібними елементами в нижній основі потрібно підтвердити експериментально. Для цього розроблена методика проведення досліджень в лабораторних умовах.

У досліджах планується розглянути чотири ділянки покриттів. Кожна з них буде складатись з дев'яти дослідних зразків: по три в трьох рядах. Перша складається з традиційних ФЕМ

з плоскою основою, а три інші – із запропонованих ФЕМ, де клиноподібні елементи на кожній ділянці мають задане значення кута. Кожен з дослідних зразків матиме у плані форму квадрата зі стороною 120 мм. Висота традиційних ФЕМ на першій ділянці дорівнюватиме 50 мм. На другій ділянці будуть улаштовуватись зразки зі значенням кута при поздовжньому ребрі всіх клиноподібних елементів у нижній основі за вертикального перетину 60° , на третій ділянці – з кутом 90° , на четвертій – з кутом 120° . Для уникнення зсуву під час будівництва ділянок з ФЕМ з клиноподібними елементами в нижній основі рекомендовано укласти покриття таким чином, щоб поздовжні ребра клиноподібних елементів сусідніх плиток були взаємно перпендикулярними (рис. 2, 3).

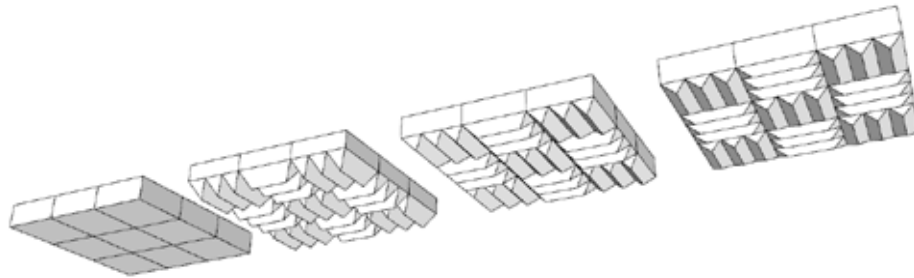


Рис. 2. Наочне зображення чотирьох ділянок з дев'яти ФЕМ: традиційного ФЕМ з плоскою основою та трьох типів ФЕМ, які містять три клиноподібні елементи в нижній основі з різними величинами кутів при поздовжньому ребрі в поперечному перетині

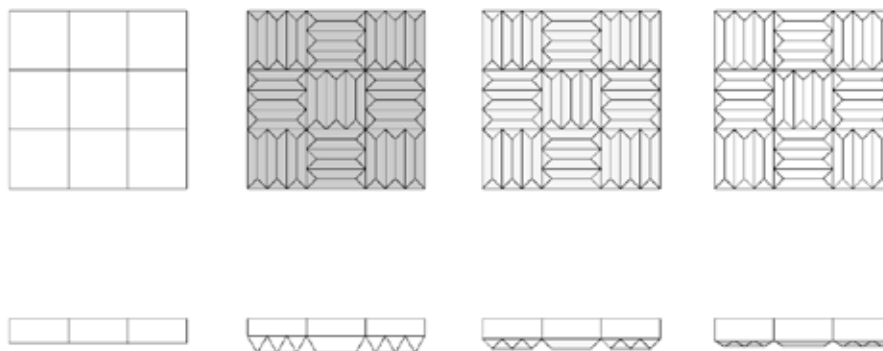


Рис. 3. Вид знизу та спереду чотирьох дослідних ділянок покриттів: з традиційних ФЕМ з плоскою основою та з трьох типів ФЕМ з трьома клиноподібними елементами, кути яких при поздовжньому ребрі в поперечному перетині дорівнюють 60° , 90° та 120°

Для запобігання перевищенню витрат бетону на збільшений об'єм нижньої основи запропонованих плиток потрібно зменшити товщину їх призматичної частини так, щоб загальний об'єм кожної ФЕМ дорівнював об'єму традиційної плитки такої самої форми і розмірів в плані. За зменшення кута при ребрі клиноподібних елементів в нижній основі збільшується їх сумарний об'єм, а об'єм верхньої призматичної частини плиток буде зменшуватись, тобто товщина призми є меншою у тих зразків, де кут при ребрі клиноподібного елемента менший.

Для виготовлення дослідних зразків з клиноподібними елементами з трьома параметрами кутів при нижньому ребрі проведено розрахунки для кожного з варіантів і визначено висоту їх призматичної частини. Так, в результаті обчислень отримано, що у ФЕМ з кутом при ребрі клиноподібного елемента 60° товщина верхньої призматичної частини дорівнює 35 мм; з кутом 90° – 41 мм; з кутом 120° – 45 мм (рис. 4).

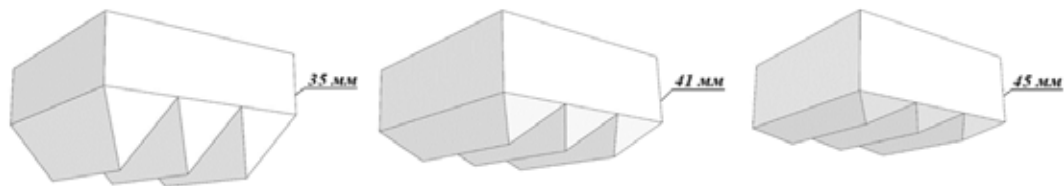


Рис. 4. Товщина призматичної частини трьох дослідних зразків з трьома клиноподібними елементами в нижній основі, кути яких при поздовжньому ребрі в поперечному перетині дорівнюють у першому варіанті – 60° , у другому – 90° та у третьому – 120°

Для лабораторних досліджень вибрані найбільш значущі фактори, що впливають на роботу покриттів пішохідних зон: величини вертикально докладених навантажень; час дії навантажень; кут при поздовжньому ребрі клиноподібного елемента у поперечному перетині; товщина несучого шару основи, розташованої під покриттям. Матеріалом несучого шару покриття вибраний дрібнозернистий пісок з вологістю 5% та початковою щільністю $1,4 \text{ г/см}^3$. На кожній з ділянок буде досліджуватись зразок, розташований у центрі, до якого докладатиметься вертикальне навантаження. Показниками, що характеризують якість і надійність покриттів за різних значень кутів при ребрі клиноподібних елементів, вибрані величина осідання зразків та щільність піщаного шару основи. Для отримання цих показників необхідно провести декілька етапів досліджень. Користуючись класичною теорією планування експериментів, вибрали 4-факторну трирівневу модель скороченого плану.

Для лабораторних досліджень ділянок покриттів з ФЕМ з клиноподібними елементами вибрані такі абсолютні значення основних факторів:

- кут при поздовжньому ребрі клиноподібного елемента (у поперечному перетині) в нижній основі зразка – 60° , 90° , 120° ;
- товщина несучого піщаного шару під покриттям – 12 см, 14 см, 16 см;
- величина вертикально докладеного навантаження – $0,486 \text{ кг/см}^2$, $0,972 \text{ кг/см}^2$, $1,458 \text{ кг/см}^2$;
- час впливу вертикально докладеного навантаження на ФЕМ – 1 год, 25 год, 49 год.

Для ділянки, що складається зі зразків з плоскою основою, планується провести такі самі експерименти, як і для запропонованих покриттів, щоб надалі порівняти отримані показники для всіх покриттів.

Кожна з дослідних ділянок має бути жорстко зафіксована для запобігання горизонтальному зсуву. Тому у спеціально виготовленому металевому коробі, розташованому в експериментальному стенді, розміщуватиметься піщана основа необхідної товщини, на яку улаштуватиметься дослідна ділянка з дев'ятьох зразків. Вертикальне навантаження буде передаватись по центру дослідного зразка за допомогою спеціально виготовленого важеля, зафіксованого на стенді. За допомогою індикаторів часового типу, розташованих по чотирьох кутах зразка, будуть проведені заміряння осідань, і надалі знайдено середнє арифметичне значення (рис. 5).

Після зняття навантаження, що впливало на експериментальний зразок протягом відповідного часу, потрібно визначити щільність піску під цим зразком. Тому всі дев'ять зразків ділянки покриття потрібно спочатку охайно вилучити, а далі за допомогою спеціального металевого кільця об'ємом 65 см^3 та двох скляних пластин зробити забір піску під центральною частиною дослідного зразка. Після проведення зважування та необхідних розрахунків отримаємо параметри другого досліджуваного показника – щільності.

Викладений план експериментальних робіт дасть змогу провести дослідження, визначити оптимальне співвідношення між усіма факторами, провести порівняльний аналіз та вибрати найбільш ефективний конструктивний варіант покриття.



Рис. 5. Дослідження покриття з ФЕМ у лабораторних умовах

Висновки

Запропоновано нове конструктивне рішення покриття пішохідних зон з ФЕМ, що мають три клиноподібні елементи в нижній основі. Заплановано дослідити чотири ділянки покриттів, три з яких складаються зі зразків, що мають клиноподібні елементи в нижній основі з кутами 60° , 90° та 120° при поздовжньому ребрі. Визначені основні фактори, що впливають на роботу покриття, а також їхні параметри. Підібрані необхідні матеріали та обладнання. Розроблений план проведення експерименту, в результаті якого слід отримати вихідні параметри, що вкажуть на якісні характеристики покриття: осідання зразків під дією вертикального навантаження та щільність піщаного шару під зразками.

Список використаної літератури

1. Burak R.J., Eng P. Construction details and guide specifications for interlocking concrete pavement. Montreal, Quebec: INFRA, 2002. 16 p.
2. Azman M., Hasanan M.N., Mohd R.H., Haryati Y., Che R.I., Nur Hafizah A.K. The Effect of Groove-Underside Shaped Concrete Block on Pavement Permanent Deformation. *Jurnal Teknologi Sciences & Engineering*. 2013. Vol. 61:3. P. 7–14.
3. Думанська В.В. Вдосконалення технології улаштування покриттів з фігурних елементів мостіння: автореф. дис. ... канд. тех. наук: 05.23.08 «Технологія та організація промислового та цивільного будівництва». Одеська державна академія будівництва та архітектури. Одеса, 2011. 20 с.
4. Думанська В.В., Перпері А.О., Калінін О.О. Пошук шляхів вирішення проблеми руйнування покриттів пішохідних доріжок та майданчиків із фігурних елементів мостіння. *Регіональні проблеми архітектури та містобудування*. 2022. № 16. С. 179–185.
5. Dumanska V., Vilinska L., Marchenko V. Studies of coatings from FEP with corrugated base from toothed elements of pyramidal shape on the horizontal and inclined surfaces. *Academic Journal. Series: Industrial Machine Building, Civil Engineering*. 2017. № 1 (48). P. 265–272.
6. Dumanska V., Kalinin O., Sidorova N., Kalinina T. Study of pavements of concrete paving blocks with ribbed underside surface. *Key Engineering Materials*. 2020. Vol. 864. P. 101–107.

References

1. Burak, R.J., & Eng, P. (2002). Construction details and guide specifications for interlocking concrete pavement. Montreal, Quebec: INFRA [in English].

- Azman, M., Hasanan, M.N., Mohd, R.H., Haryati, Y., Che, R.I., & Nur Hafizah, A. K. (2013) The Effect of Groove-Underside Shaped Concrete Block on Pavement Permanent Deformation. *Journal Technology Sciences & Engineering*, 61:3, 7–14 [in English].
- Dumanska, V.V. (2011). Vdoskonalennia tekhnologii ulashtuvannia pokryttiv z fihurnykh elementiv mostinnia [Improvement of the technology unit of coatings of figured paving elements]. (Extended abstract of candidate's thesis). Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture. Odesa [in Ukrainian].
- Dumanska V.V., Perperi A.O., & Kalinin O.O. (2022). Poshuk shliakhiv vyrishennia problemy ruinuvannia pokryttiv pishokhidnykh dorizhok ta maidanchykyv iz fihurnykh elementiv mostinnia.[Searching for ways to solve the problem of destruction of footpaths and platforms made of shaped paving elements]. *Rehionalni problemy arkhitektury ta mistobuduvannia*, 16, 179–185 [in Ukrainian].
- Dumanska, V., Vilinska, L., & Marchenko, V. (2017). Studies of coatings from FEP with corrugated base from toothed elements of pyramidal shape on the horizontal and inclined surfaces. *Academic Journal. Series: Industrial Machine Building, Civil Engineering*, 1 (48), 265–272 [in English].
- Dumanska, V., Kalinin, O., Sidorova, N., & Kalinina, T. (2020). Study of pavements of concrete paving blocks with ribbed underside surface. *Key Engineering Materials*, 864, 101–107. doi:10.4028/www.scientific.net/KEM.864.101 [in English].

Думанська Вероніка Валентинівна – к.т.н., доцент кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки Одеської державної академії будівництва та архітектури. E-mail: dumanika@ukr.net, ORCID: 0000-0003-0135-9501.

Назаренко Олег Аскольдович – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри вищої математики Одеської державної академії будівництва та архітектури. E-mail: gelo.fabric@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0405-6522.

Погорелов Євгеній Олександрович – аспірант, асистент кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки Одеської державної академії будівництва та архітектури. E-mail: pogorelov321532@gmail.com, ORCID: 0009-0005-4705-2646.

Dumanska Veronika Valentynivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Descriptive Geometry and Engineering Graphics of the Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture. E-mail: dumanika@ukr.net, ORCID: 0000-0003-0135-9501.

Nazarenko Oleh Askoldovych – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Higher Mathematics of the Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture. E-mail: gelo.fabric@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0405-6522.

Pogorelov Evgeniy Oleksandrovych – Postgraduate Student, Assistant at the Department of Descriptive Geometry and Engineering Graphics of the Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture. E-mail: pogorelov321532@gmail.com, ORCID: 0009-0005-4705-2646.

УДК 539.3

Т.С. КАГАДІЙ, А.Г. ШПОРТА
 Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»
 О.В. БІЛОВА
 Український державний університет науки і технологій
 І.В. ЩЕРБИНА, О.Д. ОНОПРІЄНКО
 Дніпровський державний аграрно-економічний університет

ВРАХУВАННЯ ЧАСТКОВОГО ПРОКОВЗУВАННЯ ПІД ЧАС КОНТАКТУ ШТАМПУ З КРИВОЛІНІЙНОЮ АНІЗОТРОПНОЮ ПЛАСТИНОЮ

Метою роботи є дослідження напружено-деформованого стану скінченної пружної анізотропної пластини у вигляді зрізаного криволінійного сектора під дією жорсткого штамп за наявності ділянок ковзання та зчеплення. Математична модель поставленої задачі описана за допомогою рівнянь рівноваги та співвідношень Коші. Для розв'язання застосовано метод збурень, коли малий параметр задається у вигляді співвідношення фізичних характеристик матеріалу. Запропоновані перетворення координат і шуканих функцій, що залежать від малого параметру. Використання зазначених перетворень дає змогу розкласти вихідні крайові задачі на дві складові частини, що різняться за своїми властивостями.

Розв'язок знаходиться у вигляді суперпозиції результатів двох типів. Кожен з напружено-деформованих станів містить основну функцію та допоміжну. Невідомі функції розшукуються із застосуванням розкладень у ряди за малим параметром. У кожному наближенні основні функції знаходяться з рівнянь Лапласа, допоміжні – за допомогою інтегрування. Проведено аналіз граничних умов, що показує, що вони практично завжди можуть бути сформульовані для основних функцій. Отримано розподіл напружень під штампом та розмір зони контакту.

Дослідження показало, що анізотропні властивості матеріалу суттєво впливають на механічний стан пластини. Наприклад, зміна кута зрізу або розподілу матеріальних характеристик може призвести до значних варіацій у напруженнях. Це особливо важливо для практичного застосування, де точність прогнозу напружено-деформованого стану є критично важливою для забезпечення надійності конструкцій. В подальшому отримані результати можуть бути використані для оптимізації процесів формування деталей з анізотропних матеріалів, а також для розроблення нових матеріалів, що поєднують потрібні механічні властивості

Таким чином, дослідження відкриває нові перспективи для подальшого вивчення впливу анізотропії на механічні характеристики матеріалів у різних технологічних процесах.

Ключові слова: асимптотичний метод, малий параметр, пружний стрижень, динамічне навантаження.

T.S. KAGADIY, A.H. SHPORTA
 Dnipro University of Technology
 O.V. BILOVA
 Ukrainian State University of Science and Technology
 I.V. SHCHERBYNA, O.D. ONOPRIENKO
 Dnipro State Agrarian and Economic University

ACCOUNTING OF PARTIAL SLIPPING IN CONTACT OF A STAMP WITH A CURVILINEAR ANISOTROPIC PLATE

The purpose of this work is to study the stress-strain state of a finite elastic anisotropic plate in the form of a truncated curvilinear sector under the action of a rigid stamp, in the presence of areas of sliding and adhesion. The mathematical model of the given problem is described using equilibrium equations and Cauchy relations. The perturbation method is used for the solution, when a small parameter is set in the form of a ratio of physical characteristics of the material. The proposed transformations of coordinates and the required functions depending on a small parameter. The use of the indicated transformations allows you to decompose the original boundary value problems into two components that differ in their properties.

The solution is in the form of a superposition of results of two types. Each of the stress-strain states contains a main function and an auxiliary one. Unknown functions are searched using series expansions with a small parameter. In each approximation, the main functions are derived from Laplace's equations, the auxiliary functions are derived using integration. An analysis of the boundary conditions was carried out, which shows that they can almost always be formulated for the main functions. The stress distribution under the stamp and the size of the contact zone were obtained.

The study showed that the anisotropic properties of the material significantly affect the mechanical condition of the plate. For example, changing the cut angle or distribution of material characteristics can lead to significant variations in stresses. This is especially important for practical applications, where the accuracy of the prediction of the stress-strain state is critical for ensuring the reliability of structures. In the future, the obtained results can be used to optimize the processes of forming parts from anisotropic materials, as well as to develop new materials that combine the required mechanical properties.

Thus, this study opens new perspectives for further study of the influence of anisotropy on the mechanical characteristics of materials in various technological processes.

Key words: asymptotic method, small parameter, elastic rod, dynamic load.

Постановка проблеми

У сучасному житті важко переоцінити вплив наявності адгезивної взаємодії між тілами, що контактують. Наявність і ступінь адгезії має, наприклад, вагоме значення в багатьох галузях, як-от аерокосмічна, біомедична, електронна [3]. Тож потреба враховувати наявність тертя в процесі аналізу контакту стає дедалі гострішою.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Розв'язанню контактних задач, що описують наявність шорсткості поверхонь або тертя, присвячують дослідження Р.М. Мартиняк, О.В. Приходько [4], В.І. Острик із співавторами [5; 6] та інші вчені [7–15]. У статті [3] за допомогою інтегральних рівнянь розв'язані окремі типові приклади, що включають механіку тріщин і ковзного контакту. Огляд сучасних ефективних підходів чисельного розв'язання задач механіки твердого тіла, в тому числі контактних, запропоновано у статті [8].

Автори робіт [9; 10] досліджують методом Гальоркіна контактні задачі без урахування тертя або з урахуванням його. Вагомість впливу параметрів обробки поверхонь контакту проаналізована в роботі [11].

У роботі досліджено напружено-деформований стан скінченного пружного зрізаного під дією жорсткого штампа за наявності ділянок ковзання та зчеплення. Розв'язок отримано за допомогою розробленого авторами методу збурень [1; 2]. Встановлено залежність розміру ділянки зчеплення від характеристик жорсткості штампу (для різних матеріалів), розмірів штампу і кута розкриття сектора. Отримано розподіл напружень під штампом залежно від розмірів області контакту пружної анізотропної пластини зі штампом.

Мета дослідження

Стаття спрямована на те, щоб розв'язати задачу про взаємодію жорсткого штампу та пружної анізотропної пластини скінченних розмірів; встановити залежність розміру ділянки зчеплення від характеристик жорсткості штампу (для різних матеріалів), розмірів штампу і кута розкриття сектора; отримати розподіл напружень під штампом залежно від розмірів області контакту пружної анізотропної пластини зі штампом.

Виклад основного матеріалу дослідження

Постановка задачі. Взаємодія жорсткого штампу та пружної анізотропної пластини скінченних розмірів.

Нехай пружна пластина (рис. 1) $R_0 \leq r \leq R_1$, $-\gamma \leq \theta \leq \gamma$ закріплена за кромками $\theta = \pm\gamma$. На границю $r = R_0$ на ділянці $-\lambda \leq \theta \leq \lambda$ діє жорсткий штамп з основою, що співпадає з межею $r = R_0$, навантаженою нормальним зусиллям P_0 (штамп переміщується поступально, паралельно осі Ox). Інша межа, $r = R_1$, залишається вільною.

Припускається, що в області контакту штампа з пластиною існують дві ділянки ковзання, що примикають до кінцевих точок області контакту, та ділянка зчеплення, розташована між ними. У зонах ковзання зсувні зусилля направлені у протилежні боки. Межові точки ділянки зчеплення ($\theta = \pm\alpha$), що заздалегідь не відомі та повинні бути визначені у ході розв'язання

задачі, розташовані симетрично відносно осі Ox . Напруження в цих точках повинні бути обмеженими та неперервними. Пластина товщиною δ працює в умовах узагальненого плоского напруженого стану. Матеріал її є ортотропним, головні напрямки анізотропії співпадають з полярними координатами r, θ . Потрібно визначити закони розподілу напружень під штампом і розмір ділянки зчеплення.

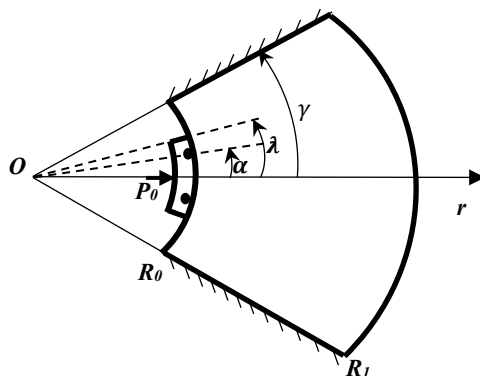


Рис. 1. Пружна пластина

Якщо замість полярних координат r, θ ввести безрозмірні координати ξ, η співвідношеннями $r = R_0 e^\xi, \theta = \eta$, то поставлена задача може бути зведена до інтегрування рівнянь рівноваги пластини у переміщеннях:

$$\begin{aligned} B_1 u_{\xi\xi} + G u_{\eta\eta} - B_2 (v_\eta + u) + G m v_{\xi\eta} - G v_\eta &= 0, \\ G v_{\xi\xi} + B_2 v_{\eta\eta} + B_2 u_\eta + G m u_{\xi\eta} + G (u_\eta - v) &= 0 \end{aligned}$$

за таких крайових умов:
зовні штампу:

$$\begin{aligned} \sigma_1 = B_1 (R_0 e^\xi)^{-1} (u_\xi + \vartheta_2 (v_\eta + u)) &= 0 \quad (\xi = 0, \lambda < |\eta| < \gamma), \\ \tau = G (R_0 e^\xi)^{-1} (u_\eta + v_\xi - v) &= 0 \quad (\xi = 0, \lambda < |\eta| < \gamma), \\ u = v = 0 & \quad (\eta = \pm\gamma); \end{aligned}$$

під штампом:

$$\begin{aligned} u = const = C_0 & \quad (\xi = 0, |\eta| \leq \lambda), \\ v = 0 & \quad (\xi = 0, |\eta| \leq \alpha), \\ \tau = sign(\eta) \rho \sigma_1 & \quad (\xi = 0, \alpha < |\eta| < \lambda) \end{aligned}$$

на границі:

$$\xi = h, \quad |\eta| < \gamma \quad (r = R_1, \quad |\theta| < \gamma), \quad \sigma_1 = \tau = 0.$$

Крім того, повинні бути виконані умови рівноваги штамп. Тут $u = u_x$, $v = u_\theta$ – компоненти вектору переміщень пластини; $B_1 = E_1\delta / (1 - \vartheta_1\vartheta_2)$, $B_2 = E_2\delta / (1 - \vartheta_1\vartheta_2)$, $G = G_*\delta$; σ_1 – нормальне в напрямку координати ξ напруження; τ – дотичне напруження; E_1, E_2 – модулі пружності вздовж головних напрямків; G_* – модуль зсуву; $m = 1 + \mu$, $\mu = \vartheta_2 B_1 / G = 1 + \vartheta_1 B_2 / G$; ϑ_1, ϑ_2 – коефіцієнти Пуассона матеріалу пластини; ρ – коефіцієнт тертя ($\rho < 1$); індекси ξ, η позначають диференціювання за відповідними координатами.

Метод розв’язання та отримані результати

Визначення напруженого стану першого типу (що повільно змінюється у напрямку координати ξ) у першому наближенні зводиться до інтегрування рівняння:

$$B_1 u_{\xi\xi}^{1,0} + G u_{\eta\eta}^{1,0} = 0, \tag{1}$$

за таких крайових умов:

$$\begin{aligned} \sigma_1^0 = B_1 R_0^{-1} u_\xi^{1,0} = 0 & \quad (\xi = 0, \lambda < |\eta| < \gamma; \text{ і } \xi = h, |\eta| < \gamma) \\ u^{1,0} = C_0 & \quad (\xi = 0, |\eta| \leq \lambda), \\ u^{1,0} = 0 & \quad (\eta = \pm\gamma). \end{aligned} \tag{2}$$

Оскільки за $\eta = \pm\gamma$ компонента вектору переміщення $u^{1,0}$ дорівнює нулю, то й $u_\xi^{1,0}$ за $\eta = \pm\gamma$ також буде дорівнювати нулю. Переміщення $v^{1,0}$, що відповідає цьому напружено-деформованому стану, знаходиться зі співвідношення:

$$v_\eta^{1,0} + u^{1,0} = 0. \tag{3}$$

Введемо нові незалежні змінні $x_1 = (G / B_1)^{1/2} \xi$, $y_1 = \eta$, тоді крайова задача (3.27) (2) набуває такого вигляду:

$$\begin{aligned} u_{x_1 x_1}^{1,0} + u_{y_1 y_1}^{1,0} &= 0, \\ u_{x_1}^{1,0} = 0 & \quad (x_1 = 0, \lambda < |y_1| < \gamma; \text{ і } x_1 = h_1, |y_1| < \gamma); \\ u^{1,0} = C_0 & \quad (x_1 = 0, |y_1| \leq \lambda), \\ u_{x_1}^{1,0} = 0 & \quad (y_1 = \pm\gamma); \\ h_1 &= (G / B_1)^{1/2} h. \end{aligned} \tag{4}$$

Таким чином, потрібно знайти аналітичну у прямокутнику $0 \leq x_1 \leq h_1$, $|y_1| \leq \gamma$ функцію $u^{1,0}$ за заданими граничними умовами (4). Задача розв’язується відображенням прямокутника з площини $z_1 (z_1 = y_1 + ix_1)$ у верхню півплощину зображень $\zeta_1 (\zeta_1 = \eta_1 + i\xi_1)$. Функція відображення має такий вигляд:

$$\zeta_1 = sn(K(k_1)z_1 / \gamma; k_1). \tag{5}$$

При цьому початок координат зберігає своє розташування, а точка $z_1 = \gamma$ переходить у точку $\zeta_1 = 1$; $z_1 = \gamma + ih_1$ переходить у $\zeta_1 = 1 / k_1$; $z_1 = ih_1$ – у $\zeta_1 = \infty$. Оскільки $sn(-z) = -sn(z)$,

то точка $z_1 = -\gamma$ переходить у точку $\zeta_1 = -1$; $z_1 = -\gamma + ih_1$ – у точку $\zeta_1 = -1/k_1$, а точки $z_1 = \pm\lambda$ – у точки $\zeta_1 = \pm sn(K(k_1)\lambda/\gamma; k) = \pm\ell_1$. Тут $sn(z)$ – еліптичний синус, $K(k_1)$ – повний еліптичний інтеграл першого роду, причому модуль k_1 знаходиться з рівняння:

$$K(k_1')/K(k_1) = h_1/\gamma \quad (k_1' = \sqrt{1-k_1^2}). \quad (6)$$

Нехай $\varphi^0 = u^{1,0} + i\theta^{1,0}$ ($\theta^{1,0}$ – гармонічна функція, сполучена з $u^{1,0}$). Тоді $\varphi_1^0 = \varphi_{y_1}^0 = u_{y_1}^{1,0} + i\theta_{y_1}^{1,0} = u_{y_1}^{1,0} - iu_{x_1}^{1,0}$.

Функцію $\varphi_1^0(x_1, y_1)$ можна визначити у півплощині ζ_1 . З умов (4) і співвідношення (5) випливає, що на дійсній осі півплощини в інтервалі $|\eta_1| < \ell_1$ відома дійсна частина функції φ_1^0 , а на інших інтервалах осі η_1 відома її уявна частина.

Задача про визначення аналітичної у півплощині функції, коли на деяких інтервалах границі відома дійсна, а на деяких інших – уявна частина шуканої функції, як і в попередній задачі, розв’язується за допомогою формули Келдиша-Сєдова. Оскільки з умов (4) випливає, що на границі півплощини ζ_1 у інтервалі $|\eta_1| < \ell_1$ дійсна частина функції φ_1^0 дорівнює нулю, а на решті частини границі уявна її частина дорівнює нулю, то розв’язання для функції φ_1^0 в усій півплощині має вигляд:

$$\varphi_1^0(\zeta_1) = \frac{A}{\sqrt{\zeta_1^2 - \ell_1^2}},$$

де A – дійсна стала, вибирається та гілка кореня, що додатна за додатних значень аргументу.

Дійсна та уявна частини $\varphi_1^0(\zeta_1)$ визначають функції $u_{y_1}^{1,0}, u_{x_1}^{1,0}$. Зокрема, за $\xi_1 = 0$ ($x_1 = 0$ або $y_1 = \pm\gamma$; чи $x_1 = h_1, |y_1| < \gamma$):

$$\begin{aligned} \varphi_1^0(\eta_1) &= \frac{A}{\sqrt{\eta_1^2 - \ell_1^2}}, \\ u_{y_1}^{1,0} &= 0, \quad u_{x_1}^{1,0} = \frac{A}{\sqrt{\ell_1^2 - \eta_1^2}} \quad (|\eta_1| < \ell_1), \\ u_{y_1}^{1,0} &= \frac{A}{\sqrt{\eta_1^2 - \ell_1^2}}, \quad u_{x_1}^{1,0} = 0 \quad (|\eta_1| > \ell_1), \end{aligned}$$

$$\eta_1 = sn(K(k_1)y_1/\gamma; k).$$

Нормальне напруження σ_1^0 та складова дотичного напруження $\tau^{1,0}$, відповідна функції $u^{1,0}$, знаходяться за формулами:

$$\begin{aligned} \sigma_1^0 &= B_1(R_0 e^{\xi})^{-1} u_{\xi}^{1,0} = (R_0 e^{\xi})^{-1} \sqrt{GB_1} u_{x_1}^{1,0}, \\ \tau^{1,0} &= G(R_0 e^{\xi})^{-1} u_{\eta}^{1,0} = G(R_0 e^{\xi})^{-1} u_{y_1}^{1,0}. \end{aligned}$$

Стала A визначається з умови рівноваги штампа та дорівнює:

$$A = -P_0 R_0 \left[2\sqrt{GB_1 C_1 B} \right]^{-1}, \quad (7)$$

$$C_1 = \frac{\gamma}{K(k_1)}, \quad B = \int_0^{\ell_1} \frac{dt}{\sqrt{(l_1^2 - t^2)(1 - t^2)(1 - k_1^2 t^2)}}.$$

Тоді напруження під штампом у першому наближенні виражається таким чином:

$$\sigma_1^0 = -\frac{P_0}{2C_1 B} \frac{1}{\sqrt{l_1^2 - \eta_1^2}}, \quad (8)$$

а функція $u_{y_1}^{1,0}$ за $\xi = 0, |\eta_1| > \ell_1$ знаходиться за формулою:

$$u_{y_1}^{1,0} = A(\eta_1^2 - \ell_1^2)^{-1/2}, \quad (9)$$

де A надається рівністю (7).

Складова $v^{1,0}$ компоненти вектору переміщень v^0 , відповідна цьому напруженому стану, визначається з рівняння (3). Функція $u^{1,0}$ знаходиться зі співвідношень для $u_{x_1}^{1,0}, u_{y_1}^{1,0}$ за $|\zeta_1| < \ell_1, |\zeta_1| > \ell_1$ відповідно з урахуванням того, що за $y_1 = \eta = \pm\gamma \quad u^{1,0} = 0$.

Друга складова $v^{2,0}$ компоненти вектору переміщень v^0 , знаходиться з рівняння:

$$Gv_{\xi\xi}^{2,0} + B_2 v_{\eta\eta}^{2,0} = 0. \quad (10)$$

Оскільки $v^{1,0}$ і $v^{2,0}$ мають той самий порядок за $\varepsilon = G/B_1$, а похідна $v_{\xi}^{2,0}$ більша за похідну $v_{\xi}^{1,0}$ на два порядки за $q = B_2/B_1 \approx 1$, то у цьому наближенні граничні умови для визначення $v^{2,0}$ запишуться таким чином:

$$\begin{aligned} v^0 &= v^{1,0} + v^{2,0} = 0 & (\xi = 0, |\eta| \leq \alpha), \\ GR_0^{-1} v_{\xi}^{2,0} &= \text{sign}(\eta) \rho \sigma_1^0 & (\xi = 0, \alpha \leq |\eta| < \lambda), \\ v_{\xi}^{2,0} &= -u_{\eta}^{1,0} & (\xi = 0, \lambda \leq |\eta| < \gamma; \quad \text{і} \quad \xi = h, |\eta| < \gamma), \\ v_{\xi}^{2,0} &= 0 & (\eta = \pm\gamma). \end{aligned} \quad (11)$$

При цьому, як припускалося в постановці задачі, $\rho < 1$ ($\rho = \rho_0 \varepsilon^{1/2}, \rho_0 \approx 1$), а σ_1^0 під штампом знаходиться за формулою (8).

Компонента $u^{2,0}$, відповідна цьому напруженому стану, задовольняє умові $u_{\xi\xi}^{2,0} = 0$. Після введення нових незалежних змінних $x_2 = (B_2/G)^{1/2} \xi, y_2 = \eta$ крайова задача (10), (11) набуває вигляду:

$$v_{x_2 x_2}^{2,0} + v_{y_2 y_2}^{2,0} = 0. \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
 v^{2,0} &= -v^{1,0} & (x_2 = 0, |y_2| \leq \alpha), \\
 v_{x_2}^{2,0} &= 0 & (y_2 = \pm \gamma), \\
 v_{x_2}^{2,0} &= \text{sign}(y_2) \rho R_0 (GB_2)^{-1/2} \sigma_1^0 & (x_2 = 0, \alpha < |y_2| < \lambda) \\
 v_{x_2}^{2,0} &= -\sqrt{\frac{G}{B_2}} u_{y_2}^{1,0} & (x_2 = 0, \lambda < |y_2| < \gamma; \text{ і } x_2 = h_2, |y_2| < \gamma),
 \end{aligned} \tag{13}$$

$$h_2 = (B_2 / G)^{1/2} h.$$

Задача (12), (13) є мішаною задачею для аналітичної функції $v^{2,0}$ у прямокутнику $0 \leq x_2 \leq h_2, -\gamma \leq y_2 \leq \gamma$, що може бути розв'язана відображенням прямокутника з площини z_2 ($z_2 = y_2 + ix_2$) у верхню півплощину зображень ζ_2 ($\zeta_2 = \eta_2 + i\xi_2$). Функція відображення має вигляд (5) із заміною z_1 на z_2, k_1 на k_2 , причому модуль k_2 визначається з рівняння (6) також за заміни k_1 на k_2, h_1 на h_2 .

Відповідно до запропонованого асимптотичного методу припускається, що $G / B_1 = \varepsilon$ є малим параметром, $B_2 \approx B_1$. Тому $h_2 = (B_2 / G)^{1/2} h$ набагато більше за $h_1 = (G / B_2)^{1/2} h$ ($h_2 / h_1 \gg 1$) і k_2 виявляється близьким до нуля. Але за малих значень k_2 $K(k_2) \approx \pi / 2$, а функція відображення (5) переходить у функцію $\zeta_2 = C_2 \sin(\pi z_2 / 2\gamma)$, дійсна та уявна частини якої записуються відповідно:

$$\eta_2 = C_2 \sin \frac{\pi y_2}{2\gamma} \operatorname{ch} \frac{\pi x_2}{2\gamma}, \xi_2 = C_2 \cos \frac{\pi y_2}{2\gamma} \operatorname{sh} \frac{\pi x_2}{2\gamma}.$$

Стала C_2 визначається з тієї умови, щоб точки $x_2 = 0, y_2 = \pm \lambda$ відображалися у точки $\xi_2 = 0, \eta_2 = \pm \ell_1$. Тоді:

$$C_2 = \ell_1 / \sin(\pi \lambda / 2\gamma), \ell_1 = \operatorname{sn}(K(k_1) \lambda / \gamma; k_1).$$

Точки $x_2 = 0, y_2 = \pm \gamma$ переходять у точки $\xi_2 = 0, \eta_2 = \pm C_2$, а точки $x_2 = 0, y_2 = \pm \alpha$ – у точки $\xi_2 = 0, \eta_2 = \pm \alpha_2$ де:

$$\alpha_2 = C_2 \sin \frac{\pi \alpha}{2\gamma} = \frac{\operatorname{sn}(K(k_1) \lambda / \gamma; k_1) \sin(\pi \alpha / 2\gamma)}{\sin(\pi \lambda / 2\gamma)}.$$

Таким чином, для другого напруженого стану замість прямокутника фактично маємо півсмугу. З урахуванням (8), (9), (13) задача зводиться до такої: знайти аналітичну у півплощині ζ_2 функцію $v^{2,0}$ за умови, що на дійсній осі півплощини похідні функції $v^{2,0}$ набувають таких значень:

$$\begin{aligned}
 v_{y_2}^{2,0} &= -v_{\eta}^{1,0} = C_0 & (|\eta_2| \leq \alpha_2), \\
 v_{x_2}^{2,0} &= 0 & (|\eta_2| \geq C_2), \\
 v_{x_2}^{2,0} &= \text{sign}(y_2) \rho A \sqrt{\frac{B_1}{B_2}} \frac{1}{\sqrt{\ell_1^2 - \eta_2^2}} & (\alpha_2 < |\eta_2| < \ell_1), \\
 v_{x_2}^{2,0} &= -A \sqrt{\frac{G}{B_2}} \frac{1}{\sqrt{\eta_2^2 - \ell_1^2}} & (\ell_1 < |\eta_2| < C_2).
 \end{aligned} \tag{14}$$

Тут A виражається формулою (7) (враховане співвідношення (3)), C_0 – осідання штампа. На нескінченності напруження спадають.

Якщо $\psi^0 = v^{2,0} + iQ^{2,0}$ ($Q^{2,0}$ – гармонійна функція, спряжена з $v^{2,0}$), то $\psi_1^0 = i\psi_{y_2}^0 = v_{x_2}^{2,0} + iv_{y_2}^{2,0}$. Функція ψ_1^0 у будь-якій точці верхньої півплощини ζ_2 за зазначених умов (14) і обмеженості у точках $\zeta_2 = \pm\alpha_2$ записується таким чином:

$$\begin{aligned} \psi_1^0(\zeta_2) = & -\frac{A}{\pi i} \sqrt{\zeta_2^2 - \alpha_1^2} \times \left(\sqrt{\frac{G}{B_2}} \left[\int_{-c_2}^{-\ell_1} \frac{f(t)dt}{t - \zeta_2} + \int_{\ell_1}^{c_2} \frac{f(t)dt}{t - \zeta_2} \right] - \right. \\ & \left. -\rho \sqrt{\frac{B_1}{B_2}} \left[\int_{-\ell_1}^{-\alpha_2} \frac{f(t)dt}{t - \zeta_2} + \int_{\alpha_2}^{\ell_1} \frac{f(t)dt}{t - \zeta_2} \right] \right) + \frac{C_0}{\pi i} i \sqrt{\zeta_2^2 - \alpha_2^2} \int_{-\alpha_2}^{\alpha_2} \frac{1}{\sqrt{t^2 - \alpha_2^2}} \frac{dt}{t - \zeta_2}, \end{aligned} \tag{15}$$

де $f(t) = \left[(t^2 - \alpha_2^2)(t^2 - \ell_1^2) \right]^{-1/2}$.

Для спадання напружень на нескінченності необхідно, щоб $\psi_1^0(\zeta_2) \rightarrow 0$ при $|\operatorname{Re}\zeta_2| \rightarrow \infty$. Оскільки останній доданок у (15) прямує до нуля, тоді:

$$\sqrt{\frac{G}{B_1}} \left(\int_{-c_2}^{-\ell_1} f(t)dt + \int_{\ell_1}^{c_2} f(t)dt \right) = \rho \left(\int_{-\ell_1}^{-\alpha_2} f(t)dt + \int_{\alpha_2}^{\ell_1} f(t)dt \right).$$

або

$$\sqrt{\frac{G}{B_1}} \int_1^c \frac{d\tau}{\sqrt{(\tau^2 - \alpha_*^2)(\tau^2 - 1)}} = \rho \int_{\alpha_*}^1 \frac{d\tau}{\sqrt{(\tau^2 - \alpha_*^2)(1 - \tau^2)}}, \tag{16}$$

де:

$$\tau = \frac{t}{\ell_1}, \quad c = \frac{C_2}{\ell_1} = \frac{1}{\sin(\pi\lambda / 2\gamma)},$$

$$\alpha_* = \frac{\alpha_2}{\ell_1} = \frac{\sin(\pi\alpha / 2\gamma)}{\sin(\pi\lambda / 2\gamma)},$$

$$c > 1 > \alpha_* > 0.$$

Інтеграл з лівої частини співвідношення (16) є неповним еліптичним інтегралом першого роду $F(\varphi, \alpha_*)$, причому φ визначається рівністю:

$$\varphi = \arcsin \sqrt{\frac{c^2 - 1}{c^2 - \alpha_*^2}}. \tag{17}$$

Інтеграл, що записаний у правій частині рівності (16), є повним еліптичним інтегралом першого роду $K(\sqrt{1 - \alpha_*^2}) = K(\alpha'_*) = K'(\alpha_*)$, де $\alpha'_* = \sqrt{1 - \alpha_*^2}$. Тому рівність (16) може бути представлена таким чином:

$$F(\varphi, \alpha_*) = \rho(B_1 / G)^{1/2} K'(\alpha_*). \tag{18}$$

Співвідношення (18) встановлює зв'язок між розмірами ділянки зчеплення, області контакту, кута відкриття сектора, а також коефіцієнтом тертя та характеристиками жорсткості матеріалу пластини. Воно виявляється таким самим, як і тоді, якби пластини являли собою напівнескінченний зрізаний круговий сектор. Це пов'язано з характером цього напруженого стану (швидко змінюється у напрямку координати ξ).

З рівності (15) за $\xi_2 = 0, |\eta_2| < \alpha_2$ (на ділянці зчеплення) отримаємо:

$$\begin{aligned} \psi_1^0(\eta_2) = v_{x_2}^{2,0} = & -\frac{2A}{\pi} \sqrt{\frac{B_1}{B_2}} \eta_2 \sqrt{\alpha_2^2 - \eta_2^2} \left(\sqrt{\frac{G}{B_1}} \int_{\ell_1}^{C_2} \frac{1}{\sqrt{(t^2 - \alpha_2^2)(t^2 - \ell_1^2)}} \frac{dt}{(t^2 - \eta_2^2)} - \right. \\ & \left. - \rho \int_{\alpha_2}^{\ell_1} \frac{1}{\sqrt{(t^2 - \alpha_2^2)(\ell_1^2 - t^2)}} \frac{dt}{(t^2 - \eta_2^2)} \right). \end{aligned} \tag{19}$$

Останній доданок у виразі (15) за $\xi_2 = 0, |\eta_2| < \alpha_2$ дає чисто уявну величину iC_0 . Враховуючи вигляд інтегралів, вираз (19) можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} v_{x_2}^{2,0} = & \frac{2A}{\pi \ell_1} \sqrt{\frac{B_1}{B_2}} \eta_2 \sqrt{\alpha_2^2 - \eta_2^2} \left(\sqrt{\frac{G}{B_1}} \frac{1}{(\ell_1^2 - \eta_2^2)(\alpha_2^2 - \eta_2^2)} \times \right. \\ & \times \left[(\ell_1^2 - \alpha_2^2) \Pi \left(\varphi, \frac{\alpha_2^2 - \eta_2^2}{\ell_1^2 - \eta_2^2}, \alpha_* \right) - \right. \\ & \left. \left. - (\ell_1^2 - \eta_2^2) F(\varphi, \alpha_*) \right] + \frac{\rho}{(\ell_1^2 - \eta_2^2)} \Pi \left(\frac{\ell_1^2 - \alpha_2^2}{\ell_1^2 - \eta_2^2}, \alpha_*' \right) \right), \end{aligned} \tag{20}$$

де $\alpha_* = \alpha_2 / \ell_1$ знаходиться з (18), $|\eta_2| < \alpha_2$, $\Pi(\varphi, \alpha_*')$ – повний еліптичний інтеграл третього роду, $\alpha_*' = \sqrt{1 - \alpha_*^2}$, $\Pi(\varphi, \mu, \alpha_*)$ – неповний еліптичний інтеграл третього роду, φ визначається рівністю (17). Дотичне напруження під штампом у першому наближенні має вигляд:

$$\begin{aligned} \tau = \text{sign}(\eta) \rho \sigma_1^0 & \quad (\alpha \leq |\eta| < \lambda), \\ \tau = R_0^{-1} \sqrt{GB_2} v_{x_2}^{2,0} & \quad (|\eta| \leq \alpha), \end{aligned}$$

де $\sigma_1^0, v_{x_2}^{2,0}$ виражаються співвідношеннями (7) та (20).

Оскільки $0 < \alpha_* < \ell_1 < c < 1$, то $\frac{C_2 - 1}{c^2 - \alpha_*^2} = 1 - \varepsilon_1$, $\varepsilon_1 = \frac{1 - \alpha_*^2}{c^2 - \alpha_*^2} \ll 1$.

Тоді рівність (17) може мати вигляд:

$$\varphi = \arcsin \sqrt{1 - \varepsilon_1} = \arcsin(1 - \frac{1}{2} \varepsilon_1 + \dots) \approx \arcsin(1 - \frac{1}{2} \varepsilon_1).$$

Звідси випливає, що:

$$\varphi = \pi/2 - \varepsilon_1^{1/2} - o(\varepsilon_1^{3/2}).$$

У першому наближенні по ε_1 $\varphi^0 = \pi/2$ інтеграл $F(\varphi^0, \alpha_*^0)$ стає повним еліптичним інтегралом першого роду $K(\alpha_*^0)$, а рівність (18) можна переписати таким чином:

$$K'(\alpha_*^0) / K(\alpha_*^0) = (G / B_1)^{1/2} / \rho.$$

У цьому разі визначається величина q :

$$q = \exp\left(-\frac{\pi}{\rho} \sqrt{\frac{G}{B_1}}\right), \quad \alpha_*^0 = 4 \left(\left[\sum_{v=0}^{\infty} q^{(v+1/2)^2} \right] \left[1 + 2 \sum_{v=0}^{\infty} q^{v^2} \right]^{-1} \right)^2,$$

а також інтеграл:

$$K(\alpha_*) = \frac{\pi}{2} \left(1 + 2 \sum_{v=1}^{\infty} q^{v^2} \right).$$

Якщо коефіцієнт тертя ρ дорівнює нулю, то $q = 0$, $\alpha_*^0 = 0$, тобто ділянка зчеплення, зникає. Зі зростанням ρ вона збільшується, окрім того, вона залежить від характеристик жорсткості матеріалу пластини. Так, за зменшення $(G / B_1)^{1/2}$ та постійного $\rho \neq 0$ розмір ділянки зчеплення збільшується.

Висновки

На цьому розв'язання задачі у першому наближенні закінчується. Оскільки $u_{\xi}^{2,0} = 0$, то крайові умови для визначення функцій $u^{1,1}, v^{2,1}$ у другому наближенні виявляються нульовими. Відповідно, нульовими є і розв'язки, тобто друге наближення не вносить корективів до першого.

Відзначимо також, що якщо у напруженому стані типу примежового шару розглядати не напівполосу, а прямокутник, то відображення його на напівплощину краще здійснювати не так, як зазначено вище, а вимагати, щоб точки $x_2 = 0, y_2 = \pm\lambda; x_2 = 0, y_2 = \pm\gamma$ відображались у точки $\xi_2 = 0, \eta_2 = \pm\ell_1; \xi_2 = 0, \eta_2 = \pm 1$.

Це дасть змогу уникнути переходу від одних координат до інших під час формування крайових умов і досягається вибором однієї зі сталих у функції відображення. Друга стала (модуль k_2) при цьому визначається з умови, що точки $z_2 = \pm\gamma + ih_2$ відображаються у точки $\zeta_2 = \pm 1 / k_2$. Подальший аналіз здійснюється аналогічно викладеному вище, проте це можливо лише за достатньо малих значень: $h = \ln(R_1 / R_0)$.

Вплив тертя на напруження під штампом позначається лише з третього наближення. У цьому разі виникає відхил за деформацією u_{ξ} ($\xi = 0, \ell_1 < |\eta_1| < 1$), що знімається під час розв'язання рівняння (1) для функції $u^{1,2}$ з крайовими умовами:

$$\begin{aligned} u_{\xi}^{1,2} &= u_{\xi}^{1,0} - \mu v_{\eta}^{1,0} \quad (\ell_1 < |\eta_1| < 1), \\ u_{\eta}^{1,2} &= 0 \quad (|\eta_1| < \ell_1). \end{aligned}$$

На границі $\xi = h$ усі функції обертаються на нуль.

Оскільки $u_{\xi}^{1,0} = 0$ ($|\eta_1| > l_1$), то $u_{\xi}^{1,2} = -\mu v_{\eta}^{1,0} = \mu u^{1,0}$ ($\xi = 0, l_1 < |\eta_1| < 1$). Тут $\mu = \vartheta_1 B_2 / G = \vartheta_2 B_1 / G$ і врахований зв'язок між $v_{\eta}^{1,0}, u^{1,0}$, обумовлений рівністю (3).

Таким чином, відхил за нормальними напруженнями σ_1 за $\xi = 0, l_1 < |\eta_1| < 1$ викликаний лише врахуванням коефіцієнта Пуассона. Розв'язок останньої задачі повторює вищенаведене, але з урахуванням зазначених умов.

Вираз $u^{1,0} = c_0 = (2\gamma / \pi) A \ln(l_1) [\cos(\pi\lambda / 2\gamma)]^{-1}$ за $x_1 = 0$ ($\xi = 0$) $|y_1| = |\eta_1| \leq \lambda$ описує осідання штампа. З використанням (7), а також враховуючи, що $C_1 = \gamma / K(k_1)$, отримуємо $c_0 = -\frac{P_0 R_0}{\pi} K(k_1) \ln(l_1) [\sqrt{GB_1} B \cos(\pi\lambda / 2\gamma)]^{-1}$. Нехай $C_0^* = -\frac{\pi}{P_0 R_0} C_0$, тоді вираз для обчислення шуканої сталої набуває вигляду: $C_0^* = K(k_1) \ln(l_1) [\sqrt{GB_1} B \cos(\pi\lambda / 2\gamma)]^{-1}$.

Далі наведено значення C_0^* для різних значень характеристик жорсткості матеріалу $(G / B_1)^{1/2}$, при цьому вибрано конкретне значення параметра $\lambda / \gamma = 0,409$ (відношення розміру області контакту до кута розкриття пластини). Результати обчислень наведено у табл. 1.

Таблиця 1

Осідання штампу C_0^* для різних значень характеристик жорсткості матеріалу $(G / B_1)^{1/2}$ ($\lambda / \gamma = 0,409$)

$(G / B_1)^{1/2}$	B	K(k1)	λ/γ	II	C0
0,524401	2,99	3,36	0,409	0,882338	-0,02109
0,348107	5,03	4,86	0,409	0,963352	-0,00541
0,134264	11,32	16,06	0,409	0,999996	-8,5*10 ⁻⁷

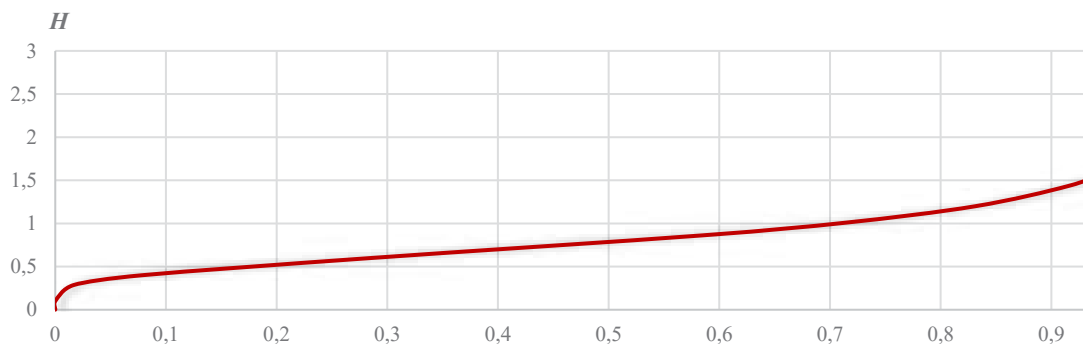


Рис. 2. Змінення розміру ділянки зчеплення

Нарис. 2 наведено залежність розміру ділянки зчеплення α_* від параметру $N = \rho(G / B_1)^{-1/2}$ для $(G / B_1)^{1/2} = 0.348$ (N обчислювалось за таких значень коефіцієнта тертя ρ : 0; 0,1; 0,3; 0,5; 0,7; 0,9).

Проведено дослідження впливу параметра λ / γ (відношення розміру області контакту до розміру вільної границі пластини) на розподіл напружень під штампом.

Нехай $\sigma^* = -\frac{4\gamma}{P_0\pi} \sigma_1^0$, після перетворень маємо:

$$\sigma^* = \frac{1}{K(l_1)} \frac{1}{\sqrt{l_1^2 - \eta_1^2}} = \frac{1}{K(l_1)l_1} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\eta_1}{l_1}\right)^2}}$$

Якщо позначити $t = \frac{\eta_1}{l_1} = \frac{\sin(\pi y_1/2\gamma)}{\sin(\pi\lambda/2\gamma)}$ за $x_1 = 0$, $|y_1| < \lambda$ і врахувати те, що вплив тертя на розподіл напружень під штампом позначається лише з третього наближення, тоді:

$$\sigma^* = \frac{1}{K(l_1)l_1} \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} \quad (-1 < l_1 < 1; \quad -1 < t < 1).$$

Величина σ^* залежить від $l_1 = \sin(\pi\lambda/2\gamma)$, що характеризує розмір ділянки під штампом. Встановлено залежність $l_1 = \sin(\pi\lambda/2\gamma)$ від відношення λ/γ (табл. 2).

Таблиця 2

Залежність $l_1 = \sin(\pi\lambda/2\gamma)$ від відношення λ/γ

λ/γ	0,006	0,064	0,128	0,333	0,409	0,59	0,872	0,971
l_1	0,0094	0,1004	0,1997	0,4995	0,5992	0,7997	0,9799	0,9991

Таблиця 3

Розподіл нормальних напружень під штампом з урахуванням впливу розмірів вільної грані пластини та штампу

t		0	0,2	0,3	0,5	0,6	0,8	0,9
σ^*	$l_1 0,0094$	67,39	68,78	70,64	77,81	84,24	88,68	154,6
	$l_1 0,1004$	6,179	6,306	6,477	7,135	7,724	8,131	14,18
	$l_1 0,1997$	3,017	3,081	3,163	3,484	3,772	3,971	6,922
	$l_1 0,4995$	1,081	1,102	1,132	1,247	1,351	1,421	2,477
	$l_1 0,5992$	0,856	0,874	0,898	0,989	1,071	1,127	1,965
	$l_1 0,7997$	0,554	0,566	0,581	0,631	0,693	0,729	1,271
	0,9799	0,305	0,311	0,319	0,352	0,381	0,401	0,699
	$l_1 0,9991$	0,208	0,212	0,218	0,241	0,259	0,273	0,476

В табл. 3 наведено залежність нормального напруження під штампом від значення відношення розміру області контакту до розміру вільної грані пластини. Результати отримані з урахуванням табл. 2.

Список використаної літератури

- Кагадій Т.С., Шпорта А.Г., Білова О.В., Щербина І.В. Математичне моделювання в задачах геометрично нелінійної теорії пружності. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2021. Т. 4. № 1. С. 103–110. <https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.11>.
- Shporta A.H., Kagadii T.S., Govorukha V.B., Onoprienko O.D., Zhao S. Analysis of numeric results for analogue of galin’s problem in curvilinear coordinates. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2023. V. 1. P. 142–148. <https://doi.org/10.33271/nvngu/2023-1/142>.
- Erdogan F., Ozturk M. On the Singularities in Fracture and Contact Mechanics. *Journal of Applied Mechanics*. 2008. V. 75 (5). P. 51–111. <https://doi.org/10.1115/1.2936241>.
- Мартиняк Р.М., Приходько О.В. Задача про вдавлювання близького до плоского штампу в пружний шорсткий півпростір. *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій*. 2020. Т. 31. С. 66–77. <https://doi.org/10.15421/4220006>.

5. Ostriuk V.I. Inversion Symmetry of the Solutions of Boundary-Value Problems of Elasticity for a Half-Space. *International Applied Mechanics*. 2020. V. 56. P. 628–642. <https://doi.org/10.1007/s10778-020-01040-8>.
6. Ostryk V.I. Closed Semi-Infinite Crack at the Interface between Materials in a Piecewise-Homogeneous Strip. *International Applied Mechanics*. 2021. V. 57. P. 363–372. <https://doi.org/10.1007/s10778-021-01087-1>.
7. Cen J.A., Komvopoulos K. Cohesive-Zone-Based Contact Mechanics Analysis of Delamination in Homogeneous and Layered Half-Spaces Subjected to Normal and Shear Surface Traction. *Journal of Applied Mechanics*. 2023. P. 1–17. <https://doi.org/10.1115/1.4062141>.
8. Lebon F., Ramière I. Advanced Numerical Methods in Computational Solid Mechanics. *Mathematics*. 2023. Vol. 11 (6). P. 12–15. <https://doi.org/10.3390/math11061512>.
9. Tchoualag L., Ndjansi L.O., Woukeng J.L. Rapid Methods for the Resolution of Contact Problems in Static Linear Elasticity. *Mathematical Problems in Engineering*. 2023. Vol. 2023. P. 1–26. <https://doi.org/10.1155/2023/9960116>.
10. Wang F., Shah S., Wu B. Discontinuous Galerkin Methods for Hemivariational Inequalities in Contact Mechanics. *Journal of Scientific Computing*. 2023. Vol. 95 (3). <https://doi.org/10.1007/s10915-023-02212-7>.
11. Sohrabifard M., Nategh M.J. Investigation of the stability and contact stiffness of workpiece inside fixture in different machining conditions. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2023. Vol. 237 (20). doi:10.1177/09544062231153749.
12. Argatov I.I., Mishuris G.S., Popov V.L. Asymptotic modelling of the JKR adhesion contact for a thin elastic layer. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*. 2016. V. 69 (2). P. 161–179. <https://doi.org/10.1093/qjmam/hbw002>.
13. Ciavarella M., Joe J., Papangelo A., Barber J.R. The role of adhesion in contact mechanics. *Journal of the Royal Society*. 2019. Vol. 16 (151) Article ID: 20180738. <http://doi.org/10.1098/rsif.2018.0738>.
14. Castellano M., Lorez F., Kammer D. S. Nucleation of frictional slip: A yielding or a fracture process? *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2023. Vol. 173. P. 105–193. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2022.105193>.
15. Klimchuk T.V., Ostryk V.I. Smooth Contact of a Semiinfinite Punch with Rounded Edge and an Elastic Strip. *Journal of Mathematical Science*. 2018. V. 231. P. 650–664. <https://doi.org/10.1007/s10958-018-3842-9>.

References

1. Kahadii, T.S., Shporta, A.H., Bilova, O.V., & Shcherbyna, I.V. (2021). Matematychno modeliuвання v zadachakh heometrychno neliniinoi teorii pruzhnosti. [Mathematical modeling in problems of geometrically nonlinear theory of elasticity]. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuвання*. 4 (1). 103–110. <https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.11> [in Ukrainian].
2. Shporta, A.H., Kagadii, T.S., Govorukha, V.B., Onopriienko, O.D., & Zhao, S. (2023). Analysis of numeric results for analogue of Galin's problem in curvilinear coordinates. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. V. 1. P. 142–148. <https://doi.org/10.33271/nvngu/2023-1/142> [in English].
3. Erdogan, F. & Ozturk, M. (2008). On the Singularities in Fracture and Contact Mechanics. *Journal of Applied Mechanics*. 75 (5), 51–111. <https://doi.org/10.1115/1.2936241> [in English].
4. Martyniak, R.M., & Prykhodko, O.V. (2020). Zadacha pro vdavliuvannya blyzko do ploskoho shtampu v pruzhnyi shorstkyi pivprostir. [The problem of pressing a close to flat Stamp in

- an elastic rough half-Space]. *Problemy obchysliuvalnoi mekhaniky i mitsnosti konstruktsii*. 31. 66–77. <https://doi.org/10.15421/4220006> [in Ukrainian].
5. Ostriuk, V.I. (2020). Inversion Symmetry of the Solutions of Boundary-Value Problems of Elasticity for a Half-Space. *International Applied Mechanics*. 56, 628–642. <https://doi.org/10.1007/s10778-020-01040-8> [in English].
 6. Ostryk, V.I. (2021). Closed Semi-Infinite Crack at the Interface between Materials in a Piecewise-Homogeneous Strip. *International Applied Mechanics*. 57, 363–372. <https://doi.org/10.1007/s10778-021-01087-1> [in English].
 7. Cen, J.A. & Komvopoulos, K. (2023). Cohesive-Zone-Based Contact Mechanics Analysis of Delamination in Homogeneous and Layered Half-Spaces Subjected to Normal and Shear Surface Traction. *Journal of Applied Mechanics*. P. 1–17. <https://doi.org/10.1115/1.4062141> [in English].
 8. Lebon, F., & Ramière, I. (2023). Advanced Numerical Methods in Computational Solid Mechanics. *Mathematics*. 11 (6), 12–15. <https://doi.org/10.3390/math11061512> [in English].
 9. Tchoualag, L., Ndjansi, L.O., & Woukeng, J.L. (2023). Rapid Methods for the Resolution of Contact Problems in Static Linear Elasticity. *Mathematical Problems in Engineering*. 2023, 1–26. <https://doi.org/10.1155/2023/9960116> [in English].
 10. Wang F., Shah S., & Wu, B. (2023). Discontinuous Galerkin Methods for Hemivariational Inequalities in Contact Mechanics. *Journal of Scientific Computing*. 95 (3). <https://doi.org/10.1007/s10915-023-02212-7> [in English].
 11. Sohrabifard, M., & Nategh, M.J. (2023). Investigation of the stability and contact stiffness of workpiece inside fixture in different machining conditions. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 237(20). doi:10.1177/09544062231153749 [in English].
 12. Argatov, I.I., Mishuris, G.S., & Popov, V.L. (2016). Asymptotic modelling of the JKR adhesion contact for a thin elastic layer. *The Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*. 69 (2), 161–179. <https://doi.org/10.1093/qjmam/hbw002> [in English].
 13. Ciavarella, M., Joe J., Papangelo, A., & Barber, J.R. (2019). The role of adhesion in contact mechanics. *Journal of the Royal Society*. 16 (151) Article ID:20180738. <http://doi.org/10.1098/rsif.2018.0738> [in English].
 14. Castellano, M., Lorez, F., & Kammer, D. S. (2023). Nucleation of frictional slip: A yielding or a fracture process? *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 173, 105–193. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2022.105193> [in English].
 15. Klimchuk, T.V., & Ostryk, V.I. (2018). Smooth Contact of a Semiinfinite Punch with Rounded Edge and an Elastic Strip. *Journal of Mathematical Science*. 231, 650–664. <https://doi.org/10.1007/s10958-018-3842-9> [in English].

Кагадій Тетяна Станіславівна – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри прикладної математики Національного технічного університету «Дніпровська політехніка». E-mail: tkagadiy@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6116-4971.

Шпорта Анна Григорівна – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри прикладної математики Національного технічного університету «Дніпровська політехніка». E-mail: shportaanna@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1260-7358.

Білова Оксана Вікторівна – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри економічної кібернетики Українського державного університету науки і технологій. E-mail: okbelova00@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6258-6164.

Щербина Ірина Володимирівна – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри вищої математики, фізики та загальноінженерних дисциплін Дніпровського державного аграрно-економічного університету. E-mail: sherbinaiv@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3968-4326.

Онопрієнко Олег Дмитрович – доктор філософії з галузі «Математика та статистика», доцент, доцент кафедри вищої математики, фізики та загальноінженерних дисциплін Дніпровського державного аграрно-економічного університету. E-mail: onopriienko.oleg@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3127-4616.

Kagadiy Tetyana Stanislavivna – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Applied Mathematics of the Dnipro University of Technology. E-mail: tkagadiy@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6116-4971.

Shporta Anna Hryhorivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Applied Mathematics of the Dnipro University of Technology. E-mail: shportaanna@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1260-7358.

Bilova Oksana Viktorivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Economic Cybernetics of the Ukrainian State University of Science and Technology. E-mail: okbelova00@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6258-6164.

Shcherbyna Iryna Volodymyrivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Higher mathematics, Physics and General Engineering Disciplines of the Dnipro State Agrarian and Economic University. E-mail: sherbinaiv@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3968-4326.

Onopriienko Oleg Dmytrovych – PhD, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Higher Mathematics, Physics and General Engineering Disciplines of the Dnipro State Agrarian and Economic University. E-mail: onopriienko.oleg@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3127-4616.

Т.Д. КАЮК, Ю.М. СЕЛІН, Ю.В. КУЄВДА
 Національний технічний університет України
 «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧ ВИБОРУ АЛЬТЕРНАТИВ З ВИКОРИСТАННЯМ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ВАРТІСНОГО АНАЛІЗУ

Стаття присвячена аналізу функціональних і вартісних аспектів розробки програмного продукту, що дає змогу оцінити і прийняті рішення щодо використаних технологій у контексті теорії вибору опцій та оптимізації виробничих процесів, що є ключовим для подальшого практичного застосування результатів проекту.

Вибір найбільш ефективної стратегії розробки системи, особливо тієї, що має велике значення для моделювання складноорганізованих систем, є критичним етапом. Кожен етап розроблення супроводжується ризиками, особливо початкові етапи, які встановлюють рамки для досягнення цілей наукового дослідження. Неправильний збір та обробка даних, вибір середовища та інструментів розробки, моніторинг виконання етапів і адекватна презентація результатів можуть значно вплинути на ефективність, надійність і економічну обґрунтованість прийняття рішень.

У статті докладно описано процес вирішення завдання вибору альтернатив розв'язку конкретної задачі з використанням функціонально-вартісного аналізу. Приведено постановку задачі, викладено теоретичні відомості, наведено алгоритм розв'язку. Як приклад представлено розрахунки вирішення задачі вибору альтернатив розробки програмного продукту, який дає змогу візуалізувати та аналізувати результати якісного аналізу динаміки складноорганізованих систем.

Представлені матеріали є частиною наукової роботи з розроблення інструментів для розрахунків та візуалізації результатів якісного аналізу динаміки складноорганізованих систем шляхом практичного застосування отриманих результатів в економічних моделях.

Об'єктом дослідження є якісний аналіз та візуалізація результатів моделювання динаміки складноорганізованих систем, представлених у вигляді системи автономних диференціальних рівнянь.

Предметом дослідження є комплекс програмних засобів для розрахунку та візуалізації результатів якісного аналізу динаміки складноорганізованих систем.

Ключові слова: складноорганізовані системи, вибір альтернатив, функціонально-вартісний аналіз, метод попарного порівняння, математичний апарат.

T.D. KAIUK, YU.M. SELIN, YU.V. KUIEVDA
 National Technical University of Ukraine
 "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

SOLVING PROBLEMS OF CHOOSING ALTERNATIVES USING BY FUNCTIONAL-COST ANALYSIS

The article is devoted to the analysis of functional and cost aspects of software product development, which allows to evaluate the decisions made regarding the used technologies in the context of the theory of option selection and optimization of production processes. What is key for further practical application of project results.

Choosing the most effective system development strategy, especially one that is important for modeling complex systems, is a critical step. Every stage of development is accompanied by risks, especially the initial stages that set the framework for achieving the goals of scientific research. Improper data collection and processing, choice of environment and development tools, monitoring of the execution of stages and adequate presentation of results can significantly affect the efficiency, reliability and economic feasibility of decision-making.

The article describes in detail the process of solving the problem of choosing alternatives for a specific problem using functional cost analysis. The statement of the problem is presented, the theoretical information is presented, and the algorithm for solving the problem is given. As an example, the calculations of the solution to the problem of choosing alternatives for the development of a software product are presented, which allows you to visualize and analyze the results of a qualitative analysis of the dynamics of complex systems.

The presented materials are part of the scientific work on the development of tools for calculating and visualizing the results of qualitative analysis of the dynamics of complex systems, through the practical application of the obtained results in economic models.

Object of research. Qualitative analysis and visualization of the results of modeling the dynamics of complex systems, presented in the form of a system of autonomous differential equations.

Subject of research. A set of software tools for calculating and visualizing the results of qualitative analysis of the dynamics of complex systems.

Key words: complex systems, choice of alternatives, functional value analysis, pairwise comparison method, mathematical apparatus.

Постановка проблеми

Менеджери на всіх рівнях щодня приймають різноманітні рішення для вирішення організаційних проблем. Сьогодні існує безліч процесів і методів для підвищення якості прийняття рішень. Вибір найкращого методу для вирішення конкретної управлінської проблеми має вирішальне значення.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Взагалі ухвалення рішень – це процес вибору між двома або більше можливими варіантами задля того, щоб знайти розв’язання поставленого завдання. Експерти відіграють важливу роль у цьому процесі, вони мають високий ступінь знань про всі нюанси проблеми.

Якщо експерт добре обізнаний у певній галузі знань, його судження є об’єктивними і тому мають вирішальне значення для процесу прийняття рішень [1–3].

Альтернатива – це набір дій, який забезпечує комплексний підхід до вирішення проблеми. Альтернативи повинні відображати різні підходи до проблеми та різні пріоритети для різних цілей і надавати особам, які приймають рішення, реалістичні варіанти та переваги. Для вирішення проблеми прийняття рішень необхідно мати щонайменше дві альтернативи [4].

Деякі завдання передбачають пошук найефективнішої компанії серед наявних компаній або ухвалення рішення про найкращий університет чи літак. Особливістю цих задач є те, що набір альтернатив є закритим і не може бути розширений [5].

Коли варіантів занадто багато, особа, яка приймає рішення, не завжди може приділити увагу кожному з них.

За виникнення такої ситуації зростає потреба в розробленні чітких правил вибору, процедур залучення експертів і набору правил, що дають змогу проводити послідовну політику без суперечностей.

Сучасні методи прийняття рішень наближають формальні схеми до реального світу, фокусуючись на врахуванні всіх відмінних рис альтернатив та багатстві їх опису. Тому все більшого поширення набувають багатокритеріальні визначення альтернатив. Одним із способів задовольнити ці вимоги є математичне формулювання проблеми прийняття рішень.

Якщо альтернативи не визначені, то критерії визначаються на підставі вимог задачі вибору. У цьому разі розглядаються або минулі ситуації прийняття рішень, або очікувані альтернативи [6].

Задача прийняття рішення та її рішення залежать від кількості критеріїв. Якщо кількість критеріїв невелика, завдання порівняння двох альтернатив є дуже простим для особи, яка приймає рішення [7].

Одним з ключових питань, що впливають на економічну діяльність будь-якої організації, є правильний вибір методу оцінки тендерів. Від цього залежать інтереси та загальний розвиток організації. Більше того, для того щоб прийняти правильне рішення, необхідно врахувати всі «за» і «проти» кожної економічної пропозиції. Це дуже ускладнює процес прийняття рішень, особливо визначення того, які критерії є більш важливими, ніж інші. Хороше рішення цієї проблеми можна отримати, застосувавши метод аналізу ієрархій (MAI), який має міцну математичну основу [8].

За великого числа критеріїв завдання стає складнішим. На щастя, за великої кількості критеріїв вони зазвичай можуть бути об’єднані в групи залежних критеріїв, які мають певне смислове значення і свою назву. Такі групи, як правило, незалежні. Назву такої групи

критеріїв можна розглядати як назва узагальненого критерію. Таким чином, з'являється ієрархія критеріїв. У низці завдань можуть бути побудовані ієрархії критеріїв з різною кількістю рівнів. Підставою для природного об'єднання критеріїв в групи є можливість виділити плюси та мінуси альтернативи, її переваги та недоліки (наприклад, вартість та ефективність). Далі вони також можуть бути розділені на групи (наприклад, критерії, важливі для самої людини, що приймає рішення, для активних груп). Велику роль в утворенні груп відіграє залежність критеріїв [9; 10].

Як приклад можна згадати дослідження, що було виконано для наповнення математичного апарату системи підтримки прийняття рішень в задачах вибору альтернатив під час проведення тендерних процедур [11].

Мета дослідження

Метою статті є проведення функціонально-вартісного аналізу процедури розробки програмного продукту; розгляд основних компонентів системи: системи визначення ключових параметрів моделі, інтерфейсу побудови математичної моделі, системи фіксації параметрів, а також системи постановки чисельного експерименту; проведення якісного аналізу математичної моделі для визначення різних режимів функціонування системи за різних значень параметрів.

Виклад основного матеріалу дослідження

Робота була зосереджена на розробленні комплексу засобів для розрахунку та візуалізації результатів якісного аналізу динаміки складноорганізованих систем. Він має науково-дослідницький характер і не передбачає комерційної реалізації. Важливо врахувати висновки проведеного аналізу, які можуть бути корисні для дослідників, техніків та інших фахівців у галузі математичного моделювання.

Економічний аспект залишається важливим у плануванні, оскільки більшість проєктів обмежена в часі, а фінансові ресурси є одним з найважливіших факторів впливу. Перспектива полягає в тому, що науково-дослідницькі проєкти, спрямовані на пошук інноваційних підходів, часто отримують фінансування тільки за наявності видимих результатів, що підкреслює важливість вартісного аналізу проведеної роботи. Це дасть змогу зрозуміти, наскільки обґрунтованою є розробка подібних методів на підставі вибраних технологій та отриманих результатів.

Необхідно зазначити, що аналіз ринку та конкурентів у традиційному розумінні не є можливим. Це пояснюється тим, що розробники передових рішень у сфері дослідження методів якісного аналізу динаміки складноорганізованих систем не розкривають фінансових аспектів, а їхні програмні продукти не мають відкритого доступу. Тому ці рішення не призначені для продажу і не мають на меті прямого впровадження у комерційні системи, а спрямовані на поширення знань та розуміння процесів моделювання та впливу різних факторів на їхню динаміку.

Обґрунтування функцій програмного продукту

Головна функція F_0 – розробка програмного продукту, який дає змогу візуалізувати та аналізувати результати якісного аналізу динаміки складноорганізованих систем. На основі цієї функції виділено такі головні функції виробу:

- F_1 – вибір мови програмування для реалізації вибраного алгоритму;
- F_2 – вибір бібліотеки для роботи з інтерфейсом програми;
- F_3 – вибір бібліотеки для роботи з графічними даними.

Зокрема, варто визначити декілька можливих варіантів їх реалізації:

Функція F_1 :

- JavaScript;
- Python.

Функція F_2 :

- Bootstrap;
- Foundation;
- Tkinter.

Функція F_3 :

- Plotly.js;
- D3.js;
- Matplotlib.

Морфологічна карта реалізації основних функції зображена на рис. 1.

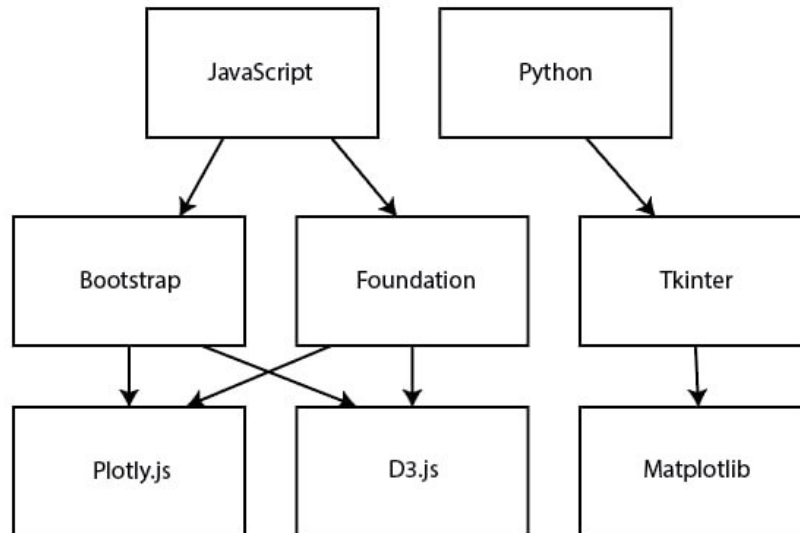


Рис. 1. Морфологічна карта

На основі визначених функцій, представлених варіантів реалізації та сформованої морфологічної карти було побудовано позитивно-негативну матрицю, результати якої продемонстровано нижче, у табл. 1.

Після аналізу позитивно-негативної матриці можна провести відбір інструментів, що найбільш підходять для задач проекту, забезпечуючи оптимальний баланс між перевагами та недоліками.

Функція F_1

Як мову програмування можна розглянути JavaScript, адже вона є дуже поширеною, ідеально підходить для поставлених задач і має велику кількість допоміжних бібліотек. Не менш важливим є те, що JavaScript добре працює з мовою розмітки HTML, що дає змогу легко створювати інтерфейс і маніпулювати ним (функція F_2), гнучко підбирати стилі окремих елементів сторінки і відкриває доступ до публічного розміщення програми у мережі Інтернет. Python призначена для більш наукових задач, але водночас є складнішою у розумінні мовою програмування.

Функція F_2

Найбільш популярним використанням мови JavaScript є розробка додатків і вебсайтів, що робить її зручним інструментом для налаштування зовнішнього вигляду і інтерфейсу програми. Не останню роль у цьому відіграють різномантні бібліотеки, наприклад Bootstrap і Foundation. Серед цих двох найбільш перспективним варіантом для роботи можна вважати саме Bootstrap через її простоту і візуальне вподобання. Щодо Python, то найзручнішим інструментом побудови інтерфейсу є бібліотека Tkinter.

Таблиця 1

Позитивно-негативна матриця

Функція	Варіант	Переваги	Недоліки
F_1	JavaScript (A)	Швидкість розробки, висока масштабованість	Менша ефективність для важких обчислень
	Python (B)	Багато наукових бібліотек для обробки даних та візуалізації	Складність розробки генерованого інтерфейсу
F_2	Bootstrap (A)	Широкі можливості кастомізації та швидкість розробки	Може вимагати додаткового часу для оптимізації на великих проєктах
	Foundation (B)	Гнучка сітка та добре працює на мобільних пристроях	Потребує більшої кількості налаштувань порівняно з іншими бібліотеками
	Tkinter (C)	Вбудований у Python та простий у використанні для створення інтерфейсу	Менша кількість готових елементів і стилів порівняно з іншими інструментами
F_3	Plotly.js (A)	Легкий у використанні та візуально привабливий	Менша гнучкість та складність
	D3.js (B)	Велика гнучкість та можливості для створення складних візуалізацій	Вимагає великої кількості коду для реалізації навіть простих графіків
	Matplotlib (C)	Можливості для створення різноманітних графіків та візуалізацій у Python	Потребує додаткового налаштування для досягнення бажаних результатів

Функція F_3

Головною метою усієї роботи є проведення якісного аналізу САДР, а саме побудова фазового портрету у дво- та тривимірному вигляді. Якщо для мови програмування ми вибираємо JavaScript, то є вже готові рішення, а саме бібліотеки Plotly.js і D3.js. Остання є більш комплексною, але й вимагає більшого залучення у налаштування. Plotly.js має візуально приємний і дружній до користувача інтерфейс і, оскільки ми будемо простий графік, без інших складних візуалізацій, підходить найкраще під наші потреби. Щодо Python, то вибір падає на бібліотеки Matplotlib, що також має можливості для побудови дво- і тривимірних графіків.

Отже, будемо розглядати такі варіанти реалізації програмного продукту:

- 1) $F_1(A) - F_2(A) - F_3(A)$.
- 2) $F_1(B) - F_2(C) - F_3(C)$.

Для оцінювання якості розглянутих функцій вибрана система параметрів, описана нижче.

Обґрунтування системи параметрів програмного продукту

Для того щоб охарактеризувати програмний продукт, будемо використовувати такі параметри:

- X_1 – об’єм оперативної пам’яті для проведення обчислень;
- X_2 – об’єм написаного програмного коду;
- X_3 – об’єм задіяних ресурсів центрального процесору;
- X_4 – об’єм затраченого часу на проведення обчислень.

Після аналізу вимог до програми і опису її функцій було вибрано найгірші, середні та найкращі значення параметрів, як показано в табл. 2.

Аналіз експертного оцінювання параметрів

Після всебічного обговорення і аналізу кожен експерт оцінює значущість кожного параметра для досягнення конкретної мети – створення програмного продукту, який проводить якісний аналіз складноорганізованих динамічних систем.

Значущість кожного параметра визначається за допомогою методу попарного порівняння. Оцінювання здійснюється групою із семи експертів. Процес визначення коефіцієнтів значущості включає такі етапи.

Таблиця 2

Основні параметри програмного продукту

Параметр	Умове позначення	Одиниця виміру	Значення		
			найгірше	середнє	найкраще
Об'єм оперативної пам'яті для проведення обчислень	X_1	Мб	8 192	4 096	2 048
Об'єм написаного програмного коду	X_2	Кількість рядків	640	520	480
Об'єм задіяних ресурсів центрального процесору	X_3	Відсотки	25	18	12
Об'єм затраченого часу на проведення обчислень	X_4	Секунди	80	41	2

- 1) Встановлення рівня важливості параметра через присвоєння різних рангів.
 - 2) Перевірка відповідності експертних оцінок для подальшого використання.
 - 3) Визначення попарного пріоритету параметрів.
 - 4) Аналіз результатів і розрахунок коефіцієнта значущості.
- Результати проілюстровано у табл. 3.

Таблиця 3

Експертне оцінювання параметрів

Позначення параметра	Одиниці виміру	Ранг параметра за оцінкою експерта							Сума рангів R_i	Відхилення Δ_i	Δ_i^2
		1	2	3	4	5	6	7			
X_1	Мб	2	1	1	2	1	1	2	10	-7,5	56,25
X_2	Кількість рядків	4	4	4	3	3	5	3	26	8,5	72,25
X_3	%	1	2	3	1	2	1	1	11	-6,5	42,25
X_4	Секунди	3	3	2	4	4	3	4	23	5,5	30,25
		10	10	10	10	10	10	10	70	0	201

Для перевірки достовірності проведемо обчислення декількох параметрів:
 – сума рангів кожного з параметрів і загальна сума рангів:

$$R_i = \sum_{j=1}^N r_{ij} = \frac{Nn(n+1)}{2} = \frac{7 \cdot 4(4+1)}{2} = 70,$$

де N – число експертів, n – кількість параметрів;
 – середня сума рангів:

$$T = \frac{1}{n} R_{ij} = 17,5;$$

– відхилення суми рангів кожного параметра від середньої суми рангів:

$$\Delta_i = R_i - T;$$

сума відхилень за всіма параметрам повинна дорівнювати 0;
 – загальна сума квадратів відхилення:

$$S = \sum_{i=1}^N \Delta_i^2 = 201.$$

Враховуючи ці параметри, порахуємо коефіцієнт узгодженості:

$$W = \frac{10S}{N^2(n^3 - n)} = \frac{10 \cdot 169}{7^2(4^3 - 4)} = 0,68 > W_k = 0,67.$$

Отже, маємо коефіцієнт узгодженості, вищий за нормативний показник $W_k = 0,67$, що свідчить про високий рівень.

Числове значення, що визначає ступінь переваги i -го параметра над j -м, a_{ij} визначається за формулою:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1.5 \text{ при } X_i > X_j \\ 1.0 \text{ при } X_i = X_j \\ 0.5 \text{ при } X_i < X_j \end{cases}$$

Таблиця 4

Попарне порівняння параметрів

Параметри	Експерти							Кінцева оцінка	Числове значення
	1	2	3	4	5	6	7		
$X1 \text{ i } X2$	<	<	<	<	<	<	<	<	0,5
$X1 \text{ i } X3$	>	<	<	>	<	<	>	<	0,5
$X1 \text{ i } X4$	<	<	<	<	<	<	<	<	0,5
$X2 \text{ i } X3$	>	>	>	>	>	>	>	>	1,5
$X2 \text{ i } X4$	>	>	>	<	<	>	<	>	1,5
$X3 \text{ i } X4$	<	<	>	<	<	<	<	<	0,5

За результатами числових значень коефіцієнтів переваг на основі підсумкових оцінок було складено квадратну матрицю $A = x_{ij}$ та розраховано пріоритетність K_{ei} для кожного з параметрів, поки різниця між ітераціями розрахунку цих вагомості не стала меншою за 5%.

$$b_i = \sum_{i=1}^N a_{ij};$$

$$K_{ei} = \frac{b_i}{\sum_{i=1}^n b_i}.$$

Для наступних ітерацій використовувались:

$$b_i' = \sum_{i=1}^N a_{ij} b_j;$$

$$K_{ei}' = \frac{b_i'}{\sum_{i=1}^n b_i'}.$$

Таблиця 5

Розрахунок вагомості параметрів

Параметри x_i	Параметри x_j				Ітерація № 1		Ітерація № 2	
	X_1	X_2	X_3	X_4	b_i	K_{ei}	b_i^1	K_{ei}^1
X_1	1	0,5	0,5	0,5	2,5	17,86%	8,25	16,18%
X_2	0,5	1	1,5	1,5	4,5	32,14%	16,25	31,86%
X_3	0,5	1,5	1	0,5	3,5	25,00%	13,25	25,98%
X_4	0,5	1,5	0,5	1	3,5	25,00%	13,25	25,98%
Всього					14	1	51	14

Як бачимо за таблицею 5, наступні ітерації відрізняються не більше ніж на 2%, що говорить про непотрібність подальших операцій.

Аналіз рівня якості варіантів реалізації функцій

Рівень якості кожного варіанта виконання основних функцій визначаємо окремо.

Абсолютні значення параметрів X_1 – об’єм оперативної пам’яті для проведення обчислень, X_3 – об’єм задіяних ресурсів центрального процесору та X_4 – об’єм затраченого часу на проведення обчислень відповідають технічним вимогам умов функціонування цього програмного продукту.

Абсолютне значення параметра X_2 – об’єм написаного програмного коду вибрано не найгіршим.

Коефіцієнт технічного рівня для кожного варіанта реалізації програмного продукту розраховується так (табл. 6):

$$K_K(j) = \sum_{i=1}^n K_i B_i,$$

де n – кількість параметрів, K_{vi} – коефіцієнт вагомості i -го параметра, B_i – оцінка i -го параметра в балах.

Таблиця 6

Розрахунок показників рівня якості

Основні функції	Варіант реалізації функції	Параметри, задіяні у реалізації	Абсолютне значення параметра	Бальна оцінка параметра	Коефіцієнт вагомості параметра	Коефіцієнт рівня якості
F_1	А	X_4	52	7	0,26	1,82
	В	X_4	41	8	0,26	2,08
F_2	А	X_1	2 048	10	0,16	1,6
	С	X_1	4 096	6	0,16	0,96
F_3	А	X_2	500	5	0,32	1,6
	С	X_2	520	6	0,32	1,92

За даними табл. 6 і формулою визначаємо рівень якості кожного з варіантів:

$$K_K = K_{TV} [F_{1k}] + K_{TV} [F_{2k}] + \dots + K_{TV} [F_{zk}].$$

$$K_{K1} = 1,82 + 1,6 + 1,6 = 5,02.$$

$$K_{K2} = 2,08 + 0,96 + 1,92 = 4,96.$$

Як видно з розрахунків, хоч і з незначним відривом, але кращим є варіант 1, для якого коефіцієнт технічного рівня має найбільше значення.

Економічний аналіз варіантів розробки програмного продукту

Проведемо розрахунок загальної трудомісткості системи цього проєкту.

Розділимо програмний продукт на два проєкти: розробка алгоритму для розрахунку точок фазового портрету і розробку динамічного інтерфейсу, його розміщення і стилізація. Перше завдання має новизну групи «А», тоді як друге – «В». Складність алгоритму першого – 1, другого – 3. Складність організації контролю вхідної та вихідної інформації – «5,1 + 5,4» (вихідні дані та документи різноманітного розміру і структури). Мова програмування – JavaScript.

Скористаємось формулою:

$$T_O = T_P \cdot K_{II} \cdot K_{CK} \cdot K_M \cdot K_{CT} \cdot K_{CTM},$$

де T_P – трудомісткість розробки ПП, K_{II} – поправочний коефіцієнт, K_{CK} – коефіцієнт на складність вхідної інформації, K_M – коефіцієнт рівня мови програмування, K_{CT} – коефіцієнт використання стандартних модулів і прикладних програм, K_{CTM} – коефіцієнт стандартного математичного забезпечення.

Виходячи з норм часу для завдань розрахункового характеру ступеня новизни А та групи складності алгоритму 1, трудомісткість має такі значення: $T_P = 90$ людино-днів. Поправочний коефіцієнт, який враховує вид нормативно-довідкової інформації для першого завдання: $K_{II} = 1,6$. Поправочний коефіцієнт, який враховує складність контролю вхідної та вихідної інформації: $K_{CK} = 1$. Коефіцієнт рівня мови програмування $K_M = 0,8$. Під час розроблення першого завдання майже жодних стандартних модулів не використовувалося, врахуємо це за допомогою коефіцієнта $K_{CT} = 1$. Коефіцієнт стандартного математичного забезпечення позначимо 0,4. Тоді загальна трудомісткість програмування першого завдання дорівнює:

$$T_1 = 90 \cdot 1,6 \cdot 1 \cdot 0,8 \cdot 1 \cdot 0,4 = 46,08 (\text{людино} - \text{днів}).$$

Аналогічно розпишемо для другого завдання. Тобто $T_P = 27$, $K_{II} = 1,6$, $K_{CK} = 0,5$, $K_M = 0,5$, $K_{CT} = 0,5$, $K_{CTM} = 0,5$.

$$T_2 = 27 \cdot 1,6 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 2,7 (\text{людино} - \text{днів}).$$

Отримуємо доволі правдоподібні дані, зважаючи на те, що перше завдання має на меті складний математичний алгоритм, а друге – розробити візуальний супровід для нього.

Оскільки у розробці бере участь один програміст з окладом 34 327 грн і один фронтенд-розробник з окладом 22 212 грн, то середня заробітна плата складає:

$$СЧ = \frac{M}{T_m \cdot t} (\text{грн}),$$

де M – місячний оклад працівників, T_m – кількість робочих днів на тиждень, t – кількість робочих годин у день.

$$C_{ч1} = \frac{34327}{3 \cdot 21 \cdot 8} = 68,1(\text{грн}).$$

$$C_{ч2} = \frac{22212}{3 \cdot 21 \cdot 8} = 44,07(\text{грн}).$$

Розрахуємо заробітну плату за формулою:

$$CЗП1 = C_{ч1} \cdot T_i \cdot КД = 68,1 \cdot 46,08 \cdot 8 \cdot 1,1 = 27614,82(\text{грн});$$

$$CЗП2 = C_{ч2} \cdot T_2 \cdot КД = 44,07 \cdot 2,7 \cdot 8 \cdot 1,1 = 1047,10(\text{грн}),$$

де $C_{ч}$ – величина погодинної оплати роботи програміста, T_i – трудомісткість відповідного завдання, $КД$ – норматив, який враховує додаткову заробітну плату.

Відраховано соціальний внесок від заробітної плати:

$$C_{від} = (CЗП1 + CЗП2) \cdot 0,22 = (27614,82 + 1047,10) \cdot 0,22 = 6305,62(\text{грн}).$$

Розрахуємо машинний час, враховуючи додаткову заробітну плату і відрахування соціального внеску:

$$C_2 = 12 \cdot M \cdot K_3 = 12 \cdot (34327 + 22212) \cdot 0,2 = 135693,6(\text{грн});$$

$$C_{зн} = C_2 \cdot (1 + K_3) = 135693,6 \cdot 1,2 = 162832,32(\text{грн});$$

$$C_{від} = 162832,32 \cdot 0,22 = 86400 \cdot 1,2 = 35823,11(\text{грн}),$$

де K_3 – коефіцієнт зайнятості.

Амортизаційні відрахування розраховуємо за амортизації 25% та вартості ЕОМ: 21 250 грн.

$$CA = 2 \cdot K_{TM} \cdot K_A \cdot Ц_{ПР} = 2 \cdot 1,15 \cdot 0,25 \cdot 21250 = 12218,75(\text{грн}).$$

Витрати на ремонт та профілактику можна підрахувати:

$$CP = 2 \cdot K_{TM} \cdot K_P \cdot Ц_{ПР} = 2 \cdot 1,15 \cdot 0,05 \cdot 21250 = 2443,75(\text{грн}).$$

Ефективний годинний фонд часу ПК за рік розраховуємо за формулою:

$$T_{ЕФ} = (Д_K - Д_B - Д_C - Д_P) \cdot t_3 \cdot K_B = (365 - 104 - 12 - 16) \cdot 8 \cdot 0,8 = 1684,8(\text{год}).$$

Порахуємо витрати на оплату електроенергії (з урахуванням ПДВ):

$$C_{ЕЛ} = 2 \cdot T_{ЕФ} \cdot N_C \cdot K_3 \cdot Ц_{ен} \cdot K_B = 1684,8 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 5,23 = 704,92(\text{грн}).$$

Порахуємо накладні витрати:

$$C_H = C_{IP} \cdot 0,67 = 21250 \cdot 0,67 = 14237,5 (\text{грн}).$$

Порахуємо вартість експлуатації:

$$C_{EKC} = C_{ЗП1} + C_{ЗП2} + C_{ВД} + C_A + C_P + C_{ЕЛ} + C_H = \\ = 27614,82 + 1047,10 + 6305,62 + 12218,75 + 2443,75 + 704,92 + 14237,5 = 199789,96 (\text{грн}).$$

Вартість однієї машино-години:

$$C_{M-Г} = \frac{C_{EKC}}{T_{ЕФ}} = \frac{199789,96}{1684,8} = 118,58 (\text{грн}).$$

Для обох варіантів реалізації:

$$C_M = C_{M-Г} \cdot T = 203,26 \cdot (46,08 + 2,7) \cdot 8 = 79320,18 (\text{грн}).$$

Накладні витрати:

$$C_H = (C_{ЗП1} + C_{ЗП2}) \cdot 0,67 = (27614,82 + 1047,10) \cdot 0,67 = 19203,5 (\text{грн}).$$

Загальна вартість розробки програмного продукту за обома варіантами становила однакове значення, оскільки обидві варіанти не потребують особливих витрат на якісь підписки чи додаткові типи послуг:

$$C_{III} = (27614,82 + 1047,10) + 6305,62 + 79320,18 + 19203,5 = 133491,22 (\text{грн}).$$

Вибір кращого варіанта програмного продукту техніко-економічного рівня

Тепер виберемо найкращий варіант реалізації. Для цього спочатку розрахуємо коефіцієнт техніко-економічного рівня для двох варіантів реалізації відповідно:

$$K_{TEP1} = \frac{K_{K1}}{C_{III}} = \frac{5,02}{133491,22} = 3,76 \cdot 10^{-5};$$

$$K_{TEP2} = \frac{K_{Kj}}{C_{III}} = \frac{4,96}{133491,22} = 3,715 \cdot 10^{-5}.$$

Згідно з результатами проведеного функціонально-вартісного аналізу прийнято рішення імплементувати перший варіант реалізації програмного продукту, що включає використання мови JavaScript для розробки алгоритму у поєднанні з бібліотекою Bootstrap для розробки інтерфейсу і Plotly.js для візуалізації результатів роботи.

Висновки

В ході виконання наукової роботи було проведено функціонально-вартісний аналіз програмного продукту. Результати показали доцільність використання такого набору технологій: JavaScript, Bootstrap, Plotly.js.

Розглянуто основні компоненти системи: систему визначення ключових параметрів моделі, інтерфейс побудови математичної моделі, систему фіксації параметрів, а також систему постановки чисельного експерименту. Важливим етапом є якісний аналіз математичної моделі, що дає змогу визначати різні режими функціонування системи за різних значень параметрів.

Програмний продукт розроблено мовою JavaScript з використанням HTML та CSS, а також фреймворку Bootstrap для розробки інтерфейсу. Мова програмування вибрана з огляду на її широкі можливості, зокрема у генерації коду в текстовому форматі, а також можливості його виконання.

Всі завдання, що були поставлені в роботі, виконано.

Список використаної літератури

1. Бучинський М.Я., Горик О.В., Чернявський А.М., Яхін С.В. Основи творення машин. Харків: НТМТ, 2017. 448 с.
2. Holsapple C.W., Whinston A.B. Decision Support Systems (a knowledge based approach). New York: West Publishing Company, 2003. 860 p.
3. Олексюк О.С. Системи підтримки прийняття фінансових рішень на мікрорівні. Київ: Наукова думка, 1998. 508 с.
4. Saaty Th.L. Mathematical Principles of Decision Making (Principia Mathematica Decernendi). Pittsburgh: RWS. 2009, 562 p.
5. Згуровський М.З., Панкратова Н.Д. Основи системного аналізу. Київ: Видавнича група BHV, 2007. 544 с.
6. Гнатієнко Г.М., Снитюк В.Є. Експертні технології прийняття рішень. Київ: ТОВ «Маклаут», 2008. 444 с.
7. Берсуцький Я.Г., Лепа Н.Н., Гузь Н.Г. Прийняття рішення в управлінні економічними об'єктами: методи та моделі. Донецьк: Юго-Восток, Лтд, 2002. 276 с.
8. Hallowell D.L. Analytical Hierarchy Process (AHP). Getting Oriented. *ISixSigma journal*. 2005.
9. Nesterenko O., Netesin I., Polischuk V., Selin Y. Multifunctional Methodology of Expert Evaluation Alternatives in Tasks of Different Information Complexity. *Proceedings of 2021 IEEE 3rd International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT)*. 2021. P. 226–231. DOI: 10.1109/ATIT54053.2021.9678742.
10. Nesterenko O., Netesin I., Polischuk V., Selin Y. Graph-based decision making for varying complexity multicriteria problems. *Computer Science Journal of Moldova*. 2022. Vol. 30. No. 3 (90). P. 391–412. DOI: 10.56415/csjm.v30.21.
11. Топунова В.Ю., Нестеренко О.В., Шубенкова І.А., Селін Ю.М. Використання функціонально-вартісного аналізу у задачах вибору альтернатив. *Реєстрація, зберігання і обробка даних*. 2023. Т. 25. № 1. С. 65–74. ISSN: 1560-9189. DOI: <https://doi.org/10.35681/1560-9189.2023.25.1.287159>.

References

1. Buchynskiy, M.Ia., Horyk, O.V., Cherniavskiy, A.M., & Yakhin, S.V. (2017). *Osnovy tvorennia mashyn [Fundamentals of machine building]*. Kharkiv: "NTMT" [in Ukrainian].
2. Holsapple, C.W., & Whinston, A.B. (2003). *Decision Support Systems (a knowledge based approach)*. New York: West Publishing Company [in English].
3. Oleksiuk, O.S. (1998). *Systemy pidtrymky pryiniattia finansovykh rishen na mikrorivni [Micro-level financial decision support systems]*. Naukova dumka [in Ukrainian].
4. Saaty, Thomas, L. (2009). *Mathematical Principles of Decision Making (Principia Mathematica Decernendi)*. Pittsburgh: RWS [in English].
5. Zghurovskiy, M.Z., & Pankratova, N.D. (2007). *Osnovy systemnoho analizu, [Fundamentals of systems analysis]*. Vydavnycha hrupa BHV [in Ukrainian].

6. Hnatiienko, H.M., & Snytiuk, V.Ie. (2008). *Ekspertni tekhnolohii pryiniattia rishen [Expert decision-making technologies]*. K.: TOV “Maklout” [in Ukrainian].
7. Bersutskyi, Ya.H., Lepa, N.N., & Huz, N.H. (2008). *Pryniattia rishennia v upravlinni ekonomichnymy obiekty: metody ta modeli [Decision-making in the management of economic objects: methods and models]*. NANU IEP. Donetsk: Yuho-Vostok, Ltd [in Ukrainian].
8. Hallowell, David L (2005). Analytical Hierarchy Process (AHP). Getting Oriented. Retrieved from: <http://software.isixsigma.com/library/content/c050105a.asp> [in English].
9. Nesterenko, O., Netesin, I., Polischuk, V., & Selin, Y. (2021). Multifunctional Methodology of Expert Evaluation Alternatives in Tasks of Different Information Complexity. Proceedings of 2021 IEEE 3rd International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT), pp. 226–231. DOI: 10.1109/ATIT54053.2021.9678742 [in English].
10. Nesterenko, O., Netesin, I., Polischuk, V., & Selin, Y. (2022). Graph-based decision making for varying complexity multicriteria problems. *Computer Science Journal of Moldova*, 30, 3 (90), 391–412. DOI: 10.56415/csrm.v30.21 [in English].
2. Topunova, V.Yu., Nesterenko, O.V., Shubenkova, I.A., & Selin, Yu.M. (2023). Vykorystannia funktsionalno-vartisnoho analizu u zadachakh vyboru alternatyv. [Using functional-cost analysis in problems of choosing alternatives]. *Reiestratsiia, zberihannia i obrobka danykh*. 25 (1), 65–74. DOI: <https://doi.org/10.35681/1560-9189.2023.25.1.287159> [in Ukrainian].

Каюк Тарас Дмитрович – бакалавр Київського національного університету імені Тараса Шевченка. E-mail: Kaiuk.Taras@lil.kpi.ua.

Селін Юрій Миколайович – к.т.н., старший викладач кафедри математичних методів системного аналізу Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: selinyurij1963@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7562-8586.

Куєвда Юлія Валеріївна – к.т.н., доцент кафедри математичних методів системного аналізу Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: kuievda.iuliia@lil.kpi.ua, ORCID: 0009-0001-6630-1215.

Kaiuk Taras Dmytrovych – Bachelor of the Taras Shevchenko National University of Kyiv. E-mail: Kaiuk.Taras@lil.kpi.ua.

Selin Yurii Mykolaiovych – Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer at the Department of Mathematical Methods of System Analysis of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. E-mail: selinyurij1963@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7562-8586.

Kuievda Yuliia Valeriivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Mathematical Methods of System Analysis of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. E-mail: kuievda.iuliia@lil.kpi.ua, ORCID: 0009-0001-6630-1215.

UDC 697.9

V.A. KIOSAK, V.F. ISAIIEV

Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture

V.V. FEDORENKO

Joint-Stock Company Odessagaz

A.YU. GRIDASOV

Municipal institution "Reserve Points of the Civil Protection Department of the Odessa City Council"

CHANGE IN THE STATE AIR IN THE ROOM UNDER THE INFLUENCE OF HEAT, WATER VAPOUR AND CO₂ EMITTED BY THE HUMAN MODEL AND THE SUPPLY AND EXHAUST VENTILATION UNIT

The work continues to develop a mathematical model of the respiration process, taking into account the peculiarities of heat and mass transfer between humans and the environment, in particular, the release of carbon dioxide, water vapor and heat. Estimates of air pollution in an isolated room are obtained using a model of a dressed person. The time a person spends in the room and the number of people are taken into account.

Based on these estimates, the inverse ventilation problem for the room was solved, i.e. the process of bringing the previously polluted air to the standard parameters was studied.

Changes in the state of air parameters were modelled taking into account the impact of the following:

- model of a dressed person;
- the supply ventilation system (i.e., the intake of CO₂, water vapor, and atmospheric heat);
- exhaust ventilation system (i.e. removal of carbon dioxide from the air environment, reduction of humidity, air cooling).

The ventilation scheme is studied when the supply is from the top of the room and the exhaust is from the bottom near the floor.

The application of ANSYS CFD (Computational Fluid Dynamics) numerical modelling based on continuity equations and Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) equations has yielded the following results:

- the inverse ventilation problem was solved – for the previously contaminated room space under study, the interaction of the systems 'a dressed person and a working supply and exhaust ventilation unit' was considered;
- monitoring and visualisation of changes in the concentration of carbon dioxide CO₂, temperature and relative humidity in the room, depending on the time of operation of the ventilation unit and the height of the room;
- the efficiency of the adopted air exchange scheme in the room was compared to match its characteristics with the requirements of regulatory documents.

The dynamics of the absorption of excess heat, humidity and carbon dioxide (CO₂) made it possible to assess the efficiency of ventilation systems and predict an increase in their energy efficiency when air parameters are brought to standard values. Changes in the air environment are typical for rooms with mechanical supply and exhaust ventilation.

Key words: mathematical model, air contaminant, aerodynamics, computational fluid dynamics, air change scheme, relative humidity, temperature, carbon dioxide concentration, room working area (WA), rebranding, supply and exhaust ventilation.

В.А. КІОСАК, В.Ф. ІСАЄВ

Одеська державна академія будівництва та архітектури

В.В. ФЕДОРЕНКО

Акціонерне товариство «Одесагаз»

А.Ю. ГРІДАСОВ

Комунальний заклад «Запасні пункти управління цивільного захисту Одеської міської ради»

ЗМІНА СТАНУ ПОВІТРЯ В ПРИМІЩЕННІ ПІД ВПЛИВОМ ТЕПЛА, ВОДЯНОЇ ПАРИ ТА СО₂, ЩО ВИДІЛЯЮТЬСЯ МОДЕЛЛЮ ЛЮДИНИ ТА ПРИПЛИВНО-ВИТЯЖНОЮ ВЕНТИЛЯЦІЙНОЮ УСТАНОВКОЮ

У роботі продовжується розробка математичної моделі процесу дихання з урахуванням особливостей тепломасообміну людини та навколишнього середовища, зокрема, виділення діоксиду вуглецю, водяних парів та тепла. Отримані оцінки забруднення повітря в ізольованому приміщенні з використанням моделі одягненої людини. Враховується час перебування людини в приміщенні та кількість людей.

На основі цих оцінок розв'язано обернену задачу вентиляції для приміщення, тобто вивчено процес доведення попередньо забрудненого повітря до нормативних параметрів.

Моделювалися зміни стану параметрів повітря та вплив на це:

- моделі одягненої людини;
- припливної системи вентиляції (тобто надходження CO_2 , водяного пару, тепла атмосферного повітря);
- витяжної системи вентиляції (тобто видалення з повітряного середовища вуглекислого газу, зниження вологості, охолодження повітря).

Вивчається схема вентиляції, коли подання відбувається зверху приміщення, а відбір – знизу біля підлоги.

Застосування числового моделювання ANSYS CFD (Computational Fluid Dynamics) на основі рівнянь неперервності та усереднених рівнянь Рейнольдса-Нав'є-Стокса RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) дало такі результати:

- розв'язана обернена задача вентиляції – для попередньо забрудненого досліджуваного простору приміщення розглянута взаємодія систем «одягнена людина та припливно-витяжна вентиляційна установка, що працює»;

– виконано моніторинг та візуалізацію зміни концентрації вуглекислого газу CO_2 , температури та відносної вологості в приміщенні залежно від часу роботи вентиляційної установки та висоти приміщення;

– порівняно ефективність роботи прийнятої схеми обміну повітря в приміщенні для узгодження його характеристик з вимогами нормативних документів.

Динаміка засвоєння надлишкового тепла, вологості та вуглекислого газу (CO_2) дала змогу оцінити ефективність роботи вентиляційних систем і спрогнозувати підвищення їх енергоефективності при доведенні параметрів повітря до нормативних значень. Зміни повітряного середовища характерні для приміщень з механічною припливно-витяжною вентиляцією.

Ключові слова: математична модель, забруднювач повітря, аеродинаміка, обчислювальна гідродинаміка, схема повітрообміну, відносна вологість, температура, концентрація вуглекислого газу, робоча зона приміщення, ребрендинг, припливно-витяжна вентиляція.

Introduction

The energy efficiency of life support systems (ventilation and air conditioning) is directly related to the regulatory constraints on indoor air parameters [2; 3]. The main harmfulnesses of air, by which the performance of ventilation systems is calculated:

- temperature;
- relative humidity;
- concentration of carbon dioxides.

Normed also:

- the speed of the air flow into the working area of the room;
- the temperature difference between the temperature of the air in the working area and the temperature of the supply air flow entering the working area (WA).

In the practice of climatotechnics, the efficiency of ventilation and air conditioning systems is also significantly affected by the air exchange scheme.

This paper considers the efficiency of supply and exhaust ventilation according to the scheme “air supply from above – removal from below”.

Literature review and problem statement

The developed mathematical model of human impact on the air environment of an isolated room allowed to analyse the intensity of pollution of the studied space [1]. In the same work, the study of normalisation of air environment parameters from the state of pollution to the normative parameters on CO_2 concentration was carried out using the air exchange scheme “air supply from above – removal from below”. Generalisation of results of researches of multifactor interaction:

- of a person (CO_2 , heat and water vapour emission);
- polluted space of a premise (CO_2 , heat and water vapour emission);
- supply ventilation (CO_2 , heat and water vapour emission);
- removal of air mixture by exhaust ventilation system (a person + polluted space of a premise + supply ventilation) is presented in this paper.

Various methods and approaches have been used in the practice of calculating changes in the state of the air environment in rooms for various purposes [4–8]. Examples of successful solutions of applied ventilation problems do not remove the question of the accuracy of the results obtained by mathematical modelling. Nowadays, mathematical modelling methods are used in engineering calculations, which allow obtaining an estimate of flow parameters based on numerical solution of the Reynolds equations of stationary or unsteady Navier-Stokes equations. (RANS/URANS: Steady/Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes).

The aim and objectives of the study

The aim of the study is to develop a mathematical model that determines the processes of heat and mass exchange between humans and the environment. Based on this model, it is possible to solve applied problems related to the creation of a comfortable microclimate in rooms, increasing the energy efficiency of systems that provide air change [1].

Research results

Modeling of air contaminant intake

Currently, mathematical modeling methods are used in engineering calculations, which provide an estimate of flow parameters based on the numerical solution of the Reynolds equations of stationary or non-stationary Navier – Stokes equations (RANS/URANS: Steady/Unsteady Reynolds Averaged Navier – Stokes) [4].

Continuity equation:

$$\frac{d\rho}{dt} + \nabla(\rho u) = 0, \quad (1)$$

where ρ – air density, u – flow velocity, ∇ – Nabla operator.

Navier – Stokes equation:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (p \overline{u_i u_j}) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} \right) \right) - \delta_{i3} p g + \frac{\partial}{\partial x_j} (p \overline{u_i u_j}), \quad (2)$$

$$-p \overline{u_i' u_j'} = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} (pk + \mu_t \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}) \delta_{ij}, \quad (3)$$

where p – pressure; Pa, μ – dynamic viscosity, kg/m·s; μ_t – turbulent dynamic viscosity, kg/m·s; g – acceleration of gravity, m/s²; k – kinetic energy of turbulence, m²/s², $j=1, 2, 3$; δ_{ij} – Kronecker symbol.

Absorption of excess heat, humidity and carbon dioxide (CO₂) in the study space.

The parameters of air pollutants that are assimilated by the ventilation system are adopted as follows:

- air temperature: 24 °C;
- initial level of CO₂ concentration: 2100 ppm;
- atmospheric pressure: 101325 Pa;
- relative humidity: $\varphi = 65 \%$;
- average surface temperature of a clothed person: 27 °C.

Results of studies of the “air contaminant” assimilation.

Scheme (Fig. 1) provides the following constructive conditions for ventilation functioning:

- air supply from above using a static chamber and a ceiling diffuser with a working diameter of Ø150mm;
- consumption of supply and exhaust air: 120 m³/hour;
- exhaust ventilation is organized in the lower part of the wall using a ventilation grid.

First of all, it is reasonable to consider the time required to bring the microclimate of the room to the normative state during CO₂ assimilation. In turn, preliminary studies have established that the highest concentration is concentrated in the working zone, which is due to the physical properties of carbon dioxide compared to the surrounding air.

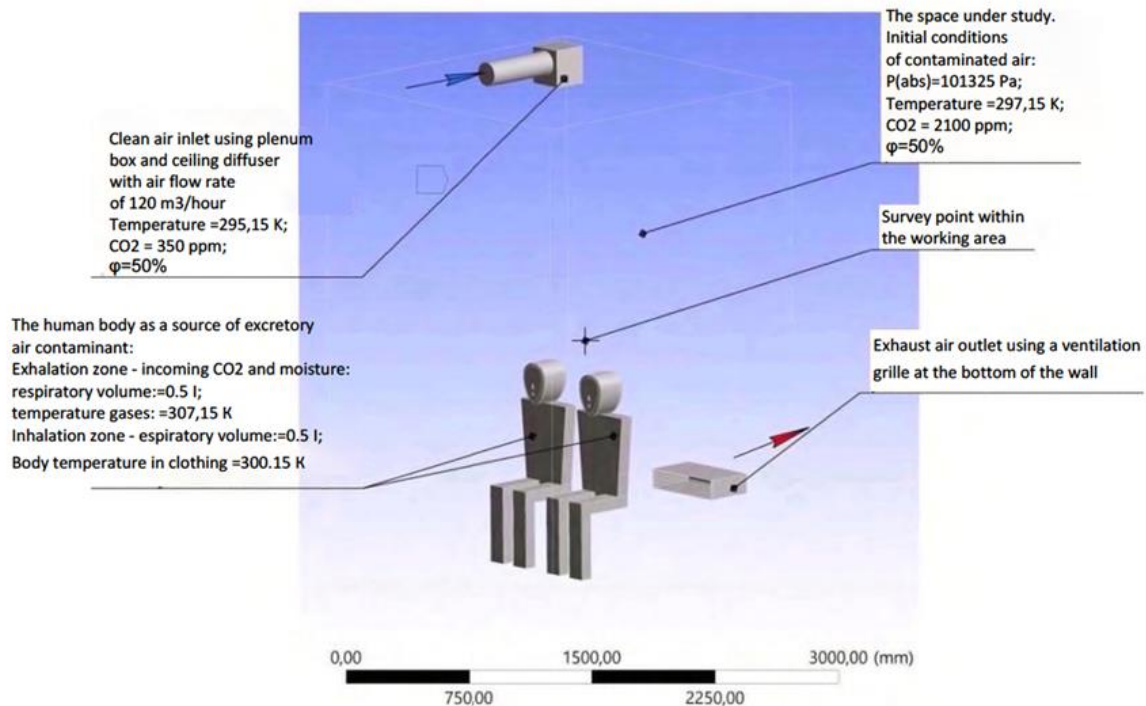


Fig. 1. Initial data for modeling and research according to scheme

There is an interest in the organization of exhaust ventilation in the lower plane of the working area, where the extraction of polluted air has the shortest path and the possibility of repeated ascent of carbon dioxide into the human breathing zone is excluded. The dynamics of changes in CO₂ concentration at the monitoring point in a 9-minute period is presented in Fig. 2.

The value of carbon dioxide on a vertical scale during the functioning of the ventilation system (Fig. 3) is distributed with a fluctuation within 200 ppm, which indicates uniform assimilation of polluted air in the study area over the time of observation.

Volumetric visualization of changes in the carbon dioxide content over a 9-minute period of time is shown in Fig. 4.

The formation of a uniform distribution of air is due to the geometric properties of the ceiling diffuser (Fig. 5), which forms stream lines of a cyclic nature along the adiabatic walls of the study space. The analysis of the jet (stream line) acquires a stable character, where the velocity vector of the supply air coincides with its direction. That is, the use of static pressure chambers in supply devices of air supply systems has advantages in terms of hydrodynamics and acoustics.

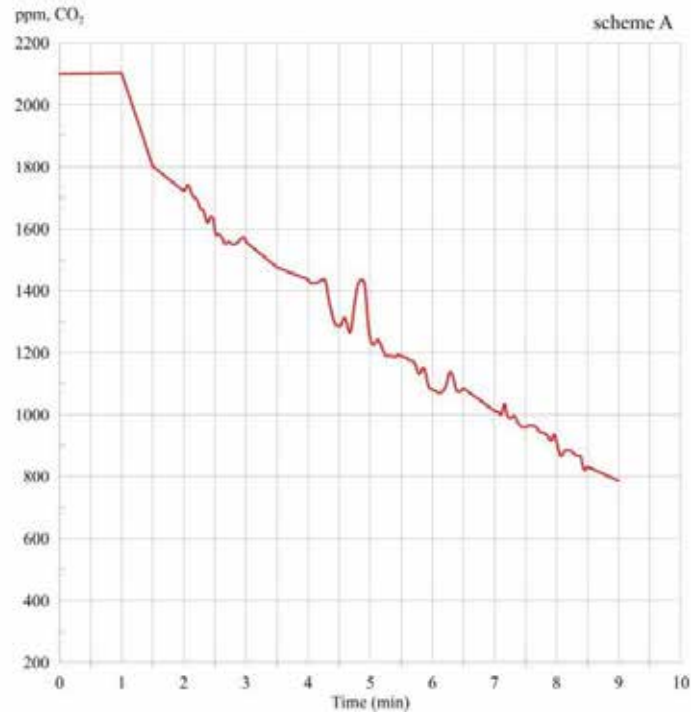


Fig. 2. Dynamics of changes in CO₂ concentration over the time of observation

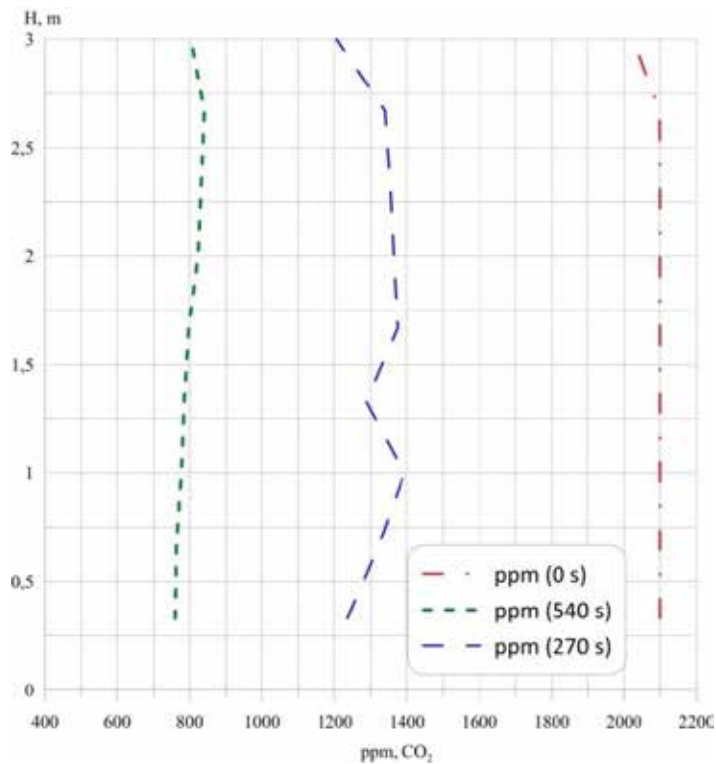


Fig. 3. Monitoring the distribution of CO₂ concentration on a vertical scale

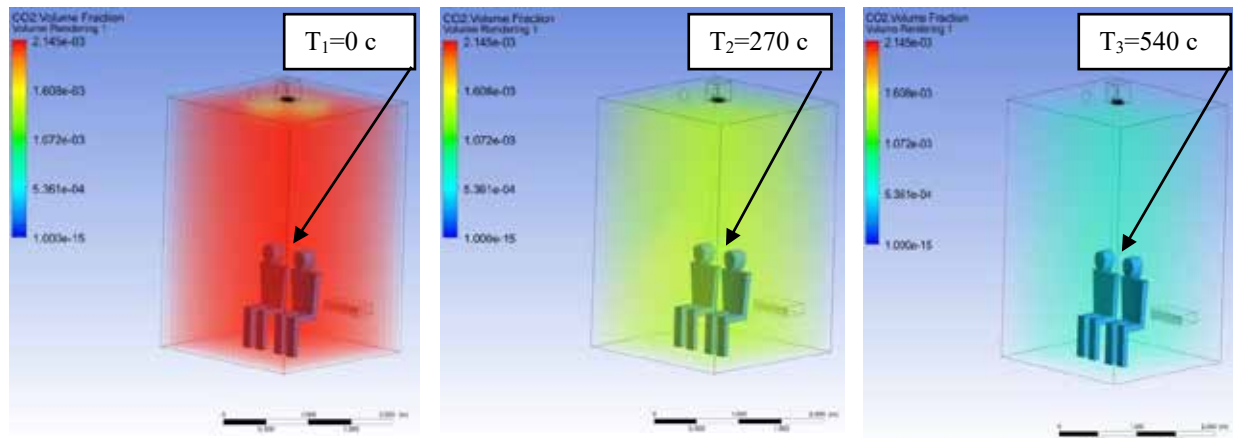


Fig. 4. Volumetric CO₂ rendering over time relative to the observation point

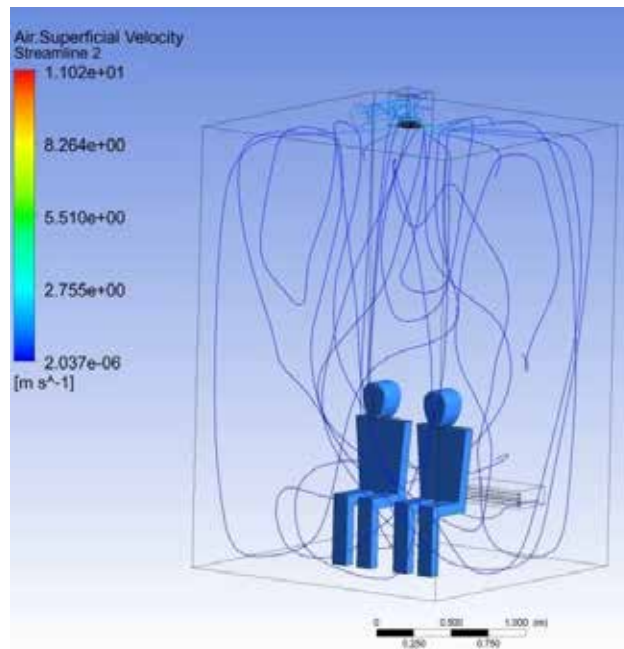


Fig. 5. Stream lines

The rendering of temperature and volumetric humidity content over time relative to the observation point is presented in Fig. 6.

Graphs of changes in temperature and relative air humidity are presented in Fig. 7.

Of special interest for research is the border plane between the upper zone of the room and the working area (WA). According to regulations [2; 3], the velocity of the jet entering the air distribution system (v , m/s) from the air distributor into it, the temperature difference of the jet at the entrance to the air WA and the air temperature in the WA (Δt , °C) and the concentration of carbon dioxide in the WA boundary space (CO_2 , ppm) are regulated for WA. The boundary contours of interest to us between the upper zone of the room and the WA of distribution of air contaminants after nine minutes of operation of supply and exhaust ventilation are shown in Fig. 8.

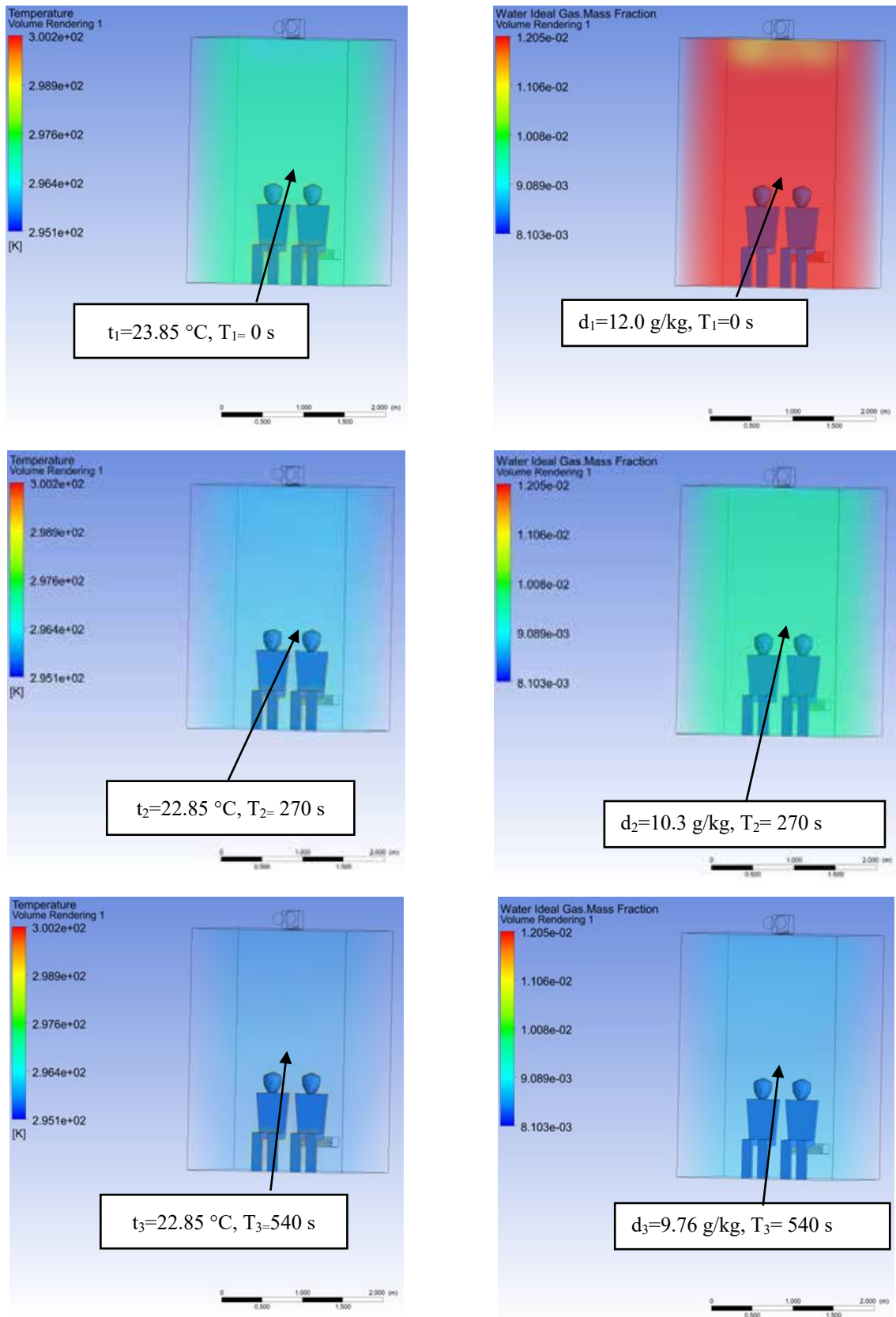


Fig. 6. Rendering of temperature and humidity content over time relative to the observation point

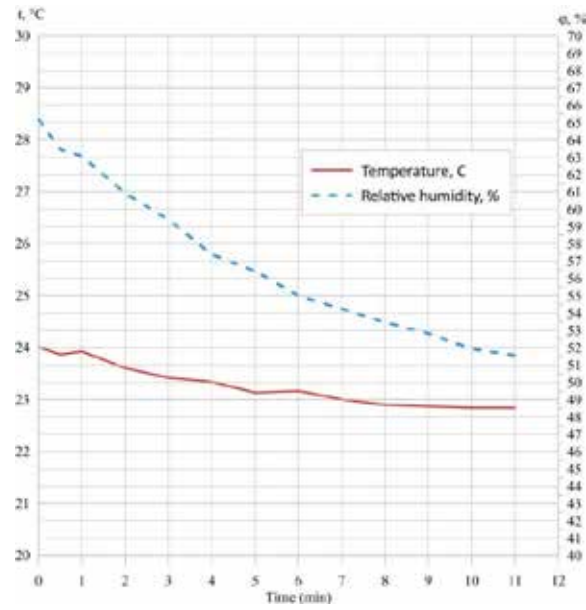


Fig. 7. Graphs of changes in temperature and relative air humidity

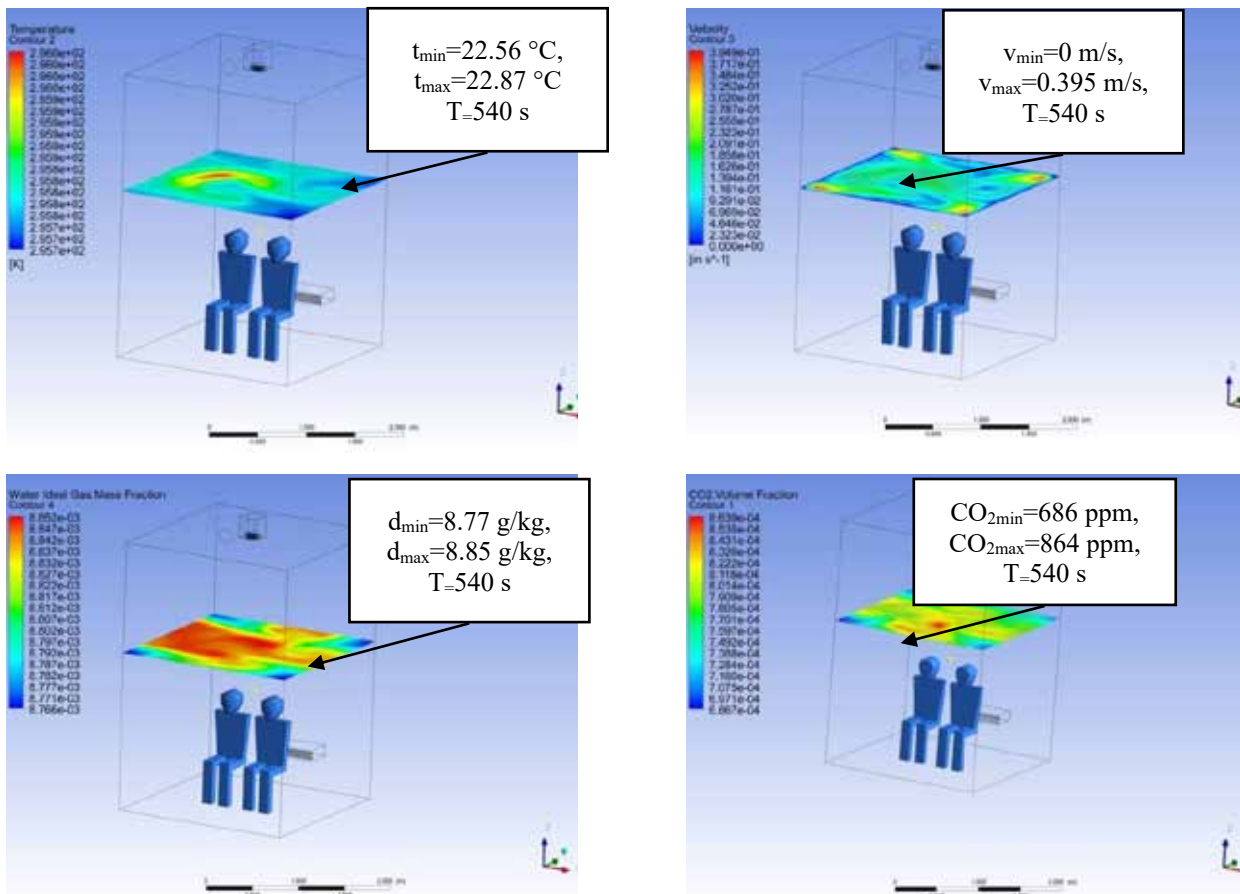


Fig. 8. Boundary WA contours: temperature distribution (t); humidity content (d); air velocity (v); carbon dioxide concentration (CO₂)

Discussion of research results

On the basis of the developed mathematical model, it became possible to solve such problems using the ANSYS software complex as:

- Human air contaminant intake in an isolated space.
- Modeling of the «air contaminant» intake, scheme «air supply from above – removal from below».

The ANSYS mathematical apparatus allows to analyze the operation of air handling unit to redistribute and remove the main "air contaminants" from the room (carbon dioxide, heat, water vapor) and track the values of temperature, humidity content, relative humidity, enthalpy, and air velocity. In particular, on the basis of the contour distribution of the air handling unit (Fig. 8), it became possible to evaluate and compare the efficiency of the work of various air distribution schemes in the room WA.

Data processing of Fig. 8 made it possible to compare the obtained results with the regulatory requirements for the optimal parameters of the air jet entry from the ceiling diffuser in the room WA (see Table 1).

Table 1

Air parameters at the entrance of the supply jet into the working area of the room

Parameters	The range of changes in the indicator is from min to max in the boundary plane of the room WA		Optimal parameters when the jet enters the working area of the room [2; 3]			
	Value (min-max)	Temperature difference	Δt , °C	v, m/s	φ , %	CO ₂ , ppm
Scheme «air supply from above – removal from below» (data after 540 s)						
Temperature, t °C	22.6–22.9	$\Delta t=0.6-0.9$	1–1.5			
Velocity, v m/s	0–0.4			0.1–0.2		
Humidity content, d g/kg	8.8–8.9					
Relative humidity, φ %	52.2–51.9				25–60	
Carbon dioxide CO ₂ , ppm	686–864					400–600

Conclusions

With the use of the ANSYS software package, mathematical modeling of processes of changing the state of the air environment has become possible. An objective opportunity has appeared to study:

- processes of heat and mass exchange and hydrogas dynamics during the interaction of systems (human and air handling unit operating according to various air change schemes);
- obtain intermediate results of the efficiency of various air change schemes in the room.

Subsequent publications will allow a comprehensive assessment and comparison of the efficiency of all four air change schemes we have chosen, when solving the inverse problem (bringing the parameters of the polluted air environment of the room to optimal standard parameters by means of general exchange ventilation).

Bibliography

1. Kiosak V., Isaiev V., Fedorenko V., Gridasov A. Modeling the entry of air contaminants into a room. *Mechanics and Mathematical Methods*, 2024, Vol. 6(2), P. 58–76. <https://doi.org/10.31650/2618-0650-2024-6-2-58-76>.
2. Опалення, вентиляція та кондиціонування. ДБН В.2.5-67:2013. Чинний від 2014-01-01. Київ : Держстандарт України, 2013. 135 с.
3. Розрахункові параметри мікроклімату приміщень для проектування та оцінки енергетичних характеристик будівель по відношенню до якості повітря, теплового комфорту, освіт-

лення та акустики (EN-15251:2007, IDT). ДСТУ Б EN 15251:2011. Чинний від 2013-01-01. Київ : Держстандарт України, 2012. 71 с.

4. Mansour E., Vishinkin R., Rihet S., Saliba W., Fish F., Sarfati P., Haick H. Measurement of temperature and relative humidity in exhaled breath. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 2020, Vol. 304, 127371. <https://doi.org/10.1016/j.snb.2019.127371>.
5. Elcner J., Lizal F., Jedelsky J., Jicha M. Study of airflow in the trachea of idealized model of human tracheobronchial airways during breathing cycle. *EPJ Web of Conferences*, 2015, Vol. 92, 02016. <https://doi.org/10.1051/epjconf/20159202016>.
6. Patankar S.V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. *CRC Press*, 2018, P. 214. <https://doi.org/10.1201/9781482234213>.
7. Coakley T. Turbulence modeling methods for the compressible Navier-Stokes equations. *У 16th Fluid and Plasmadynamics Conference. American Institute of Aeronautics and Astronautics*, 12 July – 14 July 1983. Danvers, MA, U.S.A., 1983, P. 1–2. <https://doi.org/10.2514/6.1983-1693>.
8. Jones W.P., Launder B.E. The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1972, № 15(2), P. 301–314. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(72\)90076-29](https://doi.org/10.1016/0017-9310(72)90076-29).

References

1. Kiosak, V., Isaiev, V., Fedorenko, V., & Gridasov, A. (2024). Modeling the entry of air contaminants into a room. *Mechanics and Mathematical Methods*, 6(2), 58–76. <https://doi.org/10.31650/2618-0650-2024-6-2-58-76> [in English].
2. Opalennia, ventyliatsiia ta kondytsionuvannia [Information and documentation. Bibliographic link. General rules and rules of drafting]. (2013) DBN V.2.5-67:2013 from 1st January 2014. Kyiv: Derzhstandart Ukrainy [in Ukrainian].
3. Rozrakhunkovi parametry mikroklimatu prymishchen dlia proektuvannia ta otsinky enerhetychnykh kharakterystyk budivel po vidnoshenni do yakosti povitria, teplovoho komfortu, osviltennia ta akustyky [Information and documentation. Bibliographic link. General rules and rules of drafting]. (2011) DSTU B EN 15251:2011. (en 15251:2007, idt). from 1st January 2013. Kyiv: Derzhstandart Ukrainy [in Ukrainian].
4. Mansour, E., Vishinkin, R., Rihet, S., Saliba, W., Fish, F., Sarfati, P., & Haick, H. (2020). Measurement of temperature and relative humidity in exhaled breath. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 304, 127371. <https://doi.org/10.1016/j.snb.2019.127371> [in English].
5. Elcner, J., Lizal, F., Jedelsky, J., & Jicha, M. (2015). Study of airflow in the trachea of idealized model of human tracheobronchial airways during breathing cycle. *EPJ Web of Conferences*, 92, 02016. <https://doi.org/10.1051/epjconf/20159202016> [in English].
6. Patankar, S. V. (2018). Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781482234213> [in English].
7. Coakley, T. (1983). Turbulence modeling methods for the compressible Navier-Stokes equations. *У 16th Fluid and Plasmadynamics Conference. American Institute of Aeronautics and Astronautics*. 12 July – 14 July 1983. Danvers, MA, U.S.A., 1–2. <https://doi.org/10.2514/6.1983-1693> [in English].
8. Jones, W. P., & Launder, B. E. (1972). The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 15(2), 301–314. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(72\)90076-2](https://doi.org/10.1016/0017-9310(72)90076-2) [in English].

Kiosak Volodimir Anatoliiovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Higher Mathematic of the Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture. E-mail: kiosakv@ukr.net, ORCID: 0000-0002-7433-6709.

Isaiev Volodimir Fedorovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Heat and Gas Supply and Ventilation of the Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture. E-mail: isaevv5@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9947-7284.

Fedorenko Valeriy Vitaliiiovych – Project Engineer of the Joint-Stock Company Odessagaz. E-mail: 49235fluemind@odaba.edu.ua, ORCID: 0009-0002-2739-6888.

Gridasov Andrey Yuriiiovych – Engineer of the Municipal institution “Reserve Points of the Civil Protection Department of the Odessa City Council”. E-mail: hridasovandrey@gmail.com, ORCID: 0009-0007-5513-630X.

Кіосак Володимир Анатолійович – д.ф.-м.н., професор кафедри вищої математики Одеської державної академії будівництва та архітектури. E-mail: kiosakv@ukr.net, ORCID: 0000-0002-7433-6709.

Ісаєв Володимир Федорович – к.т.н., доцент кафедри теплогазопостачання та вентиляції Одеської державної академії будівництва та архітектури. E-mail: isaevv5@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9947-7284.

Федоренко Валерій Віталійович – інженер проєктної групи Акціонерного товариства Одесагаз. E-mail: 49235fluemind@odaba.edu.ua, ORCID: 0009-0002-2739-6888.

Гридасов Андрій Юрійович – інженер Комунального закладу «Запасні пункти управління цивільного захисту Одеської міської ради». E-mail: hridasovandrey@gmail.com, ORCID: 0009-0007-5513-630X.

УДК 621.384.6

О.С. МАЗМАНІШВІЛІ, М.Г. РЕШЕТНЯК

Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут»

МОДЕЛЮВАННЯ ТРАЄКТОРІЙ ЕЛЕКТРОНІВ У ЗБУРЕНОМУ ВИПАДКОВИМИ ЗАВАДАМИ МАГНІТНОМУ ПОЛІ МАГНЕТРОННОЇ ГАРМАТИ

У роботі розглянуто рух електронів у циліндричному магнітному полі зі змінною напруженістю вздовж осі поля. Застосовано чисельну модель для розподілу магнітного поля магнетронної гармати, в якій основне поле зазнає випадкових обурень, а також алгоритмічне перетворення дослідних даних поля аналітичними функціями. У використаній моделі як перешкоду застосовано датчик нормальних випадкових чисел з нульовим математичним очікуванням та дисперсією, величина якої варіюється. Мета роботи – отримання характеристик електронного пучка з енергією 20–30 кеВ у поздовжньому та радіальному напрямках під час його транспортування у збуреному магнітному полі соленоїда магнетронної гармати. Синтезовано алгоритм, на основі якого побудовано програмний засіб, використання якого дало можливість промодельовувати основні залежності руху електронного пучка в заданому збуреному соленоїдальному магнітному полі. Представлені результати чисельного моделювання траєкторій електронів в основному обуреному на заводі магнітному полі магнетронної гармати градієнтного типу з вторинноemisійним катодом. Розглянуто формування пучка з енергією 20–30 кеВ у робочому об'ємі гармати під час його транспортування в магнітному соленоїдальному полі з великим градієнтом. Під час виконання моделюючих розрахунків отримані основні характеристики електронного пучка. Визначено граничні режими пучка частинок під час їхнього руху вздовж осі транспортування. Як критерій якості вибрані СКВ електронів по вертикалі та вертикальному куту. Досліджено залежність формування результуючого розподілу частинок від величини амплітуди випадкового обурення магнітного поля вздовж осі системи. Отримано залежність поздовжнього розкиду частинок від амплітуди випадкових збурень по вертикалі та вертикальному куту. Показано, що за наявних СКВ обурення магнітного поля в магнетронних знаряддях під час руху частинок характеристики електронного пучка в основному і збудженому полях залишаються подібними та стійкими.

Ключові слова: електронний пучок, магнетронна гармата, динаміка електронів, градієнтне обурене магнітне поле, математичне моделювання, дослідні дані.

O.S. MAZMANISHVILI, N.G. RESHETNYAK

National Science Center “Kharkiv Institute of Physics and Technology”

MODELING OF ELECTRON TRAJECTORIES IN THE MAGNETIC FIELD OF THE MAGNETRON GUN DISTURBED BY RANDOM INTERFERENCE

The paper considers the motion of electrons in the cylindrical magnetic field with variable strength along the field axis. The numerical model is used for the distribution of the magnetic field of the magnetron gun, in which the main field experiences random disturbances, as well as an algorithmic transformation of the experimental field data by analytical functions. In the algorithmic model, the normal random number generator with zero mathematical expectation and the variance, the value of which varies, is used as interference. The purpose of the work is to obtain the characteristics of the electron beam with energy of 20–30 keV in the longitudinal and radial directions during its transportation in the disturbed magnetic field of the solenoid of the magnetron gun. The algorithm is synthesized, on the basis of which the software tool is built, the use of which made it possible to simulate the main dependencies of the electron beam motion in the given disturbed solenoidal magnetic field. The article presents the results of numerical modeling of electron trajectories in the main magnetic field of the gradient-type magnetron gun with the secondary-emission cathode disturbed by interference. The formation of a beam with energy of 20–30 keV in the working volume of the gun during its transportation in the solenoidal magnetic field with large gradient is considered. The main characteristics of the electron beam are obtained. The influence of initial conditions during electron emission is studied. The basic characteristics of the electron beam were obtained during the simulation calculations. The limiting modes of the particle beam during their motion along the transportation axis were determined. The root-mean-square spreads of electrons along the vertical and vertical angle were chosen as the quality criterion. The dependence of the formation of the resulting particle distribution on the amplitude of the random magnetic field disturbance along the system axis was investigated. The dependence of the longitudinal scatter of particles on the amplitude of random disturbances along the vertical and vertical angle was obtained. It was shown that with the existing root mean square of the magnetic field spread disturbance in magnetron guns during particle motion, the characteristics of the electron beam in the main and excited fields remain similar and stable.

Key words: electron beam, magnetron gun, electron dynamics, disturbed gradient magnetic field, mathematical modeling, experimental data.

Постановка проблеми

Магнетронні гармати з холодними вторинноemisійними катодами перспективні для використання під час створення потужних НВЧ-приладів, прискорювальної техніки у зв'язку з високою щільністю струму, конструктивною простотою, стабільністю емісії катодів тощо [1; 2]. На основі магнетронної гармати зі вторинноemisійним катодом було створено прискорювач електронів, який використовує осьовий електронний пучок для опромінення металевих мішеней [3]. Як об'єкт дослідження магнетронна гармата має ту перевагу, що, з одного боку, вона може бути модифікована для проведення експериментів різного типу, а з іншого боку, незважаючи на складність виконання аналітичного дослідження, для отримання кількісних залежностей цілком можливе застосування обчислювальних методів та порівняння числових результатів з даними експерименту. Об'єктом роботи є вивчення параметрів електронного пучка, розподіленого під час емісії в площині, перпендикулярної осі системи, його транспортування в основному і інтенсивному градієнтному магнітному полі соленоїда, яке збурене випадковими перешкодами нормального типу з нульовим математичним сподіванням та дисперсією, величина якої варіюється. За допомогою побудованої моделі руху електронів у такому магнітному полі створено обчислювальне середовище, що моделює рух електронного потоку в області зростання поля. Метою досліджень було створення математичної моделі руху електронного пучка з енергією в десятки кеВ у градієнтному магнітному полі, розгляд залежності формування та стійкості траєкторій електронів пучка від розподілу магнітного поля вздовж осі системи. У роботі з урахуванням гамільтонового формалізму руху електронів у магнітному полі синтезовано програмний засіб, що дає змогу провести чисельне моделювання динаміки електронних потоків в основному магнітному полі соленоїда. Наводяться результати чисельного моделювання руху електронного потоку. Отримані результати моделювання показують межі стохастичної стійкості руху електронного пучка.

Електронні пучки різної конфігурації та інтенсивності широко застосовуються в електронно-променевих технологіях, високовольтній імпульсній НВЧ-електроніці, прискорювальній техніці тощо [1–4]. Коло завдань, на вирішення яких застосовуються електронні пучки, постійно розширюється. Проводяться дослідження з електронними пучками з різними енергіями та просторовою конфігурацією. Тому стає суттєвим питання про стійкість руху пучка за умов можливих збурень провідного магнітного поля гармати. У ННЦ ХФТІ використовуються джерела електронів з холодними катодами, що працюють у режимі вторинної емісії, поміщені в схрещені електричні та магнітні поля, при цьому як джерело електронів використовується магнетронна гармата. Вторинноemisійний механізм генерації пучка в такій гарматі внаслідок його слабо руйнівної дії на матеріал катода зумовлює збереження emisійних властивостей електронного джерела протягом тривалого часу. Удосконалення магнетронної гармати, що полягає у застосуванні інтенсивних магнітних полів з підвищеним градієнтом їхньої напруженості, приводить до необхідності розглянути питання про стійкість еволюції електронних пучків. У роботі досліджується вплив перешкод, що обурюють провідне магнітне поле в магнетроні, на тип траєкторій електронів.

Аналіз останніх результатів та публікацій

На основі магнетронної гармати з вторинноemisійним катодом створено електронний прискорювач, у якому використовується осьовий електронний пучок для опромінення металевих мішеней [3; 4], з перспективою опромінення внутрішньої циліндричної поверхні за допомогою радіального пучка. Побудовано програмний засіб, використання якого дає змогу промодельовати основні залежності руху електронного пучка у заданому соленоїдальному магнітному полі [5; 6]. У роботах [5; 7] показано, що процес генерації електронного пучка характеризується шумами, які з'являються на імпульсі струму пучка. Амплітуда шумів досягала 20% від амплітуди струму пучка, а період шумових коливань складав одиниці наносекунд. Це

пов'язано зі взаємодією електронів з електричними полями, що виникають під час коливань просторового заряду, що призводить до змін їх енергії.

Мета дослідження

У роботі наведено результати дослідження динаміки електронного пучка, розподіленого під час емісії в площині, перпендикулярній осі системи, в ході транспортування в основному інтенсивному каналі системи. Розглядається градієнтне магнітне поле, яке збурене перешкодами нормального типу з нульовим математичним сподіванням та дисперсією, величина якої варіюється, а також результати чисельного моделювання руху плоского електронного потоку. Метою дослідження є облік впливу перешкод, що обурюють основне магнітне поле в магнетроні, на тип траєкторій електронів та стійкість їхнього руху.

Виклад основного матеріалу дослідження

Математична модель

Під час побудови математичної моделі рішення скористаємося аксіальною симетрією завдання. Тому працюватимемо в полярній системі координат (r, z, ϑ) . Гамільтоніан розглянутої задачі в ній має вигляд:

$$H = \frac{p_r^2 + p_z^2}{2m} + \frac{1}{2m} \left(\frac{p_\vartheta}{r} - e_0 A \right)^2, \quad (1)$$

де e_0 , m – заряд і маса покою електрона, p_r , p_z , p_ϑ – канонічні імпульси, A – магнітний потенціал. Його з урахуванням азимутальної симетрії поки запишемо у вигляді: $A(r, z) = Brf(z)$, де $f(z)$ – функція поздовжньої координати, якою розпорядимося нижче, B – напруженість магнітного поля в точці, що розглядається.

У гамільтоновій формі рівняння руху для координат та імпульсів мають загальний вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{r} = \frac{p_r}{m}, \\ \dot{z} = \frac{p_z}{m}, \\ \dot{\vartheta} = \frac{1}{m} \left(\frac{p_\vartheta}{r} - e_0 Brf(z) \right) \frac{1}{r}, \\ \dot{p}_r = \frac{1}{m} \left(\frac{p_\vartheta}{r} - e_0 Brf(z) \right) \left(\frac{p_\vartheta}{r^2} + e_0 Bf(z) \right), \\ \dot{p}_z = \frac{1}{m} \left(\frac{p_\vartheta}{r} - e_0 Brf(z) \right) \left(e_0 Br \frac{\partial}{\partial z} f(z) \right), \\ \dot{p}_\vartheta = 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

В результаті знаходження частинних похідних отримаємо систему з 6 рівнянь. У ній перейдемо, використовуючи швидкість світла від поточного часу t до змінної $S = ct$ (ця величина пропорційна шляху, який пройшла частинка вздовж траєкторії), похідну по ній позначатимемо штрихом. Для канонічних імпульсів здійснимо заміну $p_r = e_0 Bq_r$, $p_z = e_0 Bq_z$, $p_\vartheta = e_0 Bq_\vartheta$. Після перетворень доходимо системи рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} r' = \mu q_r, \\ z' = \mu q_z, \\ \vartheta' = \mu (q_\vartheta / r^2 - f(z)), \\ q_r' = \mu r (q_\vartheta / r^2 - f(z))(q_\vartheta / r^2 + f(z)), \\ q_z' = \mu r^2 (q_\vartheta / r^2 - f(z)) df(z) / dz, \\ q_\vartheta' = 0, \end{array} \right. \quad (3)$$

у якій $f(z)$ – польова функція поздовжньої координати, $df(z) / dz$ – похідна функції $f(z)$.

У рівняннях (3) $\mu = e_0 B / mc$, $Bf(z)$ – функція, що описує напруженість магнітного поля вздовж осі z . Амплітуду B вибираємо так, щоб можна було користуватися функцією $Bf(z)$ на всьому інтервалі можливих значень z . До рівнянь (3) необхідно приєднати початкові умови для r_0, z_0, ϑ_0 , а також для $q_{r0}, q_{z0}, q_{\vartheta0}$. Стійкість алгоритму рішення пов'язана з кроком Δs рішення та параметром μ . Тоді умова $\mu \Delta s \ll 1$ буде виконуватися, якщо $\Delta s \ll 0.0001$ м. Отже, з обчислювальної точки зору завдання може бути сформульована як пошук рішення системи звичайних диференціальних рівнянь із заданими початковими умовами. Сформульована задача Коші може бути вирішена за умови, що забезпечена можливість на кожному кроці інтегрування рівнянь (3) використовувати функції $f(z)$ та $df(z) / dz$ як аналітичні функції.

Магнітне поле

Структура магнетронної гармати була описана, наприклад, у джерелах [5; 7]. Важливим фактором, що визначає її роботу, є вид використовуваного соленоїдального магнітного поля (рис. 1, 2), що володіє циліндричною симетрією. Це дає змогу використовувати систему рівнянь (3) для аналізу та чисельного моделювання.

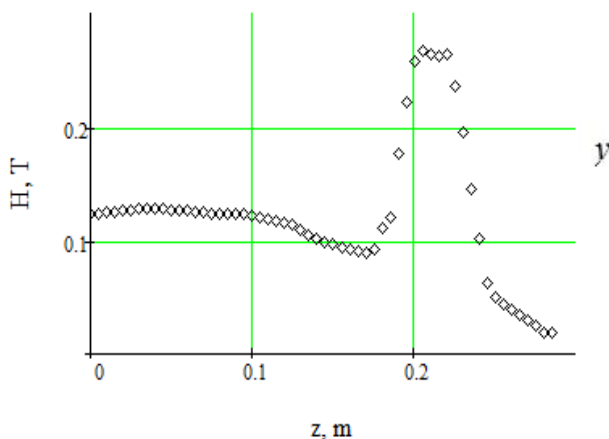


Рис. 1. Дослідні дані магнітного поля H в гарматі

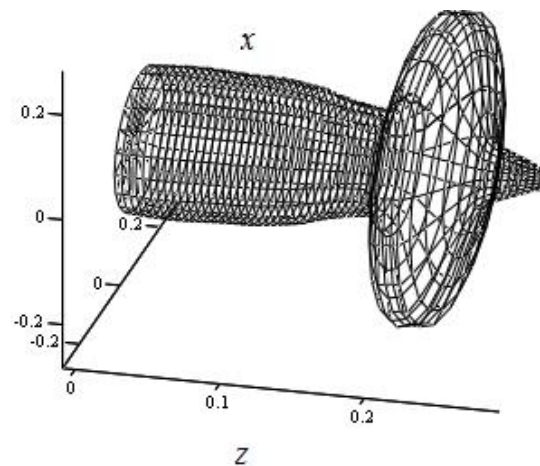


Рис. 2. Об'ємна конфігурація магнітного поля H

Для проведення чисельного дослідження при цьому необхідно на підставі масиву з дослідних даних на осі транспортування електронів $\{z_j, H_j\}$ відновити амплітуду $f(z)$ магнітного поля та її похідну $df(z) / dz$ як аналітичні функції поздовжньої координати (рис. 3, 4) для використання їх у системі (3). Це забезпечило можливість отримання рішень системи (3) у вигляді 6-мірних масивів, що описують траєкторії частинок та чисельно вивчити динаміку руху електронів у магнітному полі соленоїда.

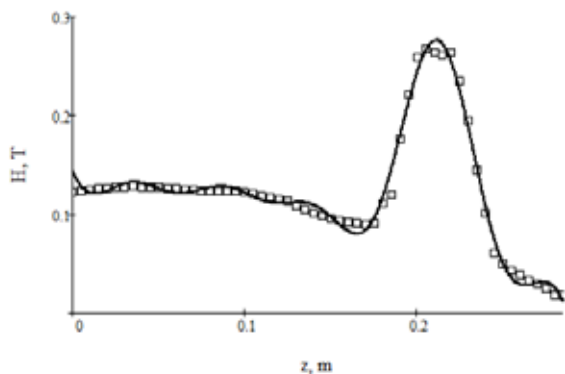


Рис. 3. Апроксимація амплітуди H магнітного поля H

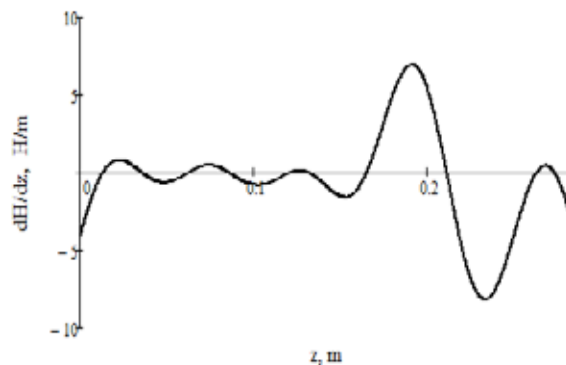


Рис. 4. Апроксимація похідної dH/dz магнітного поля

Задля дослідження впливу перешкод, що обурюють основне магнітне поле в магнетроні на тип траєкторій електронів та стійкість їхнього руху, було сконструйоване модельне магнітне поле. Поточні значення амплітуди цього поля були збурені відносно номінальних (рис. 5, рис. 6) перешкодами нормального типу з нульовим математичним сподіванням та середньоквадратичним відхиленням, відносна величина якої досягала 5%.

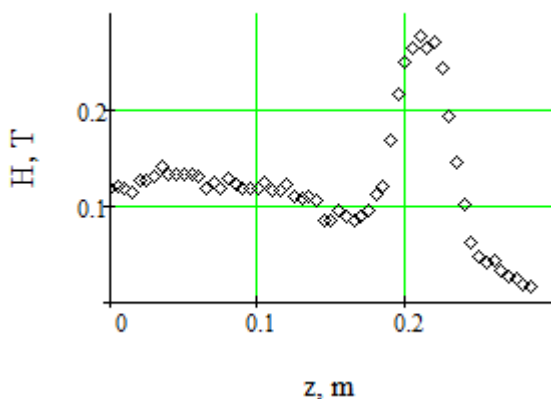


Рис. 5. Збурене магнітне поле H в гарматі

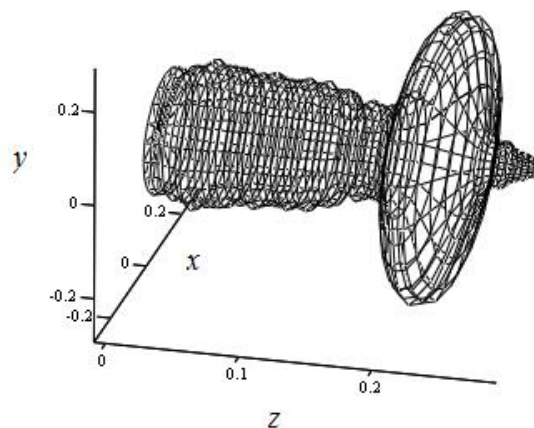


Рис. 6. Об'ємна конфігурація збуреного магнітного поля H

Результати чисельного моделювання

Нижче наведено результати чисельного моделювання траєкторій електронів з енергією $E=20$ кеВ в градієнтному магнітному полі [5; 6]. Як початкові умови були вибрані такі: $r_0=6$ мм, розподіл по азимутальному куту – рівномірний ($0 \leq \vartheta_0 \leq 2\pi$), $E_0=511$ кеВ – енергія покою електрона. Далі:

$$q'_z|_0 = \frac{1}{\mu} \sqrt{2 \frac{E}{E_0}}, \quad q'_\theta|_0 = r_0^2 f(z_0). \quad (4)$$

На рис. 7 наведено приклади траєкторії електрона під час його руху вздовж осі z як функції пройденого шляху S , який пройшла частка вздовж свого руху для енергії $E=20$ кеВ у випадку, коли відносний розкид магнітного поля системи був $\sigma_H=0\%$ та $\sigma_H=5\%$. З рисунку

можна побачити вплив збурення на рух частинки. Особливо це виявляється в області максимальних значень амплітуди поля.

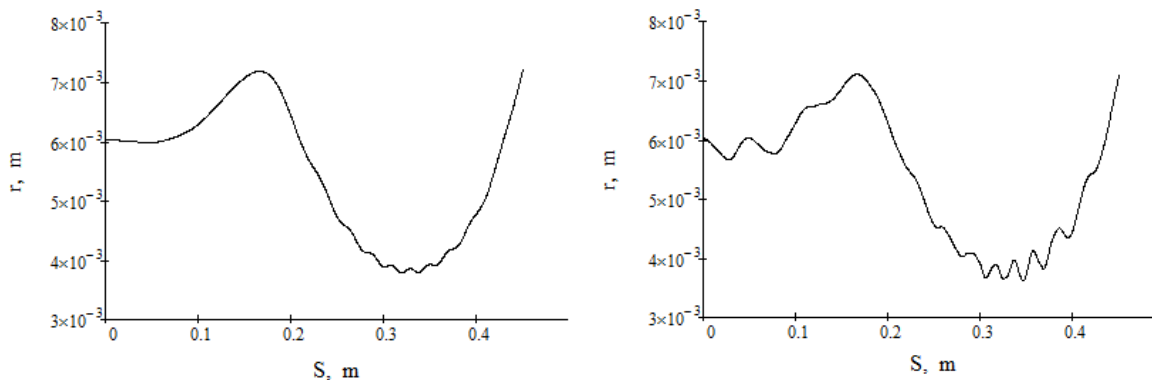


Рис. 7. Траєкторії електрона під час його руху; $E=20$ кеВ; ліворуч $\sigma_H=0\%$, праворуч $\sigma_H=5\%$,

На рис. 8 наведено приклади еволюції середньоквадратичних відхилень пучка під час його руху вздовж осі z для енергії $E=20$ кеВ у випадку, коли відносний розкид магнітного поля системи був $\sigma_H=0\%$ (зверху) та $\sigma_H=5\%$ (знизу). Можна бачити, що зміни дисперсій розподілу пучка по вертикалі та куту приблизно повторюють одні одних за різних СКВ обурення поля.

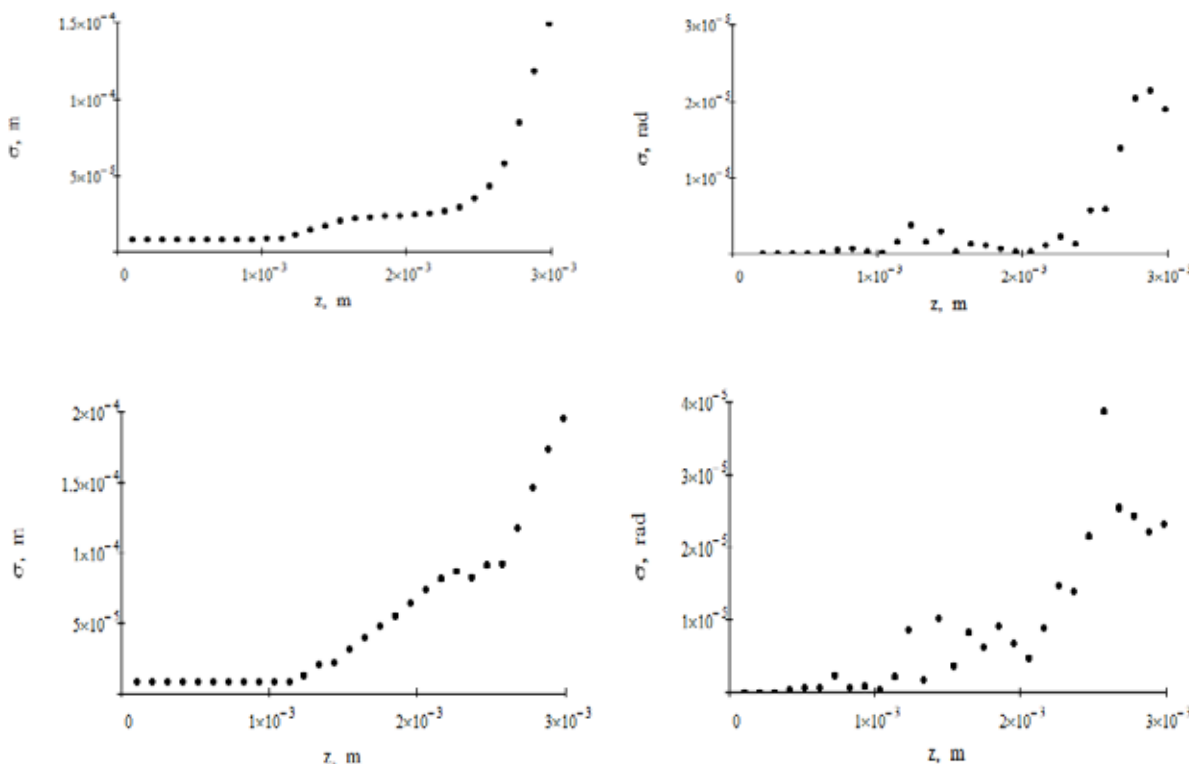


Рис. 8. Залежність середньоквадратичного розкиду потоку електронів від пройденого шляху, $E=20$ кеВ; зверху $\sigma_H=0\%$, знизу $\sigma_H=5\%$, ліворуч – СКВ по повздовжній координаті z , праворуч – по кутівній z'

На рис. 9 наведено приклади еволюції середньоквадратичного відхилення пучка під час його руху вздовж осі z для енергії $E=30$ кеВ у випадку, коли відносний розкид магнітного поля системи був $\sigma_H=0\%$ (зверху) та $\sigma_H=5\%$ (знизу). Тут за $E=30$ кеВ також основні тенденції зміни дисперсій розподілу пучка по вертикалі і куту приблизно повторюють одні одних за різних СКВ обурення поля.

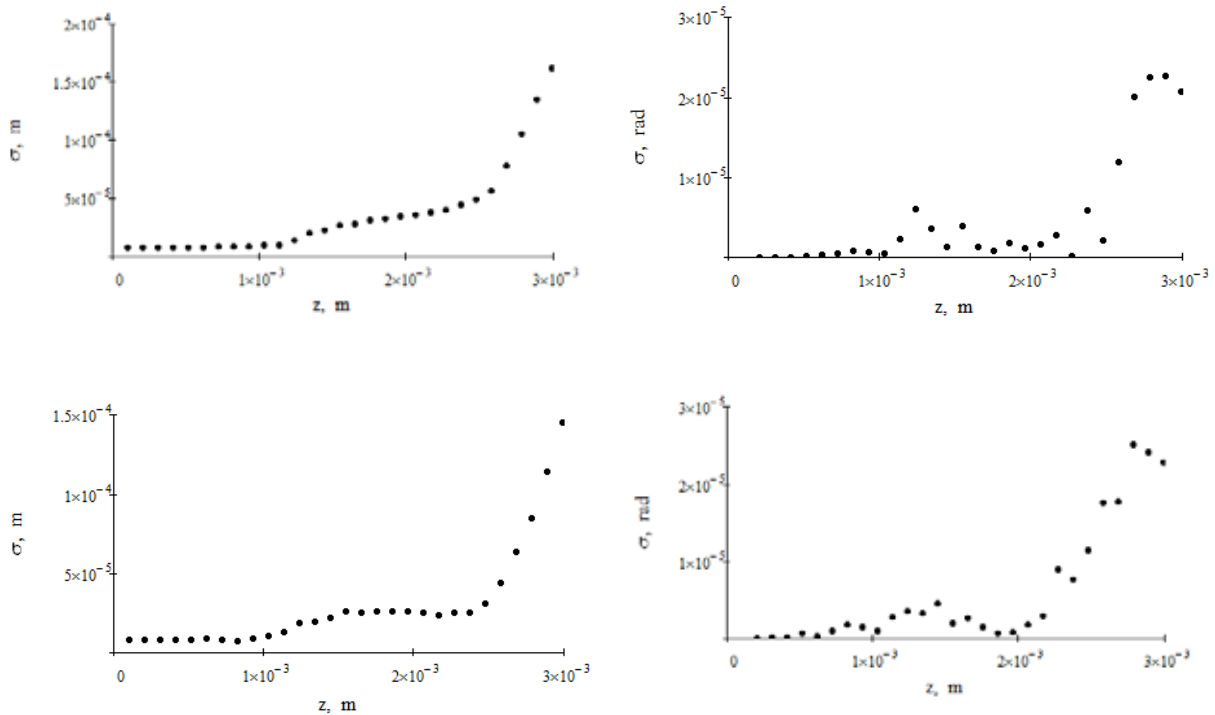


Рис. 9. Залежність середньоквадратичного розкиду потоку електронів від пройденого шляху, $E=30$ кеВ; зверху $\sigma_H=0\%$, знизу $\sigma_H=5\%$, ліворуч – СКВ по повздовжній координаті z , праворуч – по кутовій похідній z'

Під час руху частинок у збуреному магнітному полі формування їх траєкторій вздовж пройденого шляху має інтеграційний характер. Флуктуації поля завдяки їхньому знакозмінному характеру взаємно компенсуються на кожних попередніх і наступних кроках траєкторії. Для магнітних полів у гарматах, що діють, розмір СКВ обурення поля не може перевищувати одиниць відсотків. Тому за таких СКВ в результаті інтегрування під час руху характеристики пучка в основному і збудженому магнітному полях залишаються подібними.

Висновки

Під час емісії та руху в каналі транспортування пучка потік електронів зазнає перетворення щільності розподілу у фазовому просторі, що визначається видом градієнтного магнітного поля в каналі магнетронної гармати. Застосовано чисельну модель для розподілу магнітного поля магнетронної гармати, в якій основне поле зазнає випадкових обурень, а також алгоритмічне перетворення дослідних даних поля аналітичними функціями. Як перешкода застосований датчик нормальних випадкових чисел з нульовим математичним сподіванням і дисперсією, величина якої варіюється задля отримання характеристик електронного пучка з енергією 20–30 кеВ в поздовжньому та радіальному напрямках під час його транспортування в збуреному магнітному полі гармати. Наводяться результати чисельного моделювання руху пучка, емітованого у вигляді прямокутного потоку. В результаті моделювання руху електронного потоку вивчено вплив середньоквадратичного відхилення під час емісії електронів та

отримані траєкторні розв'язки частинок пучка під час їхнього руху вздовж осі транспортування. Досліджено залежність формування результуючого розподілу частинок від величини амплітуди випадкового обурення магнітного поля вздовж осі системи. Отримано залежність позовжнього розкиду частинок від амплітуди випадкових збурень по вертикалі та вертикальному куту. Показано, що за наявних СКВ збурення магнітного поля в магнетронних гарматах під час руху частинок характеристики електронного пучка в основному і збудженому полях залишаються подібними та стійкими.

Список використаної літератури

1. Dovbnya A.N., Lavrinenko S.D., Zakutin V.V. Surface modification of zirconium and Zr1%Nb alloy by the electron beam of the magnetron gun-based accelerator. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Physics of Radiation Effects and Radiation Materials Science"*. 2011. № 2. P. 39–45.
2. Ayzatsky M.I., Dovbnya A.N., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G., Romas'ko V.P., Chertishchev I.A. Studies on formation of the radially-directed electron beam generated by the magnetron gun with a secondary emission cathode. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Nuclear Physics Investigations"*. 2016. № 3(103). 2016. P. 11–16.
3. Dovbnya A.N., Dovbnya N.A., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G., Chertishchev I.A. Transport simulation of a high-current electron beam formed by the magnetron gun with a secondary-emission cathode in a decreasing solenoid field. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Nuclear Physics Investigations"*. 2015. № 6. P. 77–82.
4. Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G., Shovkoplyas O.A. Beam and sector modes of electron flows in a cylindrical magnetic field of a magnetron gun. *Journal of Nano- and Electronic Physics*. 2020. Vol. 12. No. 3. P. 03001–03006.
5. Dovbnya A.N., Dovbnya N.A., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G. Longitudinal-radial motion of an electron beam in the solenoidal field of the secondary-emission magnetron gun. *Problems of Atomic Science and Technology, series "Nuclear Physics Investigations"*. 2017. № 6 (112). P. 96–100.
6. Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G. Transformation of the data array of the cylindrical magnetic field of the magnetron gun and the problem of radial motion of electrons. *Applied Problems of Mathematical Modeling*. 2020. Vol. 3. No. 1. P. 108–116.
7. Volkolupov Yu.Ya., Dovbnja A.N., Zakutin V.V., Krasnogolovets M.A., Reshetnyak N.G., Mitrochenko V.V., Romas'ko V.P., Churyumov G.I. Generation of electron beams in a magnetron diode with a metal secondary-emission cathode. *Journal of Technical Physics*. 2001. V. 71. № 7. P. 88–91.

References

1. Dovbnya, A.N., Lavrinenko, S.D., & Zakutin, V.V. (2011). Surface modification of zirconium and Zr1%Nb alloy by the electron beam of the magnetron gun-based accelerator. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Physics of Radiation Effects and Radiation Materials Science"*. 2. 39–45.
2. Ayzatsky, M.I., Dovbnya, A.N., Mazmanishvili, A.S., Reshetnyak, N.G., Romas'ko, V.P., & Chertishchev, I.A. (2016). Studies on the formation of the radially-directed electron beam generated by the magnetron gun with a secondary emission cathode. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Nuclear Physics Investigations"*. 3 (103). 11–16.
3. Dovbnya, A.N., Dovbnya, N.A., Mazmanishvili, A.S., Reshetnyak, N.G., & Chertishchev, I.A. (2015). Transport simulation of a high-current electron beam formed by the magnetron gun with a secondary-emission cathode in a decreasing solenoid field. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Nuclear Physics Investigations"*. 6. 77–82.

4. Mazmanishvili, A.S., Reshetnyak, N.G., & Shovkoplyas, O.A. (2020). Beam and sector modes of electron flows in a cylindrical magnetic field of a magnetron gun. *Journal of Nano- and Electronic Physics*, 12 (3), 03001–03006.
5. Dovbnya, A.N., Dovbnya, N.A., Mazmanishvili, A.S., & Reshetnyak, N.G. (2017). Longitudinal-radial motion of an electron beam in the solenoidal field of a secondary-emission magnetron gun. *Problems of Atomic Science and Technology, series “Nuclear Physics Investigations”*. 6 (112), 96–100.
6. Mazmanishvili, A.S., & Reshetnyak, N.G. (2020). Transformation of the data array of the cylindrical magnetic field of a magnetron gun and the problem of radial motion of electrons. *Applied problems of mathematical modeling*, 3 (1). 108–116. <https://doi.org/10.32782/2618-0340/2020.1-3.11>.
7. Volkolupov, Yu.Ya., Dovbnja, A.N., Zakutin, V.V., Krasnogolovets, M.A., Reshetnyak, N.G., Mitrochenko, V.V., Romas’ko, V.P., & Churyumov, G.I. (2001). Generation of electron beams in a magnetron diode with a metal secondary emission cathode. *Journal of Technical physics*. 71 (7). 88–91.

Мазманішвілі Олександр Сергійович – д.ф.-м.н., старший науковий співробітник Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут». E-mail: mazmanishvili@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0373-0626.

Решетняк Микола Григорович – к.ф.-м.н., старший науковий співробітник Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут». E-mail: nreshetnyak@kipt.kharkov.ua, ORCID: 0000-0002-2345-6789.

Mazmanishvili Oleksandr Serhiiiovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher at the National Science Center “Kharkiv Physical-Technical Institute”. E-mail: mazmanishvili@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0373-0626.

Reshetnyak Mykola Grigorovich – Ph.D., Senior Researcher at the National Science Center “Kharkiv Physical-Technical Institute”. E-mail: nreshetnyak@kipt.kharkov.ua, ORCID: 0000-0002-2345-6789.

М.С. МІХАЙЛОВА, В.І. ДУБРОВІН
 Національний університет «Запорізька політехніка»
 Ю.В. ТАРАСОВА
 IT-компанія «Freshcode»

ЗАСТОСУВАННЯ ОБРОБКИ ЗОБРАЖЕНЬ ТА ВЕЙВЛЕТ-АНАЛІЗУ ДЛЯ ВИДІЛЕННЯ ПРОФІЛІВ ХВИЛЯСТОСТІ ТА ШОРСТКОСТІ ПРОФІЛОГРАМ МЕТАЛЕВИХ ПОВЕРХОНЬ

Вивчення якості поверхні є важливим інженерним питанням. Технологічні проблеми належать до низки найважливіших, оскільки їх успішне вирішення визначає, зрештою, експлуатаційні показники спроектованих виробів. Однією з таких проблем є оцінка впливу шорсткості, хвилястості і відхилень форми поверхонь деталей на їхні функціональні властивості [1–3].

Експлуатаційні властивості машин і приладів, їхня точність, надійність і довговічність залежать від якості поверхні, її мікрогеометричного і фізико-механічного стану [1–3].

Якість обробленої поверхні характеризується двома основними ознаками: фізико-механічними властивостями поверхневого шару металу і ступенем шорсткості поверхні [1–3].

Дослідження якості поверхні є надзвичайно актуальним завданням у контексті технічних і виробничих процесів. Зрозуміти взаємозв'язок між характеристиками шорсткості, хвилястості та відхиленнями форми поверхонь деталей і їхнім впливом на функціональні властивості є не лише важливим, але й необхідним для забезпечення надійної роботи машин і приладів. Адже саме ці чинники визначають експлуатаційні показники виробів і їхню довговічність.

Для дослідження шорсткості та хвилястості поверхонь широко застосовуються сучасні методи обробки зображень та математичного аналізу, зокрема вейвлет-аналіз, який дає змогу виділити ключові характеристики профілограм. Використання вейвлетів разом з цифровими технологіями дає змогу з високою точністю розрізняти структури різної природи, що є важливим для розуміння процесів, які впливають на зносостійкість, міцність і функціональність деталей. Таким чином, методи аналізу шорсткості відіграють ключову роль у вдосконаленні виробничих процесів і забезпеченні високих стандартів якості оброблених поверхонь.

Ключові слова: обробка зображень, вейвлет-аналіз, хвилястість, шорсткість.

M.S. MIKHAILOVA, V.I. DUBROVIN
 Zaporizhzhia Polytechnic National University
 YU.V. TARASOVA
 IT company “Freshcode”

APPLICATION OF IMAGE PROCESSING AND WAVELET ANALYSIS FOR EXTRACTING WAVINESS AND ROUGHNESS PROFILES FROM METALLIC SURFACE PROFILE GRAPHS

The study of surface quality is an important engineering issue. Technological problems are among the most important, since their successful solution ultimately determines the performance of the designed products. One of these problems is to assess the impact of roughness, waviness, and deviations in the shape of the surfaces of parts on their functional properties [1–3].

The operational properties of machines and devices, their accuracy, reliability, and durability depend on the quality of the surface, its microgeometric and physical-mechanical state [1–3].

The quality of the treated surface is characterized by two main features: physical and mechanical properties of the metal surface layer and the degree of surface roughness [1–3].

The study of surface quality is an extremely important task in the context of technical and production processes. To understand the relationship between the characteristics of roughness, waviness and deviations in the shape of the surface of parts and their impact on functional properties is not only important, but also necessary to ensure reliable operation of machines and devices. After all, these factors determine the performance of products and their durability.

To study of surface roughness and waviness are widely used to study of image processing and mathematical analysis, including wavelet analysis, which makes it possible to highlight the key characteristics of profile graphs. The use of

wavelets in conjunction with digital technologies allows us to distinguish structures of different nature with high accuracy structures of different nature, which is important for understanding the processes that affect wear resistance, strength, and functionality of parts. Thus, the methods of roughness analysis play a key role in improving production processes and ensuring high quality standards for machined surfaces.

Key words: image processing, wavelet analysis, waviness, roughness.

Постановка проблеми

Якість шорсткості поверхні є одним з найважливіших завдань обробної промисловості. Шорсткість поверхні є основною специфікацією для вимірювання якості продукції. Точна характеристика шорсткості та топографії поверхні має велике значення в багатьох галузях машинобудування, оскільки певні функціональні властивості матеріалів часто визначаються структурою та характеристиками поверхні. Для огляду поверхні та контролю якості необхідна автоматизована система з низькою вартістю та високою швидкістю. Цей факт змусив багатьох дослідників звернути увагу на методи комп'ютерного зору для вирішення цієї проблеми. На обробку поверхні впливають кілька факторів: параметри різання, властивості інструмента, властивості заготовки, обладнання для обробки та середовище обробки. Оброблення поверхні можна оцінити за допомогою деяких параметрів шорсткості, визначених у міжнародних стандартах. Однак розробка цих стандартів переважно орієнтована на тактильні вимірювальні пристрої, які забезпечують двовимірний запис профілю деталі. Проте технології вимірювання поверхні значно розвинулися протягом останніх десятиліть, від перших аналогових контактних пристроїв до сучасних цифрових методів. Методи вимірювання шорсткості поверхні можна класифікувати таким чином:

- підхід на основі чистого моделювання;
- підхід на основі штучного інтелекту (AI);
- підхід на основі сигналів, який включає оптику та комп'ютерний зір, звуковий сигнал, акустичну емісію, ультразвук або вібраційні сигнали.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Методи комп'ютерного зору для моніторингу операцій механічної обробки показали значне скорочення часу циклу та витрат ресурсів порівняно з традиційними методами стилуса [4–7]. Комп'ютерний зір дає змогу швидше вимірювати шорсткість поверхні з меншими витратами та меншим рівнем шуму, однак отримати точні значення шорсткості досі проблематично [4].

Традиційно аналіз зображень здійснювався в просторовій області, проте зараз усе більше дослідників переходять до частотної області, де популярними методами є перетворення Фур'є та вейвлет-перетворення [8]. Перетворення Фур'є відображає частотний розподіл, але не враховує локальні відхилення. Вейвлет-перетворення, запропоноване авторами [3; 9], дає змогу отримати багатомасштабне представлення текстури, що робить його більш ефективним для аналізу текстури, ніж методи на основі перетворення Фур'є. Багато авторів використовують енергію піддіапазонів вейвлетів для дискримінації текстур [10–13].

Інші дослідники застосовують статистичні ознаки вейвлетів або спільне виникнення вейвлетів для класифікації текстур [14; 15]. Наприклад, одні автори [14] використовували гістограми спільної появи, а інші дослідники [16] розробили систему візуального контролю текстилю на основі вейвлет-перетворення. Одні автори [17–19] продемонстрували ефективність вейвлет-перетворення для аналізу шорсткості профілю, а інші дослідники [20; 21] вивчали оптимальне вейвлет-розкладання для кращого розділення базової структури та деталей поверхні, застосовуючи різні показники, такі як ентропія Шеннона та кластеризація k-середніх.

Мета дослідження

У цьому дослідженні буде проаналізовано систему машин для контролю якості металевих деталей, оброблених токарним способом. Визначатимуться такі аспекти:

- які рівні шорсткості металевих деталей належать до бажаної якості поверхні;
- як порівнюються деталі з високою і низькою якістю за різними показниками шорсткості;
- які помилки виникають під час оцінювання шорсткості між різними класами деталей.

Основною метою є підтвердження того, що шорсткість повинна бути меншою, ніж похибка.

Виклад основного матеріалу дослідження

Для кожної частини деталі було знято вісім зображень, в результаті чого було отримано 3 960 зображень. Кожне зображення було позначено відповідним значенням шорсткості R_a , вимірним за допомогою пертометра, розрахованим як медіана трьох повторних вимірювань R_a (рис. 1) [22]. Значення шорсткості були в широкому діапазоні: від 0,89 до 21,29 мкм, залежно від використовуваних параметрів обробки.

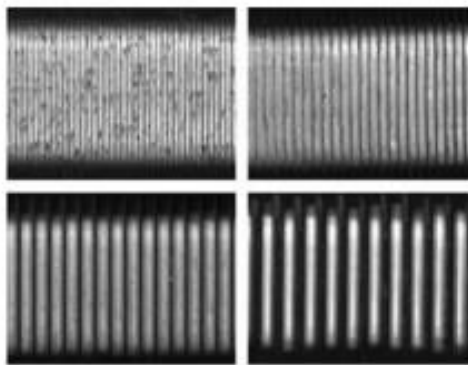


Рис. 1. Зліва вгорі: зображення поверхні з частини, що належить до класу 1; вгорі справа: до 2 класу; внизу зліва: до 3 класу і внизу справа: до класу 4 [22]

Перед аналізом зображень поверхні їх розділили відповідно до значення шорсткості поверхні. Потім для застосування вейвлет-перетворення було вибрано тип сімейства вейвлетів і один рівень вейвлет-розкладання. Набір отриманих вейвлет-коефіцієнтів використовувався для формування підзображень. Для оцінювання шорсткості поверхні за допомогою штучних нейронних мереж було отримано середнє зображення рівнів сірого вертикальної деталізації.

Класифікація текстур була здійснена штучними нейронними мережами (ANN). Використаною нейронною мережею був багат шаровий Персерптон з одним вузлом у вихідному шарі для класифікації. Оптимальна кількість вузлів у прихованому шарі та цикли навчання були вибрані емпірично. Алгоритм навчання належить до групи алгоритмів «зворотного поширення», зокрема оптимізована версія Левенберга-Марквадта. Методом перевірки була перехресна перевірка «K-fold» для класифікації нейронної мережі.

Перевага цього методу перед багаторазовою випадковою підвибіркою полягає в тому, що всі спостереження використовуються як для навчання, так і для перевірки, а кожне спостереження застосовується для перевірки точно один раз. У цьому дослідженні була використана 10-кратна перехресна перевірка.

Набір зображень був розділений на чотири піднабори відповідно до значення шорсткості поверхні та швидкості подачі, використаних у випробуваннях на механічну обробку. Випробування на механічну обробку з однаковою швидкістю подачі мають подібну шорсткість поверхні. Отже, було визначено діапазон шорсткості для кожного класу шорсткості (рис. 2) [22].

Діапазон Шорсткості Ra [мкм]	Клас	Кількість зображень
10-14	1	488
5-8	2	1104
2-4	3	639
0.8-2	4	834

Рис. 2. Діапазон шорсткості та кількість зображень для чотирьох піднаборів оброблених деталей [22]

Існує кілька сімейств вейвлетів. У цій роботі було вибрано вейвлети Хаара. Для вилучення інформації використовувався перший рівень вейвлет-декомпозиції. Таким чином, чотири набори вейвлет-коефіцієнтів були отримані з вейвлет-перетворення для кожної поверхні, що відповідають коефіцієнтам апроксимації, горизонтальним коефіцієнтам деталізації, вертикальним коефіцієнтам деталізації та діагональним коефіцієнтам деталізації. З цих коефіцієнтів формуються чотири підзображення.

Наступний крок полягав у вилученні інформації про текстуру з цих підзображень для характеристики поверхні. Дескриптор текстури, такий як середнє значення рівня сірого поверхневих зображень, було виконано для підзображень з вертикальним коефіцієнтом.

Нарешті, перші вектори ознак були класифіковані за допомогою штучної нейронної мережі.

Результати. Інтерес дослідження полягав у оцінці різної обробки поверхні, отриманої в широкому діапазоні умов різання. У цьому разі ми маємо чотири групи або класи якості поверхні. Проведено класифікацію між кожною парою цих рівнів, тому надійність запропонованого методу оцінки шорсткості оцінюється, коли є два рівні шорсткості ближче або коли є два рівні, що розташовані на широкій відстані. Тобто спосіб зміни показників помилок залежить від того, які два рівні шорсткості досліджуються. Цей факт аналізується, щоб дізнатися, які два рівні шорсткості можна оцінити з високою точністю. Показники помилок класифікації були отримані з використанням одного і п'яти нейронів у прихованому шарі нейронної мережі, а також 100, 300 і 500 циклів навчання (рис. 3) [22].

Кількість нейронів у Прихованому шарі	Перший клас у порівнянні	Другий клас у порівнянні	100 циклів	300 циклів	500 циклів
1	1	2	3.07	3.07	3.07
5	1	2	3.02	2.91	2.95
1	1	3	2.85	2.81	2.80
5	1	3	2.78	2.97	2.82
1	1	4	2.59	3.57	3.54
5	1	4	3.35	3.39	3.32
1	2	3	3.67	3.67	3.67
5	2	3	3.51	3.52	3.55
1	2	4	4.17	4.17	4.18
5	2	4	4.23	4.21	4.26
1	3	4	4.34	4.34	4.34
5	3	4	3.82	3.73	3.71

Рис. 3. Похибки для класів шорсткості, % [22]

Як передбачалося, результати показують, що оцінка між ближчими класами шорсткості гірша, ніж оцінка між дуже віддаленими класами. Ця початкова і доведена гіпотеза особливо примітна для класу 1, рівень помилок якого зменшується з 2,90% порівняно з класом 2 до 2,59% порівняно з класом 4 (рис. 3) [22]. Беручи до уваги ці показники помилок, пропонуємо прийнятний спосіб оцінки обробки шорсткості за допомогою особливостей у частотній області із застосуванням вейвлет-перетворення.

Висновки

У роботі пропонується метод проведення перевірки якості на шорсткість металевих токарних деталей за допомогою системи комп'ютерного зору. Метод запропоновано як альтернативу класичним методам, заснованим на використанні перетометрів.

Перевагами методу комп'ютерного зору є можливість виконання вимірювань на машині та змога провести вичерпний контроль обробки поверхні, оскільки вимірювання займає менше часу. У цьому контексті було проаналізовано надійність дескрипторів текстури в частотній області на основі вейвлет-перетворення. Також було отримано мінімальні коефіцієнти помилок для кожного діапазону шорсткості поверхні (рис. 4) [22].

Мінімальні показники помилок (%)		
Клас 1	Клас 2	2.90
Клас 1	Клас 3	2.78
Клас 1	Клас 4	2.59
Клас 2	Клас 3	3.51
Клас 2	Клас 4	4.17
Клас 3	Клас 4	3.71

Рис. 4. Мінімальні показники помилок для кожного діапазону шорсткості поверхні [22]

Результати показують, що можна використовувати вейвлет-дескриптори текстури для оцінки шорсткості металевих деталей у контексті якості продукції.

Список використаної літератури

1. Твердохліб Ю.В., Дубровін В.І., Каморкін П.А. Метод виділення профілів хвилястості та шорсткості профілограм металевих поверхонь за допомогою вейвлет-аналізу. *Адаптивні системи автоматичного управління*. 2015. № 1 (26). С. 26–31.
2. Tverdohleba J.V., Dubrovin V.I. Processing of ECG signals based on wavelet transformation. *International journal of advanced science and technology*. 2011. Vol. 30. P. 73–81.
3. Дубровін, В.І., Твердохліб, Ю.В. Спосіб визначення оптимального вейвлету для аналізу сигналів на основі дослідження його амплітудно-частотної характеристики. Запорізький національний технічний університет. Пат. 90102 Україна, МПК6 G01R 23/16. Заявл. 20.12.13; опубл. 12.05.14, бюл. № 9. 3 с.
4. Lee B., Juan H., Yu S. A study of computer vision for measuring surface roughness in the turning process. *Advanced Manufacturing Technology*. 2002. Vol. 19. P. 295–301.
5. Castejo'n M., Alegre E., Barreiro J. Herna'ndez L.K. On-line tool wear monitoring using geometric descriptors from digital images. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 2007. Vol. 47. P. 1847–1853.

6. Barreiro J., Castejo'n M. Alegre E. Herna'ndez L.K. Use of descriptors based on moments from digital images for tool wear. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*. 2008. Vol. 48. P. 1005–1013.
7. Barreiro J., Alaiz R., Alegre E., Ablanedo D. Surface finish control in machining processes using textural descriptors based on moments. Proceedings of 6th International Conference of *DAAAM Baltic Industrial Engineering*. Tallinn-Estonia, 24–26 April 2008. Tallinn, 2008. P. 209–214.
8. Bharati M.H., Liu J.J., MacGregor J.F., Image texture analysis: methods and comparisons. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*. 2004. Vol. 72 (1). P. 57–71.
9. Mallat S. Theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation, *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 1989. Vol. 11. P. 674–693.
10. Huang K., Aviyente S. Information-theoretic wavelet packet subband selection for texture classification. *Signal Processing*. 2006. Vol. 86 (7). P. 1410–1420.
11. Hiremath P.S., Shivashankar, S. Wavelet based co-occurrence histogram features for texture classification with an application to script identification in a document image. *Pattern Recognition Letters*. 2008. Vol. 29. P. 1182–1189.
12. Kim S.C., Kang, T.J. Texture classification and segmentation using wavelet packet frame and Gaussian mixture model. *Pattern Recognition*. 2007. Vol. 40 (4). P. 1207–1221
13. Dettori L., Semler L. A comparison of wavelet, ridge let, and curvelet-based texture classification algorithms in computed tomography. *Computers in Biology and Medicine*. 2007. Vol. 37. P. 486–498.
14. Arivazhagan S., Ganesan L. Texture segmentation using wavelet transform. *Pattern Recognition Letters*. 2003. Vol. 24 (16). P. 3197–3203.
15. Latif-Ameta A., Ertuzun A. Ercil, A. An efficient method for texture defect detection: sub-band domain co-occurrence matrices. *Image and Vision Computing*. 2000. Vol. 18. P. 543–553.
16. Lin H.D. Automated visual inspection of ripple defects using wavelet characteristic based multivariate statistical approach. *Image and Vision Computing*. 2007. Vol. 25 (11). P. 1785–1801.
17. Grzesik W., Brol S. Wavelet and fractal approach to surface roughness characterization after finish turning of different workpiece materials. *Journal of Materials Processing Technology*. 2009. Vol. 209 (5). P. 2522–2531.
18. Твердохліб Ю.В., Дубровін В.І. Вейвлет-перетворення в задачі дослідження профіля металевих поверхонь. *Інформаційні технології в металургії та машинобудуванні: зб. тез наук.-техн. конф. Дніпро: НметАУ, 2014. С. 6–7.*
19. Твердохліб Ю.В. Вейвлет-перетворення в задачі розділення профілю поверхні. *Збірник тез XX Міжнародної наукової конференції студентів, аспірантів та молодих учених (секція «Обчислювальна математика та кібернетика»)*. Ломоносов, 2013. С. 61–62.
20. Дубровін В.І., Твердохліб Ю.В. Дослідження змін ентропії та енергії на етапах декомпозиції сигналу. *Радіоелектроніка, інформатика, управління*. 2013. № 2 (29). С. 54–58.
21. Sun W., Mukherjee R., Stroeve P., Palazoglu A., Romagnoli, J.A. A multi- resolution approach for line-edge roughness detection. *Microelectronic Engineering*. 2009. Vol. 86 (3). P. 340–351.
22. Siqian Yan, Hua Yao, Haiyi Bian. Multi-Feature Extraction of Metal Cracks using Based on Wavelet Neural Network. *Journal of Physics: Conference Series (JPCS)*. 2023. Vol. 2467. P. 1–7.

References

1. Tverdokhlib, Y.V., Dubrovin, V.I., & Kamorkin, P.A. (2015). Metod vydilennia profiliv khvyliastosti ta shorstkosti profilohram metalovykh poverkhoń za dopomohoiu veivlet-analizu [Method for isolating profiles of waviness and roughness of metal surface profilograms using wavelet analysis]. *Adaptyvni Systemy Avtomatychnoho Upravlinnia. Mizhvidomchyi naukovotekhnichniy zbirnyk*, 1 (26), 26–31 [in Ukrainian].

2. Tverdokhlib, J.V., & Dubrovin, V.I. (2011). Processing of ECG signals based on wavelet transformation. *International Journal of Advanced Science and Technology*, 30, 73–81 [in English].
3. Dubrovin, V.I., & Tverdokhlib, Y.V. (2014). Sposib vyznachennia optymalnogo veivletu dlia analizu syhnaliv na osnovi doslidzhennia yoho amplitudno-chastotnoi kharakterystyky [Method for determining the optimal wavelet for signal analysis based on the study of its amplitude-frequency characteristics]. (Patent No. 90102). Zaporizhzhia National Technical University. Ukraine Patent Office. [in Ukrainian].
4. Lee, B., Juan, H., & Yu, S. (2002) A study of computer vision for measuring surface roughness in the turning process. *Advanced Manufacturing Technology*, 19, 295–301 [in English].
5. Castejón, M., Alegre, E., Barreiro, J. & Hernández, L.K. (2007). On-line tool wear monitoring using geometric descriptors from digital images. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 47, 1847–1853 [in English].
6. Barreiro, J., Castejón, M., Alegre, E. & Hernández, L.K. (2008). Use of descriptors based on moments from digital images for tool wear. *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 48, 1005–1013 [in English].
7. Barreiro, J., Alaiz, R., Alegre, E., & Ablanedo, D. (2008). Surface finish control in machining processes using textural descriptors based on moments. Proceedings of the 6th International Conference of DAAAM Baltic Industrial Engineering. Estonia [in English].
8. Bharati, M.H., Liu, J.J., & MacGregor, J.F. (2004). Image texture analysis: methods and comparisons. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 72 (1), 57–71 [in English].
9. Mallat, S. (1989). Theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 11, 674–693 [in English].
10. Huang, K., & Aviyente, S. (2006). Information-theoretic wavelet packet subband selection for texture classification. *Signal Processing*, 86 (7), 1410–1420 [in English].
11. Hiremath, P.S. & Shivashankar, S. (2008). Wavelet based co-occurrence histogram features for texture classification with an application to script identification in a document image. *Pattern Recognition Letters*, 29, 1182–1189 [in English].
12. Kim, S.C., & Kang, T.J. (2007). Texture classification and segmentation using wavelet packet frame and Gaussian mixture model. *Pattern Recognition*, 40 (4), 1207–1221 [in English].
13. Dettori, L., & Semler, L. (2007). A comparison of wavelet, ridge let, and curvelet-based texture classification algorithms in computed tomography. *Computers in Biology and Medicine*, 37, 486–498 [in English].
14. Arivazhagan, S., & Ganesan, L. (2003). Texture segmentation using wavelet transform. *Pattern Recognition Letters*, 24 (16), 3197–3203 [in English].
15. Latif-Ameta, A., Ertuğrul, A. & Ercil, A. (2000). An efficient method for texture defect detection: sub-band domain co-occurrence matrices. *Image and Vision Computing*, 18, 543–553 [in English].
16. Lin, H.D. (2007). Automated visual inspection of ripple defects using wavelet characteristic-based multivariate statistical approach. *Image and Vision Computing*, 25(11), 1785–1801 [in English].
17. Grzesik, W., & Brol, S. (2009). Wavelet and fractal approach to surface roughness characterization after finish turning of different workpiece materials. *Journal of Materials Processing Technology*, 209 (5), 2522–2531 [in English].
18. Tverdokhlib, Yu.V., & Dubrovin, V.I. (2014). Veivlet-peretvorennia v zadachi doslidzhennia profilia metalevykh poverkhoń [Wavelet transformation in the task of studying profilograms of metallic surfaces]. *Zbirnyk tez naukovo-tekhnichnoi konferentsii “Informatsiini tekhnolohii v metalurhii ta mashynobuduvanni”* [Proceedings of the scientific and technical conference

- “Information Technologies in Metallurgy and Mechanical Engineering”]. Dnipropetrovsk [in Ukrainian].
19. Tverdokhlib, Yu.V. (2013). Veivlet-peretvorennia v zadachi rozdilennia profilu poverkhni [Wavelet transformation in the task of separating the surface profile]. *Zbirnyk tez XX Mizhnarodnoi naukovoï konferentsii studentiv, aspirantiv ta molodykh uchenykh (seksiia “Obchysliuvalna matematika ta kibernetyka”)* [Abstracts of the XX International Scientific Conference of Students, Postgraduates, and Young Scientists (section “Computational Mathematics and Cybernetics”)]. Lomonosov [in Ukrainian].
 20. Dubrovin, V.I., & Tverdokhlib, Yu.V. (2013). Doslidzhennia zmin entropii ta enerhii na etapakh dekompozytsii syhnalu [Research on entropy and energy changes during signal decomposition stages]. *Radioelektronika, informatyka, upravlinnia* [Radioelectronics, Informatics, Control], 2 (29), 54–58 [in Ukrainian].
 21. Sun, W., Mukherjee, R., Stroeve, P., Palazoglu, A., & Romagnoli, J.A. (2009). A multi-resolution approach for line-edge roughness detection. *Microelectronic Engineering*, 86 (3), 340–351 [in English].
 22. Siqian, Yan, Hua, Yao, & Haiyi, Bian. (2023). Multi-Feature Extraction of Metal Cracks using Based on Wavelet Neural Network. *Journal of Physics: Conference Series (JPCS)*, 2467, 1–7 [in English].

Міхайлова Марія Сергіївна – студентка кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька політехніка». E-mail: mariamihajlova31@gmail.com, ORCID: 0009-0009-5513-2135.

Дубровін Валерій Іванович – професор кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька політехніка». E-mail: vdubrovin@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0848-8202.

Тарасова Юлія Володимирівна – к.т.н., Web Developer ІТ-компанії “Freshcode”, Запоріжжя, Україна. E-mail: julia.tverdohleb@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2814-7907.

Mikhailova Maria Serhiyivna – Student of the Software Engineering Department of Zaporizhia Polytechnic National University. E-mail: mariamihajlova31@gmail.com, ORCID: 0009-0009-5513-2135.

Dubrovin Valery Ivanovych – Professor at the Department of Software of Zaporizhia Polytechnic National University. E-mail: vdubrovin@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0848-8202.

Tarasova Yulia Volodymyrivna – PhD in Engineering, is a Web Developer at the IT company “Freshcode” in Zaporizhzhia, Ukraine. E-mail: julia.tverdohleb@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2814-7907.

НАБЛИЖЕНИЙ МЕТОД МАКСИМАЛЬНОЇ ВІРОГІДНОСТІ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ ДВОПОРОГОВОГО ПРОЦЕСУ ОРНШТЕЙНА-УЛЕНБЕКА

Дворежимний двопороговий процес дає змогу моделювати складні системи, в яких динаміка змінюється за досягнення порогових рівнів. У роботі для оцінки параметрів дворежимного двопорогового дифузійного процесу з дискретно відібраними даними запропоновано наближений метод максимальної правдоподібності, заснований на апроксимації логарифмічної функції правдоподібності спостережень. Логарифмічна форма функції правдоподібності покращує стабільність обчислень, що особливо важливо для порогових моделей з великою кількістю параметрів. Дискретна модель побудована на підставі процесу Орнштейна-Уленбека, заданого відповідним стохастичним диференціальним рівнянням та подальшою його дискретизацією за схемою Ейлера, яка є простою в реалізації та забезпечує необхідну точність під час вибору оптимального кроку часу. Процес Орнштейна-Уленбека є зручним і поширеним у різноманітних застосуваннях, оскільки є гауссовим, для нього зручно випи-сується умова стаціонарності, що уможливує працю з даними у вигляді часового ряду. Диференціюючи функцію правдоподібності за кожним параметром, отримуємо низку співвідношень для визначення оцінок параметрів зсуву, дифузії та порогів. Досліджуваний двопороговий процес поводить по-різному за значень нижче першого порогу, між порогами та вище другого. У кожному з цих інтервалів процес може мати різну поведінку параметрів. У практичних умовах важливо знайти якомога кращі оцінки для параметрів зсуву, дифузії та порогів, оскільки точність їх визначення впливає на здатність моделі коректно описувати динаміку процесу.

У роботі також запропоновано обчислювальний алгоритм для моделі з двома порогами. Модель ділить спостереження на кілька діапазонів відповідно до порогів r_1 та r_2 . Кожен з цих діапазонів описується своїми параметрами, що дає змогу враховувати різну поведінку процесу у кожному з цих інтервалів. В межах кожного діапазону обчислюється функція правдоподібності, яка відображає ймовірність отримання спостережуваних даних за умови правильності параметрів у кожному з діапазонів. Цей підхід надає моделі гнучкості для аналізу складних стохастичних процесів із пороговими ефектами, зокрема для фінансових ринків, де зміни ціни активу можуть значно залежати від досягнення визначених порогів, що відповідає ринковим стратегіям.

Ключові слова: наближений метод максимальної правдоподібності, пороговий дифузійний процес, стохастичне диференціальне рівняння.

APPROXIMATE MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD FOR ESTIMATING A TWO-THRESHOLD ORNSTEIN-ULENBECK PROCESS

A two-regime two-threshold process allows modeling complex systems in which dynamics change upon reaching threshold levels. This paper proposes an approximate maximum likelihood method for estimating the parameters of a two-threshold regime diffusion process with discrete sample data based on approximating the logarithmic likelihood function of observations. The logarithmic form of the likelihood function improves computational stability, which is particularly important for threshold models with a large number of parameters. The discrete model is built based on the Ornstein-Uhlenbeck process, defined by the corresponding stochastic differential equation and its subsequent discretization using the Euler scheme, which is simple to implement and ensures the required accuracy with an appropriately chosen time step. The Ornstein-Uhlenbeck process is convenient and widely used in various applications because it is Gaussian, and its stationarity condition is easily formulated, which allows for working with data in the form of a time series. By differentiating the likelihood function with respect to each parameter, we obtain a series of equations for determining the estimates of the shift, diffusion, and threshold parameters. The studied two-threshold regime process behaves differently at values below the first threshold, between the thresholds, and above the second threshold. In each of these intervals, the process may exhibit different parameter behavior. In practical applications, it is crucial to obtain the most accurate estimates for the drift, diffusion, and threshold parameters, as the precision of these estimates affects the model's ability to accurately describe the process dynamics.

The paper also proposes a computational algorithm for the two-threshold regime model. The model divides the observations into several ranges according to the thresholds r_1 and r_2 . Each range is described by its parameters, allowing for the consideration of different process behaviors within each interval. Within each range, the likelihood function is calculated, reflecting the probability of obtaining the observed data, given the correctness of the parameters in each

range. This approach provides the model with flexibility for analyzing complex stochastic processes with threshold effects, particularly in financial markets, where asset price changes can significantly depend on reaching specific thresholds, aligning with market strategies.

Key words: approximate maximum likelihood method, threshold jump process, stochastic differential equation.

Постановка проблеми

У деяких фінансових моделях ринкові ціни можуть включати не тільки випадкові коливання, але й певні обмеження, які можна змоделювати у вигляді порогів. Для математичного моделювання такого явища можна використати дифузійні двопорогові процеси з дискретно відібраними даними. Постає задача розробити метод оцінки параметрів двопорогового дифузійного процесу та запропонувати обчислювальний алгоритм. Саме цю задачу буде розглянуто у статті.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Як відомо, процес Орнштейна-Уленбека є корисною моделлю для опису явищ, що схильні до коливань навколо деякого рівноважного стану з наявністю випадкових шумів [11]. Процес має низку корисних властивостей (стаціонарність, гауссовість, марковська властивість) [1] і є розв'язком стохастичного диференціального рівняння:

$$dX_t = \theta(\mu - X_t)dt + \sigma dW_t, (1)$$

де X_t – значення процесу в момент часу t ; θ – швидкість повернення до середнього значення μ ; σ – стандартне відхилення (визначає інтенсивність шуму); W_t – броунівський процес (він же процес Вінера), який моделює випадкові зміни.

Головною характеристикою ОУ-процесу є схильність повертатися до деякого середнього значення з плином часу. Це робить його зручним для моделювання феноменів, де значення змінної коливається навколо деякого середнього, як, наприклад, процентні ставки або ціни активів на фінансових ринках. Цікавою задачею є виявлення порогових ефектів у моделях, що можуть бути описаними процесом Орнштейна-Уленбека.

Задачі з одним порогом розглядалися в працях [2; 3; 12].

Мета дослідження

Ми будемо вивчати наявність двох порогових ефектів. Це може бути корисно для аналізу систем, де змінна не може виходити за межі визначеного діапазону. Наприклад, у фінансах це може відображати мінімальні та максимальні ціни активів, а у фізиці – обмеження на амплітуду коливань у певних умовах.

Виклад основного матеріалу дослідження

Нехай $X = \{X_0, X_1, \dots, X_q\}$ – це дані, що спостерігаються в моменти часу $\{t_0, t_1, \dots, t_q\}$, $\beta = (\beta_{10}, \beta_{11}, \beta_{20}, \beta_{21})$, $\sigma^2 = (\sigma_1^2, \sigma_2^2)$, і $\theta = (\beta, \sigma^2)$. Наша мета полягає в оцінюванні невідомого параметра $\eta = (r_1, r_2, \theta)$.

Далі ми розглянемо простий випадок дифузійного процесу з двома режимами і двома порогоми:

$$dX_t = \{(\beta_{10} + \beta_{11}X_t)I(X_t \leq r_1) + (\beta_{20} + \beta_{21}X_t)I(r_2 > X_t \geq r_1) + (\beta_{30} + \beta_{31}X_t)I(X_t \geq r_2)\} dt + \{\sigma_1 I(X_t \leq r_1) + \sigma_2 I(r_2 > X_t \geq r_1) + \sigma_3 I(X_t > r_2)\} dW_t. (2)$$

Стохастичне диференціальне рівняння (2) можна апроксимувати різницеvim рівнянням, використовуючи узагальнений метод Ейлера:

$$X_j - X_{j-1} = \Delta_j \left\{ (\beta_{10} + \beta_{11} X_{j-1}) I(X_{j-1} \leq r_1) + (\beta_{20} + \beta_{21} X_{j-1}) I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + (\beta_{30} + \beta_{31} X_{j-1}) I(X_{j-1} > r_2) \right\} + \left\{ \sigma_1 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3 I(X_{j-1} > r_2) \right\} (W_j - W_{j-1}), \quad (3)$$

де $W_j - W_{j-1} \sim N(0, \Delta_j)$ і $\Delta_j = t_j - t_{j-1}$. За умови, що X_0 і r_1, r_2 відомі рівняння (3) може бути використане для отримання $-2l_x(\theta)$, що є подвоєною від’ємною наближеною логарифмічною функцією правдоподібності для X .

$$-2l_x(\theta) = C + \sum_{j=1}^q \log \left\{ \sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + (\sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)) \right\} + \sum_{j=1}^q \frac{\left[X_j - X_{j-1} - \Delta_j \left\{ (\beta_{10} + \beta_{11} X_{j-1}) I(X_{j-1} \leq r_1) + (\beta_{20} + \beta_{21} X_{j-1}) I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + (\beta_{30} + \beta_{31} X_{j-1}) I(X_{j-1} > r_2) \right\} \right]^2}{\left\{ \sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + (\sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)) \right\} \Delta_j},$$

для деякої постійної C , яка не залежить від θ .

Диференціювання рівняння (4) за параметрами $\beta_{10}, \beta_{11}, \beta_{20}, \beta_{21}, \beta_{30}, \beta_{31}, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2$.

Диференціювання за β_{10}, β_{11} для випадків, коли $X_{j-1} \leq r_1$:

$$-2 \frac{\partial l_x(\theta)}{\partial \beta_{10}} = -2 \sum_{j=1}^q \frac{(X_j - X_{j-1} - \Delta_j (\beta_{10} + \beta_{11} X_{j-1})) I(X_{j-1} \leq r_1)}{\left\{ \sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + (\sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)) \right\} \Delta_j};$$

$$-2 \frac{\partial l_x(\theta)}{\partial \beta_{11}} = -2 \sum_{j=1}^q \frac{(X_j - X_{j-1} - \Delta_j (\beta_{10} + \beta_{11} X_{j-1})) X_{j-1} I(X_{j-1} \leq r_1)}{\left\{ \sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + (\sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)) \right\} \Delta_j}.$$

Диференціювання за β_{20}, β_{21} для випадків, коли $r_2 > X_{j-1} \geq r_1$:

$$-2 \frac{\partial l_x(\theta)}{\partial \beta_{20}} = -2 \sum_{j=1}^q \frac{(X_j - X_{j-1} - \Delta_j (\beta_{20} + \beta_{21} X_{j-1})) I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1)}{\left\{ \sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + (\sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)) \right\} \Delta_j};$$

$$-2 \frac{\partial l_x(\theta)}{\partial \beta_{21}} = -2 \sum_{j=1}^q \frac{(X_j - X_{j-1} - \Delta_j (\beta_{20} + \beta_{21} X_{j-1})) X_{j-1} I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1)}{\left\{ \sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + (\sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)) \right\} \Delta_j}.$$

Диференціювання за β_{30}, β_{31} для випадків, коли $X_{j-1} > r_2$:

$$-2 \frac{\partial l_x(\theta)}{\partial \beta_{30}} = -2 \sum_{j=1}^q \frac{(X_j - X_{j-1} - \Delta_j (\beta_{30} + \beta_{31} X_{j-1})) I(X_{j-1} > r_2)}{\left\{ \sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + (\sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)) \right\} \Delta_j};$$

$$-2 \frac{\partial l_X(\theta)}{\partial \beta_{30}} = -2 \sum_{j=1}^q \frac{(X_j - X_{j-1} - \Delta_j (\beta_{30} + \beta_{31} X_{j-1})) X_{j-1} I(X_{j-1} > r_2)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + (\sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2))\} \Delta_j}.$$

Диференціювання за $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2$:

$$-2 \frac{\partial l_X(\theta)}{\partial \sigma_1^2} = \sum_{j=1}^q \frac{I(X_{j-1} \leq r_1)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + (\sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2))\}} - \frac{(X_j - X_{j-1} - \Delta_j (\beta_{10} + \beta_{11} X_{j-1}))^2 I(X_{j-1} \leq r_1)}{\{\sigma_1^4 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^4 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + (\sigma_3^4 I(X_{j-1} > r_2))\} \Delta_j};$$

$$-2 \frac{\partial l_X(\theta)}{\partial \sigma_2^2} = \sum_{j=1}^q \frac{I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + (\sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2))\}} - \frac{(X_j - X_{j-1} - \Delta_j (\beta_{20} + \beta_{21} X_{j-1}))^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1)}{\{\sigma_1^4 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^4 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + (\sigma_3^4 I(X_{j-1} > r_2))\} \Delta_j};$$

$$-2 \frac{\partial l_X(\theta)}{\partial \sigma_3^2} = \sum_{j=1}^q \frac{I(X_{j-1} > r_2)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + (\sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2))\}} - \frac{(X_j - X_{j-1} - \Delta_j (\beta_{30} + \beta_{31} X_{j-1}))^2 I(X_{j-1} > r_2)}{\{\sigma_1^4 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^4 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + (\sigma_3^4 I(X_{j-1} > r_2))\} \Delta_j}.$$

Прирівнявши результати диференціювання до нуля, отримаємо матричну форму системи рівнянь для основних параметрів:

$$\begin{bmatrix} \beta_{10} \\ \beta_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^q \frac{\Delta_j I(X_{j-1} \leq r_1)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\}} & \sum_{i=1}^q \frac{\Delta_j I(X_{j-1} \leq r_1)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\} X_{j-1}^{-1}} \\ \sum_{i=1}^q \frac{\Delta_j I(X_{j-1} \leq r_1)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\} X_{j-1}^{-1}} & \sum_{i=1}^q \frac{\Delta_j I(X_{j-1} \leq r_1)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\} X_{j-1}^{-2}} \end{bmatrix}^{-1} * \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^q \frac{(X_j - X_{j-1}) I(X_{j-1} \leq r_1)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\}} \\ \sum_{i=1}^q \frac{(X_j - X_{j-1}) I(X_{j-1} \leq r_1)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\} X_{j-1}^{-1}} \end{bmatrix};$$

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \beta_{20} \\ \beta_{21} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^q \frac{\Delta_j I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\}} & \sum_{i=1}^q \frac{\Delta_j I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\}} X_{j-1}^{-1} \\ \sum_{i=1}^q \frac{\Delta_j I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\}} X_{j-1}^{-1} & \sum_{i=1}^q \frac{\Delta_j I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\}} X_{j-1}^{-2} \end{bmatrix}^{-1} \\
 & * \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^q \frac{(X_j - X_{j-1}) I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\}} \\ \sum_{i=1}^q \frac{(X_j - X_{j-1}) I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\}} X_{j-1}^{-1} \end{bmatrix} ; \\
 \begin{bmatrix} \beta_{30} \\ \beta_{31} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^q \frac{\Delta_j I(X_{j-1} > r_2)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\}} & \sum_{i=1}^q \frac{\Delta_j I(X_{j-1} > r_2)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\}} X_{j-1}^{-1} \\ \sum_{i=1}^q \frac{\Delta_j I(X_{j-1} > r_2)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\}} X_{j-1}^{-1} & \sum_{i=1}^q \frac{\Delta_j I(X_{j-1} > r_2)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\}} X_{j-1}^{-2} \end{bmatrix}^{-1} \\
 \sigma_1^2 &= \frac{\sum_{i=1}^q \frac{\{X_j - X_{j-1} - \Delta_j (\beta_{10} + \beta_{11} X_{j-1})\}^2 I(X_{j-1} \leq r_1)}{\{\sigma_1^4 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^4 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^4 I(X_{j-1} > r_2)\} \Delta_j}{\sum_{i=1}^q \frac{I(X_{j-1} \leq r_1)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1)\}}} ; \\
 \sigma_2^2 &= \frac{\sum_{i=1}^q \frac{\{X_j - X_{j-1} - \Delta_j (\beta_{20} + \beta_{21} X_{j-1})\}^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1)}{\{\sigma_1^4 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^4 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^4 I(X_{j-1} > r_2)\} \Delta_j}{\sum_{i=1}^q \frac{I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1)}{\{\sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1)\}}} ; \\
 & * \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^q \frac{(X_j - X_{j-1}) I(X_{j-1} > r_2)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\}} \\ \sum_{i=1}^q \frac{(X_j - X_{j-1}) I(X_{j-1} > r_2)}{\{\sigma_1^2 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^2 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\}} X_{j-1}^{-1} \end{bmatrix} ; \\
 \sigma_3^2 &= \frac{\sum_{i=1}^q \frac{\{X_j - X_{j-1} - \Delta_j (\beta_{30} + \beta_{31} X_{j-1})\}^2 I(X_{j-1} > r_2)}{\{\sigma_1^4 I(X_{j-1} \leq r_1) + \sigma_2^4 I(r_2 > X_{j-1} \geq r_1) + \sigma_3^4 I(X_{j-1} > r_2)\} \Delta_j}{\sum_{i=1}^q \frac{I(X_{j-1} > r_2)}{\{\sigma_3^2 I(X_{j-1} > r_2)\}}} . \tag{5}
 \end{aligned}$$

Обчислювальний алгоритм

Представимо алгоритм як узагальнену ітераційну процедуру, яку можна застосувати для обчислення наближеної оцінки максимальної правдоподібності, використовуючи модель на основі оцінок (5).

Крок 1. Набір даних для моделі.

Часовий ряд $\{X_0, X_1, \dots, X_q\}$, для якого обчислюються порядкові статистики $\{X_{(0)}, X_{(1)}, \dots, X_{(q)}\}$, де $X_{(0)} \leq X_{(1)} \leq \dots \leq X_{(q)}$.

Нехай $a = X_{(q/5)}$, $b = X_{(4q/5)}$, $\hat{r} = a + \frac{i}{s}$, $i = 0, 1, \dots, \lambda$, де $b = \hat{r}^\lambda$, $s \in \mathbb{N}$.

Крок 2.

2.1. Зафіксуємо \hat{r} для $i = 0, 1, \dots, \lambda$. Визначимо $\sigma_1^2(0), \sigma_2^2(0), \sigma_3^2(0)$.

2.2. Для $k \geq 1$ обчислимо:

$$\theta(k) = (\hat{\beta}_{10}(k), \hat{\beta}_{11}(k), \hat{\beta}_{20}(k), \hat{\beta}_{21}(k), \hat{\beta}_{30}(k), \hat{\beta}_{31}(k), \sigma_1^2(k), \sigma_2^2(k), \sigma_3^2(k)),$$

рекурсивно, як у рівняннях (номер рівняння), замінивши у правих частинах β_{10} на $\hat{\beta}_{10}(k-1)$, β_{11} на $\hat{\beta}_{11}(k-1)$, β_{20} на $\hat{\beta}_{20}(k-1)$, β_{21} на $\hat{\beta}_{21}(k-1)$, β_{30} на $\hat{\beta}_{30}(k-1)$, β_{31} на $\hat{\beta}_{31}(k-1)$, σ_1^2 на $\hat{\sigma}_1^2(k-1)$, σ_2^2 на $\hat{\sigma}_2^2(k-1)$, σ_3^2 на $\hat{\sigma}_3^2(k-1)$ відповідно.

2.3. Повторимо крок 2.2, доки $\hat{\theta}(k)$ не буде збіжною.

Нехай збіжна оцінка матиме вигляд:

$$\hat{\theta}_i = (\hat{\beta}_{10,i}(k), \hat{\beta}_{11,i}(k), \hat{\beta}_{20,i}(k), \hat{\beta}_{21,i}(k), \hat{\beta}_{30,i}(k), \hat{\beta}_{31,i}(k), \hat{\sigma}_{1,i}^2(k), \hat{\sigma}_{2,i}^2(k), \hat{\sigma}_{3,i}^2(k)).$$

Крок 3.

Для $i = 0, 1, \dots, \lambda$ обчислимо $-2l_X(\hat{\theta}_i)$. Тоді $\tau = \operatorname{argmin}_i \{-2l_X(\hat{\theta}_i)\}$ і наближеною оцінкою максимальної правдоподібності $\eta = (r, \theta)$ буде $\hat{\eta} = (\hat{r}_\tau, \hat{\theta}_\tau)$.

Висновки

У статті ми розглядаємо оцінку процесу порогової дифузії з даними дискретного часу та пропонуємо AMLE для оцінки параметрів зсуву, дифузії та двох порогів одночасно. Якщо процес наближається до меншого порога, відбувається «відштовхування» вгору, а наближення до більшого порога призводить до «відштовхування» вниз. Це явище може моделювати, наприклад, поведінку ринкових цін, коли цінові рухи обмежені певними межами (як під час криз чи державних регуляцій).

Список використаної літератури

1. Gikhman I.I., Skorokhod A.V. Introduction to the theory of random processes. Philadelphia: W. B. Saunders Company, 1969. 544 p.
2. Yu T.H., Tsai H., Rachinger H. Approximate maximum likelihood estimation of a threshold diffusion process. *Computational Statistics and Data Analysis*. 2020. № 142. Article 106823. DOI: 10.1016/j.csda.2019.106823.
3. Rachinger H., Lin E., Tsai H. A bootstrap test for threshold effects in a diffusion process. *Computational Statistics and Data Analysis*. 2023. № 39 (5). P. 2859–2872. DOI: 10.1007/s00180-023-01375-z.

4. Tsai H., Nikitin A. V. Threshold models and approximate maximum likelihood estimation of Lévy processes. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2024. № 60. P. 261–267. DOI: 10.1007/s10559-024-00666-7.
5. Milstein G.N. *Numerical Integration of Stochastic Differential Equations*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1995. 172 p.
6. Chabanyuk Y., Nikitin A., Khimka U. *Asymptotic Analysis for Complex Evolutionary Systems with Markov and semi-Markov switching using approximation schemes*. London: Wiley-ISTE, 2020. 240 p.
7. Ait-Sahalia Y. Maximum likelihood estimation of discretely sampled diffusions: a closed form approximation approach. *Econometrica*. 2002. № 70. P. 223–262. DOI: 10.1111/1468-0262.00274.
8. Chan K.S. Consistency and limiting distribution of the least square's estimator of a threshold autoregressive model. *Ann. Statist.* 1993. № 21 (1). P. 520–533. DOI: 10.1214/aos/1176349040.
9. Li C. Maximum-likelihood estimation for diffusion processes via closed-form density expansions. *Ann. Statist.* 2013. № 41 (3). P. 1350–1380. DOI: 10.1214/13-AOS1118.
10. Su F., Chan K. S. Quasi-likelihood estimation of a threshold diffusion process. *Econometrics*. 2015. № 189. P. 473–484. DOI: 10.1016/j.jeconom.2015.03.038.
11. Uhlenbeck G.E., Ornstein L.S. On the theory of Brownian motion. *Phys. Rev.* 1930. № 36. P. 823–841. DOI: 10.1103/PhysRev.36.823.

References

1. Gikhman, I.I., & Skorokhod, A.V. (1969). *Introduction to the theory of random processes*. Philadelphia: W.B. Saunders Company [in English].
2. Yu, T.H., Tsai, H., & Rachinger, H. (2020). Approximate maximum likelihood estimation of a threshold diffusion process. *Computational Statistics and Data Analysis*, 142. DOI: 10.1016/j.csda.2019.106823 [in English].
3. Rachinger, H., Lin, E., & Tsai, H. (2023). A bootstrap test for threshold effects in a diffusion process. *Computational Statistics and Data Analysis*, 39 (5), 2859–2872. DOI: 10.1007/s00180-023-01375-z [in English].
4. Tsai, H., & Nikitin, A.V. (2024). Threshold models and approximate maximum likelihood estimation of Lévy processes. *Cybernetics and Systems Analysis*, 60, 261–267. DOI: 10.1007/s10559-024-00666-7 [in English].
5. Milstein, G.N. (1995). *Numerical Integration of Stochastic Differential Equations*. Boston: Kluwer Academic Publishers [in English].
6. Chabanyuk, Y., Nikitin, A., & Khimka, U. (2020). *Asymptotic Analysis for Complex Evolutionary Systems with Markov and semi-Markov switching using approximation schemes*. London: Wiley-ISTE.
7. Ait-Sahalia, Y. (2002). Maximum likelihood estimation of discretely sampled diffusions: a closed form approximation approach. *Econometrica*, 70, 223–262. DOI: 10.1111/1468-0262.00274 [in English].
8. Chan, K.S. (1993). Consistency and limiting distribution of the least square's estimator of a threshold autoregressive model. *Ann. Statist.*, 21 (1), 520–533. DOI: 10.1214/aos/1176349040 [in English].
9. Li, C. (2013). Maximum-likelihood estimation for diffusion processes via closed-form density expansions. *Ann. Statist.*, 41 (3), 1350–1380. DOI: 10.1214/13-AOS1118 [in English].
10. Su, F., & Chan, K.S. (2015). Quasi-likelihood estimation of a threshold diffusion process. *Econometrics*, 189, 473–484. DOI: 10.1016/j.jeconom.2015.03.038 [in English].
11. Uhlenbeck, G.E., & Ornstein, L.S. (1930). On the theory of Brownian motion. *Phys. Rev.*, 36, 823–841. DOI: 10.1103/PhysRev.36.823 [in English].

Нечипорук Сергій Анатолійович – аспірант кафедри економіко-математичного моделювання та інформаційних технологій Національного університету «Острозька академія». E-mail: serhii.a.nechporuk@oa.edu.ua, ORCID: 0000-0002-0532-6160.

Nechporuk Serhii Anatoliyovych – Postgraduate Student at the Department of Economic-Mathematical Modeling and Information Technologies of the National University of Ostroh Academy. E-mail: serhii.a.nechporuk@oa.edu.ua, ORCID: 0000-0002-0532-6160.

С.І. ОСАДЧИЙ, Б.О. ГАВРИЛЮК, Г.С. ТИМОШЕНКО

Льотна академія Національного авіаційного університету

В.А. ЗОЗУЛЯ

Державний торговельно-економічний університет

КОМП'ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНА СИСТЕМА ІМІТАЦІЇ РУХІВ НОСІЯ АВІОНІКИ В ЛАБОРАТОРНИХ УМОВАХ

Статтю присвячено розробленню методики створення засобами інструмента *Simulink* середовища *Matlab* комп'ютерно-інтегрованої системи для відтворення рухів носія авіоніки в лабораторних умовах за допомогою платформи Стюарта. Розробка та впровадження цієї методики допоможуть подолати суперечності між умовами атестації засобів авіоніки та умовами їх функціонування на реальному об'єкті. Зі свого боку, подолання цієї суперечності дасть змогу суттєво підвищити точність вимірювання параметрів польоту. Об'єктом дослідження є макетний зразок платформи Стюарта. Предмет дослідження полягає у визначенні програмного та апаратного засобів імітації просторового руху автономного підводного безпілотного рухомого об'єкта як носія авіоніки. У статті використано методи синтезу оптимальних багатовимірних фільтрів формування стохастичних процесів, візуального об'єктоорієнтованого програмування та аналітичної механіки пристроїв паралельної кінематики. На основі аналізу літературних джерел показано залежність характеристик похибок безплатформної інерціальної навігаційної системи від характеру рухів її носія. Обґрунтовано методику та представлено її застосування для створення імітатора рухів такого носія на базі макета платформи Стюарта. Ця методика налічує шість елементів: обґрунтування вибору контролера для інтерфейсу зв'язку програмного середовища *Matlab* із серводвигунами платформи Стюарта; встановлення та налаштування пакету програмної підтримки обраного контролера для інструмента *Simulink*; синтез структури та параметрів *Simulink*-моделі підсистеми формування сигналів керування платформою Стюарта; розробка *Simulink*-моделі підсистеми розв'язання зворотної задачі кінематики; розробка *Simulink*-моделі підсистеми визначення кутів повороту приводних двигунів; розробка *Simulink*-моделі підсистеми керування рухом платформи. Розроблена методика дає змогу проектувати та створювати на базі платформи Стюарта імітатори стохастичних рухів носія вимірювача навігаційної інформації в просторі. Завдяки цьому виникає можливість проатестувати динамічні характеристики вимірювачів в умовах, що наближені до реальних. Єдиним обмеженням застосування нової методики є вимога відповідності смуги пропускання приводів платформи та практичної ширини спектра програмного сигналу.

Ключові слова: комп'ютерно-інтегрована система, імітація, синтез, фільтр, платформа Стюарта, програмні засоби, серводвигуни, інтерфейс, *Matlab*, *Simulink*.

S.I. OSADCHYI, B.O. GAVRILUKE, H.S. TYMOSHENKO

Flight Academy of the National Aviation University

V.A. ZOZULYA

State University of Trade and Economics

COMPUTER-INTEGRATED SYSTEM FOR IMITATING THE AVIONICS CARRIER MOTIONS IN LABORATORY CONDITIONS

The article is devoted to developing the methodology for creating the avionics carrier motions computer-integrated reproducing system in laboratory conditions using the Stewart platform with a help of the *Simulink* tools from the *Matlab* environment. The development and implementation of this methodology will allow to overcome the contradiction between the conditions of certification of avionics and the conditions of their operation at a real facility. In turn, overcoming this contradiction will significantly increase the accuracy of measuring flight parameters. The studying object is a Stewart platform prototype. The subject of the study is to determine the software and hardware means of simulating the spatial motion of an autonomous underwater unmanned mobile object as an avionics carrier. This article uses the optimal multi-dimensional filters for stochastic processes formation synthesis methods, visual object-oriented programming and analytical mechanics of parallel kinematics devices. Based on the analysis literary sources, the platformless inertial navigation system error characteristics dependence on the its carrier motions nature is shown. The technique is substantiated and its application is presented for creating a motion simulator of such a carrier based on the Stewart platform mock-up. This technique consists of six elements: interface controller choice for the *Matlab* software environment communication with the Stuart platform servomotors; installation and configuration of the selected controller for the *Simulink* tool software support package; structure and parameters synthesis of the *Simulink* model for the Stewart platform control signal generation subsystem; *Simulink* model for the solving the inverse kinematics problem subsystem development; subsystem for

determining the drive motors rotation angles Simulink model development; platform motion control subsystem Simulink model development. The developed methodology allows designing and creating simulators of navigation information measuring device carrier in space stochastic movements based on the Stewart platform. This makes it possible to perform measuring devices dynamic characteristics certification in conditions close to real ones. The only limitation of the new methodology application is the requirement of matching the platform drives bandwidth and the practical width of the program signal spectrum.

Key words: computer-integrated system, simulation, synthesis, filter, Stewart platform, software, servomotors, interface, Matlab, Simulink.

Постановка проблеми

Завдання підвищення точності автономного отримання навігаційної інформації стає особливо актуальним в умовах широкого використання безпілотних літальних апаратів за наявності активної протидії засобами радіоелектронної боротьби. Основним автономним джерелом навігаційної інформації [15] на борту літального апарату цього класу в таких умовах стає безплатформна інерціальна навігаційна система (БІНС). Її характерною особливістю [5; 15] є накопичення похибки визначення координат місця об'єкта та його орієнтації в просторі. Боротьба із цими похибками відбувається декількома способами, які залежать від алгоритму роботи БІНС та принципів роботи її сенсорів. (рис. 1) [3].

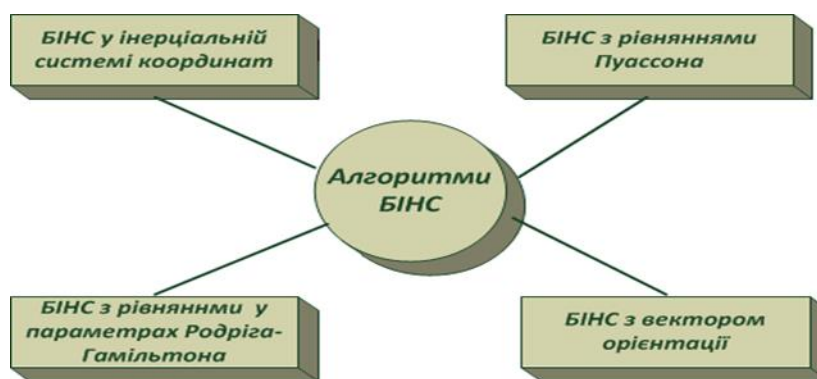


Рис. 1. Види алгоритмів БІНС

До таких способів належать методи фільтрації сигналів від датчиків [9; 10; 14], вейвлет-аналіз та прогнозування [11], застосування модифікованих фільтрів Калмана [19], комплексування навігаційної інформації [20]. Однак успіх у використанні будь-якого із цих методів визначається наявністю інформації про моделі динаміки сенсорів БІНС та їх похибок.

У статті [14] доведено, що властивості похибок сенсорів БІНС суттєво залежать від характеру рухів носія, на борту якого розмішені ці вимірювальні елементи. Так, одна й та сама навігаційна система може змінювати точність роботи при зміні характеру рухів носія [18]. Водночас метрологічна атестація та калібрування вимірювальних пристроїв такого класу здійснюється в штучних умовах, коли характеристики рухів їх корпусу суттєво відрізняються від реальних рухів носія [3]. Отже, є суперечність між реальними умовами роботи БІНС та умовами її роботи при метрологічній атестації. Зазначена суперечність є однією з причин відмінності реальних характеристик похибок вимірювання навігаційних параметрів від характеристик, визначених під час метрологічної атестації.

З огляду на це, проблема дослідження полягає в усуненні визначеної суперечності завдяки наближенню умов роботи БІНС у процесі атестації до реальних умов роботи на борту носія.

Аналіз основних досліджень та публікацій

Таке наближення можливе за рахунок розробки комп'ютерно-інтегрованих систем імітації реальних рухів носія БІНС у лабораторних умовах. Аналіз експериментальних даних про

рухи БПЛА коптерного типу, який проведено в статті [4], показав, що ці рухи мають дві зв'язані між собою випадкові складники. Перший складник – кутовий рух БПЛА навколо центру мас, а другий – тривимірне лінійне переміщення його центру мас. Так, об'єкт, який у лабораторних умовах повинен імітувати рухи БПЛА, повинен мати 6 ступенів свободи: три кутові та три лінійні. Єдиним об'єктом, який відповідає цим умовам та може бути розміщений у лабораторії, є платформа Стюарта (рис. 2).

Усебічний аналіз робіт багатьох дослідників про використання платформи Стюарта, наведений у статті [2], показав, що більшість наявних на сьогодні конструкцій передбачає використання спеціалізованих контролерів, які керують рухами цієї платформи.

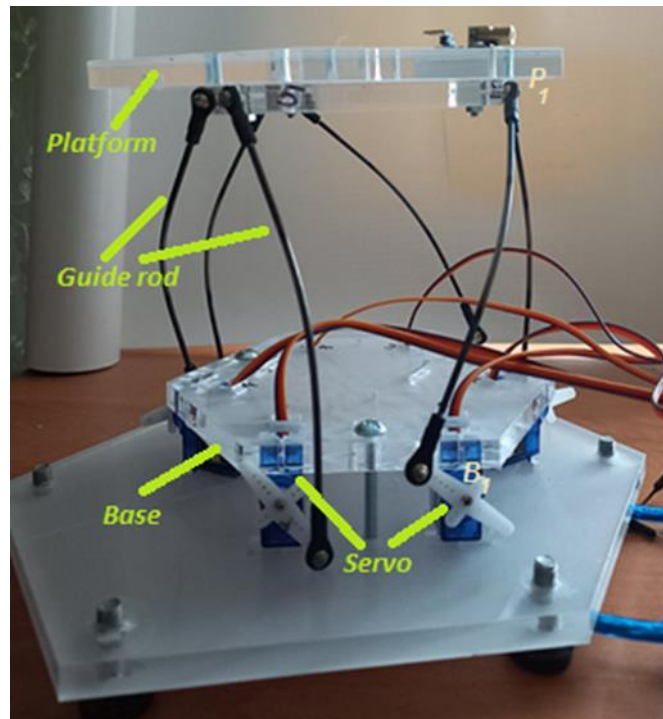


Рис. 2. Макет платформи Стюарта

Однак їх застосування ускладнює лабораторне обладнання завдяки введенню до його складу різноманітних засобів реєстрації, обробки та відображення інформації. Водночас програмне середовище Matlab разом з інструментом Simulink дає змогу створювати [16] комп'ютерно-інтегровані системи, які забезпечують можливість виконання операцій керування рухом багатовимірною об'єктом керування та збору експериментальних даних про його рух у реальному часі.

Попри досить велике коло публікацій щодо використання середовища Matlab для створення додатків реального часу, наприклад статті [16; 25], як правило, всі вони дають змогу здійснити моделювання хоч і в реальному часі, але у віртуальному просторі. Особливість матеріалів, представлених у цій статті, полягає у визначенні набору правил створення кіберфізичної системи, яка поєднує віртуальне середовище інструмента Simulink з платформою Стюарта (рис. 3) для відтворення рухів носія авіоніки в лабораторних умовах.

Якщо обрати функціональну схему кіберфізичної системи у вигляді послідовного з'єднання персонального комп'ютера, контролера передавання даних (інтерфейсу) та платформи Стюарта, то завдання синтезу комп'ютерно-інтегрованої системи імітації реальних рухів носія БІНС у лабораторних умовах формулюється так.

За відомою моделлю динаміки рухів носія БІНС, типом контролера передавання даних (інтерфейсу зв'язку) та типом серводвигунів платформи Стюарта розробити Simulink-модель системи керування рухом платформи в реальному часі.

Мета дослідження

Мета статті – розробити методику створення засобами інструмента Simulink середовища Matlab комп'ютерно-інтегрованої системи для відтворення рухів носія авіоніки в лабораторних умовах за допомогою платформи Стюарта (рис. 2).

Викладення основного матеріалу дослідження

Уважатимемо, що функціональна схема комп'ютерно-інтегрованої системи імітації рухів носія БІНС (рис. 3) містить такі елементи, як носій (ноутбук) віртуальної моделі рухів основи, на якій встановлено БІНС, інтерфейс зв'язку носія моделі із серводвигунами платформи Стюарта (контролер) та платформа Стюарта.

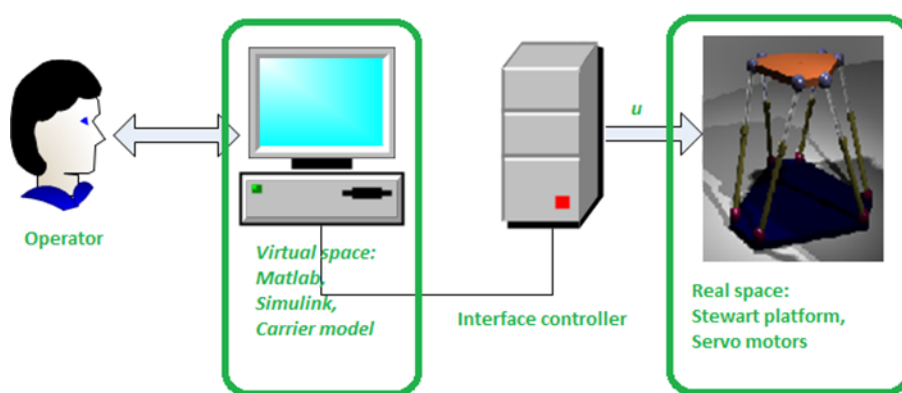


Рис. 3. Архітектура комп'ютерно-інтегрованої системи

У такому разі методологія дослідження містить п'ять частин:

- обґрунтування вибору контролера для інтерфейсу зв'язку програмного середовища Matlab із серводвигунами платформи Стюарта;
- установлення та налаштування пакету програмної підтримки обраного контролера для інструмента Simulink;
- синтез структури та параметрів Simulink-моделі підсистеми формування сигналів керування платформою Стюарта (модель носія);
- розробка Simulink-моделі підсистеми розв'язання зворотного завдання кінематики;
- розробка Simulink-моделі підсистеми визначення кутів повороту приводних двигунів;
- розробка Simulink-моделі підсистеми керування рухом платформи.

Для постановки та розв'язання першої частини завдань розробки комп'ютерно-інтегрованої системи необхідно визначити параметри та характеристики серводвигунів макета платформи Стюарта. Як видно з рис. 2, основа (base) встановлена на корпус шести серводвигунів типу SG90. Технічні характеристики цього сервоприводу відповідно до [23] представлені в таблиці 1, а електрична схема має вигляд рис. 4.

Як видно з таблиці 1 та рис. 4, кожен із сервоприводів побудований на основі триполюсного двигуна постійного струму із широтно-імпульсним керуванням та напругою живлення від 4.2 до 7.2 В. Отже, інтерфейс зв'язку комп'ютера з приводами повинен дозволяти синхронне керування шістьма двигунами за допомогою зміни довжини імпульсів керування від 1000 до 2000 μs , період подання яких становить 20 ms.

Таблиця 1

Характеристики сервоприводу SG90

Modulation:	PWM
Torque:	1.8 kg*sm
Speed:	60°/0.10 sec
Voltage:	4.8–7.2 V
Motor Type:	3-pole
Rotational Range:	180°
Pulse Cycle:	ca. 20 ms
Pulse Width:	1000–2000 μs



Рис. 4. Схема контактів для під'єднання

Зазначені вимоги виконані за допомогою контролера Arduino Mega 2560 [7]. Під'єднання клем PWM серводвигунів, а також їх контактів живлення Vcc та Ground до відповідних контактів плати контролера наведено в таблиці 2.

Таблиця 2

Таблиця під'єднань серводвигунів

Двигун	Контакти	Контакти Arduino
1	PWM	DIGITAL 4S
1	Vcc	DIGITAL 4V
1	Ground	DIGITAL 4G
2	PWM	DIGITAL 5S
2	Vcc	DIGITAL 5V
2	Ground	DIGITAL 5G
3	PWM	DIGITAL 6S
3	Vcc	DIGITAL 6V
3	Ground	DIGITAL 6G
4	PWM	DIGITAL 7S
4	Vcc	DIGITAL 7V
4	Ground	DIGITAL 7G
5	PWM	DIGITAL 8S
5	Vcc	DIGITAL 8V
5	Ground	DIGITAL 8G
6	PWM	DIGITAL 9S
6	Vcc	DIGITAL 9V
6	Ground	DIGITAL 9G

Отже, перша частина завдань дослідження виконана повністю та визначено, що для здійснення зв'язку комп'ютера з платформою Стюарта буде використано DIGITAL-виходи плати контролера Arduino Mega 2560.

Для успішного використання обраного контролера в комп'ютерно-інтегрованої системі здійснено об'єктоорієнтоване візуальне програмування його роботи за допомогою інструмента Simulink пакету Matlab.

Необхідною умовою для здійснення візуального програмування плати контролера Arduino 2560 за допомогою інструмента Simulink є наявність у бібліотеці цього інструмента пакету програмної

підтримки обраного контролера. Достатньою умовою вищезазначеного програмування є налаштування інструмента Simulink для роботи з обраним мікроконтролером (Arduino Mega 2560).

Виконання цієї необхідної умови здійснене шляхом інсталяції додаткової бібліотеки Simulink Support Package for Arduino Hardware. Інсталяція здійснена в результаті виконання наступного алгоритму, який викладений у ресурсі [13]:

1. Open MATLAB 2022a on my computer.
2. Click on Apps and then click 'Get More Apps'.
3. In the search bar of a new pop-up tab named 'Add-on Explorer' type 'Simulink support package for Arduino Hardware' and press enter.
4. Press install button and see a green mark on your package icon.

Once, installed my computer restarted Matlab.

Достатня умова досягається в результаті виконання алгоритму з джерела [13].

1. Під'єднати плату контролера до USB порту комп'ютера. У результаті в Command Window середовища Matlab з'явиться повідомлення: 'Arduino Mega 2560 detected. This device is ready for use with Simulink Support Package for Arduino Hardware.'

2. У середовищі Matlab запусити інструмент Simulink створити пусту модель (рис. 5) та перейти на вкладку MODELING.

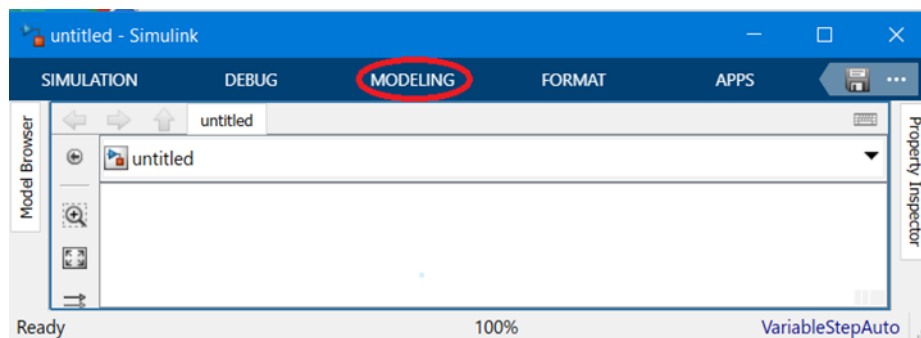


Рис. 5. Нова пуста модель

3. Натиснути кнопку Model Settings та у pop-up tab (рис. 6) обрати пункт Model Sett...

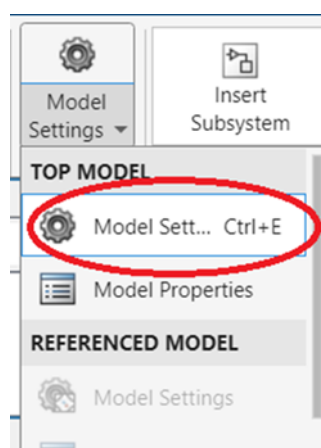


Рис. 6. Результат натискання кнопки Model Settings

У результаті цих дій повинно з'явитися вікно 'Configuration parameters', де необхідно вибрати пункт 'Hardware Implementation' (рис. 7) та натиснути кнопку керування роір-меню 'Hardware board'.

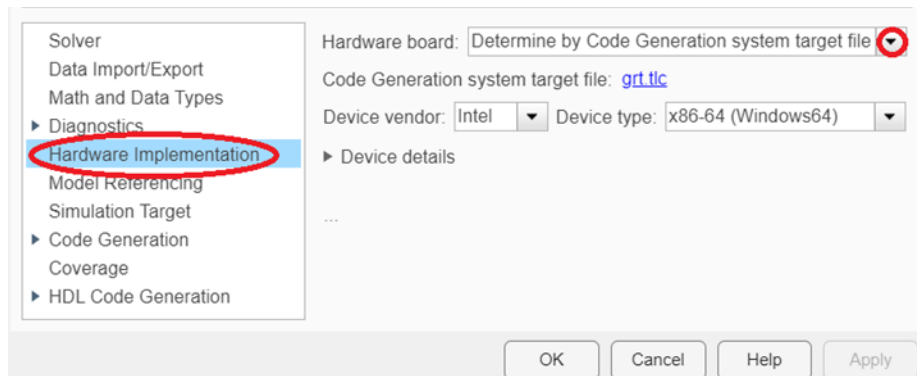


Рис. 7. Вікно конфігурації параметрів

4. У поп-уп-меню (рис. 8) вибрати тип контролера для інтерфейсу, який приєднаний до USB-порту комп'ютера.

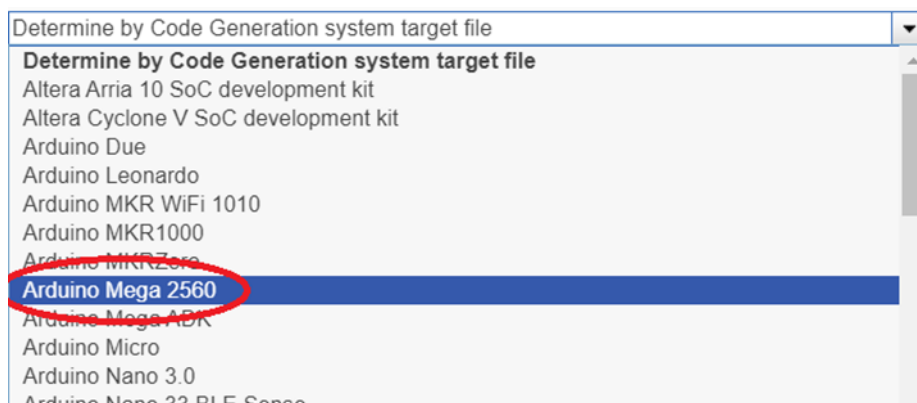


Рис. 8. Меню вибору типу контролера

У результаті інструмент Simulink буде налаштовано для роботи з контролером Arduino Mega 2560, а вікно 'Configuration parameters' набуває вигляду рис. 9.

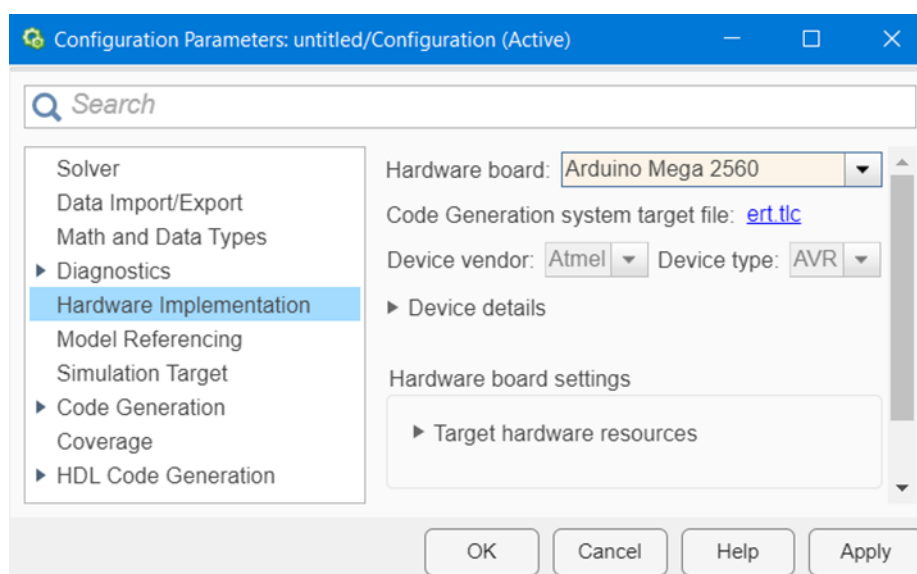


Рис. 9. Результат налаштування Simulink для роботи з Arduino Mega 2560

Отже, визначені алгоритми встановлення та налаштування пакету програмної підтримки контролерів Arduino для інструмента Simulink.

Підсистема формування сигналів керування платформою Стюарта (модель носія) призначена для формування вектора r -сигналів заданого положення платформи (рис. 2). Одним із прикладів вектора сигналів заданого положення платформи є вектор r , який визначено з рівняння

$$r = [\vartheta \quad \gamma \quad \psi]^T, \tag{1}$$

де ϑ, γ, ψ – сигнали заданих значень кутів тангажу, крену та рискання платформи; індекс T – операція транспонування. Завдання синтезу структури та параметрів Simulink-моделі підсистеми формування сигналів керування платформою Стюарта полягає в тому, щоб за відомою моделлю динаміки рухів носія БНС розробити підсистему Simulink, на виході якої буде формуватися вектор сигналів заданого положення платформи r (рис. 10). Для розв’язання цього завдання використано метод формувального фільтра [1]. Цей метод дає змогу знайти матрицю передавальних функцій формувального фільтру W_f , на входах якого діє вектор δ -корельованих білих шумів, а на виходах – вектор сигналів заданого положення платформи r (рис. 10). Числові характеристики компонентів сформованого вектора r повинні збігатися із числовими характеристиками вектора сигналів на виході носія БНС.

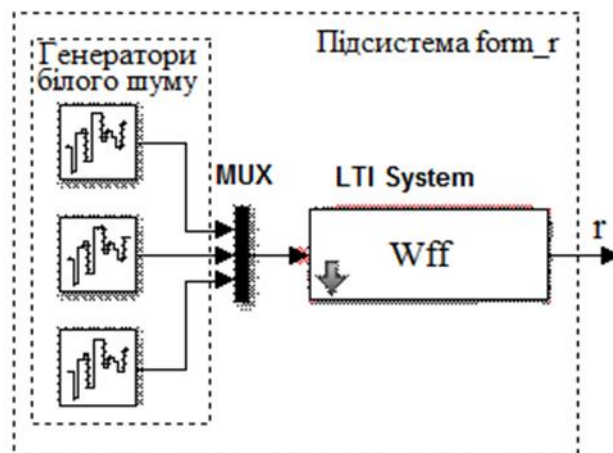


Рис. 10. Підсистема формування програмного сигналу

Відповідно до положень статистичної динаміки систем управління [1], якщо відома матриця спектральних густин вектора r , то матриця передавальних функцій W_f може бути знайдена як результат факторизації [6] такого виразу:

$$W_f W_{f*} = S_{rr}, \tag{2}$$

де S_{rr} – матриця спектральних щільностей вектора сигналів r ; індекс «*» – знак ермітового спряження матриць [8].

Наприклад, за даними з джерела [17], матриця спектральних щільностей кутових рухів автономного підводного безпілотного рухомого об’єкта представляється у вигляді:

$$S_{rr} = \begin{bmatrix} S_{\vartheta\vartheta} & S_{\gamma\vartheta} & S_{\psi\vartheta} \\ S_{\vartheta\gamma} & S_{\gamma\gamma} & S_{\psi\gamma} \\ S_{\vartheta\psi} & S_{\gamma\psi} & S_{\psi\psi} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де $S_{\vartheta\vartheta}, S_{\gamma\gamma}, S_{\psi\psi}$ – спектральні щільності зміни кутів тангажу ϑ , крену γ та рискання ψ ; $S_{\vartheta\gamma}, S_{\gamma\vartheta}, S_{\vartheta\psi}, S_{\psi\vartheta}, S_{\psi\gamma}, S_{\gamma\psi}$ – взаємні спектральні щільності між кутами, які зазначені в індексах;

$$S_{\vartheta\vartheta} = \frac{0.0046|(s+316.6)(s^2+1.487s+20.23)|^2}{|(s^2+0.3s+1.97)(s^2+7.98s+82.3)|^2}, \quad S_{\gamma\gamma} = \frac{0.03|s+0.33|^2}{|s^2+0.3s+1.97|^2}, \quad (4)$$

$$S_{\psi\psi} = \frac{0.026|s+0.88|^2}{|s^2+0.3s+1.97|^2}, \quad S_{\vartheta\gamma} = \frac{0.01|s+0.47|^2}{|s^2+0.3s+1.97|^2}, \quad S_{\vartheta\psi} = \frac{0.0077|s+0.88|^2}{|s^2+0.3s+1.97|^2}, \quad (5)$$

$$S_{\gamma\psi} = \frac{0.01|s+0.88|^2}{|s^2+0.3s+1.97|^2}, \quad S_{\gamma\vartheta} = S_{\vartheta\gamma*}, \quad S_{\psi\vartheta} = S_{\vartheta\psi*}, \quad S_{\psi\gamma} = S_{\gamma\psi*}, \quad (6)$$

s – комплексна змінна, що дорівнює добутку $j\omega$ ($j=\sqrt{-1}$).

Факторизація [1] матриці (2) з урахуванням виразів (3)–(6) допомагає визначити матрицю передавальних функцій формувального фільтра у вигляді

$$W_f = \frac{1}{s^2+0.3s+1.97} \begin{bmatrix} \frac{21.5(s^2+1.46s+2)}{s^2+7.98s+82.3} & 0 & 0 \\ 0.048(s+0.052) & 0.16(s+0.052) & 0 \\ 0.048(s+0.88) & 0.064(s+0.88) & 0.16(s+0.88) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Для завершення синтезу необхідно виконати дві дії. По-перше, створити об'єкт з ідентифікатором Wf у середовищі Matlab в одному з форматів *ss*, *tf* або *zpk*, який відповідає матриці (7), скориставшись відомим із джерел [21, 24, 27] правилом. По-друге, створити підсистему *form_r* у інструменті Simulink [12], призначену для формування вектора r . Структура цієї підсистеми (рис. 10), створеної за правилами з монографії [12], містить три генератори білого шуму, пристрою формування вектора некорельованих білих шумів MUX та лінійної інваріантної в часі системи LTI System. На виході підсистеми *form_r* при моделюванні буде сформовано тривимірний стаціонарний центрований випадковий процес r . Матриця спектральних щільностей цього процесу відповідає рівнянню (3).

Отже, виконано третю частину методології розробки системи імітації рухів носія. Наступним кроком є розробка Simulink-моделі підсистеми розв'язання зворотного завдання кінематики.

Зворотне завдання кінематики [12] полягає в тому, щоб за визначеним у момент часу t вектором r знайти матрицю L , кожен стовпчик якої є вектором l_k , що поєднує вал двигуна з номером k (точку B_k) та відповідний полюс платформи P_k (рис. 11)

$$L = [l_1 \quad l_2 \quad l_3 \quad l_4 \quad l_5 \quad l_6]. \quad (8)$$

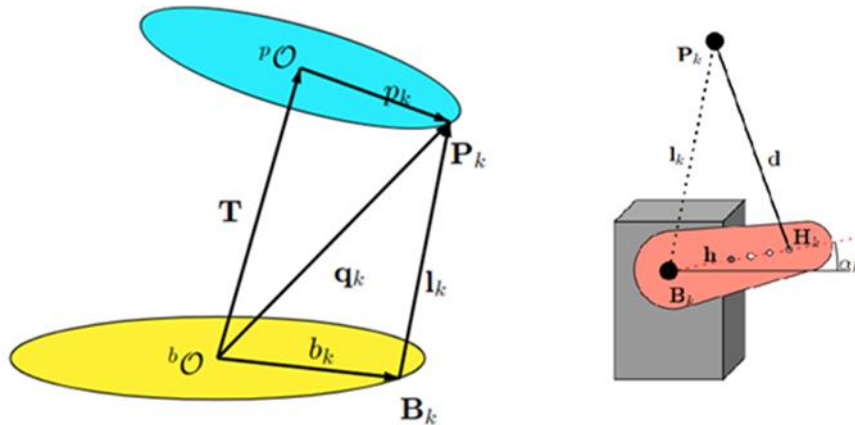


Рис. 11. Кінематична схема платформи Стюарта

Відповідно до [12], кожен з векторів матриці (8) може бути визначений з рівняння:

$$l_k = T + R \times p_k \times \bar{R} - b_k = \begin{bmatrix} l_k^{(x)} \\ l_k^{(y)} \\ l_k^{(z)} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

де T, p_k, b_k – вектори, представлені на рис. 11, R – кватерніон повороту платформи відносно основи.

Рівняння (9) дало змогу розробити Simulink-модель (рис. 12). підсистеми розв’язання зворотного завдання кінематики у вигляді підсистеми `inv_cp`. Як видно, вона містить декілька блоків.

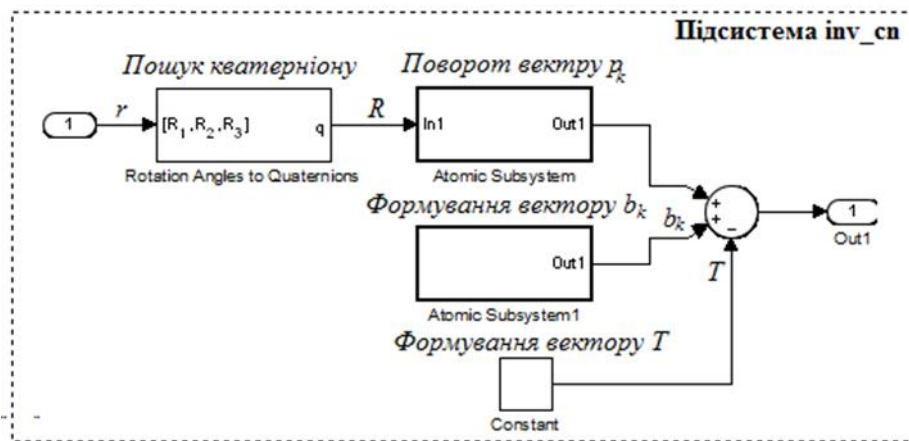


Рис. 12. Підсистема розв’язання зворотного завдання кінематики

Перший блок – Rotation Angles to Quaternions бібліотеки Aerospace Blockset/Utilities/Axes Transformations. Він призначений для формування кватерніону повороту платформи за відомими кутами її обертання та заданою послідовністю поворотів. У розробленій моделі прийнята послідовність поворотів Крилова (перший на кут рихання навколо Z; другий на крен навколо Y; третій на тангаж навколо X).

Другий блок (Atomic Subsystem) призначено для приведення вектора p_k до системи координат з початком у точці bO (рис. 11). Розв’язок цього завдання засновано на обчисленні добутків

$$R \times p_k \times \bar{R} \quad \forall k = 1, 6$$

для кожного вектора p_k (рис. 11). У блоці Atomic Subsystem (рис. 12) ця операція здійснюється за допомогою функції Quaternion Rotation з бібліотеки SIMULINK.

Блок Atomic Subsystem 1 призначено для формування матриці з векторів b_k , що визначають координати точок B_k (рис. 11) відносно системи координат, зв’язаної з основою платформи Стюарта.

Блок Constant формує матрицю з векторів T , які визначають положення полюсу pO платформи (рис. 11) відносно бази bO .

Отже, розроблена підсистема розв’язання зворотного завдання кінематики. Наступною частиною методології є створення підсистеми обчислення заданого кута повороту важелів серводвигунів.

Підсистема обчислення заданого кута повороту важелів серводвигунів `inv_alfa` має один вхід та один вихід. На вході цієї підсистеми діє матриця (8) векторів l_k , сформована підсистемою `inv_cn` (рис. 12), а на виході формується матриця кутів повороту важелів серводвигунів

$$A = [\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3 \quad \alpha_4 \quad \alpha_5 \quad \alpha_6] . \tag{10}$$

В основу алгоритму покладено залежність, яка доведена в джерелі [26] та має такий вигляд:

$$\alpha_k = \arcsin \frac{g_k}{\sqrt{e_k^2 + f_k^2}} + \arctan \frac{f_k}{e_k} , \tag{11}$$

де

$$e_k = 2|h|l_k^{(z)}; \quad f_k = 2|h|(l_k^{(x)} \cos \beta_k + l_k^{(y)} \sin \beta_k); \quad g_k = \sqrt{|l_k|^2 - |d|^2 + |h|^2};$$

$|d|$ – довжина тяги (рис. 11); $|h|$ – відстань між точками B_k та H_k (рис. 11), β_k – кут повороту важеля двигуна з номером k відносно вертикальної осі (рис. 13).

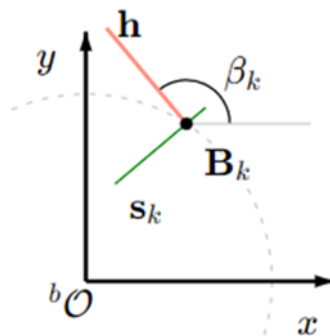


Рис. 13. Кутове положення важеля h у площині основи [27]

Константи d, h, β_k повинні визначатися з конструкції платформи та задаються в підсистемі `inv_alfa`.

Останньою частиною методології є розробка Simulink-моделі підсистеми керування рухом платформи. Ця підсистема (`cntr_pl`) призначена для встановлення важелів серводвигунів у задане положення. Входом підсистеми є матриця заданих значень кутів A , а виходом – поворот важелів серводвигунів. Функціональна схема зазначеної моделі налічує декілька блоків (рис. 14).

По-перше, це блок DEMUX, який виокремлює компоненти з матриці A . По-друге, це шість блоків `Arduino standard servo write`. Ці блоки змінюють шпаруватість імпульсів на відповідних контактах плати `Arduino-mega` (Табл. 1) залежно від заданого значення кута повороту α . Зміна шпаруватості імпульсів викликає встановлення важеля серводвигуна в певне положення.

Загальна схема Simulink-моделі є послідовним з'єднанням підсистем `form_r`, `inv_cn`, `inv_alfa` та `cntr_pl`.

Для визначення фактичного положення платформи Стюарта є дві можливості. Перша – за отриманими значеннями кутів повороту важелів обчислити положення платформи в результаті розв'язання прямої задачі кінематики. Друга – виміряти положення платформи за допомогою прямих методів вимірювання.

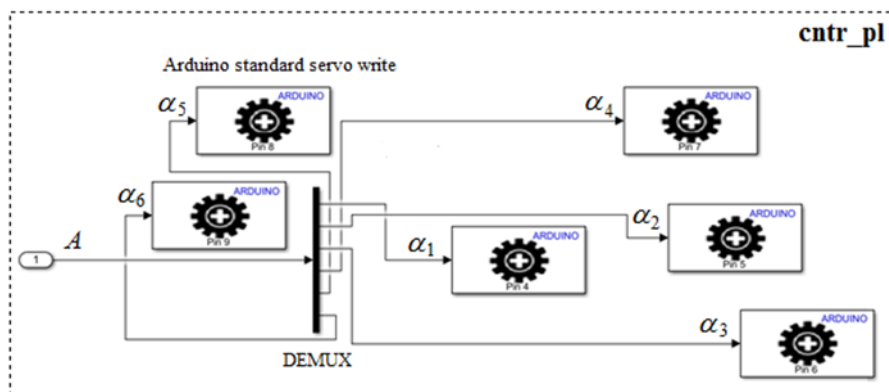


Рис. 14. Підсистема керування рухом платформи

Отже, представлена розроблена методики створення засобами інструмента Simulink середовища Matlab комп'ютерно-інтегрованої системи для відтворення рухів носія авіоніки в лабораторних умовах за допомогою платформи Стюарта.

Проведені дослідження дають змогу дійти певних висновків.

Висновки

Розроблена методика дає змогу розробляти та створювати на базі платформи Стюарта імітатори стохастичних рухів об'єкта в просторі. Завдяки цьому виникає можливість проатестувати динамічні характеристики вимірювачів навігаційної інформації в умовах, що наближені до реальних.

Застосування представленої методики вимагає наявності: бібліотек зв'язку середовища Matlab з певними контролерами, записів рухів носіїв БІНС в реальних умовах експлуатації та дає змогу суттєво підвищити точність автономного використання широкого класу приладів орієнтації та навігації.

Аналіз структури системи керування рухами платформи вказує на те, що ця система належить до класу розімкнених систем програмного керування. Головною вадою таких систем

є відсутність контролю за точністю відтворення заданих рухів. Уважається, що в разі належної роботи всіх її елементів рух платформи відповідає заданій програмі.

Подолання визначеного недоліку вимагає продовження досліджень, спрямованих на розробку замкненої системи стеження за програмою на основі платформи Стюарта.

Список використаної літератури

1. Блохін Л. М., Осадчий С. І., Дідик О. К. та ін. Технології конструювання сучасних конкурентоспроможних комплексів керування стохастичним рухом об'єктів : монографія. Кропивницький : Видавець Лисенко. 2023.
2. Зозуля В. А., Осадчий С. І., Мельніченко М. М. Аналіз характеристики точності відтворення еталонної траєкторії платформою Гауфа-Стюарта з системою управління для різних видів завдань. *Центральноукраїнський науковий вісник. Технічні науки*, 2019, вип. 1(32). С. 211–219.
3. Review and selection of commercially available IMU for a short time inertial navigation. Borodacz, Krystian & Szczepanski, Cezary & Popowski, Stanisław. URL: https://www.researchgate.net/publication/353464312_Review_and_selection_of_commercially_available_IMU_for_a_short_time_inertial_navigation. (дата звернення 04.12.2024).
4. Осадчий С. І., Дяченко М. М. Збір та первинна обробка даних з системи ARDUPILOT для ідентифікації моделі динаміки квадрокоптеру. *Науковий журнал «Прикладні питання математичного моделювання»*. 2020. Т. 3. № 2.1. С. 197–205.
5. Ahmed Radi, Sameh Nassar, and Naser El-Sheimy Stochastic Error Modeling of Smartphone Inertial Sensors for Navigation in Varying Dynamic Conditions. *Gyroscopy and Navigation*. 2018. Vol. 9. No. 1. P. 76–95.
6. Aliev F.A., Bordyug V.A., Larin V.B.: Factorisation of polynomial matrices with respect to imaginary axis and unit circle. *Avtomatika*. 1989. No. 4. P. 51–58.
7. Arduino Mega 2560. WEB-сайт. URL: <https://doc.arduino.ua/ru/hardware/Mega2560> (дата звернення 7.11.2024).
8. Bellman, R. Introduction to Matrix Analysis. 2nd edn. SIAM, Philadelphia (1997). 412 p.
9. El-Sheimy N., Hou H., Niu X. Analysis and modeling of inertial sensors using Allan variance. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. 2008. vol. 57. no. 1. P. 140–149.
10. Evans J.R. et al., Method for calculating self-noise spectra and operating ranges for seismographic inertial sensors and recorders. *Seismological Research Letters*. 2010. vol. 81. no. 4. P. 640–646.
11. Guerrier S., Skaloud J., Stebler Y., Victoria-Feser M.-P. Wavelet-variance-based estimation for composite stochastic processes. *Journal of the American Statistical Association*. 2013. vol. 108. no. 503. P. 1021–1030.
12. Inverse Kinematics of a Stewart Platform. URL: <https://raw.org/research/inverse-kinematics-of-a-stewart-platform> (дата звернення 07.11.2024).
13. Installing Hardware support packages : Step-by-step procedure to get started. URL: <https://ieee-tems-blogs.medium.com/hardware-support-packages-using-simulink-to-create-arduino-projects-5759be619d9c> (дата звернення 07.11.2024).
14. Li Y., Georgy J., Niu X., Li Q., El-Sheimy. Autonomous calibration of MEMS gyros in consumer portable devices. *IEEE Sensors Journal*. 2015. vol. 15. no. 7. P. 4062–4072.
15. Moir I., Seabridge A., Jukes M. Civil avionic systems: 2nd edition. West Sussex: John Wiley & Sons, Ltd., 2013. 551 p.
16. Mosterman, Pieter Prabhu, Sameer Dowd, Andrew Glass, John Erkinen, Tom Kluza, John Shenoy, Rohit. Embedded real-time control via MATLAB, Simulink, and xPC Target. 2005. DOI 10.1007/0-8176-4404-0_18.

17. Osadchy S., Prokophyeva I.: Multidimensional autonomous object structural identification on the base of it's disturbed motion. Gyrotechnology, Navigation, Movement Control and Aerospace Technic Engineering: materials of the VI International Conference. Reports Part II. Kyiv, Ukraine. 2007. p. 17–24.
18. Osadchy S.I., Zozulya V.A., Rudiuk G. I. The Dynamics of 3-dimentional micro-mechanic sensor of angle motions of a robot-hexapod. International Conference on. Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS'2015) : Proceedings of the 8th IEEE. Vol. 2. Warsaw, Poland 2015. pp. 908–912.
19. Rizvi I.H., Udayraj. A modified Kalman filter-based model for core temperature estimation during exercise and recovery with/without personal cooling interventions. *J Therm Biol.* 2022. 109. 103307. doi:10.1016/j.jtherbio.2022.103307
20. Sabatini R. The Future of Avionics Systems. R. Sabatini, 2021 *IEEE Aerospace & ELECTRONICS SYSTEMS SOCIETY, Virtual Distinguished Lecture Webinar Series*. P. 1–63. URL: <https://ieeaeess.org/tech-ops/avionics-systems-panel-asp> (Дата звернення 11.01.2024).
21. State Space. URL: <https://ch.mathworks.com/help/control/ref/ss.html> (дата звернення 1.11.2024).
22. Stewart D. A Platform with Six Degrees of Freedom. *Proc. Instn. Mech. Engrs.* 1965–66, Vol. 180, Pr. 1. No 15. Pp. 371–386.
23. TowerPro SG90 – Micro Servo. URL: <https://datasheetspdf.com/pdf-file/791970/TowerPro/SG90/1> (last accessed 2024/01/11).
24. Transfer Functions TF. URL: <https://ch.mathworks.com/help/control/ug/transfer-functions.html> (last accessed 2024/01/11)
25. Using Matlab-Simulink RTW to Build Real Time Control Applications in User Space with RTAI-LXRT. URL: https://www.rtai.org/userfiles/documentation/documents/quaranta_mantegazza.pdf (last accessed 2024/01/11).
26. Using Stewart Platform as a tool to understand key robotic concepts. URL: https://github.com/Yeok-c/Stewart_Py/blob/main/01_Stewart_Py_Inverse_Kinematics.ipynb (last accessed 2024/11/03).
27. Zero-pole-gain model ZPK. URL: <https://www.mathworks.com/help/control/ref/zpk.html>. (last accessed 2024/01/11).

References

1. Blokhin, L.M., Burychenko, M.Iu., Bilak, N.V., Bezkorovainyi, M.O., & Kryvonosenko, O.P. (2014). *Statystychna dynamika system upravlinnia [Statistical dynamics of control systems]*. Kyiv: National Aviation University [in Ukrainian].
2. Zozulia, V.A., Osadchy, S.I., & Melnichenko, M.M. (2019). Analiz kharakterystyky tochnosti vidtvorennia etalonoii traiektorii platformoiu Haufa-Stiuarta z systemoiu upravlinnia dlia riznykh vydiv zavdan. [Analysis of the characteristics of the accuracy of the trajectory reproduction of the Goof-Stewart platform with system control for various types of tasks]. *Tsentrlnoukrainskyi naukovyi visnyk. Tekhnichni nauky*, 1(32), 211–219 [in Ukrainian].
3. Meleshko, V.V., & Nesterenko, O.I. (2011). *Bezplatformni inertsialni navihatsiini systemy [Platform-free inertial navigation systems]*. Kirovohrad: POLIMED – Servis [in Ukrainian].
4. Osadchy, S.I., & Diachenko, M.M. (2020). Zbir ta pervynna obrobka danykh z systemy ARDUPILOT dlia identyfikatsii modeli dynamiky kvadrokopteru [Collection and initial processing of data from the ARDUPILOT system to identify the quadcopter dynamics model]. *Prykladni pyttannya matematychnoho mmodeliuvannia*, 3, 2.1, 197–205 [in Ukrainian].
5. Radi*, A., Nassar, S., & El-Sheimy, N. (2018). Stochastic Error Modeling of Smartphone Inertial Sensorsfor Navigation in Varying Dynamic Conditions. *Gyroscopy and Navigation*, 9, 1, 76–95 [in English].

6. Aliev, F.A., Bordyug, V.A., & Larin, V.B. (1989) Factorisation of polynomial matrices with respect to imaginary axis and unit circle. *Avtomatika*, 4, 51–58 [in English].
7. Arduino Mega 2560. (2024). Ofitsiyni sait [Official site]. Retrieved from <https://doc.arduino.ua/ru/hardware/Mega2560> [in Ukrainian].
8. Bellman, R. (1997). *Introduction to Matrix Analysis*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics [in English].
9. El-Sheimy, N., Hou, H., & Niu, X. (2008). Analysis and modeling of inertial sensors using Allan variance. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 57, 1, 140–149 [in English].
10. Evans, J.R., Followill, F., Hutt, C.R., Kromer, R.P., Nigbor, R.L., Ringler, A.T. ... & Wielandt, E. (2010). Method for calculating self-noise spectra and operating ranges for seis-mographic inertial sensors and recorders. *Seismological Research Letters*, 81, 4, 640–646 [in English].
11. Guerrier, S., Skaloud, J., Stebler, Y., & Victoria-Feser, M.-P. (2013). Wavelet-variance-based estimation for composite stochastic processes. *Journal of the American Statistical Association*, 108, 503, 1021–1030 [in English].
12. Inverse Kinematics of a Stewart Platform. (2024). Retrieved from <https://raw.org/research/inverse-kinematics-of-a-stewart-platform/> [in English].
13. Installing Hardware support packages: Step-by-step procedure to get started. (2024). Retrieved from <https://ieee-tems-blogs.medium.com/hardware-support-packages-using-simulink-to-create-arduino-projects-5759be619d9c> [in English].
14. Li, Y., Georgy, J., Niu, X., Li, Q., & El-Sheimy, N. (2015). Autonomous calibration of MEMS gyros in consumer portable devices. *IEEE Sensors Journal*, 15, 7, 4062–4072 [in English].
15. Moir, I., Seabridge, A., & Jukes, M. (2013). *Civil avionic systems*. West Sussex: John Wiley & Sons, Ltd [in English].
16. Mosterman, Pieter, Prabhu, Sameer, Dowd, Andrew, Glass, John, Erkkinen, Tom, Kluza, John, & Shenoy, Rohit. (2005). Embedded real-time control via MATLAB, Simulink, and xPC Target. *Handbook of Networked and Embedded Control Systems*, 419–446 [in English].
17. Osadchy, S., & Prokophyeva, I. (2007). Multidimensional autonomous object structural identification on the base of its disturbed motion. *Gyrotechnology, Navigation, Movement Control and Aerospace Technic Engineering: Proceedings of the VI International Conference*, II, 17–24 [in Ukrainian].
18. Osadchy, S.I., Zozulya, V.A., & Rudiuk, G. I. (2015). The Dynamics of 3-dimensional micro-mechanic sensor of angle motions of a robot-hexapod. *International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS2015) : Proceedings of the 8th IEEE*, 2, 908–912 [in English].
19. Rizvi, I.H., & Udayraj. (2022). A modified Kalman filter-based model for core temperature estimation during exercise and recovery with/without personal cooling interventions. *Journal of Thermal Biology*, 109. doi:10.1016/j.jtherbio.2022.103307 [in English].
20. Sabatini, R. (2021). The Future of Avionics Systems. IEEE Aerospace & ELECTRONICS SYSTEMS SOCIETY, Virtual Distinguished Lecture Webinar Series. Retrieved from <https://ieee-aess.org/tech-ops/avionics-systems-panel-asp> [in English].
21. MathWorks. (2024). Official site. Retrieved from <https://ch.mathworks.com/help/control/ref/ss.html> [in English].
22. Stewart, D. (1965). A Platform with Six Degrees of Freedom. *Proc. Instn. Mech. Engrs*, 180(1), 15, 371–386 [in English].
23. TowerPro SG90 – Micro Servo. (2024). Retrieved from <https://datasheetpdf.com/pdf-file/791970/TowerPro/SG90/1> [in English].
24. Transfer Functions TF. (2024). Retrieved from <https://ch.mathworks.com/help/control/ug/transfer-functions.html> [in English].

25. Using Matlab-Simulink RTW to Build Real Time Control Applications in User Space with RTAI-LXRT. (2024). Retrieved from https://www.rtai.org/userfiles/documentation/documents/quaranta_mantegazza.pdf [in English].
26. Using Stewart Platform as a tool to understand key robotic concepts. (2024). Retrieved from https://github.com/Yeok-c/Stewart_Py/blob/main/01_Stewart_Py_Inverse_Kinematics.ipynb [in English].
27. Zero-pole-gain model ZPK. (2024). Retrieved from <https://www.mathworks.com/help/control/ref/zpk.html> [in English].

Осадчий Сергій Іванович – д.т.н., завідувач кафедри льотної експлуатації та безпеки польотів Льотної академії Національного авіаційного університету. E-mail: srg2005@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1811-3594.

Гаврилюк Борис Олександрович – старший викладач кафедри конструкції повітряних суден, авіадвигунів та підтримання льотної придатності Льотної академії Національного авіаційного університету. E-mail: gavrilukas@ukr.net, ORCID: 0000-0003-4605-6870.

Тимошенко Ганна Сергіївна – старший викладач кафедри аеронавігації, метеорології та організації повітряного руху Льотної академії Національного авіаційного університету. E-mail: jaanti1980@gmail.com, ORCID: 0000-0003-2411-497X.

Зозуля Валерій Анатолійович – к.т.н., доцент кафедри цифрової економіки та системного аналізу Державного торговельно-економічного університету. E-mail: irish38@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3793-4686.

Osadchy Sergei Ivanovych – Doctor of Technical Sciences, Professor at the Department of Aircraft Construction, Aircraft Engines, and Airworthiness Maintenance of the Flight Academy of the National Aviation University. E-mail: srg2005@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1811-3594.

Havryliuk Boris Oleksandrovich – Senior Lecturer at the Aircraft Structures, Aviation Engines and Continuing Airworthiness Department of the Flight Academy of the National Aviation University. E-mail: gavrilukas@ukr.net, ORCID: 0000-0003-4605-6870.

Tymoshenko Hanna Sergiivna – Senior Lecturer at the Department of Aeronautics, Meteorology and Air Traffic Management of the Flight Academy of the National Aviation University. E-mail: jaanti1980@gmail.com, ORCID: 0000-0003-2411-497X.

Zozulya Valeriy Anatoliiovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Digital Economy and System Analysis of the State University of Trade and Economics. E-mail: irish38@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3793-4686.

ПРО ІНСОЛЯЦІЮ ТА ДЕННЕ ОСВІТЛЕННЯ ПРИМІЩЕНЬ

Чинні європейські стандарти розглядають денне світло з різних боків і з різним рівнем деталізації. Наприклад, стандарт EN 15193 визначає методологію оцінки внеску денного світла в будівлях, але виключно в контексті розрахунку енергетичних потреб і споживання електроенергії для штучного освітлення. EN 12464-1 установлює вимоги до освітлення робочих місць у приміщеннях, щоб забезпечити візуальний комфорт й ефективність роботи, але не розрізняє природне та штучне освітлення. На міжнародному рівні стандарт ISO 8995-1 має подібну сферу застосування до EN 12464, тоді як ISO 16817 охоплює процес проектування високоякісного візуального середовища, де денне світло та штучне освітлення відіграють ключову роль.

До 2018 року на європейському рівні не було всеосяжного стандарту, який би регулював кількість і якість денного світла в будівлях. Лише окремі країни, як-от, зокрема, Німеччина зі стандартом DIN 5034-1, мали власні регламенти щодо денного освітлення в приміщеннях.

Затверджений у 2018 році стандарт EN 17037 регулює відповідні норми та методи їх обчислення для денного освітлення житлових та виробничих приміщень, а також прибудинкових територій. Відтоді почався процес адаптації норм країн-членів ЄС до цього стандарту з урахуванням місцевих особливостей.

В Україні є будівельна норма, яка регулює інсоляцію приміщень. Інсоляція – це кількість сонячної радіації, яка надходить на горизонтальну поверхню, вимірювана в калоріях на одиницю площі за одиницю часу. Методи розрахунку інсоляції поділяють на два основні типи: геометричні та енергетичні. Державні будівельні норми визначають мінімальну тривалість інсоляції житлових приміщень – не менш ніж 2,5 години на добу в період з 22 березня до 22 вересня.

Зазвичай для розрахунку використовують геометричні методи, оскільки вони простіші в застосуванні. Однак енергетичні методи є більш точними, оскільки враховують властивості матеріалів, які постійно вдосконалюються та мають різні реакції на сонячну радіацію. Це робить енергетичні методи більш гнучкими й здатними краще адаптуватися до змін у будівельних технологіях та матеріалах.

Актуальним науковим завданням є порівняльний аналіз інсоляції, розрахованої різними методами. Сучасні комп'ютерні технології дають змогу моделювати інсоляцію приміщень уже на етапі проектування, що значно підвищує точність розрахунків.

У роботі розроблено об'єктноорієнтований метод розрахунку інсоляції для житлових і виробничих приміщень, який дає змогу узгоджувати внутрішні норми з європейськими стандартами.

Ключові слова: денне світло, сонячна радіація, інсоляція приміщень, проектування будівель, будівельні технології.

YE.V. PATRASHKU, V.A. KIOSAK

Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture

ON INSOLATION AND DAYLIGHTING OF PREMISES

Existing European standards address daylight from different perspectives and with different levels of detail. For example, EN 15193 defines a methodology for assessing the contribution of daylight in buildings, but only in the context of calculating energy requirements and electricity consumption for artificial lighting. EN 12464-1 sets out the requirements for indoor workplace lighting to ensure visual comfort and work efficiency, but does not distinguish between natural and artificial lighting. At the international level, ISO 8995-1 has a similar scope to EN 12464, while ISO 16817 covers the design process for high quality visual environments where daylight and artificial lighting play a key role.

Until 2018, there was no overarching standard at the European level to regulate the quantity and quality of daylight in buildings. Only a few countries, such as Germany with its DIN 5034-1 standard, had their own daylighting regulations for indoor space.

Adopted in 2018, EN 17037 regulates the relevant standards and methods for their calculation for daylighting of residential and industrial premises, as well as adjacent areas. Since then, the process of adapting the norms of EU member states to this standard has begun, taking into account local specifics.

Ukraine has building codes that regulate the insolation of premises. Insolation is the amount of solar radiation received by a horizontal surface, measured in calories per unit area per unit time. Insolation calculation methods are divided into two main types: geometric and energy. State building regulations define the minimum duration of insolation of residential premises – at least 2.5 hours per day between 22 March and 22 September.

Geometric methods are usually used for the calculation, as they are easier to apply. However, energy methods are more accurate because they take into account the properties of materials that are constantly being improved and have different reactions to solar radiation. This makes energy methods more flexible and better able to adapt to changes in building technologies and materials.

An important scholastic problem is a comparative analysis of insolation calculated by different methods. Modern computer technologies allow modeling the insolation of premises already at the design stage, which significantly improves the accuracy of calculation.

In this paper, an object-oriented method for calculating insolation for residential and industrial premises has been developed, which allows to harmonize internal norms with European standards.

Key words: daylighting, solar radiation, indoor insolation, building design, building technologies.

Постановка проблеми

Сонячне випромінювання є майже нескінченним джерелом енергії, яке дає життя всім живим істотам, забезпечує фотосинтез для рослин та визначає клімат. Щоранку, коли сходить сонце, Земля отримує $3,84 \times 10^{26}$ ват енергії. Є три основні шляхи уловлювання сонячного світла на поверхні: пряме випромінювання, дифузне випромінювання та глобальне горизонтальне опромінення [1–3].

Пряме випромінювання – це сонячні промені, що надходять до поверхні безпосередньо від Сонця без перешкод. Однак не вся радіація, яка досягає Землі чи об'єктів на Землі, є прямою радіацією. Значна частина променів розсіюється або відбивається молекулами чи твердими частинками та хмарами в атмосфері. Тому вона досягає поверхні з багатьох різних напрямів. Прикладом дифузного випромінювання є денне світло хмарного дня, коли пряме сонячне випромінювання не досягає Землі через перешкоди.

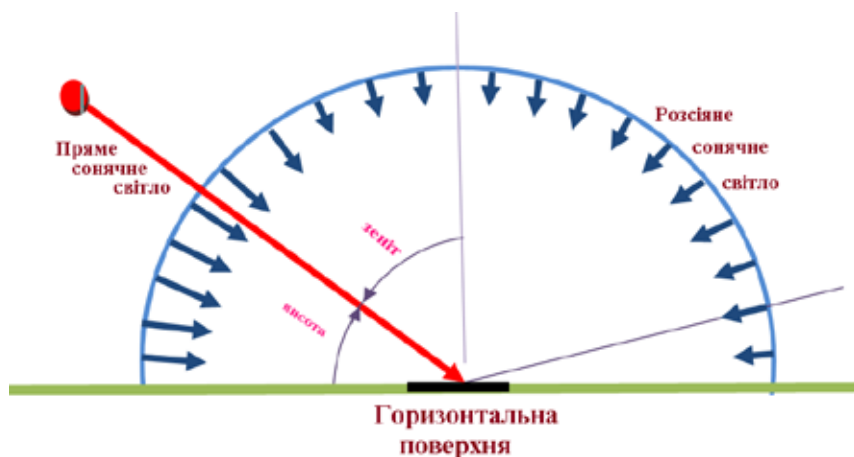


Рис. 1. Опромінення горизонтальної поверхні

Загальна горизонтальна освітленість – це сумарна сонячна радіація, яка надходить на горизонтальну поверхню, тобто сума прямого й дифузного випромінювання. На рис. 1 зображено види випромінювання.

Формула для обчислення має вигляд

$$GHJ = DHJ + DNJ \times \cos z .$$

Тут GHJ – загальна горизонтальна освітленість, DHJ – дифузна горизонтальна освітленість, а DNJ – пряма нормальна освітленість, z – зенітний кут [4]. Сонячна енергія поширюється у вигляді хвиль, які за довжиною поділяються на три типи: інфрачервоне випромінювання, ультрафіолетове випромінювання та видиме світло. Такий поділ називають електромагнітним спектром. Різні типи випромінювання по-різному впливають на людей та навколишнє середовище.

Інфрачервоне випромінювання має найбільшу довжину хвиль, але передає найменшу енергію. Люди сприймають інфрачервоне випромінювання як тепло. Ультрафіолетове випромінювання характеризується найкоротшою довжиною хвиль. Ці два види випромінювання не видимі для людського ока. Видиме випромінювання становить єдину видиму частину сонячної радіації.

Усі три види сонячного світла використовують у будівництві, при проектуванні житлових та виробничих приміщень.

Кожен тип сонячного випромінювання по-своєму впливає на різні аспекти, зокрема, комфорт у приміщенні, енергозбереження, санітарно-гігієнічні норми.

Інсоляцією називають величину потоку сонячної радіації, яку обчислюють у калоріях на одиницю площі горизонтальної поверхні за одиницю часу. Під світловим потоком розуміють кількість світла, що випромінюється джерелом світла у всіх напрямках. Вимірюється світловий потік у люменах. Коефіцієнт денного світла, що вимірюється в процентах, є відношення освітленості в приміщенні до освітленості на вулиці. Українськими будівельними нормами регулюється, із санітарно-гігієнічного погляду, інсоляція приміщень, а стандартом EN 17037 освітленість приміщень [14].

У цій роботі розглянуто особливості регулювання використання сонячної енергії при проектуванні будівель у Європейському Союзі та Україні.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Давньоримський архітектор та інженер Марк Вітрувій у своїй роботі «Десять книг про архітектуру» стверджує, що достатньо освітлені ті приміщення, у яких видно небо [4]. Лише в кінці XIX століття почали кількісно оцінювати ступінь освітленості за допомогою геометричних методів. Уже на початку XX століття з'явилися регулярні методи вимірювання денного світла, але в практику проектування вони були впроваджені не зразу. Реально використовувався модернізований метод Вітрувія з уточненням, яку частину неба видно і з якої частини приміщення. Будівельні норми в низці європейських країн вимагали, щоб висота вуличних фасадів була не вище ширини вулиці (кут 45°) [11]. У Центральній Європі площа вікон мала становити $1/8$ площі житлових кімнат. Так, у першій половині XX сторіччя геометричні методи при проектуванні доповнювались інструментом та геометричними методами контролю та розрахунку. Перша модель, що враховувала яскравість сонячного випромінювання, з'явилася в 1920 році [5]. Вона лягла в основу стандартної моделі, затвердженої Міжнародною комісією з освітлення (1955 рік). Тут уперше від оцінки хмарності застосували оцінку сонячного випромінювання, причому не лише прямого, а й дифузного. Також урахували втрати світла при проходженні через вікна, мансардні вікна. Прості, але трудомісткі геометричні інструменти давали дуже наближені результати навіть за простої геометрії будівель [12].

У колишніх соціалістичних країнах сонячне світло було частиною законодавчих вимог і стосувалося переважно захисту здоров'я населення. Тому критерії денного світла мали бути простими для забезпечення перевірки на відповідність закону, який суворо контролювали державні санітарно-гігієнічні служби.

У низці країн, наприклад, Італії, Китаї, Великій Британії, Ірландії, застосовували метод середнього коефіцієнта освітленості [9].

Перші радянські норми інсоляції базувалися на мікробіологічних дослідженнях, і в 1963 році була запроваджена перша нормативна вимога інсоляції в СРСР. Цей стандарт передбачав безперервну інсоляцію протягом трьох годин. Проте із часом вимогу щодо безперервності було скасовано, а мінімальний час інсоляції – скорочено. На сьогоднішній день мінімальний час інсоляції для житлових приміщень в Україні становить не менш ніж 2,5 години (150 хвилин).

Із 1 січня 2011 року в Україні набув чинності стандарт, який регламентує розрахунки інсоляції приміщень та споруд [1]. У розробці цих будівельних норм узяли участь 27 фахівців із

10 наукових організацій України, зокрема представники Одеської державної академії будівництва та архітектури. Колектив розробників налічував 19 докторів і кандидатів технічних, архітектурних, медичних та біологічних наук.

В останньому десятилітті ХХ сторіччя зусиллями багатьох спеціалістів був розроблений метод коефіцієнтів денного світла. Але вже на початку ХХІ сторіччя цей метод почали критикувати як застарілий [4].

Метод просторової автономії денного світла, запропонований Швейцарською асоціацією електриків у 1989 році, став загальнозживаним у новому столітті [9]. Він ліг в основу EN 17037 [14].

Мета дослідження

Скорочення нормативної тривалості інсоляції приміщень та запровадження переривчастого опромінення для збільшення щільності забудови стало можливим через те, що тривалість опромінення в годинах не є однозначною кількісною мірою. Аналіз наявних методів оцінки інсоляції виявив низку недоліків та невизначеностей.

Тривалість сонячного опромінення в годинах не є достатньо точною мірою, оскільки кількість сонячної енергії, що надходить у приміщення в різні години доби, варіюється. Відповідно, дезінфікувальний ефект сонячної радіації також змінюється. Якщо протягом часу опромінення досягається доза сонячної енергії, яка забезпечує необхідний рівень гігієни приміщення, то можна говорити про однозначну кількісну міру інсоляції. Важливо також урахувати прозорість сучасного скла, яке зазнало значних якісних змін, а також нові будівельні технології та архітектурні рішення щодо щільної міської забудови.

Усунення цих невизначеностей та недоліків у чинних нормативних документах, а також удосконалення параметрів і методів визначення комфортної та енергетично обґрунтованої інтенсивності й дози сонячного випромінювання дасть змогу розробити рекомендації для покращення регулювання та розрахунків інсоляції приміщень.

Викладення основного матеріалу дослідження

Пряме сонячне світло є критично важливим фактором для забезпечення якості денного освітлення приміщень. Сонячні промені, як правило, корисні для більшості будівель за винятком країн зі спекотним кліматом.

Для деяких конкретних типів приміщень (школи, лікарні, дитячі садки) слід забезпечити виконання мінімальних норм соляризації. Прямі сонячні промені вважаються цінними для фізичного здоров'я, наприклад, забезпечують вітамін Д, який допомагає будувати міцні кістки, загоювати захворювання шкіри [3].

Однак, крім користі сонячного світла, проєктувальники повинні враховувати проблему перегріву в літній час [11]. Можливий тепловий дискомфорт можна регулювати за допомогою систем затінення, балансує між корисним приростом сонячного світла взимку та небажаним надмірним світлом улітку [6]. Будівлі можуть позитивно сприяти зменшенню споживання енергії на опалення та забезпечувати комфортне проживання за рахунок сонячних затінь улітку. Кількість сонячних днів для обласних центрів України наведено в таблиці 1 (джерело: <https://en.climate-data.org/europe/ukraine>).

Ще один аспект сонячного випромінювання – це різна його якість протягом року та дня, коли змінюється кут падіння та висота стояння сонця (див. рис. 2).

Розроблено розрахункові параметри, що будуть основою для енергетичного методу розрахунку інсоляції шляхом урахування інтенсивності та дози біологічно активного спектра ультрафіолетової (далі – УФ) радіації (В + С). Цей метод базується на визначенні такої дози сонячного УФ-випромінювання, що проникає через вікно в приміщення й здатна знищувати патогенні бактерії та шкідливі мікроорганізми, забезпечуючи нормативний рівень бактерицидної ефективності (санації) як у повітрі приміщень, так і на поверхнях [7–8].

Таблиця 1

Середня кількість сонячних годин на місяць в обласних центрах України протягом року

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	Хмельницький	2,1	2,9	5,5	8,7	10,6	11	11,1	10,1	7,3	5	2,6	2,2
2	Житомир	2	3	5,6	9,1	11	11,8	11,5	10,4	7,5	4,9	2,4	2
3	Чернівці	3,6	4,2	6,3	9	10,6	11	11,2	10,1	7,9	5,8	3,9	3,7
4	Івано-Франківськ	3,3	4	6	8,8	10,2	10,6	10,8	9,7	7,5	5,7	4,1	3,3
5	Тернопіль	2,4	3,2	5,5	8,6	10,1	10,7	10,9	9,8	7,3	5,2	3	2,4
6	Київ	1,9	3	5,7	9,2	11,4	12,2	12	10,7	7,7	5	2,4	1,9
7	Чернігів	1,8	2,8	5,7	9,2	11,5	12,3	11,9	10,6	7,5	4,7	2,3	1,7
8	Рівне	2	3	5,5	8,8	10,4	11,1	11	10,2	7,2	5,1	2,8	2,1
9	Вінниця	2,1	3	5,6	8,9	11	11,5	11,6	10,6	7,6	5,1	2,5	2,2
10	Львів	2,9	3,6	5,6	8,7	9,9	10,5	10,6	9,7	7,2	5,4	3,7	2,8
11	Дніпро	2,1	3,2	5,7	9,4	11,7	12,6	12,8	11,6	8,6	5,5	3	1,9
12	Полтава	1,9	2,9	5,6	9,3	11,7	12,5	12,6	11,3	8,2	5,2	2,7	1,8
13	Суми	1,5	2,6	5,4	9,2	11,5	12,2	12,1	10,9	7,6	4,7	2,3	1,5
14	Харків	1,6	2,5	5,4	9,3	11,7	12,5	12,5	11,4	8,2	5	2,5	1,5
15	Донецьк	2,1	3	5,5	9,1	11,4	12,6	12,7	11,7	8,9	5,6	3	1,9
16	Луганськ	2,1	3	5,6	9,3	11,8	13	12,9	11,9	9	5,7	3,1	2
17	Луцьк	2,3	3,2	5,6	8,9	10,4	11,1	11	10,2	7,2	5,1	3	2,2
18	Миколаїв	2,9	3,9	6,5	9,6	11,6	12,6	12,8	11,8	9	6	3,4	2,9
19	Одеса	3,3	4,1	6,8	9,7	11,8	12,7	12,9	11,9	9,2	6,1	3,6	3,4
20	Херсон	2,9	3,9	6,5	9,6	11,6	12,5	12,8	11,9	9,2	6,1	3,5	2,9
21	Ужгород	3,4	4,8	7,2	9,9	11,3	12,2	11,9	11,2	8,6	5,9	4,3	2,9
22	Черкаси	2	3,1	5,7	9,3	11,6	12,5	12,4	11,2	8	5,2	2,4	2
23	Кропивницький	2	3	5,6	9,1	11,5	12,2	12,4	11,3	8,1	5,3	2,6	2
24	Запоріжжя	2,2	3,4	6	9,6	11,8	12,7	13	11,8	9	5,9	3,1	2
25	Сімферополь	3,5	4,6	6,8	9,3	11,1	12,1	12,4	11,6	9,4	6,8	5	3,7

З огляду на енергію УФ-випромінювання, що потрапляє всередину, стає очевидно необхідність урахування таких параметрів, як прозорість склопакетів, площа світлового прорізу (чим більша площа, тим більше енергії потрапляє в приміщення), а також розміри самого приміщення (чим більший простір, тим менша питома енергія, що припадає на одиницю об'єму повітря та одиницю поверхні). Чинні нормативи розрахунку інсоляції ці фактори не враховують [1; 10].

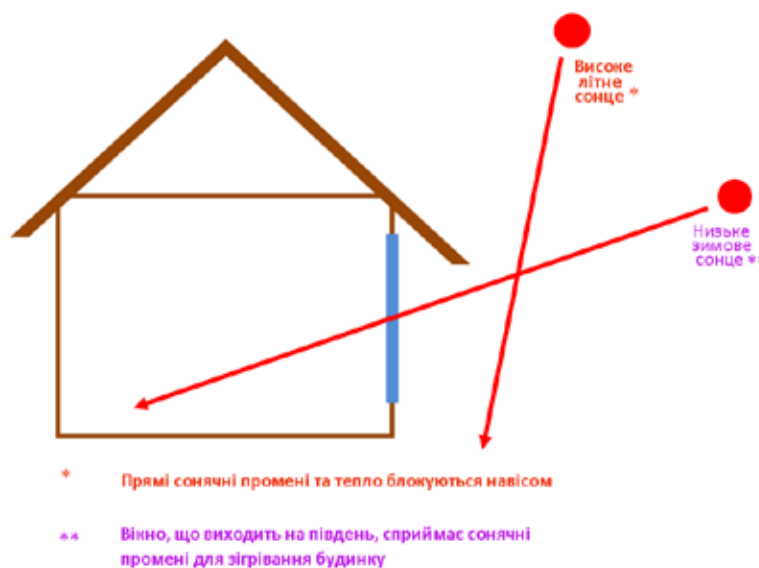


Рис. 2. Потрапляння прямих сонячних променів у приміщення влітку та взимку

Ураховуючи ці аспекти, розроблено й удосконалено енергетичний метод розрахунку інсоляції для житлових приміщень, що дає змогу підвищити точність й ефективність розрахунків [15].

Вихідні дані для розрахунків.

1. Актинометричні дані щодо інтенсивності ультрафіолетової сонячної радіації (діапазону < 320 нм), прямої J_{np} на нормальну до променів поверхню і розсіяної $J_{роз}$, що потрапляє на горизонтальну поверхню, розрахованої за годинами доби.
2. Орієнтація склопакета за сторонами горизонту (азимут нормалі до площини вікна A_n).
3. Координати сонця (h_0 і A_0) на період інсоляції.
4. Параметри склопакета («у світлі»), ширина b і висота h , м.
5. Конструкція світлопрозорої частини вікон і типи скла.
6. База даних про коефіцієнти прозорості сучасного скла в діапазоні (В + С) ультрафіолетової радіації за різних кутів падіння сонячного променя.
7. Параметри приміщення, глибина L , ширина B і висота H , м.

Послідовність розрахунку:

1. Визначення кута θ (кута падіння сонячного променя на скло).

Кут θ визначається за формулами сферичної тригонометрії:

$$\cos\theta = \sin\delta \cdot \sin\varphi + \cos\gamma \cdot \cos\delta \cdot \cos\varphi,$$

де: φ – географічна широта місцевості, град;

δ – нахил сонця, град;

γ – часовий кут, град.

Можна використовувати спрощений метод визначення кута θ із застосуванням схеми, поданої на рис. 3, якщо допускається невелика похибка [12; 13].

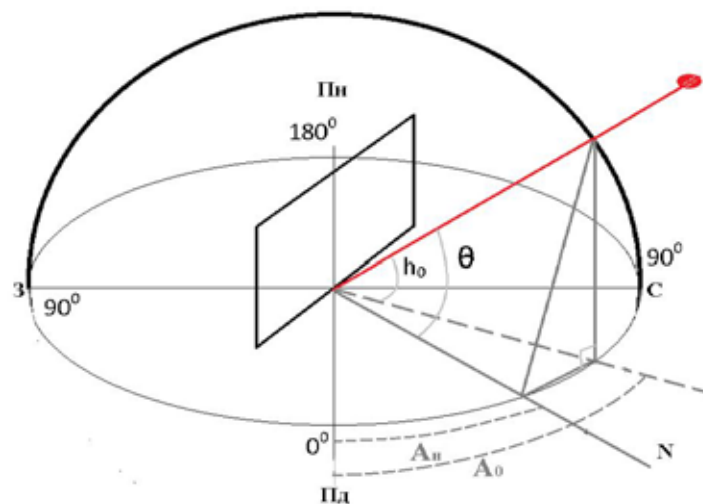


Рис. 3. Схема визначення кута θ (N – нормаль до площини вікна)

Із рис. 3 видно, що на поверхні півсфери, розташованої над колом горизонту, розміщений прямокутний трикутник. Катетами прямокутного трикутника є висота стояння сонця в конкретну годину доби h_0 і різниця азимутів проекції сонячного променя на горизонтальну

площину A_0 та азимута нормалі до площини вікна A_n . Гіпотенуза цього прямокутного трикутника й дорівнюватиме куту θ . З огляду на це, кут θ визначиться за відомою теоремою Піфагора:

$$\theta = \sqrt{h_0^2 + (A_0 - A_n)^2}.$$

Залежно від орієнтації вікна (A_n) і часу доби (розташування сонця на небосхилі, A_0) величина катета прямокутного трикутника може визначатися як різниця ($A_0 - A_n$) або як різниця ($A_n - A_0$).

2. Визначення сумарної інтенсивності ($J_{\text{сум}}$) ультрафіолетової радіації, що приходить до фасаду будівлі з урахуванням орієнтації склопакета:

$$J_{\text{сум}} = J_{\text{пр}} + 0.5J_{\text{роз}} = J_{\perp} \cdot \cos\theta + 0.5J_{\text{роз}}, \frac{\text{мВт}}{\text{м}^2}.$$

3. Визначення сумарної інтенсивності УФ-радіації, що пройшла через віконну конструкцію в приміщення ($J_{\text{прим}}$), з урахуванням поглинання УФ-радіації у світлопрозорій конструкції.

$$J_{\text{прим}} = J_{\text{сум}} \cdot k_{\text{ст}}, \frac{\text{мВт}}{\text{м}^2},$$

де $k_{\text{ст}}$ – коефіцієнт прозорості склопакета за кута θ .

4. Повна кількість УФ-енергії, що пройшла через площу вікна (S)

$$Q = J_{\text{прим}} \cdot S.$$

5. Доза ультрафіолетової радіації в повітрі приміщення (Δ_n):

$$\Delta_n = 3.6Q \cdot \frac{\tau}{V}, \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3},$$

де: V – об'єм приміщення, τ – тривалість опромінення, години.

6. Доза УФ-радіації по поверхнях приміщення ($\Delta_{\text{прх}}$):

$$\Delta_{\text{прх}} = 3.6Q \cdot \frac{\tau}{F}, \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2},$$

де: F – площа всіх поверхонь приміщення за вирахуванням площі вікна, м^2 ; 3,6 – коефіцієнт переведення розмірності $\text{мВт} \cdot \text{год}$ у розмірність Дж.

Висновки

Різні підходи до регулювання проєктування освітлення приміщень прямим та розсіяним сонячним випромінюванням в Україні та Європейському Союзі вимагають узгодження й значного доопрацювання з урахуванням місцевих норм. Енергетичний метод обчислення рівня інсоляції може наблизити відповідні стандарти України та ЄС.

Список використаної літератури

1. Будинки і споруди. Настанова з розрахунку інсоляції об'єктів цивільного призначення. ДСТУ НБ В.2.2-27:2010. (Дата введення 2011.01.01). Мінрегіонбуд України. Київ : Укрархбудінформ. 2010. 81 с.
2. Санітарні норми та правила забезпечення інсоляції житлових та громадських будівель та територій житлової забудови. СН 2605-82. (Введено в дію з 2 липня 1982 р.). М.: Мінздрав СРСР. (Державні санітарні норми України). 1982. 3 с.
3. Житлові будинки. Основні положення. ДБН В.2.2. -15-2005. (Дата введення 2006.01.01). Держбуд України, Київ : Укрархбудінформ, (Державні будівельні норми України). 2005. 50 с.
4. Jacobs A. Getting the measure of daylight – the climate sceptic, *Light. J.* 2014. 15–17.
5. Tregenza P. Opinion: climate-based daylight modelling or daylight factor? *Light. Res. Technol.* 2014. 46 (6). pp. 601–618.
6. Tregenza P., Mardaljevic J. Daylighting buildings: standards and the needs of the designer, *Light. Res. Technol.* 2018. 50 (1). pp. 63–79.
7. Mardaljevic J. Rethinking daylighting and compliance, *J. Sustain. Des. Appl. Res.* 2023. 1(3). Article 1.
8. Boubekri M. Daylighting, *Architecture and Health: Building Design Strategies, first ed.*, Architectural Press, Oxford, 2008. 155 p.
9. Bournas I. Swedish daylight regulation throughout the 20th century and considerations regarding current assessment methods for residential spaces. *Building and Environment.* 2021. Vol. 191(6). URL: <https://www.researchgate.net/publication/348572775>.
10. Marsh R. On the modern history of passive solar architecture: exploring the paradox of Nordic environmental design, *J. Architect.* 2017. 22 (2). pp. 225–251.
11. Dufton A.F. Protractors for the Computation of Daylight Factors, 1946. London, UK.
12. Chatzipoulka C., Compagnon R., Nikolopoulou M. Urban geometry and solar availability on façades and ground of real urban forms: using London as a case study, *Sol. Energy.* 2016. 138. pp. 53–66.
13. Reinhart C.F., Mardaljevic J., Rogers Z. Dynamic daylight performance metrics for sustainable building design, *Leukos.* 2006. 3(1). pp. 7–31.
14. SSI-CEN. SS-EN 17037:2018+A1:2021 Daylight in buildings. European Committee for Standardization (CEN). 2021.
15. Патрашку Є.В., Колесник С.М. Про обчислення інсоляції приміщень. *Механіка та математичні методи.* 2024. 6(2). С. 175–184.

References

1. Budinky i sporudy. Nastanova z rozrahunku insolyatsii ob"ektiv tsyvil'nogo pryznachennya. [Guidelines for calculating insolation of civil facilities]. (2010). DSTU N B V.2.2-27:2010. [Data vvedeniya 2011-01-01] / Minregionbud Ukrainy. K.: Ukrarhbudinform. (Derzhavnyj standart Ukrainy) [in Ukrainian].
2. Sanitarnyye normy i pravila obespecheniya insolyatsiyey zhilyh i obshchestvennyh zdaniy i territorij zhiloy zastrojki. [Sanitary norms and rules for ensuring insolation of residential and public buildings and residential areas]. (1982). SN 2605-82. [Vvedeny v dejstviye so 2 iyulya 1982 g.] M.: Minzdrav SSSR. (Derzhavnye sanitarnyye normy Ukrainy) [in Ukrainian].
3. Zhytlovi budynky. Osnovni polozhennya. [Residential buildings. Basic provisions]. (2005). DBN V.2.2. -15-2005. [Data vvedeniya 2006-01-01]/Derzhbud Ukrainy. K.: Ukrarhbudinform. (Derzhavni budivelni normy Ukrainy) [in Ukrainian].
4. Jacobs, A. (2014). Getting the measure of daylight – the climate sceptic, *Light. Journ.*, 15–17 [in English].

5. Tregenza, P. (2014). Opinion: climate-based daylight modelling or daylight factor? *Light. Res. Technol.*, 46 (6), 601–618 [in English].
6. Tregenza, P., & Mardaljevic, J. (2018). Daylighting buildings: standards and the needs of the designer. *Light. Res. Technol.*, 50 (1), 63–79 [in English].
7. Mardaljevic, J. (2013). Rethinking daylighting and compliance. *J. Sustain. Des. Appl. Res.*, 1(3), Article 1 [in English].
8. Boubekri, M. (2008). *Daylighting, Architecture and Health: Building Design Strategies*, first ed. *Architectural Press*, Oxford [in English].
9. Bournas, I. (2021). Swedish daylight regulation throughout the 20th century and considerations regarding current assessment methods for residential spaces. *Building and Environment*, 191(6). Retrieved from: <https://www.researchgate.net/publication/348572775> [in English].
10. Marsh, R. (2017). On the modern history of passive solar architecture: exploring the paradox of Nordic environmental design. *J. Architect.*, 22 (2), 225–251 [in English].
11. Dufton, A.F. (1946). *Protractors for the Computation of Daylight Factors*, London, UK [in English].
12. Chatzipoulka, C., Compagnon, R., & Nikolopoulou, M. (2016). Urban geometry and solar availability on façades and ground of real urban forms: using London as a case study. *Sol. Energy*, 138, 53–66 [in English].
13. Reinhart, C.F., Mardaljevic, J., & Rogers, Z. (2006). Dynamic daylight performance metrics for sustainable building design. *Leukos*, 3 (1), 7–31 [in English].
14. SSI-CEN. SS-EN 17037:2018+A1:2021 Daylight in buildings. European Committee for Standardization (CEN). 2021 [in English].
15. Patrashku, E.V., & Kolesnyk, S.M. (2024). Pro obchislennia insoljatsii prymishen [On calculating the insolation of indoor spaces]. *Mechanics and mathematical methods*, 6 (2), 175–184 [in Ukrainian].

Патрашку Євген Вікторович – аспірант кафедри вищої математики Одеської державної академії архітектури та будівництва. E-mail: patrashku07@gmail.com, ORCID: 0009-0008-4802-2889.

Кіосак Володимир Анатолійович – д.ф.-м.н., професор кафедри вищої математики Одеської державної академії архітектури та будівництва. E-mail: kiosakv@ukr.net, ORCID: 0000-0002-7433-6709.

Patrashku Yevhen Viktorovych – Postgraduate Student at the Department of Higher Mathematics of the Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture. E-mail: patrashku07@gmail.com, ORCID: 0009-0008-4802-2889.

Kiosak Volodymyr Anatoliiovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Higher Mathematics of the Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture. E-mail: kiosakv@ukr.net, ORCID: 0000-0002-7433-6709.

UDC 004.94: 616-71

M.R. PETRYK, D.S. BISHCHAK, M.V. BACHYNSKYI,
V.M. BREVUS, V.M. CHYZH, D.M. MYKHALYK
Ternopil Ivan Puluj National Technical University

ANALYSIS OF INVOLUNTARY MOVEMENTS OF PATIENTS WITH TREMOR SYMPTOMS UNDER THE INFLUENCE OF COGNITIVE INFLUENCES

This study introduces a cutting-edge digital approach to analyzing the relationship between involuntary movements and brain activity in patients with neurological disorders associated with tremor, such as Parkinson's disease. The research was conducted on real patients, offering a practical perspective on how cognitive influences impact motor control and brain function. To achieve this, patients were asked to draw spirals on a Huion KAMVAS Pro 16 graphics tablet, a device equipped with a touch-sensitive screen and stylus, allowing for precise tracking of movement. Simultaneously, their brain activity was monitored using the NEUROCOM EEG system, with electrodes positioned on the posterior region of the head—an area strongly involved in motor coordination. This dual setup ensured synchronized data collection of motor performance and neural dynamics.

The primary goal of the study was to uncover connections between involuntary movements, observed as tremor-induced irregularities in the spiral drawings, and specific patterns of brain activity recorded through EEG. By comparing the data collected in medicated and unmedicated states, significant variations in tremor severity and brain function were identified. Key regions of the brain involved in motor regulation were identified, shedding light on the mechanisms that underlie tremor development and its modulation under different conditions.

This approach offers a groundbreaking perspective on the diagnosis and treatment of tremor-related conditions. Unlike traditional methods, which often rely on subjective assessments and are limited in capturing real-time neural activity, this method provides a more objective and detailed analysis of motor impairments. By integrating precise movement data from the graphics tablet with neurophysiological signals from EEG, the study demonstrates the potential for creating more effective, personalized treatment strategies for conditions like Parkinson's disease. The findings open new avenues for leveraging digital tools in clinical research, enabling a deeper understanding of how motor and cognitive processes interact in patients with tremor symptoms.

Key words: tremor; EEG, cognitive influences, motor control, graphics tablet, essential tremor, Parkinson's disease.

М.Р. ПЕТРИК, Д.С. БИЩАК, М.В. БАЧИНСЬКИЙ,
В.М. БРЕВУС, В.М. ЧИЖ, Д.М. МИХАЛИК
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

АНАЛІЗ МИМОВІЛЬНИХ РУХІВ ПАЦІЄНТІВ ІЗ СИМПТОМАМИ ТРЕМОРУ ПІД ВПЛИВОМ КОГНІТИВНИХ ВПЛИВІВ

У дослідженні представлено сучасний цифровий підхід до аналізу взаємозв'язку між мимовільними рухами та активністю мозку в пацієнтів із неврологічними розладами, пов'язаними з тремором, як-от хвороба Паркінсона. Дослідження проводилося на реальних пацієнтах, що забезпечує практичний погляд на те, як когнітивні впливи діють на моторний контроль і функцію мозку. Пацієнтам пропонувалося малювати спіралі на графічному планшеті Huion KAMVAS Pro 16, обладнаному сенсорним екраном і стилусом для точного відстеження рухів. Водночас їх мозкову активність реєстрували за допомогою системи NEUROCOM EEG із розташуванням електродів у задній частині голови – ділянці, тісно пов'язаної з моторною координацією. Такий підхід забезпечив синхронізований збір даних про моторну діяльність та нейродинаміку.

Основна мета дослідження – виявити взаємозв'язки між мимовільними рухами, що проявлялися як порушення в малюнку спіралі, спричинені тремором, і специфічними патернами мозкової активності, зафіксованими на ЕЕГ. Порівнюючи дані пацієнтів у стані приймання медикаментів та без них, дало змогу виявити значні відмінності в тяжкості тремору та функції мозку. Визначено ключові ділянки мозку, залучені до регуляції моторики, що допомогло глибше зрозуміти механізми розвитку тремору та його модифікації за різних умов.

Цей підхід пропонує революційний погляд на діагностику та лікування станів, пов'язаних із тремором. На відміну від традиційних методів, які часто базуються на суб'єктивних оцінках і мають обмеження в реєстрації нейронної активності в реальному часі, цей метод надає більш об'єктивний і детальний аналіз моторних порушень. Інтеграція точних даних про рухи, отриманих із графічного планшета, та нейрофізіологічних сигналів з ЕЕГ демонструє потенціал для створення ефективніших і персоналізованих стратегій лікування таких станів, як хвороба Паркінсона. Отримані результати створюють нові перспективи для використання цифрових

інструментів у клінічних дослідженнях, сприяючи глибшому розумінню взаємодії моторних і когнітивних процесів у пацієнтів із симптомами тремору.

Ключові слова: тремор, ЕЕГ, когнітивні впливи, контроль рухів, графічний планшет, есенціальний тремор, хвороба Паркінсона.

Introduction

Parkinson's disease (PD) is one of the most prevalent neurodegenerative disorders, affecting millions of individuals worldwide [2]. It is characterized by motor symptoms such as tremor, bradykinesia, rigidity, and postural instability, significantly impairing quality of life. Among these, tremor is one of the most prominent and disruptive symptoms, often resistant to conventional medication and challenging to manage effectively. Similarly, other neurological conditions such as Essential Tremor and various movement disorders also present with tremor, further complicating diagnosis and treatment.

Understanding the neurophysiological mechanisms underlying tremor is crucial for developing effective interventions. Recent advances in non-invasive techniques, such as electroencephalography (EEG), provide valuable insights into the brain's activity during motor tasks and have shown promise in assessing tremor characteristics. The integration of EEG with precise motor recording tools, like graphics tablets, allows researchers to capture real-time data on how the brain and motor systems interact in patients with tremor [1].

This study aims to explore the relationship between limb tremor and brain activity by synchronizing EEG data with motor performance during a controlled drawing task. By investigating how cognitive influences and medication impact tremor severity and neural activity, this research seeks to improve our understanding of tremor dynamics and support the development of more targeted and effective treatment strategies for patients with movement disorders.

Analysis of Research on the Problem of Involuntary Movement Disorders

Emerging information technologies and advanced modeling methods have significantly enhanced the development of computerized diagnostic systems, addressing critical health challenges worldwide. These advancements are particularly impactful for neurological conditions characterized by involuntary movement disorders (IMD), such as tremors and severe forms associated with diseases like Alzheimer's and Parkinson's. IMDs refer to involuntary oscillatory movements of specific body parts (e.g., hands, speech organs, or eyes) caused by involuntary muscle contractions. Key indicators of motor regulation disorders include increased movement amplitude, altered frequency, and irregular oscillation patterns.

Analyzing these parameters is crucial for understanding how feedback dysfunction in the neural nodes of the cerebral cortex influences cognitive motor control and for early detection of neuromotor disorders. However, identifying IMDs remains challenging due to the limitations of existing diagnostic methods, which suffer from low accuracy and a lack of mathematical and software tools to model the feedback effects of cortical neural nodes on movement behavior.

Numerous studies, including those by researchers such as Legrand A.P., Vidailhet M. (ESPCI Paris Tech, ICEM CNRS), Wang J.-S., Louis E., Haubenberger D., and Kalowitz D., have focused on analyzing patient behavior and movement parameters. Most of these studies employed traditional digital signal processing techniques, such as Fourier transforms, to evaluate patient conditions relative to normal baselines. However, these classical approaches are now considered inadequate for analyzing complex, unpredictable movement patterns often observed in patients with severe tremors. Such methods fail to capture a significant portion of critical information about the patient's condition, leading to reduced diagnostic quality and limited insights into real-world scenarios.

Research Objective

The objective of this study is to develop a hybrid analytical model capable of accurately identifying and analyzing involuntary movement disorders (IMD) by leveraging advanced digital and neurophysiological data integration. The approach focuses on capturing and modeling the intricate relationship between cognitive feedback signals from the cerebral cortex and motor trajectories.

This research utilized fragments of spiral-type trajectories generated by patients (referred to as T-objects) using an electronic pen on an interactive graphics tablet. The captured motor data was combined with synchronized EEG signals recorded from cortical regions responsible for motor control. A hybrid ANM model was employed to decompose the movement trajectories into segments, allowing the identification of parameters associated with cognitive feedback effects reflected in the EEG signal vector.

The goal of this model is to achieve detailed decomposition of the system while preserving its integrity and interconnections—something that traditional signal processing methods fail to accomplish effectively. Classical approaches often lead to the loss of a significant portion of critical data, limiting diagnostic accuracy and insights into the patient's real condition.

To enhance the model's performance, machine learning techniques are incorporated to refine the weight coefficients of cognitive feedback signals recorded during the spiral trajectory test. This ensures more accurate mapping of neural influences on motor behavior, enabling precise characterization of the patient's condition and providing a foundation for improving diagnosis and treatment of neurological disorders involving involuntary movements.

Development Methodology

The proposed methodology for digital diagnostics of involuntary movement disorders (IMD) leverages advanced information technology to integrate motor performance tracking with neurophysiological data. The system continuously monitors the position of the patient's hand using an interactive, high-resolution tablet paired with an electronic pen. Simultaneously, it records cognitive neuro signals from specific regions of the cerebral cortex, which are responsible for generating and modulating oscillatory movements. These signals are captured via sensors embedded in a specialized EEG helmet worn by the patient during the test.

During the diagnostic process, patients trace predefined test trajectories, such as spirals, on the tablet. The system synchronizes the electronic pen's position and pressure data with real-time readings from the cortical neuro nodes, ensuring precise alignment between motor actions and cognitive activity. All collected data is stored in a digital format for subsequent analysis.

To interpret this data, a hybrid analytical framework combining Fourier-based wave signal analysis and advanced computational techniques is employed. This model decomposes the recorded signals to identify the interplay between involuntary motor disturbances (IMDs) and the cognitive influences from the cerebral cortex. The approach enables a detailed examination of movement irregularities and their underlying neurophysiological causes, providing insights that are unattainable through traditional diagnostic methods.

This methodology, described in greater detail in our subsequent works, highlights the potential of combining high-resolution motion capture with neuro-cognitive feedback analysis for improved diagnosis and treatment of disorders characterized by abnormal motor and cognitive interactions. By integrating these technologies, the system achieves a robust, synchronized platform for analyzing complex neurological phenomena.

Hardware Overview. Movement Data Collection Using a Graphics Tablet

For the quantitative assessment of patient movement, the Huion KAMVAS Pro 16 graphics tablet was used, which captures the position and pressure of the stylus in real-time throughout the experiment. While typically used for artistic purposes, this tablet was adapted with custom software

to record the X and Y coordinates as a function of time. The tablet provides high precision, with data accuracy and frequency dependent on the tablet's specifications, making it suitable for detailed movement analysis.



Fig. 1. Huion KAMVAS Pro 16 graphics tablet

NeuroCom Electroencephalography System by KHAI-MEDYKA

The study employed the NEUROCOM computer electroencephalography (EEG) system, developed by KHAI-MEDYKA, to record brain signals [6]. This fifth-generation EEG system is designed for detailed analysis and interpretation of EEG signals, including evoked potentials, which are essential for scientific research.



Fig. 2. The data collection process from the NeuroCom electroencephalography complex



Fig. 3. Demonstration of using research hardware

The system includes a 16-channel electrode helmet that transmits EEG data to a personal computer in real-time. Data is collected at a frequency of 500 Hz (2 ms intervals) and processed through specialized software. The EEG signals are conditioned and post-processed on the PC, with the data stored in both raw text and visual formats for further analysis.

Methods and Participants

The study included five anonymized patients diagnosed with various neurological conditions characterized by tremor. Each participant completed the experimental task involving spiral drawing under different conditions, resulting in a total of 18 trials across all participants. One patient was tested twice in two separate sessions to assess the effect of medication on tremor, providing six trials in total.

1. Patient A (Female, Age 50–60):

- **Diagnosis:** Parkinson's Disease, Stage 3 (Hoehn and Yahr scale), with moderate akinetic syndromes and severe limb tremor.

- **Session Details:** This patient performed three trials in the morning after taking medication and three additional trials in the afternoon, once the medication's effects had diminished, showing pronounced tremor. This allowed for comparative analysis under medicated and unmedicated states.

2. Patient B (Female, Age 70±80):

- **Diagnosis:** Parkinson's Disease, Stage 2 (Hoehn and Yahr scale), with moderate akinetic syndromes and mild tremor in the right limbs.

- **Session Details:** The patient completed three trials without complications, with mild tremor symptoms observed during the tasks.

3. Patient C (Male, Age 70±80):

- **Diagnosis:** Parkinson's Disease, Stage 3 (Hoehn and Yahr scale), with moderate akinetic syndromes and pronounced limb tremor.

- **Session Details:** The patient had vision difficulties, which impacted his ability to draw a precise spiral. For this patient, the analysis focused on movement patterns rather than strict adherence to the spiral shape.

4. Patient D (Male, Age 30–40):

- **Diagnosis:** Extrapyrarnidal tremor of unspecified origin.

- **Session Details:** The patient completed the task three times, showing tremor characteristics associated with non-specific extrapyramidal disorders, possibly influenced by work-related stress and digestive issues.

5. Patient E (Female, Age 50–60):

- **Diagnosis:** Sequelae of meningoencephalitis with choreiform hyperkinesia of the right arm.

- **Session Details:** The patient also had vision problems, which affected her ability to follow the spiral pattern. The analysis concentrated on movement irregularities linked to her neurological condition.

Experimental Procedure

Participants performed a spiral drawing task on a Huion KAMVAS Pro 16 graphics tablet, which recorded their hand movements in real-time. Each participant performed the task three times per session, except for Patient A, who completed two sessions, resulting in six trials.

Data Acquisition

1. Graphics Tablet Data:

- The graphics tablet captured detailed movement data, including the trajectory, speed, and deviations from the intended path, allowing for an in-depth analysis of tremor characteristics.

2. EEG Recording:

- EEG data were collected using the NEUROCOM system with 16 electrodes placed on the occipital and parietal lobes, areas known for their involvement in motor control and sensory processing. Two additional electrodes (reference and ground) were positioned near the ears to stabilize and reduce noise in the signal.

Synchronization and Data Collection

Both the graphics tablet and EEG data were synchronized using shared timestamps, enabling precise temporal analysis of the relationship between observed motor tremor and neural activity.

Ethical Considerations

Patient privacy and confidentiality were strictly maintained, with all data anonymized and securely handled as part of routine assessments. No personal or identifying information was disclosed, ensuring full compliance with ethical standards.

EEG Recording and Preprocessing

- **EEG System and Setup:** Description of the NEUROCOM EEG system, electrode placement focusing on the occipital and parietal lobes, and the role of REF and GND electrodes near the ears.

- **Electrode Placement Rationale:** Explanation of the posterior brain regions' involvement in motor control, referencing existing literature.

- **Data Synchronization:** Details on synchronizing EEG and graphics tablet data using shared timestamps for accurate temporal analysis.

Hybrid Model for Analyzing Involuntary Movement Disorders with Cognitive Neurofeedback

This hybrid model analyzes involuntary movement disorders (IMD) by segmenting hand movements based on wave signal propagation. The system captures hand trajectories via an electronic pen drawing an Archimedean spiral on an interactive tablet. Deviations from the template provide data on the patient's neurological condition. The complex pen movement is broken into smaller segments, allowing for detailed analysis of IMD. Cognitive neurofeedback from the cerebral cortex (CC) is integrated through EEG signals, which are synchronized with the pen's movement [10]. This model offers quantitative insights into the amplitude and frequency of IMD, and the segmentation process can be adjusted based on the complexity of the movement.

Digital Analysis of IMD Limb Movement Trajectories

It represents a model-based approach formulated in matrix form, which calculates the position of an electronic pen on an interactive tablet. The matrix expressions enable efficient computation, including parallel processing of data.

The experimental setup used for capturing EEG signals and involuntary movement during a drawing task. Participants trace a spiral pattern on a graphics tablet/monitor using a stylus, while EEG signals are recorded via electrodes attached to their scalp. The system synchronizes the motor data with the EEG signals, allowing the extraction of features related to motor control and cognitive feedback mechanisms.

$$\begin{bmatrix} u_1(t_1, l_1) \\ u_2(t_2, l_2) \\ \dots \\ u_j(t_j, l_j) \\ \dots \\ u_{n+1}(t_{n+1}, l_{n+1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}(t_1, l_1, l_1) \\ \Gamma_{21}(t_1, l_2, l_1) & \Gamma_{22}(t_2, l_2, l_2) \\ \dots \\ \Gamma_{j1}(t_1, l_j, l_1) & \Gamma_{j2}(t_2, l_j, l_2) & \dots & \Gamma_{jj}(t_j, l_j, l_j) \\ \dots \\ \Gamma_{n+1,1}(t_1, l_{n+1}, l_1) & \Gamma_{n+1,2}(t_2, l_{n+1}, l_2) \bar{S}(t_2) & \dots & \Gamma_{n+1,j}(t_j, l_{n+1}, l_j) & \dots \\ \Gamma_{n+1,n+1}(t_{n+1}, l_{n+1}, l_{n+1}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

$$\begin{bmatrix} S_{1_1}(t_1) & S_{2_1}(t_1) & \dots & S_{m_1}(t_1) \\ S_{1_2}(t_2) & S_{2_2}(t_2) & \dots & S_{m_2}(t_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{1_j}(t_j) & S_{2_j}(t_j) & \dots & S_{m_j}(t_j) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{1_{n+1}}(t_{n+1}) & S_{2_{n+1}}(t_{n+1}) & \dots & S_{m_{n+1}}(t_{n+1}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \dots \\ \alpha_i \\ \dots \\ \alpha_m \end{bmatrix}$$

Range of matrices and vectors used in the model.

Vector of Amplitude Deviations: Represents the deviation of IMD movements from standard trajectories (e.g., Archimedean spirals): $[u_j(t_j, l_j)]$, $j = \overline{1, n+1}$. The vector captures geometric coordinates along the trajectory at specific time intervals, segmenting the IMD path into elementary motion components. l_j , t_j – the geometric coordinate along the movement trajectory aligns with the Archimedean spiral’s linear transformation. Its position depends on the elapsed time associated with the trajectory. The variable j acts as an index that identifies the sequence of elementary segments within the IMD trajectory. Additionally, n indicates the total number of division points along the IMD trajectory, breaking it into simpler, smaller motion segments.

Feedback Impact Matrix: Quantifies how cognitive signals influence individual IMD trajectory segments. It is calculated as follows:

$$[\Gamma_{ji}(t_i, l_j, l_i)] = \sum_{m=1}^{\infty} \left[\left(1 - \cos\left(\frac{\beta_m t_i}{b_i}\right) \right) / (\beta_m / b_i)^2 V_j(l_j, \beta_m) \bar{V}_i(\beta_m) / |V(l_j, \beta_m)|^2 \right],_{j,i=\overline{1,n+1}} \tag{2}$$

Here, b_i represents the amplitude characteristic for the i -th segment of the IMD trajectory, β_m , $m = \overline{0, \infty}$ corresponds to the components of the spectral hybrid Fourier function, and the associated set of spectral values.

Cognitive Signal Matrix: Contains the values of signals collected from sensors positioned on neural nodes of the cerebral cortex via an EEG helmet.

The matrix links the signals to specific segments of the IMD trajectory, enabling detailed feedback analysis: $\left[s_{ij}(t_j) \right]$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n+1}$.

Adaptive Coefficient Vector: Represents the influence of cognitive signals from each EEG sensor on IMD movement elements. These coefficients are calculated using an algorithm described in the subsequent matrix formulation: $\left[\alpha_i \right]$, $i = \overline{1, m}$.

Analytical Solution

Through matrix computations, an analytical vector solution is derived, establishing a direct relationship between amplitude deviations in IMD and the cognitive signal values over time. The model incorporates both immediate sensor readings and residual effects of prior signal states, offering a dynamic view of cognitive feedback on motor performance.

$$\begin{bmatrix} u_1(t_1, l_1) \\ u_2(t_2, l_2) \\ \dots \\ u_j(t_j, l_j) \\ \dots \\ u_m(t_m, l_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m \alpha_i \Gamma_{1i}(t_1, l_1, l_1) S_i(t_1) \\ \sum_{i=1}^m \alpha_i \left(\Gamma_{21}(t_1, l_2, l_1) S_i(t_1) + \Gamma_{22}(t_2, l_2, l_2) S_i(t_2) \right) \\ \dots \\ \sum_{i=1}^m \alpha_i \left(\Gamma_{j1}(t_1, l_j, l_1) \cdot S_i(t_1) + \Gamma_{j2}(t_2, l_j, l_2) \cdot S_i(t_2) + \dots + \Gamma_{jj}(t_j, l_j, l_j) \cdot S_i(t_j) \right) \\ \dots \\ \sum_{i=1}^m \alpha_i \left(\Gamma_{m1}(t_1, l_m, l_1) S_i(t_1) + \Gamma_{m2}(t_2, l_m, l_2) S_i(t_2) + \dots + \Gamma_{mj}(t_j, l_m, l_j) S_i(t_j) + \dots \right. \\ \left. + \Gamma_{mm}(t_m, l_m, l_m) S_i(t_m) \right) \end{bmatrix} \quad (3)$$

This dependency enables precise tracking of feedback effects from EEG sensor data on each segment of the IMD trajectory, considering real-time values and cumulative aftereffects. Such a detailed analytical framework significantly enhances the understanding of cognitive-motor interactions and provides a robust basis for evaluating neurological disorders.

Impact of Medication on Tremor Control: A Comparative Analysis of Spiral Drawings

The comparison between the medicated and unmedicated spirals reveals a notable difference in motor control. In the medicated state, the spiral appears smoother, with fewer deviations from the intended path, indicating improved coordination and reduced tremor. The unmedicated spiral, however, exhibits significant irregularities, with sharp oscillations and tremor-related disruptions. These visible tremor patterns highlight the lack of motor stability when medication is not administered. This comparison underscores the role of medication in managing neurological conditions by providing patients with better control over involuntary movements, significantly enhancing their ability to perform precise tasks.

Figure 4 shows the results of two computer testing sessions for a patient diagnosed with Parkinson's disease, Stage 3 according to the Hoehn and Yahr scale, conducted after taking the prescribed dose of medication. As seen in the figure, the trajectory of the patient's hand movement with the electronic pen on the graphics tablet is relatively stable, reflecting a calmer state of the patient. These results indicate minimal tremor during the two drawing attempts, which corresponds to a controlled motor state due to the lasting effects of the medication. The deviation analysis of the patient's hand movement for these two attempts is shown in Figure 6.

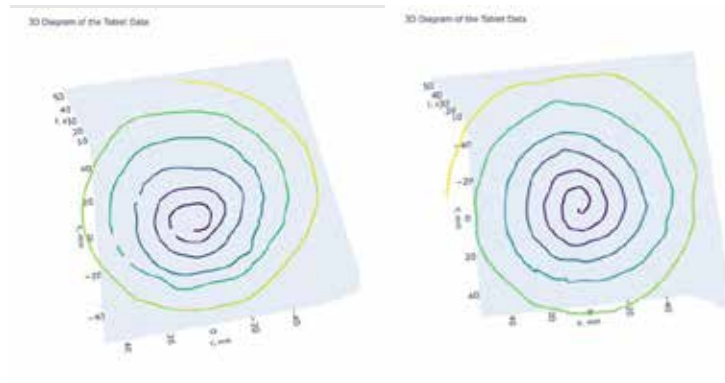


Fig. 4. Spiral Drawings. Patient A with medication (attempts 2 and 3)

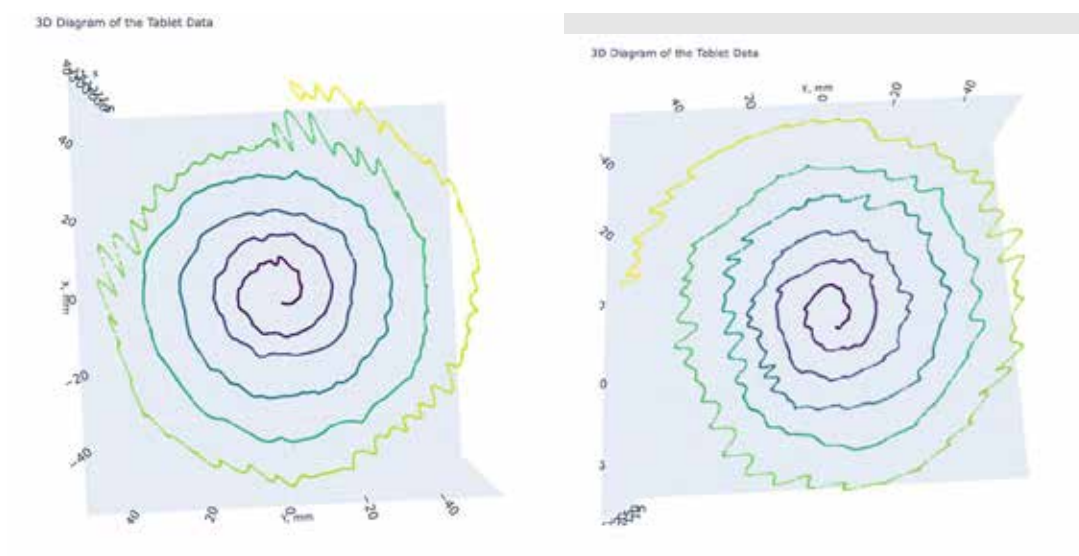


Fig. 5. Spiral Drawings. Patient A without medication (attempts 5 and 6)

Figure 5 presents the results of the next two computer testing attempts conducted by the same patient, a few hours after the initial session. By this time, the medication's effects had worn off, resulting in a noticeable increase in tremor severity. As shown in Figure 5, the trajectory of the hand movement with the electronic pen on the graphics tablet initially exhibits minor tremors, which intensify as the movement progresses. This increase in tremor is likely due to the patient's agitated state. The worsening tremor highlights the reduced motor control as the medication's effects diminished. A detailed analysis of the deviations in the patient's hand movement trajectories for both attempts is provided in Figure 7.

Figure 6 illustrates the measured R values and the Gaussian filter-based fitting of the R data for Patient A under the influence of medication (attempts 2 and 3). The plot displays two curves: the raw measured R values, which represent the radial distance from the center of the spiral as a function of the angle θ , and the smoothed R values obtained using a Gaussian filter. The smoothing process helps reduce noise in the data, providing a clearer representation of the underlying movement pattern. The smoother curve highlights the overall trajectory of the hand movement with reduced tremor, reflecting the patient's improved motor control under medication. The comparison between the raw and fitted curves offers insight into the consistency of the hand movements and the effectiveness of the smoothing technique.

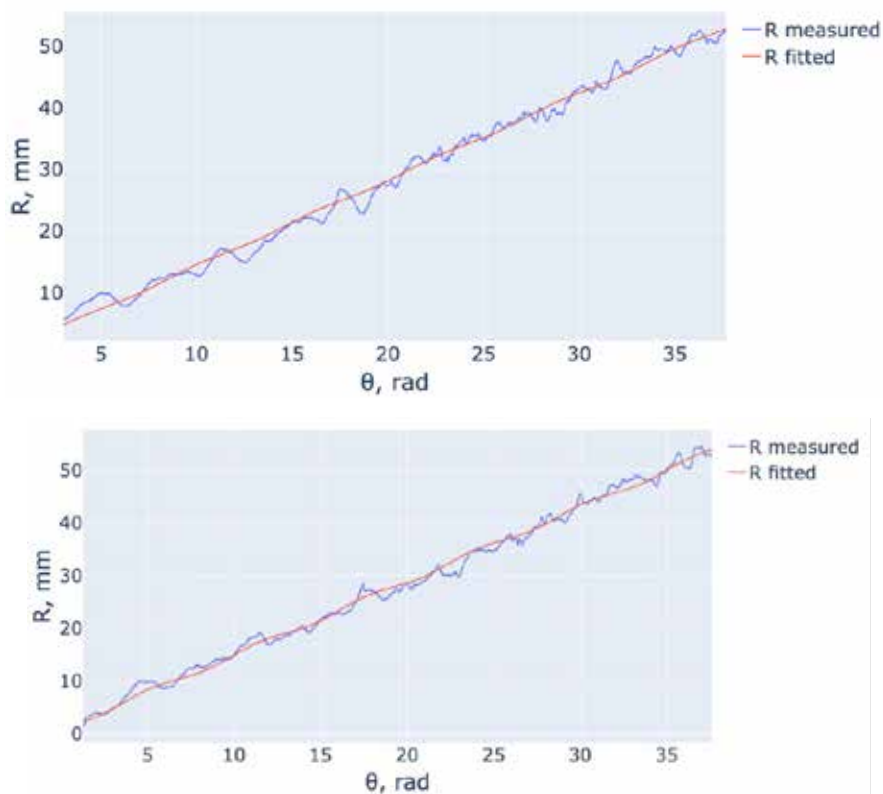


Fig. 6. Measured R values and Gaussian filter-based fitting of R data. Patient A with medication (attempts 2 and 3)

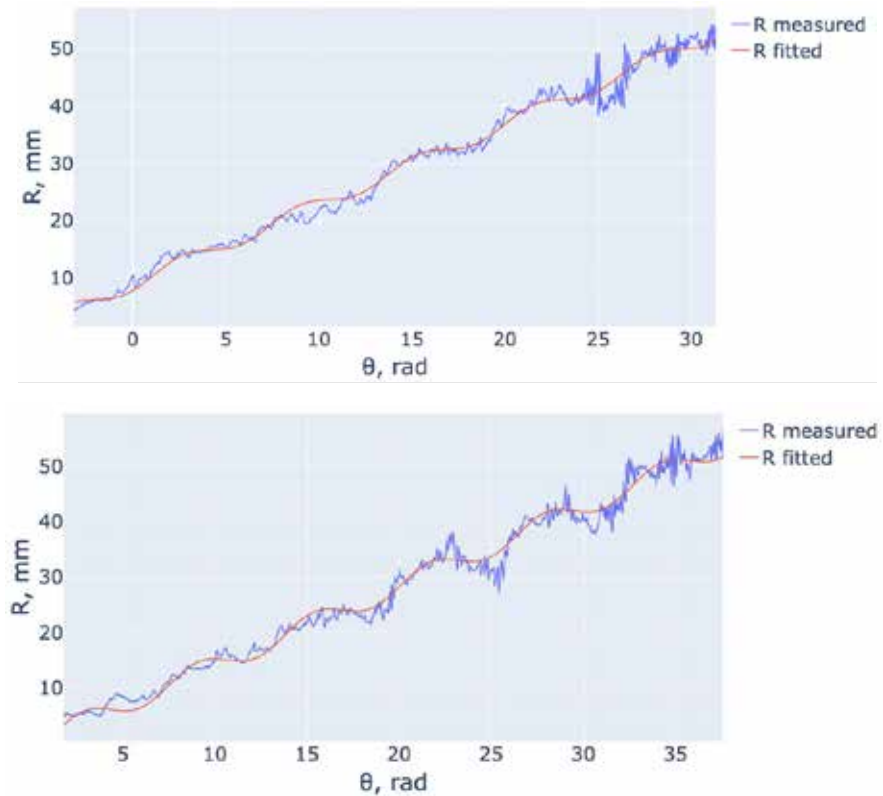


Fig. 7. Measured R values and Gaussian filter-based fitting of R data. Patient A without medication (attempts 5 and 6)

Figure 7 shows the measured R values and the Gaussian filter-based fitting of the R data for Patient A without medication (attempts 5 and 6). The plot features two curves: the raw measured R values, representing the radial distance as a function of the angle θ , and the smoothed R values obtained using a Gaussian filter. In this case, the raw data exhibits more pronounced fluctuations, indicating increased tremor due to the absence of medication. The Gaussian-filtered curve smooths out some of these fluctuations, but the tremor's impact remains evident in the larger deviations from the ideal trajectory compared to the medicated state. This figure highlights the significant deterioration in motor control when medication is not administered.

Figure 8 shows the residual fluctuation $\Delta R = R_{measured} - R_{fitted}$ for Patient A with medication (attempts 2 and 3). It represents the difference between the raw and smoothed R values, highlighting remaining tremors or irregularities in hand movement. The x-axis shows time in seconds, and the y-axis shows ΔR in millimeters. The relatively small fluctuations indicate stable motor control with minimal tremor while the patient is on medication.

Figure 9 illustrates the residual fluctuation $\Delta R = R_{measured} - R_{fitted}$ for Patient A without medication (attempts 5 and 6). This shows the difference between the raw measured R values and the smoothed R values, highlighting the remaining tremors or irregularities in movement. The x-axis represents time in seconds, and the y-axis shows ΔR in millimeters. In contrast to the medicated state, the fluctuations here are much larger, indicating more pronounced tremor and less controlled hand movement without medication.

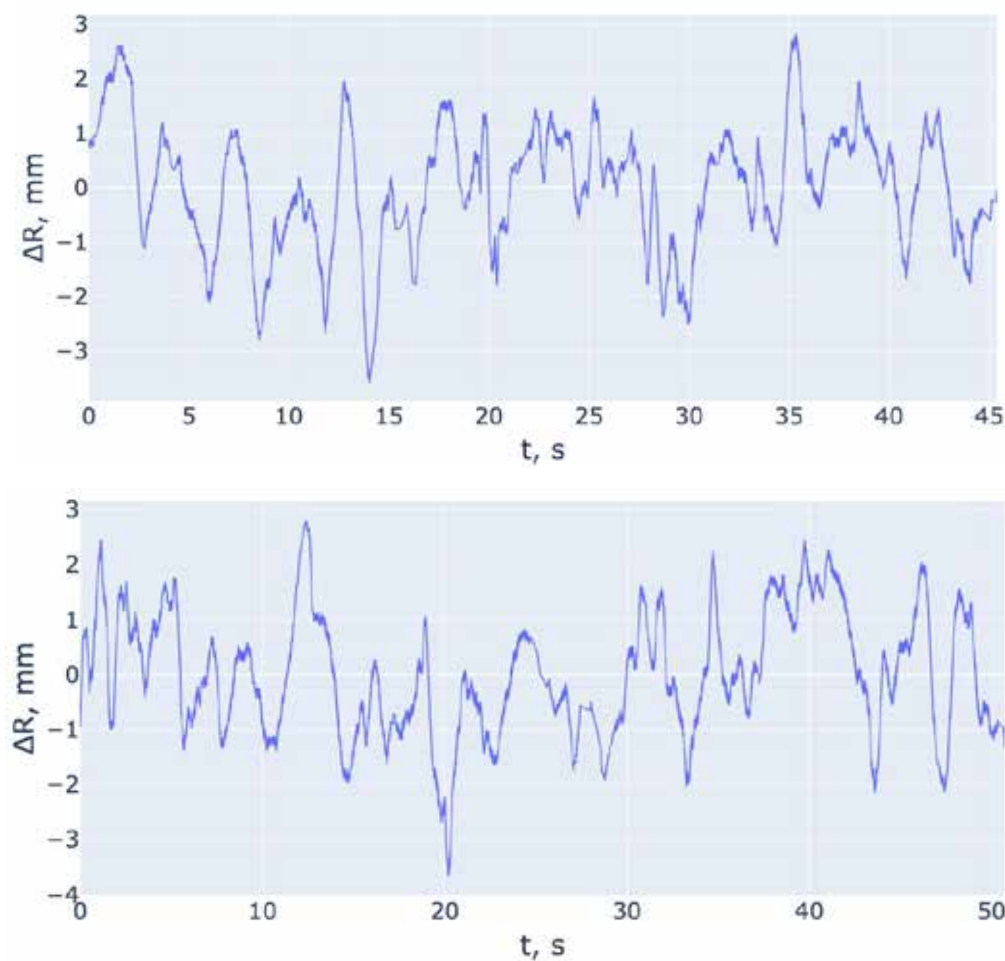


Fig. 8. Residual fluctuation $\Delta R = R_{measured} - R_{fitted}$. Patient A with medication (attempts 2 and 3)

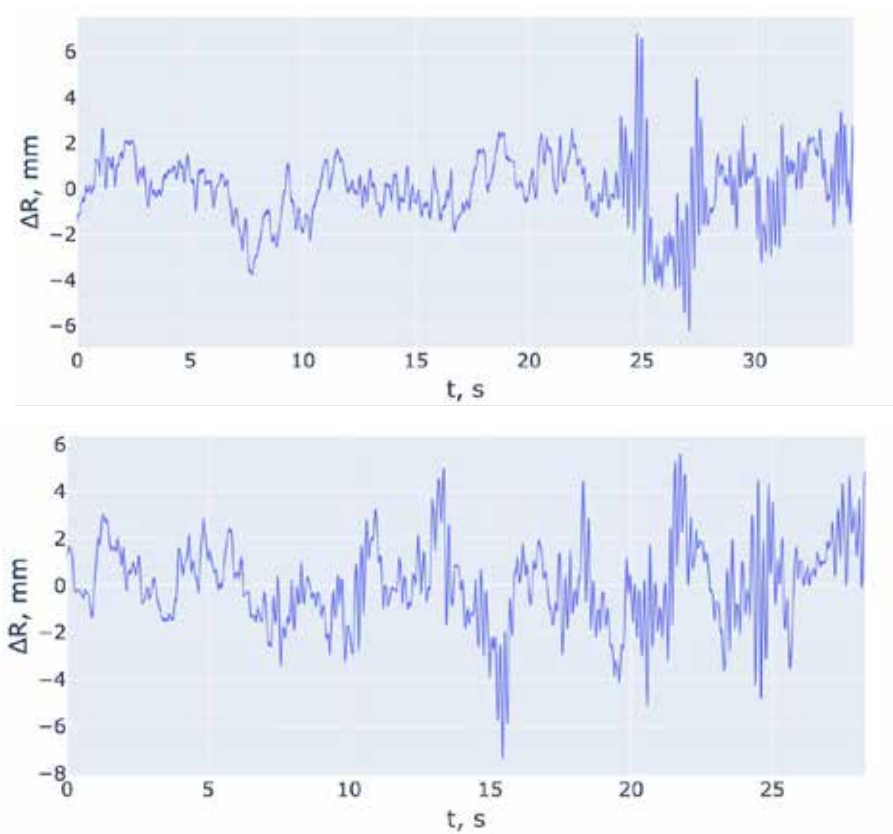


Fig. 9. Residual fluctuation $\Delta R = R$ measured – R fitted. Patient A without medication (attempts 5 and 6)

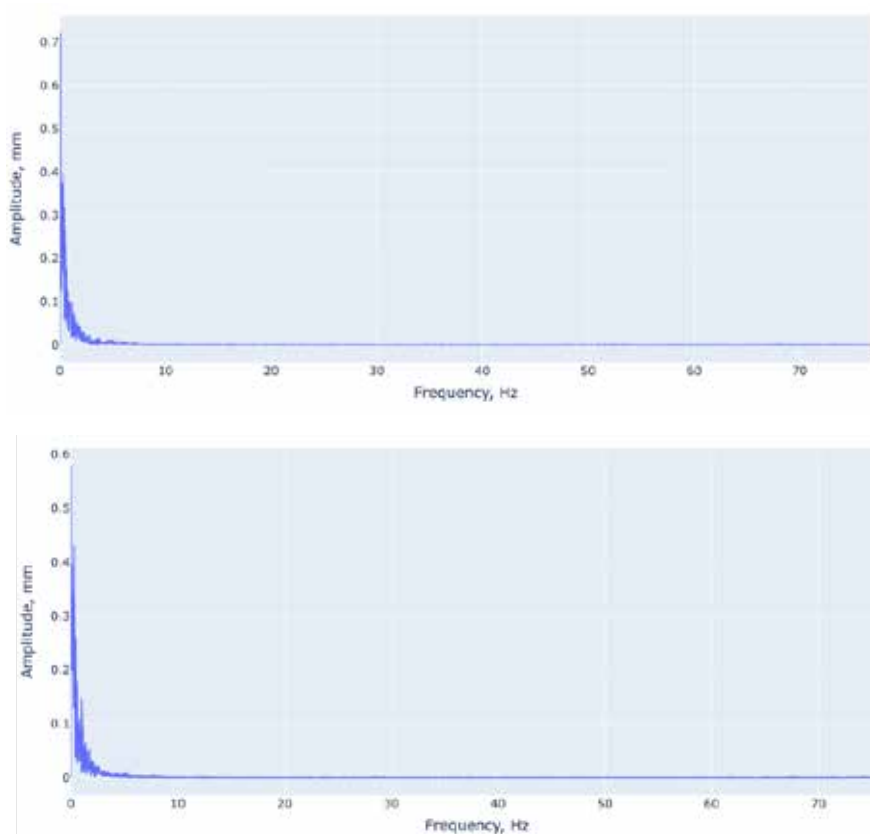


Fig. 10. Frequency decomposition. Patient A with medication (attempts 2 and 3)

Figure 10 displays the frequency decomposition for Patient A with medication (attempts 2 and 3). This plot shows the breakdown of the residual fluctuations ΔR into their frequency components using a Fourier transform. The x-axis represents the frequency in Hertz (Hz), and the y-axis shows the amplitude of the oscillations in millimeters. The graph highlights the dominant frequency components of the patient's tremor while on medication, offering insights into the specific frequency ranges where tremor activity is most prominent. The relatively lower amplitude values indicate reduced tremor intensity due to the medication's effect on motor control.

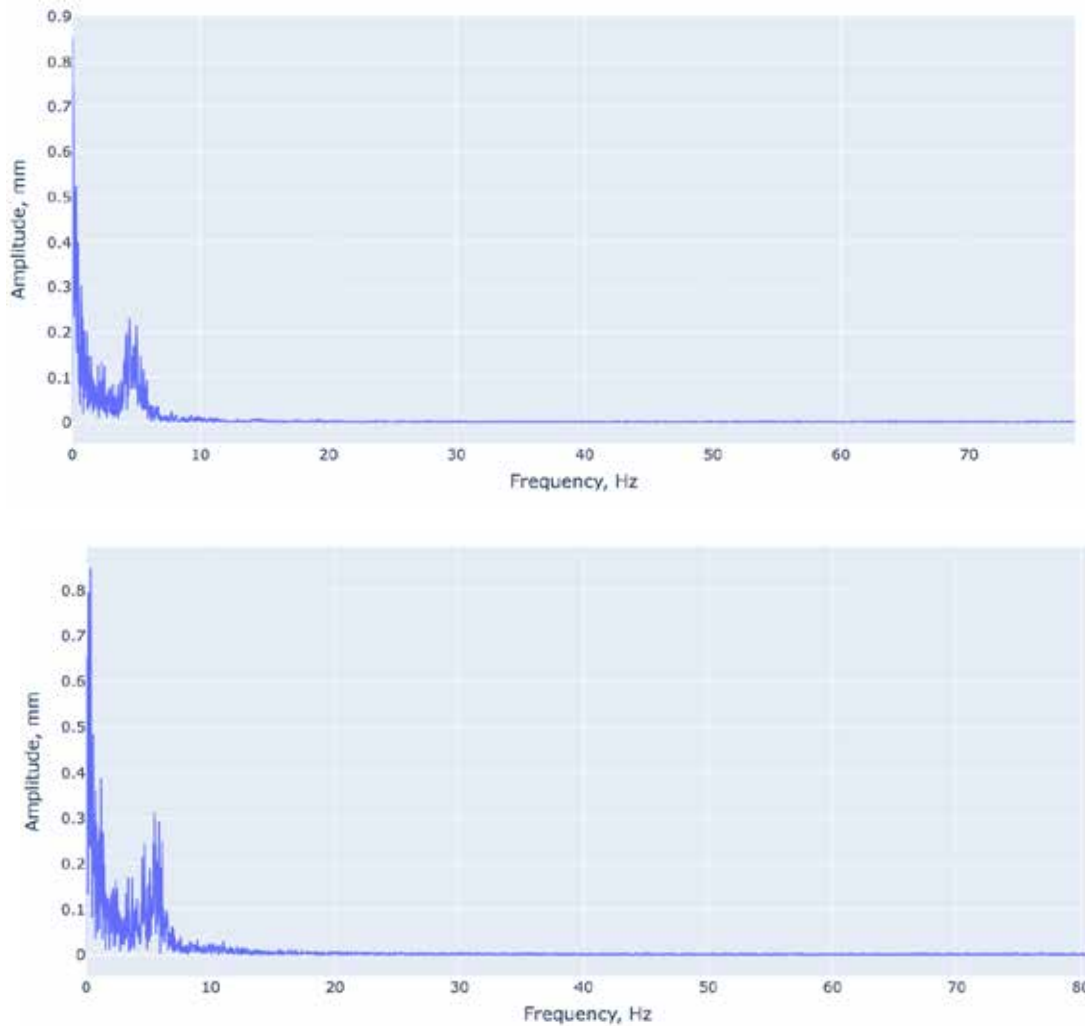


Fig. 11. Frequency decomposition. Patient A without medication (attempts 2 and 3)

Figure 11 presents the frequency decomposition for Patient A without medication (attempts 5 and 6). This plot breaks down the residual fluctuations ΔR into their frequency components using a Fourier transform. The x-axis represents frequency in Hertz (Hz), and the y-axis shows the amplitude of the oscillations in millimeters. In contrast to the medicated state, the amplitude values are significantly higher, indicating stronger tremor activity. The presence of pronounced peaks in certain frequency ranges reflects the increased severity of the patient's tremor when medication is not active.

The analysis of the spiral data involved calculating R values and fitting them using a Gaussian filter. The results show that under the influence of medication, the movement curve is smoother and more linear, indicating better motor control with minimal signs of tremor. In contrast, the unmedicated data shows significant fluctuations, which reflect the presence of tremor.

To further analyze the movement, we calculated the fluctuation and performed frequency decomposition. The results show a clear peak at 4–6 Hz in the unmedicated condition, which is typical for tremor. In the medicated state, this peak is significantly reduced or absent, indicating effective tremor suppression and improved motor control. The graphs highlight this difference, with higher amplitudes in the 4–6 Hz range for the unmedicated condition and much lower amplitudes under medication.

Conclusions

The study introduces an advanced information technology approach for evaluating neurological movements based on a hybrid model that integrates wave signal analysis with cognitive feedback from the cerebral cortex. This method provides a detailed vector analysis of spiral drawing movements performed with an electronic pen on a digital tablet, allowing for precise identification of movement trajectories and feedback mechanisms without the substantial information loss typically seen in traditional signal processing. The analysis revealed clear differences between the medicated and unmedicated states. Frequency decomposition showed a significant peak at 4–6 Hz in the unmedicated condition, indicating tremor activity, which was significantly reduced or absent with medication. This highlights the effectiveness of medication in reducing tremor and improving motor control.

Overall, this approach offers a more detailed understanding of the neurological mechanisms behind involuntary movements, particularly under the influence of cognitive feedback from the nervous system, enhancing diagnostic accuracy and informing more effective treatment strategies.

The hybrid model analyzes wave signals of involuntary movements influenced by cerebral cortex neural nodes, enabling precise, rapid diagnosis of neurological disorders from injuries. It identifies affected brain regions and guides effective treatment to restore neurological function.

Bibliography

1. Haubenberger D., Kalowitz D., Nahab F. B., Toro C., Ippolito D., Luckenbaugh D. A., Wittevrongel L., Hallett M. Validation of Digital Spiral Analysis as Outcome Parameter for Clinical Trials in Essential Tremor. *Movement Disorders*. 2011. Vol. 26. Issue 11. P. 2073–2080.
2. Electroencephalography complex NEUROKOM, NEUROLAB. Instructions for medical application AINC.941311.001 I1 U 33.1-02066769-001-2002.
3. Rajaraman V., Jack D., Adamovich S. V., Hening W., Sage J., Poizner H. A Novel Quantitative Method for 3D Measurement of Parkinsonian Tremor. *Clinical Neurophysiology*. 2000. Vol. 11. Issue 2. P. 187–369.
4. Wang J.-S., Chuang F.-C. An Accelerometer-Based Digital Pen with a Trajectory Recognition Algorithm for Handwritten Digit and Gesture Recognition. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. 2012. Vol. 59. Issue 7. P. 2998–3007. DOI: 10.1109/TIE.2011.2167895.
5. Xie H., Wang Z. Mean frequency derived via Huang-Hilbert transform with application to fatigue EMG signal analysis. *Comput Meth Progr Biomed*, 2006. 82. p. 114–20.
6. Louis E. D., Gillman A., Böschung S., Hess C. W., Yu Q., Pullman S. L. High width Variability during Spiral Drawing: Further Evidence of Cerebellar Dysfunction in Essential Tremor. *Cerebellum*. 2012. Vol. 11. Issue 4. P. 872–879. DOI: 10.1007/s12311-011-0352-4.
7. Legrand A.P., Rivals I., Richard A., Apartis E., Roze E., Vidailhet M., Meunier S., Hainque E. New insight in spiral drawing analysis methods – Application to action tremor quantification. *J Clinical Neurophysiology*. 2017. 128 (10), pp. 1823–1834.
8. Mudryk I., Petryk M. Hybrid artificial intelligence systems for complex neural network analysis of abnormal neurological movements with multiple cognitive signal nodes. 2020 IEEE Third International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP) : Conference, Lviv, 21-25 August 2020. P. 108–111.
9. Viviani P., Burkhard P.R., Chiuvé S.C., dell'Acqua C.C., Vindras P. Velocity control in Parkinson's disease: a quantitative analysis of isochrony in scribbling movements. *Exp Brain* 2009. 194. p. 259–283.

10. Khimich A.N., Petryk M.R., Mykhalyk D.N., Boyko I.V., Popov A.V., Sydoruk V.A. Methods for mathematical modeling and identification of complex processes and systems based on visoproductive computing (neuro- and nanoporous cyber-physical systems with feedback, models with sparse structure data, parallel computing). Monograph, Kiev: National Academy of Sciences of Ukraine. Glushkov Institute of Cybernetics. 2019. 176 p. ISBN: 978-966-02-9188-1.
11. Salarian A., Russmann H., Wider C., Burkhard P.R., Vingerhoets F.J., Aminian K. Quantification of tremor and bradykinesia in Parkinson's disease using a novel ambulatory monitoring system, *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, 2007. 54. Jg., Nr. 2, pp. 313–322.
12. Bhidayasiri R., Mari Z. Digital phenotyping in Parkinson's disease: Empowering neurologists for measurement-based care. *Parkinsonism Relat Disord*. 2020 Nov; 80. P. 35–40. DOI: 10.1016/j.parkreldis.2020.08.038.
13. Lo G., Suresh A. R., Stocco L., González-Valenzuela S., and Leung V. C. A wireless sensor system for motion analysis of Parkinson's disease patients, (PERCOM Workshops), 2011 IEEE International Conference on. IEEE, pp. 372–375.

References

1. Haubenberger, D., Kalowitz, D., Nahab, F. B, Toro, C., Ippolito, D., Luckenbaugh, D. A., Wittevrongel, L., & Hallett, M. (2011). Validation of Digital Spiral Analysis as Outcome Parameter for Clinical Trials in Essential Tremor. *Movement Disorders*. 26, 11, 2073–2080 [in English].
2. Electroencephalography complex NEUROKOM, NEUROLAB. Instructions for medical application AINC.941311.001 I1 U 33.1-02066769-001-2002 [in English].
3. Rajaraman, V., Jack, D., Adamovich, S. V., Hening, W., Sage, J., & Poizner, H. (2000). A Novel Quantitative Method for 3D Measurement of Parkinsonian Tremor. *Clinical Neurophysiology*, 11, 2, 187–369 [in English].
4. Wang, J.-S., & Chuang, F.-C. (2012). An Accelerometer-Based Digital Pen with a Trajectory Recognition Algorithm for Handwritten Digit and Gesture Recognition. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 59, 7, 2998–3007. DOI:10.1109/TIE.2011.2167895 [in English].
5. Xie, H., & Wang, Z. (2006). Mean frequency derived via Huang-Hilbert transform with application to fatigue EMG signal analysis. *Comput Meth Progr Biomed*; 82, 114–20 [in English].
6. Louis, E. D., Gillman, A., Böschung, S., Hess, C. W., Yu, Q., & Pullman, S. L. (2012). High width Variability during Spiral Drawing: Further Evidence of Cerebellar Dysfunction in Essential Tremor. *Cerebellum*. 11, 4, 872–879. DOI: 10.1007/s12311011-0352-4 [in English].
7. Legrand, A.P., Rivals, I., Richard, A., Apartis, E., Roze, E., Vidailhet, M., Meunier, S., & Hainque, E. (2017). New insight in spiral drawing analysis methods. Application to action tremor quantification. *J Clinical Neurophysiology*, 128 (10), 1823–1834 [in English].
8. Mudryk, I., & Petryk, M. (2020). Hybrid artificial intelligence systems for complex neural network analysis of abnormal neurological movements with multiple cognitive signal nodes. 2020 IEEE Third International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP) : Conference, Lviv, 21-25 August 2020, 108–111 [in English].
9. Viviani, P., Burkhard, P.R., Chiuvé, S.C., dell'Acqua, C.C., & Vindras, P. (2009). Velocity control in Parkinson's disease: a quantitative analysis of isochrony in scribbling movements. *Exp Brain* 2009; 194, 259–83 [in English].
10. Khimich, A.N., Petryk, M.R., Mykhalyk, D.N., Boyko, I.V., Popov, A.V., & Sydoruk, V.A. (2019). Methods for mathematical modeling and identification of complex processes and systems based on visoproductive computing (neuro- and nanoporous cyber-physical systems with feedback, models with sparse structure data, parallel computing). Monograph, Kiev: National Academy of Sciences of Ukraine. Glushkov Institute of Cybernetics [in English].
11. Salarian, A., Russmann, H., Wider, C., Burkhard, P.R., Vingerhoets, F.J., & Aminian, K. (2007). Quantification of tremor and bradykinesia in Parkinson's disease using a novel ambulatory

- monitoring system, *Biomedical Engineering, IEEE Transactions on*, 54. Jg., (2), 313–322 [in English].
12. Bhidayasiri, R., & Mari, Z. (2020). Digital phenotyping in Parkinson's disease: Empowering neurologists for measurement-based care. *Parkinsonism Relat Disord.* 2020 Nov; 80, 35–40. DOI: 10.1016/j.parkreldis.2020.08.038 [in English].
 13. Lo, G., Suresh, A. R., Stocco, L., González-Valenzuela, S., & Leung V. C. (2011). A wireless sensor system for motion analysis of Parkinson's disease patients, (PERCOM Workshops), 2011 IEEE International Conference on. IEEE, 372–375 [in English].

Petryk Mykhaylo Romanovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Head of Software Engineering Department of the Ternopil National Ivan Puluj Technical University. E-mail: mykhaylo_petryk@tntu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-6612-7213.

Bishchak Dmytro Sergiyovych – Postgraduate Student at the Software Engineering Department of the Ternopil National Ivan Puluj Technical University. E-mail: dmytro_bishchak2806@tntu.edu.ua, ORCID: 0009-0005-9993-9302.

Bachynskiy Mykhaylo Volodymyrovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Software Engineering Department of the Ternopil National Ivan Puluj Technical University. E-mail: m.bachynskiy@gmail.com, ORCID: 0000-0003-4139-7633.

Brevus Vitaly Mykolaiovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Software Engineering Department of the Ternopil National Ivan Pul'uj Technical University. E-mail: v_brevus@tntu.edu.ua, ORCID: 0000-0002-7055-9905.

Chyzh Vitalii Mykhaylovych – Junior Researcher at the Scientific Research Department of the Ternopil National Ivan Puluj Technical University. E-mail: vitalik.c@gmail.com, ORCID: 0009-0007-2308-7363.

Mykhalyk Dmytro Mykhailovych – Candidate of the Technical Sciences, Associate Professor at the Software Engineering Department of the Ternopil National Ivan Puluj Technical University. E-mail: myhalyk_d@tntu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9032-695X.

Петрик Михайло Романович – д.ф.-м.н., професор кафедри програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя. E-mail: mykhaylo_petryk@tntu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-6612-7213.

Бішчак Дмитро Сергійович – аспірант кафедри програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя. E-mail: dmytro_bishchak2806@tntu.edu.ua, ORCID: 0009-0005-9993-9302.

Бачинський Михайло Володимирович – к.т.н., доцент кафедри програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя. E-mail: m.bachynskiy@gmail.com, ORCID: 0000-0003-4139-7633.

Бревус Віталій Миколайович – к.т.н., доцент кафедри програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя. E-mail: v_brevus@tntu.edu.ua, ORCID: 0000-0002-7055-9905.

Чиж Віталій Михайлович – молодший науковий співробітник Науково-дослідної частини Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя. E-mail: vitalik.c@gmail.com, ORCID: 0009-0007-2308-7363.

Михалик Дмитро Михайлович – к.т.н., доцент кафедри програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя. E-mail: myhalyk_d@tntu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9032-695X.

В.О. ПОЛЯКОВ

Інститут транспортних систем та технологій
Національної академії наук України

ФАЗОВИЙ ПОРТРЕТ ПОДОВЖНЬОГО РУХУ МЕХАНІЧНОЇ ПІДСИСТЕМИ МАГНІТОЛЕВІТУЮЧОГО ПОЇЗДА

Ключовим критерієм оцінки споживчих властивостей магнітолевітуючого поїзда є якість транспортування. Домінуючий вплив на цю якість справляють динамічні характеристики, зокрема, безпеки та комфортності. Особливо критичними, а тому такими, які лімітують під час оцінювання зазначених характеристик, є нестационарні режими руху. Досі дослідження динаміки поїзда не були комплексними. Як правило, дослідженням піддавалася не цілісна система, а її елементи. Крім того, розгляд такої динаміки не виконувався якісними методами з побудовою фазових портретів рухів. Це неминуче негативно впливало на об'єктивність, а тому й на кінцеву цінність результатів таких досліджень.

Метою цього дослідження є оцінка динамічних якостей та навантаженості одиниці рухомого складу магнітолевітуючого поїзда – вагона – у різних нестационарних режимах його одновимірного руху.

Пропоноване дослідження дає змогу радикально підвищити візуальну осяжність постановки, проведення та результатів аналізу і синтезу динамічних процесів, які протікають у системі. Така візуалізація, безперечно, може суттєво підвищити рівень дослідження та, як наслідок, якості його результатів. Завдяки цьому розроблену методіку дослідження може бути рекомендовано до широкого використання під час проведення подібних робіт для полегшення постановки їх цілей, ходу проведення та підвищення якості результатів.

Дослідження було проведено з використанням методів якісного аналізу динамічних систем на основі аналізу просторів їхніх станів.

У дослідженні:

- показано, що еволюцію моделі подовжнього руху механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда доцільно вивчати, зокрема, методами якісного аналізу динамічних систем;
- аргументовано обґрунтовані переваги використання таких методів дослідження під час проведення подібних досліджень;
- з використанням методів якісного аналізу встановлено геометричне місце точок спокою досліджуваної динамічної системи, їхній тип та рівновагу в них;
- проаналізовано власні та вимушені рухи об'єкта дослідження;
- наведено ілюстративні приклади результатів побудови багатолістного фазового портрета, а також відповідних йому залежностей від часу фазових координат і швидкості в різних експлуатаційних режимах.

Ключові слова: магнітолевітуючий поїзд, механічна підсистема, розрахункова схема, фазові координати, якісні методи дослідження, зображувальна точка стану, фазовий портрет.

V.O. POLYAKOV

Institute of Transport Systems and Technologies
of National Academy of Sciences of Ukraine

MAGLEV TRAIN'S MECHANICAL SUBSYSTEM'S LONGITUDINAL MOTION'S PHASE PORTRAIT

The key criterion for a maglev train's evaluating consumer properties is the quality of transportation. Dynamic characteristics, in particular, safety and comfort, have a dominant influence on this quality. Non-stationary modes of motion are especially critical, and therefore limiting when evaluating the specified characteristics. Until now, studies of train's dynamics have not been comprehensive. As a rule, these studies were conducted not on the whole system, but on its elements. In addition, studies of such dynamics were not carried out using qualitative methods with the construction of phase portraits of motions. This inevitably had a negative impact on objectivity, and therefore on the resulting value of the such studies results.

The purpose of this study is to evaluate the dynamic qualities and load of a car – maglev train's rolling stock's unit – in various non-stationary modes of its one-dimensional motion.

The proposed study makes it possible to radically increase the visual scope of the setting, conduct and results of the analysis and synthesis of dynamic processes occurring in the system. Such visualization can undoubtedly significantly increase the level of research and, as a result, the quality of its results. Thanks to this, the developed research methodology can be recommended for wide use in the conduct of similar works to facilitate the setting of their goals, the progress of the implementation and the improvement of the results quality.

The research was conducted using the methods of dynamic's qualitative analysis based on the systems state spaces. In the study:

- *it is shown that the evolution of a maglev's mechanical subsystem's longitudinal motion model is advisable to study in particular, by methods of systems qualitative analysis;*
- *the benefits of such research methods using during the conduct of similar studies are well-argued;*
- *using the methods of qualitative analysis, the geometric location of the resting points of the dynamic system under study, their type and equilibrium in them were established;*
- *own and forced motions of the research object were analyzed;*
- *illustrative examples of building a system's multi-leaf phase portrait, as well as the corresponding dependencies on time of its phase coordinates and speed in various operational modes, are given.*

Key words: maglev, mechanical subsystem, calculation scheme, phase space, qualitative research methods, state representing point, phase portrait.

Постановка проблеми

Магнітолевітуючий поїзд – велика, складна система, елементи якої дуже різнотипні. Її основне призначення – транспортування пасажирів та вантажів. Тому ключовим критерієм оцінки споживчих властивостей поїзда є якість транспортування. Домінуючий вплив на цю якість мають динамічні характеристики, зокрема, безпеки та комфортності. Особливо критичними, а тому такими, які лімітують під час оцінювання зазначених характеристик, є нестационарні режими руху поїзда.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Досі дослідження динаміки магнітолевітуючого поїзда не були комплексними. Як правило, дослідженням піддавалася не цілісна підсистема, а її елементи. Крім того, розгляд такої динаміки не виконувався якісними методами з побудовою фазових портретів рухів. Це неминуче негативно впливало на об'єктивність, а тому й на результуючу цінність результатів таких досліджень.

Мета дослідження

Результуюче дослідження динаміки магнітолевітуючого поїзда має бути виконано у багатовимірній постановці. Водночас на попередньому етапі розгляду підлягають окремі компоненти згаданої динаміки. Тому, виходячи з викладеного, метою цього етапу дослідження є оцінка динамічних якостей та навантаженості одиниці рухомого складу магнітолевітуючого поїзда – вагона – у різних нестационарних режимах його одновимірного руху.

Виклад основного матеріалу дослідження

Задля розгляду одновимірного поздовжнього руху механічної підсистеми вагона як її розрахункова схема прийнято тверде тіло масою m . Зі згаданим тілом зв'язується декартов трієдр $Sxyz$, початок якого не залишає лінію, паралельну осі путі, а осі є для тіла головними, центральними. Зміна положення тіла у часі t визначається значенням $\varepsilon(t)$ величини переміщення точки C вздовж згаданої лінії, паралельної осі шляху. На тіло не накладено аналітичних в'язів. Тому конфігурація досліджуваної схеми може бути описана за допомогою однієї узагальненої координати:

$$\eta = \varepsilon. \quad (1)$$

Рух розглядається у стані електродинамічної левітації – після відриву вагона від напрямних конструкцій. У процесі руху вважаються відсутні відхилення точки C від стаціонарної траєкторії, паралельної осі шляху та симетрично розташованої щодо його конструкцій. Під час моделювання враховується вплив на тіло m сил, кожна з яких докладена в точці C і є проєкцією відповідної однойменної повної сили на напрямок, що є паралельним поточному положенню дотичної до згаданої осі:

- $F_{T\tau}$ – тангенціальна складова тягового зусилля вагона – з боку його лінійного синхронного двигуна;
- $F_{AD\tau}$ – тангенціальна складова сили аеродинамічного опору руху – з боку повітряного середовища, що оточує вагон;
- $F_{ED\tau}$ – тангенціальна складова сили електродинамічної взаємодії якірних обмоток лінійного синхронного двигуна з колійними контурами підвішування вагона;
- $F_{W\tau}$ – тангенціальна складова сили ваги вагона, що виникає внаслідок наявності позадвжнього ухилу.

Поступальний рух тіла m вздовж лінії, паралельної осі колії, може бути описано другим законом Ньютона:

$$m \cdot \ddot{\eta}(t) = F_{T\tau}(t) + F_{AD\tau}(t) + F_{ED\tau}(t) + F_{W\tau}(t), \quad (2)$$

де $\ddot{\eta}(t)$ – тангенціальний компонент поточного прискорення точки C .

Модель (2) може бути перетворена до вигляду:

$$\ddot{\eta}(t) = H(t); \quad (3)$$

$$H(t) = F_{f\tau}(t) \cdot m^{(-1)}, \quad (4)$$

де $F_{f\tau}(t) = F_{T\tau}(t) + F_{AD\tau}(t) + F_{ED\tau}(t) + F_{W\tau}(t)$ – повна тангенціальна сила, що діє на розрахункову систему магнітолевітуючого поїзда – точку C .

Рівняння (3) – це динамічна система [1], що відображає еволюцію у часі стану розрахункової системи поїзда. Тому розгляд такої еволюції можна ефективно здійснити шляхом дослідження зазначеної динамічної системи. У свою чергу, як відомо [2], проведення такого дослідження можливе методами кількох різних типів. Основні з них – це аналітичні, наближені та якісні. Рівняння (3) є нелінійним і неавтономним. Тому винятково аналітичні методи для його дослідження придатні далеко не завжди. Наближені методи більш універсальні порівняно з аналітичними. Однак у низці практично важливих випадків досягнення прийнятної якості аналізу процесів на необхідних значних інтервалах зміни змінної t із застосуванням наближених методів істотно ускладнено [3]. Крім того, безпосереднім результатом використання аналітичних або наближених методів аналізу, як правило, є дослідження окремих рухів, що визначаються дискретними поєднаннями їхніх початкових та граничних умов, а також параметрів системи. Проте особливо важливим є отримання відповіді на питання про наявність у неї необхідних динамічних властивостей, тобто про відповідність цим властивостям сукупності її рухів.

Відповіді на останнє питання найефективніше можна, використовуючи методи якісного аналізу динамічних систем на основі простору її станів [4]. Під час використання цих методів процес аналізу передбачає оперування геометричними і топологічними уявленнями множини фазових траєкторій зображувальної точки стану динамічної системи. Це дає змогу, принаймні у дослідженнях, що допускають використання простору станів розмірністю не вище трьох, утворювати наочний образ сімейства згаданих фазових траєкторій, здійснюючи візуалізацію постановки, процесу та результатів аналізу. Така візуалізація, безперечно, може суттєво підвищити рівень дослідження та, як наслідок, якості його результатів.

Під час використання методів якісного аналізу динамічних систем відповідь на питання про можливі типи руху системи отримується в результаті аналізу її фазового портрета – сукупності фазових траєкторій зображувальної точки стану. У разі системи другого порядку (якою

у цьому дослідженні прийнято розрахункову схему механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда) її фазовим простором є двовимірна поверхня нульової кривизни з евклідовою метрикою, тобто площина. Така площина “broken down into trajectories, it gives an easily visible “portrait” of a dynamic system, it makes it possible to immediately, at one glance, cover the entire set of movements that can arise under all sorts of initial conditions” [5].

Шляхом введення позначення:

$$\dot{\eta}(t) = \rho(t) \quad (5)$$

рівняння другого порядку (3) може бути приведено до еквівалентної йому системи двох рівнянь першого порядку:

$$\begin{cases} \dot{\eta}(t) = \rho(t); \\ \dot{\rho}(t) = H(t). \end{cases} \quad (6)$$

Або у матричній формі:

$$\begin{aligned} \dot{\Xi} &= A \times \Xi + \Delta; \\ \Xi &= \begin{vmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{vmatrix}; \dot{\Xi} = \begin{vmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \end{vmatrix}; A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}; \Delta = \begin{vmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{vmatrix}; \\ \xi_1 &= \eta; \xi_2 = \rho; \dot{\xi}_1 = \dot{\eta}; \dot{\xi}_2 = \dot{\rho}; \\ a_{11} &= 0; a_{12} = 1; a_{21} = 0; a_{22} = 0; \\ \delta_1 &= 0; \delta_2 = H. \end{aligned} \quad (7)$$

З цих виразів випливає, що:

– детермінант матриці A :

$$\det A = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21} = 0; \quad (8)$$

– слід цієї матриці:

$$\text{tr } A = a_{11} + a_{22} = 0. \quad (9)$$

У такому разі [6] динамічна система (3) має нескінченну кількість точок спокою типу «центр», рівновага в кожній з яких нестійка. Геометричне місце таких точок визначається за рівняннями (6). Це вісь абсцис координатної системи, яка використовується під час побудови фазового портрета, а також усі прямі, які їй паралельні.

Прийнята розрахункова схема механічної підсистеми поїзда вироджена: у ній відсутні пружні елементи. Тому її власні рухи позбавлені коливань. Відображенням цього у динамічній системі (6) є виродженість її матриці A внаслідок справедливості рівності (8). Кожен же вимушений рух згаданої розрахункової схеми, отже, і відповідна фазова траєкторія зображувальної

точки стану є результатом виведення динамічної системи з її точки спокою і визначаються, згідно з рівняннями (3) і (4), конкретним характером збурення $F_{f\tau}(t)$. При цьому внесок властивостей механічної підсистеми до характеру таких вимушених рухів обмежений лише впливом на їхнє прискорення – через параметр m .

Внаслідок зазначеного фазовий портрет динамічної системи (3) континуально заповнений всілякими фазовими траєкторіями зображувальної точки стану, які, на відміну від фазових траєкторій відповідної автономної динамічної системи, цілком можуть перетинатися. Теоретично під дією $F_{f\tau}(t)$ можливим є перехід між будь-якими точками описуваного фазового портрета, тобто між будь-якими станами динамічної системи – уздовж будь-якої фазової траєкторії. Фактична реалізованість такої можливості залежить лише від динамічної достатності магнітолевітуючого поїзда, а також обмежень, що накладаються умовами його експлуатації, і безумовною необхідністю забезпечення належної якості синтезованого руху.

Коли рух магнітолевітуючого поїзда відбувається в єдиному експлуатаційному режимі, збурювальна функція $H(t)$, як правило, є гладкою, а фазові траєкторії зображувальної точки стану розрахункової схеми механічної підсистеми особливих точок не мають. При цьому будь-яка фазова траєкторія може бути відображена в межах єдиного фазового портрета. Якщо ж режим руху поїзда змінюється, то в межах міжрежимної зони функція $H(t)$ може виявитися недиференційованою [7]. При цьому на фазовій траєкторії виникає точка перемикання [8] – і аналіз руху механічної підсистеми зручно проводити з використанням багатолістого фазового портрета [9]. У точці перемикання зображувальна точка стану розрахункової схеми механічної підсистеми стрибком переходить на інший аркуш фазового портрета. Відбувається це зі збереженням значень t , η і $\dot{\eta}$. Цим задаються умови безперервності фазової траєкторії та її проєкції на фазовий портрет.

Задля отримання результатів, що ілюструють побудову розгорнутого фазового портрета поздовжнього руху розрахункової схеми механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда в різних експлуатаційних режимах, було створено програмний комплекс, програмно фіксований вхідною мовою системи комп'ютерної математики Mathematica. Елементи комплексу діляться на розрахункову та графічну частини. Перша з цих частин виконує необхідні розрахунки, а друга перетворює їхні результати на графічну форму.

Побудови здійснено для параметрів, пропорційних до області динамічної достатності механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда, складеного з японських магнітолевітуючих вагонів MLU-002 [10; 11]. Ілюстративні результати відповідають програмним термінальним рухам досліджуваної підсистеми у різних експлуатаційних режимах. Як такі режими було прийнято рушення, підвищення швидкості, службове зупиночне гальмування та екстрене гальмування. Нижче наведено деякі результати дослідження. Відповідності між змінними математичних співвідношень та ідентифікаторами програмного комплексу, які використані на ілюстраційних рисунках, описані в табл. 1.

Таблиця 1

Відповідності між змінними математичних співвідношень та ідентифікаторами програмного комплексу, які використані на рисунках

Змінні математичних співвідношень	Ідентифікатори програмного комплексу	Одиниці вимірювання
t	t	s
η	eta	m
$\dot{\eta}$	$deta$	m / s

Ілюстративні приклади результатів побудови програмних термінальних рухів наведено на рис. 1–12. Рис. 1–3 відповідають режиму рушення магнітолевітуючого поїзда з місця; рис. 4–6 – режиму підвищення швидкості руху; рис. 7–9 – режиму повного зупинного службового гальмування; рис. 10–12 – режиму гальмування екстреного. На рис. 1, 4, 7 та 10 наведено графіки зміни в часі фазової координати зображувальної точки стану розрахункової схеми механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда; на рис. 2, 5, 8, та 11 – графіки зміни у часі фазової швидкості цієї точки; на рис. 3, 6, 9, та 12 – різні аркуші фазового портрета поздовжнього руху підсистеми.

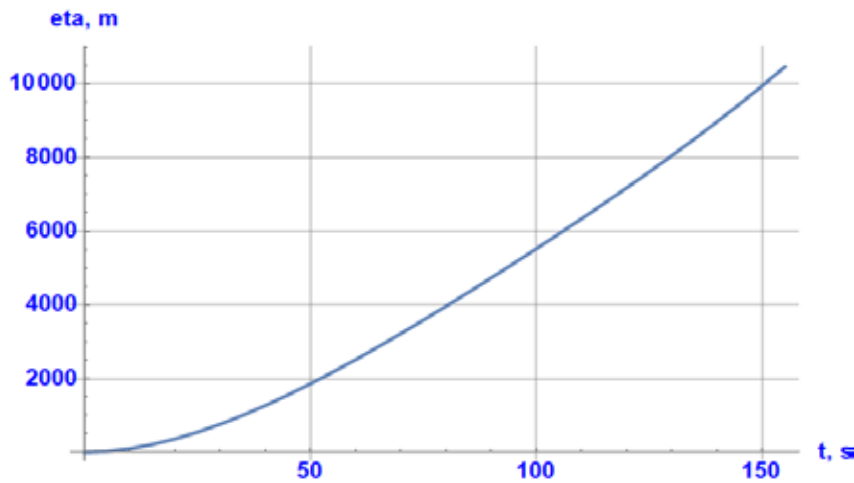


Рис. 1. Графік залежності від часу фазової координати зображувальної точки стану розрахункової схеми механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда – режим рушення

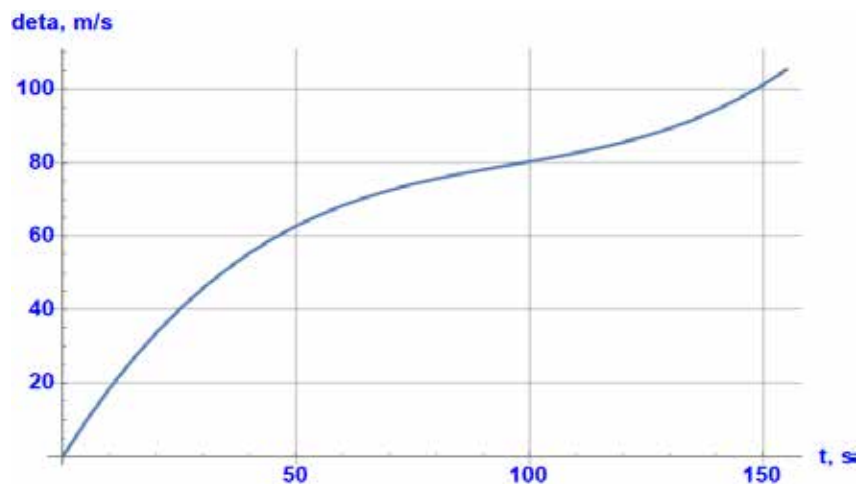


Рис. 2. Графік залежності від часу фазової швидкості зображувальної точки стану розрахункової схеми механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда – режим рушення

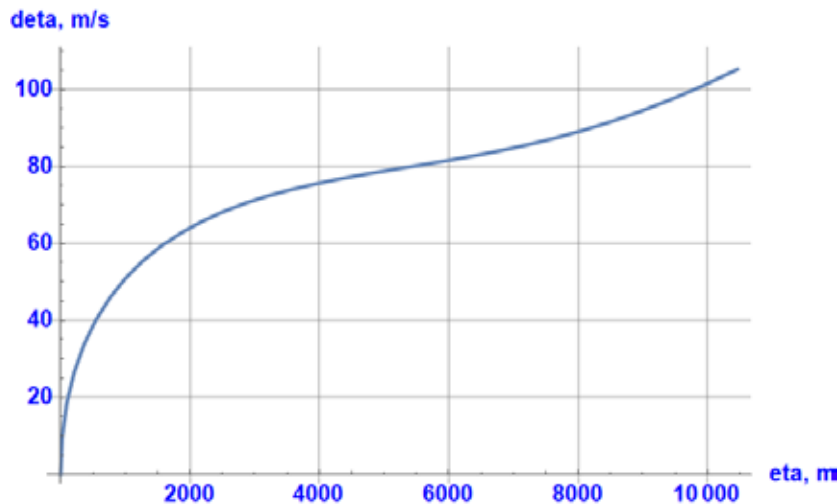


Рис. 3. Аркуш фазового портрета поздовжнього руху розрахункової схеми механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда – режим рушення

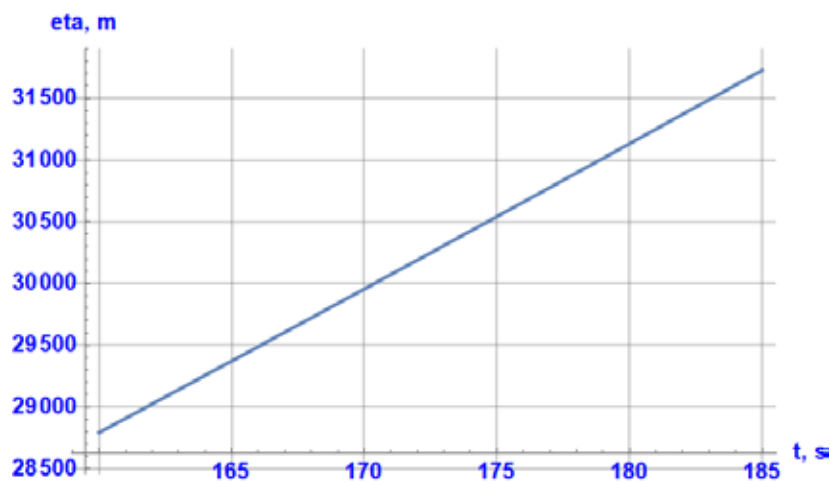


Рис. 4. Графік залежності від часу фазової координати зображувальної точки стану розрахункової схеми механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда – режим підвищення швидкості

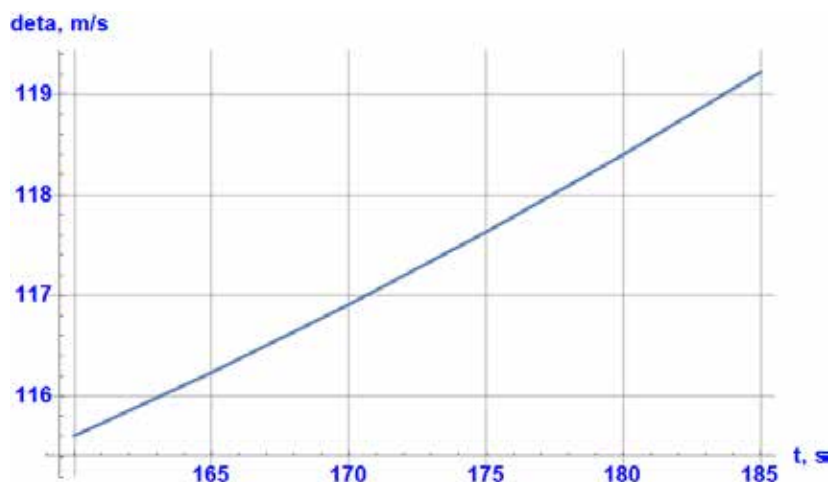


Рис. 5. Графік залежності від часу фазової швидкості зображувальної точки стану розрахункової схеми механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда – режим підвищення швидкості

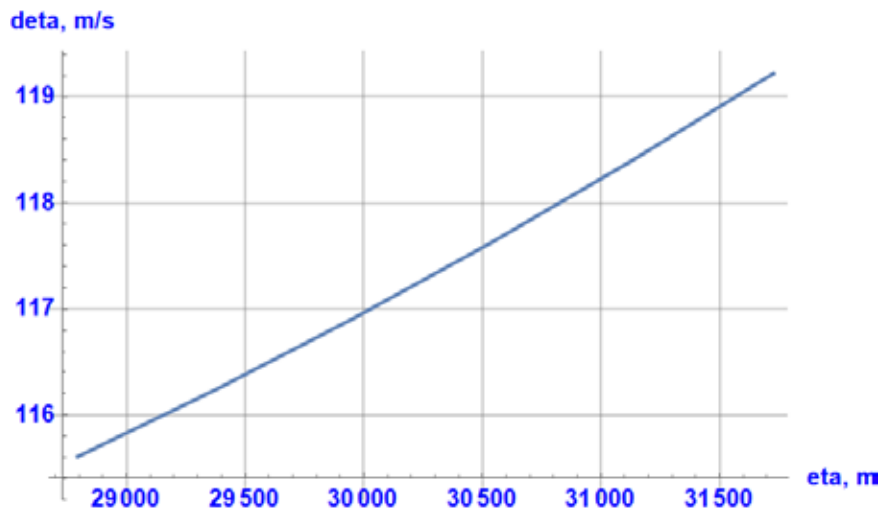


Рис. 6. Аркуш фазового портрета позовжнього руху розрахунковї схеми механїчної підсистеми магнїтолевітуючого поїзда – режим підвищення швидкості

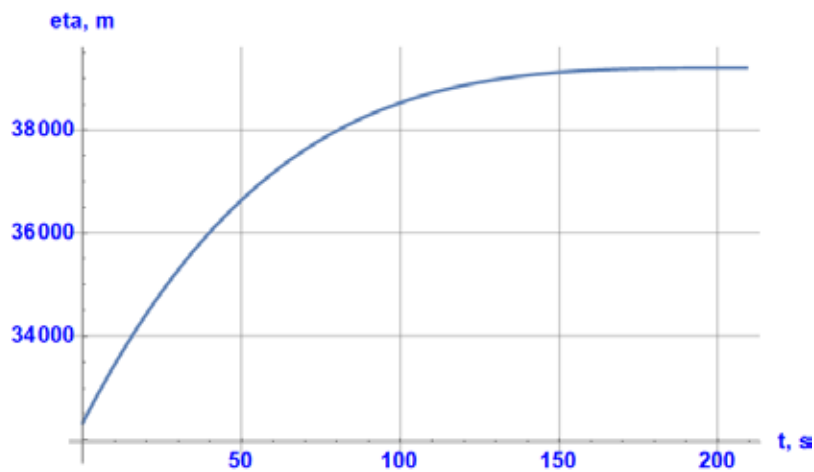


Рис. 7. Графік залежності від часу фазової координати зображувальної точки стану розрахунковї схеми механїчної підсистеми магнїтолевітуючого поїзда – режим повного службового зупиночного гальмування

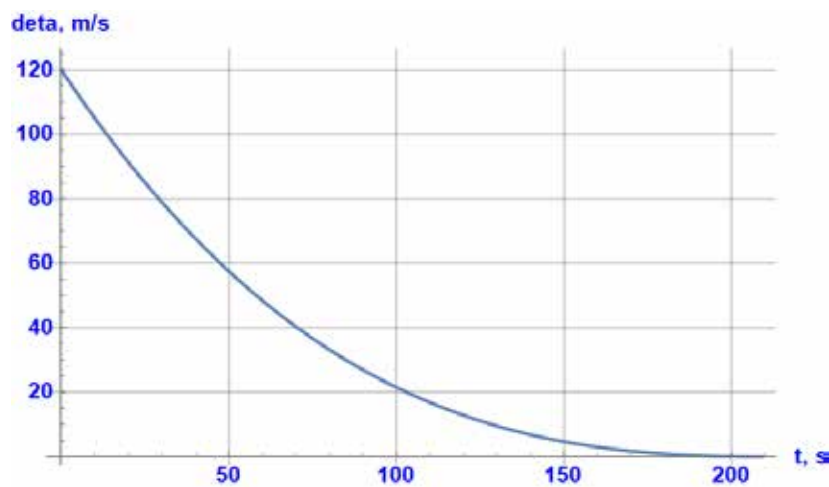


Рис. 8. Графік залежності від часу фазової швидкості зображувальної точки стану розрахунковї схеми механїчної підсистеми магнїтолевітуючого поїзда – режим повного службового зупиночного гальмування

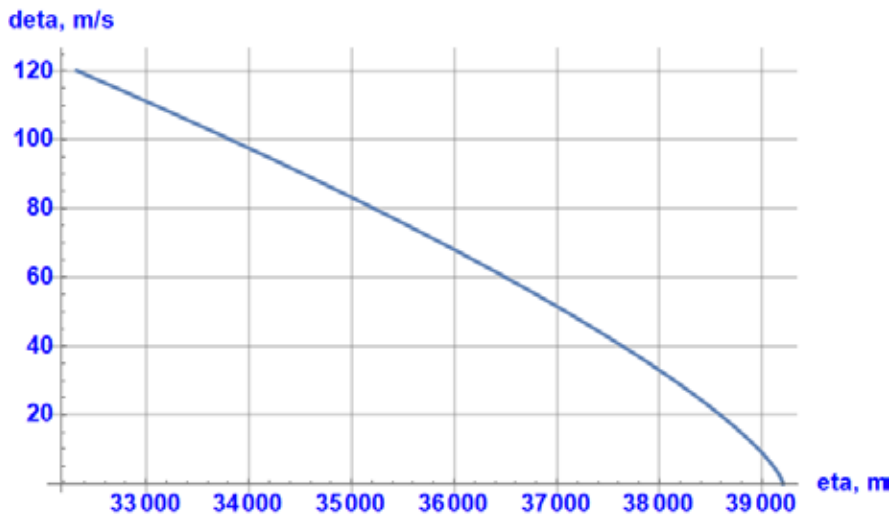


Рис. 9. Аркуш фазового портрета позовжнього руху розрахункової схеми механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда – режим повного службового зупиночного гальмування

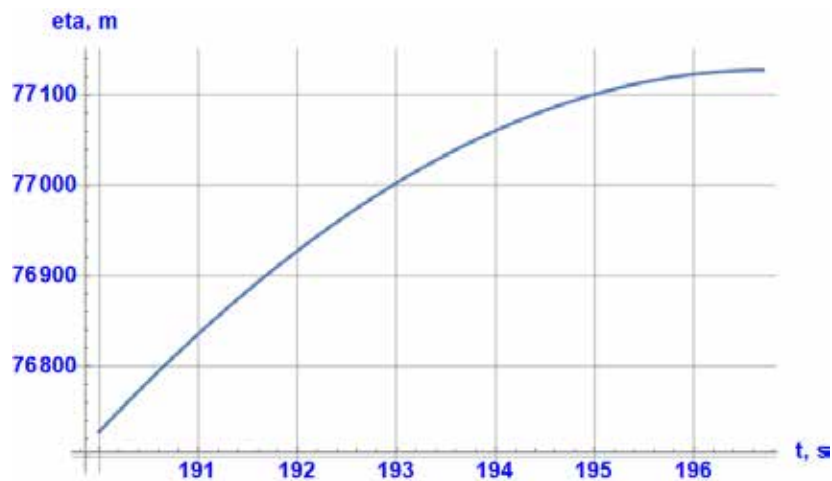


Рис. 10. Графік залежності від часу фазової координати зображувальної точки стану розрахункової схеми механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда – режим екстреного гальмування



Рис. 11. Графік залежності від часу фазової швидкості зображувальної точки стану розрахункової схеми механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда – режим екстреного гальмування

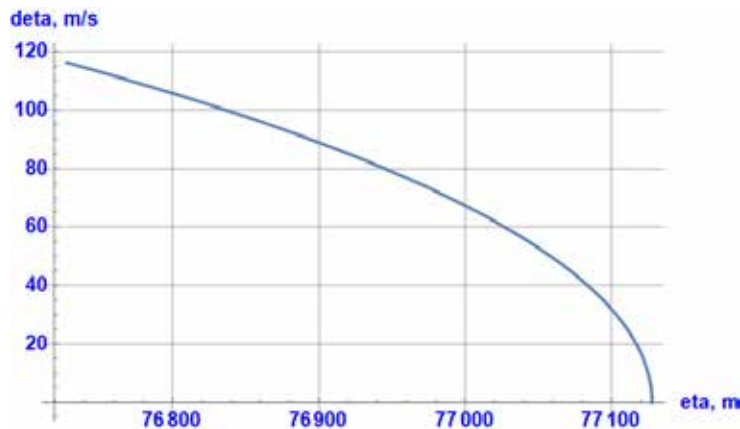


Рис. 12. Аркуш фазового портрета позовжнього руху розрахункової схеми механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда – режим екстреного гальмування

Наведені ілюстративні приклади побудови багатолистового фазового портрета позовжнього руху розрахункової схеми механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда в його різних експлуатаційних режимах руху, а також відповідних цим режимам залежностей від часу фазових координати і швидкості аналізованої динамічної системи свідчать про те, що такий метод дослідження дає змогу радикально підвищити візуальну осяжність постановки, проведення та результатів аналізу і синтезу динамічних процесів. Завдяки цьому зазначений метод якісного аналізу може бути рекомендований до широкого використання під час проведення подібних робіт для полегшення постановки їхніх цілей, ходу проведення та підвищення якості результатів.

Висновки

Таким чином, у процесі виконання дослідження:

- показано, що еволюцію моделі позовжнього руху прийнятої розрахункової схеми механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда доцільно вивчати, зокрема, методами якісного аналізу динамічних систем;
- виявлено переваги таких методів під час проведення подібних досліджень;
- з використанням методів якісного аналізу встановлено геометричне місце точок спокою досліджуваної динамічної системи, їхній тип та рівновагу в них;
- проаналізовано власні та вимушені рухи об'єкта дослідження;
- наведено ілюстративні приклади результатів побудови багатолистого фазового портрета, а також відповідних йому залежностей від часу фазових координат і швидкості в різних експлуатаційних режимах.

В результаті проведення етапу роботи побудовано та первинно проаналізовано шуканий фазовий портрет. Аргументовано показано переваги використання такого методу дослідження.

Список використаної літератури

1. Трохимчук П.П. Нелінійні динамічні системи. Луцьк: Вежа-Друк, 2015. 275 с.
2. Strogatz S.H. *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering – 2 (Studies in Nonlinearity)*. New York: Westview Press, 2014. 528 p.
3. Duarte L.G.S., da Mota L.A.C.P., de Oliveira H.P., Ramos R.O., Skea J.E.F. Numerical Analysis of Dynamic Systems and the Fractal Dimension of Boundaries. *Computer Physics Communications*. 1999. No. 119 (2–3). P. 256–271.
4. Michel A.N., Miller R.K. *Qualitative Analysis of Large-Scale Dynamical Systems (Mathematics in Science and Engineering)*. Vol. 134. London: Academic Press, 1977. 288 p.

5. Andronov A.A., Vitt A.A., Khaikin S.E. Theory of oscillators. Oxford: Pergamon press, 1966. 821 p.
6. Michel A., Wang K., Hu B. Qualitative Theory of Dynamical Systems. Boca Raton: CRC Press, 2001. 732 p.
7. Jarnick M., Pflug P. Continuous Nowhere Differentiable Functions: The Monsters of Analysis. Heidelberg: Springer, 2015. 299 p.
8. Yao K. Dimension of Phase Point Trajectory. *International Journal of Modern Nonlinear Theory and Application*. 2015. No. 4. P. 249–253.
9. Shoar S., Payan S. A qualitative system dynamics approach to modeling the causes and effects of design deficiencies in construction projects. *Journal of Facilities Management*. 2021. Vol. 20. No. 4. P. 558–569.
10. Zhendong L., Stichel S., Berg M. Overview of technology and development of maglev and hyperloop systems. Stockholm: KTH Royal Institute of Technology, 2022. 60 p.
11. Nagashima K., Sasakawa T. Research and Development of Maglev and Application of Related Technologies to Conventional Railways. *Quarterly Report of RTRI*. 2021. Vol. 62. No. 3. P. 163–166.

References

1. Trokhymchuk, P.P. (2015). *Neliniini dynamichni systemy [Nonlinear dynamical systems]*. Lutsk : Vezha-Druk [in Ukrainian].
2. Strogatz, S.H. (2014). *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering – 2 (Studies in Nonlinearity)*. New York: Westview Press [in English].
3. Duarte, L.G.S., da Mota, L.A.C.P., de Oliveira, H.P., Ramos, R.O., & Skea, J.E.F. (1999). Numerical Analysis of Dynamic Systems and the Fractal Dimension of Boundaries. *Computer Physics Communications*. 119 (2–3). 256–271. DOI: 10.1016/S0010-4655(99)00204-0 [in English].
4. Michel, A.N., & Miller, R.K. (1977). *Qualitative Analysis of Large-Scale Dynamical Systems. Mathematics in Science and Engineering*. 134. London: Academic Press [in English].
5. Andronov, A.A., Vitt, A.A., & Khaikin, S.E. (1966). *Theory of oscillators*. Oxford: Pergamon press [in English].
6. Michel, A., Wang, K., & Hu, B. (2001). *Qualitative Theory of Dynamical Systems*. Boca Raton: CRC Press [in English].
7. Jarnick, M., & Pflug, P. (2015). *Continuous Nowhere Differentiable Functions: The Monsters of Analysis. Heidelberg: Springer* [in English].
8. Yao, K. (2015). Dimension of Phase Point Trajectory. *International Journal of Modern Nonlinear Theory and Application*, 4, 249–253. DOI: 10.4236/ijmnta.2015.44019 [in English].
9. Shoar, S., & Payan, S. (2021). A qualitative system dynamics approach to modeling the causes and effects of design deficiencies in construction projects. *Journal of Facilities Management*, 20 (4), 558–569. DOI: 10.1108/JFM-02-2021-0025. [in English].
10. Zhendong, L., Stichel, S., & Berg, M. (2022). Overview of technology and development of maglev and hyperloop systems. Stockholm: KTH Royal Institute of Technology [in English].
11. Nagashima, K., & Sasakawa, T. (2021). Research and Development of Maglev and Application of Related Technologies to Conventional Railways. *Quarterly Report of RTRI*, 62 (3), 163–166. [in English].

Поляков Владислав Олександрович – к.т.н., старший науковий співробітник Інституту транспортних систем та технологій Національної академії наук України. E-mail: pva78125@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4957-8028.

Poliakov Vladyslav Oleksandrovych – Candidate of Technical Sciences, Senior Research Officer of the Institute of Transport Systems and Technologies of National Academy of Sciences of Ukraine. E-mail: pva78125@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4957-8028.

С.В. ПОПЕРЕШНЯК

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

ІНТЕГРАЦІЯ ФІЗИЧНИХ СЕНСОРІВ У ГЕНЕРАЦІЮ ПСЕВДОВИПАДКОВИХ ЧИСЕЛ

У статті представлено підхід до побудови генератора псевдовипадкових чисел на основі фізичних сенсорів, який є перспективним напрямом для забезпечення надійності та безпеки в різних галузях, як-от криптографія, Інтернет речей, ігрова індустрія та кіберфізичні системи. Сенсори різних типів, зокрема датчики температури, звуку, світла, гіроскопи та магнітометри, демонструють високу надійність як джерела ентропії завдяки природним флуктуаціям та непередбачуваним характеристикам, які вони реєструють. Фізичні явища, що вимірюються цими датчиками, генерують значний рівень непередбачуваності, що є критичним для побудови надійних генераторів псевдовипадкових чисел, стійких до передбачуваності. У роботі детально описано процес цифрової обробки сигналів від сенсорів, який містить кілька етапів: фільтрацію шумів, нормалізацію сигналів, квантування та бінаризацію для отримання випадкових бітів. Фільтрація шумів забезпечує усунення небажаних перешкод, нормалізація дає змогу привести сигнали до єдиного масштабу, а квантування та бінаризація забезпечують конвертацію аналогових сигналів у дискретну форму, придатну для генерації псевдовипадкових чисел. Такий підхід гарантує високу якість випадкових бітів, що підтверджується результатами криптографічних і статистичних тестів, які були проведені для оцінки випадковості та стійкості до передбачуваності отриманих чисел. Результати дослідження показали, що генератори на основі фізичних сенсорів можуть ефективно забезпечувати високий рівень випадковості, достатній для застосувань, що вимагають високої безпеки. Зокрема, підхід може бути корисним у криптографії для генерації ключів шифрування, у системах IoT для захисту конфіденційності даних, у кіберфізичних системах для забезпечення надійної роботи, а також в ігровій індустрії для створення непередбачуваних ігрових сценаріїв. У статті також наведено практичні рекомендації щодо вибору сенсорів залежно від умов використання та вимог до обладнання. Наприклад, для мобільних пристроїв можуть бути ефективними датчики руху (гіроскопи, акселерометри), тоді як для стаціонарних систем доречно використовувати датчики температури або звуку. Ураховано також аспекти інтеграції сенсорних генераторів у різноманітні системи, зокрема способи їх поєднання з наявними інфраструктурами та вимоги до апаратного забезпечення. Отже, розглянутий підхід до побудови генератора псевдовипадкових чисел на основі фізичних сенсорів є перспективним напрямом, який може суттєво підвищити надійність і безпеку сучасних систем. Запропоновані методи обробки сигналів і рекомендації щодо вибору сенсорів сприяють ефективному впровадженню генераторів у різних сферах, забезпечуючи високий рівень ентропії та захист від можливих атак.

Ключові слова: ентропія, генератор псевдовипадкових чисел, Інтернет речей, математична модель, сенсори, цифрова обробка даних.

S.V. POPERESHNYAK

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

INTEGRATION OF PHYSICAL SENSORS IN THE GENERATION OF PSEUDO-RANDOM NUMBERS

The paper presents an approach to building a pseudo-random number generator (PRNG) based on physical sensors, which is a promising direction for ensuring reliability and security in various fields such as cryptography, Internet of Things (IoT), gaming industry, and cyber-physical systems. Sensors of various types, including temperature, sound, light, gyroscopes, and magnetometers, show high reliability as sources of entropy due to the natural fluctuations and unpredictable characteristics they register. The physical phenomena measured by these sensors generate a significant level of unpredictability, which is critical for building reliable, predictability-resistant pseudo-random number generators. The work describes in detail the process of digital processing of signals from sensors, which includes several stages: noise filtering, signal normalization, quantization and binarization to obtain random bits. Noise filtering ensures the elimination of unwanted interference, normalization allows you to bring signals to a single scale, and quantization and binarization ensure the conversion of analog signals into a discrete form suitable for generating pseudorandom numbers. This approach guarantees the high quality of random bits, which is confirmed by the results of cryptographic and statistical tests that were conducted to assess the randomness and predictability of the received numbers. The research results showed that generators based on physical sensors can effectively provide a high degree of randomness sufficient for applications requiring high security. In particular, the approach can be useful in cryptography to generate encryption

keys, in IoT systems to protect data privacy, in cyber-physical systems to ensure reliable operation, and in the gaming industry to create unpredictable game scenarios. The article also provides practical recommendations for the selection of sensors depending on the conditions of use and equipment requirements. For example, motion sensors (gyroscopes, accelerometers) can be effective for mobile devices, while for stationary systems it is appropriate to use temperature or sound sensors. Aspects of integrating sensor generators into various systems are also considered, including how they can be combined with existing infrastructures and hardware requirements. Thus, the considered approach to building a generator of pseudo-random numbers based on physical sensors is a promising direction that can significantly increase the reliability and security of modern systems. The proposed methods of signal processing and recommendations for the selection of sensors contribute to the effective implementation of generators in various fields, ensuring a high level of entropy and protection against possible attacks.

Key words: entropy, pseudorandom number generator, Internet of Things, mathematical model, sensors, digital data processing.

Постановка проблеми

У сучасному світі псевдовипадкові числа відіграють ключову роль у багатьох сферах, включно з криптографією, комп'ютерним моделюванням, статистичними методами та ігровою індустрією. Однак традиційні алгоритмічні генератори псевдовипадкових чисел мають певні обмеження, зокрема повторюваність та передбачуваність, що може стати серйозною проблемою для додатків, які вимагають високого рівня безпеки та ентропії [1; 2].

З огляду на це, виникає нагальна потреба створити більш надійні джерела ентропії. Одним із перспективних підходів є використання датчиків для генерації псевдовипадкових чисел, які можуть використовувати природні випадкові флуктуації фізичних процесів [3; 4]. Датчики, що вимірюють температуру, шум, рух, освітлення та інші параметри навколишнього середовища, забезпечують високий рівень ентропії, що робить їх привабливими для побудови апаратних генераторів псевдовипадкових чисел.

Стаття, присвячена одному з методів побудови генератора псевдовипадкових чисел на основі датчиків, є актуальною з кількох причин:

1. Зростання потреби в безпеці. З кожним роком зростають вимоги до криптографічної безпеки в мережах та інформаційних системах. Використання надійних генераторів випадкових чисел є критичним для захисту даних.

2. Проблеми передбачуваності традиційних алгоритмів. Алгоритмічні генератори (ПВЧ) мають обмежену ентропію, що робить їх вразливими до атак. Фізичні процеси, які використовують датчики, мають значно більший потенціал для непередбачуваності.

3. Розвиток апаратних рішень. З удосконаленням апаратного забезпечення, зокрема вбудованих систем та інтернету речей (IoT), зростає потреба в компактних і надійних генераторах псевдовипадкових чисел, що можна інтегрувати в пристрої з обмеженими ресурсами.

4. Інновації в науково-технічному прогресі. Використання датчиків для генерації псевдовипадкових чисел створює нові можливості для наукових досліджень і розробки нових технологічних рішень у різних галузях, як-от телекомунікації, автоматика, комп'ютерні науки та інші.

Отже, ця стаття сприяє розвитку методів генерації надійних псевдовипадкових чисел на основі апаратного забезпечення, пропонуючи інноваційний підхід до розв'язання проблеми передбачуваності й повторюваності чисел, що генеруються традиційними алгоритмами.

Постановка завдання

Генерація псевдовипадкових чисел є важливим складником багатьох сучасних систем, включно з криптографією, комп'ютерним моделюванням, ігровою індустрією та науковими дослідженнями. Традиційні алгоритмічні генератори псевдовипадкових чисел мають певні обмеження, пов'язані з їх передбачуваністю та низьким рівнем ентропії, що може бути критичним у випадках, коли потрібно забезпечити високу криптографічну безпеку [5; 6]. Постає питання про пошук альтернативних підходів, які б допомагали підвищити непередбачуваність

і випадковість чисел. Одним із таких перспективних методів є використання датчиків для генерації псевдовипадкових чисел на основі фізичних процесів. Однак залишається відкритою проблема розробки математичної моделі та технічних рішень для ефективної реалізації цього підходу.

Мета дослідження

Мета статті – розробити альтернативні шляхи до побудови генератора псевдовипадкових чисел на основі датчиків, що використовують випадкові фізичні явища для забезпечення високого рівня ентропії і непередбачуваності. У статті розглядаються методи вимірювання фізичних процесів, аналіз їх випадковості, математична обробка даних для отримання бітів випадкової послідовності та оцінка якості отриманих псевдовипадкових чисел.

Завдання статті

1. Аналіз джерел ентропії, доступних через датчики. Огляд можливих типів датчиків (температури, акустичних, світлових тощо), які можуть бути використані для генерації випадкових сигналів.

2. Розробка математичної моделі генерації псевдовипадкових чисел на основі вимірювань датчиків. Вивчення процесів нормалізації даних, квантування та обробки сигналів для перетворення фізичних вимірювань у послідовність бітів.

3. Реалізація цифрової обробки даних для забезпечення випадковості. Визначення методів фільтрації шумів, зменшення впливу детермінованих компонентів та побудова процесу отримання бітів.

4. Оцінка якості отриманих псевдовипадкових чисел. Проведення тестів на випадковість, як-от криптографічні та статистичні тести, для перевірки надійності та непередбачуваності генератора.

5. Розробка рекомендацій щодо практичної реалізації генератора на основі датчиків. Обговорення апаратних вимог та потенційних сценаріїв застосування таких генераторів у різних галузях.

Отже, у статті викладено концепцію побудови генератора псевдовипадкових чисел на основі фізичних явищ, що вимірюються датчиками, з використанням методів математичної обробки та оцінки випадковості отриманих чисел.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Інтеграція фізичних сенсорів у генерацію псевдовипадкових чисел є активно досліджуваною темою, особливо в контексті мобільних та IoT-пристроїв. Сенсори, як-от акселерометри, гіроскопи, мікрофони та камери, можуть забезпечувати джерела ентропії, використовуючи випадкові фізичні явища для генерації справжніх випадкових чисел. Це особливо важливо для криптографічних додатків, де необхідні надійні джерела випадковості.

Дослідження показують, що різні типи сенсорів мають різні рівні ентропії [6; 7]. Наприклад, акселерометри демонструють достатню кількість ентропії навіть за відсутності руху, тоді як сенсори з високою інерційністю, як-от барометричні датчики, мають нижчий рівень ентропії. Крім того, методи поєднання даних з кількох сенсорів, як-от гіроскоп й акселерометр, дають змогу покращити якість випадкових чисел завдяки використанню їх комбінації для отримання додаткової ентропії.

Сучасні підходи до генерації випадкових чисел на основі сенсорів також передбачають використання методів фільтрації та обробки даних, наприклад, застосування технік згортки або бітового XOR, щоб покращити якість результатів. Наприклад, у дослідженнях для дронів ураховували відмінності в даних сенсорів залежно від стану пристрою (у польоті чи на землі), що допомагало оптимізувати генерацію випадкових чисел [3].

Загалом, використання фізичних сенсорів для генерації випадкових чисел продовжує розвиватися, забезпечуючи потенціал для більш надійних криптографічних систем та покращення безпеки мобільних і вбудованих пристроїв.

Виклад основного матеріалу дослідження

I. Аналіз джерел ентропії, доступних через датчики

Ентропія в контексті генерації псевдовипадкових чисел означає кількість інформації або випадковості, яку можна отримати з фізичного процесу. Датчики можуть вимірювати різні фізичні величини, які за своєю природою містять значний рівень випадковості. Ці величини можуть бути використані як джерела ентропії для генерації випадкових сигналів [8–10]. Нижче наведено огляд найбільш поширених типів датчиків, які можуть бути використані для цього завдання.

1. Температурні датчики

Температурні датчики вимірюють температуру навколишнього середовища або певних компонентів. Хоча зміни температури часто відбуваються поступово, на мікрорівні температура може флюктувати через зовнішні фактори, які є випадковими.

Джерело ентропії:

- теплові флюктуації: Зміни температури, викликані як внутрішніми процесами (наприклад, робота пристрою), так і зовнішніми умовами (атмосферні впливи), можуть мати випадкову компоненту;
- тепловий шум (джонсонівський шум): Він виникає через випадкові рухи заряджених частинок у провідниках. Цей вид шуму може бути використаний для генерації випадкових бітів.

Переваги:

- простота використання;
- довговічність і стабільність у різних середовищах.

Недоліки:

- низька частота флюктуацій у макроскопічних умовах;
- потрібна додаткова обробка для отримання стабільних випадкових бітів.

2. Акустичні датчики (мікрофони)

Акустичні датчики використовують для вимірювання звукових коливань у повітрі або рідині. Звукові хвилі містять значний рівень шуму, який можна використовувати як джерело ентропії.

Джерело ентропії:

- акустичний шум: у навколишньому середовищі завжди наявні звукові коливання, які важко передбачити. Наприклад, у фоновому шумі можуть бути присутні шум вітру, руху людей, робота пристроїв тощо;
- когерентність сигналу: можна виявити дрібні випадкові коливання навіть у відносно тихому середовищі.

Переваги:

- постійний доступ до непередбачуваних коливань;
- висока частота змін сигналу.

Недоліки:

- можливі проблеми зі стабільністю в дуже тихих умовах;
- залежність від рівня навколишнього шуму.

3. Світлові датчики (фотодіоди, фототранзистори)

Світлові датчики використовують для вимірювання рівня освітленості. Випадкові коливання в інтенсивності світла, навіть у стабільному середовищі, можуть бути джерелом ентропії.

Джерело ентропії:

- квантові коливання інтенсивності світла: світло, що сприймається датчиком, має випадкові квантові коливання через природу фотонів, особливо в низькоінтенсивних умовах (темрява або дуже слабе освітлення);
- зовнішні фактори: зміни в освітленні через природні фактори, як-от рух хмар, зміна куту сонячних променів або інші випадкові процеси, що змінюють рівень освітленості.

Переваги:

- висока частота флуктуацій у змінних середовищах;
- доступність фотодіодів та інших світлових сенсорів.

Недоліки:

- у контрольованому середовищі з постійним освітленням ентропія може бути низькою;
- потрібно мати змінне джерело світла для отримання достатньої кількості випадкових змін.

4. Гіроскопи та акселерометри

Ці датчики використовують для вимірювання орієнтації та руху пристрою. Вони дуже чутливі до найменших змін руху, навіть якщо пристрій перебуває в умовах відносного спокою.

Джерело ентропії:

- мікрофлуктуації руху: гіроскопи й акселерометри можуть реєструвати дрібні рухи або вібрації, викликані випадковими процесами, наприклад, мікрівібраціями навколишнього середовища або вібраціями внутрішніх компонентів;
- непередбачувані коливання: ці датчики можуть вловлювати непомітні для ока мікро-рухи, спричинені, наприклад, зміною положення або випадковими коливаннями.

Переваги:

- висока чутливість до коливань;
- швидке реагування на зміни.

Недоліки:

- у стаціонарних системах, де немає руху, ентропія може бути обмеженою;
- може вимагати високої частоти опитування для ефективного використання ентропії.

5. Магнітні датчики (магнітометри)

Магнітометри вимірюють зміни в магнітному полі навколо пристрою. Навіть в умовах відсутності видимих змін магнітного поля можуть виникати випадкові коливання, викликані мікрофлуктуаціями в середовищі.

Джерело ентропії:

- зміни магнітного поля: випадкові зміни магнітного поля можуть бути спричинені рухом магнітних об'єктів, електричними потоками або геофізичними факторами;
- квантові коливання: у певних умовах, магнітометри можуть вловлювати квантові флуктуації магнітних полів.

Переваги:

- відсутність необхідності в безпосередньому фізичному контакті або зміні положення датчика;
- постійне наявність флуктуацій у магнітному полі.

Недоліки:

- чутливість до електромагнітних перешкод;
- можлива стабільність магнітного поля в контрольованих умовах.

6. Електрохімічні датчики

Ці датчики вимірюють хімічні зміни в середовищі, наприклад рівень вологості або концентрацію певних хімічних речовин.

Джерело ентропії:

- випадкові хімічні реакції: у багатьох середовищах, навіть у стабільних умовах, можуть відбуватися випадкові зміни хімічного складу або концентрації;
- флуктуації вологості або газів: випадкові зміни в складі повітря або вологість можуть впливати на показники електрохімічних датчиків.

Переваги:

- висока чутливість до змін у хімічному середовищі;
- використання в спеціальних умовах (наприклад, у хімічних лабораторіях або середовищах з контрольованою атмосферою).

Недоліки:

- повільна реакція в стабільних умовах;
- залежність від зовнішніх чинників.

Датчики різних типів можуть бути використані як джерела ентропії для генерації випадкових чисел, однак їх ефективність залежить від характеру вимірюваних фізичних процесів і середовища, у якому вони функціонують. Залежно від цільової системи можна використовувати один або кілька датчиків для покращення випадковості генератора:

- температурні та світлові датчики підходять для систем із повільними змінами середовища;
- акустичні датчики та гіроскопи підходять для середовищ із високою динамікою або рухом;
- магнітні датчики та електрохімічні сенсори можуть використовуватися в специфічних середовищах або для вимірювання особливих явищ.

Різноманітність доступних датчиків дає змогу гнучко налаштувати генератори псевдовипадкових чисел під конкретні умови або вимоги системи.

II. Реалізація цифрової обробки даних для забезпечення випадковості

Для реалізації цифрової обробки даних з метою генерації псевдовипадкових чисел на основі показників датчиків необхідно забезпечити:

1. Фільтрацію шумів.
2. Зменшення впливу детермінованих компонентів.
3. Побудову процесу квантування для отримання бітів.

Розглянемо основні етапи обробки даних (рис. 1).

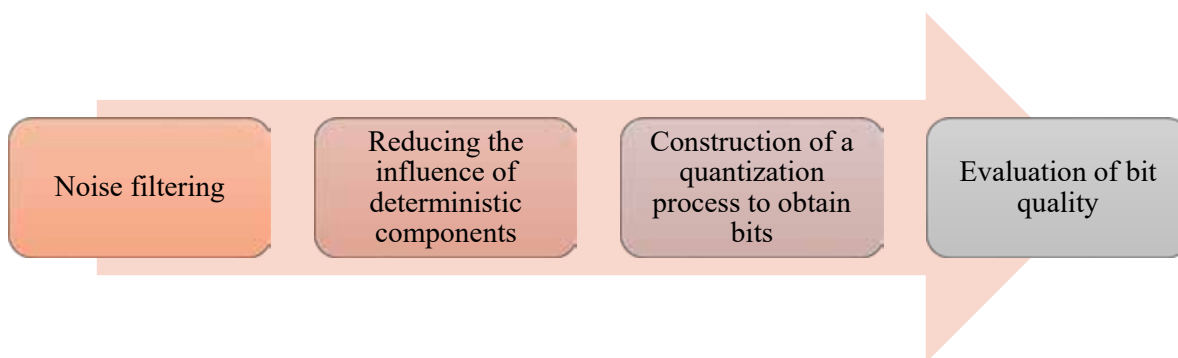


Рис. 1. Етапи обробки даних

1. Фільтрація шумів

Датчики реального світу вимірюють сигнали, що містять як корисний сигнал, так і випадкові шуми. Для виокремлення випадкової компоненти сигналу використовується фільтрація. Один із найпоширеніших підходів для фільтрації шуму – використання високочастотних фільтрів (наприклад, фільтри низьких частот), які дають змогу відсіяти довгострокові коливання (детерміновану компоненту).

Розглянемо способи фільтрації шумів:

- медіанний фільтр: застосовують для зменшення пікових шумів у сигналах. Він працює, обчислюючи медіану певної кількості значень у ковзному вікні розміру n .

Припустимо, у нас є сигнал $x(t)$, що зчитується з датчика:

$$x_{\text{filtered}}(t) = \text{median}(x(t-n), \dots, x(t+n)). \quad (1)$$

Цей метод дає змогу зменшити вплив аномальних значень або викидів, зберігаючи основні коливання;

- ковзне середнє: ще один спосіб згладити сигнал – обчислення середнього значення в ковзному вікні розміру w :

$$x_{\text{smooth}}(t) = \frac{1}{w} \sum_{i=t-w/2}^{t+w/2} x(i). \quad (2)$$

Така фільтрація дає змогу згладити сигнал, зменшивши вплив короткочасних флуктуацій.

2. Зменшення впливу детермінованих компонентів

Щоб виокремити дійсно випадкову частину сигналу, необхідно зменшити або повністю усунути детерміновані компоненти. Це можна зробити кількома способами:

- віднімання середнього значення: якщо детермінована компонента має стабільний тренд, її можна усунути, віднявши середнє значення сигналу:

$$x_{\text{detrended}}(t) = x(t) - \bar{x}, \quad (3)$$

де \bar{x} – середнє значення сигналу за певний період часу.

- Фур'є-аналіз: Для виявлення регулярних компонент сигналу, що повторюються з певною частотою, можна застосувати **перетворення Фур'є**. Після визначення основних гармонік (детермінованих частот) можна видалити їх зі спектра, залишивши лише високочастотні флуктуації (випадковий шум).

Перетворення Фур'є для сигналу $x(t)$:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-2\pi i f t} dt. \quad (4)$$

Після перетворення сигнал можна обробляти шляхом видалення низькочастотних гармонік, що відповідають регулярним коливанням, і виконати зворотнє перетворення для отримання чистого випадкового сигналу.

3. Процес отримання бітів

Після обробки сигналу необхідно перетворити його на послідовність бітів, які використовуватимуть для генерації випадкових чисел.

Алгоритм квантування:

- нормалізація сигналу: спочатку сигнал нормалізується до діапазону від 0 до 1. Припустимо, що значення сигналу перебувають у межах від x_{\min} до x_{\max} :

$$x_{\text{norm}}(t) = \frac{x(t) - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \quad (5)$$

• бінаризація сигналу: після нормалізації можна квантувати сигнал для отримання бітів. Для цього можна використовувати порогове значення, наприклад 0.5:

$$b(t) = \begin{cases} 1, & \text{if } x_{norm}(t) \geq 0.5 \\ 0, & \text{if } x_{norm}(t) < 0.5 \end{cases} \quad (6)$$

Отримані біти можна зібрати в послідовність та використовувати як випадкові числа. Для побудови багаторозрядних чисел можна комбінувати кілька бітів у групи по k бітів:

$$R = \sum_{i=0}^{k-1} b(t+1) \cdot 2^i \quad (7)$$

Це дасть змогу отримати псевдовипадкове число в діапазоні від 0 до $2^k - 1$.

4. Оцінка якості бітів

Після генерації бітів важливо перевірити їх на випадковість за допомогою таких методів:

- Тест Фріса (для аналізу рівномірності розподілу).
- Тест серій (для перевірки відсутності регулярних шаблонів у послідовності).
- Тест на довжину блоків нулів й одиниць (щоб перевірити, чи відсутні довгі послідовності з однакових бітів).

Реалізація цифрової обробки даних для генерації випадкових чисел із сигналів датчиків містить кілька етапів:

1. Фільтрація шумів для видалення детермінованих компонент.
2. Зменшення впливу регулярних компонент шляхом віднімання середнього або використання Фур'є-аналізу.
3. Нормалізація та бінаризація сигналу для отримання послідовності випадкових бітів.
4. Перевірка якості бітів за допомогою тестів на випадковість.

Ці методи дають змогу отримувати псевдовипадкові числа, використовуючи фізичні властивості сигналів датчиків, що значно підвищує їх непередбачуваність, як порівняти з традиційними алгоритмічними генераторами.

III. Загальна математична модель

Нехай $S(t)$ – це сигнал з датчика в момент часу t , тоді модель ГПВЧ може бути описана рівнянням:

$$R(t) = H \left(Q \left(\frac{S(t) - \min(S)}{\max(S) - \min(S)} \right) \right) \quad (8)$$

де:

- H – функція хешування або постобробки,
- $Q(x)$ – квантувальна функція, яка перетворює значення на бінарні біти.

Переваги:

1. Генерація числа базується на фізичних процесах, тому важко передбачити отримані результати.
2. Можливість використання різних типів датчиків для підвищення ентропії.

Недоліки:

1. Вимірювання можуть бути чутливими до зовнішніх умов або калібрування обладнання.
2. Потрібна додаткова обробка для отримання високоякісних псевдовипадкових чисел.

Отже, побудова генератора псевдовипадкових чисел на основі датчиків вимагає поєднання фізичних вимірів з математичною обробкою сигналу для отримання непередбачуваних значень.

IV. Розробка рекомендацій щодо практичної реалізації генератора псевдовипадкових чисел на основі датчиків

Для успішної реалізації генератора псевдовипадкових чисел (далі – ГПВЧ) на основі датчиків необхідно враховувати кілька апаратних вимог, що забезпечать стабільну роботу й достатню ентропію генерації випадкових чисел.

1. Вибір датчиків

Основні типи датчиків, які можуть використовувати для генерації випадкових чисел, містять:

- температурні датчики: вимірюють флуктуації температури на мікрорівні, особливо в чутливих умовах (наприклад, у системах охолодження);
- акустичні датчики: використовують мікрофони або інші пристрої для захоплення шумів у середовищі;
- світлові датчики: вимірюють зміни в освітленні або інфрачервоному спектрі, що може варіюватися навіть у контрольованих умовах;
- гіроскопи та акселерометри: можуть вимірювати невеликі коливання або рухи пристрою, що важко передбачити.

2. Продуктивність і частота збору даних

ГПВЧ на основі датчиків вимагає досить високої частоти збору даних для забезпечення стабільного потоку випадкових чисел. Типова частота опитування датчиків може варіюватися від кількох сотень герц до кількох кілогерц залежно від точності й характеристик сигналу:

- для датчиків з низькою частотою збору даних (наприклад, температурні датчики) можливо використовувати фільтрацію і накопичення даних для отримання достатньої ентропії;
- для високочастотних датчиків (акустичні або гіроскопи) можна використовувати більш прямий потік даних з мінімальною обробкою.

3. Процесорна потужність

Оскільки сигнал із датчиків часто потребує обробки (фільтрація шумів, нормалізація, бінаризація), необхідна обчислювальна потужність. Генератор може бути реалізований як:

- убудована система на мікроконтролері: для пристроїв з обмеженими ресурсами (наприклад, IoT), де енергоспоживання має бути мінімальним;
- апаратне забезпечення в серверах або безпекових модулях: тут може бути використано потужніший процесор для обробки великих обсягів даних з датчиків у режимі реального часу.

4. Енергоспоживання

ГПВЧ на основі датчиків може бути критичним у системах з обмеженим енергоспоживанням, як-от мобільні або IoT-пристрої. Рекомендації:

- використовувати датчики з низьким споживанням енергії;
- налаштувати частоту опитування датчиків відповідно до потреб конкретного додатка (зменшення частоти збору даних у випадках, коли висока ентропія не є критичною).

Для побудови генератора з високим рівнем непередбачуваності необхідно реалізувати ефективні методи обробки сигналів:

- фільтрація сигналів: застосування медіанних фільтрів або фільтрів низьких частот для видалення регулярних компонент (флуктуацій навколишнього середовища);
- квантування та бінаризація: нормалізація даних з датчиків та їх перетворення в бінарні послідовності через порогове значення;
- застосування хешування або криптографічних алгоритмів для додаткового покращення якості випадкових чисел і їх безпеки.

Розглянемо деякі потенційні сценарії застосування генераторів на основі датчиків.

1. Криптографія та безпека. Найважливіший сценарій застосування таких генераторів – це криптографія. Використання ГПВЧ на основі датчиків дає змогу значно підвищити надійність і стійкість систем безпеки за рахунок генерації більш непередбачуваних ключів:

- генерація криптографічних ключів для шифрування даних;
- захист від атак на псевдовипадковість: фізична природа датчиків дає змогу захиститися від передбачуваних алгоритмічних схем.

2. Інтернет речей (IoT). ГПВЧ на основі датчиків може бути інтегрований в IoT-пристрої, де важлива стійкість до зламу й забезпечення унікальності комунікаційних сесій:

- автентифікація пристроїв через криптографічні алгоритми, що використовують випадкові числа для генерації унікальних токенів;
- шифрування переданих даних для захисту конфіденційності в мережах IoT.

3. Ігрова індустрія. В ігрових додатках випадковість відіграє ключову роль у забезпеченні чесності гри та створенні непередбачуваного досвіду для користувачів. ГПВЧ на основі датчиків може використовуватися для:

- генерації випадкових подій або чисел в ігрових процесах (наприклад, в азартних іграх, симуляціях або генерації ігрових карт);
- захисту від маніпуляцій з боку гравців через використання складних фізичних процесів для генерації непередбачуваних чисел.

4. Системи моделювання й прогнозування. Генератори на основі датчиків можуть використовувати в наукових дослідженнях, де необхідна висока якість випадкових чисел:

- моделювання фізичних процесів: у середовищах, де важлива точність випадкових параметрів, наприклад, у симуляціях квантових систем або кліматичних умов;
- фінансові моделі: для випадкових змін ринку або прогнозування волатильності.

5. Кіберфізичні системи. ГПВЧ на основі датчиків може бути інтегрований у кіберфізичні системи (CPS), які поєднують фізичні компоненти і обчислювальні процеси. Приклади:

- контроль за безпекою в системах енергозабезпечення або автоматизації виробництва, де випадкові числа потрібні для забезпечення захисту від зломів або саботажу.

Перед практичною реалізацією ГПВЧ на основі датчиків необхідно провести ретельне тестування на випадковість і стійкість до атак (наприклад, [11; 12]):

- використання наборів тестів NIST для перевірки криптографічної стійкості;
- проведення статистичних тестів для оцінки рівномірності та ентропії випадкових чисел;
- сертифікація за стандартами криптографічної безпеки, щоб забезпечити відповідність міжнародним стандартам, наприклад, FIPS 140-2.

Генератори псевдовипадкових чисел на основі датчиків створюють нові можливості для застосувань, де необхідна висока непередбачуваність і надійність. Для успішної реалізації таких генераторів потрібно забезпечити правильний вибір датчиків, оптимальну обробку сигналів, низьке енергоспоживання, а також ретельне тестування та сертифікацію.

Висновки

У статті розглянуто один із перспективних шляхів побудови генератора псевдовипадкових чисел на основі фізичних сенсорів. Датчики різних типів, як-от датчики температури, звуку, світла, гіроскопи та магнітометри, були визнані надійними джерелами ентропії через їхні природні флуктуації та непередбачувані характеристики. Фізичні явища, виміряні цими датчиками, забезпечують високий рівень непередбачуваності, необхідний для побудови надійних псевдовипадкових чисел.

Розроблено метод цифрової обробки сигналів від датчиків, що містить фільтрацію шумів, нормалізацію, квантування та бінаризацію для отримання випадкових бітів. Оцінка якості отриманих чисел за допомогою криптографічних і статистичних тестів показала, що генератори на основі датчиків можуть успішно забезпечувати високий рівень випадковості й стійкості до передбачуваності.

Практичні рекомендації містять вибір відповідного типу датчика на основі конкретних умов застосування та вимог до обладнання. Генератори цього типу можуть бути ефективно

застосовані в галузях, де потрібна висока безпека, включно з криптографією, Інтернетом речей (IoT), ігровою індустрією та кіберфізичними системами.

Тому генерація псевдовипадкових чисел на основі фізичних датчиків є перспективним напрямом для створення надійних і безпечних генераторів, які можна інтегрувати в різноманітні системи для забезпечення високої ентропії та захисту від можливих атак.

Список використаної літератури

1. Rastoceanu F., Rughiniş R., Tranca D.-C. Lightweight cryptographic secure random number generator for IoT devices. *Proceedings of the 24th International Conference on Control Systems and Computer Science (CSCS)*, Bucharest, Romania, 2023. P. 180–185. doi: 10.1109/CSCS59211.2023.00036.
2. Parisot Bento L. M. S., Machado R. C. S. Testing and selecting lightweight pseudo-random number generators for IoT devices. *Proceedings of the IEEE International Workshop on Metrology for Industry 4.0 & IoT (MetroInd4.0&IoT)*, Rome, Italy, 2021. P. 715–720, doi: 10.1109/MetroInd4.0IoT51437.2021.9488454.
3. Cho S.-M., Hong E., Seo S.-H. Random Number Generator Using Sensors for Drone. *IEEE Access*, 2020. vol. 8, P. 30343–30354. doi: 10.1109/ACCESS.2020.2972958.
4. Jindal P., Singh B. RC4 Encryption-A Literature Survey. *Procedia Computer Science*. 2015. 46, P. 697–705.
5. Ruhillo. Using Smartphone Sensors to Generate Cryptographic Keys. *International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering*. 2020. 9, P. 1025–1029. doi: 10.35940/ijitee.C8994.029420.
6. Cotrina G., Peinado A., Ortiz A. Gaussian Pseudorandom Number Generator Based on Cyclic Rotations of Linear Feedback Shift Registers. *Sensors*. 2020. 20(7). 2103. doi:10.3390/s20072103.
7. Zia U., McCartney M., Scotney B. A novel pseudo-random number generator for IoT based on a coupled map lattice system using the generalised symmetric map. *SN Applied Sciences*. 2022. 4, p. 48. doi:10.1007/s42452-021-04919-4.
8. Florin R., Rughinis R., Ciocîrlan S.-D., Enache M. Sensor-Based Entropy Source Analysis and Validation for Use in IoT Environments, *Electronics*. 2021. doi:10.1173.10.3390/electronics10101173.
9. Hong S., Chang L. Sensor-Based Random Number Generator Seeding. *Access IEEE*. 2015. 3. P. 562–568.
10. Lv N., Chen T., Ma Y. Analysis on Entropy Sources based on Smartphone. *Sensors*. 2020. P. 21–31. doi:10.1145/3442520.3442528.
11. Popereshnyak S. Technique of the testing of pseudorandom sequences, *International Journal of Computing*. 2020. 19(3). P. 387–398. doi:10.47839/ijc.19.3.1888.
12. Masol V., Popereshnyak S. Joint Distribution of Some Statistics of Random Bit Sequences. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2021. 57(1). P. 139–145. doi.org/10.1007/s10559-021-00337-x.

References

1. Rastoceanu, F., Rughiniş, R., & Tranca, D.-C. (2023). Lightweight cryptographic secure random number generator for IoT devices. *Proceedings of the 24th International Conference on Control Systems and Computer Science (CSCS)*, Bucharest, Romania. 180–185. doi: 10.1109/CSCS59211.2023.00036 [in English].
2. Parisot, Bento, L. M. S., & Machado, R. C. S. (2021). Testing and selecting lightweight pseudo-random number generators for IoT devices. *Proceedings of the IEEE International Workshop on Metrology for Industry 4.0 & IoT (MetroInd4.0&IoT)*, Rome, Italy. 715–720, doi: 10.1109/MetroInd4.0IoT51437.2021.9488454 [in English].

3. Cho, S.-M., Hong, E., & Seo, S.-H. (2020). Random Number Generator Using Sensors for Drone. *IEEE Access*. 8, 30343–30354. doi: 10.1109/ACCESS.2020.2972958 [in English].
4. Jindal, P., & Singh, B. (2015). RC4 Encryption-A Literature Survey. *Procedia Computer Science*. 46, 697–705 [in English].
5. Ruhillo. (2020). Using Smartphone Sensors to Generate Cryptographic Keys. *International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering*. 9, 1025–1029. doi: 10.35940/ijitee.C8994.029420 [in English].
6. Cotrina, G., Peinado, A., & Ortiz, A. (2020). Gaussian Pseudorandom Number Generator Based on Cyclic Rotations of Linear Feedback Shift Registers. *Sensors*. 20(7). 2103. doi: 10.3390/s20072103 [in English].
7. Zia, U., McCartney, M., & Scotney, B. (2022). A novel pseudo-random number generator for IoT based on a coupled map lattice system using the generalised symmetric map. *SN Applied Sciences*. 4, 48. doi: 10.1007/s42452-021-04919-4 [in English].
8. Florin, R., Rughinis, R., Ciocîrlan, S.-D., & Enache, M. (2021). Sensor-Based Entropy Source Analysis and Validation for Use in IoT Environments, *Electronics*. doi: 10.1173.10.3390/electronics10101173 [in English].
9. Hong, S., & Chang, L. (2015). Sensor-Based Random Number Generator Seeding. *Access IEEE*. 3, 562–568 [in English].
10. Lv, N., Chen, T., & Ma, Y. (2020). Analysis on Entropy Sources based on Smartphone. *Sensors*, 21–31. doi:10.1145/3442520.3442528 [in English].
11. Popereshnyak, S. (2020). Technique of the testing of pseudorandom sequences, *International Journal of Computing*. 19(3), 387–398. doi:10.47839/ijc.19.3.1888 [in English].
12. Masol, V., & Popereshnyak, S. (2021). Joint Distribution of Some Statistics of Random Bit Sequences. *Cybernetics and Systems Analysis*. 57(1), 139–145. doi.org/10.1007/s10559-021-00337-x [in English].

Поперешняк Світлана Володимирівна – к.ф.-м.н., доцент кафедри інформатики та програмної інженерії Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: spopereshnayk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0531-9809.

Poppereshnyak Svitlana Volodymyrivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Informatics and Software of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. E-mail: spopereshnayk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0531-9809.

УДК 004.514

T.V. RATUSHNYAK, A.A. OMELCHUK, O.V. HLADCHENKO, A.V. KHOM'YAK
Державний податковий університет
С.М. ХОЦКІНА
Криворізький національний університет

ІНКЛЮЗИВНИЙ ВЕБДИЗАЙН: СТАНДАРТИ ТА ЦИФРОВІ ІНСТРУМЕНТИ ТЕСТУВАННЯ ДОСТУПНОСТІ ВЕБСАЙТУ

У роботі розглядається інклюзивний вебдизайн як міждисциплінарна галузь, спрямована на дослідження та усунення бар'єрів у використанні цифрових продуктів і послуг. Такі бар'єри можуть бути спричинені фізичними особливостями користувачів. А інклюзивний вебдизайн, керуючись принципами рівності, гнучкості, інтуїтивності, толерантності до помилок, допомагає створювати якісні вебсайти й вебзастосунки, доступні для всіх категорій користувачів. Затвердження принципів інклюзивного дизайну має вирішальне значення для бізнесу, допомагаючи бути конкурентоспроможним у дедалі більш різноманітному та інклюзивному суспільстві.

У роботі висвітлено сучасні вебстандарти та критерії вебдоступності.

Розглянуто цифрові інструменти для автоматизованого тестування доступності вебсайтів, серед яких: Qualweb, Accessibility Checker, SBF Color Contrast Checker, Stark Accessibility Checker. Досліджено функціонал цих інструментів і продемонстровано, що їх використання розробниками цифрових продуктів дає змогу швидко та ефективно аналізувати вебдоступність, виявляти проблеми й отримувати корисні рекомендації для їх усунення.

Проаналізовано рівень доступності вебсайтів українських закладів вищої освіти (ЗВО). Дослідження показало, що загалом сайти українських ЗВО не відповідають найвищим стандартам вебдоступності, як-от WCAG 2.2 на рівні AAA. Водночас сайти окремих провідних ЗВО України демонструють близькі до успішних показники вебдоступності.

Для більш глибокого аналізу причин низької вебдоступності розглянуто сайт Державного податкового університету виявлено низку проблем у вебдизайні й надано рекомендації щодо їх усунення.

Стаття може бути корисною як широкому загалу, так і здобувачам вищої освіти спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» за освітньо-професійною програмою «Технології цифрового дизайну».

Ключові слова: інклюзивний вебдизайн, вебдоступність, вебстандарт, цифровий інструмент тестування вебдоступності, імідж бренду.

T.V. RATUSHNYAK, A.A. OMELCHUK, O.V. HLADCHENKO, A.V. KHOMIAK
State Tax University
S.M. KHOTSKINA
Kryvyi Rih National University

INCLUSIVE WEBDESIGN: STANDARDS AND DIGITAL TOOLS FOR WEBSITE ACCESSIBILITY TESTING

The work considers inclusive web design as an interdisciplinary field aimed at researching and removing barriers to the use of digital products and services. Such barriers may be caused by the physical characteristics of users. And inclusive web design, guided by the principles of equality, flexibility, intuitiveness, error tolerance, helps create high-quality websites and web applications accessible to all categories of users. Adopting the principles of inclusive design is critical for businesses to help them compete in an increasingly diverse and inclusive society.

The work highlights modern web standards and web accessibility criteria.

Digital tools for automated website accessibility testing are considered, including: Qualweb, Accessibility Checker, SBF Color Contrast Checker, Stark Accessibility Checker. The functionality of these tools has been studied and it has been demonstrated that their use by developers of digital products allows for quick and efficient analysis of web accessibility, identifying problems and obtaining useful recommendations for their elimination.

The level of accessibility of websites of Ukrainian higher education institutions was analyzed. The study showed that, in general, the websites of Ukrainian higher education institutions (HEIs) do not meet the highest web accessibility standards, such as WCAG 2.2 at the AAA level. At the same time, the websites of some leading higher educational institutions of Ukraine demonstrate close to successful indicators of web accessibility.

For a more in-depth analysis of the reasons for low web accessibility, the website of the State Tax University was examined, a number of problems in web design were identified, and recommendations for their elimination were provided.

The article can be useful both to the general public and to students of higher education in the specialty 122 "Computer Science" under the educational and professional program "Technologies of Digital Design".

Key words: inclusive web design, web accessibility, web standard, digital web accessibility testing tool, brand image.

Постановка проблеми

Традиційні підходи до дизайну не завжди враховують потреби деяких категорій користувачів, і це призводить до створення продуктів, послуг та середовищ, які не є доступними або придатними до використання всіма бажаними. Ігнорування проблеми доступності може призвести до дискримінації та нерівності між людьми, що вплине на їх здатність повноцінно брати участь у різних аспектах життя. Розв'язання проблеми обмеженої доступності реалізується через інклюзивний дизайн. Термін «інклюзивний дизайн» запроваджено в США в галузі архітектури, щоб виокремити новий підхід до проектування споруд – урахування потреби людини з обмеженою мобільністю й забезпечення безбар'єрного простору [1].

Тепер інклюзивний дизайн – це міждисциплінарна галузь, яка поєднує знання з різних наукових дисциплін, як-от психологія, соціологія та інженерія, з практичними дизайнерськими рішеннями для створення продуктів, послуг і середовищ, корисних та доступних для якомога ширшої аудиторії. Інклюзивний дизайн – це не просто новітній тренд у створенні продуктів та послуг для людей з особливими потребами, це універсальний дизайн, яким з легкістю може скористатися кожен.

Інклюзивний дизайн є не лише відгуком на соціокультурні зміни, а й ключовим фактором формування конкурентоспроможності. Сучасні провідні бренди активно впроваджують інклюзивний дизайн як стратегічний крок до успіху.

В епоху інформаційної культури доступність та інклюзивний дизайн активно реалізуються в галузі інформаційних технологій; запроваджуються поняття «цифрова доступність», «цифрова інклюзія», «вебдоступність», «інклюзивний вебдизайн».

Цифрова доступність – можливість використання цифрових сервісів якомога більшою кількістю людей, включно з людьми з інвалідністю. Цифрова доступність містить доступність вебсайтів, мобільних застосунків та інших інформаційно-комунікаційних технологій.

Вебдоступність – це концепція, яка передбачає створення вебсайтів та вебзастосунків, якими можуть користуватися всі користувачі, незалежно від їхніх фізичних або когнітивних особливостей. Це означає, що люди з інвалідністю, літні люди та інші користувачі з обмеженими можливостями мають такий самий доступ до інформації та послуг в інтернеті, як і всі інші.

Ураховуючи те, що близько 80 % українців [2] щоденно користуються мережею Інтернет, питання вебдоступності та інклюзивного вебдизайну є актуальним напрямом наукових досліджень.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Теоретичні засади цифрової доступності інформаційно-комунікативних технологій та цифрової інклюзії висвітлено в роботах вітчизняних науковців, як-от Г. Давиденко [3], О. Криклій [4], М. Єнін, М. Кухта [5]. Значний внесок у дослідження цифрової інклюзії зробили зарубіжні автори [6–8]. Питання доступності цифрових державних послуг в Україні та за кордоном досліджували: А. Медведь [9], Д. Попов [10–12]. Проблеми доступності у використанні інформаційно-комунікативних технологій в освіті досліджено в роботах О. Костюк [13], Ю. Носенко [14].

Критерії доступності та сучасні стандарти інклюзивного вебдизайну розглянуто в роботах Д. Попова [11] та К. Атакулової [15]. Практичні аспекти розробки інклюзивного вебдизайну сайтів демонструються в роботах [15–17].

Варто відзначити, що дослідження впливу цифрової трансформації на вразливі групи населення залишаються актуальними, а за результатами досліджень розробникам цифрових сервісів надають рекомендації для розв'язання проблем цифрової доступності [18]. Водночас у наукових публікаціях недостатньо висвітлено питання автоматизованого тестування доступності вебсайтів.

Мета дослідження

У роботі планується: розглянути сучасні вебстандарти, критерії вебдоступності та цифрові інструменти для автоматизованого тестування доступності вебсайтів; проаналізувати рівень доступності вебсайтів українських закладів вищої освіти.

Викладення основного матеріалу дослідження

До провідних світових розробників вебстандартів належать: Міжнародна організація W3C [20], професійна асоціація International Association of Accessibility Professionals (IAAP) [21] та некомерційні громадські організації WebAIM і The A11Y Project. Розробка вебстандартів базується на проведених численних дослідженнях щодо доступності інтерфейсів вебсайтів.

Основним документом, який визначає принципи вебдоступності, надає рекомендації та містить критерії вебдоступності, є WCAG (Web Content Accessibility Guidelines) – Настанови з доступності вебумісту. Цей документ розроблено організацією W3C, він містить детальні технічні вимоги до вебконтенту.

Більшість міжнародних та локальних стандартів побудовані на основі рекомендацій WCAG. Наприклад, європейський стандарт EN 301 549 базується на WCAG версії 2.1. Цей стандарт затверджено і в Україні як ДСТУ EN 301 549:2022 «Інформаційні технології. Вимоги щодо доступності продуктів та послуг ІКТ» у червні 2022 року [11; 22].

У документі WCAG сформульовано чотири основні принципи вебдоступності:

1. Сприйнятливість (Perceivable): інформація та користувацький інтерфейс повинні бути подані користувачу в спосіб, який забезпечить сприймання. Це означає, що подана інформація не може бути невидимою для всіх органів чуття. Сприйнятливість містить:

- альтернативний текст для зображень;
- використання кольорів з достатнім контрастом;
- надання транскриптів для аудіо- та відеоконтенту.

2. Операбельність (Operable): компоненти інтерфейсу користувача та навігація мають бути працездатними. Це означає, що користувачу забезпечено можливість керувати інтерфейсом, а інтерфейс не може вимагати взаємодії, яку користувач не може виконати. Операбельність містить:

- доступність для клавіатури;
- достатньо часу для читання динамічного контенту;
- відсутність приховування контенту за елементами, які не видно з екрана читачам.

3. Зрозумілість (Understandable): інформація та користувацький інтерфейс повинні бути зрозумілими. Зрозумілість містить:

- чітку структуру сторінки;
- просту й зрозумілу мову;
- логічну послідовність елементів.

4. Надійність (Robust): контент має бути достатньо надійним, щоб його могли інтерпретувати різноманітні користувацькі агенти, включно з допоміжними технологіями. Надійність містить:

- сумісність з різними браузерними та пристроями;
- відсутність помилок, які можуть перешкоджати користувачам.

У документі WCAG також надають настанови: це рекомендації для авторів, щоб зробити вміст доступнішим для користувачів із різними порушеннями. Ці рекомендації не підлягають перевірці, але окреслюють рамки та загальні цілі інклюзивного вебдизайну.

Для кожної рекомендації визначено критерії успішності, які застосовують для перевірки на відповідність і задоволення вимог, наприклад, у проєктній специфікації, закупівлях, правовому регулюванні та угодах.

Документ WCAG визначає три рівні доступності для задоволення потреб різних груп і різних ситуацій:

1. Рівень А: Мінімальні вимоги, які допомагають широкому колу користувачів отримати доступ до основного контенту.

2. Рівень AA: Більш високий рівень, який забезпечує доступність для більшої кількості користувачів, включно з людьми з певними видами інвалідності.

3. Рівень AAA: Найвищий рівень, який забезпечує максимально можливу доступність для всіх користувачів, включно з людьми з важкими формами інвалідності.

Оптимальним рівнем для доступності вебсайту є рівень AA. Щоб відповідати рівню AA, вебсайт повинен задовольняти вимоги за всіма критеріями успішності рівнів А та AA. Повний перелік критеріїв успішності наведено в документі «Настанови з доступності вебумісту» [20]. Наведемо деякі з них, які, на думку авторів, є основними.

Основні критерії рівня А:

1. Альтернативний текст для зображень: кожне зображення повинно мати альтернативний текст, який передає його зміст і функцію.

2. Заголовки: вебсторінка повинна мати чітку структуру заголовків (H1, H2, H3 та інших), яка допомагає користувачам орієнтуватися в контенті.

3. Мова сторінки: мова сторінки повинна бути чітко визначена, щоб допомагати користувачам застосовувати технології підтримки, як-от комп'ютерні програми «читач екрана» або «перекладач».

4. Контрастність: кольори тексту і фону повинні мати достатню контрастність, щоб забезпечити читабельність для користувачів з порушеннями зору.

5. Розмір шрифту: шрифт повинен бути досить великим, щоб його можна було легко читати.

6. Час для читання: користувачі повинні отримати достатньо часу для читання контенту, перш ніж він зникне або зміниться.

7. Механізми допомоги: вебсайт повинен надавати механізми допомоги користувачам, як-от довідка, інструкції та контактна інформація.

8. Заголовки таблиць й опис рядків та стовпців: таблиці повинні мати чітко визначені заголовки, а також описи рядків і стовпців для користувачів екранних читачів.

9. Маркування елементів керування: елементи керування, як-от кнопки, посилання та поля введення, повинні мати чіткі мітки, які описують їх функціональність.

Основні додаткові критерії рівня AA:

1. Контрастність: більш жорсткі вимоги до контрастності між текстом і фоном для забезпечення читабельності для людей з порушеннями зору.

2. Час для читання: більш тривалий час для читання динамічного контенту, щоб користувачі з обмеженими можливостями могли встигнути його прочитати.

3. Розмір шрифту: мінімальний розмір шрифту збільшується для кращої видимості.

4. Клавіатурне фокусування: чітке візуальне подання елементів, які отримують фокус клавіатури.

5. Доступність для мобільних пристроїв: вимоги до адаптивності вебсайту під різні розміри екранів.

6. Аудіо та відео: наявність субтитрів і транскриптів для аудіо- та відеоконтенту.

Основні додаткові критерії рівня AAA:

1. Візуальний контент: детальніші вимоги до альтернативного тексту для складних зображень і діаграм.

2. Аудіо та відео: наявність точних транскриптів, субтитрів і аудіодескрипцій для всього аудіовізуального контенту.

3. Час для читання: ще більш тривалий час для читання динамічного контенту.

4. Клавіатурне фокусування: додаткові вимоги до візуального подання фокусу клавіатури.

5. Сприйняття кольору: використання кольору як єдиного способу передачі інформації обмежено.

6. Доступність для людей з епілепсією: запобігання спалахів світла і швидких змін зображення, які можуть викликати епілептичні напади.

В актуальній версії WCAG 2.1 «Настанов з доступності вебумісту» [20] зазначається: «Якщо дотримуватися цих вказівок, можна зробити контент доступнішим для більш широкого кола людей з інвалідністю, зокрема пристосувати його для незрячих і людей зі слабким зором, тих, хто не чує або має порушення слуху, тих, хто має порушення рухливості, порушення мовлення, світлочутливості та комбінації цих станів, а також забезпечити адаптацію для людей з труднощами в навчанні та з когнітивними порушеннями. Однак все одно задовольнити потреби всіх користувачів з такими порушеннями неможливо. Ці настанови стосуються доступності вебумісту на настільних комп'ютерах, ноутбуках, планшетах і мобільних пристроях. Дотримуючись цих рекомендацій, загалом можна зробити вебуміст зручнішим».

Дотримання стандартів, які базуються на WCAG 2.1, не лише поліпшує доступність контенту для людей з обмеженими можливостями, а й підвищує загальний користувацький досвід та впливає на рейтинг у пошукових системах.

Наведемо найбільш важливі рекомендації дизайнерів-практиків для успішної реалізації інклюзивного вебдизайну відповідно до стандарту WCAG [20]:

1. Проведення досліджень:

– вивчення потреб та можливостей людей з різними особливостями;

– проведення опитувань та тестування програмних продуктів із залученням користувачів з різними потребами;

– аналіз досягнень конкурентів у цифровій доступності.

2. Залучення користувачів:

– створення фокус-груп людей з різними особливостями;

– залучення користувачів до тестування продуктів та послуг на ранніх етапах розробки;

– збір відгуків та пропозицій щодо покращення інклюзивності.

3. Використання доступних інструментів:

– рекомендації та стандарти щодо інклюзивного дизайну, наприклад, WCAG 2.1;

– використання доступних інструментів та програмного забезпечення для розробки інклюзивних продуктів;

– навчання команди принципам інклюзивного дизайну.

4. Постійне вдосконалення:

– регулярний перегляд та оновлення продуктів з погляду інклюзивності;

– створення культури інклюзивності в компанії;

– використання інклюзивного дизайну у всіх аспектах діяльності бренду, від маркетингу до комунікацій.

Розглянемо один із класичних прикладів розв'язання проблеми вебдизайну для людей з порушенням зору. Ідеться про адаптацію інтерфейсу для людей, які мають дальтонізм (нездатність розрізняти один або декілька кольорів). На рисунку 1 для діаграми використано три чисті кольори: червоний, зелений, синій. У колірній моделі HSB цим кольорам відповідають такі значення тону, насиченості і яскравості: (0, 100, 100), (120, 100, 100), (240, 100, 100). Для людини, яка не розрізняє кольорів, така діаграма є читабельною.

На рисунку 2 продемонстровано, як зміниться діаграма, якщо параметри насиченості і яскравості зменшити: (0, 50, 80), (120, 50, 80), (240, 50, 80); у такому разі читабельність діаграми буде або низькою, або втраченою, тобто недоступною.



Рис. 1. Параметри кольорів, які не порушують доступність контенту для людини з дальтонізмом типу «ахромато́пія»

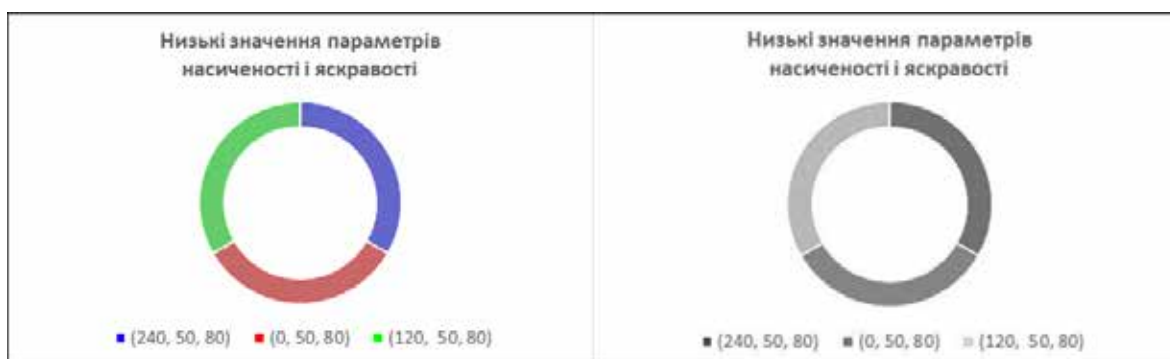


Рис. 2. Параметри кольорів, які можуть порушити доступність контенту для людина з дальтонізмом типу «ахромато́пія»

Отже, у роботі веброзробника є актуальними цифрові інструменти для тестування, кореляції та добору кольорів.

У 2020 році ІТ-компанія Google року впровадила в браузер Chrome новий інструмент розробника, який дає змогу перемикати режими перегляду вебсайту. Ці режими змінюють кольори або різкість вебконтенту так, щоб імітувати зниження гостроти зору або види дальтонізму (рис. 3): нечіткий зір, знижена контрастність, протанопія, дейтеранопія, тріанопія, ахромато́пія. Перехід до меню цього інструмента здійснюється за ланцюгом: More Tools – Rendering – Emulate Visual Deficiencies.

Для добору та кореляції кольорів можна використати онлайн-ресурс Color Brewer 2.0 [23], який було ретельно розроблено як діагностичний інструмент для оцінки надійності окремих колірних схем у дизайні карт, діаграм та графіків.

Розглянемо питання цифрових інструментів для тестування доступності вебсайтів більш докладно. У «Короткому посібнику з цифрової доступності» [11] розрізняють автоматизоване й ручне тестування.

Автоматизоване тестування – це перевірка вебсайту на доступність за допомогою спеціальних плагінів. Головними перевагами автоматизованого методу є швидкість та неупередженість, оскільки на його результати не впливає людський фактор. Автоматизовані інструменти перевірки доступності можуть виявити багато проблем із доступністю контенту вебсайту, зокрема: зображення без альтернативного тексту; поля без міток, проблеми контрастності тощо.

Автоматизовані інструменти є важливою частиною загального забезпечення доступності та процесу контролю якості. Водночас є певні типи проблем, які автоматизованим інструментам важко визначити:

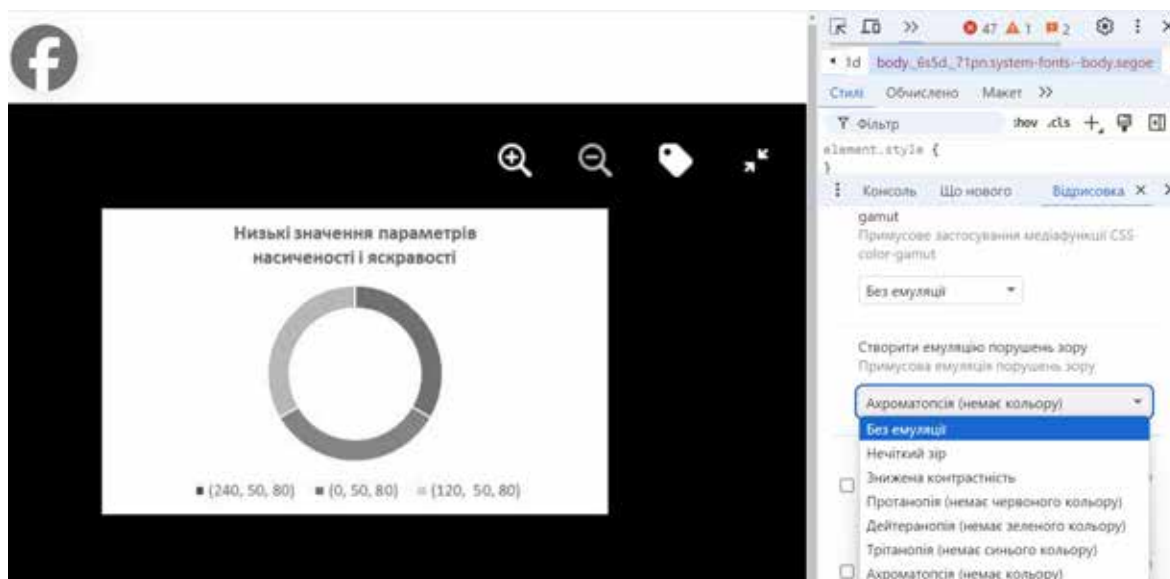


Рис. 3. Інструмент розробника в браузері Chrome для тестування доступності вебсайту для користувачів із порушеннями зору

1. Якість і точність: неточний або низькоякісний альтернативний текст не краще, ніж його відсутність. Автоматизовані інструменти можуть лише визначити, чи є в зображення альтернативний текст. Однак вони не можуть оцінити, чи є альтернативний текст точним і правильним. Те саме стосується текстових міток для елементів форми та заголовків у таблицях;

2. Порядок фокусування клавіатури: автоматизовані інструменти не можуть надійно визначити, де має бути фокус клавіатури в будь-який момент часу. Коли користувач натискає кнопку, фокус має перейти до логічного пункту призначення (наприклад, до діалогового вікна чи повідомлення про помилку), але автоматизований інструмент не може визначити відповідне розташування фокуса;

3. Складні компоненти (діалогові вікна, каруселі та меню-акордеони): автоматичний інструмент не може виявити всі можливі способи їх неправильного створення, особливо коли йдеться про сценарії взаємодії з клавіатурою.

Загалом досить важко оцінити частку проблем із доступністю, які можуть виявити автоматизовані інструменти, насамперед тому, що кожен вебсайт відрізняється від решти. Зазвичай, цей показник становить 30–50 %. Чим складніший вебсайт з погляду скриптів і складних компонентів, тим нижчою буде частка виявлених автоматизованими методами проблем.

На сьогодні розроблено значну кількість як автоматизованих, так і ручних сервісів. На сайті [24] пропонується список цифрових інструментів, який налічує 51 сервіс для тестування доступності вебсайтів (рис. 4).

Цифрові інструменти [24] для тестування вебдоступності класифіковано за такими категоріями:

1. Спосіб тестування: ручне тестування, автоматизоване тестування.
2. Фінансова характеристика: безкоштовно, обмежена безкоштовна функціональність, пробна версія з обмеженим часом, підписка, одноразова покупка.
3. Тип інструмента: плагін для браузера, букмарклет, настільна програма, мобільний застосунок, онлайн-інструмент, серверна інтеграція, командний рядок, плагін інструмента програмування/IDE, CMS-плагін.
4. Стандарти: WCAG2.0, WCAG2.1, WCAG2.2, EPUB1.1.
5. Тип файлу: HTML / XHTML, CSS, PDF, Документи Microsoft Office, EPUB.

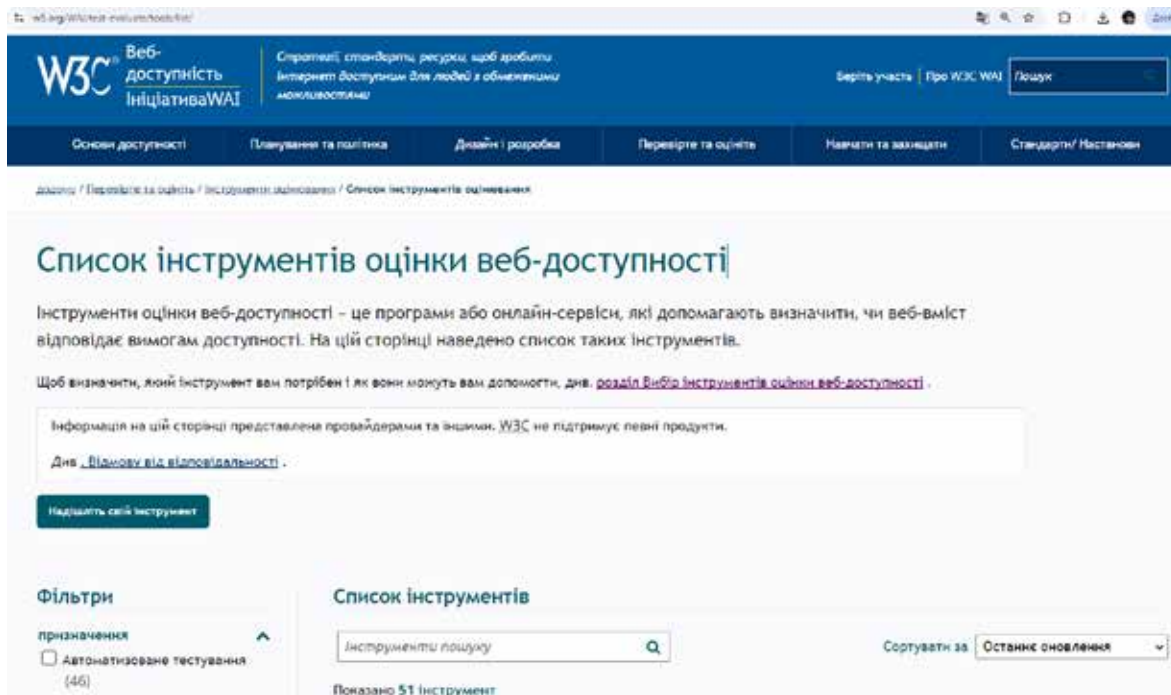


Рис. 4. Інструменти оцінки вебдоступності на сайті Міжнародної організації W3C

6. Сфера застосування: одна сторінка / екран, весь вебсайт / програмне забезпечення / продукт, шаблони сторінок / екранів, обмежені або захищені паролем сторінки, компоненти.

7. Операційні системи: MacOS, Windows, Linux, Android, iOS.

8. Браузери: Chrome, Edge, Firefox, Safari, Opera.

До кожного цифрового інструмента надається короткий опис, URL-адреса та інформація про підтримувані платформи.

Одним із рекомендованих інструментів [24] є QualWeb [25] – це комплексний інструмент тестування вебсайтів на відповідність стандарту WCAG 2.1. Основні функціональні можливості QualWeb:

1. Автоматизована перевірка: QualWeb може автоматично перевіряти вебсторінку на відповідність набору технік WCAG 2.1 та правил АСТ (Automated Conformance Checking).

2. Комплексний аналіз: інструмент аналізує різні аспекти вебсторінки, включно з HTML, CSS, JavaScript та іншими технологіями, які використовуються для створення сучасних вебсайтів.

3. Генерація звітів: після завершення аналізу QualWeb генерує детальний звіт, який містить інформацію про виявлені проблеми, їх важливість та рекомендації щодо їх усунення.

4. Інтеграція з іншими інструментами: QualWeb може бути інтегрований з іншими інструментами розробки, що дає змогу автоматизувати процес перевірки доступності.

5. Підтримка різних мов: інструмент підтримує різні мови, що робить його доступним для розробників з усього світу.

Застосуємо QualWeb до тестування вебсайтів закладів вищої освіти України на предмет вебдоступності. Для аналізу візьмемо сайти десяти найкращих університетів за 2024 рік [26]. Результат тестування продемонстровано на рисунку 5.

На основі отриманих результатів можна стверджувати, що інклюзивний вебдизайн відповідно до стандарту WCAG 2.1 найбільш вдало реалізовано на сайтах таких українських університетів: Сумський державний університет, Львівський національний університет імені Івана Франка, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, Національний

університет «Львівська політехніка». Натомість сайт Київського національного університету імені Тараса Шевченка, попри високий рейтинг навчального закладу (посідає друге місце), має найнижчий рівень за кількістю успішно виконаних критеріїв, що вказує на необхідність покращення вебдизайну для досягнення вебдоступності.



Рис. 5. Результат тестування вебдоступності сайтів навчальних закладів України інструментом QualWeb відповідно до стандарту WCAG 2.1

Рекомендованим інструментом [24] комплексного тестування відповідно до стандарту WCAG 2.2 є Accessibility Checker [27]. Інструмент є умовно безкоштовним: з обмеженням за кількістю перевірок на добу. Інструмент виявляє порушення та надає рекомендації для покращення доступності вебконтенту для осіб з інвалідністю. На рисунку 6 продемонстровано результат тестування, з якого видно, що найкращі показники вебдоступності мають сайти Національного університету «Львівська політехніка» та Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського» з показниками вебдоступності 73 % і 72 % відповідно. Але такий результат не є задовільним, бо інструмент Accessibility Checker вважає сайт вебдоступним, якщо комплексна оцінка досягає значення 90 %.

Проведемо комплексний аналіз вебдоступності сайту <https://dpu.edu.ua> Державного податкового університету (ДПУ) [28].



Рис. 6. Результат тестування вебдоступності сайтів навчальних закладів України інструментом Accessibility Checker відповідно до стандарту WCAG 2.2

На першому етапі виконаємо комплексне тестування вебдоступності інструментом Accessibility Checker [27]. Результати перевірки наведено на рисунку 7. Сайт є доступним на 37 %, це низький показник. Основною проблемою є невидимість більшості тексту та кнопок для «екранного читача»: це не дає змоги людям із порушеннями зору почути необхідний контент. Щоб «екранний читач» міг зчитувати текст і кнопки на вебсайті, необхідно: використовувати атрибути доступності, як-от `aria-label` для опису кнопок; застосовувати семантичні HTML-елементи для правильного структурування контенту; подавати текст у текстовому форматі (а не як зображення). Виконання цих рекомендацій забезпечить повну доступність для користувачів з порушеннями зору й зробить навігацію сайтом зрозумілою.

На другому етапі дослідимо колірний контраст фону та кнопок порівняно з текстом. Для цього використаємо інструмент SBF Color Contrast Checker [29]. На рисунках 8 та 9 продемонстровано результати роботи інструменту. На рисунку 8 представлено результати аналізу колірного контрасту фону і тексту: сайт відповідає найвищому рівню доступності WCAG 2 AAA. На рисунку 9 представлено результати аналізу колірного контрасту кнопок і тексту: сайт відповідає рівню доступності WCAG 2 AA, але не відповідає рівню WCAG 2 AAA через низький контраст, оскільки кольори мають близькі відтінки синього. Загалом, це добрий показник. Для покращення контрасту інструмент SBF Color Contrast Checker рекомендує використовувати колірні схеми: компліментарну, квадратну, трикутну.

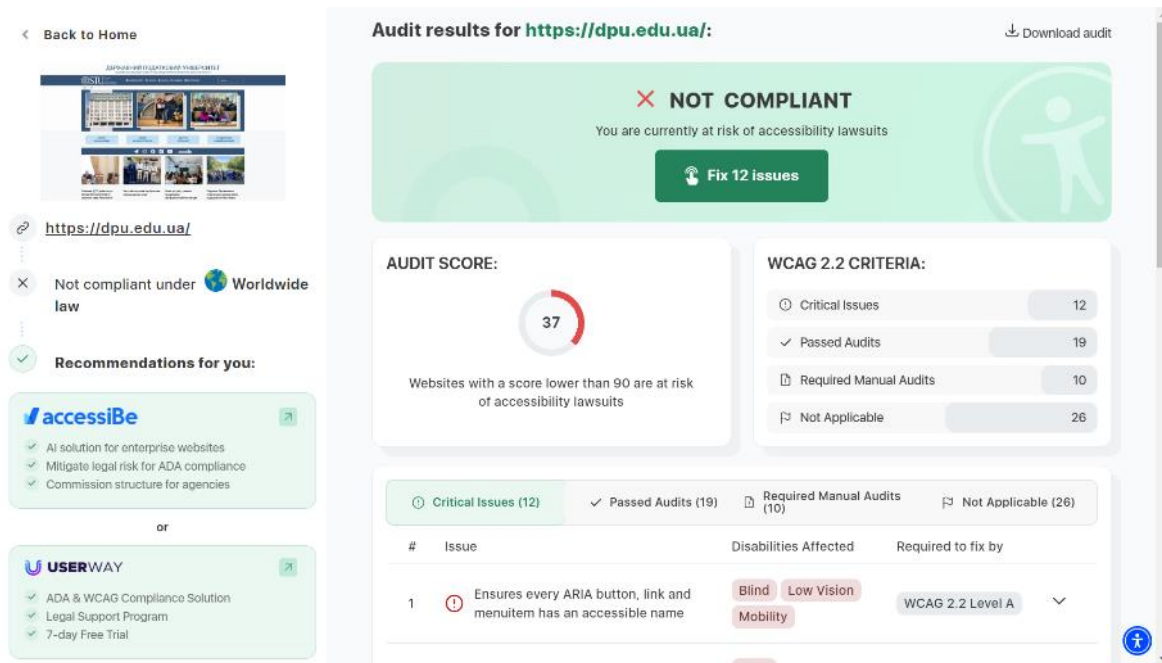


Рис. 7. Комплексний аналіз вебдоступності сайту ДПУ відповідно до стандарту WCAG 2.2

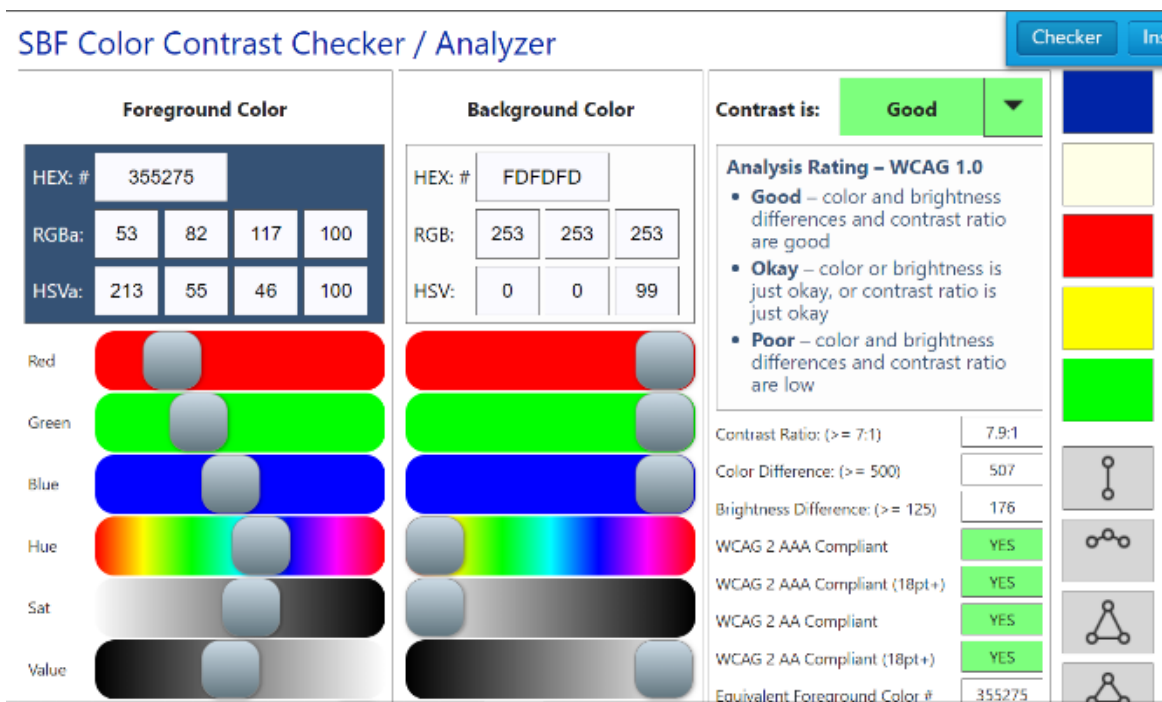


Рис. 8. Аналіз колірної контрасту фону й тексту сайту Державного податкового університету

На третьому етапі застосуємо альтернативний автоматизований інструмент Stark Accessibility Checker [30] для комплексного тестування, щоб виявити можливі додаткові проблеми у вебдизайні та вебдоступності. Інструмент містить такі функції: перевірка контрастності кольорів, анотації для альтернативного тексту, симулятор зору та перевірка порядку фокусу. Stark Accessibility Checker є розширенням браузера, тому його можна швидко запустити у вікні браузера як додаткову панель з правого боку екрана (рис. 10).

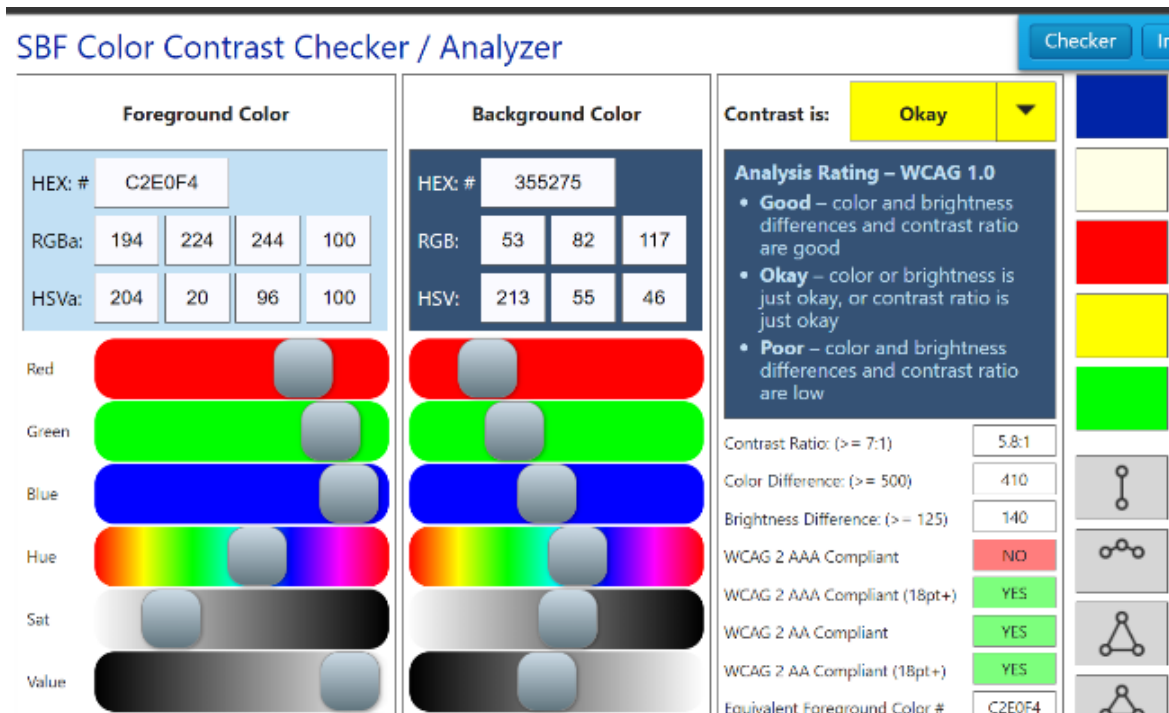


Рис. 9. Аналіз колірної контрасту кнопок і тексту сайту Державного податкового університету

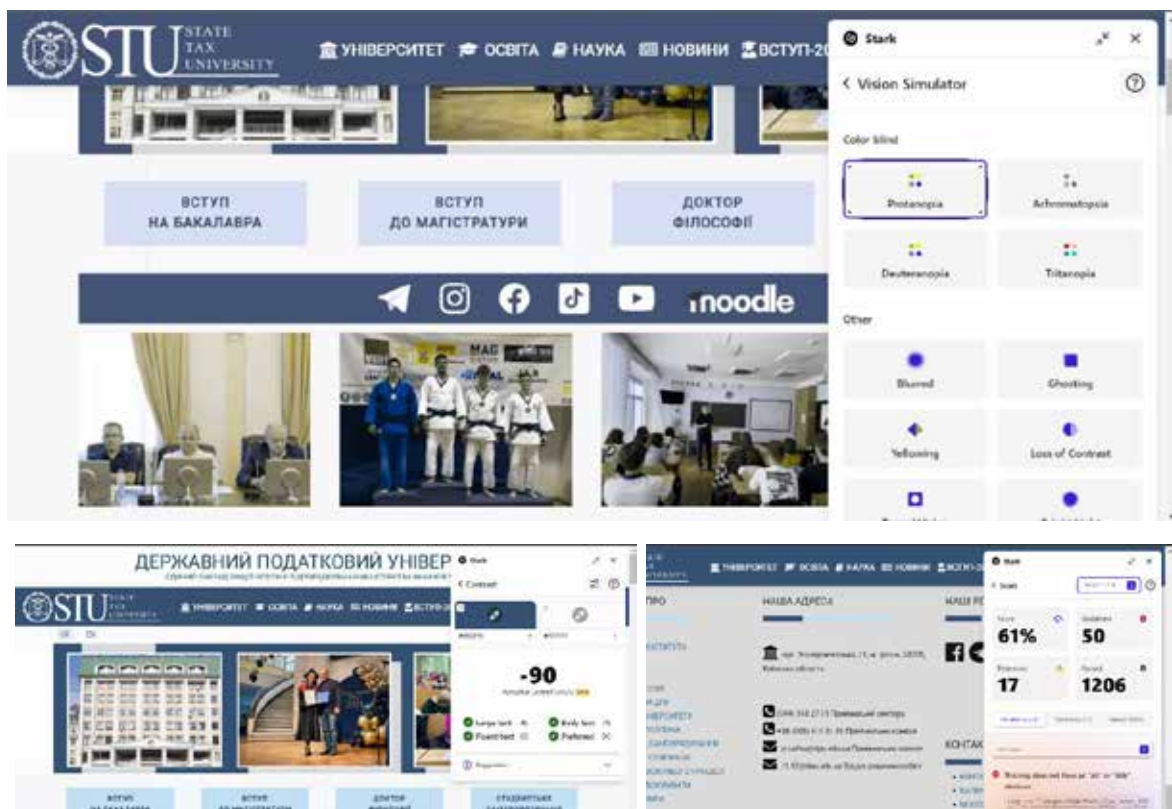


Рис. 10. Інструмент Stark Accessibility Checker

Інструмент Stark Accessibility Checker виконав тестування сайту відповідно до стандарту WCAG 2.2 і визначив, що вебдоступність є успішною на рівні 61 %. Цей показник

інтерпретується так: сайт є доступним для користувачів з деякими обмеженими можливостями, але вимагає виправлення окремих дефектів вебдизайну. Перелічимо виявлені проблеми:

- 1) кольори для більшості елементів сайту дібрано вдало; але footer містить деякі елементи, недоступні для користувачів з дальтонізмом типу «ахроматопсія» (рис. 11);
- 2) розміри деяких кнопок не дають змоги зрозуміти їх призначення на переносних пристроях, зокрема смартфонах.

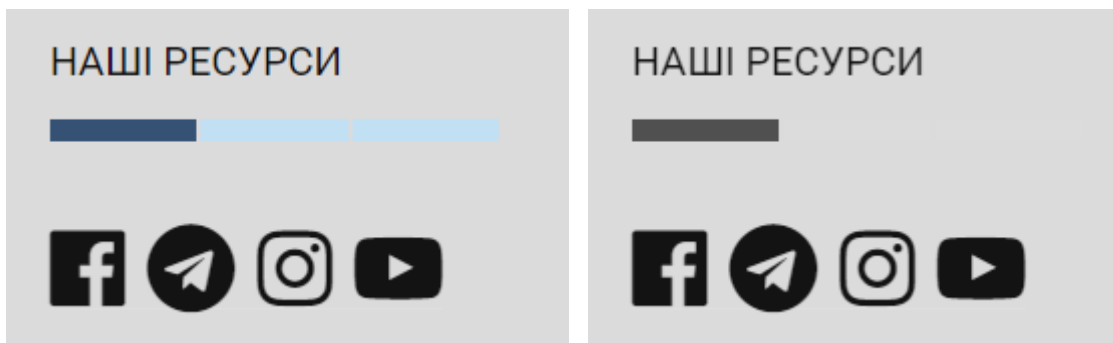


Рис. 11. Проблеми вебдоступності, виявлені інструментом Stark Accessibility Checker

На четвертому етапі порівнюємо вебдоступність сайту ДПУ з вебдоступністю сайтів провідних навчальних закладів України. Застосуємо інструмент комплексної оцінки QualWeb. Результат тестування (рис. 12) свідчить про низький рівень вебдоступності сайту ДПУ, як порівняти з іншими сайтами ЗВО України.

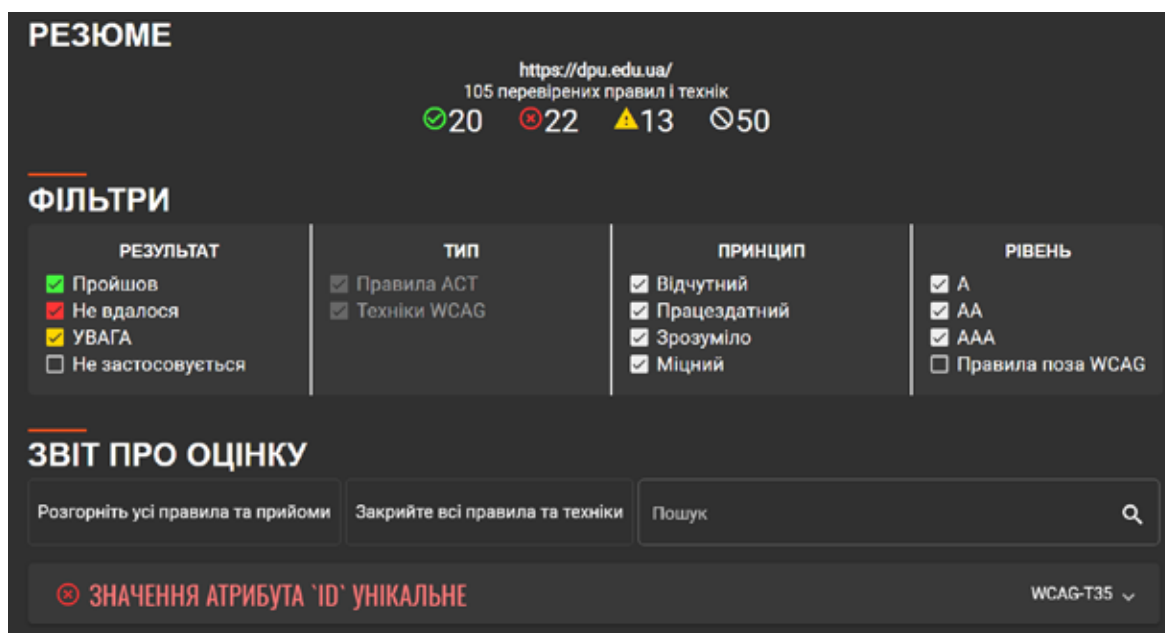


Рис. 12. Проблеми вебдоступності, виявлені інструментом QualWeb

Висновки

Інклюзивний дизайн стає важливим складником сучасної бренд-стратегії, сприяє розширенню аудиторії, підвищенню лояльності користувачів та поліпшенню іміджу бренду. Інклюзивний дизайн упроваджується у всі галузі людської діяльності, зокрема в галузь інформаційних технологій. Створення сучасних цифрових продуктів відбувається відповідно до принципів інклюзивної культури.

На сьогодні розроблено вебстандарти, критерії вебдоступності та цифрові інструменти для тестування доступності вебсайтів. Серед таких інструментів є низка автоматизованих, які дають змогу швидко та ефективно проаналізувати вебдоступність, виявити проблеми та надати рекомендації щодо їх усунення.

У статті використано автоматизовані інструменти Qualweb, Accessibility Checker, SBF Color Contrast Checker, Stark Accessibility Checker для тестування вебдоступності сайтів українських закладів вищої освіти.

Дослідження показало, що загалом сайти українських закладів вищої освіти (ЗВО) не відповідають найвищим стандартам вебдоступності, як-от WCAG 2.2 на рівні AAA. Водночас сайти окремих провідних ЗВО, як-от Національний університет «Львівська політехніка» та Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського», демонструють близькі до успішних показники вебдоступності такого рівня.

Для більш глибокого аналізу причин низької вебдоступності розглянуто сайт Державного податкового університету, виявлено низку проблем у вебдизайні й надано рекомендації щодо їх усунення. Хоч сайт університету й не відповідає міжнародному стандарту WCAG 2.2 на рівні AAA, проте й не порушує державного стандарту ДСТУ EN 301 549:2022.

Дослідження може сприяти розробці цифрових продуктів з високим рівнем вебдоступності.

Список використаної літератури

1. Ісаченко І. Нова елегантність міст. Еволюція інклюзивного дизайну. *PRAGMATIKA*. 2020. № 10. URL: <https://pragmatika.media/nova-elegantnist-mist-evoljucija-inkluzivnogo-dizajnu>.
2. Аналітичний звіт «Думки і погляди населення України щодо державних електронних послуг у 2023 році». URL: <https://www.undp.org/uk/ukraine/press-releases/ukrayintsi-staly-chastishe-korystuvatysya-internetom-80-onlayn-shchodnya-sotsopytuvannya>.
3. Цифрова інклюзія та доступність: соціальна діджиталізація: монографія / Ганна Давиденко. Вінниця : ТВОРИ. 2023. 240 с.
4. Криклій О.А. Концепція цифрової інклюзії. Сутність, фактори, елементи. *Економічні горизонти*. 2022. № 3 (21). С. 62–71.
5. Єнін М., Кухта М. Цифровий розрив та вразливі у цифровому аспекті соціальні групи в Україні. *Соціокультурні трансформації та геополітичні виклики в умовах багатопольного світу*. 2022. Київ, Держ. торг. – екон. ун-т. С. 216–221.
6. Zallio Matteo, Clarkson P. John. Designing the metaverse: A study on inclusion, diversity, equity, accessibility and safety for digital immersive environments. *Telematics and Informatics*. Vol. 75. December 2022. <https://doi.org/10.1016/j.tele.2022.101909>.
7. Persson H., Åhman H., Yngling A. Universal design, inclusive design, accessible design, design for all: different concepts—one goal? On the concept of accessibility—historical, methodological and philosophical aspects. *Universal Access in the Information Society*. 2014. Vol. 14, no. 4. P. 505–526. <https://doi.org/10.1007/s10209-014-0358-z>
8. Paul Cairns, Christopher Power, Mark Barlet, Greg Haynes. Future design of accessibility in games: A design vocabulary. *International Journal of Human Computer Studies*. 2019. <https://doi.org/10.1016/j.ijhcs.2019.06.010>.
9. Медведь А. Доступність цифрових управлінських послуг для громадян України. *Модернізація професійної підготовки державних службовців в умовах глобальних викликів та сучасних змін в суспільстві: збірник тез міжнародного круглого столу (Україна–Литовська Республіка, 08 липня 2021 р.)*. Київ, Навчально-науковий інститут публічного управління та державної служби Київського національного університету імені Тараса Шевченка, 2021. 176 с. С. 166–176. URL: <https://ipacs.knu.ua/pages/osn/2/news/1850/files/1231.pdf>.

10. Попов Д. Міжнародні практики щодо доступності мобільних застосунків державних органів влади: звіт за результатами дослідження. 2021. URL: https://www.undp.org/sites/g/files/zskgke326/files/migration/ua/Accessibility_Government_UKR_final.pdf.
11. Попов Д. Короткий посібник з цифрової доступності. 2023. URL: https://www.undp.org/sites/g/files/zskgke326/files/2023-06/korotkiy_posibnik_z_cifrovoi_dostupnosti_-_ukr.pdf.
12. Попов Д. Вебдоступність сайтів державних органів влади: звіт за результатами моніторингу. 2024. URL: https://bf.diaa.gov.ua/storage/app/media/Docs/undp-ua-monitoring_basic_web_accessibility_-_2023-2024.pdf.
13. Костюк О. Адаптивні інформаційно-комунікаційні технології для інклюзивної освіти дітей з обмеженими можливостями. *Міжнародний журнал з новітніх технологій у навчанні (iJET)*. 2018. № 13 (4). С. 4–17.
14. Носенко Ю.Г. Сучасні засоби ІКТ підтримки інклюзивного навчання: навчальний посібник / [А. В. Гета, В. М. Заїка, В. В. Коваленко та ін.]; за заг. ред. Ю. Г. Носенко. Полтава : ПУЕТ, 2018. 261 с.
15. Атакулова К. Ю. Дослідження методів проектування інтерфейсу вебсайтів для забезпечення доступності користувачам з обмеженими можливостями: кваліфікаційна робота за спеціальністю 121 «Інженерія програмного забезпечення»; Харківський національний університет радіоелектроніки. Харків, 2023. 57 с.
16. Чемерис Г. Ю. UX/UI дизайн: навчальний посібник для здобувачів ступеня вищої освіти бакалавра спеціальності «Дизайн» освітньо-професійної програми «Графічний дизайн». Запоріжжя : ЗНУ, 2021. 290 с.
17. Шикірявий Є., Шестопапов В. Інклюзивний веб-дизайн. Дія.Освіта: URL: <https://osvita.diaa.gov.ua/courses/inkluzivnij-vebdizajn>.
18. DRIVE: Проект з дослідження впливу цифрової трансформації на вразливі групи населення. 2022. URL: https://ega.ee/wp-content/uploads/2022/07/DRIVE_Ukraine_report_DVG_2022_UA.pdf.
19. Гладченко О., Ратушняк Т., Омельчук А., Ніжегородцев В., Вишемірська Я., Беспарточна О. Формування інформаційної культури майбутніх фахівців цифрового дизайну (освітньо-професійна програма «Технології цифрового дизайну»). *Теорія і практика управління соціальними системами*. Харків. 2023. № 4. С. 85–103. URL: <http://tipus.khpi.edu.ua/article/view/294717>. <https://doi.org/10.20998/2078-7782.2023.4.08>.
20. Настанови з доступності вебвмісту (WCAG) 2.1. URL: <https://www.w3.org/Translations/WCAG21-ua/>.
21. ІААР|Міжнародна асоціація фахівців із доступності. URL: <https://www.accessibilityassociation.org/>.
22. ДСТУ EN 301 549:2022. Інформаційні технології. Вимоги щодо доступності продуктів та послуг ІКТ. 2022. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/rada/show/v0068774-22#Text>.
23. ColorBrewer: Color Advice for Maps. URL: <https://colorbrewer2.org/>
24. Список інструментів оцінки веб-доступності W3C. URL: <https://www.w3.org/WAI/test-evaluate/tools/list>.
25. QualWeb. URL: <https://qualweb.di.fc.ul.pt>.
26. Рейтинг вищів «ТОП-200 Україна 2024». URL: <https://osvita.ua/vnz/rating/92375/>.
27. Перевірка доступності – відповідність вимогам ADA та WCAG. URL: <https://www.accessibilitychecker.org/>.
28. Державний податковий університет | Міністерство фінансів України. URL: <https://dpu.edu.ua/>.
29. SBF Color Contrast Checker. URL: <https://www.sbwfc.co.kr/color-contrast-checker>.
30. Website Checker for Agencies and Multi-Product Companies. URL: <https://sitechecker.pro/>.

References

1. Isachenko, I. (2020). Nova elehantnist mist: Evoliutsiia inkluzyvnoho dyzainu [The new elegance of cities: The evolution of inclusive design]. *PRAGMATIKA*, 10. Retrieved from: <https://pragmatika.media/nova-elegantnist-mist-evoljucija-inkluzivnogo-dizajnu> [in Ukrainian].
2. United Nations Development Programme. (2023). Dumky i pohliady naselennia Ukrainy shchodo derzhavnykh elektronnykh posluh [Thoughts and opinions of Ukraine's population on state e-services]. Retrieved from: <https://www.undp.org/uk/ukraine/press-releases/ukrayintsi-staly-chastishe-korystuvatysya-internetom-80-onlayn-shchodnya-sotsopytuvannya> [in Ukrainian].
3. Davidenko, H. (2023). *Tsyfrova inkluziia ta dostupnist: Sotsialna didzhytalizatsiia [Digital inclusion and accessibility: Social digitalization]*. Vinnytsia: TVORY [in Ukrainian].
4. Kryklii, O.A. (2022). Kontseptsiia tsyfrovoy inkluzii: Sutnist, factory, elementy [Concept of digital inclusion: Essence, factors, elements]. *Ekonomichni Horyzonty*, 3(21), 62–71 [in Ukrainian].
5. Yenin, M., & Kukhta, M. (2022). Tsyfrovyi rozryv ta vrazlyvi u tsyfrovomu aspekti sotsialni hrupy v Ukraini [Digital divide and socially vulnerable groups in Ukraine]. In *Sotsialni transformatsii ta heopolitychni vyklyky v umovakh bahatopoliarnoho svitu (216–221)*. Kyiv: DTEU [in Ukrainian].
6. Zallio, M., & Clarkson, P. J. (2022). Designing the metaverse: A study on inclusion, diversity, equity, accessibility and safety for digital immersive environments. *Telematics and Informatics*, 75. <https://doi.org/10.1016/j.tele.2022.101909> [in English].
7. Persson, H., Åhman, H., & Yngling, A. (2014). Universal design, inclusive design, accessible design, design for all: Different concepts—one goal? On the concept of accessibility—historical, methodological and philosophical aspects. *Universal Access in the Information Society*, 14 (4), 505–526. <https://doi.org/10.1007/s10209-014-0358-z> [in English].
8. Cairns, P., Power, C., Barlet, M., & Haynes, G. (2019). Future design of accessibility in games: A design vocabulary. *International Journal of Human Computer Studies*. <https://doi.org/10.1016/j.ijhcs.2019.06.010> [in English].
9. Medved, A. (2021). Dostupnist tsyfrovyyh upravlynskykh posluh dlia hromadian Ukrainy [Accessibility of digital governance services for Ukrainian citizens]. In *Modernizatsiia profesiinoi pidhotovky derzhavnykh sluzhbovtziv v umovakh hlobalnykh vyklykiv ta zmin (pp. 166–176)*. Kyiv: KNU [in Ukrainian].
10. Popov, D. (2021). Mizhnarodni praktyky shchodo dostupnosti mobilnykh zastosunkiv derzhavnykh orhaniv vlady [International practices on mobile app accessibility in public authorities]. Retrieved from https://www.undp.org/sites/g/files/zskgke326/files/migration/ua/Accessibility_Government_UKR_final.pdf [in Ukrainian].
11. Popov, D. (2023). *Korotkyi posibnyk z tsyfrovoy dostupnosti [A brief guide to digital accessibility]*. Retrieved from https://www.undp.org/sites/g/files/zskgke326/files/2023-06/korotkiy_posibnik_z_cifrovoy_dostupnosti_-_ukr.pdf [in Ukrainian].
12. Popov, D. (2024). *Vebdostupnist saitiv derzhavnykh orhaniv vlady [Web accessibility of government websites]*. Retrieved from https://bf.diia.gov.ua/storage/app/media/Docs/undp-ua-monitoring_basic_web_accessibility_-_2023-2024.pdf [in Ukrainian].
13. Kostiuk, O. (2018). Adaptivni informatsiino-komunikatsiini tekhnolohii dlia inkluzyvnoi osvity ditei z obmezhenymy mozhlyvostiamy [Adaptive ICT for inclusive education of children with disabilities]. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)*, 13 (4), 4–17 [in English].
14. Nosenko, Yu.H., Heta, A.V., Zaika, V.M., & Kovalenko, V.V. (2018). *Suchasni zasoby IKT pidtrymky inkluzyvnoho navchannia [Modern ICT tools for supporting inclusive education]*. Poltava: PUET [in Ukrainian].

15. Atakulova, K.Yu. (2023). Doslidzhennia metodiv proektuvannia interfeysu veb-saitiv dlia zabezpechennia dostupnosti [Study of methods for designing website interfaces to ensure accessibility]. *Bachelor's thesis*, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv [in Ukrainian].
16. Chemeris, H.Yu. (2021). *UX/UI dyzain: Navchalnyi posibnyk dlia zdobuvachiv stupenia bakalaura [UX/UI design: A textbook for undergraduate students]*. Zaporizhzhia: ZNU [in Ukrainian].
17. Shykiriavyi, Ye., & Shestopalov, V. (2024). Inklusyvnyi veb-dyzain [Inclusive web design]. *Diia. Osvita*. Retrieved from <https://osvita.diia.gov.ua/courses/inkluzivnij-vebdizajn> [in Ukrainian].
18. E-Governance Academy. (2022). DRIVE: Proiekt z doslidzhennia vplyvu tsyfrovoi transformatsii na vrazlyvi hrupy naselennia [DRIVE: Project on the impact of digital transformation on vulnerable groups]. Retrieved from https://ega.ee/wp-content/uploads/2022/07/DRIVE_Ukraine_report_DVG_2022_UA.pdf [in Ukrainian].
19. Gladchenko, O., Ratushniak, T., Omelchuk, A., Nizhehorodtsev, V., Vyshemirska, Ya., & Bespartochna, O. (2023). Formuvannia informatsiinoi kultury maibutnikh fakhivtsiv tsyfrovoho dyzainu [Developing the informational culture of future digital design specialists]. *Teoriia i praktyka upravlinnia sotsialnyimi systemamy*, 4, 85–103. <https://doi.org/10.20998/2078-7782.2023.4.08> [in Ukrainian].
20. World Wide Web Consortium. (2018). WCAG 2.1: Nastanovy z dostupnosti vebvmistu [Web Content Accessibility Guidelines 2.1]. Retrieved from <https://www.w3.org/Translations/WCAG21-ua/> [in Ukrainian].
21. IAAP | Mizhnarodna asotsiatsiia fakhivtsiv iz dostupnosti [International Association of Accessibility Professionals]. (2024). Retrieved from <https://www.accessibilityassociation.org/> [in Ukrainian].
22. DSTU EN 301 549:2022. (2022). Informatsiini tekhnolohii. Vymohy shchodo dostupnosti produktiv ta posluh IKT [Information technology. Accessibility requirements for ICT products and services]. Retrieved from <https://zakon.rada.gov.ua/rada/show/v0068774-22#Text> [in Ukrainian].
23. Brewer, C. (2024). ColorBrewer: Color Advice for Maps. Retrieved from <https://colorbrewer2.org/> [in English].
24. W3C. (2024). Spysok instrumentiv otsinky veb-dostupnosti [List of web accessibility evaluation tools]. Retrieved from <https://www.w3.org/WAI/test-evaluate/tools/list> [in Ukrainian].
25. QualWeb. (2024). Retrieved from <https://qualweb.di.fc.ul.pt> [in English].
26. Osvita.ua. (2024). Reitynh vyshiv "TOP-200 Ukraina 2024" [University rankings "TOP-200 Ukraine 2024"]. Retrieved from <https://osvita.ua/vnz/rating/92375/> [in Ukrainian].
27. Accessibility Checker. (2024). Perevirka dostupnosti – vidpovidnist vymoham ADA ta WCAG [Accessibility check – Compliance with ADA and WCAG requirements]. Retrieved from <https://www.accessibilitychecker.org/> [in Ukrainian].
28. Ministry of Finance of Ukraine. (2024). Derzhavnyi podatkovyi universytet [State Tax University]. Retrieved from <https://dpu.edu.ua/> [in Ukrainian].
29. SBF. (2024). SBF Color Contrast Checker. Retrieved from <https://www.sbwfc.co.kr/color-contrast-checker> [in English].
30. SiteChecker. (2024). Website Checker for Agencies and Multi-Product Companies. Retrieved from <https://sitechecker.pro/> [in English].

Ратушняк Тетяна Володимирівна – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри комп'ютерних та інформаційних технологій і систем Державного податкового університету. E-mail: ratush_tanya@ukr.net, ORCID: 0000-0002-9353-4268.

Омельчук Антон Анатолійович – к.т.н., провідний фахівець кафедри комп'ютерних та інформаційних технологій і систем Державного податкового університету. E-mail: tareon@ukr.net, ORCID: 0000-0001-6318-7464.

Гладченко Оксана Вікторівна – к.пед.н., доцент, доцент кафедри комп'ютерних та інформаційних технологій і систем Державного податкового університету. E-mail: gov_2016-2017ns@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1668-633X.

Хом'як Андрій Васильович – здобувач вищої освіти спеціальності 122 Державного податкового університету. E-mail: andrejkohom228@gmail.com.

Хоцькіна Світлана Миколаївна – к.пед.н., доцент, доцент кафедри професійної та соціально-гуманітарної освіти Криворізького національного університету. E-mail: khotskinasv@ukr.net, ORCID: 0000-0002-0297-930X.

Ratushniak Tetiana Volodymyrivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Computer and Information Technologies and Systems of the State Tax University. E-mail: ratush_tanya@ukr.net, ORCID: 0000-0002-9353-4268.

Omelchuk Anton Anatoliiovych – Candidate of Technical Sciences, Senior Specialist at the Department of Computer and Information Technologies and Systems of the State Tax University. E-mail: tareon@ukr.net, ORCID: 0000-0001-6318-7464.

Hladchenko Oksana Viktorivna – Candidate of Pedagogic Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Computer and Information Technologies and Systems of the State Tax University. E-mail: gov_2016-2017ns@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1668-633X.

Khomyak Andriy Vasylovych – higher education student in specialty 122 of the State Tax University. E-mail: andrejkohom228@gmail.com.

Khotskina Svitlana Mykolayivna – Candidate of Pedagogic Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Professional and Socio-Humanitarian Education of the Kryvyi Rih National University. E-mail: khotskinasv@ukr.net, ORCID: 0000-0002-0297-930X.

УДК 004.9

Т.В. РАТУШНЯК, А.А. ОМЕЛЬЧУК, А.Ю. ГОРБОВИЙ, О.В. ГЛАДЧЕНКО
Державний податковий університет
Я.С. ВИШЕМИРСЬКА
Таврійський національний університет імені В.І. Вернадського

ІНДЕКС DESI ЯК МІРА ЦИФРОВОЇ ТРАНСФОРМАЦІЇ У КРАЇНАХ ЄВРОПЕЙСЬКОГО СОЮЗУ

У роботі досліджується індекс цифрової економіки та суспільства DESI, який запроваджено як міру цифрової трансформації у країнах Європейського Союзу; розглядаються методологічні підходи до обчислення індексу DESI з 2014 по 2024 роки та викладається поточна математична модель і методика обчислення; наводиться сучасна модель індексу DESI та всі статистичні показники, які беруться до уваги для його обчислення. У роботі продемонстровано, як історично еволюціонувала модель індексу DESI: каркас моделі не зазнавав змін, залишаючись тришаровим, а кількість статистичних показників, які впроваджувались, а також їх групування у підкомпоненти та компоненти за окремими сферами цифрової трансформації (щодо Людського капіталу, Підключення до Інтернету, Інтеграції цифрових технологій, Цифрових державних послуг) декілька разів змінювались.

У роботі наводиться перелік сучасних комп'ютерних програм, які можуть бути корисними для обчислення індексу DESI відповідно до методики. Відзначається, що вибір програмного забезпечення для нормалізації, агрегації статистичних показників та обчислення інтегрального індексу значною мірою залежить від типу даних, обсягу даних, складності обчислень, необхідності візуалізації результатів або роботи з геопросторовими даними чи великими матрицями.

Спираючись на офіційні дані сайту Європейської комісії, у роботі демонструємо поточний рейтинг країн Європейського Союзу за рівнем цифрової трансформації відповідно до значення індексу DESI; проводимо аналіз динаміки цифрової трансформації у європейських країнах впродовж останніх п'яти років; визначаємо країни, які найбільш успішно виконують європейську програму розбудови «гігабіт-суспільства». Дослідження досягнень країн ЄС є важливим для подальшої цифрової трансформації економіки та суспільства Європейського Союзу та України як кандидата у члени ЄС.

У роботі проведено оцінювання готовності України до переходу на європейські стандарти аналізу статистичних даних, зокрема даних щодо цифрової економіки та суспільства. Встановлено, що Україна провела підготовку на законодавчому та теоретико-методологічному рівнях, зокрема: Міністерство цифрової трансформації України користується подібною методикою для обчислення Індексу цифрової трансформації регіонів України, а з 2025 року планується вперше обчислити індекс DESI для України.

Ключові слова: цифрова трансформація, індекс цифрової економіки та суспільства, індекс DESI, методологія обчислення індексу DESI.

T.V. RATUSHNYAK, A.A. OMELCHUK, A.YU. HORBOVYY, O.V. HLADCHENKO
State Tax University
YA.S. VYSHEMIRSKA
V.I. Vernadsky Taurida National University

INDEX DESI AS A MEASURE OF DIGITAL TRANSFORMATION IN THE COUNTRIES OF THE EUROPEAN UNION

The work examines the digital economy and society index DESI, which was introduced as a measure of digital transformation in the countries of the European Union; methodological approaches to the calculation of the DESI index in the period from 2014 to 2024 are considered and the current method of calculation and mathematical model are explained; the modern model of the DESI index and all the statistical indicators that are taken into account for its calculation are given. The paper demonstrates how the DESI index model evolved historically: the framework of the model did not undergo changes, remaining three-layered; and the number of statistical indicators that were implemented, as well as their grouping into subcomponents and components according to individual areas of digital transformation (regarding Human capital, Internet connection, Integration of digital technologies, Digital public services) changed several times.

The work provides a list of modern computer programs that can be useful for calculating the DESI index according to the methodology. It is noted that the choice of software for normalization, aggregation of statistical indicators and

calculation of the integral index largely depends on the type of data, volume of data, complexity of calculations, need to visualize results or work with geospatial data or large matrices.

Based on the official data of the website of the European Commission, the work shows the current rating of the countries of the European Union according to the level of digital transformation according to the value of the DESI index; an analysis of the dynamics of digital transformation in European countries over the past five years is carried out; the countries that most successfully implement the European program of building the “gigabit society” are determined. The study of the achievements of the EU countries is important for the further digital transformation of the economy and society of the European Union and Ukraine as a candidate for EU membership.

The paper assesses Ukraine’s readiness to transition to European standards for the analysis of statistical data, in particular data related to the digital economy and society. It has been established that Ukraine has conducted preparations at the legislative and theoretical-methodological levels, in particular: the Ministry of Digital Transformation of Ukraine uses a similar methodology to calculate the Digital Transformation Index of Ukraine’s regions, and from 2025 it is planned to calculate the DESI index for Ukraine for the first time.

Key words: digital transformation, digital economy and society index, DESI index, DESI index calculation methodology.

Постановка проблеми

Цифрова трансформація (цифровізація, диджиталізація) – насичення фізичного світу електронно-цифровими пристроями, засобами й системами та налагодження електронно-комунікаційного обміну між ними, що фактично забезпечує інтегральну взаємодію віртуального та фізичного, тобто створює кіберфізичний простір [1]. Основна мета цифровізації полягає у впровадженні інновацій та інформаційно-комунікаційних технологій в національні, регіональні, галузеві стратегії та програми розвитку країни, усі сфери життєдіяльності суспільства. Результатом цифровізації має стати підвищення ефективності та конкурентоспроможності окремих компаній, економіки країни та рівня життя населення, а також зручності взаємодії людини з державою. Цифровізація також є визнаним та вагомим засобом протидії корупції. Отже, створення цифрової держави є пріоритетним завданням для європейських країн та України.

Першим кроком держави у виконанні цього завдання є забезпечення кожної людини доступом до мережі Інтернет. Зауважимо, що це є одним з цільових показників досягнення Цілей сталого розвитку на період до 2030 року, затверджених на Саміті ООН 25 вересня 2015 року.

Європейський Союз спрямував зусилля на створення до 2025 року так званого гігабіт-суспільства [2], у якому забезпечено гігабітний зв’язок для всіх основних соціально-економічних об’єктів, як-от школи, транспортні вузли, постачальники державних послуг та підприємства, які інтенсивно використовують цифрові технології; розгортання безперебійного 5G-покриття для всіх міст та головних наземних транспортних шляхів; розширення можливостей безплатного доступу громадян до Wi-Fi; подальший розвиток конкуренції та захист прав суб’єктів цифрового ринку на основі нового Кодексу електронних комунікацій.

Велику увагу Європейський Союз приділяє впровадженню цифрових технологій нового покоління у промисловість, як-от інтернет речей, хмарні обчислення, великі дані й аналітика даних, робототехніка та 3D-друк. Ці технології відкривають нові горизонти для вироблення інноваційних продуктів та послуг.

Щоб успішно досягнути поставленої мети з розбудови «гігабіт-суспільства», необхідно постійно моніторити окремі показники, визначати динаміку, проблеми та прогрес цифрового розвитку. Для цього у Європейському Союзі розглядалися підходи та математичні моделі вимірювання рівня цифровізації, ухвалювались рішення щодо запровадження міри цифровізації.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

В епоху інформаційної культури спостерігається стрімка цифрова трансформація усіх галузей людської діяльності. Питання методологічних підходів до визначення оцінки рівня

цифрової трансформації розглянуті в працях таких вчених, як І. Ахновська, Р. Бондаренко [3], Д. Олійник [4], О. Піжук [5], І. Струтинська [6], Н. Чеснокова [7], М. Шумаєва [8]. В цих роботах основна увага приділяється аналізу структури сучасних інтегральних індексів цифровізації; доцільності використання тих чи інших статистичних показників, які входять до структури інтегрального індексу; обґрунтуванню ваги кожного з показників в інтегральних індексах. Серед цих індексів варто виділити індекс DESI як такий, що став європейським мірилом цифрової трансформації. Водночас питання математичної моделі та методики обчислення DESI висвітлено недостатньо.

Мета дослідження

У роботі планується: розглянути індекс DESI (The Digital Economy and Society Index) як міру цифрової трансформації у країнах Європейського Союзу; дослідити методологічні підходи до обчислення індексу; висвітлити питання математичної моделі та методики обчислення DESI; провести аналіз у динаміці цифровізації європейських країн впродовж останніх років; оцінити готовність України до переходу до європейських стандартів аналізу статистичних даних, зокрема даних щодо цифрової економіки та суспільства. Приєднання України до стандарту DESI допоможе реалізувати державний потенціал цифрової конкурентоспроможності, а також сприятиме інтеграції до Єдиного цифрового ринку ЄС.

Виклад основного матеріалу дослідження

Індекс цифрової економіки та суспільства (DESI) – це інтегральний (складений) індекс, який узагальнює відповідні цифрові показники та відстежує розвиток країн-членів ЄС у сфері цифрової трансформації та цифрової конкурентоспроможності [2]. Індекс DESI був розроблений відповідно до вказівок та рекомендацій Організації економічного співробітництва та розвитку (ОЕСР). Статистичні дані, які включено до індексу DESI, переважно збираються службами Європейської Комісії (зокрема, Eurostat, DG CNECT). Індекс DESI вимірюється за 100-бальною шкалою.

В Україні для Індексу цифрової економіки та суспільства (DESI) використовують також скорочену назву Індекс цифрової трансформації [9].

Впродовж 2014–2024 років методологічні підходи до обчислення індексу DESI змінювались, що обґрунтовано стрімкою цифровою трансформацією. Так, у період з 2014 по 2019 роки модель DESI мала трирівневу структуру: перший рівень налічував п'ять основних компонентів; на другому кожен з основних компонентів містив набір групових підкомпонентів; на третьому кожен груповий підкомпонент складався зі статистичних показників [6]. Загалом на третьому рівні налічувалось 34 статистичні показники. У 2020 році модель DESI, яку наведено у табл. 1, зберегла структуру, але кількість статистичних показників скоротилась до 31 [10; 11].

З 2021 року відбулися зміни у структурі індексу DESI, які наразі є актуальними (табл. 2). Перший рівень складається з чотирьох основних компонентів: Людський капітал, Підключення до Інтернету, Інтеграція цифрових технологій, Цифрові державні послуги. Другий рівень структури налічує 9 підкомпонентів: наявність навичок користувача Інтернету, наявність розширених навичок та розвитку, фіксований ширококутний доступ до Інтернету, покриття фіксованого ширококутного доступу до Інтернету, мобільний ширококутний доступ до Інтернету, цифрова інтенсивність, цифрові технології для бізнесу, електронна комерція, електронний уряд. Третій рівень структури має 28 статистичних показників [2; 12].

Таблиця 1

Структура DESI у 2020 році

Основний компонент	Груповий підкомпонент	Статистичний показник
1 Підключення	1a Фіксований ширококутний зв'язок	1a1 Фіксоване ширококутне покриття. 1a2 Використання (частка некорпоративних абонентів) фіксованого ширококутного зв'язку.
	1b Мобільний ширококутний зв'язок	1b1 Використання мобільного ширококутного зв'язку. 1b2 4G-покриття. 1b3 Спектр частот.
	1c Швидкість	1c1 Покриття NGA (наступне покоління доступу до мережі). 1c2 Передплата (підписка) на швидкісний ширококутний.
	1d Доступність	1d1 Фіксована ширококутова ціна.
2 Цифрові навички	2a Основні навички та використання	2a1 Користувачі Інтернету. 2a2 Найменші базові цифрові навички.
	2b Передові навички та розвиток	2b1 Фахівці з ІКТ (інформаційно-комунікаційних технологій). 2b2 STEM-випускники.
3 Використання Інтернету	3a Зміст (контент)	3a1 Новини. 3a2 Музика, відео та ігри. 3a3 Відео на вимогу.
	3b Зв'язок	3b1 Відеодзвінки. 3b2 Соціальні мережі.
	3c Операції	3c1 Банківська справа. 3c2 Покупки.
4 Інтеграція цифрових технологій	4a Цифровізація бізнесу	4a1 Електронний обмін інформацією. 4a2 RFID (радіочастотна ідентифікація). 4a3 Соціальні медіа. 4a4 Е-рахунки. 4a5 Хмара.
	4b Електронна комерція	4b1 МСП (малі та середні підприємства), які продають інтернет. 4b2 Обіг електронної комерції. 4b3 Транскордонні продажі онлайн.
5 Цифрові державні послуги	5a Електронне урядування	5a1 Користувачі послугами електронного урядування. 5a2 Попередньо заповнені форми. 5a3 Завершення онлайн-сервісу. 5a4 Відкриті дані (реєстри).

Таблиця 2

Структура DESI у 2021–2024 роках

Компонент	Підкомпонент	Показник
1	2	3
1. Людський капітал	1) наявність навичок користувача Інтернету	кількість осіб, які володіють принаймні базовими цифровими навичками, %
		кількість осіб, які володіють вищими базовими цифровими навичками, %
		кількість осіб, які володіють принаймні базовими навичками створення цифрового контенту, %
	2) наявність розширених навичок та розвитку	кількість спеціалістів, зайнятих у сфері інформаційно-комунікаційних технологій (далі – ІКТ), віком від 15 до 74 років, %
		кількість жінок-спеціалістів у сфері ІКТ, %
		частка підприємств, що проводили навчання задля розвитку у своїх працівників навичок у сфері ІКТ, у загальній кількості підприємств, %
	кількість випускників закладів вищої освіти за спеціальностями в галузі знань «Інформаційні технології» у сфері ІКТ, %	

1	2	3
2. Підключення до Інтернету	1) фіксований широкосмуговий доступ до Інтернету	частка домогосподарств, які використовують фіксоване широкосмугове з'єднання для доступу до Інтернету, %
		частка домогосподарств, які мають фіксований широкосмуговий доступ до Інтернету зі швидкістю не менше 100 Мбіт/с, %
		частка домогосподарств, які мають фіксований широкосмуговий доступ до Інтернету зі швидкістю не менше 1 Гбіт/с, %
	2) покриття фіксованого широкосмугового доступу до Інтернету	частка домогосподарств, які мають покриття мережами швидкісного широкосмугового доступу до Інтернету, %
		частка домогосподарств, які мають покриття мережами надвисокої пропускної здатності, %
	3) мобільний широкосмуговий доступ до Інтернету	діапазони радіочастот, гармонізовані та присвоєні для застосування радіотехнології 5G, % діапазонів радіочастот гармонізованого радіочастотного спектра для застосування радіотехнології 5G
		кількість населених пунктів, покритих радіотехнологією 5G, %
		частка населення, яке використовує мобільні пристрої для доступу до Інтернету, %
	3. Інтеграція цифрових технологій	1) цифрова інтенсивність
2) цифрові технології для бізнесу		частка підприємств, що використовують програмне забезпечення (ERP), у загальній кількості підприємств, %
		частка підприємств, що використовують соціальні медіа, у загальній кількості підприємств (за кількістю використаних соціальних медіа два або більше), %
		частка підприємств, що проводять аналіз «великих даних», у загальній кількості підприємств, %
		частка підприємств, що купують послуги хмарних обчислень, у загальній кількості підприємств, %
		частка підприємств, що використовують технології штучного інтелекту, у загальній кількості підприємств, %
		частка підприємств, що надсилають рахунки-фактури в електронній формі, у загальній кількості підприємств, %
3) електронна комерція		частка підприємств, що здійснюють електронну торгівлю, у загальній кількості підприємств (групування за кількістю зайнятих працівників 10–249 осіб), %
		обсяг реалізованої продукції (товарів, послуг) підприємств, отриманий від електронної торгівлі (групування за кількістю зайнятих працівників 10–249 осіб), %
		частка підприємств, що здійснювали електронну торгівлю, у загальній кількості підприємств (групування за кількістю зайнятих працівників 10–249 осіб і за місцем розташування клієнтів держав – членів ЄС та інших іноземних держав), %
4. Цифрові державні послуги	1) електронний уряд	кількість користувачів послуг електронного врядування, %
		попередньо заповнені форми, балів (0–100)
		державні цифрові послуги для громадян, балів (0–100)
		державні цифрові послуги для бізнесу, балів (0–100)
		відкриті дані, % максимального бала

Розглянемо математичну модель та методику обчислення DESI.

Оскільки індекс DESI характеризується множиною показників ($2 \leq m \leq 28$), під час упорядкування одиниць сукупності виникає необхідність агрегування усіх показників множини в одну інтегральну оцінку. Агрегування показників ґрунтується на теорії «адитивної цінності», згідно з якою цінність цілого дорівнює сумі цінностей його складових частин. Якщо показники множини мають різні одиниці вимірювання, адитивне агрегування потребує приведення їх до однієї основи, тобто попередньої нормалізації. Вектор первинних показників $[x_1, x_2, \dots, x_m]$ замінюється вектором нормалізованих $[z_1, z_2, \dots, z_m]$. На практиці застосовують різні способи нормалізації [13].

Нині нормалізацію окремого показника X індексу DESI на третьому рівні структури виконують методом мінімально-максимального значення показника [6; 9], який обчислює лінійну проєкцію показника на шкалі від 0 до 1 за формулою (1):

$$Z[C] = (X[C] - X_{\min}) / (X_{\max} - X_{\min}), \quad (1)$$

де $X[C]$ – статистичний показник країни C .

Після нормалізації статистичних показників інтегральний індекс DESI визначається поетапно:

- на першому етапі визначаються індекси окремих підкомпонентів табл. 2;
- на другому етапі визначаються індекси окремих компонентів табл. 2;
- на третьому етапі визначається узагальнений індекс DESI.

Розрахунок індексу (окремого m -го компонента) здійснюється за такою формулою:

$$I_m = \sum_{i=1}^n d_i y_i, \quad (2)$$

де I_m – агрегований індекс m -го компонента цифрової трансформації, $m = (1, 2, 3, 4)$; d_i – ваговий коефіцієнт, що визначає ступінь внеску i -го підкомпонента в агрегований індекс m -го компонента інтегрованого індексу цифрової трансформації; y_i – нормалізована оцінка i -го індикатора; $i = 2$ за $m = 1$, $i = 3$ за $m = 2$, $i = 3$ за $m = 3$, $i = 1$ за $m = 4$.

Розрахунок вагових коефіцієнтів виконують за такою формулою:

$$d_i = \frac{a_i}{\sum_{i=1}^n a_i}, \quad (3)$$

де a_i – експертна оцінка, що характеризує важливість i -го індикатора в окремій групі підкомпонентів [6].

Інтегральний індекс цифрової трансформації DESI загалом розраховується за такою формулою:

$$I = \sum_{m=1}^4 d_m I_m, \quad (4),$$

де d_m – ваговий коефіцієнт, що визначає ступінь внеску m -го показника в інтегральний індекс цифрової трансформації; I_m – агрегований індекс m -го компонента, $m = (1, 2, 3, 4)$.

У табл. 3 наведено вагові коефіцієнти показників (агреговані індекси компонентів) індексу DESI, які прийняті в рамках цифрових політик ЄС.

Таблиця 3

Вагові коефіцієнти показників індексу DESI у 2021–2024 роках

Показник	Ваговий коефіцієнт
1. Людський капітал	25%
2. Підключення до Інтернету	25%
3. Інтеграція цифрових технологій	25%
4. Цифрові державні послуги	25%

Нижче представлено розгорнуту формулу DESI (5) з відповідними ваговими коефіцієнтами:

$$DESI(C) = \text{Human_Capital}(C) * 0.25 + \text{Connectivity}(C) * 0.25 + \text{Integration_of_Digital_Technology}(C) * 0.25 + \text{Digital_Public_Services}(C) * 0.25. \quad (5)$$

Проведення розрахунків за формулами (1) – (5) можна виконати засобами таких сучасних комп’ютерних програм: Statistical Package for the Social Sciences (SPSS), MATLAB, Stata, MS Excel. Вибір програмного забезпечення для нормалізації, агрегації статистичних показників та обчислення інтегрального індексу значною мірою залежить від типу даних, обсягу даних, складності обчислень, необхідності візуалізації результатів, необхідності роботи з геопросторовими даними або великими матрицями.

На рис. 1 продемонстровано рейтинг країн Європейського Союзу у 2019 році за індексом DESI. Лідерами цифровізації стали Фінляндія, Швеція, Нідерланди [11].

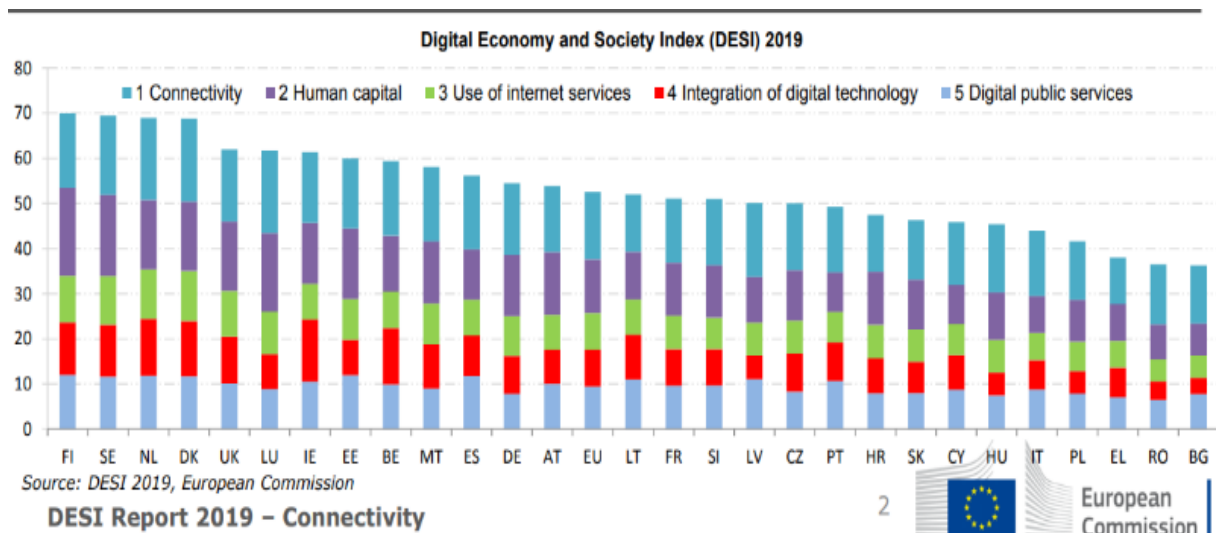


Рис. 1. Рейтинг країн ЄС за показником DESI у 2019 році

У 2020 році рейтинг країн ЄС (рис. 2) розподілювався таким чином: до трійки лідерів увійшли Фінляндія, Швеція і Данія [10].

У 2021 році рейтинг країн ЄС (рис. 3) розподілювався таким чином: до трійки лідерів увійшли Данія, Фінляндія та Нідерланди [12].

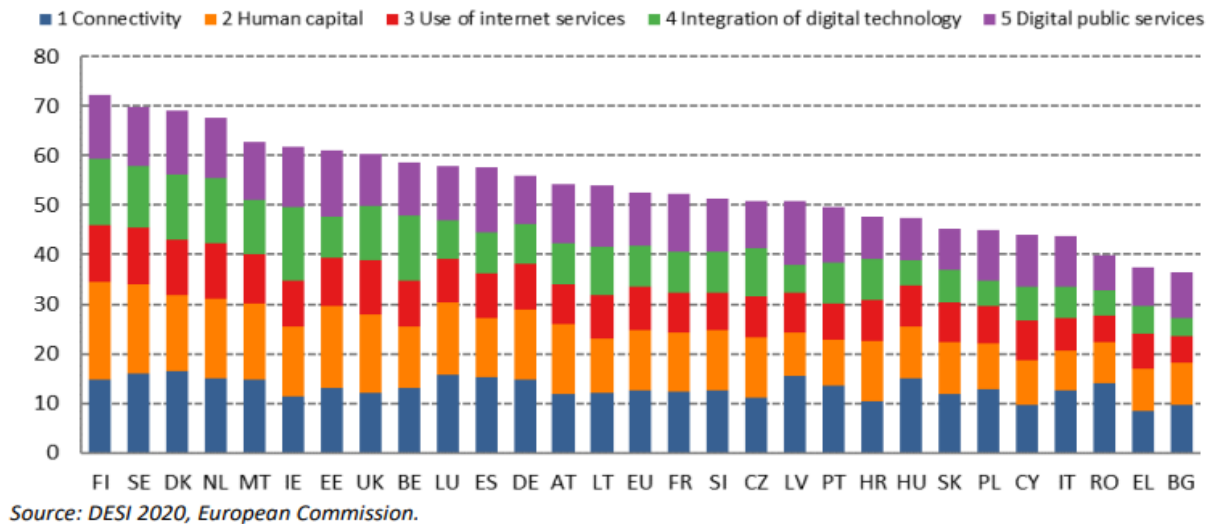


Рис. 2. Рейтинг країн ЄС за показником DESI у 2020 році

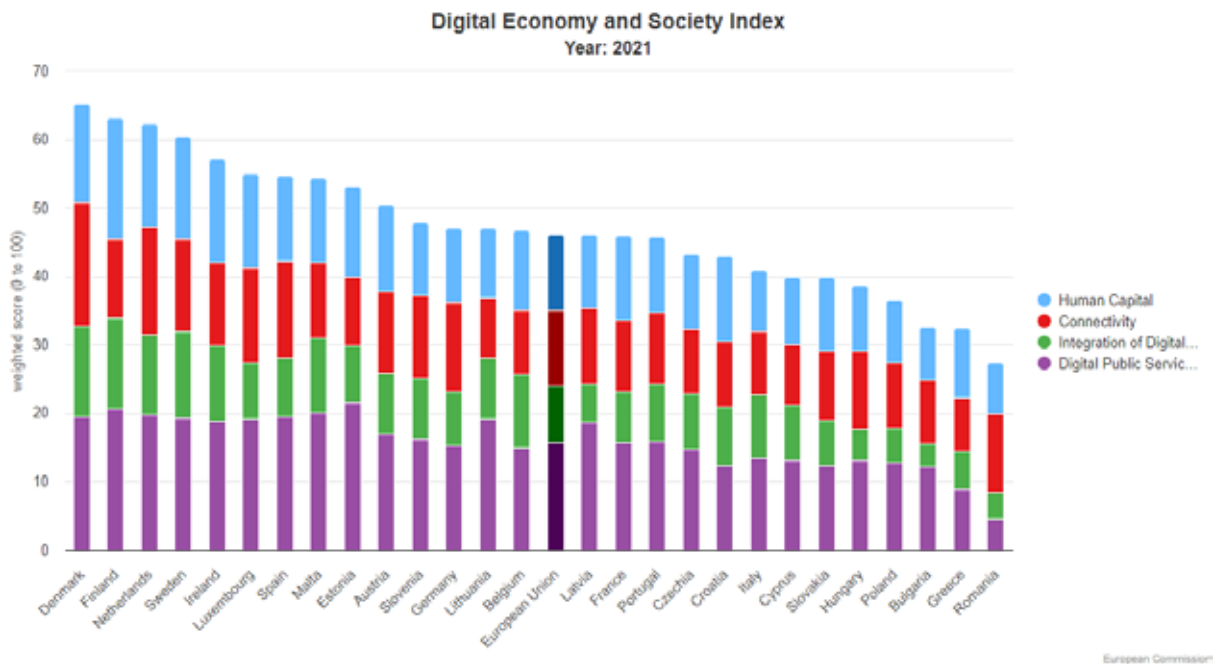


Рис. 3. Рейтинг країн ЄС за показником DESI у 2021 році

За останніми даними, опублікованими на сайті [12], країни ЄС продемонстрували такі досягнення за рівнем цифрової трансформації у 2022 році (рис. 4).

Висновки

Прогрес країн-лідерів потребує всебічного аналізу, щоб застосувати успішний досвід таких країн для подальшої цифрової трансформації економіки та суспільства Європейського Союзу та України як кандидата у члени ЄС.

У червні 2022 року Україна отримала статус кандидата на членство в ЄС. Це було визнанням європейських прагнень українського народу та важливим сигналом підтримки з боку ЄС. Відповідно Україна зобов'язалась привести своє законодавство у відповідність до стандартів

ЄС. Зокрема, Україна має серйозні передумови для приєднання до DESI. Встановивши цілісну юридичну, політичну, інституційну, координаційну та методологічну структуру DESI, український уряд зможе не лише вимірювати та відстежувати, але й формувати політику цифрової трансформації на підставі даних.

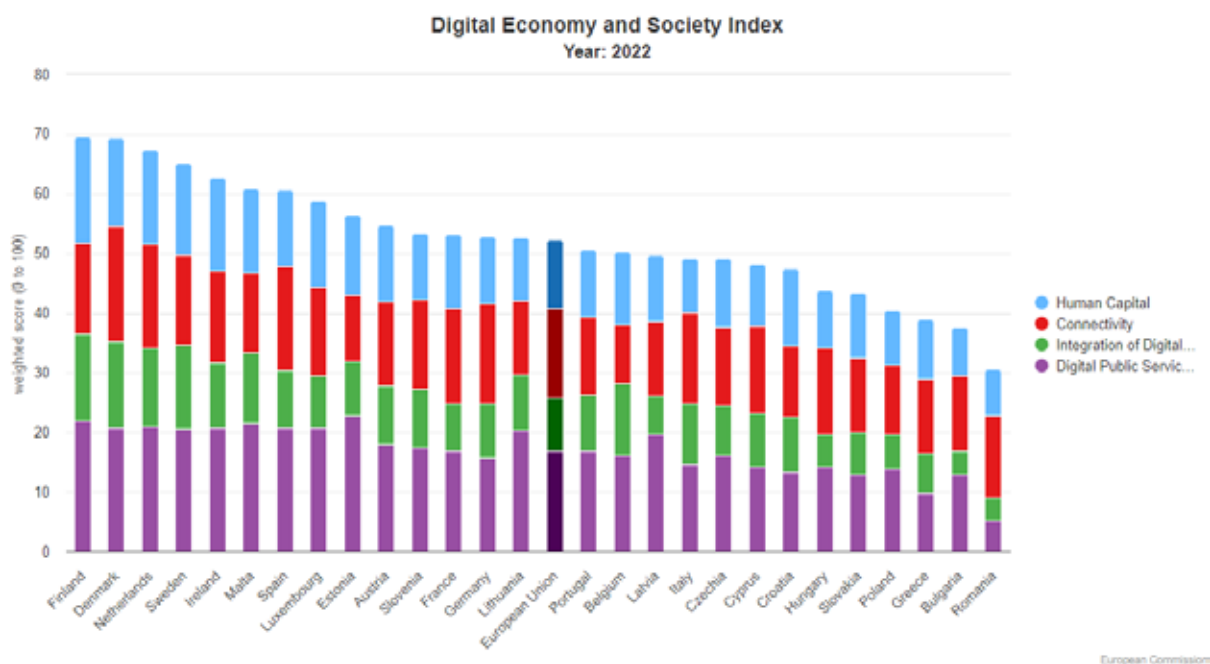


Рис. 4. Рейтинг країн ЄС за показником DESI у 2022 році

Нині для України індекс DESI не визначається з причини відсутності відповідних статистичних показників. Науковцями та практиками неодноразово порушувалося питання про вдосконалення інформаційного забезпечення, статистичної звітності з урахуванням змін, що відбуваються в умовах розвитку інформаційного суспільства. Відсутність сьогодні такої звітності не тільки не дає змоги оцінити рівень цифровізації та інноваційного розвитку, але й ускладнює контроль ризиків за цими операціями та об'єктивну оцінку можливості стабільного розвитку та конкурентоспроможності.

Проте 5 вересня 2023 року Кабінет Міністрів України видав Розпорядження «Про затвердження переліку показників Індексу цифрової економіки та суспільства (DESI)» № 774-р [14]. Згідно з Розпорядженням, процес моніторингу Індексу DESI почнеться з 2025 року.

Нині оцінити рівень цифровізації України можна неофіційно за базовим показником, яким є швидкість і доступність Інтернету. Для цього можна використати дані американського вебсайту Speedtest.net [15]. Україна загалом має доволі швидкий широкопasmовий та мобільний інтернет, але останнього року ці показники суттєво впали з об'єктивних причин: постійні атаки росії на інфраструктурні об'єкти України, зокрема хакерські атаки на операторів зв'язку та бомбардування електричних станцій.

На офіційному рівні цифровізація України визначається досягненнями в роботі Міністерства цифрової трансформації України [9; 16], яке щорічно успішно виконує поставлені задачі, щоб Україна могла вчасно виконати свої зобов'язання для вступу у Європейський Союз.

У звіті Міністерства цифрової трансформації України за 2023 рік [9] представлено методологію обчислення Індексу цифрової трансформації регіонів України, яка є прототипом методології обчислення Індексу DESI. Це свідчить про теоретичну готовність України до переходу на європейські стандарти. У табл. 4 наведено рейтинг областей за Індексом цифрової

трансформації регіонів України; значення індексу для Луганської області зазначено станом на 24 лютого 2022 року; в областях, де ведуться активні бойові дії (Харківська, Миколаївська, Донецька, Запорізька, Херсонська), значення розраховано для громад, що контролюються українським Урядом; АР Крим – значення індексу не було розраховано.

Таблиця 4

Індекс цифрової трансформації регіонів України у 2023 році

Область	Значення індексу
Загалом для України	0,632
Дніпропетровська	0,908
Львівська	0,891
Полтавська	0,833
Волинська	0,831
Тернопільська	0,827
Харківська	0,787
Одеська	0,785
Вінницька	0,777
Закарпатська	0,732
Рівненська	0,727
Івано-Франківська	0,685
Київська	0,684
Черкаська	0,672
Хмельницька	0,620
Житомирська	0,560
Чернігівська	0,553
Чернівецька	0,546
Кіровоградська	0,531
Миколаївська	0,441
Луганська	0,404
Донецька	0,359
Херсонська	0,316
Запорізька	0,289
Сумська	0,178
Автономна Республіка Крим	0,000

На рис. 5 представлено результати моніторингу цифрової трансформації регіонів України.

«У цьому звіті не акцентується на рейтингу областей, адже деокупація територій, масштабні обстріли, плінність кадрів, слабка інституційна спроможність тощо вимагають гнучкості та адаптивності до умов. Тож цінністю є рівень цифрової трансформації в регіоні за підсумками 2023 року для розуміння потенційних точок зростання та можливостей» [9].

Загалом, можна стверджувати, що Україна на законодавчому і методологічному рівнях теоретично і практично готова до переходу на європейські стандарти аналізу статистичних даних у сфері цифрової трансформації.



Рис. 5. Ключові цифри регіональної цифровізації України

Список використаної літератури

1. Струтинська І. Дефініції поняття «цифрова трансформація». *Економіка та управління підприємствами*. 2019. Вип. 48-2. С. 91–96.
2. The Digital Economy and Society Index (DESI). *Shaping Europe's digital future*. URL: <https://digital-strategy.ec.europa.eu/en/policies/desi> (date of access: 24.11.2024).
3. Ахновська І., Бондаренко Р. Науково-методичні підходи до визначення диджиталізації. *Цифрова економіка та економічна безпека*. 2023. № 6 (6). С. 63–67. DOI: <https://doi.org/10.32782/dees.6-12>.
4. Олійник Д. Щодо вимірювання процесів цифровізації в контексті цілей економічного відновлення. *Офіційний сайт Національного інституту стратегічних досліджень*. URL: <https://niss.gov.ua/sites/default/files/2021-08/tsyfrovizatsiya1.pdf>.
5. Піжук О. Сучасні методологічні підходи до оцінювання рівня цифрової трансформації економіки. 2019. *БІЗНЕС-ІНФОРМ*. № 7. С. 39–47.
6. Струтинська І. Метрики цифрової трансформації бізнесу: світові та вітчизняні реалії. *Галицький економічний вісник*. 2019. № 6 (61). С. 30–45. DOI: https://doi.org/10.33108/galicianvisnyk_tntu2019.06.030.
7. Чеснокова Н. Методологічні підходи до оцінки цифрової трансформації економіки. *Ринкова економіка: сучасна теорія і практика управління*. 2020. Т. 19. Вип. 2 (45). С. 413–427.
8. Шумаєва М. Індексна модель оцінювання розвитку інформаційного суспільства України на базі ІКТ-індексів. *Економіка*. 2014. № 7 (160). С. 109–117. URL: http://bulletin-econom.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2015/11/160_109-117.pdf.

9. Індекс цифрової трансформації регіонів України 2023: Звіт Міністерства цифрової трансформації. URL: <http://surl.li/tgqqfx>.
10. DESI 2020 Thematic chapters – Full European Analysis. URL: <https://eufordigital.eu/wp-content/uploads/2020/06/DESI2020Thematicchapters-FullEuropeanAnalysis.pdf>.
11. Ратушняк Т. Підходи до вимірювання рівня цифровізації країн Європейського Союзу. *Цифрова трансформація фінансової системи України та країн V-4 в умовах євроінтеграції*: збірник тез IV міжнародної науково-практичної інтернет-конференції (Дубляни, 16 травня 2024 року). Ч. II. Дубляни: ЛНУП, 2024. С. 304–308.
12. DESI by components – Digital Decade DESI visualisation tool. URL: https://digital-decade-desi.digital-strategy.ec.europa.eu/datasets/desi-2022/charts/desi-components?indicator=desi&reakdownGroup=desi&period=2021&unit=pc_desi.
13. Про затвердження Методичних рекомендацій щодо розрахунку рівня економічної безпеки України: Наказ Міністерства економічного розвитку і торгівлі України від 29 жовтня 2013 року № 1277. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/rada/show/v1277731-13#Text>.
14. Про затвердження переліку показників Індексу цифрової економіки та суспільства (DESI): Постанова Кабінету Міністрів України від 5 вересня 2023 року № 774-р. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/774-2023-%D1%80#n16>.
15. Speedtest by Ookla – The Global Broadband Speed Test. URL: <https://www.speedtest.net>.
16. Підсумки Мінцифри за 2023 рік. *Українська правда*. URL: <https://www.pravda.com.ua/columns/2023/12/30/7435205>.

References

1. Strutins'ka, I. (2019). Definitzii poniattia “tsyfrova transformatsiia” [Definitions of the concept of “digital transformation”]. *Ekonomika ta upravlinnia pidpriemstvamy*, 48-2, 91–96 [in Ukrainian].
2. European Commission. (2024). DESI. Retrieved from <https://digital-strategy.ec.europa.eu/en/policies/desi> [in English].
3. Akhnovska, I., & Bondarenko, R. (2023). Naukov-metodychni pidkhody do vyznachennia didzhytalizatsii [Scientific and methodological approaches to defining digitalization]. *Tsyfrova ekonomika ta ekonomichna bezpeka*, 6 (6), 63–67. <https://doi.org/10.32782/dees.6-12> [in Ukrainian].
4. Oliinyk, D. (2021). Shchodo vymiriuvannia protsesiv tsyfrovizatsii v konteksti tsilei ekonomichnoho vidnovlennia [On measuring digitalization processes in the context of economic recovery goals]. *National Institute for Strategic Studies*. Retrieved from <https://niss.gov.ua/sites/default/files/2021-08/tsyfrovizatsiya1.pdf> [in Ukrainian].
5. Pizhuk, O. (2019). Suchasni metodolohichni pidkhody do otsiniuvannia rivnia tsyfrovoy transformatsii ekonomiky [Modern methodological approaches to assessing the level of digital transformation of the economy]. *Biznes-Inform*, 7, 39–47 [in Ukrainian].
6. Strutynska, I. (2019). Metryky tsyfrovoy transformatsii biznesu: svitovi ta vitchyzniani realii [Metrics of digital business transformation: Global and domestic realities]. *Halytskyi ekonomichnyi visnyk*, 6 (61), 30–45. https://doi.org/10.33108/galicianvisnyk_tntu2019.06.030 [in Ukrainian].
7. Chesnokova, N. (2020). Metodolohichni pidkhody do otsinky tsyfrovoy transformatsii ekonomiky [Methodological approaches to assessing the digital transformation of the economy]. *Rynkova ekonomika: suchasna teoriia i praktyka upravlinnia*, 19 (2), 413–427 [in Ukrainian].
8. Shumaieva, M. (2014). Indeksna model otsiniuvannia rozvytku informatsiinoho suspilstva Ukrainy na bazi IKT-indeksiv [Index model for assessing the development of the information society in Ukraine based on ICT indices]. *Ekonomika*, 7 (160), 109–117. Retrieved from http://bulletin-econom.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2015/11/160_109-117.pdf [in Ukrainian].

9. Ministry of Digital Transformation of Ukraine. (2023). Indeks tsyfrovoi transformatsii rehioniv Ukrainy 2023: Zvit [Index of digital transformation of Ukraine's regions 2023: Report]. Retrieved from <http://surl.li/tgqqfx> [in Ukrainian].
10. European Commission. (2020). DESI 2020 thematic chapters – Full European analysis. Retrieved from <https://eufordigital.eu/wp-content/uploads/2020/06/DESI2020Thematicchapters-FullEuropeanAnalysis.pdf> [in English].
11. Ratushniak, T. (2024). Pidkhody do vymiriuvannia rivnia tsyfrovizatsii krain Yevropeiskoho soiuzu [Approaches to measuring the level of digitalization of EU countries]. In *Tsyfrova transformatsiia finansovoi systemy Ukrainy ta krain V-4 v umovakh yevrointehratsii*: Proceedings of the 4th International Scientific and Practical Internet Conference (Part II, pp. 304–308). Dubliany: LNUF [in Ukrainian].
12. European Commission. (2022). DESI by components – Digital Decade DESI visualisation tool. Retrieved from https://digital-decade-desi.digital-strategy.ec.europa.eu/datasets/desi-2022/charts/desi-components?indicator=desi&breakdownGroup=desi&period=2021&unit=pc_desi [in English].
13. Ministry of Economic Development and Trade of Ukraine. (2013). Pro zatverdzhennia Metodychnykh rekomendatsii shchodo rozrakhunku rivnia ekonomichnoi bezpeky Ukrainy [Approval of methodological recommendations for calculating the level of economic security in Ukraine]. Order No. 1277. Retrieved from <https://zakon.rada.gov.ua/rada/show/v1277731-13#Text> [in Ukrainian].
14. Cabinet of Ministers of Ukraine. (2023). Pro zatverdzhennia pereliku pokaznykiv Indeksu tsyfrovoy ekonomiky ta suspilstva (DESI) [Approval of the list of indicators of the Digital Economy and Society Index (DESI)]. Resolution No. 774-p. Retrieved from <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/774-2023-%D1%80#n16> [in Ukrainian].
15. Ookla. (2024). Speedtest by Ookla – The Global Broadband Speed Test. Retrieved from <https://www.speedtest.net> [in English].
16. Ministry of Digital Transformation of Ukraine. (2023). Pidsumky Mintsifry za 2023 rik [Results of the Ministry of Digital Transformation for 2023]. *Ukrainska Pravda*. Retrieved from <https://www.pravda.com.ua/columns/2023/12/30/7435205> [in Ukrainian].

Ратушняк Тетяна Володимирівна – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри комп'ютерних та інформаційних технологій і систем Державного податкового університету. E-mail: ratush_tanya@ukr.net, ORCID: 0000-0002-9353-4268.

Омельчук Антон Анатолійович – к.т.н., доцент кафедри комп'ютерних та інформаційних технологій і систем Державного податкового університету. E-mail: tareon@ukr.net, ORCID: 0000-0001-6318-7464.

Горбовий Артур Юліанович – д.т.н., професор, професор кафедри комп'ютерних та інформаційних технологій і систем Державного податкового університету. E-mail: horbovyua@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2155-3910.

Гладченко Оксана Вікторівна – к.пед.н., доцент, доцент кафедри комп'ютерних та інформаційних технологій і систем Державного податкового університету. E-mail: gov_2016-2017ns@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1668-633X.

Вишемірська Ярослава Сергіївна – старший викладач кафедри автоматизованого управління технологічними процесами Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського. E-mail: vishemirskaya@gmail.com.

Ratushniak Tetiana Volodymyrivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Computer and Information Technologies and Systems of the State Tax University. E-mail: ratush_tanya@ukr.net, ORCID: 0000-0002-9353-4268.

Omelchuk Anton Anatoliiovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Computer and Information Technologies and Systems of the State Tax University. E-mail: tareon@ukr.net, ORCID: 0000-0001-6318-7464.

Horbovyu Artur Yulianovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Computer and Information Technologies and Systems of the State Tax University. E-mail: horbovyua@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2155-3910.

Hladchenko Oksana Viktorivna – Candidate of Pedagogic Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Computer and Information Technologies and Systems of the State Tax University. E-mail: gov_2016-2017ns@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1668-633X.

Vyshemirska Yaroslava Serhiivna – Senior Lecturer at the Department of Automated Management of Technological Processes of V.I. Vernadsky Taurida National University. E-mail: vishemirskaya@gmail.com.

Д.О. РЕДЧИЦЬ

Інститут транспортних систем і технологій НАН України;
Дніпровський державний технічний університет

С.В. МОІСЕЄНКО

Херсонський національний технічний університет

Г.Є. ДЕШКО

Інститут транспортних систем і технологій НАН України

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АЕРОДИНАМІКИ РОТОРІВ ВЕРТИКАЛЬНО-ОСЬОВИХ ВІТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ УСТАНОВОК НА ОСНОВІ НЕСТАЦІОНАРНИХ РІВНЯНЬ НАВ'Є-СТОКСА

На базі нестационарних осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса нестисливої рідини та рівняння обертання твердого тіла відносно нерухомої осі побудовано математичну модель для дослідження взаємовпливу процесів аеродинаміки та динаміки роторів вертикально-осьових вітроенергетичних установок. Розроблено програмно-методичне забезпечення для чисельного моделювання й визначення основних параметрів нестационарного обтікання роторів вертикально-осьових вітроенергетичних установок. Досліджено нестационарне обтікання роторів вертикально-осьових вітроенергетичних установок на основі рівнянь Нав'є-Стокса. Проаналізовано поле течії навколо ротора Дар'є. Виокремлено стадії зародження, розвитку та зриву вихорів за різних положень лопаті на траєкторії. Показано, що в'язкі та динамічні ефекти відіграють важливу роль при роботі ротора Дар'є, максимальний крутильний момент створюється на навітряній ділянці траєкторії лопаті. Установлено вплив числа Рейнольдса, коефіцієнтів швидкохідності та заповнення на енергетичні характеристики ротора Дар'є. Показано, що зростання числа Рейнольдса приводить до збільшення значень коефіцієнта потужності. При зменшенні коефіцієнта заповнення ротора Дар'є коефіцієнт потужності стає менш чутливим до зміни коефіцієнта швидкохідності. Збільшення коефіцієнта швидкохідності призводить до придушення процесу формування динамічного зриву потоку з лопатей ротора Дар'є. Розв'язано зв'язану задачу динаміки та аеродинаміки трилопатевого ротора Савоніуса. Виокремлено основні стадії формування вихрової структури при обертанні дво- та трилопатевого ротора. У дослідженому діапазоні визначальних параметрів у дволопатевого ротора Савоніуса значення енергетичних характеристик вище, ніж у трилопатевого. Отримані результати задовільно погоджуються з відомими експериментальними даними.

Ключові слова: вертикально-осьова вітроенергетична установка, ротори Дар'є та Савоніуса, рівняння Нав'є-Стокса, турбулентність, динаміка й аеродинаміка.

D.O. REDCHYTS

Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine;
Dniprovsky State Technical University

S.V. MOISEIENKO

Kherson National Technical University

H.YE. DESHKO

Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine

NUMERICAL SIMULATION OF VERTICAL-AXIS WIND TURBINES ROTORS AERODYNAMICS BASED ON UNSTEADY NAVIER-STOKES EQUATIONS

On the basis of unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes equations of incompressible fluid and the equation of rotation of a solid body relative to a fixed axis, a mathematical model is built to study the interaction of aerodynamics and dynamics of rotors of vertical-axis wind turbines. The software and methodological part of software for numerical simulation and determination of the main parameters of unsteady flow of rotors of vertical-axis wind turbines was developed. The unsteady flow of rotors of vertical-axis wind turbines was studied on the basis of the Navier-Stokes equations. The flow field around the Darrieus rotor is analyzed. The stages of vortex generations, development, and dissipation at different blade positions on the trajectory are distinguished. It is shown that viscous and dynamic effects play an important role in the operation of the Darrieus rotor, with the maximum torque generated on the windward part of the blade trajectory. The influence of the Reynolds number, tip-speed-ratio and solidity coefficients on the power characteristics of the Darrieus rotor is established. It is shown that an increase in the Reynolds number leads to an increase in the power

characteristics. With a decrease in the Darrieus rotor solidity coefficient, the power characteristic becomes less sensitive to changes in the tip-speed-ratio. An increase in the tip-speed-ratio coefficient leads to suppression of the process of forming a dynamic flow separation from the blades of the Darrieus rotor. The coupled problem of dynamics and aerodynamics of a three-blade Savonius rotor is solved. The main stages of the vortex structure formation during the rotation of a two- and three-blade rotor are identified. In the studied range of defining parameters, the value of energy characteristics of the two-blade Savonius rotor is higher than that of the three-blade rotor. The results obtained are in satisfactory agreement with the known experimental data.

Key words: vertical-axis wind turbine, Darrieus and Savonius rotors, Navier-Stokes equation, turbulence, dynamics and aerodynamics.

Постановка проблеми

Розробка та вдосконалення альтернативних джерел енергії є актуальною проблемою для енергетики України. До одного з перспективних напрямів розв'язання цієї проблеми належить вітроенергетика. Велике поширення у світі одержали дво- й трилопатеві горизонтально-осьові (далі – ГО) вітроенергетичні установки (далі – ВЕУ) пропелерного типу. Це пов'язано з високим коефіцієнтом використання ними енергії вітру. Близькі значення коефіцієнта потужності з вертикально-осьових (далі – ВО) ВЕУ мають тільки ротори Дар'є [1].

Підвищення потужності ВЕУ та збільшення коефіцієнта використання енергії вітру робить завдання вибору раціональної аеродинамічної форми ротора досить актуальною. Провідну роль у роботі ВЕУ відіграють нестационарні аеродинамічні процеси, тому основним напрямом досліджень повинна бути розробка нових універсальних методів розрахунку нестационарних процесів при обтіканні потоком роторів ВЕУ.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Відомі методики визначення аеродинамічних та енергетичних характеристик ротора ВЕУ засновані на експериментальних даних, імпульсній [2] та вихровій [3] теоріях, чисельному розв'язанні рівняння потенціалу. Вони використовують певні припущення при постановці завдання (квазістационарність потоку, відсутність урахування в'язко-нев'язкої взаємодії та ін.). Головні труднощі в розрахунку нестационарних процесів при обтіканні роторів ВО ВЕУ пов'язані з динамічним зривом потоку. Дотепер жодна з відомих спрощених моделей [2–4] не давала можливості адекватно розраховувати аеродинамічні характеристики роторів у разі динамічного зриву потоку.

Рівняння Нав'є-Стокса – це найбільш повна математична модель механіки рідини та газу. Їх застосування разом із диференційними моделями турбулентності, рівнянням динаміки ротора дає змогу досліджувати особливості нестационарного обтікання, структуру поля швидкостей, динамічний зрив потоку, процеси формування та розпаду вихорів навколо самого ротора й у сліді за ВЕУ.

Мета дослідження

Мета роботи – дослідити структуру та визначити основні параметри нестационарного обтікання роторів вертикально-осьових вітроенергетичних установок з роторами Дар'є та Савоніуса на основі спільного чисельного розв'язку рівнянь динаміки в'язкої нестисливої рідини й твердого тіла.

Викладення основного матеріалу дослідження

У роботі розглядаються ортогональні ротори Дар'є та Савоніуса, лопаті яких мають довжину, що багаторазово перевищує хорду (рис. 1). У такому разі можна знехтувати кінцевими ефектами на лопатях та скористатися гіпотезою про плоскопаралельну структуру течії. Так, завдання обтікання ВО ВЕУ допускає двовимірну постановку в площині, що перпендикулярна осі обертання ротора. Ротори Дар'є та Савоніуса в роботі вважаються абсолютно твердими. Оскільки для максимальних швидкостей вітру та значень коефіцієнта швидкохідності локальні числа Маху низькі ($M < 0.3$), поле течії прийняте нестисливим [1].

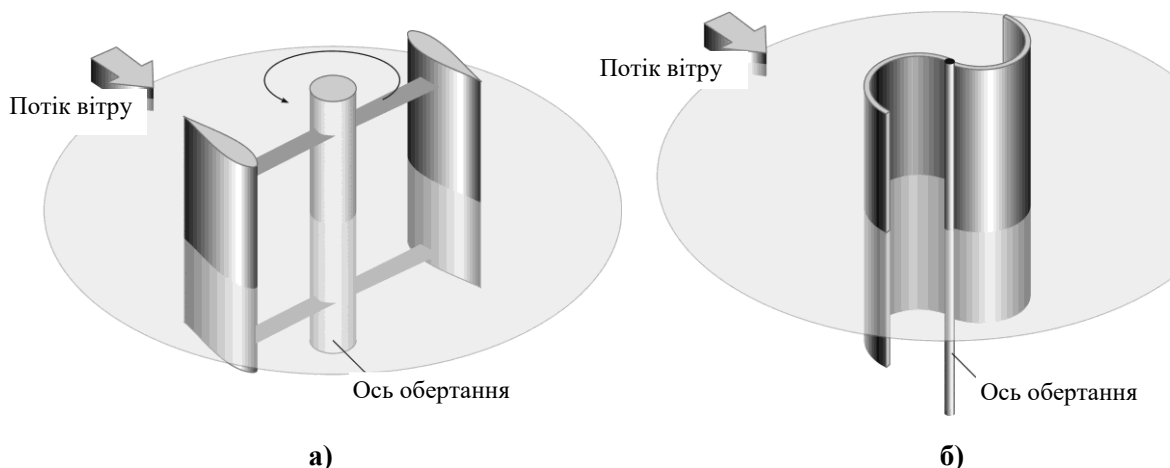


Рис. 1. Розрахункові схеми для роторів Дар'є (а) та Савоніуса (б)

Процеси аеродинаміки та динаміки ВЕУ описуються нестационарними осередненими за Рейнольдсом рівняннями Нав'є-Стокса нестисливої рідини й рівнянням обертання ротора відносно нерухомої осі

$$\begin{cases} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, & (1) \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right], & (2) \\ I_z \frac{d\omega}{dt} = Q - Q_{id} - Q_{fr}, & (3) \end{cases}$$

де $x_i, i = 1, 2$ – декартові координати (x, y) ; t – час; u_i – декартові складники вектора швидкості (u, v) ; p – тиск; ρ – щільність; ν і ν_t – молекулярний і турбулентний коефіцієнти кінематичної в'язкості; I_z – момент інерції ротора; ω – кутова швидкість обертання; Q – крутильний момент, зумовлений дією потоку на лопаті ВЕУ; Q_{id} – момент корисного навантаження, прикладений до вала електрогенератора; Q_{fr} – результувальний момент тертя в електромеханічній системі ВЕУ [1].

При моделюванні турбулентності використовували однопараметричну диференціальну модель турбулентності Spalart-Allmaras, адаптовану до тензора швидкостей деформацій (SALSA) [5], яка основана на моделі SA та SARC [6; 7].

Система вихідних рівнянь (1)–(2), замкнута диференційною моделлю турбулентності SALSA, записувалася відносно довільної криволінійної системи координат. Узгодження полів тиску та швидкості здійснювалося за методом штучної стисливості, модифікованим для розрахунку нестационарних течій

$$I_m \frac{\partial \hat{D}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{D}}{\partial \tau} = -\frac{\partial}{\partial \xi} (\hat{E} - \hat{E}_v) - \frac{\partial}{\partial \eta} (\hat{F} - \hat{F}_v) = -\hat{R}, \quad (4)$$

де \hat{R} – вектор нев'язок рівнянь,

$$\widehat{D} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} p \\ u \\ v \end{bmatrix}, \widehat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \beta U \\ \xi_x p + uU + \xi_t u \\ \xi_y p + vU + \xi_t v \end{bmatrix}, \widehat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \beta V \\ \eta_x p + uV + \eta_t u \\ \eta_y p + vV + \eta_t v \end{bmatrix}, I_m = \text{diag}[0, 1, 1]. \quad (5)$$

В'язкі члени в криволінійній системі координат мають вигляд

$$\widehat{E}_v = \frac{v + v_t}{\text{Re}J} \begin{bmatrix} 0 \\ (\xi_x^2 + \xi_y^2)u_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y)u_\eta \\ (\xi_x^2 + \xi_y^2)v_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y)v_\eta \end{bmatrix}, \widehat{F}_v = \frac{v + v_t}{\text{Re}J} \begin{bmatrix} 0 \\ (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y)u_\xi + (\eta_x^2 + \eta_y^2)u_\eta \\ (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y)v_\xi + (\eta_x^2 + \eta_y^2)v_\eta \end{bmatrix}, \quad (6)$$

де $J = \frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(x, y)} = \det \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y \\ \eta_x & \eta_y \end{bmatrix}$ – якобіан перетворення координат; $\xi_t = -x_\tau \xi_x - y_\tau \xi_y$,

$\eta_t = -x_\tau \eta_x - y_\tau \eta_y$, $\xi_x = J\eta_y$, $\xi_y = -J\eta_x$, $\eta_x = -J\xi_y$, $\eta_y = J\xi_x$ – метричні коефіцієнти;

$U = \xi_x u + \xi_y v$, $V = \eta_x u + \eta_y v$ – контраваріантні компоненти вектора швидкості; Re – число

Рейнольдса.

Для створення дискретного аналога вихідних рівнянь навколо роторів ВО ВЕУ як базові використовували регулярні сітки. У неоднорозв'язних областях застосовували багатоблочні обчислювальні технології, у яких розмірність окремих сіток (блоків), що пересікаються, не зв'язана між собою. Такий підхід дав змогу виробити єдину методологію розрахунку течій в'язкої рідини навколо роторів ВО ВЕУ складної геометричної форми [1].

Система вихідних рівнянь інтегрувалася чисельно з використанням методу контрольного об'єму. Для конвективних потоків використовували протипоточну апроксимацію за схемою Р. Рое третього порядку точності [8]. У моделі турбулентності для апроксимації конвективних похідних використовували схему TVD з обмежником потоків ISNAS третього порядку. Похідні у в'язких членах апроксимувалися центрально-різницевою схемою другого порядку.

Алгоритм розв'язку рівнянь базувався на тришаровій неявній схемі з підітераціями за псевдочасом τ другого порядку точності інтегрування за фізичним часом t

$$\left[I_{\tau} + \left(\frac{\partial \widehat{R}}{\partial \widehat{D}} \right)^{n+1, m} \right] \left(\widehat{D}^{n+1, m+1} - \widehat{D}^{n+1, m} \right) = -\widehat{R}^{n+1, m} - \frac{I_m}{\Delta t} \left(1.5 \widehat{D}^{n+1, m} - 2 \widehat{D}^n + 0.5 \widehat{D}^{n-1} \right), \quad (7)$$

$$I_{\tau} = \text{diag} \left[\frac{1}{\Delta \tau}, \frac{1}{\Delta \tau} + \frac{1.5}{\Delta t}, \frac{1}{\Delta \tau} + \frac{1.5}{\Delta t} \right], I_m = \text{diag}[0, 1, 1], \quad (8)$$

де верхній індекс n позначає момент часу $t = n\Delta t$. Для розв'язку рівнянь (4) і задоволенню рівняння нерозривності на кроці $n+1$ вводиться псевдочасовий крок m . Рівняння розв'язуються ітеративно так, щоб $u^{n+1, m+1}$ та $v^{n+1, m+1}$ наближалися до значення швидкості u^{n+1} , v^{n+1} на новому кроці за часом, а дивергенція швидкості наближалася до нуля [8].

Блочно-матрична система лінійних алгебраїчних рівнянь неявної схеми розв'язувалася методом мінімізації узагальненої нев'язки (GMRES) з неповним LU-розкладанням ILU(k) загальної матриці системи як передумовлювання.

У роботі проведено чисельне моделювання обтікання одиночної лопаті, що обертається, а також роторів Дар'є та Савоніуса з двома й трьома лопатями.

Чисельне моделювання обтікання лопаті, що обертається, проведено за різних коефіцієнтів швидкохідності λ . За коефіцієнтом тангенціальної сили при $\lambda_1 = 2.5$ спостерігається широкий розкид експериментальних та розрахункових даних (рис. 2). Результати дисертаційної роботи краще погоджуються з відомими експериментальними даними, ніж розрахунки інших авторів, особливо в навітряній частині траєкторії лопаті.

Основний крутильний момент створюється на навітряній ділянці траєкторії лопаті (рис. 3). Аналіз результатів розрахунків показав, що потік, проходячи через навітряну ділянку траєкторії лопаті, втрачає частину своєї кінетичної енергії. Саме тому коефіцієнт крутильного моменту лопаті більше на цій ділянці, ніж на підвітряній. На підвітряній ділянці траєкторії цей коефіцієнт мінімальний ($\lambda_1 = 2.5$, $\lambda_2 = 5.0$) або взагалі негативний ($\lambda_3 = 7.5$) [1].

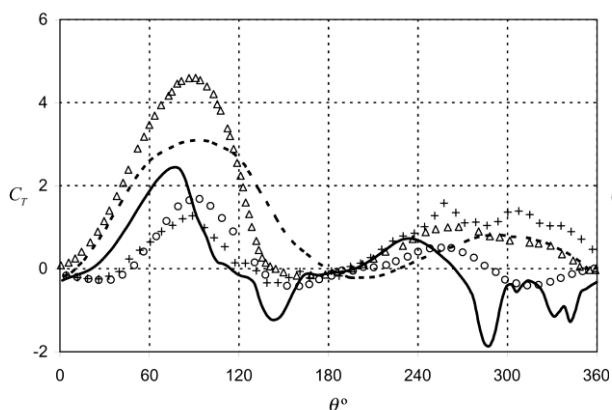


Рис. 2. Зміна коефіцієнта тангенціальної сили лопаті від кутового положення ротора
 Δ – розрахунок I. Paraschivoiu; $\circ, +$ – експеримент J. Oler [9]; --- – розрахунок J. Strickland [3];
 — — ця робота

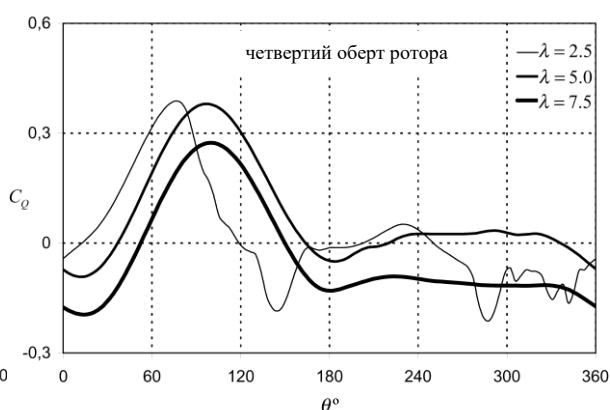
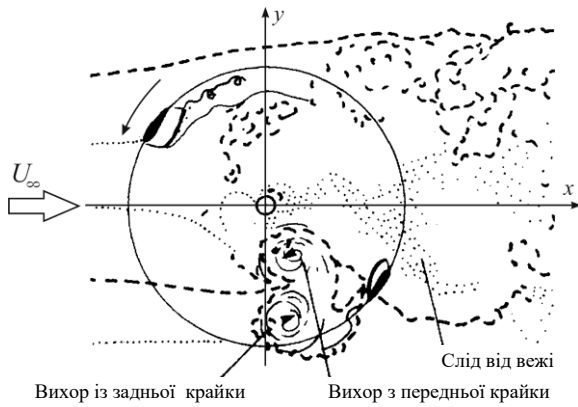


Рис. 3. Зміна неосереднених коефіцієнтів крутильного моменту від кутового положення ротора для різних коефіцієнтів швидкохідності

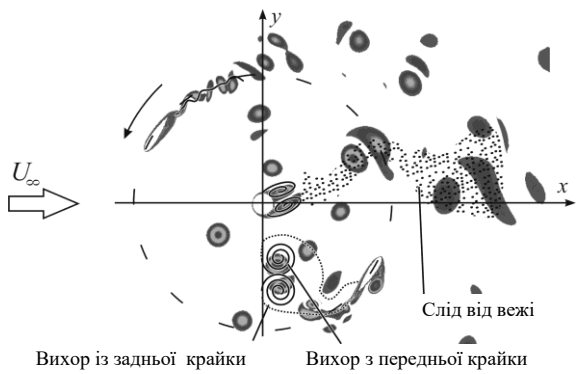
Для ілюстрації особливостей обтікання ротора Дар'є обрано геометричні параметри та коефіцієнт швидкохідності, що відповідають експериментальній роботі G. Brochier (рис. 4) [10]. На рис. 4 б, окрім стандартної візуалізації вихорів, додано суцільні та переривчасті лінії, а також окремі точки для того, щоб стиль інтерпретації розрахункових даних відповідав стилю візуалізації експериментальних даних роботи G. Brochier. Наведено реконструкцію структури течії при роботі дво- й трилопатевого роторів Дар'є для коефіцієнта швидкохідності $\lambda = 2.14$ на основі натурального (а) [10] та обчислювального (б) експерименту (рис. 5). Для наочності залишені вихори максимальної інтенсивності. Виокремлено стадії зародження, розвитку та зриву вихорів за різних положень лопаті на траєкторії [1].

Загалом картина течії поблизу ротора Дар'є характеризується істотними нестационарними явищами. До них належать, насамперед, динамічний зрив потоку, утворення складної системи вихорів, підвищення рівня турбулентності в затіненій ділянці, взаємодія вихорів різних розмірів, швидкості руху та інтенсивності з поверхнею ротора. Отримана картина течії добре погоджується з відомими експериментальними даними [10].

Установлено вплив чисел Рейнольдса, коефіцієнтів швидкохідності та заповнення на енергетичні характеристики ротора Дар'є (рис. 6, 7). Показано, що зростання числа Рейнольдса приводить до збільшення значень коефіцієнта потужності (рис. 6, 7). При зменшенні коефіцієнта заповнення ротора Дар'є коефіцієнт потужності стає менш чутливим до зміни коефіцієнта швидкохідності.

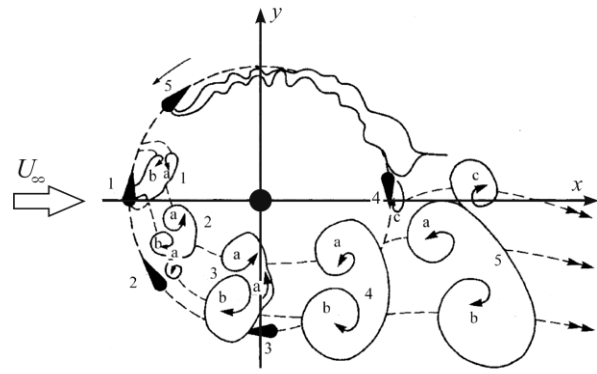


а)

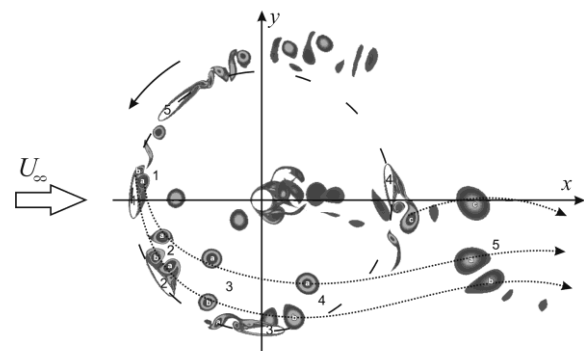


б)

Рис. 4. Візуалізація течії при роботі дволопатевого ротора Дар'є для коефіцієнта швидкохідності $\lambda = 2.14$ на основі натурного (а) [10] та обчислювального (б) експериментів



а)



б)

Рис. 5. Реконструкція структури течії при роботі дволопатевого ротора Дар'є для коефіцієнта швидкохідності $\lambda = 2.14$ на основі натурного (а) [10] та обчислювального (б) експериментів

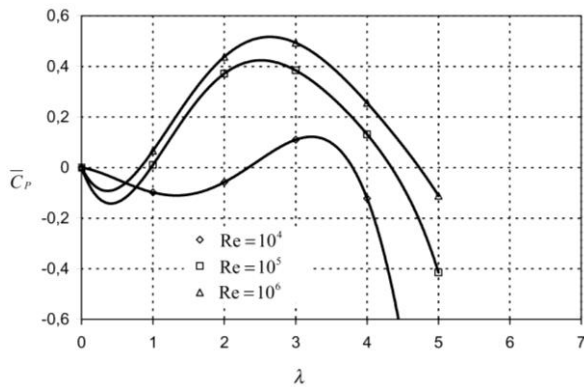


Рис. 6. Залежність осередненого коефіцієнта потужності ротора Дар'є від коефіцієнта швидкохідності для різних чисел Рейнольдса ($\sigma = 0.67$)

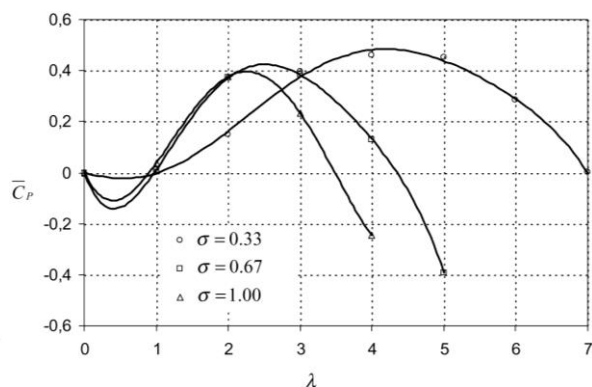


Рис. 7. Залежність осередненого коефіцієнта потужності ротора Дар'є від коефіцієнта швидкохідності для різних коефіцієнтів заповнення ($Re = 10^5$)

Проведено три типи обчислювальних експериментів з вивчення аеродинамічних та енергетичних характеристик дво- й трилопатевого ротора Савоніуса [1].

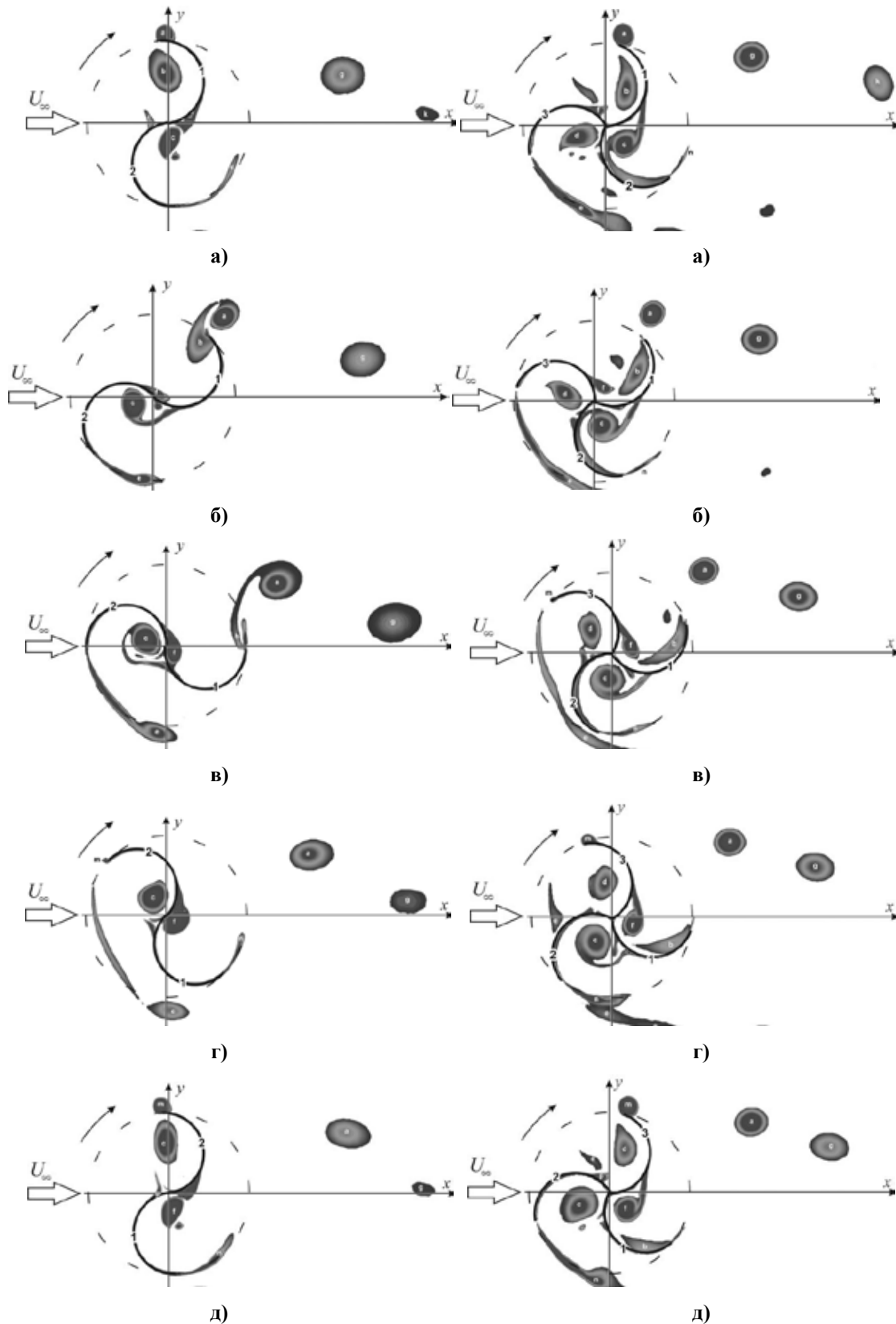


Рис. 8. Контури завихрення біля рухливого ($\lambda = 2.14$) дволопатевого ротора Савоніюса:

- а) $\theta = 0^\circ$; б) $\theta = 45^\circ$; в) $\theta = 90^\circ$;
- г) $\theta = 135^\circ$; д) $\theta = 180^\circ$

Рис. 9. Контури завихрення біля рухливого ($\lambda = 2.14$) трилопатевого ротора Савоніюса:

- а) $\theta = 0^\circ$; б) $\theta = 30^\circ$; в) $\theta = 60^\circ$;
- г) $\theta = 90^\circ$; д) $\theta = 120^\circ$

Перший тип – обчислювальні експерименти для нерухомого ротора Савоніуса, який фіксувався при різних кутах відносно потоку, що набігає, з кроком $\Delta\theta = 10^\circ$. Для більшості кутових положень ротора Савоніуса осереднений за часом коефіцієнт крутильного моменту позитивний.

Другий тип – обчислювальні експерименти при фіксованому коефіцієнті швидкохідності ротора. Коефіцієнти крутильного моменту та потужності дво- й трилопатевого ротора Савоніуса визначалися осередненням за один повний оберт.

Обертання ротора при $\lambda = 1.4$ характеризується квазістаціонарним режимом течії. Виокремлено основні стадії формування вихрової структури при обертанні ротора (рис. 8, 9). Періодичність у структурі течії навколо ротора спостерігається через 180° та 120° для дволопатевого та трилопатевого відповідно. Візуалізацію обтікання виконано за допомогою контурів завихрення. Визначено залежності коефіцієнтів крутильного моменту й потужності від коефіцієнта швидкохідності. У дволопатевого ротора значення енергетичних характеристик вище, ніж у трилопатевого (рис. 10). Отримані результати задовільно збігаються з відомими експериментальними даними.

Третій тип обчислювальних експериментів – розв’язання зв’язаної задачі динаміки та аеродинаміки трилопатевого ротора Савоніуса. Проаналізовано картину течії навколо ротора, наведено залежності коефіцієнтів лобового опору, піднімальної сили й крутильного моменту, а також кутової швидкості обертання від часу (рис. 11).

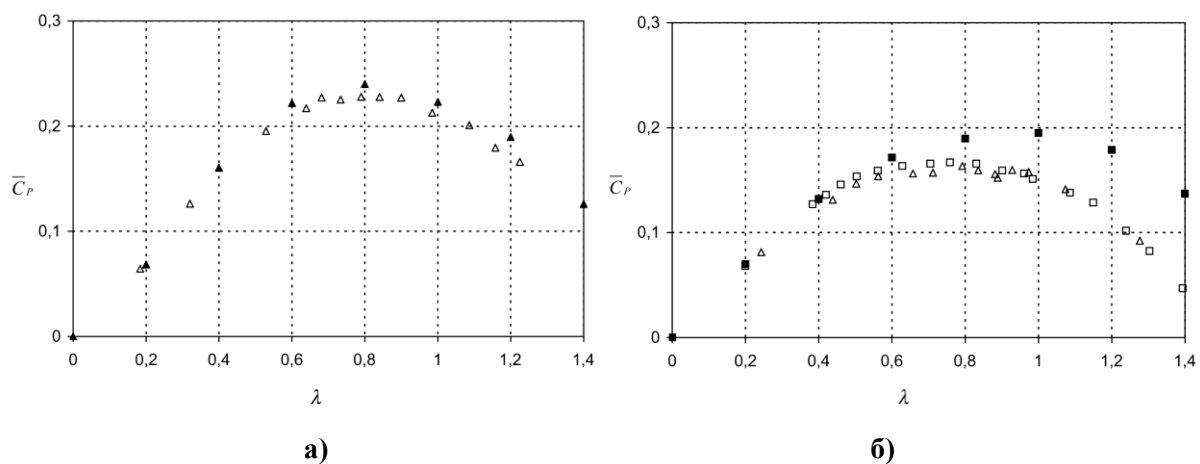


Рис. 10. Залежність осередненого за один оберт коефіцієнта потужності \bar{C}_P від коефіцієнта швидкохідності λ дво- (а) і трилопатевого (б) ротора Савоніуса Δ , \square – експеримент В. Blackwell [11] ($Re = 4.32 \times 10^5$, $Re = 8.64 \times 10^5$); \blacktriangle , \blacksquare – ця робота ($Re = 4.32 \times 10^5$)

Розрахунок проводився в три етапи. Метою першого етапу ($t = 0 \div 7$) було отримання періодичної течії, яка за структурою схожа з доріжкою Кармана. На другому ($t = 7 \div 13$) та третьому ($t = 13 \div 23$) етапах разом з аеродинамічною задачею розв’язувалося рівняння динаміки ротора Савоніуса. У момент часу $t = 7$ ротор вивільнявся й обертався під дією потоку вітру [1].

Обертання ротора приводить до збільшення інтенсивності вихорів. Частота сходу вихорів визначається швидкістю потоку, що набігає, характерними розмірами та частотою обертання самого ротора.

На третьому етапі, у момент часу $t = 13$, до ротора Савоніуса прикладається момент навантаження. Відбувається стабілізація кутової швидкості обертання ротора (відносно середнього значення $\omega = 2.8$), а також виникають близькі до періодичних коливання коефіцієнтів лобового опору, піднімальної сили та крутильного моменту (рис. 11).

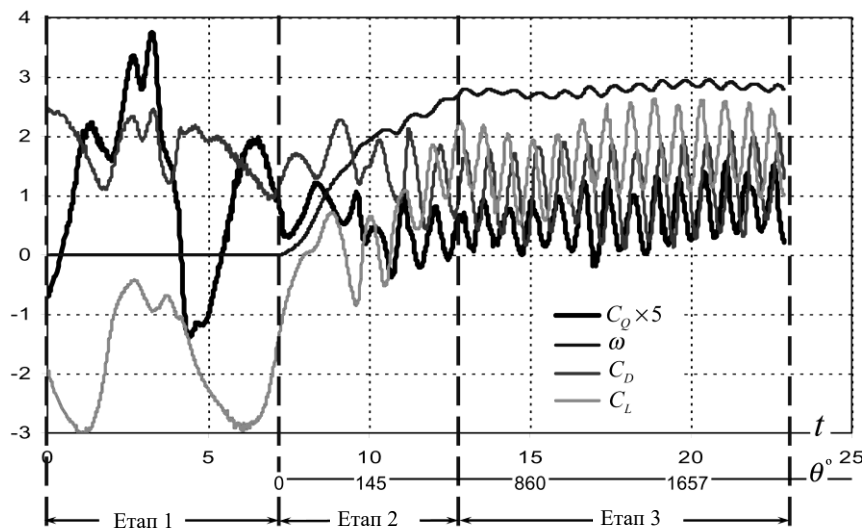


Рис. 11. Зміна неосереднених коефіцієнтів лобового опору, піднімальної сили, крутильного моменту та кутової швидкості обертання трилопатевого ротора Савоніуса від часу й кутового положення ротора $Re = 8.64 \times 10^5$

Висновки

На базі нестационарних осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса нестисливої рідини та рівняння обертання твердого тіла відносно нерухомої осі побудовано математичну модель для дослідження взаємовпливу процесів аеродинаміки й динаміки роторів вертикально-осьових вітроенергетичних установок. Розроблено програмно-методичне забезпечення для чисельного моделювання та визначення основних параметрів нестационарного обтікання роторів вертикально-осьових вітроенергетичних установок. Досліджено нестационарне обтікання роторів вертикально-осьових вітроенергетичних установок на основі рівнянь Нав'є-Стокса. Проаналізовано поле течії навколо ротора Дар'є. Виокремлено стадії зародження, розвитку та зриву вихорів за різних положень лопаті на траєкторії. Показано, що в'язкі та динамічні ефекти відіграють важливу роль при роботі ротора Дар'є, максимальний крутильний момент створюється на навітряній ділянці траєкторії лопаті. Установлено вплив числа Рейнольдса, коефіцієнтів швидкохідності та заповнення на енергетичні характеристики ротора Дар'є. Показано, що зростання числа Рейнольдса приводить до збільшення значень коефіцієнта потужності. При зменшенні коефіцієнта заповнення ротора Дар'є коефіцієнт потужності стає менш чутливим до зміни коефіцієнта швидкохідності. Збільшення коефіцієнта швидкохідності призводить до придушення процесу формування динамічного зриву потоку з лопатей ротора Дар'є. Розв'язано зв'язану задачу динаміки та аеродинаміки трилопатевого ротора Савоніуса. Виокремлено основні стадії формування вихрової структури при обертанні дво- й трилопатевого ротора. У дослідженому діапазоні визначальних параметрів у дволопатевого ротора Савоніуса значення енергетичних характеристик вище, ніж у трилопатевого. Отримані результати задовільно погоджуються з відомими експериментальними даними.

Список використаної літератури

1. Редчиць Д. О. Чисельне моделювання аеродинаміки роторів вертикально-осьових вітроенергетичних установок на основі нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса : автореф. дис. ... канд. фіз.-мат. наук : 01.02.05 «Механіка рідини, газу та плазми» / Дніпропетровський національний університет. Дніпропетровськ, 2007. 21 с.
2. Templin R. J. Aerodynamic performance theory for the NRC vertical-axis wind turbine. *National Research Council of Canada*. 1974. 185 p.

3. Strickland J. H. A vortex model of the Darrieus turbine: an analytical and experimental study. *Sandia laboratories report SAND79-7058*. 1980. 253 p.
4. Paraschivoiu I. Wind turbine design with emphasis on Darrieus concept. Canada: *Polytechnic international press*. 2002. 438 p.
5. Rung T., Bunge U., Schatz M., Thiele F. Restatement of the Spalart-Allmaras eddy-viscosity model in strain-adaptive formulation. *AIAA Journal*. 2003. Vol. 4, № 7. P. 1396–1399.
6. Spalart P. R., Allmaras S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flow. *AIAA Paper*. 1992. Vol. 12. № 1. P. 439–478.
7. Spalart P. R., Shur M. On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature. *Aerospace science and technology Journal*. 1997. Vol. 1, № 5. P. 297–366.
8. Rogers S. E., Kwak D. An upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier-Stokes equations. *AIAA Journal*. 1990. Vol. 28, № 2. P. 253–262.
9. Oler J. W., Strickland J. H., Im B. J., Graham G. H. Dynamic stall regulation of the Darrieus turbine SAND83-7029. *Texas technical university*. 1983. 154 p.
10. Brochier G., Fraunie P., Beguier C., Paraschivoiu I. Water channel experiments of dynamic stall on Darrieus wind turbine blades. *Journal Propulsion*. 1986. Vol. 2, № 5. P. 445–449.
11. Blackwell B.F., Sheldahl R.E., Feltz L.V. Wind tunnel performance data for two- and three-bucket Savonius Rotors. *Sandia National Laboratories Albuquerque. SAND76-0131*. 1976. 105 p.

References

1. Redchyts, D. O. (2007). Chyselne modeliuvannia aerodynamiky rotoriv vertykalno-osovykh vitroenerhetychnykh ustanovok na osnovi nestatsionarnykh rivnian Navie-Stoksa [Numerical simulation of vertical-axis wind turbines rotors aerodynamics on the base of unsteady Navier-Stokes equations]. *Extended abstract of Candidate's thesis*. Dnipropetrovsk National University. Dnipropetrovsk [in Ukrainian].
2. Templin, R. J. (1974). Aerodynamic performance theory for the NRC vertical-axis wind turbine. *National Research Council of Canada*. Rep. LTR-160 [in English].
3. Strickland, J. H. (1980). A vortex model of the Darrieus turbine: an analytical and experimental study. *Sandia laboratories report SAND 79-7058* [in English].
4. Paraschivoiu, I. (2002). Wind turbine design with emphasis on Darrieus concept. *Canada: Polytechnic international press* [in English].
5. Rung, T., Bunge, U., Schatz, M., & Thiele, F. (2003). Restatement of the Spalart-Allmaras eddy viscosity model in strain-adaptive formulation. *AIAA Journal*. 4, 7, 1396–1399 [in English].
6. Spalart, P. R., & Allmaras, S. R. (1992). A one-equation turbulence model for aerodynamic flow. *AIAA Paper*. 12, 1, 439–478 [in English].
7. Spalart, P. R., & Shur, M. (1997). On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature. *Aerospace science and technology Journal*. 1, 5, 297–366 [in English].
8. Rogers, S. E., & Kwak, D. (1990). An upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier-Stokes equations. *AIAA Journal*. 28, 2, 253–262 [in English].
9. Oler, J. W., Strickland, J. H., Im B. J., & Graham G.H. (1983). Dynamic stall regulation of the Darrieus turbine. SAND83-7029. *Texas technical university* [in English].
10. Brochier, G., Fraunie, P., Beguier, C., & Paraschivoiu, I. (1986). Water channel experiments of dynamic stall on Darrieus wind turbine blades. *Journal Propulsion*. 2, 5, 445–449 [in English].
11. Blackwell, B. F., Sheldahl, R. E., & Feltz, L. V. (1976). Wind tunnel performance data for two- and three-bucket Savonius Rotors. *Sandia National Laboratories Albuquerque. SAND76-0131* [in English].

Редчиць Дмитро Олександрович – д.ф.-м.н., старший науковий співробітник, заступник директора з науково-організаційної роботи Інституту транспортних систем і технологій НАН України; професор кафедри математичного моделювання та системного аналізу Дніпровського державного технічного університету. E-mail: redchits_da@ua.fm, ORCID: 0000-0001-8538-6026.

Моїсеєнко Світлана Вікторівна – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформатики і комп'ютерних наук Херсонського національного технічного університету. E-mail: 4moiseenko@ukr.net, ORCID: 0000-0001-5802-3887.

Дешко Ганна Євгенівна – к.ф.-м.н., старший науковий співробітник відділу нових та нетрадиційних видів транспорту Інституту транспортних систем і технологій НАН України. E-mail: deshanya.itm@gmail.com, ORCID: 0009-0000-9747-0399.

Redchyts Dmytro Oleksandrovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, Deputy Director for Scientific and Organizational Work of the Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine; Professor at the Department of Mathematical Modelling and System Analysis of the Dniprovsky State Technical University. E-mail: redchits_da@ua.fm, ORCID: 0000-0001-8538-6026.

Moiseienko Svitlana Viktorivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Informatics and Computer Sciences of the Kherson National Technical University. E-mail: 4moiseenko@ukr.net, ORCID: 0000-0001-5802-3887.

Deshko Hanna Yevhenivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher at the Department of Dynamics And Strength of New Kinds of Transport of the Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine. E-mail: deshanya.itm@gmail.com, ORCID: 0009-0000-9747-0399.

УДК 004.383.3

А.А. САВУЛА, О.А. ЖУЧЕНКО, А.П. КОРОТИНСЬКИЙ, Д.І. БУГАЙ

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

ФІЛЬТРАЦІЯ АУДІОСИГНАЛУ РОБОТИ ПРОМИСЛОВОГО ОБЛАДНАННЯ НА БАЗІ АВТОЕНКОДЕРА

У статті розглянуто актуальну проблему фільтрації шумів в аудіальних сигналах, що генеруються промисловим обладнанням, з метою покращення ефективності сучасних автоматизованих систем контролю та управління. Обговорюють різні підходи до фільтрації шумових компонентів аудіосигналів, серед яких особливу увагу приділено автоенкодерам на базі повнозв'язних та згорткових нейронних мереж. Проведено серію експериментальних досліджень для аналізу впливу параметрів архітектури автокодувальника на якість фільтрації шумів, зокрема, досліджено вплив розміру «горловини» нейронної мережі на загальну продуктивність системи. Під час дослідження як джерела шумів використовували штучно згенеровані сигнали з різними спектральними характеристиками, що моделюють умови промислового середовища. Для оцінки ефективності фільтрації застосовували метрику відношення сигналу до шуму (ВСДШ), що дає змогу оцінити якість відновлення цільового сигналу, яким є аудіосигнал роботи промислового двигуна. Результати експериментів продемонстрували, що обидві архітектури автоенкодерів показують високу здатність до очищення сигналу від шуму. Це дослідження підтверджує, що сучасні нейронні мережі здатні значно підвищити якість фільтрації, забезпечуючи надійний інструмент для моніторингу стану обладнання в режимі реального часу, що є особливо важливим для систем, орієнтованих на раннє виявлення збоїв і запобігання аварійним ситуаціям.

Дослідження також підкреслює важливість використання автоенкодерів у завданнях моніторингу з погляду їх адаптивності до змін у середовищі та здатності до самонавчання. Завдяки можливості автоенкодерів відокремлювати корисні сигнали від шумових перешок система здатна забезпечити високу чутливість до дрібних змін у роботі обладнання, що в промислових умовах є надзвичайно важливим для забезпечення безперервної роботи. Автоенкодери також показують здатність до масштабування в межах складних систем обробки сигналів, що робить їх придатними для застосування на підприємствах з великим обсягом обладнання. Крім того, їх використання допомагає знизити потребу у фаховому втручанні в процес моніторингу, адже моделі нейронних мереж здатні самостійно адаптуватися до нових умов та навчатися на основі змінних даних, що надходять із реального середовища.

Практичне значення дослідження полягає в його застосуванні до широкого кола промислових завдань, пов'язаних із підвищенням надійності обладнання та зниженням витрат на обслуговування. Застосування автоенкодерів у системах діагностики може суттєво зменшити ризики непередбачуваних збоїв, а також оптимізувати витрати на утримання обладнання завдяки своєчасній діагностиці та обслуговуванню.

Ключові слова: автоенкодер, обробка сигналів, датчик, інтелектуальна система.

A.A. SAVULA, O.A. ZUCHENKO, A.P. KOROTYNSKYI, D.I. BUHAI

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

AUDIO SIGNAL FILTERING OF INDUSTRIAL EQUIPMENT BASED ON AUTOENCODER

The article considers the actual problem of filtering noise in audio signals generated by industrial equipment in order to improve the efficiency of modern automated control and management systems. The different approaches to filtering the noise components of audio signals are considered, with special attention focused on auto-encoders based on fully connected and convolutional neural networks. A series of experiments were conducted to analyze the effect of the autoencoder architecture parameters on the quality of noise filtering, in particular, the effect of the neural network "bottleneck" size on the overall system performance was also studied. In the process of the study, artificially generated signals with different spectral characteristics that model the conditions of an industrial environment are used as noise sources. To evaluate the filtering efficiency, the signal-to-noise ratio (SNR) metric is used to estimate the quality of the target signal recovery, which is the audio signal of an industrial engine. The experimental results demonstrate that both autoencoder architectures show a high ability to clean the noised signal. This study confirms that modern neural networks can significantly improve the quality of filtering, providing a reliable tool for monitoring the state of equipment in real time, which is especially important for systems focused on early detection of failures and prevention of accidents.

The study also emphasizes the importance of using auto-encoders in monitoring tasks in terms of their adaptability to changes in the environment and their ability to self-learn. Due to the ability of auto-encoders to separate useful signals from noise interference, the system is able to provide high sensitivity to small changes in equipment operation,

which is extremely important in industrial environments to ensure continuous operation. Auto-encoders also demonstrate the ability to scale within complex signal processing systems, making them suitable for use in enterprises with a large amount of equipment. In addition, their usage helps to reduce the need for professional assistance in the monitoring process, as neural network models are able to adapt to new conditions and learn from the changing data coming from the real environment.

The practical significance of the study lies in its application to a wide range of industrial tasks related to improving equipment reliability and reducing maintenance costs. The use of auto-encoders in diagnostic systems can significantly reduce the risks of unpredictable failures, as well as optimize equipment maintenance costs through timely diagnostics and maintenance.

Key words: autoencoder, signal filtering, sensor, intellectual system.

Постановка проблеми

Нині є велика кількість різноманітних автоматизованих систем керування, проте більшість із них не враховує техніко-експлуатаційний стан об'єкта керування, що може викликати неочікувані аварійні ситуації або зміни в режимі його роботи.

До методів, які використовують для визначення техніко-експлуатаційного стану об'єкта, можна зарахувати, наприклад, вимірювання технологічних параметрів, як-от температура чи вібрація для оцінки внутрішнього стану роботи обладнання, використання засобів відеоспостереження для виявлення візуальних аномалій у роботі обладнання тощо.

Серед них виокремлюють аудіальну дефектоскопію – зчитування та аналіз аудіальних сигналів роботи об'єктів, зміни в частотах та амплітудах яких можуть указувати на певні аномалії роботи обладнання. Перевагою цього методу є відсутність жорстких вимог до встановлення датчиків чи їх середовища. Проте в промислових умовах зазвичай є багато джерел шуму, наприклад пристрої, що працюють поруч, або непередбачувані звукові сигнали (падіння, звуки аварійних ситуацій тощо), також на датчик можуть впливати акустичні властивості його розташування. Тому виникає потреба в попередньому очищенні й підготовці даних, а саме мінімізації кількості шумів в результативному сигналі перед його поданням на контролер. Це можна зробити за допомогою алгоритмів та методів фільтрації сигналів. Так, дослідження методів очищення аудіального сигналу від шумів є важливою науково-практичною проблемою.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Для розв'язання проблеми зашумленості аудіосигналу можуть бути використані різні підходи й алгоритми залежно від методів збору цих даних, відповідно до їх природи й вимог до якості очистки. Наприклад, авторами статті [1] розглянуто декілька методів: фільтр Вінера, фільтрацію спектральним відніманням, фільтрацію відсіювання за пороговими значеннями. Спектральне віднімання [2] – це метод фільтрації, під час якого сигнал перетворюється в частотну сферу, після чого відбувається віднімання від загального спектра сигналу його оціненого спектра шуму, після чого сигнал повертається в часову сферу. Оскільки в основі цього алгоритму лежить відсікання сигналів нижче певного порогового коефіцієнта, авторами [2] запропоновано різні методи пошуку порогового коефіцієнта, базуючись на частотних показниках. Як шуми використано штучно згенерований гаусівський шум різною частоти й різної інтенсивності, а саме частотою 100 Гц, 200 Гц, 500 Гц та 1 кГц та інтенсивністю 0 Дб, 5 Дб, 10 Дб, 15 Дб. У результаті отримано, що спектральне віднімання показує гарні результати на зменшенні шумів малої інтенсивності й стає гіршим зі збільшенням інтенсивності шумів. Зменшення ефективності фільтрації лежить у межах від 20 % до 50 % залежно від алгоритму розрахунку порогового коефіцієнта.

Авторами статті [3] запропоновано розглянути розрахунок порогового значення інтенсивності сигналу, базуючись на показниках якого можна було б відкидати частини сигналу, що можуть трактуватися як шум. Вони повторюють методологію тестування авторів попередньої роботи. Цей метод є більш стабільним до змін інтенсивності сигналу й показує малу розбіжність при зміні інтенсивності в межах 10 %.

У статті [4] авторами описано використання двох мікрофонів з модифікованим Фільтром Віннера для фільтрації шумів. Основною модифікацією цього фільтра є зміна вхідних матриць. Автори попередньо намагаються відняти від матриці цільового сигналу матрицю із шумами, паралельно інвертуючи матрицю цільового сигналу. Останнім кроком перед поданням сигналу на фільтр є перемноження результувальних матриць. Такий метод дає результат фільтрації шумів у розмірі 50 %, хоча, як порівняти з іншими фільтрами, як-от фільтр Калмана, приріст становить усього 1,8 %.

Важливо зазначити, що всі ці фільтри потребують для своєї роботи екземпляри як оригінального сигналу, так і зашумленого. Також результати дослідження отримані при використанні гаусівського шуму малої та середньої інтенсивності, що може мати різочу відмінність при використанні цих фільтрів у промислових умовах, де обладнання може мати велику інтенсивність звучання і шум не є статичною характеристикою та може змінюватися залежно від умов експлуатації.

Це може бути вирішено використанням фільтрів на базі штучного інтелекту. Автори статі [5] пропонують використовувати спеціальну архітектуру штучних нейронних мереж – автоенкодер, для фільтрування аудіальних сигналів. Особливостями цього дослідження є те, що в ролі шумів виступав не гаусівський шум, а побутовий і вуличний шум, наприклад звук автівок, роботи побутового обладнання, шум вуличного середовища. Запропонована архітектура дала змогу збільшити показник SNR (sound to noise ratio), що є позитивним фактором при розв'язанні задач аудіальної фільтрації.

Мета дослідження

Мета дослідження – розробити фільтр на базі автокодувальника для очищення вхідного сигналу від шумів, який працюватиме в різних промислових техніко-експлуатаційних умовах. Для досягнення поставленої мети необхідно виконати низку завдань:

- 1) підготувати вибірку аудіальних даних промислового обладнання з характеристиками наближеними до експлуатаційних умов;
- 2) дослідити вплив зміни архітектури автоенкодера на ефективність фільтрації аудіальних даних;
- 3) проаналізувати результати, визначити найкращу архітектуру серед запропонованих з погляду ефективності її роботи.

Виклад основного матеріалу дослідження

Автокодер – це особливий тип нейронної мережі, навченої повторювати вхідні дані на виході. Наприклад, маючи зображення рукописної цифри, автокодер спочатку кодує зображення в латентне представлення нижчої розмірності, а потім декодує латентне представлення назад у зображення. Автокодер учиться стискати дані, мінімізуючи при цьому похибку відновлення [6]. Базова архітектура автокодера ілюструється на рис. 1.

1. Підготовка вибірки аудіальних даних для дослідження

Оскільки для тренування автоенкодера необхідні екземпляри як оригінального сигналу, так і зашумленого, тоді на оригінальні записи роботи обладнання накладаються штучно створені шуми, а саме:

- а) гаусівський – шум, згенерований за нормальним розподілом та заданим середнім значенням за розмірністю звукового сигналу, інтенсивністю шуму –20 до 20 дБ з кроком у 5 дБ та частотою до 8 кГц;
- б) рівномірний – шум, згенерований за рівномірним розподілом у певному діапазоні, –40 до 0 дБ з кроком у 5 дБ та частотою до 8 кГц;
- в) імпульсний – шум, який має випадкові імпульси амплітуд. –35 до –35 дБ з кроком у 5 дБ та частотою до 8 кГц.

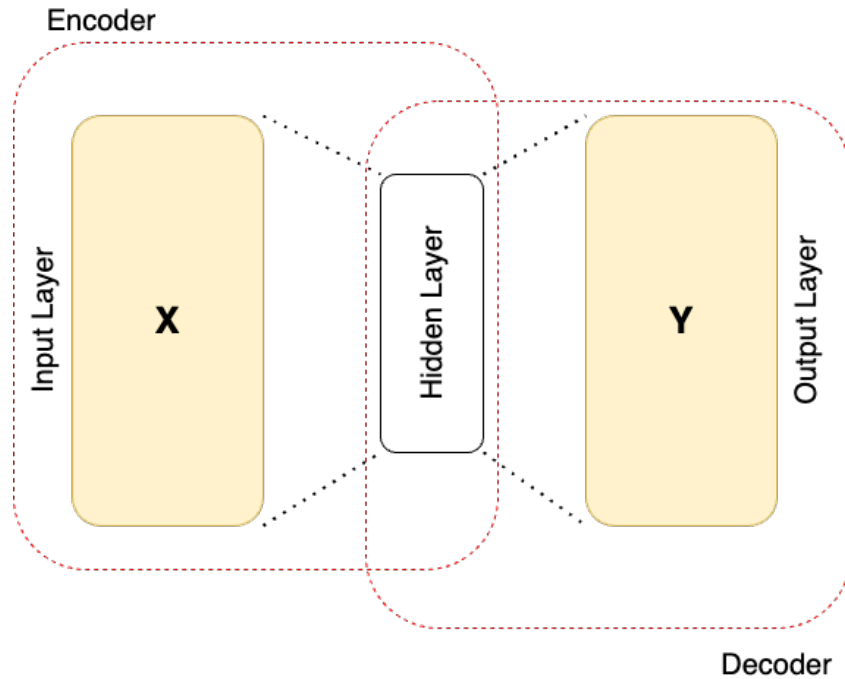


Рис. 1. Базова архітектура автоенкодера

де *Input Layer* – шар вхідних даних, *Hidden Layer* – шар прихованих нейронів, а *Output Layer* – вихідний шар автокодера.

Шуми були накладені на звуки роботи промислового обладнання попередньо записані в експлуатаційних та лабораторних умовах. Приклади зашумлених сигналів наведено на рис. 2.

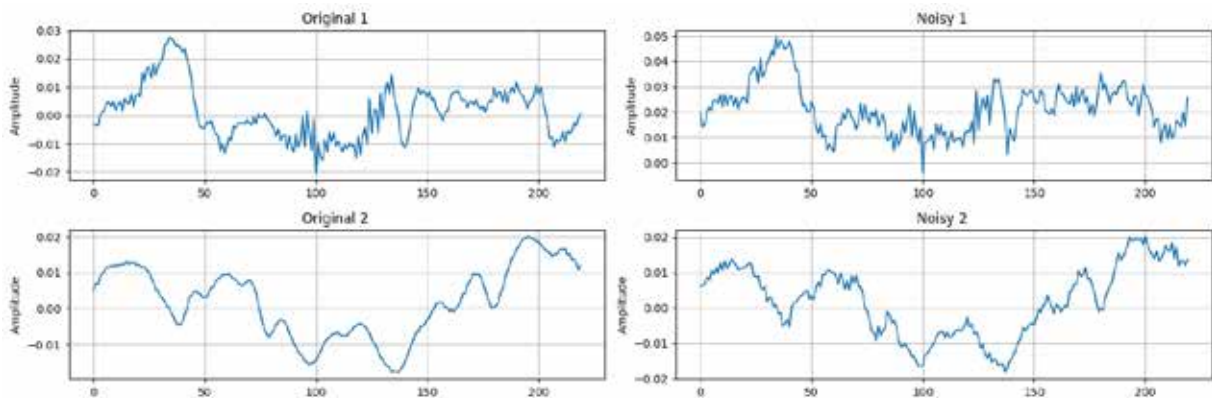


Рис. 2. Приклади зашумленого сигналу

2. Дослідження впливу архітектури автокодувальника на фільтрацію шумів

З опису роботи автоенкодера стає зрозуміло, що головною його особливістю є кодування інформації в прихований простір певного розміру. При кодуванні достатньої кількості інформації в прихований простір відбувається мінімальна втрата інформації або допустима відносно поставленого завдання. Так, дослідження розміру горловини автоенкодера є важливим етапом розробки ефективної нейронної мережі такого типу, оскільки вузька горловина може призвести до втрати важливих характеристик самого сигналу, що не є допустимим у цьому завданні, а досить велика горловина, призведе до закодування параметрів шумів у прихований простір, що є небажаним для завдання фільтрації.

Під час експерименту проводилося дослідження впливу архітектури автоенкодера на базі повноз'єднаних шарів, а саме розміру горловини, на ефективність його роботи. Автоенкодер містить п'ять повноз'єднаних шарів, де перший та п'ятий налічував 220 нейронів, другий та четвертий шари – 128 нейронів, а третій шар – горловина: 4, 16, 32, 64, 81, 100 нейронів. Як функції активації використовували leaky relu. На рис. 3 зображено архітектуру.

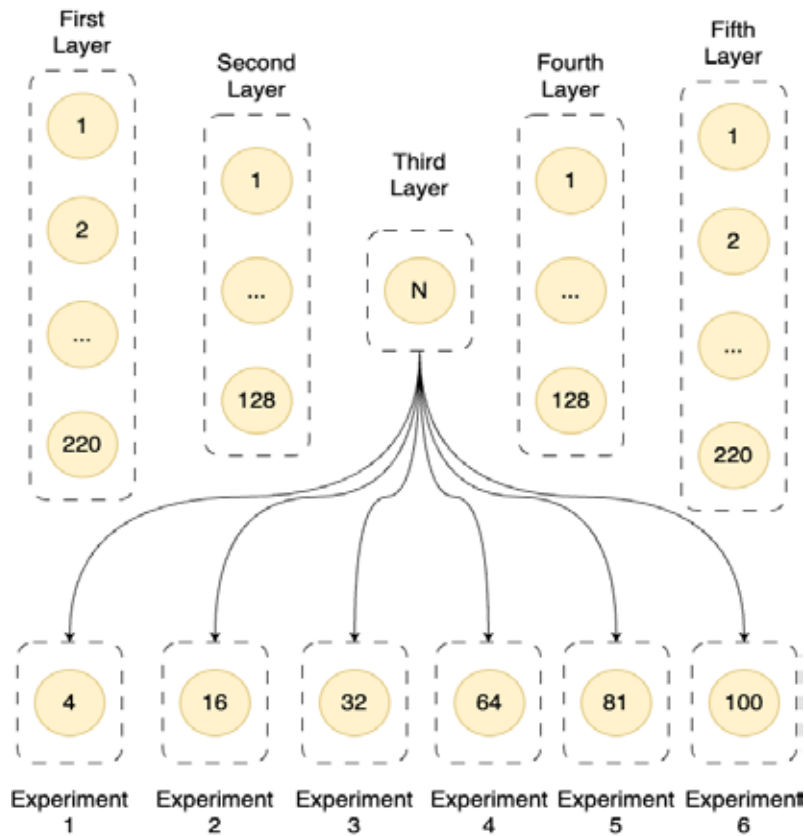


Рис. 3. Архітектура й опис зміни горловини для повноз'єднаної архітектури

Для оцінки ефективності роботи фільтра можна використати розповсюджену метрику – відношення амплітуди сигналу до амплітуди шуму. Відношення сигналу до шуму (далі – ВСДШ) – це відношення потужності сигналу до потужності шуму в системі, яке часто виражається в децибелах (далі – дБ). Децибел можна визначити як одиницю, що виражає відносну різницю в потужності або інтенсивності, зазвичай між двома акустичними або електричними сигналами, яка дорівнює десятикратному загальному логарифму відношення двох рівнів [7]. Оскільки для навчання моделі були згенеровані штучні шуми, а також маємо взірцеві дані, тому можливо використати цю метрику для розрахунку якості фільтрації. Для розрахунку цього відношення використано таку формулу:

$$ВСДШ = 10 \cdot \left(\frac{A_{signal}^2}{A_{noise}^2} \right)$$

де, A_{signal} – амплітуда сигналу, A_{noise} – амплітуда шуму.

На рис. 4 наведено порівняльні результати роботи описаних вище архітектур автоенкодера на базі повноз'єднаних шарів. З результатів роботи простежується тенденція до кращої відтворюваності оригінальних сигналів при розширенні горловини автокоенкодера.

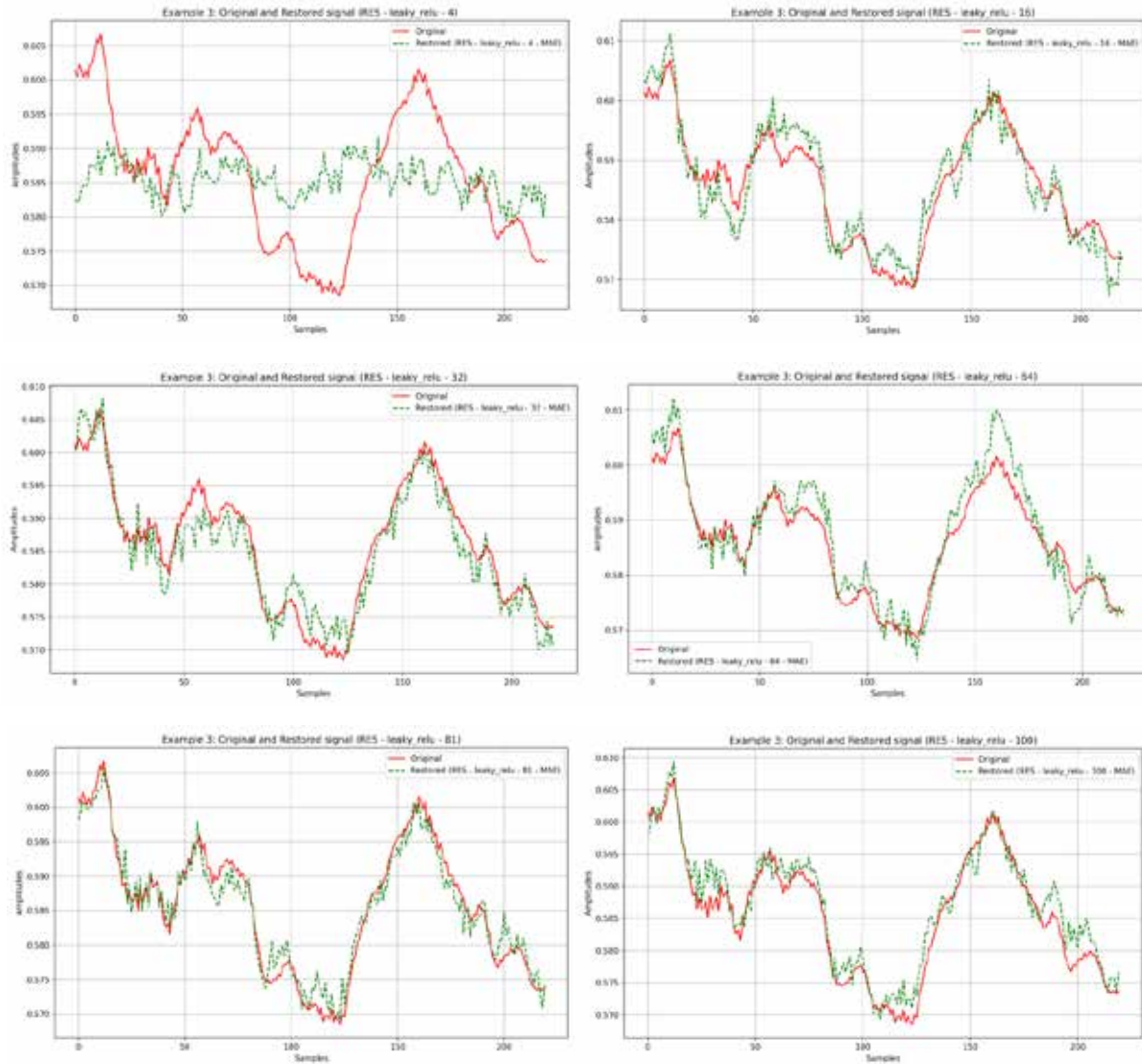


Рис. 4. Результати роботи різних архітектур автокодувальника

У таблиці 1 наведено результати проведеного експерименту, а саме метрики роботи штучних нейронних мереж після їх навчання. З таблиці слідує, що найкращу точність роботи за коефіцієнтом шуму має архітектура з розміром горловини 4, відносно функції втрат – архітектура з розміром горловини 100.

Таблиця 1

Порівняння результатів архітектур

Опис архітектури	Кількість параметрів для оптимізації	Час прогнозування (с)	Функція втрат	ВСДШ
Dense Experiment 1	115650	0,0894	0,0102	24,4317
Dense Experiment 2	121818	0,0999	0,00533	23,8394
Dense Experiment 3	130042	0,0919	0,00604	23,3159
Dense Experiment 4	146490	0,0881	0,00524	23,1611
Dense Experiment 5	155228	0,0924	0,00541	23,6998
Dense Experiment 6	164994	0,1171	0,00464	23,2906

Хоч описані вище архітектури показують досить високі результати фільтрації, а саме підвищення відношення корисного сигналу з 18 до 24,4, однак їх застосування у реальних завданнях ускладнюється великою кількістю параметрів, які потрібно оптимізувати під час навчання, що ускладнює розробку таких систем та їх застосування. Використання великої кількості параметрів у штучній нейронній мережі призводить до збільшення необхідної кількості розрахункових можливостей та часу, які потрібно для її обчислення. Саме тому пропонується розглянути архітектуру автокодувальника на базі згорткових шарів, що, зі свого боку, призведе до зменшення параметрів моделі через особливості роботи шарів згортки.

Шар згортки – це основний блок згорткової нейронної мережі. Шар згортки містить для кожного каналу свій фільтр, ядро згортки якого обробляє попередній шар за фрагментами, підсумовуючи результати поелементного добутку для кожного фрагмента [8].

Особливістю згорткового шару є порівняно невелика кількість параметрів, що визначається під час навчання. Так, наприклад, якщо вихідне зображення має розмірність 100×100 пікселів за трьома каналами (це означає 30 000 вхідних нейронів), за умови, що згортковий шар використовує фільтри з ядром 3×3 пікселів з виходом на 6 каналів, то під час навчання визначають лише 9 ваг ядра, однак за всіма поєднаннями каналів, тобто $9 \times 3 \times 6 = 162$, у такому разі цей шар потребує знаходження лише 162 параметрів, що істотно менше за кількість шуканих параметрів повнозв'язної нейронної мережі. На рис. 5 зображено архітектуру згорткової нейромережі, де H та N – змінна кількість фільтрів [8].

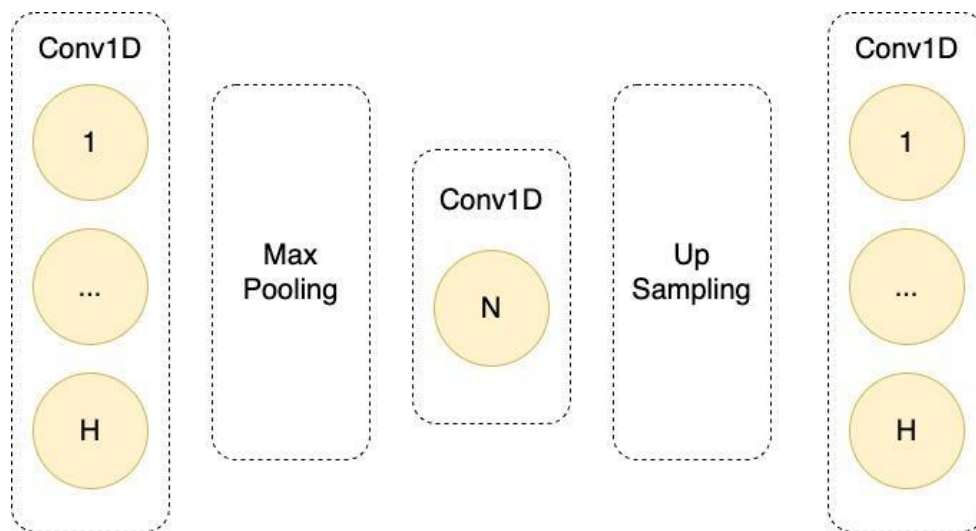


Рис. 5. Архітектура згорткової нейромережі

На рис. 6 наведено порівняльні результати роботи автоенкодера на базі згорткових шарів.

У таблиці 2 наведено результати проведеного експерименту, а саме метрики роботи згорткових нейронних мереж її навчання.

Таблиця 2

Порівняння результатів архітектур

Опис архітектури	Кількість параметрів для оптимізації	Час прогнозування (с)	Функція втрат	ВСДШ			
	$N - 8, H - 32$			4116	0,1284	0,0107	22,79
	$N - 16, H - 32$			7716	0,1394	0,0098	22,28
	$N - 16, H - 64$			15396	0,1370	0,0096	22,66
	$N - 32, H - 64$			29764	0,1245	0,0081	22,31

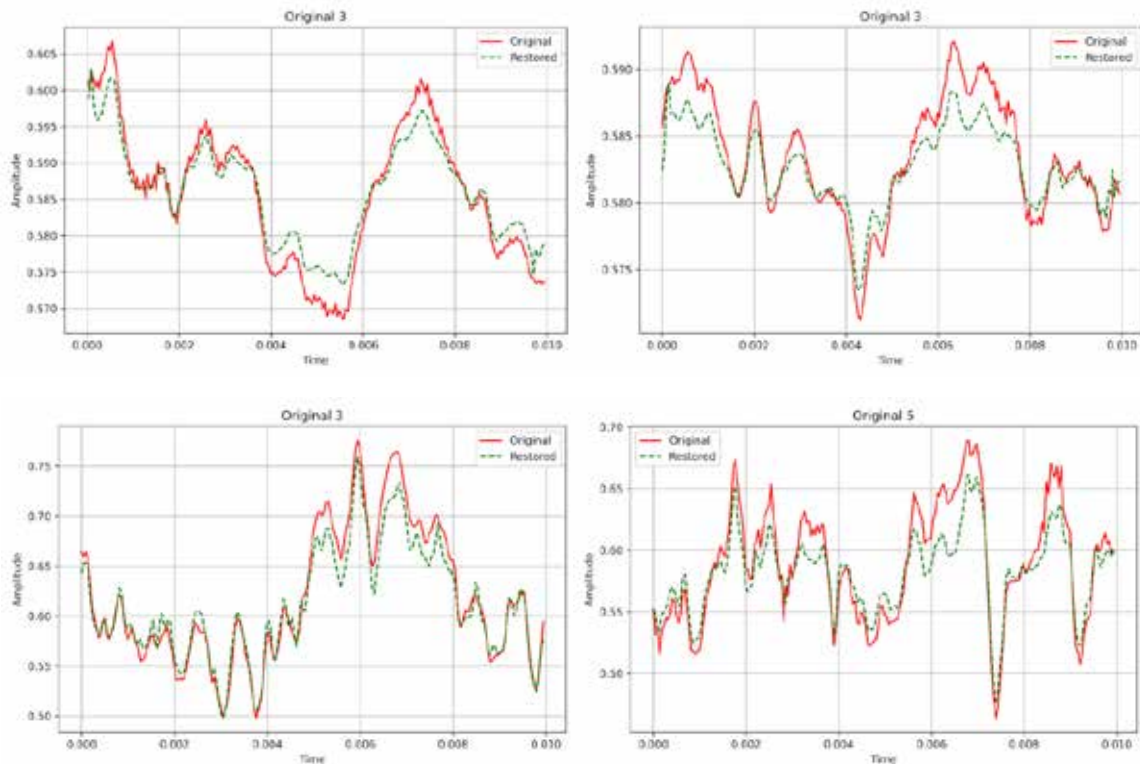


Рис. 6. Результати роботи різних архітектур автоенкодера на базі згорткових шарів

З таблиці 2 слідує, що найкращу точність роботи за ВСДШ має архітектура, де $N = 8$, $H = 32$ відносно функції втраг – це архітектура $N = 32$, $H = 64$. Ці результати можуть свідчити про те, що горловина у вигляді 16 фільтрів згорткового шару може бути не достатньою для ефективного кодування та відтворення результатів або характеризувати загалом нейронну мережу не достатньо широкою для інтерпретації даних.

3. Порівняння результатів

У таблиці 3 наведено порівняння значень SNR оригінального запису з двома архітектурами – згортковою та повнозв’язною. З порівняння видно, що є повнозв’язна архітектура є найкращою і підвищує значення корисного сигналу на 5,6 пункта, що є значним приростом у розглянутих умовах.

Таблиця 3

Порівняння результатів	
Тип фільтрації	ВСДШ
Оригінал	18,89
Dense	24,4317
Conv	22,79

Це дослідження підкреслює необхідність детального підходу до вибору методів фільтрації аудіосигналів у промислових умовах. Використання автоенкодерів демонструє велику гнучкість, проте важливим залишається питання щодо адаптації моделей до конкретних умов обладнання та середовища. Урахування шумів та оптимізація архітектури може допомогти знизити витрати часу на обробку сигналів, що є критичним для великих промислових систем.

Згорткові нейронні мережі хоч і вимагають менше обчислювальних ресурсів, можуть бути менш точними при відновленні сигналів, що вказує на необхідність компромісу між точністю та швидкістю роботи.

Висновки

Автоенкодер є ефективним інструментом для очистки аудіосигналу від шумів у складних виробничих умовах, що характеризуються різними рівнями інтенсивності та широким спектром частот шуму.

Дослідження показало, що застосування автокодувальників для фільтрації шумів у промислових аудіосигналах є ефективним методом, який дає змогу значно збільшити показник ВСДШ, а саме на 5,5 одиниць для архітектури на повнозв'язних шарах та 3,9 на згорткових. Експерименти з різними архітектурними показали, що вибір розміру горловини автокодувальника впливає на якість фільтрації: оптимальний розмір забезпечує достатнє стиснення даних без втрати важливих характеристик сигналу. Використання згорткових шарів дає змогу знизити кількість параметрів для оптимізації, що скорочує час обчислень, проте може впливати на точність відновлення сигналів.

Практичне значення результатів полягає в тому, що розроблена методика може бути застосована для покращення кінцевого сигналу з аудіального датчика, що надає змогу в подальшому отримати більш чітке розуміння стану промислового обладнання в конкретний момент часу. А це, зі свого боку, дає змогу розробляти більш гнучкі й точні системи керування для збільшення ефективності роботи промислового обладнання та зменшення поломок на виробництвах.

Список використаної літератури

1. Anderson D.V., Clements M. A. Audio Signal Noise Reduction Using Multi-Resolution Sinusoidal Modeling. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. Phoenix, AZ, USA, 1999. С. 15–19. doi: 10.1109/ICASSP.1999.759793.
2. Upadhyay N., Karmakar A. Speech Enhancement Using Spectral Subtraction-Type Algorithms: A Comparison and Simulation Study. *Procedia Computer Science*. 2015. № 54. С. 574–584. doi: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.06.066>.
3. Verteletskaya E., Simak B. Noise Reduction Based on Modified Spectral Subtraction Method. *IAENG International Journal of Computer Science*. 2006. № 38(2). С. 68–77.
4. Kumar, M. A., Chari, K. M. Noise Reduction Using Modified Wiener Filter in Digital Hearing Aid for Speech Signal Enhancement. *Journal of Intelligent Systems*. 2019. № 29(1). С. 1360–1378. doi: <https://doi.org/10.1515/jisys-2017-0509>.
5. Fang H., Carbajal G., Wermter S., Gerkmann T. Variational Autoencoder for Speech Enhancement with a Noise-Aware Encoder. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. Toronto, ON, Canada, 2021. С. 676–680. doi: <https://doi.org/10.1109/ICASSP39728.2021.9414060>.
6. Intro to autoencoders. TensorFlow. URL: <https://www.tensorflow.org/tutorials/generative/autoencoder> (дата звернення: 21.11.2024).
7. What is SNR? How can we improve the SNR? – Huawei. Huawei. URL: <https://info.support.huawei.com/info-finder/encyclopedia/en/SNR.html/> (дата звернення: 21.11.2024).
8. Wikipedia contributors. *Convolutional neural network*. Wikipedia. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Convolutional_neural_network (дата звернення: 21.11.2024).

References

1. Anderson, D., & Clements, M. (1999). Audio Signal Noise Reduction Using Multi-Resolution Sinusoidal Modeling. *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*. Phoenix, AZ, USA. doi: 10.1109/ICASSP.1999.759793 [in English].

2. Upadhyay, N., & Karmakar, A. (2015). Speech Enhancement Using Spectral Subtraction-Type Algorithms: A Comparison and Simulation Study. *Procedia Computer Science*, 54, 574–584. doi: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.06.066> [in English].
3. Verteletskaya, E., & Simak, B. (2006). Noise Reduction Based on Modified Spectral Subtraction Method. *IAENG International Journal of Computer Science*, 38(2), 68–77 [in English].
4. Kumar, M. A., & Chari, K. M. (2019). Noise Reduction Using Modified Wiener Filter in Digital Hearing Aid for Speech Signal Enhancement. *Journal of Intelligent Systems*, 29(1), 1360–1378. doi: <https://doi.org/10.1515/jisys-2017-0509> [in English].
5. Fang, H., Carbajal, G., Wermter, S., & Gerkmann, T. (2021). Variational Autoencoder for Speech Enhancement with a Noise-Aware Encoder. *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. Toronto, ON, Canada. doi: <https://doi.org/10.1109/ICASSP39728.2021.9414060> [in English].
6. *Intro to autoencoders*. (n.d.-b). TensorFlow. Retrieved from <https://www.tensorflow.org/tutorials/generative/autoencoder> [in English].
7. Minghui, W. (2023, April 27). *What is SNR? How can we improve the SNR? – Huawei*. Huawei. Retrieved from <https://info.support.huawei.com/info-finder/encyclopedia/en/SNR.html/> [in English].
8. Wikipedia contributors. (2024, November 14). *Convolutional neural network*. Wikipedia. Retrieved from https://en.wikipedia.org/wiki/Convolutional_neural_network [in English].

Савула Андрій Антонович – аспірант кафедри технічних та програмних засобів автоматизації Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: aasavula@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8583-4818.

Жученко Олексій Анатолійович – д.т.н., професор кафедри технічних та програмних засобів автоматизації Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: azhuch@ukr.net, ORCID: 0000-0001-5611-6529.

Коротинський Антон Петрович – доктор філософії, старший викладач кафедри технічних та програмних засобів Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: ihfantkor@gmail.com, ORCID: 0000-0002-2521-0878.

Бугай Дмитро Ігорович – бакалавр кафедри технічних та програмних засобів автоматизації Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: dimabuhaiwork@gmail.com, ORCID: 0009-0001-0112-1432.

Savula Andrii Antonovich – Postgraduate Student at the Department of Technical and Software Automation Tools of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. E-mail: aasavula@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5611-6529.

Zuchenko Oleksii Anatolivich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Technical and Software Automation Tools of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. E-mail: azhuch@ukr.net, ORCID: 0000-0001-5611-6529.

Korotynskiy Anton Petrovich – PhD, Senior Lecturer at the Department of Technical and Software Automation Tools of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. E-mail: ihfantkor@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6309-5970.

Buhai Dmytro Ihorovych – Bachelor at the Department of Technical and Software Automation Tools of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. E-mail: dimabuhaiwork@gmail.com, ORCID: 0009-0001-0112-1432.

ВЕБДОСТУПНІСТЬ ОСВІТНІХ САЙТІВ: АНАЛІЗ НЕДОЛІКІВ ТА ШЛЯХИ ПОЛІПШЕННЯ

Важливість вебдоступності для освітніх сайтів та сайтів навчальних закладів є особливо критичною, оскільки ці ресурси є ключовими джерелами інформації для студентів, викладачів і потенційних абітурієнтів. Недоступність цих сайтів може перешкоджати отриманню рівного доступу до навчальних матеріалів, подачі заявок на вступ та участі у навчальному процесі. Це особливо актуально в умовах зростаючої цифровізації освіти, коли все більше навчальних матеріалів і послуг надається онлайн. Забезпечення вебдоступності є необхідною умовою для того, щоб усі користувачі мали рівні можливості для отримання освіти та доступу до інформації. Аналіз вебдоступності сайтів закладів вищої освіти Одеської області за допомогою Axe DevTools виявив численні проблеми, які можуть впливати на доступність ресурсів для користувачів. Найпоширеніші проблеми включають відсутність видимих текстових міток для кнопок, недотримання мінімальних вимог до контрасту кольорів, а також відсутність альтернативного тексту для зображень. Найпроблемнішим аспектом виявилось питання семантичної структури сторінок, що впливає на зручність навігації користувачів, особливо тих, які використовують екранні читачі. Проблеми, пов'язані з невиконанням вимог до того, що весь контент сторінки повинен бути охоплений орієнтирами, виявилися одними з найскладніших, оскільки їх виправлення потребує детального перегляду структури вебсторінок. Орієнтири допомагають користувачам, які використовують допоміжні технології, краще орієнтуватися на сайті. Відсутність таких орієнтирів може призвести до значних труднощів під час використання ресурсу. Основними причинами виникнення таких помилок є необхідність розробників щодо стандартів вебдоступності та важливості семантичної розмітки HTML. Навіть незначні недоліки, як-от відсутність правильних тегів, можуть суттєво впливати на доступність контенту для певних груп користувачів. Це підкреслює необхідність підвищення обізнаності розробників у питаннях доступності, а також впровадження чітких вимог до вебдоступності під час розроблення та підтримки сайтів, особливо державних та освітніх установ.

Ключові слова: вебдоступність, вебсайт, тестування вебдоступності, Axe DevTools, теплова карта, HTML.

WEB ACCESSIBILITY OF EDUCATIONAL WEBSITES: ANALYSIS OF SHORTCOMINGS AND IMPROVEMENT STRATEGIES

The importance of web accessibility for educational websites and institutions is particularly critical, as these resources serve as key information sources for students, educators, and prospective applicants. The inaccessibility of these sites can hinder equal access to educational materials, application processes, and participation in the learning process. This is especially relevant in the context of the increasing digitalization of education, where more and more learning materials and services are provided online. Ensuring web accessibility is a necessary condition for all users to have equal opportunities to access education and information. An analysis of the web accessibility of higher education institutions' websites in the Odessa region using Axe DevTools revealed numerous issues that may affect the accessibility of resources for users with disabilities. The most common problems include the lack of visible text labels for buttons, failure to meet minimum color contrast requirements, and the absence of alternative text for images. The most problematic aspect was the semantic structure of pages, which affects the ease of navigation for users, especially those using screen readers. The issue related to the failure to meet the requirement that all page content should be contained by landmarks proved to be one of the most challenging, as fixing it requires a thorough review of the website's structure. Landmarks help users who rely on assistive technologies to navigate the site more effectively. The absence of such landmarks can lead to significant difficulties in using the resource. The primary causes of such errors are the developers' lack of awareness regarding web accessibility standards and the importance of semantic HTML markup. Even minor oversights, such as the absence of correct tags, can significantly impact the accessibility of content for certain user groups. This highlights the necessity of increasing developers' awareness of accessibility issues, as well as implementing clear requirements for web accessibility in the development and maintenance of websites, especially those of government and educational institutions.

Key words: web accessibility, website, web accessibility testing, Axe DevTools, heatmap, HTML.

Постановка проблеми

У роботі проведено аналіз вебдоступності головних сторінок сайтів закладів вищої освіти Одеської області.

Вебдоступність – це практика розроблення та дизайну вебсайтів і вебдодатків так, щоб вони були доступні для якомога більшої кількості людей, включно з тими, хто має різні види обмежень. Вона включає різноманітні вимоги, як-от доступність для людей з порушеннями зору, альтернативні текстові описи для зображень, можливість зміни розміру тексту та використання зручних для читання шрифтів, наявність субтитрів або текстових транскрипцій для людей з порушеннями слуху. Можливість використовувати навігацію за допомогою клавіатури, миші та інших допоміжних технологій вимагає відповідного використання заголовків, навігаційних елементів та форм, чіткого структурування контенту, простого мовлення і ясних інструкцій для користувачів.

Забезпечення вебдоступності є надзвичайно актуальним, бо дає змогу залучити більшу кількість користувачів, збільшити відвідуваність вебсайтів, підвищити репутацію компаній та організацій, покращити якість контенту та зробити його більш зрозумілим для всіх користувачів. Вебдоступність покращує загальний користувацький досвід, роблячи вебресурси зручнішими та доступнішими для всіх користувачів, включно з тими, хто може тимчасово або постійно стикатися з обмеженнями (погане освітлення, застарілі пристрої, повільний інтернет). Ці обмеження є надзвичайно поширеними у сучасній Україні через військові дії, обмеження електропостачання та релокацію.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У багатьох країнах існують законодавчі норми, що вимагають забезпечення вебдоступності. Американський закон про людей з інвалідністю (Americans with Disabilities Act, ADA) [1] – це ключовий закон США, спрямований на забезпечення рівних прав і можливостей. Хоча ADA не має специфічних вимог до вебдоступності, суди та організації часто інтерпретують його положення так, що вебсайти повинні бути доступні для осіб з інвалідністю. Це пов'язано з принципами рівного доступу до інформації та послуг. Як результат, багато організацій та бізнесів реалізують стандарти вебдоступності для забезпечення відповідності ADA і підвищення доступності своїх онлайн-ресурсів.

У країнах Європейського Союзу діє Директива ЄС 2016/2102 [2], яка регулює доступність вебсайтів та мобільних додатків державного сектора. Ця директива, що набула чинності 23 вересня 2018 року, є важливим кроком у забезпеченні доступності цифрових ресурсів для всіх користувачів. Вона вимагає від державних органів та публічних установ забезпечення доступності своїх вебсайтів і мобільних додатків відповідно до міжнародних стандартів вебдоступності, як-от WCAG (Web Content Accessibility Guidelines) 2.1 [3] рівня AA. Вебсайти, які відповідають рівню AA, вважаються доступними для більшості людей з обмеженими можливостями. Також ця директива передбачає проведення регулярних аудитів та перевірок вебсайтів і мобільних додатків щодо відповідності вимогам доступності, сприяє підвищенню доступності інформації та послуг для всіх громадян, незалежно від їхніх можливостей, і допомагає уникнути дискримінації у цифровому середовищі.

У 2021 році в Україні була схвалена Національна стратегія із створення безбар'єрного простору до 2030 року [4], в якій підкреслена важливість забезпечення онлайн-доступності до державних сайтів та додатків відповідно до стандарту WCAG та інших міжнародних стандартів доступності. Закон України «Про інформацію» [5] передбачає забезпечення рівних можливостей. У 2022 році був прийнятий державний стандарт із вебдоступності, а у 2023 році вийшла постанова Кабінету міністрів, яка зобов'язує міністерства та організації дотримуватися вимог ДСТУ EN 301 549:2022 [6]. У 2023 році також стали доступними українською мовою міжнародні настанови з вебдоступності WCAG 2.1 [7].

Водночас в Україні існує кілька ключових проблем з використанням стандартів вебдоступності. Низький рівень обізнаності та розуміння серед розробників, дизайнерів та державних службовців про принципи вебдоступності та вимоги стандартів WCAG і ДСТУ EN 301 549:2022 ускладнює процес впровадження цих стандартів. Крім того, спостерігається недостатня кількість фахівців, які мають досвід та знання щодо впровадження вебдоступності, що обмежує можливості якісного виконання вимог стандартів. Відсутність розвинутої системи тестування цифрових державних та соціальних послуг на відповідність стандартам вебдоступності призводить до низької якості реалізованих рішень. Впровадження стандартів вебдоступності потребує значних витрат, і деякі організації можуть чинити опір змінам, а недостатня правова відповідальність за недотримання стандартів знижує мотивацію дотримуватися цих вимог.

Мета дослідження

Метою дослідження є аналіз поточного стану вебдоступності в Україні, зокрема на прикладі сайтів закладів вищої освіти, і виявлення основних проблем та перешкод у впровадженні міжнародних стандартів вебдоступності, як-от WCAG. Особлива увага приділена тому, як ці стандарти реалізуються в освітніх установах, адже забезпечення доступності таких сайтів є ключовим для надання рівного доступу до навчальних матеріалів та освітніх послуг. Також це питання важливе в умовах сучасних викликів, як-от військові дії, перебої в електропостачанні та вимушена релокація населення, включно з тими, хто стикається з тимчасовими чи постійними обмеженнями.

Дослідження спрямоване на формування рекомендацій щодо покращення вебдоступності освітніх ресурсів, що не лише сприятиме відповідності законодавчим вимогам, але й підвищить якість навчального процесу, забезпечуючи інклюзивність та рівність у доступі до освіти.

Виклад основного матеріалу дослідження

WCAG 2.1 (Web Content Accessibility Guidelines) [3] є набором міжнародних стандартів для вебдоступності, розроблених W3C (World Wide Web Consortium). Ці настанови створені для того, щоб допомогти веброзробникам і дизайнерам створювати вебконтент, який буде доступний для якомога більшої кількості користувачів. WCAG 2.1 забезпечує основи для створення доступного вебконтенту, що є важливим не лише для осіб з інвалідністю, але й для всіх користувачів у складних ситуаціях. Це включає текстовий опис для зображень, субтитри для відео і навігацію за допомогою клавіатури та інші настанови вебдоступності. Ці заходи допомагають усім користувачам взаємодіяти з контентом, незалежно від їхніх можливостей, і важливість їх виконання стає ще очевиднішою у контексті сучасних викликів, як-от військові дії, перебої в електропостачанні та вимушена релокація населення.

Принципи того, як має бути структурований і представлений вебконтент, надані у табл. 1.

Забезпечення вебдоступності є критичним для всіх користувачів, які можуть опинитися у складних умовах використання інтернет-ресурсів. У табл. 2 представлені проблеми, пов'язані з погіршенням умов використання вебресурсів і відповідними потребами у вебдоступності.

Для оцінки відповідності вебсайтів стандартам вебдоступності було досліджено головні сторінки сайтів вищих навчальних закладів Одеської області, які є частиною Реєстру суб'єктів освітньої діяльності [8]. Ці заклади, маючи офіційний статус та вебадресу з використанням домену “.gov.ua”, зобов'язані дотримуватися державних стандартів, забезпечуючи надійність обробки даних та відповідність нормативним вимогам.

Аналіз проводився з використанням Axe DevTools [9], інструмента для автоматизованого тестування доступності, створеного компанією Deque Systems. Цей безкоштовний інструмент виявляє та допомагає виправляти проблеми доступності відповідно до стандартів WCAG 2.1, Section 508 та інших актуальних норм. Під час перевірки враховувалися рекомендації «Best

Practices» в Axe DevTools, які дають змогу оцінювати вебсторінки за критеріями найкращих практик у веброботці та доступності, що включає різноманітні рекомендації для поліпшення якості вебдодатків. Варто зазначити, що числові показники аналізу можуть бути швидкозмінними через постійні зміни на вебсайтах. Контент, структури сторінок, додаткові елементи, а також оновлення коду або впровадження нових функцій можуть приводити до змін у відповідності стандартам вебдоступності. Наприклад, додавання нового медіафайлу без альтернативного тексту або зміна дизайну може негативно вплинути на результати тестування. Також можуть відбуватися покращення, якщо розробники постійно працюють над удосконаленням сайту. Таким чином, результати аналізу доступності можуть змінюватися навіть за короткий період.

Таблиця 1

Принципи WCAG 2.1

Принцип	Опис	Приклади
Сприйнятливість (Perceivable)	Інформація та елементи інтерфейсу користувача повинні бути представлені таким чином, щоб їх могли сприймати всі користувачі, включно з людьми з порушеннями зору чи слуху.	<ul style="list-style-type: none"> – Використання атрибуту alt для опису зображень; – наявність субтитрів для відео; – текст з достатнім контрастом щодо фону для легшого читання; – використання тексту для опису кольорів, якщо контент залежить від кольору.
Дієвість (Operable)	Інтерфейси та елементи керування повинні бути такими, щоб їх можна було використовувати всіма, включно з людьми з обмеженою моторикою або тими, хто використовує допоміжні технології.	<ul style="list-style-type: none"> – Усі елементи керування доступні через клавіатурні команди; – кнопки і посилання повинні бути достатньо великими для легкого натискання; – вебсайт повинен бути сумісний з екранними зчитувачами.
Зрозумілість (Understandable)	Інформація та функціонування інтерфейсу повинні бути зрозумілими для всіх користувачів.	<ul style="list-style-type: none"> – Використання зрозумілої мови та простих термінів; – використання заголовків і списків для організації контенту; – логічна і передбачувана навігація та чітке повідомлення про помилки та інструкції з їх виправлення.
Надійність (Robust)	Контент повинен бути таким, щоб він залишався доступним, навіть якщо використовуються різні технології або браузері.	<ul style="list-style-type: none"> – Сумісність з різними версіями браузерів; – сумісність з допоміжними технологіями; – використання валідного HTML та CSS для забезпечення кращої сумісності з різними технологіями; – вебсайт, який коректно виглядає та функціонує на різних пристроях і екранних розмірах.

В Axe DevTools помилки класифікуються за рівнями важливості: Critical (Критичні), Serious (Серйозні), Moderate (Помірні) та Minor (Маловажливі). Ця класифікація дає змогу розробникам визначити пріоритетність виправлення виявлених проблем доступності.

Critical (Критичні) – помилки найвищого рівня важливості, які значно впливають на доступність вебсайту або додатку. Вони можуть зробити ресурс повністю недоступним для певних груп користувачів. Наприклад, відсутність альтернативного тексту для зображень з важливою інформацією або форми, які неможливо заповнити без використання миші. Виправлення цих помилок має бути найвищим пріоритетом, оскільки вони суттєво обмежують доступність.

Таблиця 2

Проблеми та потреби вебдоступності

Умови використання	Проблема	Потреби у вебдоступності
Недостатнє освітлення	Знижена видимість екрану, складність читання тексту.	<ul style="list-style-type: none"> – Високий контраст між текстом і фоном; – великий шрифт; – можливість збільшення тексту; – кольорові схеми, зручні для людей з порушенням зору (нічний режим).
Брак електроенергії	Потреба у зменшенні споживання енергії, часте використання режиму енергозбереження.	<ul style="list-style-type: none"> – Оптимізація вебсайтів для швидкого завантаження; – зменшення використання ресурсомістких елементів (великі зображення, відео); – можливість доступу до основної інформації в текстовому форматі.
Обмежені умови використання гаджетів або персональних комп'ютерів	Використання пристроїв з невеликим екраном або без клавіатури.	<ul style="list-style-type: none"> – Адаптивний дизайн; – зручна навігація за допомогою сенсорного екрана; – підтримка голосових команд та інших альтернативних методів введення.
Поганий інтернет-зв'язок	Повільне завантаження сторінок, обмежений обсяг передачі даних.	<ul style="list-style-type: none"> – Оптимізація контенту для швидкого завантаження; – використання текстових альтернатив для мультимедійних елементів; – забезпечення доступу до базової інформації за низької швидкості інтернету.
Гучне оточення	Складність прослуховування аудіоконтенту.	<ul style="list-style-type: none"> – Наявність текстових альтернатив для аудіо (транскрипти); – використання субтитрів для відео; – підтримка функцій звукового сповіщення та візуальних підказок.
Застарілі пристрої або браузері	Невідповідність новим стандартам, обмежена функціональність.	<ul style="list-style-type: none"> – Сумісність з різними версіями; – використання стандартних HTML і CSS для забезпечення кращої сумісності; – тестування на різних пристроях та в різних умовах

Serious (Серйозні) – також мають значний вплив на доступність, але не настільки критичний, як помилки першого рівня. Вони можуть ускладнити використання сайту для деяких користувачів, але не зроблять його повністю недоступним. Прикладом є відсутність міток на полях форми або недоліки в навігації клавіатурою.

Moderate (Помірні) – мають середній вплив на доступність. Вони можуть створювати незручності для користувачів, але не перешкоджають їм повністю використовувати сайт. Наприклад, неправильне використання HTML-елементів або відсутність заголовків у деяких секціях контенту. виправлення цих помилок покращить користувацький досвід, але вони можуть бути виправлені після критичних і серйозних помилок.

Minor (Маловажливі) – мають незначний вплив на доступність. Зазвичай ці помилки не заважають користуватися сайтом, але їх виправлення може покращити загальний досвід. Прикладом є незначні проблеми з контрастом кольорів або стилістичні помилки у використанні ARIA-атрибутів.

Результати аналізу сайтів за рівнями помилок з використанням параметра перевірки «Best Practices» представлені на рис. 1.

Всього під час огляду проблем було виявлено 32 типи помилок, які зустрічалися хоча б на одній головній сторінці сайтів. Для подальшого аналізу та побудови теплової карти вибрано 9 найпоширеніших (які зустрічалися принаймні 10 разів) (рис. 2).

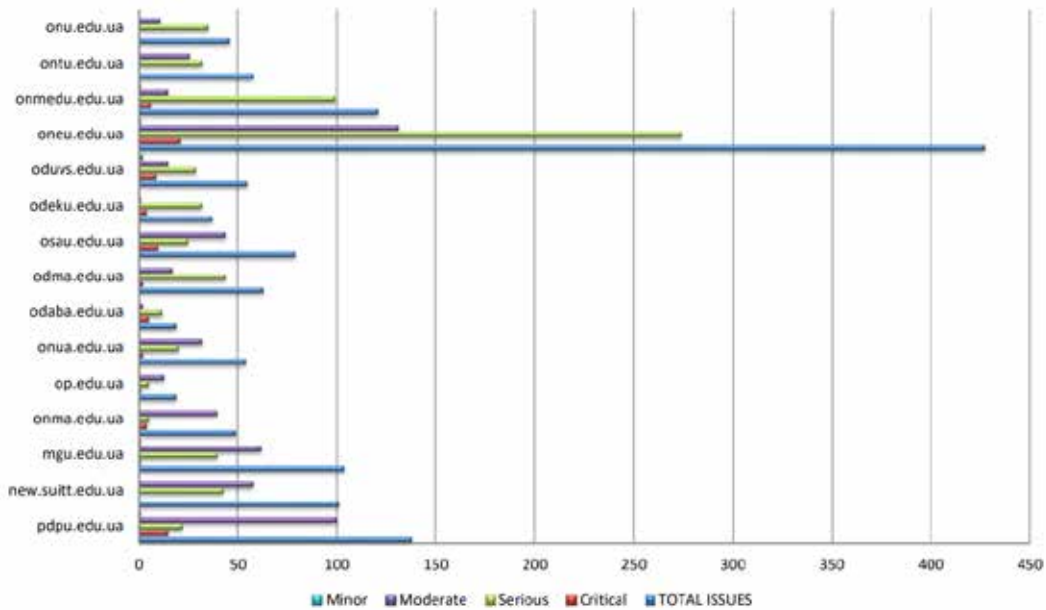


Рис. 1. Кількість виявлених проблем вебдоступності за рівнями важливості

Веб-сайт	Buttons must have discernible text	ARIA input fields must have an accessible name	Elements must meet minimum color contrast ratio thresholds	Images must have alternate text	Links must have discernible text	Interactive controls must not be nested	Document should have one main landmark	Page should contain a level-one heading	All page content should be contained by landmarks	TOTAL ISSUES
pdpu.edu.ua	0	1	0	15	17	0	0	0	98	
new.suitt.edu.ua	0	0	16	0	27	0	2	0	56	
mgu.edu.ua	1	0	16	0	21	0	1	1	60	
onma.edu.ua	0	0	0	4	5	0	1	1	35	
op.edu.ua	0	0	0	0	4	0	1	1	11	
onua.edu.ua	1	0	9	0	7	0	0	0	32	
odaba.edu.ua	3	1	0	1	10	0	0	1	0	
odma.edu.ua	2	0	33	0	11	0	1	1	15	
osau.edu.ua	1	2	16	6	7	0	0	0	43	
odeku.edu.ua	0	0	17	3	5	0	0	0	0	
odvvs.edu.ua	6	4	0	0	8	11	1	1	13	
oneu.edu.ua	1	2	6	15	257	3	4	4	123	
onmedu.edu.ua	0	1	81	3	15	0	1	0	14	

Рис. 2. Теплова карта помилок вебдоступності

Рисунок 2 відображає різні типи помилок у доступності вебсайтів навчальних закладів, зосереджуючись на кількох ключових аспектах, кожен з яких позначений певним кольором (від зеленого до червоного), залежно від кількості виявлених проблем. Основні типи помилок, які представлені в таблиці є такими.

Buttons must have discernible text (Кнопки повинні містити розпізнаваний текст) – цей тип помилки стосується відсутності тексту на кнопках або використання зображень без альтернативного тексту, що робить кнопки недоступними для користувачів з обмеженими можливостями.

ARIA input fields must have an accessible name (ARIA-поля введення повинні мати доступну назву) – вказує на відсутність або неправильну конфігурацію доступних назв для полів введення, що впливає на людей, які користуються допоміжними технологіями.

Elements must meet minimum color contrast ratio thresholds (Елементи повинні відповідати мінімальним порогам контрастності кольорів) – ця помилка виникає через недостатній контраст між текстом та фоном, що ускладнює читання, особливо для людей з порушеннями зору.

Images must have alternate text (Зображення повинні мати альтернативний текст) – вказує на відсутність альтернативного тексту для зображень, що робить ці елементи недоступними для користувачів з порушеннями зору.

Links must have discernible text (Посилання повинні мати розпізнаваний текст) – ця помилка стосується відсутності або невідповідності тексту в посиланнях, що ускладнює розуміння, куди веде посилання.

Interactive controls must not be nested (Інтерактивні елементи не повинні бути вкладеними) – ця помилка виникає, коли інтерактивні елементи, як-от кнопки або посилання, неправильно вкладені один в одного, що може призвести до проблем з навігацією.

Document should have one main landmark (Документ повинен мати одну основну область) – вказує на те, що вебсторінка повинна мати головний навігаційний елемент, що допомагає користувачам орієнтуватися на сторінці.

Page should contain a level-one heading (Сторінка повинна містити заголовок першого рівня) – ця помилка вказує на відсутність основного заголовка першого рівня, що ускладнює структурування та навігацію сторінки.

All page content should be contained by landmarks (Весь контент сторінки повинен бути охоплений орієнтирами) – ця помилка означає, що контент сторінки не був структурований з використанням орієнтирів, що ускладнює користувачам, які покладаються на допоміжні технології, навігацію по сторінці.

Найбільш проблемні сайти:

– oneu.edu.ua – має найбільшу кількість помилок, особливо в категорії “Links must have discernible text” (257 помилок);

– onmedu.edu.ua – виділяється значною кількістю помилок у категорії “Elements must meet minimum color contrast ratio thresholds” (81 помилка);

– oduvs.edu.ua – також має значну кількість помилок у кількох категоріях, включно з “Images must have alternate text”, “Buttons must have discernible text”, і “Interactive controls must not be nested”.

Найпроблемнішою помилкою, виявленою в таблиці, є помилка, пов’язана з відсутністю тексту в інтерактивних елементах, як-от кнопки або посилання, яка відображена на сайті oneu.edu.ua. Тут виявлено аж 257 таких помилок, що значно більше, ніж на інших сайтах. Відсутність тексту на інтерактивних елементах робить їх недоступними для користувачів, які покладаються на допоміжні технології (екранні читачі). Якщо кнопка або посилання не має зрозумілого тексту, ці технології не можуть передати користувачам, що це за елемент і яку дію він виконує. Це може зробити вебсайт повністю недоступним для певних груп користувачів. Потрібно додати зрозумілі текстові мітки або атрибути `aria-label` до всіх інтерактивних елементів, які їх не мають. Однак, якщо сайт містить велику кількість таких елементів, цей процес може зайняти час і вимагати ретельної перевірки. Необізнаність розробників щодо принципів вебдоступності є критичною, оскільки саме вони відповідальні за створення сайтів за стандартами доступності. Якщо розробники не знають про важливість таких аспектів, як текстові мітки для інтерактивних елементів, або не знайомі з методами їх впровадження, вони можуть легко проігнорувати ці вимоги. Це призводить до створення сайтів, які не відповідають потребам всіх користувачів.

Помилка “All page content should be contained by landmarks” (Весь контент сторінки повинен бути охоплений орієнтирами) стосується того, що контент на сторінці не має належної структуризації за допомогою семантичних HTML-елементів, як-от `<header>`, `<footer>`, `<main>`, `<nav>`, `<aside>`, `<section>`. Орієнтири (landmarks) допомагають людям, які використовують

допоміжні технології, швидше і зручніше переміщуватися сторінкою, розуміючи її структуру. Коли контент сторінки не охоплений орієнтирами, користувачі з обмеженими можливостями, особливо ті, що користуються екранними читачами, можуть зіткнутися зі значними труднощами в навігації. Відсутність орієнтирів робить структуру сторінки менш зрозумілою, що може призвести до плутанини або до того, що частина контенту буде недоступною. Виправлення цієї помилки також не є технічно складним. Потрібно додати відповідні HTML-елементи на сторінці, щоб забезпечити структуру контенту. Це включає використання правильних семантичних тегів для різних частин контенту та перевірку, чи вся важлива інформація розташована в межах відповідних тегів. Розробники можуть не розуміти важливості семантичної структури сторінки, а використання правильних тегів може здаватися їм неважливим або необов'язковим, що призводить до проблем з доступністю. Важливо, щоб розробники розуміли, як допоміжні технології працюють з орієнтирами і чому це так важливо для користувачів з обмеженими можливостями. Крім того, якщо такі помилки залишаються невиправленими, це може вплинути на загальну зручність користування сайтом для всіх відвідувачів.

Ці дані свідчать про те, що деякі сайти навчальних закладів потребують значного покращення щодо вебдоступності, щоб відповідати стандартам WCAG 2.1 і забезпечити зручний та доступний досвід для всіх користувачів, включно з тими, хто має особливі потреби.

Висновки

Проблеми вебдоступності сайтів виникають через комбінацію технічних, організаційних та освітніх факторів, що потребують системного підходу до їх усунення та покращення вебдоступності. Контент на сайтах змінюється доволі часто, і якщо ці зміни не перевіряються на відповідність стандартам вебдоступності, можуть виникати нові проблеми. Наприклад, додавання нових зображень без альтернативного тексту або додавання посилань без зрозумілого тексту призводить до появи нових помилок. Вебдоступність часто розглядається як додаткова функція, а не обов'язкова вимога. Через це під час розроблення сайтів можуть бути обмеження щодо часу та бюджету, що призводить до ігнорування принципів доступності або їх часткового впровадження. Іноді дизайнери можуть віддавати перевагу естетичному вигляду сайту, а не його функціональності та доступності.

Забезпечення вебдоступності є важливим аспектом створення рівних можливостей для всіх користувачів, покращення користувацького досвіду, відповідності законодавчим вимогам та підвищення загальної якості вебконтенту. Це стратегічний крок, який приносить користь як окремим користувачам, так і організаціям у довгостроковій перспективі. Таким чином, для покращення ситуації з вебдоступністю в Україні необхідно підвищити рівень обізнаності, розширити кількість фахівців, розвивати системи тестування, забезпечити достатнє фінансування, подолати технічні обмеження та посилити правову відповідальність за недотримання стандартів.

Список використаної літератури

1. The Americans with Disabilities Act (ADA). URL: <https://www.ada.gov> (дата звернення: 10.08.2024).
2. Directive (EU) 2016/2102 of the European Parliament and of the Council of 26 October 2016 on the accessibility of the websites and mobile applications of public sector bodies. URL: <https://eur-lex.europa.eu/eli/dir/2016/2102/oj> (дата звернення: 10.08.2024).
3. Web Content Accessibility Guidelines (WCAG) 2.1. URL: <https://www.w3.org/TR/WCAG21> (дата звернення: 26.07.2024).
4. Про схвалення Національної стратегії із створення безбар'єрного простору в Україні на період до 2030 року. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/366-2021-%D1%80#Text> (дата звернення: 11.08.2024).

5. Про інформацію: Закон України, прийнятий 2 жовтня 1992 року № 2657-XII. *Відомості Верховної Ради України*. 1992. 13 лист. № 48. Ст. 650.
6. Інформаційні технології. Вимоги щодо доступності продуктів та послуг ІКТ: ДСТУ EN 301 549:2022 (чинний з 15.06.2022). Київ: Держстандарт України, 2022. 35 с.
7. Настанови з доступності вебвмісту (WCAG) 2.1. Авторизований переклад українською мовою W3C. URL: <https://www.w3.org/Translations/WCAG21-ua> (дата звернення: 11.08.2024).
8. Заклади вищої освіти. Реєстр суб'єктів освітньої діяльності. Заклади вищої освіти / Реєстр суб'єктів освітньої діяльності. URL: <https://registry.edbo.gov.ua/vishcha-osvita/51> (дата звернення: 11.08.2024).
9. Axe DevTools. Developer Tools for Accessibility Testing. Deque. URL: <https://www.deque.com/axe/devtools> (дата звернення: 10.08.2024).

References

1. The Americans with Disabilities Act (ADA). Retrieved from: <https://www.ada.gov> [in English].
2. Directive (EU) 2016/2102 of the European Parliament and of the Council of 26 Web Content Accessibility Guidelines (WCAG) 2.1. Retrieved from: <https://www.w3.org/TR/WCAG21> [in English].
3. Web Content Accessibility Guidelines (WCAG) 2.1. Authorized Ukrainian Translation by W3C. Retrieved from: <https://www.w3.org/Translations/WCAG21-ua> [in English].
4. Pro skhvalennia Natsionalnoi stratehii iz stvorennia bezbariernoho prostoru v Ukraini na period do 2030 roku [National Strategy for Creating a Barrier-Free Space in Ukraine for the Period until 2030]. Retrieved from: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/366-2021-%D1%80#Text> [in Ukrainian].
5. Zakon Ukrainy "Pro informatsiiu": pryiniaty 2 zhovtnia 1992 r № 2657-KhII. Vidomosti Verkhovnoi Rady Ukrainy. [Law of Ukraine "On Information" from October 2 1992, № 2657-XII. (1992, November 13)]. *Vidomosti Verkhovnoi Rady Ukrainy* [in Ukrainian].
6. Informatsiini tekhnolohii. Vymohy shchodo dostupnosti produktiv ta posluh IKT [Information technologies. Requirements for the availability of ICT products and services]. (2022). DSTU EN 301 549:2022 from 15th June 2022. Kyiv: Derzhstandart Ukrainy [in Ukrainian].
7. Nastanovy z dostupnosti vebvmistu (WCAG) 2.1. Avtoryzovanyi pereklad ukraïnskoiu movoiu W3C [Web Content Accessibility Guidelines (WCAG) 2.1. Authorized translation into Ukrainian by W3C]. Retrieved from: <https://www.w3.org/Translations/WCAG21-ua> [in Ukrainian].
8. Zaklady vyshchoi osvity. Reiestr subiektiv osvitnoi diialnosti. Zaklady vyshchoi osvity | Reiestr subiektiv osvitnoi diialnosti. [Higher Education Institutions. Register of Educational Activity Entities]. Retrieved from: <https://registry.edbo.gov.ua/vishcha-osvita/51> [in Ukrainian].
9. Axe DevTools. Developer Tools for Accessibility Testing. Deque. Retrieved from: <https://www.deque.com/axe/devtools> [in English].

Фонар Людмила Сергіївна – к.т.н., доцент кафедри штучного інтелекту та аналізу даних Національного університету «Одеська політехніка». E-mail: fonar_1_s@ukr.net, ORCID: 0000-0002-7478-6742.

Fonar Liudmyla Serhiivna – PhD in Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Artificial Intelligence and Data Analysis of the Odessa Polytechnic National University. E-mail: fonar_1_s@ukr.net, ORCID: 0000-0002-7478-6742.

Н.С. ХАЛІЗЕВ, В.І. ДУБРОВІН, Л.Ю. ДЕЙНЕГА
Національний університет «Запорізька політехніка»

ПРОГНОЗУВАННЯ ПОГОДИ ЗА ДОПОМОГОЮ ЧАСОВИХ РЯДІВ

У сучасному світі точний та надійний прогноз погоди має вирішальне значення для різних сфер життя людини, від сільського господарства до транспорту, енергетичного сектору та туризму. Точний прогноз погоди дає змогу фермерам планувати сівозмину та обробку поля, а також допомагає підприємствам з керуванням енергетичними ресурсами (планування опалювального сезону, коливань споживання енергоресурсів тощо). У цьому контексті аналіз часових рядів набуває особливого значення, оскільки він дає змогу вивчити та передбачити зміни основних погодних показників (температура, тривалість дня, вологість тощо).

Часовий ряд – це послідовність точок даних, які з'являються в певному порядку протягом певного періоду часу [1]. У контексті погодних досліджень часові ряди являють собою дані про різні погодні показники (температура, вологість, атмосферний тиск, напрямок та швидкість повітря тощо) за певний період часу. Аналіз цих рядів дає змогу виявити тренди, сезонні коливання та інші закономірності, які можуть бути використані для прогнозування майбутніх значень.

Для розв'язку задачі прогнозування погоди, яка має яскраво виражену сезонність, у роботі було використано модель сезонної авторегресійної інтегрованої ковзної середнього (SARIMA). SARIMA є універсальною та широко використовуваною моделлю прогнозування часових рядів. Це розширення несезонної моделі ARIMA, призначеної для обробки даних із сезонними коливаннями [2].

Модель SARIMA характеризується параметрами $(p, d, q)(P, D, Q)m$, де p, d, q відповідають за несезонну частину моделі (авторегресія, різниця та ковзне середнє тренду відповідно), а P, D, Q – за сезонну частину. Параметр m визначає періодичність, тобто сезонність (наприклад, 12 для щомісячних даних з річною сезонністю) [2].

У ході дослідження було реалізовано отримання та обробку даних, перевірку даних на ознаки стаціонарності, пошук оптимальних параметрів моделі SARIMA та оцінювання точності результатів прогнозування.

Ключові слова: температура повітря, прогнозування часових рядів, SARIMA, сезонність, стаціонарність, аналіз часових рядів, пошук за сіткою, оцінка похибки.

N.S. KHALIZEV, V.I. DUBROVIN, L.YU. DEYNEGA
Zaporizhzhia Polytechnic National University

WEATHER FORECASTING USING TIME SERIES

In today's world, accurate and reliable weather forecasts are crucial for various areas of human life, from agriculture to transportation, the energy sector, and tourism. Accurate weather forecasts allow farmers to plan crop rotation and field cultivation, and help businesses manage energy resources (planning the heating season, fluctuations in energy consumption, etc.). In this context, time series analysis is of particular importance, as it allows you to study and predict changes in key weather indicators (temperature, day length, humidity, etc.).

A time series is a sequence of data points that appear in a certain order over a certain period of time [1]. In the context of weather research, time series are data on various weather indicators (temperature, humidity, atmospheric pressure, air direction and speed, etc.) over a certain period of time. Analyzing these series allows you to identify trends, seasonal fluctuations, and other patterns that can be used to predict future values.

To solve the problem of weather forecasting, which has a pronounced seasonality, this paper uses the Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average (SARIMA) model. SARIMA is a versatile and widely used time series forecasting model. It is an extension of the non-seasonal ARIMA model designed to process data with seasonal fluctuations [2].

The SARIMA model is characterized by the parameters $(p, d, q)(P, D, Q)m$, where p, d, q are responsible for the non-seasonal part of the model (autoregression, difference and trend moving average, respectively), and P, D, Q are responsible for the seasonal part. The parameter m determines the periodicity, i.e. seasonality (for example, 12 for monthly data with annual seasonality) [2].

The study involved data acquisition and processing, checking the data for signs of stationarity, finding the optimal parameters of the SARIMA model, and evaluating the accuracy of the forecasting results.

Key words: air temperature, time series forecasting, SARIMA, seasonality, stationarity, time series analysis, grid search, error estimation.

Постановка проблеми

Атмосферні процеси вивчає наука метеорологія. Одним з основних її завдань є прогнозування погоди. Воно складається з трьох етапів: спостереження за погодою і збір інформації, обробка результатів спостережень, складання прогнозу.

Дані, зібрані метеорологами, передаються до центрів Всесвітньої служби погоди, де обробляються і аналізуються синоптиками [3].

Традиційні методи прогнозування часто потребують дуже великих обчислювальних потужностей. Наприклад, Британське Метеорологічне бюро (Met Office), придбало суперкомп'ютер вартістю 1,2 млрд фунтів стерлінгів [4]. Це призводить до великих витрат на обладнання, але не гарантує точного прогнозування погоди. Отже, існує необхідність розроблення та вдосконалення методів прогнозування погоди, які б мали враховувати складні та циклічні закономірності погодних явищ.

У цьому контексті використання методів аналізу часових рядів для прогнозування погоди набуває особливого значення. Часові ряди показують динаміку змін погодних показників з часом, і їх аналіз дає змогу виявити закономірності та тенденції, які можуть бути використані для прогнозування майбутніх погодних умов. Це допоможе знизити кількість обчислювальних ресурсів, потрібних для прогнозування погодних показників у майбутньому.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

У статті [5] розглядається метод прогнозування температури повітря та вологості, базований на алгоритмі градієнтного бустингу. Дослідження включало розроблення та оцінювання моделі прогнозування, заснованої на бібліотеці XGBoost. Основною метою було передбачення погодних показників задля ефективного керування системою опалення, вентиляції та кондиціювання повітря (HVAC), спрямованого на зменшення споживання енергії.

У статті [6] описується попередня обробка даних, налаштування моделі LSTM (Довга короткочасна модель) та етап оцінки результатів прогнозування. В результаті прогнозування погодних параметрів, як-от температура, вологість, тривалість сонячного світла (години) і швидкості вітру, автор дійшов висновку, що модель LSTM підходить для прогнозування температури, але менш придатна для прогнозування даних про вологість повітря.

У статті [7] автор пропонує гібридну модель CEED-LSTM-ARIMA для прогнозування нестационарних часових рядів та порівнює її з моделями ARIMA та LSTM. Автор описує побудову гібридної моделі та порівнює точність прогнозування на основі даних часових рядів. Порівняно з ARIMA та LSTM, гібридна модель CEED-LSTM-ARIMA має вищу точність прогнозування.

Мета дослідження

Метою статті є дослідження процесу прогнозування погоди за допомогою даних часових рядів та використання моделі SARIMA (сезонної авторегресійної інтегрованої ковзної середньої). Дослідження прагне оцінити ефективність цього методу у вирішенні проблеми прогнозування сезонних та циклічних змін у погодних умовах.

Виклад основного матеріалу дослідження

Джерела даних та їх обробка

Дані отримані з використанням бібліотеки `Meteostat Python`. Серед джерел даних є національні метеорологічні служби, як-от Національне управління океанічних і атмосферних досліджень (NOAA) і Національна метеорологічна служба Німеччини (DWD) [8].

Дані містять записи про погодні умови, як-от середня, мінімальна та максимальна температура повітря, точка роси, загальна кількість опадів, напрямок та швидкість вітру.

Обробку даних у цьому дослідженні було здійснено методом вибірки даних, метою якого є обрання підмножини даних для навчання моделі. Вибірка даних дає нам змогу відкинути неправильні, нерелевантні дані з набору даних.

SARIMA-моделювання часових рядів

У цьому розділі описано запропоновану модель SARIMA та представлено процес вибору моделі. Першим кроком є отримання та аналіз даних часових рядів. Наступними кроками є пошук оптимальних параметрів моделі та прогнозування й оцінка моделі. Наступні розділи детально описують ці кроки.

Отримання та аналіз даних

Для отримання даних було використано дані проєкту Meteostats, який збирає та обробляє дані з національних метеорологічних служб Німеччини та США (DWD, NOAA).

Для отримання даних нам необхідно зазначити період, за який необхідні дані, та координати метеостанції (їх можна знайти на сайті проєкту Meteostat). У цьому разі було вибрано метеостанції біля Одеси та період з 1984 по 2022 рік.

Після отримання даних ми відокремлюємо дані про середню температуру повітря від інших та візуалізуємо отримані дані (рис. 1).

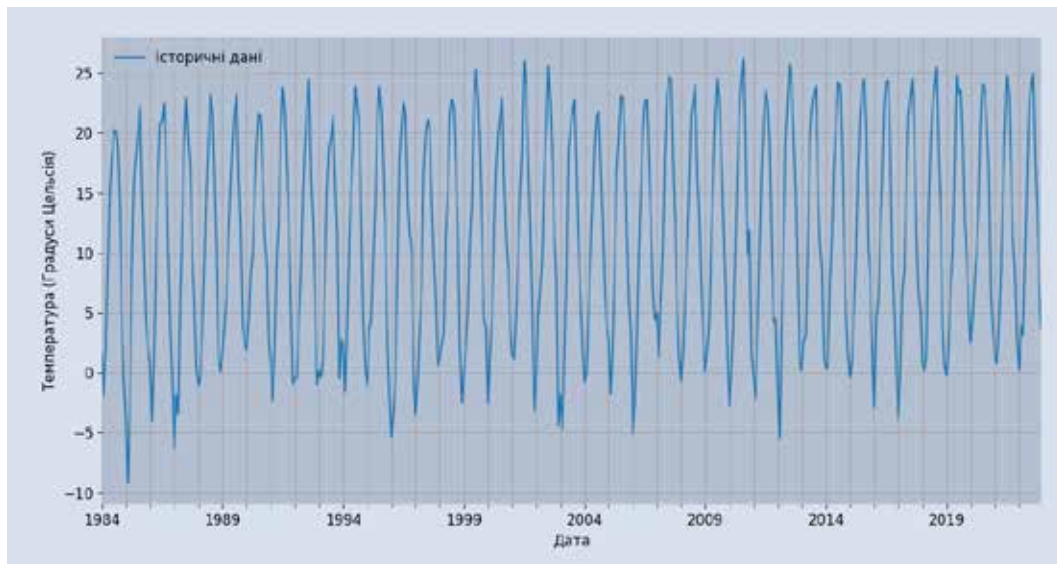


Рис. 1. Отримані дані

На рисунку можна чітко побачити сезонну закономірність даних, це очікувано, оскільки використовуються дані про температуру повітря.

Нам необхідно переконатися в сезонності цих даних, для цього можна використати функцію `seasonal_decompose` з пакета `statsmodels`. Припустимо, що дані мають сезонність у 12 місяців (рис. 2).

Результати підтверджують припущення про сезонність даних.

Для застосування моделі SARIMA важливо мати стаціонарний часовий ряд, тому для перевірки даних ми можемо використати розширений тест Дікі-Фуллера [9] (рис. 3).

Результат тесту нам говорить про те, що наш ряд є стаціонарним, тобто р-значення перебуває в межі (менше 0,05). Оскільки р-значення перебуває в межі, ми можемо відхилити нульову гіпотезу, тобто часовий ряд не має єдиного кореня, отже є стаціонарним. Для перевірки стаціонарності рекомендується використовувати декілька тестів, тому було проведено тест Квятковського-Філіпса-Шмідта-Шина [9] (рис. 4).

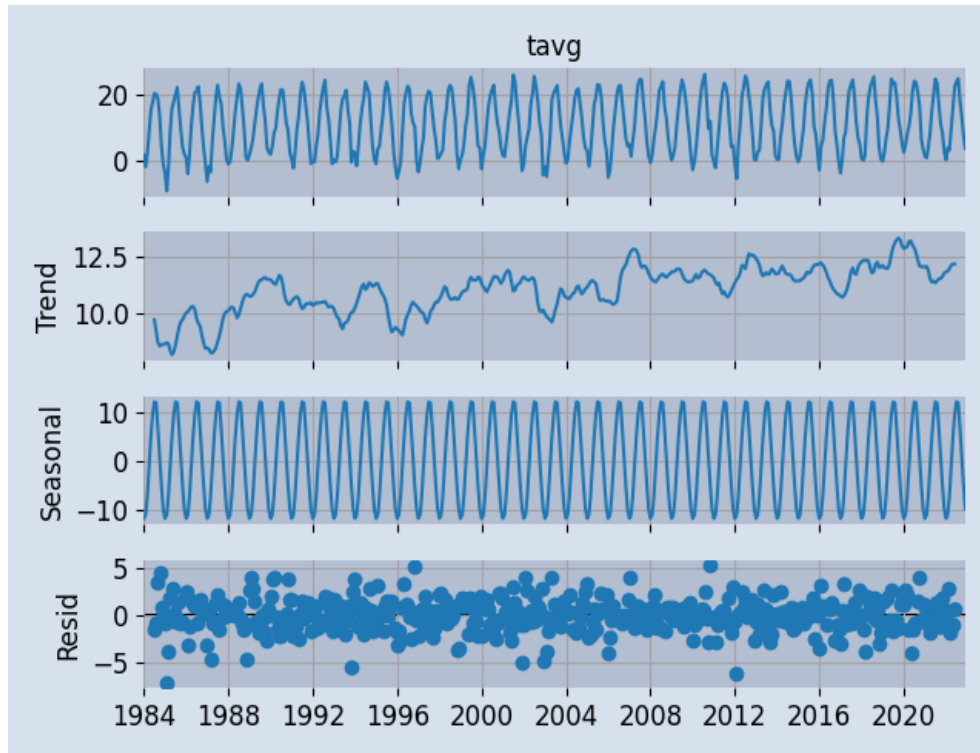


Рис. 2. Результат роботи функції

```

ADF Statistic: -3.536774
p-value: 0.007091
Critical Values:
    1%: -3.446
    5%: -2.868
    10%: -2.570
Stationary
    
```

Рис. 3. Результат розширеного тесту Дікі-Фуллера

```

KPSS Statistic: 0.450406
p-value: 0.055428
Critical Values:
    10%: 0.347
    5%: 0.463
    2.5%: 0.574
    1%: 0.739
Stationary
    
```

Рис. 4. Результат тесту Квятковського-Філіпса-Шмідта-Шина

Як можна побачити, за рівня значущості 0,05 ми не можемо відхилити нульову гіпотезу (р-значення більше 0,05), тобто ряд є стаціонарним за трендом та не потребує додаткового диференціювання (параметр $d = 0$).

Виходячи з результатів тестів, ми можемо стверджувати, що часовий ряд є стаціонарним [9].

Тому приступимо до ділення даних на тренувальну та тестову вибірки. Оскільки горизонт прогнозування був вибраний у 24 місяці, тобто 2 роки, ми відділяємо тестові дані, останні 24 місяці, від тренувальних (рис. 5).

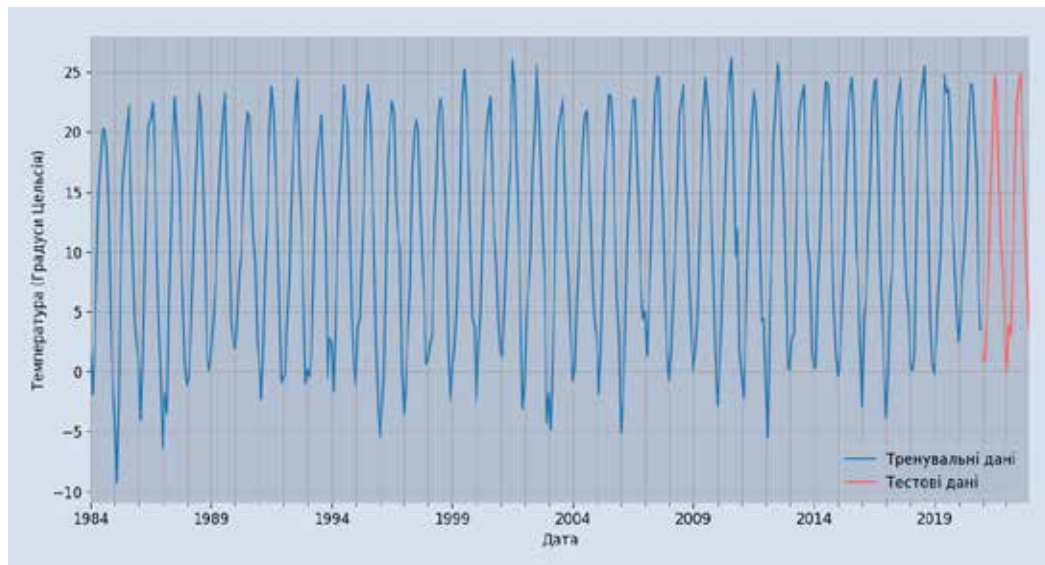


Рис. 5. Візуалізація тренувальних і тестових даних

На рис. 5 ми бачимо, що синім кольором виділені тренувальні дані, на яких модель буде навчатися, а пастельно-червоним – тестові.

Пошук оптимальних параметрів моделі

На цьому кроці вибираються параметри моделі $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_m$. Модель потребує шести параметрів: p, d, q, P, D і Q . Значення m задано рівним 12, оскільки використовуються сезонні дані з періодом у 12 місяців. Для оцінки точності прогнозування моделі за заданими параметрами замість AIC (інформаційний критерій Акаїке) було вибрано значення середньої абсолютної похибки [10]. Пошук параметрів моделі виконується за допомогою пошуку за сіткою.

Згідно з результатами пошуку за сіткою, значення середньої абсолютної похибки (MAPE) у моделі з параметрами $SARIMA(2, 0, 1)(3, 0, 3)_{12}$ є найнижчими (рис. 6).

```
SARIMAX: (3, 0, 3) x (1, 0, 3, 12) MAPE: 49.88210335816337
SARIMAX: (3, 0, 3) x (2, 0, 0, 12) MAPE: 57.22690322657529
Failed: (3, 0, 3) x (2, 0, 1, 12)
LU decomposition error.
SARIMAX: (3, 0, 3) x (2, 0, 2, 12) MAPE: 21.776133393725782
SARIMAX: (3, 0, 3) x (2, 0, 3, 12) MAPE: 25.23461539041008
SARIMAX: (3, 0, 3) x (3, 0, 0, 12) MAPE: 51.42796962521929
SARIMAX: (3, 0, 3) x (3, 0, 1, 12) MAPE: 48.990490994897826
Failed: (3, 0, 3) x (3, 0, 2, 12)
LU decomposition error.
SARIMAX: (3, 0, 3) x (3, 0, 3, 12) MAPE: 26.725329417708682
Best params: (2, 0, 1) x (3, 0, 3, 12) MAPE: 17.25177660286081
```

Рис. 6. Результати оцінки моделей

Тепер отримаємо результати діагностичного тесту моделі $SARIMA(2, 0, 1)(3, 0, 3)_{12}$ (рис. 7).

SARIMAX Results

```

=====
Dep. Variable:          tavg      No. Observations:      444
Model:                 SARIMAX(2, 0, 1)x(3, 0, [1, 2, 3], 12)  Log Likelihood         -941.538
Date:                  Tue, 21 Nov 2023                        AIC                   1903.076
Time:                  12:36:12                                BIC                   1944.034
Sample:                01-01-1984                            HQIC                  1919.228
                    - 12-01-2020
Covariance Type:      opg
=====

```

	coef	std err	z	P> z	[0.025	0.975]
ar.L1	1.2590	0.012	100.786	0.000	1.235	1.283
ar.L2	-0.2731	0.005	-50.916	0.000	-0.284	-0.263
ma.L1	-0.9361	0.021	-43.715	0.000	-0.978	-0.894
ar.S.L12	-0.7083	0.025	-28.387	0.000	-0.757	-0.659
ar.S.L24	0.7850	0.020	39.660	0.000	0.746	0.824
ar.S.L36	0.9229	0.029	31.671	0.000	0.866	0.980
ma.S.L12	0.7936	0.026	30.014	0.000	0.742	0.845
ma.S.L24	-0.6740	0.027	-25.135	0.000	-0.727	-0.621
ma.S.L36	-0.9235	0.024	-37.785	0.000	-0.971	-0.876
sigma2	3.5121	0.090	38.939	0.000	3.335	3.689

```

=====
Ljung-Box (L1) (Q):      0.00      Jarque-Bera (JB):      13.63
Prob(Q):                 0.96      Prob(JB):              0.00
Heteroskedasticity (H): 0.84      Skew:                  -0.07
Prob(H) (two-sided):    0.29      Kurtosis:              3.85
=====

```

Рис. 7. Результати діагностичного тесту моделі

Стовпчик “Coef” показує вагу (важливість) кожної ознаки. Всі значення $P > |z|$ є нижчими за 0,05, що вказує на те, що ці коефіцієнти є статистично значущим [11].

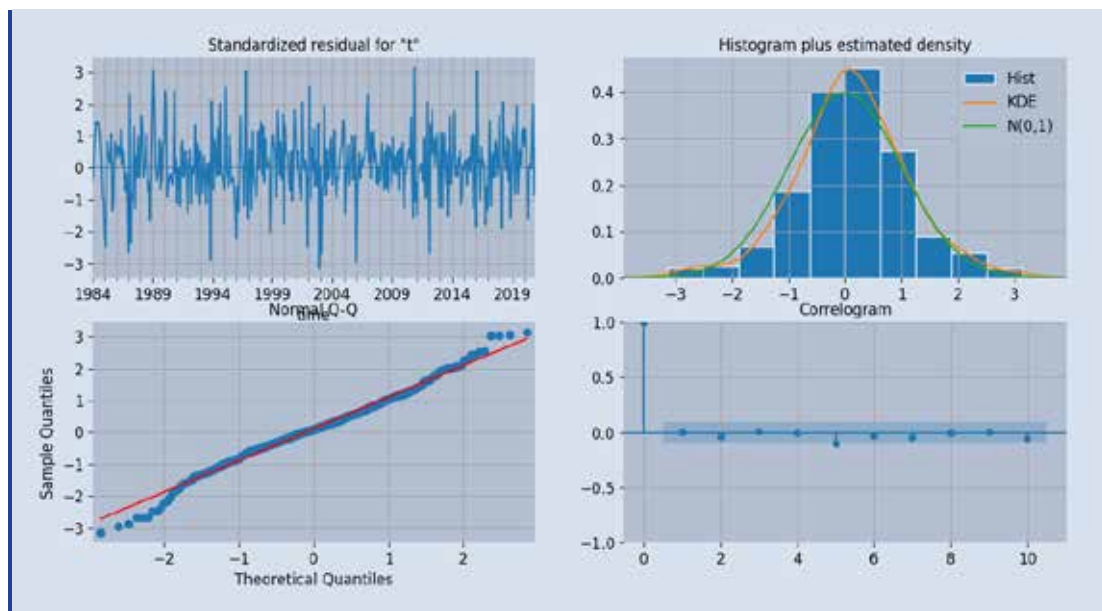


Рис. 8. Графіки залишків

Динаміка залишків у часі показана на рис. 8 (Standardized residual for “m”). Результати показують, що залишки не демонструють очевидної сезонності і є білим шумом.

На гістограмі (Histogram plus estimated density), ми бачимо, що помаранчева лінія KDE загалом слідує за зеленою $N(0, 1)$, де $N(0, 1)$ – позначення для нормального розподілу із

середнім 0 і стандартним відхиленням 1. Це означає, що залишки підпорядковуються нормальному розподілу $N(0, 1)$.

qq-графік показує, що впорядкований розподіл залишків слідує лінійній тенденції вибірок з деякими відхиленнями вздовж кожного з хвостів. Виходячи з цього графіка, можемо сміливо припустити, що залишки розподілені нормально.

Прогнозування та оцінка моделі

Після отримання моделі для прогнозування часового ряду її можна використати для прогнозування. Далі ми отримаємо прогнози на наступні 24 місяці і порівняємо з історичними даними.

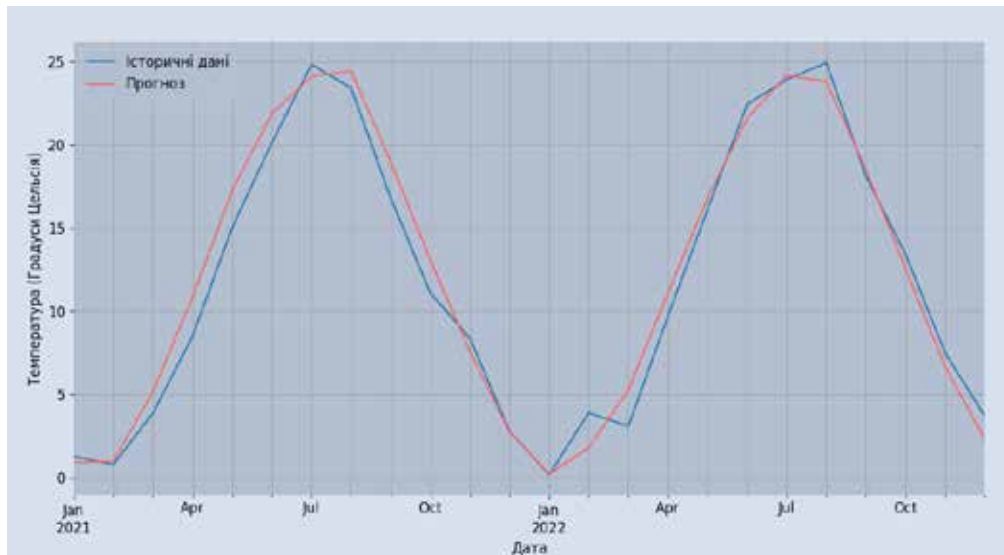


Рис. 9. Результати порівняння прогнозів з історичними даними

На рис. 9 наведено результати порівняння прогнозів з реальними історичними даними за період із січня 2021 року по грудень 2022 року: лінія пастельно-червоного кольору вказує на прогнозовані дані, синя – на історичні.

Далі нам необхідно порахувати похибки прогнозування. Це було реалізовано за допомогою функцій пакета `sklearn`.

The MSE is 1.8

The RMSE is 1.3

The MAPE is 17.3

Рис. 10. Похибки отриманих прогнозів

На рис. 10 наведено значення середньоквадратичної похибки (MSE), корінь із середньоквадратичної похибки (RMSE) та середньої абсолютної похибки у відсотках (MAPE) прогнозів порівняно з фактичними значеннями температури.

З рисунку видно, що середня абсолютна відносна похибка (MAPE) становить 17,3%, що свідчить про те, що в середньому прогноз не відповідає історичним значенням температури повітря на 17,3%. Це вказує на високий рівень точності прогнозування моделі SARIMA, враховуючи велику кількість факторів, які можуть впливати на температуру повітря (швидкість вітру, опади тощо).

Висновки

На підставі використання моделі прогнозування SARIMA можна дійти висновку, що запропоновані методи прогнозування мають достатньо високий рівень точності, це підтверджує порівняння тестової вибірки з результатами прогнозування моделі SARIMA.

Список використаної літератури

1. Hayes A. What Is a Time Series and How Is It Used to Analyze Data? URL: <https://www.investopedia.com/terms/t/timeseries.asp> (дата звернення: 19.11.2023).
2. SARIMA (Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average) URL: <https://www.geeksforgeeks.org/sarima-seasonal-autoregressive-integrated-moving-average> (дата звернення: 19.11.2023).
3. Сикало Є.А. Атмосфера та клімат. Спостереження за погодою та її прогнозування. URL: https://subject.com.ua/geographic/zno_2017/47.html (дата звернення: 19.11.2023).
4. Міллер Н. Як роблять прогнози погоди і чому вони іноді не збуваються? *BBC News*. 2020. 22 лютого. URL: <https://www.bbc.com/ukrainian/features-51545290> (дата звернення: 19.11.2023).
5. Ma X., Fang C., Ji J. Prediction of outdoor air temperature and humidity using Xgboost. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2020. Vol. 427. DOI: 10.1088/1755-1315/427/1/012013.
6. Nugraha Y.E., Ariawan I., Arifin W.A. Weather Forecast from Time Series Data using LSTM Algorithm. *Jurnal Teknologi Informasi dan Komunikasi*. 2023. Vol. 14. № 2. DOI: 10.51903/jtikp.v14i1.531.
7. Sun C., Nong Y., Chen Z., Liang D., Lu Y., Qin Y. The CEEMD-LSTM-ARIMA Model and Its Application in Time Series Prediction. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 2179. DOI: 10.1088/1742-6596/2179/1/012012.
8. Meteostat. Introduction | Meteostat Developers. URL: <https://dev.meteostat.net/guide.html> (дата звернення: 19.11.2023).
9. Stationarity and detrending (ADF/KPSS). URL: https://www.statsmodels.org/dev/examples/notebooks/generated/stationarity_detrending_adf_kpss.html (дата звернення: 19.11.2023).
10. Hyndman R.J. Facts and fallacies of the AIC. URL: <https://robjhyndman.com/hyndsight/aic> (дата звернення: 19.11.2023).
11. Smigel L. How to Interpret ARIMA Results URL: <https://analyzingalpha.com/interpret-arma-results> (дата звернення: 19.11.2023).

References

1. Hayes, A. What Is a Time Series and How Is It Used to Analyze Data? [Official site]. Retrieved from <https://www.investopedia.com/terms/t/timeseries.asp> [in English].
2. SARIMA [Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average]. Retrieved from <https://www.geeksforgeeks.org/sarima-seasonal-autoregressive-integrated-moving-average> [in English].
3. Sykalo, Ye. A. Atmosfera ta klimat. Sposterezhennia za pohodoiu ta yii prohnouzuvannia [Atmosphere and Climate. Weather Observation and Forecasting]. Retrieved from https://subject.com.ua/geographic/zno_2017/47.html [in Ukrainian].
4. Miller, N (2020, February, 22). Yak robliat prohnozy pohody i chomu vony inodi ne zbuvauiutsia? [How are weather forecasts made, and why do they sometimes fail to come true]. *BBC News*. Retrieved from <https://www.bbc.com/ukrainian/features-51545290> [in Ukrainian].
5. Ma, X., Fang, C., & Ji, J. (2020). «Prediction of outdoor air temperature and humidity using Xgboost». *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 427, 012013. DOI: 10.1088/1755-1315/427/1/012013 [in English].

6. Nugraha, Y.E., Ariawan, I., & Arifin, W.A. (2023). Weather Forecast from Time Series Data using LSTM Algorithm. *Jurnal Teknologi Informasi dan Komunikasi* [Journal of Information and Communication Technology], 14 (2), 144–152. DOI: 10.51903/jtikp.v14i1.531 [in English].
7. Sun, C., Nong, Y., Chen, Z., Liang, D., Lu, Y., & Qin, Y. (2021). The CEEMD-LSTM-ARIMA Model and Its Application in Time Series Prediction. *Journal of Physics: Conference Series*, 2179, 012012. DOI: 10.1088/1742-6596/2179/1/012012 [in English].
8. Meteostat. Introduction | Meteostat Developers. (2022). [Official site]. Retrieved from <https://dev.meteostat.net/guide.html> [in English].
9. Stationarity and detrending (ADF/KPSS). Retrieved from https://www.statsmodels.org/dev/examples/notebooks/generated/stationarity_detrending_adf_kpss.html [in English].
10. Hyndman, R.J. Facts and fallacies of the AIC. Retrieved from <https://robjhyndman.com/hyndsight/aic> [in English].
11. Smigel, L. How to Interpret ARIMA. Results Retrieved from <https://analyzingalpha.com/interpret-arima-results> [in English].

Халізов Нікіта Сергійович – студент кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька політехніка». E-mail: nikitakhalizev@gmail.com, ORCID: 0009-0005-5316-2542.

Дубровін Валерій Іванович – професор кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька політехніка». E-mail: vdubrovin@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0848-8202.

Дейнега Лариса Юріївна – старший викладач кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька політехніка». E-mail: deynega.larisa@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0304-4327.

Khalizev Nikita Serhiiiovych – Student at the Department of Software of the Zaporizhia Polytechnic National University. E-mail: nikitakhalizev@gmail.com, ORCID: 0009-0005-5316-2542.

Dubrovin Valery Ivanovych – Professor at the Department of Software of the Zaporizhia Polytechnic National University. E-mail: vdubrovin@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0848-8202.

Deynega Larisa Yuriivna – Senior Lecturer at the Department of Software of the Zaporizhzhya Polytechnic National University. E-mail: deynega.larisa@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0304-4327.

ЕКОЛОГІЧНІ ПРОБЛЕМИ ЯК МОДЕЛІ КВАЗІОДНОВИМІРНИХ ЗАДАЧ ДИФУЗІЇ

Аварії під час морських перевезень та незаплановані викиди токсичних речовин традиційно перебувають у центрі уваги екологів та власників торгових суден. Катастрофи з розливом нафтопродуктів завдають значної шкоди довкіллю та вносять довгостроковий негативний фактор у розвиток біоти. Також відомо, що відпрацьовану токсичну речовину захоронюють у контейнерах підвищеної міцності на морському дні. Та все ж великий час їх перебування в морському середовищі (50–70 років) призводить до окислення та руйнування оболонки, спричиняючи виникнення тріщин, через які речовина просочується у воду. В роботі здійснена комп'ютерна симуляція поширення викидів речовин у морській воді, розглянуто відповідні моделі як квазіодновимірні задачі дифузії. Використавши центральну точкову симетрію, функція концентрації речовини редукувалась до залежності від однієї просторової змінної, що дало змогу звести розглядувану задачу до вирішення просторово одновимірного диференціального рівняння в частинних похідних з відповідним оператором Лапласа в правій частині. Базовий спосіб розгляду задач – метод скінченних різниць другого порядку точності, засіб розрахунків – відкрита система комп'ютерної алгебри CAS Maxima. В першій задачі розглядається викид токсичної речовини із затопленого контейнера на дні моря, що змодельовано крайовою задачею Робіна (третья крайова задача). Наявність постійного джерела дифундуючої домішки на початку проміжку числового інтегрування дала змогу використати прямий двокроковий метод розрахунку; результатом обчислень є часовий розподіл концентрації на поверхні води над контейнером та в її околі протягом однієї доби. В другій задачі розглянуто вилив рідкої речовини поблизу мілкого берега півкруглої форми, що змодельовано крайовою задачею Неймана (друга крайова задача). Нульовий потік домішки на обох краях проміжка інтегрування обумовив методом розв'язання модифіковану непряму схему Кранка-Ніколсона; результатом обчислень є просторовий розподіл граничної концентрації домішки вздовж берегової лінії протягом однієї доби.

Ключові слова: екологічні проблеми, числовий розрахунок, метод скінченних різниць, крайова задача, задача Робіна, задача Неймана, CAS Maxima.

ECOLOGICAL DISASTERS AS A QUASI-ONE-DIMENSIONAL DIFFUSION PROBLEM

Accidents during maritime transportation and unplanned emissions of toxic substances have traditionally been the focus of ecologists and merchant ship owners. Oil spill disasters cause significant damage to the environment and have a long-term negative impact on the development of biota. It is also known that the spent toxic substance is buried in high-strength containers on the seabed. However, their long stay in the marine environment (50–70 years) leads to thinning and destruction of the shell, causing cracks through which the substance seeps into the water. In this paper, we have investigated a computer simulation of the substance emissions propagation in seawater, by considering the corresponding models as quasi-one-dimensional diffusion problems. Using central point symmetry, the substance concentration function was reduced to dependence on a single spatial variable, which allowed us to reduce the problem under consideration the solution of one-dimensional partial differential equation with the corresponding Laplace operator on the right-hand side. The basic method for solving problems is the method of finite differences by the second order accuracy, and the calculation tool is open computer algebra system CAS Maxima. The first problem considers the release of a toxic substance from a flooded container at the bottom of the sea, which is modeled by Robin boundary value problem (boundary problem of 3d kind). The presence of a constant source of diffusing impurity at the beginning of numerical integration interval made it possible to use a direct two-step calculation method; the result of the calculations is the time distribution of the concentration on the water surface above the container and in its vicinity for 24 hours. In the second problem considers a liquid substance spill near a shallow bank with a semi-circle form, which is modeled by the Neumann boundary value problem (boundary problem of 2nd kind). Zero impurity flux at both edges of the integration interval led to pick as solution the modified indirect Crank-Nicholson scheme; the result of the calculations is the spatial distribution of the maximum concentration of impurity along the coastline during 24 hours.

Key words: ecological disasters, numerical calculation, finite difference method, boundary value problem, Robin's problem, Neumann's problem, CAS Maxima.

Постановка проблеми

Морські перевезення рідких речовин у контейнерах завжди супроводжувались посиленними заходами безпеки для уникнення аварій, причому перш за все увага приділяється збереженню природного середовища. Фактично всі транспортовані речовини є токсичними та згубними для біологічних організмів, зокрема нафта та нафтопродукти (пальне, фарби, розчинники тощо). Тому розрахунку наслідків екологічних катастроф приділяється значний інтерес для всіх учасників цього ринку, що обумовлює актуальність вибраного напрямку досліджень.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

У роботах [2–4] авторами моделюються катастрофи найбільших нафтових виливів в різних точках планети: аварія на танкері British Petroleum у Мексиканській затоці в квітні 2010 року та катастрофа танкера Hebei Spirit у Жовтому морі в грудні 2007 року. В результаті виливу нафти відбулося забруднення значної площі океанської поверхні. У другому випадку нафтову пляму вітром та приливними течіями віднесло до берега, що спричинило ще більші ушкодження біоценозу. Розрахунки здійснювались у середовищі MATLAB вбудованим засобом числових методів *pdepe*.

Робота [5] присвячена спорідненій до дифузійних процесів задачі – числовому розрахунку поширення тепла у сферичних координатах під час моделювання нагрівання круглих деталей вітрогенераторів. Використовувалось п'ятиточкове наближення у розкладі оператора Лапласа з четвертим порядком точності.

Мета дослідження

Ми змодельуємо деякі екологічні проблеми, розглянувши їх як крайові задачі математичної фізики. Задачі з центральною симетрією традиційно можна звести до одновимірних випадків, виключивши з розгляду кутові компоненти, що значно спрощує розрахунок. При цьому з програмної точки зору оперувати необхідно або з одновимірними списками (для крайових умов першого та третього родів), або з двовимірними масивами (крайові умови другого роду).

Розрахунки будемо провадити у системі комп'ютерної алгебри CAS *Mathima*, оскільки вона надає зручний та потужний інструментарій для моделювання фізичних процесів [6]. Додатковою метою дослідження є демонстрація можливостей цього програмного середовища, які в певних задачах не поступаються таким відомим розрахунковим пакетам, як MATLAB чи Maple, залишаючись при цьому вільним, кросплатформним та безкоштовним застосунком.

Виклад основного матеріалу дослідження

Повне рівняння дифузії має такий вигляд

$$\frac{\partial u(\vec{r}, t)}{\partial t} = \operatorname{div}(D(\vec{r}) \cdot \operatorname{grad} u(\vec{r}, t)) + G(\vec{r}, t),$$

де $u(\vec{r}, t)$ – значення концентрації дифундуючої речовини в даній точці середовища в заданий момент часу; $D(\vec{r})$ – коефіцієнт дифузії; $G(\vec{r}, t)$ – зміна концентрації домішки, викликана зовнішніми джерелами. Будемо вважати середовище вільним від зовнішніх джерел, тому приймаємо $G(\vec{r}, t) = 0$. Загалом $D(\vec{r})$ може залежати від точки простору внаслідок неоднорідності структури середовища, однак для стабільних умов (перш за все сталості температури та густини) його можна вважати незмінним.

В одновимірному випадку за сталості D рівняння набуває такого вигляду:

$$u_t(r, t) = D \nabla^2 u(r, t).$$

Для його однозначного вирішення необхідно задати початкові та крайові умови, які для кожної задачі матимуть окремий вигляд. За числового розв'язання ми користатимемося методом скінченних різниць, розбивши відповідні часові та просторові проміжки інтегрування на дискретні відрізки довжини s для часу та довжини h для простору. При цьому похідні у дискретизованому рівнянні заміняться на різницеві відношення [1]:

$$u_t(r_i, t_k) = \frac{1}{s}(u_{i,k+1} - u_{i,k});$$

$$u_r = \frac{1}{h}(u_{i+1,k} - u_{i,k}); u_{rr}(r_i, t_k) = \frac{1}{h^2}(u_{i+1,k} - 2u_{i,k} + u_{i-1,k}).$$

Тут $u_{i,k} = u(r_i, t_k)$ тощо, індекс i відповідає за просторову змінну, індекс k за часову.

Задача 1. На дно моря глибиною $R = 50$ м скинули контейнер розміром $r_0 = 2.5$ м з відпрацьованою речовиною. Згодом внаслідок процесів окислення агресивним солоним середовищем з контейнера стався викид токсичної речовини. Коефіцієнт дифузії речовини у воді $D = 0,4 \text{ м}^2 / \text{хв}$. Розрахувати еволюцію розподілу концентрації домішки у воді протягом першої доби. Визначити час, протягом якого концентрація домішки буде становити 0,1% на морській поверхні.

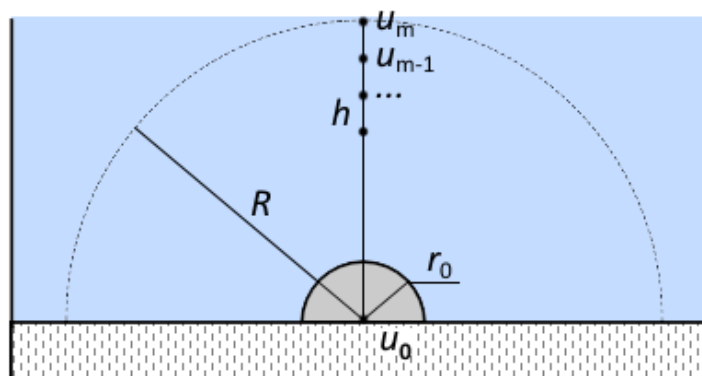


Рис. 1. Геометрична модель Задачі 1

Математична модель

Морська товща створює доволі вдале ізотропне середовище: відсутність підводних течій та сталість температури обумовлюють можливість моделювання задачі як поширення речовини у верхній півпростір з центральносиметричною симетрією. Коефіцієнт дифузії достатньо сильно залежить від температури (згідно з експериментальними даними $D \sim T^{1.53}$ [7]), тому та обставина, що від сонця нагрівається приблизно 2 м верхнього прошарку, дає змогу вважати D сталим на всьому відрізку інтегрування.

Будемо вважати контейнер півсферичним з радіусом r_0 для збереження симетрії. Звідси маємо, що за $r \leq r_0$ концентрація домішки завжди дорівнює $A_0 = 100\%$, оскільки приймається, що за час розгляду задачі (1 доба) речовина постійно виходить із контейнера. Обговоримо крайові умови. На початку проміжку інтегрування у центрі координат $r = 0$ отримаємо $u = 100\%$. Кінцем проміжку ми виберемо глибину занурення R . Оскільки перш за все нас буде цікавити концентрація речовини над контейнером, а молекули домішки не можуть вийти зовні водного шару, кінцевою умовою буде нульовий потік функції u за $r = R$.

Отже, маємо задачу Робіна (крайова задача третього роду) для ДРЧП: розв'язати рівняння дифузії:

$$u_t(r, t) = D \nabla^2 u(r, t)$$

з початковими та крайовими умовами:

$$u(r, 0) = F(r) = \begin{cases} 100, \text{ нпу } 0 \leq r \leq r_0 \\ 0, \text{ нпу } r_0 < r \leq R \end{cases}; u(r, t)|_{r=0} = 100; \left. \frac{\partial u(r, t)}{\partial r} \right|_{r=R} = 0.$$

Задання значення функції на початку проміжку інтегрування дає змогу використати прямий двокроковий метод, котрий полягає у встановленні величини функції u в наступний момент часу $k + 1$ через її значення в попередній момент k . Розіб'ємо інтервали $R = 50$ м та $S = 1440$ хв на m та n частин відповідно. Тоді довжина просторового відрізу буде $h = R / m$, кількість вузлів – $m + 1$; довжина часового відрізу буде $s = S / n$, кількість вузлів – $n + 1$.

Радіальна частина оператора Лапласа в сферичних координатах: $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r}$. Оскільки перша похідна пов'язує вузли $i + 1$ та i , для r біля цієї похідної ми виберемо середнє значення між цими вузлами:

$$r = \frac{r_{i+1} + r_i}{2}, \text{ звідки } \frac{1}{r} = \frac{2}{r_{i+1} + r_i}.$$

Отже, можемо записати дискретизоване рівняння дифузії:

$$\frac{1}{s} (u_{i,k+1} - u_{i,k}) = D \left(\frac{1}{h^2} (u_{i+1,k} - 2u_{i,k} + u_{i-1,k}) + \frac{4}{r_{i+1} + r_i} \frac{1}{h} (u_{i+1,k} - u_{i,k}) \right).$$

Звідси, позначивши $\lambda = \frac{Ds}{h^2}$, отримаємо базове співвідношення для $u_{i,k+1}$:

$$u_{i,k+1} = \lambda \left(u_{i+1,k} - 2u_{i,k} + u_{i-1,k} + \frac{4h}{r_{i+1} + r_i} (u_{i+1,k} - u_{i,k}) \right) + u_{i,k}.$$

Початкова та крайові умови в дискретизованому вигляді:

$$u_{i,0} = F_i; u_{0,k} = 100; u_{m,k} = u_{m-1,k}.$$

Для збереження стійкості необхідне виконання умови $\lambda < 0.5$. Така обставина обумовлює відносну стійкість цієї схеми і накладає обмеження на число вузлових точок: вибравши значення m , для n вже неможливо вибрати кількість, більшу за певне значення.

Результат роботи програми

Запрограмуємо задачу у CAS Maxima. Вносимо початкові дані, вибравши $m = 100, n = 5000$; перевіряємо умову стійкості для λ та знаходимо m_0 – кількість проміжків, що припадають на контейнер.

```
(%i5)R:50$ S:1440$ D:0.4$ r0:2.5$ A0:100$
(%i7)m:100$ n:5000$
(%i11)h:R/m$ s:S/n$ m0:floor(r0/h);
(m0) 5
```

```
(%i12) $\lambda$ :D*s/h^2,numer;
( $\lambda$ )0.4608
```

Записуємо кускову функцію початкового розподілу.

```
(%i15) F(r):=if r<=r0 then A0 else 0$
```

Створюємо масиви вузлових точок R1[i] і T[k] та основний масив u[i,k] шуканої функції.

```
%i16) for i:1 thru m do
arraymake(R1, [i]), R1[0]:0,
R1[i]:R1[i-1]+h);
(%o16)done
(%i17)for k:1 thru n do
(arraymake(T, [k]), T[0]:0,
T[k]:T[k-1]+s);
(%o17)done
%i18)for i:0 thru m do
for k:0 thru n do
(arraymake(u, [i,k]));
(%o18)done
```

Вносимо у створені масиви початкову та крайову умову лівої межі проміжка.

```
(%i19)for i:0 thru m do
(u[i,0]:F(R1[i]), u[i,1]:F(R1[i]));
(%o19)done
(%i20)for k:0 thru n do
for j:0 thru m0 do
(u[j,k]:A0);
(%o20)done
```

Записуємо базове рівняння, додавши до нього праву крайову умову $u_{m,k} = u_{m-1,k}$, та запускаємо цикл на виконання.

```
(%i21)for k:1 thru n do
for i:m0+1 thru m-1 do
(u[i,k+1]: $\lambda$ *(u[i+1,k]-2*u[i,k]+u[i-1,k])+
(4*h/(R1[i+1]+R1[i]))*(u[i+1,k]-u[i,k]))+u[i,k],
u[m,k]:u[m-1,k]);
(%o21)done
```

Обчислення завершені. Відповідні значення концентрації для вузла (i,k) , які відіграють роль координат, містяться у масиві u[i,k]. Для його графічного опрацювання перетворимо масив на функцію округленням змінних до цілого та побудуємо її графік (рис. 2).

```
(%i22)G(r,t):=float(u[round(r),round(t)])$
(%i23)plot3d(G(r,t),[r,0,m],[t,0,n],
[zlabel,"u"],[grid,50,50],
[gnuplot_preamble,"reset session, replot"])$
```

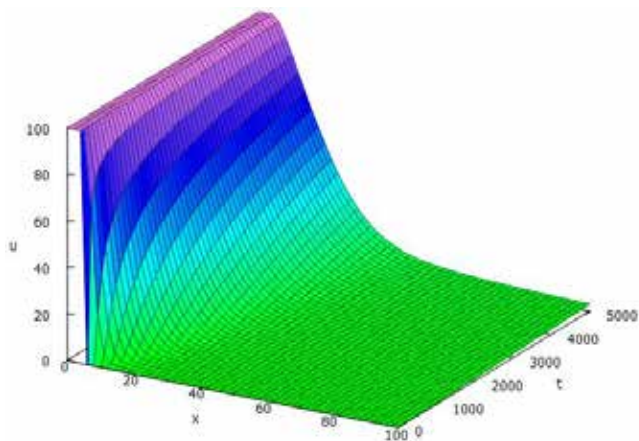



Рис. 2. Просторово-часова поверхня розподілу концентрації

Графік можна обертати, наближуючи будь-які його частини. Як видно, перші 5 вузлових проміжків набувають значення 100%, це концентрація домішки у контейнері. На кінцевих вузлових точках чітко видно підняття поверхні концентрації від нульового значення, отже, на поверхні води буде відмінна від нуля домішка. Висота підняття залежатиме від коефіцієнта дифузії D та часу, вибраного для симуляції. Отримана поверхня є розподілом речовини в напівсфері радіуса R , і кінцеві її значення достовірно моделюють поверхневу концентрацію у верхній точці над контейнером та її околі.

Розглянемо питання граничної концентрації на поверхні води. Щоб дослідити часову еволюцію розповсюдження домішки, побудуємо лінії рівнів поверхні концентрації для кількох значень $u(r,t)$ (рис. 3а). Особливо нас будуть цікавити значення 0–1% на кінцевих точках біля поверхні води, тому побудуємо лінії рівнів цих значень окремо (рис. 3б).

```
(%i25)plot2d([contour,G(r,t)],
[r,0,m],[t,0,n],[style,[lines,1.5]],
[levels,100,75,50,25,10,3,1,0.5],
[gnuplot_preamble, "reset session, replot"]);
```

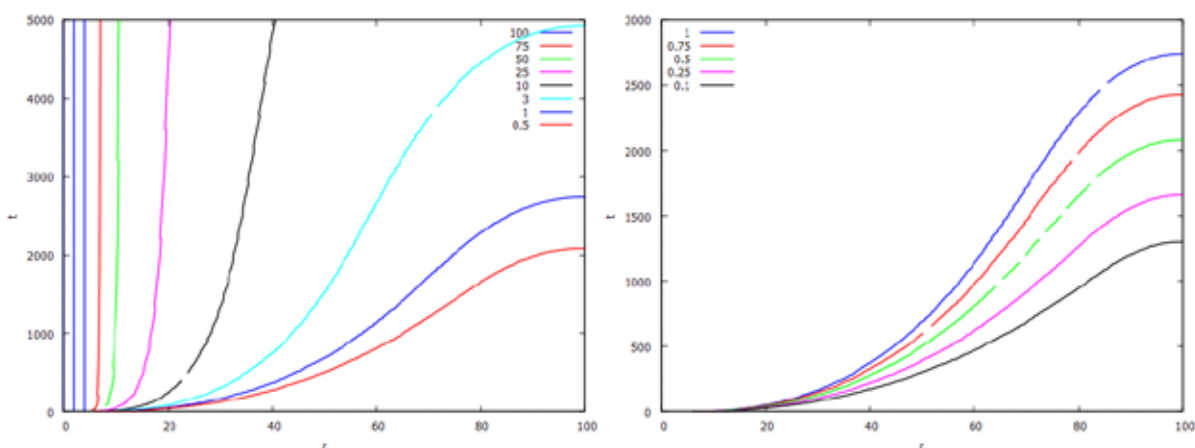


Рис. 3. Лінії рівнів поверхні концентрації для значень 0-100% (а) та значень 0–1% (б)

З побудованих графіків можна відзначити: на поверхні води гранична концентрація 0,1% досягнеться в момент часу $t = 1300 \cdot s = 374.4 \text{ хв} \approx 6 \text{ год } 15 \text{ хв}$ після початку викиду. Загалом на

поверхні води через одну добу концентрація речовини в околі затоплення контейнера буде становити 2–3%.

Задача 2. Неподалік берега, що має півкруглу форму, на міліні на відстані $R = 100$ м відбувся вилів речовини з контейнера радіусом $r_0 = 4$ м, коефіцієнт дифузії речовини $D = 0.2 \text{ м}^2 / \text{хв}$. Розрахувати еволюцію розподілу концентрації домішки поблизу берега протягом доби. Вважаючи гранично допустиму концентрацію домішки 0,1%, визначити безпечні ділянки водойми.

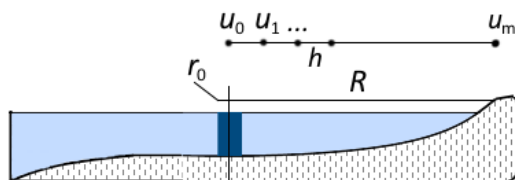


Рис. 4. Геометрична модель Задачі 2

Математична модель

Мілкість водойми означає, що її глибина менша за розміри контейнера. За виконання цієї вимоги молекули речовини будуть розповсюджуватись у двох вимірах вздовж радіальних напрямів, тож, враховуючи ізотропність середовища та запровадивши полярну систему координат, можна вважати функцію концентрації $u(r, t)$ залежною від однієї просторової координати. Зауважимо, що модель буде описувати поширення речовини в півплощині поблизу берега, тоді як в іншій півплощині, де глибина зростає, потрібно буде враховувати тривимірність задачі.

З'ясуємо початкові та крайові умови задачі. В нульовий момент часу концентрація дорівнює 100% за $0 \leq r \leq r_0$ та 0% за $r_0 < r \leq R$. Молекули речовини не можуть вийти за берегову лінію, отже, потік функції за $r = R$ рівний нулю. У центрі координат постійне джерело речовини відсутнє, адже вся вона вже вилилась, отже, потік функції за $r = 0$ теж рівний нулю. Як бачимо, цією умовою Задача 2 відрізняється від умов Задачі 1, де було наявне стале джерело домішки.

Маємо задачу Неймана (крайова задача другого роду) для ДРЧП: розв'язати рівняння дифузії:

$$u_t(r, t) = D \nabla^2 u(r, t)$$

з початковими та крайовими умовами:

$$u(r, 0) = F(r) = \begin{cases} 100, & \text{при } 0 \leq r \leq r_0, \\ 0, & \text{при } r_0 < r \leq R \end{cases}; \quad \left. \frac{\partial u(r, t)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial u(r, t)}{\partial r} \right|_{r=R} = 0.$$

Задання на обох краях інтервалу інтегрування потоку функції замість самої функції унеможливорює застосування прямого методу обчислення, застосованого раніше. В дискретизованому вигляді задачу Неймана можна вирішити лише за допомогою розв'язання системи рівнянь, котра записується для кожного часового вузла. Тобто необхідно розв'язати n рівнянь для $m + 1$ змінних (перше рівняння вже розв'язане: $u(r, 0) = F(r)$).

Будемо здійснювати розгляд задачі за допомогою модифікованої схеми Кранка-Ніколсона [6]. Здійснимо дискретизацію інтервалів інтегрування, розбивши часовий відрізок на n відрізків, а просторовий – на m відрізків. Тоді вузлових точок буде $n + 1$ та $m + 1$ відповідно, а кроки інтегрування: $s = S / n$, $h = R / m$, де $R = 100$ м, $S = 1440$ хв. Оскільки ліва частина рівняння

дифузії пов’язує два часових вузли через різницеве відношення, у цій схемі праву частину представляють як середнє від операторів Лапласа теж для двох часових вузлів. Тобто рівняння отримає такий вигляд:

$$\frac{1}{s}(u_{i,k+1} - u_{i,k}) = \frac{D}{2}(\nabla_{k+1}^2 + \nabla_k^2)u.$$

Радіальна частина оператора Лапласа в полярних координатах: $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$. Запишемо просторові похідні у різницевому вигляді для часового вузла k :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = \frac{1}{h^2}(u_{i+1,k} - 2u_{i,k} + u_{i-1,k}); \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{h}(u_{i+1,k} - u_{i,k}).$$

Тепер можемо записати рівняння дифузії для нашої задачі:

$$\frac{1}{s}(u_{i,k+1} - u_{i,k}) = \frac{D}{2} \left(\frac{1}{h^2}(u_{i+1,k+1} - 2u_{i,k+1} + u_{i-1,k+1}) + \frac{2}{r_{i+1} + r_i} \frac{1}{h}(u_{i+1,k+1} - u_{i,k+1}) + \frac{1}{h^2}(u_{i+1,k} - 2u_{i,k} + u_{i-1,k}) + \frac{2}{r_{i+1} + r_i} \frac{1}{h}(u_{i+1,k} - u_{i,k}) \right).$$

Перегрупуємо доданки, розмістивши на окремі сторони рівняння часові вузли $k+1$ та k . Тоді, позначивши $\lambda = \frac{Ds}{h^2}$, отримаємо базове співвідношення:

$$-\lambda \left(1 + \frac{2h}{r_{i+1} + r_i} \right) u_{i+1,k+1} + 2 \left(1 + \lambda + \frac{\lambda h}{r_{i+1} + r_i} \right) u_{i,k+1} - \lambda u_{i-1,k+1} = \lambda \left(1 + \frac{2h}{r_{i+1} + r_i} \right) u_{i+1,k} + 2 \left(1 - \lambda - \frac{\lambda h}{r_{i+1} + r_i} \right) u_{i,k} + \lambda u_{i-1,k}.$$

В результаті маємо рівняння такого вигляду:

$$A\mathbf{u}_{k+1} = B\mathbf{u}_k,$$

яке пов’язує між собою вектор-стовпці просторового розподілу концентрації u_i для двох сусідніх часових вузлів. Тут A та B – тридіагональні матриці, компоненти яких визначаються множниками біля відповідних значень u . Розв’язок його:

$$\mathbf{u}_{k+1} = A^{-1}B\mathbf{u}_k,$$

отже, покладаючи послідовно $k = 0, 1, \dots, n$, можна встановити вектор-стовпці \mathbf{u} для всіх вузлів часового інтервалу, тобто визначити часову еволюцію концентрації.

У розгорнутому вигляді рівняння дифузії в схемі Кранка-Ніколсона таке:

$$\begin{pmatrix} b_0 & c_0 & & & & & \\ a_1 & b_1 & c_1 & & & & \\ & & \dots & & & & \\ 0 & & a_{m-1} & b_{m-1} & c_{m-1} & & \\ & & & a_m & b_m & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{0,k+1} \\ u_{1,k+1} \\ \dots \\ u_{m-1,k+1} \\ u_{m,k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_0 & f_0 & & & & & \\ d_1 & e_1 & f_1 & & & & \\ & & \dots & & & & \\ 0 & & d_{m-1} & e_{m-1} & f_{m-1} & & \\ & & & d_m & e_m & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{0,k} \\ u_{1,k} \\ \dots \\ u_{m-1,k} \\ u_{m,k} \end{pmatrix}$$

Компоненти матриць A та B для внутрішніх вузлів з номерами $1, 2, \dots, m-1$ виписуються з базового співвідношення, однак для номерів 0 та m їх необхідно шукати окремо, використовуючи задані крайові умови.

Розглянемо вузол $i = 0$. Тоді, запровадивши фіктивний вузол $i = -1$, можемо записати:

$$u_r(0, t) = \frac{1}{h}(u_{0,k} - u_{-1,k}) = 0; u_{0,k} = u_{-1,k}; u_{0,k+1} = u_{-1,k+1}.$$

Звідси під час підстановки у базове рівняння, маємо:

$$-\lambda \left(1 + \frac{2h}{r_1 + r_0}\right) u_{1,k+1} + \left(2 + \lambda + \frac{2\lambda h}{r_1 + r_0}\right) u_{0,k+1} = \lambda \left(1 + \frac{2h}{r_1 + r_0}\right) u_{1,k} + \left(2 - \lambda - \frac{2\lambda h}{r_1 + r_0}\right) u_{0,k}$$

Отримані множники при u є послідовно виразами для c_0, b_0, f_0, e_0 .

Тепер розглянемо вузол $i = m$. Тоді, запровадивши фіктивний вузол $i = m+1$, маємо:

$$u_r(R, t) = \frac{1}{h}(u_{m+1,k} - u_{m,k}) = 0; u_{m+1,k} = u_{m,k}; u_{m+1,k+1} = u_{m,k+1}.$$

Звідси під час підстановки у базове рівняння:

$$(2 + \lambda)u_{m,k+1} - \lambda u_{m-1,k+1} = (2 - \lambda)u_{m,k} + \lambda u_{m-1,k}.$$

Отримані множники при u є послідовно виразами для b_m, a_m, e_m, d_m .

Результат роботи програми

Ми здійснили усю підготовчу теоретичну роботу, тому можна переходити до безпосередніх обчислень. Зробимо ще наступне зауваження. Для цієї задачі у CAS Maxima ми будемо оперувати здебільшого матрицями та списками, які не можуть містити індексу 0 . Тому всі номери вузлових точок зміщуються на 1 , і діапазони їх будуть $1 \dots m+1$ для просторових та $1 \dots n+1$ для часових.

Вносимо початкові дані задачі.

```
(%i2)ratprint:false$ fpprintprec:3$
(%i7)R:100$ S:1440$ D:0.2$ r0:4$ A0:100$
```

Виберемо $m = 75, n = 100$. Знайдемо числове значення величин λ та m_0 (кількість проміжків, які припадають на контейнер з речовиною). На відміну від Задачі 1, значення λ не впливає на стійкість розв'язку.

```
(%i13)m:75$ n:100$ h:R/m$ s:S/n$ lambda:D*s/h^2; m0:floor(r0/h);
(lambda)1.62
(m0) 3
```

Створюємо масив просторових вузлових точок R1.

```
(%i14)for i:1 thru m+1 do
(arraymake(R1, [i]), R1[0]:0,
```

```
R1[i]:R1[i-1]+h);
(%o14)done
```

Формуємо матриці A та B , окремо вносячи значення перших та останніх рядків кожної, котрі були отримані нами з крайових умов.

```
(%i15)A:zeromatrix(m+1,m+1)$
(%i16)for i:2 thru m do
for j:1 thru m+1 do
(if j=i then A[i,j]: 2+2*λ+2*λ*h/(R1[i+1]+R1[i])
else if j=i+1 then A[i,j]: -λ*(1+2*h/(R1[i+1]+R1[i]))
else if j=i-1 then A[i,j]: -λ
else 0)$
(%i20)A[1,1]:2+λ+2*λ*h/(R1[1]+R1[0])$ A[1,2]:-λ*(1+2*h/(R1[1]+R1[0]))$
A[m+1,m+1]:2+λ$ A[m+1,m]:-λ$
(%i21)B:zeromatrix(m+1,m+1)$
(%i22)for i:2 thru m do
for j:1 thru m+1 do
(if j=i then B[i,j]: 2-2*λ-2*λ*h/(R1[i+1]+R1[i])
else if j=i+1 then B[i,j]: λ*(1+2*h/(R1[i+1]+R1[i]))
else if j=i-1 then B[i,j]: λ
else 0)$
(%i26)B[1,1]:2-λ-2*λ*h/(R1[1]+R1[0])$ B[1,2]:λ*(1+2*h/(R1[1]+R1[0]))$
B[m+1,m+1]:2-λ$ B[m+1,m]:λ$
```

Записуємо вираз для ступінчастої функції $F(r)$. Створюємо список із $n + 1$ матриць-стовпчиків та у першу вносимо дискретизований розподіл функції F .

```
(%i27)F(r):=if r<=r0 then A0 else 0$
(%i28)U:makelist(zeromatrix(m+1,1),k,1,n+1)$
(%i29)for j:1 thru m+1 do
U[1][j,1]:F(R1[j]);
(%o29)done
```

Тепер запускаємо на виконання цикл послідовного обрахування основного рівняння для всіх матриць-стовпчиків зі списку U .

```
(%i30)for k:1 thru n do
U[k+1]:(invert(A).B).U[k]$
```

Обчислення завершені. Кожен вектор-стовпчик $U[k]$ із списку несе у собі інформацію розподілу концентрації для відповідної часової вузлової точки. Відображаючи на дисплей кожну матрицю, можна дізнаватися цілком точні значення концентрації домішки у просторових вузлових точках нашого розрахунку, і на кінцевих вузлах вона становить $\sim 10^{-7}$.

Для графічного представлення створимо масив $u[j,k]$, заповнивши його елементами списку U . Кожен елемент масиву $u[j,k]$ дає величину концентрації для пари «координат» (j, k) , які є цілими числами, тож перетворимо цей масив на звичайну функцію округленням змінних та побудуємо її графік (рис. 5).

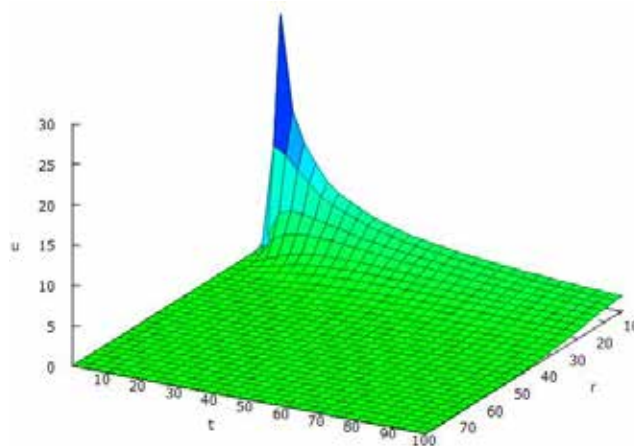


Рис. 5. Просторово-часовий розподіл концентрації домішки

Під час побудови графіка ми вибрали початок просторового проміжку з точки $m_0 + 1$, оскільки попередні точки дають тривіальні значення 100%. Як бачимо, розподіл концентрації дуже різко падає з плином часу, і це безпосередній наслідок двовимірності нашої системи: молекули домішки за радіального розширення початкової маси розсіюються за законом обернених квадратів. На відміну від одновимірного випадку, об'єм під кривою для кожного часового вузла не зберігається.

Здійснимо ще наступний крок для наочності зображення залежності $u(r, t)$. Для кожного часового вузла можна зробити відображення кривої розподілу у циліндричну систему координат командою `make_transform`. Це дасть змогу створити поверхню концентрації, накладену на полярну систему нашої задачі. Кілька створених таким чином поверхонь зображені на рис. 6.

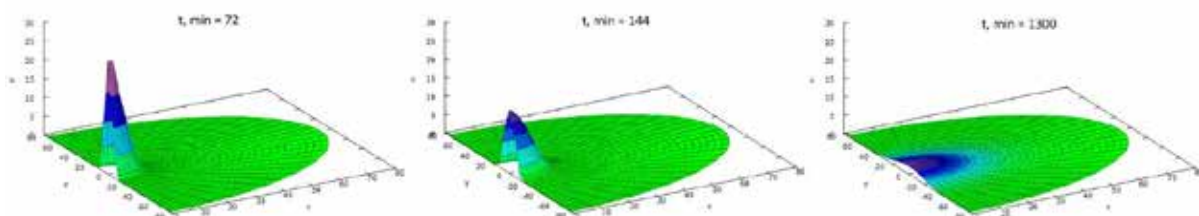


Рис. 6. Обчислені поверхні концентрації домішки за різного часу

Розглянемо тепер питання визначення межі граничної концентрації. Передусім нас будуть цікавити просторові вузли поблизу берега, тому відобразимо рівень u в інтервалі $(2m/5, m+1)$. Зробимо анімацію зростання кривої концентрації, виділивши лінію 0,1% графічно. Для цього використаємо пакет `draw`.

```
(%i36) U_list: makelist( gr2d(
title = concat("t, год = ",(k*14.4/60)),
font="Consolas",font_size = 16,color = red, label(["0.1 %",70,0.105]),
color = red, line_width = 2, explicit(0.1, x,2*m/5,m+1),
point_type = filled_circle, color = navy,
point_size = 1, points_joined = true, line_width = 2,
points(U[k]), xrange = [2*m/5,m+1], yrange = [0,0.2]), k,1,n)$
(%i37)draw( file_name = "Oil_plot_1",
dimensions = [600, 600],
```

```
terminal = animated_gif,  
delay = 10,  
U_list )$
```

Результат у вигляді gif-файлу буде міститися у папці, де збережена поточна сесія Maxima. Кілька кадрів анімації відображені на рис. 7. Можна спостерігти, що гранична концентрація досягне 30-го вузла ($45 \cdot h = 60$ м від берега) приблизно через 8 год, а рівно через добу вона досягне 45 вузла ($30 \cdot h = 40$ м від берега).

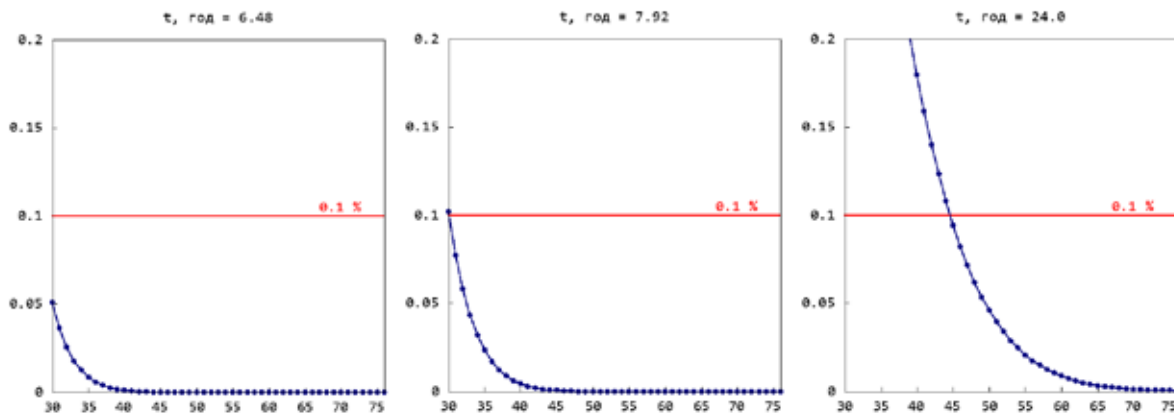


Рис. 7. Кілька кадрів анімації для визначення поширення граничної концентрації домішки

З порівняння розв’язків двох задач відразу можна відзначити разючу відмінність у кількості часових вузлових точок: у Задачі 1 їх 5000, у Задачі 2 їх 100, причому кількість просторових вузлів приблизно рівна. Це пов’язано перш за все з об’єктами оперування: в першому випадку це одновимірні списки, тоді як у другому – двовимірні масиви-матриці, відповідно, складність обробки вхідних даних зростає як $O(n)$ та $O(n^2)$. Така відмінність є характерною ознакою прямих та непрямих методів обчислень [8]. З іншого боку, кількість вузлів сітки у непрямій схемі може бути будь-якою для обох координатних осей, тоді як для прямої схеми довжини просторових та часових проміжків пов’язані між собою за посередництвом D .

Висновки

У роботі ми проаналізували та здійснили числовий розрахунок випадків центральносиметричного поширення дифундууючої домішки. Запрограмувавши симуляцію розчинення речовини, отримали просторово-часовий розподіл відсоткового складу домішки у воді; визначили часові значення розподілу домішки на поверхні води та просторовий розподіл критичного значення речовини поблизу напівкруглого мілкого берега.

Поширення речовини під час дифузії у напівпростір (2- або 3-вимірний) можна обрахувати аналітично, хоч і отримавши в результаті інтегральні вирази з ядром, що містить спеціальні функції Бесселя. Однак додавання ще одного близького джерела домішки відразу переводить задачу у аналітично нерозв’язну. Переваги нашої схеми розрахунку полягають у можливості застосування її і в такому випадку. Маючи вісь симетрії, можна виключити із залежності одну кутову змінну та розглядати задачу вже як просторово двовимірну. Тоді, застосувавши крім радіальної дискретної сітки додатково кутову, отримуємо принципову змогу для числового розрахунку такої ситуації.

Список використаної літератури

1. Iyengar S.R.K., Jain R.K. Numerical Methods. New Age International Limited, Publisher, 2009. 326 p.
2. Woochang Jeong, Taemin Ha. Numerical Simulation of Oil Spill in Ocean. *Journal of Applied Mathematics*. 2012. May. Special Issue 1. P. 1–5. DOI: 10.1155/2012/681585.
3. Eilleen Ao-Ieong, Anna Chang, Steven Gu. Modeling the BP Oil Spill of 2010: A Simplified Model of Oil Diffusion in Water. *UC San Diego Integrated Systems Neuroengineering Laboratory*. BENG 221, Fall 2012. 14. DOI: 10.1080/10934528709375362.
4. Donaldo Augusto Juvinao Barrios. Numerical simulation of oil spills: application to a coastal zone. *Universidad Politécnica de Madrid*. 2016. 63 p. [Master's thesis].
5. Leticia Helena Paulino de Assis, Estaner Claro Romao. Numerical Simulation of 1D Heat Conduction in Spherical and Cylindrical Coordinates by Fourth-Order Finite Difference Method. *International Journal of Mathematics Trends and Technology (IJMTT)*. 2017. Vol 46. No. 3. P. 125–128. DOI: <https://doi.org/10.14445/22315373/IJMTT-V46P521>.
6. Шваліковський Д. Моделювання процесів та систем у середовищі CAS Maxima. Луцьк: ВНУ імені Лесі Українки, 2024. 252 с.
7. Frank P. Lees, Parviz Sarram. Diffusion coefficient of water in some organic liquids. *Journal of Chemical and Engineering Data*. 1971. Vol. 16. No. 1. P. 41–44.
8. Kharab A., Guenther R.B. An Introduction to Numerical Methods. Taylor & Francis Group, 2019. 615 p.

References

1. Iyengar, S.R.K., & Jain, R.K. (2009). Numerical Methods. New Age International Limited, Publisher [in English].
2. Woochang, Jeong, & Taemin, Ha. (2012). Numerical Simulation of Oil Spill in Ocean. *Journal of Applied Mathematics*, May 2012, Special Issue 1. 1–15. DOI: 10.1155/2012/681585 [in English].
3. Ao-Ieong, E., Chang, A., & Gu, S. (2012). Modeling the BP Oil Spill of 2010: A Simplified Model of Oil Diffusion in Water. *UC San Diego Integrated Systems Neuroengineering Laboratory*, BENG 221, Fall 2012. 14. DOI: 10.1080/10934528709375362 [in English].
4. Barrios, D.A.J. (2016). Numerical simulation of oil spills: application to a coastal zone. Universidad Politécnica de Madrid. [Master's thesis] [in English].
5. Leticia, Helena Paulino de Assis, & Estaner, Claro Romao. (2017). Numerical Simulation of 1D Heat Conduction in Spherical and Cylindrical Coordinates by Fourth-Order Finite Difference Method. *International Journal of Mathematics Trends and Technology (IJMTT)*, 46 (3), 125–128. DOI: <https://doi.org/10.14445/22315373/IJMTT-V46P521> [in English].
6. Shvalikovskiy, D. (2024). Simulation of Processes and Systems in the CAS Maxima Environment. Lutsk: Lesya Ukrainka Volyn National University. [in Ukrainian].
7. Frank, P. Lees, & Parviz, Sarram. (1971). Diffusion coefficient of water in some organic liquids. *Journal of Chemical and Engineering Data*, 16 (1), 41–44 [in English].
8. Kharab, A., & Guenther, R.B. (2019). An Introduction to Numerical Methods. Taylor & Francis Group [in English].

Шваліковський Дмитро Миколайович – інженер лабораторії комп'ютерної фізики кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А.В. Свідзинського Волинського національного університету імені Лесі Українки. E-mail: shvaliko@gmail.com, ORCID: 0009-0009-8860-0329.

Shvalikovskiy Dmytro Mykolaiovych – Engineer of Computer Physics Laboratory at the Department of Theoretical and Computer Physics of the Lesya Uktainka Volyn National University. E-mail: shvaliko@gmail.com, ORCID: 0009-0009-8860-0329.

УДК 004.925.8:631.3

П.М. ЯБЛОНСЬКИЙ, Г.А. ВІРЧЕНКО, М.В. ГРУБИЧ
 Національний технічний університет України
 «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
 М.О. ТЕРЕЩУК
 Київський національний університет будівництва і архітектури

ЗАСТОСУВАННЯ СПОСОБУ ЗМЕНШЕННЯ СФЕРИ ПРОЄКТНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ НА ПРИКЛАДІ АНАЛІЗУ КОНСТРУКЦІЙНО-ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ПАРАМЕТРІВ ҐРУНТООБРОБНИХ ДИСКІВ

Нинішній історичний період доволі важкий для України, що пов'язано з воєнними діями на її території. Нині, поряд з акцентованими, особливо важливими є питання збереження та підвищення економічного потенціалу нашої держави. Одну з провідних ролей у зазначеному плані відіграє сільське господарство. Тому актуальну наукову проблему становить подальше його вдосконалення. Це стосується, зокрема, і покращення використовуваних технічних знарядь, наприклад ґрунтообробних дисків. Їх широка популярність зумовлена теперішніми передовими тенденціями щодо мінімального обробітку землі. Як порівняти з полицевими плугами, вони забезпечують суттєве зменшення витрат пального, сприяють збереженню вологи в ґрунті, запобігають його ерозії.

Стрімкий розвиток комп'ютерних інформаційних технологій дає змогу успішно впроваджувати різноманітні математичні засоби у виробництво. Для цього потрібно ефективно здійснювати належну адаптацію наявних та напрацювання нових відповідних прогресивних методів, прийомів, алгоритмів, моделей тощо. За наявності позитивних практичних результатів запропоновані підходи варто теоретично узагальнювати для їх подальшого покращення.

У публікації на прикладі наведених у літературі відомостей про конструкційно-експлуатаційні параметри ґрунтообробних дисків викладено запропоновану методику формалізації їх аналізу. Останній, на засадах способу зменшення сфери проєктних розв'язків, спрямований на визначення раціональних варіантів сільськогосподарських знарядь. При цьому вжито таку головну перевагу геометричних моделей, як відносна простота й наочність. Основна ідея зазначеного способу полягає в поступовому звуженні початкової допустимої сфери параметрів із метою дефініції одного або кількох належних варіантів створюваного виробу, які з геометричних позицій становлять, зазвичай, певні точки в багатовимірному просторі. Використано типовий прийом візуалізації багатовимірних фігур необхідною сукупністю ліній або поверхонь відповідно дво- та тривимірного простору. Розглянуто напрями проведення подальших наукових досліджень з окресленої тематики.

Ключові слова: автоматизоване проєктування, геометричне моделювання, ґрунтообробні диски, конструкційно-експлуатаційні параметри, спосіб зменшення сфери проєктних розв'язків.

P.M. YABLONSKYI, G.A. VIRCHENKO, M.V. HRUBYCH
 National Technical University of Ukraine
 "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"
 M.O. TERESCHUK
 Kyiv National University of Construction and Architecture

APPLICATION OF THE METHOD OF REDUCING THE AREA OF PROJECT SOLUTIONS ON THE EXAMPLE OF THE ANALYSIS OF DESIGN AND OPERATIONAL PARAMETERS OF TILLAGE DISCS

The current historical period is quite difficult for Ukraine, which is connected with military actions on its territory. At present, along with the emphasized ones, the issues of preserving and increasing the economic potential of our state are also particularly important. Agriculture plays one of the leading roles in this regard. Therefore, its further improvement is an urgent scientific problem. This applies, in particular, to the improvement of the used technical tools, for example, tillage discs. The widespread popularity of the latter is due to current advanced trends in minimal tillage. Compared to shelf plows, these discs provide a significant reduction in fuel consumption, help retain moisture in the soil, and prevent erosion.

The rapid development of computer information technologies makes it possible to successfully introduce various mathematical tools into production. For this, it is necessary to effectively adapt the already existing and develop new corresponding progressive methods, techniques, algorithms, models, etc. In the presence of positive practical results, the proposed approaches should be theoretically generalized for their further improvement.

In this publication, on the example of the information given in the literature about the design and operational parameters of tillage discs, the proposed methodology of formalization of their analysis is considered. The latter, based on the application of the method of reducing the area of design solutions, is aimed at determining rational options for agricultural implements. In this case, the main advantage of geometric models, such as their relative simplicity and clarity, was used. The main idea of the specified method is to gradually narrow the initial permissible range of parameters in order to determine one or several appropriate variants of the product being created, which, from the geometrical positions, usually represent certain points in a multidimensional space. A typical technique for visualizing a multidimensional figure with the necessary set of lines or surfaces of two- and three-dimensional space, respectively, was used. Directions for further scientific research on outlined topic are considered.

Key words: automated design, geometric modeling, tillage discs, design and operational parameters, method of reducing the area of project solutions.

Постановка проблеми

Нині комп'ютерні інформаційні технології дедалі ширше проникають у різноманітні сфери життєдіяльності. Зокрема, це стосується сільськогосподарського виробництва, удосконалення якого становить актуальну наукову прикладну проблему. Один зі шляхів її розв'язання полягає в покращенні використовуваних знарядь, зокрема ґрунтообробних дисків. Їх популярність пов'язана із сучасними прогресивними тенденціями щодо мінімального обробітку землі. Це забезпечує, як порівняти з полицевими плугами, значне зниження енергетичних витрат, зберігає вологу в ґрунті, зменшує його ерозію. У цій публікації, спираючись на наведені в літературі відомості про конструкційно-експлуатаційні параметри ґрунтообробних дисків, подано запропоновану методику формалізації виконання їх аналізу. Останній базується на застосуванні способу зменшення сфери проєктних розв'язків та спрямований на раціональне автоматизоване проєктування технічних об'єктів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Деякі інноваційні підходи в аграрному секторі, які важливі для сучасної ери комп'ютеризації, описані виданням [1]. У статті [2] виконано систематизацію робочих органів сільськогосподарських знарядь засобами структурно-параметричного формоутворення. Дослідження [3] присвячено запропонованій методиці геометричного моделювання груп технічних об'єктів на прикладі ґрунтообробних дисків шляхом використання принципу інтеграції. Актуальність належного вивчення даних технічних об'єктів підтверджується також закордонними публікаціями, наприклад [4; 5]. У них на підставі натурних експериментів проаналізовано певну кількість дисків різної форми та розмірів, порівняно отриману їх ефективність на кількох глибинах обробітку ґрунту. Доволі докладно й багатогранно висвітлено питання щодо конструкції та експлуатації цих знарядь у монографії [6]. Базові теоретичні основи способу зменшення сфери проєктних розв'язків наведено в праці [7], а перспективи його розвитку окреслено у виданні [8].

Мета дослідження

Головне завдання цієї публікації – подати запропоновану методику формалізації аналізу конструкційно-експлуатаційних параметрів ґрунтообробних дисків шляхом застосування для цього способу зменшення сфери проєктних розв'язків. Визначено також деякі напрями подальшого вдосконалення розглянутого підходу.

Викладення основного матеріалу дослідження

Для автоматизованого проєктування сільськогосподарських знарядь важливе оптимальне поєднання їхніх різноманітних конструкційних та експлуатаційних параметрів. На нинішньому етапі розвитку ґрунтообробної механіки при моделюванні відповідних технологічних процесів якісне опрацювання наявної теоретичної та експериментальної інформації становить особливо відповідальне завдання. Проілюструємо один зі шляхів його виконання за допомогою способу зменшення сфери проєктних розв'язків.

У монографії [6] викладено відомості щодо впливу деяких конструкційних параметрів на агротехнічні показники функціонування ґрунтообробних дисків, див. рис. 1.

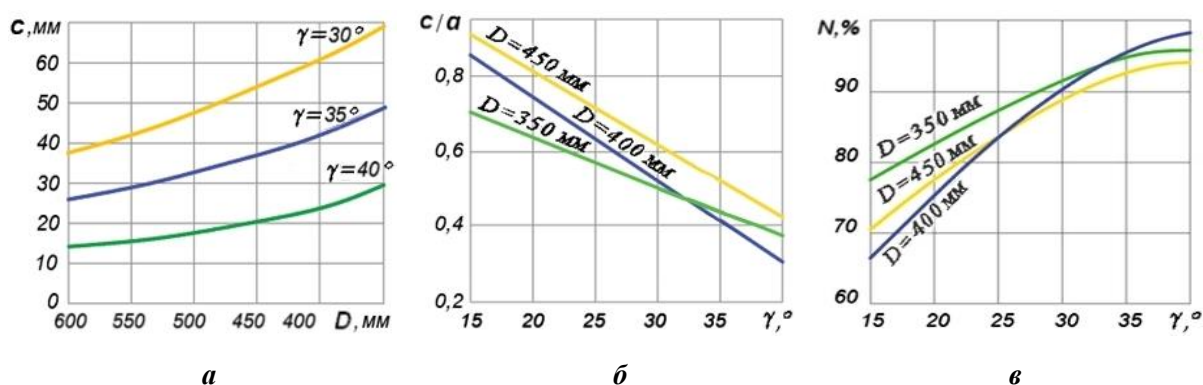


Рис. 1. Залежності агротехнічних показників: *a* – висоти *c* гребенів від діаметра *D* диска та кутів атаки γ ; *b* – відношення *c* до глибини *a* обробітку від γ для різних *D*; *v* – ступеня *N* підрізання рослинних залишків від γ та *D*

Із цих зображень видно, що зменшення діаметра *D* диска зумовлює зростання висоти *c* гребенів борозни, а збільшення кута атаки γ має протилежний вплив. Великі значення останнього покращують підрізання *N* рослинних залишків, однак можуть сприяти забиванню цього сільськогосподарського знаряддя ґрунтом. Відношення висоти гребенів *c* до глибини обробітку *a* спадає зі зростанням кута атаки.

Головна ідея способу зменшення сфери проєктних розв’язків полягає в поступовому раціональному визначенні одного або кількох варіантів опрацьовуваного технічного об’єкта, які з геометричних позицій ϵ , зазвичай, певними точками в багатовимірному просторі. Нехай у випадку, що аналізується, початкова сфера допустимих розв’язків має вигляд:

$$D \in [350 \ll; 600 \ll], \quad c \in [0 \ll; 70 \ll], \quad c/a \in [0,2; 0,9],$$

$$\gamma \in [15^0; 40^0], \quad N \in [60\%; 100\%]. \tag{1}$$

Значимо, що в загальному випадку сфера (1) може бути значно складнішою. З наведених виразів видно, що це п’ятивимірний простір параметрів

$$P = (D, c, a, \gamma, N), \tag{2}$$

де в кортежі (2) перші чотири параметри геометричні, а останній – агротехнічний.

На основі традиційного підходу геометричного моделювання стосовно представлення деякого багатовимірному об’єкта певними простішими фігурами апроксимуємо експериментальні графіки рис. 1 аналітичними залежностями за допомогою методу найменших квадратів.

Тоді отримуємо для:

– рис. 1, *a*

$$c(\gamma = 30^0, D \ll) = 202,51 \cdot 10^{-6} D^2 - 0,31917 \cdot D + 156,68; \tag{3}$$

$$c(\gamma = 35^0, D \ll) = 145,23 \cdot 10^{-6} D^2 - 0,23008 \cdot D + 111,76; \tag{4}$$

$$c(\gamma = 40^0, D \ll) = 185,93 \cdot 10^{-6} D^2 - 0,23864 \cdot D + 90,39; \quad (5)$$

– рис. 1, б

$$\frac{c}{a} (D = 350 \ll, \gamma^0) = -0,0128 \cdot \gamma + 0,892; \quad (6)$$

$$\frac{c}{a} (D = 400 \ll, \gamma^0) = -0,022 \cdot \gamma + 1,18; \quad (7)$$

$$\frac{c}{a} (D = 450 \ll, \gamma^0) = -0,02 \cdot \gamma + 1,22; \quad (8)$$

– рис. 1, в

$$N(D = 350 \ll, \gamma^0) = -0,01764 \cdot \gamma^2 + 1,70779 \cdot \gamma + 56,23; \quad (9)$$

$$N(D = 400 \ll, \gamma^0) = -0,03668 \cdot \gamma^2 + 3,31307 \cdot \gamma + 24,45; \quad (10)$$

$$N(D = 450 \ll, \gamma^0) = -0,02656 \cdot \gamma^2 + 2,39008 \cdot \gamma + 41,06. \quad (11)$$

Залежності (3) ... (11) ілюструють конкретне застосування каркаса ліній для відтворення багатовимірною геометричного об'єкта.

Нехай далі на основі наявних даних, міркувань проектування, конструювання, вимог експлуатації тощо вводять додаткові обмеження на початкову сферу допустимих розв'язків (1) у вигляді

$$D \in (350 \ll, 400 \ll, 450 \ll),$$

$$a \in [50 \ll \dots 100 \ll], \quad c \in [0 \ll \dots 50 \ll], \quad (12)$$

$$\frac{c}{a} \in [0 \dots 0,5], \quad \gamma \in [15^0; 40^0], \quad N \in [90\%; 100\%].$$

Тобто з неперервного вихідного проміжку величин діаметра D виокремлено три опрацьовані його дискретні значення, встановлено необхідну глибину обробітку a та висоту гребенів c , їх бажане співвідношення, діапазон кута атаки γ залишено без змін, обмежено ступень N підрізання рослинних залишків.

Розглянемо зменшення сфери проектних розв'язків унаслідок умов (12). З рис. 1, в та формул (9) ... (11) маємо

$$N(D = 350 \ll, \gamma^0) = -0,01764 \cdot \gamma^2 + 1,70779 \cdot \gamma + 56,23 = 90\%; \quad (13)$$

$$N(D = 400 \ll, \gamma^0) = -0,03668 \cdot \gamma^2 + 3,31307 \cdot \gamma + 24,45 = 90\%; \quad (14)$$

$$N(D = 450 \ll, \gamma^0) = -0,02656 \cdot \gamma^2 + 2,39008 \cdot \gamma + 41,06 = 90\%. \quad (15)$$

На основі рівнянь (13) ... (15) одержуємо скореговані діапазони кутів атаки для дисків:

$$D = 350 \text{ мм}, \gamma \in [27,7^0; 40^0]; \quad (16)$$

$$D = 400 \text{ мм}, \gamma \in [29,1^0; 40^0]; \quad (17)$$

$$D = 450 \text{ мм}, \gamma \in [31,5^0; 40^0]. \quad (18)$$

Застосувавши проміжки (16) ... (18) та залежності (6) ... (8), див. рис. 1, б, уточнюємо для досліджуваних дисків відношення висоти c гребенів до глибини a обробітку ґрунту:

$$D = 350 \ll, \frac{c}{a} \in [0,38; 0,54]; \quad (19)$$

$$D = 400 \ll, \frac{c}{a} \in [0,3; 0,54]; \quad (20)$$

$$D = 450 \ll, \frac{c}{a} \in [0,42; 0,59]. \quad (21)$$

З виразів (19) ... 21), узявши до уваги обмеження (12), одержуємо:

$$D = 350 \ll, \frac{c}{a} \in [0,38; 0,5]; \quad (22)$$

$$D = 400 \ll, \frac{c}{a} \in [0,3; 0,5]; \quad (23)$$

$$D = 450 \ll, \frac{c}{a} \in [0,42; 0,5]. \quad (24)$$

Маючи дані, див. рис. 1, а, для висоти гребенів залежно від дискретних кутів атаки $\gamma \in (30^0; 35^0; 40^0)$, на основі проміжків (16) ... (18) отримуємо:

$$D = 350 \text{ мм}, \gamma \in (30^0; 35^0; 40^0); \quad (25)$$

$$D = 400 \text{ мм}, \gamma \in (30^0; 35^0; 40^0); \quad (26)$$

$$D = 450 \text{ мм}, \gamma \in (35^0; 40^0). \quad (27)$$

Для декартового добутку $D \times \gamma$ елементів (25) ... (27) із використанням співвідношень (3) ... (5), див. рис. 1, а, маємо такі кортежі формату (D, γ, c) :

$$\begin{aligned} & (350 \text{ мм}; 30^0; 69,8 \text{ мм}), (350 \text{ мм}; 35^0; 49 \text{ мм}), (350 \text{ мм}; 40^0; 29,6 \text{ мм}), \\ & (400 \text{ мм}; 30^0; 61,4 \text{ мм}), (400 \text{ мм}; 35^0; 43 \text{ мм}), (400 \text{ мм}; 40^0; 24,7 \text{ мм}), \quad (28) \\ & (450 \text{ мм}; 35^0; 37,6 \text{ мм}), (450 \text{ мм}; 40^0; 20,7 \text{ мм}). \end{aligned}$$

З урахуванням обмежень (12), із множин (28) залишаються

$$\begin{aligned} & (350 \text{ мм}; 35^0; 49 \text{ мм}), (350 \text{ мм}; 40^0; 29,6 \text{ мм}), \\ & (400 \text{ мм}; 35^0; 43 \text{ мм}), (400 \text{ мм}; 40^0; 24,7 \text{ мм}), \quad (29) \\ & (450 \text{ мм}; 35^0; 37,6 \text{ мм}), (450 \text{ мм}; 40^0; 20,7 \text{ мм}). \end{aligned}$$

Висоти гребенів у виразах (29) та формули (22) ... (24) дають змогу обчислити належні проміжки величин глибини a обробітку ґрунту з узяттям до уваги також вимог (12). Остаточно зменшена початкова сфера проєктних розв'язків (1) за розглянутих вище обмежень отримує такий вигляд у форматі (D, γ, c, a, N) :

$$\begin{aligned} & (350 \text{ мм}; 35^0; 49 \text{ мм}; [98 \text{ мм}, 100 \text{ мм}]; [90\%, 100\%]), \\ & (350 \text{ мм}; 40^0; 29,6 \text{ мм}; [59 \text{ мм}, 78 \text{ мм}]; [90\%, 100\%]), \\ & (400 \text{ мм}; 35^0; 43 \text{ мм}; [86 \text{ мм}, 100 \text{ мм}]; [90\%, 100\%]), \quad (30) \\ & (400 \text{ мм}; 40^0; 24,7 \text{ мм}; [49 \text{ мм}, 82 \text{ мм}]; [90\%, 100\%]), \\ & (450 \text{ мм}; 35^0; 37,6 \text{ мм}; [75 \text{ мм}, 90 \text{ мм}]; [90\%, 100\%]), \\ & (450 \text{ мм}; 40^0; 20,7 \text{ мм}; [41 \text{ мм}, 49 \text{ мм}]; [90\%, 100\%]). \end{aligned}$$

Як видно, значення (30) повністю задовольняють умови (12). Отже, на прикладі аналізу впливу деяких конструкційних параметрів ґрунтообробних дисків на їх експлуатаційні показники показано конкретне застосування способу зменшення сфери проєктних розв'язків, який у цьому разі реалізовано графоаналітичними прийомами. При цьому широко вжито такі переваги геометричних моделей, як відносна простота й наочність. Отриманий результат дає змогу надалі спеціалізованим дисциплінам, зокрема ґрунтообробній механіці, виконувати детальніше опрацювання розглянутих знярядь.

Перспективами викладених досліджень у практичному плані є поширення викладеної методики не тільки на інші види сільськогосподарської техніки, а й на решту виробів промислової продукції. У теоретичному аспекті доречно узагальнення запропонованого підходу на

використання, з погляду геометричного моделювання, не тільки ліній, як у наведених ілюстраціях, а також поверхонь та тривимірних фігур. Формально це зробити не важко, зокрема, інтерполяцією або апроксимацією ліній кожного зображення рис. 1 відповідною поверхнею. Але виникає питання рівня адекватності отриманої в такий спосіб математичної моделі. Мається на увазі насамперед допустима точність виконаних так узагальнень. Зазначене питання може бути вирішене проведенням певної серії належних натурних експериментів. Зауважимо, що окреслені завдання доволі важливі для забезпечення якісного автоматизованого проектування різноманітних технічних виробів.

Висновки

Цю публікацію присвячено важливій сучасній науковій прикладній проблемі подальшого покращення сільськогосподарського виробництва. Проаналізовані завдання, особливо актуальні в нинішній важкій воєнний період для нашої держави, оскільки вказана галузь народного господарства зараз є однією з провідних для економіки України. У виконаному дослідженні здійснено ілюстрацію використання способу зменшення сфери проектних розв'язків для проведення належного комплексного аналізу конструкційно-експлуатаційних параметрів ґрунтообробних дисків. Відомо, що зазначені знаряддя суттєво підвищують ефективність багатьох теперішніх аграрних технологічних процесів. Тому їх удосконалення становить одне з ключових поточних завдань науки та виробництва. У статті також визначено деякі основні перспективні напрями подальшого розвитку описаного підходу щодо узагальнення наявних теоретичних напрацювань та розширення практичного застосування розглянутої методики як у сільському господарстві, так і в інших галузях промисловості.

Список використаної літератури

1. Stender S., Tsvihun I., Balla I., Borkovska V., Haibura Yu. Innovative approaches to improving the agricultural sector in the era of digitalization of the economy. *Scientific Horizons*. 2024. Vol. 27, № 3. P. 154–163. doi: 10.48077/scihor3.2024.154.
2. Ванін В. В., Вірченко Г. А., Яблонський П. М. Деякі геометричні аспекти класифікації дискових робочих органів ґрунтообробних знарядь. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь : МДПУ, 2019. Вип. 16. С. 70–75. doi: 10.33842/2313-125X-2019-16.
3. Ванін В. В., Вірченко Г. А., Яблонський П. М. Автоматизоване геометричне моделювання дискових робочих органів технічних об'єктів. *Інформаційні системи, механіка та керування*. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. Вип. 21. С. 5–13. doi: 10.20535/2219-3804212019197602.
4. Xu G., Xie Y., Peng S., Liang L., Ding Q. Performance evaluation of vertical discs and disc coulters for conservation tillage in an intensive rice–wheat rotation system. *Agronomy*. 2023. Vol. 13, 1336. doi: 10.3390/agronomy13051336.
5. Zeng Z., Thoms D., Chen Y., Ma X. Comparison of soil and corn residue cutting performance of different discs used for vertical tillage. *Scientific Reports*. 2021. Vol. 11, 2537. doi: 10.1038/s41598-021-82270-9.
6. Гуцол О. П., Ковбаса В. П. Обґрунтування параметрів і режимів руху ґрунтообробних машин з дисковими робочими органами : Монографія. Київ : НУБіП України, 2016. 145 с.
7. Яблонський П. М. Деякі питання узагальнення засобів геометричного моделювання для проектування технічних об'єктів. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь : МДПУ, 2018. Вип. 13. С. 192–198.
8. Ванін В. В., Вірченко Г. А., Яблонський П. М., Незенко А. Й. Деякі актуальні задачі сучасного комп'ютерного геометричного моделювання технічних об'єктів. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ : КНУБА, 2020. Вип. 97. С. 16–22. doi: 10.32347/0131-579x.2020.97.

References

1. Stender, S., Tsvihun, I., Balla, I., Borkovska, V., & Haibura, Yu. (2024). Innovative approaches to improving the agricultural sector in the era of digitalization of the economy. *Scientific Horizons*, 27(3), 154–163. doi: 10.48077/scihor3.2024.154 [in English].
2. Vanin, V. V., Virchenko G. A., & Yablonskyi P. M. (2019). Deiaki heometrychni aspekty klasyfikatsii diskovykh robochykh orhaniv gruntoobrobnykh znariad. [Some geometrical aspects of the classification of disc working bodies of tillage implements]. *Suchasni problemy modeliuвання*, 16, 70–75. doi: 10.33842/2313-125X-2019-16 [in Ukrainian].
3. Vanin, V. V., Virchenko, G. A., & Yablonskyi P. M. (2019). Avtomatyzovane heometrychne modeliuвання diskovykh robochykh orhaniv tekhnichnykh ob'ektiv. [Automated geometrical modelling of disc working bodies of technical objects]. *Informatsiini systemy, mekhanika ta keruvannya*, 21, 5–13. doi: 10.20535/2219-3804212019197602 [in Ukrainian].
4. Xu, G., Xie, Y., Peng, S., Liang, L., & Ding, Q. (2023). Performance evaluation of vertical discs and disc coulters for conservation tillage in an intensive rice–wheat rotation system. *Agronomy*, 13, 1336. doi: 10.3390/agronomy13051336 [in English].
5. Zeng, Z., Thoms, D., Chen, Y., & Ma, X. (2021). Comparison of soil and corn residue cutting performance of different discs used for vertical tillage. *Scientific Reports*, 11, 2537. doi: 10.1038/s41598-021-82270-9 [in English].
6. Hutsol, O. P., & Kovbasa, V. P. (2016). *Obgruntuvannya parametriv i rezhymiv rukhu gruntoobrobnykh mashyn z diskovymy robochymy orhanamy: Monohrafiia. [Justification of the parameters and modes of movement of tillage machines with disc working bodies: Monograph]*. Kyiv: NUBiP [in Ukrainian].
7. Yablonskyi, P.M. (2018). Deiaki pytannya uzahalnennia zasobiv heometrychnoho modeliuвання dlia proektuvannya tekhnichnykh ob'ektiv. [Some issues of generalization of geometric modelling tools for the design of technical objects]. *Suchasni problemy modeliuвання*, 13, 192–198. [in Ukrainian].
8. Vanin, V. V., Virchenko, G. A., Yablonskyi, P. M., & Nezenko, A. I. (2020). Deiaki aktualni zadachi suchasnoho kompiuternoho heometrychnoho modeliuвання tekhnichnykh ob'ektiv. [Some actual problems of modern computer geometric modelling of technical objects.]. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*, 97, 16–22. doi: 10.32347/0131-579x.2020.97 [in Ukrainian].

Яблонський Петро Миколайович – к.т.н., доцент, доцент кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп’ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: ypn@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1971-5140.

Вірченко Геннадій Анатолійович – д.т.н., професор, завідувач кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп’ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: kpivir@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9586-4538.

Грубич Марія Володимирівна – асистент кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп’ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: mariya.grubich@gmail.com, ORCID: 0009-0003-9056-3826.

Терещук Микола Олександрович – к.т.н., докторант кафедри архітектурних конструкцій Київського національного університету будівництва і архітектури. E-mail: nikolatereschuk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4444-3677.

Yablonskyi Petro Mykolaiovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Descriptive Geometry, Engineering and Computer Graphics of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. E-mail: ypn@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1971-5140.

Virchenko Gennadii Anatoliyovych – Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of Descriptive Geometry, Engineering and Computer Graphics of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. E-mail: kpivir@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9586-4538.

Hrubych Mariya Volodymyrivna – Assistant at the Department of Descriptive Geometry, Engineering and Computer Graphics of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. E-mail: mariya.grubich@gmail.com, ORCID: 0009-0003-9056-3826.

Tereschuk Mykola Oleksandrovych – Candidate of Technical Sciences, Doctoral Student at the Department of Architectural Structures of the Kyiv National University of Construction and Architecture. E-mail: nikolatereschuk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4444-3677.

УДК 539.3

Н.О. ЯРЕЦЬКА

Національна академія Державної прикордонної служби України імені Богдана Хмельницького;

Хмельницький національний університет

А.О. РАМСЬКИЙ

Хмельницький національний університет

В.В. МОРОЗ

Хмельницький кооперативний торговельно-економічний інститут

ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ КОНТАКТУ ПРУЖНИХ ПІВПРОСТОРІВ ТА КІЛЬЦЕВОГО ШТАМПА З ПОЧАТКОВИМИ НАПРУЖЕННЯМИ

Представлено дослідження математичної моделі контакту двох попередньо напружених півпросторів, які тиснуть на пружний кільцевий циліндр з початковими напруженнями. Зроблено припущення про те, що поверхні поза межею контакту залишаються вільними від впливу зовнішніх сил, а на межі контакту переміщення та напруження – неперервні. Дослідження виконано у загальному вигляді для стисливих (нестисливих) тіл для теорії великих (кінцевих) початкових деформацій та двох варіантів теорії малих початкових деформацій за довільної структури пружного потенціалу з використанням співвідношень лінеаризованої теорії пружності основ (півпросторів) однорідні та рівні. Дослідження проводиться в координатах початкового деформованого стану, які пов'язані з лагранжевими координатами (природного стану). Крім того, вплив циліндричного штамп викликає невеликі збурення відповідних величин основного напружено-деформованого стану. Задача розв'язана для випадку рівних коренів характеристичного рівняння та сформульована у вигляді розв'язку потрібних інтегральних рівнянь. Вони зводяться до одного інтегрального рівняння способом підстановки. Оскільки задача вісесиметрична, ядро інтегрального рівняння залежить від добутку трьох функцій Бесселя. Для розв'язку була використана формула, що представляє добуток двох функцій Бесселя у ряд. Це дало змогу звести задачу до функціонального рівняння. Воно пов'язує переміщення штамп з невідомими коефіцієнтами розподілу контактних напружень. В свою чергу, отримане функціональне рівняння було зведено до нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Цю систему розв'язуємо методом редукції (утиання). Під час дії навантаження на кільцевий штамп розподіл контактних напружень знаходимо у вигляді ряду добутків приєднаних функцій Лежандра. Числовий аналіз представлено графічно для випадку гармонічного потенціалу.

Важливо відзначити, що врахування початкових (залишкових) напружень в межах лінеаризованої теорії пружності істотно змінює постановку та значно ускладнює розв'язання контактної задачі. Запропонований у статті метод дав змогу виявити вплив початкових напружень на контактні характеристики тіл, а також посприяти підвищенню надійності та довговічності інженерних споруд та конструкцій.

Ключові слова: кільцевий циліндричний штамп, лінеаризована теорія пружності, контактні проблеми, початкові напруги, залишкові напруги.

N.O. YARETS'KA

Bohdan Khmelnytskyi National Academy of the State Border Guard Service of Ukraine;

Khmelnytskyi National University

A.O. RAMSKY

Khmelnytskyi National University

V.V. MOROZ

Khmelnytskyi Cooperative Trade and Economic Institute

RESEARCH OF THE MATHEMATICAL MODEL OF THE CONTACT OF ELASTIC HALF-SPACES AND A RING STAMP WITH INITIAL STRESSES

A study of the mathematical model of the contact of two prestressed half-spaces pressing on an elastic ring cylinder with initial stresses is presented. It is assumed that the surfaces outside the contact boundary remain free from the influence of external forces, and at the contact boundary displacements and stresses are continuous. The study was performed in a general form for compressible (incompressible) bodies for the theory of large (final) initial deformations and two variants of the theory of small initial deformations with an arbitrary structure of the elastic potential using the relations of the linearized theory of elasticity without taking into account frictional forces. We assume that the initial states of the elastic

cylindrical die and the elastic bases (half-spaces) are homogeneous and equal. The study is carried out in the coordinates of the initial deformed state, which are related to the Lagrangian coordinates (of the natural state). In addition, the influence of the cylindrical stamp causes small perturbations of the corresponding values of the main stress-strain state. The problem is solved for the case of equal roots of the characteristic equation and is formulated as a solution of triple integral equations. They are reduced to one integral equation by substitution. Since the problem is axisymmetric, the kernel of the integral equation depends on the product of three Bessel functions. For the solution, a formula representing the product of two Bessel functions in a series was used. This made it possible to reduce the problem to a functional equation. This equation relates the die displacement to the unknown contact stress distribution coefficients. In turn, the obtained functional equation was reduced to an infinite system of linear algebraic equations. We solve this system by the method of reduction. When a load is applied to the ring dies, the distribution of contact stresses is found in the form of a series of products of the connected Legendre functions. The numerical analysis is presented graphically for the case of harmonic potential.

It is important to note that taking into account the initial (residual) stresses within the linearized theory of elasticity significantly changes the formulation and significantly complicates the solution of the contact problem. The method proposed in the article made it possible to reveal the influence of initial stresses on the contact characteristics of bodies and contribute to increasing the reliability and durability of engineering structures and structures.

Key words: ring cylindrical stamp, linearized theory of elasticity, contact problems, initial stresses, residual stresses.

Постановка проблеми

Проблема дослідження впливу початкових напружень на тіла, що перебувають у контакті, виникла в цілій низці фундаментальних та прикладних наукових напрямів, як-от механіка композитів, механіка матеріалів та елементів конструкцій, неруйнівні методи визначення навантажень, сейсмологія, біомеханіка, механіка гірських порід, геофізика. Отже, необхідність у дослідженні впливу початкових напружень на контактну взаємодію тіл є важливим аспектом вивчення представлених проблем.

Практичний аспект моделювання та розв'язку подібних задач зумовлений достатнім впливом залишкових (технологічних) напружень на висотні споруди, як-от димові труби, водонапірні вежі, градирні, якщо моделлю ґрунтової основи або перекриття прийнято пружний півпростір або шар. Також цей вплив важливо враховувати в деталях різноманітних механізмів, машин та конструкцій, які використовуються у промисловості й інших галузях.

Початкові (залишкові або технологічні) напруження можуть виникати в результаті вітровоного навантаження на споруди; навантаження від власної ваги споруд; виробничих процесів виготовлення матеріалів; попередньої технологічної обробки матеріалів або частин конструкцій; складання конструкцій; геостатичних та геодинамічних сил земної кори; деформації мерзлих ґрунтів; зняття навантаження у пластичних тілах; процесів у кровоносних судинах живих істот та інших випадках.

Для компенсації контактних напружень, що виникають у процесі роботи в елементах конструкцій, доречно іноді навмисно створювати початкові (залишкові, технологічні) напруження. Це дає змогу підвищити міцність конструкцій та матеріалів, з яких вони виготовлені. Адже, ще у роботі [1] було доведено, що за стискаючих та розтягуючих початкових напружень контактні напруження та переміщення поведуться по-іншому у кількісному плані.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Оглядаючи праці контактної механіки, визначили, що моделі, які враховують складні фізичні та механічні властивості тіл були розглянуті у праці [2]. Загалом дія початкових напружень на контакт тіл вимагає використовувати під час дослідження нелінійну теорію пружності [3]. Але, якщо початкові напруження будуть достатньо великими, можна обмежитись її лінеаризованим варіантом [1].

Лінеаризована теорія пружності для тіл з початковими напруженнями вперше була запропонована у роботі [4]. Також у монографії [5] автором було використано міркування фізичного характеру і не завжди суворо дотримано принцип лінеаризації нелінійної теорії. Це розвинуло теорію інкрементальних деформацій для тіл з початковими напруженнями. Хоча спроба побудувати спрощений варіант такої теорії з міркувань фізичного характеру була ще у Коші (XIX ст.).

Однією з перших робіт, де було представлено розв'язок задачі для колової тріщини пружного нестисливого тіла з початковими напруженнями у разі конкретного виду потенціалу, була праця [6]. Наукові дослідження, в яких контактні задачі були розв'язані для конкретних потенціалів, представлені працями [7]. В них одна й та сама задача для попередньо напружених тіл розглядалась одними авторами для потенціалу одного конкретного типу, а іншими – для потенціалу іншого типу. Цей підхід не сприяє раціоналізації розв'язку контактних задач.

Тому, на думку авторів, ефективніше розв'язувати контактні задачі у загальному вигляді для стисливих та нестисливих тіл за довільної форми пружного потенціалу. До таких робіт можна віднести праці [1; 2; 8], що мають фундаментальний характер у цьому напрямі.

Цей метод розв'язку заснований на теорії функції комплексної змінної для плоских задач і теорії потенціалу для просторових контактних задач. Цей підхід дає змогу розв'язати поставлену контактну задачу в єдиній загальній формі для стисливих (нестисливих) тіл за довільної структури пружного потенціалу. А необхідні числові результати для конкретних пружних потенціалів отримують на завершальному етапі. Припущення, які є основними для лінеаризованої теорії пружності і цього підходу, наведені у роботі [8].

Отже, у статті представлено математичну модель та дослідження контактної задачі для двох попередньо напружених півпросторів, які тиснуть на пружний кільцевий циліндр з початковими напруженнями. Дослідження виконано у загальному вигляді для стисливих (нестисливих) тіл для теорії великих (кінцевих) початкових деформацій та двох варіантів теорії малих початкових деформацій за довільної структури пружного потенціалу з використанням співвідношень лінеаризованої теорії пружності без урахування сил тертя. Задача сформульована у вигляді розв'язку потрійних інтегральних рівнянь. Вони зводяться до одного інтегрального рівняння способом підстановки. Оскільки поставлена задача вісесиметрична, ядро інтегрального рівняння залежить від добутку трьох функцій Бесселя. Для розв'язку була використана формула, що представляє добуток двох функцій Бесселя у подвійну суму добутків гіпергеометричної функції на функцію Бесселя. Це дало змогу звести задачу до функціонального рівняння. Це рівняння пов'язує переміщення штампа з невідомими коефіцієнтами розподілу контактних напружень. В свою чергу, отримане функціональне рівняння було зведено до нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Цю систему розв'язуємо методом редукції (утинання) [9]. Під час дії навантаження на кільцевий штамп розподіл контактних напружень знаходимо у вигляді рядів добутків приєднаних функцій Лежандра з вагою, що відповідає особливостям у контактних напруженнях на межах штампу.

У задачі зроблено припущення, що початкові напружено-деформовані стани у кільцевих штампах та півпросторах або шарі однорідні та рівні. У статті [10] розглянута контактна взаємодія кільцевого штампа з попередньо напруженим ізотропним шаром.

Мета дослідження

Основною метою роботи є дослідження проблем механіки твердого деформованого тіла з урахуванням початкових напружень, що є одним з фундаментальних питань розвитку сучасної контактної механіки. Врахування впливу додаткових сил (наприклад, початкових або залишкових напружень) на систему пружних тіл, що контактують, в разі ускладнює розв'язки таких задач у математичному аспекті. Тому важливо розвивати цей напрям досліджень, використовуючи апарат математичного моделювання та комп'ютерних застосувань.

Виклад основного матеріалу дослідження

Математична модель та граничні умови

Нехай скінченний пружний кільцевий циліндричний штамп висотою H , меншим радіусом R_1 та більшим радіусом R_2 з початковими напруженнями (рис. 1) стискається (розтягується)

двома ідентичними попередньо напруженими півпросторами за допомогою осесиметричного навантаження.

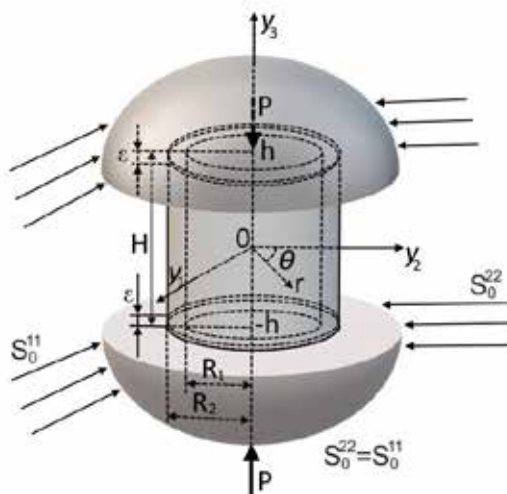


Рис. 1. Контакт двох пружних півпросторів на пружний кільцевий циліндр

Це навантаження зводиться до рівнодійної сили P . Геометрична вісь симетрії штампа збігається з віссю y_3 циліндричної системи координат (r, θ, y_3) . Зовнішнє навантаження прикладене таким чином, що точки не завантажених поверхонь обох попередньо напружених півпросторів та віддалених від області контакту півпросторів з пружним штампом переміщуються відносно координатних площин $y_3 = \pm h$ на величину ε . Величина $h = 0,5H$. Припускаємо, що пружні тіла виготовлені з різних стисливих або нестисливих ізотропних матеріалів з потенціалом довільної структури. Причому коефіцієнт Пуассона та модуль Юнга для «верхнього» та «нижнього» півпростору позначимо як $\nu^{(i)}, E^{(i)}$ ($i=1, 2$) відповідно, а для кільцевого штампу – як $\nu^{(3)}, E^{(3)}$.

Вважаємо, що поверхні поза межею контакту вільні від впливу зовнішніх сил. Переміщення та напруження на межі контакту є неперервними. Величини λ_i ($i=1, 2, 3$) є коефіцієнтами видовження, що визначають переміщення початкового стану, а S_0^{11}, S_0^{22} – це компоненти симетричного тензора початкових напружень.

Припускаємо, що початкові стани півпросторів та штампа є однорідними та рівними й для них виконуються співвідношення [1]:

$$y_m = x_m + U_m^0; \quad U_m^0 = \delta_{mi} (\lambda_m - 1) \lambda_i^{-1} y_i \quad (i, m = \overline{1,3}), \quad (1)$$

де δ_{mi} – символ Кронекера.

Всі величини, що належать до верхнього, нижнього півпросторів, будемо позначати верхнім індексом (1) та (2) відповідно, а величини, що належать до кільцевого штампа, – верхнім індексом (3).

У системі циліндричних координат (r, θ, z_i) , де $z_i = v_i^{-1} y_3$; $v_i = \sqrt{n_i}$ ($i=1, 2$); $n_1 = \xi_2'^2$; $n_2 = \xi_3'^2$ такій постановці відповідають граничні умови:

1) на торцях пружного кільцевого штампа в області контакту $z_i = \pm h / v_i$, де $v_i = \sqrt{n_i}$ ($i=1, 2$):

$$Q_{33}^{(i)} = Q_{33}^{(3)}, \quad Q_{3r}^{(i)} = 0, \quad Q_{3r}^{(3)} = 0, \quad U_3^{(i)} - U_3^{(3)} = \varepsilon \quad (R_1 \leq r \leq R_2); \quad (2)$$

2) на межах пружних півпросторів поза ділянкою контакту $z_i = \pm h / v_i$ ($i = \overline{1,2}$):

$$Q_{33}^{(i)} = Q_{3r}^{(i)} = 0, \quad U_3^{(i)} = 0 \quad (r > R_2, \quad 0 < r < R_1) \quad (i = 1, 2, 3); \quad (3)$$

3) на боковій поверхні пружного штамп $r=R_1, r=R_2$:

$$Q_{rr}^{(3)} = 0; \quad Q_{3r}^{(3)} = 0 \quad (|z_i| \leq h / v_i), \quad (i = 1, 2). \quad (4)$$

Умова рівноваги, яка встановлює зв'язок між осіданням торців та рівнодійною навантаження P , має такий вигляд:

$$P = -2\pi \int_{R_1}^{R_2} r |Q_{33}^{(i)}| dr, \quad |Q_{33}^{(3)}| = |Q_{3r}^{(3)}|_{z_i = \pm \frac{h}{v_i}} \quad (i = 1, 2). \quad (5)$$

Умова (5) завершує постановку просторової лінеаризованої задачі про контактну взаємодію попередньо напруженого скінченного кільцевого циліндричного штамп з двома пружними півпросторами з початковими напруженнями.

В цьому дослідженні зробимо припущення, що пружні потенціали є двічі неперервно-диференційованими функціями алгебраїчних інваріантів тензора деформації Гріна [1]. Крім того, дія штампів викликає у тілах, що з ними контактують, мале збурення основного напружено-деформованого стану.

Також будемо розглядати три стани тіл з початковими напруженнями, а саме:

– природний, коли у тілах відсутні напруження;

– початковий;

– збурений, де всі величини складаються із суми відповідних величин початкового стану та збурень.

Відзначимо, що збурення при цьому є набагато меншими відповідних величин початкового стану [1].

Також будемо розглядати пружні ізотропні тіла (стисливі або нестисливі) з довільною формою пружного потенціалу. А в разі ортотропних тіл будемо вважати, що пружно-еквівалентні напрямки співпадають із напрямком осей координат у деформованому стані.

Отже, перейдемо до розгляду головних співвідношень.

Метод розв'язання

Напружено-деформований стан у попередньо напружених півпросторах в області контакту ($y_3 = \pm h; \quad z_i = \pm h / v_i \quad (i = 1, 2)$) з [1] набуває вигляду:

$$Q_{33}^{(i)} \left(\rho; \pm \frac{h}{v_i R} \right) = \frac{C_{44}(1+m_1)l_1(s-s_3)}{R} \int_0^\infty F(\eta) J_0(\mu \rho) d\eta;$$

$$Q_{3r}^{(i)} \left(\rho; \pm \frac{h}{v_i R} \right) = 0; \quad U_3^{(i)} \left(\rho; \pm \frac{h}{v_i R} \right) = -\frac{m_1(s_2-s_3)}{v_1} \int_0^\infty \frac{F(\eta)}{\eta} J_0(\mu \rho) d\eta; \quad (6)$$

$$U_r^{(i)} \left(\rho; \pm \frac{h}{v_i R} \right) = (s_3-1) \int_0^\infty \frac{F(\eta)}{\eta} J_1(\mu \rho) d\eta. \quad (i=1,2)$$

Загальний розв’язок для визначення напружено-деформованого стану у циліндричному пружному штампі з початковими напруженнями у разі рівних коренів характеристичного рівняння [1] приймемо у вигляді:

$$\chi = \chi_1 + \chi_2 z_1 v_1,$$

$$\chi_1 = A_0 (r^2 - 2z_1^2) + C_0 z_1 (3r^2 - 2z_1^2) + [A_k^{(1)} I_0(\gamma_k v_1 r) + A_k^{(2)} K_0(\gamma_k v_1 r)] S_1(\gamma_k v_1 z_1) + [T_k^{(2)} J_0(\alpha_k r) + T_k^{(1)} Y_0(\alpha_k r)] S_2(\alpha_k z_1),$$

$$\chi_2 = A_0 (r^2 - 2z_1^2) + C_0 z_1 (3r^2 - 2z_1^2) + [B_k^{(1)} I_0(\gamma_k v_1 r) + B_k^{(2)} K_0(\gamma_k v_1 r)] S_1(\gamma_k v_1 z_1) + [T_k^{(2)} J_0(\alpha_k r) + T_k^{(1)} Y_0(\alpha_k r)] S_3(\alpha_k z_1),$$

де $S_1 = C_k \sin(\gamma_k v_1 z_1) + D_k \cos(\gamma_k v_1 z_1)$; $S_2 = E_k \operatorname{sh}(\alpha_k z_1) + F_k \operatorname{ch}(\alpha_k z_1)$; $S_3 = N_k \operatorname{sh}(\alpha_k z_1) + M_k \operatorname{ch}(\alpha_k z_1)$; $C_k, D_k, E_k, F_k, N_k, M_k, A_0, C_0, A_k^{(1)}, A_k^{(2)}, B_k^{(1)}, B_k^{(2)}, T_k^{(1)}, T_k^{(2)}$ – деякі сталі коефіцієнти; α_k, γ_k – власні значення задачі (2) – (5).

Тоді напружено-деформований стан у попередньо напруженому кільцевому циліндричному штампі для стисливих (нестисливих) тіл та рівних коренів рівняння [1] з урахуванням граничних умов (2) – (5) представимо у такому вигляді:

$$Q_{3r}^{(3)} = \frac{C_{44}}{v_1} \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^2 \left\{ (1 + m_1) \alpha_k \left(\frac{1}{v_1} S_2(z_1 \alpha_k) - S_3(z_1 \alpha_k) \right) + (1 + m_2) S_3(z_1 \alpha_k) \right\} \times \left[Y_1(r \alpha_k) - \frac{Y_1(\alpha_k R_1)}{J_1(\alpha_k R_1)} J_1(\alpha_k r) \right] T_k^{(1)},$$

$$U_r^{(3)} = -2r A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k \left(\frac{\alpha_k}{v_1} S_4(z_1 \alpha_k) + (1 + \alpha_k z_1) S_3(z_1 \alpha_k) \right) \left[Y_1(r \alpha_k) - \frac{Y_1(\alpha_k R_1)}{J_1(\alpha_k R_1)} J_1(\alpha_k r) \right] T_k^{(1)}$$

$$U_3^{(3)} = \frac{1}{v_1} \left\langle (1 - m_2) A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k \left((1 - m_2) S_3(z_1 \alpha_k) - \frac{m_1 \alpha_k}{v_1} [S_2(z_1 \alpha_k) + v_1 z_1 S_3(z_1 \alpha_k)] \right) \times \left[Y_0(r \alpha_k) - \frac{Y_1(\alpha_k R_1)}{J_1(\alpha_k R_1)} J_0(\alpha_k r) \right] T_k^{(1)} \right\rangle \quad (7)$$

$$Q_{33}^{(3)} = -C_{44} \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k^2}{v_1} \left\{ [(1 + m_1) l_1 \alpha_k S_4(z_1 \alpha_k) + (1 + m_2) l_2 v_1 S_3(z_1 \alpha_k)] \times \left[Y_1(r \alpha_k) - \frac{Y_1(\alpha_k R_1)}{J_1(\alpha_k R_1)} J_1(\alpha_k r) \right] T_k^{(1)} \right\} \right\rangle,$$

де $\tilde{c}_0, \tilde{c}_1, \tilde{c}_2$ – величини, що залежать від компонентів тензору напружень та коренів характеристичного рівняння [1, 8, 10],

$$S_2(x) = E_k sh(x) + F_k ch(x), \quad S_3(x) = M_k (sh(x) + ch(x)), \quad S_4(x) = E_k ch(x) + F_k sh(x),$$

$$E_k = \frac{v_1(1 - \tilde{c}_0 + \tilde{c}_1 - \alpha_k \tilde{c}_2)}{\alpha_k(\tilde{c}_0 + \tilde{c}_1)} M_k, \quad F_k = -\frac{v_1(1 + \tilde{c}_0 - \tilde{c}_1 + \alpha_k \tilde{c}_2)}{\alpha_k(\tilde{c}_0 + \tilde{c}_1)} M_k, \quad N_k = M_k,$$

$$M_k = \frac{(1 + m_1) \left(sh\left(\frac{\alpha_k h}{v_1}\right) + ch\left(\frac{\alpha_k h}{v_1}\right) \right)}{(\tilde{c}_0 + \tilde{c}_1) \left(ch\left(\frac{\alpha_k h}{v_1}\right) - sh\left(\frac{\alpha_k h}{v_1}\right) \right) \left[(1 + m_2) + (1 + m_1)\alpha_k - \frac{(1 + m_1)(\tilde{c}_0 - \tilde{c}_1 + \alpha_k \tilde{c}_2)}{(\tilde{c}_0 + \tilde{c}_1)} \right]},$$

$$A_0 = \frac{1}{2(1 + \tilde{c}_0 - 2\tilde{c}_1 + 2\tilde{c}_2)} \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^2 \left[Y_0(R_1 \alpha_k) - \frac{Y_1(\alpha_k R_1)}{J_1(\alpha_k R_1)} J_0(\alpha_k R_1) \right] T_k^{(1)}.$$

Знаходимо власні значення задачі α_k та γ_k (2) – (5) для $n_1 = n_2$ з розв’язку для штампа (7) та других граничних умов (2), (5). Отримуємо рівняння:

$$J_1(\alpha_k R_1) Y_1(\alpha_k R_2) - J_1(\alpha_k R_2) Y_1(\alpha_k R_1) = 0,$$

$$I_1(\gamma_k R_2 v_1) K_1(\gamma_k R_1 v_1) - I_1(\gamma_k R_1 v_1) K_1(\gamma_k R_2 v_1) = 0.$$

З першої умови (2) визначаємо невідому функцію $F(\eta)$ для (6) з потрійних інтегральних рівнянь:

$$\int_0^{\infty} F(\eta) J_0(\eta r) d\eta = 0 \quad (R_2 < r < \infty)$$

$$\int_0^{\infty} \frac{F(\eta)}{\eta} J_0(\eta r) d\eta = g(r) \quad (R_1 < r < R_2), \tag{8}$$

$$\int_0^{\infty} F(\eta) J_0(\eta r) d\eta = 0 \quad (0 < r < R_1),$$

де:

$$g(r) = \varepsilon + \frac{1}{n_1} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ 4 \left[m_1(\alpha_k^2 - h) + (1 + m_2)h \right] A_0 + \alpha_k \left\{ \left[\alpha_k h m_1 - (m_1 - 1)v_1 \right] \left(ch\left(\frac{\alpha_k h}{v_1}\right) - sh\left(\frac{\alpha_k h}{v_1}\right) \right) M_k - \right. \right. \\ \left. \left. - \alpha_k m_1 \left(F_k ch\left(\frac{\alpha_k h}{v_1}\right) - E_k sh\left(\frac{\alpha_k h}{v_1}\right) \right) \right\} \left(Y_0(\alpha_k r) - \frac{Y_1(\alpha_k R_1)}{J_1(\alpha_k R_1)} J_0(\alpha_k r) \right) \right\} T_k^{(1)}$$

Розв'язок системи (8) отримуємо у такому вигляді:

$$\frac{F(\eta)}{\eta} = \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{1}{n_1} \sum_{k=1}^{\infty} \left\langle 4 \left[m_1(\alpha_k^2 - h) + (1 + m_2)h \right] A_0 \psi_0(\eta, 0) + \alpha_k \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left[\alpha_k h m_1 - (m_1 - 1)v_1 \right] \left(ch \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) - sh \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) \right) M_k - \right. \right. \\ \left. \left. - \alpha_k m_1 \left(F_k ch \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) - E_k sh \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) \right) \right\} \left(\psi_0(\eta, 0) - \frac{Y_1(\alpha_k R_1)}{J_1(\alpha_k R_1)} \psi_0(\eta, \mu_k) \right) \right\rangle T_k^{(1)} + \varepsilon \psi_0(\eta, 0) \Bigg\}$$

де $\psi_n(x; y) = \int_0^1 t^n \cos(xt) \cos(yt) dt$.

З другої умови (2) отримуємо:

$$\int_0^{\infty} F(\eta) J_0(\eta r) d\eta = \frac{R_1}{(1 + m_1)l_1(s - s_0)} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[Y_0(\alpha_k r) - \frac{Y_1(\alpha_k R_1)}{J_1(\alpha_k R_1)} J_0(\alpha_k r) \right] \left(\frac{\alpha_k^3(1 + m_1)l_1}{v_1} \left[F_k ch \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) - \right. \right. \right. \\ \left. \left. - E_k sh \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) \right] + \alpha_k^2(1 + m_2)l_2 M_k \left[sh \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) - ch \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) \right] \right) + 4(1 + m_2)l_2 \tilde{A}_0 \right\} T_k^{(1)}$$

Помножимо рівність (8) на $rJ_0(\mu_n r)dr$ та проінтегруємо її по r :

$$\int_{R_1}^{R_2} r J_0(\mu_n r) dr \int_0^{\infty} F(\eta) J_0(\eta r) d\eta = \frac{R_1}{(1 + m_1)l_1(s - s_0)} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[t_{nk}^{(1)} - \frac{Y_1(\alpha_k R_1)}{J_1(\alpha_k R_1)} t_{nk}^{(2)} \right] \left(\frac{\alpha_k^3(1 + m_1)l_1}{v_1} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \left[F_k ch \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) - E_k sh \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) \right] + \alpha_k^2(1 + m_2)l_2 M_k \left[sh \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) - ch \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) \right] \right) + 4(1 + m_2)l_2 \tilde{A}_0 \right\} T_k^{(1)},$$

де:

$$t_{nk}^{(1)} = \frac{R_1 \alpha_k J_0(\mu_n R_1) Y_1(\alpha_k R_1) - R_1 \mu_n J_1(\mu_n R_1) Y_0(\alpha_k R_1)}{\mu_n^2 - \alpha_k^2} + \\ + \frac{R_2 \mu_n J_1(\mu_n R_2) Y_0(\alpha_k R_2) - R_2 \alpha_k J_0(\mu_n R_2) Y_1(\alpha_k R_2)}{\mu_n^2 - \alpha_k^2}, \\ t_{nk}^{(2)} = \frac{R_1 \alpha_k J_0(\mu_n R_1) J_1(\alpha_k R_1) + R_2 \mu_n J_1(\mu_n R_2) J_0(\alpha_k R_2)}{\mu_n^2 - \alpha_k^2} - \\ - \frac{R_1 \mu_n J_1(\mu_n R_1) J_0(\alpha_k R_1) + R_2 \alpha_k J_0(\mu_n R_2) J_1(\alpha_k R_2)}{\mu_n^2 - \alpha_k^2}.$$

Врахуємо значення інтеграла:

$$\int_0^\infty \sin \eta \cdot J_0(\eta \rho) d\eta = \frac{\sqrt{1-\rho^2}}{1-\rho^2}.$$

Отримуємо:

$$\begin{aligned} \int_{R_1}^{R_2} \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \cdot J_0(\mu_m r) dr &= \int_{R_1}^{R_2} r \cdot J_0(\mu_m r) \int_0^\infty \psi_0(0; \eta) J_0(\eta r) d\eta dr = \\ &= \sum_{m=0}^\infty \frac{(-1)^m [R_2^{2m+2} \tau_m(R_2) - R_1^{2m+2} \tau_m(R_1)]}{4^m (2m+2)m! \Gamma(m+1)}, \end{aligned}$$

де $\tau_m(x) = \sum_{k=0}^\infty \frac{R_2^{2k} \Gamma(m+2) \Gamma(k+0.5) \Gamma(m+1+k)}{k! \Gamma(m+1) \Gamma(0.5) \Gamma(m+2+k)}$.

Позначимо $T_k^{(1)} = \chi_k$. ($k=0,1,2,\dots$).

Для того щоб знайти невідомі χ_k ($k=0,1,2,\dots$), що входять до (6) – (8), випишемо нескінченну систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\tilde{\alpha}_k \chi_k + \sum_{n=0}^\infty \tilde{\alpha}_{kn} \chi_n = \tilde{\beta}_k \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \tag{9}$$

$$\text{де } \tilde{\alpha}_k = \frac{8}{\pi n_1} [(\alpha_k^2 - h)m_1 + (1 - m_2)h] \tilde{A}_0 \tilde{\omega}_k, \quad \tilde{\beta}_k = \frac{2\varepsilon}{\pi} \tilde{\omega}_k,$$

$$\begin{aligned} \tilde{\alpha}_{kn} &= \frac{R_1}{(1+m_1)l_1(s-s_0)} \left\{ \left[t_{nk}^{(1)} - \frac{Y_1(\alpha_k R_1)}{J_1(\alpha_k R_1)} t_{nk}^{(2)} \right] \left[\frac{\alpha_k^3 (1+m_1) l_1}{v_1} \left[F_k ch \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) - \right. \right. \right. \\ &- E_k sh \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) \left. \right] + \alpha_k^2 (1+m_2) l_2 M_k \left[sh \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) - ch \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) \right] \left. \right\} + \frac{4(1+m_2) l_2}{\mu_n} \tilde{A}_0 (R_2 J_1(\mu_n R_2) - \\ &- R_1 J_1(\mu_n R_1)) \left. \right\} - \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{\alpha_k}{m_1} \left[(\alpha_k h m_1) - (m_1 - 1) v_1 \right] \left[ch \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) - sh \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) \right] M_k \tilde{\omega}_k - \right. \\ &- m_1 \alpha_k \left. \left[F_k ch \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) - E_k sh \left(\frac{\alpha_k h}{v_1} \right) \right] \left[\tilde{\omega}_k - \frac{Y_1(\alpha_k R_1)}{J_1(\alpha_k R_1)} \psi_0(\mu_n, \mu_k) \right] \right\} \\ \tilde{\omega}_k &= \frac{(-1)^m [R_2^{2m+2} \tau_m(R_2) - R_1^{2m+2} \tau_m(R_1)]}{4^m (2m+2)m! \Gamma(m+1)}. \end{aligned}$$

Відзначимо, що коефіцієнти системи залежать від величин, що визначають структуру пружного потенціалу, радіусів кільцевого штампта та висоти пружного штампта.

З умови рівноваги (5) встановлюємо зв'язок між осіданням та рівнодіючою навантаження P у вигляді:

$$P = -4\pi l_2 C_{44} (R_2^2 - R_1^2) \chi_0 (1 + m_2) \tilde{A}_0.$$

Із системи лінійних алгебраїчних рівнянь (9) знаходимо невідомі сталі χ_k ($k=0,1,2,\dots$). Вони входять у формули (6) та (7) обчислення компонентів переміщень та напружень як у пружних півпросторах, так і у пружному штампі. Розв'язки представлені у вигляді рядів через нескінченну систему констант χ_k ($k=0,1,2,\dots$).

Числові результати

В роботі проведений числовий розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь (9) методом редукції (утинання) та побудовано графік (рис. 2) у разі гармонічного потенціалу за таких значень параметрів: $R_1 = 1, R_2 = 2, H = 10, \varepsilon = 10^{-3}, E^{(i)} = 5 \cdot 10^{-2}$ ГПа (гума) ($i=1,2,3$), $\lambda_1 = 0.8; 0.9; 1; 1.1; 1.2$.

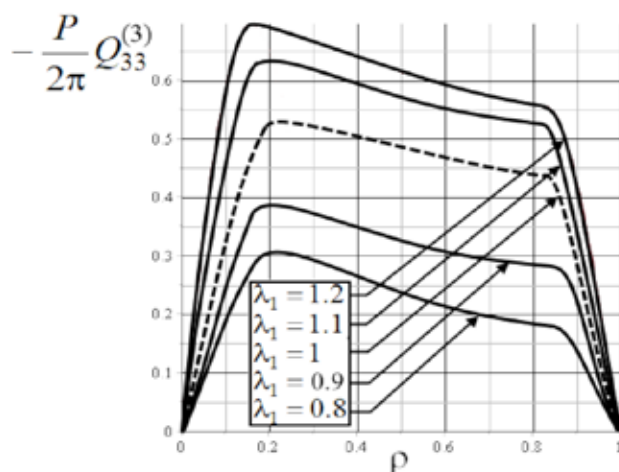


Рис. 2. Нормальні контактні напруження у кільцевому циліндричному штампі

Нормальні контактні напруження у кільцевому циліндрі представлені на рис. 2, у безрозмірних координатах за $\rho = \frac{r - R_1}{R_2 - R_1}, 0 \leq \rho \leq 1$. Тут $\rho=0$ при $r=R_1$, а $\rho=1$ при $r=R_2$.

З рис. 2 видно, що контактні напруження у штампі набувають своїх найбільших значень за абсолютної величини ближче до внутрішніх твірних кільцевого циліндра, ніж до зовнішніх. Причому під час розтягу контактні напруження більші, ніж за стиску.

Висновки

У статті представлено аналітичні розв'язки та числовий розв'язок актуальної контактної задачі в рамках лінеаризованої теорії пружності для сучасного машинобудування та будівництва споруд, машин та інженерних конструкцій, а саме задачу про тиск двох попередньо напружених півпросторів на пружний кільцевий циліндричний штамп з початковими напруженнями без урахування сил тертя. Розв'язки цієї задачі подані у вигляді рядів через нескінченну систему сталих величин χ_k ($k=0,1,2,\dots$), які визначаються із системи лінійних алгебраїчних рівнянь (9) методом утинання.

Отже, розв'язок цієї задачі дає змогу розширити коло наукових досліджень у межах механіки деформованого твердого тіла.

Список використаної літератури

1. Guz A.N., Rudnitsky V.B. Fundamentals of the contact interaction theory of elastic bodies with initial (residual) stresses: монографія. Хмельницький: ПП Мельник, 2006. 710 с.
2. Guz A.N. Eight Non-Classical Problems of Fracture Mechanics. Cham: Springer, 2021. 366 p.
3. Hutchinson J.W., Thompson J. M. T. Nonlinear Buckling Interaction for Spherical Shells Subject to Pressure and Probing Forces. *Journal of Applied Mechanics*. 2017. Vol. 84. No. 6. 061001. DOI: 10.1115/1.4036355.
4. Kappus R. Zur Elastizitätstheorie endlicher Verschiebungen. *ZAMM*. 1939. Vol. 19. No. 5. P. 271–315.
5. Biot M.A. Mechanics of incremental deformations. New York: John Wiley and Sons, 1965. 387 p.
6. Kurashige M. Circular crack problem for initially stressed neo-Hookean solid. *ZAMM*. 1969. Vol. 49. No. 8. P. 671–678.
7. Dhaliwal R.S., Singh B.M., Rokne J.G. Axisymmetric contact and crack problems for an initially stressed Neo-Hookean elastic layer. *Int. J. Eng. Sci.* 1980. Vol. 18. No. 1. P. 169–179.
8. Yarets'ka N. Contact Problems for Cylindrical Stamps and Elastic Bodies with Initial (Residual) Stresses. *Advances in Mechanics – Current Research Results of the NAS of Ukraine*. Springer. Germany, 2023. № 29. P. 517–546. https://doi.org/10.1007/978-3-031-37313-8_29.
9. Бобик О.І., Бобик І.О., Литвин В.В. Рівняння математичної фізики: навчальний посібник. Львів: Новий світ-2000, 2010. 256 с.
10. Габрусєва І.Ю., Шелестовський Б.Г. Контактна взаємодія кільцевого штампа з попередньо напруженим ізотропним шаром. *Математичні методи та фізико-механічні поля*. 2011. № 54 (3). С. 138–146.

References

1. Guz, A.N., & Rudnitsky, V.B. (2006). Fundamentals of the contact interaction theory of elastic bodies with initial (residual) stresses. Khmelnytskyi: vyd. PP Melnyk. [in English]
2. Guz, A.N. (2021). Eight Non-Classical Problems of Fracture Mechanics. Cham: Springer. [in English]
3. Hutchinson, J.W., & Thompson, J.M.T. (2017). Nonlinear Buckling Interaction for Spherical Shells Subject to Pressure and Probing Forces. *Journal of Applied Mechanics*, 84 (6), 061001. doi:10.1115/1.4036355. [in English]
4. Kappus, R. (1939). Zur Elastizitätstheorie endlicher Verschiebungen. *ZAMM*, 19 (5), 271–315. [in German]
5. Biot, M.A. (1965). Mechanics of incremental deformations. New York: John Wiley and Sons. [in English]
6. Kurashige, M. (1969). Circular crack problem for initially stressed neo-Hookean solid. *ZAMM*, 49 (8), 671–678. [in English]
7. Dhaliwal, R.S., Singh, B.M., & Rokne, J.G. (1980). Axisymmetric contact and crack problems for an initially stressed Neo-Hookean elastic layer. *Int. J. Eng. Sci.* 18(1), 169–179. [in English]
8. Yarets'ka, N. (2023). Contact Problems for Cylindrical Stamps and Elastic Bodies with Initial (Residual) Stresses. In: *Guz, A.N., Altenbach, H., Bogdanov, V., Nazarenko, V.M. (eds) Advances in Mechanics. Advanced Structured Materials* (pp. 517–546). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-37313-8_29. [in English]
9. Bobyk, O.I., Bobyk, I.O., & Lytvyn, V.V. (2010). *Rivniannia matematychnoi fizyky*. [Equations of mathematical physics]. Lviv: Novyi svit-2000. [in Ukrainian]
10. Habrusieva, I.Yu., & Shelestovskiy, B.H. (2011). Kontaktna vzaiemodiia kiltsevoho shtampa z poperedno napruzhenym izotropnym sharom. [Contact interaction of a ring die with a prestressed isotropic layer]. *Visnyk Matematychni metody ta fizyko-mekhanichni polia*, 3, 138–146. [in Ukrainian]

Ярецька Наталія Олександрівна – к.ф.-м.н., доцент кафедри загальнонаукових та інженерних дисциплін Національної академії Державної прикордонної служби України імені Богдана Хмельницького; доцент кафедри вищої математики та комп'ютерних застосувань Хмельницького національного університету. E-mail: massacran2@ukr.net, yaretskano@khnmu.edu.ua, ORCID: 0000-0002-3726-2878.

Рамський Андрій Олександрович – к.ф.-м.н., доцент, завідувач кафедри вищої математики та комп'ютерних застосувань Хмельницького національного університету. E-mail: ramsky@ukr.net, ORCID: 0000-0001-9624-5018.

Мороз Володимир Вікторович – старший викладач кафедри соціально-гуманітарної підготовки Хмельницького кооперативного торговельно-економічного інституту. E-mail: morozvv2008@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4511-1084.

Yarets'ka Natalia Oleksandrivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Ph.D., Associate Professor of the Department of General Scientific and Engineering Disciplines of the Bohdan Khmelnytskyi National Academy of the State Border Guard Service of Ukraine; Associate Professor at the Department of Higher Mathematics and Computer Applications of the Khmelnytskyi National University. E-mail: massacran2@ukr.net, yaretskano@khnmu.edu.ua, ORCID: 0000-0002-4107-8141.

Ramsky Andrii Oleksandrovych – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor and Head of Department of Higher Mathematics and Computer Applications of the Khmelnytskyi National University. E-mail: ramsky@ukr.net, ORCID: 0000-0001-9624-5018.

Moroz Volodymyr Viktorovych – Senior Lecturer of the Department of Social and Humanitarian Training of Khmelnytskyi Cooperative Trade and Economic Institute. E-mail: morozvv2008@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4511-1084.

ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Технічний редактор

Литвиненко Олена Іванівна
к.т.н., доцент

Верстка

Юрій Ковальчук

Здано до набору 28.11.2024 р. Підписано до друку 27.11.2024 р.
Гарнітура Times New Roman. Формат 60×84/8.
Друк офсетний. Папір офсетний.
Ум. друк. арк. 34,18. Зам. № 0125/070. Наклад 100 прим.

Видавництво і друкарня – Видавничий дім «Гельветика»
65101, Україна, м. Одеса, вул. Інглєзі, 6/1
Телефон +38 (095) 934 48 28, +38 (097) 723 06 08
E-mail: mailbox@helvetica.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК No 7623 від 22.06.2022 р.