

ISSN 2618-0332 (print)
ISSN 2618-0340 (online)

Міністерство освіти і науки України

Херсонський національний технічний університет

ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Т. 8, №1

Рекомендовано до друку Вченою радою
Херсонського національного технічного університету
(протокол № 11 від 27 травня 2025 року)

Журнал включений до Реєстру наукових фахових видань України категорії Б
на підставі Наказу МОН України від 17 березня 2020 року № 409

Журнал включено до наукометричних баз, електронних бібліотек та репозитаріїв:
Index Copernicus International, Google Scholar, CiteFactor Academic Scientific Journals,
National Library of Ukraine (Vernadsky)



Видавничий дім
«Гельветика»
2025

Редакційна рада

Головний редактор

Астіоненко І.О.

к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри Інформатики і комп'ютерних наук Херсонського національного технічного університету

Заступники головного редактора

Литвиненко О.І.

к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційних технологій та фізико-математичних дисциплін Херсонського навчально-наукового інституту Національного університету кораблебудування ім. адмірала Макарова

Рудакова Г.В.

д.т.н., професор, професор кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету (м. Херсон)

Відповідальний секретар

Омельчук А.А.

к.т.н., провідний фахівець кафедри комп'ютерних та інформаційних технологій і систем Державного податкового університету

Члени редакційної колегії за спеціальностями:

Алексєєв М.О.	д.т.н., професор
Аль-Амморі А.Н.	д.т.н., професор
Астіоненко І.О.	к.ф.-м.н., доцент
Бабічев С.А.	к.т.н., доцент (Чехія)
Бень А.П.	к.т.н., доцент
Ванін В.В.	д.т.н., професор
Вірченко Г.А.	д.т.н., професор
Гвоздева І.М.	д.т.н., професор
Гнатушенко В.В.	д.т.н., професор
Гумен О.М.	д.т.н., професор
Гучек П.Й.	д.т.н., доцент (Польща)
Дудченко О.М.	к.ф.-м.н., доцент
Корчинський В.М.	д.т.н., професор

Кузьмич В.І.	к.ф.-м.н., доцент
Лебеденко Ю.О.	к.т.н., доцент
Литвиненко В.І.	д.т.н., професор
Литвиненко О.І.	к.т.н., доцент
Літвінова М.Б.	д.пед.н., к.ф.-м.н., професор
Ляшенко В.П.	д.т.н., професор
Максимов М.В.	д.т.н., професор
Мартин Є.В.	д.т.н., професор
Мацуй А.М.	д.т.н., професор
Миргород В.Ф.	д.т.н., доцент
Мороз Б.І.	д.т.н., професор
Мостовенко О.В.	д.т.н., професор
Несвідомін В.М.	д.т.н., професор
Омельчук А.А.	к.т.н.
Осадчий С.І.	д.т.н., професор
Пилипака С.Ф.	д.т.н., професор
Полівода О.В.	к.т.н., доцент
Різник В.В.	д.т.н., професор
Рудакова Г.В.	д.т.н., професор
Сметанкіна Н.В.	д.т.н., професор
Стеценко І.В.	д.т.н., професор
Стрельнікова О.О.	д.т.н., професор
Угрімов С.В.	д.т.н., професор
Устенко С.А.	д.т.н., професор
Шерстюк В.Г.	д.т.н., професор

ISSN 2618-0332 (print)
ISSN 2618-0340 (online)

Ministry of Education and Science of Ukraine

Kherson National Technical University

APPLIED QUESTIONS OF MATHEMATICAL MODELLING

V. 8, №1

Recommended for publication by the Academic Council
of Kherson National Technical University
(Minutes No 11 on 27 May 2025)

The journal is included in the scientometric bases, electronic libraries and repositories:
Index Copernicus International, Google Scholar, CiteFactor Academic Scientific Journals,
National Library of Ukraine (Vernadsky).



Publishing House
"Helvetica"
2025

Editorial Board

Editor-in-Chief

Astionenko I.O.

Ph.D., Associate Professor, Associate Professor at the Department of Informatics and Computer Science of Kherson National Technical University

Deputies Editor-in-Chief

Lytvynenko O.I.

Ph.D., Associate Professor, Associate Professor at the Department of Information Technology and Physical and Mathematical Disciplines of the Kherson Educational and Scientific Institute of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding

Rudakova H.V.

Doctor of Engineering Science, Professor, Professor at the Department of Automatization, Robotic Technology and Mechatronics of Kherson National Technical University

Executive Secretary

Omelchuk A.A.

Ph.D., Senior Specialist at the Department of Computer and Information Technologies and Systems of the State Tax University

Members of Editorial Board by Specialties:

Al-Ammori A.N.	Doctor of Engineering Science, Professor
Aleksieiev M.O.	Doctor of Engineering Science, Professor
Astionenko I.O.	Ph.D., Associate Professor
Babichev S.A.	Ph.D., Associate Professor (Czech Republic)
Ben A.P.	Ph.D., Associate Professor
Dudchenko O.N.	Ph.D., Professor
Hnatushenko V.V.	Doctor of Engineering Science, Associate Professor
Hnatushenko V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Huchek P.Y.	Doctor of Engineering Science, Associate Professor (Republic of Poland)
Humen O.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Hvozdeva I.O.	Doctor of Engineering Science, Professor
Korchynskyi V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Kuz'mich V.I.	Ph.D., Associate Professor
Lebedenko Yu.O.	Ph.D., Associate Professor

Liashenko V.P.	Doctor of Engineering Science, Professor
Litvinova M.B.	Doctor of Pedagogical Sciences, Ph.D. (Physics and Mathematics), Professor
Lytvynenko O.I.	Ph.D., Associate Professor
Lytvynenko V.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Maksymov M.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Martyn Ye.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Matsui A.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Moroz B.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Mostovenko O.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Myrhorod V.F.	Doctor of Engineering Science, Associate Professor
Nesvidomin V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Omelchuk A.A.	Ph.D.
Osadchyi S.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Polyvoda O.V.	Ph.D., Associate Professor
Pylypaka S.F.	Doctor of Engineering Science, Professor
Riznyk V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Rudakova H.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Sherstiuk V.H.	Doctor of Engineering Science, Professor
Smetankina N.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Stetsenko I.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Strelnikova O.O.	Doctor of Engineering Science, Professor
Ugrimov S.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Ustenko S.A.	Doctor of Engineering Science, Professor
Vanin V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Virchenko H.A.	Doctor of Engineering Science, Professor

ЗМІСТ

Н.Г. АКСАК, А.О. ТАТАРНИКОВ, М.В. КУШНАРЬОВ АГЕНТНА МОДЕЛЬ ПЕРСОНАЛІЗОВАНОГО НАВЧАННЯ В NETLOGO З ВИКОРИСТАННЯМ Q-LEARNING	11
Я.І. БЕГЛОВ, Л.Д. ВОВК ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМ РЕГУЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРИ В СИСТЕМІ ТЕПЛОПОСТАЧАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ СПОЖИВАЧІВ ТЕПЛОВОЇ ЕНЕРГІЇ.....	26
В.А. БЕЙНИК, Л.Ю. ДЕЙНЕГА МЕТОДИ ОЦІНКИ БЮДЖЕТУ РОЗРОБКИ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ.....	35
Н.С. ГРИШКО, В.І. ДУБРОВІН, Л.Ю. ДЕЙНЕГА РОЗРОБКА ІГРОВИХ ЗАСТОСУНКІВ.....	45
І.О. DOVBYSH, O.V. MURAVIOV, A.S. MOMOT, H.A. VONDAN AUTONOMOUS UAV NAVIGATION: TECHNOLOGIES FOR ORIENTATION AND LOCALIZATION.....	57
Т.В. ЗАЙЦЕВА, О.М. БЕЗБАХ, Н.Г. КАМІНСЬКА КІБЕРБЕЗПЕКА В МОРСЬКІЙ ГАЛУЗІ: ЗАГРОЗИ, РЕАГУВАННЯ ТА УПРАВЛІННЯ ІНЦИДЕНТАМИ...65	
К.М. КЛЕВЦОВ, А.В. БУКЕТОВ, О.В. ШАРКО, О.О. САПРОНОВ, Г.Ю. ВАСИЛЬЧЕНКО, В.В. СОЦЕНКО МОДЕЛЮВАННЯ МОРСЬКИХ ТРАНСПОРТНИХ СХЕМ УКРАЇНИ В СУЧАСНИХ УМОВАХ НА ОСНОВІ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ.....	79
А.В. КОЛЬЦОВ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ВИКИДІВ У ДВОВИМІРНИХ ДАНИХ ІЗ МЕТРИК СВО ТА RFC ПРОГРАМНИХ ЗАСТОСУНКІВ З ВІДКРИТИМ КОДОМ НА KOTLIN.....	89
О.О. КУБАЙЧУК РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ З ВИКОРИСТАННЯМ БАЗОВИХ АЛГОРИТМИЧНИХ ПРИМІТИВІВ ТЕОРІЇ ГРАФІВ.....	97
В.П. ЛЯШЕНКО, О.Б. КОБИЛЬСЬКА, О.П. ДЕМ'ЯНЧЕНКО ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕГРАЛЬНОГО РІВНЯННЯ В РОЗВ'ЯЗАННІ ОДНІСІ НЕЛІНІЙНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ	107
О.С. МАЗМАНІШВІЛІ, М.Г. РЕШЕТНЯК МОДЕЛЮВАННЯ ТРАЄКТОРІЙ ПЛАНАРНОГО ПУЧКА ЕЛЕКТРОНІВ У МАГНІТНОМУ ПОЛІ МАГНЕТРОННОЇ ГАРМАТИ.....	121
Д.В. МОСЬПАН, О.О. ЮРКО КОРИГУВАННЯ ПОХИБОК ОСЬОВОГО ЗМІЩЕННЯ ЦИФРОВОГО МАГНІТОМЕТРА ЗАСОБАМИ LABVIEW.....	130
А.С. ПЕРЦОВ, В.А. САЧОВСЬКА ВПЛИВ АВТОМАТИЗАЦІЇ ТА ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ НА ЗАЙНЯТІСТЬ, ЗАРОБІТНУ ПЛАТУ ТА ПРОДУКТИВНІСТЬ.....	137
О.В. ПОЛИВОДА, А.О. ДЕРКАЧЕНКО, В.В. ПОЛИВОДА АВТОМАТИЗОВАНЕ РОЗПІЗНАВАННЯ ДЕФЕКТІВ ПОВЕРХНІ АВТОКЛАВІВ З ВИКОРИСТАННЯМ АНАЛІЗУ ХМАР ТОЧОК.....	147
С.А. ПОЛОЖАСЬКО, А.Ю. ПРОКОФЬЄВ АДАПТИВНИЙ МЕТОД КОНТРОЛЮ ТА КРИТЕРІЇ ПЕРЕВІРКИ ДОСТОВІРНОСТІ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ.....	156
О.Б. ПОЛЬОВИЙ, Д.О. РЕДЧИЦЬ ЗАСТОСУВАННЯ КОНІЧНОГО НАБЛИЖЕННЯ РІВНЯНЬ НАВ'Є – СТОКСА ДО КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРИ НАДЗВУКОВИХ ВІДРИВНИХ ТЕЧІЙ.....	168
А.С. ПРИХОДЬКО МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ СКЛАДНОСТІ ОБ'ЄКТНО ОРІЄНТОВАНОГО ПРОЄКТУВАННЯ ЧЕРЕЗ ЗВ'ЯЗКИ МІЖ КЛАСАМИ ВЕБЗАСТОСУНКІВ З ВІДКРИТИМ КОДОМ, СТВОРЕНИХ ЗА ДОПОМОГОЮ PHP ФРЕЙМВОРКІВ.....	182

С.Б. ПРИХОДЬКО, І.С. ШУТКО РЕГРЕСІЙНІ МОДЕЛІ ДЛЯ РАНЬОГО ОЦІНЮВАННЯ КІЛЬКОСТІ РЯДКІВ КОДУ ВЕБЗАСТОСУНКІВ, ЩО СТВОРЮЮТЬСЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ФРЕЙМВОРКУ CODEIGNITER.....	189
О.О. САМОЙЛОВ, Г.Г. ДОЩЕНКО ПОТРЕБА У ВЕЛИКИХ І ЯКІСНИХ ОБСЯГАХ ДАНИХ ДЛЯ НАВЧАННЯ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ: ОГЛЯД SCADA ЯК ГОЛОВНЕ ДЖЕРЕЛО ДАНИХ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ТЕХНІЧНОГО ОГЛЯДУ СУДНА.....	197
Р.Р. ТРОКНІМСЬКИЙ, V.V. SAKHAN SYSTEMS OF KINETIC POPULATION EQUATIONS AND THEIR APPLICATIONS.....	207
В.Г. УСЕНКО АНАЛІЗ СТРУКТУРНОЇ НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНОЇ СИСТЕМИ З ВИКОРИСТАННЯМ ОСТОВНИХ ДЕРЕВ І ЦИКЛІВ.....	217
А.В. УСОВ, Ю.І. ЗАЙЧИК, М.В. САВІН, Ю.Є. СІКІРАШ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ДЕФЕКТІВ У ФЕРОМАГНІТНИХ ВИРОБАХ НА ЯКІСТЬ ОБРОБКИ НА ФІНІШНИХ ОПЕРАЦІЯХ.....	224
А.В. УСОВ, М.В. КУНЦІН, В.М. ДАВИДЮК ОПТИМІЗАЦІЯ ТЕРМОМЕХАНІЧНИХ ЯВИЩ НА ФІНІШНИХ ОПЕРАЦІЯХ ДЕТАЛЕЙ ІЗ МАТЕРІАЛІВ, СХИЛЬНИХ ДО ДЕФЕКТОУТВОРЕННЯ.....	234
Є.В. ХОМЕНКО, С.А. БАБІЧЕВ АВТОНОМНА ІОТ-СИСТЕМА МОНІТОРИНГУ МІКРОКЛІМАТУ АУДИТОРІЙ НА ОСНОВІ ВІДКРИТОЇ DIU-АРХІТЕКТУРИ.....	245
М.О. СНОРНОВИЧ, V.I. DUBROVIN AN OVERVIEW OF USING OF FRACTAL ANALYSIS FOR DETECTING DDOS NETWORK ATTACKS.....	255
О.В. ШАРКО, А.В. БУКЕТОВ, К.М. КЛЕВЦОВ, О.О. САПРОНОВ, В.В. СОЦЕНКО, М.К. КЛЕВЦОВ СТРУКТУРИЗАЦІЯ ІНФОРМАЦІЇ ДЛЯ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ТРАНСПОРТНОЇ ЛОГІСТИКИ.....	262
Г.О. ЩУР, І.Б. ДУМИН ПІДВИЩЕННЯ ВИЯВЛЕННЯ НЕБЕЗПЕЧНИХ ОБ'ЄКТІВ НА ОСНОВІ ВИКОРИСТАННЯ ПРОМІЖНОГО ЗЛИТТЯ МУЛЬТИМОДАЛЬНИХ ДАНИХ.....	271
О.Р. ЯРЕМА, Д.О. СЕНЧИШЕН, С.А. БАБІЧЕВ ГІБРИДНА МОДЕЛЬ ОЦІНЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ МЕТРИК БЛИЗЬКОСТІ ДЛЯ ДАНИХ ЕКСПРЕСІЇ ГЕНІВ	283

CONTENTS

N.H. AKSAK, A.O. TATARNIKOV, M.V. KUSHNARYOV
AN AGENT-BASED MODEL FOR PERSONALIZED LEARNING IN NETLOGO USING Q-LEARNING ..11

YA.I. BEGLOV, L.D. VOVK
RESEARCH OF TEMPERATURE CONTROL SYSTEMS IN THE HEAT SUPPLY SYSTEM
OF INDIVIDUAL HEAT CONSUMERS.....26

V.A. BEINYK, L.YU. DEINEHA
METHODS OF ESTIMATING THE SOFTWARE DEVELOPMENT BUDGET.....35

N.S. GRISHKO, VI. DUBROVIN, L.YU. DEYNEGA
DEVELOPMENT OF GAME APPLICATIONS..... 45

I.O. DOVBYSH, O.V. MURAVIOV, A.S. MOMOT, H.A. BOHDAN
AUTONOMOUS UAV NAVIGATION: TECHNOLOGIES FOR ORIENTATION AND LOCALIZATION.....57

T.V. ZAITSEVA, O.M. BEZBAKH, N.H. KAMINSKA
CYBERSECURITY IN THE MARITIME INDUSTRY: THREATS, RESPONSES,
AND INCIDENT MANAGEMENT.....65

**K.M. KLEVTSOV, A.V. BUKETOV, O.V. SHARKO, O.O. SAPRONOV,
G.YU. VASYLCHENKO, V.V. SOTSENKO**
MODELIZATION OF MARITIME TRANSPORT SCHEMES OF UKRAINE
IN MODERN CONDITIONS BASED ON MATHEMATICAL ANALYSIS.....79

A.V. KOLTSOV
MATHEMATICAL MODELS FOR DETECTING OUTLIERS IN TWO-DIMENSIONAL CBO AND RFC
METRICS' DATA OF OPEN-SOURCE KOTLIN-BASED APPLICATIONS.....89

O.O. KUBAYCHUK
SOLVING APPLIED PROBLEMS USING BASIC ALGORITHMIC PRIMITIVES OF GRAPH THEORY... 97

V.P. LYASHENKO, O.B. KOBILSKA, O.P. DEMYANCHENKO
APPLICATION OF THE INTEGRAL EQUATION IN THE SOLUTION OF ONE NONLINEAR
BOUNDARY VALUE PROBLEM.....107

O.S. MAZMANISHVILI, M.G. RESHETNYAK
MODELING PLANAR ELECTRON BEAM TRAJECTORIES IN THE MAGNETIC FIELD
OF MAGNETRON GUN.....121

D.V. MOSPAN, O.O. YURKO
CORRECTION OF AXIAL DISPLACEMENT ERRORS OF A DIGITAL MAGNETOMETER
USING LABVIEW.....130

A.S. PERTSOV, VA. SACHOVSKA
THE IMPACT OF AUTOMATION AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE
ON EMPLOYMENT, WAGES, AND PRODUCTIVITY.....137

O.V. POLYVODA, A.O. DERKACHENKO, V.V. POLYVODA
AUTOMATED RECOGNITION OF AUTOCLAVE SURFACE DEFECTS USING
POINT CLOUD ANALYSIS.....147

S.A. POLOZHAENKO, A.YU. PROKOFIEV
ADAPTIVE CONTROL METHOD AND CRITERIA FOR VERIFYING THE RELIABILITY
OF COMPUTATIONAL IMPLEMENTATION OF MODELS OF DYNAMIC SYSTEMS.....156

O.B. POLEVOY, D.O. REDCHYTS
APPLICATION OF THE CONICAL APPROXIMATION OF NAVIER-STOKES EQUATIONS
TO COMPUTER MODELLING OF THE STRUCTURE OF SUPERSONIC SHEAR FLOWS.....168

A.S. PRYKHODKO
MATHEMATICAL MODELS FOR DETERMINING THE COMPLEXITY OF OBJECT-ORIENTED
DESIGN DUE TO THE RELATIONSHIPS BETWEEN CLASSES OF OPEN-SOURCE
WEB APPLICATIONS CREATED USING PHP FRAMEWORKS.....182

S.B. PRYKHODKO, I.S. SHUTKO REGRESSION MODELS FOR EARLY ESTIMATING THE LINES OF CODE COUNT OF WEB APPLICATIONS CREATED USING THE CODEIGNITER FRAMEWORK.....	189
O.O. SAMOILOV, H.G. DOSHCENKO THE NEED FOR LARGE AND HIGH-QUALITY DATA VOLUMES FOR AI TRAINING: A REVIEW OF MARINE SCADA SYSTEMS AS PRIMARY DATA SOURCES FOR PREDICTIVE MAINTENANCE..	197
P.P. TROKHIMCHUCK, V.V. SAKHAN SYSTEMS OF KINETIC POPULATION EQUATIONS AND THEIR APPLICATIONS.....	207
V.H. USENKO STRUCTURAL RELIABILITY ANALYSIS OF A TECHNICAL SYSTEM USING SPANNING TREES AND CYCLES.....	217
A.V. USOV, YU.I. ZAICHIK, M.V. SAVIN, YU.YE. SIKIRASCH MODELING THE IMPACT OF DEFECTS IN FERROMAGNETIC PRODUCTS ON THE QUALITY OF PROCESSING IN FINISHING OPERATIONS.....	224
A.V. USOV, M.V. KUNITSYN, V.M. DAVYDIUK OPTIMIZATION OF THERMOMECHANICAL PHENOMENA IN FINISHING OPERATIONS OF PARTS MADE OF MATERIALS PRONE TO DEFECT FORMATION.....	234
YE.V. KHOMENKO, S.A. BABICHEV AUTONOMOUS IOT-BASED CLASSROOM MICROCLIMATE MONITORING SYSTEM USING AN OPEN DIY ARCHITECTURE.....	245
M.O. CHORNOBUK, V.I. DUBROVIN AN OVERVIEW OF USING OF FRACTAL ANALYSIS FOR DETECTING DDOS NETWORK ATTACKS..	255
O.V. SHARKO, A.V. BUKETOV, K.M. KLEVTSOV, O.O. SAPRONOV, V.V. SOTSENKO, M.K. KLEVTSOV STRUCTURING INFORMATION FOR SYSTEM ANALYSIS OF TRANSPORT LOGISTICS.....	262
H.O. SHCHUR, I.B. DUMYN ENHANCING DANGEROUS OBJECT DETECTION THROUGH INTERMEDIATE MULTIMODAL DATA FUSION.....	271
O.R. YAREMA, D.O. SENCHYSHEN, S.A. BABICHEV HYBRID MODEL FOR EVALUATING THE EFFECTIVENESS OF PROXIMITY METRICS FOR GENE EXPRESSION DATA.....	283

Н.Г. АКСАК, А.О. ТАТАРНИКОВ, М.В. КУШНАРЬОВ
Харківський національний університет радіоелектроніки

АГЕНТНА МОДЕЛЬ ПЕРСОНАЛІЗОВАНОГО НАВЧАННЯ В NETLOGO З ВИКОРИСТАННЯМ Q-LEARNING

У роботі досліджено ефективність застосування алгоритму підсиленого навчання Q-learning у контексті персоналізованого навчання студентів шляхом створення агентної моделі в середовищі моделювання NetLogo. Запропонована модель передбачає існування множини агентів-студентів, кожен із яких має індивідуальні характеристики, зокрема стиль навчання (візуальний, аудіальний або кінестетичний). Навчальне середовище представлено як сітка патчів, кожен із яких містить навчальний контент визначеного типу (текстовий, відео- або аудіоматеріал) і рівня складності.

Агенти взаємодіють із середовищем, ухвалюють рішення про залишення на поточному місці або перехід до іншої ділянки на основі ϵ -жадібною стратегії вибору дії. Алгоритм Q-learning дозволяє кожному агенту формувати й оновлювати власну Q-таблицю, що зберігає оцінки корисності дії у різних станах. Винагорода визначається на основі відповідності між стилем навчання агента та типом контенту. Якщо стиль збігається з форматом навчального матеріалу (наприклад, аудіальний стиль і аудіоконтент), агент отримує позитивну винагороду; інакше – негативну.

Результати серії симуляцій засвідчили, що агенти поступово навчаються уникати невідповідного контенту та віддають перевагу ділянкам, що відповідають їхньому стилю сприйняття. Спостерігалось зростання середньої винагороди, збільшення частки агентів із позитивним результатом, а також зменшення частоти випадкових переміщень із часом. Це свідчить про формування стабільної політики навчання та ефективну адаптацію до умов середовища. Окрім того, було проаналізовано вплив параметрів Q-learning (ϵ , α , γ) на успішність навчання, що дозволило визначити оптимальні конфігурації для досягнення найкращих результатів.

Отримані результати підтверджують доцільність використання підходу підсиленого навчання для моделювання персоналізованих освітніх стратегій. Запропонована модель може бути використана як основа для розроблення інтелектуальних систем підтримки навчання, здатних адаптувати освітній процес до індивідуальних потреб і особливостей учнів.

Ключові слова: агентне моделювання, підсилене навчання, Q-learning, персоналізоване навчання, стиль навчання, інтелектуальна навчальна система, NetLogo.

N.H. AKSAK, A.O. TATARNIKOV, M.V. KUSHNARYOV
Kharkiv National University of Radio Electronics

AN AGENT-BASED MODEL FOR PERSONALIZED LEARNING IN NETLOGO USING Q-LEARNING

This study investigates the effectiveness of using the Q-learning reinforcement learning algorithm in the context of personalized student learning by constructing an agent-based model in the NetLogo simulation environment. The proposed model assumes the existence of a population of student agents, each possessing individual characteristics, especially a distinct learning style (visual, auditory, or kinesthetic). The learning environment is modeled as a grid of patches, each containing educational content of a particular type (textual, video, or audio) and a specified difficulty level.

Agents interact with the environment by making decisions to either stay on their current location or move to another patch, based on an ϵ -greedy action selection strategy. The Q-learning algorithm enables each agent to form and continuously update its own Q-table, which stores the utility estimates of various actions in different states. The reward is determined by the degree of alignment between the agent's learning style and the content type. If the style matches the content format (e.g., auditory style and audio material), the agent receives a positive reward; otherwise, a negative one.

The results of a series of simulations showed that agents gradually learn to avoid mismatched content and begin to prefer patches that correspond to their perception style. An increase in average reward, a growing proportion of agents with positive outcomes, and a decrease in the frequency of random movements over time were observed. This indicates the formation of a stable learning policy and effective adaptation to the environmental conditions. Moreover, the influence of Q-learning parameters (ϵ , α , γ) on learning success was analyzed, allowing for the identification of optimal configurations for achieving the best performance.

The obtained results confirm the relevance of using reinforcement learning approaches to model personalized educational strategies. The proposed model can be used as a foundation for the development of intelligent learning support systems capable of adapting the educational process to individual learners' needs and traits.

Key words: agent-based modeling, reinforcement learning, Q-learning, personalized learning, learning style, intelligent tutoring system, NetLogo.

Постановка проблеми

Сучасні освітні системи стикаються з викликом необхідності адаптації навчального процесу до індивідуальних особливостей студентів, зокрема і стилю навчання, рівня знань і емоційного стану. Традиційні підходи до персоналізації мають обмежені можливості щодо динамічного оновлення стратегії викладання в режимі реального часу. Підкріплювальне навчання (Reinforcement Learning, RL), зокрема метод Q-learning, демонструє потенціал у створенні адаптивних моделей, здатних самостійно формувати ефективну освітню політику на основі досвіду взаємодії з учнем.

Попри наявність окремих досліджень у цій сфері, бракує робіт, що поєднують можливості агентного моделювання та Q-learning для реалізації персоналізованого навчання в симульованому середовищі з різноманітним навчальним контентом. Відсутні також моделі, які водночас ураховують стиль навчання, емоційний стан і рівень знань студента як частину простору станів агента.

Отже, постає науково-практична проблема: розробити агентну модель персоналізованого навчання з використанням Q-learning, яка адаптує дії навчальної системи до індивідуальних характеристик студента, забезпечує ефективне підвищення рівня знань і мотивації в умовах змішаного навчального середовища.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Підкріплювальне навчання (далі – RL) привернуло значну увагу в освіті завдяки здатності створювати адаптивні, персоналізовані освітні досвіди. За останні п'ять років дослідження, присвячені RL – зокрема Q-learning – у сфері освітніх технологій, активно розвивалися. RL дозволяє системам навчання динамічно змінювати складність матеріалу та зворотний зв'язок залежно від результатів і поведінки студента, що сприяє підвищенню залучення, мотивації та якості засвоєння матеріалу.

Персоналізовані системи навчання намагаються підлаштуватися під індивідуальні особливості студента – його стиль навчання, рівень знань і емоційний стан. Агентно орієнтоване моделювання в NetLogo дозволяє змоделювати таку взаємодію, створити агентів (наприклад, «студент» і «навчальна система»), які взаємодіють у середовищі. Для адаптації системи до студента можна використати алгоритм *Q-learning* – метод підкріплювального навчання (Reinforcement Learning), у якому агент поступово навчається оптимальної стратегії, пробує різні дії в різних ситуаціях і отримує винагороди за свої дії. У цій роботі розглядається, як реалізувати Q-learning у NetLogo для моделі «студент – персоналізована навчальна система», як основні компоненти Q-learning відповідають парадигмі агентів у NetLogo.

NetLogo отримав розширення, які дозволяють реалізовувати Q-learning безпосередньо в середовищі моделювання. Е. Баццанелла і Ф. Сантуш оцінили нове розширення NetLogo, яке додає команди для Q-learning [1]. Вони показали, що використання розширення дозволяє скоротити обсяг коду (на 14–47%) і спрощує створення агентних моделей. У роботі [2] автори оновили розширення, інтегрували його із Java-бібліотекою BURLAP, що розширило набір RL-алгоритмів (додано SARSA(λ), Actor-Critic). Ці розширення спрощують розробку моделей підкріплювального навчання для освітніх симуляцій у NetLogo.

І. Амзіл і співавтори представили адаптивну освітню систему, яка використовує Q-learning для вибору індивідуального шляху навчання студента [3]. Агент-система відстежує рівень знань студента та динамічно вибирає відповідні дії (наприклад, вправи визначеної складності). Це дозволяє адаптувати темп і методику викладання відповідно до потреб і стилю навчання кожного студента.

Подібно до цього, А. Даган і колеги розробили фреймворк RL, орієнтований на принципи універсального дизайну навчання, що враховує темп, мотивацію та увагу студентів [4]. Агент навчається уподобань і здібностей кожного студента, зокрема й урахує темп, увагу, мотивацію та когнітивні особливості (наприклад, труднощі з концентрацією). Система адаптує вміст і структуру навчання, щоб підтримувати залучення студента.

Ширший огляд таких систем представлено в роботі Б.Ф. Мон, де систематизовано приклади впровадження RL в освітніх середовищах [5]. Автори узагальнили використання різних RL-алгоритмів (від марківських процесів до глибокого RL) в адаптивних освітніх системах. Вони виділили найкращі практики, переваги та виклики впровадження RL у цифрові освітні середовища, підкресливши, що такі системи здатні підвищити залучення та успішність студентів.

К. Альхарбі й А.І. Крістеа створили агентну модель класу з реалістичними сценаріями поведінки учнів, що дозволяє оцінити ефективність різних стратегій управління класом [6]. Вони моделювали реальну шкільну динаміку за допомогою даних із британських початкових шкіл. Хоча RL не було використано безпосередньо, дослідження заклало основу для подальшої інтеграції навчальних агентів.

У пізнішій роботі автори поєднали агентне моделювання з машинним навчанням, зокрема з регресійним прогнозуванням результатів навчання [7]. Вони використовували лінійну регресію для прогнозування результатів навчання й інтегрували її в симуляцію класу. Такий гібридний підхід дозволив моделі враховувати як статистичні залежності, так і динамічну взаємодію агентів у віртуальному середовищі.

Х. Говеа зі співавторами реалізували модель глибокого підкріплювального навчання для виявлення емоцій студентів у гібридному навчальному середовищі (з використанням камер, мікрофонів і біометричних даних) [8]. RL-агент розпізнає емоції (фрустрація, нудьга, зацікавленість) і адаптує навчальні стратегії в реальному часі. У результаті точність розпізнавання емоцій зросла із 72 до 89%, а персоналізація навчання – із 70 до понад 90%. Це показує потенціал RL для створення емоційно чутливих адаптивних систем навчання.

І. Осакве та співавтори розглянули саморегульоване навчання (далі – SRL) як послідовний процес ухвалення рішень і застосували Q-learning для виявлення ефективних послідовностей дій (наприклад, самотестування, пошук допомоги, повторення матеріалу) [9]. RL-модель змогла виявити оптимальні навчальні стратегії, які забезпечили кращі результати, ніж нейронні мережі та генетичні алгоритми. Цей підхід відкриває нові можливості для інтелектуального підтримання студентів у виборі ефективної стратегії навчання.

У межах досліджень підвищення ефективності е-навчання на основі агентного моделювання варто також згадати роботу N. Ахак, А. Tatarnykov, M. Kushnaryov [10], у якій запропоновано агентно орієнтований підхід до індивідуалізації освітніх траєкторій. Автори розробили метод, що дозволяє адаптувати навчальний процес відповідно до особливостей користувача, з урахуванням параметрів середовища та результатів попередніх дій. Запропонована модель забезпечує зростання ефективності завдяки аналізу динаміки навчання і ухвалення рішень на основі даних, що узгоджується з концепціями підкріплювального навчання.

Отже, упродовж 2020–2025 рр. значно зріс інтерес до поєднання RL, агентного моделювання та освітніх технологій. Було створено інструменти для інтеграції Q-learning із NetLogo, що спростило розроблення адаптивних агентів. У статтях розглядаються різні приклади: від персоналізованих репетиторських систем до симуляцій класів і моделей, що враховують емоційний стан.

Виділяються кілька тенденцій:

1. Поглиблення персоналізації – RL-системи навчаються реагувати на індивідуальні особливості студентів.
2. Урахування емоцій і стратегій навчання – моделі стають більш «людяними», зважають на настрій, мотивацію, стиль навчання.
3. Гібридні підходи – поєднання АВМ із ML забезпечує точніше прогнозування навчальних результатів.
4. Розроблення кращих практик – формуються рекомендації з вибору алгоритмів, винагород і способів представлення станів студента.

Отже, RL у NetLogo стає ефективним інструментом для створення інтелектуальних, адаптивних і емпатичних освітніх систем, що реагують на потреби кожного студента.

Виклад основного матеріалу дослідження

Компоненти Q-learning в агентній моделі NetLogo. Метод Q-learning оперує п'ятьма основними компонентами, як-от: *агент, стан середовища, дії агента, винагорода та Q-таблиця* (таблиця значень функції Q).

1. У підкріплювальному навчанні *агент* – це той, хто ухвалює рішення і навчається на основі взаємодії із середовищем. У нашій моделі можна виділити два типи агентів, як-от: студент і навчальна система (або «учитель»). Логіку Q-learning доцільно покласти на агента – навчальну систему, оскільки саме система повинна адаптувати свої дії під студента. Отже, RL-агентом у моделі буде персоналізована навчальна система, реалізована як окремий агент NetLogo (наприклад, черепашка породи tutor). Агент-студент (черепашка породи student) виступатиме частиною середовища, на яке впливають дії системи, водночас надаватиме зворотний зв'язок (винагороду) для навчання системи.

У NetLogo кожен агент може мати власні властивості (змінні). Зокрема, студент матиме такі змінні, як рівень знань, тип навчального стилю, емоційний стан тощо – вони визначають поточний стан, у якому перебуває студент. Агент-система може мати свою пам'ять (таблицю Q) та поточне уявлення про стан студента. Завдяки *агентній парадигмі* NetLogo кожен агент діє незалежно, що узгоджується з концепцією RL-агента, який самостійно ухвалює рішення і навчається.

2. *Стан* у Q-learning – це опис поточної ситуації, на основі якого агент вибирає дію. У нашій задачі стан повинен відображати характеристики студента, важливі для вибору навчальної стратегії. До таких характеристик належать:

- поточний рівень знань студента, представлений числовою змінною knowledge-state (рівень засвоєння матеріалу, % виконаних правильно завдань тощо) або категорією (низький/середній/високий рівень знань);

- стиль навчання – змінна learning-style, що може набувати значень на кшталт «візуальний», «аудіальний», «кінетичний» тощо (визначає, як студент краще сприймає інформацію);

- емоційний стан – змінна emotion для настрою чи залученості студента (наприклад, шкала від -1 до 1 , де -1 – сильне розчарування, 0 – нейтральний стан, $+1$ – позитивне збудження, або дискретні стани: спокійний, зацікавлений, фрустрований тощо).

Комбінація цих чинників визначає повний стан середовища з погляду навчальної системи. У NetLogo ці властивості можна реалізувати як власні змінні черепашки студента.

Це дозволить кожному агенту-студенту зберігати свій поточний стан. Навчальна система (агент-репетитор) у виборі дії буде звертатися до цих змінних студента, щоб отримати поточний стан.

Для застосування Q-learning стан має бути вибраний із деякого кінцевого набору. Тому безперервні показники (рівень знань як відсоток, або емоція як дійсне число) доцільно розбити на категорії. Наприклад, knowledge-state можна дискретизувати: $<40\%$ = «низький», $40\text{--}70\%$ = «середній», $>70\%$ = «високий» рівень знань. Емоцію можна квантувати у значення -1 , 0 , $+1$ (негативний, нейтральний, позитивний). Стиль навчання зазвичай фіксований для студента й задається під час ініціалізації. Отже, стан агента – навчальної системи можна подати як кортеж або комбінацію значень: наприклад, $\langle \text{learning-style, knowledge-state-category, emotion-category} \rangle$. Зрештою, будь-якої миті симуляції студент перебуває в якомусь стані із цього простору, навіть якщо для деяких станів немає явної нагороди чи вони рідкісні.

У NetLogo можна реалізувати стан як єдину змінну (наприклад, код або список). Для простоти можна зберігати поточний стан в агента-репетитора, формуючи його із властивостей студента, наприклад: `set current-state (list [learning-style] of student0 [knowledge-state-cat] of student0 [emotion-cat] of student0)` – список, що кодує стан конкретного студента (де student0 – звернення до конкретної черепашки-студента). Інший підхід – зіставити кожну комбінацію станів із координатою патча на сітці NetLogo. Наприклад, можна штучно створити сітку, за віссю x якої відкладено

рівень знань, за віссю y – емоційний стан, а різні типи стилів навчання представляти окремими «шарами» або різними студентами. Кожному патчу можна призначити значення Q .

3. Дії – це можливі кроки, які агент – навчальна система може виконати, коли перебуває у визначеному стані (тобто працюючи з конкретним студентом в його поточному стані). Набір можливих дій повинен відображати різні стратегії навчання або педагогічні втручання.

Умовно дії агента – навчальної системи можна поділити на три типи:

1. Навчальні дії:

- пояснити матеріал – надати теоретичне пояснення або лекцію;
- показати приклад/ілюстрацію – візуалізувати концепцію, навести кейс;
- дати практичне завдання – вправу або задачу для вирішення студентом.

2. Оцінювальні дії:

- поставити тестове питання – перевірити знання, опитування за щойно вивченим.

3. Підтримувальні дії:

- надати підказку чи консультацію – якщо студент застряг або виглядає розгубленим;
- змінити підхід подачі – наприклад, перейти до більш візуального пояснення, якщо стиль студента візуальний, або навпаки.

Цей список дій буде зашитий у модель як набір дискретних опцій. У NetLogo їх можна реалізувати як умовні процедури чи номіновані константи. Наприклад, можна визначити константи або просто використовувати індекси дій: 0 – пояснення, 1 – приклад, 2 – вправа, 3 – тест, 4 – підказка. Агент-репетитор міститиме логіку вибору дії (на основі Q -таблиці та поточного стану) і виконання цієї дії.

Виконання дії в моделі означає зміну деяких параметрів студента. Наприклад, якщо дія – дати практичне завдання, то код моделі може викликати процедуру, яка з імовірністю, залежною від рівня знань, визначає, чи студент успішно виконав завдання. Від цього залежатиме зростання рівня знань (обчислення приросту знань (*learning-gain*) у разі успіху) та зміна емоційного стану (наприклад, підвищення *emotion*, якщо успішно – радість від успіху, або зниження в разі невдачі – фрустрація). Таким чином, дія агента зумовлює перехід стану студента: були значення (старий стан), після дії деякі змінні змінилися (новий стан). Важливо, що кожна дія може мати різний ефект залежно від стилю навчання – наприклад, візуальному учню демонстрація прикладу може дати більший приріст знань і мотивації, ніж довге текстове пояснення. Ці залежності теж можна закласти в модель під час оновлення стану.

4. Винагорода – це числовий зворотний зв'язок, який агент отримує після виконання дії в певному стані. Мета агента – максимізувати очікувану сумарну винагороду, тому правильне визначення винагороди критично впливає на те, чого навчиться система. У навчальній моделі винагородою може слугувати успішність навчання та задоволеність студента. Зазвичай винагороду формують на основі зміни стану студента:

– прогрес знань: якщо після дії рівень знань студента зріс (наприклад, студент правильно виконав завдання, зрозумів тему), то агент отримує позитивну винагороду. Чим більший приріст знань, тим більша винагорода;

– емоційна реакція: якщо дія покращила настрій студента або підтримала його мотивацію (зріс показник *emotion*), це теж бажано й можна додати до винагороди. Навпаки, якщо студент засмучений або нудьгує (*emotion* знижується), можна вважати це негативною винагородою (штрафом) для системи;

– досягнення цілей навчання: додатково можна давати велику позитивну винагороду, коли студент досягає якогось ключового результату (наприклад, склав підсумковий тест, закрив прогалину у знаннях). Негативну – якщо студент відмовляється продовжувати навчання (український негативний емоційний стан).

Формально, можна визначити функцію винагороди R (*state, action, newState*), що обчислює скаляр на основі старого стану, вибраної дії та нового стану.

Наприклад: +10 балів за одиницю прогресу у знаннях (тобто learning-gain), +5 за покращення настрою. Якщо знання чи настрої погіршилися, винагорода буде від’ємна. Звісно, параметри можна підбирати. Важливо, що винагорода визначається таким чином, щоб стимулювати бажану поведінку системи – тобто ефективно навчання з урахуванням комфорту студента.

Агент-репетитор після виконання дії обчислює винагороду на основі того, як змінився стан студента, і використовує її для оновлення своєї Q-таблиці. У NetLogo значення винагорода може бути локальною змінною у процедурі, яка потім використовується у формулі Q-оновлення.

5. Q-таблиця – це структура даних, де агент зберігає оцінки корисності (значення Q) для пар «стан – дія». Кожен запис Q (s, a) відображає, наскільки цінним для агента є виконання дії a у стані s із погляду очікуваного отримання винагорода в майбутньому. Під час навчання ці оцінки поступово наближаються до оптимальних. Алгоритм Q-learning оновлює таблицю за правилом:

$$Q(s, a) \leftarrow Q(s, a) + \alpha [r + \gamma \max_{a'} Q(s', a') - Q(s, a)],$$

де α – коефіцієнт навчання (*learning rate*), γ – фактор дисконтування майбутніх нагород (*discount factor*), r – отримана винагорода, s' – новий стан після дії.

Параметр α визначає, наскільки швидко агент ураховує новий досвід (вищі значення – швидше, але потенційно нестабільніше навчання), а γ ($0 \leq \gamma \leq 1$) задає, наскільки агент цінує майбутні винагороди порівняно з негайними (вищий γ – більше уваги до довгострокової вигоди).

У таблиці 1 подано приклади взаємозв’язку між поточним станом студента, дією агента – навчальної системи й очікуваною винагородою, що використовується в алгоритмі Q-learning. Такий формат дозволяє формалізувати адаптацію навчального контенту до індивідуальних характеристик учня.

Таблиця 1

Приклад відповідності: Стан \rightarrow Дія \rightarrow Очікувана винагорода

Стан	Дія	Очікувана винагорода
Середній рівень знань, аудіальний стиль, нейтральний настрої.	Пояснити матеріал (вербально).	+10 до знань, +3 до емоційного стану.
Низький рівень знань, візуальний стиль, фрустрований.	Показати приклад (візуальний контент).	+15 до знань, +5 до настрою.
Високий рівень знань, кінестетичний стиль, позитивний настрої.	Дати практичне завдання.	+5 до знань, +2 до мотивації.

Реалізація Q-таблиці в NetLogo

NetLogo не має вбудованого типу для матриці, але є кілька способів зберігати Q-значення. Один із них як структура даних table: NetLogo надає розширення table (хеш-таблиці/словники). Можна створити для агента-репетитора змінну q-table типу таблиця, де ключами будуть пари (стан, дія), а значеннями – числові Q. Наприклад, ключем може бути список [state action].

Параметри та змінні моделі:

1. Стан агента-студента кодується як комбінація трьох характеристик state = [learning-style, knowledge-state, emotion] (табл. 2).

Таблиця 2

Learning-style, knowledge-state, emotion

Назва змінної	Позначення	Значення	Призначення
Стиль навчання	learning-style	візуальний / аудіальний / ін.	Визначає перевагу у форматі подачі
Рівень знань	knowledge-state	низький/середній/високий	Поточне засвоєння матеріалу
Емоційний стан	emotion	-1 ... +1 або категорії	Мотиваційний і настроєвий фон

2. Приріст знань (learning-gain):

– визначає динаміку змін знань як різницю між новим і попереднім рівнем знань: learning-gain = knowledge-state(нове) – knowledge-state (попереднє);
 – використовується для обчислення винагороди.

3. Q-таблиця (q-table):

– виглядає як словник (хеш-таблиця), де ключем є [state, action], а значенням – числова оцінка Q.

Параметри алгоритму Q-learning наведені в таблиці 3.

Таблиця 3

Параметри алгоритму Q-learning

Позначення	Назва	Типове значення	Призначення
α	learning rate	0.1	Швидкість оновлення знань
γ	discount factor	0.9	Вага майбутніх винагород
ϵ	epsilon (explore)	0.1	Імовірність випадкової дії

Представлення прогресу навчання та емоційного стану

У моделі NetLogo прогрес навчання (knowledge-state) і емоційний стан (emotion) студента відображають зміну стану агента в результаті дії. Значення знань збільшується в результаті успішних дій (наприклад, розв’язання вправи), а емоції – за позитивного досвіду (успіх, відповідність стилю). Ці змінні використовуються для обчислення винагороди та входять до простору станів агента. Для візуалізації можна відображати колір студента залежно від емоційного стану або виводити рівень знань у вигляді числового лейбла над агентом. Це спрощує аналіз поведінки агентів під час симуляції.

Рівень знань (knowledge-state) студента можна інтерпретувати як частку засвоєного матеріалу або кількість набраних балів. Початково ця змінна встановлюється на певний рівень (наприклад, 0 або якась оцінка попередніх знань). Кожна навчальна дія потенційно змінює рівень знань: успішне вирішення завдання, отримання зрозумілого пояснення збільшує цей рівень, тоді як пропуск або невдача можуть залишити без змін або навіть знизити (хоча знання зазвичай не втрачаються, можна вводити штраф за забуття в разі довгого нерозуміння). Оновлення knowledge-state здійснюється у процедурах дій (як показано раніше в perform-action). Для спостереження за прогресом у моделі можна будувати графік знань студента по часових кроках або виводити цю змінну на моніторі.

Емоційний стан (emotion) – складніша величина для моделювання, але її теж можна спростити до одного показника. Як зазначалося, можна задати шкалу від -1 до +1 або індекс настрою. Важливо оновлювати цей стан на основі подій: якщо студенту стало нудно (наприклад, багато раз повторюється вже відомий матеріал), emotion може зменшуватися. Якщо студент фрустрований (кілька невдалих спроб вирішити завдання), показник також знизиться. Навпаки, зацікавленість росте, коли дії системи відповідають стилю студента та рівню виклику: наприклад, успішне виконання складнішого завдання може підняти настроєність. У соціальному моделюванні емоцій часто використовують підхід, коли емоції представлені динамічними змінними агента.

Тобто кожен агент має змінну, що описує інтенсивність якоїсь емоції, яка змінюється із часом за визначеними правилами. У нашому випадку emotion є саме такою динамічною змінною: її значення змінюється за кожної взаємодії залежно від результату. Можна навіть моделювати поступове згасання емоцій (наприклад, якщо студент довгий час не діє, його emotion повільно повертається до нейтрального стану – реалізується в циклі go без дій або як частина tick).

Стиль навчання (learning-style) студента, на відміну від перших двох, можна вважати фіксованою властивістю (або рідко змінюваною). Її задають під час створення агента (випадково або відповідно до сценарію). Ця змінна впливає на те, як навчальна система інтерпретує стан і вибирає дії. Наприклад, система може навчитися того, що для студента з візуальним стилем дії, пов'язані з ілюстраціями, приносять вищу винагороду (бо і знання, і емоції покращуються більше), тоді як для аудіального студента – ліпше спрацювують вербальні пояснення. Отже, learning-style включено до простору станів, і Q-learning автоматично врахує його у формуванні різних значень Q для дій залежно від стилю (фактично, агент навчиться різної політики для різних стилів, якщо вони приведуть до різних винагород).

Моніторинг і візуалізація. NetLogo дозволяє легко спостерігати за змінними агентів під час симуляції. Наприклад, можна відображати емоційний стан студента через колір черепашки: зробити правило, що за високого emotion ($>0,5$) студент-патч змінює колір на зелений (щасливий), за низького ($<-0,5$) – на червоний (фрустрований), а між ними – на нейтральний сірий. Це забезпечить візуальний зворотний зв'язок у моделі. Також можна відображати рівень знань студента над агентом (наприклад, set label knowledge-state) або графіком, що показує прогрес. Отже, під час моделювання видно, як дії системи впливають на студента як у кількісному вимірі (знання), так і в якісному (настрій).

Методика проведення експериментів

Метою експериментів було дослідження ефективності використання алгоритму Q-learning для персоналізованого навчання студентів у середовищі NetLogo. Агентами виступають студенти з різними стилями навчання (візуальний, аудіальний, кінестетичний), які взаємодіють із навчальним контентом різного типу (текст, відео, аудіо) та складності.

Середовище реалізовано у вигляді сітки патчів із випадковим розподілом типів контенту. Кожен агент використовує ϵ -жадібну політику для вибору дій (залишитися або рухатись випадково) і оновлює Q-таблицю відповідно до отриманої винагороди.

Дані про середню винагороду, відсоток позитивних винагород і кількість агентів, які переміщуються, автоматично зберігалися в CSV-файл. Для аналізу даних використовувався Python із бібліотеками pandas і matplotlib.

Було проведено серію запусків моделі з різними параметрами навчання: ϵ , α , γ . Зокрема, розглянуто конфігурацію з $\epsilon = 0,1$, $\alpha = 0,5$, $\gamma = 0,9$.

У моделі було реалізовано симуляцію персоналізованого навчального середовища, у якому агенти-студенти з різними стилями навчання взаємодіють із навчальним контентом (відео, текст, аудіо) різної складності. Агент – навчальна система реалізує алгоритм Q-learning, адаптуючи стратегії викладання на основі спостережень за реакціями студентів.

Для моделювання навчального процесу було створено 50 агентів-студентів, кожному з яких випадково присвоюється один із трьох стилів навчання: візуальний, аудіальний або кінестетичний (learning-style). Агенти розміщуються у випадкових координатах середовища, що імітує навчальний простір.

Кількість агентів зафіксовано у процедурі setup-students, яка є частиною початкової ініціалізації моделі (setup). Це дозволяє забезпечити повторюваність експерименту зі збереженням водночас випадковості в параметрах кожного агента (місцезоташування, стиль).

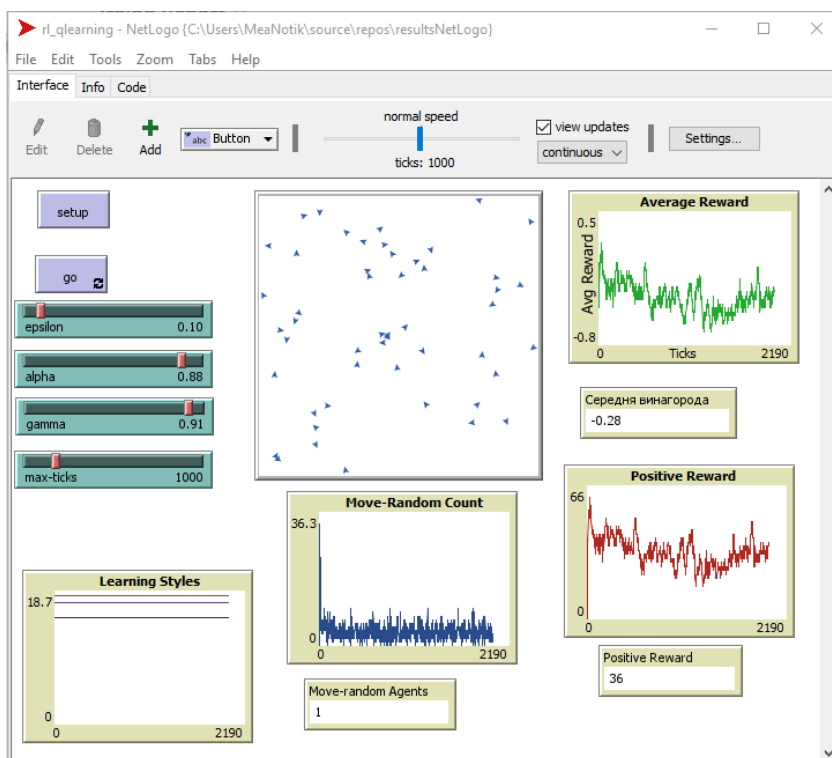
Усі агенти мають власну таблицю дій q-table, яка формується під час симуляції у процесі навчання на основі взаємодії зі змістовними елементами середовища й обчисленої винагороди.

У вікні моделі видно приблизно 50 трикутників – це черепашки-агенти, які виконують дії згідно з Q-learning (рис. 1-а). Початковий стан симуляції в NetLogo: агенти-студенти розміщені випадково на сітці патчів, кожен із яких містить контент певного типу; зміна кольору агентів відображає емоційний стан, числові мітки показують рівень знань. Це зображення ілюструє, як виглядає просторове середовище та візуалізація змінних студентів у процесі навчання. Рисунок 1-б ілюструє як візуальний інтерфейс моделі, так і внутрішню логіку функціонування навчального агента.

У моделі NetLogo реалізовано підкріплювальне навчання агентів у середовищі з різними типами контенту. Параметри ϵ (epsilon), α (alpha) та γ (gamma) були автоматично варійовані в заданих діапазонах за допомогою скрипту на Python із використанням `pyNetLogo`. Для кожного запуску моделі зберігались середнє значення винагороди та відсоток агентів із позитивною винагородою.

З метою оцінювання впливу параметрів навчання було реалізовано автоматизований `random search` із Python-інтерфейсом `pyNetLogo`. Для кожного набору параметрів (ϵ , α , γ) NetLogo-сценарій запускався на 1 000 кроків. Було проведено 10 запусків із випадковими параметрами, кожен із яких фіксував:

- середню винагороду агентів (`avg_reward`);
- відсоток агентів із позитивною винагородою (`positive_reward_percent`).



а



б

Рис. 1: а) – початковий вигляд моделі NetLogo з агентами-студентами, розміщеними у випадкових позиціях на сітці патчів; б) – блок-схема логіки агента: послідовність дій з ухвалення рішень на основі поточного стану, вибору дії, отримання винагороди й оновлення Q-таблиці

У моделі агенти-студенти пересуваються простором навчального середовища; кожен агент має власний стиль навчання (візуальний, аудіальний, кінестетичний); кожна ділянка (patch) має тип навчального контенту (text, video, audio) і рівень складності; агенти використовують алгоритм Q-learning для вибору дій: залишитися або рухатися; винагорода залежить від відповідності стилю навчання агента типу контенту.

Поведінка агентів і ефективність навчання значною мірою залежать від параметрів Q-learning. Нижче наведено конфігурацію, яка продемонструвала найкращі результати під час серії симуляцій:

- Сценарій симуляції: запуск № 3.
- Параметри навчання:
 $\epsilon = 0,2$ (імовірність випадкової дії);
 $\alpha = 0,52$ (швидкість навчання);
 $\gamma = 0,81$ (дисконт майбутніх винагород).
 – Середня винагорода: $-0,24$.
 – Частка агентів із позитивною винагородою – 38%.

Результати свідчать про часткову адаптацію агентів до відповідного контенту, проте значна частина дій ще залишається неефективною.

На рисунку 2 показана динаміка змін у поведінці агентів за часом. Видно, як із ростом досвіду зменшується випадковість дій і зростає ефективність.

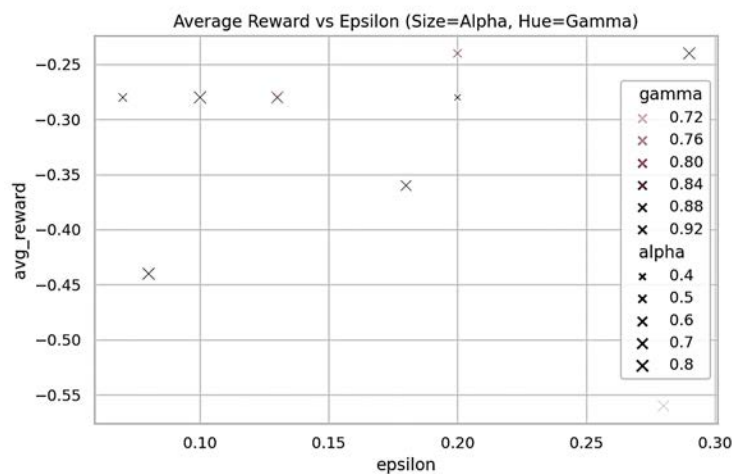


Рис. 2. Графіки середньої винагороди, частки агентів із позитивною винагородою та кількості переміщень

Рисунок 3 демонструє, як модель накопичує знання про ефективність дій у різних станах.

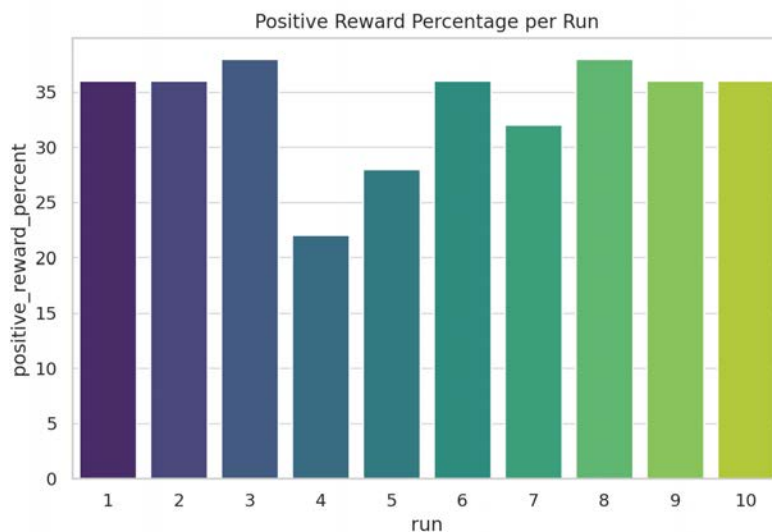


Рис. 3. Візуалізація Q-таблиці агента під час симуляції

Нижче наведено графіки залежностей середньої винагороди від параметрів. На рисунку 4 видно, що менші значення ϵ (менше дослідження) приводять до вищої ефективності агентів.

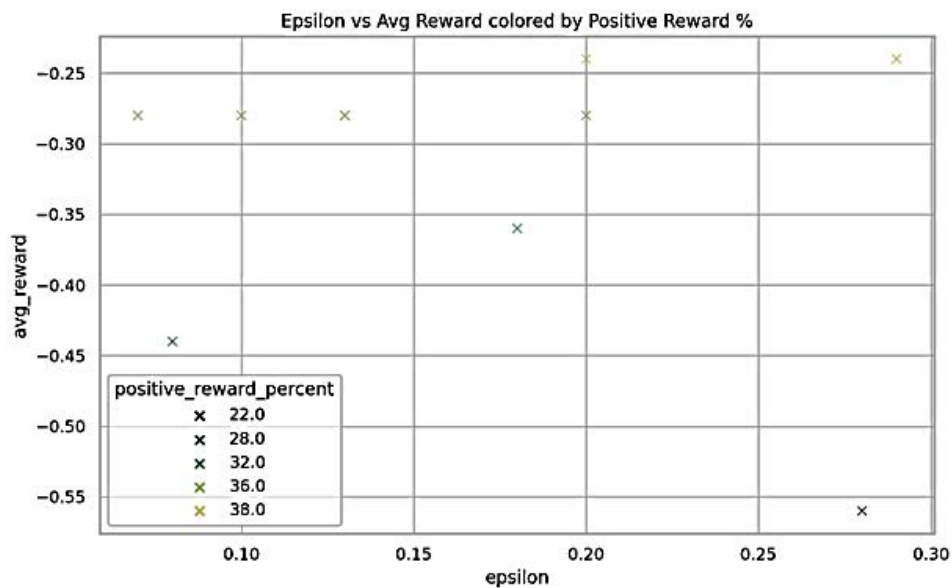


Рис. 4. Залежність середньої винагороди від ϵ (epsilon) – коефіцієнта експлорації

Оптимальні значення (рис. 5) забезпечують баланс між стабільністю та адаптивністю політики навчання.

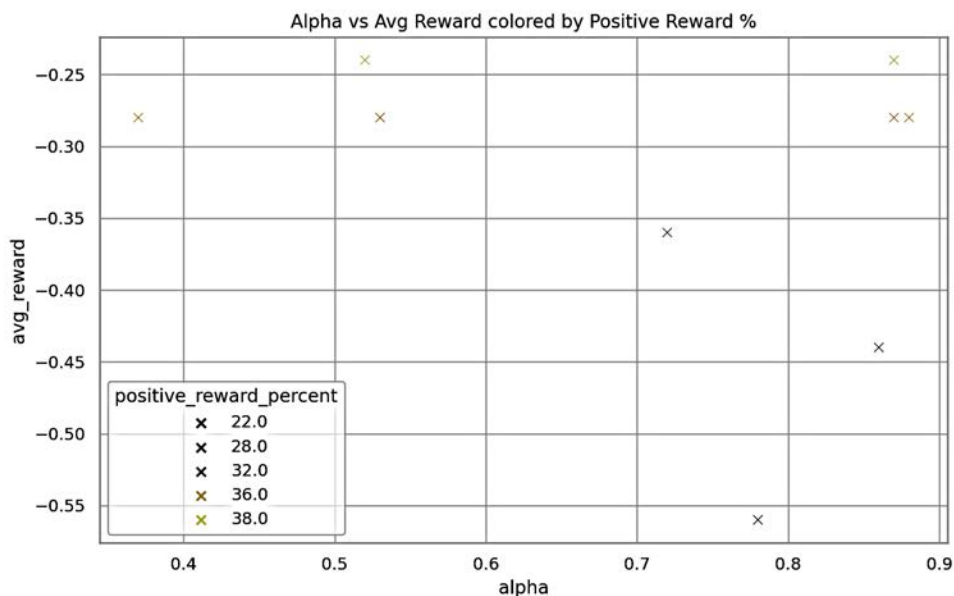


Рис. 5. Вплив α (alpha) – коефіцієнта навчання на результати симуляції

Високі значення γ (рис. 6) стимулюють стратегічне мислення агентів, але можуть знижувати негайну винагороду.

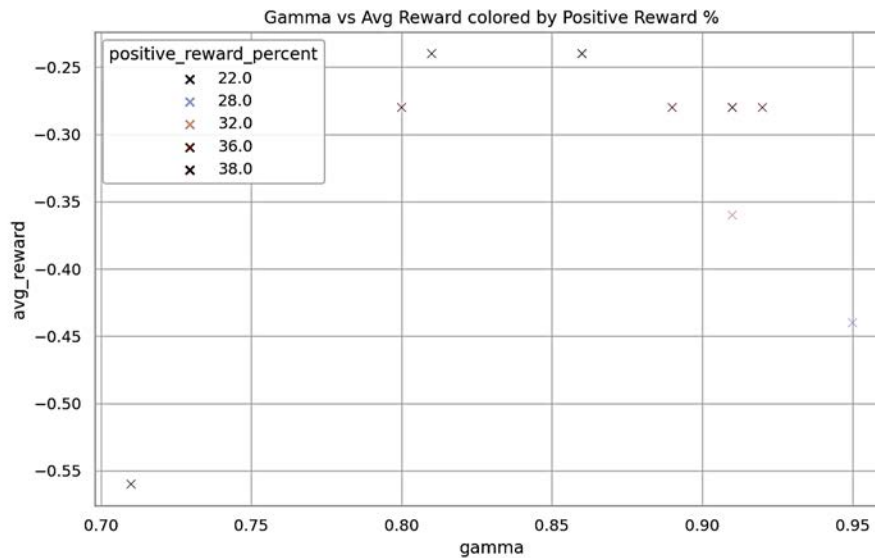


Рис. 6. Залежність результатів симуляції від γ (gamma) – параметра дисконтування майбутніх винагород

Аналіз параметрів та результати симуляцій

У процесі дослідження було проаналізовано вплив параметрів алгоритму Q-learning на ефективність навчання агентів у симуляційному середовищі. Оптимальні значення параметрів ϵ , α та γ визначалися за допомогою методу випадкового пошуку (*random search*).

Найкращі результати спостерігалися за:

$\epsilon \approx 0,1-0,2$ (коефіцієнт експлорації);

$\alpha \approx 0,5-0,7$ (швидкість навчання);

$\gamma \approx 0,9-0,99$ (дисконт майбутніх винагород).

Однак значна варіативність у результатах свідчить про потенційну складність середовища та доцільність подальшого дослідження з використанням методів GridSearch або Bayesian Optimization.

У межах серії з 10 запусків, виконаних із рандомізованими комбінаціями параметрів, були отримані такі результати:

– середня винагорода (*avg_reward*) варіювалася від 0,56 до 0,20. Що ближче значення до нуля, то кращою була адаптація агентів до контенту;

– відсоток позитивної винагороди досягав 40% і вище, тобто до 40% агентів ефективно навчалися в конкретних умовах.

Інтерпретація параметрів:

– коефіцієнт експлорації ϵ (0,07–0,27) – найвищі результати досягались за низьких значень ϵ (0,07–0,18), що свідчить про ефективність експлуатації перевірених стратегій, тобто студенти, які дотримуються перевірених методів навчання, мають вищу ефективність;

– швидкість навчання α (0,35–0,74) – оптимальними виявились значення в межах 0,4–0,6, які забезпечували баланс між новим досвідом і вже накопиченими знаннями; занадто високе або низьке α спричиняє нестабільність у виборі дій;

– орієнтація на майбутнє γ (0,72–0,94) – завищене γ ($>0,9$) часто знижувало ефективність, отже, надмірна орієнтація на далекі винагороди може бути недоцільною в умовах навчання, це означає, що агенти мають бути орієнтовані на короткострокову вигоду, тобто швидкий результат у навчанні краще мотивує.

Узагальнені висновки: найкращі результати (вища середня винагорода та відсоток позитивного навчання) спостерігались за:

$\epsilon \approx 0,1-0,18$ (менше дослідження);

$\alpha \approx 0,4-0,6$ (помірне навчання);

$\gamma \approx 0,72-0,84$ (орієнтація на поточні винагороди).

Це узгоджується з освітньою практикою: швидкий зворотний зв'язок, помірна адаптація до нових підходів і фокус на успішному досвіді дають найкращі результати в персоналізованому навчанні.

Практичні рекомендації:

- інтелектуальні навчальні системи можуть адаптувати поведінку агентів відповідно до стилю учня, динамічно підлаштовувати контент;
- Q-learning – потужний інструмент для формування гнучких навчальних траєкторій;
- модель може змінювати вагу нових даних залежно від поточної успішності студента, забезпечувати адаптивну стратегію викладання.

Візуальний аналіз і підтвердження.

Графіки показали, що найкращі результати досягалися за низьких значень ϵ (0,07–0,18), помірного α (0,4–0,6) та високого γ (0,84–0,94). Це узгоджується з гіпотезою про те, що успішне персоналізоване навчання потребує фокусування на вже відомих ефективних стратегіях з обмеженим дослідженням нових підходів:

- ϵ : менші значення сприяють експлуатації перевірених стратегій. У контексті освіти це означає, що агенти, які менше експериментують, а частіше повторюють ефективні стратегії, досягають кращих результатів;

- α : помірне значення дозволяє балансувати між новими і старими знаннями. Це важливо для гнучкого оновлення політик агента без втрати накопиченого досвіду;

- γ : високі значення зумовлюють орієнтацію на майбутні вигоди, що добре узгоджується з освітніми завданнями, де мета – довготривалий прогрес студента.

Висновки та подальші напрями дослідження

У статті представлено агентну модель персоналізованого навчання на основі алгоритму Q-learning, реалізовану в середовищі NetLogo. Агенти-студенти взаємодіють із навчальним контентом, що вирізняється за типом і складністю, і адаптують свою поведінку відповідно до стилю навчання. Результати моделювання демонструють ефективність підходу до адаптивного вибору дій на основі винагороди, що залежить від відповідності контенту індивідуальним особливостям агента.

Проведений аналіз впливу параметрів Q-learning (ϵ , α , γ) показав, що:

- низький рівень експлорації ($\epsilon \approx 0,1-0,2$) сприяє ефективному використанню вже відомих стратегій;

- помірні значення швидкості навчання ($\alpha \approx 0,4-0,6$) забезпечують баланс між стабільністю і адаптивністю;

- значення коефіцієнта дисконтування ($\gamma \approx 0,72-0,84$) дозволяють агентам зосередитись на коротко- та середньострокових цілях.

Отримані результати узгоджуються із принципами персоналізованого навчання, де важливі швидкий зворотний зв'язок, гнучке оновлення знань і фокус на індивідуальний прогрес.

У подальших дослідженнях передбачається:

- розширення підходу шляхом використання GridSearch або Bayesian Optimization для точнішого налаштування параметрів;

- моделювання взаємодії між агентами та її впливу на колективну динаміку навчання;

- інтеграція когнітивних і емоційних факторів у функцію винагороди для підвищення реалістичності моделі.

Список використаної літератури

1. Bazzanella E., Santos F. Does a Q-learning NetLogo Extension Simplify the Development of Agent-based Simulations? *Proceedings of the 15th Workshop-School on Agents, Environments,*

- and Applications (WESAAC 2021), Porto Alegre, 2021. P. 1–12. <https://doi.org/10.5753/wesaac.2021.33403>.
2. Bazzanella E., Barros M.M., Santos F. Refactoring the NetLogo Reinforcement Learning Extension for Integration with the BURLAP Library. *Proceedings of the 18th Workshop-School on Agents, Environments, and Applications (WESAAC 2024)*. Porto Alegre, 2024. P. 51–62. <https://doi.org/10.5753/wesaac.2024.33455>.
 3. Amzil I., Aammou S., Tagdimi Z., Erradi H. Personalizing Learning Experiences with Q-Learning in Adaptive Educational Systems *E-Learning and Smart Engineering Systems (ELSES 2023)*. Atlantis Press, 2023. P. 70–77. DOI: 10.2991/978-94-6463-360-3_9.
 4. Dahan A., Roth N., Pelosi A.D., Reiner M. A Reinforcement Learning Framework for Personalized Adaptive E-Learning. *Advanced Technologies and the University of the Future. Lecture Notes in Networks and Systems*. Springer, Cham. 2024. Vol. 1140. P. 141–162. https://doi.org/10.1007/978-3-031-71530-3_10.
 5. Mon B.F., Wasfi A., Hayajneh M., Slim A., Abu Ali N. Reinforcement Learning in Education: A Literature Review. *Informatics*. 2023. Vol. 10 (3). P. 74. <https://doi.org/10.3390/informatics10030074>.
 6. Alharbi K., Cristea A.I., Shi L., Tymms P., Brown C. Agent-Based Simulation of the Classroom Environment to Gauge the Effect of Inattentive or Disruptive Students. *Intelligent Tutoring Systems (ITS 2021)*. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 12677. Springer, Cham. 2021. P. 211–223. https://doi.org/10.1007/978-3-030-80421-3_23.
 7. Alharbi K., Cristea A.I. Hybrid Agent-Based Machine Learning Simulation of a Classroom Disruption Model *Proceeding of the 38th ECMS conference, editors: Daniel Grzonka, Natalia Rylko, Grazyna Suchacka, Vladimir Mityushev*. 2024. Vol. 38. № 1. P. 125–132.
 8. Govea J., Maldonado Navarro A., Sánchez-Viteri S., Villegas-Ch. W. Implementation of Deep Reinforcement Learning Models for Emotion Detection and Personalization of Learning in Hybrid Educational Environments. *Front. Artif. Intell.* 2024. Vol. 7. P. 1458230. <https://doi.org/10.3389/frai.2024.1458230>.
 9. Osakwe I., Chen G., Fan Y., Rakovic M., Li X., Singh S., Molenaar I., Bannert M., Gašević D. Reinforcement Learning for Automatic Detection of Effective Strategies for Self-Regulated Learning. *Computers and Education: Artificial Intelligence*. 2023. Vol. 5. P. 100181. <https://doi.org/10.1016/j.caeai.2023.100181>.
 10. Axak N., Tatarnykov A., Kushnaryov M. Agent-based method of improving the efficiency of the e-learning. *Proceedings of the 12th International Scientific and Practical Conference Information Control Systems and Technologies, ICST 2024*. Vol. 3790. P. 63–75. URL: <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-85207827452&partnerID=MN8TOARS>.

References

1. Bazzanella, E., & Santos, F. (2021). Does a Q-learning NetLogo extension simplify the development of agent-based simulations? In *Proceedings of the 15th Workshop-School on Agents, Environments, and Applications (WESAAC 2021)*, 1–12. Porto Alegre. <https://doi.org/10.5753/wesaac.2021.33403> [in English].
2. Bazzanella, E., Barros, M.M., & Santos, F. (2024). Refactoring the NetLogo reinforcement learning extension for integration with the BURLAP library. In *Proceedings of the 18th Workshop-School on Agents, Environments, and Applications (WESAAC 2024)*, 51–62. Porto Alegre. <https://doi.org/10.5753/wesaac.2024.33455> [in English].
3. Amzil, I., Aammou, S., Tagdimi, Z., & Erradi, H. (2023). Personalizing learning experiences with Q-learning in adaptive educational systems. In M. Khaldi (Ed.), *E-Learning and Smart Engineering Systems (ELSES 2023)*, 70–77. Atlantis Press. https://doi.org/10.2991/978-94-6463-360-3_9 [in English].

4. Dahan, A., Roth, N., Pelosi, A.D., & Reiner, M. (2024). A reinforcement learning framework for personalized adaptive e-learning. In *Advanced Technologies and the University of the Future*, 1140, 141–162. Lecture Notes in Networks and Systems. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-71530-3_10 [in English].
5. Mon, B.F., Wasfi, A., Hayajneh, M., Slim, A., & Abu Ali, N. (2023). Reinforcement learning in education: A literature review. *Informatics*, 10 (3), 74. <https://doi.org/10.3390/informatics10030074> [in English].
6. Alharbi, K., Cristea, A.I., Shi, L., Tymms, P., & Brown, C. (2021). Agent-based simulation of the classroom environment to gauge the effect of inattentive or disruptive students. In I. I. Bitten-court et al. (Eds.), *Intelligent Tutoring Systems (ITS 2021)*, 12677, 211–223. Lecture Notes in Computer Science. Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-80421-3_23 [in English].
7. Alharbi, K., & Cristea, A.I. (2024). Hybrid agent-based machine learning simulation of a classroom disruption model. In D. Grzonka, N. Rylko, G. Suchacka, & V. Mityushev (Eds.), *Proceedings of the 38th ECMS International Conference on Modelling and Simulation*, 38 (1), 125–132 [in English].
8. Govea, J., Maldonado Navarro, A., Sánchez-Viteri, S., & Villegas-Ch., W. (2024). Implementation of deep reinforcement learning models for emotion detection and personalization of learning in hybrid educational environments. *Frontiers in Artificial Intelligence*, 7, 1458230. <https://doi.org/10.3389/frai.2024.1458230> [in English].
9. Osakwe, I., Chen, G., Fan, Y., Rakovic, M., Li, X., Singh, S., Molenaar, I., Bannert, M., & Gašević, D. (2023). Reinforcement learning for automatic detection of effective strategies for self-regulated learning. *Computers and Education: Artificial Intelligence*, 5, 100181. <https://doi.org/10.1016/j.caeai.2023.100181> [in English].
10. Axak, N., Tatarnykov, A., & Kushnaryov, M. (2024). Agent-based method of improving the efficiency of the e-learning. In *Proceedings of the 12th International Scientific and Practical Conference “Information Control Systems and Technologies” (ICST 2024)*, 3790, 63–75. <http://www.scopus.com/inward/record.url?eid=2-s2.0-85207827452&partnerID=MN8TOARS> [in English].

Аксак Наталія Георгіївна – д.т.н., професор, професор кафедри комп’ютерних інтелектуальних технологій та систем Харківського національного університету радіоелектроніки. E-mail: nataliia.axak@nure.ua, ORCID: 0000-0001-8372-8432.

Татарников Андрій Олександрович – аспірант кафедри комп’ютерних інтелектуальних технологій та систем Харківського національного університету радіоелектроніки. E-mail: andrii.tatarnykov@nure.ua, ORCID: 0000-0002-1632-8188.

Кушнар'ов Максим Володимирович – к.т.н., старший викладач кафедри комп’ютерних інтелектуальних технологій та систем Харківського національного університету радіоелектроніки. E-mail: maksym.kushnarov@nure.ua, ORCID: 0000-0002-3772-3195.

Aksak Natalia Heorhiiivna – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Computer Intellectual Technologies and Systems of the Kharkiv National University of Radio Electronics. E-mail: nataliia.axak@nure.ua, ORCID: 0000-0001-8372-8432.

Tatarnikov Andriy Oleksandrovych – Postgraduate Student at the Department of Computer Intellectual Technologies and Systems of the Kharkiv National University of Radio Electronics. E-mail: andrii.tatarnykov@nure.ua, ORCID: 0000-0002-1632-8188.

Kushnaryov Maxim Volodymyrovych – Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer at the Department of Computer Intellectual Technologies and Systems of the Kharkiv National University of Radio Electronics. E-mail: maksym.kushnarov@nure.ua, ORCID: 0000-0002-3772-3195.

УДК 004.942.001.57:681.51:658.264

Я.І. БЕГЛОВ, Л.Д. ВОВК
Національний університет «Одеська політехніка»**ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМ РЕГУЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРИ В СИСТЕМІ ТЕПЛОПОСТАЧАВАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНИХ СПОЖИВАЧІВ ТЕПЛОВОЇ ЕНЕРГІЇ**

Розглянуто проблему ефективного управління опаленням в індивідуальних житлових будинках із застосуванням математичного моделювання. Системи опалення в сучасних умовах мають враховувати не тільки ефективність теплових пристроїв, а й енергозбереження, що стає особливо важливим на фоні зростання цін на енергоносії та потреби в підвищенні енергоефективності. Основною метою роботи є раціоналізація розподілу теплового навантаження між кількома споживачами, включаючи опалювальні прилади, систему теплих підлог і гаряче водопостачання, що дозволяє мінімізувати енергетичні витрати й покращити комфорт проживання. Основним завданням роботи є розроблення математичної моделі, яка дозволяє ефективно керувати опалювальною системою індивідуального будинку з урахуванням взаємодії різних джерел тепла та розподілу енергії серед споживачів.

Математична модель, запропонована в роботі, описує тепловий баланс приміщення через моделі двох теплообмінників, що враховують умови теплообміну, витрати гарячої води та різні способи регулювання температури. Застосовані диференціальні рівняння дозволяють описати процеси нагріву й охолодження у приміщенні, а також температуру води в опалювальних пристроях. Імітаційна модель дозволяє перевірити ефективність різних підходів до регулювання температури та зробити висновки щодо оптимальних методів управління тепловим навантаженням. Це дає змогу моделювати динаміку температури в будинку за різних типів регулювання – кількісному і якісному. Розглянуто обидва підходи до регулювання температури, проведено порівняння перехідних процесів для кожного з методів на основі імітаційної моделі.

Оцінювання перехідних процесів за допомогою імітаційної моделі показало, що система якісного регулювання дозволяє забезпечити більшу стабільність температури з меншими відхиленнями порівняно з кількісним регулюванням, що робить її більш ефективною для автоматизованих систем управління.

Запропонована модель дає змогу підвищувати енергоефективність опалювальних будинків завдяки раціональному розподіленню тепла по приміщеннях, може бути використана для розроблення інтелектуальних систем опалення в умовах високої вартості енергоресурсів.

Ключові слова: енергоефективність, система опалення, математична модель, система регулювання, метод регулювання.

YA.I. BEGLOV, L.D. VOVK
Odessa Polytechnic National University**RESEARCH OF TEMPERATURE CONTROL SYSTEMS IN THE HEAT SUPPLY SYSTEM OF INDIVIDUAL HEAT CONSUMERS**

The article considers the problem of efficient heating control in individual residential buildings using mathematical modelling. Heating systems in modern conditions should take into account not only the efficiency of thermal devices, but also energy saving, which is especially important against the background of rising energy prices and the need to improve energy efficiency. The main goal of this work is to rationalise the distribution of heat load among several consumers, including heating devices, underfloor heating and hot water supply, which minimises energy costs and improves living comfort. The main objective of this work is to develop a mathematical model that allows for efficient control of the heating system of an individual house, taking into account the interaction of different heat sources and energy distribution among consumers.

The mathematical model proposed in this paper describes the heat balance of a room through the models of two heat exchangers that take into account the conditions of heat exchange, hot water consumption and various methods of temperature control. The applied differential equations allow us to describe the heating and cooling processes in the room, as well as the water temperature in the heating devices. The simulation model allows us to test the effectiveness of different approaches to temperature control and draw conclusions about the optimal methods of heat load management. This makes it possible to simulate the temperature dynamics in a building with different types of control – quantitative and qualitative. The two approaches to temperature control are considered and the transient processes for each method are compared using a simulation model.

Evaluation of transient processes using the simulation model has shown that the qualitative control system allows for greater temperature stability with less deviation compared to the quantitative control, which makes it more efficient for automated control systems.

The proposed model makes it possible to increase the energy efficiency of heated buildings by rationally distributing heat across the premises, and can be used to develop intelligent heating systems in conditions of high energy costs.

Key words: energy efficiency, heating system, mathematical model, control system, control method.

Постановка проблеми

Ефективне управління опаленням в індивідуальних житлових будинках є актуальним завданням, що потребує комплексного підходу й застосування сучасних методів математичного моделювання. В умовах зростання цін на енергоресурси та необхідності підвищення енергоефективності особлива увага приділяється раціональному використанню різних джерел теплової енергії, як-от газові котли, котли на твердому паливі та сонячні колектори. Оптимальний розподіл теплового навантаження між кількома споживачами, включно з опалювальними приладами, системою теплих підлог і гарячим водопостачанням, дає змогу мінімізувати енерговитрати та підвищити комфорт проживання.

Розроблення математичної моделі індивідуального будинку з погляду підвищення ефективності опалення має враховувати особливості роботи різних джерел тепла, температурні умови для різних опалювальних приміщень і способи розподілу теплової енергії всередині будівлі. Важливим аспектом є інтеграція інтелектуальних систем управління, здатних автоматично перерозподіляти теплове навантаження залежно від поточного попиту й параметрів роботи джерел тепла.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Одним із важливих питань, якому приділяється увага під час синтезу і аналізу систем керування, є опис динамічних властивостей об'єктів керування.

Щодо розроблення систем керування теплопостачанням будь-яких об'єктів, більшість досліджень присвячено розгляданню властивостей окремих елементів, з яких складається система теплопостачання [1]. Це стосується як джерел тепла, так і споживачів теплової енергії. Джерелами енергії розглядаються і традиційні опалювальні котли на твердому та газоподібному паливі, і відновлювальні джерела енергії [2].

Робота [3] присвячена моделюванню системи опалення на основі радіаторів. Змодельовано різні компоненти системи, а також динаміку опалення будівлі. За допомогою розробленої імітаційної моделі можна знаходити температуру у приміщенні як функцію його структури та вибраних стратегій керування.

У роботі [4] досліджено можливість спільного використання теплового насоса, сонячних колекторів і централізованого джерела теплової енергії для опалення та гарячого водопостачання. Запропонований алгоритм керування системою опалення та гарячим водопостачанням реалізує каскадну роботу обладнання із пріоритетом увімкнення поновлюваних джерел теплової енергії для вирішення завдання скорочення споживання енергоресурсів.

Метою роботи [5] є математичне моделювання, розроблення алгоритму програми й комп'ютерне моделювання системи із сонячного колектора плівкового типу та теплового насоса, за змінних умов його функціонування. Створена схема взаємодії сонячного колектора плівкового типу з тепловим насосом і баком-акумулятором.

У статті [6] було розглянуто автоматизовану систему управління технологічними процесами в нагрівачі із сонячним колектором. За допомогою імітаційної моделі змодельована АСР рівня та температури води в нагрівачі із сонячним колектором, отримані перехідні процеси регулювання рівня та температури залежно від зміни витрати холодної і гарячої води в допустимих межах.

Робота [7] присвячена розробленню математичної моделі роботи системи сонячного опалення з бетонним колектором. За допомогою моделі розраховуються зміни прямого і розсіяного сонячного випромінювання на поверхню колектора протягом дня з урахуванням місця розташування і орієнтації приймаючої поверхні, пори року та доби. У моделі вирішується завдання нестационарної теплопровідності в бетонній плиті із вбудованою системою труб із циркулюючою рідиною та баком-акумулятором.

Розглянуті моделі в [1–7] поєднує, по-перше, незмінність структури системи опалення, по-друге, споживач теплової енергії надається як єдиний і узагальнений.

Водночас існують роботи, у яких споживачами використовуються моделі у вигляді поєднання декількох елементів.

Так, у роботі [8] розроблено математичну модель системи опалення багатоповерхового будинку, що дає змогу вирішувати проблему розподілу між квартирами тепла централізованого теплопостачання. Ураховується власне автономно вироблене тепло, яке визначається за допомогою індивідуальних лічильників газу й електроенергії. Принциповою особливістю моделі є можливість урахування взаємного теплообміну між квартирами. Але розроблена модель побудована на ґрунті рівнянь балансу теплових потоків і не придатна для завдань автоматичного керування.

Підхід до розроблення моделі, яка враховує зміну структури системи теплопостачання, було зроблено в роботі [9]. Ця модель інформаційна і добре підходить для статичного регулювання системи теплопостачання, для дослідження режимів роботи в різних конфігураціях, але мало придатна для дослідження перехідних процесів, які виникають під впливом зовнішніх збурень.

У роботі [10] було вивчено й порівняно три різні системи централізованого теплопостачання з використанням двох різних стратегій опалення – переривчастого і напівпереривчастого опалення. Було вивчено ефективність цих альтернатив з погляду економічності та розрахункової температури у приміщенні.

У статті [11] розглядається модель теплового балансу житлового будинку. Для розроблення системи керування була використана модель теплового балансу, яка дозволяє регулювати роботу опалювальної системи будівлі з постійним перебуванням людей. Система складається з автономних регуляторів витрати води в радіаторах і регулятора температури води в котлі.

Роботи [8–11] поєднує той факт, що завдання керування тепловим навантаженням реалізується зміною теплової потужності джерела теплової енергії. З іншого боку, ефективність використання теплової енергії можна збільшити зменшенням споживання в будинках чи приміщеннях, де це доцільно.

Формулювання цілей статті

Мета роботи полягає в розробленні математичної моделі, яка дасть змогу ефективно керувати системою опалення індивідуального будинку, з урахуванням роботи газового котла, котла на твердому паливі та сонячних колекторів, а також розподіл теплової енергії між різними споживачами. У рамках дослідження буде розглянуто підходи до моделювання розподіленої системи споживачів і системи керування розподіленням теплової енергії, що сприяє підвищенню енергоефективності системи.

Основна частина

Для досягнення поставленої мети розглянемо математичну модель приміщення. Згідно з [1; 2; 12], приміщення можна описати як поєднання двох теплообмінників. Перший теплообмінник описує процес нагрівання / охолодження повітря у приміщенні залежно від температури зовнішнього середовища та теплового потоку від радіатора опалення або від теплої підлоги.

Другий теплообмінник – це радіатор або тепла підлога. Ця модель необхідна для опису зміни температури води на вході та виході опалювального пристрою під час регулювання температури повітря у приміщенні.

Параметрична схема приміщення зображена на рис. 1.

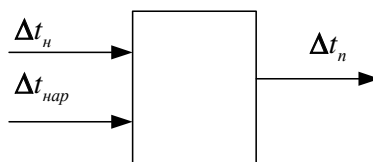


Рис. 1. Параметрична схема приміщення споживача

Приміщення являє собою прямокутну кімнату з вікном площею $F_{\text{вікн}}$, стінами загальною площею F_c і встановленим нагрівачем із площею теплообміну F_n . Ця схема відображає зв'язок між температурами довкілля $t_{\text{нар}}$, поверхні нагрівача t_n і повітря у приміщенні t_n . Наведена схема та тепловий баланс для приміщення споживача є основою для отриманого диференціального рівняння, яке встановлює зв'язок між зазначеними параметрами:

$$\frac{dt_n}{d\tau} = \frac{-(\alpha_n F_n + k_c F_c + k_{\text{вікн}} F_{\text{вікн}})}{m_n c_{pn}} \Delta t_n + \frac{\alpha_n F_n}{m_n c_{pn}} \Delta t_n + \frac{k_c F_c + k_{\text{вікн}} F_{\text{вікн}}}{m_n c_{pn}} \Delta t_{\text{нар}}, \quad (1)$$

де m_n – маса повітря у приміщенні;
 c_{pn} – питома теплоємність повітря у приміщенні;
 α_n – коефіцієнт тепловіддачі від нагрівача повітрю у приміщенні;
 $k_c, k_{\text{вікн}}$ – коефіцієнти теплопередачі через стіну й вікна приміщення відповідно.

Відповідно до параметричної схеми (рис. 2), температура води на виході опалювального пристрою $t_{\text{г out}}$ залежить від витрати гарячої води M_g і її початкової температури $t_{\text{г in}}$, температури повітря в кімнаті t_n .

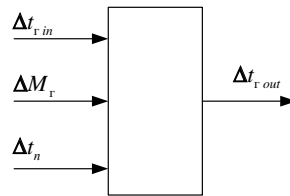


Рис. 2. Параметрична схема приміщення опалювального пристрою

Диференціальне рівняння, яке встановлює зв'язок між температурою води на виході $t_{\text{г out}}$, температурою води на вході $t_{\text{г in}}$, витратою гарячої води M_g і температурою стінки опалювального пристрою $t_{\text{гп}}$:

$$T_g \frac{dt_{\text{г out}}}{d\tau} + \Delta t_{\text{г out}} = K_1 \Delta t_{\text{гп}} + K_2 \Delta t_{\text{г in}} + K_3 \Delta M_g, \quad (2)$$

де $T_g = \frac{m_g c_{p_g}}{\alpha_g S_g + M_g c_{p_g}}$ – постійна часу;
 $K_1 = \frac{\alpha_g S_g}{\alpha_g S_g + M_g c_{p_g}}$ – коефіцієнт передачі за $t_{\text{гп}}$;
 $K_2 = \frac{M_g c_{p_g}}{\alpha_g S_g + M_g c_{p_g}}$ – коефіцієнт передачі за $t_{\text{г in}}$;
 $K_3 = \frac{c_{p_g} t_{\text{г in}} - c_{p_g} t_{\text{г out}}}{\alpha_g S_g + M_g c_{p_g}}$ – коефіцієнт передачі за M_g ;

α_g – коефіцієнт тепловіддачі від води поверхні теплообміну;
 S_g – площа теплообміну з боку води;
 c_{p_g} – питома теплоємність води.

Диференційне рівняння для теплообмінної поверхні:

$$T_{\text{гп}} \frac{dt_{\text{гп}}}{dt} + \Delta t_{\text{гп}} = K_4 \Delta t_{\text{г out}} + K_4 \Delta t_n, \quad (3)$$

де:

$$T_{TP} = \frac{m_{TP}c_{TP}}{\alpha_r S_r} - \text{постійна часу};$$

$$K_4 = \frac{\alpha_r S_r}{\alpha_r S_r + \alpha_n S_n} - \text{коефіцієнт передачі за } t_{out};$$

$$K_5 = \frac{\alpha_n S_n}{\alpha_r S_r + \alpha_n S_n} - \text{коефіцієнт передачі за } t_n;$$

m_{TP} – суха маса опалювального пристрою;

c_{TP} – питома теплоємність матеріалу опалювального пристрою;

S_n – площа теплообміну з боку повітря.

Отже, динаміка приміщення описується системою із трьох диференційних рівнянь 1-го ступеня (1), (2) і (3). Структурна схема моделі приміщення наведена на рисунку 3.

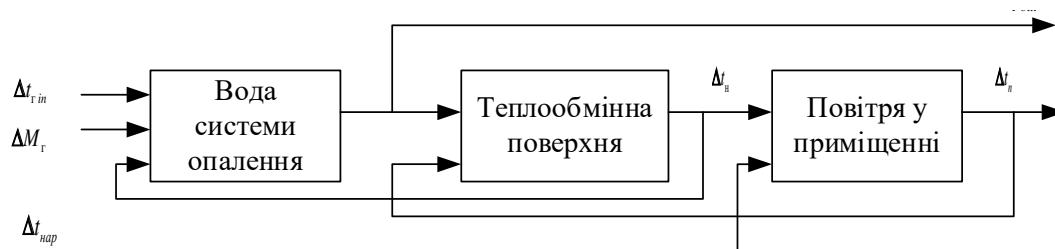


Рис. 3. Структурна схема моделі приміщення

Запропонована модель дозволяє виконувати регулювання температури у приміщенні як за допомогою витрати гарячої води M_r , так і за допомогою температури води t_{in} . Перший варіант регулювання має назву «кількісне регулювання», другий варіант – «якісне регулювання» [12].

Кількісне регулювання реалізувати простіше, для цього досить змінювати витрату води завдяки зміні прохідного перерізу регульовального клапана. Але за такого способу регулювання порушується розподілення теплоносія по інших приміщеннях, унаслідок цього порушуються умови теплообміну для інших опалювальних пристроїв, а саме α_r . Тому перевага віддається варіанту якісного регулювання.

Якісне регулювання виконується шляхом додавання зворотної, тобто охолодженої, води до гарячої прямої води за допомогою триходового клапана. Математична модель такого елемента має нелінійні властивості й може бути описана таким рівнянням:

$$\Delta t_{r, in} = \Delta u \cdot \Delta t_r + (1 - \Delta u) \Delta t_{r, out}, \quad (4)$$

де Δt_r – зміна температури гарячої води після джерела тепла, наприклад котла;

$\Delta u = -0.5 \dots 0 \dots + 0.5$ – керівний вплив від регулятора температури.

Для порівняння перехідних процесів регулювання за різними способами регулювання теплового потоку від опалювального пристрою було створено імітаційну модель, яка наведена на рисунку 4.

Модель має у своєму складі три блоки: Heater, Quality Control, Quantity Control, однакові як за структурою, так і за параметрами. Кожен блок описується системою рівнянь (1) – (3), які поєднані одне з одним відповідно до структури, що зображена на рисунку 3. Блок Heater потрібний для отримання кривих розгону об'єкта керування та порівняння перехідних процесів регулювання в системах із регуляторами та системи без регулятора.

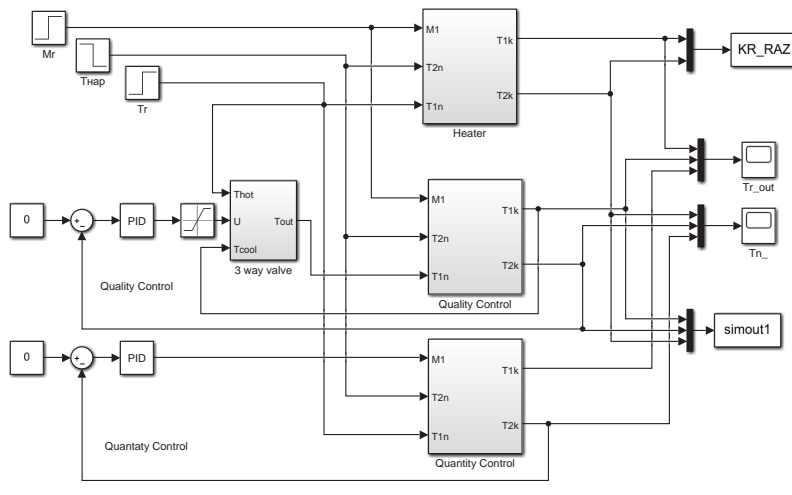


Рис. 4. Імітаційна модель регулювання температури у приміщенні

Блок “3 way valve” реалізує модель триходового клапана відповідно до рівняння (4).

Блоки M_r , $T_{п}$, T_r слугують для введення значень збурень витратою теплоносія M_r , температурою довілля $T_{нап}$ і температурою теплоносія.

Також до моделі включені два блоки регуляторів PID та блоки реєстрації результатів. Блок «обмеження» призначений для обмеження керівного впливу діапазоном $-0,5 - +0,5$, який відповідає ходу регулюючого органа від -50% до $+50\%$.

Наявність добутку двох сигналів $\Delta u \cdot \Delta t_r$ робить модель якісного регулювання нелінійною. Тому в дослідженні роботи систем регулювання важливим є значення температури гарячої води $\Delta t_{r in}$ (T_r на схемі), яка подається на опалювальний пристрій.

Порівняння систем якісного і кількісного регулювання проводилися для таких збурень: відхилення температури довілля $-\Delta t_{нап} = -5^\circ\text{C}$, відхилення температури води, яка подається на опалення $-\Delta t_{н} = +20, +30, +50^\circ\text{C}$.

Перед порівнянням одна з одною систем регулювання варто зробити такі зауваження. Уважається, що тепловий розрахунок приміщення виконаний таким чином, що джерело теплової енергії може скомпенсувати будь-яке зменшення температури довілля. Немає обмеження на витрату води, яка подається в опалювальний пристрій. Температура води після джерела теплової енергії підтримується постійною.

Результати моделювання наведені на рисунку 5.

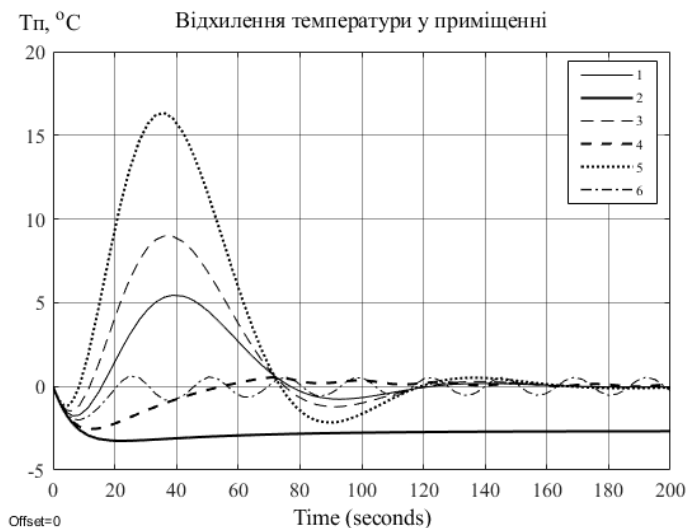


Рис. 5. Моделювання процесів регулювання температури у приміщенні

На графіку лініями 1, 3, 5 позначені перехідні процеси регулювання в системі кількісного регулювання. Із графіків видно, що відбувається класичний перехідний процес із 20% перерегулюванням, відповідно до налаштувань ПІД-регулятора. Регулювання відбувається без статичної помилки, приблизно за 130 с. Максимальне відхилення регульованої температури становить: $\Delta t_{\text{п}} = 5 \text{ }^{\circ}\text{C}$ за $\Delta t_{\text{н}} = +20 \text{ }^{\circ}\text{C}$, графік 1; $\Delta t_{\text{п}} = 9 \text{ }^{\circ}\text{C}$ за $\Delta t_{\text{н}} = +30 \text{ }^{\circ}\text{C}$, графік 3; $\Delta t_{\text{п}} = 16 \text{ }^{\circ}\text{C}$ за $\Delta t_{\text{н}} = +50 \text{ }^{\circ}\text{C}$, графік 5.

На графіку лініями 2, 4, 6 позначені перехідні процеси регулювання в системі якісного регулювання. Із графіків видно, що форма процесу та показники якості регулювання залежать від величини збурення. Графік 2 відповідає збуренню $\Delta t_{\text{н}} = +20 \text{ }^{\circ}\text{C}$, процес має аперіодичний характер зі статичною помилкою регулювання приблизно в $-2,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$, тривалість – 30 с. Графік 4 відповідає збуренню $\Delta t_{\text{н}} = +30 \text{ }^{\circ}\text{C}$, процес уже не має статичної помилки регулювання, максимальне відхилення регульованої температури – приблизно $-2,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$, тривалість процесу регулювання – 80 с. Графік 6 відповідає збуренню $\Delta t_{\text{н}} = +50 \text{ }^{\circ}\text{C}$, процес уже стає помітно коливальним, але максимальне відхилення регульованої температури становить приблизно $-1,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$, тривалість процесу регулювання – 25 с. Температура у приміщенні продовжує коливатися протягом часу спостереження в діапазоні $\pm 1 \text{ }^{\circ}\text{C}$, ці коливання є такими, що загасають.

Висновки

У результаті порівняння перехідних процесів для різних систем регулювання можна зробити такі висновки:

- система кількісного регулювання може компенсувати збурення температурою довкілля без статичних помилок;
- перехідні процеси мають досить велике відхилення регульованої температури;
- для системи якісного регулювання критичне значення має температура води після джерела теплової енергії, можливі такі значення, що система регулювання не здатна компенсувати зменшення температури довкілля. Цей факт відповідає досвіду експлуатації систем опалення житлових будинків;
- занадто висока температура води після джерела теплової енергії може спричинити коливання регульованої температури.

Виходячи зі сказаного вище, можна зробити висновок, що автоматизована система регулювання температури повітря у приміщенні, яка працює завдяки підтриманню температури перед опалювальним пристроєм за допомогою змішування зі зворотною водою (так зване якісне регулювання), дозволяє підтримувати температуру, що задана з якістю перехідних процесів вище, ніж система регулювання, що працює завдяки регулюванню витрати теплоносія. Важливим обмеженням є підтримання температури носія на деякому оптимальному значенні.

Запропонована модель дозволяє поєднувати окремих споживачів теплової енергії будь-яким чином (паралельно, послідовно, змішано) без урахування розподілу витрат теплоносія між цими споживачами, оскільки регулюючі впливи не змінюють витрати води у трубах опалювальної системи.

Список використаної літератури

1. Тодорцев Ю.К., Беглов К.В., Максименко І.М. Моделі елементів теплопостачання як об'єкт автоматизації. *Автоматика. Автоматизація. Електротехнічні комплекси та системи*. 2005. № 2. С. 27–31. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/aaeks_2005_2_6.
2. Системи централізованого теплопостачання з інтеграцією відновлювальних джерел енергії: монографія / О.П. Арсеньєва та ін.; за ред. О.П. Арсеньєвої]; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О.М. Бекетова. Харків: ХНУМГ ім. О.М. Бекетова, 2023. 217 с.
3. Valle R., Pérez-Lancho B., Sanz E., Vega P. Control strategies learning for heating systems. *IFAC Proceedings Volumes*. 2006. Vol. 39. Issue 6. P. 309–314. <https://doi.org/10.3182/20060621-3-ES-2905.00054>.

4. Процишен О.О., Улицька О.О. Розроблення алгоритму управління системами опалення та гарячого водопостачання з використанням поновлювальних джерел енергії. *Автоматизація технологічних і бізнес-процесів*. 2017. Vol. 9. Issue 4. С. 26–37. DOI: 10.15673/atbp.v10i4.818.
5. Чирін Д.А., Іродов В.Ф. Математичне та комп'ютерне моделювання системи теплопостачання від сонячних плівкових колекторів з тепловим насосом. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського*. Серія «Технічні науки». 2020. Том 31 (70). № 5. С. 135–139. <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2020.5/22>.
6. Яворський О.В. Дослідження синтезу автоматичної системи регулювання нагрівача із сонячним колектором. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського*. Серія «Технічні науки». 2021. Том 32 (71). № 3. С. 187–193. <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2021.3/29>.
7. Reshetnyak I., Sukhyu M. Mathematical model using for analysis of the heat operation of concrete solar collector. *Vidnovlyvana Energetika*. 2020. № 4 (63). P. 42–49. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2020.4\(63\)](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2020.4(63)).
8. Postolati V., Suslov V., Grodețki M. Elaborarea modelului matematic al sistemului de încălzire a casei cu multe etaje. *Problemele Energeticii Regionale*. 2009. № 2 (10). P. 72–76.
9. Тодорцев Ю.К., Максименко І.М. Об'єктно орієнтована модель системи теплопостачання. Інформаційні моделі. *Праці Одеського політехнічного університету*. 2005. Вип. 2 (24). С. 160–164.
10. Yildirim N. District heating system modelling for iztech campus. The united nations university. *Geothermal Training Programme, Reykjavik, Iceland Report*, 2002. P. 359–393. URL: <https://www.geothermal-library.org/index.php?mode=pubs&action=view&record=1025297>.
11. Kazanavičius E., Mikuckas A., Mikuckienė I., Čeponis J. The heat balance model of residential house. *Information Technology and Control*. 2006. Vol. 35. № 4. P. 391–396.
12. Теплові мережі: ДБН В.2.5-39:2008 [Чинний. Редакція від 26.09.2023]. Київ : Міністерство регіонального розвитку та будівництва України, 2018. 72 с.

References

1. Todortsev, Y.K., Beglov, K.V., & Maksymenko, I.M. (2005). Modeli elementiv teplopostachanna yak obekt avtomatizatsii [Models of heat supply elements as an object of automation]. *Avtomatyka. Avtomatyzatsiia. Elektrotekhnichni komplekxy ta systemy – Automatic. Automation. Electrotechnical complexes and systems*, 2, 27–31. Retrieved from: http://nbuv.gov.ua/UJRN/aaeks_2005_2_6 [in Ukrainian].
2. Arceniєva, O.P. (Ed). *Systemy tsentralizovanoho teplopostachannia z intehratsiieiu vidnovliuvalnykh dzherel enerhii [District heating systems with the integration of renewable energy sources]*. Kharkiv: KhNUMH im. O.M. Beketova. [in Ukrainian].
3. Valle, R., Pérez-Lancho, B., Sanz, E., & Vega, P. (2006). Control strategies learning for heating systems, *IFAC Proceedings Volumes*, 39 (6), 2006, 309–314. <https://doi.org/10.3182/20060621-3-ES-2905.00054> [in English].
4. Protsyshen, O.O., & Ulytska, O.O. (2017). Rozroblennia alhorytmu upravlinnia systemamy opalennia ta hariachoho vodospostachannia z vykorystanniam ponovliuvalnykh dzherel enerhii [Development of an algorithm for controlling heating and hot water supply systems using renewable energy sources]. *Avtomatyziatsiia tekhnolohichnykh i biznes-protsesiv – Automation technological and business-processes*, 9 (4), 26–37. DOI: 10.15673/atbp.v10i4.818 [in Ukrainian].
5. Chirin, D.A., & Irodov, V.F. (2020). Matematychnе ta kompiuterne modeliuvannia systemy teplopostachannia vid soniachnykh plivkovykh kolektoriv z teplovyim nasosom [Mathematical and computer modeling of heat supply system from solar film collectors with heat pump]. *Vcheni*

- zapysky Tavriiskoho natsionalnoho universytetu imeni V.I. Vernadskoho. Seriiia «Tekhnichni nauky» – Scientific notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. Series: Technical Sciences*, 31 (70), № 5, 135–139. <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2020.5/22> [in Ukrainian].
6. Yavorskyi, O.V. (2021). Doslidzhennia syntezy avtomatychnoi systemy rehuliuвання nahrivacha iz soniachnym kolektorom [Study of the synthesis of an automatic control system for the heater with a solar collector]. *Vcheni zapysky Tavriiskoho natsionalnoho universytetu imeni V.I. Vernadskoho. Seriiia «Tekhnichni nauky» – Scientific notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. Series: Technical Sciences*, 32 (71), 3, 187–193. <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2021.3/29> [in Ukrainian].
 7. Reshetnyak I., & Sukhyy M. (2020). Mathematical model using for analysis of the heat operation of concrete solar collector. *Vidnovluvana Energetika*, 4 (63), 42–49. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2020.4\(63\).42-49](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2020.4(63).42-49) [in English].
 8. Postolati, V., Suslov, V., & Grodečki, M. (2009). Elaborarea modelului matematic al sistemului de încălzire a casei cu multe etaje [Development of the mathematical model of the heating system of a multi-storey house]. *Regional Energy Issues – Problemele Energeticii Regionale*, 2 (10), 72–76 [in Romanian].
 9. Todortsev, Yu.K., & Maksymenko, I.M. (2005). Obiektno-oriientovana model systemy teplopostachannia. Informatsiini modeli [Objectoriented model for the heat system supply]. *Proceedings of Odessa Polytechnic University*, 2 (24), 160–164 [in Ukrainian].
 10. Yildirim, N. (2002). District heating system modelling for iztech campus. The United Nations university. *Geothermal Training Programme*, Reykjavik, Iceland Report, 359–393. Retrieved from: <https://www.geothermal-library.org/index.php?mode=pubs&action=view&record=1025297> [in English].
 11. Kazanavičius, E., Mikuckas, A., Mikuckienė, I., & Čeponis, J. (2006). The heat balance model of residential house. *Information Technology and Control*, 35 (4), pp. 391–396 [in English].
 12. Teplovi merezhi [Heating networks] (2023). DBN V.2.5-39:2008 from 26th September 2023. Kyiv: Ministry of Regional Development and Construction of Ukraine [in Ukrainian].

Беглов Ярослав Ігоревич – аспірант кафедри програмних та комп’ютерно-інтегрованих технологій Національного університету «Одеська політехніка», E-mail: yarikb2394@stud.op.edu.ua, ORCID: 0009-0000-9864-2711.

Вовк Лука Давидович – студент кафедри програмних та комп’ютерно-інтегрованих технологій Національного університету «Одеська політехніка», E-mail: lukavovkod@stud.op.edu.ua.

Beglov Yaroslav Ihorevych – Postgraduate Student at the Department of Software and Computer-Integrated Technologies of the Odessa Polytechnic National University. E-mail: yarikb2394@stud.op.edu.ua, ORCID: 0009-0000-9864-2711.

Vovk Luka Davydovych – Student at the Department of Software and Computer-Integrated Technologies of the Odessa Polytechnic National University. E-mail: lukavovkod@stud.op.edu.ua.

МЕТОДИ ОЦІНКИ БЮДЖЕТУ РОЗРОБКИ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

Програмне забезпечення в наш час використовується в усіх сферах діяльності людини та є критично важливим для багатьох галузей. Розроблення програмного забезпечення є складним і ресурсозатратним процесом, у команді розробників може бути декілька десятків працівників. Також існує багато ризиків під час розроблення програм, наприклад, неузгодженість між замовником і розробниками, зайві витрати ресурсів на виправлення помилок і перевищення доступного часу на дотримання вимог проєкту та бюджету розробки, а в результаті – зрив розробки та навіть закриття проєкту.

Для уникнення найгірших сценаріїв під час розроблення програмного забезпечення існують і постійно вдосконалюються різні методи оцінювання бюджету розробки програми. Вони базуються на різних концепціях та ідеях, ураховують різноманітні аспекти та параметри проєкту. У роботі проаналізовано поширені методи оцінювання, досліджено переваги й недоліки їх практичного використання.

Після проведеного аналізу було розроблено програмний продукт для розрахунку вартості розроблення програми, у якому використано метод параметричного оцінювання з евристичними коефіцієнтами. Параметричний метод ураховує кожен параметр проєкту, як-от етапи розроблення, команда розробників, час для розроблення кожного етапу завдання, наявність запасу бюджету розроблення для запобігання вичерпанню бюджету за виникнення непередбачуваних ситуацій, як-от несправність техніки чи залучення додаткових розробників. Використання евристичних коефіцієнтів додає реалістичності в розрахунки завдяки введеним коефіцієнтам продуктивності розробників і складності етапів розроблення програмного забезпечення.

У результаті використання цього методу та досвіду розроблення з попередніх проєктів для визначення складності етапів і продуктивності розробників залежно від їхнього досвіду було отримано якісні розрахунки можливої вартості розроблення програмного забезпечення. Результати відображаються графіком і зберігаються в текстовому файлі для більш детального аналізу вартості кожного визначеного етапу проєкту розробки програмного забезпечення.

Ключові слова: методи оцінювання вартості розробки, етапи розробки, бюджет розробки, програмне забезпечення, складність розробки.

V.A. BEINYK, L.YU. DEINEHA
National University Zaporizhzhia Polytechnic

METHODS OF ESTIMATING THE SOFTWARE DEVELOPMENT BUDGET

Software is currently used in all areas of human activity and is critical for many industries. Software development is a complex and resource-intensive process, the development team can have several dozen employees. There are also many risks during program development, such as inconvenience between the customer and developers, unnecessary expenditure of resources on fixing errors and exceeding the available time to meet the project requirements and the development budget, and as a result – the development failure and even the closure of the project.

To avoid the worst-case scenarios in software development, various methods for estimating the development budget are continuously improved. These methods are based on different concepts and ideas, taking into account various aspects and parameters of the project. The paper analyzes existing estimating methods and examines the advantages and disadvantages of their practical use.

After the analysis, a software product was developed for calculating the cost of program development, which used the parametric evaluation method with the heuristic coefficients. The parametric method takes into account each project parameter, such as development stages, development team, time for development of each stage of the task, availability of a development budget margin, to prevent budget exhaustion in case of unforeseen situations, such as equipment failure or involvement of additional developers. The use of the heuristic coefficients adds realism to the calculations due to the introduced coefficients of developer productivity and the complexity of the stages of software development.

As a result of using this method and development experience from previous projects to determine the complexity of the stages and the productivity of developers depending on their experience qualitative calculations of the possible cost of software development were obtained. The results are displayed in the form of a graph and saved in a text file for a more detailed analysis of the cost of each specified stage of the software development project.

Key words: development cost estimation methods, development stages, development budget, software, development complexity.

Постановка проблеми

Розроблення програмного забезпечення є однією з найважливіших галузей у сучасному світі, яка активно впливає на всі сфери суспільного життя. Процес створення програмних продуктів є досить складним і охоплює значну кількість етапів, кожен із яких потребує фінансових, людських і технічних ресурсів. Успішне виконання проєкту безпосередньо залежить від коректного планування бюджету розробки, що передбачає точне оцінювання витрат на всіх етапах життєвого циклу програмного забезпечення – від збору вимог до впровадження та підтримки застосунку.

Оцінювання бюджету розроблення програмного продукту є комплексним завданням, яке передбачає проведення аналізу великої кількості чинників і ризиків, як-от обсяг і складність функціоналу розроблюваної програми, кваліфікація команди розробників, використання сучасних технологій і методологій створення коду. Неправильне прогнозування витрат може призвести до значних перевищень виділеного бюджету, затримок у виконанні етапів розробки, втрати якості продукту або, у найбільш негативних випадках, навіть до закриття проєкту. У таких умовах особливо актуальним стає питання автоматизації та підвищення точності процесу оцінювання бюджету.

Програмне забезпечення, призначене для оцінювання бюджету програмних продуктів, є не лише інструментом полегшення планування, а й способом мінімізації ризиків. Для створення такого застосунку важливо дослідити сучасні методи оцінювання бюджету розробки програмного забезпечення, вивчити актуальні підходи до створення інструментів для автоматизації цього процесу, а також проаналізувати їхній вплив на ефективність управління проєктами.

Застосування програмних рішень для бюджетного планування є особливо важливим у великих і середніх компаніях, де керівництво повинно опрацьовувати десятки проєктів водночас. Інструменти автоматизації не лише полегшують розрахунки, а й дозволяють зосередитися на ухваленні стратегічних рішень для визначення бюджету розроблення програмного забезпечення.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Правильна оцінка бюджету розроблення програмного продукту є критично важливим етапом у процесі управління проєктами. Її значення полягає в кількох ключових аспектах, які безпосередньо впливають на успішність проєкту, його економічну ефективність і відповідність очікуванням зацікавлених сторін [1; 2]. Перелік аспектів, що впливають на успішність розробки:

- прогнозування витрат коштів і ресурсів;
- управління очікуваннями зацікавлених сторін;
- мінімізація ризиків;
- оптимізація ресурсів і витрат;
- планування часу й дотримання строків;
- підвищення конкурентоспроможності;
- забезпечення контролю за витратами;
- забезпечення фінансової стабільності проєкту розробки програми.

Процес оцінювання витрат на розроблення програмного забезпечення складається з кількох ключових етапів, кожен із яких забезпечує важливу інформацію для формування загальної картини вартості проєкту [1].

Етап 1. Аналіз вимог замовника та специфікацій проєкту.

Етап 2. Оцінювання людських ресурсів команди розробників.

Етап 3. Оцінювання вартості обладнання та програмного забезпечення.

Етап 4. Аналіз ризиків.

Етап 5. Формування кошторису розробки проєкту.

Зазвичай розподіл бюджету розробки програмного забезпечення відбувається таким чином:

- планування, проєктування та прототипування: 5–10%;
- розвиток: 30–50%;

- тестування: 15–20% (до 35% для складних або регламентованих програмних проєктів);
- управління проєктами: 5–20%;
- документація: 10–25% (до 30% для регульованого середовища);
- технічне обслуговування та підтримка: до 90% від загальної вартості володіння (після випуску) [3].

Найпоширеніші проблеми в оцінюванні вартості розробки проєкту:

- відсутність часу, достатнього для виправлення всіх помилок у коді проєкту;
- недостатнє спілкування із замовником та командою розробників;
- недооцінення важливості тестування та забезпечення якості програми [4].

Існує кілька моделей оцінювання витрат, які використовуються для розрахунку вартості розроблення програмного забезпечення. Найбільш популярні з них містять техніку емпіричної оцінки, евристичну техніку та методику аналітичних оцінок [5].

Правильне оцінювання дозволяє не лише планувати бюджет, але й визначати терміни, ресурси та ризики проєкту. Існує кілька методів оцінювання, кожен із яких має свої переваги та недоліки [6]. Нижче розглянуті основні методи оцінювання вартості бюджету розробки програмного забезпечення.

1. Оцінювання за аналогією

Оцінювання за аналогією полягає в порівнянні вартості розроблення подібних проєктів, які вже були виконані раніше [6]. Основна мета цього методу – знайти проєкти, які максимально відповідають новому проєкту, і використати їхні дані для прогнозування витрат.

Переваги методу:

- якщо є доступ до подібних проєктів, які вже виконано, то цей метод буде більш легким у виконанні;

- швидкий, порівняно з іншими методами, не потребує великих знань про етапи проєкту;
- зменшення ризиків завдяки врахуванню досвіду інших компаній [7].

Недоліки методу:

- неточність оцінки, якщо немає подібного виконаного проєкту для аналогії. Якщо проводити розрахунки на основі даних, що не відповідають поточному проєкту, може знадобитися додаткова робота для збору даних із минулих проєктів;

- отримання детальної інформації від конкурентів може бути проблематичним і порушити конфіденційність даних;

- можливі високі витрати на збір детальної та релевантної інформації [7];

- на точність методу можуть вплинути зміни на ринку та розвиток технологій [8].

2. Оцінювання знизу вгору

Метод оцінювання знизу вгору передбачає розбиття проєкту на окремі завдання та підзавдання, що дозволяє детально оцінити кожен компонент [9].

Переваги методу:

- забезпечує більш точну оцінку вартості, ніж інші методи, адже детально розглядає всі аспекти проєкту;

- гнучкий метод, який дозволяє групі розробників вирішувати, наскільки точна чи детальна оцінка їм потрібна;

- може забезпечити високу точність, що може допомогти керівнику проєкту з раннім ухваленням проєктних рішень.

Недоліки методу:

- залежно від рівня деталізації, який необхідний, цей метод може потребувати багато часу та значних ресурсів;

- оцінка може змінюватися залежно від того, наскільки песимістичним чи оптимістичним хоче бути оцінювач, оскільки запаси бюджету, додані для кожного елемента, можуть суттєво вплинути на загальну суму.

3. Метод оцінювання та перегляду проєкту (трибальні оцінки)

Метод оцінювання та перегляду проєкту передбачає використання трьох оцінок для кожного завдання: «найкращий сценарій», «найгірший сценарій» і «найімовірніший сценарій» [6].

Переваги методу:

- урахує невизначеність шляхом розгляду кількох можливих сценаріїв;
- надає більш детальну оцінку, ніж метод з одним параметром.

Недоліки методу:

- потребує більше вхідних даних, які може бути важко точно зібрати;
- остаточна оцінка все ще є середньою, яка може не повністю відображати складність проєкту.

4. Метод параметричного оцінювання

Параметричне оцінювання базується на статистичних або математичних моделях, що враховують різні чинники, які впливають на вартість проєкту [6; 7].

Переваги методу:

- можна використовувати для порівняння різних підходів до одного проєкту;
- може надати більш точну оцінку вартості розробки програмного забезпечення, ніж метод оцінювання за аналогією.

Недоліки методу:

- для складних проєктів може бути надто неточним і може не враховувати повний обсяг проєкту;
- якщо немає точного визначення обсягу робіт, то оціночна вартість буде неточною.

5. Аналіз «що-якщо»

Аналіз «що-якщо» стосується вивчення різних сценаріїв і оцінювання потенційного впливу змін на обсяг і вартість проєкту [6].

6. Метод експертної оцінки

Експертне оцінювання є простою технікою, що потребує мінімальних витрат часу і зусиль. Воно особливо корисне, коли інформація про проєкт є обмеженою [10].

Переваги методу:

- метод може бути дуже точним, якщо експерт має великий досвід роботи з подібними проєктами;
- швидке впровадження та реалізація, оскільки не потребує складних обчислень або трудомісткого збору даних [11].

Недоліки методу:

- дуже суб'єктивна оцінка, яка залежить від досвіду та знань експерта;
- метод схильний до упереджень, як-от упередження оптимізму, коли експерт недооцінює необхідний час.

7. Оцінювання вартості ІТ-проєкту на основі нейромереж

Цей метод передбачає застосування штучного інтелекту для прогнозування ресурсів, часу та фінансових витрат, необхідних для успішної реалізації проєкту. Використання нейромереж дозволяє автоматизувати та покращити точність процесу оцінювання, а також урахувати велику кількість чинників, які можуть впливати на вартість проєкту.

Переваги використання нейромереж для оцінювання вартості ІТ-проєкту:

- нейромережі можуть урахувати велику кількість параметрів, що покращує точність оцінок;
- процес оцінювання стає автоматизованим, що ефективно використовує ресурс;
- модель може змінюватися відповідно до змін у проєкті та нових даних;
- нейромережі можуть швидко генерувати прогнози, що дозволяє прискорити процес планування.

Недоліки методу:

- навчання моделі потребує значної кількості історичних даних;
- налаштування нейромережі може бути трудомістким процесом;
- непередбачуваність: прогнози не завжди можуть бути пояснені [7].

Мета дослідження

Основною метою роботи є дослідження сучасних методів оцінювання бюджету розроблення програмного забезпечення (далі – ПЗ), застосування актуальних підходів до створення інструментів для автоматизації цього процесу, а також проведення аналізу впливу реалізованих методів на ефективність управління проектами.

У межах статті розглянуто ключові проблеми стосовно оцінювання бюджету, їх можливі рішення, а також обґрунтовано значення впровадження спеціалізованих програмних рішень для підвищення точності прогнозування витрат на розроблення ПЗ.

Виклад основного матеріалу дослідження

Для оцінювання бюджету розробки програмного продукту були вибрані метод параметричного оцінювання і евристична техніка. Кожен із них має свої переваги, які роблять їх ефективними в контексті розробки ПЗ.

Параметричне оцінювання дозволяє отримати точніші результати, оскільки спирається на історичні дані та статистичні моделі, що враховують різноманітні чинники, які впливають на витрати. Оцінювання базується на емпіричних даних із попередніх проєктів, що робить його більш обґрунтованим і надійним. Це дозволяє знизити ризик помилок у плануванні бюджету. Метод дозволяє легко масштабувати оцінки залежно від обсягу роботи, що дуже зручно для великих проєктів, де зміни можуть суттєво впливати на загальний бюджет. Оскільки цей метод передбачає чітке визначення параметрів і їхніх взаємозв'язків, це дозволяє легко візуалізувати та пояснити оцінки для зацікавлених сторін. Завдяки детальному аналізу чинників, що впливають на витрати, метод може допомогти виявити потенційні ризики та проблеми на ранніх етапах проєкту.

Найбільш важливими та критичними для розробки проєкту є такі ризики: недотримання стратегії розробки ПЗ, неадекватний вибір стратегії розробки ПЗ, неефективний менеджмент проєктів, неадекватний менеджмент змін під час розроблення ПЗ, недостатній супровід з боку менеджерів, неадекватний фінансовий менеджмент, неадекватний реінжиніринг бізнес-проєктів, непередбачена технічна складність, неадекватний менеджмент існуючих систем, невиявлення вразливостей безпеки ПЗ [12].

Евристична техніка дозволяє швидко отримувати оцінки, що особливо важливо в умовах обмеженого часу на підготовку проєкту. Цей підхід може бути адаптований до різних умов і специфікацій проєкту, що робить його універсальним інструментом для оцінювання. Оскільки евристичні оцінки зазвичай ґрунтуються на знаннях і досвіді фахівців, це дозволяє врахувати неформальні, але важливі аспекти проєкту, які можуть бути проігноровані в більш формальних методах. Евристична техніка не потребує значних обчислень і складних моделей, що робить її доступною для команд з обмеженими ресурсами. У разі, коли традиційні методи не можуть дати чіткої відповіді через нестандартні вимоги або умови, евристичні підходи можуть забезпечити раціональні рішення.

Поєднання методу параметричного оцінювання з евристичними коефіцієнтами дозволяє зробити оцінку вартості розробки ПЗ більш гнучкою та точною, адаптує її під специфіку конкретного проєкту. У такому разі формула має вигляд:

$$C = \sum_{i=1}^n P_i * K_i, \quad (1)$$

де C – розрахована вартість розробки програмного забезпечення, $P(i)$ – параметри розробки, $K(i)$ – евристичні коефіцієнти, що впливають на розробку програми.

Для практичного використання запропонованої комбінації методів оцінювання бюджету було створено програмний продукт зі зручним інтерфейсом користувача. Для розробки цієї програми вибрана мова Python та її бібліотеки, які забезпечують високу продуктивність, широкий набір готових рішень для математичних обчислень і візуалізації даних, гнучкість для розширення функціональності й інтеграції нових можливостей. Це дозволяє ефективно реалізувати алгоритми оцінювання бюджету та забезпечити інтерактивність роботи із програмою.

Програмне забезпечення для оцінювання вартості розроблення ПЗ має особливості та переваги.

Архітектура програми реалізована у вигляді декількох рівнів (рівень даних, рівень бізнес-логіки, рівень представлення). Це полегшує підтримку програми та забезпечує її стійкість до помилок. Розроблена архітектура програми відповідає вимогам зручності, ефективності та надійності. Модульність, гнучкість і використання сучасних інструментів роблять програму масштабованою та готовою до подальшого розвитку. Такий підхід забезпечує якісне виконання поставлених завдань і сприяє досягненню мети проєкту – створення інструменту для точного та швидкого оцінювання бюджету розробки програмного продукту.

У програмі реалізовано простий і зрозумілий графічний інтерфейс користувача, що дозволяє мінімізувати час навчання користувачів і знижує ймовірність помилок під час уведення даних. Виведення результатів у вигляді діаграм і графіків полегшує аналіз інформації.

Для розроблення програмного застосунку було використано імперативний підхід програмування з використанням методів. Такий покроковий підхід дозволяє розділити програму на модулі та змінювати їх без впливу на інші блоки програмного коду. Для оцінювання та розрахунку бюджету розроблення програмного продукту було використано методи параметричного оцінювання проєкту, що базується на розділенні розробки на етапи та розробників, що мають свою вартість та зарплату, а потім, зважаючи на попередній досвід розробки, надаються евристичні коефіцієнти складності та продуктивності роботи над розробленням програмного забезпечення.

Для функціонування програмного забезпечення було розроблено програмні алгоритми:

- зчитування і обробка даних із JSON файлів;
- автоматичне оновлення списку розробників залежно від вибраного етапу розробки;
- вибір необхідного етапу розробки та видалення зайвого етапу розробки;
- розрахунок вартості бюджету розробки програмного забезпечення;
- виведення результатів розрахунків на форму графічного інтерфейсу користувача;
- збереження в текстовий файл результатів розрахунку бюджету розробки проєкту.

Для реалізації програмного забезпечення було розроблено методи, що містять параметри та функціонал, необхідний для роботи програми.

Метод `update_developer_combobox` автоматично оновлює список розробників на формі графічного інтерфейсу, відповідно до вибраного етапу розробки проєкту. Параметр методу – `selected_stage` (вибраний користувачем етап розробки).

Метод `select_values` додає до списку етапів розробки програмного забезпечення етап, вибраний користувачем зі списку етапів розробки.

Метод `delete_select_values` видаляє вибраний користувачем етап розробки зі списку.

Метод `calculation_cost_development` розраховує вартість розробки програмного забезпечення за допомогою даних про етапи розроблення та розробників, тривалість проєкту та ризику проєкту розробки.

Метод `show_cost_development` відображає результати розрахунків бюджету розробки програмного забезпечення в текстовому полі графічного інтерфейсу користувача. Параметри методу – `selected_stages` (вибрані етапи розробки), `stage_costs` (вартість етапу розробки), `result_time` (час розробки проєкту), `result_stage_cost` (вартість проєкту без запасу бюджету), `budget_reserve_cost` (запас бюджету розробки), `result_cost` (загальна вартість розробки програмного забезпечення).

Метод `save_cost_development` зберігає результати розрахунків бюджету розробки програмного забезпечення в текстовому файлі. Параметри методу – `filename` (назва текстового файлу для збереження результатів розрахунку вартості розробки), `selected_stages` (вибрані етапи розробки), `stage_costs` (вартість етапів розробки), `stage_developers` (розробники, вибрані для кожного етапу розробки), `result_time` (час розробки проєкту), `result_stage_cost` (вартість проєкту без запасу бюджету), `budget_reserve_cost` (запас бюджету розробки), `result_cost` (загальна вартість розроблення програмного забезпечення).

Розроблений застосунок для оцінювання бюджету розробки програмного продукту дозволяє вибрати необхідну кількість етапів розроблення проєкту (базові етапи розробки є обов'язковими до вибору) та розробників для кожного етапу розробки ПЗ. Після вибору етапів

і розробників користувач може вибрати відсоток запасу бюджету для врахування непередбачуваних подій під час розроблення.

Вибір необхідних етапів і параметрів є важливим для методу параметричного оцінювання, що використовується для розрахунку вартості розроблення програмного забезпечення. Адже він урахує параметри кожного етапу розроблення (час, вартість), кожного розробника (досвід і зарплата). Також урахується наявність чи відсутність запасу бюджету проекту розробки.

Для більш реалістичного та детального розрахунку вартості в розрахунках також задіяно евристичну техніку, що передбачає введення коефіцієнтів для параметрів, як-от: коефіцієнт складності етапу та коефіцієнт продуктивності розробника (залежить від його досвіду).

Формула розрахунку вартості розробки етапу проекту (cost):

$$cost = days * developer (salary) * complexity * productivity , \tag{2}$$

де days – це кількість днів, необхідних для розроблення етапу, developer(salary) – це зарплата розробника за день, complexity – це евристичний коефіцієнт складності етапу, productivity – евристичний коефіцієнт продуктивності працівника (що менший, то краща продуктивність).

Після розрахунку вартості всіх етапів розробки йде розрахунок загальної вартості розроблення програмного забезпечення (вони всі додаються). Далі розраховується вартість розробки з урахуванням запасу бюджету, якщо він визначений:

$$cost (result) = cost (stages) + cost (stages) * \left(\frac{budget (reserve)}{100} \right), \tag{3}$$

де cost(stages) – це вартість усіх етапів розробки, budget(reserve) – це відсоток від вартості для запасу бюджету розробки програмного забезпечення.

Результат розрахунків відображається у графічному вигляді та виводиться в текстове поле на формі графічного інтерфейсу користувача. Також створюється текстовий файл з інформацією про розрахунки бюджету розроблення програмного забезпечення.

Графічний результат розрахунку вартості розробки програмного забезпечення для тестових вхідних даних зображено на рисунку 1.

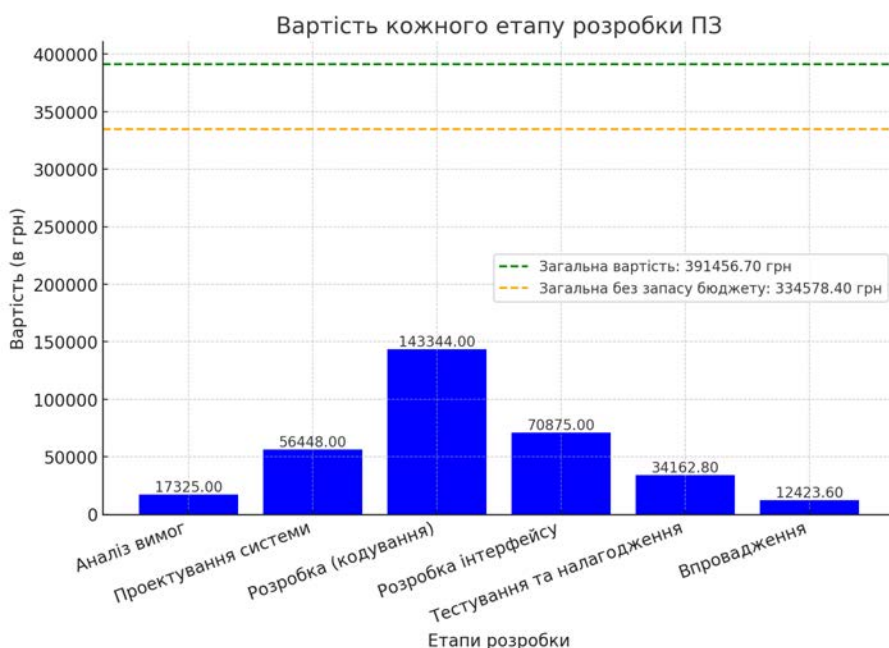


Рис. 1. Графічний результат розрахунку вартості розробки програмного забезпечення

На рисунку 1 зображено кожен вибраний етап розробки з розрахунком його вартості у вигляді стовпцевої діаграми. Також там зображено дві пунктирні лінії, зелена лінія – це загальна вартість розроблення програмного забезпечення з урахуванням запасу бюджету, жовта лінія – вартість без запасу бюджету проєкту розробки програми.

Висновки

Під час дослідження було розглянуто методи оцінювання вартості розробки проєктів, запропоновано для практичного використання та програмно реалізовано ефективну комбінацію методу параметричного оцінювання та евристичної техніки для розрахунку вартості розробки програмного продукту.

Розроблене програмне забезпечення використовує мову програмування Python і бібліотеку tkinter для реалізації графічного інтерфейсу користувача, а також бібліотеки Matplotlib для створення діаграм і графічних відображень результатів розрахунків.

Завдяки методу параметричного оцінювання вдалось ефективно оцінити кожен етап розроблення програмного забезпечення. Параметричне оцінювання надало точні результати, оскільки враховувало різноманітні фактори (етапи та розробників), які вплинули на витрати з розробки. Оцінка базується на емпіричних даних із попередніх проєктів, що робить її більш обґрунтованою і надійною. Це дозволяє знизити ризик помилок у плануванні бюджету. Також цей спосіб дозволяє легко масштабувати оцінки залежно від обсягу роботи, тобто можна додавати нові параметри, які не впливатимуть на попередні чинники, які вже відомі у проєкті. Оскільки цей метод передбачає чітке визначення параметрів і їхніх взаємозв'язків, це дозволяє легко візуалізувати його результати графічно на інтерфейсі користувача.

Для більш реалістичного розрахунку було використано евристичну техніку, а саме – додано евристичні коефіцієнти для позначення складності етапу та продуктивності розробників. Що дозволило врахувати фактор досвіду розробників і досвід розроблення етапів на основі попередніх проєктів. Ці фактори відображають реальний розвиток проєкту під час розроблення програмного забезпечення.

Розроблене програмне забезпечення дає змогу точно та швидко оцінювати бюджет розробки, що є важливим для управління ресурсами та планування в рамках розроблення програмних продуктів. Це програмне рішення, завдяки застосуванню комбінації методу параметричного оцінювання та евристичної техніки, значно полегшує процес оцінювання витрат на розроблення програмного продукту та може бути використане як інструмент для підтримки ухвалення рішень на етапах планування та моніторингу розроблення ПЗ.

Список використаної літератури

1. Żurawiecki J. Software project budgets: a comprehensive guide for Agile PMs. URL: <https://appfire.com/resources/blog/agile-pm-software-budget-guide> (дата звернення: 10.02.2025).
2. Поважний О.С., Латишева О.В., Мойсеєнко К.Є., Чуприна Ю.В. Особливості управління проєктними витратами. *Економічний вісник Донбасу*. 2023. № 1 (71). С. 4–10. [https://doi.org/10.12958/1817-3772-2023-1\(71\)-4-10](https://doi.org/10.12958/1817-3772-2023-1(71)-4-10).
3. Fekonja A., Škufca J. How to Estimate the Costs of Software Development Projects. URL: <https://biosistemika.com/blog/estimate-costs-of-software-development-projects/> (дата звернення: 21.01.2025).
4. Andrew M. How to Estimate Software Development: Factors, Roadblocks, and Success Tips. URL: <https://qarea.com/blog/a-short-guide-to-project-cost-estimation-in-software-development-outsourcing> (дата звернення: 12.02.2025).
5. Оцінка вартості програмного забезпечення: як спланувати бюджет розробки програмного забезпечення? URL: <https://it-ease.com/novini-partneriv/ocinka-vartosti-programnogo-zabezpechennya-yak-splanuvati-bjudzhet-rozrobki-programnogo-zabezpechennya/> (дата звернення: 10.02.2025).

6. Oladele A. How to Estimate Software Development Project: Top 7 Techniques. URL: <https://www.velvetech.com/blog/how-to-estimate-software-development-project/> (дата звернення: 12.02.2025).
7. Інформаційно-комунікаційні технології управління сталим розвитком економіки України : колективна монографія / за ред. А.В. Череп та ін. Запоріжжя : видавець ФОП Мокшанов В.В., 2024. 266 с. <https://doi.org/10.5281/zenodo.14229515>.
8. Kosmowski B. 6 Steps to Accurately Estimate Software Development Costs. URL: <https://www.softkraft.co/software-development-cost-estimation/> (дата звернення: 14.02.2025).
9. Shekhar S., Kumar U. Review of various software cost estimation techniques. *International Journal of Computer Applications*. 2016. № 141 (11). P. 31–34.
10. Олексієнко Р.Ю., Донець А.О. Місце експертної оцінки у прийнятті управлінських рішень. *Економіка і суспільство*. 2021. № 26. <https://doi.org/10.32782/2524-0072/2021-26-59>.
11. Mahalias I. How to Estimate Software Development Time. URL: <https://www.planeks.net/how-to-estimate-software-development-time/> (дата звернення: 14.02.2025).
12. Коваленко О.В. Методи якісного аналізу та кількісної оцінки ризиків розробки програмного забезпечення. *Системи управління, навігації та зв'язку*. 2018. Вип. 3 (49). С. 117–121.

References

1. Żurawiecki, J. (2024) Software project budgets: a comprehensive guide for Agile PMs. Retrieved from: <https://appfire.com/resources/blog/agile-pm-software-budget-guide> [in English].
2. Povazhnyi, O., Latysheva, O., Moiseienko, K., & Chupryna Yu. (2023) Osoblyvosti upravlinnia proiektnymy vytratamy [Peculiarities of Project Cost Management]. *Ekonomichnyi visnyk donbasu*. 1 (71). 4–10. [https://doi.org/10.12958/1817-3772-2023-1\(71\)-4-10](https://doi.org/10.12958/1817-3772-2023-1(71)-4-10) [in Ukrainian].
3. Fekonja, A., & Skufca, J. (2025). How to Estimate the Costs of Software Development Projects. Retrieved from: <https://biosistemika.com/blog/estimate-costs-of-software-development-projects/> [in English].
4. Andrew, M. (2024) How to Estimate Software Development: Factors, Roadblocks, and Success Tips. Retrieved from: <https://qarea.com/blog/a-short-guide-to-project-cost-estimation-in-software-development-outsourcing> [in English].
5. Otsinka vartosti prohramnoho zabezpechennia: yak splanuvaty biudzheth rozrobky prohramnoho zabezpechennia? [Software Cost Estimating: How to Plan a Software Development Budget?] Retrieved from: <https://it-ease.com/novini-partneriv/ocinka-vartosti-programnogo-zabezpechennya-yak-splanuvati-bjudzheth-rozrobki-programnogo-zabezpechennya/> [in Ukrainian].
6. Oladele, O. (2023) How to Estimate Software Development Project: Top 7 Techniques. Retrieved from: <https://www.velvetech.com/blog/how-to-estimate-software-development-project/> [in English].
7. Cherep, A.V., Dashko, I.M., & Ohrenych, Yu.O. (2024). Informatsiino-komunikatsiini tekhnologii upravlinnia stalym rozvytkom ekonomiky Ukrainy [Information and communication technologies for managing the sustainable development of the economy of Ukraine]. (2024). Zaporizhzhia: Mokshanov V.V. 266. <https://doi.org/10.5281/zenodo.14229515> [in Ukrainian].
8. Kosmowski, B. (2024). 6 Steps to Accurately Estimate Software Development Costs. Retrieved from: <https://www.softkraft.co/software-development-cost-estimation/> [in English].
9. Shekhar, S., & Kumar, U. (2016). Review of various software cost estimation techniques. *International Journal of Computer Applications*. 141 (11). 31–34 [in English].
10. Oleksiienko, R.Iu., & Donets, A.O. (2021) Mistse ekspertnoi otsinky u pryiniatti upravlinskykh rishen [The place of expert assessment in making management decisions]. *Ekonomika i suspilstvo*. 26. <https://doi.org/10.32782/2524-0072/2021-26-59> [in Ukrainian].

11. Mahalias, I. (2024). How to Estimate Software Development Time. Retrieved from: <https://www.planeks.net/how-to-estimate-software-development-time/> [in English].
12. Kovalenko, O.V. (2018). Metody yakisnoho analizu ta kilkisnoi otsinky ryzykiv rozrobky prohramnoho zabezpechenia [Methods of qualitative analysis and quantitative assessment of software development risks]. *Control, navigation and communication systems*, 3 (49). 117–121 [in Ukrainian].

Бейник Владислав Анатолійович – студент кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька політехніка». E-mail: vladislavbejnik777@gmail.com, ORCID: 0009-0001-6213-0885.

Дейнега Лариса Юріївна – старший викладач кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька політехніка». E-mail: deynega.larisa@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0304-4327.

Beinyk Vladyslav Anatoliiovych – Student at the Software Tools Department of the National University Zaporizhzhia Polytechnic. E-mail: vladislavbejnik777@gmail.com, ORCID: 0009-0001-6213-0885.

Deineha Larysa Yuriivna – Senior Lecturer at the Software Tools Department of the National University Zaporizhzhia Polytechnic. E-mail: deynega.larisa@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0304-4327.

Н.С. ГРИШКО, В.І. ДУБРОВІН, Л.Ю. ДЕЙНЕГА
Національний університет «Запорізька політехніка»

РОЗРОБКА ІГРОВИХ ЗАСТОСУНКІВ

Ігри в сучасному світі стали не лише засобом розваги, а й важливим елементом культури, самовираження та соціальної взаємодії. Зі стрімким розвитком цифрових технологій ігрова індустрія перетворилася на потужний сектор економіки з мільйонними прибутками та глобальним впливом на свідомість користувачів різного віку. Від простих мобільних ігор до багатогранних відкритих віртуальних світів на персональних комп'ютерах і сучасних ігрових консолях – різноманітність жанрів і форматів зростає з кожним роком. Ігри сьогодні виконують не лише функцію розваги, але й сприяють розвитку критичного мислення, креативності, командної взаємодії, а також дедалі частіше використовуються в освіті та психології. Розробка ігрового застосунку є складним і багатоступеневим процесом, який включає етапи планування (препродакшн), безпосереднього створення контенту (продакшн), тестування та оптимізації (QA), запуску продукту на ринок (реліз) та його подальшої підтримки (постпродакшн). Для якісної реалізації кожного з етапів необхідно використовувати сучасні цифрові інструменти, ігрові рушії, мови програмування, системи керування версіями та документації. У рамках даної роботи було створено ігровий 2D-застосунок у жанрі пригодницької гри з елементами RPG під назвою “Маленькі пригоди в Балабурсі”. Гравець занурюється у віртуальний світ із власним лором, персонажами, діалогами та завданнями. Застосунок розроблено за допомогою мови програмування C# та рушія Unity, що дозволило реалізувати динамічну ігрову механіку, зручний інтерфейс користувача та систему взаємодії з елементами світу. Під час роботи над проектом було створено базову документацію (Game Design Document), реалізовано основну механіку гри, систему діалогів, ігровий інтерфейс, візуальний стиль та звуковий супровід. Додаток є прикладом повного циклу інди-розробки – від ідеї до іграбельного продукту. Такий досвід дозволяє краще зрозуміти специфіку ігрового програмування, структуру цифрових ігор та вимоги до сучасних ігрових проектів.

Ключові слова: C#, Unity, 2D, RPG, пригодницька гра, інди-розробка, ігровий рушій, геймдизайн.

N.S. GRISHKO, V.I. DUBROVIN, L.YU. DEYNEGA
National University Zaporizhzhia Polytechnic

DEVELOPMENT OF GAME APPLICATIONS

Games in today's world have evolved beyond mere entertainment to become a powerful medium of cultural expression, social interaction, and even personal development. With the rapid advancement of digital technologies, the gaming industry has transformed into a multi-billion-dollar global phenomenon with immense influence across various domains of society. From casual mobile apps to complex, immersive open-world experiences on PCs and consoles, games now encompass a vast range of genres, formats, and narratives. They are not only a source of fun but also a tool for developing creativity, strategic and critical thinking, teamwork, and problem-solving skills. Moreover, they are increasingly integrated into education, therapy, and professional training. Developing a game application involves a complex, multi-phase process, including pre-production, production, quality assurance, release, and post-production support. Each phase requires detailed planning and the use of modern tools, programming languages, game engines, and collaborative systems to ensure the reliability and appeal of the final product. This paper presents the development of a 2D adventure RPG game titled “Little Adventures in Balaburs”. The application immerses the player in a fictional virtual world with its own narrative, characters, dialogue systems, and quest structure. The project was developed using the Unity game engine and the C# programming language, which enabled the implementation of interactive gameplay mechanics, a user-friendly interface, and dynamic in-game events. Throughout the development process, key game elements were implemented, including the creation of a Game Design Document (GDD), the visual and narrative design, dialogue trees, quest logic, and audio components. The application serves as an example of a complete indie game development cycle – from concept to a playable prototype. This experience provides valuable insight into the structure of game software, the practical use of programming within game engines, and the multidisciplinary nature of game design and development.

Key words: C#, Unity, 2D, RPG, adventure game, indie development, game engine, game design.

Постановка проблеми та визначення структури і функціоналу ігрового застосунку

У сфері розробки відеоігор постає проблема відсутності уніфікованого підходу до проектування функціоналу, що призводить до технічних труднощів та зниження якості кінцевого продукту. Визначення структури та функціоналу є ключовим етапом для формування цілісної ігрової системи.

Застосування візуальних схем у сфері програмної інженерії полегшує комунікацію між програмістами, дизайнерами, тестувальниками й керівниками проєктів. Це дозволяє краще усвідомити архітектуру системи, оптимізувати процеси розробки та зменшити ймовірність виникнення помилок.

Процес створення відеоігор є центральним етапом у побудові повноцінного продукту. Його структуру поділено на кілька логічно пов'язаних фаз, які спільно забезпечують досягнення бажаного результату. Основні серед них – підготовчий етап, етап розробки, тестування, запуск та підтримка після релізу [1].

Уніфікована мова моделювання (UML) – це інструмент для графічного зображення складових програмних систем. Вона дає змогу стандартизовано демонструвати компоненти архітектури, поведінки та дизайну програм. UML-діаграми, як складові цієї мови, дозволяють передавати складні ідеї у доступній формі [2]. UML-діаграми полегшують визначення вимог і меж систем та застосунків шляхом надання візуальних моделей [3].

Звернімо увагу на діаграму варіантів використання (англ. Use case diagram) (рис. 1). Вона ілюструє зв'язки між користувачами та сценаріями використання системи.

Дана діаграма відображає дії, які можуть виконуватись гравцем або оброблятись ігровим застосунком. Користувач ініціює запити, які система аналізує та реалізовує.

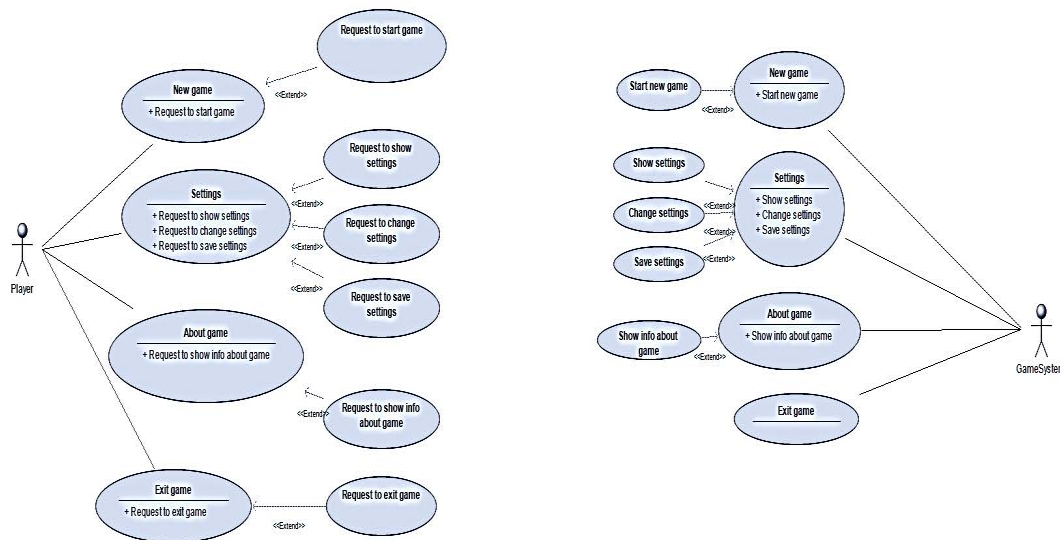


Рис. 1. Діаграма прецедентів (англ. Use case diagram)

Діаграма активностей (англ. Activity diagram) – це графічне подання дій, що здійснюються в межах системи (рис. 2). Граф складається зі станів (вершин), які представляють дії, а також переходів між ними, що відбуваються після завершення певної дії. Ця діаграма ілюструє логіку гри: від запуску до завершення [4].

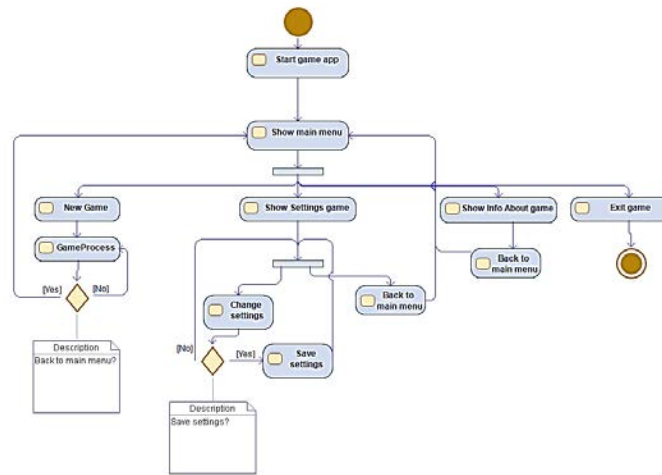


Рис. 2. Діаграма діяльності (Activity diagram)

Класова діаграма (англ. Class diagram) – це засіб представлення статичної структури системи в UML. Вона демонструє класи, типи даних, атрибути й зв’язки між ними [5]. Далі подано декілька діаграм класів, серед яких:

- а) класова діаграма для Dialogue Manager;
- б) класова діаграма для Game Manager;
- в) класова діаграма для Input Manager;
- г) класова діаграма для UI Manager.

Кожен із менеджерів відповідає за окремий аспект:

а) Dialogue Manager – керує діалогами в грі, забезпечує їх запуск, зупинку та виконання дій до/після.

б) Game Manager – відповідає за основні процеси гри, фактично є стартовою точкою.

в) Input Manager – налаштовує керування, обробляє натискання клавіш.

г) UI Manager – керує інтерфейсами: відкриття, закриття чи повернення до попередніх вікон.

Діаграма послідовності (англ. Sequence diagram) – демонструє взаємодію об’єктів у часі (рис. 3) [6].

Ця схема описує послідовність подій у грі. Після запуску гри гравець бачить головне меню, де можна змінити налаштування або переглянути інформацію про гру, а також розпочати нову гру.

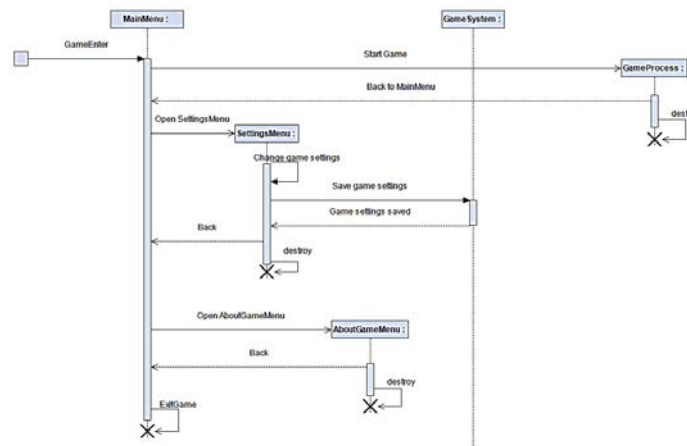


Рис. 3. Діаграма послідовності (Sequence diagram)

Аналіз і визначення концепції

Гра “Маленькі пригоди в Балабурсі” належить до жанру пригодницьких ігор з елементами рольової системи (RPG). Рольова гра – це жанр відеоігор, де гравець керує одним або кількома героями, досліджуючи навколишній світ, виконуючи завдання (так звані “квести”, англ. quest), а також розвиває персонажів у межах сюжетної лінії [7].

Ключові концептуальні елементи гри включають:

а) Сценарний контекст і оповідь:

Світ гри. Події відбуваються у вигаданому середовищі – це чарівна місцевість, розташована в лісовій зоні, яка має назву “Смарагдовий ліс”;

Атмосфера. У грі “Маленькі пригоди в Балабурсі” створено теплу, гармонійну атмосферу, що розкриває тематику морального вибору та його наслідків. Користувачеві часто доводиться приймати складні рішення, що впливають на перебіг подій;

Оповідь. Гравець опиняється у центрі історії після того, як його викрадають загадкові істоти, і заражають паразитом, який поступово змінює його. Завданням є подолати загрозу, досліджуючи локації Смарагдового лісу та долаючи численні перешкоди.

б) Геймплейні елементи:

Бойова система. У грі реалізовано покрокові бої, які ґрунтуються на механіці D&D (5-та редакція). Це робить бої більш стратегічними та динамічними;

Система діалогів і вибору. У “Маленьких пригодах в Балабурсі” розроблено варіативні діалоги: вибори гравця формують подальший розвиток сюжету, впливають на стосунки з NPC і можуть навіть змінювати світ навколо персонажа (див. рис. 4).



Рис. 4. Приклад системи діалогів з ігровими персонажами

в) Візуальні та технологічні характеристики:

1) візуальний стиль. Графічна складова виконана в піксельному стилі, що надає грі автентичного вигляду та пробуджує асоціації з класикою відеоігор, викликаючи ностальгічні відчуття;

2) інтерактивність середовища. Гравцям надається можливість активної взаємодії з елементами оточення, що безпосередньо впливає на події, які відбуваються у грі.

Натхнення Dungeons & Dragons.

Гра “Маленькі пригоди в Балабурсі” передає настрій і атмосферу класичних фентезійних пригод у стилі Dungeons & Dragons, дозволяючи гравцю зануритися в глибоку, епічну історію з розгалуженим сюжетом.

Мета дослідження. Проектування гри “Маленькі пригоди в Балабурсі”

Розробка цієї гри охоплює різноманітні етапи: від генерації ідеї до реалізації та тестування. Процес включає створення концепту, побудову механік, написання коду, перевірку стабільності й оптимізацію. Метою даного розділу є висвітлення основних принципів проектування, аналіз методів і ключових елементів, що використовувались, а також створення повноцінного ігрового продукту на основі авторської концепції, із чітким плануванням ігрових механік, структури та інтеграції в середовище Unity. Проектування охоплює ключові етапи – від ідеї до реалізації основного функціоналу.

Перший крок – створення концептуальної бази. Концепт – це стислий опис гри, що дає уявлення про жанр, механіку та художній напрямок [8].

Ідея. Формується основна ідея, яка задає напрямок розвитку проекту та визначає його унікальні риси.

Цільова аудиторія. На цьому етапі окреслюється, для кого створюється гра: її віковий діапазон, уподобання гравців, очікування від сюжету та геймплею.

Світ гри та сюжетна основа. Визначаються стилістика, загальна атмосфера, ключові локації та події, які формують ігровий всесвіт.

Сюжет. Створюється головна історія з конфліктами, героями та подіями, які гравець переживає впродовж гри.

Кожен гравець починає взаємодію з проектом із головного меню (рис. 5), яке з перших секунд передає концептуальний настрій та особливості гри, що є характерною рисою і для цього проекту.



Рис. 5. Ескіз головного меню гри

Під час початкового етапу розробки сюжетної лінії було проаналізовано відомі приклади фантастичної літератури, фільмів та ігор. Це дозволило виявити цікаві ідеї й нарративні концепції, які лягли в основу майбутньої історії гри. Спираючись на зібрані ідеї, був сформований вигаданий всесвіт, у якому розгортатимуться події “Маленьких пригод в Балабурсі”.

Цей ігровий світ включає центральне місто Балабурс, а також прилеглі до нього області – ліси, підземелля, печери та інші локації. Світ гри розроблено як динамічний, наповнений різними персонажами, завданнями та сюжетними гілками.

У процесі проєктування було створено візуальну карту цього світу (рис. 6), а також деталізовано ключові складові: головні фракції, важливі локації, історичні події та культурне середовище, яке формує унікальну атмосферу гри.

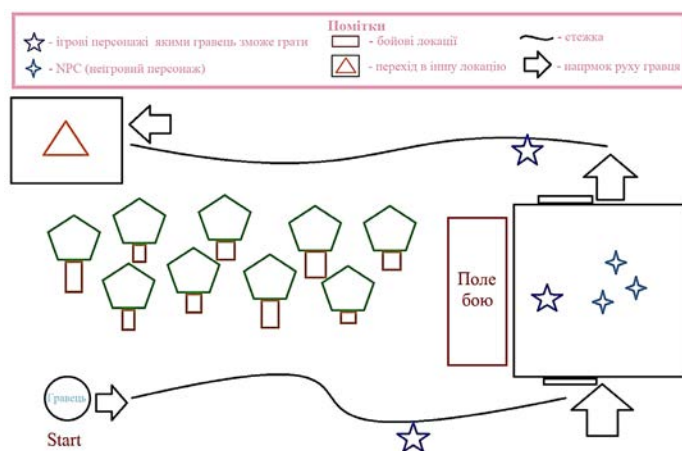


Рис. 6. Ескіз ігрової карти першого рівня

Розробка візуального образу персонажа є процесом, що базується на індивідуальному підході. Важливо дати волю уяві та не боятися експериментувати, аби створити по-справжньому виразного героя. Кожен ігровий персонаж повинен мати впізнаваний і автентичний стиль, який органічно вписується в загальну концепцію гри [9].

Перед початком створення будь-якого елемента здійснюється етап обмірковування: що саме потрібно створити, яким воно повинно бути, а також для чого це необхідно. Такий самий підхід застосовується й до дизайну персонажів – слід усвідомити, ким є герой, які його риси характеру та що мотивує його до дій.

Під час розробки персонажів (рис. 7) враховувались такі характеристики: вік, гендер, расова належність (оскільки дія відбувається у фентезійному сеттингу), стиль одягу, особистісні якості, ігрова роль, функціональні характеристики, історія та внутрішні спонуки персонажа.

Особливу увагу приділено тому, щоб зовнішній вигляд гармоніював із внутрішнім змістом героя, тобто передавав його індивідуальність. Крім того, озброєння кожного персонажа тісно пов'язане з його класом у грі, що забезпечує візуальну та смислову цілісність дизайну.



Рис. 7. Ескізи персонажів

Не менш значущим етапом стала розробка сюжетної лінії. Основу для створення історії було взято з ігор у стилі Dungeons and Dragons (укр. «Підземелля і дракони», скорочено – D&D або DnD), що є настільною рольовою грою з фентезійним антуражем, у якій персонажі зазвичай належать до різних рас та класів [10].

З метою захопити гравця з перших хвилин було одразу закладено елемент конфлікту, який створює атмосферу напруження та заохочує до подальшого проходження. Саме тому сюжет відкривається передісторією, яка вводить у контекст.

На наступному етапі було сформовано загальний сценарний план (рис. 8), що містить не лише текстові фрагменти діалогів, а й додаткові примітки у вигляді візуальних матеріалів, що відображають логіку розвитку подій.

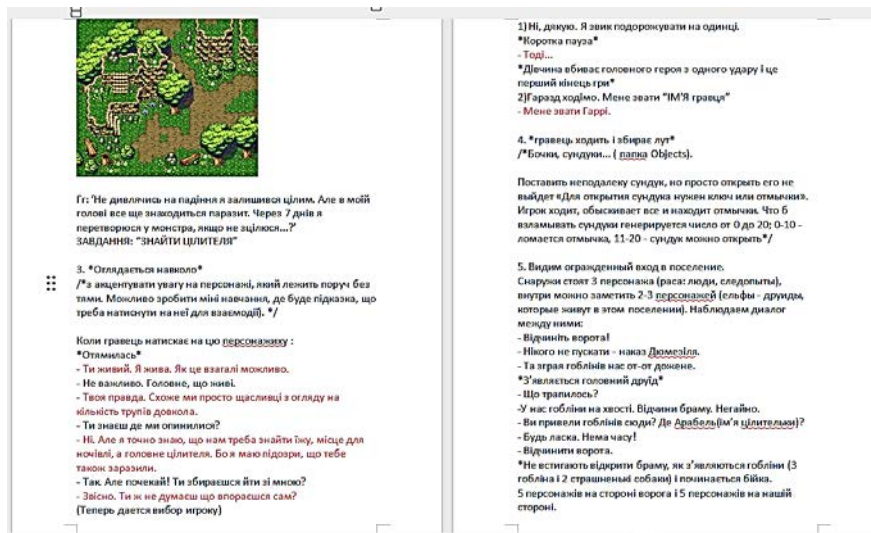


Рис. 8. Сценарна частина

Виклад основного матеріалу дослідження: проєктування першого ігрового рівня

На цьому етапі розробки реалізуються практичні аспекти концепції – створення першого рівня, геймплейних механік, NPC, діалогів та бойових систем. Це демонструє застосування теоретичних напрацювань у практичному контексті. Тому розробка рівня для гри “Маленькі пригоди в Балабурсі” стала складним завданням, що включало створення структури, оформлення, геймплейних механік і інтерактивних елементів, які забезпечують захоплення та пам’ятний досвід для гравця. Нижче наведено ключові етапи та елементи розробки першого рівня гри:

а) ідея рівня:

1) загальна концепція:

– локація. Першою сценою, яку бачить гравець, є місце після викрадення монстрами.

Це – ліс, в якому розташоване невелике селище;

– настрої. Атмосфера має викликати тривогу та загадковість, створюючи відчуття небезпеки й невідкладності;

2) сюжет:

– основна історія. У цьому рівні гравець більше дізнається про паразита, що вражає головного героя, а також знайомиться з важливими персонажами, які можуть стати союзниками;

– цілі. Основна мета – знайти цілителя, здатного позбавити героя від паразита. Гравець дізнається, де він знаходиться, через інформацію від NPC;

3) завдання:

– головна мета. Врятуватися від паразита, щоб не перетворитися на монстра;

– другорядні цілі. Ознайомлення з ігровими механіками, знайомство з персонажами сюжету;

б) механіки гри:

- 1) вступне навчання. Просте бойове зіткнення для демонстрації системи бою;
- 2) комунікація. Діалоги з іншими персонажами, що вводять гравця у систему взаємодії;
- в) дизайн рівня:

- 1) візуал. Ліс насичений зеленню, а персонажі – уособлення природи;
- 2) структура. Рівень має кілька зон, кожна зі своїми особливостями та труднощами;
- 3) звук. Музика відповідає стилю D&D, підлаштовується під ситуацію – ліс або бій;

г) сюжетна складова:

1) вступ. Через текст гравець дізнається про викрадення та зараження героя, що слугує мотивацією;

2) важливі персонажі. Зустрічі з тими, хто допоможе гравцеві;

вибір. Гравець може взяти NPC в команду або відмовитись. NPC – це керовані штучним інтелектом персонажі, не підконтрольні гравцеві. Вони можуть виконувати сюжетні, допоміжні або ворожі ролі. Такі персонажі можуть надавати завдання, інформацію, бути союзниками чи ворогами. Вони мають свою поведінку, цілі та реагують на дії гравця [11];

г) битви. Супротивники – прості вороги для навчання бою;

д) завершення рівня:

1) кульмінація. Врятування цілительки й селища, очищення героя та його союзників;

2) фінальна сцена. Як знак вдячності за допомогу, цілителька зцілює всіх ігрових персонажів;

е) технічна частина. Програмування:

1) рушій. Вибір і налаштування рушія, наприклад, Unity;

2) реалізація. Програмування ігрових механік, фізики, систем управління;

є) тестування. Є два основні типи тестування:

1) альфа-тестування (alpha testing) – вид тесту, що проводиться наприкінці розробки, симулюючи реальне використання продукту розробниками чи тестерами [12];

2) бета-тестування (beta testing) – це активне використання готового продукту для виявлення проблем перед офіційним релізом [12].

У межах цього проекту проведено альфа-тест, під час якого були виявлені помилки, оптимізовано геймплей і виправлено всі технічні недоліки.

Виклад основного матеріалу дослідження: розробка сюжету гри “Маленькі пригоди в Балабурсі”

Побудова нарративу є важливою складовою досвіду гравця. У цьому розділі досліджується процес формування сюжетної лінії, створення персонажів і сюжетних гілок, що впливають на прийняття рішень у грі.

На початковому етапі створення сюжету було проаналізовано приклади з фантастичної літератури, відеоігор та кінофільмів. Було зосереджено увагу на пошуку ідей та концепцій, які могли б стати основою для захопливого й цілісного ігрового нарративу.

Наступним кроком стало формування вигаданого світу, в якому відбуваються події гри. Світ “Маленькі пригоди в Балабурсі” включає поселення Балабурс та навколишні території, зокрема ліси, печери та інші зони. Було створено деталізовану карту світу, визначено ключові фракції, території, культурні особливості та загальну історію всесвіту.

На початку гри представлено передмову (рис. 9), яка вводить гравця в події та структуру ігрового світу, даючи розуміння загальної концепції та основних очікувань від подальшого проходження.

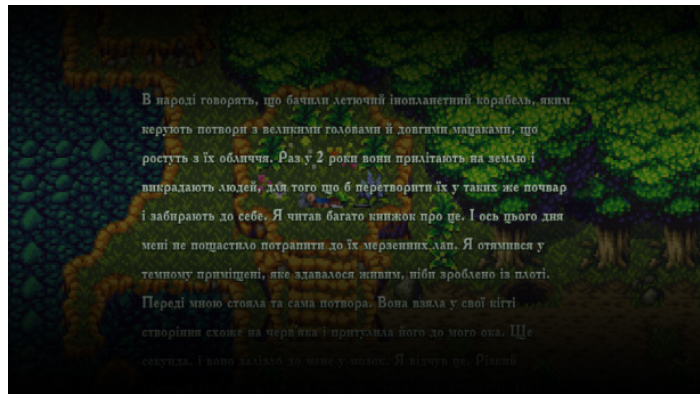


Рис. 9. Екран з передмовою

Наступним ключовим елементом будь-якої гри є персонажі. У процесі розробки було створено різноманітну групу унікальних персонажів, з якими гравець зустрічається протягом проходження. Кожен із них мав власну історію, мотивацію, характер і індивідуальний стиль мовлення, що поступово розкривалися у ході гри. Усього було реалізовано трьох персонажів, яких можливо залучити до команди – гравець отримує змогу безпосередньо керувати ними.

На основі зібраних ідей та концепцій було сформовано головну сюжетну лінію гри – епічну пригоду, що включає як основні події, так і побічні квести та важливі вибори, які впливають на розвиток історії. Основною метою стало створення сюжету, здатного зацікавити гравця, утримати його увагу та викликати емоційне залучення.

Після отримання завдань та формування команди гравець стикається з моральним вибором – зосередитися лише на власному порятунку чи допомогти й іншим, адже попереду низка випробувань, пригод і небезпек.

Виклад основного матеріалу дослідження: розробка ігрових локацій

Дизайн ігрового середовища базується на художній концепції, механіках гри та програмному рушії. У цьому розділі розглянуто процес проєктування дизайну ігрового середовища – одного з визначальних факторів якісної гри.

Дизайн локацій (рис. 10) охоплює створення простору, в якому гравець взаємодіє з ігровим світом, а також визначення та розміщення елементів середовища: об'єктів, зон, ландшафтів і будівель.

Основні етапи розробки включали:

- визначення концепції локацій. Як і в багатьох іграх подібного жанру, було обрано тематику “лісу”, де будь-яка істота чи мандрівник може становити загрозу для гравця;

- проєктування середовищ. Було використано стилістичні елементи, пов'язані з темами “ліс” і “поселення”;

- створення 2D моделей та об'єктів. Для розробки графічних елементів локацій застосовувалася програма PixelArt;

- розміщення елементів у середовищі здійснювалося за допомогою кроссплатформного ігрового рушія Unity, який забезпечив гнучке редагування структури сцени та інтеграцію ігрових об'єктів.



Рис. 10. Дизайн ігрової локації

На етапі створення ігрових персонажів і спрайтів було розглянуто процес розробки графічних зображень, що є невід’ємною складовою будь-якої комп’ютерної гри. Ігрові спрайти, які являють собою окремі двовимірні зображення, що використовуються як частини більших композицій [13], відтворюють персонажів та об’єкти гри, відіграючи ключову роль у формуванні візуального сприйняття користувачем.

Особливу увагу було приділено відповідності спрайтів загальному художньому стилю та атмосфері гри. У даному проєкті кожен персонаж має не лише власні візуальні особливості, але й індивідуальну зброю, що підкреслює характер та функціональність у грі.

Окремо було опрацьовано спрайт головного героя. Було обрано образ лицаря, що формує у гравця асоціації зі сміливістю, рішучістю та готовністю прийти на допомогу. Як і личить традиційному лицарю, герой має велику бойову зброю – меч – та броню, що відображено у його візуальному образі (рис. 11).



Рис. 11. Спрайт головного персонажу, яким керує гравець

Наступним кроком стала програмна реалізація гри. У цьому підрозділі було розглянуто приклади коду деяких менеджерів, що використовувалися в середовищі розробки Unity. Детально описано реалізацію логіки – від окремих змінних до методів і функціональних блоків.

AnimatorManager – менеджер анімацій, реалізований для забезпечення перемикання між аніматорами за іменами:

а) функціональні можливості:

1) список аніматорів. Реалізовано доступ до об’єктів-аніматорів за допомогою імен, взятих із переліку типу enum;

2) структурування катсцен. Було передбачено створення об’єктів, необхідних для реалізації катсцен;

3) реалізація нових анімацій. Додано функціональність для відключення аніматора, включення об’єкта до загального списку та присвоєння йому імені;

б) ключові методи:

1) Play(enumAnimatorName) – запуск обраної анімації за її ім’ям;

2) Pause(enumAnimatorName) – встановлення паузи на поточну анімацію;

3) Stop(enumAnimatorName) – припинення активної анімації;

в) події. Уведено систему підписки на події анімаційного циклу:

1) OnAnimationStarted – викликається у момент запуску анімації;

2) OnAnimationFinished – викликається після завершення анімаційної дії.

Висновки

У результаті проходження всіх описаних етапів було створено ігровий застосунок “Маленькі пригоди в Балабурсі”, який демонструє ефективність системного підходу до

розробки відеоігор. Кожен із ключових етапів – від задуму до тестування – мав важливе значення для формування повноцінного ігрового досвіду.

Під час прототипування було визначено основні механіки та сюжетну основу. Розробка рівнів дозволила створити інтерактивне середовище з унікальними завданнями. Використання гнучкої архітектури у коді забезпечило можливість масштабування ігрових механік та реалізацію діалогових систем з опцією вибору.

Реалізація графічних компонентів сприяла візуальній цілісності та зануренню, а моделювання логіки гри дозволило створити динамічну систему прийняття рішень, яка впливає на перебіг подій.

Отже, завдяки послідовному застосуванню структурованого підходу вдалося реалізувати завершений, функціональний проєкт. Гра “Маленькі пригоди в Балабурсі” стала прикладом успішного використання методології розробки та підтвердила важливість ретельного планування кожного з етапів.

Список використаної літератури

1. Game-Ace. (2023). Five Key Game Development Stages: A Look Behind The Scenes. URL: <https://game-ace.com/blog/game-development-stages/>.
2. Shall Academy. (б. д.). Вибір правильної UML-діаграми: вичерпний посібник. Shall Academy. URL: <https://shallbd.com/uk/vibir-pravilnoyi-uml-diagrami-vicherpnii-posibnik/>.
3. Koç, H., Erdoğan, A. M., Barjakly, Y., & Peker, S. (2021). UML diagrams in software engineering research: A systematic literature review. Proceedings of the 7th International Management Information Systems Conference (IMISC). URL: <https://www.mdpi.com/2504-3900/74/1/13>
4. Wikipedia. (б. д.). Діаграма діяльності. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Діаграма_діяльності.
5. Wikipedia. (б. д.). Діаграма класів. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Діаграма_класів.
6. Wikipedia. (б. д.). Діаграма послідовності. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Діаграма_послідовності.
7. Wikipedia. (б. д.). Рольова відеогра. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Рольова_відеогра.
8. 3DAS Studio. (2022). Поради щодо створення концепції гри. URL: <http://3das.com.ua/poradi-shhodo-stvorennya-kontseptu-gri/>.
9. Go-Mother. (2022). Як створити героя для своєї гри? Основні принципи. URL: <https://go-mother.com/2022/09/06/how-to-create-a-hero-for-your-game-main/>.
10. Wikipedia. (б. д.). Dungeons & Dragons. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Dungeons_%26_Dragons.
11. Tseivo. (2023). Хто такі NPC? Для чого вони потрібні? URL: <https://tseivo.com/b/jargoniist/t/igmkbbvkjz>.
12. QATestLab. (2023). Альфа– та Бета-тестування. URL: <https://training.qatestlab.com/blog/technical-articles/alpha-beta-testing/>.
13. Wikipedia. (б. д.). Спрайт (комп'ютерна графіка). URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Спрайт_\(комп%27ютерна_графіка\)](https://uk.wikipedia.org/wiki/Спрайт_(комп%27ютерна_графіка)).

References

1. Game-Ace. (2023). Five Key Game Development Stages: A Look Behind The Scenes. (n. d.). Retrieved from <https://game-ace.com/blog/game-development-stages/>.
2. Shall Academy. (n. d.). Vybir pravylnoi UML-diahramy: vycherpnyi posibnyk [Choosing the right UML diagram: A complete guide]. Retrieved from <https://shallbd.com/uk/vibir-pravilnoyi-uml-diagrami-vicherpnii-posibnik/> [in Ukrainian].
3. Koç, H., Erdoğan, A. M., Barjakly, Y., & Peker, S. (2021). UML diagrams in software engineering research: A systematic literature review. Proceedings of the 7th International Management Information Systems Conference (IMISC). <https://doi.org/10.3390/proceedings2021074013>.

4. Wikipedia. (n. d.). Diahramadiialnosti [Activity diagram]. Retrieved from https://uk.wikipedia.org/wiki/Діаграма_діяльності [in Ukrainian].
5. Wikipedia. (n. d.). Diahrama klasiv [Class diagram]. Wikipedia. Retrieved from https://uk.wikipedia.org/wiki/Діаграма_класів [in Ukrainian].
6. Wikipedia. (n. d.). Diahrama poslidovnosti [Sequence diagram]. Retrieved from https://uk.wikipedia.org/wiki/Діаграма_послідовності [in Ukrainian].
7. Wikipedia. (n. d.). Rolova videohra [Role-playing video game]. Retrieved from http://uk.wikipedia.org/wiki/Рольова_відеогра [in Ukrainian].
8. 3DAS Studio. (2022). Porady shchodo stvorennia kontseptsii hry [Tips on creating a game concept]. Retrieved from <http://3das.com.ua/poradi-shhodo-stvorennia-kontseptu-gri/> [in Ukrainian].
9. Go-Mother. (2022). Yak stvoryty heroia dlia svoiei hry? Osnovni pryntsypy [How to create a hero for your game? Basic principles]. Retrieved from <https://go-mother.com/2022/09/06/how-to-create-a-hero-for-your-game-main/> [in Ukrainian].
10. Wikipedia. (n. d.). Dungeons & Dragons. Retrieved from https://uk.wikipedia.org/wiki/Dungeons_%26_Dragons [in Ukrainian].
11. Tseivo. (2023). Khto taki NPC? Dlia choho vony potrebni? [Who are the NPCs? Why is stink needed?] Retrieved from <https://tseivo.com/b/jargoniist/t/lgmkkbvkjz> [in Ukrainian].
12. QATestLab. (2023). Alfa– ta Beta-testuvannia [Alpha– and beta-testing]. Retrieved from <https://training.qatestlab.com/blog/technical-articles/alpha-beta-testing/> [in Ukrainian].
13. Wikipedia. (n. d.). Sprait (komp’iuterna hrafiika) [Sprite (computer graphics)]. Retrieved from [https://uk.wikipedia.org/wiki/Спрайт_\(комп%27ютерна_графіка\)](https://uk.wikipedia.org/wiki/Спрайт_(комп%27ютерна_графіка)) [in Ukrainian].

Гришко Ніка Сергіївна – студентка кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька політехніка». E-mail: grishko.nica@gmail.com, ORCID: 0009-0002-5216-4376.

Дубровін Валерій Іванович – к.т.н., професор кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька політехніка». E-mail: vdubrovin@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0848-8202.

Дейнега Лариса Юріївна – старший викладач кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька політехніка». E-mail: deynega.larisa@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0304-4327.

Grishko Nika Serhiivna – Student at the Department of Software of the National University Zaporizhzhia Polytechnic. E-mail: grishko.nica@gmail.com, ORCID: 0009-0002-5216-4376.

Dubrovin Valery Ivanovych – Candidate of Technical Sciences, Professor at the Department of Software the National University Zaporizhzhia Polytechnic. E-mail: vdubrovin@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0848-8202.

Deynega Larisa Yuriiivna – Assistant Professor at the Department of Software of the National University Zaporizhzhia Polytechnic. E-mail: deynega.larisa@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0304-4327.

UDC 629.7

I.O. DOVBYSH, O.V. MURAVIOV, A.S. MOMOT, H.A. BOHDAN
National Technical University of Ukraine
“Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”

AUTONOMOUS UAV NAVIGATION: TECHNOLOGIES FOR ORIENTATION AND LOCALIZATION

Navigation of autonomous vehicles and particularly unmanned aerial vehicles (UAV) remains one of the core challenges in achieving full autonomy. Autonomous vehicles must independently analyze an environment, react on the dynamic change of surroundings, create optimal trajectories, and perform mission-critical tasks independently. That is why drones need to precisely understand their pose (position and orientation). While in case of error, ground and marine drones might stop the performance, the error of UAV has significant consequences due to the high working speed and heights. It may lead both to losing UAV and harming infrastructure, nature, and civilian houses in accordance to the area, where the UAV is operating.

Localization and orientation issues require information from both the state of the drone and information from the environment, as the vehicle's position in relativity with other objects is necessary for path planning tasks. This article analyzes the sensors and navigation systems that might give convenient data about both inertial parameters and surroundings. Solutions for both known, partially known, and unknown environments are described. Special attention is paid to Visual SLAM (Simultaneous Localization and Mapping) and Visual-Inertial Odometry, which are key for map creation and relative movement estimation in unknown environments. These approaches enable drones to navigate in GPS-denied or dynamic environments by fusing visual data with inertial measurements.

This article also gives a comprehensive review of the map-based sensors, which greatly simplify the UAV performance in pre-known environments. Map-based sensors are applicable for both indoor and outdoor scenarios.

The final section of the article introduces the sensor fusion technics, which are necessary for all kinds of UAVs to reduce drifting error and improve navigation accuracy. It enables the comparison of measurements from different sensors or navigation systems with two levels of filtering. Selecting an observer must be done with consideration of the nonlinear nature of autonomous vehicles.

Key words: *unmanned aerial vehicle, orientation, navigation, localization, sensor fusion, odometry.*

I.O. ДОВБИШ, О.В. МУРАВЬОВ, А.С. МОМОТ, Г.А. БОГДАН
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

АВТОНОМНА НАВІГАЦІЯ БПЛА: ТЕХНОЛОГІЇ ОРІЄНТАЦІЇ ТА ЛОКАЛІЗАЦІЇ

Навігація автономних транспортних засобів, зокрема й безпілотних літальних апаратів (БПЛА) залишається однією з основних проблем у досягненні цілковитої автономності. Автономні механізми повинні самостійно аналізувати навколишнє середовище, реагувати на динамічні зміни умов навколишнього середовища, створювати оптимальні траєкторії руху та самостійно виконувати критично важливі завдання. Отже, дронам необхідно чітко розуміти свої положення та орієнтацію у просторі. Якщо за несправності наземні та морські дрони можуть припинити роботу, похибка безпілотних літальних апаратів має значні наслідки через високу робочу швидкість і висоту польоту. Це може призвести як до втрати безпілотних літальних апаратів, так і до завдання шкоди інфраструктурі, природі та цивільним будинкам, відповідно до місцевості, де працюють безпілотні літальні апарати.

Питання локалізації та орієнтації потребують інформації про стан дрона, а також із навколишнього середовища, оскільки відомості про розташування транспортного засобу щодо інших об'єктів є необхідним для планування траєкторії подальшого руху. У статті проаналізовані датчики та навігаційні системи, які можуть надавати необхідні дані як про інерційні параметри, так і про навколишнє середовище. Описані рішення як для відомих, частково відомих, так і для невідомих середовищ. Особлива увага приділяється Visual SLAM (Simultaneous Localization and Mapping) та Visual-Inertial Odometry, які є ключовими технологіями для створення карти й оцінювання відносного руху в невідомих середовищах. Ці підходи дозволяють безпілотним літальним апаратам орієнтуватися в динамічних середовищах без використання GPS, за поєднання візуальних даних з інерційними вимірюваннями.

У роботі подано вичерпний огляд датчиків, що працюють на основі карт місцевості. Вони значно спрощують роботу безпілотних літальних апаратів у задалегідь відомих середовищах. Датчики на основі карт місцевості можна застосовувати як усередині будівель, так і на відкритому просторі.

Останній розділ статті представляє техніку синтезу датчиків, яка необхідна для всіх типів безпілотних літальних апаратів, щоб зменшити вплив дрейфу вимірювань і підвищити точність навігації. Це дозволяє порівнювати вимірювання від різних датчиків або навігаційних систем із використанням двох рівнів фільтрації. Вибір методу фільтрування даних повинен здійснюватися з урахуванням нелінійної природи автономних транспортних засобів.

***Ключові слова:** безпілотний літальний апарат, орієнтація, навігація, локалізація, злиття датчиків, одометрія.*

Introduction

One of the technological trends of 2020s is the integration of autonomous vehicles into various sectors to optimize operations and minimize risks to human life and health. They became widely adopted in agriculture and military tasks and are increasingly being employed in rescue operations, disasters response and logistics of critical supplies. The most promising area is unmanned aerial vehicles (UAV), as their operation in air usually does not require additional infrastructure, allows to avoid traffic and reach remote or inaccessible regions.

The global goal of UAV's development might be formulated as increasing the autonomy of the UAV to the level, in which human operator is not required for the successful mission completion. One of the most critical and enduring challenges in achieving this goal is reliable navigation. It remains the complex problem through decades, as real-world scenarios vary in the observability of environments, external disturbances and used sensors features. Errors in UAV navigation are particularly crucial as they can influence system stability and lead to potential loss of control.

Analysis of the latest research and problem statement

The highest of the defined levels of aircraft autonomy implies the independent completion of tasks in observed, partially observed, and unknown environments [1]. Advancement in autonomy is achieved by various types of sensors and cameras, some of which aim to provide accurate navigation. To be more precise, the most common navigation systems used are inertial navigation systems and the Global Positioning System (GPS) [2].

The navigation problem can be divided into 4 parts:

- localization (defining accurate position and orientation of the drone on the exciting or created map of the environment);
- estimation of various inertial parameters of flight (the parameters of the aircraft, that influence the flight);
- mapping of surroundings (it can be used for localization purposes and/or for environment exploration);
- path planning.

Successful implementation of these issues leads to autonomous flight [3]. However, considering possible bias and fairness in physical sensors, the main issue remains the attitude estimation and sensor fusion. One of the common biases eliminating technics is using nonlinear observers, that are using feedback loops to get rid of random values and noise [4; 5].

Since there is no sensor, that can directly measure the attitude of a three-dimensional rigid body, the fusion of different technics is used [6; 7].

The aim and objectives of the research

This paper is intended to give a comprehensive review and comparison of the sensors used for navigation purposes in different environments. Moreover, the work studied multi-sensor fusion technics, that are used for increasing the efficiency of location and orientation estimation algorithms.

Research results

Measurement of inertial parameters

Considering that UAVs operate in 3-dimensional space, controlling the rotation with respect to three axis x , y and z is crucial. Losing balance for the tiniest period of time might led to the undesirable

movements or even loss of control. Orientation is difficult to be controlled by human operator, as it requires smooth movement and quick reaction. Drones, that unable to estimate orientation on their own requires complex training for human operators before flying.

The majority of drones are equipped with at least one inertial measurement unit (IMU), which consists of accelerometer, gyroscope and, optionally, magnetometer. Relatively new MEMS technologies allows to equip even the smallest drone with IMU.

The orientation parameters are extracted from IMU accelerometer measurements as follows:

$$\phi = \arctan\left(\frac{a_y}{a_z}\right), \quad (1)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{-a_x}{\sqrt{a_y^2 + a_z^2}}\right), \quad (2)$$

where ϕ – roll, θ – pitch, a_x, a_y, a_z – measured accelerations with respect to axis x, y and z .

Euler angles are also extracted from gyroscope measurements as follows:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}, \quad (3)$$

where ψ – yaw, and $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – measured angular velocities with respect to axis x, y and z .

From magnetometer measurements only yaw may be extracted:

$$\psi = \arctan2(m'_x, m'_y), \quad (4)$$

where m'_x, m'_y – magnetometer measurements calculated for inertial frame [8].

IMU is the only system that may give information about rotations with respect to all three axes. That is why sensor fusion technics between accelerometer, gyroscope and magnetometer are used to make the obtained data more accurate. The most popular technics are complementary filter [8] and nonlinear filters such as Extended Kalman Filter and observers [9].

In addition to orientation the information about drone localization is also required. When the pre-made map is not available, the start point is considered as (0; 0; 0) coordinate, from which UAV is performing a desired, usually, pre-programmed trajectory. To understand the movement with respect the axis x and y optical flow sensors are widely used. Its output is displacement in position, which is relative. For scaling the measurements from Optical Flow to the real-world units, the altitude is required.

Altitude, or the height of the flight, might be obtained from barometer or distance sensors, such as sonar or LiDAR, which are located at the bottom of drone. The selection of the sensor depends on the estimated height of flight and characteristics of environment.

The described set of sensors might be considered as an inertial navigation system for small UAVs, when the environment is known.

Localization and mapping

Distance sensor are essential for localization tasks when the map of environment is unavailable. These sensors are crucial for constructing a map of unknown surroundings, which can subsequently be used for both environmental analysis and localization purposes. The widely used approach is SLAM (Simultaneous Localization and Mapping).

As SLAM does not rely on any pre-made landmarks and does not correct measurements with map-based sensors, exploration of the environment might lead to the drifting bias. This issue is resolved by revisiting previous locations. UAVs match new data with previously observed landmarks, creating a closed loop of exploration. Moreover, Kalman-based filters are applied.

Instead of distance sensors, cameras might be used for exploring the environment, which is applied in Visual SLAM. The key feature of this algorithm is that it is working with video or image data, what requires high computational resources, but might lower the cost of onboard equipment. The most commonly used are stereo, monocular, and RGB-D cameras. Visual SLAM is also sensitive to environment changes, as landmarks might not be identified if the light or visibility conditions differ.

Moreover, integrating Artificial Intelligence (AI) technologies allows to identify and classify objects, observed by UAV's cameras.

In scenarios where the drone operates repeatedly in a known environment, the map can be generated during the initial deployment and later updated if changes are detected. This reduces computational load and improves localization performance over time.

Cameras might also be used for Visual Inertial Odometry (VIO), which combines the visual data with the measurements from IMU. Odometry algorithms are used when the map of environment is not required, and knowledge or relative position is enough to complete the task.

VIO requires pre-made visual landmarks, which will be further identified in image and video frames. From media data features like the position and size of landmark, angle of observability, gradient, etc.) are extracted. Comparing the features movement in different frames allows to understand the relative position and orientation of the UAV.

Map-based sensors

When it comes to the large territories of operation and limited available time, which are usually connected with delivery, optimal path planning tasks, or disaster response, the pre-existed map is required. Map-based sensors are developed both for outdoor and indoor operation. The most commonly used is Global Navigation Satellite System (GNSS), which can provide geo-spatial position. The main issue of this system is the existence of GNSS – denied environments, and the possibility to block signal in desired regions.

Indoor solutions are working on the same principle as the GNSS. Instead of satellites, space is equipped with based stations, precise positions of which are known. The position is relative and user can select the initial point as it will be optimal for task completion. Operating in this space, UAV's onboard systems calculate the distance to each anchor and defines its location in defined space. The minimum required number of anchors is 3, while the recommended one is 6.

Commonly used indoor solutions are:

- Lighthouse Positioning System – is made using technologies of Steam VR Positioning;
- Motion Capture System – allows to get position and orientation of the rigid body, works using infrared light, requires markers to be installed on the drone;
- Ultra-Wideband (UWB) Positioning System – uses radio frequency waves to determine the position and send information to UAV;
- Bluetooth Navigation System – uses Bluetooth Low Energy (BLE) Beacons, which can work on distances up to 30 meters.

The most precise and costly solution is Motion Capture System, which usually considered as ground-truth. It allows also to consider obstacle for path planning algorithms. More low-cost solutions, that are working on radio waves, have a high level of uncertainties.

Access to the pre-existed map also simplifies the task of path planning, as it enables finding an optimal trajectory.

Sensor fusion

Considering advantages and disadvantages of internal and external navigation systems, which are mentioned in [2], sensor fusion technics are required. As sensors may differ according to the objective, the main idea of sensor fusion technic remains the same. It is demonstrated in Figure 1.

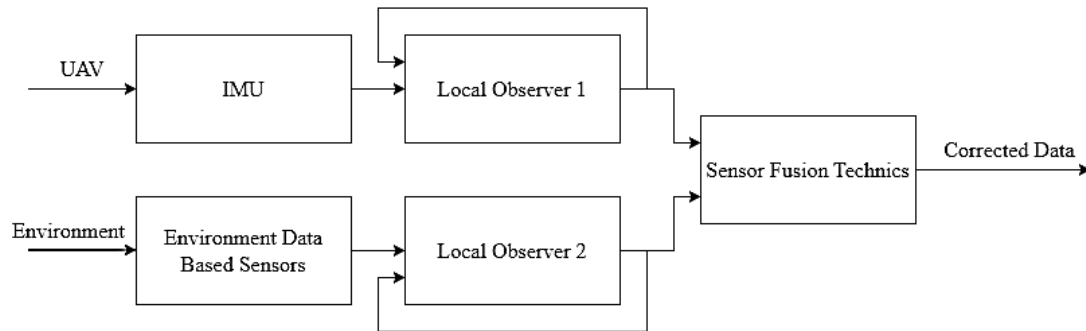


Fig. 1. Multi-sensor fusion architecture

In Figure 1 Environment Data Based Sensors (EDBS) stands to all devices, that are interacting with an environment to get measurements: distance sensors, cameras, map-based sensors, and the IMU represents the internal navigation system, which does not receive any information from surroundings and measures only inertial parameters of the drone.

Both IMU and EDBS must have local observers, which are usually Kalman-based filters. These filters are eliminating random values and noise, as they are comparing current values with previous. Even though some of Kalman-based filters are made for nonlinear systems (such as Extended Kalman Filter or Unscented Kalman Filter), they require linearization for computation, what can lead to inconsistent results. Moreover, these observers cannot identify measurement drift over time. That is why the comparison of outputs from different sources is done.

Sensor Fusion Technics may be performed with Kalman-based filters as well. However, in modern applications the nonlinear observer design is usually required. Nonlinear observers compare the current measured state of the UAV with the estimated one, what allows them to correct bias and undesired drift of measurements. Considering the high frequency of IMU outputs and low work frequencies for other devices, sensor fusion is performed not on each step, but with the specific period. Which is why, while using sensor fusion technics, the timing of outputs from each sensor should be considered. If the UAV is working on high speeds, asynchronous measurements might lead to huge errors in final results. This issue is resolved by defining the specific frequency for taken outputs, in which data from all existed on board sensors can be taken.

Working frequencies for the sensors, described in this paper are as follows:

- IMU – 200–1 000 Hz;
- Optical Flow Sensor – 50–100 Hz;
- GNSS – 5–10 Hz;
- LiDAR – 100–500 Hz;
- Sonar – 100–500 Hz;
- Lighthouse Positioning System – 300–750 Hz;
- Motion Capture System – 30–500 Hz;
- Ultra-Wideband (UWB) Positioning System – 10–40 Hz;
- Cameras – 1–5 Hz.

Considering the complexity of the nonlinear observers designs, attitude estimation algorithm might be also created with Reinforcement Learning usage. This method does not require the mathematical model of the UAV and can adapt to dynamic environments. However, the required time, resources for training and reliability of the model must be considered before implementation.

Conclusions

Localization and orientation technologies might be divided into two groups in accordance to the perception of the environment:

- Sensors and systems that are giving relative position;
- Sensors and systems that are giving global position.

Type of localization may vary in accordance with the task features and the observability of working environment. In some cases, measuring only inertial parameters of UAV will be enough for successful performance. However, we must consider that the environment is pre-known, stable and feedback filters are implemented.

However, in most of the cases we expect to have multiple disturbances and partially observable or unknown environments. In that case the analysis of environment is required, what allows to estimate the position and orientation of the drone.

While there is no exact sensor, which directly measures UAV's pose, the growing error in measurements is expected. To decrease the error sensor fusion technics are used. One system, that works based on sensor fusion, must have a set of sensors, that measures inertial parameters (usually IMU) and environment state.

Considering, that the majority of modern filtering technics requiring linearization of the system before estimation, design of the nonlinear observers remains open.

Bibliography

1. Довбиш І.О., Муравйов О.В. Залежність архітектури рою від рівня автономності БПЛА. *XVI Всеукраїнська науково-практична конференція студентів, аспірантів та молодих вчених «Погляд у майбутнє приладобудування»*, м. Київ, збірник праць конференції. 2023. С. 158–161.
2. Муравйов О.В., Довбиш І.О., Галаган Р.М., Богдан Г.А., Момот А.С. Перспективи розвитку технологій та підвищення рівня автономності БПЛА. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського*. Серія «Технічні науки». 2023. Том 34 (73). № 2. С. 199–205.
3. Gaigalas J., Perkauskas L., Gričius H., Kanapickas T., Krisciunas A. A Framework for Autonomous UAV Navigation Based on Monocular Depth Estimation. *Drones*. 2025. 9. 236. <https://doi.org/10.3390/drones9040236>.
4. Berkane S., Tayebi A., De Marco S. A Nonlinear Navigation Observer Using IMU and Generic Position Information. *Automatica*. 2021. Vol. 127.
5. Hashim H.A., Eltoukhy A.E., Vamvoudakis K.G., Abouheaf M.I. Nonlinear Deterministic Observer for Inertial Navigation Using Ultra-Wideband and IMU Sensor Fusion. *2023 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Detroit, MI, USA. 2023. Pp. 3085–3090. DOI: 10.1109/IROS55552.2023.10342083.
6. Roberts A., Tayebi A. A new position regulation strategy for VTOL UAVs using IMU and GPS measurements. *Automatica*. 2013. Vol. 49. № 2. Pp. 433–440.
7. Negru S.A., Geragersian P., Petrunin I., Guo W. Resilient Multi-Sensor UAV Navigation with a Hybrid Federated Fusion Architecture. *Sensors*. 2024. 24. 981. <https://doi.org/10.3390/s24030981>.
8. Dovbysh I.O., Muraviiov O.V. Complementary filter for UAV attitude estimation. *Ефективність та автоматизація інженерних рішень у приладобудуванні: XX Всеукраїнська науково-практична конференція студентів, аспірантів та молодих учених: збірник праць конференції*, Київ, 4–5 грудня 2024 р., КПІ ім. Ігоря Сікорського, ПБФ. С. 295–298.
9. Wang M., Tayebi A. Observers Design for Inertial Navigation Systems: A Brief Tutorial. *59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, Jeju, Korea (South). 2020. Pp. 1320–1327. DOI: 10.1109/CDC42340.2020.9304269.

References

1. Dovbysh, I.O., & Muraviiov, O.V. (2023). Zalezhnist arkhitektury roiu vid rivnia avtonomnosti BpLA [Dependence of swarm architecture on the level of UAV autonomy]. *XVI Vseukrainska*

- naukovo-praktychna konferentsiia studentiv, aspirantiv ta molodykh vchenykh "Pohliad u maibutnie pryladobuduvannia"* [XVI All-Ukrainian Scientific and Practical Conference of Students, Postgraduates and Young Scientists "A Look into the Future of Instrumentation"]. Kyiv [in Ukrainian].
2. Muraviov, O.V., Dovbysh, I.O., Galagan, R.M., Bogdan, H.A., & Momot, A.S. (2023). Perspektyvy rozvytku tekhnolohii ta pidvyshchennia ravnia avtonomnosti BPLA [Development prospects of technologies and increasing autonomy level of UAV]. *Vcheni zapysky TNU imeni V.I. Vernadskoho. Seriia "Tekhnichni nauky"*, 34 (73). 2, 199–205. <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2023.2.1/32> [in Ukrainian].
 3. Gaigalas, J., Perkauskas, L., Gričius, H., Kanapickas, T., & Krisciunas, A. (2025). A Framework for Autonomous UAV Navigation Based on Monocular Depth Estimation. *Drones*. 9, 236. <https://doi.org/10.3390/drones9040236> [in English].
 4. Berkane, S., Tayebi, A., & De Marco, S. (2021). A Nonlinear Navigation Observer Using IMU and Generic Position Information. *Automatica*, 127 [in English].
 5. Hashim, H.A., Eltoukhy, A.E., Vamvoudakis, K.G., & Abouheaf, M.I. (2023). Nonlinear Deterministic Observer for Inertial Navigation Using Ultra-Wideband and IMU Sensor Fusion *2023 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Detroit, MI, USA, 3085–3090. DOI: 10.1109/IROS55552.2023.10342083 [in English].
 6. Roberts, A., & Tayebi, A. (2013). A new position regulation strategy for VTOL UAVs using IMU and GPS measurements. *Automatica*, 49. 2, 433–440 [in English].
 7. Negru, S.A., Geragersian, P., Petrunin, I., & Guo, W. (2024). Resilient Multi-Sensor UAV Navigation with a Hybrid Federated Fusion Architecture. *Sensors*. 24, 981. <https://doi.org/10.3390/s24030981> [in English].
 8. Dovbysh, I.O., & Muraviov, O.V. (2024). Complementary filter for UAV attitude estimation. *Efektivnist ta avtomatyzatsiia inzhenernykh rishen u pryladobuduvanni: XX Vseukrainska naukovo-praktychna konferentsiia studentiv, aspirantiv ta molodykh vchenykh* [Efficiency and automation of engineering solutions in instrumentation: XX All-Ukrainian Scientific and Practical Conference of Students, Postgraduates and Young Scientists]. Kyiv [in English].
 9. Wang, M., & Tayebi, A. (2020). Observers Design for Inertial Navigation Systems: A Brief Tutorial. *59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, Jeju, Korea (South), 1320–1327. DOI: 10.1109/CDC42340.2020.9304269 [in English].

Dovbysh Ivanna Olehivna – Student at the Department of Automation and Non-Destructive Testing Systems of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. E-mail: ivanna.dovbysh@gmail.com, ORCID: 0009-0002-5057-2448.

Muraviov Oleksandr Volodymyrovych – Candidate of Technical Sciences (PhD), Associate Professor at the Department of Automation and Non-Destructive Testing Systems of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. E-mail: stals98@ukr.net, ORCID: 0000-0002-7699-0245.

Momot Andrii Sergiiiovych – Doctor of Philosophy (PhD), Senior Lecturer at the Department of Automation and Non-Destructive Testing Systems of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. E-mail: a.momot@kpi.ua, ORCID: 0000-0001-9092-6699.

Bohdan Halyna Anatoliivna – Candidate of Technical Sciences (PhD), Associate Professor at the Department of Automation and Non-Destructive Testing Systems of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. E-mail: bogdangalya@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6745-1509.

Довбиш Іванна Олегівна – студентка кафедри автоматизації та систем неруйнівного контролю Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: ivanna.dovbysh@gmail.com, ORCID: 0009-0002-5057-2448.

Муравйов Олександр Володимирович – к.т.н., доцент кафедри автоматизації та систем неруйнівного контролю Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: stals98@ukr.net, ORCID: 0000-0002-7699-0245.

Момот Андрій Сергійович – доктор філософії, старший викладач кафедри автоматизації та систем неруйнівного контролю Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: a.momot@kpi.ua, ORCID: 0000-0001-9092-6699.

Богдан Галина Анатоліївна – к.т.н., доцент кафедри автоматизації та систем неруйнівного контролю Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: bogdangalya@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6745-1509.

Т.В. ЗАЙЦЕВА, О.М. БЕЗБАХ, Н.Г. КАМІНСЬКА
Херсонська державна морська академія

КІБЕРБЕЗПЕКА В МОРСЬКІЙ ГАЛУЗІ: ЗАГРОЗИ, РЕАГУВАННЯ ТА УПРАВЛІННЯ ІНЦИДЕНТАМИ

У статті розглядається проблема кібербезпеки в галузі судноплавства в умовах зростання цифровізації морської інфраструктури. Останні дослідження та публікації з кібербезпеки судноплавної галузі вказують на зростання загроз через цифровізацію морської галузі. Підкреслюється важливість запровадження ефективних планів реагування на кіберінциденти для забезпечення безперервності бізнесу та зниження ризиків, пов'язаних із кіберзагрозами. Упровадження міжнародних стандартів, тестування сценаріїв і гнучке управління процесами – усе це формує фундамент кіберстійкості морського сектору.

Метою дослідження є розроблення моделі для побудови ефективного плану дій і плану реагування на кіберінциденти із застосуванням сучасних технологій управління проектами та на основі стандартів захисту даних. Як автори ми бачимо такі основні завдання, як: побудова плану дій із гарантування кібербезпеки судна на основі керівних документів, досвіду провідних спеціалістів, аналізу досягнень у сфері кібербезпеки на морських судах; запровадження проекту в систему освіти відповідного напрямку та його апробація під час проходження курсантами плавальних практик; подальше його застосування для оперативного навчання членів екіпажів на судах. Натепер уже отримано домовленість на включення побудованого плану у програму освітньої компоненти «Кібербезпека суднових комп'ютерних мереж та систем» конкретних навчальних закладів, як-от Херсонська державна морська академія.

Проаналізовано поширені підходи до реагування на інциденти, досліджено можливості адаптації проектного управління для підвищення ефективності таких заходів. Іншою метою даного дослідження є вдосконалення плану ефективної підготовки майбутніх судноводіїв із гарантування кібербезпеки на морському судні завдяки осучасненню та зміні контенту освітньої компоненти.

Запропоновано структурований підхід до створення плану реагування на кіберінциденти, орієнтованого на специфіку загроз у судноплаванні. Практичне значення дослідження полягає в можливості використання отриманих результатів судноплавними компаніями, портовими адміністраціями та для навчання персоналу відповідно до вимог міжнародних стандартів.

Ключові слова: кіберінцидент, кібербезпека, план реагування на кіберінцидент, управління проектами.

T.V. ZAITSEVA, O.M. BEZBAKH, N.H. KAMINSKA
Kherson State Maritime Academy

CYBERSECURITY IN THE MARITIME INDUSTRY: THREATS, RESPONSES, AND INCIDENT MANAGEMENT

This article addresses the issue of cybersecurity in the maritime sector amidst the increasing digitalization of maritime infrastructure. Recent research and publications on cybersecurity in the shipping industry indicate an increase in threats due to the digitalization of the maritime industry. It emphasizes the importance of implementing effective cyber incident response plans to ensure business continuity and reduce risks associated with cyber threats. The implementation of international standards, scenario testing, and agile process management all form the foundation for cyber resilience in the maritime sector.

The purpose of the study is to develop a model for building an effective action plan and response plan for cyber incidents using modern project management technologies and based on data protection standards. As authors, we see the following main tasks: building an action plan to ensure the cybersecurity of the ship based on governing documents, the experience of leading specialists, and an analysis of achievements in the field of cybersecurity on seagoing vessels; implementing the project into the education system of the relevant direction and testing it during the cadets' swimming practices; further using it for operational training of crew members on ships. Currently, an agreement has been reached to include the built plan in the program of the educational component "Cybersecurity of ship computer networks and systems" of specific educational institutions, such as the Kherson State Maritime Academy.

Existing approaches to incident response were analysed, and the possibilities of adapting project management to increase the effectiveness of such measures were investigated. Another goal of this study is to improve the plan for practical training of future shipowners in ensuring cybersecurity on a seagoing vessel by modernizing and changing the content of the educational component.

A structured approach to creating a cyber incident response plan focused on the specifics of threats in shipping is proposed. The study's practical significance lies in the possibility of using the results obtained by shipping companies and port authorities to train personnel by the requirements of international standards.

Key words: cyber incident, cybersecurity, cyber-incident response plan, project management.

Постановка проблеми

У сучасному світі морська інфраструктура відіграє ключову роль у глобальній торгівлі, обороні та міжнародних зв'язках. Водночас вона дедалі більше піддається загрозам у кіберпросторі. Відбуваються постійні оновлення в галузі інформаційних технологій, доступності даних, швидкості обробки та передачі даних із розширеними можливостями для оптимізації роботи, економії витрат, підвищення безпеки та стійкості бізнесу. Загальносвітовою тенденцією нині є цифровізація економіки, природно, що це стосується й морського транспорту. На морському транспорті використовується та розвивається електронна навігація, використання мережевого трафіку, автоматизація процесів експлуатації судна. Зростання цифровізації портів, навігаційних систем, систем управління суднами й інших компонентів морської галузі створює нові вектори атак для кіберзлочинців, що може мати катастрофічні наслідки як для окремих держав, так і для світової економіки загалом.

Питання розроблення кіберзахисту, стратегії управління захистом відповідно до правил і передової практики на борту судна з акцентом на робочі процеси, обладнання, навчання, реагування на інциденти й управління відновленням – невід'ємна частина системи управління безпекою судна як цілісної функціонуючої системи.

Кібербезпека – це не лише запобігання доступу хакерів до систем та інформації, що потенційно призводить до втрати конфіденційності та/або контролю. Це також стосується підтримки цілісності та доступності інформації та систем, забезпечення безперервності бізнесу та постійної корисності цифрових активів і систем. Судновласникам і операторам необхідно розуміти важливість кібербезпеки та підвищувати обізнаність про це співробітників, зокрема й персоналу на судні або в порту.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Ефективне реагування на кіберзагрози потребує не лише технічної підготовки, але й чіткої організаційної структури, планування і координації дій. Застосування технологій управління проектами дозволяє структурувати процес реагування, встановити чіткі ролі, відповідальність і контроль за виконанням заходів. Саме тому дослідження можливостей поєднання кібербезпеки із проектним менеджментом є одним із напрямів розроблення плану реагування на кіберінциденти як живого дієвого механізму [1–5].

Останні дослідження та публікації з кібербезпеки судноплавної галузі вказують на зростання загроз через зростання динамічним чином цифровізації морської галузі. Аналіз компаній *Positive Technologies*, *CyberOwl*, *Microsoft* та *Capgemini* (2017–2021 рр.) показав, що кібератаки на судові системи типу NotPetya та WannaCry вразили контейнерні лінії (Maersk, COSCO, MSC), порти (Барселона, Сан-Дієго) та суднобудівні компанії (Austal) [6]. Атаки часто спрямовані на інформаційно-навігаційні системи в районах із високим трафіком, що підвищує ризик аварій.

Кібератаки можуть порушити роботу судових систем, спричинити втрату керування, пошкодження вантажу чи екологічні катастрофи. Згадані дослідження акцентують на необхідності аналізу попередніх інцидентів для прогнозування загроз. Наприклад, атаки на системи GPS (Global Positioning System) чи ECDIS (Electronic Chart Display and Information System) можуть призвести до зіткнень через спотворення навігаційних даних. Саме тому із 2021 р. Міжнародна морська організація (далі – ІМО) запровадила вимоги до кібербезпеки суден [2; 5]. Автори даної статті попередньо наголошують на потребі адаптації універсальних стандартів кібербезпеки саме для морських систем, тому що брак адаптованих стандартів ускладнює захист.

Актуальність запропонованих досліджень зумовлена тим, що в умовах сучасного судноплавства всі технічні засоби судноводіння функціонують у мережі як комбінація підсистем, які взаємопов'язані одна з одною, для забезпечення централізованого моніторингу різних навігаційних параметрів. Мережа таких технічних засобів судноводіння, які забезпечують вахтовому офіцеру централізований доступ до навігаційної інформації, силової установки, інформації управління і моніторингу тощо, дістала назву інтегрований місток, від англійського терміна

“Integrated Bridge System” (далі – IBS). Метою IBS є підвищення безпечного й ефективного управління судном кваліфікованим персоналом. IBS дозволяє збирати й контролювати інформацію з датчиків про низку операцій, як-от виконання рейсу, зв’язок, управління технічними засобами, а також охорона й безпека, кібербезпека також.

Інтегрована система управління на містку – це різновид системи управління, яка об’єднує інші підсистеми для надання вахтовому офіцеру всіх подробиць, що стосуються навігації судна, в одному місці. Варто зазначити, що не всі типи суден мають однакові типові IBS. Такі системи будуть різнитися залежно від конструктивних особливостей судового містка, різних типів обладнання, що використовується на судні, і загального розташування обладнання на містку.

Моніторинг останніх досліджень і публікацій, які стосуються зазначеної тематики, вказує на те, що безпека судноплавства значною мірою залежить, по-перше, від оснащеності судна, по-друге, від кваліфікації його офіцерського складу. Цим питанням приділяли увагу як іноземні дослідники, наприклад, Ф. Акпан, Г. Бендіаб [1], Дж. Алкаїд, Р. Лаве [3], Г. Кесслер, С. Шепард [7], Г. Каваліраторс, С. Катсікас [16], С. Хопкінсон [9], Й. Челіч, М. Вукшич [4], так і вітчизняні науковці: В. Горбов, І. Ратушняк [20], О. Корнієнко [21]. Так, у своїй роботі «Система дипломування судоводіїв» О. Кочерев [17] відзначив необхідність удосконалення системи підготовки моряків, акцентував увагу саме на їх комплексній підготовці.

Аналіз законодавчих баз європейських країн або нормативних актів, що стосуються безпекових питань морської галузі, доводить, що вони надають загальну інформацію за видами кіберзагроз, планом реагування на кіберінциденти. Але тільки група спеціалістів, у яку входять представники судноплавної галузі та компетентні особи з комп’ютерних технологій і питань кібербезпеки, може надати адаптований план реагування на кіберінциденти, який урахує наявне обладнання та специфіку роботи саме операційних технологій, наприклад морського судна. На це спроможні великі судновласники чи великі порти. У малих портах і на невеликих суднах замість дієвого плану реагування на кіберінциденти ми спостерігаємо документи, де зазначені загальні положення, які не завжди стають у пригоді під час кіберінциденту. Тому завдання створення шаблону або алгоритму розроблення плану реагування залишається актуальним.

Автори даної статті вже кілька років приділяють увагу питанням комплексного підходу до підготовки фахівців морського профілю, акцентують увагу на питаннях забезпечення та підтримання безпечного робочого середовища, а саме на вирішенні питань управління кібербезпекою в судноплавстві [15; 22].

Мета дослідження

Морський транспорт дедалі більше покладається на цифрові системи: навігацію, зв’язок, управління вантажами, логістику. Натепер можна виділити такі основні вектори загроз (табл. 1):

Таблиця 1

Вектори загроз

Загроза	Опис
Вразливість навігаційних систем, як-от AIS (автоматична ідентифікація), ECDIS (електронна навігаційна карта), GMDSS (глобальна система морського зв’язку).	Порушення роботи систем призводить до аварій.
Атаки на інформаційні системи портів.	Крадіжка конфіденційної інформації, блокування операцій через програми-вимагачі.
Кібершпигунство та саботаж.	З боку держав або організованих угруповань.
Соціальна інженерія.	Фішингові листи, спрямовані на членів екіпажу або персонал, що мають доступ до критичних систем.
Спуфінг GPS.	Створення фальшивих навігаційних координат, які можуть спрямувати судно в неправильному напрямку або навіть створити аварійну ситуацію.
DoS/DDoS-атаки.	Виведення з ладу цифрової інфраструктури, яка забезпечує облік вантажів, координацію дій портових служб.

Серйозність таких загроз ілюструє низка інцидентів останніх років. Досить навести яскравий приклад, посилаючись на офіційні джерела або їх огляд [5], який показує важливість постійної уваги до кібербезпеки на морських судах.

Однієї з найбільш значних і руйнівних кібератак останнього часу є NotPetya, яка завдала загального збитку на суму більш ніж 10 мільярдів доларів у червні 2017 р. Цікаво, що NotPetya був орієнтований передусім на українські компанії, але цей напад вийшов далеко за межі України, від нього постраждали багато великих організацій, зокрема й компанія з постачання “FedEx”, данський судноплавний гігант “Maersk”, який виконує доставку сьомої частки всіх контейнерів, що відправляють у світі. Ця компанія постраждала найсильніше, на суму 300 мільйонів доларів, втратила більшу частину своїх даних.

У 2021 р. порт Х’юстона у США став жертвою цільової атаки з використанням вразливостей у системах SCADA. Збільшення атак на українські морські об’єкти після початку повномасштабної війни також свідчить про стратегічну роль кібербезпеки в конфліктних регіонах.

У відповідь на зростання загрози постає потреба у створенні ефективних систем реагування на кіберінциденти. У морській індустрії це особливо критично, оскільки будь-яке зволікання може призвести до матеріальних збитків, небезпеки для екіпажу, екологічних катастроф або загроз національній безпеці.

Мета дослідження – побудова моделі або плану дій із гарантування кібербезпеки судна з урахуванням його специфіки, що охоплює всі основні компоненти оперативного реагування на кібератаки, та представлення цього плану в доступній наочній формі, яка б сприяла швидкому засвоєнню алгоритму його застосування.

Завдання дослідження:

1. Проаналізувати існуючі підходи до реагування на кіберінциденти.
2. Дослідити інструменти та методики управління проектами, які можуть бути адаптовані для кібербезпеки.
3. Визначити ключові етапи створення плану реагування на кіберінциденти, розглядаючи типи загроз як окремі робочі пакети проекту. Тобто спроектувати структуру проектного плану реагування з урахуванням специфіки загроз і типу судна.
4. Оцінити ефективність запропонованого підходу за допомогою моделювання реального процесу.

Об’єкт дослідження – процеси реагування на кіберінциденти в інформаційних системах судноплавства.

Предмет дослідження – інтеграція технологій управління проектами із процесом розроблення та реалізації планів реагування на кіберінциденти.

Гіпотеза дослідження. Інтеграція методологій управління проектами із процесом розроблення плану дій щодо реагування на кіберінциденти дозволить підвищити ефективність і оперативність реагування на загрози кібербезпеки в організації, дозволить урахувувати конкретні умови адаптації плану та надасть керівництву чіткий обсяг фінансування підтримки безпечних умов роботи.

Практичне значення. Розроблена модель і запропонований план дій можуть бути адаптовані:

- судноплавними компаніями для підвищення кіберстійкості завдяки розробці дієвого плану реагування на кіберінциденти та врахування конкретних вимог гарантування безпекового функціонування об’єктів;
- портовими адміністраціями для оптимізації дій під час кіберінцидентів;
- для навчання екіпажів та ІТ-персоналу згідно з вимогами ISM Code;
- для зміни контенту освітньої компоненти підготовки судноводіїв, що стосується проблематики кібербезпеки судових комп’ютерних мереж і систем.

Виклад основного матеріалу дослідження

Відповідно до резолюції MSC.428 (98) Міжнародної морської організації (ІМО), усі судна й оператори повинні інтегрувати кіберризики до існуючих систем управління безпекою. Це

означає не лише технологічні рішення, а й процедурні, організаційні й управлінські заходи та постійне навчання або тренінг персоналу. В основі цих заходів лежить план реагування на кіберінциденти. Він повинен поєднати всі відомі натепер засоби кіберзахисту та запропонувати як керівництву судноплавних компаній, так і екіпажам морських суден чіткий і зрозумілий план дій.

Система IBS повинна втілювати два або більше з таких аспектів: виконання рейсу, зв'язок, керування технічними засобами судноводіння, вантажні операції, а також охорона й безпека (кібербезпека). Критерії монтажу IBS і проєктування встановлюються класифікаційними товариствами, наприклад, клас NAV1 для LR, клас W1-OC від DNC є прикладами класів для IBS [13]. Чинники, що впливають на компоновання, мають урахувати конструкцію містка судна, характеристики електронавігаційного, радіонавігаційного й іншого обладнання, а також його розташування на містку. Підсистеми IBS можна поділити на чотири основні складники, як-от: технічна підсистема, людина-оператор (вахтовий офіцер), людино-машинний інтерфейс (далі – ЛМІ), інструкції з експлуатації та засоби фіксації активності (лог-буки).

IBS зазвичай складається з:

- авторульового;
- підсистеми радарів (ARPA), для якої передбачено дублювання функціоналу;
- гіроскопічного та магнітного компасів;
- підсистеми фіксації даних рейсу (VDR);
- ECDIS, для якої передбачено дублювання функціоналу (основна + резервна);
- центрального дисплея (Conning Display), який інтегрує важливі навігаційні дані, особливо на підходах до портів або виходах із них, забезпечує вахтового офіцера (OOW) центральним робочим місцем для моніторингу всіх датчиків і налаштувань;
- системи розподілу енергії;
- підсистеми стернового управління;
- GMDSS.

Згідно із Правилем 19 розділу V SOLAS, п. 6 [14], інтегровані системи управління на містку повинні бути влаштовані таким чином, щоб відмова однієї підсистеми негайно доводилася до відома офіцера, відповідального за навігаційну вахту, за допомогою звукової та візуальної сигналізації, і не спричиняла відмови будь-якої іншої підсистеми. У разі виходу з ладу однієї із частин інтегрованої навігаційної системи повинна бути забезпечена можливість експлуатації кожного окремого елемента обладнання або частини системи окремо.

Особливим напрямом розв'язування питання кібербезпеки морської галузі є зменшення ролі особистості в убезпеченні системи загалом. Недоліком сучасних систем управління морськими транспортними суднами є висока частка участі людини у процедурі ухвалення рішень. Тому важливо використовувати системний підхід до вирішення цієї проблеми.

Організації повинні розробляти не лише політики безпеки, а й плани реагування на кіберінциденти (Cyber Incident Response Plan (далі – CISP)), як інструменти підтримки функціонування морських підприємств і запобігання катастрофічним наслідкам. План реагування на кіберінциденти – документ, що визначає політику, ролі, процеси, відповідальність і ресурси, необхідні для своєчасного виявлення, реагування, локалізації та відновлення після кіберінцидентів.

Ключові елементи такого плану включають:

- класифікацію інцидентів за рівнем критичності;
- процедури виявлення, фіксації та ескалації інциденту;
- визначення відповідальних осіб і команд;
- порядок інформування керівництва, екіпажу, партнерів;
- юридичні аспекти, зокрема і звітування перед державними органами;
- післяінцидентний аналіз і оновлення політик.

Розроблення плану реагування має розглядатись як окремий проєкт, що дозволяє структурувати процес і ефективно управляти ресурсами. Системний підхід до планування, реалізації

та контролю таких ініціатив базується на принципах класичного проєктного менеджменту (PMBOK) або гнучких методологіях (Agile/Scrum).

План реагування має складатися з декількох обов'язкових етапів (рис. 1), зазначення яких можна знайти як в законодавчих актах, так і в інструкціях із безпекових питань [8].

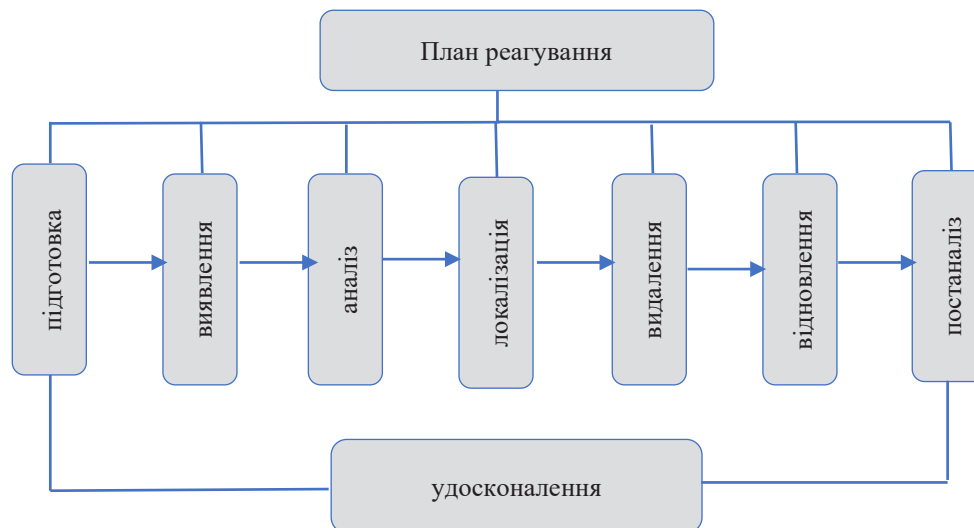


Рис. 1. План реагування на кіберінциденти

А так виглядатиме вдосконалена схема процесу управління кібербезпекою, яка охоплює всі етапи реагування на інциденти, відповідно до найкращих практик (наприклад, Міжнародного стандарту в області інформаційних технологій ISO/IEC 27035 [10; 11]):

1. Підготовчий етап (Preparation):

- розроблення політик безпеки та плану реагування на кіберінцидент;
- укладання та узгодження плану з керівництвом;
- побудова команди реагування (CSIRT / SOC), розподілення ролей;
- навчання співробітників, членів екіпажу;
- резервне копіювання даних;
- інвентаризація активів, їх класифікація та категоризація.

2. Виявлення кіберінциденту, його аналіз (Detection & Analysis):

- спостереження за технологічним процесом, роботою бортових систем;
- моніторинг логів, мережевого трафіка;
- виявлення індикаторів компрометації;
- класифікація та пріоритизація інциденту;
- визначення джерела й обсягу впливу.

3. Реагування на інцидент (Containment, Eradication & Recovery):

- повідомлення команди (внутрішнє інформування);
- локалізація інциденту (обмеження поширення);
- сегментація мереж;
- видалення шкідливого програмного забезпечення;
- відновлення систем (за можливості, до типового робочого стану);
- перевірка оновлень програмного забезпечення та злагодженої роботи всіх систем після оновлення.

4. Повідомлення та сповіщення (Notification):

- збір доказової бази;
- зовнішнє інформування (держоргани, судновласники, партнери, клієнти, ЗМІ);

– дотримання юридичних і регуляторних вимог.

5. Постаналіз (Post-Incident Activity):

- протоколювання дій команди реагування;
- аналіз причин кіберінциденту;
- оновлення політик, плану реагування;
- зворотний зв'язок для підвищення рівня готовності до запобігання кіберзагрозам.

6. Постійне вдосконалення:

- тестування оновленого плану реагування;
- оцінювання наявних ризиків;
- упровадження змін на основі висновків про попередні інциденти.

Такий підхід дозволяє розглядати план реагування не як статичний документ, а як живу систему, що постійно вдосконалюється відповідно до змін у середовищі загроз.

До того ж треба враховувати, що інформаційна безпека є фактично ключовим елементом стабільного розвитку як окремої компанії, так і всієї галузі загалом. Основним засобом комунікації учасників будь-яких бізнес-проектів є обмін інформацією, який зазвичай здійснюється поштовими системами. Зазвичай це уніфікований протокол SMTP. Але їхня доступність з інтернету також підвищує ризик кібератак. Через поштові системи кіберзлочинці впроваджують вірусні файли, навіть якщо компанія має захищений внутрішній мережевий периметр. Вірусні електронні письма здатні розповсюдити шкідливе програмне забезпечення на тисячі комп'ютерів одночасно.

У зв'язку із ситуацією, яка склалася з навалом кіберзлочинців, IT-фахівці проводять глобальні дослідження з метою підвищення безпеки використання програмних продуктів. Нате-пер є досить дієвий спосіб зниження ризиків кіберзагроз. Це так званий харденінг – підхід, який останнім часом використовують саме IT-фахівці.

Харденінг (hardening) програмного забезпечення [19] – це процес підвищення безпеки системи завдяки видаленню або обмеженню потенційних вразливостей. Харденінг – комплекс дій і налаштувань, що спрямовані на суттєве зниження можливостей кіберзлочинців і захист даних. Можна коротко описати цілі харденінгу та засоби їх досягнення:

- зменшення поверхні атаки – скорочення числа шляхів і точок входу, які можуть бути доступні зловмисникам;
- посилення контролю та моніторингу – забезпечення контролю доступу та постійний нагляд за діями як користувачів, так і систем;
- забезпечення цілісності системи – запобігання несанкціонованим змінам налаштувань;
- підтримка відповідності стандартам безпеки – дотримання регуляторних вимог і стандартів, як-от ISO 27001, GDPR, ФЗ-152, PCI-DSS та інші.

Як бачимо, перелічені принципи є дуже простими та зрозумілими, але ефект від упровадження такого підходу є суттєвим.

Але сам собою харденінг не буде дієвим, якщо вся команда компанії не буде ставитися до цього максимально відповідально. Тому одним із найважливіших елементів запобігання кібератакам є постійна підготовка всього персоналу, як усього екіпажу кожного судна, так і берегових служб. Діяльність кіберзлочинців щодня вдосконалюється, на їхньому боці також працюють «просунуті» фахівці, тому і контроль за персоналом з боку структури, яка відповідальна за кібербезпеку всієї системи, має бути постійним.

Можна навести приклад, який свідчить про необхідність таких заходів. За даними звіту Thetius, CyberOwl і HFW, тільки у 2024 р. кожна п'ята судноплавна компанія зазнала тих чи інших проявів кібератак [6]. За результатами опитувань, 93% членів екіпажів зізналися, що не відчувають здатності до вирішення завдань у сфері кібербезпеки, 70% упевнені, що навчання та своєчасне тренування допомогло б покращити їхню підготовку. Це пояснює результати нещодавніх досліджень CyberOwl, які свідчать про те, що з більш ніж 12 тисяч випадків кібератак на судна, які зафіксовані у 2024 р., 60% – зараження судових систем шкідливим програмним забезпеченням, найгірше, що 77% із них здійснено через USB-накопичувачі й інші носії,

як-от ноутбуки персоналу. Своєчасне інформування персоналу, проходження співробітниками відповідних тренінгів, отримання сертифікатів, підписання актів відповідальності – ось шлях суттєвого зниження кіберризиків у цій сфері. Створення стандартів кібербезпеки та неухильне дотримання вимог є одним із головних шляхів підвищення рівня кібербезпеки.

Застосування методологій управління проектами РМВОК або PRINCE2 дозволяє структуровано реалізувати цей процес: від ініціації та планування до контролю та закриття. РМВОК (Project Management Body of Knowledge) – це довідник з управління проектами, який акумулює сукупність професійних знань з управління проектами в різних галузях незалежно від організації, містить фундаментальні базові практики. РМВОК – це стандарт PMI (Project Management Institute), одна із провідних некомерційних світових організацій у галузі управління проектами. Даний стандарт пропонує втілювати єдині глобальні стандарти роботи в галузі управління проектами (табл. 2).

Таблиця 2

Упровадження плану реагування в РМВОК

Етап	Дія (що виконується)	Особливості застосування на судні або в порту	Конкретні приклади дій
Ініціація	Визначення потреби в реагуванні. Формування команди та призначення відповідальних осіб.	Залежить від типу судна, наявності IT/OT-систем, ролей екіпажу.	Призначення координатора безпеки. Аналіз політик компанії.
Планування	Ідентифікація кіберризиків, аналіз загроз, розроблення плану реагування.	Залучення фахівців з кібербезпеки. Оцінювання критичних систем: ECDIS, AIS, IBS.	Розроблення сценаріїв інцидентів. Визначення ролей і процедур.
Виконання	Упровадження систем виявлення атак, навчання персоналу.	Інсталяція IDS/IPS на судні. Проведення тренувань для екіпажу.	Навчання реагування на інциденти. Запуск систем моніторингу.
Моніторинг і контроль	Аудит упроваджених заходів, моделювання інцидентів, перевірка ефективності плану.	Постійне оновлення інструкцій. Випробування реальних сценаріїв на практиці.	Імітація GPS-спуфінгу. Відпрацювання DDoS-атак.
Закриття	Аналіз інцидентів, оновлення документації, підготовка звіту про виконання плану.	Формування рекомендацій для майбутніх інцидентів. Архівування даних.	Створення звіту. Коригування процедур.

Але для втілення в життя цього проекту необхідне залучення всієї команди, від судовласника або адміністрації порту до членів екіпажу або операторів порту. У команду реагування мають входити кіберфахівці, начальники служб безпеки, страхові компанії. А іноді навіть держоргани або представники ІМО.

Розглянемо процес реагування як програмно-керований інцидент із визначенням стадій, продуктів і ролей. PRINCE2 – це структурований підхід до управління проектами, який спрямований на управління проектами в рамках чітко визначеної організаційної структури. Цей підхід сприяє більш чіткому розумінню питань координації людей, розподілу обов'язків і відповідальності. Структурований підхід дозволяє кожний процес або напрям дії зазначати із ключовими вхідними та вихідними даними, описувати завдання, які необхідно виконати. І як будь-яка технологія управління проектами, PRINCE2 надає можливість урахування ризиків, які можуть спричинити відхилення від початкового плану, та можливості стабілізації положення.

Стандарт PRINCE2 був застосований для контролю процесу та призначення відповідальних осіб (табл. 3). Даний підхід більше підходить малим суднам або портам через меншу кількість дій і необхідного документування.

Таблиця 3

Процес (надається англійською, щоб показати відповідність міжнародним стандартам)	Опис реалізації в контексті реагування на кіберінциденти
Starting Up a Project Ініціювання проєкту	Визначення проблеми (кіберзагроза), погодження цілей реагування, формування ініціативи.
Initiating a Project Запуск проєкту	Створення плану реагування, визначення обов'язків, розподіл ресурсів.
Directing a Project Управління проєктом	Затвердження дій вищим керівництвом: судновласником, Project Board.
Controlling a Stage Контроль етапу	Координація етапів реагування: виявлення, реагування, відновлення.
Managing Product Delivery Управління виконанням	Технічне впровадження заходів, навчання екіпажу, застосування систем.
Managing Stage Boundaries Управління переходами між етапами	Оцінка результатів, ухвалення рішень щодо продовження або зміни стратегії.
Closing a Project Закриття проєкту	Аналіз ефективності дій, документування висновків, оновлення планів реагування.
Organizational structure Організаційна структура	Executive (капітан), Project Board (судновласник), Team Manager (офіцер з безпеки).
Risk management Управління ризиками	Створення реєстру ризиків: фішинг, GPS-спуфінг, зловмисне ПЗ, вразливості в навігації.
Lessons and conclusions Уроки й висновки	Аналіз кожного інциденту з метою вдосконалення практики, оновлення навчання персоналу.

Основні результати дослідження

З 1 січня 2021 р. згідно з вимогами ІМО (International Maritime Organization) усі судна мають інтегрувати питання кібербезпеки в систему управління безпекою (ISM Code). Також актуальними є стандарти [10; 11; 18]:

- ISO/IEC 27001 – система управління інформаційною безпекою;
- ISO/IEC 27035 – управління інцидентами інформаційної безпеки;
- NIST Cybersecurity Framework – посібник з побудови кіберзахисту.

Дотримання цих стандартів дозволяє не лише забезпечити базовий рівень кіберзахисту, але й покращити репутацію компанії, підвищити довіру клієнтів і страхових агентств. РМВОК забезпечує гнучкий підхід, що дозволяє адаптувати процеси щодо запобігання кіберзагрозам до специфіки суднових систем, як-от сучасна концепція E-Navigation та ECDIS, а також до потреб екіпажу. PRINCE2 сприяє чіткому розподілу ролей і контролю етапів, що особливо корисно для координації між судновласниками, екіпажем і зовнішніми сторонами. Запропонований авторами даної статті План реагування на кіберінциденти та ризик-реєстри знижують вразливість до кібератак у судноплавній галузі. Як подальший розвиток пропонуються регулярні аудити, симуляції та навчання з метою підвищення готовності до інцидентів, а також післяінцидентний аналіз, який сприятиме вдосконаленню систем кібербезпеки.

Серед основних методів і підходів до управління кібербезпекою варто виділити:

- ризик-орієнтований підхід до оцінювання загроз;
- проведення регулярних аудитів інформаційної безпеки;
- створення центру моніторингу безпеки (SOC) у великих портах;
- упровадження міжвідомчої взаємодії, зокрема зі спецслужбами, кіберполіцією;
- проведення навчань екіпажів і операторів портів щодо реагування на інциденти.

Також велику роль відіграє міжнародна кооперація: кіберзлочинність не має кордонів, тому ефективне реагування можливе лише за умови спільних дій. Тобто гарантування кібербезпеки не має обмежуватися лише ІТ-відділом. Необхідні:

- міжвідомче співробітництво між морськими адміністраціями, службами безпеки, військово-морськими силами;
- правове регулювання: гармонізація з нормами ЄС, ІМО, національне законодавство;
- інвестиції в персонал: навчання екіпажу, проведення симуляцій, сертифікації;

– інформаційний обмін: участь у глобальних ініціативах, як-от Maritime ISAC, обмін кейсами атак і контрзаходів.

Оцінювання ефективності запропонованої моделі:

– здійснюється шляхом експертного опитування та сценарного моделювання можливих інцидентів під час викладання освітньої компоненти Кібербезпека суднових комп'ютерних систем та мереж;

– методологія спрямована на практичну реалізацію та враховує специфіку галузі – складність інформаційних систем, розподіленість інфраструктури та високі вимоги до безпеки;

– інтегрування обох методологій для комплексного підходу, PMBOK для процесів, а PRINCE2 для структуризації ролей, дозволить покращити якість підготовки здобувачів вищої освіти, наприклад Херсонської державної морської академії, у якій уже впроваджується цей проєкт, упродовж вивчення освітньої компоненти Радіонавігаційні прилади і системи. Імерсійні технології (VR/AR) також матимуть позитивний ефект на навчання майбутніх судноводіїв у рамках запропонованих методологій. Отже, ці методології дозволяють системно підійти до управління кібербезпекою судноводіння, забезпечують стійкість до загроз і ефективну координацію всіх учасників процесу.

Упровадження проєкту в систему підготовки плавскладу морських суден можна здійснити так: по-перше, залученням до проєкту студентів заочної форми навчання морських навчальних закладів, які зазвичай є вже моряками-практиками – судноводіями, механіками, електромеханіками; по-друге, шляхом домовленостей з морськими компаніями, такими, наприклад, як Marlow Navigation, які опікуються відповідними навчальними закладами.

Зауважимо, що будь-яка програма дій у такій сфері, як кібербезпека, має регулярно оновлюватися та проходити тестування, щоб урахувати нові методи й цілі кібератак, покращувати як окремі кроки алгоритму, так і весь процес загалом, виявляти будь-які недоліки та визначати дії з ліквідації наслідків кіберінцидентів.

Наступна схема наочно представляє план дій із гарантування кібербезпеки судна (рис. 2).

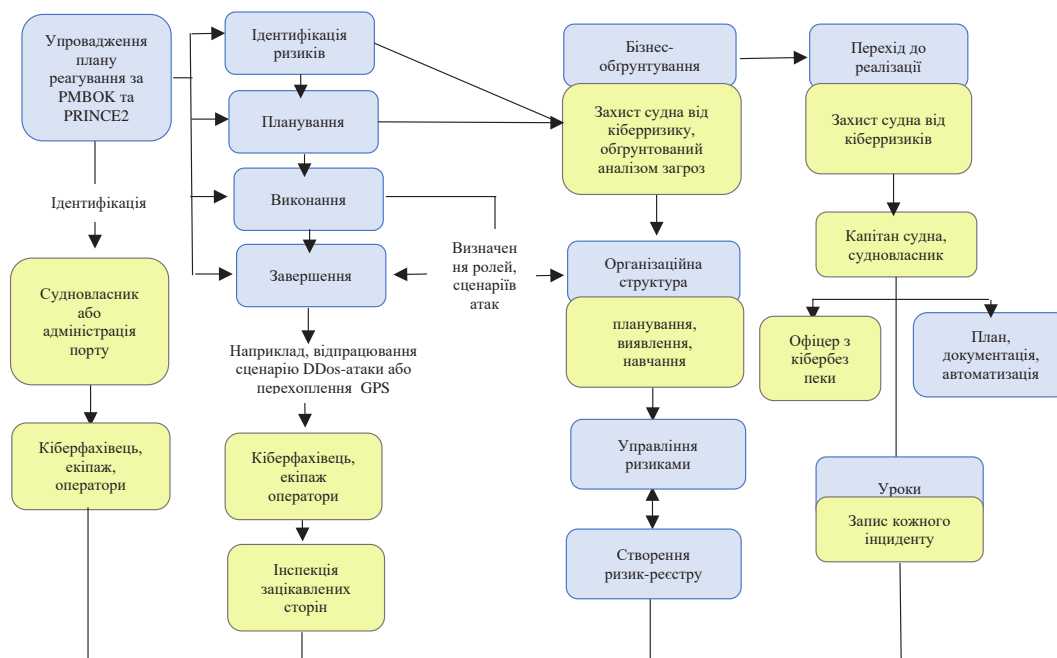


Рис. 2. Модель плану реагування на кіберінциденти

Висновки

Інтегровані системи управління на містках суден є складними комплексами, що об'єднують навігаційні, комунікаційні та керівні системи для гарантування безпеки й ефективності

судноводіння. Оскільки ці системи дедалі більше покладаються на цифрові технології, автоматизацію та підключення до мереж, вони стають вразливими до кіберзагроз. Заходи кібербезпеки для IBS мають бути спрямовані на захист від несанкціонованого доступу, атак, збоїв, на забезпечення надійного функціонування.

Упровадження принципу «кібербезпека за дизайном» (Cybersecurity by Design) під час розроблення нових IBS дозволить передбачити захист від кіберзагроз на всіх етапах життєвого циклу системи. Із цією метою корисним буде також використання безпечних промислових протоколів, наприклад IEC 61162-460, для зв'язку між підсистемами IBS [12]. Перевірка ланцюгів постачання є одним із головних заходів кібербезпеки, бо необхідна впевненість, що постачальники обладнання та спеціалізованого програмного забезпечення для IBS дотримуються відповідних стандартів кібербезпеки, як-от ISO / IEC 27001 «Стандарт управління інформаційною безпекою» [10; 11]. Нагальною необхідністю є укладання угод, що зобов'язують постачальників надавати оновлення безпеки та підтримку, комунікації IBS із береговими центрами, що потребує захищених каналів зв'язку й обмеження віддаленого доступу.

Кібербезпека в морській індустрії нині – не опція, а необхідність. Без адекватного захисту кіберпростору морські перевезення та порти можуть стати вразливими до загроз, що виходять за рамки фінансових збитків. Інтеграція планів реагування із системою безпеки підприємства, використання сучасних підходів до управління та постійне навчання персоналу є запорукою кіберстійкості галузі.

Розроблення ефективного плану реагування на інциденти – ключова умова стійкості до загроз. Розгляд такого плану як проекту, із чітким управлінням, дозволяє досягти більшої узгодженості, ефективності й адаптивності. Упровадження міжнародних стандартів, тестування сценаріїв і гнучке управління процесами – усе це формує фундамент кіберстійкості морського сектору.

Кібербезпека IBS потребує комплексного підходу, що поєднує технічні заходи, організаційні політики та навчання екіпажу. Регулярний аудит, сегментація мереж, шифрування, контроль доступу та відповідність стандартам є основою для захисту судових систем від кіберзагроз. Постійне оновлення знань і технологій допоможе убезпечити судна в умовах зростання цифровізації морської галузі.

Список використаної літератури

1. Akpan F., Bendiab G., Shiaeles S., Karamperidis S., Michaloliakos M. Cybersecurity Challenges in the Maritime Sector. *Network*. 2022. № 2 (1). P. 123–138. <https://doi.org/10.3390/network2010009>
2. A Primer on IMO Cyber Risk Management Guidelines. URL: https://www.american-club.com/files/files/A_Primer_on_IMO_Cyber_Risk_Management_Guidelines.pdf
3. Alcaide J.I., Llave R.G. Critical infrastructures cybersecurity and the maritime sector. *Transp. Res. Procedia*. 2020. № 45. P. 547–554. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2020.03.058>
4. C'elic' J., Vukšić' M., Baždaric' R., Cuculic' A. The Challenges of Cyber Resilience in the Maritime Sector. *Addressing the Weak Awareness of the Dangers Caused by Cyber Threats*. 2025. Vol. 13. P. 762. <https://doi.org/10.3390/jmse13040762>
5. Complying with the IMO 2021. URL: <https://www.missionsecure.com/regulation-overview-imo-2021-cyber-risk-management-compliance>
6. Macdonald F. The lifecycle dilemma Navigating cybersecurity risks across designing, constructing and operating a vessel. *Thetius, CyberOwl, and HFW*. 2025. URL: <https://thetius.com/wp-content/uploads/2025/03/Thetius-CyberOwl-HFW-The-Lifecycle-Dilemma.pdf>
7. Kessler G.C., Shepard S.D. Maritime Cybersecurity. Independently published, 2020. 270 p.
8. Guidelines on Cyber Security Onboard Ships. 2021. URL: <https://www.bimco.org/products/publications/titles/the-guidelines-on-cyber-security-nboard-ships/>

9. Hopkinson S. Navigation: Learn How to Navigate at Sea Paperback (4th ed.). England : Fernhurst Books Limited, 2023. 96 p.
10. International standard. Information security, cybersecurity and privacy protection – Information security management systems – Requirements. Ed. 3 (ISO/IEC 27001:2022). 2022. URL: <https://www.iso.org/standard/27001>
11. International standard. Information technology – Information security incident management. Ed. 2 (ISO/IEC 27035-1:2023). 2023. URL: <https://www.iso.org/standard/78973.html>
12. International standard. Maritime navigation and radiocommunication equipment and systems. Ed. 3 (IEC 61162-460), 2024. URL: <https://cdn.standards.iteh.ai/samples/108137/f09eb4a33df343f6aee8acb807227f16/IEC-61162-460-2024.pdf>.
13. International standard. SOLAS Consolidated Edition. London : International Maritime Organization Publications, 2020. 574 p.
14. International standard. STCW Including 2010 Manila Amendments. London : International.
15. Kaminska N., Kravtsova L., Kravtsov H., Zaytseva T. Modeling ship cyber-security using Markov chains: an educational approach. *Proceedings of the 11th Workshop on Cloud Technologies in Education*. 2023. Vol. 3679. P. 22–35. URL: <http://ceur-ws.org/>
16. Kavallieratos G., Katsikas S., Gkioulos V. Cyberattacks Against the Autonomous Ship. *In Computer Security: Springer*. Berlin ; Heidelberg, Germany, 2023. P. 20–36.
17. Кочерев О. С. Система дипломування судноводіїв у галузі морського, зокрема річкового, судноплавства України. *Південноукраїнський правничий часопис*. 2021. № 3 (1). P. 77–81. DOI <https://doi.org/10.32850/sulj.2021.3.1.13>.
18. NIST Cybersecurity Framework : посібник з побудови кіберзахисту. URL: <https://www.nist.gov/cyberframework>
19. Systems Hardening. URL: <https://www.beyondtrust.com/resources/glossary/systems-hardening>
20. Горбов В., Ратушняк І., Горбова Г. Стандарти компетентності персоналу морських суден та захисту його прав. Миколаїв : НУК, 2023. 180 с.
21. Корнієнко О. Тенденції цифрових технологій у морському менеджменті. *Економіка та управління національним господарством*. 2023. № 81. С. 51–56. <https://doi.org/10.32782/2521-666X/2023-81-6>
22. Кравцова Л., Зайцева Т., Камінська Н. Марковські процеси в дослідженні ймовірності кібератак на морському судні. *Information Technologies in Education (ITE)*. 2023. № 3 (52). С. 20–32. <https://doi.org/10.14308/ite000763>

References

1. Akpan, F., Bendiab, G. Shiaeles, S., Karamperidis, S., & Michaloliakos, M. (2022). Cybersecurity Challenges in the Maritime Sector. *Network*, 2 (1), 123–138. <https://doi.org/10.3390/network2010009> [in English].
2. A Primer on IMO Cyber Risk Management Guidelines. Retrieved from: https://www.american-club.com/files/files/A_Primer_on_IMO_Cyber_Risk_Management_Guidelines.pdf [in English].
3. Alcaide, J.I., & Llave, R.G. (2020). Critical infrastructures cybersecurity and the maritime sector. *Transp. Res. Procedia*, 45, 547–554. <https://doi.org/10.1016/j.trpro.2020.03.058> [in English].
4. C'elic', J., Vukšić', M., Baždaric', R., & Cuculic', A. (2025). The Challenges of Cyber Resilience in the Maritime Sector: Addressing the Weak Awareness of the Dangers Caused by Cyber Threats. <https://doi.org/10.3390/jmse13040762> [in English].
5. Complying with the IMO 2021. Retrieved from: <https://www.missionsecure.com/regulation-overview-imo-2021-cyber-risk-management-compliance> [in English].
6. Macdonald, F. (2025). The lifecycle dilemma Navigating cybersecurity risks across designing, constructing and operating a vessel. Thetius, CyberOwl, and HFW. Retrieved from:

- <https://thetius.com/wp-content/uploads/2025/03/Thetius-CyberOwl-HFW-The-Lifecycle-Dilemma.pdf> [in English].
7. Kessler, G.C., & Shepard, S.D. (2020). *Maritime Cybersecurity*. Independently published. 270 p. [in English].
 8. Guidelines on Cyber Security Onboard Ships. 2021. Retrieved from: <https://www.bimco.org/products/publications/titles/the-guidelines-on-cyber-security-onboard-ships/> [in English].
 9. Hopkinson, S. (2024). *Navigation: Learn How to Navigate at Sea* Paperback. Fernhurst Books Limited [in English].
 10. International standard (2022). Information security, cybersecurity and privacy protection – Information security management systems – Requirements (ISO/IEC № 27001:2022). Retrieved from: <https://www.iso.org/standard/27001> [in English].
 11. International standard (2023). Information technology – Information security incident management (ISO/IEC Standard № 27035-1:2023). Retrieved from: <https://www.iso.org/standard/78973.html> [in English].
 12. International standard (2024). Maritime navigation and radiocommunication equipment and systems (IEC 61162-460). Retrieved from: <https://cdn.standards.iteh.ai/samples/108137/f09eb4a33df343f6aee8acb807227f16/IEC-61162-460-2024.pdf> [in English].
 13. International standard (2020). SOLAS Consolidated Edition. London: International Maritime Organization Publications NIST Cybersecurity Framework – Cybersecurity building guide.
 14. International standard (2017). STCW Including 2010 Manila Amendments. London: International Maritime Organization Publications [in English].
 15. Kaminska, N., Kravtsova, L., Kravtsov, H., & Zaytseva, T. (2023). Modeling ship cyber-security using Markov chains: an educational approach. *Proceedings of the 11th Workshop on Cloud Technologies in Education (CTE 2023)*, 3679, 22–35 [in English].
 16. Kavallieratos, G., Katsikas, S., & Gkioulos, V. (2023). Cyberattacks Against the Autonomous Ship. In *Computer Security*. Springer: Berlin/Heidelberg, Germany. 20–36 [in English].
 17. Kocheriev, O.S. (2021). Systema dyplovuvannia sudnovodiiv u haluzi morskoho, zokrema richkovoho, sudnoplavstva Ukrainy [The system of certification of shipmasters in the field of maritime, in particular river, shipping of Ukraine]. *Pivdennoukrainskyi pravnychyi chasopys*, 3 (1), 77–81. <https://doi.org/10.32850/sulj.2021.3.1.13> [in Ukrainian].
 18. NIST Cybersecurity Framework – Cybersecurity building guide (2024). Retrieved from: <https://www.nist.gov/cyberframework> [in English].
 19. Systems Hardening. Retrieved from: <https://www.beyondtrust.com/resources/glossary/systems-hardening> [in English].
 20. Horbov, V., Ratushniak, I., Horbova, H. (2023). Standarty kompetentnosti personalu morskyykh suden ta zakhystu yoho prav [Standards of competence of seafarers and protection of their rights]. Mykolaiv: NUK [in Ukrainian].
 21. Korniienko, O. (2023). Tendentsii tsyfrovyykh tekhnolohii u morskomu menedzhmenti [Trends of digital technologies in maritime management]. *Ekonomika ta upravlinnya natsional'nyim hospodarstvom – Economics and management of the national economy*, 81, 51–56. <https://doi.org/10.32782/2521-666X/2023-81-6> [in Ukrainian].
 22. Kravtsova, L., Zaitseva, T., & Kaminska, N. (2023). Markovski protsesy v doslidzhenni ymovirnosti kiberatak na morskomu sudni [Markov processes in the study of the probability of cyberattacks on a marine vessel]. *Information Technologies in Education (ITE)*, 3 (52), 20–32. DOI: 10.14308/ite000763 [in Ukrainian].

Зайцева Тетяна Василівна – к.пед.н., доцент, доцент кафедри суднових комп'ютерних систем та мереж Херсонської державної морської академії. E-mail: zaytseva1966sunny@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6780-719X.

Безбах Олег Михайлович – к.т.н., доцент кафедри суднових комп’ютерних систем та мереж Херсонської державної морської академії. E-mail: ombezb@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1030-7586.

Камінська Наталія Геннадіївна – викладач кафедри суднових комп’ютерних систем та мереж Херсонської державної морської академії. E-mail: kam_natali @gmail.com, ORCID: 0000-0002-9975-7403.

Zaytseva Tatyana Vasylivna – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Shipboard Computer Systems and Networks of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: zaytseva1966sunny@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6780-719X.

Bezback Oleh Mykhailovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Shipboard Computer Systems and Networks of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: ombezb@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1030-7586.

Kaminskaya Natalia Hennadiivna – Lecturer at the Department of Shipboard Computer Systems and Networks of the 6Kherson State Maritime Academy. E-mail: kam_natali @gmail.com, ORCID: 0000-0002-9975-7403.

К.М. КЛЕВЦОВ, А.В. БУКЕТОВ, О.В. ШАРКО, О.О. САПРОНОВ,
Г.Ю. ВАСИЛЬЧЕНКО, В.В. СОЦЕНКО
Херсонська державна морська академія

МОДЕЛЮВАННЯ МОРСЬКИХ ТРАНСПОРТНИХ СХЕМ УКРАЇНИ В СУЧАСНИХ УМОВАХ НА ОСНОВІ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

На основі аналізу сучасного стану морських транспортних перевезень України розроблено нові варіанти транспортних схем доставки вантажів, знаючи початковий та кінцевий пункти. Описано маршрути перевезень із використанням декількох видів транспорту. Розглянуто пропозицію України із внесення змін до існуючих систем розподілу руху «Підходи до портів Одеса та Іллічівськ» і «Між портами Одеса та Іллічівськ» шляхом поєднання їх у єдину систему розподілу руху «Підходи до портів Чорноморськ, Одеса та Південний».

Оновлена системи розподілу руху встановлює найбезпечніші маршрути в найглибших водах для суден, що прямують до та з українських портів Чорноморська, Одеси, Південного, а також у напрямку Миколаївського та Херсонського портів. Системи розподілу руху спроектовано так, щоб спростити схеми руху транспортних потоків у зонах сходження/розходження і оптимальним способом організувати рух суден, що заходять/виходять із трьох портів – Чорноморська, Одеси та Південного.

Аналіз наявної теорії математичного аналізу дозволив припустити, що для нас оптимальною є транспортна гравітаційна модель. Вона описує взаємодію між просторовими об'єктами за допомогою математичного аналізу транспортних потоків, в її основі лежить аналогія з ньютонівським законом універсального тяжіння, який зв'язує силу притягнення між двома тілами різної маси та відстані між ними.

Розроблена транспортна гравітаційна модель пов'язує інтенсивність транспортного потоку з його обсягом відправлень, чи переміщень з одного району визначеного обсягу відправлень, які досягли району призначення, з витратами на переміщення.

Проведене дослідження дозволить отримати можливість застосування гравітаційної моделі й апарату розрахунку кореспонденцій для розроблення імітаційної моделі вантажообігу в морській транспортній системі України. Методика, що використовується, відкриває нові можливості для вирішення групи прогностичних завдань – як-от визначення оптимальної кількості суден, визначення найбільш завантаженого порту на лінії, кількість вантажів, що перевозяться, і часу доставки.

Ключові слова: вантажообіг, гравітаційна модель, транспортні схеми, транспортні перевезення.

K.M. KLEVTSOV, A.V. BUKETOV, O.V. SHARKO, O.O. SAPRONOV,
G.YU. VASYLCHENKO, V.V. SOTSENKO
Kherson State Maritime Academy

MODELIZATION OF MARITIME TRANSPORT SCHEMES OF UKRAINE IN MODERN CONDITIONS BASED ON MATHEMATICAL ANALYSIS

Based on the analysis of the current state of maritime transport in Ukraine, new options for cargo delivery schemes have been developed, knowing the starting and ending points. Transportation routes using several modes of transport have been described. Ukraine's proposal to amend the existing traffic distribution systems "Approaches to the ports of Odesa and Illichivsk" and "Between the ports of Odesa and Illichivsk" by combining them into a single traffic distribution system "Approaches to the ports of Chornomorsk, Odesa and Pivdenny" has been considered. The updated traffic distribution system establishes the safest routes in the deepest waters for vessels heading to and from the Ukrainian ports of Chornomorsk, Odesa, Pivdenny, as well as towards the ports of Mykolaiv and Kherson. Traffic distribution systems are designed in such a way as to simplify the traffic flow patterns in the convergence/divergence zones and to organize the movement of vessels entering/exiting three ports – Chornomorsk, Odesa and Pivdenny in the most optimal way.

Analysis of the existing theory of mathematical analysis suggested that in our case the most optimal is the transport gravity model. It describes the interaction between spatial objects in the form of a mathematical analysis of transport flows, it is based on an analogy with Newton's law of universal gravitation, which connects the force of attraction between two bodies of different masses and the distance between them.

The developed transport gravity model connects the intensity of the transport flow with its volume of shipments, or movements from one area of a certain volume of shipments that have reached the destination area with the costs of movement.

The conducted research will allow to use the gravity model and the correspondence calculation apparatus to develop a simulation model of cargo turnover in the maritime transport system of Ukraine. The methodology used opens up new opportunities for solving a group of forecasting tasks – such as determining the optimal number of vessels, determining the busiest port on the line, the number of transported cargoes, and delivery time.

Key words: cargo turnover, gravity model, transport schemes, transport.

Постановка проблеми

У виборі варіантів транспортних схем необхідно дотримуватись такої вимоги: у мультимодальних перевезеннях мають брати участь декілька видів транспорту, як-от морський (обов'язково), залізничний і автомобільний транспорт.

Перш ніж розпочати подальші розрахунки, варіанти транспортних схем і таблиці з відстанями треба узгодити з міжнародними організаціями, партнерами та пріоритетами України.

Останнім часом широкомасштабна російська агресія проти України дозволила відкрити нові можливості мережі TEN-T та посилила переговорні процеси щодо зміни політики ЄС у Регламенті (ЄС) № 1315/2013, які обговорювалися на початку вторгнення. Нарешті Європейська комісія внесла зміни до індикативних карт Транс'європейської морської транспортної мережі, включила до неї українські логістичні маршрути [1].

Натепер Україні пропонували розробити нові логістичні маршрути, а саме:

- Балтійсько-Чорноморсько-Егейський коридор: Львів, Чернівці (Румунія і Молдова) до Одеси;
- Північно-Балтійський коридор через Львів і Київ до окупованого (поки що) Маріуполя;
- Балтійське море – Адріатичне море та місто Рейн – Дунай, проходять через місто Львів.

Також Єврокомісія ввела санкції щодо обмеження використання TEN-T російських і білоруських маршрутів, а також скасувала транспортні маршрути на території ЄС на кордонах із цими країнами-агресорками.

Необхідно констатувати, що загально визнаних методів оцінювання ймовірності надзвичайних ситуацій (далі – НС) на морських суднах в умовах воєнного стану немає. Отже, методологія управління ризиком НС на морі має недоліки, що перешкоджають здійсненню процедури управління. Дані недоліки стали джерелом суперечностей, з одного боку, між необхідністю мінімізації ризику виникнення НС на морських суднах, з іншого – неналежним розвитком відповідної методичної бази.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Міжнародна морська організація (далі – ІМО) схвалила пропозицію України із внесення змін до існуючих систем розподілу руху «Підходи до портів Одеса та Іллічівськ» і «Між портами Одеса та Іллічівськ» шляхом поєднання їх у єдину систему розподілу руху «Підходи до портів Чорноморськ, Одеса та Південний» [2–4].

Морські судна діють в агресивному середовищі.

Стан цього середовища та складність навігаційної ситуації можуть змінюватися в широкому діапазоні. Таку ж динаміку має і ймовірність виникнення НС, джерелом якої є навігаційна аварія. У діяльності ерготехнічної системи «судно – судноводій – середовище» ключове місце належить людському елементу – судноводію, який безпосередньо відповідає за безпеку мореплавання. Його правильні рішення та дії можуть запобігти НС. Навпаки, помилка в судноводінні, якої припустилися в тих же умовах, може призвести до НС. Отже, для мінімізації ризику надзвичайної ситуації, джерелом якої є навігаційна аварія, спочатку необхідно оцінити вплив людського чинника на безпеку мореплавання. У зв'язку із цим гіпотеза дослідження була сформульована так: ймовірність надзвичайної ситуації на морських суднах, яка може стати наслідком навігаційної аварії, та ймовірність навігаційної аварії функціонально залежні від ефективності взаємодії елементів ерготехнічної системи «судно – судноводій – середовище».

Ухвалена ІМО пропозиція вносить окремі зміни до наявних частин системи розподілу руху (далі – СРР) з метою підвищення рівня безпеки судноплавства й усунення розбіжностей між СРР, що діяли на національному рівні, та СРР, ухваленою ІМО в 1981 р. (рис. 1). Зміни також оновлюють такі дані, як система координат WGS 84, назва СРР, нумерація та назви частин СРР, назви деяких портів, морські навігаційні карти (рис. 2).

Оновлена СРР встановлює найбезпечніші маршрути в найглибших водах для суден, що прямують до та з українських портів Чорноморську, Одеси, Південного, а також у напрямку

Миколаївського та Херсонського портів. СРР спроектовано таким чином, щоб спростити схеми руху транспортних потоків у зонах сходження/розходження і оптимальним способом організувати рух суден, що заходять/виходять із трьох портів – Чорноморська, Одеси та Південного (рис. 3).

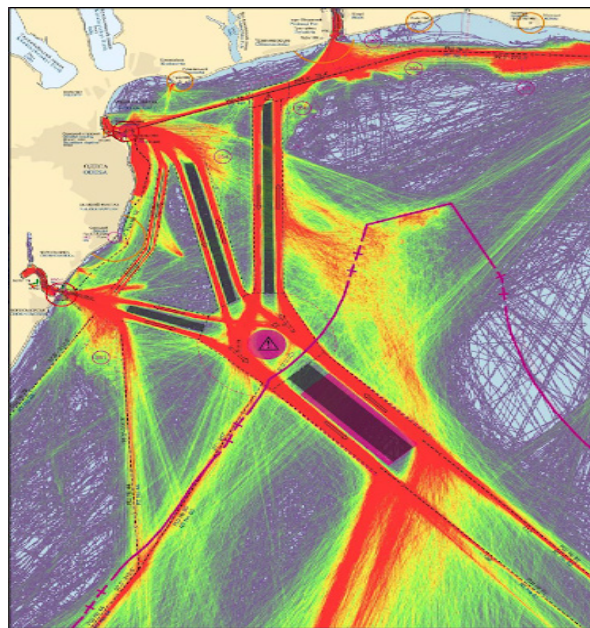


Рис. 1. Схема руху суден у районі СРР «Підходи до портів Чорноморськ, Одеса та Південний», за даними Автоматичної ідентифікаційної системи (АІС) [4]

Ухвалені зміни також ураховують рекомендації щодо встановлення шляхів руху суден, надані Консультативною місією ІМО, яка відвідала Україну у 2019 р., за результатами обов'язкового аудиту України ІМО.

Зміни до СРР «Підходи до портів Чорноморськ, Одеса та Південний» набули чинності через шість місяців від їх ухвалення Комітетом з безпеки на морі ІМО, тобто з 1 червня 2023 р.

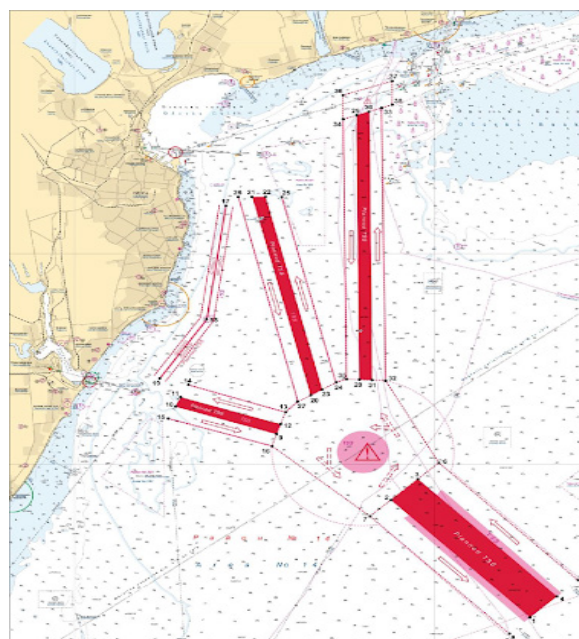


Рис. 2. Зміни, що впроваджуються до СРР «Підходи до портів Чорноморськ, Одеса та Південний» [4]

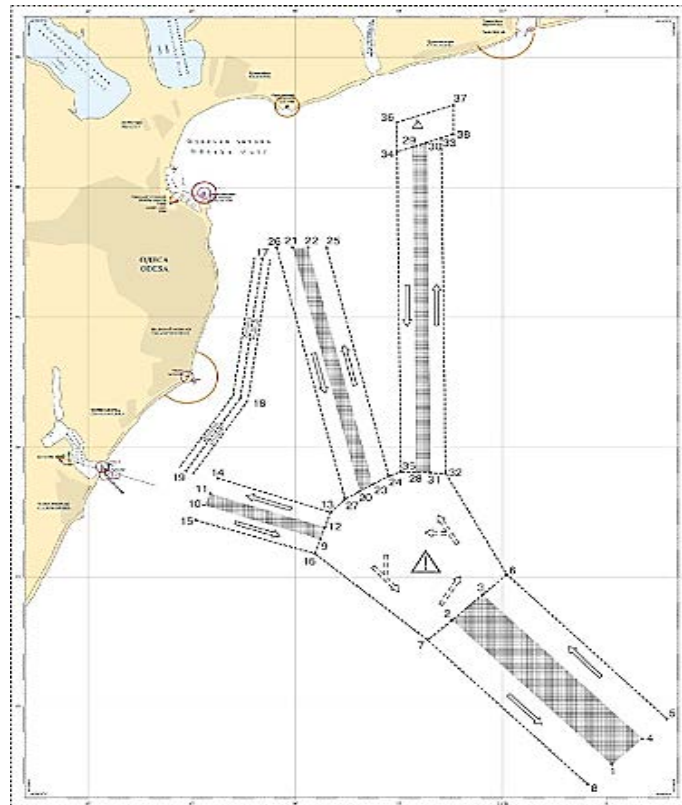


Рис. 3. Оновлена СРР «Підходи до портів Чорноморськ, Одеса та Південний» [4]

Адміністрація судноплавства спільно з Держгідрографією виконує роботу з оцінювання та перегляду системи установлення шляхів руху суден, адже ухвалена Міністерством інфраструктури України процедура передбачає безперервний регулярний процес оцінювання ефективності та перегляду установлених шляхів руху суден у територіальному морі та виключній (морській) економічній зоні України для постійного моніторингу та виявлення всіх чинників, що можуть впливати на безпеку мореплавства, та виконання коригувальних дій для їх усунення шляхом удосконалення установлених шляхів руху суден у водах України [4].

Мета дослідження

У зв'язку із ситуацією, що склалася, необхідно провести моделювання морських транспортних схем України в сучасних умовах до існуючих частин СРР на основі математичного аналізу.

Виклад основного матеріалу дослідження

Аналіз наявних теорій математичного аналізу [5] показав, що панівною теорією гравітації була теорія Ньютона. Натепер більшість фізиків основною теорією гравітації вважають загальну теорію відносності, оскільки весь наявний масив експериментів і спостережень узгоджується з нею. Однак загальна теорія відносності має низку суттєвих проблем, що призводить до спроб її модифікації або до подання нових теорій. Сучасні теорії гравітації можна розбити на такі основні класи:

- неметричні теорії на кшталт теорії Ейнштейна – Картана;
- скалярно-тензорні теорії;
- теорії, альтернативні класичній теорії Ньютона, гравітація;
- теорії поєднання різних фізичних взаємодій, надгравітації;
- метричні теорії;

- векторні теорії;
- теорії квантової гравітації.

У результаті розгляду теорії математичного аналізу ми можемо припустити, що для нас оптимальною є транспортна гравітаційна модель [5].

Вантажообіг у контейнерах морської транспортної схеми України може бути описаний за допомогою різних методів:

- аналітичного методу;
- апаратом теорії орієнтованих графів;
- апаратом матриць кореспонденції;
- імітаційним моделюванням.

Головним недоліком аналітичних методів, що застосовуються, є те, що вони дозволяють як вихідні параметри враховувати тільки ймовірнісні розподіли, а результуючими даними є тільки середні величини показників. Проте морські перевезення є складною системою, характеристики якої підпорядковуються ймовірнісними розподілами.

Зазвичай прибуття судна в порт не є випадковою величиною протягом тривалого часу, воно визначається чітким розкладом. Також існують форс-мажорні обставини, пов'язані з відмовою обладнання, погіршенням погодних умов, мінуванням морських шляхів тощо. Ці обставини не можуть бути враховані в аналітичному розрахунку морських транспортних схем України в сучасних умовах. Однак їх можна враховувати під час використання імітаційного моделювання.

Опис математичної моделі

Гравітаційна модель описує взаємодію між просторовими об'єктами у вигляді математичного опису транспортних потоків.

В основі гравітаційної моделі транспортних потоків лежить аналогія з ньютонівським законом усесвітнього тяжіння, який зв'язує силу притягнення F_{ij} між двома тілами масою m_1 і m_2 та відстанню L_{ij} між ними (1) [5]:

$$F_{ij} = G \frac{m_1 m_2}{L_{ij}^2}, \quad (1)$$

де: G – гравітаційна постійна.

Транспортна гравітаційна модель пов'язує інтенсивність транспортного потоку T_{ij} з його обсягом Q_i відправлень, чи переміщень з району i обсягом D_j відправлень, які досягли району j , із витратами на переміщення C_{ij} (2) [5].

$$T_{ij} = K \frac{Q_i D_j}{C_{ij}}, \quad (2)$$

де: K – калібрований коефіцієнт;
 $i = 1 \dots N; j = 1 \dots M$.

Порівняння рівнянь (1) і (2) виявляє квадратичний член у рівнянні (1). Для їх спільного використання вводимо припущення і обмеження у вигляді заходів щодо безпеки проходження акваторією переміщуваних об'єктів [5].

$$\sum_{i=1}^N T_{ij} = D_j, \quad \forall j = 1 \dots M,$$

$$\sum_{i=1}^N Q_i = \sum_{j=1}^M D_j.$$

Замінімо квадрат відстані на інтенсивність транспортного потоку, яка в ньютонівському законі всесвітнього тяжіння є функцією тяжіння, зробимо усереднення за параметрами обох моделей, отримаємо модифіковану гравітаційну модель проходження об'єктів, що рухаються в символічному вигляді [5]:

$$T_{ij} = A_i B_j Q_i D_j (C_{ij}),$$

де: $i = 1 \dots N; j = 1 \dots M;$
 $A_i B_j$ – калібрований коефіцієнт.

$$A_i = f(D_j), \quad B_j = F(Q_j).$$

Вид функції тяжіння визначається у процесі калібрування моделі й може представлятися як різні апроксимації, однією з яких є експоненціальна. Така модель дозволяє визначити обсяг переміщень між потоками маршруту як матриці кореспонденцій. Підсумковий розподіл буде тим більше і ближче до реального, чим краще вдається встановити функцію тяжіння. Загалом рух мас виду функції тяжіння може бути заданий так [5]:

$$F_{ij} = Q_i D_j G_{ij} (C_{ij}),$$

де: $G_{ij} (C_{ij}) = \exp(-\lambda C_{ij}).$

Згідно з умовами безпеки можна записати:

$$\sum F_{ij} = Q_i, \quad \sum F_{ij} = D_j.$$

Функція тяжіння підбирається з урахуванням розрахункових даних транспортної статистики.

Вхідними даними для моделювання є дані про переміщення вантажів транспортною мережею, таким чином визначається кількість судів між портами і дані географічного розташування портів. Для прогнозування схеми перевезення вантажів проводиться розрахунок матриць доставки між пунктами призначення, які відповідають типу судна.

Цільова функція транспортної мережі або узагальнений план роботи транспортно-логістичної системи можуть бути отримані з вирішення задачі (3):

$$\sum_{a_{ij}} \sum_{t=1}^T \sum_{s=1}^S \sum_{n=1}^N C Q \rightarrow \min, \quad (3)$$

де C – вартість перевезення одиниці вантажу t із пункту i в пункт j , що перевозиться на судні s із використанням декількох портів n ;

Q – обсяг перевезень вантажу t із пункту i до пункту j на судні s із використанням кількох портів n .

Якщо ця матриця відповідає необхідним вимогам, то на її основі можна визначити:

- скоригований розклад руху суден;
- вантажоутворювальні пункти;
- інтенсивність вантажоперевезень між різними портами;
- кількість вантажів, що перевозяться.

За такого підходу приймається, що будь-який вантаж, який треба перевезти, має точку доставки, тобто деяку цільову функцію. Багато таких вантажів утворює безліч цільових функцій, які можна описати за допомогою матриць кореспонденції. Процес утворення потоків контейнерів зумовлений потребами перевезення вантажів, тому вихідними даними завдання прогнозу потоків є розподіл портів з урахуванням географічного розташування, навіть рух судів, тобто їхня робота на маршруті за визначений час. Цілі пересування об'єднані в кілька груп (доставка вантажу до порту A , доставка вантажу до порту A_i , холостий пробіг). Рухливість морської транспортної системи можна уявити матрицею міжцільового пересування вантажів між портами (див. таблицю 1).

Таблиця 1

Матриця міжцільових переміщень вантажів між портами

	Порт 0	Порт 1	Порт 2	Порт N
Порт 0	0	q_{01}	q_{02}	q_{0k}
Порт 1	q_{10}	q_{11}	q_{12}	q_{1k}
Порт 2	q_{20}	q_{21}	q_{22}	q_{2k}
Порт N	q_{N0}	q_{N1}	q_{N2}	q_{Nk}

У цій матриці приймається, що пересування з порту 1 у порт N – це пересування до місця доставки вантажу. Елементи матриці повинні задовольняти умову (4):

$$\forall k \sum_l q_{kl} = \sum_l q_{lk}. \tag{4}$$

Розрахунок матриці кореспонденцій проводиться за гравітаційною моделлю. Нині для розрахунку кореспонденцій замість гравітаційних моделей використовуються ентропійні, а гравітаційна модель може бути використана тільки для завдань, у яких є дискретна структура.

Гравітаційна модель розроблена за аналогією з ньютонівським законом, який описує силу тяжіння F_{ij} між двома масами m_i і m_j , розташованими на відстані d_{ij} (5) одне від одного:

$$F_{ij} = c \frac{m_1 m_2}{d_{ij}^2}, \tag{5}$$

де c – константа.

Аналогічно закону Ньютона, транспортна гравітаційна модель описує інтенсивність потоку контейнерів T_{ij} між повною кількістю відправлень з i -ї зони (порту) Q_i (що відправляються із зони i) та прибуття в j зону D_j (що прибувають у порт j) і витрати на пересування між зонами i та j у формі C_{ij} (6, 7):

$$T_{ij} = k \frac{Q_i D_j}{C_{ij}^2}, \tag{6}$$

$$\text{де } \sum_i T_{ij} = D_j; \sum_i T_{ij} = Q_i; T_{ij} \geq 0. \tag{7}$$

Рівняння (6) означає, що сумарний потік суден із порту i до порту j має дорівнювати потоку, який прибув до порту j із числом тих, що прибули в зону, i . Сумарна кількість судів, що залишили порт, має дорівнювати сумарній кількості судів, що зайшли в порт, тобто має обов'язково дотримуватись умова (8):

$$\sum_i T_i = \sum_j D_j. \tag{8}$$

Під час моделювання вантажообіг T_{ij} між відомими векторами відправлень із портів Q_i та прибуття до портів D_j можна розрахувати за формулами (9, 10):

$$T_{ij} = A_i B_j Q_i D_j f(c_{ij}), \quad (9)$$

$$\text{де } A_i = \left[\sum_j B_j D_j (c_{ij}) \right]^{-1}; B_j = \left[A_i Q_i f(c_{ij}) \right]^{-1}, \quad (10)$$

де $f(c_{ij})$ – функція, яка залежить від вартості перевезення вантажів.

Функцію $f(c_{ij})$ можна використовувати як середній час пересування t_{ij} , що вважається заданим до середнього часу доставки. Середній час пересування суден між портами є більш-менш стабільним показником морської транспортної системи, дана величина може бути прогнозована.

Умови практичної реалізації

Для побудови спеціалізованого програмного забезпечення під час моделювання необхідні такі вхідні дані:

- кількість портів, до яких планується доставка вантажів визначених обсягів;
- кількість порожніх контейнерів, які доставляються до даних портів за зворотного руху;
- кількість контейнерів, які очікують навантаження в заданому порту;
- середня вартість перевезення контейнерів, або сухих вантажів;
- дані реальної геоінформаційної системи, де позначено задані порти;
- кількість суден, що перевозять вантажі;
- середній час руху судна на лінії (цей час для моделювання було взято з дискретного розкладу заходів судна в порт).

Варто врахувати, що у програму необхідно ввести можливість додаткових даних інших морських контейнерних ліній, які працюють у даних портах і можуть використовуватися під час перевезення контейнерів та інших вантажів. У розрахунку матриці кореспонденцій доставки вантажів за середній час приймаємо час, що дорівнює шляху з порту в сегменті відправлення в порт сегмента прибуття. Ця модель може бути застосована для моделювання вантажообігу між «сухими портами» та контейнерними терміналами.

Висновки

Проведене дослідження спрямоване на обґрунтування можливості застосування гравітаційної моделі й апарату розрахунку кореспонденцій для розроблення імітаційної моделі вантажообігу в морській транспортній системі України. Методика, що використовується, відкриває нові можливості для вирішення групи прогнозних завдань – як-от визначення оптимальної кількості суден, визначення найбільш завантаженого порту на лінії, кількості вантажів, що перевозяться, і часу доставки. Це досягається завдяки внесенню до програми схеми портів (геоінформаційних даних), кількості вантажів, що потребують перевезення між портами, кількості порожніх контейнерів і різних затримок у роботі порту. Як вихідні дані було вибрано систему розподілу руху до портів Чорноморська, Одеси та Південного, але можна також використовувати будь-яку іншу лінію.

Варто зазначити, що створений програмний засіб може бути використаний для моделювання вантажообігу між «сухими портами» і контейнерними терміналами.

У статті пропонується можливість реалізації такого підходу, як розрахунок матриць кореспонденції для визначення вантажообігу. Автори розширюють можливість застосування цього методу для реалізації різних завдань моделювання у транспортній галузі.

У результаті експериментування з додаванням нових суден на лінії, внесення динамічних даних за кількістю вантажів, що потребують перевезення, залежно від вантажопотоку, виходять числові характеристики завантаженості лінії, прогнозуються обсяги перевезень.

Список використаної літератури

1. Бакаєв О.О., Пирожков С.І., Ревенко В.Л. Міжнародні транспортні коридори – пріоритет української економічної перспективи. Соціально-економічні дослідження в перехідний період. *Україна в XXI ст.: концепції та моделі економічного розвитку* : щорічник наукових праць. 2001. Вип. 23. С. 474–491.
2. International Maritime Organization. 1974 SOLAS Convention. URL: <http://www.imo.org> (дата звернення: 14.02.2025).
3. International Safety Management. Code and Guidelines on Implementation of the ISM Code. London : IMO, 2012. URL: <https://www.imo.org/en/ourwork/humanelement/pages/ISMCode.aspx> (дата звернення: 14.02.2025).
4. Державна служба морського і внутрішнього водного транспорту та судноплавства України : офіційний сайт. URL: <https://marad.gov.ua/ua/news/propoziciyu-ukrayini-shchodo-vnesennya-zmin-do-sistemi-rozpodilu-ruhu-pidhodi-do-portiv-chornomorsk-odesa-ta-pivdennij> (дата звернення: 14.02.2025).
5. Ковалюк Д.О. Моделювання теплотехнологічних об'єктів із розподіленими параметрами : монографія. Вінниця : ВНТУ, 2010. 182 с.

References

1. Bakaiev, O.O., Pirozhkov S.I., & Revenko V.L. (2001). Mizhnarodni transportni koridori – prioritet ukrayinskoyi ekonomichnoyi perspektivi. [International transport corridors are a priority of the Ukrainian economic perspective]. *Socialno-ekonomichni doslidzhennya v perehidnij period. Ukrayina v XXI st: kontseptsii ta modeli konomichnoho rozvytku* [Socio-economic research in the transition period. Ukraine in the 21st century: concepts and models of economic development]. *Schorichnyk naukovyj prats'*. Kyiv [in Ukrainian].
2. International Maritime Organization (2023). [Official site]. 1974 SOLAS Convention. Retrieved from <http://www.imo.org> [in English].
3. International Safety Management (2012). Code and Guidelines on Implementation of the ISM Code. London: IMO, 2012. Retrieved from <https://www.imo.org/en/ourwork/humanelement/pages/ISMCode.aspx> [in English].
4. Derzhavna sluzhba morskoho i vnutrishnoho vodnoho transportu ta sudnoplavstva Ukrainy [State Service of Maritime and Inland Water Transport and Shipping of Ukraine]. [Official site]. Retrieved from <https://marad.gov.ua/ua/news/propoziciyu-ukrayini-shchodo-vnesennya-zmin-do-sistemi-rozpodilu-ruhu-pidhodi-do-portiv-chornomorsk-odesa-ta-pivdennij> [in Ukrainian].
5. Kovaliuk, D.O. (2010). Modeliuvannia teplotekhnolohichnykh obiektiv z rozpodilenyamy parametramy: monohrafiia [Modeling of heat engineering facilities with variable parameters]. Vinnytsia : VNTU [in Ukrainian].

Клевцов Костянтин Миколайович – д.т.н., професор, професор кафедри транспортних технологій і судноремонту Херсонської державної морської академії. E-mail: klevtsovki.ua, ORCID: 0000-0001-9836-3296.

Букетов Андрій Вікторович – д.т.н., професор, завідувач кафедри, професор кафедри транспортних технологій і судноремонту Херсонської державної морської академії. E-mail: buketov@tntu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9836-3296.

Шарко Олександр Володимирович – д.т.н., професор, професор кафедри транспортних технологій і судноремонту Херсонської державної морської академії. E-mail: mvsharko@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8613-2837.

Сапронов Олександр Олександрович – д.т.н., професор, заступник завідувача кафедри, професор кафедри транспортних технологій і судноремонту Херсонської державної морської академії. E-mail: oo.sapronov@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1115-6556.

Васильченко Генадій Юрійович – к.пед.н., доцент, доцент кафедри транспортних технологій і судноремонту Херсонської державної морської академії. E-mail: vasilchenkogenadii@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8320-4441.

Соценко Віталій Віталійович – Ph.D., старший викладач кафедри транспортних технологій та механічної інженерії Херсонської державної морської академії. E-mail: sotsenco.vv@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1115-6556.

Klevtsov Kostyantyn Mykolayovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Transport Technologies and Ship Repair of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: klevtsovki@i.ua, ORCID: 0000-0001-9836-3296.

Buketov Andrii Viktorovych – Doctor of Technical Sciences, Head of the Department, Professor at the Department of Transport Technologies and Ship Repair of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: buketov@tntu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9836-3296.

Sharko Oleksandr Volodymyrovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Transport Technologies and Ship Repair of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: mvsharko@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8613-2837.

Sapronov Oleksandr Oleksandrovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Deputy Head of the Department, Professor at the Department of Transport Technologies and Ship Repair of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: oo.sapronov@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1115-6556.

Vasilchenko Genadiy Yuriyovych – Doctor of Pedagogy, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Transport Technologies and Ship Repair of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: vasilchenkogenadii@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8320-4441.

Sotsenko Vitaliy Vitaliyovych – PhD, Senior Lecturer at the Department of Transport Technologies and Mechanical Engineering, Kherson State Maritime Academy. E-mail: sotsenco.vv@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1115-6556.

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ВИКИДІВ У ДВОВИМІРНИХ ДАНИХ ІЗ МЕТРИК CBO ТА RFC ПРОГРАМНИХ ЗАСТОСУНКІВ З ВІДКРИТИМ КОДОМ НА KOTLIN

У наш час розроблення програмного забезпечення потребує засобів для оцінювання якості та складності об'єктно орієнтованого проектування. Таке оцінювання проводять за допомогою метрик програмного забезпечення. Зазвичай таке оцінювання потребує обробки даних із метрик, зокрема й виявлення викидів. У реальних даних розподіл метрик здебільшого відхиляється від нормального. Ця проблема ставить питання про розроблення математичних моделей, які будуть урахувати таку поведінку даних із метрик програмного забезпечення.

У дослідженні запропоновано математичні моделі для більш достовірного визначення викидів у двовимірних даних із метрик CBO та RFC спеціально для Kotlin-проектів. Аналіз 102 open-source проектів виявив значні відмінності порівняно із Java: середнє значення CBO для Kotlin становило лише 2,20 (проти 11,88 у Java), а RFC – 7,46 (проти 18,36). Тест Мардія підтвердив, що розподіл цих метрик для Kotlin суттєво відхиляється від нормального ($\beta_1 = 70,867$, $\beta_2 = 14,066$ за критичних значень 9,3 та 9,48).

Для вирішення цієї проблеми розроблено модель, яка включає: застосування нормалізуючого перетворення Бокса – Кокса з параметрами та застосування двох взаємодоповнюючих підходів до виявлення викидів (на основі квантиля χ^2 -розподілу, на основі квантиля F-розподілу Фішера).

Результати показують, що запропоновані моделі усувають головний недолік моделі Java, де до 25% Kotlin-проектів помилково класифікувалися як викиди. Удосконалені моделі демонструють більшу достовірність за проведення аналізу даних із метрик CBO та RFC Kotlin-застосунків, водночас зберігають усі переваги підходу, заснованого на застосуванні еліпсоїда (еліпса) прогнозування. Особливо варто відзначити, що модель з χ^2 -критерієм виявилась більш строгою, що дозволяє виявляти викиди з більшою достовірністю.

Це дослідження має велике практичне значення для розробників, які працюють із Kotlin, пропонує спеціалізований інструмент для аналізу даних із метрик CBO та RFC застосунків на Kotlin. Отримані результати підтверджують необхідність створення окремих аналітичних моделей для різних мов програмування, з урахуванням особливостей розподілу їх метрик.

Ключові слова: метрики програмного забезпечення, CBO (Coupling Between Objects), RFC (Response For Class), викиди, Kotlin, нормалізуюче перетворення Бокса – Кокса, відстань Махаланобіса, еліпс прогнозування, об'єктно орієнтоване проектування.

MATHEMATICAL MODELS FOR DETECTING OUTLIERS IN TWO-DIMENSIONAL CBO AND RFC METRICS' DATA OF OPEN-SOURCE KOTLIN-BASED APPLICATIONS

Modern software development requires robust methods for assessing the quality and complexity of object-oriented design. Such evaluation is typically performed using software metrics. However, this process usually requires metric data processing, including outlier detection. In real-world scenarios, metric distributions deviate from normality in the vast majority of cases. This reality necessitates the development of specialized mathematical models that account for such non-standard behavior of software metric data.

The study proposes mathematical models for more reliable detection of outliers in two-dimensional CBO and RFC metric data specifically for Kotlin projects. Analysis of 102 open-source projects revealed substantial differences compared to Java: the average CBO value for Kotlin was only 2,20 (versus 11,88 for Java), and RFC – 7,46 (versus 18,36). Mardia's test confirmed that the distribution of these metrics for Kotlin significantly deviates from normal ($\beta_1 = 70,867$, $\beta_2 = 14,066$ with critical values of 9,3 and 9,48).

To solve this problem, we developed a model that includes: application of Box-Cox normalization transformation with parameters and implementation of two complementary approaches for outlier detection (based on χ^2 -distribution quantile and based on Fisher's F-distribution quantile).

The results demonstrate that our models overcome the key limitation of Java-oriented approaches, where up to 25% of Kotlin projects were misclassified as outliers. The refined models show greater reliability in analyzing Kotlin CBO and RFC metrics while preserving all advantages of the prediction ellipsoid approach. Notably, the χ^2 -criterion model proved more stringent, enabling more accurate outlier detection.

This research provides practical value for Kotlin developers by offering specialized tools for CBO and RFC metric analysis. Our findings confirm the necessity of developing language-specific analytical models that account for unique metric distribution characteristics.

Key words: software metrics, CBO (Coupling Between Objects), RFC (Response for Class), outliers, Kotlin, Box-Cox transformation, Mahalanobis distance, prediction ellipse, object-oriented design.

Постановка проблеми

У наш час програмне забезпечення (далі – ПЗ) із відкритим кодом набуває все більшої популярності. Водночас зростає потреба у створенні якісного ПЗ. Ця потреба пов’язана з можливістю виконання оцінювання складності та якості проектування ПЗ. Для цього широко застосовують метрики ПЗ, зокрема один із найвідоміших наборів – СК (Chidamber and Kemerer metrics suite) [1]. Серед цих метрик CBO та RFC характеризують складність класу через його зв’язки й дозволяють виконати оцінювання складності об’єктно орієнтованого проектування на третьому етапі за Бучем [2]. Відомо [3], що ці метрики корелюють одна з одною, тому їх спільний аналіз є доцільним. У процесі роботи з такими метриками часто постає потреба в обробленні даних, зокрема й у виявленні викидів. Розподіл цих метрик зазвичай відхиляється від нормального. Це зумовлює необхідність розроблення математичних моделей для попередньої обробки метрик CBO та RFC з урахування відхилення розподілу цих метрик від нормального.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

У роботі [4] детально розглядають метод виявлення викидів на основі відстані Махаланобіса, який є одним із класичних підходів у багатовимірному статистичному аналізі. Автори обґрунтовують, що даний метод є особливо ефективним для виявлення аномальних спостережень тоді, коли дані мають багатовимірний нормальний розподіл.

Згідно з результатами, отриманими в [4], відстань Махаланобіса для p -вимірного вектора x визначається як квадратична форма:

$$D^2 = (x - \mu)' \Sigma^{-1} (x - \mu), \quad (1)$$

де μ – вектором середніх значень, Σ – коваріаційна матриця, а Σ^{-1} – її обернена матриця.

Важливим аспектом методу, на який вказують автори, є те, що квадрат відстані Махаланобіса D^2 для багатовимірного нормального розподілу підпорядковується розподілу χ^2 з p ступенями вільності. Ця властивість дозволяє встановлювати статистично обґрунтовані порогові значення для ідентифікації викидів.

Основними перевагами методу є автоматичний облік кореляційної структури даних, інваріантність щодо лінійних перетворень змінних і можливість візуалізації як еліпсоїдів рівної щільності. Однак метод має і суттєві обмеження: чутливість до порушень припущення про нормальність розподілу, вразливість до ефекту маскувальних викидів та залежність від точності оцінки коваріаційної матриці.

У роботі [5] класичний підхід, викладений у праці [4], щодо використання відстані Махаланобіса для виявлення викидів, отримав подальший розвиток. На відміну від традиційного підходу, запропонований метод дає стійкі оцінки коваріаційної матриці (MCD) (менш чутливі до викидів); удосконалені методи візуалізації (Q-Q plots для відстаней Махаланобіса); висунуто конкретні практичні рекомендації щодо вибору порогових значень. Автор висуває пропозиції щодо подолання «маскувальних ефектів» і аналізу впливу розміру вибірки.

Дослідження [6] демонструє еволюцію еліпсоїдального підходу через його інтеграцію з методами машинного навчання. Автори поєднують відстань Махаланобіса з методом опорних векторів для однокласової класифікації (OCSVM). За використання лінійного ядра цей метод цілком зберігає еліпсоїдальну геометрію, тоді як радіальні базисні функції (RBF) неявно будують складні

еліпсоїдні структури в перетвореному просторі ознак. Практичне застосування для виявлення аномального трафіка IoT-пристроїв підтвердило ефективність такого комбінованого підходу.

У роботі [7] еліпсоїдні моделі адаптовані для завдань промислового моніторингу. Система Махаланобіса – Тагуті (MTS) складається із трьох ключових етапів: побудови еталонного еліпсоїда на «хороших» даних, оптимізації розмірності через ортогональні масиви Тагуті, виявлення аномалій через проєкцію на підпростір. Цей підхід демонструє підвищену стійкість до зашумлених даних порівняно із класичним методом, що особливо важливо для промислових застосувань.

Роботи [8–10] пропонують вирішення однієї із ключових проблем еліпсоїдальних методів – залежності від припущення про нормальність, що рідко трапляється в реальних даних. Автори використовують нормалізуючі перетворення (Бокса – Кокса, Джонсона) для нормалізації даних перед застосуванням еліпсоїдного критерію.

Так, у [8–9] запропоновано застосовувати такий еліпсоїд прогнозування:

$$(\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}})^T \mathbf{S}_N^{-1} (\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}}) = \chi_{m,\alpha}^2, \quad (2)$$

тут $\chi_{m,\alpha}^2$ – квантиль розподілу хі-квадрат із m ступенями вільності; α – довірча ймовірність (як довірчу ймовірність запропоновано 0,005).

А в роботі [10] еліпс прогнозування такий:

$$(\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}})^T \mathbf{S}_N^{-1} (\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}}) = \frac{2(N^2 - 1)}{N(N - 2)} F_{2,N-2,\alpha}, \quad (3)$$

тут $F_{2,N-2,\alpha}$ – квантиль F-розподілу із 2 та $N - 2$ ступенями вільності; α – довірча ймовірність (як довірчу ймовірність запропоновано взяти 0,05).

Після зворотного перетворення межі аномалій набувають нелінійної форми, водночас зберігають основні переваги еліпсоїдального підходу.

Зазначений підхід застосовано в пошуку викидів під час побудови математичної моделі для оцінювання складності об'єктно орієнтованого проєктування на третьому етапі, за Бучем, за метриками CBO та RFC застосунків на Java [11]. Як буде показано згодом, ця модель не підходить для даних із метрик застосунків на Kotlin, що зумовлює потребу в удосконаленні існуючої моделі для мови Java для виявлення викидів для мови Kotlin, які будуть урахувувати відхилення розподілу даних із метрик CBO та RFC від нормального.

Мета дослідження

Метою дослідження є вдосконалення математичних моделей для визначення викидів у двовимірних даних із метрик CBO та RFC на основі еліпса прогнозування, які враховують відхилення від нормального розподілу даних із метрик мовою Kotlin на основі нормалізуючого перетворення Бокса – Кокса з урахуванням тестової статистики на основі квантиля критерію хі-квадрат і тестової статистики на основі квантиля F-розподілу Фішера.

Виклад основного матеріалу дослідження

Для побудови математичних моделей було отримано набір даних зі 102 проєктів з відкритим кодом на Kotlin із платформи *GitHub* (<https://github.com/>). Для вибраних проєктів було отримано метрики RFC та CBO з використанням інструменту CodeMR (<https://www.codemr.co.uk/>).

Дослідження [12] показують, що існує необхідність будувати математичні моделі під конкретний фреймворк чи мову програмування, тому впевнимось, що наявна модель для мови Java не підходить до емпіричних даних із метрик застосунків на Kotlin.

Застосуємо модель з [11] для даних із метрик застосунків на Kotlin. Модель має такі параметри: $\hat{\lambda}_1 = 0,7609789$, $\hat{\lambda}_2 = 0,3105496$, вектор вибіркових середніх $\bar{Z} = \{7,234; 4,465\}$, довірча ймовірність $\alpha = 0,005$, обернена коваріаційна матриця S_N^{-1} ,

$$S_N^{-1} = \begin{pmatrix} 0,69498 & -1,28952 \\ -1,28952 & 3,12612 \end{pmatrix}.$$

На рисунку 1 показано еліпс прогнозування за (1) та довірчої ймовірності 0,005 разом із нормалізованими даними з метрик СВО та RFC застосунків на Java та застосунків на Kotlin.

У разі застосування параметрів для нормалізації та вилучення викидів із роботи [11] 25 проєктів застосунків на Kotlin (~25% проєктів) варто вважати викидами, що ставить під сумнів достовірність застосування цієї моделі для даних із метрик СВО та RFC застосунків на Kotlin.

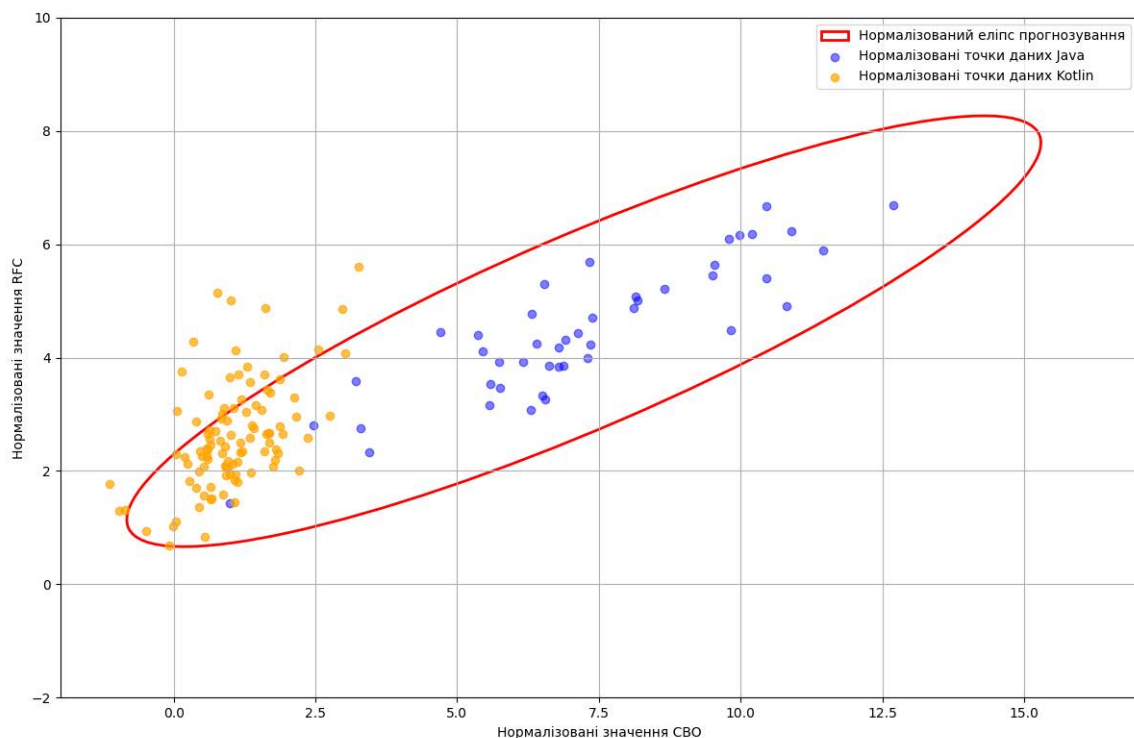


Рис. 1. Нормалізований еліпс прогнозування для Java разом із метриками СВО та RFC для обох мов програмування

Суттєвою є й різниця в оцінках вибіркового середнього цих метрик: для проєктів на Java маємо оцінку математичного сподівання метрик СВО та RFC 11,88 та 18,36 відповідно, тоді як для Kotlin аналогічні значення становлять 2,20 та 7,46.

З використанням тесту Мардія [13] перевіримо розподіл емпіричних даних із метрик на нормальність. Значення двовимірної асиметрії $N\beta_1/6$ дорівнює 70,867, тоді як критичне значення – 9,3. Значення двовимірної ексцесу β_2 дорівнює 14,066, тоді як критичне значення становить 9,48. Обидва емпіричні значення перевищують критичні, що дозволяє зробити висновок про відхилення емпіричного розподілу даних із метрик СВО та RFC застосунків мовою Kotlin від нормального.

Із припущенням про нормальність розподілу та з формулою (1) побудуємо еліпс прогнозування та відобразимо його графічно на рисунку 2.

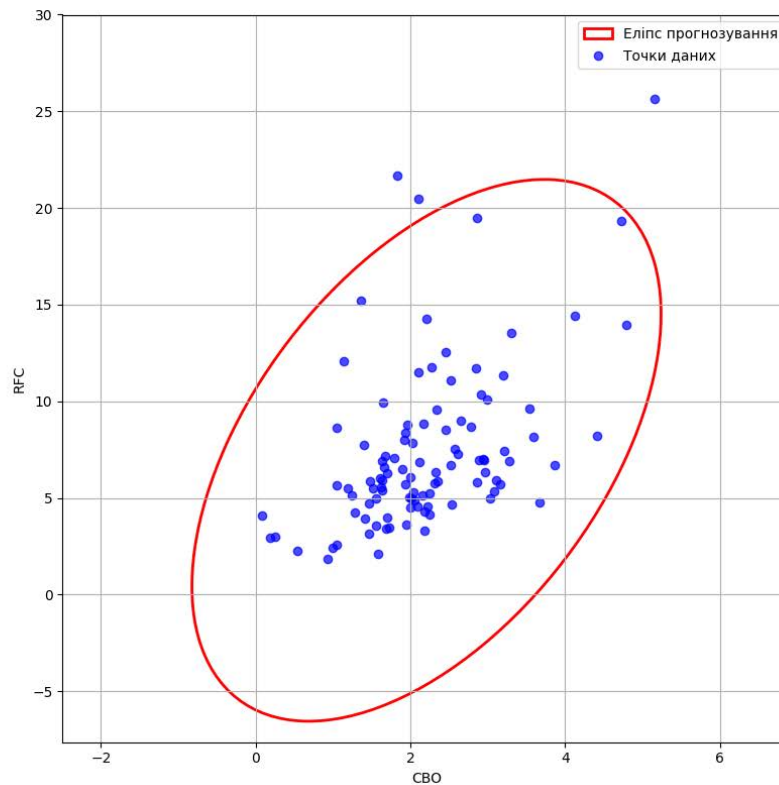


Рис. 2. Еліпс прогнозування разом із метриками СВО та RFC

З рисунку видно, що для трьох точок даних значення перебувають за межами еліпса прогнозування, що разом із результатами тесту Мардія свідчить про негаусівський розподіл даних.

Негаусівський розподіл даних із метрик СВО та RFC застосунків на Kotlin та різні діапазони існуючої моделі для Java зумовлюють потребу в побудові оригінальних моделей для мови Kotlin.

Як було зазначено вище, дані з метрик СВО та RFC корелюють одне з одним [3], тому для нормалізації варто брати перетворення, які враховують цю особливість розподілу даних. Одне з таких перетворень – двовимірне перетворення Бокса – Кокса (далі – ПБК), яке можна представити як [4]:

$$Z_j = x(\lambda_j) = \begin{cases} (X_j^{\lambda_j} - 1)/\lambda_j, & \text{if } \lambda_j \neq 0; \\ \ln(X_j), & \text{if } \lambda_j = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Тут Z_j – гаусівська змінна, λ_j – параметр ПБК ($j = 1, 2$).

Оцінити параметри двовимірного ПБК можна за методом найменших квадратів:

$$l(\mathbf{X}, \theta) = \sum_{j=1}^k (\nu_j - 1) \sum_{i=1}^N \ln(X_{ji}) - \frac{N}{2} \ln[\det(\mathbf{S}_N)], \quad (5)$$

тут $k=2$; $\theta = \{\lambda_1, \lambda_2\}$; \mathbf{S}_N – вибіркова коваріаційна матриця.

За методом максимальної правдоподібності (5) маємо такі значення параметрів: $\hat{\lambda}_1 = -0,180625$, $\hat{\lambda}_2 = 0,730525$.

За формулою (4) з використанням параметрів $\hat{\lambda}_1$ та $\hat{\lambda}_2$ виконано нормалізацію емпіричних даних із метрик СВО та RFC застосунків мовою Kotlin.

Після нормалізації треба розрахувати значення SMD та порівняти його із двома критичними значеннями: значенням правої частини рівняння еліпса (2) – 10,5966 та правою частиною рівняння еліпса (3) – 11,401.

Серед отриманих даних відсутні значення SMD, що перевищують обидва критичні значення, тому модель можна вважати побудованою. Для цієї моделі вектор вибіркового середніх $\bar{Z} = \{1,0268; 1,5734\}$, а обернена коваріаційна матриця S_N^{-1} :

$$S_N^{-1} = \begin{pmatrix} 2,49 & -2,92 \\ -2,92 & 11,01 \end{pmatrix}.$$

На рисунку 3 наведено обидва еліпси разом з емпіричними даними з метрик СВО та RFC.

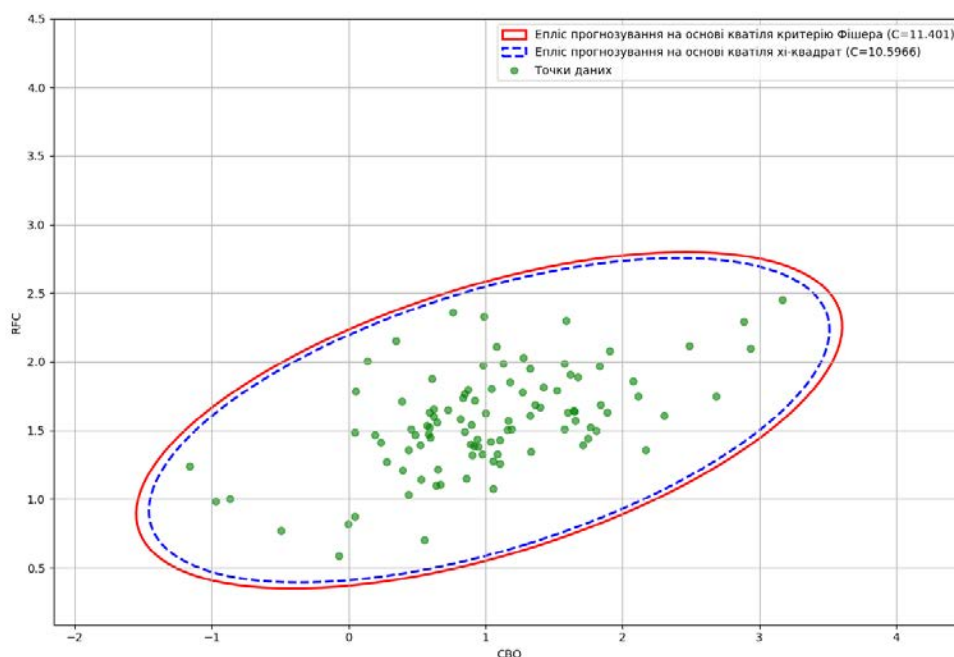


Рис. 3. Еліпси прогнозування для визначення викидів і емпіричні дані з метрик СВО та RFC

Отримані результати дозволяють зробити висновок про незначну відмінність моделей для пошуку та вилучення викидів залежно від вибраної тестової статистики для їх вилучення.

Висновки

У роботі вдосконалено математичні моделі для визначення викидів у двовимірних даних із метрик СВО та RFC на основі еліпса прогнозування для нормалізованих за допомогою нормалізуючого перетворення Бокса – Кокса даних, з урахуванням тестової статистики на основі квантіля хі-квадрат і тестової статистики на основі F -розподілу Фішера. Ці моделі дозволяють визначати викиди у двовимірних даних для програмних застосунків з відкритим кодом на Kotlin. Отримані результати показують більшу достовірність під час пошуку викидів у разі застосування моделі з використанням тестової статистики на основі квантіля хі-квадрат та і тестової статистики на основі квантіля F -розподілу Фішера, проте отримана площа еліпса з використанням тестової статистики на основі квантіля хі-квадрат є меншою, що демонструє більшу жорсткість цієї тестової статистики.

Список використаної літератури

1. Chidamber S.R., Kemerer C.F. A metrics suite for objectoriented design. *IEEE Transactions on Software Engineering*. 1994. Vol. 20, № 6. P. 476–493. <http://dx.doi.org/10.1109/32.295895>.
2. Booch G. *Object-Oriented Analysis and Design with Applications*. Pearson Education, Limited, 2011. 608 p.
3. Molnar A.-J., Neamțu A., Motogna S. Evaluation of Software Product Quality Metrics. *Communications in Computer and Information Science*. Cham, 2020. P. 163–187. https://doi.org/10.1007/978-3-030-40223-5_8.
4. Johnson R.A., Wichern D.W. *Applied Multivariate Statistical Analysis (6th Edition)*. Prentice Hall, 2007. 800 p.
5. Ghorbani H. Mahalanobis distance and its application for detecting multivariate outliers. *Facta Universitatis. Series “Mathematics and Informatics”*. 2019. P. 583. <https://doi.org/10.22190/FUMI1903583G>.
6. IoTDS: A One-Class Classification Approach to Detect Botnets in Internet of Things Devices / V.H. Bezerra et al. *Sensors*. 2019. Vol. 19. № 14. P. 3188. <https://doi.org/10.3390/s19143188>.
7. Kim S.-G., Park D., Jung J.-Y. Evaluation of One-Class Classifiers for Fault Detection: Mahalanobis Classifiers and the Mahalanobis – Taguchi System. *Processes*. 2021. Vol. 9. № 8. P. 1450. <https://doi.org/10.3390/pr9081450>.
8. Prykhodko S., Prykhodko N., Makarova L., Pugachenko K. Detecting outliers in multivariate non-Gaussian data on the basis of normalizing transformations. 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), Kyiv, Ukraine, 2017, pp. 846–849, DOI: 10.1109/UKRCON.2017.8100366.
9. Prykhodko S., Prykhodko N., Makarova L., Pukhalevych A. Application of the squared Mahalanobis distance for detecting outliers in multivariate non-Gaussian data. 2018 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET), Lviv ; Slavske, Ukraine, 2018, pp. 962–965, DOI: 10.1109/TCSET.2018.8336353.
10. Prykhodko S., Prykhodko N., Makarova L., Kudin O., Smykodub T., Prykhodko A. Detecting bivariate outliers on the basis of normalizing transformations for non-Gaussian data. *The Vth International Conference «Advanced Information Systems and Technologies, AIST 2017, May 16–17, 2017. Sumy*. URL: <http://essuir.sumdu.edu.ua/handle/123456789/55754>.
11. Prykhodko S., Prykhodko N., Smykodub T. A Joint Statistical Estimation of the RFC and CBO Metrics for Open-Source Applications Developed in Java. *2022 IEEE 17th International Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT)*, Lviv, Ukraine, 10–12 November 2022. 2022. <https://doi.org/10.1109/csit56902.2022.10000457>.
12. Prykhodko S., Prykhodko N., Koltsov A. A nonlinear regression model for early LOC estimation of open-source Kotlin-based applications. *Radio Electronics, Computer Science, Control*. 2024. № 1. P. 85. <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2024-1-8>.
13. Mardia K.V. Measures of multivariate skewness and kurtosis with applications. *Biometrika*. 1970. Vol. 57, № 3. P. 519–530. <https://doi.org/10.1093/biomet/57.3.519>.

References

1. Chidamber, S., & Kemerer, C. (1994). A metrics suite for object oriented design. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 20 (6), 476–493. <https://doi.org/10.1109/32.295895> [in English].
2. Booch, G. (2011). *Object-Oriented Analysis and Design with Applications*. Pearson Education, Limited [in English].
3. Molnar, A.-J., Neamțu, A., & Motogna, S. (2020). Evaluation of Software Product Quality Metrics. *Communications in Computer and Information Science* (p. 163–187). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-40223-5_8 [in English].

4. Johnson, R.A., & Wichern, D.W. (2007). *Applied Multivariate Statistical Analysis (6th Edition)*. Prentice Hall [in English].
5. Ghorbani, H. (2019). Mahalanobis distance and its application for detecting multivariate outliers. *Facta Universitatis, Series: Mathematics and Informatics*, 583. <https://doi.org/10.22190/fumi1903583g> [in English].
6. Bezerra, V.H., da Costa, V.G.T., Barbon Junior, S., Miani, R.S., & Zarpelão, B.B. (2019). IoTDS: A one-class classification approach to detect botnets in internet of things devices. *Sensors*, 19 (14), 3188. <https://doi.org/10.3390/s19143188> [in English].
7. Kim, S.-G., Park, D., & Jung, J.-Y. (2021). Evaluation of One-Class Classifiers for Fault Detection: Mahalanobis Classifiers and the Mahalanobis – Taguchi System. *Processes*, 9 (8), 1450. <https://doi.org/10.3390/pr9081450> [in English].
8. Prykhodko, S., Prykhodko, N., Makarova, L., & Pugachenko, K. (2017). Detecting outliers in multivariate non-Gaussian data on the basis of normalizing transformations. 2017 IEEE First Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), Kyiv, Ukraine, 2017, pp. 846–849, DOI: 10.1109/UKRCON.2017.8100366 [in English].
9. Prykhodko, S., Prykhodko, N., Makarova, L., & Pukhalevych, A. (2018). Application of the squared mahalanobis distance for detecting outliers in multivariate non-Gaussian data. *2018 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET)*, 962–965. <https://doi.org/10.1109/tcset.2018.8336353> [in English].
10. Prykhodko, S., Prykhodko, N., Makarova, L., Kudin, O., Smykodub, T., & Prykhodko, A. (2017). *Detecting bivariate outliers on the basis of normalizing transformations for non-Gaussian data. Proceedings of the Vth International Conference “Advanced Information Systems and Technologies”*, Sumy, Ukraine, 2017, pp. 95–97 [in English].
11. Prykhodko, S., Prykhodko, N., & Smykodub, T. (2022). A Joint Statistical Estimation of the RFC and CBO Metrics for Open-Source Applications Developed in Java. *2022 IEEE 17th International Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT)*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/csit56902.2022.10000457> [in English].
12. Prykhodko, S., Prykhodko, N., & Koltsov, A. (2024). A nonlinear regression model for early LOC estimation of open-source Kotlin-based applications. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 1, 85. <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2024-1-8> [in English].
13. Mardia, K. (1970). Measures of multivariate skewness and kurtosis with applications. *Biometrika*, 57 (3), 519–530. [in English].

Кольцов Андрій В'ячеславович – аспірант кафедри програмного забезпечення автоматизованих систем Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова. E-mail: andrew.koltsv@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1917-3038.

Koltsov Andrii Vyacheslavovych – Postgraduate Student at the Department of Software of Automated Systems of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding. E-mail: andrew.koltsv@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1917-3038.

О.О. КУБАЙЧУК

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ З ВИКОРИСТАННЯМ
БАЗОВИХ АЛГОРИТМІЧНИХ ПРИМІТИВІВ ТЕОРІЇ ГРАФІВ**

Розглянуто можливість постановки прикладних задач у термінах теорії графів. Зокрема, розглянуто задачі про оптимальну структуру підприємства, контроль за фінансовими операціями, визначення оптимальної послідовності робіт. Реалізовано підхід до розв'язання таких задач з використанням алгоритмічних примітивів на графах. Застосування графів як моделей багатьох прикладних задач зумовлене як наочністю поняття графа, так і наявністю точних алгоритмів на графах з поліноміальною складністю.

Процес розв'язання задачі побудови оптимальної структури послідовно включає обчислення сильно зв'язних компонент на графі задачі, побудову графа компонентів і топологічне сортування графа компонентів з метою переходу до лінійної структури. Під оптимальною структурою підприємства розуміється лінійне впорядкування його підрозділів. Метод розв'язання задачі контролю за фінансовими операціями базується на властивостях пошуку у глибину для ациклічного графа. Класифікація ребер лісу пошуку у глибину дозволяє робити припущення про приховані зв'язки за наявності зворотних ребер. Варто зазначити, що запропонована методика не дає відповіді про кількісний характер зв'язку, тільки фіксує його як факт. Частинним випадком загальної задачі лінійного програмування є задача визначення послідовності виконання робіт, задана системою різницьових обмежень. Розв'язання системи різницьових обмежень зводиться до обчислення ваги найкоротшого шляху у відповідному графі обмежень. Для обчислення найкоротшого шляху з однієї вершини застосовано алгоритм Беллмана – Форда, застосування якого дозволяє отримати результат навіть за наявності ребер від'ємної ваги.

Коректність теоретичних міркувань підтверджується практичними обчисленнями за допомогою спеціально розробленого програмного забезпечення. Обчислення проводились у середовищі "Mathcad v. 13". Розроблено відповідні процедури STRONG_COMP, DFS_CTRL, BELL_FORD_CONST.

Ключові слова: теорія графів, алгоритми на графах, пошук у глибину, топологічне сортування, найкоротший шлях, алгоритм Беллмана – Форда.

О.О. KUBAYCHUK

National Technical University of Ukraine
"Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"**SOLVING APPLIED PROBLEMS USING BASIC ALGORITHMIC
PRIMITIVES OF GRAPH THEORY**

The possibility of formulating applied problems in terms of graph theory is considered. In particular, the problems of the optimal structure of the enterprise, control over financial operations, and determination of the optimal sequence of works are considered. An approach to solving such problems using algorithmic primitives on graphs is implemented. The use of graphs as models of many applied problems is due to both the clarity of the concept of a graph and the availability of exact algorithms on graphs with polynomial complexity.

The process of solving the problem of constructing an optimal structure sequentially includes the calculation of strongly connected components on the graph of the problem, the construction of a graph of components, and topological sorting of the graph of components in order to transition to a linear structure. The optimal structure of the enterprise is understood as a linear ordering of its subdivisions. The method of solving the problem of control over financial operations is based on the properties of depth-first search for an acyclic graph. The classification of edges of a depth-first search forest allows us to make certain assumptions about hidden connections in the presence of reverse edges. It is worth noting that the proposed method does not give an answer about the quantitative nature of the connection, fixing only its fact. A partial case of the general linear programming problem is the problem of determining the sequence of work execution, given by a system of difference constraints. Solving a system of difference constraints is reduced to calculating the weight of the shortest path in the corresponding constraint graph. To calculate the shortest path from one vertex, the Bellman–Ford Algorithm was used, the application of which allows obtaining a result even in the presence of edges of negative weight.

The correctness of theoretical considerations is confirmed by practical calculations using specially developed software. The calculations were performed in the Mathcad v. 13 environment. The corresponding procedures STRONG_COMP, DFS_CTRL, BELL_FORD_CONST were developed.

Key words: graph theory, algorithms on graphs, depth-first search, topological sorting, shortest path, Bellman – Ford algorithm.

Постановка проблеми

Під математичною моделлю прикладної задачі зазвичай розуміють її описання та розв'язання в межах визначеної математичної теорії. Теорія графів вивчає властивості однієї з базових комбінаторних структур дискретної математики, власне графи. Застосування графів як моделей багатьох прикладних задач зумовлене як наочністю поняття графа, так і наявністю численних алгоритмічних примітивів [1; 2] теорії графів, наприклад, фундаментальних методів пошуку на графі, задач зв'язності, побудови мінімального кістякового дерева, задачі про максимальний потік, методу топологічного сортування та інших.

Комунікаційні, транспортні, інформаційні, соціальні мережі – це актуальні об'єкти, структуру яких природно зображати графом. У процесі функціонування таких мереж необхідно постає низка задач, що потребує свого вирішення. Потрібно розрізняти розв'язання таких задач у теоретико-графовій і комбінаторній постановках. В останньому випадку мова йде про задачі комбінаторної оптимізації (далі – ЗКО) [3]. ЗКО часто інтерпретують як задачу обчислення екстремумів відповідної цільової функції на заданій комбінаторній структурі, зокрема на графі прикладної задачі. Для розв'язання ЗКО розроблено цілий спектр відповідних алгоритмів комбінаторної оптимізації (далі – АКО), починаючи від поважних угорського та симплекс-алгоритму, до сучасних евристичних алгоритмів, до яких належать, зокрема, еволюційні та роєві алгоритми.

Розв'язання прикладної задачі в теоретико-графовій постановці спирається на можливість сучасної теорії графів, зокрема, *алгоритми на графах*. У даній роботі розглядаються: задача про оптимальну структуру підприємства, задача контролю за фінансовими операціями, задача визначення послідовності робіт. Розв'язання перелічених задач проводилось з використанням алгоритмічних примітивів теорії графів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Можливість застосування алгоритмів на графах до розв'язання прикладних задач, моделями яких є графи, використовується давно. Зосередимось на публікаціях, тематика яких є дотичною до проблем, що вирішуються в даній роботі, та на публікаціях, які означають перспективні напрями в розвитку блокчейн-технологій, пов'язаних із застосуванням блок-графів.

У роботі [4] розглянуто частинний випадок задачі оптимізації управління методом виділення сильно зв'язних компонент на графі. У [5] висвітлено питання щодо умов стабілізації фінансової системи, моделлю якої є деяка транспортна мережа з можливістю застосування відповідних алгоритмів на графах. Задача планування будівельних робіт розв'язується в [6] на базі алгоритму топологічного сортування. Ще в далекому 1958 р. Річард Беллман презентував алгоритм пошуку найкоротших шляхів з однієї вершини навіть у разі, коли вага ребер графа є від'ємною [7]. Також алгоритм визначає наявність на графі циклу від'ємної ваги, досяжного із джерела. Алгоритм Беллмана – Форда застосовується в роботі [8], де розв'язано задачу планування послідовності виконання будівельно-монтажних робіт, визначених за допомогою системи різницевих обмежень.

Сатоші Накамото – псевдонім дослідника (чи групи дослідників), якому вперше вдалося побудувати цілком децентралізовану мережу – мережу, яка функціонувала без сервера, без централізованого керування. У своїй єдиній роботі [9] він повідомив, що побудував електронну однорангову систему грошової одиниці – біткоїну (Bitcoin). Проблема розгалуження (форку) згідно із протоколом Накамото вирішується за правилом найдовшого ланцюжка блоків, тобто валідним є тільки один ланцюжок, що має несуперечливу історію транзакцій. Перехід від лінійної структури блоків до структури зі складнішою топологією, що допускає одночасне існування декількох валідних ланцюжків, очевидно, приведе до пришвидшення опрацювання транзакцій [10]. Узагалі, тема масштабування блокчейну без втрати його захищеності є актуальною, одним із напрямів є спроба відходу від класичного блокчейну (лінійної структури) до

напрямлених ациклічних графів (DAG), з розробленням відповідних протоколів консенсусу [11]. Дослідження технології графчейн (блок-граф) та розв'язання задачі побудови лінійного порядку для спрямованого ациклічного графа є актуальним завданням, яке можна вирішувати, зокрема, із застосуванням алгоритмів на графах.

Мета дослідження

Метою дослідження є постановка та розв'язання прикладних задач у термінах і з використанням алгоритмів на графах.

Основні поняття, означення і алгоритми

Серед алгоритмічних примітивів теорії графів особливе місце належить групі алгоритмів, що відповідає за обхід (пошук) на графі. Такі алгоритми є невід'ємним складником багатьох інших алгоритмічних примітивів теорії графів. У задачах, що розглядатимуться в цій роботі, пошук на графах організовано як пошук у глибину (DFS, Depth-First Search), у модифікації зі складністю $O(V + E)$, що прийнята в [1].

Мітки. Відповідно до [1], у процесі обходу вершини графа розфарбовуються і для кожної вершини $v \in V$ графа $G = (V, E)$ підтримуються атрибути:

- $\pi[v]$ – попередник вершини v (вершина, з якої вершину v було відкрито, якщо попередника нема, то $\pi[v] = NIL$);
- $d[v]$ – фіксація миті відкриття вершини v (зафарбовується в сірий колір, GRAY);
- $f[v]$ – фіксація миті завершення сканування списку суміжності вершини v (вершина зафарбовується в чорний колір, BLACK).

Очевидно, *часові мітки* вершини v , $d[v]$, $f[v] \in [1, 2|V|]$, і, оскільки, для кожної вершини v існує тільки одна подія її відкриття і одна подія завершення сканування її списку суміжності, то:

$$\forall v \in V : d[v] < f[v].$$

Розфарбовування вершин відбувається таким чином, що до моменту $d[v]$ – колір вершини WHITE; між $d[v]$ і $f[v]$ – колір GRAY; після $f[v]$ – колір BLACK.

Часові мітки алгоритму пошуку у глибину є важливою інформацією для алгоритмічних примітивів теорії графів уже вищого рівня.

Ліс пошуку у глибину. Разом з атрибутами вершин підтримується підграф $G_\pi = (V, E_\pi)$ графа G , де:

$$E_\pi = \{(\pi[v], v) : v \in V, \pi[v] \neq NIL\}.$$

G_π називають *predecessor subgraph* (підграф передування, PS). На відміну від пошуку в ширину, де відповідний PS утворює дерево, G_π пошуку у глибину може складатися з декількох дерев, тобто є лісом пошуку у глибину.

Класифікація ребер. Пошуком у глибину можна скористатися для класифікації ребер вихідного графа G . Щодо лісу G_π визначають:

- ребра дерев (позначають “Т”) – це ребра графа G_π . Якщо в результаті дослідження ребра (u, v) , відкрито білу вершину, то ребро (u, v) є ребром дерева;
- зворотні ребра (позначають “В”) – це ребра (u, v) , що з'єднують вершину u з її предком v у дереві пошуку у глибину. Зворотними ребрами, наприклад, є ребра-цикли;
- прямі ребра (позначають “F”) – це ті ребра (u, v) , які не є ребрами дерева, але з'єднують вершину u з її потомком v на дереві пошуку у глибину;

– перехресні ребра (позначають “С”) – усі інші ребра. Вони можуть, наприклад, з’єднувати вершини в різних деревах.

У даній роботі застосовується модифікований алгоритм DFS, описаний у [4], який не розрізняє прямі та перехресні ребра, об’єднує їх в один клас, що позначається “FC”. Критерієм класифікації є колір вершини v при першому зверненні до неї: білий колір – ребро дерева “Т”; сірий колір – визначає зворотне ребро “В”; чорний колір – пряме чи перехресне ребро “FC”.

Топологічне сортування. Топологічним сортуванням орієнтованого ациклічного графа $G = (V, E)$ є таке його зображення, за якого вершини графа G упорядковуються вздовж горизонтальної лінії (для визначеності, зліва направо) і $\forall (u, v) \in G$, вершина u за такого впорядкування розташована до вершини v . Зауважимо, що таке впорядкування можливе тільки якщо граф ациклічний.

Одним із застосувань пошуку у глибину є його використання в алгоритмі топологічного сортування TOPOLOGICAL_SORT, наведеному в [1]. Топологічно відсортовані вершини v розташовуються в лінію в порядку спадання відповідних значень $f[v]$.

Доведення коректності алгоритму TOPOLOGICAL_SORT спирається на теорему, що характеризує орієнтований ациклічний граф.

Теорема 1. Орієнтований граф G є ациклічним тоді й тільки тоді, коли пошук у глибину на G не знаходить зворотних ребер.

Сильно зв’язні компоненти. Класичним застосуванням пошуку у глибину є розкладання орієнтованого графа на сильно зв’язні компоненти (далі – СЗК). Сильно зв’язною компонентою орієнтованого графа $G = (V, E)$ є максимальна множина вершин $C \subseteq V$, така, що для будь-якої пари вершин $u, v \in C$, u і v досяжні одна з одною.

Для обчислення сильно зв’язних компонентів орієнтованого графа скористаємось алгоритмом STRONGLY_CONNECTED_COMPONENTS з [1], у якому використовується транспонування вихідного графа G (транспонований граф $G^T = (V, E^T)$, складається з ребер G , узятих у зворотному напрямку). Зазначимо, що графи G і G^T мають ті самі сильно зв’язні компоненти. Теорема 22.16 з [1] гарантує, що алгоритм ефективно обчислює СЗК.

Граф компонентів – граф, утворений з вихідного графа G стисненням у точку всіх ребер між суміжними вершинами в кожній сильно зв’язній компоненті.

Теорема 2. Граф компонент є орієнтованим ациклічним графом.

Доведення теореми впливає з леми 22.13 в [1].

Найкоротші шляхи з однієї вершини. Нехай $G = (V, E)$ – зважений орієнтований граф, $w : E \rightarrow \mathbb{R}$ – вагова функція. Вагою шляху $p = \langle v_0, v_1, \dots, v_k \rangle$ називають суму ваг ребер, що його утворюють:

$$w(p) = \sum_{i=1}^k w(v_{i-1}, v_i).$$

Вага найкоротшого шляху з вершини u до вершини v :

$$\delta(u, v) = \begin{cases} \min_p w(p), & \text{якщо існує шлях з } u \text{ в } v \\ \infty, & \text{в іншому випадку} \end{cases},$$

відповідно, найкоротшим шляхом із вершини u до вершини v називають будь-який шлях із вагою $\delta(u, v)$.

Розглядається задача пошуку найкоротших шляхів з однієї вершини (single-source shortest-paths problem). Нехай $s \in V$ – така вершина (джерело). Необхідно знайти найкоротший шлях із джерела до кожної вершини $v \in V$. Алгоритмом пошуку найкоротших шляхів з однієї вершини

можна скористатись для вирішення багатьох інших теоретичних і прикладних проблем. Наприклад, розв'язати:

– задачу про найкоротші шляхи в заданий пункт призначення (single-destination shortest-paths problem), а саме, зміною напрямку кожного ребра;

– задачу про найкоротший шлях між заданою парою вершин (single-pair shortest-paths problem);

– задачу про найкоротші шляхи між усіма парами вершин (all-pairs shortest-paths problem), а саме, застосовують алгоритм пошуку найкоротших шляхів з однієї вершини послідовно до кожної вершини. Проте існують алгоритми, які вирішують дану задачу значно швидше.

Для пошуку найкоротших шляхів з однієї вершини скористаємось варіантом алгоритму Беллмана – Форда з [1], який дозволяє розв'язати задачу про найкоротші шляхи з однієї вершини в загальному випадку (вага ребра може бути від'ємною). Алгоритм повертає логічне значення FALSE, якщо граф містить цикл з від'ємною вагою, досяжний із джерела (якщо такий цикл є, то розв'язку не існує, інакше – повертає найкоротші шляхи та їхні ваги). Зауважимо, що найкоротший шлях не містить циклів (за наявності циклу неможливо коректно обчислити довжину (вагу) шляху). Складність алгоритму Беллмана – Форда $O(VE)$.

Прикладні задачі та результати моделювання

У даному розділі сформульовані та розв'язані із застосуванням алгоритмічних примітивів такі задачі: задача про оптимальні структури; задача контролю за фінансовими операціями та задача визначення послідовності виконання робіт, задана системою різницевих обмежень. Результати моделювання перевірено на прикладах. Обчислення проводились у середовищі *Mathcad v. 13*. Розроблено відповідні процедури STRONG_COMP, DFS_CTRL, BELL_FORD_CONST.

Задача про оптимальні структури. Під оптимальною структурою будемо розуміти лінійне впорядкування структурних підрозділів деякого підприємства.

Розглянемо компанію, у структурі якої є окремі підрозділи (об'єкти), зайняті виробництвом, вхідним продуктом для одних є вихідний продукт інших.

Нехай $G = (V, E)$ – орієнтований граф. Вершини – об'єкти. Ребра відображають зв'язки між об'єктами. Оскільки граф орієнтований, то порядок запису вершин ребра (u, v) є суттєвим. У нашому випадку це означає, що об'єкт v використовує продукцію об'єкта u .

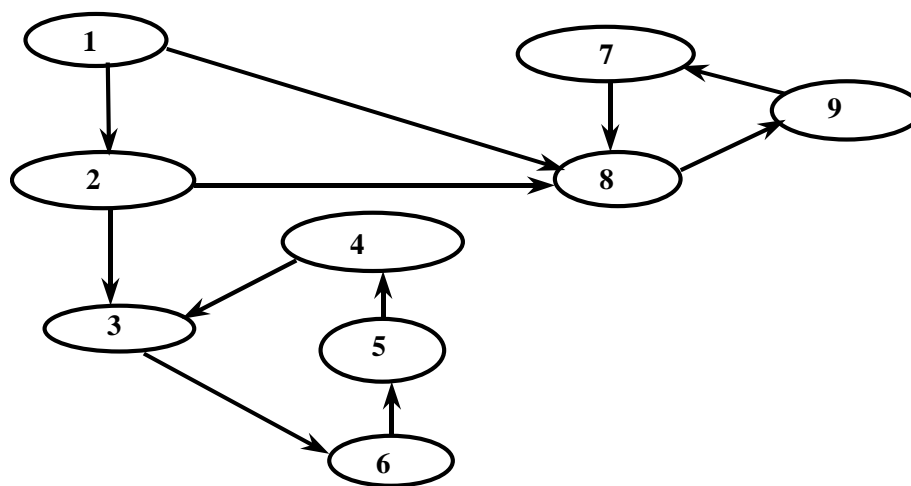


Рис. 1. Структура підприємства

Ефективний менеджмент компанії полягає, серед іншого, у впорядкуванні роботи його об'єктів. Ідеальною є ситуація, коли вдається так організувати цей процес, що підрозділи

у виробничому циклі розташовуються в лінійному порядку. Якщо граф ациклічний, дана задача зводиться до задачі топологічного сортування. Але, загалом, такий граф не є ациклічним.

STRONG_COMP(GRAF) =	1	0	0	-777
	2	(1)	("FC")	-777
	8	$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} "FC" \\ "FC" \\ "T" \end{pmatrix}$	-777
	9	(8)	("B")	5
	7	(9)	("T")	3
	3	$\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} "FC" \\ "T" \end{pmatrix}$	-777
	6	(3)	("B")	8
	5	(6)	("T")	9
	4	(5)	("T")	6

Рис. 2. Результат обчислень у Mathcad

Розв'язання поставленої задачі пропонується виконати в декілька етапів:

1. Розкладання на СЗК. В окремі компоненти виділити об'єкти, між якими склалися тісні цикли виробництва – використання продукції.
2. Побудова графа компонентів.
3. Топологічне сортування графа компонентів.

Розглянемо роботу процедури STRONG_COMP на конкретному прикладі.

Нехай об'єкти, роботу яких потрібно оптимізувати, занумеровано. Виробничі стосунки, що склалися між ними (у рамках задачі, яка поставлена), відображає орієнтований граф на рис. 1.

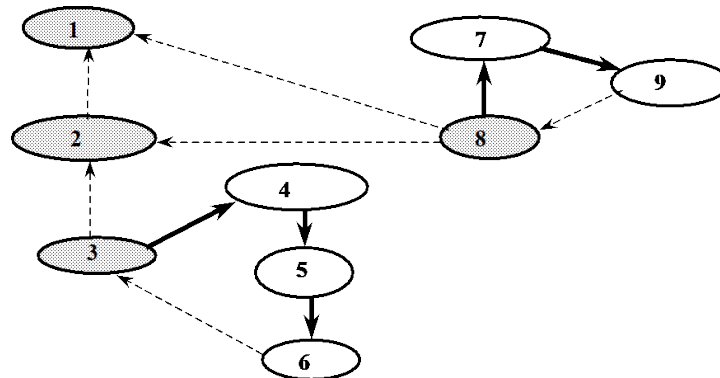


Рис. 3. Сильно зв'язні компоненти

Відповідно до результатів обчислень на рис. 2, виділимо сильно зв'язні компоненти рис. 3, де жирними стрілками зображено дерева пошуку у глибину на графі, транспонованому до вихідного графа. Заштриховані вершини – це корені дерев.

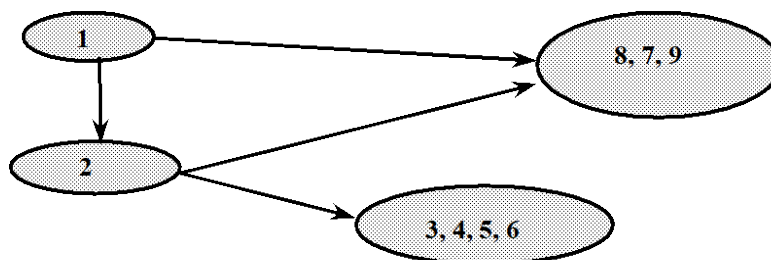


Рис. 4. Граф компонентів

За результатами обчислень виділяємо чотири сильно зв'язані компоненти: 1; 2; 3–4–5–6; 8–7–9. Отже, для ефективного управління можна рекомендувати схему, зображену на рис. 4. Граф компонентів на рис. 4 є орієнтованим ациклічним графом (Теорема 2), вершини якого, за необхідності, можна топологічно відсортувати, тим самим отримати бажане на практиці лінійне впорядкування.

Задача контролю за фінансовими операціями. Результатом Теорема 1 є твердження, якщо пошук у глибину знаходить зворотні ребра, то граф містить ребра-цикли. Розглянемо застосування пошуку у глибину до розв'язання задачі контролю у фінансовій сфері.

Розглядається задача виявлення зв'язків в окремій схемі (задача контролю за фінансовими операціями). Операцією у схемі є факт перерахування коштів із рахунку i на рахунок j , де $1 \leq i, j \leq N$, $i \neq j$, i, N – число рахунків. Операцію зручно зобразити направленим відрізком (стрілка). Тоді схема – орієнтований граф, у якого вершини – рахунки, а ребра – операції.

Значна кількість транзитних рахунків утруднює контроль. У даній роботі запропоновано процедуру DFS_CTRL, яка використовує класифікацію ребер і дозволяє відстежити приховані зв'язки між рахунками. Варто зазначити, що запропонована методика не дає відповіді про кількісний характер зв'язку, а фіксує тільки його факт.

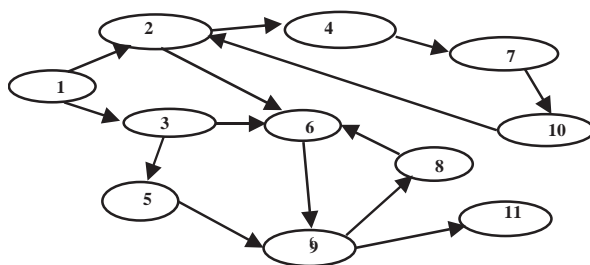


Рис. 5. Граф системи рахунків

Для схеми на рис. 5 результат DFS_CTRL зображено на рис. 6, а виявлені цикли на – рис. 7.

DFS_CTRL(GRAF) =

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	0	"T"	"T"	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	"T"	0	"T"	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	"T"	"FC"	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	"T"	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	"FC"	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	"T"	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	"T"	0
8	0	0	0	0	0	"B"	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	"T"	0	0	"T"
10	0	"B"	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рис. 6. Результат роботи DFS_CTRL

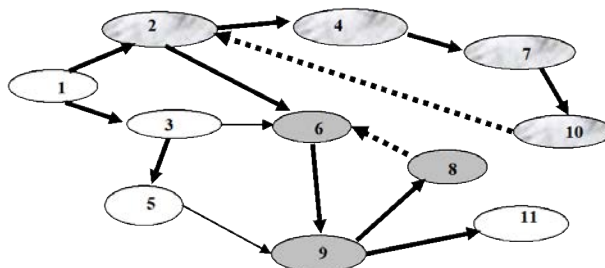


Рис. 7. Ребра-цикли (пунктир)

Задача визначення послідовності виконання робіт. Дана задача зводиться до розв’язання системи різницевих обмежень (далі – СРО) [6], є частинним випадком загальної задачі лінійного програмування, для якої:

– система обмежень $Ax \leq b$ (де A – матриця $m \times n$, b – m -компонентний вектор, x – n -компонентний вектор невідомих) має специфічний вигляд. А саме, усі обмеження матимуть вигляд $x_j - x_i \leq b_k$, де $1 \leq i, j \leq n$ і $1 \leq k \leq m$. У такій СРО можлива, наприклад, така інтерпретація: невідомі величини x_i – моменти часу, коли відбуваються події; кожне обмеження – вимога, відповідно до якої між двома подіями мусить пройти деякий час (не менший або не більший, ніж за технологією);

– вигляд цільової функції неважливий, оскільки досить знайти довільний допустимий розв’язок або з’ясувати, що розв’язків немає (задача існування).

Очевидно, поставлену задачу можна розв’язати за допомогою, наприклад, симплекс-алгоритму. Але розглянемо СРО з погляду теорії графів. Беллман у [7] вказує на зв’язок задачі пошуку найкоротших шляхів з однієї вершини із системою різницевих обмежень.

Заданій системі різницевих обмежень відповідає граф обмежень – зважений орієнтований граф $G = (V, E)$, у якого:

$$V = \{v_0, v_1, \dots, v_n\},$$

$$E = \{(v_i, v_j) : x_j - x_i \leq b_k\} \cup \{(v_0, v_1), (v_0, v_2), \dots, (v_0, v_n)\}.$$

Додаткова вершина v_0 уводиться для того, щоб із неї гарантовано була досяжною будь-яка інша вершина.

З теореми 24.9 в [1] випливає, що розв’язання СРО зводиться до обчислення ваги найкоротшого шляху у відповідному графі обмежень. Беллман і Форд запропонували алгоритм для знаходження найкоротшого шляху з однієї вершини, за допомогою застосування якого СРО можна розв’язати (отримати допустимий розв’язок, або дізнатися про його відсутність) за час $O(n^2 + nm)$. Якщо $x = (x_1, \dots, x_n)$ – розв’язок, то $(x_1 + d, \dots, x_n + d)$ – також розв’язок для довільної константи d .

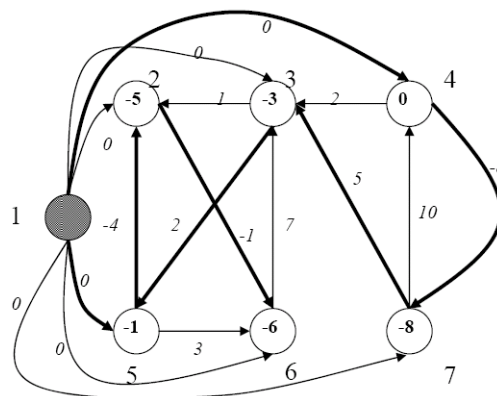
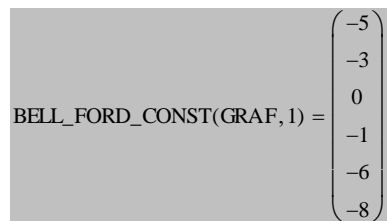


Рис. 8. Граф обмежень

Нехай деякий технологічний процес описується системою різницевих обмежень. Їй відповідає граф обмежень (рис. 8).

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1; & x_1 - x_4 \leq -4; \\ x_2 - x_3 \leq 2; & x_2 - x_5 \leq 7; \\ x_2 - x_6 \leq 5; & x_3 - x_6 \leq 10; \\ x_4 - x_2 \leq 2; & x_5 - x_1 \leq -1; \\ x_5 - x_4 \leq 3; & x_6 - x_3 \leq -8. \end{cases} \quad \backslash * \text{ MERGEFORMAT} \quad (1)$$

Процедура BELL_FORD_CONST повертає розв'язок задачі (рис. 9).



$$\text{BELL_FORD_CONST}(\text{GRAF}, 1) = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ 0 \\ -1 \\ -6 \\ -8 \end{pmatrix}$$

Рис. 9.

Маємо: $x_1 = -5$, $x_2 = -3$, $x_3 = 0$, $x_4 = -1$, $x_5 = -6$, $x_6 = -8$. Звідси випливає, що роботи треба виконати в такій послідовності: $x_6 \Rightarrow x_5 \Rightarrow x_1 \Rightarrow x_2 \Rightarrow x_4 \Rightarrow x_3$.

Висновки

У роботі показана можливість постановки і розв'язання прикладних задач у термінах і з використанням алгоритмів на графах. Зокрема, розглянуто задачу побудови оптимальної структури на підприємстві, задачу контролю за фінансовими операціями та задачу визначення послідовності виконання робіт, що визначена системою різницевих обмежень. Коректність теоретичних міркувань підтверджується на тестових прикладах. Обчислення проведено з використанням спеціально розроблених процедур у середовищі *Mathcad v. 13*.

Список використаної літератури

1. Вступ до алгоритмів / Т.Г. Кормен та ін. Київ : К.І.С., 2023. 1288 с.
2. Hopcroft J.E., Tarjan R.E. Efficient Algorithms for Graph Manipulation. *Communications of the ACM*. 1973. № 16 (6). P. 372–378.
3. Гуляницький Л.Ф., Мулеса О.Ю. Прикладні методи комбінаторної оптимізації. Київ : ВПЦ «Київський університет», 2016. 142 с.
4. Кубайчук О.О., Теренчук С.А. Оптимізація управління методом виділення сильно зв'язаних компонентів на графах. *Техніка будівництва*. 2008. № 21. С. 87–92.
5. Кубайчук О.О., Боличев Б. Аналіз та стабілізація фінансової системи методами теорії графів. *Тенденції та перспективи розвитку науки і освіти в умовах глобалізації* : матеріали XXXIV Всеукраїнської науково-практичної інтернет-конференції, м. Переяслав-Хмельницький. 2018. Вип. 34. С. 381–383. URL: https://drive.google.com/file/d/1GeUO2LQijEEwEQyN7slmpplamAYRRe5_/view
6. Кубайчук О.О., Теренчук С.А., Єременко Б.М. Застосування топологічного сортування у плануванні будівельних робіт. *Містобудування та територіальне планування*. 2007. № 28. С. 102–108.
7. Bellman R. On a Routing Problem. *Quarterly of Applied Mathematics*. 1958. № 16 (1). P. 87–90.
8. Кубайчук О.О., Теренчук С.А. Застосування систем різницевих обмежень у плануванні будівельно-монтажних робіт. *Містобудування та територіальне планування*. 2007. № 27. С. 126–129.
9. United States Sentencing Commission: official site. URL: https://www.ussc.gov/sites/default/files/pdf/training/annual-national-training-seminar/2018/Emerging_Tech_Bitcoin_Crypto.pdf (дата звернення: 24.04.2025).

10. Sompolinsky Y., Zohar A. Accelerating bitcoin as transaction processing. fast money grows on trees, not chains. *IACR Cryptology ePrint Archive*. 2013, 881. URL: <https://eprint.iacr.org/2013/881.pdf>
11. Kovalchuk L., Kaidalov D., Nastenka A., Rodinko M., Shevtsov O., Oliynykov R. Decreasing security threshold against double spend attack in networks with slow synchronization. *Computer Communications*. 2020. 154, 75–81. <https://doi.org/10.1016/j.comcom.2020.01.079>

References

1. Kormen, T.H., Leizerson, Ch.E., Rivest, R.L., & Stain, K. (2023). *Vstup do alhorytmiv* [Introduction to Algorithms]. Kyiv: K.I.S. [in Ukrainian].
2. Hopcroft, J.E., & Tarjan, R.E. (1973). Efficient Algorithms for Graph Manipulation. *Communications of the ACM*, 16 (6), 372–378. [in English].
3. Hulianytskyi, L.F., & Mulesa, O.Iu. (2016). *Prykladni metody kombinatornoi optymizatsii* [Applied combinatorial optimization methods]. Kyiv: VPTs “Kyivskyi universytet” [in Ukrainian].
4. Kubaichuk, O.O., & Terenchuk, S.A. (2008). Optymizatsiia upravlinnia metodom vydilennia sylno zviyanykh komponentiv na hrafakh [Optimization of control by the method of isolating strongly connected components on graphs]. *Tekhnika budivnytstva*, 21, 87–92 [in Ukrainian].
5. Kubaichuk, O., & Bolychev, B. (2018). Analiz ta stabilizatsiia finansovoi systemy metodamy teorii hrafiv [Analysis and stabilization of the financial system using graph theory methods]. *Tendentsii ta perspektyvy rozvytku nauky i osvity v umovakh hlobalizatsii*, materialy XXXIV Vseukrainskoi naukovo-praktychnoi internet-konferentsii [Trends and prospects for the development of science and education in the context of globalization, Proceedings of XXXIV all-Ukrainian Scientific and Practical Conference]. Retrieved from: https://drive.google.com/file/d/1GeUO2LQjJEEwEQyN7slmpp1amAYRRe5_/view [in Ukrainian].
6. Kubaichuk, O.O., Terenchuk S.A., & Yeremenko, B.M. (2007). Zastosuvannia topolohichnoho sortuvania u planuvanni budivelnykh robit [Application of topological sorting in construction planning]. *Mistobuduvannia ta terytorialne planuvannia*, 28, 102–108 [in Ukrainian].
7. Bellman, R. (1958). On a Routing Problem. *Quarterly of Applied Mathematics*, 16 (1), 87–90 [in English].
8. Kubaichuk, O.O., & Terenchuk, S.A. (2007). Zastosuvannia system riznytsevykh obmezhen u planuvanni budivelno-montazhnykh robit [Application of differential constraint systems in planning construction and installation works]. *Mistobuduvannia ta terytorialne planuvannia*, 27, 126–129. [in Ukrainian].
9. United States Sentencing Commission. (2018). Official site. Retrieved from: https://www.ussc.gov/sites/default/files/pdf/training/annual-national-training-seminar/2018/Emerging_Tech_Bitcoin_Crypto.pdf [in English].
10. Sompolinsky, Y., & Zohar, A. (2013). Accelerating bitcoin as transaction processing. fast money grows on trees, not chains. In: *IACR Cryptology ePrint Archive*, 2013/881. Retrieved from: <https://eprint.iacr.org/2013/881.pdf>. [in English].
11. Kovalchuk, L., Kaidalov, D., Nastenka, A., Rodinko, M., Shevtsov, O., & Oliynykov, R. (2020). Decreasing security threshold against double spend attack in networks with slow synchronization. *Computer Communications*, 154, 75–81. <https://doi.org/10.1016/j.comcom.2020.01.079> [in English].

Кубайчук Оксана Олексіївна – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри математичного аналізу та теорії ймовірностей Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: o.kubaychuk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-5135-3688.

Kubaychuk Oksana Oleksiivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Mathematical Analysis and Probability Theory of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. E-mail: o.kubaychuk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-5135-3688.

УДК 517.9

В.П. ЛЯШЕНКО, О.Б. КОБИЛЬСЬКА
 Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського
 О.П. ДЕМ'ЯНЧЕНКО
 Національний університет «Львівська політехніка»

ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕГРАЛЬНОГО РІВНЯННЯ В РОЗВ'ЯЗАННІ ОДНІЄЇ НЕЛІНІЙНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ

У роботі розглядається математична модель температурного поля ізотропної сферичної області (кулі), що обертається навколо однієї з осей симетрії з постійною швидкістю, як початково-крайова задача для рівняння параболічного типу з нелінійними крайовими умовами. Метою дослідження є застосування інтегрального рівняння до розв'язку нелінійної початково-крайової задачі у сферичній області та визначення умов термодинамічної рівноваги за необмеженого числа обертів кулі. Такий розв'язок дозволяє отримати розподіл температури як на поверхні кулі так і всередині, а також умову її термодинамічної рівноваги. Розглядається періодична нелінійна початково-крайова задача за однією із просторових координат, яка зводиться до розв'язання нелінійного інтегрального рівняння. Отримане інтегральне рівняння за допомогою другої формули Гріна зводиться до рівняння типу Фредгольма за просторовою координатою і типу Вольтерри за часом. Ядро інтегрального рівняння знайдене у вигляді функції Гріна. Функція Гріна побудована з використанням властивостей оператора Лапласа у сферичній системі координат, а також функцій Лежандра та Бесселя напівцілого порядку. Лінійну частину функції розв'язку задачі як усередині кулі, так і на її поверхні було знайдено з використанням властивостей гамма-функції. Для визначення умов термодинамічної рівноваги кулі за необмеженої кількості її обертів навколо своєї осі було застосовано граничний перехід, у результаті чого визначені умови термодинамічної рівноваги. Розв'язок нелінійної частини задачі для визначення періодичного квазістаціонарного температурного поля було отримано за допомогою розв'язку відповідного їй нелінійного інтегрального рівняння типу Гаммерштейна. Також було доведено, що розв'язок вихідної задачі, періодичної як за часом, так і за просторовою координатою, не залежить від початкової умови. Ця умова не впливає на квазістаціонарне температурне поле кулі за необмеженого числа її обертів.

Ключові слова: куля, початково-крайова задача, рівняння параболічного типу, термодинамічна рівновага, інтегральні рівняння, функції Гріна, Лежандра, Бесселя, Вольтерри, інтегральне рівняння типу Гаммерштейна.

V.P. LYASHENKO, O.B. KOBILSKA
 Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University
 O.P. DEMYANCHENKO
 Lviv Polytechnic National University

APPLICATION OF THE INTEGRAL EQUATION IN THE SOLUTION OF ONE NONLINEAR BOUNDARY VALUE PROBLEM

This paper considers a mathematical model of the temperature field of an isotropic spherical area, rotating around one of the symmetry axes at a constant speed in the form of an initial-boundary-value problem for a parabolic-type equation with nonlinear boundary conditions. The purpose of the work is to apply the method of integral equations to the solution of a nonlinear boundary value problem in the spherical domain, to determine the conditions of thermodynamic equilibrium. A periodic problem is considered in one of the spatial coordinates, which is reduced to solving a nonlinear integral equation. The obtained integral equation is reduced to a Fredholm-type equation along the spatial coordinate using the second Green's formula, and to a Volterra-type equation along the time coordinate. The kernel of the integral equation is found in the form of a Green's function. The Green's function is constructed using the properties of the Laplace operator in a spherical coordinate system, as well as the Legendre and Bessel functions of half-integer order. The linear part of the solution function of the problem both inside the sphere and on its surface was found using the properties of the Gamma function. To determine the conditions of thermodynamic equilibrium of a sphere with an unlimited number of its rotations around its axis, a limit transition was applied, as a result of which the conditions of thermodynamic equilibrium were determined. The solution of the nonlinear part of the problem for determining the periodic quasi-stationary temperature field was obtained by solving the corresponding nonlinear integral equation of the Hammerstein type. It was also proved that the solution of the original problem, periodic both in time and in the spatial coordinate, does not depend on the initial condition. This condition does not affect the quasi-stationary temperature field of the sphere with an unlimited number of its rotations.

Key words: spherical area, nonlinear initial-boundary value problem, thermodynamic equilibrium, Green's function, Hammerstein-type integral equation.

Постановка проблеми

Розв'язуванню задач теплообміну присвячені численні публікації. Основні методи дослідження температурного поля ізотропного або анізотропного сферичного тіла (кулі), що обертається навколо своєї осі зі сталою швидкістю, за допомогою математичних моделей умовно поділяються на два види: а) прямі, або класичні, які базуються на аналітичних методах розв'язання крайових задач для рівнянь із частинними похідними параболічного типу [1; 2] або зведенні нелінійних початково-крайових задач до розв'язання інтегральних рівнянь [3]; б) наближені чисельно-аналітичні методи [4; 5].

Дослідження розподілу температур усередині або на поверхні кулі зазвичай пов'язано із проведенням натурних експериментів. Але коли натурні експерименти провести неможливо, то в такому разі інформацію про температурне поле отримують за допомогою математичних моделей, які будують як лінійні або нелінійні початково-крайові задачі для рівняння теплопровідності [6; 7]. Однією із таких задач є задача моделювання температурного поля $U = U(r, \theta, \varphi, t)$ ізотропної кулі радіусом $0 \leq r \leq R$, що обертається з кутовою швидкістю $\omega = const$, коли напрямок теплового потоку інтенсивності $q = const$ перпендикулярний до осі обертання і на різних частинах поверхні різні умови теплообміну з навколишнім середовищем [8]. У такому разі одним з ефективних методів розв'язання крайових задач у сферичній області є метод інтегральних рівнянь, що базується на зведенні крайової задачі до лінійного або нелінійного інтегрального рівняння [3].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Більшість задач для рівняння теплопровідності, що розглядаються в науковій літературі, лінійні, містять постійні умови теплообміну поверхні тіла із середовищем, що його оточує [3]. У роботі [19] розглянуто нестационарні задачі, у яких досліджується температурний розподіл уздовж радіуса. У роботі [10] для розв'язку нелінійних задач теплопровідності в довільній області запропоновано метод лінеаризації нелінійних крайових задач у лінійні, які можна розв'язати за допомогою класичних методів [3]. У роботі [11] розглянуто математичну модель температурного поля сфери, що обертається навколо своєї осі в пористому середовищі. Аналітичний розв'язок отримано у вигляді степеневих рядів. Задачі, що моделюють різні умови теплообміну поверхні кулі, що обертається навколо своєї осі, з навколишнім середовищем, у вітчизняній і закордонній науковій літературі досліджені мало.

Мета дослідження

Метою дослідження є застосування інтегрального рівняння до розв'язку нелінійної початково-крайової задачі у сферичній області та визначення умови термодинамічної рівноваги за необмеженого числа обертів кулі.

Викладосновного матеріалу дослідження

Розглянемо нелінійну початково-крайову задачу для рівняння параболічного типу з нелінійними граничними умовами:

$$\begin{aligned} \Delta U - \frac{1}{a^2} U_t &= 0, & 0 < r < R, & \quad 0 < \theta < \pi, & \quad 0 < \varphi < 2\pi, & \quad t > 0 \\ U(r, \theta, \varphi, t) &= U_0 = const, & 0 < r < R, & \quad 0 < \theta < \pi, & \quad 0 < \varphi < 2\pi \\ \frac{\partial U}{\partial r} + h_2 U \Big|_{r=R} &= \begin{cases} h_2 U_c + \frac{q}{\lambda} \sin \theta \sin \varphi, & 0 < \theta < \pi, \quad \omega t < \varphi < \omega t + \pi \\ (h_2 - h_1) U + h_1 U_c + \kappa (U_c^4 - U^4), & 0 < \theta < \pi, \quad \omega t + \pi < \varphi < \omega t + 2\pi \end{cases}, & (1) \\ U(r, \theta, \varphi, t) &= U(r, \theta, \varphi + 2\pi, t) \end{aligned}$$

де $\Delta U = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2}$ – оператор Лапласа у сферичній системі координат; $a^2 = \frac{\lambda}{c\rho}$, $h_1 = \frac{\alpha_1}{\lambda}$, $\kappa = \frac{\xi\sigma}{\lambda}$, λ – коефіцієнт теплопровідності, c – теплоємність, ρ – щільність,

α_i – коефіцієнт теплообміну, σ – стала Стефана – Больцмана, ξ – ступінь чорноти поверхні кулі, U_c – температура охолоджувального середовища, R – радіус кулі. Зазначимо, що коефіцієнти оператора крайових умов задачі, що розглядається, є кусково-сталими функціями точок контактуючої та вільної частини поверхні кулі, вважаємо, що прецесія відсутня, тому в (1) покладемо $\sin \varphi = 1$.

Скориставшись другою формулою Гріна та знайшовши функцію Гріна як розв’язок спряженої задачі до задачі (1), шукаємо її розв’язок у вигляді еквівалентного інтегрального рівняння типу Фредгольма за кутовими координатами $0 < \varphi < 2\pi$ і $0 < \theta < \pi$ та типу Вольтерри за часом для $t > 0$ [2; 4; 6; 7]. Розв’язок задачі (1) має вигляд:

$$\begin{aligned}
 U(\rho; \zeta; \psi; \tau) &= U_L(\rho; \zeta; \psi; \tau) - \\
 &- \int_0^\tau \int_{\omega t}^{\omega t + 2\pi} \int_0^\pi G(R, \rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau) [(h_1 - h_2)W + \kappa W^4] R^2 \sin \theta d\theta d\varphi dt, \\
 &U_L(\rho, \zeta, \psi, \tau) = \frac{U_0}{a^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^R G(r, \rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; 0 - \tau) r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi + \\
 &+ \int_0^\tau \int_{\omega t}^{\omega t + \pi} \int_0^\pi G(R, \rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau) \left(h_2 U_c + \frac{q}{\lambda} \sin \theta \right) R^2 \sin \theta d\theta d\varphi dt + \\
 &+ (h_1 U_c + \kappa U_c^4) \int_0^\tau \int_{\omega t + \pi}^{\omega t + 2\pi} \int_0^\pi G(R, \rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau) R^2 \sin \theta d\theta d\varphi dt.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Функція Гріна $G(r, \rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau)$ як розв’язок спряженої задачі до задачі (1) отримана з розв’язку рівняння Лежандра [2], отримано як ряд [6; 8]:

$$G = \frac{1}{\pi} \sum_{j=0}^{\infty} \cos j(\varphi - \psi) \bar{g}_j(r, \theta, t),$$

де $\bar{g}_j(r, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} P_{nj}(\cos \theta) g_{nj}(r, t)$.

Розподіл температури на поверхні кулі має вигляд:

$$W(\zeta, \psi, \tau) = W_L(\xi; \psi; \tau) - \int_0^\tau \int_{\omega t + \pi}^{\omega t + 2\pi} \int_0^\pi G(\theta - \zeta; \varphi - \psi; t - \tau) \Phi[W(\theta, \varphi, t)] \sin \theta d\theta d\varphi dt, \tag{3}$$

де $W = W(\theta, \varphi, t) = U(R, \theta, \varphi, t)$ – температура на поверхні кулі, $\Phi[W(\theta, \varphi, t)] = (h_1 - h_2 + \kappa W^3)W$,

$$\begin{aligned}
 U_L(\rho, \zeta, \psi, \tau) &= 2U_0 R \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\mu_{0m}}{R}\right) e^{-a^2\left(\frac{\mu_{0m}}{R}\right)^2 \tau} \sqrt{1 + \mu_{0m}^2} \sin(\mu_{0m} - \beta_{0m})}{\rho(\mu_{0m}^2 + (h_2 R - 1)h_2 R) \sin^2 \mu_{0m}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_L(\rho, \zeta, \psi, \tau) = & 2U_0 R \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\mu_{0m}}{R}\right) e^{-a^2\left(\frac{\mu_{0m}}{R}\right)^2 \tau} \sqrt{1 + \mu_{0m}^2} \sin(\mu_{0m} - \beta_{0m})}{\rho(\mu_{0m}^2 + (h_2 R - 1)h_2 R) \sin^2 \mu_{0m}} + \\
 & \frac{a^2 q}{2\pi\sqrt{R\lambda}} J_{2k+\frac{1}{2}}\left(\frac{\mu_{2km}}{R}\rho\right) P_{2k}(\cos \zeta) \left[-\sin(\omega\tau + \beta_{2km}) + \sin \beta_{2km} e^{-a^2\left(\frac{\mu_{2km}}{R}\right)^2 \tau} \right] \left[\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} + k\right)}{k!} \right]^2 \\
 + \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} & \frac{\sqrt{\rho} \left(1 + \frac{(h_2 R - 2k - 1)(h_2 R + 2k)}{\mu_{2km}^2} \right) J_{2k+\frac{1}{2}}(\mu_{2km}) \sqrt{\omega^2 + \left(a^2 \left(\frac{\mu_{2km}}{R} \right)^2 \right)^2} (k+1)(2k-1)}{4k+1} + \\
 & + (h_1 U_c + h_2 U_c + \kappa U_c^4) R^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\mu_{0m}}{R}\rho\right) \left(1 - e^{-a^2\left(\frac{\mu_{0m}}{R}\right)^2 \tau} \right)}{\rho(\mu_{0m}^2 + (h_2 R - 1)h_2 R) \sin \mu_{0m}} + \\
 & + \frac{a^2}{\pi\sqrt{R}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_{2k+\frac{3}{2}}\left(\frac{\mu_{2k+1m}}{R}\rho\right) P_{2k+1}(\cos \zeta)}{\frac{\sqrt{\rho}}{4k+3} (2k+1)(2k+2) \left(1 + \frac{(h_2 R - 2k - 2)(h_2 R + 2k + 1)}{\mu_{2k+1m}^2} \right) J_{2k+\frac{3}{2}}(\mu_{2k+1m})} \times \\
 & \times \left[\frac{4\Gamma\left(\frac{1}{2} + k\right) \Gamma\left(\frac{3}{2} + k\right)}{k!(k+1)! \sqrt{\omega^2 + \left(a^2 \left(\frac{\mu_{2k+1m}}{R} \right)^2 \right)^2}} \left[-\cos(\omega\tau - \psi + \beta'_{2k+1m}) + e^{-a^2\left(\frac{\mu_{2k+1m}}{R}\right)^2 \tau} \cos(\psi + \beta'_{2k+1m}) \right] \right. \\
 & \left. + (h_1 U_c - h_2 U_c + \kappa U_c^4) + \frac{2q\pi \sin \psi}{3\lambda a^2 \left(\frac{\mu_{1m}}{R} \right)^2} \left(1 - e^{-a^2\left(\frac{\mu_{1m}}{R}\right)^2 \tau} \right) \right] + \\
 & + \frac{qa^2}{\lambda\pi\sqrt{R}} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\mu_{nm}}{R}\rho\right) P_{n-2k+2}(\cos \zeta) A_{n-2k+2}}{\frac{\sqrt{\rho}}{2n+1} \cdot \frac{(n+2k+2)!}{(n-2k-2)!} \left(1 + \frac{(h_2 R - n - 1)(h_2 R + n)}{\mu_{nm}^2} \right) J_{n+\frac{1}{2}}(\mu_{nm})} \times \\
 & \times \left[\frac{1}{2k+3} \left(\sin[(2k+3)\omega\tau - (2k+2)\psi + \beta''_{nm}] + e^{-a^2\left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 \tau} \sin[(2k+2)\psi + \beta''_{nm}] \right) \right. \\
 & \left. + \sqrt{(2k+3)^2 \omega^2 + \left(a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R} \right)^2 \right)^2} \right] +
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \frac{1}{2k+1} \left(\sin \left[(2k+1)\omega\tau - (2k+2)\psi + \beta'_{nm} \right] + e^{-a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R} \right)^2 \tau} \sin \left[(2k+2)\psi + \beta'_{nm} \right] \right) \right\} + \\
 & \left. \frac{a_2}{\pi\sqrt{R}} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_{n+\frac{1}{2}} \left(\frac{\mu_{nm}}{R} \rho \right) P_{n+2k+3}(\cos \zeta) A_{n+2k+3}}{\sqrt{\rho} \cdot \frac{(n+2k+3)!}{2n+1} \cdot \frac{(n-2k-3)!}{(n-2k-3)!} \left(1 + \frac{(h_2 R - n - 1)(h_2 R + n)}{\mu_{nm}^2} \right) J_{n+\frac{1}{2}}(\mu_{nm})} \right\} \times \\
 & \times \frac{2}{2k+3} \left(e^{-a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R} \right)^2 \tau} \cos \left[(2k+3)\psi + \beta'_{nm} \right] - \cos \left[(2k+3)(\omega\tau - \psi) + \beta'_{nm} \right] \right) \left(h_1 U_c - h_2 U_c + \kappa U_c^4 \right) \\
 & \left. \frac{1}{\sqrt{(2k+3)^2 \omega^2 + \left(a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R} \right)^2 \right)^2}} \right\} ,
 \end{aligned}$$

де: $A_{n+2k+2} = \int_0^\pi P_{n+2k+2}(\cos \theta) \sin^2 \theta d\theta$, $A_{n+2k+3} = \int_0^\pi P_{n+2k+3}(\cos \theta) \sin \theta d\theta$ [6],

$\Gamma\left(\frac{1}{2} + k\right)$, $\Gamma\left(\frac{3}{2} + k\right)$ – гамма-функції, $\mu_{n1}, \mu_{n2}, \dots$, – додатні корені трансцендентного рівняння:

$$kR J'_{n+\frac{1}{2}}(kR) + \left(h_2 R - \frac{1}{2} \right) J_{n+\frac{1}{2}}(kR) = 0 ,$$

$$\beta_{0m} = \arctg \mu_{0m} , \beta_{nm} = \arctg \frac{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R} \right)^2}{\omega} , \beta'_{nm} = \arctg \frac{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R} \right)^2}{(2k+1)\omega} , \beta''_{nm} = \arctg \frac{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R} \right)^2}{(2k+3)\omega} ,$$

$J_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\mu_{nm}}{R} r\right)$, $J_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\mu_{nm}}{R} \rho\right)$, $J_{n+\frac{1}{2}}(\mu_{nm})$ – функції Бесселя напівцілого порядку,

$P_{nj}(\cos \theta)$, $P_{nj}(\cos \zeta)$ – приєднані функції Лежандра.

Функція Гріна $G(r, \rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau)$ є розв'язком наступної задачі, спряженої до задачі (1):

$$\begin{aligned}
 \Delta_{r,\theta,\varphi} G + \frac{1}{a^2} G_t &= -\delta(r - \rho) \delta(\theta - \xi) \delta(\varphi - \psi) \delta(t - \tau), \\
 0 < r, \rho < R, 0 < \theta < \pi, 0 < \varphi < 2\pi, t, \tau > 0 \\
 G &= 0, \quad t > \tau; \quad G < \infty, \quad r = 0 \\
 G_r + h_2 G &= 0, \quad r = R, \quad G|_{\varphi+2\pi} = G|_{\varphi}
 \end{aligned} \tag{5}$$

де: $\delta(r - \rho)$, $\delta(\theta - \xi)$, $\delta(\varphi - \psi)$ – дельта-функції Дірака у сферичній системі координат.

$$G(r, \rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau) = \eta(\tau - t) \frac{a^2}{\pi R^2} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{J_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\mu_{nm}}{R} r\right) J_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\mu_{nm}}{R} \rho\right) P_{nj}(\cos \theta) P_{nj}(\cos \zeta) \cos j(\varphi - \psi)}{\sqrt{r\rho} \frac{(n+j)!}{2n+1} \frac{(n-j)!}{(n-j)!} \left(1 + \frac{(h_2 R - n - 1)(h_2 R + n)}{\mu_{nm}^2}\right) J_{n+\frac{1}{2}}^2(\mu_{nm})} e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t-\tau)}. \quad (6)$$

Знак « \cdot » означає зменшення вдвічі всіх членів ряду за $j = 0$.

Розглянемо температурне поле кулі під час періодичного довготривалого процесу обертання кулі навколо осі з періодом $T = \frac{2\pi}{\omega}$ розігріву й охолодження в інтервалі часу $(N + q + 1)T$ -го обороту: $(N + q)T \leq \tau \leq (N + q + 1)T$:

$$U_L(\rho, \theta, \varphi) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} U_L(\rho, \theta, \psi, \tau) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\mu_{0m}}{R} \rho\right) (h_1 U_c + h_2 U_c + \kappa U_c^4) R^2}{\rho (\mu_{nm}^2 + (h_2 R - 1) h_1 R) \sin \mu_{nm}} +$$

$$+ \frac{a^2 q}{2\pi \sqrt{R} \lambda} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_{2i+\frac{1}{2}}\left(\frac{\mu_{2i m}}{R} \rho\right) P_{2i}(\cos \zeta) \sin(\omega \tau + \beta_{2i m}) \left[\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} + i\right)}{i!}\right]^2}{\sqrt{\rho} \frac{(4i+1)!}{4i+1} \left(1 + \frac{(h_2 R - 2i - 1)(h_2 R + 2i)}{\mu_{2k m}^2}\right) J_{2i+\frac{1}{2}}(\mu_{2i m}) (1+i)(1-2i)} +$$

$$+ \frac{a^2}{\pi \sqrt{R}} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_{2i+\frac{3}{2}}\left(\frac{\mu_{2i+1 m}}{R} \rho\right) P_{2i+1}(\cos \zeta)}{\sqrt{\rho} \frac{(4i+3)!}{4i+3} (i+1)(2i+1) \left(1 + \frac{(h_2 R - 2i - 1)(h_2 R + 2i + 1)}{\mu_{2k m}^2}\right) J_{2i+\frac{3}{2}}(\mu_{2i+1 m})} \times$$

$$\times \left[\frac{q \pi \sin \psi}{3\lambda a^2 \left(\frac{\mu_{1m}}{R}\right)^2} - \frac{2 \Gamma\left(\frac{1}{2} + i\right) \Gamma\left(\frac{3}{2} + i\right) \cos(\omega \tau - \psi + \beta'_{2i+1 m})}{k! (i+1)! \sqrt{\omega^2 + \left(a^2 \left(\frac{\mu_{2i+1 m}}{R}\right)^2\right)^2}} (h_1 - h_2 + \kappa U_c^3) U_c \right] +$$

$$+ \frac{q a^2}{\lambda \pi \sqrt{R}} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_{2i+\frac{5}{2}}\left(\frac{\mu_{2i+2 m}}{R} \rho\right) P_{2i+2}(\cos \zeta) A_{2i+2, 2k+2}}{\sqrt{\rho} \frac{(2i+2k+4)!}{4i+5} \frac{(2i-2k)!}{(2i-2k)!} \left(1 + \frac{(h_2 R - 2i - 3)(h_2 R + 2i + 2)}{\mu_{2i+2 m}^2}\right) J_{2i+\frac{5}{2}}(\mu_{2i+2 m})} \times \quad (7)$$

$$\times \left[\frac{1}{2k+3} \frac{\sin[(2k+3)\omega\tau - (2k+2)\psi + \beta''_{2i+2m}]}{\sqrt{(2k+3)^2 \omega^2 + \left(a^2 \left(\frac{\mu_{2i+2 m}}{R}\right)^2\right)^2}} + \frac{1}{2k+1} \frac{\sin[(2k+1)\omega\tau - (2k+2)\psi + \beta''_{2i+2m}]}{\sqrt{(2k+1)^2 \omega^2 + \left(a^2 \left(\frac{\mu_{2i+2 m}}{R}\right)^2\right)^2}} \right]$$

$$\begin{aligned}
 & -(h_1 - h_2 + \kappa U_c^3) U_c \frac{a^2}{\pi \sqrt{R}} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_{2i+\frac{7}{2}} \left(\frac{\mu_{2i+3m}}{R} \rho \right) P_{2i+3, 2k+3}(\cos \zeta) A_{2i+3, 2k+3}}{\sqrt{\rho} \cdot \frac{(2i+2k+6)!}{4i+7} \cdot \frac{(2i-2k)!}{\left(1 + \frac{(h_2 R - 2i - 4)(h_2 R + 2i + 3)}{\mu_{2i+3m}^2} \right)}} \times \\
 & \times \frac{\frac{2}{2k+3} \cos[(2k+3)(\omega\tau - \psi) + \beta'_{2i+3m}]}{J_{2i+\frac{7}{2}}(\mu_{2i+3m}) \sqrt{(2k+3)^2 \omega^2 + \left(a^2 \left(\frac{\mu_{2i+3m}}{R} \right)^2 \right)^2}},
 \end{aligned}$$

оскільки $\lim_{\tau \rightarrow \infty} e^{-a^2 \left(\frac{\mu_{2i+3m}}{R} \right)^2 \tau} = 0$, то за $N \gg 1$ ($\tau \rightarrow \infty$) вплив початкової температури зникає:

Тут

$$\begin{aligned}
 A_{2i+2, 2k+2} &= \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2k+2}} \cdot \frac{\Gamma(2i+2k+5) \Gamma\left(2k+\frac{5}{2}\right)}{\Gamma(2i-2k+1) \Gamma(2k+3) \Gamma(k+2)} \times \\
 & \times \sum_{l=0}^{\infty} \frac{\Gamma\left(i+k+\frac{5}{2}+l\right) \Gamma(k-i+l) \Gamma\left(k+\frac{5}{2}+l\right) \Gamma(2k+3) \Gamma(k+3)}{\Gamma\left(i+k+\frac{5}{2}\right) \Gamma(k-i) \Gamma\left(k+\frac{5}{2}\right) \Gamma(2k+3+l) \Gamma(k+3+l) l!}, \\
 A_{2i+3, 2k+3} &= -\frac{\pi}{2^{2k+3}} \frac{\Gamma(2i+2k+7)}{\Gamma(k+2) \Gamma(k+3) \Gamma(2i-2k+1)} \times \\
 & \times \sum_{l=0}^{\infty} \frac{\Gamma\left(i+k+\frac{7}{2}+l\right)}{\Gamma\left(i+k+\frac{7}{2}\right)} \cdot \frac{\Gamma(k-i+l)}{\Gamma(k-i)} \cdot \frac{\Gamma\left(k+\frac{3}{2}+l\right)}{\Gamma\left(k+\frac{3}{2}\right)} \cdot \frac{\Gamma(2k+4)}{\Gamma(2k+4+l)} \cdot \frac{\Gamma(k+3)}{\Gamma(k+3+l)} \cdot \frac{1}{l!}.
 \end{aligned}$$

Припустимо, що за деякого $N \gg 1$ встановлюється періодичний стан, коли $U(\rho, \zeta, \psi, \tau) = U(\rho, \zeta, \psi, \tau')$, де

$$\tau = (N + q)T + \tau', \quad 0 \leq \tau' \leq T \quad (8)$$

За $\tau \rightarrow \infty$ лінійна частина (4) рівняння (2) перетворюється на (7), а лінійною частиною рівняння (3) за $\tau \rightarrow \infty$ буде:

$$\begin{aligned}
 W_L(\zeta, \psi, \tau) &= R(h_1 + h_2 + \kappa U_c^3) U_c \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_{0m}^2 + (h_2 R - 1) h_2 R} + \\
 & P_{2i}(\cos \zeta) \sin(\omega\tau + \beta_{2i, m}) (4i + 1) \left[\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} + i\right)}{i!} \right]^2 + \\
 & + \frac{a^2 q}{2\pi R \lambda} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{(h_2 R - 2i - 1)(h_2 R + 2i)}{\mu_{2i, m}^2} \right) (1+i)(1-2i)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{a^2}{\pi R} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(4i+3) P_{2i+1}(\cos \zeta)}{(i+1)(2i+1) \left(1 + \frac{(h_2 R - 2i - 2)(h_2 R + 2i + 1)}{\mu_{2i+1 m}^2} \right)} \times \tag{9} \\
 & \times \left[\frac{q\pi \sin \psi}{3\lambda a^2 \left(\frac{\mu_{1m}}{R} \right)^2} + \frac{2\Gamma\left(\frac{1}{2} + i\right)\Gamma\left(\frac{3}{2} + i\right) \cos(\omega\tau - \psi + \beta'_{2i+1 m})}{i!(i+1)! \sqrt{\omega^2 + \left(a^2 \left(\frac{\mu_{2i+1 m}}{R} \right)^2 \right)^2}} (h_2 - h_1 - \kappa U_c^3) U_c \right] + \\
 & + \frac{qa^2}{\lambda\pi R} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(4i+5)(2i-2k)! P_{2i+2k+2}(\cos \zeta) A_{2i+2}}{(2i+2k+4)! \left(1 + \frac{(h_2 R - 2i - 3)(h_2 R + 2i + 2)}{\mu_{2i+2 m}^2} \right)} \times \\
 & \times \left[\frac{1}{2k+3} \frac{\sin[(2k+3)\omega\tau - (2k+2)\psi + \beta''_{2i+2m}]}{\sqrt{(2k+3)^2 \omega^2 + \left(a^2 \left(\frac{\mu_{2i+2 m}}{R} \right)^2 \right)^2}} + \frac{1}{2k+1} \frac{\sin[(2k+1)\omega\tau - (2k+2)\psi + \beta''_{2i+2m}]}{\sqrt{(2k+1)^2 \omega^2 + \left(a^2 \left(\frac{\mu_{2i+2 m}}{R} \right)^2 \right)^2}} \right] + \\
 & + (h_2 - h_1 - \kappa U_c^3) U_c \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2(4i+7)(2i-2k)! P_{2i+3k+3}(\cos \zeta) A_{2i+3k+3} \cos[(2k+3)\omega\tau + \beta'_{2i+3 m}]}{(2k+3)(2i+2k+6)! \left(1 + \frac{(h_2 R - 2i - 4)(h_2 R + 2i + 3)}{\mu_{2i+3 m}^2} \right)}.
 \end{aligned}$$

Обчислимо нелінійні частини. Розглянемо інтеграл:

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{\tau} \int_{\omega t + \pi}^{\omega t + 2\pi} \int_0^{\pi} G(R, \rho; \theta, \zeta; \varphi, \psi; t - \tau) [(h_1 - h_2)W + \kappa W^4] R^2 \sin \theta d\theta d\varphi dt = \\
 & = \frac{a^2}{\pi\sqrt{R}} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\mu_{nm}}{R}\rho\right) P_{nj}(\cos \zeta) \int_0^{\pi} P_{nj}(\cos \theta) \sin \theta d\theta}{\sqrt{\rho} \frac{(n+j)!}{2n+1} (n-j)! \left(1 + \frac{(h_2 R - n - 1)(h_2 R + n)}{\mu_{nm}^2} \right) J_{n+\frac{1}{2}}(\mu_{nm})} \times \\
 & \times \int_0^{\tau} e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R} \right)^2 (t-\tau)} \left(\int_{\omega t + \pi}^{\omega t + 2\pi} \cos j(\varphi - \psi) [(h_1 - h_2)W + \kappa W^4] d\varphi \right) dt.
 \end{aligned}$$

Зауважимо, що за непарного $n+j$ $\int_0^{\pi} P_{nj}(\cos \theta) \sin \theta d\theta = 0$.

Позначимо $F(t) = \int_{\omega t + \pi}^{\omega t + 2\pi} \cos j(\varphi - \psi) [(h_1 - h_2)W + \kappa W^4] d\varphi$ і розглянемо інтеграл за $\tau = (N+q)T + \tau'$, коли $n \rightarrow \infty$. Тоді

$$\int_0^{\tau} F(t) e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t-\tau)} dt = \int_0^{NT} + \int_{NT}^{(N+q)T} + \int_{(N+q)T}^{(N+q)T+\tau} F(t) e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t-\tau)} dt.$$

Розглянемо кожний із доданків почергово:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^{NT} F(t) e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t-\tau)} dt = \lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^{NT} F(t) e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t-(N-i)T-\tau)} dt = \lim_{N \rightarrow \infty} e^{-a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (N+q)T} \int_0^{NT} F(t) e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t-\tau)} dt = 0$$

за $q \sim N \rightarrow \infty$.

Розглянемо інтеграл у припущенні, що $W(\zeta, \psi, \tau)$ – періодична функція за змінною τ із періодом T .

$$\begin{aligned} & \int_{NT}^{(N+q)T} F(t) e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t-\tau)} dt = \int_{NT}^{(N+q)T} F(t) e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t-(N+q)T-\tau)} dt = \\ & = \sum_{i=1}^q \int_{(N+i-1)T}^{(N+i)T} F(t) e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t-(N+q)T-\tau)} dt = \left\{ \begin{array}{l} t = (N+i-1)T, \quad t' = t - (N+i)T + t, \quad dt = dt' \\ npu \quad t = (N+i-1)T \Rightarrow t' = 0, \quad npu \quad t = (N+i)T \Rightarrow t' = T \end{array} \right\} = \\ & = \sum_{i=1}^q \int_0^T F((N+i-1)T + t') e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 ((N+i-1)T + t' - (N+q)T - \tau)} dt' = \\ & = \sum_{i=1}^q \int_0^T F(t') e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t'-\tau-T)} dt' \cdot e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (i-q)T} = \int_0^T F(t') e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t'-\tau-T)} dt \sum_{i=1}^q e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (i-q)T} = \\ & = \int_0^T F(t') e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t'-\tau-T)} dt' \times \frac{1}{1 - e^{-a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T}} = \int_0^T F(t') e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t'-\tau)} \frac{e^{-a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T}}{1 - e^{-a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T}} dt' = \\ & = \frac{1}{e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T} - 1} \int_0^T F(t') e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t'-\tau)} dt' = \\ & = \frac{1}{e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T} - 1} \int_0^{\tau} F(t') e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t'-\tau)} dt' + \frac{1}{e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T} - 1} \int_{\tau}^T F(t') e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t'-\tau)} dt'. \end{aligned}$$

Оскільки $\sum_{i=1}^q e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (i-q)T} = \frac{1}{1 - e^{-a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T}}$ – нескінченно-спадна геометрична прогресія, $q \sim N \rightarrow \infty$, то інтеграл:

$$\begin{aligned} & \int_{(N+q)T}^{(N+q)T+\tau} F(t) e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t-(N+q)T-\tau)} dt = \left\{ \begin{array}{l} t = (N+q)T + t', \quad t' = t - (N+q)T, \quad dt = dt' \\ npu \quad t = (N+q)T \quad t' = 0, \quad npu \quad t = (N+q)T + \tau \quad t' = \tau \end{array} \right\} = \\ & \int_0^{\tau} F((N+q)T + t') e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t'+(N+q)T-(N+q)T-\tau)} dt' = \int_0^{\tau} F(t') e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t'-\tau)} dt'. \end{aligned}$$

Після такого граничного переходу рівняння (2) та (3) перетворюються на нелінійне інтегральне рівняння типу Гаммерштейна та відповідну квадратуру для визначення періодичного квазістаціонарного температурного поля:

$$\begin{aligned}
 U(\rho, \zeta, \psi, \tau') = & \\
 = U_L(\rho, \zeta, \psi, \tau) - & \frac{a^2}{\pi\sqrt{R}} \int_0^T \int_{\omega t + \pi}^{\omega t + 2\pi} \int_0^\pi \sum_{j=0}^\infty \sum_{n=0}^\infty \sum_{m=1}^\infty \frac{J_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\mu_{nm}}{R}\rho\right) P_{nj}(\cos\theta) \cos j(\varphi - \psi) \Phi(W)}{\sqrt{\rho} \frac{(n+j)! (h_2 R - n - 1)(h_2 R + n)}{2n+1} \frac{(n-j)!}{\mu_{nm}^2}} J_{n+\frac{1}{2}}(\mu_{nm}) \times \\
 & \times e^{a^2\left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2(t'-\tau')} \times \left. \begin{cases} \frac{e^{a^2\left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T}}{e^{a^2\left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T} - 1} & t' < \tau' \\ \frac{1}{e^{a^2\left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T} - 1} & t' > \tau' \end{cases} \right\} \times \sin\theta d\theta d\varphi dt. \tag{8}
 \end{aligned}$$

Позначимо ядро інтегрального рівняння:

$$\begin{aligned}
 K(\rho; \theta - \zeta; \varphi - \psi; t - \tau) = & \\
 = \frac{a^2}{\pi\sqrt{R}} \sum_{j=0}^\infty \sum_{n=0}^\infty \sum_{m=1}^\infty \frac{J_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\mu_{nm}}{R}\rho\right) P_{nj}(\cos\theta) P_{nj}(\cos\zeta) \cos j(\varphi - \psi) e^{a^2\left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2(t-\tau)}}{\sqrt{\rho} \frac{(n+j)! (h_2 R - n - 1)(h_2 R + n)}{2n+1} \frac{(n-j)!}{\mu_{nm}^2}} \cdot & \begin{cases} \frac{e^{a^2\left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T}}{e^{a^2\left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T} - 1} & t < \tau \\ \frac{1}{e^{a^2\left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T} - 1} & t \geq \tau \end{cases},
 \end{aligned}$$

тоді

$$U(\rho, \zeta, \psi, \tau) = U_L(\rho, \zeta, \psi, \tau) - \int_0^T \int_{\omega t + \pi}^{\omega t + 2\pi} \int_0^\pi K(\rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau) \Phi[W(\theta, \varphi, t)] \sin\theta d\theta d\varphi dt, \tag{11}$$

де $0 \leq \rho \leq R$, $0 \leq \zeta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $0 \leq \tau \leq T$.

$$W(\zeta, \varphi, \tau) = W_L(\zeta, \varphi, \tau) - \int_0^T \int_{\omega t + \pi}^{\omega t + 2\pi} \int_0^\pi K(\theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau) \Phi[W(\theta, \varphi, t)] \sin\theta d\theta d\varphi dt, \tag{12}$$

де $0 \leq \zeta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $0 \leq \tau \leq T$,

$$K(\theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau) = K(R; \theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau). \tag{13}$$

У (12) із періодичності вільного члена і ядра інтегрального рівняння (13) маємо:

$$W_L(\zeta, \psi + 2\pi, \tau) = W_L(\zeta, \psi, \tau), \quad K(\theta, \zeta; \varphi - \psi + 2\pi; t - \tau) = K(\theta, \zeta; \varphi - \psi, t - \tau) = K(\theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau - T).$$

Із цього випливає, що розв’язок інтегрального рівняння (9), отже, і $U(\rho, \zeta, \psi, \tau)$, періодичні за ψ і τ , з періодами 2π і T відповідно. Це дозволяє замість початково-крайової задачі (1) розглядати періодичну за t задачу:

$$\frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} - \frac{1}{a^2} \cdot \frac{\partial U}{\partial t} = 0,$$

$$0 < r < R, \quad 0 < \theta < \pi, \quad 0 < \varphi < 2\pi, \quad 0 < t < T,$$
(14)

$$r = R: \frac{\partial U}{\partial r} + h_2 U = \begin{cases} h_2 U_c + \frac{q}{\lambda} \sin \theta \sin \varphi, & 0 < \theta < \pi, \quad \omega t < \varphi < \omega t + \pi \\ (h_2 - h_1) U + h_1 U_c + \kappa (U_c^4 - U^4), & 0 < \theta < \pi, \quad \omega t + \pi < \varphi < \omega t + 2\pi \end{cases}$$

$$U(r, \theta, \varphi, t) = U(r, \theta, \varphi + 2\pi, t).$$

Твердження:

Існує функція Гріна $\bar{G}(r, \rho; \theta, \zeta; \varphi, \psi; t - \tau)$, що є розв’язком задачі:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \bar{G}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \bar{G}}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \bar{G}}{\partial \varphi^2} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial \bar{G}}{\partial t} =$$

$$= -\delta(r - \rho) \delta(\varphi - \psi) \delta(\theta - \zeta) \delta(t - \tau),$$

$$\bar{G}(r, \theta, \varphi, T - \tau) = \bar{G}(r, \theta, \varphi, 0 - \tau), \quad \bar{G}(r, \theta, \varphi, t) = \bar{G}(r, \theta, \varphi + 2\pi, t),$$
(15)

$$\bar{G}_r + h_2 \bar{G} \Big|_{r=R} = 0, \quad \bar{G} \Big|_{r=\infty} < \infty.$$

Задача (14) зводиться до розв’язання інтегрального рівняння (11) та квадратури (12), ядро якого має вигляд $K(\rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau) = R^2 \bar{G}(R, \rho; \theta, \zeta; \varphi, \psi; t - \tau)$ в області $\{0 < r < R, \quad 0 < \theta < \pi, \quad 0 < \varphi < 2\pi, \quad 0 < t < T\}$.

Доведення:

Визначимо функцію Гріна за власними функціями, у сферичній системі координат r, θ, φ , знайдемо функції $\bar{g}_{nm}(t)$ із розв’язку такої задачі:

$$-\left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 \bar{g}_{nm}(t) + \frac{1}{a^2} \frac{\partial \bar{g}_{nm}(t)}{\partial t} = -\delta(t - \tau), \quad \bar{g}_{nm}(T) = \bar{g}_{nm}(0).$$
(16)

Розв’язком однорідного рівняння є $\bar{g}_{nm}(t) = C e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 t}$.

Проінтегруємо рівняння (16) за t у проміжку $t \in [\tau - \varepsilon; \tau + \varepsilon]$ за $\varepsilon \rightarrow 0$.

$$\frac{1}{a^2} \int_{\tau-\varepsilon}^{\tau+\varepsilon} \bar{g}'_{nm}(t) dt - \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 \int_{\tau-\varepsilon}^{\tau+\varepsilon} \bar{g}_{nm}(t) dt = - \int_{\tau-\varepsilon}^{\tau+\varepsilon} \delta(t - \tau) dt.$$

З урахуванням того, що $\int_{\tau-\varepsilon}^{\tau+\varepsilon} \bar{g}_{nm}(t) dt = 0$ через $\varepsilon \rightarrow 0$, а $\int_{\tau-\varepsilon}^{\tau+\varepsilon} \delta(t - \tau) dt = \begin{cases} 1, & t \in [\tau - \varepsilon; \tau + \varepsilon] \\ 0, & t \notin [\tau - \varepsilon; \tau + \varepsilon] \end{cases}$, переконуємося в тому, що в точці $t = \tau$ функція $\bar{g}_{nm}(t)$ розривна.

$$\frac{1}{a^2} \bar{g}_{nm}(t) \Big|_{\tau-\varepsilon}^{\tau+\varepsilon} = -1, \quad \bar{g}_{nm}(\tau + \varepsilon) - \bar{g}_{nm}(\tau - \varepsilon) = -a^2.$$

Тому за $t < \tau$ буде $\bar{g}_{nm}(t) = C_1 e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 t}$, а за $t > \tau$ буде $\bar{g}_{nm}(t) = C_2 e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 t}$. Отже, для визначення довільних сталих коефіцієнтів C_1 та C_2 отримуємо систему:

$$\begin{cases} \bar{g}_{nm}(\tau + \varepsilon) - \bar{g}_{nm}(\tau - \varepsilon) = a^2 \\ \bar{g}_{nm}(T) = \bar{g}_{nm}(0) \end{cases}, \quad \begin{cases} C_2 e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (\tau+\varepsilon)} - C_1 e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (\tau-\varepsilon)} = -a^2 \\ C_2 e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T} = C_1 e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 \cdot 0} \end{cases}.$$

$$\text{Розв'язком цієї системи є } C_1 = a^2 \frac{e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T}}{e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T} - 1} \cdot e^{-a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 \tau} \text{ та } C_2 = a^2 \frac{e^{-a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 \tau}}{e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T} - 1}.$$

Отже:

$$\bar{g}_{nm}(t - \tau) = a^2 \frac{e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t-\tau)}}{e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T} - 1} \times \begin{cases} e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T}, & t < \tau. \\ 1, & t > \tau \end{cases}$$

Отже, розв'язком задачі (15) є функція Гріна:

$$\begin{aligned} \bar{G}(r, \rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau) = \\ = \frac{a^2}{\pi R^2} \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{J_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\mu_{nm}}{R} r\right) J_{n+\frac{1}{2}}\left(\frac{\mu_{nm}}{R} \rho\right) P_{nj}(\cos \theta) P_{nj}(\cos \zeta) \cos j(\varphi - \psi) e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 (t-\tau)}}{\sqrt{r\rho} \cdot \frac{(n+j)!}{2n+1} \cdot \frac{(n-j)!}{(n-j)!} \left(1 + \frac{(h_2 R - n - 1)(h_2 R + n)}{\mu_{nm}^2}\right) J_{n+\frac{1}{2}}^2(\mu_{nm}) \left(e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T} - 1\right)} \times \\ \times \begin{cases} e^{a^2 \left(\frac{\mu_{nm}}{R}\right)^2 T}, & t < \tau \\ 1, & t > \tau. \end{cases} \end{aligned}$$

На поверхні кулі, за $r = R$, $\bar{G}(\rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau) = R^2 \bar{G}(R, \rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau)$ (завдяки переходу до сферичної системи координат), тоді $\bar{G}(\rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau) = K(\rho; \theta, \zeta; \varphi - \psi; t - \tau)$, що і потрібно було довести.

Висновки

У роботі досліджено математичну модель у вигляді початково-крайової задачі для рівняння теплопровідності з нелінійними крайовими умовами, температурного поля кулі, що обертається навколо однієї з осей симетрії з постійною швидкістю. Метою дослідження стало застосування інтегрального рівняння до розв'язання нелінійної початково-крайової задачі у сферичній області та визначення умови термодинамічної рівноваги за необмеженого числа обертів кулі навколо осі обертання. Такий розв'язок дозволив отримати розподіл температури як на поверхні кулі, так і всередині, а також умову її термодинамічної рівноваги. Розглянута періодична нелінійна початково-крайова задача, яка зведена до розв'язання нелінійного інтегрального рівняння. Отримане інтегральне рівняння за допомогою другої формули Гріна зведено до рівняння типу Фредгольма

за просторовою координатою і типу Вольтерри за часом. Ядро інтегрального рівняння знайдено у вигляді функції Гріна. Під час дослідження було визначено умови термодинамічної рівноваги кулі за необмеженої кількості її обертів навколо своєї осі. Для цього був застосований граничний перехід, який дозволив визначити умови термодинамічної рівноваги. Досліджено вплив лінійної та нелінійної частин розв'язку задачі на температурне поле за допомогою розв'язання нелінійного інтегрального рівняння типу Гаммерштейна. Також було доведено, що розв'язок вихідної задачі, періодичної як за часом, так і за просторовою координатою, не залежить від початкової умови та не впливає на температурне поле кулі за необмеженого числа її обертів. Математичну модель і розв'язок початково-крайової задачі може бути використано під час дослідження теплових процесів в астрофізиці, геофізиці й атомній енергетиці.

Список використаної літератури

1. Suneet Singh, Prashant K. Jain, Rizwan-uddin. Analytical solution for three-dimensional, unsteady heat conduction in a multilayer sphere. *Journal of Heat Transfer*. 2016. Vol. 138. № 10. P. 101301. <https://doi.org/10.1115/1.4033536>.
2. Courant R., Hilbert D. *Methoden der Mathematischen Physik*. Verlag von Julius Springer. Berlin, 1931. Vol. 1. 525 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-47436-1>.
3. Ляшенко В.П., Козир А.Е., Дем'яненко О.П. Математична модель зі складними умовами теплообміну у сферичній області. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. 2017. Том 106 (5). С. 21–27.
4. Özişik M.N., Orlande H.R.B., Colaço M.J., Cotta R.M. *Finite Difference Methods in Heat Transfer*, Second Edition. New York : CRC Press, 2017. P. 580. <https://doi.org/10.1201/9781315121475>.
5. Gosz M.R. *Finite Element Method: Applications in Solids, Structures, and Heat Transfer*. New York : CRC Press, 2017. 400 p. <https://doi.org/10.1201/9781315275857>.
6. Demyanchenko O., Lyashenko V. Modeling of thermal processes in spherical area. *Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences : AIP Conference Proceedings*, 22–27 June 2016, Albena (Bulgaria). 2016. Vol. 1773. P. 040004–1–040004–8.
7. Тацій Р.М., Пазен О.Ю. Визначення нестационарного температурного поля в системі двох сферичних тіл. *Вісник Львівського державного університету безпеки життєдіяльності*. 2019. № 19. С. 79–86. <https://doi.org/10.32447/20784643.19.2019.08>.
8. Demyanchenko O. Heat exchange model in a spherical region. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. 2016. Том 101 (6). С. 46–52.
9. Мусій Р.С., Мельник Н.Б., Наконечний А.Й., Гошко Л.В., Бандирський Б.Й. Визначення і аналіз температурного поля суцільної електропровідної кулі за короткочасного індукційного нагріву. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2021. Т. 4. № 2.2. С. 149–158. <https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.2.15>.
10. Safarzadeh S., Rahimi A.B. Convective heat transfer and ow phenomena from a rotating sphere in porous media. *Sharif University of Technology Scientia*. Vol. 29 (2). P. 588–596. <https://doi.org/10.24200/sci.2021.53800.3422>.
11. Hao Xiaohong, Yang Xinming, Peng Cheng, Yao Zhi. Heat transfer between rotating sphere and spherical surface sink. *Journal of Thermal Analysis & Calorimetry*. 2020. Vol. 141. P. 413–420. <https://doi.org/10.1007/s10973-019-08983-2>.

References

1. Suneet, Singh, Prashant, K. Jain, & Rizwan-uddin (2016). Analytical solution for three-dimensional, unsteady heat conduction in a multilayer sphere. *Journal of Heat Transfer*, 138 (10), 101301–101341. <https://doi.org/10.1115/1.4033536> [in English].
2. Courant, R., & Hilbert, D. (1931). *Methoden der mathematischen physic* [Methods of mathematical physics]. Verlag von Julius Springer [Publisher of Julius Springer], Berlin. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-47436-1> [in German].

3. Lyashenko, V.P., Kozyr, A.E. & Demyanchenko, O.P. (2017). *Mathematiychna model zi skladnymu umovamy teploobminu u sferichnyi oblasti* [Mathematical model with complex heat transfer conditions in a spherical region]. *Visnyk KrNU imeni Mykhaila Ostrogradskogo*, 106 (5), 21–27 [in Ukrainian].
4. Özişik, M.N., Orlande, H.R.B., Colaço, M.J., & Cotta, R.M. (2017). *Finite Difference Methods in Heat Transfer, Second Edition*. *New York: CRC Press*, 580. <https://doi.org/10.1201/9781315121475> [in English].
5. Gosz, M.R. (2017). *Finite Element Method: Applications in Solids, Structures, and Heat Transfer*. *New York: CRC Press*, 400. <https://doi.org/10.1201/9781315275857> [in English].
6. Demyanchenko, O., & Lyashenko, V. (2016). Modeling of thermal processes in spherical area. *Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences, AIP Conference Proceedings*. 22–27 June, Albena (Bulgaria), 1773, 040004–1–040004–8 [in English].
7. Tatsii, R.M., & Pazen, O.Yu. (2019). Vyznachennia nestatsionarnogo temperaturnogo polia v systemi dvoh sferichnyh til [Definition of a non-stationary temperature field in a system of two spherical bodies]. *Visnyk Lvivskogo derjavnogo universytetu bezpeky jyttediialnosti*, 19, 79–86. <https://doi.org/10.32447/20784643.19.2019.08> [in Ukrainian].
8. Demyanchenko, O. (2016). Heat exchange model in a spherical region. *Visnyk Kremenchutskogo natsionalnogo universytetu im. M. Ostrogradskogo*. Kremenchuk, 101 (6), 46–52 [in English].
9. Musii, R.S., Melnik, N.B., Nakonechny, A.Y., Goshko, L.V., & Bandyrsky, B.Y. (2021). Vyznachennia I analiz temperaturnogo polia sutsilnoi elektroprovodnoy kuli za korotkochasnoho induktsiinogo nagrivu [Determination and analysis of the temperature field of a solid electrically conductive sphere during short-term induction heating]. *Prykladni pytannia matematychnogo modeliuannia*. 4 (2.2), 149–158. <https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.2.2.15> [in Ukrainian].
10. Safarzadeh, S., & Rahimi, A.B. Convective heat transfer and ow phenomena from a rotating sphere in porous media. *Sharif University of Technology Scientia*, 29 (2), 588–596. <https://doi.org/10.24200/SCI.2021.53800.3422> [in English].
11. Hao, Xiaohong, Yang, Xinming, Peng, Cheng, & Yao, Zhi. (2020). Heat transfer between rotating sphere and spherical surface sink. *Journal of Thermal Analysis & Calorimetry*, 141, 413–420. <https://doi.org/10.1007/s10973-019-08983-2> [in English].

Ляшенко Віктор Павлович – д.т.н., професор, професор кафедри інформатики і вищої математики Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. E-mail: viklyash2903@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4538-631X.

Кобильська Олена Борисівна – д.т.н., професор, професорка кафедри інформатики і вищої математики Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. E-mail: kobilskaya1983@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4210-1534.

Дем'янченко Ольга Пантеліївна – к.т.н., старший викладач кафедри вищої математики Інституту прикладної математики і фундаментальних наук Національного університету «Львівська політехніка». E-mail: olgademyanchenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4693-0364.

Lyashenko Viktor Pavlovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Mathematics of the Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University. E-mail: viklyash2903@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4538-631X.

Kobilskaya Olena Borysivna – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Mathematics of the Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University. E-mail: kobilskaya1983@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4210-1534.

Demyanchenko Olga Panteliivna – Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer at the Department of Higher Mathematics of the Institute of Applied Mathematics and Fundamental Sciences of the Lviv Polytechnic National University. E-mail: olgademyanchenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4693-0364.

УДК 621.384.6

О.С. МАЗМАНІШВІЛІ, М.Г. РЕШЕТНЯК

Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут»

МОДЕЛЮВАННЯ ТРАЄКТОРІЙ ПЛАНАРНОГО ПУЧКА ЕЛЕКТРОНІВ У МАГНІТНОМУ ПОЛІ МАГНЕТРОННОЇ ГАРМАТИ

Розглянуто рух електронів у циліндричному магнітному полі зі змінною напруженістю вздовж головної осі поля. Використана чисельна модель розподілу магнітного поля магнетронної гармати, навіть алгоритмічне перетворення дослідних даних поля аналітичними функціями. Об'єктом дослідження була побудова моделі руху електронного пучка з енергією в десятки кеВ у градієнтному магнітному полі, вивчення формування траєкторій електронів, залежності динаміки частинок від початкових умов і розподілу магнітного поля вздовж осі системи. Мета роботи – отримання прецизійних характеристик електронного пучка з енергією 20–30 кеВ у поздовжньому та радіальному напрямках під час його транспортування у збуреному магнітному полі соленоїда магнетронної гармати. Синтезовано алгоритм, на основі якого побудовано програмний засіб, використання якого дало можливість промоделювати основні залежності руху електронного пучка в заданому магнітному соленоїдальному полі. Наведено результати чисельного моделювання траєкторій електронів в основному магнітному полі магнетронної гармати градієнтного типу із вторинноemisійним катодом. Розглянуто формування пучка з енергією 20–30 кеВ у робочому обсязі гармати при його транспортуванні в магнітному соленоїдальному полі з великим градієнтом. Під час виконання розрахунків, що моделюють, отримані основні характеристики електронного пучка. Визначено режими пучка частинок під час їхнього руху вздовж осі транспортування. Досліджено залежність формування результуючого розподілу частинок у магнітному полі вздовж осі системи. Як критерій якості вибрано середньоквадратичний розкид електронів за вертикалю. Отримано залежність поздовжнього розкиду частинок від пройденої відстані вздовж осі системи.

Ключові слова: прецизійний електронний пучок, магнетронна гармата, динаміка електронів, магнітне градієнтне поле, математичне моделювання, експериментальні дані.

O.S. MAZMANISHVILI, M.G. RESHETNYAK

National Science Center “Kharkov Institute of Physics & Technology”

MODELING PLANAR ELECTRON BEAM TRAJECTORIES IN THE MAGNETIC FIELD OF MAGNETRON GUN

The paper considers the motion of electrons in the cylindrical magnetic field with variable strength along the main axis of the field. A numerical model for the distribution of the magnetic field of the magnetron gun, as well as an algorithmic transformation of the experimental field data by analytical functions are used. The object of the study was to construct the model of the motion of an electron beam with an energy of tens of keV in gradient magnetic field, to study the formation of electron trajectories, the dependence of particle dynamics on the initial conditions and the distribution of the magnetic field along the axis of the system. The purpose of the work is to obtain precision characteristics of the electron beam with energy of 20–30 keV in the longitudinal and radial directions during its transportation in the disturbed magnetic field of the solenoid of the magnetron gun. An algorithm was synthesized, on the basis of which the software tool was built, the use of which made it possible to simulate the main dependencies of the electron beam motion in the given solenoidal magnetic field. The paper presents the results of numerical modeling of electron trajectories in the main magnetic field of the gradient-type magnetron gun with secondary-emission cathode. The formation of the beam with an energy of 20–30 keV in the working volume of the gun during its transportation in the solenoidal magnetic field with large gradient is considered. The main characteristics of the electron beam were obtained when performing modeling calculations. The modes of the particle beam during their movement along the transportation axis were determined. The dependence of the formation of the resulting distribution of particles in the magnetic field along the system axis was studied. The root-mean-square spread of electrons along the vertical was chosen as the quality criterion. The dependence of the longitudinal spread of particles on the distance traveled along the system axis was obtained.

Key words: precision electron beam, magnetron gun, electron dynamics, gradient magnetic field, mathematical modeling, experimental data.

Постановка проблеми

Коло завдань, на вирішення яких використовуються електронні пучки, постійно розширюється. У Національному науковому центрі «Харківський фізико-технічний інститут»

(далі – ННЦ «ХФТІ») проводять дослідження із джерелами електронів із холодними металевими катодами, які працюють у режимі вторинної емісії в магнітних полях. Як джерело електронів використовується магнетронна гармата. На основі цієї гармати із вторинноемісійним катодом побудовано прискорювач електронів, у якому використовується осьовий електронний пучок для опромінення металевих мішеней [1; 2]. У цій роботі представлені результати досліджень параметрів планарного електронного пучка й електронного пучка, емітованого катодами міліметрових діаметрів, та наведено результати чисельного моделювання щодо руху електронних потоків у соленоїдальному та градієнтному магнітному полі.

Електронні пучки різної конфігурації та інтенсивності застосовуються в електронно-променевих технологіях, високовольтній імпульсній НВЧ-електроніці, прискорювальній техніці й іншому [1–4]. Проводяться дослідження з електронними пучками з різними енергіями та просторовою конфігурацією. У ННЦ «ХФТІ» використовуються джерела електронів з холодними катодами, що працюють у режимі вторинної емісії, поміщені в магнітні поля, як джерело електронів використовується магнетронна гармата. Вторинноемісійний механізм генерації пучка в такий гарматі, унаслідок його слабкої руйнівної дії на матеріал катода, зумовлює збереження емісійних властивостей електронного джерела. Удосконалення магнетронної гармати, що полягає в застосуванні інтенсивних магнітних полів із підвищеним градієнтом їхньої напруженості, зумовлює необхідність розгляду питання про однорідність електронних пучків за їхньої еволюції.

У цій роботі представлені результати досліджень однорідності електронного пучка, емітованого катодами міліметрових діаметрів, та результати чисельного моделювання руху трубчастого електронного потоку в соленоїдальному та градієнтному магнітному полі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

На основі магнетронної гармати із вторинноемісійним катодом створено електронний прискорювач, у якому використовується осьовий електронний пучок для опромінення металевих мішеней [1–3], з перспективою опромінення внутрішньої циліндричної поверхні за допомогою радіального пучка. Побудовано програмний засіб, використання якого дає змогу промодельовати основні залежності руху електронного пучка в заданому соленоїдальному магнітному полі [5–7]. У роботах [5; 7; 8] показано, що процес генерації електронного пучка є стійким за часом.

Мета дослідження

У роботі наводяться результати чисельного моделювання динаміки електронного пучка, розподіленого за емісії у площині, перпендикулярній осі системи, за транспортування в основному інтенсивному каналі системи. У моделюванні розглядається магнітне поле, яке має великий повздовжній градієнт. Застосовано два вихідні розподіли електронного потоку на старті, для яких отримано розподіли пучка на фініші його руху.

Об'єктом даної роботи є вивчення параметрів електронного пучка за його руху в соленоїдальному полі великої напруженості, побудова моделі руху електронного потоку.

Метою дослідження було створення моделі руху електронного пучка з енергією в десятки кеВ у знакозмінному градієнтному магнітному полі, вивчення формування траєкторій електронів, залежності динаміки частинок від початкових умов і розподілу магнітного поля вздовж осі системи. Наводяться результати моделювання руху електронного потоку. Отримані результати моделювання свідчать про однорідність отриманого в досліді електронного пучка.

Виклад основного матеріалу дослідження

1. Методика досліджень

У ННЦ «ХФТІ» на основі магнетронної гармати було створено прискорювач електронів, який використовує осьовий електронний пучок для опромінення металевих мішеней [1; 2; 5].

Експериментальна блок-схема наведена на рис. 1. Як об'єкт для досліджень магнетронна гармата має ту перевагу, що вона може бути модифікована для проведення експериментів різного типу, а також, незважаючи на складність виконання аналітичного дослідження, для отримання кількісних залежностей можливе використання обчислювальних методів і порівняння числових результатів із даними експерименту. Одним із можливих напрямів є комбінація магнітного поля в гарматі, створюваного соленоїдами, з полем додаткових постійних магнітів [8; 9]. На рис. 1 наведена блок-схема експериментальної установки.

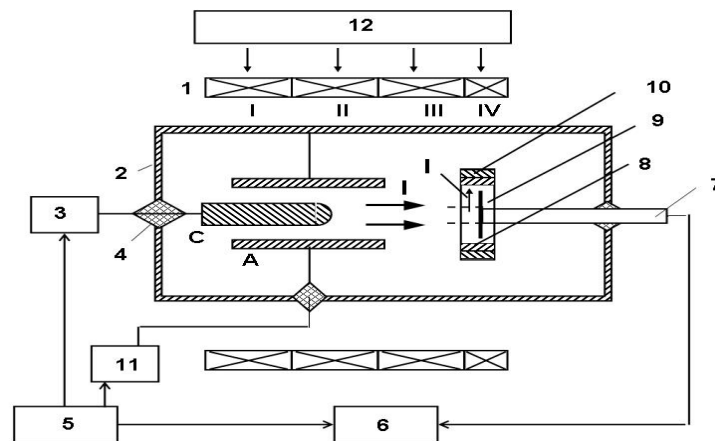


Рис. 1. Блок-схема експериментальної установки. 1 – секції соленоїда (I, II, III, IV); 2 – вакуумний об'єм; 3 – високовольтний імпульсний генератор; 4 – ізолятор; 5 – блок синхронізації; 6 – система, що вимірює; 7 – стрижень, що центрує; 8 – мідна вставка; 9 – циліндр Фарадея; 10 – постійний магніт; 11 – генератор; 12 – джерело струмів для управління магнітним полем соленоїда; А – анод; С – катод

Для отримання електронного пучка використовуються магнетронні гармати із вторинно-емісійними катодами. Розміри гармат: діаметри катодів становлять 3 та 2 мм, внутрішні діаметри анодів – 16 і 50 мм, довжина катодів – 130 мм, анодів – 150 мм. Магнетронна гармата розміщується у вакуумному обсязі (2) (тиск – 10^{-6} Торр). Генератор (12) з амплітудою напруги до 16 кВ використовувався для запуску вторинно-емісійного розмноження гармати. Для живлення магнетронної гармати використовувався генератор імпульсів (3) з амплітудою плоскої частини імпульсу в 7–100 кВ, тривалістю 10–30 мкс, частотою проходження у 3–10 Гц, який подається на катод гармати. У схемі генератора використовувався повний розряд накопичувальної ємності трансформатора через тиратрон. Джерело електронів (А – анод, С – катод) розміщується у вакуумному обсязі (2). Циліндр Фарадея (9) служить мішенню і розміщався з відривом 3–6 див від зрізу анода. Магнітне поле для генерації та транспортування пучка створюється соленоїдом (1), що складається із 4-х секцій, живлення яких здійснюється від джерел постійного струму. Амплітуду та поздовжнє розподілення магнітного поля можна регулювати шляхом зміни величини струмів у 4-х котушках соленоїда.

Опрацювання результатів вимірювання параметрів струму пучка із циліндра Фарадея та імпульсу напруги проводилося за допомогою вимірювальної системи (6).

2. Магнітне поле

Структура магнетронної гармати була описана, наприклад, у [6; 8]. Важливим чинником, що визначає її роботу, є вид використовуваного соленоїдального магнітного поля, що володіє циліндричною симетрією. Це дозволяє використовувати отриману систему рівнянь для аналізу та чисельного моделювання. Для проведення чисельного дослідження необхідно на підставі масиву з дослідних даних на осі транспортування електронів відновити амплітуду магнітного поля та її похідну як аналітичні функції поздовжньої координати для використання

їх у чисельних розрахунках. Це забезпечило можливість отримання рішень системи диференціальних рівнянь еволюції частинок у вигляді 6-мірних масивів, що описують траєкторії частинок, і чисельно вивчити динаміку руху електронів у магнітному полі соленоїда.

На рис. 2 та 3 наведено розподіл соленоїдального магнітного поля вздовж осі магнетронної гармати й каналу транспортування пучка, за яких проводилися експерименти та чисельне моделювання руху електронів, емітованих катодами міліметрових діаметрів, за їх транспортування вздовж осі системи.

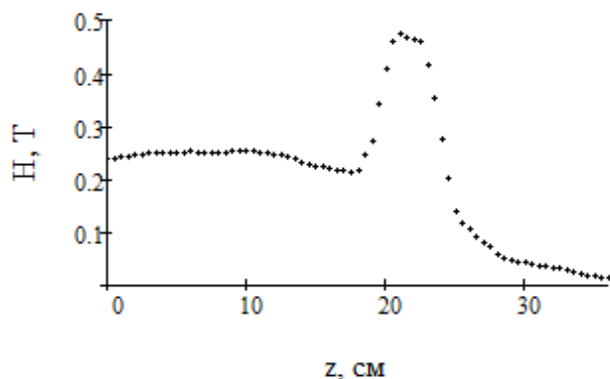


Рис. 2. Дослідні дані магнітного поля H у гарматі

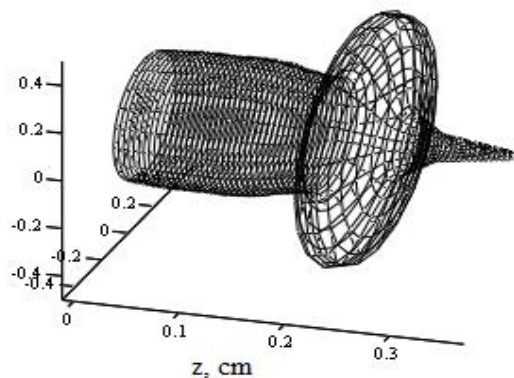


Рис. 3. Об'ємна конфігурація магнітного поля H

3. Результати чисельного моделювання

Було проведено чисельне моделювання з вибраною конфігурацією магнітного поля, з якими проводилися дослідження радіальних розмірів електронного пучка, що генерується магнетронною гарматою (діаметр катода $D = 3$ мм, діаметр анода $D = 50$ мм). Чисельні розрахунки проводилися з метою моделювання руху частинок енергії 22 кеВ в магнітному полі з максимальною амплітудою 0,47 Т в каналі транспортування електронного потоку. Моделювання розповсюдження електронного пучка проводилося для двох випадків початкових умов:

- а) випадок плоского електронного пучка;
- б) випадок 8-канального електронного пучка.

3.1. Планарний пучок на старті

Початкові умови для чисельного моделювання траєкторій електронів з енергією $E = 22$ кеВ у градієнтному магнітному полі показано на рис. 4 та 6.

Результати моделювання траєкторій електронів показано на рис. 5 і 7. Можна побачити, що пучок частинок відображає конфігурацію головного магнітного поля. Коли початковий розподіл як ціле зсунений за віссю $0x$, фінішний розподіл теж зміщується.

На рис. 8 наведено масив значень $0z$ на старті, а на рис. 9 – масив значень z на фініші, у якому всі значення горизонтальної координати x_0 змінено на 10 мм. Розкид в 1 мм відповідає різній довжині шляху, що проходить частка за різних початкових умов.

На рис. 10 показана еволюція середньоквадратичного відхилення (далі – СКВ) потоку електронів уздовж каналу транспортування. Видно, що СКВ відображає конфігурацію магнітного поля, особливо його градієнтну область.

3.2. 8-канальний електронний пучок на старті

Початкові умови для чисельного моделювання траєкторій 8-пучкового потоку електронів з енергією $E = 22$ кеВ у градієнтному магнітному полі показано на рис. 11 і 14. Результати моделювання траєкторій електронів показано на рис. 12 і 15. Можна побачити, що пучок частинок відображає конфігурацію головного магнітного поля. Коли початковий розподіл як ціле зсунений за віссю $0x$, фінішний розподіл теж зміщується.

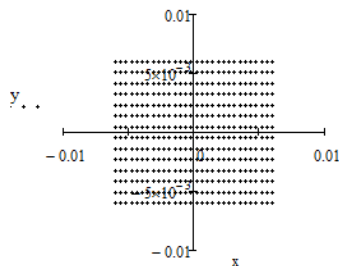


Рис. 4. Розподіл частинок на старті

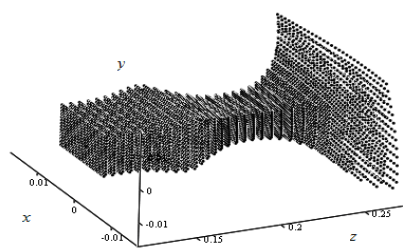


Рис. 5. Еволюція планарного потоку електронів уздовж каналу транспортування

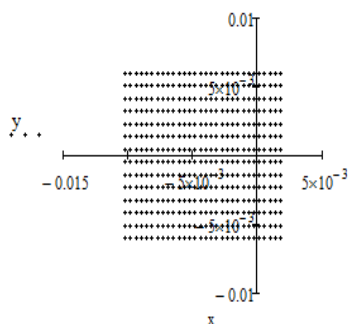


Рис. 6. Розподіл частинок на старті

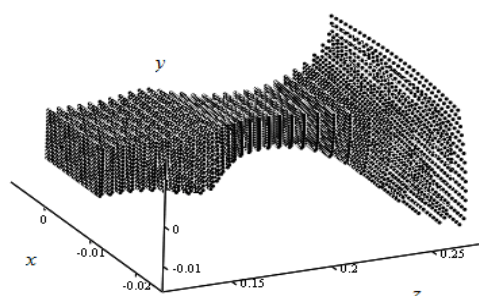


Рис. 7. Еволюція планарного потоку електронів уздовж каналу транспортування

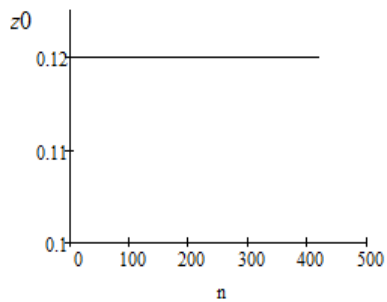


Рис. 8. Розподіл частинок за вертикаллю на старті

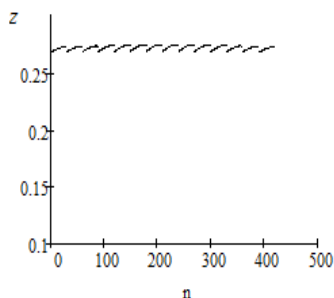


Рис. 9. Розподіл частинок за вертикаллю на фініші

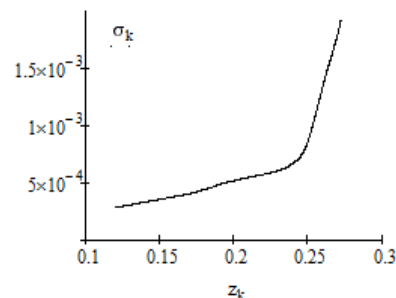


Рис. 10. Еволюція СКВ потоку електронів уздовж каналу транспортування

На рис. 16 наведено масив значень $0z$ на старті, а на рис. 17 – масив значень z на фініші, у якому всі значення горизонтальної координати $0y$ зсунуто на 10 мм. Розкид в 1 мм відповідає різній довжині шляху, що проходить частинка за різних початкових умов.

На рис. 18 показана еволюція середньоквадратичного відхилу (СКВ) потоку електронів уздовж каналу транспортування. Видно, що СКВ відображає конфігурацію магнітного поля.

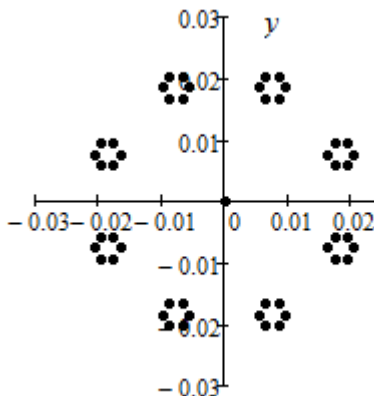


Рис. 11. Розподіл частинок на старті

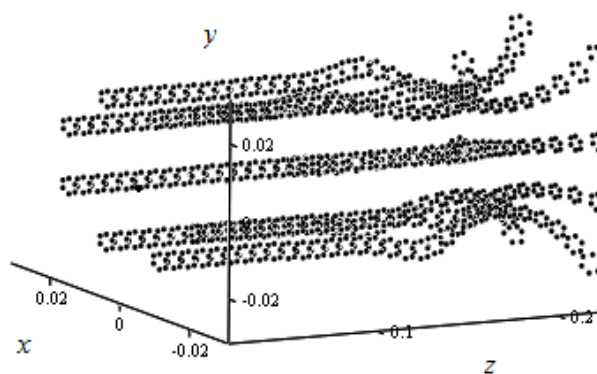


Рис. 12. Еволюція 8-канального потоку електронів уздовж каналу транспортування

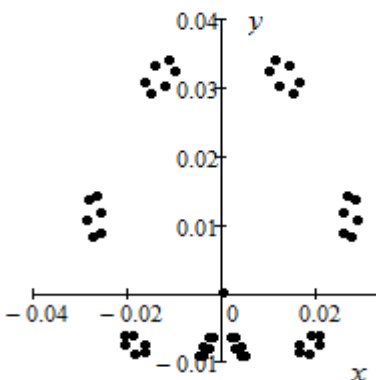


Рис. 14. Розподіл частинок на старті

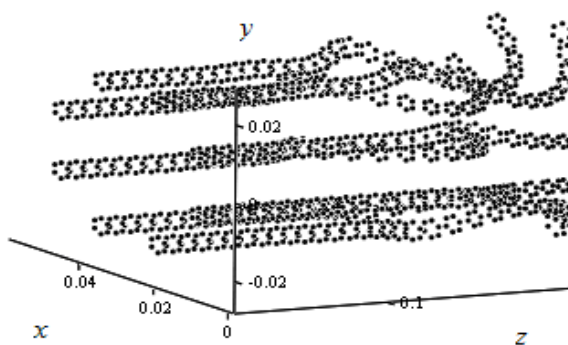


Рис. 15. Еволюція 8-канального потоку електронів уздовж каналу транспортування

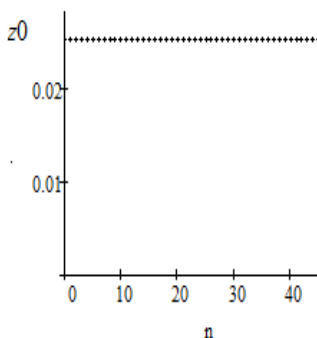


Рис. 16. Розподіл частинок за вертикаллю на старті

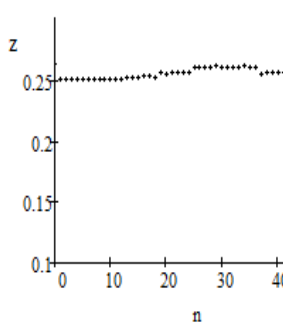


Рис. 17. Розподіл частинок за вертикаллю на фініші

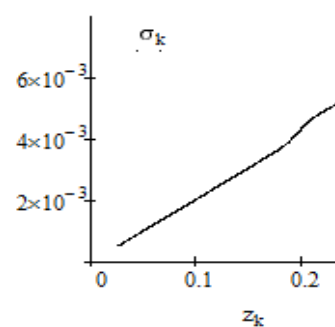


Рис. 18. Еволюція СКВ потоку електронів уздовж каналу транспортування

З отриманих результатів можна зробити висновок, що дійсна конфігурація магнетронної гармати зберігає прецизійну властивість повздовжніх розмірів потоку частинок.

4. Математична модель

У побудові математичної моделі рішення скористаємося аксіальною симетрією завдання. Тому працюватимемо в полярній системі координат (r, z, θ) . Гамільтоніан розглянутої задачі в ній такий:

$$H = \frac{p_r^2 + p_z^2}{2m} + \frac{1}{2m} \left(\frac{p_\vartheta}{r} - e_0 A \right)^2. \quad (1)$$

Тут e_0 , m – заряд і маса спокою електрона, p_r , p_z , p_ϑ – канонічні імпульси, A – магнітний потенціал. Його з урахуванням азимутальної симетрії поки запишемо як $A(r, z) = Bf(z)$, де $f(z)$ – функція поздовжньої координати, якою розпорядимося нижче, B – напруженість магнітного поля в точці, що розглядається.

На підставі (1) можна отримати рівняння руху для координат та імпульсів, що приводить до системи із 6 диференціальних рівнянь. У ній перейдемо за допомогою швидкості світла від поточного часу t до змінної $S = ct$ (ця величина пропорційна шляху, який пройшла частинка вздовж траєкторії), похідну за нею позначатимемо штрихом. Для канонічних імпульсів здійснимо заміну $p_r = e_0 B q_r$, $p_z = e_0 B q_z$, $p_\vartheta = e_0 B q_\vartheta$. Після перетворень приходимо до системи рівнянь, у якій $f(z)$ – польова функція поздовжньої координати, $df(z)/dz$ – похідна функції $f(z)$.

$$\left\{ \begin{array}{l} r' = \mu q_r, \\ z' = \mu q_z, \\ \vartheta' = \mu (q_\vartheta / r^2 - f(z)), \\ q_r' = \mu r (q_\vartheta / r^2 - f(z)) (q_\vartheta / r^2 + f(z)), \\ q_z' = \mu r^2 (q_\vartheta / r^2 - f(z)) df(z) / dz, \\ q_\vartheta' = 0, \end{array} \right. \quad (2)$$

У рівняннях (2) $\mu = e_0 B / mc Bf(z)$ – функція, що описує напруженість магнітного поля вздовж осі z . Амплітуду B вибираємо так, щоб можна було скористатися функцією $Bf(z)$ на всьому інтервалі можливих значень z . До рівнянь (3) необхідно приєднати початкові умови для r_0 , z_0 , ϑ_0 , а також для q_{r0} , q_{z0} , $q_{\vartheta0}$. Стійкість алгоритму рішення пов'язана із кроком Δs рішення та параметром μ . Тоді умова $\mu \Delta s \ll 1$ дотримуватиметься, якщо $\Delta s \ll 0.0001$ м. Отже, завдання може бути сформульовано як задача знаходження рішення системи звичайних диференціальних рівнянь із заданими початковими умовами. Сформульована задача Коші може бути вирішена за умови, що забезпечена можливість на кожному кроці інтегрування рівнянь (2) використовувати функції $f(z)$ та $df(z)/dz$ як аналітичні функції.

Початкові умови для імпульсів були вибрані за умов $q_z'|_0 = \mu^{-1} \sqrt{2E/E_0}$, $q_\vartheta'|_0 = r_0^2 f(z_0)$ ($E_0 = 511$ кеВ – енергія спокою електрона, E – енергія електрона).

Під час руху частинок у магнітному полі формування їхніх траєкторій уздовж пройденого шляху має траєкторний характер. Варіації поля взаємно компенсуються на кожних попередніх і наступних кроках траєкторії.

Висновки

За емісії та руху в каналі транспортування пучка потік електронів зазнає перетворення щільності розподілу у фазовому просторі, що визначається видом градієнтного магнітного поля в каналі магнетронної гармати. Застосовано чисельну модель для розподілу магнітного поля магнетронної гармати, а також алгоритмічне перетворення дослідних даних поля аналітичними функціями. Наводяться результати чисельного моделювання руху пучка, емітованого у формі прямокутного потоку. У результаті моделювання руху електронного потоку вивчено вплив середньоквадратичного відхилення під час емісії електронів і отримані траєкторні розв'язки частинок пучка під час їхнього руху вздовж осі транспортування. Досліджено залежність формування результуючого розподілу частинок від величини амплітуди магнітного поля

вздовж осі системи. З отриманих результатів можна зробити висновок, що дійсна конфігурація магнетронної гармати зберігає прецизійну властивість поздовжніх розмірів потоку частинок.

Список використаної літератури

1. Dovbnya A.N., Lavrinenko S.D., Zakutin V.V. Surface modification of zirconium and Zr1%Nb alloy by the electron beam of the magnetron gun-based accelerator. *Problems of Atomic Science and Technology*. Series “Physics of Radiation Effects and Radiation Materials Science”. 2011. № 2. P. 39–45.
2. Ayzatsky M.I., Dovbnya A.N., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G., Romas’ko V.P., Chertishchev I.A. Studies on the formation of the radially-directed electron beam generated by the magnetron gun with a secondary emission cathode. *Problems of Atomic Science and Technology*. Series “Nuclear Physics Investigations”. Issue 66. 2016. № 3 (103). P. 11–16.
3. Dovbnya A.N., Dovbnya N.A., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G., Chertishchev I.A. Transport simulation of a high-current electron beam formed by the magnetron gun with a secondary-emission cathode in a decreasing solenoid field. *Problems of Atomic Science and Technology*. Series “Nuclear Physics Investigations”. 2015. № 6. P. 77–82.
4. Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G., Shovkoplyas O.A. Beam and sector modes of electron flows in a cylindrical magnetic field of a magnetron gun. *Journal of Nano- and Electronic Physics*. 2020. Vol. 12. № 3. P. 03001–03006.
5. Dovbnya A.N., Dovbnya N.A., Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G. Longitudinal-radial motion of an electron beam in the solenoidal field of the secondary-emission magnetron gun. *Problems of Atomic Science and Technology*. Series “Nuclear Physics Investigations”. 2017. № 6 (112). P. 96–100.
6. Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G. Transformation of the data array of the cylindrical magnetic field of the magnetron gun and the problem of radial motion of electrons. *Applied Problems of Mathematical Modeling*. 2020, Vol. 3. № 1. P. 108–116. <https://doi.org/10.32782/2618-0340/2020.1-3.11>.
7. Volkolupov Yu.Ya., Dovbnja A.N., Zakutin V.V., Krasnogolovets M.A., Reshetnyak N.G., Mitrochenko V.V., Romas’ko V.P., Churyumov G.I. Generation of electron beams in a magnetron diode with a metal secondary-emission cathode. *Journal of Technical Physics*. 2001. V. 71. № 7. P. 88–91.
8. Mazmanishvili A.S., Reshetnyak N.G. Transformation of the data array of the cylindrical magnetic field of the magnetron gun and the problem of radial motion of electrons. *Applied Problems of Mathematical Modeling*. 2020. Vol. 3. № 1. P. 108–116.
9. Ayzatsky N.I., Churyumov G.I., Dovbnya A.N., Zakutin V.V., Reshetnyak N.G., Starchevskiy Y.L. Generation and formation of axially symmetrical tubular electron beam in a cold metal secondary-emission cathode magnetron gun. Part 1. Experiment. *IEEE. Transaction and electron device*. 2016. Vol. 63. № 4. P. 1704–1709.

References

1. Dovbnya, A.N., Lavrinenko, S.D., & Zakutin, V.V. (2011). Surface modification of zirconium and Zr1%Nb alloy by the electron beam of the magnetron gun-based accelerator. *Problems of Atomic Science and Technology*. Series “Physics of Radiation Effects and Radiation Materials Science”, 2, 39–45 [in English].
2. Ayzatsky, M.I., Dovbnya, A.N., Mazmanishvili, A.S., Reshetnyak, N.G., Romas’ko, V.P., & Chertishchev, I.A. (2016). Studies on the formation of the radially-directed electron beam generated by the magnetron gun with a secondary emission cathode. *Problems of Atomic Science and Technology*. Series “Nuclear Physics Investigations”, Issue 66, 3 (103), 11–16 [in English].

3. Dovbnya, A.N., Dovbnya, N.A., Mazmanishvili, A.S., Reshetnyak, N.G., & Chertishchev, I.A. (2015) Transport simulation of a high-current electron beam formed by the magnetron gun with a secondary-emission cathode in a decreasing solenoid field. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Nuclear Physics Investigations"*, 6, 77–82 [in English].
4. Mazmanishvili, A.S., Reshetnyak, N.G., & Shovkoplyas, O.A. (2020). Beam and sector modes of electron flows in a cylindrical magnetic field of a magnetron gun. *Journal of Nano- and Electronic Physics*, 12 (3), 03001–03006 [in English].
5. Dovbnya, A.N., Dovbnya, N.A., Mazmanishvili, A.S., & Reshetnyak, N.G. (2017). Longitudinal-radial motion of an electron beam in the solenoidal field of a secondary-emission magnetron gun. *Problems of Atomic Science and Technology. Series "Nuclear Physics Investigations"*, 6 (112), 96–100 [in English].
6. Mazmanishvili, A.S., & Reshetnyak, N.G. (2020). Transformation of the data array of the cylindrical magnetic field of a magnetron gun and the problem of radial motion of electrons. *Applied problems of mathematical modeling*, 3 (1), 108–116. <https://doi.org/10.32782/2618-0340/2020.1-3.11> [in English].
7. Volkolupov, Yu.Ya., Dovbnja, A.N., Zakutin, V.V., Krasnogolovets, M.A., Reshetnyak, N.G., Mitrochenko, V.V., Romas'ko, V.P., & Churyumov, G.I. (2001). Generation of electron beams in a magnetron diode with a metal secondary emission cathode. *Journal of Technical physics*, 71 (7), 88–91 [in English].
8. Mazmanishvili, A.S., & Reshetnyak, N.G. (2020). Transformation of the data array of the cylindrical magnetic field of a magnetron gun and the problem of radial motion of electrons. *Applied problems of mathematical modeling*, 3 (1), 108–116. <https://doi.org/10.32782/2618-0340/2020.1-3.11> [in English].
9. Ayzatsky, N.I., Churyumov, G.I., Dovbnya, A.N., Zakutin, V.V., Reshetnyak, N.G., & Starchevskiy, Y.L. (2016). Generation and formation of axially symmetrical tubular electron beam in a cold metal secondary-emission cathode magnetron gun. Part 1. Experiment. *IEEE. Transaction and electron devices*, 63 (4), 1704–1709 [in English].

Мазманішвілі Олександр Сергійович – д.ф.-м.н., старший науковий співробітник Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут». E-mail: mazmanishvili@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0373-0626.

Решетняк Микола Григорович – к.ф.-м.н., старший науковий співробітник Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут». E-mail: nreshetnyak@kipt.kharkov.ua, ORCID: 0000-0002-2345-6789.

Mazmanishvili Oleksandr Serhiiiovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher at the National Science Center “Kharkiv Physical-Technical Institute”. E-mail: mazmanishvili@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0373-0626.

Reshetnyak Mykola Grigorovich – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher at the National Science Center “Kharkiv Physical-Technical Institute”. E-mail: nreshetnyak@kipt.kharkov.ua, ORCID: 0000-0002-2345-6789.

Д.В. МОСЬПАН, О.О. ЮРКО
Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського

КОРИГУВАННЯ ПОХИБОК ОСЬОВОГО ЗМІЩЕННЯ ЦИФРОВОГО МАГНІТОМЕТРА ЗАСОБАМИ LABVIEW

За використання триосьового MEMS (мікроелектромеханічної системи) цифрового магнітометра в робочому електромагнітному оточенні постає необхідність калібрування даного приладу. У нашій роботі використовується модуль GY-273 на мікросхемі QMC5883L. Для цього можна використати декілька програм, що дозволяють розрахувати поправочні коефіцієнти, що враховують два основні види завад – *hard-iron* і *soft-iron distortions*. Найбільш поширений спосіб калібрування магнітометра *ellipsoid fitting* – обертання датчика в усіх напрямках для отримання належної кількості даних, які вкладаються на поверхню сфероїда. Поправочні коефіцієнти дозволяють перетворити сфероїд на правильну сферу із центром у початку координат. Але використання даних методів калібрування, наприклад за допомогою програми “Magnetometer”, не завжди дає бажаний результат. Похибка вимірювання може залишитися досить суттєвою і потребує додаткового корегування. Під час проведення калібрувальних вимірювань в умовах зовнішніх магнітних впливів трапляються ситуації, коли у просторі вимірювальних даних координатні осі не є взаємно перпендикулярними й не мають загальної точки перетинання. Виміряні значення компонентів, що надходять із датчика, є окремими векторами, які мають власні відхилення від осей, як щодо початку координат, так і щодо кутів нахилу. У роботі запропоновані залежності для розрахунку корегувальних матриць, що враховують особливості розташування вимірювальних осей у просторі. На відміну від наявних методів корекції, враховуються зсуви центрів відрізків кожної з осей за кожною координатою, тобто матриця зсуву має розмірність 3×3 . Це дозволяє впливати на похибку вимірювання. Також розроблено комплекс віртуальних приладів для візуалізації процесу калібрування, отримання корегувальних матриць на основі отриманих аналітичних залежностей і обробку даних магнітометра в реальному часі за запропонованим алгоритмом. Розроблений комплекс може бути використаний в навчальному процесі для лабораторного практикуму для калібрування триосьових сенсорів і візуалізації тривимірного вимірювального простору.

Ключові слова: магнітометр, зміщення осей, коригувальні матриці, віртуальний прилад, LabVIEW.

D.V. MOSPAN, O.O. YURKO
Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University

CORRECTION OF AXIAL DISPLACEMENT ERRORS OF A DIGITAL MAGNETOMETER USING LABVIEW

When using a three-axis MEMS (Micro-Electro Mechanical Systems), digital magnetometer, in a working electromagnetic environment, it is necessary to calibrate this device. In our case, the GY-273 module on the QMC5883L chip is used. For this, you can use several programs that allow you to calculate correction factors that take into account two main types of interference – *hard-iron* and *soft-iron distortions*. The most common method of calibrating a magnetometer is *ellipsoid fitting* – rotating the sensor in all directions to obtain a sufficient amount of data that is placed on the surface of the spheroid. Correction factors allow you to transform the spheroid into a regular sphere with the center at the origin. But using these calibration methods, for example, using the Magnetometer program, does not always give the desired result. The measurement error can remain quite significant and requires additional correction. When performing calibration measurements under conditions of external magnetic influences, situations arise when the coordinate axes in the space of measurement data are not mutually perpendicular and do not have a common intersection point. At the same time, the measured values of the components coming from the sensor are separate vectors that have their own deviations from the axes, both relative to the origin of coordinates and relative to the angles of inclination. In this work, dependencies are proposed for calculating correction matrices that take into account the features of the location of the measuring axes in space. Unlike existing correction methods, the shifts of the centers of the segments of each axis along each coordinate are taken into account, i.e. the shift matrix has a dimension of 3×3 . This allows you to influence the measurement error. A set of virtual devices has also been developed for visualizing the calibration process, obtaining correction matrices based on the obtained analytical dependencies and processing magnetometer data in real time according to the proposed algorithm. The developed complex can be used in the educational process for laboratory practice for calibrating three-axis sensors and visualizing the three-dimensional measuring space.

Key words: magnetometer, axis offset, correction matrices, virtual device, LabVIEW.

Постановка проблеми

У наш час цифрові MEMS (мікроелектромеханічні системи) магнітометри широко використовуються в разі необхідності визначення положення рухомих об'єктів у просторі. Дані прилади є дуже чутливими, наявність зовнішніх магнітних полів суттєво впливає на точність

вимірювань, що зумовлює обов’язкову процедуру калібрування датчика. Під час проведення калібрувальних вимірювань в умовах зовнішніх магнітних впливів трапляються ситуації, коли у просторі вимірювальних даних координатні осі не є взаємно перпендикулярними й не мають загальної точки перетинання. Виміряні значення компонентів, що надходять із датчика, є окремими векторами, які мають власні відхилення від осей, як щодо початку координат, так і щодо кутів нахилу. У такій ситуації виникає додаткова похибка вимірювань, що потребує корекції.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Під час використання триосового MEMS цифрового магнітометра [1] в робочому електромагнітному оточенні постає необхідність калібрування даного приладу. У нашому випадку використовується модуль GY-273 на мікросхемі QMC5883L [2]. Для цього можна використати декілька програм, що дозволяють розрахувати поправочні коефіцієнти, що враховують два основні види завод – hard-iron і soft-iron distortions. Найбільш поширений спосіб калібрування магнітометра ellipsoid fitting [3] – обертання датчика в усіх напрямках для отримання належної кількості даних, які вкладаються на поверхню сфероїда. Поправочні коефіцієнти дозволяють перетворити сфероїд на правильну сферу із центром у початку координат. Але використання даних методів калібрування, наприклад за допомогою програми “Magnetometer”, не завжди дає бажаний результат. Похибка вимірювання може залишитися досить суттєвою і потребує додаткового корегування.

Мета дослідження

Метою роботи є розроблення методики розрахунку корегувальних матриць, що враховують особливості розташування вимірювальних осей у просторі. На відміну від існуючих методів корекції, враховуються зсуви центрів відрізків кожної з осей за кожною з координат, що дозволяє зменшити похибку вимірювання.

Виклад основного матеріалу дослідження

Створимо стенд для вимірювання та збереження даних [4–7] за обертання магнітометра у трьох площинах за двох положень датчика в кожному з них: XYup (вісь Z спрямована вгору), XYdown (вісь Z спрямована вниз), ZYup (вісь X спрямована вгору), ZYdown (вісь X спрямована вниз), XZup (вісь Y спрямована вгору), XZdown (вісь Y спрямована вниз).

Датчик магнітометра разом із модулем акселерометра було підключено до плати WVCAT, яка використовується лише для передавання даних від датчиків до порту USB комп’ютера. Було створено віртуальний прилад у середовищі “Labview” [8–10] для візуалізації та збереження матриці координат даних у текстовому форматі в окремий файл. Лицьова панель створеного віртуального приладу (далі – ВП) зображена на рис. 1.

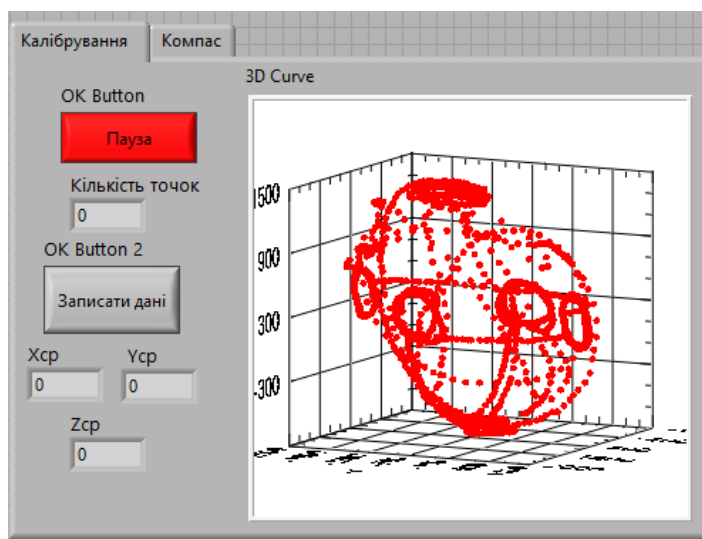


Рис. 1. Лицьова панель ВП для візуалізації та збереження даних

Розглянемо масиви даних, отриманих під час обертання датчика у площині ZY. Масиви точок утворюють кола в діаметрально протилежних площинах щодо центру сфероїда. Центри утворених кіл визначаємо так:

– визначаємо максимальні та мінімальні значення з масивів за окремими координатами:
 $X_{\max}, X_{\min}; Y_{\max}, Y_{\min}; Z_{\max}, Z_{\min};$

– розраховуємо середні значення, які й будуть координатами центра кола O_1 , що розташоване у площині датчика зі спрямуванням осі X вгору:

$$x_1 = \frac{X_{\max} + X_{\min}}{2}, y_1 = \frac{Y_{\max} + Y_{\min}}{2}, z_1 = \frac{Z_{\max} + Z_{\min}}{2};$$

– відповідні позначення координат центра кола O_2 , що розташоване у площині датчика зі спрямуванням осі X униз: x_2, y_2, z_2 .

Якщо з'єднати центри кіл (x_1, y_1, z_1) та (x_2, y_2, z_2) , то отримаємо вісь X вимірювальної системи, дана вісь не паралельна відповідній осі, що прив'язана до системи координат магнітометра (рис. 2).

Центр даного відрізка O_1O_2 буде початком координат вимірювальної осі X:

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}, y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}, z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}.$$

Косинуси нахилу відрізка O_1O_2 розраховуються за формулами:

$$\cos \alpha_x = \frac{x_2 - x_1}{L}, \cos \beta_x = \frac{y_2 - y_1}{L}, \cos \gamma_x = \frac{z_2 - z_1}{L},$$

де $L = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ – довжина вектора O_1O_2 .

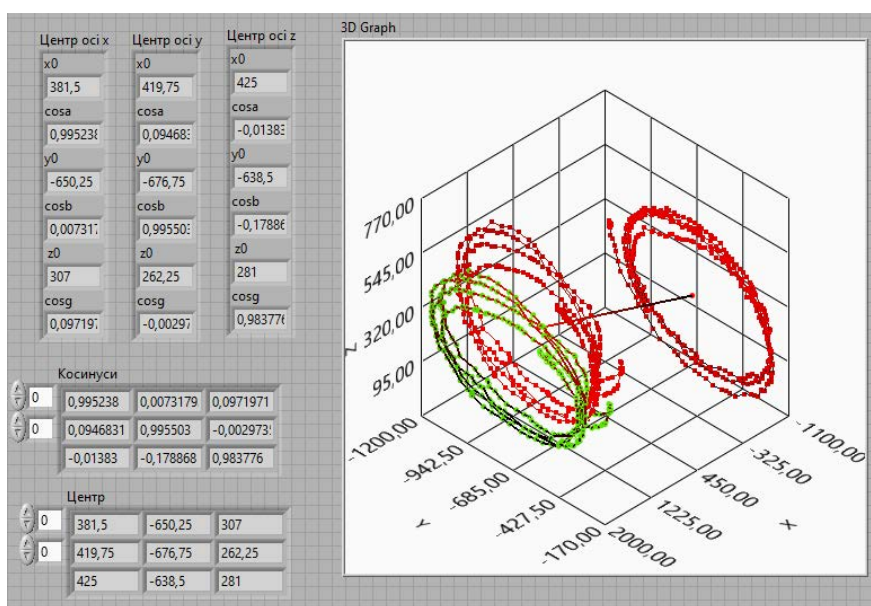


Рис. 2. Лицьова панель ВП для визначення розташування осей вимірювання у просторі

Наведені розрахунки оформлені окремим віртуальним приладом і проводяться в середині вузла Formula Node. Вхідними даними є масиви координат за вимірювання у протилежних площинах up і down, а вихідними даними є координати центра відрізка вимірювальної осі, косинусів кутів нахилу, центрів масивів вимірюваних даних.

Аналогічні результати дає обробка даних із площин ZX і XY. З'єднання центрів кіл дають відповідні осі Y та Z. У результаті маємо довільно розташовані, не взаємно перпендикулярні лінії, що не перетинаються у просторі, як показано на рис. 3.

У такому разі виміряні значення проєкцій вектора магнітного поля розташовані довільно у просторі, тому кожна проєкція буде розкладатися за осями координат на свої підпроєкції. Отже, результуючий вектор магнітного поля буде складатися з векторної суми вимірюваних проєкцій і визначається сумами підпроєкцій за осями координат.

Розрахунки, проведені для осі X, необхідно провести і для інших осей. У результаті будуть відомі матриці косинусів нахилу осей і відповідні центри відрізків, які можуть бути об'єднані в матриці:

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha_x & \cos \beta_x & \cos \gamma_x \\ \cos \alpha_y & \cos \beta_y & \cos \gamma_y \\ \cos \alpha_z & \cos \beta_z & \cos \gamma_z \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_{0x} & y_{0x} & z_{0x} \\ x_{0y} & y_{0y} & z_{0y} \\ x_{0z} & y_{0z} & z_{0z} \end{pmatrix}.$$

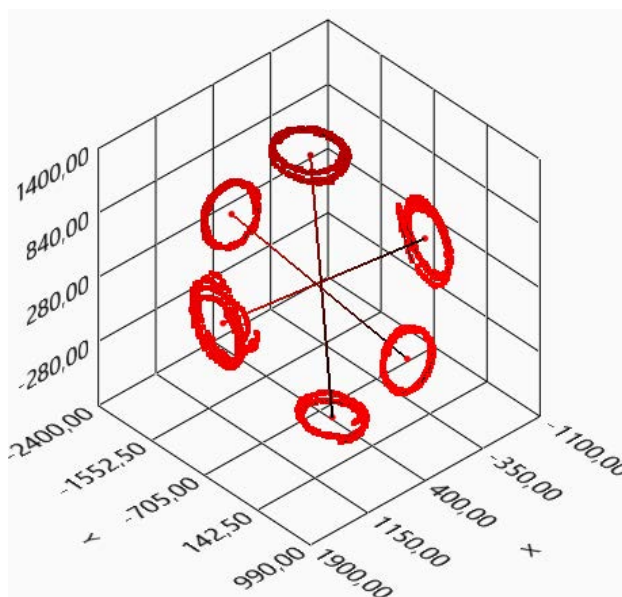


Рис. 3. Розташування у просторі вимірювальних осей

Тоді коригування координат (x', y', z') довільної точки (x, y, z) із простору вимірювальних даних можна представити так:

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \cdot \cos \alpha_x & x \cdot \cos \beta_x & x \cdot \cos \gamma_x \\ y \cdot \cos \alpha_y & y \cdot \cos \beta_y & y \cdot \cos \gamma_y \\ z \cdot \cos \alpha_z & z \cdot \cos \beta_z & z \cdot \cos \gamma_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_{0x} & y_{0x} & z_{0x} \\ x_{0y} & y_{0y} & z_{0y} \\ x_{0z} & y_{0z} & z_{0z} \end{pmatrix}.$$

Для візуалізації вхідних даних отриманих у результаті обертання в різних площинах, відображення розрахованих відрізків осей, розрахунку корегувальних матриць і корекції довільних координат магнітного вектора було створено віртуальний прилад, блок-схема якого наведена на рис. 4.

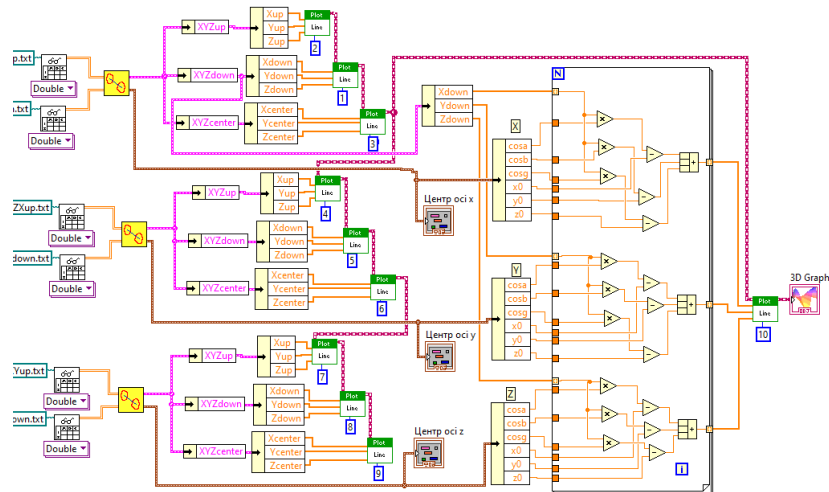


Рис. 4. Блок-схема для розрахунку корегувальних матриць осей і корекції довільних координат магнітного вектора

Результати роботи даного ВП наведені на рис. 2 та 3. На рис. 2 показані розраховані корегувальні матриці косинусів і центрів відрізків осей. На 3D-графіку зеленим кольором показано перерахунок і відповідне зміщення точок координат площини ZYup.

Віртуальний прилад, наведений на рис. 5, корегує дані вимірювань магнітометра на основі отриманих матриць у режимі реального часу.

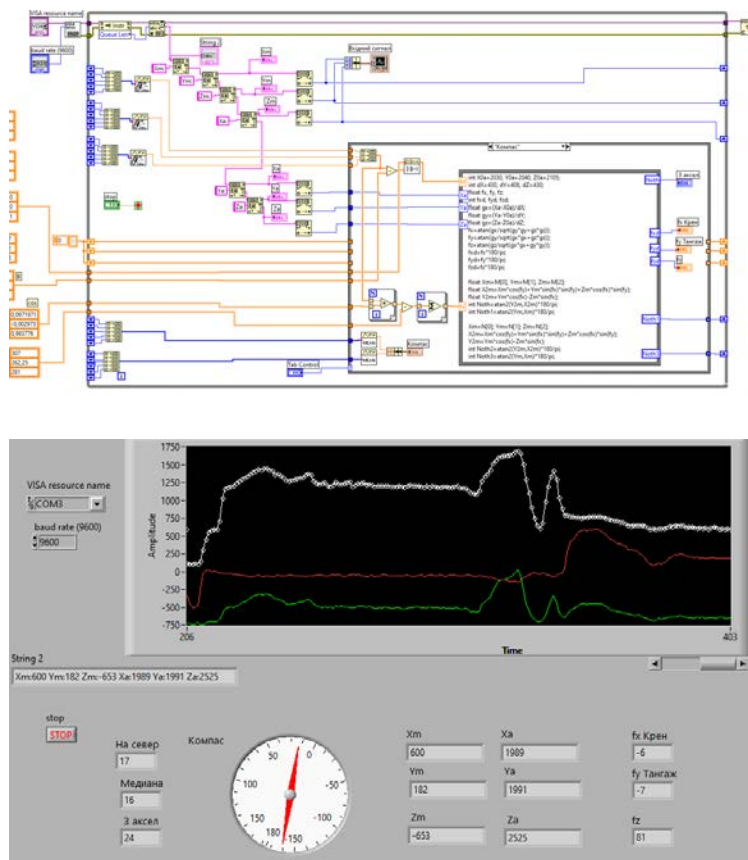


Рис. 5. Фрагмент блок-схеми віртуального приладу та його лицева панель для обробки та корекції даних магнітометра

Висновки

У результаті проведеної роботи встановлено таке:

1. Під час проведення калібрувальних вимірювань в умовах зовнішніх магнітних впливів трапляються ситуації, коли у просторі вимірювальних даних координатні осі не є взаємно перпендикулярними й не мають загальної точки перетинання. Водночас виміряні значення компонентів, що надходять із датчика, є окремими векторами, які мають власні відхилення від осей, як щодо початку координат, так і щодо кутів нахилу.
2. Запропоновані залежності для розрахунку корегувальних матриць, що враховують особливості розташування вимірювальних осей у просторі. На відміну від наявних методів корекції, ураховуються зсуви центрів відрізків кожної з осей за кожною координатою, тобто матриця зсуву має розмірність 3×3 . Це дозволяє зменшити похибку вимірювання.
3. Розроблено комплекс віртуальних приладів для візуалізації процесу калібрування, отримання корегувальних матриць на основі отриманих аналітичних залежностей і оброблення даних магнітометра в реальному часі за запропонованим алгоритмом.

Список використаної літератури

1. Теслюк В.М. Моделі та інформаційні технології синтезу мікроелектромеханічних систем: монографія. Львів : Видавництво ПП «Вежа і Ко», 2008. 192 с.
2. 3-Axis Magnetic Sensor QMC5883L. URL: <https://www.tinytronics.nl/image/data/Producten/Sensoren/Magnetisch%20veld/Datasheet-QMC5883L-1.0%20.pdf> (дата звернення: 09.12.2024).
3. Cheng Chi, Jun-Wei Lv., Dan Wan A. Calibration Method of Three-axis Magnetic Sensor Based on Ellipsoid Fitting. *Journal of Information and Computational Science*. 2013. № 10(6). P. 1551–1558. DOI: 10.12733/jics20101833.
4. Чорний О.П., Родькін Д.Й., Євстіфеєв В.О., Перекрест А.Л. Віртуальні лабораторні комплекси для навчального процесу і наукових досліджень. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. 2008. Вип. 3 (50). С. 28–42.
5. Мосьпан Д.В., Юрко О.О., Перекрест А.Л., Кухаренко Д.В., Вадурін К.О., Повниця С. Візуальна фіксація руху об'єкта засобами Labview при проведенні фізичного експерименту. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. 2023. Вип. 4 (141). С. 29–35. DOI: 10.32782/1995-0519.2023.4.12.
6. Юрко О.О., Мосьпан Д.В., Перекрест А.Л. Бінарзація зображення для виявлення об'єкта в умовах неоднорідного фону засобами Labview. *Прикладні питання математичного моделювання : науковий журнал*. 2023. Том 6. № 2. С. 95–113. DOI: 10.32782/mathematical-modelling/2023-6-2-13с.
7. Мосьпан Д.В., Юрко О.О., Перекрест А.Л., Кухаренко Д.В., Вадурін К.О. Комп'ютеризований практикум з моделювання фізичних процесів. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. 2022. Вип. 6 (137). С. 29–35. DOI: 10.32782/1995-0519.2022.6.3.
8. National Instruments: офіційний сайт. URL: <http://www.ni.com/> (дата звернення: 09.12.2024).
9. LabVIEW Programming Reference Manual: офіційний сайт. URL: <https://www.ni.com/docs/en-US/bundle/labview-api-ref/page/menus/default/root-mnu.html> (дата звернення: 09.12.2024).
10. LabVIEW User Manual. URL: <https://download.ni.com/support/manuals/320999b.pdf> (дата звернення: 09.12.2024).

References

1. Tesliuk, V.M. (2008). Modeli ta informatsiini tekhnolohii syntezu mikroelektromekhanichnykh system: monohrafiia [Models and information technologies for microelectromechanical system synthesis]. Lviv : Vydavnytstvo PP «Vezha i Ko». 192 s. [in Ukrainian].

2. 3-Axis Magnetic Sensor QMC5883L. Retrieved from: <https://www.tinytronics.nl/image/data/Producten/Sensoren/Magnetisch%20veld/Datasheet-QMC5883L-1.0%20.pdf> [in English].
3. Cheng, Chi, Jun-Wei, Lv., & Dan Wan, A. (2013). Calibration Method of Three-axis Magnetic Sensor Based on Ellipsoid Fitting. *Journal of Information and Computational Science*, 10 (6), 1551–1558 DOI: 10.12733/jics20101833 [in English].
4. Chorny, O.P., Rodkin, D.Y., Evstifeev, V.O., & Perekrest, A.L. (2008). Virtual'ni laboratorni kompleksi dlya navchal'noho protsesu i naukovykh doslidzhen' [Virtual laboratory complexes for the educational process and scientific research]. *Visnyk Kremenchutskoho natsionalnoho universytetu imeni Mykhayla Ostrohradskoho*, 3 (50), 28–42 [in Ukrainian].
5. Mospan, D., Yurko, O., Perekrest, A., Kukharenko, D., Vadurin, K., & Povnytsia, S. (2023). Vizual'na fiksatsiya rukhu ob'yekta zasobamy Labview pry provedenni fizychnoho eksperymentu [Visual fixation of object movement using Labview tools during a physical experiment]. *Visnyk Kremenchutskoho natsionalnoho universytetu imeni Mykhayla Ostrohradskoho*. 4 (141), 29–35. DOI: 10.32782/1995-0519.2023.4.12 [in Ukrainian].
6. Yurko, O.O., Mospan, D.V., & Perekrest, A.L. (2023). Binarizatsiia zobrazhennia dlia vyivlennia obiekta v umovakh neodnorodnoho fonu zasobamy Labview [Image binarization to find an object in conditions of an inhomogeneous background using Labview]. *Naukovyi zhurnal "Prykladni pytannia matematychnoho modeliuвання"*, 6, 2, 95–113. DOI: 10.32782/mathematical-modelling/2023-6-2-13s [in Ukrainian].
7. Mospan, D.V., Yurko, O.O., Perekrest, A.L., Kukharenko, D.V., & Vadurin, K.O. (2022). Komp'yuteryzovanyy praktykum z modelyuvannya fizychnykh protsesiv [Computerized workshop on simulation of physical processes]. *Visnyk Kremenchutskoho natsionalnoho universytetu imeni Mykhayla Ostrohradskoho*, 6(137), 29–35. DOI: 10.32782/1995-0519.2022.6.3 [in Ukrainian].
8. National Instruments (2024). Ofitsiinyi sait [Official site]. Retrieved from: <http://www.ni.com/> [in English].
9. LabVIEW Programming Reference Manual. Ofitsiinyi sait [Official site]. Retrieved from: <https://www.ni.com/docs/en-US/bundle/labview-api-ref/page/menus/default/root-mnu.html> [in English].
10. LabVIEW User Manual. Retrieved from <https://download.ni.com/support/manuals/320999b.pdf> [in English].

Моспан Денис Владиславович – к.т.н., доцент, доцент кафедри комп'ютерної інженерії та електроніки Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. E-mail: denis.mospan@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5473-7874.

Юрко Олексій Олексійович – к.т.н., доцент, доцент кафедри комп'ютерної інженерії та електроніки Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. E-mail: yurkoalexe@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8244-2376.

Mospan Denis Vladyslavovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Computer Engineering and Electronics, Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University. E-mail: denis.mospan@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5473-7874.

Yurko Oleksiy Oleksiiovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Computer Engineering and Electronics, Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University. E-mail: yurkoalexe@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8244-2376.

ВПЛИВ АВТОМАТИЗАЦІЇ ТА ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ НА ЗАЙНЯТІСТЬ, ЗАРОБІТНУ ПЛАТУ ТА ПРОДУКТИВНІСТЬ

Сучасний ринок праці переживає значні трансформації під впливом автоматизації та впровадження технологій штучного інтелекту (ШІ). Вплив цих змін відображається на структурі зайнятості, рівні заробітної плати та загальній продуктивності праці. Автоматизація створює як нові можливості для зростання ефективності виробництва, так і виклики, пов'язані зі скороченням робочих місць. Одним із ключових питань є баланс між технологічним прогресом і соціально-економічною стабільністю, що потребує комплексного аналізу й ефективних механізмів адаптації.

У роботі запропоновано математичну модель, яка описує взаємозв'язок між рівнем автоматизації, можливостями перенавчання працівників, державною політикою та рівнем освіти. Запропонована система рівнянь має матричну форму та дозволяє досліджувати динаміку змін зайнятості в умовах технологічних зрушень. Вона дозволяє оцінити вплив автоматизації на ринок праці за різних рівнів державної підтримки та інвестицій в освітні ініціативи.

Для оцінювання впливу технологічних інновацій розглянуто три основні сценарії:

Низький рівень автоматизації та високий рівень перенавчання – дозволяє зберегти стабільну зайнятість і пом'якшити негативний вплив автоматизації. Цей сценарій демонструє, що активне впровадження програм перенавчання сприяє ефективному переходу працівників на нові робочі місця.

Високий рівень автоматизації та низький рівень перенавчання – призводить до значного скорочення рівня зайнятості та зниження середніх заробітних плат. Це може спричинити зростання соціальної напруги та погіршення економічної ситуації внаслідок збільшення безробіття.

Ефективна державна політика та підтримка освіти – сприяє зниженню негативних ефектів автоматизації завдяки розширенню програм адаптації робочої сили, що дозволяє стабілізувати ринок праці.

Застосування чисельного моделювання показує, що перенавчання, державна підтримка й інвестиції в освітні ініціативи є визначальними чинниками, які дозволяють адаптувати ринок праці до умов автоматизації та впровадження штучного інтелекту. Отримані результати можуть бути використані для розроблення стратегій державного регулювання, формування політики щодо розвитку освітніх програм і прогнозування соціально-економічних наслідків технологічних змін.

Робота може бути корисною для науковців, аналітиків ринку праці, а також для органів державної влади, що розробляють політики у сфері зайнятості й адаптації робочої сили до нових умов. Використані підходи та результати моделювання дають змогу оцінити ризики автоматизації та виробити оптимальні механізми для ефективної інтеграції технологічних змін із соціально-економічним середовищем.

Ключові слова: штучний інтелект (ШІ), автоматизація, зайнятість, заробітна плата, продуктивність праці, перенавчання, ефективність державної політики, освітня підтримка.

THE IMPACT OF AUTOMATION AND ARTIFICIAL INTELLIGENCE ON EMPLOYMENT, WAGES, AND PRODUCTIVITY

The modern labor market is undergoing significant transformations under the influence of automation and artificial intelligence (AI) technologies. These changes impact employment structure, wage levels, and overall labor productivity. While automation creates new opportunities for increasing production efficiency, it also poses challenges related to job displacement. One of the key issues is balancing technological progress with socio-economic stability, which requires comprehensive analysis and effective adaptation mechanisms.

This study proposes a mathematical model that describes the interrelationship between automation levels, workforce retraining opportunities, government policies, and education levels. The proposed system of equations is presented in a matrix form, enabling the analysis of employment dynamics in response to technological shifts. The model allows for assessing the impact of automation on the labor market under different levels of government support and investment in educational initiatives.

To evaluate the effects of technological innovations, three key scenarios are considered:

Low automation and high reskilling levels – this scenario helps maintain stable employment and mitigate the negative impact of automation. It demonstrates that the active implementation of retraining programs facilitates an effective transition of workers to new job roles.

High automation and low reskilling levels – this leads to a significant decline in employment levels and a decrease in average wages. It may cause increased social tensions and economic instability due to rising unemployment.

Effective government policy and educational support – this scenario reduces the adverse effects of automation by expanding workforce adaptation programs, thereby stabilizing the labor market.

Numerical modeling results indicate that retraining, government support, and investments in educational initiatives are the key factors enabling labor market adaptation to automation and AI integration. The findings can be utilized to develop government regulations, shape policies for educational program development, and forecast the socio-economic consequences of technological advancements.

This research may be useful for academics, labor market analysts, and government agencies involved in employment policies and workforce adaptation strategies. The applied approaches and modeling results provide insights into assessing automation risks and developing optimal mechanisms for effectively integrating technological changes into the socio-economic environment.

Key words: Artificial Intelligence (AI), automation, employment, wages, labor productivity, reskilling, government policy effectiveness, educational support.

Постановка проблеми

В умовах стрімкого впровадження технологій автоматизації та штучного інтелекту (далі – ШІ) сучасний ринок праці зазнає значних трансформацій. Технологічний прогрес сприяє підвищенню продуктивності праці, зменшенню виробничих витрат і створенню нових можливостей для розвитку бізнесу. Однак паралельно виникають ризики скорочення робочих місць, зниження доходів в окремих професійних сегментах, а також поглиблення соціальної нерівності.

Особливо гостро ця проблема проявляється в секторах, де автоматизація здатна замінити значну частину завдань, що традиційно виконувалися людьми. Натомість для інших секторів економіки технологічні інновації відкривають можливості для створення нових видів діяльності, які потребують перекваліфікації кадрів. Отже, ключовою проблемою стає забезпечення балансу між позитивними наслідками технологічного розвитку та пом'якшенням його негативного впливу на соціально-економічну стабільність.

Актуальність проблеми зумовлена необхідністю проведення комплексного аналізу взаємозв'язку між автоматизацією, зайнятістю, заробітною платою та продуктивністю. Наявні дослідження часто зосереджені на окремих аспектах цієї проблеми, залишають без уваги міждисциплінарний підхід, що враховує як макроекономічні, так і мікроекономічні чинники. У цьому контексті постає потреба у створенні математичної моделі, яка дозволить оцінити динаміку цих змін і запропонувати практичні рекомендації для мінімізації негативних наслідків автоматизації.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Математичне моделювання впливу технологічних інновацій на ринок праці є важливим напрямом досліджень у соціально-економічних науках [1; 3; 6–8]. Особливу увагу в останні десятиліття приділяють дослідженню автоматизації та штучного інтелекту, які можуть суттєво змінити баланс зайнятості та соціальну динаміку [2].

У роботах [3; 4] запропоновано системний аналіз впливу автоматизації та віртуальної агломерації на ринок праці. Дослідження [5; 11] містять математичні моделі, що дозволяють оцінити динаміку змін у зайнятості під впливом технологічних чинників. У працях [7; 8] розглянуто роль професійної мобільності та змін у структурі оплати праці, які можуть компенсувати негативні наслідки автоматизації.

Численні дослідження вказують на неоднозначний вплив автоматизації. З одного боку, зменшення попиту на працю у традиційних секторах економіки [9; 10], з іншого – зростання продуктивності та створення нових професій [2]. У роботі [6] наголошується важливість освітніх програм і державної політики у процесі адаптації ринку праці до змін.

Основний недолік класичних моделей аналізу зайнятості полягає у припущенні сталості економічних параметрів і передбачуваності впливу автоматизації. У реальних умовах ринок праці є динамічним середовищем, де швидкість змін може залежати від політичних, освітніх

і соціальних чинників. Додатково, рідкісні, але значні зміни, наприклад прискорене впровадження технологій унаслідок кризових подій, можуть суттєво впливати на зайнятість і економічну стабільність.

У роботі ми пропонуємо диференціальну модель у матричній формі, яка враховує вплив автоматизації, перенавчання працівників, державної підтримки й освітніх програм. Використання цього підходу дозволяє гнучко оцінювати вплив різних сценаріїв розвитку технологій на рівень зайнятості, заробітну плату та продуктивність праці.

Мета дослідження

Метою дослідження є розроблення та математичне обґрунтування моделі, яка описує взаємозв'язок між автоматизацією, зайнятістю, заробітною платою та продуктивністю праці. Особливу увагу приділено побудові неперервної диференціальної моделі, що дозволяє дослідити динаміку змін на ринку праці під впливом технологічного прогресу.

Головні завдання дослідження такі:

- формалізація економічних процесів у вигляді системи диференціальних рівнянь у матричній формі;
- аналіз чинників, що визначають рівень зайнятості, заробітної плати та продуктивності в довгостроковій перспективі;
- оцінювання ефективності державної політики й освітніх програм у зменшенні негативних наслідків автоматизації;
- розроблення інструменту для прогнозування сценаріїв адаптації ринку праці.

Модель дає можливість описати та порівняти різні сценарії розвитку, зокрема швидку і повільну автоматизацію, різні рівні перенавчання працівників і варіанти державної підтримки. Результати дослідження можуть бути використані для оптимізації стратегій регулювання ринку праці, формування політики підтримки зайнятості та прогнозування наслідків технологічного прогресу.

Виклад основного матеріалу дослідження. Матрична модель

У дослідженні запропоновано математичну модель, яка дозволяє оцінити вплив автоматизації та штучного інтелекту на зайнятість, середню заробітну плату та продуктивність праці. На відміну від інших підходів, модель базується на диференціальному моделюванні, що дозволяє аналізувати неперервні зміни цих показників у часі.

Розглянемо вектор змінних стану:

$$x(t) = \begin{bmatrix} E(t) \\ Y(t) \\ P(t) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де:

$E(t)$ – рівень зайнятості (частка тих, хто працює в галузі);

$Y(t)$ – середній рівень заробітної плати;

$P(t)$ – продуктивність праці.

Динаміка змін цих величин задається системою рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dE}{dt} = -r_a E + r_r(1 + p + u)(1 - E) \\ \frac{dY}{dt} = s_r Y \\ \frac{dP}{dt} = r_a P \end{cases}, \quad (2)$$

де:

r_a – коефіцієнт автоматизації, що визначає швидкість скорочення рівня зайнятості. Також використовується в рівнянні для продуктивності, оскільки автоматизація сприяє зростанню продуктивності праці. Впливає на рівень заробітної плати через коефіцієнт чутливості s , що моделює зниження зарплат через зменшення попиту на людську працю;

r_r – коефіцієнт перенавчання, визначає швидкість адаптування робітників до змін на ринку праці. Впливає лише на рівень зайнятості, компенсує вплив автоматизації;

p – ефективність державної політики щодо підтримки зайнятості, визначає рівень ефективності державної підтримки в допомозі в перенавчанні працівників. Що вищий рівень державної підтримки, то менше людей втрачають роботу внаслідок автоматизації;

u – рівень освітніх ініціатив, даний коефіцієнт ураховує роль довготривалих освітніх ініціатив, які допомагають адаптувати населення до нових технологічних змін,

s – чутливість заробітної плати до автоматизації, коефіцієнт визначає, як змінюється середня заробітна плата під впливом автоматизації. Що більше коефіцієнт s , то сильніше автоматизація впливає на зниження зарплат.

Важливо відзначити, що коефіцієнт автоматизації (r_a) використовується як для визначення рівня зайнятості (E), так і для визначення продуктивності (P), оскільки він має портильний ефект для цих двох параметрів. Автоматизація зменшує рівень зайнятості (E), оскільки знижує потребу в робочій силі, водночас збільшує продуктивність (P), адже автоматизовані процеси працюють швидше й ефективніше.

Запишемо систему рівнянь як матричне рівняння:

$$dx(t) = Ax(t)dt + Bdt, \quad (3)$$

де:

– вектор стану:

$$x(t) = \begin{bmatrix} E(t) \\ Y(t) \\ P(t) \end{bmatrix}; \quad (4)$$

– матриця коефіцієнтів A :

$$A = \begin{bmatrix} -r_a - r_r(1 + p + u) & 0 & 0 \\ 0 & -sr_a & 0 \\ 0 & 0 & r_a \end{bmatrix}; \quad (5)$$

– вектор зовнішніх впливів B :

$$B = \begin{bmatrix} r_r(1 + p + u) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Матриця A містить три основні діагональні елементи, що визначають зміну кожного з показників:

1. Рівень зайнятості: залежить від автоматизації (r_a) та можливості перенавчання (r_r), а також підтримки політики й освіти (p, u).

2. Заробітна плата: знижується пропорційно до автоматизації, що визначається множителем $-sr_a$.

3. Продуктивність праці: зростає зі швидкістю автоматизації (r_a).

Така форма представлення моделі дозволяє аналізувати довгострокову динаміку зайнятості та заробітної плати в умовах різних сценаріїв автоматизації та державного втручання.

Оскільки дана модель є лінійною, вона має аналітичний розв'язок.

Розв'язок цієї системи записується так:

$$x(t) = e^{At} x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} B d\tau, \quad (7)$$

де e^{At} – матрична експонента, що визначає еволюцію системи в часі.

Для діагональної або легко діагоналізованої матриці A матрична експонента може бути знайдена як:

$$e^{At} = P e^{Dt} P^{-1}, \quad (8)$$

де D – діагональна форма матриці, A, P – матриця власних векторів.

Якщо ж матриця A вже є діагональною (як у нашій моделі), тоді експонента матриці A обчислюється елементарно:

$$e^{At} = \begin{bmatrix} e^{(-r_a - r_r(1+p+u))t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-sr_a t} & 0 \\ 0 & 0 & e^{r_a t} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Тоді розв'язок можна записати як:

$$x(t) = e^{At} x(0) + A^{-1} (e^{At} - I) B. \quad (10)$$

Окремі аналітичні вирази для змінних:

1. Рівень зайнятості $E(t)$:

$$E(t) = E_0 e^{(-r_a - r_r(1+p+u))t} + \frac{r_r(1+p+u)}{r_a + r_r(1+p+u)} (1 - e^{(-r_a - r_r(1+p+u))t}). \quad (11)$$

2. Середня заробітна плата $Y(t)$:

$$Y(t) = Y_0 e^{-sr_a t}. \quad (12)$$

3. Продуктивність $P(t)$:

$$P(t) = P_0 e^{r_a t}. \quad (13)$$

Експоненціальна залежність кожного з параметрів означає, що вплив автоматизації на зайнятість і зарплати є експоненційним спадним, а на продуктивність – експоненційно зростаючим. Додатковий внесок від вектора B (перенавчання) допомагає частково компенсувати спад зайнятості.

Надалі планується додавання нелінійних членів у нашу модель, що значно ускладнює аналітичний розв'язок. Отже, для ґрунтовного аналізу потрібно використовувати чисельні методи. Для чисельного розв'язку використовується метод Рунге – Кутта четвертого порядку (далі – RK4). Завдяки використанню даного методу забезпечується стабільність обчислень і висока точність у моделюванні довготривалих змін у соціально-економічних показниках. Це дозволяє адекватно оцінити наслідки автоматизації та впровадження технологій штучного інтелекту для ринку праці.

У результаті проведеного порівняння аналітичного та чисельного розв'язків моделі дійшли таких висновків:

1. Точність чисельного розв'язку. Метод Рунге – Кутта четвертого порядку забезпечує вищу точність порівняно з аналітичним розв'язком. Як показали результати, похибки для кожного параметра (рівня зайнятості, середньої заробітної плати та продуктивності) є незначними і перебувають у межах машинної похибки.

2. Стійкість розв'язку. Обчислення за чисельним методом залишаються стабільними навіть для тривалих періодів моделювання. Це дозволяє використовувати його для прогнозування змін на ринку праці внаслідок автоматизації та впровадження технологій штучного інтелекту.

3. Чутливість до параметрів. У разі зміни параметрів моделі, як-от рівень автоматизації або ефективність політики перенавчання, чисельний розв'язок швидко адаптується до нових умов, що робить його гнучким інструментом для аналізу різних сценаріїв.

4. Обмеження аналітичного підходу. Аналітичний розв'язок є точним, однак він можливий лише в умовах лінійної моделі. За додавання нелінійних компонентів або випадкових процесів його використання стає обмеженим, тоді чисельні методи стають основним інструментом для досліджень.

5. Практична значущість. Отримані результати підтверджують, що чисельний метод може ефективно застосовуватися для аналізу динаміки ринку праці під впливом автоматизації. Це особливо важливо для економічного прогнозування та розроблення політики щодо пом'якшення негативних наслідків автоматизації.

Програмна реалізація моделі та результати розрахунків

У рамках дослідження було розроблено вебзастосунок для моделювання впливу автоматизації та штучного інтелекту на зайнятість, заробітну плату та продуктивність.

Основні функціональні можливості поточної версії програмного продукту:

1. Гнучке налаштування параметрів моделі. Користувач має можливість змінювати рівень автоматизації, рівень перенавчання, чутливість заробітної плати до технологічних змін, а також рівень державної підтримки й освітніх програм.

2. Використання матричної моделі. Реалізовано чисельний розрахунок динаміки зайнятості, заробітної плати та продуктивності праці на основі диференціальних рівнянь.

3. Візуалізація результатів. Результати розрахунків відображаються як графіки, що показують зміну кожного з параметрів у часі.

4. Миттєве оновлення моделі. У разі зміни параметрів результати розрахунків автоматично оновлюються, без необхідності перезавантаження сторінки.

Розроблена модель дозволяє оцінювати наслідки різних сценаріїв автоматизації і адаптаційних стратегій для ринку праці та забезпечує інструментарій для моделювання можливих наслідків у майбутньому.

Результати моделювання демонструють різні наслідки впливу автоматизації та штучного інтелекту залежно від вибраних параметрів. Було розглянуто три сценарії:

Сценарій 1: Низький рівень автоматизації та високий рівень перенавчання

За рівня автоматизації 5% ($r_a = 5\%$) та високого рівня перенавчання 15% ($r_r = 15\%$) результати показали стабільний рівень зайнятості (~80%) навіть через 20 років. Як видно з рисунка 1, заробітна плата знизилася лише на 5%, тоді як продуктивність праці зросла на 20%. Це свідчить про можливість підтримання стабільності за умови активного перенавчання працівників.

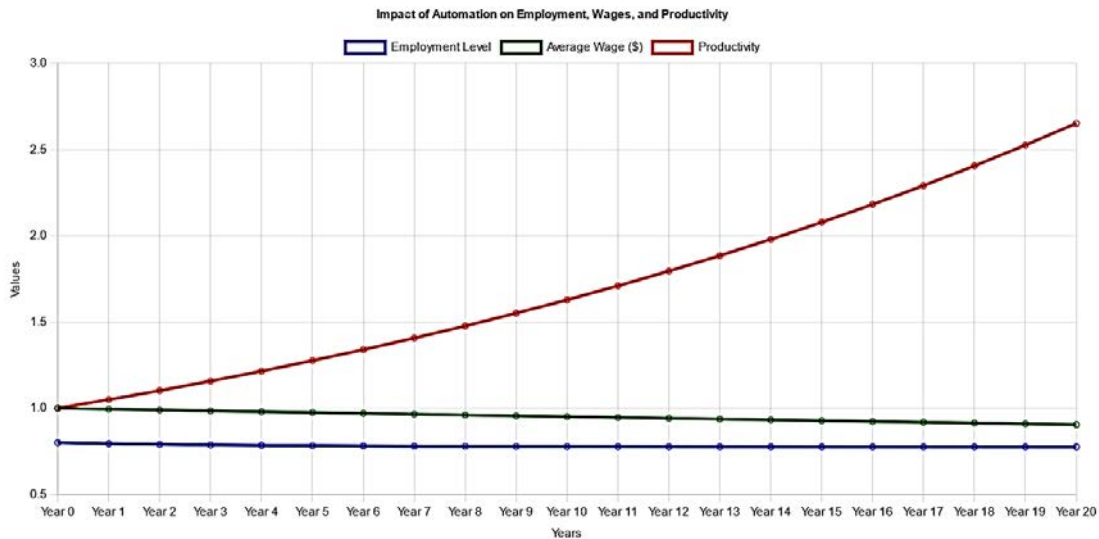


Рис. 1. Візуалізація результатів розрахунків впливу автоматизації та ШІ для сценарію 1

Сценарій 2: Високий рівень автоматизації та низький рівень перенавчання

За рівня автоматизації 30% ($r_a = 30\%$) та низького рівня перенавчання 5% ($r_r = 5\%$) рівень зайнятості значно знизився (до 50%), що спричинило суттєве зниження середніх заробітних плат (~25%) через 20 років. Проте, як бачимо з рисунка 2, продуктивність праці зросла на 60%, що вказує на потенціал автоматизації для підвищення ефективності, але завдяки значним соціальним втратам.

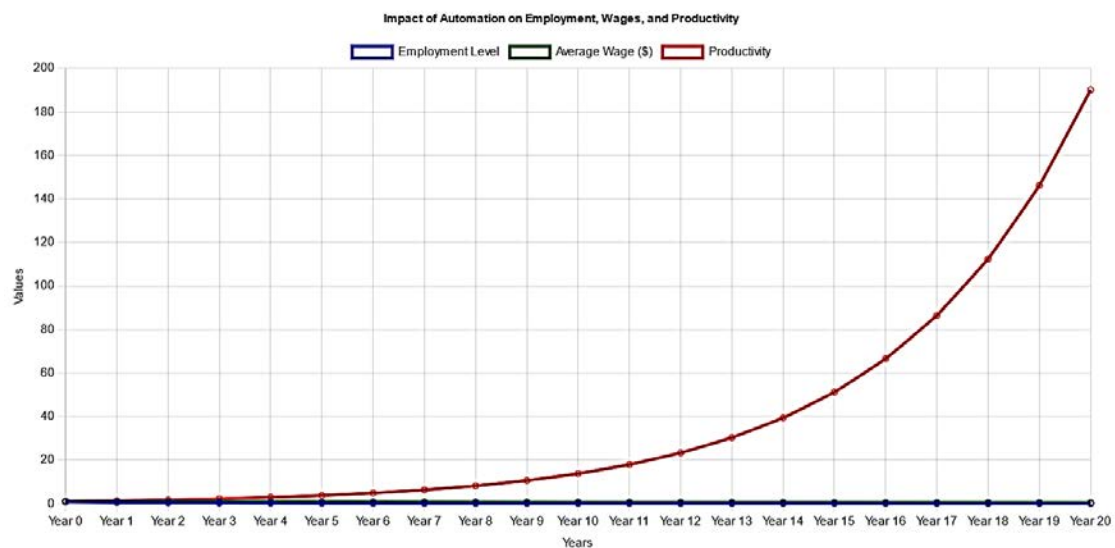


Рис. 2. Візуалізація результатів розрахунків впливу автоматизації та ШІ для сценарію 2

Сценарій 3: Ефективна державна політика та підтримка освіти

За середнього рівня автоматизації 10% ($r_a = 10\%$) і активної підтримки держави 50% ($p = 50\%$) й освіти 50% ($u = 50\%$) зайнятість залишалася на рівні 70% навіть за довгострокових змін. Заробітна плата знизилася лише на 10%, тоді як продуктивність праці збільшилася на 35%, що й зображено на рисунку 3. Це свідчить про важливість ефективної політики й освітніх ініціатив для збереження соціально-економічної стабільності.

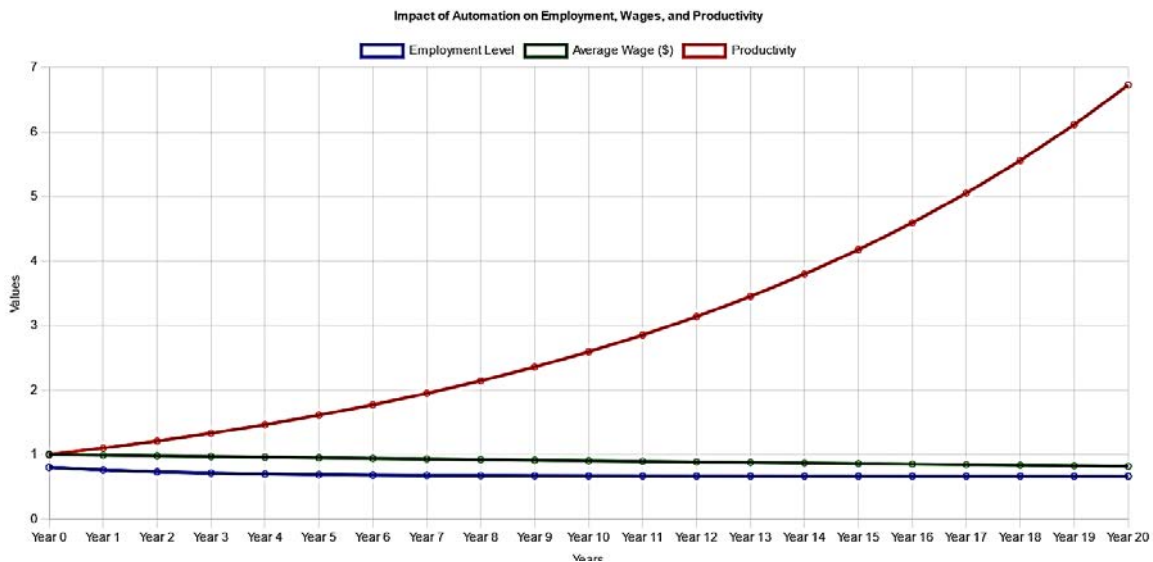


Рис. 3. Візуалізація результатів розрахунків впливу автоматизації та ШІ для сценарію 3

Ці результати підтверджують, що автоматизація може мати як позитивний, так і негативний вплив на економічні та соціальні показники. Перший сценарій підкреслює важливість перенавчання для збереження зайнятості, другий – демонструє ризики низького рівня адаптації до автоматизації, а третій – наголошує на значенні державної підтримки для пом’якшення негативних наслідків.

Висновки

У рамках дослідження була представлена математична модель, яка дозволяє оцінити вплив автоматизації та штучного інтелекту на зайнятість, заробітну плату та продуктивність праці. Розглянута модель формалізує взаємозв’язки між основними соціально-економічними параметрами та враховує вплив державної політики й освітніх програм.

На основі розрахунків і аналізу моделі було досліджено три ключові сценарії розвитку:

– Сценарій 1 (низький рівень автоматизації та високий рівень перенавчання) показав, що стабільний рівень зайнятості може бути збережений за умови ефективного перенавчання, що мінімізує негативний вплив автоматизації.

– Сценарій 2 (високий рівень автоматизації та низький рівень перенавчання) демонструє, що неналежна адаптація працівників до технологічних змін призводить до значного скорочення зайнятості та зниження рівня заробітних плат.

– Сценарій 3 (ефективна державна політика та підтримка освіти) підтвердив, що втручання держави й інвестиції в освіту можуть значно зменшити негативні наслідки автоматизації, сприяти стабільності ринку праці.

Ключові висновки дослідження:

– перенавчання та розвиток нових навичок є критичними для мінімізації негативного впливу автоматизації та забезпечення стабільного рівня зайнятості;

- державна підтримка й освітні ініціативи значно підвищують адаптаційний потенціал працівників, що дозволяє зменшити соціально-економічні ризики;
- зростання продуктивності завдяки автоматизації є позитивним ефектом для економіки, однак без належної підготовки працівників це може спричинити дисбаланс на ринку праці;
- оптимальне поєднання технологічного прогресу та політики регулювання є ключовим для створення стійкої економічної системи, у якій автоматизація сприяє зростанню економіки, а не поглибленню соціальної нерівності.

Результати дослідження можуть бути корисними для формування стратегій адаптації ринку праці до швидких технологічних змін. Використання запропонованої моделі дозволяє оцінити довгострокові ефекти автоматизації та визначити оптимальні заходи для пом'якшення негативного впливу на зайнятість.

Список використаної літератури

1. Frey C.B., Osborne M.A. The future of employment: How susceptible are jobs to computerisation? *Technological Forecasting and Social Change*. 2017. № 114. P. 254–280. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2016.08.019>.
2. Acemoglu D., Restrepo P. Automation and new tasks: How technology displaces and reinstates labor. *Journal of Economic Perspectives*. 2019. № 33 (2). P. 3–30. <https://doi.org/10.3386/w25684>.
3. Qamar A., Hall M., Lobo S. The impact of artificial intelligence on labor markets and employment : A systematic review. *International Journal of Information Management*. 2020. № 54. P. 102–135.
4. Shen Y., Zhang X. The impact of artificial intelligence on employment: The role of virtual agglomeration. *Humanities and Social Sciences Communications*. 2024. № 11 (122). <https://doi.org/10.1057/s41599-024-02647-9>.
5. Obasi C. Dynamics of an AI-Driven Mathematical Model of Some Learning Theories. *Journal of Learning Theory and Methodology*. 2024. № 5 (1). P. 32–40. <https://doi.org/10.17309/jltm.2024.5.1.05>.
6. García-Martínez I., Fernández-Batanero J.M., Fernández-Cerero J., León S.P. Analysing the Impact of Artificial Intelligence and Computational Sciences on Student Performance : Systematic Review and Meta-analysis. *Journal of New Approaches in Educational Research*. 2023. Vol. 12 (1). P. 171–197. <https://doi.org/10.7821/naer.2023.1.1240>.
7. Del Rio-Chanona R.M., Mealy P., Pichler A., Lafond F., Farmer J.D. Occupational mobility and automation: A data-driven network model. *Journal of The Royal Society Interface*. 2021. Vol. 18 (174). P. 20210133. <https://doi.org/10.1098/rsif.2020.0898>.
8. Hutter C., Weber E. Labour market effects of wage inequality and skill-biased technical change. *Economic Journal*. 2023. Vol. 134 (1). P. 55–89. <https://doi.org/10.1080/00036846.2022.2108751>.
9. Brynjolfsson E., McAfee A. *The Second Machine Age: Work, Progress, and Prosperity in a Time of Brilliant Technologies*. New York : W.W. Norton & Company, 2014. 320 p. <https://doi.org/10.1080/00332747.2015.1105632>.
10. Bessen J.E. AI and Jobs: The Role of Demand. *Technology & Policy Research Initiative, BU School of Law*. 2019. P. 17–46. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3078715>.
11. Чабанюк Ю., Нікітін А., Хімка У. Асимптотичний аналіз складних еволюційних систем з марковським та напівмарковським перемиканням із використанням апроксимаційних схем : монографія. Wiley-ISTE, 2020. 225 с.

References

1. Frey, C.B., & Osborne, M.A. (2017). The future of employment: How susceptible are jobs to computerisation? *Technological Forecasting and Social Change*, 114, 254–280. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2016.08.019> [in English].

2. Acemoglu, D., & Restrepo, P. (2019). Automation and new tasks: How technology displaces and reinstates labor. *Journal of Economic Perspectives*, 33 (2), 3–30. <https://doi.org/10.3386/w25684> [in English].
3. Qamar, A., Hall, M., & Lobo, S. (2020). The impact of artificial intelligence on labor markets and employment: A systematic review. *International Journal of Information Management*, 54, 102–135 [in English].
4. Shen, Y., & Zhang, X. (2024). The impact of artificial intelligence on employment: The role of virtual agglomeration. *Humanities and Social Sciences Communications*, 11 (122). <https://doi.org/10.1057/s41599-024-02647-9> [in English].
5. Obasi, C. (2024). Dynamics of an AI-Driven Mathematical Model of Some Learning Theories. *Journal of Learning Theory and Methodology*, 5 (1), 32–40. <https://doi.org/10.17309/jltm.2024.5.1.05> [in English].
6. García-Martínez, I., Fernández-Batanero, J.M., Fernández-Cerero, J., & León, S.P. (2023). Analysing the Impact of Artificial Intelligence and Computational Sciences on Student Performance: Systematic Review and Meta-analysis. *Journal of New Approaches in Educational Research*, 12 (1), 171–197. <https://doi.org/10.7821/naer.2023.1.1240> [in English].
7. Del Rio-Chanona, R.M., Mealy, P., Pichler, A., Lafond, F., & Farmer, J. D. (2021). Occupational mobility and automation: A data-driven network model. *Journal of The Royal Society Interface*, 18 (174), 20210133. <https://doi.org/10.1098/rsif.2020.0898> [in English].
8. Hutter, C., & Weber, E. (2023). Labour market effects of wage inequality and skill-biased technical change. *Economic Journal*, 134 (1), 55–89. <https://doi.org/10.1080/00036846.2022.2108751> [in English].
9. Brynjolfsson, E., & McAfee, A. (2014). *The Second Machine Age: Work, Progress, and Prosperity in a Time of Brilliant Technologies*. New York: W.W. Norton & Company. <https://doi.org/10.1080/00332747.2015.1105632> [in English].
10. Bessen, J.E. (2019). AI and Jobs: The Role of Demand. *Technology & Policy Research Initiative, BU School of Law*. 17–46. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3078715> [in English].
11. Chabanyuk, Y., Nikitin, A., & Khimka, U. (2020). Asymptotychnyi analiz skladnykh evoliutsiinykh system z markovskym ta napivmarkovskym peremykanniam iz vykorystanniam aproksymatsiinykh skhem [Asymptotic Analyses for Complex Evolutionary Systems with Markov and Semi-Markov Switching Using Approximation Schemes]: *Monohrafiia*. Wiley-ISTE. [in Ukrainian].

Перцов Андрій Сергійович – к.ф.-м.н, доцент кафедри математичного моделювання Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича. E-mail: a.pertsov@chnu.edu.ua, ORCID: 0000-0002-2434-3652.

Сачовська Віталіна Андріївна – магістр кафедри математичного моделювання Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича. E-mail: sachovskavita@gmail.com, ORCID: 0009-0004-1046-7242

Pertsov Andriy Serhiyovych – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Mathematical Modeling of the Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University. E-mail: a.pertsov@chnu.edu.ua, ORCID: 0000-0002-2434-3652.

Sachovska Vitalina Andriivna – Master’s Student at the Department of Mathematical Modeling of the Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University. E-mail: sachovskavita@gmail.com, ORCID: 0009-0004-1046-7242.

О.В. ПОЛИВОДА, А.О. ДЕРКАЧЕНКО
Херсонський національний технічний університет
В.В. ПОЛИВОДА
Херсонська державна морська академія

АВТОМАТИЗОВАНЕ РОЗПІЗНАВАННЯ ДЕФЕКТІВ ПОВЕРХНІ АВТОКЛАВІВ З ВИКОРИСТАННЯМ АНАЛІЗУ ХМАР ТОЧОК

Проблема виявлення дефектів на поверхні автоклавів є надзвичайно актуальною для гарантування безпеки, якості й економічної ефективності виробництва у критично важливих галузях, як-от харчова промисловість. Дефекти, зокрема й тріщини, корозія та нерівності, створюють ризики для стерильності, якості продукції та можуть призвести до аварійних ситуацій. У статті проведено аналіз сучасних методів сканування внутрішньої поверхні автоклавів, включаючи лазерне сканування та фотограмметрію, виявлено їхні переваги та недоліки з погляду точності, швидкості та вартості. Метою дослідження є розроблення ефективного автоматизованого алгоритму обробки результатів сканування внутрішньої поверхні автоклава для виявлення дефектів. Як вхідні дані використовується хмара точок, отримана методом фотограмметрії. Описано етапи побудови щільної хмари точок на основі алгоритмів структурного відновлення руху (SfM) та багатовимірного стереозображення (MVS). Представлено розроблений алгоритм обробки хмари точок, що включає послідовну фільтрацію точок на основі аналізу координат нормалей, розрахованих за допомогою методу головних компонент (PCA) з використанням алгоритму k-найближчих сусідів. Описано п'ять етапів фільтрації, спрямованих на вилучення точок, що можуть відповідати дефектам: видалення ізольованих точок і точок із виродженою локальною геометрією (нульові нормалі), вилучення точок, що належать великим планарним поверхням і симетричним елементам (однакові значення координат нормалей), фільтрація точок із майже горизонтальною орієнтацією (z-координата нормалі близька до одиниці), виділення точок, розташованих нижче за основну поверхню (від'ємна z-координата), вибір точок із координатами нормалей, що відхиляються від горизонтальної орієнтації на порогове значення. Наведено результати застосування розробленого алгоритму до хмари точок, що відображає внутрішню поверхню автоклава зі слідами корозії. Продемонстровано візуалізацію хмари точок після кожного етапу фільтрації. Підкреслено важливість порівняння результатів поточного сканування з попередніми для моніторингу динаміки розвитку дефектів і оцінювання ефективності ремонтних робіт. Розроблений автоматизований підхід сприяє підвищенню ефективності й об'єктивності процесу виявлення дефектів на поверхні автоклавів.

Ключові слова: автоматизоване розпізнавання дефектів, сканування поверхні, фотограмметрія, фільтрація хмари точок, контроль якості.

O.V. POLYVODA, A.O. DERKACHENKO
Kherson National Technical University
V.V. POLYVODA
Kherson State Maritime Academy

AUTOMATED RECOGNITION OF AUTOCLAVE SURFACE DEFECTS USING POINT CLOUD ANALYSIS

The problem of detecting defects on the surface of autoclaves is extremely relevant for ensuring safety, quality, and economic efficiency of production in critical industries such as the food industry. Defects, including cracks, corrosion, and irregularities, create risks for sterility, product quality, and can lead to emergency situations. The article analyzes modern methods of scanning the internal surface of autoclaves, including laser scanning and photogrammetry, and identifies their advantages and disadvantages in terms of accuracy, speed, and cost. The aim of the research is to develop an effective automated algorithm for processing the results of scanning the internal surface of an autoclave to detect defects. The input data is a point cloud obtained by photogrammetry. The stages of building a dense point cloud based on Structure from Motion (SfM) and Multi-View Stereo (MVS) algorithms are described. The developed point cloud processing algorithm is presented, which includes sequential filtering of points based on the analysis of normal coordinates calculated using the Principal Component Analysis (PCA) method with the k-nearest neighbors algorithm. Five filtering stages aimed at extracting points that may correspond to defects are described: removal of isolated points and points with degenerate local geometry (zero normals), removal of points belonging to large planar surfaces and symmetrical elements (identical values of normal coordinates), filtering of points with a nearly horizontal orientation (z-coordinate of the normal close to one), selection of points located below the main surface (negative z-coordinate), and selection of points with normal coordinates deviating from the horizontal orientation by a threshold value. The results of applying the

developed algorithm to a point cloud representing the internal surface of an autoclave with traces of corrosion are presented. Visualization of the point cloud after each filtering stage is demonstrated. The importance of comparing the results of the current scan with previous ones for monitoring the dynamics of defect development and evaluating the effectiveness of repair work is emphasized. The developed automated approach contributes to increasing the efficiency and objectivity of the process of detecting defects on the surface of autoclaves.

Key words: *automated defect recognition, surface scanning, photogrammetry, point cloud filtering, quality control.*

Постановка проблеми

Проблема виявлення дефектів на поверхні автоклавів є надзвичайно актуальною з кількох ключових причин. Автоклави використовуються у критично важливих галузях, як-от харчова промисловість, де стерильність і безпека є першорядними, а дефекти на поверхні автоклава, як-от тріщини, корозія або нерівності, можуть створювати умови для розмноження бактерій та інших мікроорганізмів, що становить серйозну загрозу для здоров'я. У виробництві харчових продуктів якість продукції безпосередньо залежить від ефективності стерилізації в автоклавах. Дефекти на поверхні автоклава можуть призвести до нерівномірного розподілу тепла та пари, що знижує ефективність стерилізації та впливає на якість продукції. Регулярний контроль і своєчасне виявлення дефектів дозволяють запобігти серйозним поломкам автоклавів, що знижує витрати на ремонт і заміну обладнання. Виявлення дефектів на ранніх стадіях дозволяє проводити локальний ремонт, що є більш економічно вигідним, ніж цілковита заміна автоклава. Окрім того, несправність автоклава через дефекти може призвести до аварійних ситуацій, травмування персоналу та пошкодження обладнання [1]. З урахуванням цих чинників можна зробити висновок, що розроблення ефективних методів виявлення дефектів на поверхні автоклавів є важливим завданням, що має велике значення для забезпечення якості, економічної ефективності та безпеки виробництва.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Різноманітність сучасних методів сканування надає технічну можливість отримати детальні дані про стан внутрішньої поверхні автоклава. Щоб визначити найбільш ефективні підходи для виявлення дефектів, проаналізуємо найбільш поширені методи сканування, кожен із яких має свої переваги та недоліки.

Лазерне сканування [2] використовує лазерний промінь для вимірювання відстані до поверхні об'єкта. Сканер випромінює лазерний промінь, який відбивається від поверхні та повертається до сканера. Час, який потрібен лазерному променю для переміщення до поверхні та у зворотному напрямку, використовується для обчислення відстані. Такий метод сканування має високу точність, швидкість сканування, роздільну здатність і придатний для сканування складних поверхонь. Проте має обмеження у скануванні дзеркальних і прозорих поверхонь та чутливий до зовнішніх умов (освітлення, пил).

Фотограмметрія [3] аналізує серію фотографій об'єкта для створення тривимірної моделі. Фотографії робляться з різних кутів, а потім обробляються за допомогою спеціального програмного забезпечення. Програмне забезпечення використовує перекриття між фотографіями для обчислення тривимірних координат точок на поверхні об'єкта. Використання цього методу надає можливість сканування великих об'єктів із високим ступенем деталізації за відносно низької вартості обладнання. До недоліків методу можна віднести потребу в якісному освітленні та тривалий процес обробки даних. Використання сферичних паралельних механізмів [4] може значно полегшити та покращити процес фотограмметричного сканування внутрішньої поверхні автоклава, особливо якщо доступ до внутрішньої частини обмежений або потрібна точна орієнтація камери.

У промисловості використовуються також ультразвуковий контроль, рентгенівське сканування, вихрострумний контроль, магнітопорошковий контроль, капілярний контроль та інші методи.

Вибір оптимального методу сканування залежить від конкретних вимог до точності, швидкості та вартості. Однак ефективність виявлення дефектів залежить не лише від методу сканування, але й від методів обробки отриманих даних. Після сканування дані обробляються за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення. Процес обробки даних може включати такі етапи, як фільтрація шуму, вирівнювання та згладжування поверхні, сегментація даних, аналіз отриманих зображень, виявлення дефектів.

Мета дослідження

Метою дослідження є розроблення ефективного алгоритму обробки результатів сканування внутрішньої поверхні автоклава як комплексного набору методів, що охоплюють усі етапи, від попередньої обробки даних до остаточної візуалізації результатів, призначеного для автоматизації виявлення дефектів.

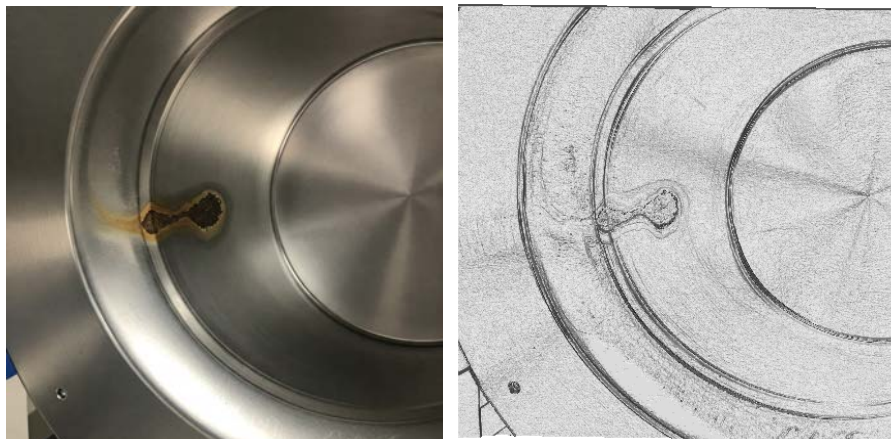
Виклад основного матеріалу дослідження

Використання хмар точок у задачі автоматизованого сканування поверхні автоклава є перспективним сучасним підходом, що надає низку вагомих переваг, які роблять цей метод особливо ефективним для виявлення дефектів. Хмари точок – це набори точок у тривимірному просторі, які являють собою геометричну поверхню об'єкта або простору. Хмари точок забезпечують надзвичайно високу точність вимірювань, що дозволяє детально відтворити навіть найдрібніші дефекти поверхні автоклава, що особливо важливо для виявлення тріщин, подряпин, корозії та інших дрібних дефектів, які можуть бути непомітними за використання інших методів. Отримується повна тривимірна інформація про поверхню автоклава, що дозволяє аналізувати не тільки поверхневі дефекти, але й їхню глибину та форму. Методи сканування, що використовуються для створення хмар точок, зазвичай є неруйнівними і не пошкоджують поверхні автоклава під час сканування. Обробка хмар точок може бути автоматизована за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення, що дозволяє швидко й ефективно аналізувати великі обсяги даних і виявляти дефекти. Хмари точок дозволяють візуалізувати результати сканування у тривимірному просторі, що полегшує аналіз дефектів і їх локалізацію, сприяє використанню алгоритмів машинного навчання для виявлення дефектів. Алгоритми машинного навчання можуть бути навчені розпізнавати різні типи дефектів на основі характеристик хмари точок, що дозволяє автоматизувати процес класифікації дефектів і підвищити точність їх виявлення.

Для побудови хмар точок за фото об'єкта існує різне спеціалізоване програмне забезпечення, що використовує алгоритми фотограмметрії, наприклад: RealityCapture – відоме своєю швидкістю та ефективністю в обробці великих обсягів фотографій; 3DF Zephyr – надає широкий спектр інструментів для фотограмметрії, зокрема й побудову хмар точок і тривимірних моделей; Meshroom – безкоштовне та відкрите програмне забезпечення для фотограмметрії.

Основні алгоритми, які використовуються у фотограмметричному програмному забезпеченні для побудови хмар точок із фотографій, це алгоритм структурного відновлення руху (Structure from Motion (далі – SfM)) [5], який аналізує серію таких, що перекриваються, фотографій для визначення положення камери й орієнтації фотографій, виявляє спільні точки на фотографіях і використовує їх для розрахунку тривимірних координат точок. Ще один алгоритм – багатовимірне стереозображення (Multi-View Stereo (далі – MVS)) [6] – використовує інформацію про положення камери й орієнтацію фотографій, отриману із SfM, для створення щільної хмари точок, аналізує перекриття між фотографіями для визначення тривимірних координат точок із високою точністю.

Ці програми й алгоритми дозволяють отримувати точні та детальні хмари точок із фотографій, що можна використати для обробки зображень внутрішньої поверхні автоклава. На рис. 1 наведено фото автоклава зі слідами корозії та відповідну згенеровану хмару точок.



а) б)

**Рис. 1. Автоклав зі слідами корозії:
а) фото фрагмента; б) згенерована хмара точок**

Для розрахунку нормалей для кожної точки хмари точок використовуємо алгоритм головних компонент (далі – РСА) [7]. Для кожної точки хмари визначимо її сусідні точки за допомогою алгоритму k – найближчих сусідів [8]. Це алгоритм машинного навчання, який базується на припущенні, що схожі об’єкти розташовані близько один до одного.

Алгоритм k – найближчих сусідів складається з таких етапів:

1. Визначається кількість найближчих сусідів k , які будуть використовуватися для ухвалення рішення. Вибір k істотно впливає на результати алгоритму, адже мале значення k робить модель чутливою до шуму та викидів, а велике – згладжує рішення, що може призвести до втрати локальних особливостей і деталей сканованого об’єкта. Дрібні дефекти або нерівності на поверхні можуть бути проігноровані, оскільки вони не будуть досить представлені серед великої кількості сусідів, тому важливо вибрати оптимальне значення k , яке забезпечить баланс між згладжуванням рішень і локальною чутливістю.

2. Обчислюється відстань між новою точкою даних x і кожною точкою даних x_i із навчального набору.

$$d(x, x_i) = \sqrt{\sum (x_j - x_{ij})^2},$$

де x – нова точка даних, x_i – точка даних із навчального набору, x_j – j -та координата x , x_{ij} – j -та координата x_i .

3. Вибираються k точок даних із навчального набору, які мають найменшу відстань до нової точки даних.

Для кожної точки та її сусідніх точок будемо коваріаційну матрицю C , яка описує розсіювання точок у просторі. Коваріаційна матриця обчислюється за формулою:

$$C = \frac{1}{k-1} (A - \mu)^T (A - \mu),$$

де k – задана кількість сусідніх точок, A – матриця сусідніх точок, розмірністю $[k \times 3]$, μ – вектор середніх значень координат сусідніх точок $[\mu X_c \quad \mu Y_c \quad \mu Z_c]$, який віднімається від кожного рядка матриці A .

Для коваріаційної матриці розрахуємо власні вектори та власні значення. Аналіз власних векторів дає можливість оцінити напрямки головних компонент, а власні значення – дисперсію точок у цих напрямках.

Власні вектори v та власні значення λ коваріаційної матриці обчислюються з рівняння $Cv = \lambda v$, згідно з яким власні (характеристичні) значення розраховуються з умови:

$$|\lambda I - C| = 0,$$

де I – одинична матриця тієї ж розмірності, що і матриця C .

Нормаль $N = [N_x, N_y, N_z]$ до поверхні в точці дорівнює власному вектору, що відповідає найменшому власному значенню. Цей власний вектор вказує напрямок, у якому точки найменше розсіюються, тобто напрямок, перпендикулярний до поверхні. Також необхідно врахувати, що якість розрахунку нормалей залежить від щільності хмари точок.

У таблиці 1 наведено результати розрахунків вибірових координат нормалей точок хмари, наведеної на рис. 1-б.

Таблиця 1

Результати обчислень координат нормалі точок хмари

№ точки у хмарі	Координати точки			Координати нормалі		
	X	Y	Z	N_x	N_y	N_z
1	22.518	-289.489	15	$9.78 \cdot 10^{-4}$	$9.78 \cdot 10^{-4}$	1
5000	-162.176	-275.391	-7.083	0.191	$1.145 \cdot 10^{-3}$	0.982
10000	116.444	-217.202	-9.47	$1.145 \cdot 10^{-3}$	0.191	0.982
15000	285.499	-158.799	-2.115	0.225	-0.897	0.38
20000	-59.489	-104.301	9.368	0.881	0.241	0.408
25000	20.756	-50.37	-2.529	$9.78 \cdot 10^{-4}$	$9.78 \cdot 10^{-4}$	1
30000	-30.247	7.148	-11.793	0.269	0.675	0.687
35000	-295.945	64.738	-7.677	0.191	$1.145 \cdot 10^{-3}$	0.982
40000	-255.319	122.229	-8.328	$1.145 \cdot 10^{-3}$	-0.191	0.982
45000	-145.082	180.942	-7.565	-0.191	$1.145 \cdot 10^{-3}$	0.982
50000	-53.512	239.934	-4.546	0.748	-0.635	0.192

У процесі аналізу отриманої хмари точок було проведено фільтрацію в декілька етапів. Результати етапів обробки, представлені на площині XOY , та кількість точок n , що залишилися у хмарі точок після кожного етапу, наведені на рис. 2.

На першому етапі з початкової хмари точок (рис. 2-а) були видалені точки, у яких усі координати нормалі дорівнюють нулю $[N_x, N_y, N_z]$ (рис. 2-б). Такі точки належать до ізольованих точок, які не мають належної кількості сусідів для визначення локальної поверхні. Якщо алгоритм намагається розрахувати нормаль для ізольованої точки, він може повернути нульовий вектор як ознаку невизначеності. Усі координати нормалі дорівнюють нулю також у разі виродженої локальної геометрії, якщо сусідні точки збігаються з розглядуваною точкою. У такому разі коваріаційна матриця C буде нульовою, власні вектори v будуть невизначені або нульовими. Ще одним випадком, коли вектор нормалі нульовий, є лінійне розташування точок. Якщо всі сусідні точки лежать на одній прямій лінії, дотична площина не є однозначно визначеною у тривимірному просторі, розрахунок нормалі може бути некоректним.

На другому етапі вилучені точки, координати нормалі яких мають однакові значення, що вказує на визначені характеристики сканованої поверхні, як-от наявність великих планарних поверхонь (рис. 2-в). Якщо значна частина сканованої поверхні є плоскою, то нормалі до цих

точок будуть паралельними або матимуть однакові (або дуже близькі) значення координат. Велика кількість таких точок вказує на те, що значна частина об'єкта може складатися з однієї або кількох великих плоских ділянок, орієнтованих в одному напрямку. Іноді, особливо в разі з'єднання кількох знімків, можуть виникати спотворення, які призводять до того, що велика кількість точок отримує однакові або дуже схожі нормалі. Це може бути пов'язано з помилками реєстрації або калібрування сканера. На цьому етапі вилучаються також точки, що належать симетричним або геометрично простим об'єктам, адже якщо сканований об'єкт має значну симетрію або просту геометричну форму (наприклад, циліндр із плоскою основою), то великі частини поверхні можуть мати однакові нормалі.

На третьому етапі видалені точки, координата нормалі яких за віссю апікат Z , дорівнюватиме одиниці або приблизно одиниці (рис. 2-г). Якщо N_z – координата нормалі дорівнює одиниці, то локальна поверхня є ідеально плоскою та горизонтальною, паралельною площині XU , вектор нормалі є одиничним і спрямованим точно вгору. Більш реалістичний сценарій за сканування реальних об'єктів спостерігається тоді, коли координата нормалі N_z близька до одиниці. Локальна поверхня може мати невеликі відхилення від ідеальної горизонтальності. Наприклад, трохи нахилена площина або слабо викривлена поверхня, де переважає горизонтальна орієнтація. На практиці, за локальної апроксимації майже плоских горизонтальних ділянок складної поверхні, якщо локально сусідні точки утворюють майже горизонтальну площину, компонента нормалі N_z буде близькою до 1.

На четвертому етапі з точок, що залишились у хмарі точок, вибираємо точки, що мають координату Z менше нуля (рис. 2-д). З погляду дефектоскопії, якщо координата Z сканованої поверхні менше за нуль, це може вказувати на кілька важливих ситуацій, пов'язаних із наявністю або характеристиками дефектів. Якщо сканована поверхня в нормі має координати Z , що знаходяться в певному діапазоні (наприклад, близько нуля або вище), то точки з координатами Z значно меншими за нуль можуть вказувати на заглиблення, вм'ятини або інші види дефектів на поверхні. Ці заглиблення можуть бути наслідком механічних пошкоджень, корозії, ерозії або виробничих дефектів. У разі наявності тріщини, особливо якщо вона має визначені ширину і глибину, точки всередині розкритої тріщини можуть мати z -координати значно менші, ніж основна поверхня навколо неї. Це дозволяє не лише ідентифікувати наявність тріщини, але й оцінити її глибину або ширину.

Корозія може призвести до втрати матеріалу з поверхні, створювати ділянки зі зниженими координатами Z . Особливо це стосується пітингової корозії, яка створює глибокі точкові ураження. Значний знос або деформація поверхні може призвести до локальних ділянок зі зниженими координатами Z порівняно з номінальною формою. Якщо на поверхні є пори або сторонні включення, які заглиблені щодо основної поверхні, їх скановані точки також можуть мати менші координати Z . Важливо зазначити, що значення координат Z залежить від вибраної системи координат під час сканування і обробки даних. Тому порівняння з нулем має розглядатися в контексті загальної геометрії об'єкта та налаштувань сканера.

На п'ятому етапі вибираємо точки, координата N_z нормалі яких буде менше за експериментально визначене порогове значення $N_z < 0,5$ (рис. 2-е). Координата N_z нормалі точки із хмари точок сканованої поверхні буде менше за 0.5 (для одиничного вектора нормалі), якщо локальна поверхня в цій точці значно відхиляється від горизонтальної орієнтації, де вісь z спрямована вгору. На цьому етапі можливе виявлення таких особливостей сканованої поверхні та дефектів:

1. Похилі або вертикальні ділянки поверхні. Значення $N_z < 0,5$ означає, що вектор нормалі має значні складники вздовж осей x та/або y . Геометрично це відповідає ділянкам поверхні, які не є горизонтальними, а мають значний нахил або навіть є вертикальними. Самі собою похилі або вертикальні ділянки не є дефектами, якщо вони відповідають геометрії об'єкта.

2. Край дефекту. У багатьох випадках край дефектів, як-от тріщини, відколи, вм'ятини або виступи, характеризуються різкою зміною орієнтації поверхні. Точки, розташовані на краю

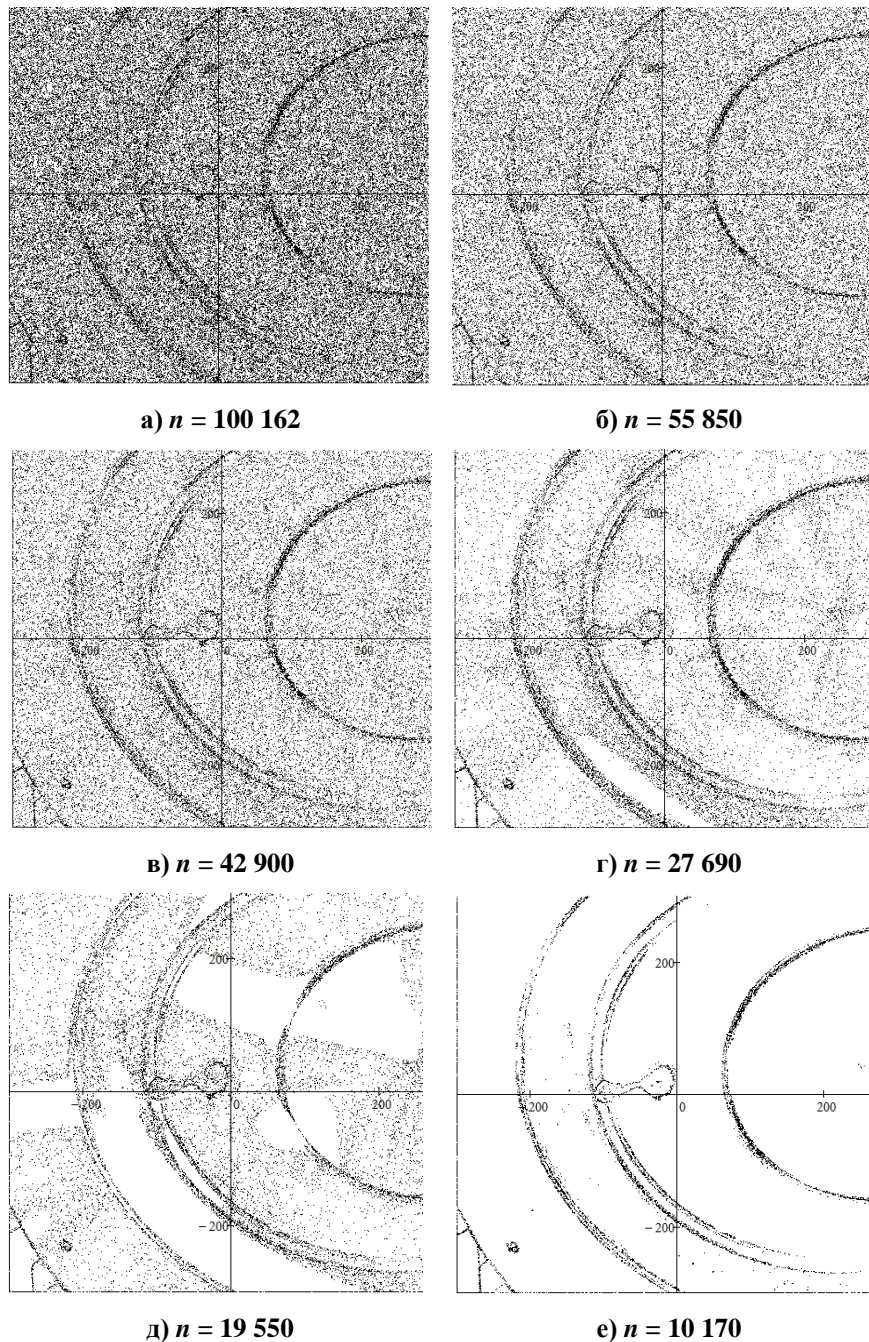


Рис. 2. Результати обробки хмари точок

такого дефекту, часто матимуть нормалі, значно відхилені від нормалей основної поверхні без дефектів. Якщо основна поверхня є переважно горизонтальною, з нормаллю, близькою до $[N_x, N_y, N_z]=[0,0,1]$, то на краях дефекту N_z може бути значно меншим за 0.5.

3. Поверхня дефекту, орієнтована під кутом. Сам дефект може мати поверхню, орієнтовану під деяким кутом до основної поверхні. Наприклад, відкол або тріщина може мати фаски або нерівні краї, де нормалі будуть мати значні N_x та N_y складники, що призведе до малого N_z складника.

4. Нерівності та шорсткість. На шорсткій або нерівній поверхні локальні нормалі можуть дуже коливатися. Якщо загальна тенденція поверхні є горизонтальною, то окремі мікронерівності можуть мати нормалі зі значно меншим N_z складником. Однак у дефектоскопії зазвичай розглядаються більш макроскопічні відхилення.

5. Виступи або нарости. Подібно до заглиблень, виступи або нарости на поверхні також можуть мати краї та власні поверхні, орієнтовані під кутом до основної поверхні, що призведе до меншого значення N_z .

Для остаточної ідентифікації дефектів потрібно виконати порівняння опрацьованої хмари точок сканованої поверхні з референтною поверхнею (номінальною моделлю або із сусідніми ділянками без дефектів) для виділення ділянок поверхні, що відповідають геометрії об'єкта.

Порівняння результатів поточного сканування з попередніми результатами дозволяє відстежувати зміни, які відбулися із часом, що особливо важливо для виявлення дефектів, що прогресують, як-от корозія, тріщини, деформації або знос. Регулярне порівняння може виявити дефекти на ранніх стадіях їхнього розвитку, коли вони ще не є критичними і їх усунення є менш витратним. Порівняння допомагає виявити нові пошкодження внаслідок експлуатації, зовнішніх впливів або інших чинників.

Висновки

Проведене дослідження підтверджує актуальність проблеми виявлення дефектів на поверхні автоклавів, зумовлену критичністю їх застосування в галузях із високими вимогами до стерильності та безпеки, а також економічними наслідками несвоєчасного виявлення пошкоджень. Аналіз сучасних методів сканування показав перспективність використання хмар точок для детального відображення поверхні автоклавів. Застосування фотограмметрії як методу отримання хмар точок є економічно вигідним і дозволяє сканувати об'єкти великих розмірів із високою деталізацією. Розроблений алгоритм обробки хмари точок, що включає етапи фільтрації на основі аналізу координат нормалей і координат точок, демонструє можливість ефективного виділення потенційних ділянок з дефектами. Видалення точок із нульовими та близькими до одиниці значеннями компоненти N_z нормалей дозволяє відфільтрувати ізольовані, планарні та горизонтальні ділянки, зосереджувати увагу на геометричних аномаліях. Виділення точок із від'ємними значеннями координат Z є індикатором заглиблень та інших дефектів, пов'язаних із втратою матеріалу або зміною геометрії поверхні. Аналіз нормалей із малою компонентою N_z дозволяє виявляти краї дефектів і похилі ділянки. Проте для ефективного виявлення і аналізу дефектів необхідно враховувати не лише значення окремої компоненти нормалі, але й комплексний аналіз розподілу нормалей на сканованій поверхні, а також порівняння з очікуваними нормаллями для поверхні без дефектів. Різкі зміни й аномальні значення нормалей часто є ключовими ознаками наявності дефектів. Запропонований підхід до обробки хмар точок є важливим кроком до автоматизації процесу виявлення дефектів на поверхні автоклавів. Для остаточної ідентифікації дефектів необхідним є порівняння опрацьованої хмари точок із референтною моделлю або результатами попередніх сканувань, що дозволить виділити значущі відхилення та відстежувати динаміку розвитку дефектів із часом, підвищувати ефективність контролю якості, економічність обслуговування та безпеку експлуатації автоклавів.

Список використаної літератури

1. Про затвердження технічного регламенту обладнання, що працює під тиском : постанова Кабінету Міністрів України від 16 січня 2019 р. № 27. *Офіційний вісник України*. 2019. № 9. С. 90.
2. Wang J., Zhang J., Xu Q. Research on 3D laser scanning technology based on point cloud data acquisition. *2014 International Conference on Audio, Language and Image Processing*, Shanghai, China, 2014. P. 631–634. DOI: 10.1109/ICALIP.2014.7009871.
3. Дорожинський О.Л. Фотограмметрія та дистанційне зондування: актуальний стан і тенденції вдосконалення. *Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва*. 2011. Вип. II (22). С. 34–39.
4. Lebedenko Y., Polyvoda O., Derkachenko A., Modlo Y., Demishonkova S., Pylypenko Y. Research of Control Systems for Robotic Spatial Planning Platforms, *2022 IEEE 4th International Conference on Modern Electrical and Energy System (MEES)*, Kremenchuk, Ukraine, 2022. P. 1–4. DOI: 10.1109/MEES58014.2022.10005765.

5. Shapiro G.L., Stockman C.G. *Computer Vision*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001.
6. Furukawa Y., Hernández C. Multi-View Stereo: A Tutorial. *Foundations and Trends in Computer Graphics and Vision*. 2013. Vol. 9. № № 1–2. P. 1–148.
7. Abdi H., Williams L.J. Principal component analysis. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 2010. Vol. 2. P. 433–459.
8. Bishop C.M. *Pattern recognition and machine learning*. Springer, 2006. 778 p.

References

1. Pro zatverdzhennia tekhnichnoho rehlamentu obladnannia, shcho pratsiuie pid tyskom : postanova Kabinetu Ministriv Ukrainy vid 16 sichnia 2019 r. № 27 [Resolution of the Cabinet of Ministers of Ukraine on Approval of Technical Regulations for Pressure: Equipment from January 16, 2019, № 27]. (2019). *Oftsiyniy visnyk Ukrainy*. №. 9. p. 90. [in Ukrainian].
2. Wang, J., Zhang, J. & Xu, Q. (2014). Research on 3D laser scanning technology based on point cloud data acquisition. *2014 International Conference on Audio, Language and Image Processing*, Shanghai, China. pp. 631–634. DOI: 10.1109/ICALIP.2014.7009871 [in English].
3. Dorozhynskyi, O.L. (2011). Fotogrammetriia ta dystantsiine zonduvannia: aktualnyi stan i tendentsii vdoskonalennia [Photogrammetry and remote sensing: current status and improvement trends]. *Suchasni dosiahnennia heodezychnoi nauky ta vyrobnytstva*, II (22), 34–39. [in Ukrainian].
4. Lebedenko, Y., Polyvoda, O., Derkachenko, A., Modlo, Y., Demishonkova, S., & Pylypenko, Y. (2022). Research of Control Systems for Robotic Spatial Planning Platforms. *2022 IEEE 4th International Conference on Modern Electrical and Energy System (MEES)*, Kremenchuk, Ukraine. 1–4. DOI: 10.1109/MEES58014.2022.10005765 [in English].
5. Shapiro, G.L., & Stockman, C.G. (2001). *Computer Vision*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall. [in English].
6. Furukawa, Y., & Hernández, C. (2013) Multi-View Stereo: A Tutorial. *Foundations and Trends in Computer Graphics and Vision*, 9 (1–2), 1–148. [in English].
7. Abdi, H., & Williams, L.J. (2010). Principal component analysis. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, 2, 433–459. [in English].
8. Bishop, C.M. (2006). *Pattern recognition and machine learning*. Springer. [in English].

Поливода Оксана Валеріївна – к.т.н., доцент, доцент кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету. E-mail: pov81@ukr.net, ORCID: 0000-0002-6323-3739.

Деркаченко Анатолій Олегович – аспірант кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету. E-mail: toldk98@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0443-0329.

Поливода Владислав Володимирович – к.т.н., доцент, доцент кафедри експлуатації суднового електрообладнання і засобів автоматики Херсонської державної морської академії. E-mail: polyvodavv@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7742-255X.

Polyvoda Oksana Valeriivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Automation, Robotics and Mechatronics of the Kherson National Technical University. E-mail: pov81@ukr.net, ORCID: 0000-0002-6323-3739.

Derkachenko Anatolii Olehovych – Postgraduate Student at the Department of Automation, Robotics and Mechatronics of the Kherson National Technical University. E-mail: toldk98@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0443-0329.

Polyvoda Vladyslav Volodymyrovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Ship Electrical Equipment and Automatic Devices Operation of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: polyvodavv@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7742-255X.

С.А. ПОЛОЖАЄНКО, А.Ю. ПРОКОФЬЄВ
Національний університет «Одеська політехніка»

АДАПТИВНИЙ МЕТОД КОНТРОЛЮ ТА КРИТЕРІЇ ПЕРЕВІРКИ ДОСТОВІРНОСТІ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

Питання дослідження динамічних систем найбільш гостро постають під час розроблення, експлуатації та модернізації систем управління різноманітними об'єктами та процесами. Характерною рисою сучасних систем управління є широке використання різноманітних типів обчислювальних систем, що реалізують методи й алгоритми моделювання та управління. Тому якість функціонування систем моделювання та управління багато в чому визначається характеристиками обчислювальних засобів, що використовуються. Проблема забезпечення якості функціонування, зокрема й керівних систем з обчислювальною машиною в контурі управління, є дуже складною як з технічного, так і з математичного погляду. Під час вирішення цієї проблеми практика висунула на одне з перших місць науковий напрям, пов'язаний із розробленням методів і засобів, що забезпечують надійність і достовірність процесів обчислень і обробки інформації. У низці прикладних завдань, зокрема з оцінювання достовірності отриманого розв'язку, визначальне значення мають час прогнозу (тобто швидкодія в його отриманні) та простота задіяних обчислювальних процедур. Зокрема, такі вимоги можуть виникати під час розв'язування завдань з управління швидкоплинними динамічними процесами (об'єктами), особливо в умовах багатоваріантної постановки (до таких завдань можуть бути віднесені: оптимізаційні завдання з ітераційними процедурами пошуку оптимального закону управління; завдання диспетчерського управління в нештатних і аварійних ситуаціях, коли відідується найкращий за окремим критерієм розв'язок із можливих альтернативних; завдання, які розв'язуються у «прискореному» масштабі часу, коли відідуються закони програмного управління, за умови відсутності можливості організувати замкнуті системи управління тощо). Очевидно, що для перевірки достовірності обчислень стосовно динамічного стану досліджуваних об'єктів і процесів раціонально застосовувати контрольні алгоритми. Причому, в разі обмеженого часу на обчислення доцільно як контрольний (перевірочний) алгоритм використовувати спрощений алгоритм розв'язування задачі оцінки достовірності отриманого розв'язку вихідної задачі моделювання або управління.

Ключові слова: динамічна система, модель, достовірність обчислень, контрольний алгоритм, критерій перевірки обчислень, адаптивний метод.

S.A. POLOZHAENKO, A.YU. PROKOFIEV
Odessa Polytechnic National University

ADAPTIVE CONTROL METHOD AND CRITERIA FOR VERIFYING THE RELIABILITY OF COMPUTATIONAL IMPLEMENTATION OF MODELS OF DYNAMIC SYSTEMS

The issues of studying dynamic systems are most acute in the development, operation and modernization of control systems for various objects and processes. A characteristic feature of modern control systems is the widespread use of various types of computer systems that implement methods and algorithms for modeling and control. Therefore, the quality of functioning of modeling and control systems is largely determined by the characteristics of the computing resources used. The problem of ensuring the quality of functioning, in particular, of control systems with a computer in the control loop is very complex from both a technical and mathematical point of view. In solving this problem, practice has put forward one of the first places a scientific direction related to the development of methods and tools that ensure the reliability and validity of computing and information processing processes. In a number of applied problems, in particular when assessing the reliability of the obtained solution, the dominant value is the forecast time (i.e. the speed of its receipt) and the simplicity of the computational procedures involved. In particular, such requirements may arise when solving control problems of fast-moving dynamic processes (objects), especially in conditions of multivariate formulation (such problems may include: optimization problems with iterative procedures for finding the optimal control law; dispatch control problems in abnormal and emergency situations, when the best solution according to a certain criterion is sought from possible alternative ones; problems that are solved in an "accelerated" time scale, when the laws of program control are sought, provided that there is no possibility to organize closed-loop control systems, etc.). It is obvious that to check the reliability of calculations regarding the dynamic state of the studied objects and processes, it is rational to use control algorithms. Moreover, in the case of limited time for calculations, it is advisable, as a control (verification) algorithm, to use a simplified algorithm for solving the problem of assessing the reliability of the obtained solution to the initial modeling or control problem.

Key words: dynamic system, model, reliability of calculations, control algorithm, calculation verification criterion, adaptive method.

Постановка проблеми

Застосування цифрових регуляторів в управлінні динамічними системами пов'язано з реалізацією їх моделей, а також відповідних алгоритмів управління, на основі різноманітних обчислювальних (за прийнятою термінологією [1; 2] – моделююче-управляючих) пристроїв. Тому якість функціонування систем моделювання і управління багато в чому визначається характеристиками обчислювальних засобів, що використовуються. Проблема забезпечення якості функціонування, зокрема, керівних систем з обчислювальною машиною в контурі управління, є дуже складною як з технічного, так і з математичного погляду. У вирішенні цієї проблеми практика висунула на одне з перших місць науковий напрям, пов'язаний із розробленням методів і засобів, що забезпечують надійність та достовірність процесів обчислень і обробки інформації [3].

Під час практичного впровадження моделююче-управляючих комплексів динамічними системами обчислювальні процеси, що в них реалізуються, неодмінно наражаються на різного роду *завади* та *похибки*. Зокрема, комп'ютерне розв'язування математичних виразів, що утворюють математичні моделі (далі – ММ) динамічних систем, може зазнавати похибок, спричинених числовими алгоритмами реалізації ММ (наприклад, неточностями апроксимації неперервних моделей або накопичення похибок округлення), та перебоїв у роботі апаратних засобів. Більшість похибок і перебоїв мають *випадковий характер*. Тому потрібен дієвий поточний контроль, що дозволяє виявити й усунути похибки (збої) до їх поширення в контурі управління, що зумовлює *оперативність* як одну з основних характеристик засобів контролю похибок.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Натепер використовуються як *програмні* й *апаратні* методи контролю процесів моделювання (чи управління), так і різноманітні їх поєднання, а детальний аналіз відповідних методів міститься, наприклад, у [4].

Загалом, математична модель (ММ) динамічної системи, що реалізується в моделююче-управляючому комплексі, можна представити наступним чином:

$$\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{f}(\mathbf{Y}, \mathbf{U}, t), \quad \mathbf{Y}(t_0) = \mathbf{Y}_0, \quad (1)$$

де $\mathbf{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$ – вектор змінних стану, $\mathbf{U} = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$ – вектор сигналів управління, $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$ – вектор-функція, t – незалежний параметр часу.

Для будь-яких методів числового розв'язування рівнянь динаміки виду (1) контроль збоїв можна організувати шляхом порівняння результатів, отриманих на поточному та наступному кроках інтегрування відповідно.

Наявність чи відсутність збоїв визначається перевіркою умови

$$\xi = \rho(y_i, y_{i+1}) \in D, \quad (2)$$

де ξ – міра близькості значень y_i та y_{i+1} , D – область допустимих значень цієї міри.

Для контролю похибок, спричинених збоями та відмовами, можуть використовуватися методи контролю методичної похибки числового розв'язку на етапі інтегрування або особливості побудови обчислювальних алгоритмів [5].

У методах прогнозу та корекції [6; 7] за різницею $\xi = |y_f - y_c|$ між прогнозованим y_f і скорегованим y_c значеннями шуканої функції можна робити висновки про наявності збою в роботі апаратури. Однак існуючий взаємозв'язок між значеннями y_f та y_c знімає достовірність контролю.

Наявність такого зв'язку зумовлено таким. У методі «прогноз – корекція» значення шуканої функції на поточному $(i + 1)$ -му та попередньому i -му кроках обчислень зв'язані таким співвідношенням:

$$y_{i+1} = y_i + h f_i, \quad (3)$$

де h – крок інтегрування, функція f_i визначається (1), а корекція здійснюється відповідно до виразу

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}(f_i + \tilde{f}_{i+1}), \quad (4)$$

де $\tilde{f}_{i+1} = f(\tilde{\mathbf{Y}}, \mathbf{U}, t_{i+1})$.

Як видно із (3) і (4), на одному кроці інтегрування двічі обчислюється функція $f(\mathbf{Y}, \mathbf{U}, t_i)$ у точках t_i та t_{i+1} . Оскільки цей процес зазвичай становить основний обсяг обчислювальної роботи, можна припустити, що збій стався в момент обчислення $f(\mathbf{Y}, \mathbf{U}, t_i)$ і значення функції f_i отримано з похибкою Δf_i . Тоді значення функції, яке може бути отримане відповідно до формули (3), буде

$$\tilde{y}_{i+1} = y_i + h(f_i + \Delta f_i) = y_i + h f_i + h \Delta f_i. \quad (5)$$

Тут величина $\Delta y_{i+1} = h \Delta f_i$ – похибка у значенні прогнозу.

Розкладемо функцію \tilde{f}_{i+1} у ряд Тейлора за y , обмежимося двома першими членами:

$$\tilde{f}_{i+1} = f_i + \frac{\partial f_i}{\partial y} h f_i + \frac{\partial f_i}{\partial t} h.$$

Підставимо в останній вираз для \tilde{f}_{i+1} значення функції f_i з похибкою, у результаті чого отримаємо:

$$\tilde{f}_{i+1} = f_i + \frac{\partial f_i}{\partial y} h(f_i + \Delta f_i) + \frac{\partial f_i}{\partial t} h.$$

Обчислимо значення функції y_{i+1} відповідно до формули (4):

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} \left[(f_i + \Delta f_i) + f_i + \frac{\partial f_i}{\partial y} h(f_i + \Delta f_i) + \frac{\partial f_i}{\partial t} h \right]. \quad (6)$$

Різниця між прогнозованим y_f (5) та скорегованим y_c (6) значеннями буде дорівнювати

$$\xi = |\tilde{y}_{i+1} - y_{i+1}| = \frac{h}{2} \left| \Delta f_i \left(1 - \frac{\partial f_i}{\partial y} h \right) - h \left(\frac{\partial f_i}{\partial y} f_i + \frac{\partial f_i}{\partial t} \right) \right|,$$

звідки видно, що величина ξ залежить від величин похідних $\frac{\partial f_i}{\partial y}$ та $\frac{\partial f_i}{\partial t}$, тобто водночас впливає як на прогнозоване значення y_f , так і на скореговане значення y_c . Навіть наявність

значної похибки у скоригованому значенні $\Delta y_{i+1} = h \Delta f_i$ може бути «непомічена», якщо величини цих похідних малі. Окрім того, наявність множника $\frac{h}{2}$ за малих h знижує «чутливість» величини ξ до похибок, які спричинені збоями в обчисленні f_i .

Дієвим у контролі достовірності обчислень може розглядатися підхід, що ґрунтується на застосуванні, окрім основного алгоритму A_b , реалізації ММ виду (1), контрольного алгоритму A_k [8], в останньому використовується вже інформація, перевірена на попередніх кроках (наприклад, кроках ітераційної процедури інтегрування (1)). Відповідні *екстраполяційний* та *інтерполяційний* контрольні алгоритми, запропоновані в роботі [9], виглядають так:

$$\bar{y}_{i+1} = \sum_{p=0}^{p_1} a_p y_{p-1} + h \sum_{s=1}^{s_1} b_s f(\mathbf{Y}, \mathbf{U}, t_{i-s}), \quad (7)$$

$$\bar{y}_i = \sum_{p=-1}^{p_1} a_p y_{i-p} + h \sum_{s=-1}^{s_1} b_s f(\mathbf{Y}, \mathbf{U}, t_{i-s}), \quad (8)$$

де $h = t_{i+1} - t_i$ – крок інтегрування, a_p, b_s – коефіцієнти.

Інтерполяційна формула контролю (4), на відміну від екстраполяційної (7), ураховує *зміну розв'язку на кроці обчислень, який контролюється*, що *зменшує різницю* між величинами y та \bar{y} в алгоритмах A_b та A_k відповідно.

Зазначимо, що коефіцієнти контрольних алгоритмів виду (7) та (8) визначаються з умови отримання точного результату за контрольним алгоритмом A_k для розв'язку $y_j(t)$, $j = \overline{1, n}$, який являє собою багаточлен якомога більшого ступеня. Такий вибір коефіцієнтів a_p та b_s дозволяє отримати заданий порядок похибки контролю за відносно невеликого обсягу обчислень за контрольним алгоритмом A_k у процесі підрахунку.

Мета дослідження

Метою роботи є розроблення та дослідження адаптивного методу контролю достовірності обчислювальної реалізації математичних моделей динамічних систем у розв'язуванні задач їх моделювання та управління, а також розроблення відповідних критеріїв перевірки достовірності контролю обчислень, виконаних за адаптивним методом.

Виклад основного матеріалу дослідження

Коефіцієнти контрольних алгоритмів виду (7) та (8) визначаються з умови отримання точного результату за контрольним алгоритмом A_k для розв'язку $y_j(t)$, $j = \overline{1, n}$, який являє собою багаточлен якомога більшого ступеня. Такий вибір коефіцієнтів a_p та b_s дозволяє отримати заданий порядок похибки контролю за відносно невеликого обсягу обчислень за контрольним алгоритмом A_k у процесі підрахунку. Фактично точність контролю, що визначається залишком ряду Тейлора для контрольних формул, коливається від кроку до кроку, залежно від гладкості розв'язку $y_j(t)$, $j = \overline{1, n}$.

Нижче запропоновано метод організації контролю розв'язування системи рівнянь (1) за допомогою контрольного алгоритму A_k , що *перебудовується* залежно від поведінки контрольованого розв'язку $y_j(t)$, $j = \overline{1, n}$. Особливість даного підходу полягає в тому, що проконтрольовані на черговому кроці результати використовуються для визначення параметрів контрольного алгоритму A_k (тобто коефіцієнтів a_p, b_s). Параметри визначаються з умови мінімуму деякої міри близькості результатів, отриманих за контрольним A_k і основним A_b алгоритмами на ділянці розв'язку, що включає останній проконтрольований крок обчислень. Отриманий алгоритм, що позначимо як A_a , використовується для контролю наступного кроку обчислень. Після цього параметри знову уточнюються.

Очевидно, що описану процедуру методу та реалізуючий її алгоритм A_a , зважаючи на вищесказане, можна вважати *адаптивними*.

Адаптивний метод, який пропонується, допускає таке трактування: на основі проконтрольованої інформації про фізичний процес (тобто динаміки останнього, що описується системою (1), і припущення, що поведінка розв'язку $y_j(t)$, $j = \overline{1, n}$ від кроку до кроку змінюється досить повільно) розв'язується задача *параметричної ідентифікації* за заданої структури математичного опису процесу (тобто системи (1)). Отримана модель, у даному випадку контрольна формула у вигляді алгоритму A_a , використовується для наступного контролю. Інакше, згідно з надходженням проконтрольованої інформації, модель, яка використовується для контролю (алгоритм), уточнюється (або адаптується). Надалі визначення параметрів контрольного алгоритму, яким розглядається вже алгоритм A_a , будемо використовувати методи параметричної ідентифікації безінерційних об'єктів [10; 11].

За допомогою результатів обчислень за основним алгоритмом A_b , отриманих до $(i + 1)$ -ого кроку обчислень, можна визначити параметри контрольного алгоритму A_a на $(i + 1)$ -му кроці зі системи алгебраїчних рівнянь.

Тобто

$$CQ = B. \tag{9}$$

Наприклад, для екстраполяційного способу контролю, що використовують оцінку розв'язку в точці $t_{i-1+\alpha}$, величини, що входять у вираз (9), визначаються на $(i + 1)$ -му кроці обчислювальної процедури так:

$$Q = (a_{-1}, a_1, \dots, a_p, \dots, b_0, b_1, \dots, b_s)^T,$$

$$B = (y_i, y_{i-1}, \dots, y_{i-k+1})^T,$$

$$C = \begin{bmatrix} y_{i-1} & \dots & y_{i-p_1-1} & \dot{y}_{i-2+\alpha} & \dot{y}_{i-2} & \dots & \dot{y}_{i-s_1-1} \\ y_{i-2} & \dots & y_{i-p_1-2} & \dot{y}_{i-3+\alpha} & \dot{y}_{i-3} & \dots & \dot{y}_{i-s_1-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_{i-k} & \dots & y_{i-p_1-k} & \dot{y}_{i-k-1+\alpha} & \dot{y}_{i-k-1} & \dots & \dot{y}_{i-s_1-k} \end{bmatrix}.$$

Якщо матриця C не вироджена, число її рядків дорівнює розмірності вектора параметрів (для екстраполяційного методу $\Pi_{\text{ext}} = (a_{-1}, a_1, a_2, \dots, a_p, b_0, b_1, \dots, b_s)$ та інтерполяційного методу $\Pi_{\text{int}} = (a_1, a_2, \dots, a_p, b_1, \dots, b_s)$, відповідно), що визначається значенням k , то оцінкою \hat{Q} матриці параметрів Q (як для екстраполяційного, так і для інтерполяційного методів) є розв'язок системи алгебраїчних рівнянь

$$\hat{Q} = C^{-1}B,$$

і результати, отримані за основним алгоритмом A_b та контрольним алгоритмом A_a на послідовності $y_i, y_{i-1}, \dots, y_{i-k+1}$ збігаються. Якщо матриця C прямокутна, то для визначення оцінки вектора параметрів можна скористатися методом найменших квадратів [12].

Розглянемо два варіанти побудови конструктивних алгоритмів адаптивного методу контролю точності обчислень під час розв'язування задач моделювання та управління динамічними системами.

Нехай, для конкретності викладення, але без порушення його загальності, розглядається задача моделювання динамічного об'єкта, за ММ якого вибрано рівняння Вольтерри другого роду, останнє записано в еквівалентній формі:

$$y(t) + \int_{t_0}^t \frac{K'_t(t,s)}{K(t,t)} y(s) ds = \frac{f'(t)}{K(t,t)}, \quad (10)$$

Відшукаємо резольвенту $R_p(t,s)$ ядра $K(t,s)$ рівняння (10). За числового розв'язування рівняння (10) можна використати метод квадратурних формул, що в підсумку дає змогу записати розв'язок так:

$$y_1 = \frac{1}{K_{1,1}} \left[\frac{f_1}{h_1} - \frac{1}{2} K_{1,0} y_0 \right], \dots,$$

$$y_i = \frac{2}{K_{i,i}} \left[\frac{f_i}{h_i} - \frac{h_i}{2h_0} K_{i,0} - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{i-1} \left(\frac{h_j + h_{j-1}}{h_i} K_{ij} y_j \right) \right], \quad (11)$$

де $t_1 = t_0 + h_1, t_2 = t_1 + h_2, \dots, t_n = T$; а кроки дискретизації h_i визначаються як $h_i = t_i - t_{i-1}, i = \overline{0, n-1}$.

Після виконаної постановки задачі із записом рівняння динаміки (наприклад, у формі (10), (11)) перший алгоритм виглядає так.

Алгоритм A_{ak}^1 .

1. Зведення розв'язку вихідної задачі (10), (11) до виду

$$k_1 = h_i f(y_i, u_i, t_i),$$

$$k_2 = h_i f[y_i + \beta k_1, u(t_i + \alpha h), t_i + \alpha h_i], \quad (12)$$

$$y_{i+1} = y_i + \sum_{r=1}^i \gamma_r k_r; i = \overline{0, n-1},$$

де α, β, γ – параметри алгоритму.

2. Визначення контрольного значення функції за екстраполяційною формулою (7) першого порядку точності:

$$\bar{y}_{i+1} = ay_i - h_i b \dot{y}_{i-1+\alpha}; i = \overline{0, n-1}, \quad (13)$$

де $\dot{y}_{i-1+\alpha} = f[y_i + \beta k_1, u(t_i + \alpha h_i), t_i + \alpha h_i]$ – значення оцінки прирощення, отримане за алгоритмом A_b на i -му кроці обчислень. На першому кроці обчислень коефіцієнти a, b визначаються з умови отримання точного результату за контрольним алгоритмом A_k для багаточлена першого ступеня точності.

3. Визначення величини

$$\xi = |y_{i+1} - \bar{y}_{i+1}|.$$

4. Перевірка умови

$$\xi \leq \xi_{\text{sup}}, \quad (14)$$

де ξ_{sup} – допустиме значення ξ . Якщо умову (14) не дотримано, то виконати корегування розв’язку (наприклад, заміною y_{i+1} на \bar{y}_{i+1}). Якщо $t < (t_n = T)$, то перейти до п. 5, інакше здійснити завершення процесу обчислень.

5. Сформувати матрицю

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} y_{i+1} & \dot{y}_{i-2+\alpha} \\ \dots & \dots \\ y_{i-k} & \dot{y}_{i-k-1+\alpha} \end{bmatrix},$$

де $\dot{y}_{i-k-1+\alpha}$ – значення оцінки прирощення, отримане за процедурою (13) на $(i - k - 1)$ -му кроці обчислень. Величина k визначає число рядків матриці \mathbf{C} .

6. Сформувати вектор

$$\mathbf{B} = (y_i, \dots, y_{i-k-1})^T.$$

7. Визначити коефіцієнти a, b контрольного алгоритму (9) із системи алгебраїчних рівнянь

$$\mathbf{CQ} = \mathbf{B},$$

де $\mathbf{Q} = (a, b)^T$.

Для продовження розв’язування перейти до п. 1.

Як видно з наведеної процедури розв’язування, необхідні додаткові обчислення щодо визначення поточного значення коефіцієнтів a, b . Спростити процедуру контролю можна визначенням не всього вектора \mathbf{Q} , а його частини, уважаючи інші компоненти вектора такими, що рівні за значеннями, та такими, що отримані з умови точного результату за контрольною формулою для багаточлена як можливо високого ступеня. Так, у процедурі, яка аналізувалася, можна було визначити перший коефіцієнт a , уважати інший $b = 1$. Це відповідає перетворенню моделі (усічення моделі за параметрами).

Відмінність другого алгоритму полягає у способі визначення різниці між значеннями величин, отриманих за основним A_b та контрольним (екстраполяційний або інтерполяційний) алгоритмами, яка і являє собою похибку контролю. Зокрема, для екстраполяційного алгоритму виду (7) похибка ξ визначається різницею залишкових членів основного A_b та контрольного A_k алгоритмів.

Припустимо, що для задачі виду (10), (11) основний алгоритм A_b реалізує однокрокову процедуру, залишковий член якої має вигляд

$$r_0 = G_0 h_i^{k_0+1} y^{k_0+1} \varepsilon_0, \quad t_i \leq \varepsilon_0 \leq t_{i+1}; \quad i = \overline{0, n-1}, \quad (15)$$

де k_0 – порядок точності основного алгоритму A_b , G_0 – деякий постійний коефіцієнт. Тоді для значення функції, отриманого за алгоритмом A_b на $(i + 1)$ -му кроці обчислень, можна записати

$$y_{i+1} = \tilde{y}_{i+1} + G_0 h_i^{k_0+1} y^{k_0+1} \varepsilon_0; \quad i = \overline{0, n-1}, \quad (16)$$

де \tilde{y}_{i+1} – точне значення функції на $(i+1)$ -му кроці обчислень за умови точного результату на попередніх кроках (у даному разі враховується тільки локальна похибка на кроці, що визначається методичною похибкою числового методу).

Алгоритм A_{ak}^2 .

1. Записуються вирази виду (15), (16) для контрольного алгоритму:

$$r_k = G_k h_i^{k_0+1} y^{k_0+1} \varepsilon_k, \quad t_i \leq \varepsilon_k \leq t_{i+1}; \quad i = \overline{0, n-1},$$

$$\bar{y}_{i+1} = \tilde{y}_{i+1} + G_0 h_i^{k_0+1} y^{k_0+1} \varepsilon_0; \quad i = \overline{0, n-1},$$

де r_k – порядок точності контрольного алгоритму, G_k – постійний коефіцієнт.

2. Обчислюється різниця значень, отриманих за основним A_b та контрольним A_k алгоритмами:

$$R_{i+1} = y_{i+1} - \bar{y}_{i+1} = G_0 h_i^{k_0+1} y^{k_0+1} \varepsilon_0 - G_k h_i^{k_0+1} y^{k_0+1} \varepsilon_k, \quad i = \overline{0, n-1}. \quad (17)$$

3. Після проведення контролю на i -му кроці обчислень за відсутності збоїв (що встановлюється контролем) визначається оцінка різниці залишкових членів R_i основного A_b та контрольного A_k алгоритмів:

$$R_i = y_i - \bar{y}_i, \quad i = \overline{0, n-1}. \quad (18)$$

Величину R_i можна використовувати для компенсації різниці залишкових членів R_{i+1} на $(i+1)$ -му кроці обчислень, якщо

$$R_i = R_{i+1}. \quad (19)$$

4. Для екстраполяційного алгоритму (7) контрольна формула з компенсацією різниці залишкових членів має вигляд:

$$\bar{y}_{i+1}^R = \bar{y}_{i+1} + R_i, \quad i = \overline{0, n-1}. \quad (20)$$

Для інтерполяційного алгоритму (8) різниця (18) визначає оцінку залишкового члена контрольної інтерполяційної формули. Контрольний інтерполяційний алгоритм із компенсацією має вигляд:

$$\bar{y}_i^R = \bar{y}_i + R_{i-1}, \quad i = \overline{0, n-1}. \quad (21)$$

Контрольні алгоритми з компенсацією виду (20) та (21) можна записати через значення, отримані за основним алгоритмом A_b . Для цього необхідно величину R_i у (20) або (21) представити у вигляді (18), записавши замість величини \bar{y}_i алгоритм її отримання (екстраполяційний або інтерполяційний).

Наприклад, у разі використання компенсації в контрольному алгоритмі (13) величина R_i для (18) визначається як (для простоти, за умови $a = b = 1$)

$$R_i = y_i - y_{i-1} - h_i \dot{y}_{i-2+\alpha}, \quad i = \overline{0, n-1}. \tag{22}$$

Контрольний алгоритм із компенсацією (20) набуде вигляду:

$$\bar{y}_{i+1}^R = \bar{y}_{i+1} + R_i = (2y_i - y_{i-1}) + h_i (\dot{y}_{i-1+\alpha} + y_{i-2+\alpha}), \quad i = \overline{0, n-1}. \tag{23}$$

На рис. 1 і 2 показано залежності математичного очікування та середнього квадратичного значення величини ξ , що визначалася для прикладної задачі (10) за формулою:

$$\xi = \sum_{j=1}^n \frac{|y_{j,i} - \bar{y}_{j,i}|}{\max_t |y_j|}, \quad j = \overline{1, 6}.$$

За використання для контролю числового розв'язку екстраполяційної формули першого порядку точності виду

$$\bar{y}_{i+1} = y_i + h_i y_{i-1+\alpha},$$

без компенсації різниці залишкових членів, і формули (23) з компенсацією відповідно. Як впливає із графіків, точність контролю з компенсацією різниці залишкових членів на порядок вище точності контролю без компенсації.

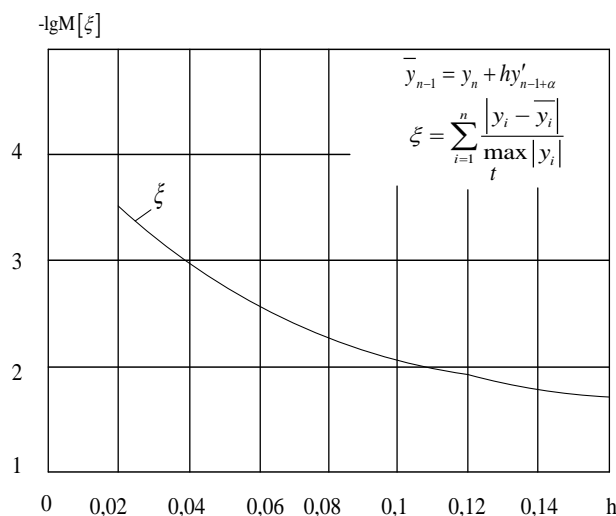


Рис. 1. Залежність математичного очікування $M[\xi]$ величини ξ від кроку h

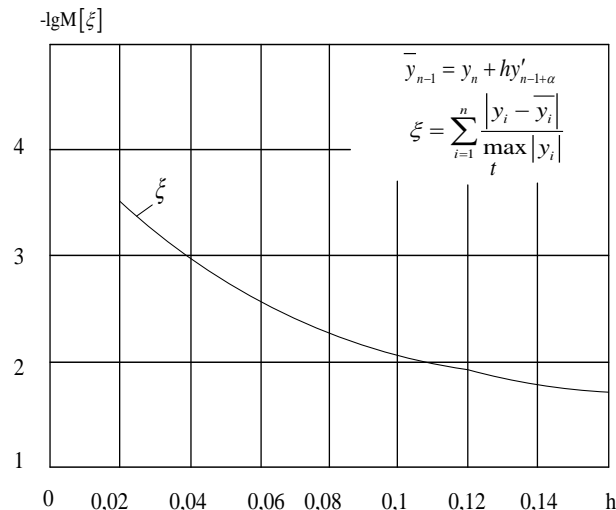


Рис. 2. Залежність середнього квадратичного відхилення $\sigma[\xi]$ величини ξ від кроку h

Зазначимо, що критеріями щодо ухвалення рішення про факт наявності або відсутності похибок (збою), тобто *критеріями перевірки достовірності* обчислювальної реалізації моделей динамічних систем, пропонується вибрати вирази (14) або (17) (для кожного з адаптивних алгоритмів A_{ak}^1 або A_{ak}^2 відповідно).

Висновки

Виконане аналітичне дослідження показало, що застосування адаптації дозволяє підвищити достовірність і точність екстраполяційного й інтерполяційного контрольних алгоритмів. Відповідно до цього запропоновано критерії, які дозволяють установлювати факт наявності (або відсутності) похибки в основному алгоритмі числової реалізації ММ динамічної системи, що дає змогу виявляти збої в роботі основного обчислювального алгоритму. Останнє дозволило розробити адаптивний метод контролю достовірності обчислювальної реалізації ММ динамічних систем, який забезпечує визначення параметрів контрольного алгоритму з умови мінімуму вибраної міри (тобто критерію достовірності) близькості результатів, отриманих за контрольним і основним алгоритмами.

Список використаної літератури

1. Промислові мережі та інтеграційні технології в автоматизованих системах / О.М. Пулена та ін. Київ : Ліра-К, 2011. 500 с.
2. Гліненко Л.К., Гліненко А.В., Сухонос О.Г. Основи моделювання технічних систем. Львів : Бескид Біт, 2003. 176 с.
3. Костюшко І.А., Любашенко Н.Д., Третиник В.В. Методи обчислень. Київ : Політехніка, 2021. 243 с.
4. Чабанюк Я.М., Яковина В.С., Федасюк Д.В. Побудова і дослідження моделі надійності програмного забезпечення з індексом величини проекту. *Інженерія програмного забезпечення*. 2010. Вип. 1. С. 1–6.
5. Коссак О.М., Тумашова О.В. Методи наближених обчислень. Львів : Бак, 2003. 168 с.
6. Катаєва Є.Ю., Одокієнко С.М., Люта М.В. Практичний аналіз якості програмного забезпечення з відкритим кодом. *Управління розвитком складних систем*. 2020. № 44. С. 49–55.
7. Фельдман Л.П., Петренко А.І., Дмитрієва О.А. Чисельні методи в інформатиці. Київ : Видавнича група ВНУ, 2006. 480 с.

8. Положаєнко С.А., Прокоф'єв А.Ю. Моделі визначення надійності динамічних систем, функціонування яких характеризується режимом профілактики. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського*. Серія «Технічні науки». 2024. Т. 35 (74). № 1. С. 280–286.
9. Положаєнко С.А., Прокоф'єв А.Ю. Параметрична редукція по точності математичних моделей динамічних об'єктів систем. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. 2024. Вип. 6 (149). С. 125–131.
10. Foidl H., Felderer M. Integrating software quality models into risk-based testing. *Software Quality Journal*. 2018. Vol. 26. P. 809–847.
11. Polozhaenko S.A., Prokofieva L.L. Planning of the diagnostic experiment in the localization of troubleshooting failures of single-free systems. *Informatics and Mathematical Methods in Simulation*. 2018. Vol. 8. № 1. P. 5–16.
12. Ляшенко Б.М., Кривонос О.М., Вакалюк Т.А. Методи обчислень. Житомир : Вид-во ЖДУ, 2014. 228 с.

References

1. Pupena, O.M., Elperin, I.V., Lutska, N.M., & Ladaniuk, A.P. (2011). Promyslovi merezhi ta intehratsiini tekhnolohii v avtomatyzovanykh systemakh [Industrial networks and integration technologies in automated systems]. Kyiv: Lira-K [in Ukrainian].
2. Hlinenko, L.K., Hlinenko, A.V., & Sukhonosov, O.H. (2003). Osnovy modeliuvannia tekhnichnykh system [Fundamentals of modeling technical systems]. Lviv: Beskyd Bit [in Ukrainian].
3. Kostyushko, I.A., Liubashenko, N.D., & Tretynyk, V.V. (2021). Metody obchyslen [Computational methods]. Kyiv: Politekhnik [in Ukrainian].
4. Chabaniuk, Ya.M., Yakovyna, V.S., & Fedasiuk, D.V. (2010). Pobudova i doslidzhennia modeli nadiinosti prohramnoho zabezpechennia z indeksom velychyny proektu [Construction and research of a software reliability model with a project magnitude index]. *Inzheneriia prohramnoho zabezpechennia*, 1, 1–6. doi.org/10.32347/2412-9933.2020.44.49-55 [in Ukrainian].
5. Kossak, O., & Tumashova O. (2003). Metody nablyzhenykh obchyslen [Approximate calculation methods]. Lviv: Bak [in Ukrainian].
6. Kataieva, Ye.Yu., Odokienko, S.M., & Liuta, M.V. (2024). Praktychnyi analiz yakosti prohramnoho zabezpechennia z vidkrytym kodom [Practical analysis of open source software quality]. *Upravlinnia rozvytkom skladnykh system*, 44, 49–55. doi.org/10.32347/2412-9933.2020.44.49-55 [in Ukrainian].
7. Feldman, L.P., Petrenko, A.I., & Dmytriieva O.A. (2006). Chyselni metody v informatytsi [Numerical methods in computer science]. Kyiv: Vydavnycha hrupa BHV [in Ukrainian].
8. Polozhaienko, S.A., & Prokofiev A.Yu. (2024) Modeli vyznachennia nadiinosti dynamichnykh system, funktsionuvannia yakykh kharakteryzuietsia rezhymom profilaktyky [Models for determining the reliability of dynamic systems whose operation is characterized by a prevention mode]. *Vcheni zapysky TNU imeni V.I. Vernadskoho. Seriia: Tekhnichni nauky*, 35 (74), 1, 280–286. doi.org/10.32782/2663-5941/2024.1.1/42 [in Ukrainian].
9. Polozhaienko, S.A., & Prokofiev, A.Yu. (2024). Parametrychna reduktsiia po tochnosti matematychnykh modelei dynamichnykh obiektiv system [Parametric reduction in accuracy of mathematical models of dynamic objects of systems]. *Visnyk Kremenchutskoho natsionalnoho universytetu imeni Mykhaila Ostrohradskoho*, 6 (149), 125–131. doi.org/10.32782/1995-0519.2024.6.15 [in Ukrainian].
10. Foidl, H., & Felderer, M. (2018). Integrating software quality models into risk-based testing. *Software Quality Journal*, 26, 809–847 [in English].

11. Polozhaenko, S.A., & Prokofieva L.L. (2018). Planning of the diagnostic experiment in the localization of troubleshooting failures of single-free systems. *Informatics and Mathematical Methods in Simulation*, 8, 1, 5–16 [in English].
12. Liashenko, B.M., Kryvonos, O.M., & Vakaliuk, T.A. (2014). *Metody obchyslen* [Calculation methods]. Zhytomyr: Vyd-vo ZhDU [in Ukrainian].

Положаснко Сергій Анатолійович – д.т.н., професор, завідувач кафедри комп'ютеризованих систем та програмних технологій Національного університету «Одеська політехніка». E-mail: sanp277@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4082-8270.

Прокоф'єв Андрій Юрійович – аспірант кафедри комп'ютеризованих систем та програмних технологій Національного університету «Одеська політехніка». E-mail: fallbrick1985@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4520-4248.

Polozhayenko Serhiy Anatoliyovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Computerized Systems and Software Technologies of the Odessa Polytechnic National University. E-mail: sanp277@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4082-8270.

Prokofiev Andriy Yuriyovych – Postgraduate Student at the Department of Computerized Systems and Software Technologies of the Odessa Polytechnic National University. E-mail: fallbrick1985@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4520-4248.

О.Б. ПОЛЬОВИЙ

Інститут транспортних систем і технологій Національної академії наук України

Д.О. РЕДЧИЦЬ

Інститут транспортних систем і технологій Національної академії наук України;

Дніпровський державний технічний університет

ЗАСТОСУВАННЯ КОНІЧНОГО НАБЛИЖЕННЯ РІВНЯНЬ НАВ'Є – СТОКСА ДО КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРИ НАДЗВУКОВИХ ВІДРИВНИХ ТЕЧІЙ

Дослідження надзвукових турбулентних відривних течій є однією з основних проблем сучасної аеродинаміки, яка має як фундаментальне, так і практичне значення. Із практичного погляду просторові розподіли газодинамічних параметрів впливають на аеродинамічні характеристики надзвукових літальних апаратів, компресорів і турбін. Теоретичний інтерес до цього класу течій зумовлений тим, що тут виникають всі основні явища, властиві в'язко-нев'язким взаємодіям: значні градієнти параметрів, відрив потоку, турбулентність, інтенсивний теплообмін з поверхнею, що обтікається. Окремого значення набувають дослідження фізичних особливостей взаємодії ударних хвиль з турбулентним прилежовим шаром (SWBLI – Shock Wave/Boundary Layer Interactions).

Відомі результати досліджень взаємодії ударних хвиль із прикордонними шарами отримані переважно експериментальними методами. Однак проведення продувок в аеродинамічних трубах або натурних випробувань пов'язане як з великими фінансовими витратами, так і з обмеженим обсягом даних, що вимірюються.

Рівняння Нав'є – Стокса, середні за Рейнольдсом чи Фавром (RANS), нині є основою обчислювальної аеродинаміки. Повна інформація про течію надає досліднику більше можливостей виявити характерні фізичні особливості потоків, що взаємодіють. Застосування сучасних чисельних методів, диференціальних моделей турбулентності, докладних розрахункових сіток дозволяють відтворювати течії, що досліджуються, з високим ступенем достовірності.

Конічне наближення рівнянь Нав'є – Стокса стислого газу дозволяє застосовувати для моделювання надзвукових течій із відповідною симетрією відриву потоку більш детальну розрахункову сітку, що приводить до можливості комп'ютерної реконструкції дрібних деталей взаємодії. Неявна кінцево-об'ємна методика другого порядку за простором цієї роботи заснована на схемі Roe. Розглянуто реалізацію диференціальної моделі турбулентності Spalart – Allmaras, адаптованої до надзвукових течій. Верифікацію розроблених алгоритмів та комплексу програм проведено на задачі надзвукового турбулентного обтікання гострого конуса за критичного кута атаки.

Ключові слова: конічне наближення рівнянь Нав'є – Стокса, ударні хвилі, турбулентний прилежовий шар, відрив потоку, комп'ютерне моделювання.

O.B. POLEVOY

Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine

D.O. REDCHYTS

Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine;

Dniprovsky State Technical University

APPLICATION OF THE CONICAL APPROXIMATION OF NAVIER-STOKES EQUATIONS TO COMPUTER MODELLING OF THE STRUCTURE OF SUPERSONIC SHEAR FLOWS

The study of supersonic turbulent separation flows is one of the main problems of modern aerodynamics, which has both fundamental and practical significance. From a practical point of view, the spatial distributions of gas-dynamic parameters affect the aerodynamic characteristics of supersonic aircraft, compressors, and turbines. The theoretical interest in this class of flows is due to the fact that all the main phenomena characteristic of viscous-inviscid interactions occur here: significant parameter gradients, flow separation, turbulence, intensive heat exchange with the flowing surface. Investigation of the physical features of the shock waves/turbulent boundary layers interactions (SWBLI) acquires special importance.

Known results of studies of the interaction of shock waves with boundary layers were obtained mainly by experimental methods. However, the conducting of the blowing in wind tunnels or full-scale flight tests is associated with both large financial costs and a limited amount of measured data.

The Navier – Stokes equations, Reynolds or Favre averages (RANS), are currently the basis of computational aerodynamics. Complete information about the flow provides the researcher with more opportunities to identify the characteristic physical features of the interacting flows. The use of modern numerical methods, differential turbulence models, and detailed computational grids allows the flow under study to be reproduced with a high degree of reliability.

The conical approximation of the compressible gas Navier – Stokes equations makes it possible to use a more detailed calculation grid for modeling supersonic flows with the appropriate symmetry of the flow separation, which in turn leads to

the possibility of computer reconstruction of small details of the interactions. The implicit finite-volume technique in present paper is based on the second order Roe scheme. The implementation of the Spalart – Allmaras differential turbulence model adapted to supersonic flows is considered. Verification of the developed algorithms and the program complex was carried out on the problem of supersonic turbulent flow around a sharp cone at a supercritical angle of attack.

Key words: conical approximation of Navier – Stokes equations, shock waves, turbulent boundary layer, flow separation, computer simulation.

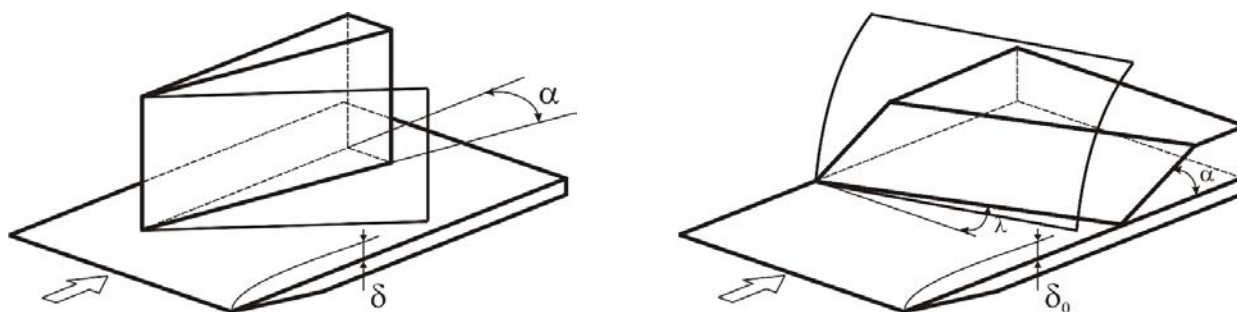
Постановка проблеми

Розглядаються два типи просторових надзвукових течій, у яких виникає взаємодія ударних хвиль із турбулентним примежовим шаром (рис. 1) – гострий вертикальний клин, який встановлено на пластині, та просторовий кут стиснення.

Геометричним параметром вертикального клина є кут нахилу в горизонтальній площині α . Відповідно до експериментальних даних [1], $\alpha = 20^\circ$ для числа Маха незбуреного потоку $M_\infty = 3.03$. Число Рейнольдса, яке визначалось за товщиною примежового шару перед клином δ_0 , дорівнювало $Re_{\delta_0} = 2.72 \cdot 10^5$.

Для просторового кута стиснення геометрія задавалася кутом стиснення $\alpha = 24^\circ$ та кутом скосу $\lambda = 60^\circ$. Параметри незбуреного потоку дорівнювали $M_\infty = 2.95$, $Re_{\delta_0} = 1.42 \cdot 10^6$ [2].

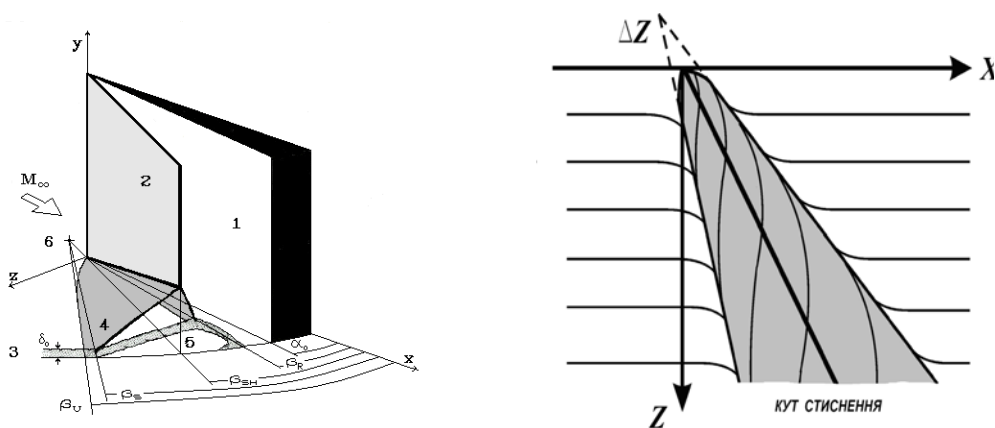
В обох випадках експериментально [1; 2] було зафіксовано наявність конічного режиму розвитку відривної течії турбулентного примежового шару (рис. 2). Цей факт є основою для застосування конічного наближення рівнянь Нав'є – Стокса стисливого газу до комп'ютерного моделювання структури течій, що розглядаються.



а) вертикальний клин

б) просторовий кут стиснення

Рис. 1. Генератори просторової взаємодії квазіконічних стрибків ущільнення з турбулентним примежовим шаром



а) вертикальний клин

б) просторовий кут стиснення

Рис. 2. Режим розвитку відривної течії турбулентного примежового шару

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Експериментальні дослідження двовимірних взаємодій ударних хвиль із примежовими шарами (далі – SWBLI) почалися ще в 1950-ті рр., що було пов’язано з розвитком ракетно-авіаційної техніки. Вивчалися такі класи течій, як відбиття падаючого стрибка ущільнення; надзвуків кути стиснення та розрідження; відрив поблизу сходинок, звернених униз чи вгору за потоком; вдув струменя в надзвуковий потік, що набігає; відкрита каверна. Дослідження плоско-паралельних надзвукових взаємодій дозволило виявити основні елементи, властиві всім класам SWBLI. Огляди ранніх досліджень даного класу течій можна знайти у [3–5].

Просторові взаємодії ударних хвиль із примежовими шарами вирізняються великою розмаїтістю видів. Широкий діапазон тривимірних взаємодій зумовлений насамперед складною криволінійною геометрією обтічних поверхонь та їх перетинів. У зв’язку із цим у дослідженнях зазвичай використовують модельні конфігурації зі спрощеною геометрією генераторів стрибків і поверхонь, які обтікаються. Єдину натепер класифікацію просторових SWBLI для модельних задач виконано в роботі [6]. Класифікація роботи [6] заснована на аналізі розмірності, що виникає із зіставлення лінійних розмірів генераторів ударних хвиль і масштабів примежового шару, які визначаються числами Маха та Рейнольдса незбуреного потоку.

Натепер кількість наукових статей на тему SWBLI обчислюється сотнями [7–9]. На основі їх огляду можна виділити головні сучасні напрями досліджень:

- вибір тестових випадків на основі експериментальних даних для верифікації методів обчислювальної аеродинаміки;
- поширення області знань SWBLI на гіперзвуковий діапазон швидкостей;
- уточнення та розвиток моделей турбулентності;
- дослідження процесів тепло- та масообміну з поверхнею, що обтікається;
- задачі керування відривом потоку;
- розроблення надійних методів обчислювальної аеродинаміки для моделювання течій у надзвуковому та гіперзвуковому діапазоні швидкостей.

Мета дослідження

Розглянути реалізацію диференціальної моделі турбулентності Spalart – Allmaras, адаптованої до надзвукових течій. Виконати верифікацію розроблених алгоритмів та комплексу програм на задачі надзвукового турбулентного обтікання гострого конуса за закритичного кута атаки.

Виклад основного матеріалу дослідження

Тривимірні рівняння Нав’є – Стокса стисливого газу. Тривимірні рівняння Нав’є – Стокса в’язкого стисливого газу в довільних криволінійних координатах, пов’язаних з обтічним тілом, можуть бути представлені як [10; 11]:

$$\frac{\partial \hat{\mathbf{q}}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{\mathbf{G}}}{\partial \zeta} = \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{\mathbf{F}}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{\mathbf{G}}_v}{\partial \zeta} \right\}. \quad (1)$$

Тут $\hat{\mathbf{q}}$, $\hat{\mathbf{E}}$, $\hat{\mathbf{F}}$, $\hat{\mathbf{G}}$, $\hat{\mathbf{E}}_v$, $\hat{\mathbf{F}}_v$, $\hat{\mathbf{G}}_v$ – п’ятикомпонентні вектори, як-от:

$$\hat{\mathbf{q}} = \frac{\mathbf{q}}{J}, \quad \mathbf{q} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, e)^T, \quad (2)$$

$$\hat{\mathbf{E}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ \rho w U + \xi_z p \\ (e + p)U \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{E}}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} + \xi_z \tau_{xz} \\ \xi_x \tau_{yx} + \xi_y \tau_{yy} + \xi_z \tau_{yz} \\ \xi_x \tau_{zx} + \xi_y \tau_{zy} + \xi_z \tau_{zz} \\ \xi_x \beta_x + \xi_y \beta_y + \xi_z \beta_z \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\hat{\mathbf{F}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ \rho w V + \eta_z p \\ (e + p)V \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{F}}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} + \eta_z \tau_{xz} \\ \eta_x \tau_{yx} + \eta_y \tau_{yy} + \eta_z \tau_{yz} \\ \eta_x \tau_{zx} + \eta_y \tau_{zy} + \eta_z \tau_{zz} \\ \eta_x \beta_x + \eta_y \beta_y + \eta_z \beta_z \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{G}} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho u W + \zeta_x p \\ \rho v W + \zeta_y p \\ \rho w W + \zeta_z p \\ (e + p)W \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{G}}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \zeta_x \tau_{xx} + \zeta_y \tau_{xy} + \zeta_z \tau_{xz} \\ \zeta_x \tau_{yx} + \zeta_y \tau_{yy} + \zeta_z \tau_{yz} \\ \zeta_x \tau_{zx} + \zeta_y \tau_{zy} + \zeta_z \tau_{zz} \\ \zeta_x \beta_x + \zeta_y \beta_y + \zeta_z \beta_z \end{bmatrix}, \quad (5)$$

де:

$$U = \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w, \quad V = \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w, \quad W = \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w, \quad (6)$$

$$\tau_{xx} = \mu \left[4(\xi_x u_\xi + \eta_x u_\eta + \zeta_x u_\zeta) - \right. \quad (7)$$

$$\left. -2(\xi_y v_\xi + \eta_y v_\eta + \zeta_y v_\zeta + \xi_z w_\xi + \eta_z w_\eta + \zeta_z w_\zeta) \right] / 3,$$

$$\tau_{yy} = \mu \left[4(\xi_y v_\xi + \eta_y v_\eta + \zeta_y v_\zeta) - \right. \quad (8)$$

$$\left. -2(\xi_x u_\xi + \eta_x u_\eta + \zeta_x u_\zeta + \xi_z w_\xi + \eta_z w_\eta + \zeta_z w_\zeta) \right] / 3,$$

$$\tau_{zz} = \mu \left[4(\xi_z w_\xi + \eta_z w_\eta + \zeta_z w_\zeta) - \right. \quad (9)$$

$$\left. -2(\xi_x u_\xi + \eta_x u_\eta + \zeta_x u_\zeta + \xi_y v_\xi + \eta_y v_\eta + \zeta_y v_\zeta) \right] / 3,$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left[(\xi_y u_\xi + \eta_y u_\eta + \zeta_y u_\zeta) + (\xi_x v_\xi + \eta_x v_\eta + \zeta_x v_\zeta) \right], \quad (10)$$

$$\tau_{zy} = \tau_{yz} = \mu \left[(\xi_z v_\xi + \eta_z v_\eta + \zeta_z v_\zeta) + (\xi_y w_\xi + \eta_y w_\eta + \zeta_y w_\zeta) \right], \quad (11)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left[(\xi_x w_\xi + \eta_x w_\eta + \zeta_x w_\zeta) + (\xi_z u_\xi + \eta_z u_\eta + \zeta_z u_\zeta) \right], \quad (12)$$

$$\beta_x = u \tau_{xx} + v \tau_{xy} + w \tau_{xz} + \frac{1}{(\gamma - 1)} \left(\frac{\mu_\ell}{Pr_\ell} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \left(\xi_x \frac{\partial a^2}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial a^2}{\partial \eta} + \zeta_x \frac{\partial a^2}{\partial \zeta} \right), \quad (13)$$

$$\beta_y = u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} + \frac{1}{(\gamma - 1)} \left(\frac{\mu_\ell}{Pr_\ell} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \left(\xi_y \frac{\partial a^2}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial a^2}{\partial \eta} + \zeta_y \frac{\partial a^2}{\partial \zeta} \right), \quad (14)$$

$$\beta_z = u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz} + \frac{1}{(\gamma - 1)} \left(\frac{\mu_\ell}{Pr_\ell} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \left(\xi_z \frac{\partial a^2}{\partial \xi} + \eta_z \frac{\partial a^2}{\partial \eta} + \zeta_z \frac{\partial a^2}{\partial \zeta} \right). \quad (15)$$

У рівняннях (1–15) прийнято такі позначення: u, v, w – компоненти вектора швидкості в напрямках x, y, z ; ρ, p, e – густина, тиск і повна енергія одиниці об’єму газу; a – швидкість звуку; γ – співвідношення сталих теплоємностей; μ_ℓ, μ_t – динамічні коефіцієнти молекулярної та турбулентної в’язкості; $\mu = \mu_\ell + \mu_t$ – динамічний коефіцієнт «ефективної» в’язкості; Re – число Рейнольдса; $Pr_\ell = 0.72, Pr_t = 0.9$ – числа Прандтля для ламінарного та турбулентного режимів течії відповідно.

Система рівнянь (1) доповнюється рівнянням стану ідеального газу:

$$e = \frac{p}{\gamma - 1} - \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2 + w^2). \quad (16)$$

Метричні коефіцієнти та якобіан перетворення координат визначаються зі співвідношень:

$$\xi_x = J(y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta), \quad \xi_y = -J(x_\eta z_\zeta - x_\zeta z_\eta), \quad \xi_z = J(x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta), \quad (17)$$

$$\eta_x = -J(y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta), \quad \eta_y = J(x_\zeta z_\eta - x_\eta z_\zeta), \quad \eta_z = -J(x_\xi z_\zeta - x_\zeta z_\xi), \quad (18)$$

$$\zeta_x = J(y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi), \quad \zeta_y = -J(x_\xi z_\eta - x_\eta z_\xi), \quad \zeta_z = J(x_\xi z_\eta - x_\eta z_\xi), \quad (19)$$

$$J = \frac{\partial(\xi, \eta, \zeta)}{\partial(x, y, z)} = \begin{vmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{vmatrix}. \quad (20)$$

Рівняння Нав’є – Стокса для течій газу з кінчною симетрією

У припущенні про кінчність течії декартові координати подаємо так [12]:

$$\begin{cases} x = \zeta \cdot x_1(\xi, \eta) \\ y = \zeta \cdot y_1(\xi, \eta) \\ z = \zeta \cdot z_1(\xi, \eta) \end{cases}. \quad (21)$$

Тут функції $x_1(\xi, \eta), y_1(\xi, \eta), z_1(\xi, \eta)$ відповідають розрахунком області за $\zeta = 1$. Начало координат збігається із «джерелом» кінчної симетрії.

Рівняння Нав’є – Стокса (1) для кінчних течій можна записати так:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \eta} + \hat{\mathbf{H}} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial \mathbf{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial \eta} \right). \quad (22)$$

Усі вектори $\hat{\mathbf{q}}$, $\hat{\mathbf{E}}$, $\hat{\mathbf{F}}$, $\hat{\mathbf{E}}_v$, $\hat{\mathbf{F}}_v$ відповідають тривимірним рівнянням (1) – (15). Джерельний доданок $\hat{\mathbf{H}}$ у припущенні режиму конічності течії має вигляд:

$$\hat{\mathbf{H}} = \frac{\partial \hat{\mathbf{G}}}{\partial \zeta} = \frac{2}{\zeta} \hat{\mathbf{G}}. \quad (23)$$

Диференціальна модель турбулентності Spalart – Allmaras

Для розрахунку коефіцієнта турбулентної в'язкості μ , використовується однопараметрична диференціальна модель Spalart – Allmaras [13]:

$$\mu_t = \rho \tilde{v} f_{v1}, \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}, \quad \chi = \frac{\rho \tilde{v}}{\mu_t}, \quad v = \frac{\mu_t}{\rho}. \quad (24)$$

Значення робочої змінної \tilde{v} визначається рішенням диференціального рівняння:

$$\begin{aligned} \frac{D\tilde{v}}{Dt} = c_{b1} \tilde{S} \tilde{v} + \frac{1}{\sigma} [\nabla(v + \tilde{v}) \nabla \tilde{v} + c_{b2} (\nabla \tilde{v})^2] - \\ - c_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{v}}{d} \right)^2 - c_5 \frac{\tilde{v}^2}{a^2} \sum_{i,j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right)^2. \end{aligned} \quad (25)$$

Останній доданок у рівнянні (25) є додатковим до оригінальної моделі Spalart – Allmaras і призначений для обліку стисливості в надзвукових потоках [12].

У безрозмірному вигляді для довільних криволінійних координат диференціальне рівняння (25) можна подати так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + U \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} + V \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} + W \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \zeta} = \frac{1}{\text{Re}} \left\{ c_{b1} \tilde{S} \tilde{v} - c_{w1} f_w \left[\frac{\tilde{v}}{d} \right]^2 - \right. \\ \left. - c_5 \frac{\tilde{v}^2}{a^2} \sum_{i,j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right)^2 + \frac{(1 + c_{b2})}{\sigma} L_1 - \frac{c_{b2}}{\sigma} L_2 \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

Оператори L_1 і L_2 в довільних координатах можна записати як:

$$\begin{aligned} L_1 = \xi_x \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(v + \tilde{v}) \xi_x \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} \right] + \eta_x \frac{\partial}{\partial \eta} \left[(v + \tilde{v}) \eta_x \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} \right] + \zeta_x \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[(v + \tilde{v}) \zeta_x \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \zeta} \right] + \\ + \xi_y \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(v + \tilde{v}) \xi_y \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} \right] + \eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} \left[(v + \tilde{v}) \eta_y \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} \right] + \zeta_y \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[(v + \tilde{v}) \zeta_y \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \zeta} \right] + \\ + \xi_z \frac{\partial}{\partial \xi} \left[(v + \tilde{v}) \xi_z \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} \right] + \eta_z \frac{\partial}{\partial \eta} \left[(v + \tilde{v}) \eta_z \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} \right] + \zeta_z \frac{\partial}{\partial \zeta} \left[(v + \tilde{v}) \zeta_z \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \zeta} \right], \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} L_2 = (v + \tilde{v}) \left[\xi_x \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi_x \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} \right) + \xi_y \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi_y \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} \right) + \xi_z \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi_z \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} \right) + \right. \\ \left. + \eta_x \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta_x \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} \right) + \eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta_y \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} \right) + \eta_z \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta_z \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \eta} \right) + \right. \\ \left. + \zeta_x \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\zeta_x \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \zeta} \right) + \zeta_y \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\zeta_y \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \zeta} \right) + \zeta_z \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\zeta_z \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \zeta} \right) \right] \end{aligned} \quad (28)$$

$$+ \zeta_x \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\zeta_x \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \zeta} \right) + \zeta_y \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\zeta_y \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \zeta} \right) + \zeta_z \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\zeta_z \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \zeta} \right) \Big].$$

Функції та константи у правій частині рівняння (25):

$$\tilde{S} \equiv S \cdot \text{Re} + \frac{\tilde{v}}{k^2 d^2} f_{v2}, \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}, \quad (29)$$

$$S = |\text{rot} \vec{V}| = \sqrt{\left| \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right|^2 + \left| \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right|^2 + \left| \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right|^2}, \quad (30)$$

$$f_w = g \left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right], \quad g = r + c_{w2}(r^6 - r), \quad r = \frac{\tilde{v}}{\tilde{S} k^2 d^2}, \quad (31)$$

d – відстань до найближчої стінки. Значення констант моделі Spalart – Allmaras: $c_{b1} = 0.1355$, $c_{v2} = 5.0$, $\sigma = 2/3$, $c_{b2} = 0.622$, $c_{w1} = \frac{c_{b1}}{k^2} + \frac{(1 + c_{b2})}{\sigma}$, $c_{w2} = 0.3$, $c_{w3} = 2$, $c_s = 3.5$.

Для розрахунку конічних надзвукових течій рівняння (26) спрощуються до двовимірні за припущенням $\frac{\partial}{\partial \zeta} = 0$. Оскільки модель Spalart – Allmaras є лінійною щодо робочої змінної \tilde{v} , то, на відміну від рівнянь Нав'є – Стокса, джерельний доданок тут не створюється.

Чисельний алгоритм та його верифікація

Неявний чисельний алгоритм базувався на схемі Roe в рамках кінцево-об'ємного підходу [14]. Другий порядок точності за простором забезпечувався симетричними обмежувачами потоку [15]. Стаціонарне рішення здобувалося методом устанавлення за часом.

Чисельний алгоритм, який використовувався, було багаторазово верифіковано на двовимірних і тривимірних задачах дозвукового та надзвукового обтікання тіл різної геометрії [16–18]. Він інтегрований із власним програмно-методичним забезпеченням обчислювальної аеродинаміки, яке розроблено в Інституті транспортних систем і технологій Національної академії наук України [17].

Для верифікації алгоритму розрахунку конічного наближення рівнянь Нав'є – Стокса виконано чисельне моделювання турбулентного обтікання кругового конуса з кутом між віссю та поверхнею $\theta = 12,5^\circ$ за числа Маха $M_\infty = 1,8$ незбуреного потоку, за умовами експериментальної роботи [19]. Кут атаки становив $\alpha = 22,7^\circ$, що відповідало закритичному режиму обтікання ($\alpha > \theta$). Вимірювання проводилися у площині перпендикулярної осі конуса й розташованої на відстані $L = 876$ мм від вершини конуса. Число Рейнольдса, визначене за величиною L , становило $\text{Re} = 2,125 \cdot 10^7$. Температурні умови експерименту відповідали наближеній теплоізоляції. В експерименті було зафіксовано строго конічний характер обтікання. Ламінарно-турбулентний перехід відбувався поблизу вершини конуса й не впливав на конічність течії.

Розрахункова сітка була побудована у правій напівплощині через симетрію течії і містила 700 x 500 вузлів. Із 700 вузлів на поверхні конуса приблизно 500 були на підвітряному боці. Згущення сітки до твердої поверхні забезпечувало умову для безрозмірної координати в найближчій точці $\Delta y^+ < 0,3$.

Результати чисельного моделювання ілюструються за допомогою розподілу локальних чисел Маха, чисельної «шлірен-фотографії» в області взаємодії, а також коефіцієнтів тиску та тертя на поверхні конуса (рис. 3–5).

За великого значення відносного кута атаки ($\alpha/\theta = 1,82$) структура закритичного обтікання кругового конуса стає дуже складною. На підвітряному боці утворюється вихрова система (рис. 3–5), що включає як первинний ($S_1 \div R_1$), так і вторинний ($S_2 \div R_2$) відрив. Збільшення тиску на навітряному боці та ступеня розрідження на підвітряному боці призводять у результаті взаємодії поперечних потоків до формування внутрішнього стрибка ущільнення (рис. 3). Лінії первинного стікання (відриву) S_1 і розтікання (приєднання) R_1 утворюються вище потоком за $\varphi_{S1} = 124^\circ$ та $\varphi_{R1} = 167^\circ$ відповідно. Усередині первинного відриву розташовується вторинний відрив з лініями стікання S_2 та розтікання R_2 за $\varphi_{S2} = 150^\circ$ та $\varphi_{R2} = 144^\circ$ відповідно (рис. 5). Експериментальне значення положення лінії вторинного відриву становило $\varphi_{S2} = 153^\circ$. Виникнення вторинного відриву призводить до різкого потовщення прикордонного шару на підвітряному боці та перерозподілу коефіцієнта тиску з характерним «провалом» поблизу осі симетрії.

Зіставлення результатів розрахунків з експериментальними даними [19] (рис. 4, 5) показує, що застосування однопараметричної диференціальної моделі Spalart – Allmaras дозволяє відтворювати деталі складної структури в'язко-нев'язкої взаємодії із прийнятною точністю розташування характерних ліній стікання та розтікання просторового конічного відриву.

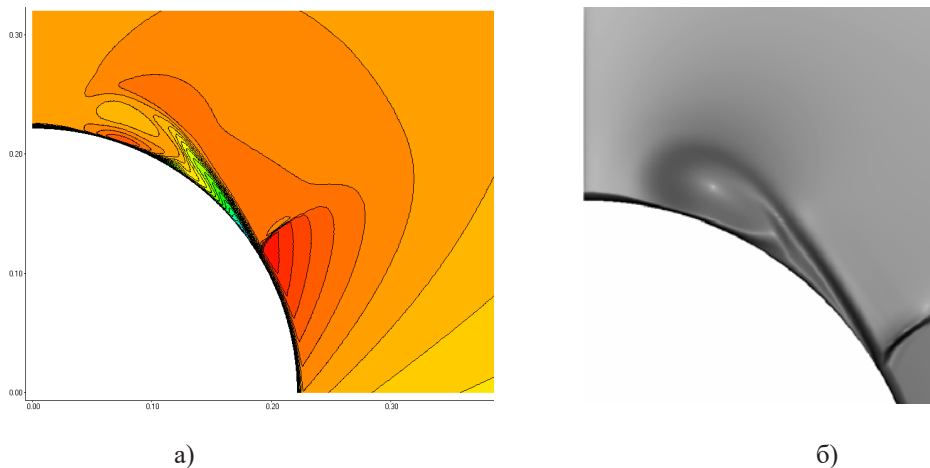


Рис. 3. Розподіл локальних чисел Маха (а) та чисельна «шлірен-фотографія» (б) течії на підвітряному боці за обтікання кругового конуса під кутом атаки

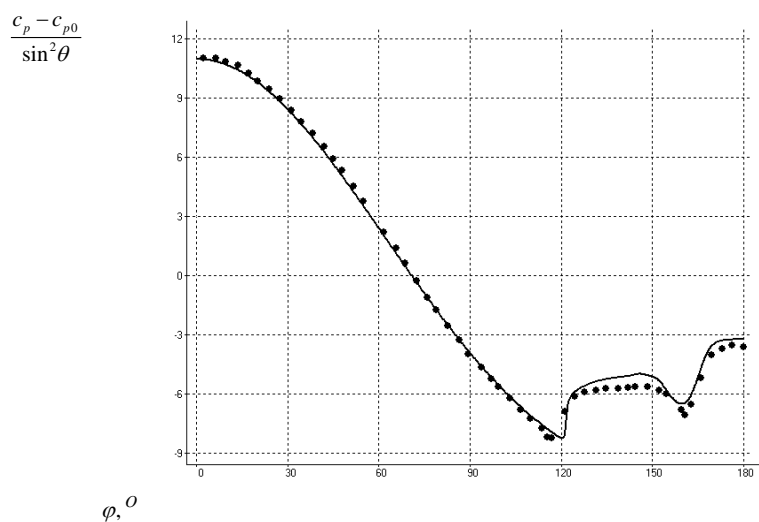


Рис. 4. Розподіл коефіцієнта тиску на поверхні конуса:

- – експериментальні дані [19];
- – розрахунок із конічними рівняннями Нав'є – Стокса, сітка 700 x 500

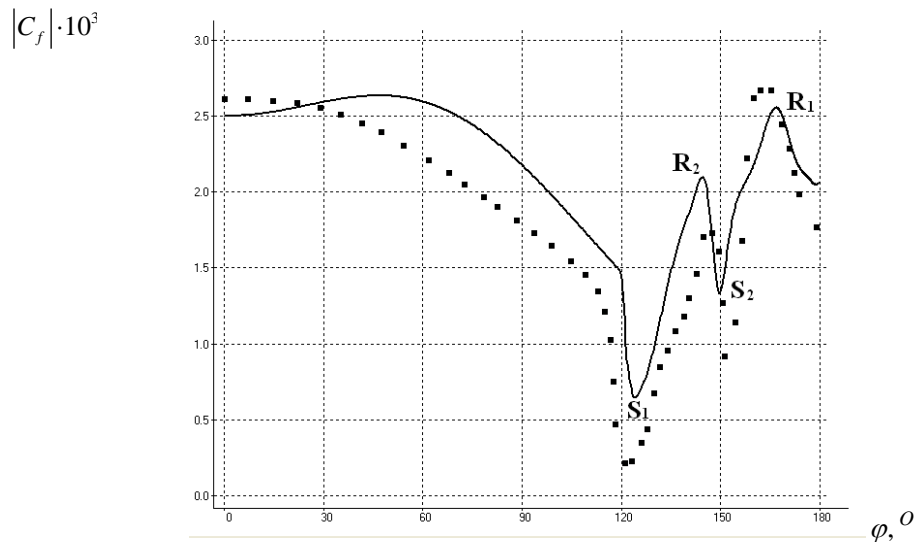


Рис. 5. Розподіл модуля коефіцієнта тертя на поверхні конуса:

- – експериментальні дані [19];
- – розрахунок з конічними рівняннями Нав’є – Стокса, сітка 700 x 500

Основні результати комп’ютерного моделювання

Топологічна структура просторової відривної течії суттєво відрізняється від двовимірного випадку (рис. 2). Для двовимірних течій кожна точка відриву, кожна точка приєднання є особливою точкою граничних ліній струму з нульовим значенням тертя. Для просторового випадку в розподілах граничних ліній струму існують лише дві особливі точки (сідлова та вузлова), які перебувають у площині симетрії XOY за $Z = 0$. Лінія відриву утворюється як асимптотична лінія стикання граничної лінії струму, а приєднання потоку відповідає асимптотичному розтіканню граничної лінії струму (рис. 2-б). На відміну від двовимірної течії, уздовж ліній відриву та приєднання значення тертя не дорівнює нулю. У просторі формується так званий підковоподібний вихор, який може розширюватися згідно з конічною подобою.

Взаємодія, спричинена гострим вертикальним клином (рис. 1-а, 2-а), є найпростішою з усіх конічних взаємодій. Це пов’язано з тим, що здатність головної ударної хвилі до взаємодії із прикордонним шаром добре відома із класичної теорії косоного стрибка ущільнення. Водночас ця взаємодія призводить до фундаментальних змін структури потоку як для головної ударної хвилі, так і для прикордонного шару, після чого течія більше не може розглядатися як «проста».

Загальна структура взаємодії, зумовленої гострим вертикальним клином, може бути представлена схемою (рис. 2-а), отриманою на основі узагальнення експериментальних [1] даних, а також експериментальними та чисельними шпiрен-фотографіями (рис. 6).

Розрахункова сітка містила 650 x 600 вузлів у площині, перпендикулярній головному стрибку ущільнення. Для забезпечення значення $\Delta u^+ < 1,0$ в області приєднання потоку на пластині згущення сітки вимагало відповідного значення $\Delta u^+ < 0,03$ у незбуреному примежовому шарі.

Аналіз експериментальних даних і результатів обчислювальних експериментів, проведених у цій роботі, дозволив виділити ієрархію для елементів структури просторового турбулентного відриву. Первинний рівень визначається поділом головної ударної хвилі на стрибок відриву та тильний стрибок, формуванням характерної лямбда-ніжки, первинного відриву у формі підковоподібного вихору. Варто зазначити, що перебіг усередині відривної зони як для вертикальних клинів, так і для стрілоподібних кутів стиснення був надзвуковим. Наприклад, для вертикального клина з $\langle \text{Eqn100.eps} \rangle$ і кутом клина $\langle \text{Eqn101.eps} \rangle$ максимальне локальне значення числа Маха у відривній ділянці становило $M_{\text{MAX}} = 2,31$.

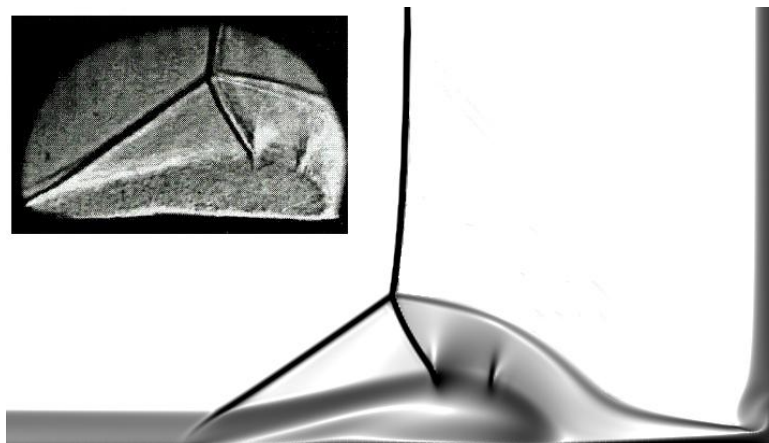


Рис. 6. Експериментальна [1] та чисельна шлірен-фотографії даної роботи з використанням конічних рівнянь Нав'є – Стокса за $\alpha = 20^\circ$

До явищ, що відповідають другому рівню, можна віднести формування внутрішніх хвиль розрідження та стрибка ущільнення в області між тильним стрибком і зоною приєднання первинного відриву, а також утворення системи кутових вихорів, появу вторинного відриву (рис. 6). За наявності розвиненого вторинного відриву можна назвати третій рівень – виникнення додаткових структур усередині відривної течії.

Задача про надзвукову турбулентну течію у просторовому стрілоподібному куті стиснення (рис. 1-б, 2-б) була розглянута з використанням як тривимірних, так і конічних рівнянь Нав'є – Стокса. Для конічних рівнянь Нав'є – Стокса застосовувалася сітка, що містить 700×500 вузлів у площині XOY на відстані $Z = 8 \cdot \delta_0$ від початку взаємодії. Для тривимірних рівнянь Нав'є – Стокса було побудовано сітку розміром $141 \times 211 \times 101 \approx 3,0 \cdot 10^6$ вузлів.

Загальна структура взаємодії ударної хвилі із прикордонним турбулентним шаром поблизу стрілоподібних кутів стиснення представлена розподілами чисел локальних Маха просторових і граничних ліній струму, а також чисельної шлірен-фотографії (рис. 7–9).

Ізолінії локальних чисел Маха (рис. 7) показані на вихідній межі й у площинах, паралельних площині XOY . Виразно видно від'єдану головну ударну хвилю, яка генерується кутом стиснення, турбулентний прикордонний шар, що набігає. Наявність дозвукової зони у прикордонному шарі призводить до передачі збурень вгору потоком. Головна ударна хвиля руйнується з утворенням характерної лямбда-ніжки [2]. Передній стрибок (стрибок відриву) і тильний стрибок утворюються із хвиль стиснення в надзвуковій частині прикордонного шару. З віддаленням від площини початку взаємодії потрібна точка перетину стрибків ущільнення зміщується вгору з формуванням нижче потоку конічноподібної течії.

Перепад тиску на головній ударній хвилі досить великий для розвитку відривної течії. З погляду топології відриву потоку утворюється класичний підковоподібний вихор. Вихрова структура сформованих відривних течій може бути ілюстрована розподілами просторових та граничних ліній струму на рис. 8. Нижня частина незбуреного примежового прикордонного шару залучається у джгутподібний вихор, який поширюється вздовж лінії кута стиснення. Перехід від прикордонного шару, що набігає, до вихрової структури відбувається вздовж лінії відриву, до якої сходяться граничні лінії струму. Верхня частина прикордонного шару приєднується на похилій поверхні кута стиснення, що проявляється в характерному розтіканні граничних ліній струму. Варто зауважити, що ядро відривного вихору аналогічно вертикальному клину теж є надзвуковим. Максимальне число Маха всередині відриву становило $M_{\text{MAX}} = 1,99$ для $M_\infty = 2,95$ незбуреного потоку.

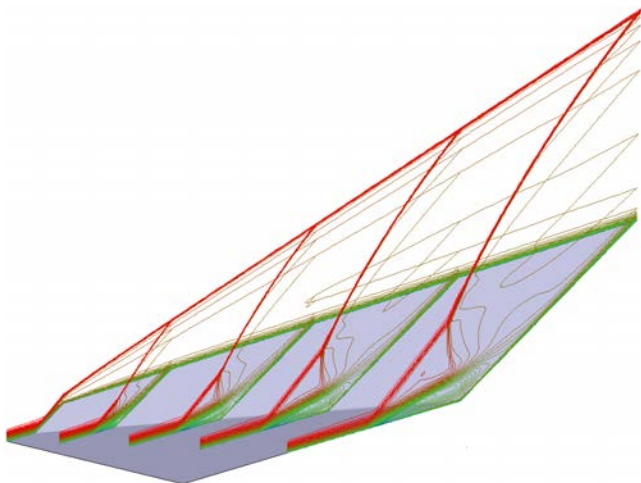


Рис. 7. Розподіл локальних чисел Маха в області взаємодії для стрілоподібного кута стиснення за $\lambda = 60^\circ$, $\alpha = 24^\circ$ із застосуванням тривимірних рівнянь Нав'є – Стокса

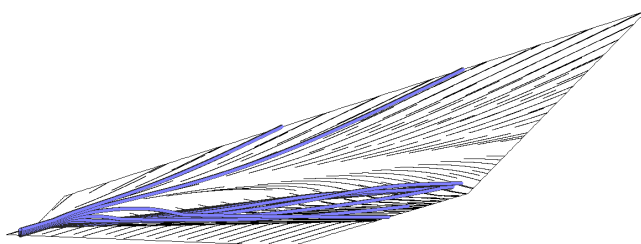


Рис. 8. Розподіли просторових і граничних ліній струму для стрілоподібного кута стиснення за $\lambda = 60^\circ$, $\alpha = 24^\circ$, із застосуванням тривимірних рівнянь Нав'є – Стокса



Рис. 9. Чисельна шлірен-фотографія для стрілоподібного кута стиснення за $\lambda = 60^\circ$, $\alpha = 24^\circ$, з використанням кінцевих рівнянь Нав'є – Стокса за $\alpha = 20^\circ$

Чисельна шлірен-фотографія у вертикальній площині показує (рис. 9) головну ударну хвилю, стрибок відриву, тильний стрибок і відривну зону. Особливістю течії у стрілоподібному куті стиску за $\lambda = 60^\circ$, $\alpha = 24^\circ$ є положення тильного стрибка ущільнення, що йде вздовж лінії кута стиснення. Саме таке розташування тильного стрибка призводить до виникнення локального піку тиску всередині відривної області (рис. 10). Характерний прогин тиску перед лінією кута стиснення пов'язаний з утворенням хвиль розрідження над відривною зоною. Окрім того, спостерігається пік тиску в області приєднання, що утворюється за наявності розвинутої кінчної течії.

Завдяки застосуванню дрібної сітки під час використання кінцевих рівнянь Нав'є – Стокса вдалося краще відтворити як цей прогин тиску, так і пік тиску області приєднання потоку.

Висновки

Розроблено та верифіковано неявний чисельний алгоритм розв'язку рівнянь Нав'є – Стокса в кінчному наближенні. Проведено комп'ютерне моделювання просторових надзвукових турбулентних течій за обтікання гострого вертикального клина,

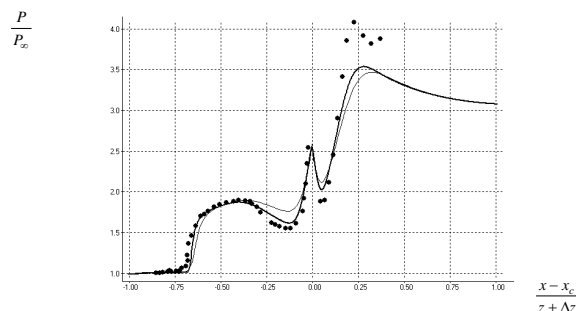


Рис. 10. Розподіл тиску на поверхні стрілоподібного кута стиснення в кінчних координатах:

- – експериментальні дані [2];
- — розрахунок із кінчними рівняннями Нав'є – Стокса, сітка 700 x 500;
- — розрахунок із тривимірними рівняннями Нав'є – Стокса, сітка 141 x 211 x 101

який установлено на пластині, та стрілоподібного кута стиснення. Виконано порівняння отриманих результатів із відомими експериментальними даними, а також із розрахунками на основі тривимірних рівнянь Нав'є – Стокса. Показано, що за рахунку застосування дрібної сітки під час використання конічних рівнянь Нав'є – Стокса вдається чисельно реконструювати подробиці взаємодій ударних хвиль із турбулентним примежовим шаром.

Список використаної літератури

1. Settles G.S., Lu F.K. Conical similarity of shock/boundary-layer interactions generated by swept and unswept fins. *AIAA Journal*. 1985. № 23. P. 1021–1027.
2. Settles G.S., Horstman C.C., McKenzie T.M. Experimental and computational study of a swept compression corner interaction flowfield. *AIAA Journal*. 1986. № 24. P. 744–752.
3. Green J.E. Interactions between shock waves and turbulent boundary layers. *Progress in aerospace sciences*. 1970. № 11. P. 235–340.
4. Adamson T.C., Messiter A.F. Analysis of two-dimensional interaction between shock waves and boundary layers. *Annual review of fluid mechanics*. 1980. № 12. P. 103–138.
5. Dolling D. Fifty years of shock wave boundary layer interaction research: what next? *AIAA Journal*. 2001. № 39. P. 1517–1531.
6. Settles G.S., Dolling D.S. Swept Shock Wave/Boundary-Layer Interactions (Review). In book: *Tactical Missile Aerodynamics*, Chapter: 8. Publisher: American Institute of Aeronautics and Astronautics. 1986. P. 297–379.
7. Lillard R.P. Turbulence Modeling for Shock Wave/Turbulent Boundary Layer Interactions. *Biblioscholar*. 2013. P. 218.
8. Wagner A. Experimental Hypersonic Shock/Boundary-Layer Interaction Studies on a Flat Plate at Elevated Surface Temperature. DEUTSCHES ZENTRUM FÜR LUFT – UND RAUMFAHRT E.V. Report AFRL-AFOSR-UK-TR-2022-0026-45. 2022.
9. Chen Y. Shock Wave-Boundary Layer Interaction: A Survey of Recent Development. *Highlights in Science, Engineering and Technology*. 2024. № 12. P. 422–430.
10. Tannehill J.C., Anderson D.A., Pletcher R.H. *Computational fluid mechanics and heat transfer*. Taylor & Francis. New York. 1997.
11. Pulliam T.H. Efficient solution methods for the Navier-Stokes equations. Lecture notes for the von Karman Institute for Fluid Dynamics. Lecture Series, Von Karman Institute. 1985.
12. Lin A., Rubin S.G. Three-dimensional supersonic viscous flow over cone at incidence. *AIAA Paper*. 1981. P. 192.
13. Spalart P.R. Strategies for turbulence modelling and simulation. *Intern. Journal of Heat and Fluid Flow*. 2000. № 21. P. 252–263.
14. Roe P.L. Approximate Riemann schemes. *Journal of Computational Physics*. 1987. № 43. P. 357–372.
15. Jameson A. Analysis and design of numerical schemes for gas dynamics 1: Artificial diffusion, upwind biasing, limiters and their effect on accuracy and multigrid convergence. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*. 1995. № 4. P. 171–218.
16. Pylypenko A.O., Polevoy O.B., Prykhodko O.A. Numerical simulation of Mach number and angle of attack influence on regimes of transonic turbulent flows over airfoils. *TsAGI Science Journal*. 2012. № 43 (1). P. 1–36.
17. Redchyts D.O., Polevoy O.B. Numerical simulation of the conjugate problems of computational aerodynamics. *Internationally-scientific conference “Modern information and technology on transport”*. (Kherson, 15–18.04.2015). Kherson. 2015. P. 217–220.
18. Polevoy O.B., Redchyts, D.O. Two Shock Waves Self-Induced Oscillations over NACA 0012 Airfoil at Low Angles of Attack. *Topical Problems of Fluid Mechanics*. (Prague, 12–14.12.2023). Prague, 2023. P. 137–144. <https://doi.org/10.14311/TPFM.2023.019>
19. Rainbird W.J. Turbulent boundary-layer growth and separation on a yawed cone. *AIAA Journal*. 1968. № 6 (12). P. 2410–2416.

References

1. Settles, G.S., & Lu, F.K. (1985). Conical similarity of shock/boundary-layer interactions generated by swept and unswept fins. *AIAA Journal*, 23, 1021–1027 [in English].
2. Settles, G.S., Horstman, C.C., & McKenzie, T.M. (1986). Experimental and computational study of a swept compression corner interaction flowfield. *AIAA Journal*, 24, 744–752 [in English].
3. Green, J.E. (1970). Interactions between shock waves and turbulent boundary layers. *Progress in aerospace sciences*, 11, 235–340 [in English].
4. Adamson, T.C., & Messiter, A.F. (1980). Analysis of two-dimensional interaction between shock waves and boundary layers. *Annual review of fluid mechanics*, 12, 103–138 [in English].
5. Dolling, D. (2001). Fifty years of shock wave boundary layer interaction research: what next? *AIAA Journal*, 39, 1517–1531 [in English].
6. Settles, G.S., & Dolling, D.S. (1986) Swept Shock Wave/Boundary-Layer Interactions (Review). In book: *Tactical Missile Aerodynamics*, Chapter: 8. Publisher: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 297–379 [in English].
7. Lillard, R.P. (2013). Turbulence Modeling for Shock Wave/Turbulent Boundary Layer Interactions. *Biblioscholar*. 218 pp. [in English].
8. Wagner, A. (2022) Experimental Hypersonic Shock/Boundary-Layer Interaction Studies on a Flat Plate at Elevated Surface Temperature. DEUTSCHES ZENTRUM FÜR LUFT – UND RAUMFAHRT E.V. Report AFRL-AFOSR-UK-TR-2022-0026-45 [in English].
9. Chen, Y. (2024). Shock Wave-Boundary Layer Interaction: A Survey of Recent Development. *Highlights in Science, Engineering and Technology*, 12, 422–430 [in English].
10. Tannehill, J.C., Anderson, D.A., & Pletcher, R.H. (1997). *Computational fluid mechanics and heat transfer*. Taylor & Francis, New York [in English].
11. Pulliam, T.H. (1985). *Efficient solution methods for the Navier-Stokes equations*. Lecture notes for the von Karman Institute for Fluid Dynamics. Lecture Series, Von Karman Institute [in English].
12. Lin, A., & Rubin, S.G. (1981). Three-dimensional supersonic viscous flow over cone at incidence. *AIAA Paper*, 192 p. [in English].
13. Spalart, P.R. (2000). Strategies for turbulence modelling and simulation. *Intern. Journal of Heat and Fluid Flow*, 21, 252–263 [in English].
14. Roe, P.L. (1981). Approximate Riemann schemes. *Journal of Computational Physics*, 43, 357–372 [in English].
15. Jameson, A. (1995). Analysis and design of numerical schemes for gas dynamics 1: Artificial diffusion, upwind biasing, limiters and their effect on accuracy and multigrid convergence. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 4, 171–218 [in English].
16. Pylypenko, A.O., Polevoy, O.B., & Prykhodko, O.A. (2012). Numerical simulation of Mach number and angle of attack influence on regimes of transonic turbulent flows over airfoils. *TsAGI Science Journal*, 43 (1), 1–36 [in English].
17. Redchyts, D.O., & Polevoy, O.B. (2015). Numerical simulation of the conjugate problems of computational aerodynamics. *Internationally-scientific conference “Modern information and technology on transport”*. (Kherson, 15–18.04.2015). Kherson [in English].
18. Polevoy, O.B., & Redchyts, D.O. (2023) Two Shock Waves Self-Induced Oscillations over NACA 0012 Airfoil at Low Angles of Attack. *Topical Problems of Fluid Mechanics*. (Prague, 12–14.12.2023). Prague. <https://doi.org/10.14311/TPFM.2023.019> [in English].
19. Rainbird, W.J. (1968). Turbulent boundary-layer growth and separation on a yawed cone. *AIAA Journal*, 6 (12), 2410–2416 [in English].

Польовий Олег Борисович – к.ф.-м.н, ст. наук. співр. Інституту транспортних систем і технологій НАН України. E-mail: obp.dnepr@gmail.com, ORCID: 0009-0001-6756-1078.

Редчиць Дмитро Олександрович – д.ф.-м.н., ст. наук. співр., директор Інституту транспортних систем і технологій НАН України; професор кафедри математичного моделювання та системного аналізу Дніпровського державного технічного університету. E-mail: redchits_da@ua.fm, ORCID: 0000-0001-8538-6026.

Polovyi Oleh Borysovych – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Research Scientist in the Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine. E-mail: obp.dnepr@gmail.com, ORCID: 0009-0001-6756-1078.

Redchyts Dmytro Oleksandrovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Senior researcher, Director of the Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine, Professor of the Department of Mathematical Modelling and System Analysis of the Dniprovsky State Technical University. E-mail: redchits_da@ua.fm, ORCID: 0000-0001-8538-6026.

УДК 004.412:519.237.5

А.С. ПРИХОДЬКО

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ СКЛАДНОСТІ ОБ'ЄКТНО ОРІЄНТОВАНОГО ПРОЄКТУВАННЯ ЧЕРЕЗ ЗВ'ЯЗКИ МІЖ КЛАСАМИ ВЕБЗАСТОСУНКІВ З ВІДКРИТИМ КОДОМ, СТВОРЕНИХ ЗА ДОПОМОГОЮ PHP ФРЕЙМВОРКІВ

Проблема визначення складності об'єктно орієнтованого проєктування програмного забезпечення з відкритим вихідним кодом, зокрема й вебзастосунків, які створюються за допомогою PHP фреймворків, є важливою, оскільки нині програмне забезпечення з відкритим кодом стає все популярнішим, а використання PHP фреймворків робить розробку застосунків швидшою. Об'єктом дослідження є процес визначення складності об'єктно орієнтованого проєктування через зв'язки між класами вебзастосунків з відкритим кодом, створених за допомогою PHP фреймворків. Предметом дослідження є математичні моделі для визначення складності об'єктно орієнтованого проєктування через зв'язки між класами вебзастосунків з відкритим кодом, створених за допомогою PHP фреймворків.

Метою роботи є побудова двох математичних моделей для визначення складності об'єктно орієнтованого проєктування через зв'язки між класами вебзастосунків з відкритим кодом, створених з використанням PHP фреймворків, на основі двовимірного нормалізуючого перетворення Бокса – Кокса для підвищення достовірності визначення складності об'єктно орієнтованого проєктування цих застосунків.

*Для оцінювання складності об'єктно орієнтованого проєктування через зв'язки між класами вебзастосунків з відкритим кодом, що створюються за допомогою PHP фреймворків, на основі двовимірного перетворення Бокса – Кокса побудовано дві математичні моделі у формі еліпса прогнозування для нормалізованих метрик RFC (the Response for Class) та CBO (Coupling Between Objects). Метод максимальної правдоподібності використовувався для обчислення оцінок параметрів двовимірного перетворення Бокса – Кокса. Зазначені моделі побудовані з використанням двох тестових статистик на основі квантилів розподілу χ^2 -квадрат та F -розподілу відповідно. Для побудови зазначених математичних моделей за допомогою інструменту *PhpMetrics* (<https://phpmetrics.org/>) ми отримали дані з метрик для 125 вебзастосунків з відкритим кодом, що створювалися за допомогою п'яти відомих PHP фреймворків: *CakePHP*, *Laravel*, *Symfony*, *CodeIgniter* та *Yii*. Ці застосунки розміщені на сайті *GitHub*. Виконано порівняння результатів визначення складності об'єктно орієнтованого проєктування через зв'язки між класами вебзастосунків з відкритим кодом, що створювалися за допомогою PHP фреймворків.*

Ключові слова: математична модель, еліпс прогнозування, складність, об'єктно орієнтоване проєктування, зв'язки між класами, вебзастосунок, нормалізуюче перетворення, перетворення Бокса – Кокса.

A.S. PRYKHODKO

Odesa I.I. Mechnikov National University

MATHEMATICAL MODELS FOR DETERMINING THE COMPLEXITY OF OBJECT-ORIENTED DESIGN DUE TO THE RELATIONSHIPS BETWEEN CLASSES OF OPEN-SOURCE WEB APPLICATIONS CREATED USING PHP FRAMEWORKS

The problem of determining the object-oriented design complexity of the open-source software, including Web applications created using the PHP frameworks, is important because nowadays open-source software is growing in popularity and using the PHP frameworks making application development faster. The object of the study is the process of determining the object-oriented design complexity due to the relationships between classes of the open-source web applications created using the PHP frameworks. The subject of the study is the mathematical models to determine the object-oriented design complexity due to the relationships between classes of the open-source web applications created using the PHP frameworks.

The goal of the work is the build two mathematical models for determining the object-oriented design complexity due to the relationships between classes of the open-source web applications created using the PHP frameworks based on the two-variate Box-Cox normalizing transformation to increase confidence in evaluating the object-oriented design complexity of these apps.

To determine the object-oriented design complexity due to the relationships between classes of open-source web applications created using PHP frameworks, two mathematical models in the form of a prediction ellipse were con-

structured based on the two-variate Box-Cox transformation for the normalized metrics RFC (the Response for Class) and CBO (Coupling Between Objects). The maximum likelihood method is used to compute the parameter estimates of the two-variate Box-Cox transformation. The above models are built using two test statistics based on the quantiles of the Chi-square distribution and the F-distribution, respectively. To build these mathematical models using the PhpMetrics tool (<https://phpmetrics.org/>), we obtained data from metrics for 125 open-source web applications created using five well-known PHP frameworks: CakePHP, Laravel, Symfony, CodeIgniter, and Yii. These applications are hosted on GitHub. The results of determining the complexity of object-oriented design due to the relationships between classes of open-source web applications created using PHP frameworks were compared.

Key words: mathematical model, prediction ellipse, complexity, object-oriented design, relationships between classes, web application, normalizing transformation, Box-Cox transformation.

Постановка проблеми

Проблема визначення складності об'єктно орієнтованого проектування (далі – ООП) програмного забезпечення (далі – ПЗ) з відкритим вихідним кодом, зокрема й вебзастосунків, які створюються за допомогою PHP фреймворків, є важливою для ІТ-компаній, оскільки тісно пов'язана з подальшими витратами, які виникають у процесі життєвого циклу розроблення ПЗ. Окрім того, нині ПЗ з відкритим кодом стає все популярнішим [1], а використання PHP фреймворків робить розробку вебзастосунків швидшою.

Згідно із [2], для визначення складності ООП через зв'язки між класами можуть бути використані дві програмні метрики: зв'язаність між об'єктами CBO (Coupling Between Objects) та відгук класу RFC (the Response for Class). Але на практиці зазвичай ці метрики аналізуються окремо без урахування кореляції між ними, а прийнятні їх значення рекомендуються лише на рівні класу. Тому у [3] було запропоновано методику визначення складності ООП через зв'язки між класами на основі еліпса прогнозування для нормалізованих метрик CBO та RFC на рівні застосунку, а також побудовано відповідну математичну модель для застосунків з відкритим кодом на Java. Але зазначена модель не розрахована для вебзастосунків з відкритим кодом, які створюються за допомогою PHP фреймворків. А зараз багато вебзастосунків створюються з використанням саме PHP фреймворків. Тому постає потреба в математичних моделях, які би дозволяли здійснювати визначення складності ООП через зв'язки між класами вебзастосунків з відкритим кодом, які створюються за допомогою PHP фреймворків.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Хоча С.Р. Чідамбер і К.Ф. Кемерер (S.R. Chidamber, C.F. Kemerer) запропонували набір програмних показників (далі – СК) із шести метрик (WMC, DIT, NOC, RFC, CBO, LCOM) для вимірювання трьох кроків ООП у визначенні Буча (Booch) ще в 1991 р. [4], їхній набір метрик СК досі служить узагальненим рішенням для інших дослідників, на яке можна покладатися для конкретних цілей [5–8], зокрема і складність ООП [3; 9–12].

У [9] автори побудували рівняння множинної лінійної регресії для визначення складності ООП на основі мінімального набору показників складності, які визначаються за допомогою метрик СК. Хоча запропоноване рівняння є плідним для кількісного оцінювання складності ієрархії ООП, воно не дозволяє безпосередньо врахувати кореляцію між чинниками – програмними метриками. Це може впливати на результат оцінювання складності.

Дослідження в [10] зосереджується на двох основних темах: першій, як вимірювання непрямого зв'язку може допомогти розробникам із завданнями обслуговування, другій, як показники непрямого зв'язку можуть кількісно визначити складність і розмір ПЗ. Але дослідження в [10] безпосередньо не враховує кореляцію між програмними метриками. Хоча інші дослідники вказують на суттєвий кореляційний зв'язок між окремими метриками СК [3; 5; 7; 12].

У [3] автори побудували рівняння еліпса прогнозування для нормалізованих метрик RFC та CBO на основі двовимірного перетворення Бокса – Кокса (далі – ПБК) та квантиля F-розподілу. Вони застосували це рівняння для оцінювання складності на третьому етапі ООП програм з відкритим кодом на Java. Автори запропонували використовувати квадрат відстані

Махаланобіса (далі – КВМ) з рівняння еліпса прогнозування для нормалізованих метрик RFC та СВО як індикатор складності ООП застосунків з відкритим кодом на Java з погляду зв'язків між класами. Але зазначена модель не завжди дає достовірні результати для вебзастосунків з відкритим кодом, які створюються за допомогою РНР фреймворків. Тому постає потреба в математичних моделях, які би дозволяли здійснювати оцінювання складності ООП через зв'язки між класами вебзастосунків з відкритим кодом, які створюються за допомогою РНР фреймворків.

Мета дослідження

Метою дослідження є побудова двох математичних моделей для визначення складності ООП через зв'язки між класами вебзастосунків з відкритим кодом, створених з використанням РНР фреймворків, на основі двовимірного нормалізуючого перетворення Бокса – Кокса для підвищення достовірності визначення складності ООП цих застосунків.

Об'єктом дослідження є процес визначення складності ООП через зв'язки між класами вебзастосунків з відкритим кодом, створених за допомогою РНР фреймворків. Предметом дослідження є математичні моделі для визначення складності ООП через зв'язки між класами вебзастосунків з відкритим кодом, створених за допомогою РНР фреймворків.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

1. Побудувати математичну модель для визначення складності ООП через зв'язки між класами вебзастосунків з відкритим кодом, створених з використанням РНР фреймворків, у формі рівняння еліпса прогнозування для нормалізованих метрик RFC та СВО на основі двовимірного перетворення Бокса – Кокса та квантиля розподілу Хі-квадрат.

2. Удосконалити математичну модель для визначення складності ООП через зв'язки між класами вебзастосунків з відкритим кодом, створених з використанням РНР фреймворків, у формі рівняння еліпса прогнозування для нормалізованих метрик RFC та СВО на основі двовимірного перетворення Бокса – Кокса та квантиля F-розподілу.

3. Виконати порівняння результатів визначення складності ООП через зв'язки між класами вебзастосунків з відкритим кодом, що створювалися за допомогою РНР фреймворків, за двома побудованими моделями.

Виклад основного матеріалу дослідження

Перш ніж будувати зазначені математичні моделі за допомогою інструменту PhpMetrics (<https://phpmetrics.org/>), були отримані дані з метрик RFC та СВО для 125 вебзастосунків, що створені за допомогою таких популярних РНР фреймворків: CakePHP, Laravel, Symfony, CodeIgniter та Yii. Ці застосунки розміщені на сайті GitHub (<https://github.com>).

Далі ми перевірили двовимірний розподіл отриманих даних з метрик RFC та СВО на нормальність за допомогою тесту Мардіа (Mardia's test), який базується на багатовимірних асиметрії та ексцесі. Тест показав, що двовимірний розподіл даних відхиляється від гаусівського. Зокрема, на це вказує те, що оцінка двовимірного ексцесу, яка дорівнює 27,35, більша за 9,84 – значення відповідного квантиля нормального розподілу з математичним сподіванням 8 і дисперсією 0,512. Рівень значимості брався 0,005.

Тому надалі для визначення наявності двовимірних викидів у даних з метрик СВО та RFC вебзастосунків, що створені за допомогою РНР фреймворків, як і у [3], ми використовували метод на основі КВМ для нормалізованих даних. Також, як і у [3], нормалізацію даних ми здійснювали за допомогою двовимірного ПБК, компоненти якого визначаються як

$$Z_j = \begin{cases} (X_j^{\lambda_j} - 1) / \lambda_j, & \text{if } \lambda_j \neq 0; \\ \ln(X_j), & \text{if } \lambda_j = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Тут Z_j – гаусівська випадкова величина, λ_j – параметр ПБК, $j = 1, 2$. Ми позначили метрики СВО та RFC як X_1 та X_2 відповідно. Нормалізовані метрики СВО та RFC позначені як Z_1 та Z_2 відповідно. Оцінювання параметрів двовимірного ПБК з компонентами (1) виконувалося за методом максимальної правдоподібності. Їх оцінки для 125 двовимірних точок даних є такими: $\hat{\lambda}_1 = 0,431235$ та $\hat{\lambda}_2 = -0,166319$.

Значення КВМ для нормалізованої точки даних i ми визначали за формулою:

$$d_i^2 = (\mathbf{z}_i - \bar{\mathbf{z}})^T \mathbf{S}_z^{-1} (\mathbf{z}_i - \bar{\mathbf{z}}), \tag{2}$$

де \mathbf{Z} – вектор гаусівських випадкових величин, $\mathbf{Z} = \{Z_1, Z_2\}^T$; $\bar{\mathbf{Z}}$ – вектор вибірових середніх, $\bar{\mathbf{Z}} = \{\bar{Z}_1, \bar{Z}_2\}^T$; \mathbf{S}_z – вибіркова коваріаційна матриця для компонентів вектора \mathbf{Z} .

$$\mathbf{S}_z = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{z}_i - \bar{\mathbf{z}})(\mathbf{z}_i - \bar{\mathbf{z}})^T, \tag{3}$$

де N – кількість точок даних.

У результаті одна точка даних виявилася двовимірним викидом – це застосунок Grocery CRUD (<https://github.com/scoombourdis/grocery-crud>), який є бібліотекою PHP і фреймворку Codeigniter, який створює повнофункціональну систему CRUD без необхідності налаштування JavaScript або CSS. Порівняно з іншими застосунками цей мав найменшу кількість класів (усього 11) та найбільше значення RFC на рівні застосунку (47,09). Зазначена точка даних була відкинута тому, що для неї КВМ для нормалізованих значень метрик СВО та RFC більше за квантиль розподілу Хі-квадрат ($15,08 > 10,60$). Надалі ми залишили дані з метрик СВО та RFC для 124 вебзастосунків, які знову були нормалізовані за допомогою двовимірного ПБК з такими оцінками параметрів: $\hat{\lambda}_1 = 0,463193$ та $\hat{\lambda}_2 = 0,162485$. Описові статистики для даних зі 125 та 124 вебзастосунків наведені в табл. 1, де Min, Max, Mean та RMSD позначають відповідно мінімальне, максимальне, середнє та вибіркове середнє квадратичне відхилення окремої метрики.

За даними зі 124 вебзастосунків ми здійснили побудову двох математичних моделей для визначення складності їх ООП через зв'язки між класами на основі двовимірного ПБК для нормалізованих метрик СВО та RFC.

Таблиця 1

Описові статистики для даних зі 125 та 124 вебзастосунків

№	Метрика	N = 125				N = 124			
		Min	Max	Mean	RMSD	Min	Max	Mean	RMSD
1	NC	11	7743	465,648	899,328	25	7 743	469,315	902,038
2	СВО	1,66	8,72	4,323	1,601	1,66	8,72	4,341	1,594
3	RFC	3,00	47,09	10,818	5,057	3,00	20,98	10,525	3,873

Перша модель у формі рівняння еліпса прогнозування для нормалізованих метрик СВО та RFC із квантилем розподілу Хі-квадрат має вигляд:

$$(\mathbf{Z} - \bar{\mathbf{Z}})^T \mathbf{S}_z^{-1} (\mathbf{Z} - \bar{\mathbf{Z}}) = \chi_{2,\alpha}^2, \tag{4}$$

де $\chi_{2,\alpha}^2$ – квантиль розподілу Хі-квадрат із двома ступенями свободи.

Друга модель у формі рівняння еліпса прогнозування для нормалізованих метрик СВО та RFC із квантилем F-розподілу має вигляд:

$$(\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}})^T \mathbf{S}_z^{-1} (\mathbf{z} - \bar{\mathbf{z}}) = \frac{2(N^2 - 1)}{N(N - 2)} F_{2, N-2, \alpha}, \quad (5)$$

де $F_{2, N-2, \alpha}$ – це квантиль F-розподілу із двома та $N - 2$ ступенями свободи.

У рівняннях (4) та (5) рівень значимості α дорівнює 0,005, $\bar{\mathbf{z}} = \{2,029, 2,785\}^T$, а зворотна матриця \mathbf{S}_z^{-1} є такою:

$$\mathbf{S}_z^{-1} = \begin{pmatrix} 1,88082 & -0,17454 \\ -0,17454 & 3,46172 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Зазначимо, що в областях, які описують рівняння (4) та (5), ми маємо змогу обробляти інформацію з нормалізованих програмних метрик СВО та RFC, а поза цими областями така можливість відсутня.

Для визначення складності ООП через зв'язки між класами за допомогою (4) та (5) ми також використовуємо такі рівняння:

$$\hat{Z}_2 = 2,68256 + 0,05042Z_1, \quad (7)$$

$$\hat{Z}_1 = 1,77086 + 0,09280Z_2. \quad (8)$$

Тоді складність ООП через зв'язки між класами вебзастосунків з відкритим кодом, які створюються за допомогою РНР фреймворків, може бути визначена так.

Крок 1. За перетворенням (1) отримати нормалізовані значення метрик СВО та RFC для i -го вебзастосунку – це Z_{1i} та Z_{2i} відповідно.

Крок 2. За (2) обчислити значення КВМ для Z_{1i} та Z_{2i} з урахуванням (6).

Крок 3. Якщо значення КВМ для Z_{1i} та Z_{2i} буде більше за 10,60, то стоп (ми не можемо використати рівняння (4) для цих значень), інакше переходимо до кроку 4.

Крок 4. Обчислюємо значення \hat{Z}_{2i} та \hat{Z}_{1i} для Z_{1i} і Z_{2i} за (7) та (8) відповідно.

Крок 5. Якщо значення для Z_{1i} менше \hat{Z}_{1i} та Z_{2i} менше \hat{Z}_{2i} , то складність ООП через зв'язки між класами i -го вебзастосунку невелика, інакше складність велика.

Зазначимо, наведений алгоритм заснований на рівнянні (4). Для рівняння (5) у цьому алгоритмі на кроці 3 треба замінити 10,60 на 11,25. За цими алгоритмами була визначена складність ООП через зв'язки між класами 124 вебзастосунків. Обидва алгоритми дали однакові результати: зі 124 вебзастосунків 34 мають невелику складність ООП через зв'язки між класами, а 90 – велику. Хоча для вказаних даних за рівняннями (4) та (5) було отримано однаковий результат, але рівняння (4) порівняно з (5) загалом буде давати можливість здійснювати визначення складності ООП через зв'язки між класами для меншої кількості комбінацій значень метрик СВО та RFC на рівні застосунку.

Висновки

Уперше побудовано математичну модель для визначення складності ООП через зв'язки між класами вебзастосунків з відкритим кодом, створених з використанням РНР фреймворків, у формі рівняння еліпса прогнозування для нормалізованих метрик RFC та СВО на основі двовимірного перетворення Бокса – Кокса та квантиля розподілу Хі-квадрат. Удосконалено математичну модель для визначення складності ООП через зв'язки між класами вебзастосунків

з відкритим кодом, створених з використанням PHP фреймворків, у формі рівняння еліпса прогнозування для нормалізованих метрик RFC та CBO на основі двовимірного перетворення Бокса – Кокса та квантиля F-розподілу. Зазначені моделі порівняно з існуючими дозволяють обробляти інформацію з нормалізованих програмних метрик CBO та RFC вебзастосунків з відкритим кодом, створених з використанням PHP фреймворків, для визначення складності їх ООП через зв'язки між класами. Надалі планується здійснити побудову математичних моделей для визначення складності ООП через семантику класів вебзастосунків з відкритим кодом, створених з використанням PHP фреймворків.

Список використаної літератури

1. Madaehoh A., Senivongse T. OSS-AQM: An open-source software quality model for automated quality measurement. *Data and Software Engineering (ICoDSE)* : proceedings of the 2022 International Conference. Denpasar, Indonesia: IEEE, 2022. P. 126–131. <https://doi.org/10.1109/ICoDSE56892.2022.9972135>
2. Chidamber S.R., Kemerer C.F. A metrics suite for object-oriented design. *IEEE Transactions on Software Engineering*. 1994. Vol. 20, № 6. P. 476–493. <https://doi.org/10.1109/32.295895>
3. Prykhodko S., Prykhodko N., Smykodub T. A joint statistical estimation of the RFC and CBO metrics for open-source applications developed in Java. *Computer Sciences and Information Technologies (CSIT)* : proceedings of the 2022 IEEE 17th International Conference. Lviv, Ukraine: IEEE, 2022. P. 442–445. <https://doi.org/10.1109/CSIT56902.2022.10000457>
4. Chidamber S.R., Kemerer C.F. Towards a metrics suite for object oriented design. *ACM SIGPLAN Notices*. 1991. Vol. 26, Issue 11. P. 197–211. <https://doi.org/10.1145/118014.117970>
5. Molnar A.J., Neamțu A., Motogna S. Evaluation of software product quality metrics. in E. Damiani, G. Spanoudakis, L. Maciaszek. Eds. Evaluation of Novel Approaches to Software Engineering. ENASE 2019. *Communications in Computer and Information Science*. 2020. Vol. 1172. P. 163–187. https://doi.org/10.1007/978-3-030-40223-5_8
6. Wikantyasa I.M.A., Kurniawan A.P., Rochimah S. CK metric and architecture smells relations: Towards software quality assurance. *Information & Communication Technology and System (ICTS)* : proceedings of 14th International Conference. Surabaya, Indonesia: IEEE, 2023. P. 13–17. <https://doi.org/10.1109/ICTS58770.2023.10330874>
7. Prykhodko S. Evaluating quality of software systems by the confidence and prediction intervals of regressions for RFC, CBO, and WMC metrics. *WSEAS Transactions on Systems*. 2024. Vol. 23. P. 322–330. <https://doi.org/10.37394/23202.2024.23.36>
8. Levasseur M., Badri M. Prioritizing unit tests using object-oriented metrics, centrality measures, and machine learning algorithms. *Innovations in Systems and Software Engineering*. 2024. <https://doi.org/10.1007/s11334-024-00550-9>
9. Khan S.A., Khan R.A. Object oriented design complexity quantification model. *Procedia Technology*. 2012. Vol. 4. P. 548–554. <https://doi.org/10.1016/j.protcy.2012.05.087>
10. Navas-Su J., Gonzalez-Torres A., Hernandez-Vasquez M. et al. A metrics suite for measuring indirect coupling complexity. *Programming and Computer Software*. 2023. Vol. 49, Issue 8. P. 735–761. <https://doi.org/10.1134/S0361768823080157>
11. Prykhodko A.S., Malakhov E.V. Determining object-oriented design complexity due to the identification of classes of open-source web applications created using PHP frameworks. *Radio Electronics, Computer Science, Control*. 2024. Vol. 69, № 2. P. 160–166. <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2024-2-16>
12. Приходько С.Б., Кольцов А.В., Грабінський М.Р. Математична модель для визначення складності об'єктно орієнтованого проектування через зв'язки між класами застосунків з відкритим кодом на Kotlin. *Інформаційні технології: моделі, алгоритми, системи (ITMAS-2023)* : матеріали IV-ї Всеукраїнської науково-практичної інтернет конференції, 30–31 жовтня 2023 р. Миколаїв : НУК імені адмірала Макарова, 2023. С. 38–39. URL: <https://itconf.nuos.edu.ua/2023/proceedings/>.

References

1. Madaehoh, A., & Senivongse, T. (2022). OSS-AQM: An open-source software quality model for automated quality measurement. In *the 2022 International Conference on Data and Software*

- Engineering (ICoDSE)* (pp. 126–131). Denpasar, Indonesia: IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICoDSE56892.2022.9972135> [in English].
2. Chidamber, S.R., & Kemerer, C.F. (1994). A metrics suite for object-oriented design. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 6 (20), 476–493. <https://doi.org/10.1109/32.295895> [in English].
 3. Prykhodko, S., Prykhodko, N., & Smykodub, T. (2022). A joint statistical estimation of the RFC and CBO metrics for open-source applications developed in Java. In *the 17th International Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT)* (pp. 442–445). Lviv, Ukraine: IEEE. <https://doi.org/10.1109/CSIT56902.2022.10000457> [in English].
 4. Chidamber, S.R., & Kemerer, C.F. (1991). Towards a metrics suite for object oriented design. *ACM SIGPLAN Notices*, 11 (26), 197–211. <https://doi.org/10.1145/118014.117970> [in English].
 5. Molnar, A.J., Neamțu, A., & Motogna, S. (2020). Evaluation of software product quality metrics. In: Damiani, E., Spanoudakis, G. & Maciaszek, L. (eds) *Evaluation of Novel Approaches to Software Engineering. ENASE 2019. Communications in Computer and Information Science*, 1172, 163–187. https://doi.org/10.1007/978-3-030-40223-5_8 [in English].
 6. Wikantyasa, I.M.A., Kurniawan, A.P., & Rochimah, S. (2023). CK metric and architecture smells relations: Towards software quality assurance. In *2023 14th International Conference on Information & Communication Technology and System (ICTS)* (pp. 13–17). Surabaya, Indonesia: IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICTS58770.2023.10330874> [in English].
 7. Prykhodko, S. (2024). Evaluating quality of software systems by the confidence and prediction intervals of regressions for RFC, CBO, and WMC metrics. *WSEAS Transactions on Systems*, 23, 322–330. <https://doi.org/10.37394/23202.2024.23.36> [in English].
 8. Lévassieur, M., & Badri, M. (2024). Prioritizing unit tests using object-oriented metrics, centrality measures, and machine learning algorithms. *Innovations in Systems and Software Engineering*. <https://doi.org/10.1007/s11334-024-00550-9> [in English].
 9. Khan, S.A., & Khan, R.A. (2012). Object oriented design complexity quantification model. *Procedia Technology*, 4, 548–554. <https://doi.org/10.1016/j.protcy.2012.05.087> [in English].
 10. Navas-Su, J., Gonzalez-Torres, A., Hernandez-Vasquez, M., Solano-Cordero, J., Hernandez-Castro, F., & Beer, A. (2023). A metrics suite for measuring indirect coupling complexity. *Programming and Computer Software*, 8 (49), 735–761. <https://doi.org/10.1134/S0361768823080157> [in English].
 11. Prykhodko, A.S., & Malakhov, E.V. (2024). Determining object-oriented design complexity due to the identification of classes of open-source web applications created using PHP frameworks. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2 (69), 160–166. <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2024-2-16> [in English].
 12. Prykhodko, S.B., Koltsov, A.V., & Grabinsky, M.R. (2023). Matematychna model dlia vyznachennia skladnosti obiektno-orientovanoho proektuvannia cherez zviazky mizh klasamy zastosunkiv z vidkrytim kodom na Kotlin [A mathematical model for determining the complexity of object-oriented design through relationships between classes in open source Kotlin applications]. *Informatsiini tekhnolohii: modeli, alhorytmy, systemy (ITMAS-2023) : materialy IV-i Vseukrainskoi naukovo-praktychnoi internet konferentsii, 30–31 zhovtnia 2023 r. Mykolaiv : NUK imeni admiral Makarova – In the 4th All-Ukrainian Scientific and Practical Internet Conference on Information technology: models, algorithms, systems (ITMAS-2023)* (pp. 38–39). Mykolaiv, Ukraine: Admiral Makarov NUOS. Retrieved from: <https://itconf.nuos.edu.ua/2023/proceedings/> [in Ukrainian].

Приходько Андрій Сергійович – аспірант кафедри математичного забезпечення комп'ютерних систем Одеського національного університету імені І. І. Мечникова. E-mail: whiterandrek@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7109-5508.

Prykhodko Andrii Serhiiovych – Postgraduate Student at the Department of Mathematical Support of Computer Systems of the Odesa I.I. Mechnikov National University. E-mail: whiterandrek@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7109-5508.

С.Б. ПРИХОДЬКО, І.С. ШУТКО
Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

РЕГРЕСІЙНІ МОДЕЛІ ДЛЯ РАНЬОГО ОЦІНЮВАННЯ КІЛЬКОСТІ РЯДКІВ КОДУ ВЕБЗАСТОСУНКІВ, ЩО СТВОРЮЮТЬСЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ФРЕЙМВОРКУ CODEIGNITER

Проблема раннього оцінювання кількості рядків коду у проєктах програмного забезпечення має велике значення, оскільки це безпосередньо впливає на прогнозування зусиль із розроблення програмних застосунків, зокрема й вебзастосунків, які створюються за допомогою такого відомого РНР фреймворку, як Codeigniter. Об'єктом дослідження є процес раннього оцінювання кількості рядків коду вебзастосунку, які створюються за допомогою Codeigniter. Предметом дослідження є регресійні моделі для раннього оцінювання кількості рядків коду вебзастосунків, які створюються за допомогою Codeigniter.

Метою роботи є побудова декількох трифакторних регресійних моделей для раннього оцінювання кількості рядків коду вебзастосунків, які створюються за допомогою фреймворку "Codeigniter", залежно від чинників, що можуть бути знайдені за діаграмою класів.

У роботі побудовано дві лінійні регресійні моделі для раннього оцінювання кількості рядків коду вебзастосунків, які створюються за допомогою фреймворку "Codeigniter", залежно від трьох чинників: кількості класів, середньої кількості методів на клас і метрики DIT (Depth of Inheritance Tree) на рівні застосунку. Зазначені чинники вибрано із двох причин: їхнє значення можна отримати з діаграми класів, вони не мають проблеми мультиколінеарності. Оцінки параметрів отриманих моделей були знайдені за методом найменших квадратів. Зазначені моделі побудовані на основі розбиття чотиридимірного набору даних (фактичний розмір у тисячах рядків коду; кількість класів; середня кількість методів на клас; метрика DIT на рівні застосунку) на два кластери. Ці дані з метрик для 50 вебзастосунків із відкритим кодом, що створювалися за допомогою фреймворку "Codeigniter", були отримані за допомогою інструменту PhpMetrics (<https://phpmetrics.org/>). Ці застосунки розміщені на платформі "GitHub" (<https://github.com/>). Виконано порівняння побудованих лінійних регресійних моделей з існуючими нелінійними регресійними моделями. Ці дві лінійні моделі в порівнянні з існуючими нелінійними моделями дозволяють описувати всі чотиридимірні дані, за якими вони були побудовані. Урахування всього набору даних, зокрема й аномальних значень, дозволяє підвищити універсальність моделей. Аномалії, хоча і можуть впливати на точність окремих прогнозів, часто є важливими для відображення специфічних особливостей реальних проєктів. Використання таких даних сприяє створенню моделей, які є більш адаптивними до різноманітних сценаріїв розробки.

Ключові слова: регресійна модель, оцінювання, рядки коду, вебзастосунок, РНР, фреймворк, Codeigniter, клас, метод, глибина дерева успадкування, перетворення Бокса – Кокса.

S.B. PRYKHODKO, I.S. SHUTKO
Admiral Makarov National University of Shipbuilding

REGRESSION MODELS FOR EARLY ESTIMATING THE LINES OF CODE COUNT OF WEB APPLICATIONS CREATED USING THE CODEIGNITER FRAMEWORK

The problem of early estimation of lines of code count in software projects holds significant importance, as it directly influences the prediction of software development effort, including Web applications created using such the well-known PHP framework, as the Codeigniter. The object of the study is the process of early estimating the lines of code count of web applications created using the Codeigniter framework. The subject of the study is the regression models for early estimating the lines of code count of web applications created using the Codeigniter framework.

The goal of the work is to build some regression models with three factors for early estimating the lines of code count of web applications created using the Codeigniter framework depending on the factors that can be found in the class diagram.

In the work, we built two linear regression models for early estimating the lines of code count of web applications created using the Codeigniter framework depending on three factors: the number of classes, the average number of methods per class, metric DIT (Depth of Inheritance Tree) on the application level. These factors were chosen for two reasons. First, the values of these factors can be found from the class diagram, and, second, there is no problem of multicollinearity for them. The parameter estimates of the obtained models were found by the method of least squares. The above models are constructed based on splitting the four-dimensional data set (the actual size in thousands of lines of code, the number of classes, the average number of methods per class, the DIT metric on the application level) into two clusters. This data of metrics for 50 open-source web applications created using the Codeigniter framework was obtained

using the PhpMetrics tool (<https://phpmetrics.org/>). These applications are hosted on the GitHub platform (<https://github.com/>). The comparison of the constructed linear regression models with the non-linear regression models is performed. These two linear models, in comparison with existing non-linear ones, allow us to describe all the four-dimensional data on which they were built.

Key words: regression model, estimation, lines of code, web application, PHP, framework, Codeigniter, class, method, depth of inheritance tree, Box – Cox transformation.

Постановка проблеми

Завдання раннього оцінювання кількості рядків коду програмного забезпечення (далі – ПЗ), вебзастосунків також, важливе для керівників проєктів ПЗ, оскільки ця інформація використовується для визначення зусиль створення ПЗ за допомогою різноманітних методів і моделей [1–3]. Зазначене оцінювання є необхідною умовою для планування проєкту ПЗ та складання його бюджету [4; 5].

Водночас для розроблення вебзастосунків широко використовують фреймворки, які прискорюють створення цих застосунків. Серед таких відомих фреймворків дуже популярний Codeigniter (<https://www.codeigniter.com/>) – потужний PHP-фреймворк із відкритим вихідним кодом для створення багатофункціональних і безпечних вебзастосунків з архітектурою MVC (Model-View-Controller).

Хоча для оцінювання кількості строк коду вебзастосунків, що створюються за допомогою фреймворку “Codeigniter”, уже було запропоновано відповідну нелінійну регресійну модель [6], вона не дозволяє описувати частину даних, що були відкинуті як аномальні під час її побудови. Ігнорування аномальних даних у таких моделях може знижувати їхню універсальність, адже виключені точки можуть відображати реальні, хоч і нетипові сценарії розробки. У цьому контексті побудова лінійних моделей, що враховують увесь набір даних, є обґрунтованою. Вони не лише забезпечують точність, але й дозволяють краще зрозуміти вплив окремих чинників на кількість рядків коду. Це потребує побудови декількох математичних моделей для оцінювання кількості строк коду вебзастосунків, що створюються за допомогою фреймворку “Codeigniter”, які дозволяли би описувати весь набір даних. Для побудови зазначених моделей ми скористалися результатами роботи [7], за якими здійснюється розбиття чотиривимірного набору даних (фактичний розмір у тисячах рядків коду; кількість класів; середня кількість методів на клас; метрика DIT (Depth of Inheritance Tree) на рівні застосунку) на два кластери.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

У наш час, незважаючи на існування досить великої кількості методів і моделей для оцінювання кількості строк коду ПЗ на ранній стадії розробки, підвищення точності оцінювання залишається актуальним завданням [8; 9]. Для відповідного оцінювання використовують різноманітні підходи, які зазвичай базуються на метриках, що можуть бути визначені до кодування із застосуванням або концептуальної моделі даних [10], або діаграми варіантів використання [11], або моделі послідовності [12], або діаграми класів [6].

Незважаючи на широке застосування в наш час машинного навчання [1; 3; 13], методи як лінійного [14], так і нелінійного регресійного аналізу [6; 11] продовжують використовуватися для відповідного оцінювання. Так, натеper відомі нелінійні регресійні моделі для оцінювання кількості рядків коду вебзастосунків, які створюються за допомогою окремих PHP фреймворків, зокрема й Codeigniter [6]. Але розроблена в роботі [6] трифакторна нелінійна регресійна модель на основі чотиривимірного перетворення Бокса – Кокса, хоча й має добрі показники якості для набору даних, за яким вона була створена, однак не дозволяє описувати частину даних, що були відкинуті як аномальні під час її побудови. Це призводить до необхідності побудови декількох моделей, які надавали би можливість здійснювати оцінювання кількості рядків коду вебзастосунків, що створюються за допомогою фреймворку “Codeigniter”, для всього набору даних після розбиття його на кластери.

Мета дослідження

Метою дослідження є побудова декількох регресійних моделей для раннього оцінювання кількості рядків коду вебзастосунків, які створюються за допомогою фреймворку “Codeigniter”, залежно від чинників, що можуть бути знайдені за діаграмою класів.

Об’єктом дослідження є процес раннього оцінювання кількості рядків коду вебзастосунки, які створюються за допомогою фреймворку “Codeigniter”. Предметом дослідження є регресійні моделі для раннього оцінювання кількості рядків коду вебзастосунків, які створюються за допомогою Codeigniter.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

1. Побудувати дві регресійні моделі для раннього оцінювання кількості рядків коду вебзастосунків, які створюються за допомогою фреймворку “Codeigniter”, що, на відміну від моделей, які існують, дозволяли би описувати всі дані, за якими вони були побудовані.

2. Виконати порівняння якості побудованих лінійних регресійних моделей з наявними нелінійними регресійними моделями для раннього оцінювання кількості рядків коду вебзастосунків, які створюються за допомогою фреймворку “Codeigniter”.

Виклад основного матеріалу дослідження

Спочатку було здійснено вибір даних метрик вебзастосунків, що створювалися на основі фреймворку “Codeigniter”. Ми взяли дані з роботи [6] для 50 вебзастосунків за такими метриками: розмір вебзастосунку Y у тисячах рядків коду, кількість класів X_1 , середня кількість методів на клас X_2 та метрика DIT на рівні застосунку X_3 . Ми вибрали наведені вище фактори X_1 , X_2 та X_3 тому, що, по-перше, їх значення можна отримати з діаграми класів; по-друге, між ними відсутня мультиколінеарність.

Далі вибрані дані були розбиті на дві частки (кластери). Для цього було використано результати роботи [7]. До кластера 1 увійшло 16 точок даних, а до кластера 2 – 34 точки даних зазначених вище метрик. Значення зазначених метрик для 16 вебзастосунків (кластер 1) наведені в таблиці 1.

Значення зазначених вище метрик для 34 вебзастосунків (кластер 2) наведені в табл. 2. Також у таблицях 1 і 2 наведені значення квадрата відстані Махаланобіса MD^2 .

Відповідно до [6], чотиривимірний розподіл даних для 50 вебзастосунків (50 строк даних із таблиць 1 і 2) відхиляється від гаусівського. Але чотиривимірний розподіл для 16 строк даних із таблиці 1 можна наближено вважати нормальним згідно із критерієм Мардіа та критерієм на основі квадрата відстані Махаланобіса. У даних із таблиці 1 відсутні чотиривимірні викиди. Це підтверджують значення квадрата відстані Махаланобіса з таблиці 1.

Чотиривимірний розподіл для 34 строк даних із таблиці 2 відхиляється від нормального згідно із критерієм Мардіа та критерієм на основі квадрата відстані Махаланобіса. Тому, як і в роботах [6; 7], для визначення наявності чотиривимірних викидів у даних із таблиці 2 ми здійснили їх нормалізацію за допомогою чотиривимірного перетворення Бокса – Кокса.

Таблиця 1

Дані із кластера 1

№	Y	X_1	X_2	X_3	MD^2	№	Y	X_1	X_2	X_3	MD^2
1	2,28	32	0,31	1,71	5,10	9	32,778	100	13,10	1,26	1,48
2	2,265	31	0,19	1,75	4,50	10	29,738	94	12,84	1,24	5,42
3	32,39	97	13,31	1,26	1,08	11	33,373	97	13,75	1,26	1,94
4	33,368	101	13,45	1,25	1,73	12	34,230	106	12,86	1,31	5,47
5	28,333	83	13,41	1,24	3,04	13	2,097	30	0,20	1,75	3,30
6	2,361	35	0,23	1,77	7,83	14	2,347	34	0,18	1,77	4,17
7	0,939	10	3,80	1,67	10,33	15	31,365	98	12,89	1,25	2,33
8	28,653	83	13,4	1,29	4,84	16	32,836	101	13,19	1,26	1,46

Таблиця 2

Дані із кластера 2

№	Y	X ₁	X ₂	X ₃	MD ²	№	Y	X ₁	X ₂	X ₃	MD ²
1	54,052	187	11,41	1,29	15,15	18	40,908	140	11,04	1,33	2,16
2	128,355	341	11,38	1,20	7,38	19	39,276	144	10,44	1,33	1,19
3	127,696	330	11,52	1,19	7,61	20	38,431	147	10,43	1,38	8,45
4	119,424	274	12,70	1,17	22,15	21	41,347	150	10,49	1,34	1,60
5	42,068	142	11,66	1,33	10,50	22	38,654	132	11,10	1,29	1,84
6	37,940	132	10,89	1,29	2,00	23	39,817	152	10,33	1,32	1,76
7	39,073	138	10,80	1,31	0,35	24	41,236	150	10,49	1,30	2,36
8	40,487	143	10,76	1,33	0,86	25	38,867	135	11,01	1,31	0,61
9	38,994	140	10,72	1,31	0,42	26	39,404	146	10,44	1,33	0,90
10	39,269	146	10,38	1,30	3,48	27	38,763	134	11,01	1,31	0,65
11	41,850	142	11,23	1,30	1,76	28	44,253	155	11,25	1,31	4,15
12	155,74	420	11,33	1,21	17,95	29	39,205	148	10,26	1,31	3,18
13	38,912	141	10,60	1,31	0,81	30	39,191	142	10,62	1,35	3,19
14	38,326	134	10,85	1,31	0,54	31	39,611	143	10,65	1,31	0,56
15	39,699	139	10,81	1,31	0,34	32	39,565	142	10,89	1,31	0,54
16	45,540	177	9,91	1,38	9,28	33	38,184	135	10,79	1,30	1,08
17	37,754	134	10,79	1,31	0,53	34	41,800	154	10,49	1,33	0,66

За критерієм на основі квадрата відстані Махаланобіса для нормалізованих даних із таблиці 2 чотиривимірні викиди відсутні. Зазначимо, що в разі ігнорування відхилення чотиривимірного розподілу даних від нормального, ми, навпаки, маємо три чотиривимірні викиди в даних із таблиці 2: це рядки 1, 4, 12. Про це свідчать значення квадрата відстані Махаланобіса, які наведені в таблиці 2. Тому під час визначення багатовимірних викидів у даних обов’язково треба враховувати таке: чи не відхиляється багатовимірний розподіл даних від нормального (гаусівського). Остаточно ми прийняли відсутність викидів у даних із таблиць 1 і 2.

За даними таблиць 1 і 2 були побудовані дві лінійні регресійні моделі

$$Y = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 X_1 + \hat{b}_2 X_2 + \hat{b}_3 X_3 + \varepsilon, \tag{1}$$

де оцінки параметрів \hat{b}_0 , \hat{b}_1 , \hat{b}_2 та \hat{b}_3 визначалися за методом найменших квадратів. В (1) змінна ε , яка описує відхилення залежної випадкової величини Y від лінії регресії, повинна бути випадковою величиною з розподілом Гауса, $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$.

Нульова гіпотеза про нормальність розподілу для двох моделей виду (1) була перевірена за критеріями Пірсона та Колмогорова – Смирнова. Ця гіпотеза не може бути відхилена для рівня значущості 0,05. Те, що в (1) розподіл може вважатися гаусівським, є одним із теоретичних обґрунтувань можливості застосування лінійних регресійних моделей виду (1) для даних із таблиць 1 та 2 відповідно. Оцінки параметрів двох моделей виду (1), які побудовані за даними таблиці 1 (модель 1) і таблиці 2 (модель 2), наведені в таблиці 3.

Таблиця 3

Параметри та показники якості моделей

Модель	\hat{b}_0	\hat{b}_1	\hat{b}_2	\hat{b}_3	$\hat{\sigma}_\varepsilon$	R ²	MMRE	PRED
Модель 1	-23,4197	0,25125	1,40578	9,84847	0,4259	0,9992	0,0776	0,9375
Модель 2	19,9204	0,38757	5,67136	-73,1579	2,4206	0,9938	0,0305	1,0000

Якість двох побудованих лінійних регресійних моделей виду (10) було перевірено за коефіцієнтом детермінації R^2 (the coefficient of determination), середньою величиною відносної помилки $MMRE$ (Mean Magnitude of Relative Error) і відсотком прогнозованих результатів $PRED$ (Percentage of Prediction), для яких величини відносної помилки MRE (Magnitude of Relative Error) менші за 0,25, $PRED$ (0,25). Ці показники зазвичай використовуються для оцінювання якості прогнозування за допомогою регресійних моделей. У таблиці 3 наведені значення цих трьох показників якості двох побудованих лінійних регресійних моделей виду (1).

Значення показників якості з таблиці 3 свідчать про задовільну якість двох побудованих лінійних регресійних моделей виду (10). Нагадаємо, зазвичай $\ll E_{\text{eqn016.eps}} \gg$ та $\ll E_{\text{eqn017.eps}} \gg$ уважається прийнятною точністю прогнозування за допомогою регресійних моделей. А високі значення R^2 вказують на те, що більшість значень Y перебувають або на лінії регресії або біля неї.

Якість двох побудованих лінійних регресійних моделей виду (1) було також порівняно із трьома нелінійними регресійними моделями з роботи [6], які створені на основі десятичного логарифма, одновимірного та чотиривимірного перетворень Бокса – Кокса відповідно. Усі моделі, як лінійні, так і нелінійні, мають практично однакові високі значення R^2 , які різняться у третій значущій цифрі. Найбільше значення R^2 , яке дорівнює 0,9992, має модель 1, а найменше – модель 2. Серед нелінійних моделей найбільше значення R^2 , яке дорівнює 0,9984, має модель, побудована на основі чотиривимірного перетворення Бокса – Кокса. Найкраще значення $MMRE$, яке дорівнює 0,0167, також має нелінійна модель, побудована на основі чотиривимірного перетворення Бокса – Кокса, а найгірше – лінійна модель 1. Зазначимо, лінійна модель 2 має менше значення $MMRE$, яке дорівнює 0,0305, порівняно із двома нелінійними моделями, що побудовані на основі десятичного логарифма й одновимірного перетворення Бокса – Кокса, значення $MMRE$ яких є відповідно такими: 0,0492 та 0,0452. Найбільші однакові значення $PRED$ (0,25) мають дві моделі: лінійна модель 2 та нелінійна модель, побудована на основі чотиривимірного перетворення Бокса – Кокса. Найменше значення $PRED$ (0,25), яке дорівнює 0,8261, має нелінійна модель, побудована на основі десятичного логарифма.

Виконаний аналіз значень показників якості свідчить про те, що нелінійна регресійна модель, побудована на основі чотиривимірного перетворення Бокса – Кокса, має дещо кращий показник $MMRE$. Але ця нелінійна модель не дозволяє описувати частину даних (рядки 2, 7, 8 із таблиці 1 і рядок 1 із таблиці 2), що були відкинуті як аномальні під час її побудови. Так само не дозволяють описувати частину даних і дві інші нелінійні моделі, що побудовані на основі одновимірних нормалізуючих перетворень (десятичного логарифма й одновимірного перетворення Бокса – Кокса відповідно). І навпаки, дві лінійні моделі виду (1), які мають задовільні показники якості, дозволяють описувати всі дані з таблиць 1 і 2. У цьому є перевага побудованих двох лінійних моделей виду (1) порівняно з нелінійними регресійними моделями з роботи [6]. До недоліків двох лінійних моделей виду (1) можна насамперед віднести те, що є розрив у діапазонах за кількістю класів для цих моделей: модель 1 побудована для діапазону від 10 до 106 класів, а модель 2 – від 132 до 420 класів. До обмежень щодо застосування цих двох лінійних моделей для оцінювання кількості рядків коду вебзастосунків, які створюються за допомогою фреймворку “Codeigniter”, також можна віднести таке. Регресійна модель 1 призначена для здійснення відповідного оцінювання для кількості класів від 10 до 106, середньої кількості методів на клас від 0,18 до 13,75, метрики DIT на рівні застосунку від 1,24 до 1,77. Регресійна модель 2 призначена для здійснення відповідного оцінювання для кількості класів від 132 до 420, середньої кількості методів на клас від 9,91 до 12,70, метрики DIT на рівні застосунку від 1,17 до 1,38. Надалі, на наш погляд, ці обмеження можна подолати побудовою нових моделей на основі більшої кількості даних.

Висновки

Удосконалено дві трифакторні лінійні регресійні моделі для оцінювання кількості рядків коду вебзастосунків, що створюються з використанням фреймворку “Codeigniter”, залежно

від кількості класів, середньої кількості методів на клас і метрики DIT на рівні застосунку на основі розбиття набору даних на два кластери. Ці моделі, порівняно з наявними регресійними моделями, дозволяють описувати всі дані, за якими вони були побудовані.

У визначенні наявності багатовимірних викидів у даних треба враховувати, чи не відхиляється багатовимірний розподіл даних від нормального (гаусівського). Якщо багатовимірний розподіл даних відхиляється від нормального, для виявлення викидів можна застосувати метод, заснований на квадраті відстані Махаланобіса. Дані варто попередньо нормалізувати за допомогою багатовимірного перетворення.

Включення аномальних даних у моделі сприяє не лише підвищенню точності для всіх типів сценаріїв, але й дозволяє краще зрозуміти закономірності в розподілі метрик, що є важливим для раннього оцінювання зусиль розробки.

Надалі планується побудова регресійних моделей для оцінювання кількості рядків коду вебзастосунків, що розробляються з використанням Codeigniter, без розриву в діапазонах за кількістю класів.

Список використаної літератури

1. Brar P., Nandal D. A systematic literature review of machine learning techniques for software effort estimation models. *Computational intelligence and communication technologies (CCICT) : proceedings of 2022 Fifth International conference*, Sonapat, India: *IEEE*, 2022. P. 494–499. <https://doi.org/10.1109/CCICT56684.2022.00093>.
2. Kumar S., Arora M., Sakshi Chopra S. A review of effort estimation in agile software development using machine learning techniques. *Inventive research in computing applications (ICIRCA) : proceedings of the 2022 4th International conference*, Coimbatore, India: *IEEE*, 2022. P. 416–422. <https://doi.org/10.1109/ICIRCA54612.2022.9985542>.
3. Rahman M., Sarwar H., Kader M.A., Gonçalves T., Tin, T.T. Review and empirical analysis of machine learning-based software effort estimation. *IEEE Access*. 2024. Vol. 12. P. 85661–85680. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3404879>.
4. Hussain I., Malik A.A. Determining the utility of use case points and class points in early software size estimation. *Emerging Technologies (ICET) : proceedings of 2023 18th International Conference*, Peshawar, Pakistan: *IEEE*, 2023. P. 171–175. <https://doi.org/10.1109/ICET59753.2023.10374977>.
5. Yuan X., Su J., Yu C., Ye S. Power grid software cost estimation based on improved COCOMO model. *Electronic technology, communication and information (ICETCI) : proceedings of the 2023 IEEE 3rd International conference*, Changchun, China, Los Alamitos: *IEEE*, 2023. P. 1265–1269. <https://doi.org/10.1109/ICETCI57876.2023.10176686>.
6. Prykhodko S.B., Shutko I.S., Prykhodko A.S. Early size estimation of web apps created using Codeigniter framework by nonlinear regression models. *Radio-electronic and computer systems*. 2022. Vol. 103. № 3. P. 84–94. <https://doi.org/10.32620/reks.2022.3.06>.
7. Prykhodko S., Prykhodko N. Building nonlinear regression models for estimating the number of clusters and their initial centroids. *Computer sciences and information technologies (CSIT) : proceedings of the 2023 IEEE 18th International conference*, Lviv, Ukraine: *IEEE*, 2023. P. 1–4. <https://doi.org/10.1109/CSIT61576.2023.10324095>.
8. Daud M., Malik A.A. Improving the accuracy of early software size estimation using analysis-to-design adjustment factors (ADAFs). *IEEE Access*. 2021. Vol. 9. P. 81986–81999. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3085752>.
9. Dewi R.S., Araynawa T.K., Prasanna F.M., Felianasari N., Rahmawati R., Hartantc A.E., ... Mazaya Al-K. Improving software size estimation using data complexity (Case study: Research and community service monitoring apps). *Electrical engineering, computer science and informatics (EECSI) : proceedings of 2024 11th International conference*, Yogyakarta, Indonesia: *IEEE*, 2024. P. 315–319. <https://doi.org/10.1109/EECSI63442.2024.10776530>.

10. Dewi R.S., Zahrah F.A., Nugraha D.A., Prabowo P.S., Safitri A., Jayadi P. Predicting software size based on conceptual data model (Case study: Shrimp pond system management). *Electrical engineering and computer science (ICECOS)* : proceedings of 2024 International conference, Palembang, Indonesia: *IEEE*, 2024. P. 175–178. <https://doi.org/10.1109/ICECOS63900.2024.10791154>.
11. Nassif A.B., AbuTalib M., Capretz L.F. Software effort estimation from Use Case diagrams using nonlinear regression analysis. In *On electrical and computer engineering* : proceedings of IEEE Canadian conference, London, ON, Canada: *IEEE*, 2020. P. 1–4. <https://doi.org/10.1109/CCECE47787.2020.9255712>.
12. Sahoo P., Behera D.K., Mohanty J.R., Kumar Dash C.S. Effort estimation of software products by using UML sequence models with regression analysis. *Information Technology (OCIT)* : proceedings of the 2022 OITS International Conference, Bhubaneswar, India, Los Alamitos: *IEEE*, 2022. P. 97–101. <https://doi.org/10.1109/OCIT56763.2022.00028>.
13. Manisha Rishi R. Early size estimation using machine learning. *Computing for sustainable global development (INDIACom)* : proceedings of the 2021 8th International conference, New Delhi, India, Los Alamitos: *IEEE*, 2021. P. 757–762. <https://doi.org/10.1109/INDIACom51348.2021.00135>.
14. Nhung H.L.T.K., Hai V.V., Silhavy R., Prokopova Z., Silhavy P. Parametric software effort estimation based on optimizing correction factors and multiple linear regression. *IEEE Access*. 2022. Vol. 10. P. 2963–2986. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3139183>.

References

1. Brar, P., & Nandal, D. (2022). A systematic literature review of machine learning techniques for software effort estimation models. In *2022 Fifth International conference on computational intelligence and communication technologies (CCICT)*, 494–499. Sonapat, India: *IEEE*. <https://doi.org/10.1109/CCiCT56684.2022.00093> [in English].
2. Kumar, S., Arora, M., Sakshi, & Chopra, S. (2022). A review of effort estimation in agile software development using machine learning techniques. In *the 2022 4th International conference on inventive research in computing applications (ICIRCA)*, 416–422. Coimbatore, India: *IEEE*. <https://doi.org/10.1109/ICIRCA54612.2022.9985542> [in English].
3. Rahman, M., Sarwar, H., Kader, M.A., Gonçalves, T., & Tin, T.T. (2024). Review and empirical analysis of machine learning-based software effort estimation. *IEEE Access*, 12, 85661–85680. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3404879> [in English].
4. Hussain, I., & Malik, A.A. (2023). Determining the utility of use case points and class points in early software size estimation. In *2023 18th International Conference on Emerging Technologies (ICET)*, 171–175. Peshawar, Pakistan: *IEEE*. <https://doi.org/10.1109/ICET59753.2023.10374977> [in English].
5. Yuan, X., Su, J., Yu, C., & Ye, S. (2023). Power grid software cost estimation based on improved COCOMO model. In *the 2023 IEEE 3rd International conference on electronic technology, communication and information (ICETCI)*, 1265–1269. Changchun, China, Los Alamitos: *IEEE*. <https://doi.org/10.1109/ICETCI57876.2023.10176686> [in English].
6. Prykhodko, S.B., Shutko, I.S., & Prykhodko, A.S. (2022). Early size estimation of web apps created using Codeigniter framework by nonlinear regression models. *Radio-electronic and computer systems*, 3 (103), 84–94. <https://doi.org/10.32620/reks.2022.3.06> [in English].
7. Prykhodko, S., & Prykhodko, N. (2023). Building nonlinear regression models for estimating the number of clusters and their initial centroids. in *the 2023 IEEE 18th International conference on computer sciences and information technologies (CSIT)*, 1–4. Lviv, Ukraine: *IEEE*. <https://doi.org/10.1109/CSIT61576.2023.10324095> [in English].
8. Daud, M., & Malik, A.A. (2021). Improving the accuracy of early software size estimation

- using analysis-to-design adjustment factors (ADAFs). *IEEE Access*, 9, 81986–81999. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3085752> [in English].
9. Dewi, R.S., Araynawa, T.K., Prasanna, F.M., Felianasari, N., Rahmawati, R., Hartantc, A.E., Kamilah, L.S., & Mazaya, Al-K. (2024). Improving software size estimation using data complexity (Case study: Research and community service monitoring apps). In *2024 11th International conference on electrical engineering, computer science and informatics (EECSI)*, 315–319. Yogyakarta, Indonesia: *IEEE*. <https://doi.org/10.1109/EECSI63442.2024.10776530> [in English].
 10. Dewi, R.S., Zahrah, F.A., Nugraha, D.A., Prabowo, P.S., Safitri, A., & Jayadi, P. (2024). Predicting software size based on conceptual data model (Case study: Shrimp pond system management). In *2024 International conference on electrical engineering and computer science (ICECOS)*, 175–178. Palembang, Indonesia: *IEEE*. <https://doi.org/10.1109/ICECOS63900.2024.10791154> [in English].
 11. Nassif, A.B., AbuTalib, M., & Capretz, L.F. (2020). Software effort estimation from Use Case diagrams using nonlinear regression analysis. In *IEEE Canadian conference on electrical and computer engineering*, 1–4. London, ON, Canada: *IEEE*. <https://doi.org/10.1109/CCECE47787.2020.9255712> [in English].
 12. Sahoo, P., Behera, D.K., Mohanty, J.R., & Kumar Dash, C.S. (2022). Effort estimation of software products by using UML sequence models with regression analysis. In *The 2022 OITS International Conference on Information Technology (OCIT)*, 97–101. Bhubaneswar, India, Los Alamitos: *IEEE*. <https://doi.org/10.1109/OCIT56763.2022.00028> [in English].
 13. Manisha, & Rishi, R. (2021). Early size estimation using machine learning. In *the 2021 8th International conference on computing for sustainable global development (INDIACom)*, 757–762. New Delhi, India, Los Alamitos: *IEEE*. <https://doi.org/10.1109/INDIACom51348.2021.00135> [in English].
 14. Nhung, H.L.T.K., Hai, V.V., Silhavy, R., Prokopova, Z., & Silhavy, P. (2022). Parametric software effort estimation based on optimizing correction factors and multiple linear regression. *IEEE Access*, 10, 2963–2986. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3139183> [in English].

Приходько Сергій Борисович – д.т.н., професор, завідувач кафедри програмного забезпечення автоматизованих систем Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова. E-mail: sergiy.prykhodko@nuos.edu.ua, ORCID: 0000-0002-2325-018X.

Шутко Іван Сергійович – аспірант кафедри програмного забезпечення автоматизованих систем Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова. E-mail: ishutko@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8584-113X.

Prykhodko Sergiy Borisovich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Software for Automated Systems of Admiral Makarov National University of Shipbuilding. E-mail: sergiy.prykhodko@nuos.edu.ua, ORCID: 0000-0002-2325-018X.

Shutko Ivan Serhiyovych – Postgraduate Student at the Department of Software for Automated Systems of Admiral Makarov National University of Shipbuilding. E-mail: ishutko@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8584-113X.

О.О. САМОЙЛОВ, Г.Г. ДОЩЕНКО
Херсонська державна морська академія

ПОТРЕБА У ВЕЛИКИХ І ЯКІСНИХ ОБСЯГАХ ДАНИХ ДЛЯ НАВЧАННЯ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ: ОГЛЯД SCADA ЯК ГОЛОВНЕ ДЖЕРЕЛО ДАНИХ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ТЕХНІЧНОГО ОГЛЯДУ СУДНА

У статті досліджено роль і важливість великих і якісних обсягів даних для ефективного застосування штучного інтелекту в морській галузі, особливо для прогнозування технічного стану суднового електроустаткування. Акцент зроблено на аналізі систем керування та збору даних (SCADA), які є основним джерелом інформації для навчання алгоритмів штучного інтелекту. Відзначається, що використання штучного інтелекту стає дедалі важливішим для покращення операційної ефективності, екологічної стійкості та безпеки в судноплаванні. Розглядаються ключові виклики, пов'язані з необхідністю збору й обробки великих обсягів даних у реальному часі, включаючи проблему імбалансу даних, коли приклади відмов обладнання трапляються значно рідше, ніж приклади його нормальної роботи. Особлива увага приділяється питанням інтеграції алгоритмів машинного навчання з наявними SCADA-системами, проблемам стандартизації даних та їхньої якості. Наводяться приклади успішного практичного застосування прогнозного технічного обслуговування із застосуванням алгоритмів штучного інтелекту, що демонструють можливості зниження операційних витрат і ризиків виникнення непередбачених поломок на судах. Висвітлюються фінансові аспекти, які підкреслюють значні економічні вигоди від упровадження сучасних систем прогнозного технічного обслуговування. Аналізуються також конкретні випадки застосування алгоритмів штучного інтелекту для прогнозування поломок і виявлення аномалій на судновому обладнанні, що дозволяє суттєво підвищити надійність і безпеку суден. Особливо розглядаються аспекти кібербезпеки, необхідні для захисту даних, що використовуються у процесі навчання і експлуатації алгоритмів. Також окреслюються перспективні напрями подальших досліджень, зокрема й розроблення нових алгоритмів, адаптація наявних методів аналізу даних до специфіки морських умов і систематичний підхід до гарантування кібербезпеки судових інформаційних систем. Висновки підкреслюють необхідність вирішення цих ключових завдань для ефективного та сталого розвитку сучасного морського судноплавання.

Ключові слова: штучний інтелект, машинне навчання, судові SCADA-системи, прогнозне технічне обслуговування, аналіз даних, морська галузь, електроустаткування суден.

O.O. SAMOILOV, H.G. DOSHCENKO
Kherson State Maritime Academy

THE NEED FOR LARGE AND HIGH-QUALITY DATA VOLUMES FOR AI TRAINING: A REVIEW OF MARINE SCADA SYSTEMS AS PRIMARY DATA SOURCES FOR PREDICTIVE MAINTENANCE

This article explores the significance and necessity of large, high-quality datasets for the effective application of artificial intelligence (AI) in the maritime sector, particularly for predicting the technical condition of shipboard electrical equipment. The emphasis is placed on analyzing Supervisory Control and Data Acquisition (SCADA) systems to review it as the main data sources for training AI algorithms. The use of AI is increasing its criticality for enhancing operational efficiency, environmental sustainability, and safety in maritime shipping. The paper addresses the primary challenges associated with collection and processing of large data volumes, including the problem of data imbalance, where instances of equipment failure occur much less frequently than normal operational data. Special attention is given to the integration of machine learning algorithms with existing SCADA systems, the challenges of data standardization and quality. Examples of successful implementations of predictive maintenance leveraging AI algorithms are demonstrating the potential to significantly reduce operational costs and the risks of unexpected equipment failures. There are financial aspects highlighting substantial economic benefits from implementing advanced predictive maintenance systems. Additionally, specific cases of AI algorithm applications for predicting failures and detecting anomalies in shipboard equipment are analyzed, significantly enhancing the reliability and safety of vessels. Particular attention is given to cybersecurity issues essential for protecting data used in the training and operational phases of AI algorithms. Furthermore, promising directions for future research are outlined, including the development of new algorithms, adaptation of existing data analysis methods to maritime-specific conditions, and a systematic approach to ensuring cybersecurity in shipboard information systems. The conclusions emphasize the necessity of addressing these key tasks for effective and sustainable advancement in contemporary maritime shipping.

Key words: artificial intelligence, machine learning, marine SCADA systems, predictive maintenance, data analysis, maritime sector, shipboard electrical equipment.

Постановка проблеми

Морська галузь постійно прагне до оптимізації своїх процесів для підвищення операційної ефективності, розвитку інфраструктури, забезпечення екологічної стійкості та покращення взаємодії з усіма зацікавленими сторонами. Оптимізація роботи портів є життєво важливим аспектом для підвищення економічної ефективності й екологічної стійкості глобальних ланцюгів поставок. Приклади оптимізації включають упровадження передових технологій, як-от системи прогнозування часу прибуття суден, автоматизовані системи обробки вантажів на основі штучного інтелекту й інструменти цифрового відстеження та моніторингу [1]. Оптимізація заходу судна в порт, відома як оптимізація портозаходу, є важливим процесом, що передбачає мінімізацію затримок, зменшення витрат і підвищення загальної продуктивності під час перебування судна в порту. Оптимізація маршруту судна також набула значної ваги для забезпечення операційної ефективності та безпеки, особливо у зв'язку зі зростанням завантаженості судноплавних шляхів і постійним зростанням цін на паливо. Використання оптимізації в галузі контейнерних перевезень може бути ефективним інструментом для ухвалення швидких рішень у реальному часі, особливо в разі необхідності відновлення після непередбачених збоїв у розкладі або операціях [2]. Отже, потреба в оптимізації морських процесів є багатогранною, охоплює широкий спектр діяльності, від операційної діяльності до розвитку інфраструктури та забезпечення екологічної стійкості, зумовлена як економічними, так і екологічними вимогами, що зростають.

Конкуренція в морській галузі потребує постійного пошуку шляхів підвищення ефективності та зниження витрат, а екологічні норми стають дедалі жорсткішими, що спонукає до розроблення та впровадження екологічно чистих і сталих рішень. Оптимізація всіх аспектів морської діяльності є ключем до досягнення обох цих важливих цілей.

Морські компанії здійснюють значні фінансові інвестиції в різноманітні технології з метою покращення операційної діяльності та мінімізації негативного впливу на навколишнє середовище. У 2022 р. світова морська галузь витратила значну суму, 931 мільйон доларів США, на розробку та впровадження рішень на основі штучного інтелекту (далі – ШІ), і прогнозується, що ці витрати зростуть більш ніж удвічі, досягнувши 2,7 мільярда доларів США до 2027 р. СМА CGM Group оголосила про значний інвестиційний план у розмірі 20 мільярдів доларів США, спрямований на розвиток морських перевезень, логістики та можливостей ланцюга поставок у Північній та Південній Америці протягом наступних чотирьох років [3]. Ці дані свідчать про те, що морська галузь усвідомлює надзвичайну важливість технологічних інвестицій для досягнення значних покращень у своїй діяльності та виділяє значні бюджети на підтримку цих цілей, особливо в таких ключових сферах, як автоматизація, цифрова трансформація та забезпечення екологічної стійкості.

Штучний інтелект (ШІ) та машинне навчання (далі – МН) стають дедалі важливішими інструментами в морській галузі. Ключові програми ШІ в морській галузі включають розширений аналіз ризиків, ефективніше управління ресурсами екіпажу, безпечну обробку небезпечних матеріалів, точне прогнозне обслуговування обладнання та вдосконалені навігаційні системи. ШІ також може відігравати важливу роль в оптимізації споживання палива суднами, скороченні часу транзиту між портами та підвищенні ефективності роботи портів. Прогнозне технічне обслуговування, що базується на алгоритмах ШІ, стає все більш актуальним методом для моніторингу технічного стану критично важливого обладнання на борту суден і прогнозування потенційних відмов до того, як це станеться [4].

Здатність ШІ аналізувати великі обсяги даних у реальному часі та виявляти складні закономірності, які часто залишаються непоміченими за використання традиційних методів, робить його надзвичайно цінним інструментом для вирішення багатьох складних завдань, що постають перед сучасною морською галуззю.

Проте для реалізації таких підходів необхідні великі та якісні обсяги експлуатаційних даних. Алгоритми штучного інтелекту, особливо методи глибинного навчання, потребують

значних масивів різноманітних даних для ефективного навчання. Машинне навчання є «жадібним» до даних: воно потребує великих і якісних вибірок для тренування, щоб кінцева модель могла виявляти приховані закономірності та робити достовірні прогнози. У галузі морського транспорту отримання таких даних є нетривіальним завданням.

Суднове обладнання працює в суворих умовах, а відмови трапляються рідко (що добре з погляду безпеки, але створює брак даних про несправності для навчання моделей). Постає проблема «імбалансованих даних»: великий обсяг нормальної роботи й дуже мало прикладів відмов, через що алгоритмам важко навчитися розпізнавати передвідмовні стани [5].

Без належної якості даних моделі ШІ не зможуть точно виявляти складні закономірності, робити надійні прогнози або ухвалювати обґрунтовані рішення щодо технічного обслуговування суднового обладнання. Тому забезпечення надійності та повноти даних є першочерговим завданням для успішного застосування ШІ в цій галузі.

Фінансові аспекти технічного огляду суднового електроустаткування є значними та включають вартість самого обладнання, витрати на проведення регулярних технічних оглядів, вартість замовлення запасних частин або придбання нових приладів у разі потреби, а також витрати на оновлення існуючих систем. Операційні неефективності, що часто виникають у морській галузі, можуть призвести до значних фінансових втрат для судновласників, які сягають мільярдів доларів щороку. За оцінками, до 15% загальних операційних витрат у судноплавному секторі пов'язані саме з різними формами неефективності.

Важливо зазначити, що непланове технічне обслуговування, спричинене непередбаченими поломками, може призвести до збільшення витрат на ремонт на 50% порівняно зі стратегіями профілактичного обслуговування, що підкреслює важливість своєчасного виявлення та усунення потенційних проблем. Вартість простою судна, спричиненого несправностями обладнання, може бути надзвичайно високою, включаючи втрату потенційного доходу від фрахту, безпосередні витрати на ремонтні роботи, а також портові збори за час вимушеного простою [6]. Загалом, витрати, пов'язані з технічним обслуговуванням і ремонтом суден, можуть становити значну частку їхніх загальних операційних витрат, іноді, особливо для суден поважного віку, ці витрати можуть сягати 20–30% від загального обсягу операційних витрат. Усі ці дані підкреслюють, що фінансові наслідки неефективного технічного обслуговування та непередбачених поломок обладнання є надзвичайно значними, що робить упровадження більш ефективних методів прогнозування та своєчасного обслуговування економічно необхідним для судноплавної галузі.

Отже, основна проблема, що постає перед галуззю, полягає у виявленні та ретельному аналізі надійних джерел даних, які можна ефективно використовувати для навчання моделей штучного інтелекту з метою точного прогнозування зносу та визначення майбутніх потреб у технічному обслуговуванні суднового електроустаткування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій у науковій і бізнес-сфері

Останні дослідження та публікації в науковій і бізнес-сфері підтверджують значний потенціал використання штучного інтелекту та даних для покращення процесів технічного обслуговування в морській галузі. Спільне дослідження, проведене такими авторитетними організаціями, як LR, Nippon Yusen Kabushiki Kaisha (NYK Line) та МТІ, виявило, що широке впровадження стратегій технічного обслуговування на основі даних може привести до економії в мільйони доларів протягом десятирічного життєвого циклу судна [8].

О. Басурко та З. Уріондо (2015 р.) запропонували концепцію системи Condition-Based Maintenance (далі – СВМ) для середньооборотних суднових дизель-генераторів. У їхній роботі особливо наголошено, що для моделювання за допомогою ШІ для виявлення несправностей потрібні великі обсяги даних. Традиційно такі дані отримують на стендових випробуваннях, адже навмисно доводити двигун до відмови на реальному судні неможливо з міркувань безпеки. У своїх експериментах О. Басурко з колегами здійснили моніторинг роботи дизельного двигуна

на риболовецькому траулері протягом понад 10 000 робочих годин, реєстрували температуру, тиск, крутний момент вала, витрату палива тощо. Зібрані дані були використані для навчання тривірневого нейронного перцептрона, який моделював еталонну роботу двигуна й виявляв відхилення, що відповідали чотирьом типам несправностей (забруднення турбіни, засмічення повітряного фільтра/компресора, оброслий повітряний холодильник, погане впорскування паливом). Результати показали, що нейромережа спроможна розпізнати вказані несправності за даними датчиків, що довело принципову здійсненність СВМ на діючому судні за допомогою ШІ [7].

Яскравим прикладом практичного застосування є використання програмного забезпечення “Kaiko Systems” компанією “F. Laeisz” для здійснення моніторингу технічного стану свого флоту суден. Ця система використовує алгоритми штучного інтелекту для структуризації та проведення аналізу даних, які збираються безпосередньо екіпажами суден, що дозволяє прогнозувати майбутні потреби в технічному обслуговуванні та своєчасно вживати необхідних заходів [8]. Компанія “Infosys” також розробила інноваційну систему моніторингу стану судових двигунів на основі штучного інтелекту. Ця система здатна прогнозувати технічний стан обладнання щонайменше за 72 години до потенційної відмови, що сприяє значному зниженню витрат на технічне обслуговування та підвищенню водночас рівня безпеки експлуатації суден [9]. Окрім того, численні дослідження, присвячені інтеграції штучного інтелекту із системами керування та збору даних (далі – SCADA) для інших галузей, демонструють значні покращення в таких аспектах, як прогнозне технічне обслуговування, оптимізація енергоспоживання суден і підвищення ефективності ухвалення операційних рішень [10].

Огляд ключових наукових публікацій і патентів у галузі прогнозування технічного стану обладнання в різних галузях, зокрема з використанням штучного інтелекту, показує активну дослідницьку діяльність у цьому напрямі. У наукових публікаціях досліджуються різноманітні методи машинного навчання, які можуть бути застосовані для прогнозування потенційних відмов обладнання на основі аналізу даних, що надходять від датчиків, а також експлуатаційних даних, зібраних у процесі роботи обладнання. У цих публікаціях розглядаються різні аналітичні методи, зокрема й аналіз часових рядів, застосування алгоритмів класифікації та регресії, а також використання методів глибокого навчання для виявлення аномалій у даних і прогнозування залишкового терміну служби різного обладнання [11].

Наявність таких реальних прикладів успішного застосування штучного інтелекту для прогнозування стану обладнання на суднах не лише підтверджує практичну цінність цього підходу, але й слугує потужним стимулом для подальших досліджень і розробок у цій перспективній галузі.

Мета дослідження

Метою дослідження є визначення та проведення аналізу ключових проблем, пов’язаних із необхідністю отримання великих і якісних обсягів експлуатаційних даних від судових систем керування та збору даних (SCADA), для ефективного застосування методів штучного інтелекту у прогнозуванні технічного стану судового електроустаткування. Результати дослідження мають сприяти підвищенню ефективності процесів технічного обслуговування, зменшенню експлуатаційних витрат, а також забезпеченню сталого розвитку та безпеки морської галузі.

Виклад основного матеріалу дослідження

Суднове електроустаткування є критично важливим для гарантування безпечної та ефективної експлуатації будь-якого сучасного морського судна. Воно забезпечує енергією практично всі системи та механізми на борту, починаючи від основної рушійної установки і закінчуючи складними навігаційними та комунікаційними системами. До складу судового електроустаткування входить широкий спектр пристроїв і систем, включаючи головні й аварійні генератори електроенергії (які можуть бути дизельними, валовими або паровими), головні й аварійні

розподільні щити, різноманітні системи розподілу електроенергії, внутрішні і зовнішні системи освітлення, складне навігаційне обладнання, комунікаційні системи для зв'язку з берегом та іншими суднами, системи автоматизації та контролю за роботою різних механізмів, а також численні електродвигуни та приводи, що використовуються для приведення в дію різного палубного та допоміжного обладнання [12].

Суднове електроустаткування є надзвичайно різноманітним і охоплює широкий спектр пристроїв і систем, кожен із яких виконує свою унікальну функцію, але всі вони разом є абсолютно необхідними для безпечної та ефективної роботи судна в будь-яких умовах плавання. Розуміння цієї різноманітності є першим кроком до визначення того, які типи даних можуть бути доступні для навчання моделей штучного інтелекту та які конкретні типи обладнання можуть отримати найбільшу вигоду від упровадження прогнозного технічного обслуговування.

На судні такі наявні системи управління і автоматизації: контролери, PLC, DCS, SCADA. SCADA-системи є потужними інструментами, які використовуються для моніторингу та контролю промислових процесів, збору даних у реальному часі з різних датчиків і пристроїв, а також для забезпечення візуалізації цих даних у зручному для операторів форматі [12].

Суднове електроустаткування надає багато контрольованих параметрів, а завданням систем моніторингу є їх зчитування і аналіз. Найбільше даних генерують саме такі компоненти, як двигуни, генератори, електродвигуни – де багато датчиків встановлено для безпеки й ефективності.

Сучасні судна обладнані тисячами точок контролю. Наприклад, великий круїзний лайнер може мати >10 000 датчиків і сигналів у системі автоматизації. Постає питання їх ефективного використання: більшість датчиків уже під'єднано до SCADA-системи судна, яка постійно записує ці дані в архів. Далі розглянемо, що собою являють ці SCADA-системи, які є підходи до роботи з їхніми архівами.

Багато сучасних систем керування та збору даних (SCADA) також мають вбудовану функціональність для розрахунку та реєстрації часу роботи підключених до них пристроїв. Це може здійснюватися на основі даних про їхній поточний стан (увімкнено/вимкнено), які регулярно збираються системою. Серед найпоширеніших засобів моніторингу можна виділити датчики температури, які використовуються для контролю температурного режиму двигунів, генераторів, підшипників та інших важливих компонентів; датчики тиску, що застосовуються для вимірювання тиску в гідравлічних системах, паливних і масляних магістралях; датчики потоку, які контролюють витрату рідин і газів у різних системах судна; датчики вібрації, що дозволяють виявляти аномальні вібрації в обертових механізмах, як-от двигуни та насоси, що може свідчити про наявність несправностей; датчики рівня рідини, які використовуються для контролю рівня палива, мастила, води в танках і цистернах; а також лічильники робочих годин, які фіксують сумарний час роботи окремих пристроїв або систем.

Перш ніж перейти до SCADA, важливо розглянути класифікацію видів технічного обслуговування (далі – ТО). Узагальнено чотири основні стратегії обслуговування, застосовувані на флоті:

1. Реактивне обслуговування (run-to-failure, «по факту поломки»): передбачає експлуатацію обладнання до відмови, після чого виконується ремонт. Переваги: мінімум витрат на ТО до поломки, максимальне використання ресурсу деталей. У судноплавстві цей підхід практикується лише для другорядних систем, відмова яких некритична, або в ситуаціях, коли неможливо інакше (наприклад, лампочка згоріла – міняємо).

2. Профілактичне (планово-запобіжне) обслуговування: проводиться за заздалегідь складеним планом через рівні інтервали (години роботи або час). Цей підхід домінував історично. Він забезпечує деяку надійність, але не враховує реальний стан. На флоті профілактичне ТО регламентується виробниками і класом: наприклад, генератор – середній ремонт раз на 5 років незалежно від стану. Планове технічне обслуговування (Planned Maintenance System (далі – PMS)) є обов'язковою вимогою для всіх комерційних суден відповідно до Міжнародного кодексу з управління безпекою (далі – ISM).

3. Обслуговування за станом (Condition-Based Maintenance (далі – CBM)) є іншим підходом до технічного обслуговування, який передбачає безперервний або періодичний моніторинг фактичного технічного стану обладнання для визначення реальної потреби у проведенні технічного обслуговування. У рамках CBM використовуються різноманітні методи моніторингу, як-от аналіз вібрації обертових механізмів, інфрачервона термографія для виявлення перегріву компонентів, аналіз проб мастила для оцінювання зносу деталей та інші діагностичні методи [13].

4. Прогнозне технічне обслуговування (далі – PdM): це сучасний підхід, що є еволюцією CBM, який використовує фактичні дані про стан і алгоритми прогнозу, щоб визначити оптимальний час для втручання. Він націлений зменшити зайві роботи (не робити ТО раніше за потрібне) і водночас уникнути аварій (не запізнитися з ремонтом). PdM спирається на системи моніторингу стану (вібрація, аналіз масла, термографія електроцитів тощо) і аналітику даних/ШІ. Очікувані вигоди PdM: зниження непланових простоїв на 30–50%, продовження ресурсу обладнання на 20–40%, зменшення витрат на ТО на 5–10% [14]. Водночас упровадження PdM потребує початкових інвестицій у датчики, програмне забезпечення, аналітику, навчання персоналу та створення історії даних.

Історія процесу технічного огляду та ремонту суден демонструє постійну еволюцію від реактивного підходу, коли ремонт здійснювався лише після виходу обладнання з ладу, до більш проактивних стратегій, як-от профілактичне та прогнозне технічне обслуговування [13]. Упровадження планових систем технічного обслуговування (PMS) стало значним кроком уперед у покращенні управління технічним станом суден, забезпечило систематичний підхід до обслуговування та ремонту обладнання. Зі стрімким розвитком технологій з'явилися нові, більш ефективні методи інспектування суден, зокрема й використання дистанційних оглядів за допомогою безпілотних літальних апаратів (дронів) та підводних роботів, а також застосування неруйнівних методів контролю для оцінювання стану конструкцій і обладнання без необхідності їх демонтажу [15]. Якщо раніше детальне інспектування суден зазвичай обмежувалося періодом їх перебування в сухому доці, що було пов'язано зі значними витратами часу та коштів, то сучасні методи дозволяють проводити ретельні огляди у значно стисліші терміни та часто без необхідності виведення судна з експлуатації. Отже, процес технічного огляду та ремонту суден постійно вдосконалюється завдяки безперервному розвитку технологій і зміні загальних підходів до управління технічним станом суднового флоту. Історичний аналіз розвитку методів технічного обслуговування чітко показує, що морська галузь постійно прагне до впровадження більш проактивних і ефективних стратегій, спрямованих на мінімізацію ризиків виникнення непередбачених поломок і зниження загальних експлуатаційних витрат. Як видно з викладеного, прогнозне обслуговування має значні переваги, проте перейти на нього можна лише за наявності надійної системи моніторингу стану. Такою системою на борту може бути SCADA, яку нижче розглянуто детальніше.

SCADA (Supervisory Control and Data Acquisition) – це клас промислових автоматизованих систем, призначених для диспетчерського контролю і збору даних про технологічні процеси, що забезпечує:

- збір даних із численних датчиків по всьому судну в реальному часі;
- відображення інформації оперативному персоналу (машинному відділенню, на містку) через інтерфейси НМІ: графічні схеми, показники, сигнали тривоги;
- логування (архівування) даних у бази даних або історичні архіви для подальшого аналізу;
- генерацію аварійних і попереджувальних сигналів, якщо параметри виходять за межі;
- подекуди – автоматичне керування обладнанням (наприклад, підтримання тиску, рівня) через зворотний зв'язок на основі ПІД-регуляторів тощо.

SCADA складається з декількох рівнів, як-от: польовий рівень (датчики, виконавчі механізми), рівень контролерів (PLC, RTU – віддалені термінальні пристрої), серверний рівень (сервери збору даних, гісторіан – історична база даних) і рівень робочих станцій (клієнти,

консолі операторів). На судні ці компоненти часто з'єднані промисловими мережами. Приклад: у машинному відділенні стоять контролери, з'єднані з датчиками двигунів; вони підключені до суднової Ethernet-мережі автоматизації; на містку та в центрі управління машинним відділенням – комп'ютери із програмним забезпеченням SCADA, де персонал бачить актуальний статус системи.

SCADA-системи для суден пропонуються низкою провідних світових виробників автоматизації. Серед популярних брендів можна виділити такі, які зведені в таблицю 1.

Таблиця 1

Приклади SCADA/IAS-систем, застосовуваних на морських суднах, та їх виробників

Постачальник (країна)	SCADA/IAS рішення	Застосування в судноплавстві
ABB (Швейцарія)	ABB Ability™ System 800 x A; C-CAMs	Комерційні судна всіх типів, від поромів до танкерів.
Siemens (Німеччина)	SISHIP IMAC; SIMATIC WinCC	Торгові судна, військ. кораблі, спецсудна.
Schneider Electric (Франція)	EcoStruxure (AVEVA System Platform)	Пасажирські та вантажні судна, офшорні об'єкти.
Honeywell (США)	Experion PKS IAS	Газові танкери, FPSO, бурові платформи, інші великі судна.
Kongsberg (Норвегія)	K-Chief, K-IMS	Круїзні лайнери, нафтові танкери, підводні човни (для ВМС).

SCADA-система на судні генерує величезний масив даних. Кожен вимірюваний параметр (тег) може записуватись з визначеною періодичністю, наприклад, раз на секунду чи хвилину, залежно від налаштувань. Дані архівуються в бортову історичну базу, звідки можуть бути експортовані для аналізу. Структура архівних даних SCADA зазвичай таблична: кожен запис містить мітку часу та значення одного або кількох параметрів. І хоч внутрішня структура збереження може бути різною, історичні дані можуть експортуватися у формат CSV або SQL-таблиць, де перша колонка – час, а наступні – значення різних тегів.

Наприклад, фрагмент такого архіву може виглядати так, як представлено в таблиці 2.

Таблиця 2

Приклад даних з архіву SCADA

Timestamp	DG1_Speed_rpm	DG1_OilTemp_C	BusVoltage_V
2025-03-28 10:00:00.000	720	85.4	440
2025-03-28 10:00:01.000	719	85.6	441

У реальності кількість параметрів буде значно більшою (для кожного значущого датчика). SCADA також зберігає журнали подій (спрацювання аварій, переключення, повідомлення операторів). Ці дані є цінними для аналізу, оскільки дозволяють «програти» історію роботи системи і знайти аномалії, що спостерігалися перед відмовами.

Після отримання великих даних зі SCADA, можна застосувати різні алгоритми ШІ: від простих регресій для прогнозу трендів до складних нейронних мереж, які самонавчаються розпізнавати аномалії. Деякі провідні постачальники SCADA-систем уже активно інтегрують інтелектуальні системи діагностики й аналізу, використовують алгоритми штучного інтелекту для прогнозування потенційних поломок обладнання. Наприклад, компанія “AVEVA” пропонує рішення Predictive Analytics, яке може бути інтегроване з їхніми SCADA-системами для забезпечення розширених можливостей виявлення аномалій у роботі обладнання, діагностики причин виникнення несправностей і прогнозування часу до можливої відмови. Компанія “Infosys” розробила систему моніторингу стану суднових двигунів на основі штучного інтелекту, яка здатна прогнозувати технічний стан обладнання на основі даних, що надходять

від установлених датчиків, і ця система потенційно може бути інтегрована із судовими SCADA-системами [9].

Висновки

Проведене дослідження підкреслює критичну важливість наявності великих і якісних обсягів даних для ефективного навчання моделей штучного інтелекту, здатних прогнозувати технічний стан і потреби в обслуговуванні судового електроустаткування. У цьому контексті дані, що збираються судовими системами керування та збору даних (SCADA), виступають як перспективне й основне джерело інформації. SCADA-системи вже фіксують широкий спектр експлуатаційних параметрів різноманітного обладнання на борту судна, надають цінну інформацію про його роботу та потенційний знос. Аналіз можливостей використання даних SCADA для навчання моделей машинного навчання показує значний потенціал для впровадження прогнозного технічного обслуговування в морській галузі. Такий підхід дозволяє судноплавним компаніям зменшити кількість непередбачених поломок, оптимізувати графіки планового технічного обслуговування та суттєво знизити витрати на ремонт і заміну обладнання. Однак для повної реалізації цього потенціалу необхідно враховувати й успішно долати наявні виклики, які пов'язані з якістю даних, їх стандартизацією, інтеграцією з іншими судовими системами та забезпеченням належного рівня кібербезпеки.

Подальші дослідження в цій галузі є необхідними для розроблення більш досконалих методів використання даних SCADA для прогнозування технічного стану судового електроустаткування. Це включає розроблення нових алгоритмів машинного навчання, адаптованих до специфіки морських систем, а також створення ефективних інструментів для очищення, попередньої обробки та проведення аналізу великих обсягів даних SCADA. Успішне впровадження таких рішень на основі штучного інтелекту матиме значний позитивний вплив на безпеку, ефективність і економічність судноплавства в майбутньому.

Список використаної літератури

1. Pereira M.T., Rocha N., Silva F.G., Moreira M.Â.L., Altinkaya Y.O., & Pereira M.J. Process Optimization in Sea Ports: Integrating Sustainability and Efficiency Through a Novel Mathematical Model. *Journal of Marine Science and Engineering*. 2025. № 13 (1). P. 119.
2. Using Optimization in the container shipping industry. *Sia Partners Insights*. URL: <https://www.sia-partners.com/en/insights/publications/using-optimization-container-shipping-industry> (date of access: 29.03.2025).
3. CMA CGM Group announces \$20 billion investment in the Americas for maritime transportation and logistics. *CMA CGM Group*. URL: <https://www.cmacgm-group.com/en/news-media/cmacgm-group-announces-20-billion-investment-americas-maritime-transportation-logistics> (date of access: 29.03.2025).
4. Durlík I., Miller T., Kostecka E., & Tuński T. Artificial Intelligence in Maritime Transportation: A Comprehensive Review of Safety and Risk Management Applications. *Applied Sciences*. 2024. № 14 (18). P. 8420.
5. The importance of high-quality training data for building machine learning and deep learning models. *ADATA.PRO*. URL: <https://adata.pro/blog/the-importance-of-high-quality-training-data-for-building-machine-learning-and-deep-learning-models/> (date of access: 29.03.2025).
6. The true cost of ship downtime: data-driven insights for shipowners. *Ship Universe*. URL: <https://www.shipuniverse.com/the-true-cost-of-ship-downtime-data-driven-insights-for-shipowners/> (date of access: 29.03.2025).
7. Basurko O., Uriondo Z. Condition-Based Maintenance for medium speed diesel engines used in vessels in operation. *Applied Thermal Engineering*. 2015. № 80. P. 404–412.

8. Macdonald F. The Use of AI in Condition-Based Maintenance and Autonomous Navigation. *Thetius*. URL: <https://thetius.com/the-use-of-ai-in-condition-based-maintenance-and-autonomous-navigation/> (date of access: 29.03.2025).
9. AI-based condition monitoring system for the ship engines of a Shipbuilding company. *Infosys*. URL: from <https://www.infosys.com/services/engineering-services/service-offerings/internet-of-things/case-studies/shipbuilding-company.html> (date of access: 29.03.2025).
10. Taha M. Integrating Artificial Intelligence with SCADA Systems: Enhancing Operational Efficiency, Predictive Maintenance, and Environmental Sustainability. *ResearchGate Technical Report*. 2024. URL: https://www.researchgate.net/publication/382537416_Title_Integrating_Artificial_Intelligence_with_SCADA_Systems_Enhancing_Operational_Efficiency_Predictive_Maintenance_and_Environmental_Sustainability.
11. Suryadarma E.H.E., & Ai T.J. Predictive Maintenance in SCADA-Based Industries: A literature review. *International Journal of Industrial Engineering and Engineering Management*. 2020. № 2 (1). P. 57–70.
12. Anish W. What is marine electricity and how it is generated? *Marine Insight*. URL: <https://www.marineinsight.com/marine-electrical/what-is-marine-electricity/> (date of access: 29.03.2025).
13. Knutsen K.E., Manno G., Vartdal B. Beyond condition monitoring in the maritime industry. *Strategic research and innovation*. 2014. URL: https://www.researchgate.net/publication/263583976_Beyond_condition_monitoring_in_the_maritime_industry.
14. Predictive maintenance and the smart factory. Deloitte. URL: <https://www2.deloitte.com/content/dam/Deloitte/us/Documents/process-and-operations/us-cons-predictive-maintenance.pdf> (date of access: 29.03.2025).
15. Ajaykumar P. Ship hull inspection services market to reach new heights by 2032. *Vocal Media*. URL: <https://vocal.media/journal/ship-hull-inspection-services-market-to-reach-new-heights-by-2032> (date of access: 29.03.2025).

References

1. Pereira, M.T., Rocha, N., Silva, F.G., Moreira, M.Â.L., Altinkaya, Y.O., & Pereira, M.J. (2025). Process Optimization in Sea Ports: Integrating Sustainability and Efficiency Through a Novel Mathematical Model. *Journal of Marine Science and Engineering*, 13 (1), 119. DOI: 10.3390/jmse13010119 [in English]
2. Using Optimization in the container shipping industry (2020). *Sia Partners Insights*. Retrieved from <https://www.sia-partners.com/en/insights/publications/using-optimization-container-shipping-industry> [in English].
3. CMA CGM Group announces \$20 billion investment in the Americas for maritime transportation and logistics (2025). *CMA CGM Group*. Retrieved from <https://www.cmacgm-group.com/en/news-media/cma-cgm-group-announces-20-billion-investment-americas-maritime-transportation-logistics> [in English].
4. Durlík, I., Miller, T., Kostecka, E., & Tuński, T. (2024). Artificial Intelligence in Maritime Transportation: A Comprehensive Review of Safety and Risk Management Applications. *Applied Sciences*, 14 (18), 8420. DOI: 10.3390/app14188420 [in English].
5. The importance of high-quality training data for building machine learning and deep learning models (2025). *ADATA.PRO*. Retrieved from <https://adata.pro/blog/the-importance-of-high-quality-training-data-for-building-machine-learning-and-deep-learning-models/> [in English].
6. The true cost of ship downtime: data-driven insights for shipowners (2024). *Ship Universe*. Retrieved from <https://www.shipuniverse.com/the-true-cost-of-ship-downtime-data-driven-insights-for-shipowners/> [in English].
7. Basurko, O., & Uriondo, Z. (2015). Condition-Based Maintenance for medium speed diesel engines used in vessels in operation. *Applied Thermal Engineering*, 80, 404–412. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2015.01.075 [in English].

8. Macdonald, F. (2024). The Use of AI in Condition-Based Maintenance and Autonomous Navigation. *Thetius*. Retrieved from <https://thetius.com/the-use-of-ai-in-condition-based-maintenance-and-autonomous-navigation/> [in English].
9. AI-based condition monitoring system for the ship engines of a Shipbuilding company (2025). *Infosys*. Retrieved from <https://www.infosys.com/services/engineering-services/service-offerings/internet-of-things/case-studies/shipbuilding-company.html> [in English].
10. Taha, M. (2024). Integrating Artificial Intelligence with SCADA Systems: Enhancing Operational Efficiency, Predictive Maintenance, and Environmental Sustainability. DOI: 10.13140/RG.2.2.18624.75526 [in English].
11. Suryadarma, E.H.E., & Ai, T.J. (2020). Predictive Maintenance in SCADA-Based Industries: A literature review. *International Journal of Industrial Engineering and Engineering Management*, 2 (1), 57–70. DOI: 10.24002/ijieem.v2i1.4368 [in English].
12. Anish, W. What is marine electricity and how it is Generated? (2021). *Marine Insight*. Retrieved from <https://www.marineinsight.com/marine-electrical/what-is-marine-electricity/> [in English].
13. Knutsen, K.E., & Manno, G., & Vartdal, B. (2014). Beyond condition monitoring in the maritime industry. *Strategic research and innovation*. DOI: 10.13140/RG.2.1.1807.8562 [in English].
14. Predictive maintenance and the smart factory (2017). Deloitte. Retrieved from <https://www2.deloitte.com/content/dam/Deloitte/us/Documents/process-and-operations/us-cons-predictive-maintenance.pdf> [in English].
15. Ajaykumar, P. Ship hull inspection services market to reach new heights by 2032. *Vocal Media*. Retrieved from <https://vocal.media/journal/ship-hull-inspection-services-market-to-reach-new-heights-by-2032> [in English].

Самойлов Олексій Олександрович – аспірант кафедри експлуатації суднового електрообладнання та засобів автоматики Херсонської державної морської академії. E-mail: oleksii.samoilov.ksma@gmail.com, ORCID: 0009-0002-6711-4769.

Дощенко Галина Геннадіївна – к.т.н., доцент кафедри експлуатації суднового електрообладнання та засобів автоматики Херсонської державної морської академії. E-mail: hersongala@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1004-4934.

Samoilov Oleksii Oleksandrovych – Postgraduate Student at the Department of Ship Electrical Equipment and Automatic Devices Operation of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: oleksii.samoilov.ksma@gmail.com, ORCID: 0009-0002-6711-4769.

Doshchenko Halyna Gennadiivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Operation Vessel Electrical Equipment and Automation of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: hersongala@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1004-4934.

SYSTEMS OF KINETIC POPULATION EQUATIONS AND THEIR APPLICATIONS

A systematic analysis of systems of kinetic population equations is presented, including Volterra and Lotka-Volterra. Population problems that had to be solved are investigated, and their brief analysis is provided. These problems include demographic, ecological, etc. problems. From a conceptual point of view, these problems are divided into two types: the problem of two species eating the same food (Volterra equation) and the predator-prey problem (Lotka – Volterra equation). The first problem arose from the problem of rabbit reproduction in Australia. In addition, in the same population biology, the problem arose when one species eats another (predator and prey). This problem was solved by many researchers in the field of biology and medicine, in particular virology. Its partial solution is given in the book of A. Lotka, and a more general one in the lectures of V. Volterra. Because of this, these equations are sometimes called the Lotka-Volterra equations. As in the first and second problems, it is necessary that there is enough resource (food) for the stationary stable existence and development of the dynamical system. We have analyzed the problems that are solved or that are expedient to be solved using these methods. Problems with a non-uniform temporal hierarchy of processes have also been analyzed. It has been shown that for solving such problems it is expedient to use the method of adiabatic elimination of variables. This method was used to solve kinetic problems in relaxation optics. These equations are expedient to use when there are several competing in-phase processes. Based on the general analysis of the systems of Volterra equations, it is possible to construct system criteria for controlling and predicting the corresponding processes and phenomena. To move to spatial problems, it is necessary to introduce the corresponding transport and diffusion coefficients into the systems of equations of Volterra and Lotka – Volterra. In this case, these equations can also be considered as systems of nonlinear diffusion equations. A list of problems for which it is expedient to use such a formalism is given.

Key words: dynamical processes, Volterra, Lotka, adiabatic exclusion, diffusion expansion, population problems, nonlinear dynamics.

П.П. ТРОХИМЧУК, В.В. САХАН
Волинський національний університет імені Лесі Українки

СИСТЕМИ КІНЕТИЧНИХ ПОПУЛЯЦІЙНИХ РІВНЯНЬ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

Наводиться системний аналіз систем кінетичних популяційних рівнянь, зокрема й Вольтерри та Лотки – Вольтерри. Досліджені популяційні завдання, які необхідно було розв'язати, та короткий їх аналіз. До цих завдань належать демографічні, екологічні й інші проблеми. З понятійного погляду ці завдання розбиваються на два типи: завдання про два види, що їдять одну їжу (рівняння Вольтерри) та завдання хижак – жертва (рівняння Лотки – Вольтерри). Перше завдання зумовлене проблемою розмноження кроликів в Австралії. Окрім того, у тій же популяційній біології постало завдання, коли один вид поїдає інший (хижак і жертва). Це завдання розв'язувалась багатьма дослідниками в галузі біології та медицини, зокрема вірусології. Її частинний розв'язок наведено в книзі А. Лотки, а більш загальний – у лекціях В. Вольтерри. Тому ці рівняння інколи називають рівняннями Лотки – Вольтерри. Як у першому, так і у другому завданні необхідно, щоб було вдосталь ресурсу (їжі) для стаціонарного стабільного існування та розвитку динамічної системи. Нами проведено аналіз проблем, які розв'язуються або які доцільно розв'язувати за допомогою цих методів. Також проаналізовані задачі з неоднорідною часовою ієрархією процесів. Показано, що для розв'язання таких задач доцільно використовувати метод адіабатичного виключення змінних. Цей метод був використаний для розв'язання кінетичних проблем у релаксаційній оптиці.

Ці рівняння доцільно використовувати тоді, коли є декілька конкуруючих синфазних процесів. На основі загального аналізу систем рівнянь Вольтерри можна побудувати системні критерії управління та прогнозування відповідних процесів і явищ. Для переходу до просторових задач у системі рівнянь Вольтерри та Лотки – Вольтерри потрібно ввести відповідні коефіцієнти переносу та дифузії. У такому разі ці рівняння можна також розглядати як системи нелінійних рівнянь дифузії. Наводиться випадок дифузійної нестійкості.

Ключові слова: динамічні процеси, Вольтерра, Лотка, адіабатичне виключення, дифузійна нестійкість, популяційні проблеми, нелінійна динаміка.

Problem Statement

For modeling dynamic (chronological) processes systems of population equations [1], including Volterra [2] and Lotka – Volterra [3] equations, are used. These equations should be used when

there are several competing in-phase processes. Based on the general analysis of Volterra's equation systems, it is possible to construct systemic criteria for controlling and predicting the corresponding processes and phenomena [4].

Analysis of recent studies and publications

Let us present the simplest system of two equations. Depending on the conditions of the problem, we will consider and analyze problems of four types: the problem of two species eating the same food [2]; the predator-prey problem [2]; the problem with adiabatic elimination [5] of a variable and the problem with diffusion instability [1].

It is shown that the method of adiabatic elimination of variables [5] is one of the main methods of the theory of dissipative structures [6] and synergetics [5].

The problem of diffusion instability for systems of autonomous equations with the addition of diffusion terms is investigated. In general, in a particular case, this can be considered as a diffusion extension of the Volterra equations [1]. The analysis is carried out for a system of two equations.

The feasibility of using these methods to describe various evolutionary dynamic processes of the population type is shown [1].

Presentation of the main research material

Two species eating the same food. In the second half of the XIXth century, the problem of rabbits arose in Australia, which proved to be worthy competitors for farmers. And now their number fluctuates between 0,6 and 0,7 billion. This problem was first solved by Vito Volterra and published at the end of the 19th century in the journal *Acta mathematica*, published in Stockholm by Mittag – Leffler [1]. Later, it was included in his course of lectures, which were read at the Sorbonne and published in French [2].

Consider the problem of two species consuming the same food [2].

Suppose that with an amount of food sufficient to fully satisfy the species under consideration, there are constant positive growth coefficients $\varepsilon_1, \varepsilon_2$. In a real situation, when these species live in a limited area, food will decrease with increasing numbers N_1 and N_2 (which mean the number of species). This will lead to a decrease in the values of the growth coefficients. If the amount of food eaten per unit time is represented by the function $F(N_1, N_2)$, it turns into zero simultaneously with the sum $N_1 + N_2$ and monotonically approaches ∞ together with each of these variables, then it is natural to take the expressions as growth coefficients:

$$\varepsilon_1 - \gamma_1 F(N_1, N_2), \varepsilon_2 - \gamma_2 F(N_1, N_2), \tag{1}$$

where γ_1, γ_2 – positive constants corresponding to the food requirements of each of the two species.

From here we obtain a system of differential equations that describe the development of both species [2]:

$$\frac{dN_1}{dt} = [\varepsilon_1 - \gamma_1 F(N_1, N_2)] N_1, \tag{2}$$

$$\frac{dN_2}{dt} = [\varepsilon_2 - \gamma_2 F(N_1, N_2)] N_2. \tag{3}$$

Now the mathematical problem arises of studying the solutions N_1, N_2 of this system for initial values N_1^0, N_2^0 , positive for $t = t_0$.

It can be proved that for any finite time interval (t_0, T) there is a unique solution of two continuous functions, which are placed between two positive numbers, of which no longer depends on the end of the interval T (i.e. N_1, N_2 remain bounded).

Let us consider what happens with an unlimited increase in time. Rewriting (2) and (3) in the form:

$$\frac{d \log N_1}{dt} = \varepsilon_1 - \gamma_1 F(N_1, N_2), \tag{2-a}$$

$$\frac{d \log N_2}{dt} = \varepsilon_2 - \gamma_2 F(N_1, N_2), \tag{3-a}$$

we get:

$$\gamma_2 \frac{d \log N_1}{dt} - \gamma_1 \frac{d \log N_2}{dt} = \varepsilon_1 \gamma_2 - \varepsilon_2 \gamma_1, \tag{4}$$

and then:

$$\frac{N_1^{\gamma_2}}{N_2^{\gamma_1}} = \frac{(N_1^0)^{\gamma_2}}{(N_2^0)^{\gamma_1}} e^{(\varepsilon_1 \gamma_2 - \varepsilon_2 \gamma_1)(t-t_0)}. \tag{5}$$

We neglect the almost improbable case when:

$$\varepsilon_1 \gamma_2 - \varepsilon_2 \gamma_1 = 0, \tag{6}$$

and suppose (changing the types if necessary) that:

$$\varepsilon_1 \gamma_2 - \varepsilon_2 \gamma_1 > 0 \text{ або } \frac{\varepsilon_1}{\gamma_1} > \frac{\varepsilon_2}{\gamma_2}. \tag{7}$$

Then according to (5) we have:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{N_1^{\gamma_2}}{N_2^{\gamma_1}} = +\infty. \tag{8}$$

Since N_1 is bounded, N_2 tends to zero.

Thus, we can conclude *that the second species, in which $\varepsilon\gamma$ has a smaller value, will decrease and eventually disappear, while the first one continues to exist* [2].

Two species, one of which eats the other (predator and prey)

This problem has been solved by many researchers in the field of biology and medicine, in particular virology. Its partial solution is given in the book of A. Lotka [3], and a more general one in the lectures of V. Volterra [2]. Because of this, these equations are sometimes called the Lotka-Volterra equations [1].

If only one of them, namely the prey, were present in the environment where these species live, then it would have a certain growth coefficient ε_1 , which we will assume to be constant and positive.

The second species (predator), which feeds only (or mainly) on the prey, assuming that it exists in isolation, has a certain growth coefficient $-\varepsilon_2$, which we will assume to be constant and negative. When such two species exist in a limited environment, the first will develop the slower the more individuals of the second species exist, and the second – the faster the more numerous the first species is. The hypothesis, quite simple, is that the growth rates are equal to, respectively:

$$\varepsilon_1 - \gamma_1 N_2 \quad \text{and} \quad -\varepsilon_2 + \gamma_2 N_1, \quad (9)$$

(γ_1, γ_2 are positive constants). This leads to a system of differential equations for describing the number of species [26]:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= (\varepsilon_1 - \gamma_1 N_2) N_1, \\ \frac{dN_2}{dt} &= -(\varepsilon_2 - \gamma_2 N_1) N_2, \end{aligned} \quad (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_1, \gamma_2 > 0). \quad (10)$$

We will arrive at the same result with a less crude study of the interaction of species, reasoning as follows [2].

Let us consider the more general case of two species, which, existing separately, have growth coefficients λ_1, λ_2 , the signs of which are not specified. In the case of coexistence of these species, we will assume that the meetings of individuals of different species (the number of these meetings per unit of time is equal to $\alpha N_1 N_2$, where $\alpha = const$) somehow affect the number of species. Algebraically, this effect is expressed by the increments β_1 and β_2 of the number of individuals corresponding to n meetings (n is a fixed, sufficiently large number). We will assume that these increments occur immediately, without delay. Then, over time dt , the species increase by:

$$\begin{aligned} dN_1 &= \lambda_1 N_1 dt + \alpha N_1 N_2 \frac{\beta_1}{n} dt, \\ dN_2 &= \lambda_2 N_2 dt + \alpha N_1 N_2 \frac{\beta_2}{n} dt. \end{aligned}$$

Thus, we obtain a system of differential equations [2]:

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= N_1 (\lambda_1 + \mu_1 N_2), \\ \frac{dN_2}{dt} &= N_2 (\lambda_2 + \mu_2 N_1), \end{aligned} \quad (11)$$

where:

$$\mu_1 = \alpha \frac{\beta_1}{n} \quad \mu_2 = \alpha \frac{\beta_2}{n}. \quad (12)$$

Since encounters are beneficial for predators and detrimental for prey, in the case we will consider first,

$$\lambda_1 > 0, \lambda_2 < 0, \mu_1 \langle 0, \mu_2 \rangle 0. \quad (13)$$

Therefore, equations (11) takes the form (10) [2].

From equations (11) we obtain for any case (assuming $N_1 > 0, N_2 > 0$):

$$\mu_2 \frac{dN_1}{dt} - \mu_1 \frac{dN_2}{dt} = \mu_2 \lambda_1 N_1 - \mu_1 \lambda_2 N_2, \quad (14)$$

$$\lambda_2 \frac{\frac{dN_1}{dt}}{N_1} - \lambda_1 \frac{\frac{dN_2}{dt}}{N_2} = \mu_2 \lambda_1 N_1 - \mu_1 \lambda_2 N_2, \quad (15)$$

where:

$$\mu_2 \frac{dN_1}{dt} + \lambda_2 \frac{\frac{dN_1}{dt}}{N_1} - \mu_1 \frac{dN_2}{dt} - \lambda_1 \frac{\frac{dN_2}{dt}}{N_2} = 0. \quad (16)$$

Integrating, we obtain [2]:

$$\mu_2 N_1 + \lambda_2 \log N_1 - (\mu_1 N_2 + \lambda_1 \log N_2) = const, \quad (17)$$

Or

$$N_1^{\lambda_2} e^{\mu_2 N_1} = C N_2^{\lambda_1} e^{\mu_1 N_2}. \quad (18)$$

Let us construct the curve (18) in the plane (N_1, N_2) .

Let us return to the case of predator and prey considered above, when

$$\lambda_1 = \varepsilon_1 > 0, \quad \lambda_2 = -\varepsilon_2 < 0, \mu_1 = -\gamma_1 \langle 0, \mu_2 = \gamma_2 \rangle 0. \quad (19)$$

To construct this curve, we will draw auxiliary curves

$$(L_1) \quad Y = N_1^{-\varepsilon_2} e^{\gamma_2 N_1}, \quad (20)$$

$$(L_2) \quad C = N_2^{\varepsilon_1} e^{\gamma_1 N_2}, \quad (21)$$

and draw the desired curve based on the relation

$$Y = CX. \quad (22)$$

On two perpendicular lines, we mark the axes Ox, ON_1 and iOy, ON_2 (Fig. 1), in the second and fourth quadrants we draw auxiliary curves L_1 and L_2 .

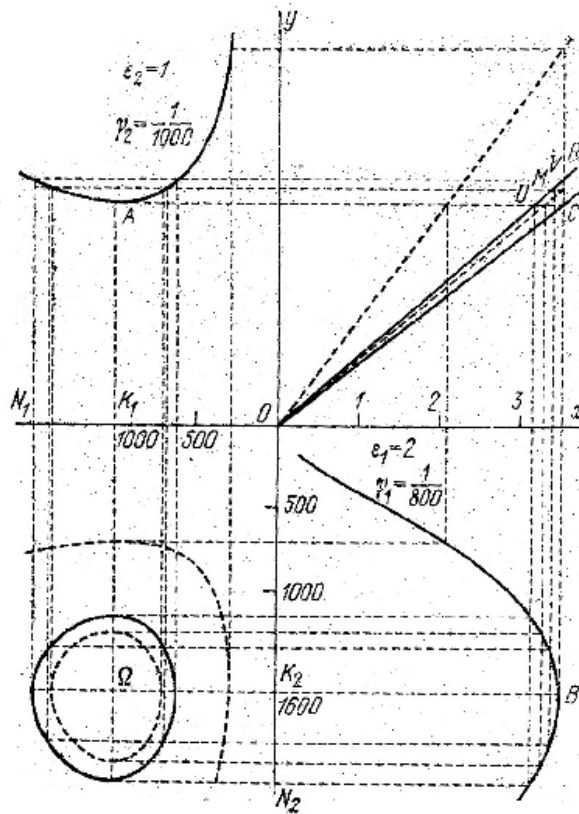


Fig. 1. Phase portraits of the predator-prey problem (Volterra, 1931)

In practice, this curve is a phase portrait of the “predator-prey” problem, on the basis of which we can consider and analyze various scenarios of this problem [7].

Adiabatic elimination of variables method
 If in the system of equations

$$\dot{\bar{x}} = f(\bar{x}, \bar{u}, \bar{\xi}, t), \tag{23}$$

the right-hand side does not depend explicitly on time, i.e. $\dot{\bar{x}} = f(\bar{x}, \bar{u}, \bar{\xi})$, then such a system of equations is called *autonomous* or *self-organized (self-controlled)* (Trokhimchuck, 2020). Here \bar{x} is a deterministic phase vector, \bar{u} is a vector of control parameters, $\bar{\xi}$ is a vector of stochastic parameters.

The most developed is the system of two nonlinear equations of the first order (on the plane) (Trokhimchuck (2020)). It can always be represented as a Hamiltonian system and the entire arsenal of mathematical methods developed in this area can be applied.

Let us write the system of two equations in the following form:

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2), \quad \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2). \tag{24}$$

System (24) will be non-autonomous if $\frac{\partial f_n}{\partial x} \neq 0$.

Let us consider the case when the variables x_1 and x_2 describe two different subsystems, slow and fast in time variation. For this case, equation (24) takes the form

$$\dot{x}_1 = k_{11} + F_1(x_1, x_2), \quad \dot{x}_2 = -\gamma x_2 + F_2(x_1, x_2), \quad (25)$$

where $\gamma > 0$, $\gamma \gg |k_{11}|$. The evolution of a fast subsystem begins with a transient process of duration $\tau_2 \sim \gamma^{-1} \ll \tau_1 \sim |k_{11}^{-1}|$. Further, the evolution of the system is described by equations (8.2), in which we can put $\dot{x}_2 = 0$:

$$\dot{x}_1 = k_{11} + F_1(x_1, x_2), \quad 0 = -\gamma x_2 + F_2(x_1, x_2). \quad (25-a)$$

From the second equation we find $x_2 = \varphi(x_1)$. Substitution x_2 into the first equation allows us to significantly simplify the problem:

$$\dot{x}_1 = k_{11} + F_1(x_1, \varphi(x_1)). \quad (26)$$

This method, based on the selection of characteristic time scales, is called *adiabatic elimination of the variable x_2* . This approach was first proposed by H. Haken [5]. It can be concluded that the behavior of the system is determined by the evolution of the slow subsystem. The slow subsystem controls the fast one. That is why the variable x_1 is called *the order parameter*.

In multidimensional systems, a small number of slow variables can be distinguished, to which all the others are adjusted. Moreover, in many cases, it is possible to obtain solutions of the form $x_n(t) = F(t, \psi(\zeta_n))$, $\zeta_n = n/at$, $n \in (1, s)$. Such solutions are called self-similar, or self-similar. The evolution of the system is characterized by “forgetting” the initial conditions and the formation of structures determined by functions $\psi(\zeta_n)$. Simple structures are combined into various types of complex structures, to which the eigenvectors of a nonlinear system of equations can be compared. Such solutions cannot exist in the vicinity of the equilibrium state, since the dissipative process associated with the dissipation of energy destroys any order. New coherent structures arise in states far from equilibrium in open systems and are stabilized as a result of energy exchange with the environment. Thus, nonequilibrium can be a source of order, or self-organization. I. Prigogin called such *order a dissipative structure* [6]. The phenomena of self-organization are inherent in hydrodynamics, chemistry, biology, astrophysics, ecology, economics, sociology. H. Haken proposed to call this part of the theory of control *synergetics* (literally – *the theory of joint action*) [5].

Since the systems of Volterra equations are autonomous equations, it is advisable to use the Haken procedure for them. Therefore, this method was tested for the system of three Volterra equations to describe the processes of Relaxed Optics with different adiabatic elimination procedures (single and double) [8–10].

Diffusion instability

Let us move on to a more complex example – a two-component system of the form:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = f_1(u_1, u_2) + D_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial u_2}{\partial t} = f_2(u_1, u_2) + D_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2}. \quad (27)$$

Where D_1 and D_2 are the diffusion coefficients. When $D_1 = D_2 = 0$, the system (27) reduces to a system (24) [1]. Therefore, system (27) may be represented as Volterra system with diffusion expansion too. Adding spatial derivatives, i.e. “turning on” the diffusion coupling of point elements, can radically change the properties of the system. Let us begin traditionally with finding and investigating

the stability of the homogeneity of stationary states. According to (27), these states are determined from the system of equations:

$$f_1(u_1, u_2) = 0, \quad f_2(u_1, u_2) = 0. \tag{28}$$

Let $u_1 = u_1^{(0)}$ and $u_2 = u_2^{(0)}$ are some solutions of the system (28). To investigate the stability of these solutions, we write:

$$u_1(x, t) = u_1^{(0)} + w_1(x, t), \quad u_2(x, t) = u_2^{(0)} + w_2(x, t). \tag{29}$$

Substituting (29) into (27) and linearizing the resulting equations by small additions w_1 and w_2 , we obtain a system of two linear partial differential equations with constant coefficients:

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_1}{\partial t} &= f_{11}w_1 + f_{12}w_2 + D_1 \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial w_2}{\partial t} &= f_{21}w_1 + f_{22}w_2 + D_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2}, \end{aligned} \tag{30}$$

where the derivatives $f_{ik} = \frac{\partial f_i}{\partial u_k}$ are calculated at $u = u^{(0)}$ the solution of system (30) is sought in the standard form:

$$w_k(x, t) = \bar{w}_k \exp(pt + iqx), \quad k = 1, 2. \tag{31}$$

Substituting (31) into (30) gives the dispersion equation:

$$p^2 - [\bar{f}_{11}(q) + \bar{f}_{22}(q)]p + \bar{f}_{11}(q) \cdot \bar{f}_{22}(q) - \bar{f}_{12}(q) \cdot \bar{f}_{21}(q) = 0, \tag{32}$$

where $\bar{f}_{11}(q) = f_{11} - q^2 D_1$, $\bar{f}_{22}(q) = f_{22} - q^2 D_2$. We emphasize that at $q = 0$ the dispersion equation (32) coincides with the dispersion equation for the corresponding point subsystem. In other words, the values of the functions $p(q)$, determined by equation (32), at $q = 0$ coincide with the Lyapunov exponents of the linearized point system [1].

Analysis of the dispersion equation (32) shows that the solutions of equation (27) $u_1 = u_1^{(0)}$ and $u_2 = u_2^{(0)}$, which are stable in the absence of transport processes, i.e., at $D_1 = D_2 = 0$, may lose stability when diffusion is “turned on” [1]. From the point of view of the dispersion equation, this means that, although at $q = 0$ both of its roots are negative ($p_1(0) < 0$ and $p_2(0) < 0$), there is an interval of values of q in which at least one of the roots has a positive real part. The conditions for the existence of such an interval follow from equation (32). They are written in the form [1]:

$$\left\{ \begin{aligned} &1) f_{11} \cdot f_{22} - f_{12} \cdot f_{21} < 0, \\ &2) f_{11} \cdot D_2 - f_{22} \cdot D_1 > 0, \\ &3) (f_{11} \cdot D_2 + f_{22} \cdot D_1)^2 > 4D_1 \cdot D_2 (f_{11} \cdot f_{22} - f_{12} \cdot f_{21}), \\ &4) f_{11} + f_{22} < 0. \end{aligned} \right. \tag{33}$$

From the above it follows that the occurrence of instability is due to the presence of transport processes. Therefore, such instability is called diffusion instability. Its important feature is the requirement of the difference of diffusion coefficients:

$$D_1 \neq D_2, \tag{34}$$

which follows from the comparison of the second and fourth inequalities in (33). Fig. 2 shows the dispersion curves $p_{1,2}(q)$ for the cases of absence and presence of diffusion instability.

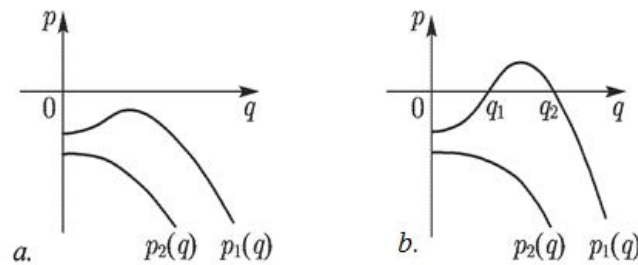


Fig. 2. Spectral functions $p(q)$, given by the dispersion equation (14.71), for the stable (a) and unstable (b) homogeneous state (Trokhimchuck, 2020)

Conclusions

1. The systems of Volterra and Lotka-Volterra kinetic equations and their extensions are analyzed.
2. The problem of two species eating the same food is investigated. The conditions for the survival of one of the species are formulated.
3. The “predator-prey” problem is discussed. It is shown that for its analysis it is worth using the method of phase diagrams.
4. The problem of adiabatic elimination of variables for systems of autonomous differential equations is analyzed. It is shown that this procedure is also successfully used for systems of Volterra kinetic equations.
5. The problem of diffusion instability for systems of autonomous equations with the addition of diffusion terms is investigated. In general, in a particular case, this can be considered as a diffusion extension of the Volterra equations.

Bibliography

1. Трохимчук П.П. Нелінійні динамічні системи. 2-е вид. Луцьк : Вежа-Друк, 2020. 316с.
2. Volterra V. *Lecóns sur la théorie mathematique de la lutte pour la vie*. Paris : Gauthiers-Villars, 1931. 214 p.
3. Lotka A.J. *Elements of Physical Biology*. Baltimore : Williams & Wilkins, 1925. 460 p.
4. Haken H. *Synergetics. An Introduction. Nonequilibrium phase transitions and Self-Organization in Physics, Chemistry and Biology*. Berlin a.o.: Springer, 1977. 325 p.
5. Васаєр N. *Histoires de mathematiques et de populations*. Paris : Cassini, 2008. 211p.
6. Glansdorff P., Prigogine I. *Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations*. New York: Wiley-Interscience, 1971. 306 p.
7. Свідзинський А. В. Математичні методи теоретичної фізики. Т. 1. Київ : Ін-т теорет. фізики, 2009. 396 с.
8. Trokhimchuck P.P. About application kinetic Volterra equations and Haken method for the hierarchic dynamical processes modeling. *Management systems and information technologies*. 2008. № 2 (28). P. 23–27.

9. Трохимчук П.П. Математичні основи знань. Поліметричний підхід. 2-е вид. Луцьк : Вежа-Друк, 2014. 624 с.
10. Trokhimchuck P.P. Theories of Everything: Past, Present, Future. Saarbrücken : Lambert Academic Publishing, 2021. 260 p.

References

1. Trokhimchuck, P.P. (2020). Neliniyni dynamichni systemy [Nonlinear dynamical systems]. 2-d ed. Lutsk: Vezha-Print [in Ukrainian].
2. Volterra, V. (1931). *Lecóns sur la théorie mathématique de la lutte pour la vie* [Lessons on the mathematical theory of the struggle for life]. Paris : Gauthiers-Villars [in French].
3. Lotka, A.J. (1925). *Elements of Physical Biology*. Baltimore: Williams & Wilkins [in English].
4. Haken H. (1977). *Synergetics. An Introduction. Nonequilibrium phase transitions and Self-Organization in Physics, Chemistry and Biology*. Berlin a.o.: Springer-Verlag [in English].
5. Вацаєр, Н. (2008). *Histoires de mathématiques et de populations* [Stories of mathematics and populations]. Paris : Cassini [in French].
6. Glansdorff, P., & Prigogine, I. (1971). *Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations*. New York: Wiley-Interscience [in English].
7. Svidzinskii, A.V. (2009). *Matematychni metody teoretychnoyi fizyky* [Mathematical methods of theoretical physics]. (Vol. 1). Kyiv: Institute of theoretical physics [in Ukrainian].
8. Trokhimchuck, P.P. (2008). About application kinetic Volterra equations and Haken method for the hierarchic dynamical processes modeling. *Management systems and information technologies*, 2 (28), 23–27 [in English].
9. Trokhimchuck, P.P. (2014). *Matematychni osnovy znan'*. Polimetrychnyy pidkhid [Mathematical foundations of knowledge. Polymetrical doctrine]. 2-d ed. Lutsk: Vezha-Print [in Ukrainian].
10. Trokhimchuck, P.P. (2020). Neliniyni dynamichni systemy [Nonlinear dynamical systems]. 2-d ed. Lutsk: Vezha-Print [in Ukrainian].

Trokhimchuck Petro Pavlovych – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Anatoliiy Svidzinskyi Department of Theoretical and Computational Physics of the Lesya Ukrainka Volyn National University. E-mail: trope1650@gmail.com, Trokhimchuck.Petro@vnu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-2737-0506.

Sakhan Vladislav Vasylovych – Postgraduate Student at the Anatoliiy Svidzinskyi Department of Theoretical and Computational Physics of the Lesya Ukrainka Volyn National University. E-mail: sakhan.vlad@gmail.com.

Трохимчук Петро Павлович – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А.В. Свідзинського Волинського національного університету імені Лесі Українки. E-mail: trope1650@gmail.com, Trokhimchuck.Petro@vnu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-2737-0506.

Сахан Владислав Васильович – аспірант кафедри теоретичної та комп'ютерної фізики імені А.В. Свідзинського Волинського національного університету імені Лесі Українки. E-mail: sakhan.vlad@gmail.com.

В.Г. УСЕНКО

Національний університет
«Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка»

АНАЛІЗ СТРУКТУРНОЇ НАДІЙНОСТІ ТЕХНІЧНОЇ СИСТЕМИ З ВИКОРИСТАННЯМ ОСТОВНИХ ДЕРЕВ І ЦИКЛІВ

У роботі проведено дослідження структурної надійності технічної системи на основі графів шляхом аналізу остовних дерев, циклічних підграфів і загальної кількості зв'язних підграфів, що моделюють їхню топологію. Увагу приділено вивченню кількості остовних дерев, циклічних підграфів і загальної кількості зв'язних підграфів, що проходять через кожен ділянку системи. Ці показники дозволяють кількісно оцінити важливість окремих елементів структури та визначити їхній вплив на загальну її працездатність.

Надійність системи оцінювалася на основі кількості резервованих шляхів, що забезпечують працездатність навіть у разі відмови окремих елементів. Для аналізу було використано методи теорії графів, зокрема алгоритм пошуку у глибину (DFS) для виявлення циклічних підграфів і теорему Кірхгофа для підрахунку кількості остовних дерев.

Результати дослідження показали, що найбільш критичними ділянками структури є ті, через які проходить найбільша кількість остовних дерев і циклічних підграфів. Ребра, що забезпечують максимальну кількість резервованих зв'язків, є ключовими для підтримки працездатності системи. Їхня відмова значно знижує надійність, тоді як відмова менш значущих ділянок, через які проходить найменша кількість зв'язних підграфів, має незначний вплив завдяки альтернативним шляхам. Зроблено висновок, що надійність технічної системи залежить від кількості зв'язних підграфів, що проходять через кожен елемент. Практичне застосування отриманих результатів дозволяє оптимізувати проектування технічних систем, підвищити їхню стійкість до відмов та знизити ризики відмови шляхом правильного розподілу ресурсів і резервування критичних ділянок. Отримані результати можуть бути застосовані для покращення надійності інженерних мереж, комп'ютерних систем та інфраструктурних об'єктів.

Ключові слова: надійність систем, теорія графів, остовне дерево, циклічний підграф, алгоритм DFS, теорема Кірхгофа, резервування, критичні ділянки.

V.H. USENKO

National University
“Yuriy Kondratyuk Poltava Polytechnic”

STRUCTURAL RELIABILITY ANALYSIS OF A TECHNICAL SYSTEM USING SPANNING TREES AND CYCLES

In this work, a study of the structural reliability of a technical system based on graph theory was conducted by analyzing spanning trees, cyclic subgraphs, and the total number of connected subgraphs modeling its topology. The focus was on examining the quantity of spanning trees, cyclic subgraphs, and the overall number of connected subgraphs passing through each section of the system. These indicators provide a quantitative assessment of the importance of individual structural elements and determine their impact on the overall system performance.

The system's reliability was evaluated based on the number of redundant paths that ensure functionality even in the event of individual element failures. Graph theory methods were employed for the analysis, including the depth-first search (DFS) algorithm for detecting cyclic subgraphs and Kirchhoff's theorem for calculating the number of spanning trees.

The study results revealed that the most critical sections of the structure are those through which the largest number of spanning trees and cyclic subgraphs pass. The edges providing the highest number of redundant connections are key to maintaining system functionality. Their failure significantly reduces reliability, while the failure of less significant sections, through which the fewest connected subgraphs pass, has minimal impact due to alternative paths. It was concluded that the reliability of a technical system depends on the number of connected subgraphs passing through each element. The practical application of the obtained results allows for optimizing the design of technical systems, enhancing their fault tolerance, and reducing failure risks by properly distributing resources and reserving critical sections. These findings can be applied to improve the reliability of engineering networks, computer systems, and infrastructure facilities.

Key words: system reliability, graph theory, spanning tree, cyclic subgraph, DFS algorithm, Kirchhoff's theorem, redundancy, critical sections.

Постановка проблеми

Традиційні методи оцінювання надійності, що базуються на статистичних даних про відмови компонентів, не завжди дозволяють урахувати топологічні особливості структури системи. Моделювання технічної системи у формі графа, де вершини відповідають вузлам, а ребра – зв'язкам між ними, дає змогу аналізувати зв'язність системи, визначати критичні ділянки й оцінювати вплив їхньої відмови на загальну працездатність. Основною проблемою є відсутність ефективних методів кількісної оцінки важливості кожного елемента системи з урахуванням його ролі в забезпеченні як мінімальної зв'язності, так і резервованих шляхів. Наявні підходи не завжди дозволяють урахувати всі можливі працездатні стани системи та визначати найбільш вразливі ділянки. Постає необхідність у розробленні методів аналізу надійності технічних систем на основі графових структур. Для вирішення цієї проблеми пропонується використовувати кількісний аналіз остовних дерев, циклічних підграфів і загальної кількості зв'язних підграфів, що проходять через кожен елемент структури. Цей підхід дозволить не лише оцінити важливість окремих ділянок, а й розробити стратегії підвищення надійності шляхом оптимізації топології системи.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Останні дослідження демонструють зростання інтересу до застосування теорії графів для оцінювання надійності складних технічних систем. Зокрема, у роботі [1] представлено моделювання та оцінку надійності електричних енергосистем за допомогою теорії графів і діаграм надійності блоків. Дослідження [2] пропонує точний метод оцінювання надійності інфраструктурних мереж, поєднуючи теорію графів і цілочисельне програмування. У роботі [3] розглянуто оцінку надійності розподільчих мереж через топологічний аналіз, заснований на теорії графів. Наукове джерело [4] зосереджується на огляді обчислювальної складності аналізу надійності мереж. Праця [5] представляє комбінаторні аспекти надійності мереж. Дослідження підтверджують ефективність використання теорії графів в аналізі та підвищенні надійності технічних систем. Ці підходи дозволяють детально моделювати складні мережеві структури, ідентифікувати критичні компоненти та розробляти стратегії для покращення загальної стійкості систем до відмов і різні аспекти комбінаторних конструкцій, зокрема й питання надійності мереж [6; 7].

У роботах виділяються ключові вимоги до надійності систем, визначення відповідних показників, а також методів обчислення числа остовних дерев, що можуть бути пов'язані із граничними працездатними станами топологічної структури [8–11]. У науковій літературі описано способи обчислення кількості остовних дерев у графах і методи визначення їх кількості для окремих ділянок структури [9].

Мета дослідження

Мета дослідження полягає в розробленні та застосуванні графоаналітичного підходу для оцінювання надійності технічних систем шляхом аналізу їхньої топологічної структури. Це передбачає кількісне визначення критичних елементів системи, що забезпечують працездатність і резервування шляхів, а також розроблення методів для оптимізації надійності шляхом виявлення та підсилення слабких місць структури.

Виклад основного матеріалу дослідження

Розглянемо структуру резервованої технічної системи як граф A , де ребра представляють ділянки структури x_i , $i=1,2,\dots,n$, а вершини v_j , $j=1,2,\dots,m$ – її вузли. Оскільки зв'язки між вузлами можуть існувати в обох напрямках, структура моделюється неорієнтованим графом. Підграф T , який не містить циклів, але має достатню кількість ребер для з'єднання всіх вершин, є остовним деревом. У контексті технічної системи таке дерево відображає працездатний стан, що є граничним, оскільки не містить структурної надлишковості. Кожен елемент такої

системи є критичним для її функціонування, а будь-яка відмова може призвести до втрати зв'язності всієї структури.

Надійність структури мережі безпосередньо залежить від кількості її нерезервованих працездатних станів, які визначаються через остовні дерева графа, що моделює систему. Граф A відображає технічну систему, де вузли (v_j) – це її компоненти (наприклад, сервери, датчики, станції), а ребра (x_i) – функціональні зв'язки між ними (кабелі, канали зв'язку, трубопроводи). Оскільки остовне дерево становить мінімальну зв'язну конфігурацію без надлишкових з'єднань, воно моделює працездатний стан системи без резервування. Кількість остовних дерев T_i у графі A визначає, скільки в нього існує різних конфігурацій працездатного стану. Якщо система має більше остовних дерев ($T_i > T_j$), то в неї є більше способів залишатися зв'язною навіть у разі виходу з ладу деяких з'єднань. Отже, її надійність вища ($P_i > P_j$). Якщо система має менше остовних дерев ($T_i < T_j$), вона більш вразлива до відмов. Цей взаємозв'язок записується як:

$$P_i > P_j, \text{ якщо } T_i > T_j, \quad (1)$$

де: P_i – надійність структури мережі, яка має T_i остовних дерев, P_j – надійність іншої структури з меншою кількістю остовних дерев T_j . Якщо система має лише одне остовне дерево та єдиний спосіб з'єднання вузлів, то будь-який збій у зв'язках руйнує мережу. Збільшення числа остовних дерев збільшує кількість можливих шляхів підтримки зв'язності мережі, що на пряму підвищує її надійність. Надійність структури мережі визначається кількістю її працездатних станів без резервування.

У структурі технічної системи можливі не тільки нерезервовані, але й резервовані працездатні стани, які моделюються зв'язними циклічними підграфами. Резервовані працездатні стани відповідають наявності циклів у графі, які дозволяють зберігати зв'язність системи навіть у разі виходу з ладу одного або кількох елементів. Якщо у графі є циклічні підграфи, система має надлишковість, що підвищує її надійність. У графі A структури нерезервовані працездатні стани описуються остовними деревами. Натомість резервовані стани моделюються зв'язними підграфами B_i , які включають цикли, забезпечуючи додаткову стійкість до відмов. Чим більше таких циклічних структур у графі, тим вища загальна надійність системи. Імовірність суми довільного числа суміжних (несумісних) подій визначається класичною формулою теорії ймовірностей:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = \sum_{i=1}^n P(A_i), \quad (2)$$

де A_1, A_2, \dots, A_n – несумісні події, тобто такі, що їх одночасне настання неможливе $P(A_i \cap A_j) = 0$ для всіх $i \neq j$. Якщо ж події не є несумісними й можуть відбуватися одночасно, то застосовується більш загальна формула для обчислення ймовірності об'єднання довільної кількості подій, відома як формула включень-виключень:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} P(A_i \cap A_j) + \sum_{1 \leq i < j < k \leq n} P(A_i \cap A_j \cap A_k) - \dots + (-1)^{n+1} P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n). \quad (3)$$

Ця формула враховує перетини подій. Якщо події несумісні, використовується проста сума їхніх ймовірностей. Для подій, що можуть відбуватися одночасно, застосовується формула

включень-виключень. Число всіх можливих підграфів графа A визначається як 2^x , де x – це кількість ребер у графі. Однак серед цих підграфів існує один тривіальний підграф, який не містить жодного ребра, він складається лише з вершин без з'єднань. Тому число всіх можливих підграфів, що мають хоча б одне ребро, обчислюється як: $N = 2x - 1$.

Урахування ймовірності існування всіх працездатних станів дозволяє отримати більш точну порівняльну оцінку надійності технічної системи. Кожен працездатний стан відповідає конкретному підграфу структури, який забезпечує зв'язність між вузлами. Якщо у структурі технічної системи відбувається зміна внутрішніх зв'язків, що приводить до збільшення числа циклічних підграфів, то зростає кількість резервних шляхів між вузлами. Тоді система стає менш вразливою до відмов, оскільки в разі виходу з ладу окремих елементів вона може залишатися працездатною завдяки альтернативним шляхам. Цей взаємозв'язок формалізується нерівністю:

$$P_i > P_j, \text{ якщо } B_i > B_j \text{ та } Q_i > Q_j, \quad (4)$$

де: P_i – імовірності працездатного стану системи в різних конфігураціях, B_i – кількість циклічних підграфів у відповідних структурах, Q_i – кількість остовних дерев, що моделюють працездатні стани без резервування. Збільшення циклічних підграфів, що забезпечують резервування, остовних дерев, що визначають мінімально необхідні зв'язки, сприяє підвищенню загальної надійності технічної системи.

Число циклічних зв'язних підграфів Q_i , що проходять через кожний елемент системи, можна визначити за допомогою алгоритму пошуку у глибину (Depth-First Search (далі – DFS)). Цей алгоритм дозволяє систематично досліджувати всі можливі цикли у графі та визначати, через які вершини та ребра вони проходять. Алгоритм DFS виконує рекурсивний обхід графа, зі збереженням інформації про вже відвідані вершини та ребра, що дозволяє виявляти цикли. Під час роботи алгоритму кожне ребро x_i та кожна вершина v_i розглядається тільки раз, що забезпечує ефективність пошуку.

Перехід від вершини v_j до v_{j+1} є ребром x_i , що їх пов'язує. За допомогою алгоритму пошуку у глибину можна переглянути всі можливі підграфи графа структури. Зв'язний циклічний підграф Q_i графа A має містити дерево [1]. Тому відбір зв'язного підграфа виконується з перевіркою на наявність у ньому дерева T_i .

Число циклічних підграфів Q_i , що проходять через дану ділянку x_i , обчислюється за формулою:

$$Q_i = S_n - S_{n-1}, \quad (5)$$

де S_n – загальне число зв'язних підграфів у графі структури A з даною ділянкою x_i , S_{n-1} – число зв'язних підграфів без ділянки x_i . Вираз дозволяє оцінити, скільки циклічних зв'язних підграфів проходять через конкретне ребро x_i .

Візьмемо структуру технічної системи (рис. 1). Її список зв'язності показано на рис. 2. Через усю структуру проходить $T_9 = 32$ різних остовних дерева, тобто вона має 32 різні граничні працездатні стани (рис. 2) та $Q_9 = 34$ циклічні підграфи (рис. 3). Якщо вилучити зі структури ділянку x_1 (позначимо ділянку x_1 через її кінці, що є вузлами 1–4), граф A перетвориться на підграф A' . Число остовних дерев отримає значення $T'_8 = 21$. За допомогою алгоритму пошуку у глибину число циклічних підграфів визначимо $Q'_8 = 26$. Число T і число Q зменшились відповідно на числа підграфів, що проходили через ділянку x_{1-4} .

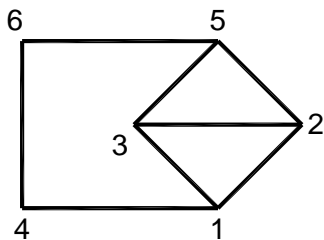


Рис. 1. Структура технічної системи

1	2	3	4
2	1	3	5
3	1	2	5
4	1	6	
5	2	3	6
6	4	5	

Рис. 2. Список зв'язності структури

Через ділянки $x_{1-4}, x_{4-6}, x_{5-6}$ проходить 24 різних остовних дерева ($T_{1-4} = T_i - T_j = 24$) та 28 різних циклічних підграфів ($Q_{1-4} = Q_i - Q_j = 28$) структури. Вони є ключовими для підтримки зв'язності мережі, адже забезпечують найбільшу кількість резервованих шляхів. Натомість найменш важливою ділянкою для цієї структури є ребро x_{2-3} . Через нього проходить найменша кількість остовних дерев ($T_{2-3} = 16$) та циклічних підграфів ($Q_{2-3} = 26$).

У разі виходу з ладу ділянки x_{2-3} мережа залишиться працездатною значно більшою мірою, ніж у разі видалення будь-якої з більш важливих ділянок, як-от $x_{1-4}, x_{4-6}, x_{5-6}$. Структурна надлишковість, реалізована іншими зв'язками, дозволяє зберігати зв'язність графа навіть у разі втрати цього ребра. Для оцінювання надійності кожного елемента структури використовується сукупність усіх зв'язних підграфів, що включають як остовні дерева, так і циклічні підграфи. Надійність визначається за формулою:

$$F_i = T_i + Q_i \tag{6}$$

де F_i – загальна кількість зв'язних підграфів, що проходять через окрему ділянку x_i , T_i – кількість остовних дерев, які включають цю ділянку, Q_i – кількість циклічних підграфів, що проходять через дану ділянку. Для проведення аналізу впливу кожної ділянки на загальну надійність структури технічної системи врахуємо відношення кількості зв'язних підграфів через окрему ділянку до загальної кількості підграфів у структурі. Це відношення обчислюється за формулою:

$$C_i = \frac{F_i}{F}, \tag{7}$$

де C_i – частка зв'язних підграфів, що проходять через ділянку x_i , F_i – кількість зв'язних підграфів, пов'язаних із даною ділянкою, F – загальна кількість зв'язних підграфів у всій структурі, які можуть існувати за заданої топології графа A .

На рис. 4 зображено розподіл чисел остовних дерев, що проходять через ділянки структури. Найбільша кількість остовних дерев проходить через ділянки x_{1-4}, x_{4-6} та x_{5-6} – по 24 дерева для кожної. Ділянки x_{2-3} та x_{3-5} мають 16 і 18 остовних дерев відповідно, що свідчить про меншу важливість цих ребер для мінімальної зв'язності. Якщо видалити ребро із 24-ма остовними деревами, структура втратить значну частину своєї надійності, тоді як видалення ділянки x_{2-3} значно менше вплине на працездатність системи.

Розподіл чисел циклічних підграфів, що проходять через ділянки структури, показано на рис. 5. Найбільше циклічних підграфів проходить через ділянки x_{1-4}, x_{4-6} та x_{5-6} – по 28 циклів кожна. Ділянки x_{2-3}, x_{3-5} та x_{1-5} мають по 26 циклів. Їхня роль менш важлива, що підтверджує дані з рис. 4 про меншу значущість цих ребер.

На рисунку 6 представлено розподіл чисел усіх зв'язних підграфів через ділянки структури. Найбільша загальна кількість зв'язних підграфів припадає на ділянки x_{1-4}, x_{4-6} та x_{5-6} – по 52 підграфи на кожна. Ділянка x_{2-3} має 42 зв'язних підграфи, що є найменшим показником серед усіх ребер. Її видалення не призведе до значного зниження працездатності системи завдяки надлишковим шляхам через інші ділянки.

Ключовими ділянками є x_{1-4} , x_{4-6} та x_{5-6} , оскільки вони мають найбільшу кількість остовних дерев (24), циклічних підграфів (28) і загальних зв'язних підграфів (52). Найменш важливою є x_{2-3} , через яке проходить лише 16 остовних дерев, 26 циклів і 42 загальних підграфи. Для забезпечення максимальної надійності технічної системи необхідно контролювати стан ділянок x_{1-4} , x_{4-6} та x_{5-6} .

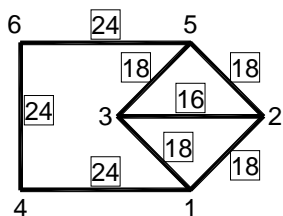


Рис. 4. Розподіл чисел остовних дерев, що проходять через ділянки структури

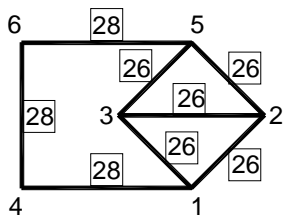


Рис. 5. Розподіл чисел циклічних підграфів, що проходять через ділянки структури

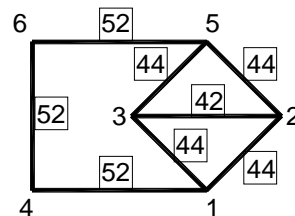


Рис. 6. Розподіл чисел усіх зв'язних підграфів по ділянках структури

На рис. 7 представлено відносний розподіл зв'язних підграфів по ділянках структури технічної системи, що дозволяє визначити топологічну важливість кожного елемента. Аналіз базується на кількісній оцінці зв'язності, яка враховує зв'язні підграфи, що проходять через кожну ділянку системи. Загальне число зв'язних підграфів становить $F = 32 + 34 = 66$. Кожна ділянка має свій відносний показник важливості C_i , який обчислюється як частка кількості підграфів, що проходять через ділянку x_i , до загальної кількості підграфів у системі. Значення C_i показують, наскільки критичною є окрема ділянка для підтримки зв'язності системи. Наприклад, ділянки з коефіцієнтом $C_i = 0,788$ є найбільш критичними, оскільки їх відмова значно знижує працездатність системи. Навпаки, ділянки з меншими значеннями C_i , наприклад 0,636, мають менший вплив на загальну зв'язність і можуть бути вилучені без значного ризику для працездатності системи.

Комплексний аналіз графа технічної системи дозволяє оцінити її надійність, виявити критичні та надлишкові елементи. Збільшення кількості циклічних підграфів і остовних дерев підвищує стійкість системи до відмов, забезпечує стабільність функціонування навіть у разі виходу з ладу окремих компонентів. Це робить методику корисною для проєктування, аналізу та модернізації інженерних систем і мереж.

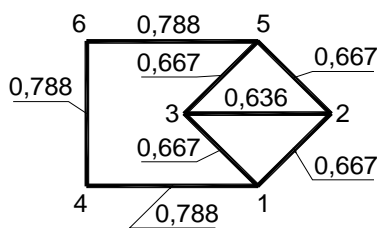


Рис. 7. Оцінка критичності ділянок структури технічної системи на основі топологічного аналізу

Висновки

Аналіз остовних дерев і циклічних підграфів дозволяє ідентифікувати найбільш важливі ділянки структури. Ділянки з найбільшою кількістю остовних дерев і циклів є критичними для загальної зв'язності системи. Циклічні підграфи є індикатором структурної надлишковості. Вони забезпечують альтернативні шляхи для зв'язності в разі виходу з ладу окремих елементів. Збільшення числа циклічних підграфів підвищує стійкість системи до відмов. Важливість кожної ділянки визначається кількістю зв'язних підграфів, які через неї проходять. Чим більше таких підграфів, тим критичніша роль ділянки. Ділянки з меншою кількістю зв'язних підграфів мають обмежений вплив на працездатність системи. Отримані результати можуть використовуватись для оптимізації проєктування мереж і технічних систем, дозволяють сфокусувати увагу на захисті найбільш критичних елементів.

Список використаної літератури

1. Bouziane B., Belouchrani A., Benyettou A. Reliability Analysis of Electrical Power System Using Graph Theory and Reliability Block Diagram. *Proceedings IEEE International Conference on Industrial Technology*. Melbourne, Australia, February 13–15, 2019. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8713175> (дата звернення: 01.04.2025).
2. Colbourn C.J., Dinitz J.H. (Eds.). *The CRC Handbook of Combinatorial Designs*. Boca Raton : CRC Press, 1996. 753 p.
3. Ball M.O., Provan J.S. Calculating bounds on reachability and connectedness in stochastic networks. *Networks*. 1983. Vol. 13, № 2. P. 253–278.
4. Ball M.O. Computational Complexity of Network Reliability Analysis: An Overview. *IEEE Transactions on Reliability*. 1986. Vol. 35, № 3. P. 230–239.
5. Colbourn C.J. *The Combinatorics of Network Reliability*. Oxford : Oxford University Press, 1987. 206 p.
6. Ball M. O. Complexity of network reliability computations. *Networks*. 1980. Vol. 10, № 2. P. 153–165.
7. Provan J.S., Ball M.O. The complexity of counting cuts and of computing the probability that a graph is connected. *Journal on Computing*. 1983. Vol. 12, № 4. P. 777–788.
8. Shier D.R. *Network Reliability and Algebraic Structures*. Oxford : Clarendon Press, 1991. 280 p.
9. Reinschke K.J. Graph-theoretic approach to symbolic analysis of linear descriptor systems. *Linear Algebra and its Applications*. 1994. Vol. 197–198. P. 217–244.
10. Reinschke K.J. Graph-theoretic characterization of fixed modes in centralized and decentralized control. *International Journal of Control*. 1984. Vol. 40, № 3. P. 449–465.
11. Röbenack K., Reinschke K.J. On generalized inverses of singular matrix pencils. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*. 2011. Vol. 21, № 1. P. 161–172.

References

1. Bouziane, B., Belouchrani, A., & Benyettou, A. (2019, February 13–15). Reliability analysis of electrical power system using graph theory and reliability block diagram. In *IEEE International Conference on Industrial Technology* (Melbourne, Australia). Retrieved from: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8713175> [in English].
2. Colbourn, C.J., & Dinitz, J.H. (Eds.). (1996). *The CRC handbook of combinatorial designs*. CRC Press [in English].
3. Ball, M.O., & Provan, J.S. (1983). Calculating bounds on reachability and connectedness in stochastic networks. *Networks*, 13 (2), 253–278 [in English].
4. Ball, M.O. (1986). Computational complexity of network reliability analysis: An overview. *IEEE Transactions on Reliability*, 35 (3), 230–239 [in English].
5. Colbourn, C.J. (1987). *The combinatorics of network reliability*. Oxford University Press [in English].
6. Ball, M.O. (1980). Complexity of network reliability computations. *Networks*, 10 (2), 153–165 [in English].
7. Provan, J.S., & Ball, M.O. (1983). The complexity of counting cuts and of computing the probability that a graph is connected. *Journal on Computing*, 12 (4), 777–788 [in English].
8. Shier, D.R. (1991). *Network reliability and algebraic structures*. Clarendon Press [in English].
9. Reinschke, K.J. (1994). Graph-theoretic approach to symbolic analysis of linear descriptor systems. *Linear Algebra and its Applications*, 197–198, 217–244 [in English].
10. Reinschke, K.J. (1984). Graph-theoretic characterization of fixed modes in centralized and decentralized control. *International Journal of Control*, 40 (3), 449–465 [in English].
11. Röbenack, K., & Reinschke, K.J. (2011). On generalized inverses of singular matrix pencils. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 21 (1), 161–172 [in English].

Усенко Валерій Григорович – д.т.н., професор кафедри будівництва та цивільної інженерії Національного університету «Полтавська політехніка імені Юрія Кондратюка». E-mail: valery_usenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4937-6442.

Valery Hryhorovych Usenko – Doctor of Technical Sciences, Professor at the Department of Construction and Civil Engineering of the National University “Yuriy Kondratyuk Poltava Polytechnic”. E-mail: valery_usenko@ukr.net, ORCID: 0000-0002-4937-6442.

А.В. УСОВ, Ю.І. ЗАЙЧИК, М.В. САВІН, Ю.Є. СІКІРАШ
 Національний університет «Одеська політехніка»

МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ДЕФЕКТІВ У ФЕРОМАГНІТНИХ ВИРОБАХ НА ЯКІСТЬ ОБРОБКИ НА ФІНІШНИХ ОПЕРАЦІЯХ

Для забезпечення якості оброблюваних поверхонь необхідно за функціональними зв'язками між фізико-механічними властивостями матеріалів і параметрами на фінішних операціях підбирати такі режими обробки й характеристики інструменту, щоб поточні значення температури шліфування $T(x, y, \tau)$ і теплового потоку $q(y, \tau)$ напружень $\sigma_{p, \max}$ і сил шліфування PY, PZ , коефіцієнта інтенсивності $KI (S, \alpha, \sigma_{p, \max})$ не перевищували їхніх питомих значень, для дефектів визначених геометричних розмірів, що містяться в поверхневому шарі й мають спадкоємний характер гарантувати необхідну якість робочих поверхонь виробів. У роботі розглянута математична постановка завдання з виявлення дефектів у ферромагнітних деталях від попередніх операцій за їх намагнічування. Отримано математичні вирази для оцінювання геометричної форми та глибини розміщення дефекту на поверхні деталі за результатами вимірювання розподілу магнітної індукції на її поверхні. Механізм утворення технологічних тріщин на фінішних операціях поверхні деталей із фотокерамічних матеріалів розглядається з позиції гіпотези про «найслабшу» ланку, яку розуміють як спадкоємний дефект, розмір якого вибирається за критерій бездефектної обробки. Отримані аналітичні умови не розвинення структурних дефектів у магістральні тріщини, які залежать від коефіцієнта тріщиностійкості, фізико-механічних характеристик, а також від значення контактної температури ТК обробки, яка визначається режимною частиною. У результаті виконаних досліджень створено інформаційне забезпечення технологічних можливостей для бездефектної обробки виробів із матеріалів, схильних до тріщиноутворення, що полягає в установленні розрахункових залежностей щодо визначення впливу спадкових дефектів, сформованих від попередніх операцій, на тріщиностійкість поверхневого шару на фінішних операціях, технологічних умов обробки з урахуванням накопичених пошкоджень і неоднорідностей у поверхневому шарі деталей із матеріалів і сплавів, особливо схильних до тріщиноутворення у процесі обробки, що має велике народногосподарське значення для зменшення дефектів на фінішних операціях і покращення експлуатаційних властивостей деталей машин.

Ключові слова: спадкоємний дефект, тріщиноутворення, фінішна операція, ферромагніти моделювання, аналітичні залежності.

A.V. USOV, YU.I. ZAICHIK, M.V. SAVIN, YU.YE. SIKIRASCH
 Odessa National Polytechnic University

MODELING THE IMPACT OF DEFECTS IN FERROMAGNETIC PRODUCTS ON THE QUALITY OF PROCESSING IN FINISHING OPERATIONS

To ensure the quality of processed surfaces, it is necessary, based on the functional relationships between the physical and mechanical properties of materials and parameters during finishing operations, to select machining conditions and tool characteristics such that the current grinding temperature values $T(x, y, \tau)$, thermal flux $q(y, \tau)$, maximum stresses $\sigma_{p, \max}$, grinding forces PY, PZ , and intensity coefficient $KI (S, \alpha, \sigma_{p, \max})$ do not exceed their specific values. These values should consider defects of certain geometric dimensions located in the surface layer; having an inherited nature, thus ensuring the required quality of the product's working surfaces. This study addresses the mathematical formulation of the problem of detecting defects in ferromagnetic components resulting from previous operations during their magnetization. Mathematical expressions were derived to assess the geometric shape and depth of defect placement within the surface of a component based on measurements of magnetic induction distribution on its surface. The mechanism of technological crack formation during finishing operations on surfaces of ferro ceramic materials is considered from the viewpoint of the "weakest link" hypothesis, defined as an inherited defect whose size serves as a criterion for defect-free processing. Analytical conditions for preventing structural defects from developing into main cracks were established. These conditions depend on fracture toughness, physical and mechanical characteristics, and the contact temperature TK during processing, determined by operational parameters. As a result of the research informational support was developed for technological capabilities to achieve defect-free processing of products made from materials prone to cracking. This support involves establishing calculation dependencies to determine the influence of inherited defects formed during previous operations on the crack resistance of the surface layer during finishing operations. It includes technological processing conditions that account for accumulated damages and inhomogeneities in the surface layer of parts made from materials and alloys particularly susceptible to crack formation. This development holds significant economic importance by reducing defects in finishing operations and enhancing the operational properties of machine parts.

Key words: inherited defect, crack formation, finishing operation, ferromagnetic modeling, analytical dependencies.

Постановка проблеми

Для якісної обробки деталей із феромагнітних матеріалів на фінішних операціях необхідно мати інформацію про наявність у поверхневому шарі спадкоємних дефектів, розміри та глибина залягання яких впливають на тріщиноутворення на оброблюваних поверхнях під дією термомеханічних явищ, що супроводжують вказані операції. Магнітні методи контролю якості феромагнітних матеріалів і деталей із них є одними з найбільш поширених видів дефектоскопії [1]. У їхній основі лежить ресстрація магнітного поля на поверхні деталі внаслідок наявності дефекту. Індикаторами поля можуть бути датчики Холла, магнітні діоди, магнітна стрічка, як проміжний носій інформації. Після запису на магнітну стрічку зчитування інформації виконується за допомогою індукційних головок. Методи магнітного контролю потребують обов'язкового намагнічування деталей і пошуку на їхніх поверхнях незначних магнітних полів, що називають полями розсіювання дефекту [2; 3]. Такими засобами перевіряють феромагнітні лопатки турбін, вали, зубчасті колеса й інші відповідальні деталі машин.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У роботі розглянута математична постановка завдання з виявлення дефектів у феромагнітних деталях під час їх намагнічування. Отримано математичні вирази для оцінювання геометричної форми та глибини розміщення дефекту під поверхнею деталі за результатами вимірювання розподілу магнітної індукції на її поверхні.

Під час намагнічування феромагнітних деталей змінним струмом дефект, який залягає у глибині деталі немагнітного матеріалу, спотворює картину магнітного поля і частково витісняє його над поверхнею деталі. Було поставлене таке завдання: за результатами вимірювання розподілу величини індукції магнітного поля на поверхні деталі й задання величини індукції магнітного поля намагнічування, розрахувати глибину розміщення і дати оцінку форми дефекту під поверхнею деталі.

Розглянемо математичні основи поставленого завдання. На рис. 1 схематично показано розміщення під поверхнею деталі із феромагнітного матеріалу на глибині h дефекту циліндричної форми радіусом R . Деталь намагнічується джерелом магнітного поля. Зазвичай дефекти мають форму витягнутого вздовж однієї осі еліпса. Якщо намагнічувати вздовж цієї осі, то магнітне поле розсіювання буде незначним порівняно з намагнічуванням поперек осі. Тому важливо встановити найбільш ефективний напрямок намагнічування. Опір дефекту магнітному полю намагнічування повинен бути найбільш можливим. Тому за розрахункову модель вибрано циліндр, що чинить опір магнітному полю намагнічування, розтином якого є круг (рис. 1).

Магнітна індукція магнітного поля намагнічування B_0 задається джерелом намагнічування. Магнітна проникність матеріалу деталі μ_f . Необхідно встановити розподіл індукції магнітного поля, що витісняється дефектом на поверхню деталі. Поставлене завдання описується диференціальним рівнянням Лапласа, яке в полярних координатах для векторного магнітного потенціалу $A(\varphi, r)$ має вигляд [4]:

$$\frac{\partial^2 A(\varphi, r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A(\varphi, r)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 A(\varphi, r)}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (1)$$

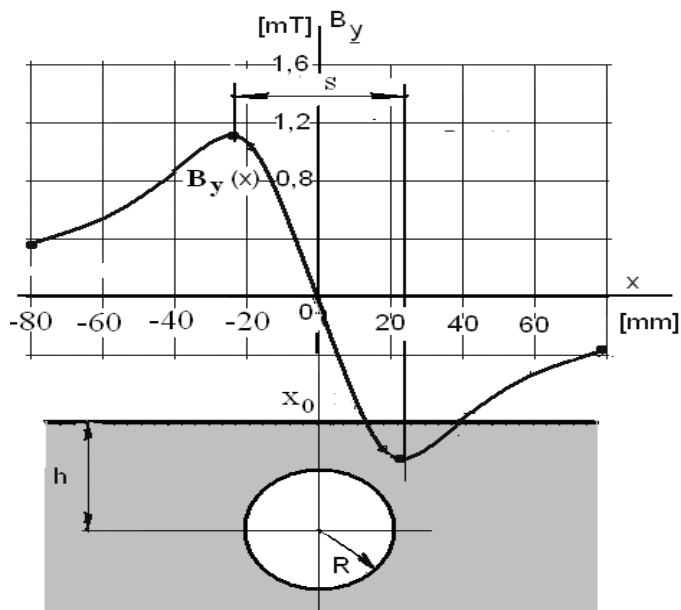


Рис. 1. Розподіл нормального складника вектора магнітної індукції $\vec{B}_y(x)[mT]$ на поверхні деталі вздовж осі $x, [mm]$ від центра дефекту

Розв’язання поставленої задачі отримано з використанням інтегральних рівнянь Фредгольма другого роду та принципу дзеркальних відображень [5; 6]. Спочатку розглянемо задачу без урахування впливу поверхні деталі. Дефект циліндричної форми розташований у необмеженому феромагнітному просторі (рис. 2).

У полярних координатах вираз для векторного магнітного потенціалу будемо шукати так: $A(\varphi, r) = C(\varphi) \cdot r + \frac{D(\varphi)}{r}$, де $C(\varphi)$ і $D(\varphi)$ – невідомі функції аргументу φ . Для області, зайнятої дефектом, запишемо:

$$A_1(\varphi, r) = C_1(\varphi) \cdot r + \frac{D_1(\varphi)}{r}, \tag{2}$$

для області, зайнятої феромагнетиком:

$$A_2(\varphi, r) = C_2(\varphi) \cdot r + \frac{D_2(\varphi)}{r}, \tag{3}$$

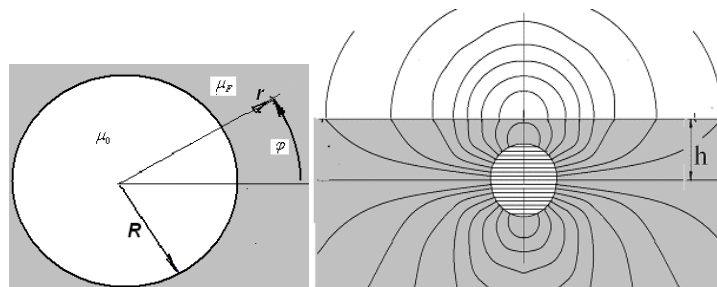


Рис. 2. Циліндричний дефект у необмеженому просторі та картина розсіювання дефектом магнітного поля у формі магнітних силових ліній

Складники вектора магнітної індукції:

$$B_r(\varphi, r) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A}{\partial \varphi} = \frac{\partial C(\varphi)}{\partial \varphi} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial D(\varphi)}{\partial \varphi}, \quad (4)$$

$$B_\varphi(\varphi, r) = -\frac{\partial A}{\partial r} = -C(\varphi) + \frac{1}{r^2} \cdot D(\varphi), \quad (5)$$

а невідомі функції $C_1(\varphi)$, $C_2(\varphi)$ і $D_1(\varphi)$, $D_2(\varphi)$ для кожної з областей, відповідно, знаходяться через крайові умови з урахуванням фізичних особливостей магнітного поля в окремих точках. У точці $r = 0$ векторний магнітний потенціал не може досягати нескінченності. Тому $D_1(\varphi) = 0$. У полярних координатах складники вектора магнітної індукції будуть: $B_r = B_0 \cdot \cos \varphi$ і $B_\varphi = B_0 \cdot \sin \varphi$.

Тому в області феромагнетика: $C_{2\varphi} = B_0 \cdot \sin \varphi$. На межі розподілу двох областей мають виконуватися такі крайові умови: $B_{1r} = B_{2r}$ і $B_{1\varphi} = B_{2\varphi}$. Після врахування вищесказаних умов у (4) і (5) отримаємо систему рівнянь для двох невідомих функцій:

$$\frac{\partial C_1(\varphi)}{\partial \varphi} = \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial D_2(\varphi)}{\partial \varphi} + B_0 \cdot \cos \varphi,$$

$$-\frac{1}{\mu_0} \cdot C_1(\varphi) = -\frac{1}{\mu_F} \cdot B_0 \cdot \sin \varphi + \frac{1}{\mu_F} \cdot \frac{1}{R^2} \cdot D_2(\varphi).$$

Мета дослідження

Запишемо вирази для векторного магнітного потенціалу та складників вектора магнітної індукції магнітного поля розсіювання дефектом.

Для області в середині дефекту:

$$A_1(\varphi, r) = \frac{2 \cdot \mu_0}{\mu_F + \mu_0} \cdot B_0 \cdot r \cdot \sin \varphi, \quad (6)$$

$$B_{1r}(\varphi, r) = \frac{2 \cdot \mu_0}{\mu_F + \mu_0} \cdot B_0 \cdot \cos \varphi, \quad (7)$$

$$B_{1\varphi}(\varphi, r) = -\frac{2 \cdot \mu_0}{\mu_F + \mu_0} \cdot B_0 \cdot \sin \varphi. \quad (8)$$

Для області за межами дефекту:

$$A_2(\varphi, r) = B_0 \cdot r \cdot \sin \varphi - \frac{\mu_F - \mu_0}{\mu_F + \mu_0} \cdot B_0 \cdot R^2 \cdot \frac{1}{r} \cdot \sin \varphi, \quad (9)$$

$$B_{2r}(\varphi, r) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A}{\partial \varphi} = B_0 \cdot \cos \varphi - \frac{\mu_F - \mu_0}{\mu_F + \mu_0} \cdot B_0 \cdot R^2 \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \cos \varphi, \quad (10)$$

$$B_{2\varphi}(\varphi, r) = -\frac{\partial A}{\partial r} = -B_0 \cdot \sin \varphi - \frac{\mu_F - \mu_0}{\mu_F + \mu_0} \cdot B_0 \cdot R^2 \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \sin \varphi. \quad (11)$$

Тангенціальний складник у феромагнітній області має вигляд:

$$B_{1xx} = B_0 + \frac{(\mu_F - \mu_0) \cdot R^2 \cdot B_0 \cdot [h^2 - (x - x_0)^2]}{(\mu_F + \mu_0) \cdot [(x - x_0)^2 + h^2]^2}. \quad (12)$$

У неферомагнітній області $B_{2xx} = \frac{\mu_0}{\mu_F} \cdot B_{1xx}$. Величина цього складника буде на два, а то й на три порядки менше. Тобто зовні її впливом можна знехтувати. Проте нормальний складник нерозривний:

$$B_{2sy} = B_{1sy} = \frac{2 \cdot (\mu_F - \mu_0) \cdot (x - x_0) \cdot h}{(\mu_F + \mu_0) \cdot [(x - x_0)^2 + h^2]^2} \cdot R^2 \cdot B_0. \quad (13)$$

Аналіз виразу (13) показує, що в точці $x = x_0$ нормальний складник проходить через нуль. Максимуми нормального складника розміщуються симетрично нуля на відстані $s = \frac{2 \cdot h}{\sqrt{3}}$ один від одного. У цих точках величина нормального складника дорівнює

$$B_{xm} = \frac{(\mu_F - \mu_0)}{(\mu_F + \mu_0)} \cdot \frac{9 \cdot R^2}{8 \cdot \sqrt{3} \cdot h^2} \cdot B_0. \quad (14)$$

Результати аналізу нормального складника дозволяють оцінити глибину розміщення дефекту:

$$h = 0,5 \cdot s \cdot \sqrt{3},$$

за максимальним значенням величини нормального складника його радіус

$$R = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\mu_F + \mu_0}{\mu_F - \mu_0} \cdot \frac{B_{ym}}{B_0} \cdot h}. \quad (15)$$

Виклад основного матеріалу дослідження

Механізм утворення технологічних тріщин на оброблюваній поверхні деталей із ферокерамічних матеріалів також можна вивчати з позицій гіпотези про «найслабшу» ланку, яку розуміють як структурний параметр, розмір якого вибирається за критерій бездефектної обробки за формулою [7; 8]:

$$R_0 < \frac{K_C^2}{\pi [GT_k (1 + \nu) \alpha_t]^2}. \quad (16)$$

Формула (16) дає простий достатній критерій, за якого тріщиноподібний дефект R_0 не перетвориться на основну тріщину.

Якщо включення мають форму еліпса, то в результаті миттєвого локального нагрівання поверхневого шару магніту в зоні контакту може утворитися дископодібна тріщина. Адже під час шліфування під впливом як термопружних напружень, так і сил різання на берегах дископодібного дефекту радіусом R уздовж осі цього дефекту виникають сили P [9]:

$$P = G(1 + \nu) \alpha_t T_k \iint_{(S)} (\bar{n}_z, \bar{ds}) = G(1 + \nu) \alpha_t T_k S_0, \quad (17)$$

де S_0 – площа проєкції межі дефекту на площині тріщини.

Коефіцієнт інтенсивності напружень визначається для цього випадку за формулою:

$$K_I = \frac{P}{(\pi R)^{3/2}}. \quad (18)$$

За допомогою в'язкості, руйнування феритів за знайденого радіуса дископодібного дефекту, який за дотримання умов:

$$R \leq \frac{1}{\pi} \left[\frac{G(1 + \nu) \alpha_t T_k S_0}{K_{IC}} \right]^{2/3} \quad (19)$$

не переросте в основну тріщину. А в разі еліпсоїдальної форми маємо:

$$S = 4ab, \quad R = \frac{1}{\pi} \left[\frac{4G(1 + \nu) \alpha_t ab T_k}{K_{IC}} \right]^{2/3}. \quad (20)$$

Тут a і b – головні півосі еліпса в поперечному перерізі еліпсоїда дископодібної тріщини.

Отримані аналітичні умови (16), (19), (20) рівноваги структурних дефектів, розмір R (у разі «найслабшої» ланки), залежать від коефіцієнта тріщиностійкості K_{IC} , коефіцієнтів ν , G , α_t , а також від значення контактної температури T_k , яка визначається режимною частиною на фінішних операціях.

У розробленні технологічних критеріїв управління процесом бездефектної обробки було враховано, що цей процес є багатофакторним. На якість поверхневого шару під час обробки деталей впливають фізико-механічні властивості оброблюваного металу, його структура, режими шліфування та характеристики круга, умови попередньої обробки просоченнями мастильно-охолоджувальними середовищами (далі – МОС) інструменту, а також характеристики використовуваних охолоджувальних і мастильних рідин.

Тому, щоб забезпечити якість оброблених поверхонь, необхідно за функціональними зв'язками між фізико-механічними властивостями матеріалів і параметрами процесу шліфування підбирати такі режими обробки, МОС і характеристики інструменту таким чином, щоб поточні значення температури шліфування $T(x, y)$ ті теплового потоку $q(y, \tau)$ напруги $\sigma_{p, \max}$ і сил шліфування P_y, P_z , коефіцієнта інтенсивності $K_I(S, \alpha, \sigma_{p, \max})$ не перевищували їхніх питомих значень, для дефектів визначених геометричних розмірів, гарантували необхідну якість поверхневого шару [9; 10].

Розглянемо систему граничних нерівностей, які дозволяють перейти до побудови алгоритму вибору технологічних параметрів, що забезпечують необхідну якість оброблених поверхонь.

Під час вивчення кінетики температурного поля деталі з урахуванням особливостей різання одиничними зернами інструменту було встановлено, що вона складається з регулярних (постійних) і миттєвих (імпульсних) компонентів. Імпульсний складник – T_m описує температурний стан оброблюваної поверхні безпосередньо під ріжучим зерном. Постійний складник – T_k характеризує нагрівання поверхні виробу в зоні обробки в результаті комбінованого впливу багатьох зерен інструменту.

Незважаючи на невелику тривалість дії, миттєву температуру, на оброблювану поверхню і швидко її загасання за глибиною, вона, проте, бере участь у формуванні структурно

напруженого стану тонкого поверхневого шару деталі. Тому граничні нерівності величини самої температури і глибини її поширення будуть відповідно рівні [9]:

$$T(x, y, \tau) = \frac{C}{2\pi\lambda} \sum_{k=0}^n H\left(\tau - \frac{kl}{V_{kp}}\right) H\left(\frac{L+kl}{V_{kp}}\right) \int_{\tau_1}^{\tau_2} f(\tau, \tau') d\tau' \leq [T]_M, \quad (21)$$

$$T([h], 0, \tau) = \frac{C}{2\pi\lambda} \sum_{k=0}^n H\left(\tau - \frac{kl}{V_{kp}}\right) H\left(\frac{L+kl}{V_{kp}}\right) \int_{\tau_1}^{\tau_2} \psi(\tau, \tau') d\tau' \leq [T]_{сп}, \quad (22)$$

$$\text{де } \psi(\tau, \tau') = \exp\left[-\frac{V_{\delta}(kl - V_{kp}\tau')}{2a} - \frac{V_{\delta}^2(\tau - \tau')}{4a} - \frac{(kl - V_{kp}\tau')^2 + [h]^2}{4a(\tau - \tau')}\right], \quad (23)$$

$[T]_{сп}$ – допустима температура функціональних властивостей цього матеріалу; $[h]$ – гранично допустима глибина втрат їхніх властивостей.

У низці випадків втрата якості поверхневого шару стає значною тільки за поширення структурних перетворень на деяку глибину, величина якої визначається умовами експлуатації виробів і, можливо, побічно, задається технічними умовами. Граничні значення цієї глибини визначаються зоною більш глибоких прогрівів, тобто постійним складником температурного поля. Граничні нерівності в даному разі полягають у такому [9]:

$$T_k(o, y, \tau) = \frac{CV_{kp}}{\pi\lambda l \sqrt{V_g}} \int_0^{\tau} \int_{-e}^e \frac{x(r, t) e^{\frac{(y-r)^2}{4(\tau-t)}}}{2\sqrt{\pi(\tau-t)}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi(\tau-t)}} + \gamma e^{y^2(\tau-t)} [1 + \Phi(\gamma\sqrt{\tau-t})] \right\} dr dt \leq T_{cmp}, \quad (24)$$

$$T_k([h], 0) = \frac{CV_{kp}}{\pi\lambda l \sqrt{V_g}} \int_0^{\sqrt{D_{mul}}} \sqrt{[h]^2 + y'^2} e^{-\frac{V_{\delta}y'}{2a}} K_{1/2}\left(\frac{V_{\delta}}{2a} \sqrt{y'^2 + [h]^2}\right) dy' \leq [T]_{np}, \quad (25)$$

$$T_k^{\max}(L, 0) \frac{CV_{kp}a}{\lambda l V_g^2} \sqrt{\frac{a}{\pi}} \left[1 - \exp\left(-\frac{V_{\delta}\sqrt{Dt_{mul}}}{a}\right) \right] \leq [T]_{c.n.} \quad (26)$$

В останній нерівності як граничний коефіцієнт використовується гранична температура на поверхні ($X = 0$).

Формування шліфувальних тріщин залежить від величини тимчасових напружень, що утворюються в поверхневому шарі під впливом термомеханічних явищ, що супроводжують цей процес. Максимальні напруги виникають у зоні інтенсивного охолодження. Тому структура керівної нерівності для бездефектної обробки в даному разі буде такою [10; 11]:

$$\sigma_{\max}(x, \tau) = 2G \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_t T_k^{\max} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) \leq [\sigma]_{nc}. \quad (27)$$

Феноменологічний підхід до оцінювання явищ крекінгу металу під час шліфування не враховує багатьох технологічних чинників, зокрема, впливу режимів термічної обробки цих металів і дефектності їхньої структури, пов'язаної з попередніми видами механічної обробки. Тому необхідна наявність більш «чутливого» граничного параметра, структура якого включала б функціональні зв'язки технологічних параметрів алмазно-абразивної обробки і враховувала технологічну спадковість [12].

Як такий можна використовувати обмеження коефіцієнта інтенсивності напружень, за встановлених його співвідношеннях з технологічними параметрами, основним критерієм тріщиностійкості металів – коефіцієнтом K_{1C} , тобто [11; 12]:

$$K_1 = \frac{1}{\pi\sqrt{l}} \int_{-l}^l \sqrt{\frac{l+t}{l-t}} \{ \sigma_{xx}, \sigma_{yy} \} dt \leq K_{1C}, \quad (28)$$

де $2l$ – характерний лінійний розмір конструктивного дефекту.

Бездефектна обробка матеріалів із низькими механічними характеристиками можлива, якщо обмежити ріжучі зусилля, зокрема тангенціальний складник – P_z і знизити коефіцієнт тертя інструменту з оброблюваним металом – ρ .

Отже, з досліджень впливу сил різання на напружений стан поверхневого шару можна побудувати ще одну додаткову умову бездефектної обробки [11]:

$$P_z \leq \frac{\pi\sqrt{Dt_{\text{ши}}}}{KP^2 \sin \pi\theta} \left[[\tau]_C - \frac{E\rho\sqrt{Rt}}{2(1-\nu^2)\sqrt{R}} \right], \quad (29)$$

де $[\tau]$ – граничне значення дотичного напруження зсуву; $\theta = \frac{1}{\pi} \arctg \frac{1-2\nu}{2\rho(1-\nu)}$, ρ – мінімально можливе значення коефіцієнта тертя між абразивом і оброблюваним металом, що забезпечується застосуванням теплоносія та імпрегнуючих речовин; K – коефіцієнт співвідношення $\frac{P_y}{P_z}$.

Отримані нерівності пов'язують граничні характеристики температурного та силового полів із керівними технологічними параметрами. У них визначається діапазон комбінацій технологічних параметрів (режими, МОС, характеристики інструменту), що забезпечують необхідну якість робочих поверхонь виробів із ферокерамічних матеріалів [13; 14].

Висновки

У результаті виконаних досліджень створено інформаційне забезпечення технологічних можливостей для бездефектної обробки виробів із матеріалів, схильних до тріщиноутворення, що полягає в установленні розрахункових залежностей щодо визначення впливу спадкових дефектів, сформованих від попередніх операцій, на тріщиностійкість поверхневого шару на фінішних операціях, технологічних умов обробки, з урахуванням накопичених пошкоджень і неоднорідностей у поверхневому шарі деталей із матеріалів і сплавів, особливо схильних до тріщиноутворення у процесі обробки, що має велике народногосподарське значення для зменшення дефектів на фінішних операціях і підвищення експлуатаційних властивостей деталей машин.

Список використаної літератури

1. Фрайден Дж. Сучасні датчики : довідник. Київ : Техносфера, 2005. 589 с.
2. Ксюнин А.Г., Свеколкін Ф.Л. Розрахунок поля дефекту сталеві стрічки за її поздовжнього намагнічування. *Електромеханіка*. 1979. № 7. С. 573–576.
3. Троїцький В.А., Радько В.П., Демидко В.Г. Дефекти зварювальних з'єднань і методи їх виявлення. Київ : Вища школа, 1983. 144 с.
4. Корн Г., Корн Т. Довідник з математики для наукових робітників та інженерів. Київ : Наукова думка, 2010. 832 с.
5. Тозоні О.В. Розрахунок електромагнітних полів на обчислювальних машинах. Київ : Техніка, 2007. 324 с.
6. Savin N.W. Einige mathematische Verfahren zur Berechnung elektrischer und magnetischer Felder. *Berichte des Rechenzentrum Graz*. 1984. Bericht № 102. 105 s.

7. Кит Г.С., Кривцун М.Г. Площинні задачі термопружності для тіл із тріщинами. Київ : Наукова думка, 2003. 280 с.
8. Usov A., Tonkonogy V., Rybak O. Modelling of Temperature Field and Stress-Strain State of the Workpiece with Plasma Coatings during Surface Grinding. *Machines*. 2019. Vol. 7, № 1. Article 20. DOI: 10.3390/machines7010020.
9. Моделювання систем : монографія / Г.О. Оборський та ін. Одеса : Астропринт, 2013. 664 с.
10. Davim J.P. Modern mechanical engineering: Research, development and education. Springer, 2014. DOI: 10.1007/978-3-642-45176-8.
11. Popov G.Ya. Selected works. Vol. 1–2. Odessa : VMV, 2007.
12. Ladopoulos E.G. Singular integral operators method for two-dimensional plasticity problems. *Computers & Structures*. 1989. Vol. 33, № 3. P. 859–865. DOI: 10.1016/0045-7949(89)90260-5.
13. Kunitsyn M., Usov A., Zaychyk Y. Information technologies of the analysis for models to ensure quality characteristics of the working surfaces during mechanical processing. *Advances in Design, Simulation and Manufacturing VI* / Ed. by V. Ivanov et al. Cham : Springer Nature Switzerland, 2023. P. 274–285. DOI: 10.1007/978-3-031-32767-4_26.
14. Bhargava G.K., Sharma P., Bhardwaj S., Sharma I. An introduction to hard ferrites: From fundamentals to practical applications. Materials Research Forum LLC, 2023.

References

1. Fryden, J. (2005). Suchasni datchyky [Modern sensors]. *Tekhnosfera*. [in Ukrainian].
2. Ksyunin, A.G., & Svekolkina, F.L. (1979). Rozrakhunok polya defekta stal'noi lenty pry prodol'nomu namagnichuvani [Calculation of defect field in steel tape under longitudinal magnetization]. *Elektromekhanika*, 7, 573–576 [in Ukrainian].
3. Troitskyi, V.A., Radko, V.P., & Demydko, V.G. (1983). Defekty zvaryuval'nykh z'yednan' i metody yikh vyyavlennya [Defects of welded joints and methods for their detection]. *Vyshcha shkola*. [in Ukrainian].
4. Korn, G., & Korn, T. (2010). Dovidnyk po matematytsi dlia naukovykh robotnykiv i inzheneriv [Mathematical handbook for scientists and engineers]. Naukova dumka. [in Ukrainian].
5. Tozoni, O.V. (2007). Rozrakhunok elektromahnitnykh poliv na obchyslyuval'nykh mashynakh [Calculation of electromagnetic fields on computers]. *Tekhnika*. [in Ukrainian].
6. Savin, N.W. (1984). Einige mathematische Verfahren zur Berechnung elektrischer und magnetischer Felder [Some mathematical methods for calculating electric and magnetic fields]. *Berichte des Rechenzentrum Graz – Reports from the Graz Computing Center*, Bericht № 102 [in German].
7. Kyt, H.S., & Kryvtsun, M.H. (2003). Ploshchynni zadachi termopruzhnosti dlia til z trishchynamy [Plane thermoelasticity problems for bodies with cracks]. *Naukova dumka* [in Ukrainian].
8. Usov, A., Tonkonogy, V., & Rybak, O. (2019). Modelling of temperature field and stress-strain state of the workpiece with plasma coatings during surface grinding. *Machines*, 7 (1), Article 20. <https://doi.org/10.3390/machines7010020> [in English].
9. Oborskyi, H.O., Dashchenko, O.F., Usov, A.V., & Dmytryshyn, D.V. (2013). Modeliuvannia system [System modeling]. *Astroprynt* [in Ukrainian].
10. Davim, J.P. (2014). Modern mechanical engineering: Research, development and education. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-45176-8> [in English].
11. Popov, G.Ya. (2007). Selected works (Vols. 1–2). VMV. [in Ukrainian].
12. Ladopoulos, E.G. (1989). Singular integral operators method for two-dimensional plasticity problems. *Computers & Structures*, 33 (3), 859–865. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(89\)90260-5](https://doi.org/10.1016/0045-7949(89)90260-5) [in English].
13. Kunitsyn, M., Usov, A., & Zaychyk, Y. (2023). Information technologies of the analysis for models to ensure quality characteristics of the working surfaces during mechanical

processing. In V. Ivanov, J. Trojanowska, I. Pavlenko, E. Rauch, & J. Pitel' (Eds.), *Advances in Design, Simulation and Manufacturing VI* (pp. 274–285). Springer Nature Switzerland. https://doi.org/10.1007/978-3-031-32767-4_26 [in English].

14. Bhargava, G.K., Sharma, P., Bhardwaj, S., & Sharma, I. (2023). An introduction to hard ferrites: From fundamentals to practical applications. *Materials Research Forum LLC*. [in English].

Усов Анатолій Васильович – д.т.н., професор, завідувач кафедри вищої математики та моделювання систем Національного університету «Одеська політехніка». E-mail: usov_a_v@op.edu.ua, ORCID: 0000-0002-3965-7611.

Зайчик Юрій Ігорович – аспірант кафедри вищої математики та моделювання систем Національного університету «Одеська політехніка». E-mail: yuriy.zaichik@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8577-1095.

Сікіраш Юлія Євгеніївна – аспірант кафедри вищої математики та моделювання систем Національного університету «Одеська політехніка». E-mail: u.e.sikirash@opu.ua, ORCID: 0000-0003-0853-582X.

Савін Микола Васильович – к.т.н., інженер-електрофізик, Комунальне некомерційне підприємство «Дитяча міська поліклініка № 6» Одеської міської ради. E-mail: Savin.Nirolai1950@gmail.com, ORCID: 0009-0004-6343-5535.

Usov Anatolii Vasylovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Higher Mathematics and System Modeling of the Odessa National Polytechnic University. E-mail: usov_a_v@op.edu.ua, ORCID: 0000-0002-3965-7611.

Zaichyk Yurii Ihorovich – Postgraduate Student at the Department of Higher Mathematics and System Modeling of the Odessa National Polytechnic University. E-mail: yuriy.zaichik@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8577-1095.

Sikirash Yuliia Yevheniivna – Postgraduate Student at the Department of Higher Mathematics and System Modeling of the Odessa National Polytechnic University. E-mail: u.e.sikirash@opu.ua, ORCID: 0000-0003-0853-582X.

Savin Mykola Vasilyovych – Candidate of Technical Sciences, Electrophysics Engineer, Municipal Non-profit Enterprise “Children’s City Clinic № 6” Odessa city Council. E-mail: Savin.Nirolai1950@gmail.com, ORCID: 0009-0004-6343-5535.

А.В. УСОВ, М.В. КУНІЦІН, В.М. ДАВИДЮК
Національний університет «Одеська політехніка»

ОПТИМІЗАЦІЯ ТЕРМОМЕХАНІЧНИХ ЯВИЩ НА ФІНІШНИХ ОПЕРАЦІЯХ ДЕТАЛЕЙ ІЗ МАТЕРІАЛІВ, СХИЛЬНИХ ДО ДЕФЕКТОУТВОРЕННЯ

Дослідження присвячене розробленню та застосуванню математичних моделей для оптимізації термомеханічних процесів, що відбуваються під час фінішних операцій обробки деталей із матеріалів, схильних до дефектоутворення. У статті аналізуються сучасні технологічні вимоги, пов'язані з обробкою магнітотвердих сплавів, фероцерамічних матеріалів і високоміцних сталей, де традиційні методи не завжди забезпечують необхідний баланс між продуктивністю та якістю обробки. Основною метою роботи є створення інтегрованої математичної моделі, яка враховує вплив температурних, силових та геометричних параметрів на формування дефектів, зокрема тріщин, у процесі фінішної обробки. У статті подано теоретичну базу для формалізації завдання багатокритеріальної оптимізації, що дозволяє уніфікувати різноманітні частинні критерії в єдину систему оцінювання якості робочої поверхні. Використання принципів теорії корисності сприяє розробленню моделі, яка описує нелінійний розподіл температурного поля, дифузійні процеси та виникнення силових напружень у зоні контакту інструмента з деталлю. Завдяки застосуванню спеціалізованих охолоджувально-змащувальних середовищ вдалося знизити адгезійні явища, що дозволило мінімізувати локальні температурні перегреви та зменшити ризик появи мікротріщин. Експериментальні дослідження підтвердили ефективність моделювання, оскільки встановлено чітку залежність коефіцієнта інтенсивності напружень від розміру дефектів і режимів фінішної обробки. Отримані результати дозволяють сформулювати практичні рекомендації для оптимізації технологічних параметрів, зокрема температури обробки, тривалості впливу теплового потоку та геометрії абразивного кола. Це сприяє не лише підвищенню якості оброблюваних поверхонь, але й зменшенню економічних витрат завдяки зниженню відсотка відбраку та підвищенню продуктивності виробництва. Отже, дослідження має значний практичний потенціал для впровадження інноваційних рішень у галузі термомеханічної обробки важкооброблюваних матеріалів. Розроблена методика математичного моделювання створює основу для подальших експериментальних перевірок і оптимізації виробничих процесів, що сприятиме підвищенню конкурентоспроможності підприємств у сучасних умовах високотехнологічного виробництва.

Ключові слова: термомеханічні явища, фінішна обробка, дефектоутворення, багатокритеріальна оптимізація, математичне моделювання.

A.V. USOV, M.V. KUNITSYN, V.M. DAVYDIUK
Odessa Polytechnic National University

OPTIMIZATION OF THERMOMECHANICAL PHENOMENA IN FINISHING OPERATIONS OF PARTS MADE OF MATERIALS PRONE TO DEFECT FORMATION

The study is devoted to the development and application of mathematical models for optimizing thermomechanical processes occurring during finishing operations of machining parts made of materials prone to defect formation. The article analyzes the modern technological requirements associated with the processing of magnetically hard alloys, ferroceramic materials, and high-strength steels, where traditional methods do not always provide the necessary balance between productivity and processing quality. The main goal of the work is to create an integrated mathematical model that takes into account the influence of temperature, force, and geometric parameters on the formation of defects, including cracks, during finishing. The article presents a theoretical framework for formalizing the problem of multicriteria optimization, which allows unifying various partial criteria into a single system for assessing the quality of a working surface. The use of the principles of utility theory contributes to the development of a model that describes the nonlinear distribution of the temperature field, diffusion processes, and the occurrence of force stresses in the contact zone between the tool and the workpiece. Thanks to the use of specialized cooling and lubricating media, adhesion phenomena were reduced, which minimized local temperature overheating and reduced the risk of microcracks. Experimental studies confirmed the effectiveness of the modeling, as a clear dependence of the stress intensity factor on the size of defects and finishing modes was established. The results obtained allow us to formulate practical recommendations for optimizing technological parameters, including the processing temperature, the duration of exposure to the heat flow, and the geometry of the abrasive wheel. This contributes not only to improving the quality of the treated surfaces, but also to reducing economic costs by reducing the rejection rate and increasing production productivity. Thus, the study has significant practical potential for the implementation of innovative solutions in the field of thermomechanical processing of hard-to-machine materials. The developed methodology of mathematical modeling creates the basis for further experimental testing and optimization of production processes, which will help to increase the competitiveness of enterprises in modern conditions of high-tech production.

Key words: thermomechanical phenomena, finishing, defect formation, multicriteria optimization, mathematical modeling.

Постановка проблеми

Практика застосування сучасних технологічних процесів на фінішних операціях обробки робочих поверхонь деталей із матеріалів, схильних до дефектоутворення, наприклад, магнітотвердих сплавів, ферокерамічних матеріалів, високоміцних сталей, пов'язана з визначенням їхньої ефективності в умовах оптимізації [1].

Подальшого підвищення ефективності фінішних операцій можна досягти за допомогою математичного моделювання термомеханічних процесів, що їх супроводжують, на основі принципів багатокритеріальної оптимізації. Накопичений у науці та промисловості досвід [2], наявність сучасної обчислювальної техніки та засобів їх математичного забезпечення дозволяє створити комплексну систему моделей складових явищ термомеханічних процесів, що супроводжують фінішні методи обробки деталей із важкооброблюваних матеріалів [3].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Формалізація завдання багатокритеріальної оптимізації полягає в тому, що система «фінішні операції» характеризується набором різних властивостей, кожна з яких описує «локальну» якість системи, а їх сукупність характеризує систему загалом [1–4]. Кожну «локальну» властивість (точність, шорсткість, відсутність дефектів на оброблених поверхнях, продуктивність, знос оброблюваного інструменту) можна привести до виду, що допускає кількісну оцінку, тобто характеризувати частинним критерієм $k_i(x)$, $i=1, n$, де $x \in X$ – множина допустимих рішень, n – кількість частинних критеріїв. Тоді у формальній постановці задача вибору оптимального багатокритеріального рішення має вигляд [5; 6]:

$$X^0 = \operatorname{argextr}(k_i(x)). \quad (1)$$

Найбільш конструктивною і перспективною з методів оптимального багатокритеріального вибору є теорія корисності. Ця теорія базується на гіпотезі, що на множині частинних критеріїв $k_i(x)$ існує узагальнена скалярна оцінка корисності [7]:

$$P(x) = F[a_i, (k_i(x))], \quad i = 1, n, \quad (2)$$

де a_i – коефіцієнти ізоморфізму, що приводить різні частинні критерії до однієї розмірності й однакової значущості. З урахуванням (2), модель вибору оптимального багатокритеріального розв'язку набуває вигляду:

$$X^0 = \operatorname{arg max} P(x). \quad (3)$$

Сучасні виробничі процеси потребують високої точності та якості обробки деталей із матеріалів, схильних до тріщиноутворення, де традиційні методи фінішних методів обробки часто не забезпечують необхідного балансу між продуктивністю та якістю поверхні. Актуальність проблеми зумовлена значними силовими та температурними навантаженнями в зоні контакту інструменту з оброблюваною поверхнею, що призводить до утворення дефектів і швидкого зношування інструменту. У відповідь на ці виклики необхідно впроваджувати нові технологічні рішення, які дозволять забезпечити більш ефективний контроль фінішних методів обробки та підвищення надійності виробничої системи [8].

Наукова новизна дослідження полягає в застосуванні принципу подібності для аналізу термомеханічних явищ, що супроводжують фінішні методи обробки.

Мета дослідження

Теоретико-експериментальні дослідження формування закономірностей термомеханічних явищ, що формуються на фінішних операціях під час обробки деталей зі складнооброблюваних матеріалів, загалом описуються такою системою диференціальних рівнянь [9]:

$$G\Delta\dot{U}_j^{\square} + (\lambda_t + G)\text{grad div } U_j - \rho \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + P_j = \alpha_t \beta_t \text{grad } T, \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + V_d \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{W}{\lambda}, \quad (5)$$

де λ_t , G – постійні Ляме; $\beta_t = 3\lambda_t + 2G$; A – щільність оброблюваного матеріалу; α_t – температурний коефіцієнт лінійного розширення; a , λ – коефіцієнти теплопроводності та теплопроводності матеріалу деталей; $U(P, \tau)$ – переміщення точки P поверхневого шару оброблюваної деталі під дією термомеханічних напружень; W – потужність внутрішнього джерела; τ – час; P_j – сили різання; $j_{\vec{x}, y, z}$; $\text{grad } T = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k}$; $\text{div } \vec{U} = \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_y}{\partial y} + \frac{\partial U_z}{\partial z}$.

Мета дослідження базується на розробленні моделі подібності, яка інтегрує геометричні, фізико-хімічні та динамічні параметри процесу фінішної обробки. Основна ідея полягає у формуванні математичної моделі, що дозволяє описати взаємодію інструмента фінішної обробки з оброблюваною поверхнею за допомогою аналізу термомеханічних процесів.

Виклад основного матеріалу дослідження

Використання спеціально оптимізованих охолоджувально-змащувальних технологічних середовищ дозволяє зменшити адгезійні явища, що супроводжують процес, тим самим значно знижує теплове навантаження в зоні різання.

Початкові умови для цього завдання можна взяти у вигляді:

$$T(x, y, 0) = 0. \quad (6)$$

Граничні умови для температурних і деформаційних полів, що враховують теплообмін із поверхні поза зоною контакту інструменту з деталлю та інтенсивного тепловиділення в зоні обробки, мають вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{q(y, \tau)}{\lambda}, |y| \left\langle a^*, -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} + \gamma T = 0, |y| \right\rangle a^*, \quad (7)$$

$$\sigma_x(x, y, \tau)|_{x=0} = \tau_{xy}(x, y, \tau)|_{x=0} = 0, \quad (8)$$

де $q(y, \tau)$ – інтенсивність теплового потоку, що формується в результаті взаємодії кола з деталлю; λ – коефіцієнт теплопроводності матеріалу; $2a^*$ – довжина зони контакту кола з оброблюваною поверхнею; γ – коефіцієнт теплообміну з навколишнім середовищем; σ_x , τ_{xy} – нормальні та дотичні напруження.

Для поверхневих шарів, що мають структурні та технологічні неоднорідності, умови розривності рішення залежно від типу дефекту будуть [10]:
на включеннях на тріщиноподібних дефектах

$$\begin{aligned} \bar{v} &= 0, \sigma_x \neq 0, \\ \bar{v} &= 0, \tau_{xy} \neq 0, \quad \sigma_x = 0, \bar{v} \neq 0, \\ \tau_{xy} &= 0, \bar{v} \neq 0, \end{aligned} \quad (9)$$

де \bar{v} , \bar{v} , σ_x , τ_{xy} – стрибки компонент зміщень та напружень.

Гранично рівноважний стан поверхневого шару, що деформується, оцінювався класичними критеріями міцності [11; 12]. З наявних критеріїв руйнування, які враховують локальні фізико-механічні властивості неоднорідних матеріалів, найбільш прийнятними для цього випадку є критерії силового підходу [13; 14], пов’язані з використанням поняття коефіцієнта інтенсивності напружень (далі – КІН). Коли навантаження призводить до того, що інтенсивність напружень стає рівною граничному значенню K_{Ic} , то тріщиноподібний дефект перетворюється на магістральну тріщину.

Взаємний вплив дефектів на інтенсивність напружень позначається за розташування їх із відривом один від одного трохи більше за $\sigma^* = 1/3$. Найменша тріщиностійкість матеріалу досягається якщо дефекти орієнтовані один щодо одного під кутом $\phi = \pi/6 + \pi/4$. Геометрія і властивості включень можуть створювати умови як гальмування, так і розвитку термомеханічних тріщин. Якщо тепловий потік спрямований паралельно до більшої осі еліптичного включення і прямолінійної термоізолюваної тріщини, то за коефіцієнта лінійного температурного розширення α_i^B включення, більшого, ніж основного матеріалу α_i^M ($\alpha_i^B > \alpha_i^M$), збільшення жорсткості до зростання K_I щодо різних відносин коефіцієнтів теплопровідності, складників матеріалу.

Це призводить до зниження тріщиностійкості поверхневого шару. Для дефектів на кшталт тріщин, що в шарі з меншим коефіцієнтом α_i , орієнтація дефекту сильно впливає на величину КІН.

За значного видалення тріщини, розташованої в більш жорсткому шарі від лінії розділу КІН, K_I приймає максимальні значення, коли дефект орієнтований паралельно до цієї лінії, а з наближенням тріщини до межі розділу максимум K_I досягається, коли вона стає перпендикулярною до даної межі. Якщо ж тріщина в менш жорсткому матеріалі, то максимум K_I досягається, коли тріщина перпендикулярна до лінії розділу. Коефіцієнт K_{II} стає максимальним за кутів між лінією розділу шарів, що близькі до $\pi/6$, незалежно від відносної жорсткості шарів.

Для бездефектної обробки сталей і сплавів, що мають тріщиноподібні дефекти та включення, у виборі режимів обробки та характеристик інструменту варто орієнтуватися на оптимальні значення теплового потоку, що формується за фінішних методів обробки, щоб спадкові дефекти не вийшли з рівноважного стану.

Вплив технологічної спадковості на тріщиностійкість металів за фінішних методів обробки вивчався за допомогою параметра механіки руйнування K_{Ic} , що враховує залежність напружено-деформованого стану від структурних складників поверхневого шару.

Підвищення міцності сталей зі зростанням вмісту вуглецю або зниження температури відпуску після загартування закономірно веде до спаду K_{Ic} , отже, до посилення процесу тріщиноутворення за їх фінішної обробки. Для досягнення належного рівня тріщиностійкості цілком виправданим є використання високого відпуску та покращення таких сталей перед фінішними операціями. Такі заходи дозволяють усунути схильність цих сталей до появи тріщин від фінішної обробки.

Так, зокрема, встановлено негативний вплив вмісту сірки (0,008–0,009%) у високоміцних сталях типу 18X2H4BA (SNCM815, 18NCD6, 820A16, 14NiCrMo13) на їхню тріщиностійкість. На підставі фактографічних досліджень показано, що осередками мікроруйнування в цих сталях є сульфідні включення.

Легування сталей, що супроводжується подрібненням зерна, дещо сприяє зростанню K_{1c} .

Підвищення чистоти сплавів за домішками завжди поєднується зі зростанням водночас тріщиностійкості та короткочасної міцності. Таким же сприятливим чинником у зниженні схильності сталей до тріщиноутворення під час їх фінішної обробки є обробка поверхневого шару на наддрібне зерно. Подрібнення зерна сталі шляхом циклічної електротермічної обробки від 15 бала (1–2 мкм) забезпечує підвищення K_{1c} на 40–50% і вихід придатних виробів із матеріалів, що особливо чутливі до тріщин від фінішної обробки, збільшується у 2,5–3 рази.

Зернограничну крихкість, до якої схильні високоміцні сплави, можна усунути підвищенням температури відпуску або високотемпературною термомеханічною обробкою, що сприяє деформації меж аустенітного зерна, унаслідок чого гладкі межі піддаються фрагментації та набувають специфічної зубчастості. Це приводить до зростання міцності кордонів і усунення зернограничного руйнування за фінішних методів обробки таких сплавів.

Кількісне оцінювання тріщиностійкості магнітотвердих сплавів проводилося залежно від способів отримання заготовок та подальшої їхньої термообробки на γ -фазу, термомагнітної обробки на $a + a'$ фазу в різних режимах відпуску та швидкості охолодження. Контрольованими параметрами були значення напруження вигину σ_{283} , розтягування $\sigma_{@}$, коефіцієнта K_{1c} та характеристики магнітних властивостей – коерцитивна сила матеріалу за намагніченістю h_c і залишкова індукція B_r . Експериментальні дані свідчать, що значення K_{1c} – різні для моно- та полікристалів у стадії заготівлі. Це пояснюється тим, що відсотковий зміст неметалевих включень у сплавах, отриманих різними способами, змінюється. Фазовий склад даних сплавів змінює значення коефіцієнта K_{1c} . Для полікристалів у вихідному стані $K_{1c} = 30$ МПа м, тоді як наявність γ -фази підвищує K_{1c} до 97 МПа м. Встановлено, що γ -фаза, будучи пластичнішою, порівняно з основною матрицею даного сплаву, сприяє гальмуванню мікротріщин.

Фрактографічний аналіз зламів у стані γ -фази показує, що зона руйнування має інтеркристалічний характер із вираженими лініями ковзання. Однак наявність цієї фази у сплаві знижує коерцитивну силу на 40%, залишкову магнітну індукцію – на 15–20%, максимальну магнітну енергію – більш ніж на 60%. Тому ці сплави піддаються надалі термомагнітній обробці. Особливістю структури висококоерцитивного стану сплавів, що розглядаються, є періодичне чергування еліптично образних частинок α' -фази, оточених матрицею α -фази. Подальша обробка цих сплавів фінішними методами обробки приводить до формування тріщин у поверхневому шарі. Інтенсивність тріщиноутворення пов'язана з режимами термообробки, які впливають на розміри частинок α' -фази й напрямок ТМО щодо поздовжньої подачі за фінішних методів обробки. Панівними технологічними параметрами, що впливають на тріщиностійкість та контактну температуру, є глибина фінішної обробки та характеристики кола. Так, за фінішних методів обробки з різною глибиною алмазними колами тріщиностійкість вимірюється незначно, на відміну від діапазону зміни K_{1c} у результаті обробки кругами 24A25CM18K5 (25AF46O7B). Контактна температура в першому випадку істотно нижча, ніж у другому.

На основі побудованої моделі вивчено механізм виникнення тріщин від фінішної обробки з позицій впливу геометрії та фізичних властивостей α' -фази, її орієнтації залежно від напрямку фінішної обробки даних матеріалів у висококоерцитивному стані. Розглянуто також умови рівноваги структурних складників α' -фази залежно від панівних чинників процесу фінішних методів обробки і в'язкості руйнування K_{1c} , магніту, дотримання яких не призводить до виникнення тріщин на оброблюваній поверхні.

Розроблення технологічних критеріїв для управління бездефектними методами фінішної обробки здійснено на базі встановлених функціональних зв'язків між фізико-механічними властивостями оброблюваних матеріалів і основними технологічними параметрами.

Якість оброблених поверхонь буде забезпечено, якщо за допомогою керівних технологічних параметрів підібрати такі технологічні умови обробки (режими, мастильно-охолоджувальні середовища та характеристики інструменту), що поточні значення температури фінішної

обробки $T(x, y, \tau)$, теплового потоку $q(y, \tau)$, напружень $\sigma(M)$ і коефіцієнта K_{lc} не перевершуватимуть своїх граничних значень і забезпечать оптимальну ефективність фінішних операцій.

Обробку матеріалів і сплавів без термомеханічних тріщин можна забезпечити обмеженням граничних значень, що формуються в зоні інтенсивного охолодження напруження [15]:

$$\sigma_{max}(x, \tau) = 2G \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha_i T_k \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha\tau}} \right) \leq [\sigma_i]. \quad (10)$$

Тут завдяки нелінійному розподілу температурного поля T_k і ефекту дифузії тепла (через параметри α і τ) формується розподіл напружень у матеріалі. Функція помилки erf вказує на поступове насичення значень напружень із віддаленням від поверхні контакту.

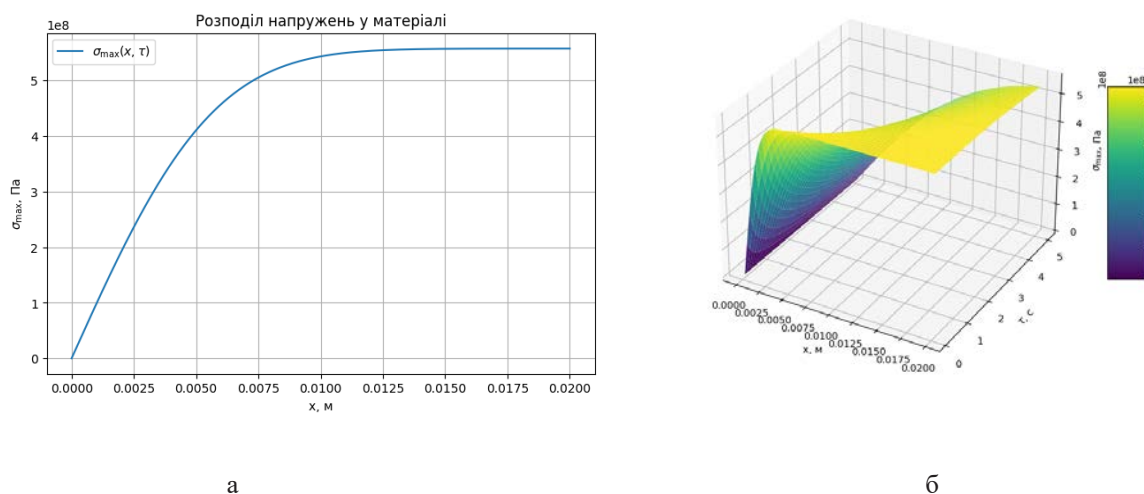


Рис. 1. (а) – розподіл максимальних напружень $\sigma_{max}(x, \tau)$ у матеріалі, сформованих за допомогою функції помилки erf ; (б) – розподіл максимальних напружень у матеріалі за залежності від часу τ

Рис. 1 (а) ілюструє, що за збільшення координати x напруження зростають до визначеного максимуму, що пов'язано зі збільшенням області впливу теплового потоку та розповсюдженням температурного поля. Рис. 1 (б) ілюструє, як максимальне напруження σ_{max} формується в матеріалі внаслідок розповсюдження теплового потоку й теплового поля, яке змінюється із часом. За зростання часу тепловий вплив розповсюджується глибше (підвищується знаменник аргументу erf), що модулює значення напружень. Для невеликих τ розподіл змінюється стрімко, а за великого часу значення напружень можуть насититись до стабільних значень для фіксованого x . Рис. 1 (б) показує, як параметри фінішних методів обробки (температура, властивості матеріалу, час обробки) впливають на розвиток напружено-деформованого стану. Така залежність важлива для визначення оптимальних режимів фінішної обробки, які дозволяють уникнути перевищення критичних значень напружень, отже, утворення дефектів (наприклад, термомеханічних тріщин).

У разі панівного впливу спадкової неоднорідності на інтенсивність утворення термомеханічних тріщин необхідно користуватися критеріями, до структури яких входять детерміновані зв'язки технологічних параметрів і властивості самих неоднорідностей. Як такі можна використовувати обмеження коефіцієнта інтенсивності напружень [16]:

$$K = \frac{1}{\pi\sqrt{l}} \int_{-e}^e \sqrt{\frac{l+t}{l-t}} \sigma_x, \sigma_y dt \leq K_{lc}. \quad (11)$$

Початкове визначення коефіцієнта інтенсивності напружень (11) містить інтеграл, який ураховує зміну напружень уздовж дефекту. За спрощення (припущення, що напруження σ_x та σ_y є сталими, а межі інтегрування збігаються з розміром дефекту) інтеграл дає класичний результат, завдяки якому K пропорційний \sqrt{l} . Це свідчить, що зі збільшенням розміру дефекту зростає інтенсивність напружень навколо, що має велике значення для аналізу механізму розвитку термомеханічних тріщин: більші дефекти можуть стати центрами концентрації напружень, які можуть ініціювати їх подальше розростання.

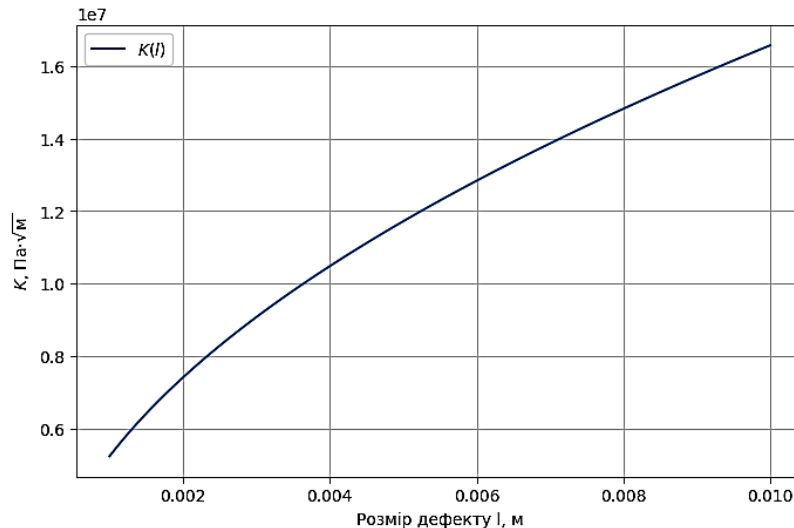


Рис. 2. Залежність коефіцієнта інтенсивності напружень K від розміру дефекту l

Рис. 2 ілюструє, як $K(l)$ зростає зі збільшенням розміру дефекту, водночас інтегральний внесок, який залежить від локальної варіації напружень, впливає на швидкість зростання K . Оскільки у процесі фінішної обробки дефекти можуть спричиняти концентрацію напружень, можна оцінити, як збільшення розміру дефекту впливає на потенційне зростання коефіцієнта інтенсивності напружень. За надмірного зростання K існує ризик переходу дефекту в режим пошкодження (розвитку тріщини), тому така залежність є важливою для оптимізації режимів фінішної обробки.

У разі забезпечення за допомогою керівних технологічних параметрів граничного значення теплового потоку, за якого зберігається рівновага структурних дефектів [16]:

$$q^* = \frac{P_z \nu_{kp} \alpha_s}{\sqrt{Dt_{gr}}} \leq \frac{\sqrt{3} \lambda K_{Ic}}{Hl \sqrt{\pi l \sigma}} \quad (12)$$

Ця залежність визначає критичний рівень теплового потоку, за якого забезпечується бездефектна фінішна обробка. Фізичний сенс цієї нерівності полягає в тому, що, з одного боку, критичний тепловий потік (ліва частина рівняння) залежить від технологічних параметрів і часу обробки, а з іншого – існує обмеження, яке залежить від геометрії дефекту l (права частина). За зростання характеристичного часу фінішної обробки t_H , знаменник зростає (через квадратний корінь), що приводить до зменшення q^* . Теоретично це відображає явище, за якого подовження експозиції теплового потоку призводить до поступового зниження критичного значення теплового потоку, необхідного для уникнення надмірного нагріву та, як наслідок, появи термомеханічних тріщин.

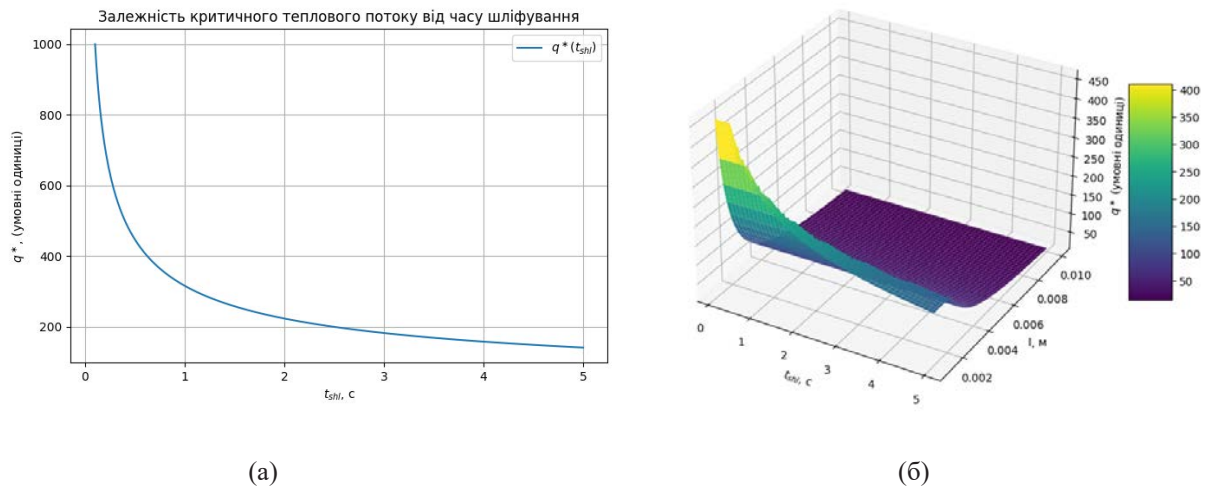


Рис. 3: (а) – залежність критичного теплового потоку q^* від параметрів для визначення межі бездефектної фінішної обробки; (б) – залежність критичного теплового потоку q^* від двох параметрів – часу фінішної обробки t_H та розміру дефекту l

На рис. 3 (а) видно зменшення q^* зі зростанням часу фінішної обробки t_H . Рис. 3 (б) дозволяє візуалізувати, як змінюється критичний тепловий потік у разі варіювання часу фінішної обробки та розміру дефекту, що дає можливість визначити оптимальні технологічні режими, щоб уникнути перевищення критичних значень, що можуть спричинити виникнення термомеханічних тріщин.

Умови бездефектної фінішної обробки можна реалізувати за допомогою інформації про структуру матеріалу, що обробляється. Так, у разі переважного характеру структурних недосконалостей завдовжки $2l$, їх регулярного розташування щодо зони контакту інструменту з деталлю, можна як критеріальне співвідношення використовувати умову рівноваги дефекту у вигляді [16]:

$$l_0 < \frac{K_C^2}{x [GT_k (1+\nu)\alpha_t]^2}. \tag{13}$$

У цій формулі технологічна частина міститься у зв'язку з величиною контактної температури T_k з умовами обробки.

Наведені нерівності можуть бути інформаційною базою для визначення зв'язків температурного та силового полів із керівними технологічними параметрами. Вони задають область поєднань цих параметрів, які відповідають отриманим термомеханічним критеріям. Водночас урахуються властивості матеріалу, що обробляється, і гарантується забезпечення необхідної якості виробів.

Модель урахує оптимізацію геометрії абразивного круга, що описується розподілом ріжучих зерен по робочій поверхні інструменту. Для цього застосовується модель рівномірного розташування зерен за принципом трикутної сітки, що дозволяє математично описати взаємодію окремих зерен із матеріалом деталі. Математичне представлення цього розподілу може бути виражено через середню відстань між зернами d , яка обчислюється за допомогою співвідношення площі робочої поверхні та кількості активних зерен. Отримані значення дозволяють визначити ефективну площу контакту, що безпосередньо впливає на розподіл сил різання та теплове навантаження.

Отже, інтегроване застосування моделей температурного режиму, аналізу силових залежностей і оптимізації геометричних характеристик дозволяє створити єдину математичну базу для

оптимізації процесу фінішної обробки важкооброблюваних матеріалів. Розроблена методологія забезпечує глибоке розуміння впливу основних параметрів процесу на якість обробки, що відкриває можливості для впровадження інноваційних технологічних рішень у виробничу практику.

Зазначені вище діаграми допомагають візуалізувати ключові зв'язки між термомеханічними параметрами й умовами обробки, що були описані в моделі. Кожен із них дає змогу зрозуміти, як технологічні параметри (час фінішної обробки, температура, властивості матеріалу) впливають на напружено-деформований стан, що критично важливо для забезпечення якості оброблюваних поверхонь.

Висновки

У дослідженні встановлено, що математичне моделювання термомеханічних процесів у фінішній обробці дозволяє визначити чіткі зв'язки між температурними, силовими та геометричними параметрами, що забезпечують бездефектну обробку важкооброблюваних матеріалів. Отримані нерівності й моделі демонструють переваги порівняно із традиційними підходами, адже дозволяють оптимізувати технологічні режими з урахуванням впливу температури, навантажень і характеристик інструменту, що сприяє мінімізації утворення тріщин та інших дефектів. Результати дослідження є інформаційною базою для розроблення практичних рекомендацій щодо вдосконалення процесів фінішної обробки та визначення напрямів подальших експериментальних перевірок моделей, забезпечення тим самим підвищення якості виробів за збереження необхідного балансу між продуктивністю і надійністю.

Список використаної літератури

1. Diegel O., Nordin A., Motte D. Post-processing. A Practical Guide to Design for Additive Manufacturing. Singapore : Springer Singapore, 2019. P. 181–207. DOI: 10.1007/978-981-13-8281-9_12.
2. Новіков Ф.В., Полянський В.І. Теоретичне визначення температури різання при лезовій обробці. Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Технології в машинобудуванні : збірник наукових праць. 2023. С. 50–57. URL: <http://repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/30742>.
3. Armarego E.J.A., Herath A.B. Predictive Models for Machining with Multi-Edge Form Tools Based on a Generalised Cutting Approach. CIRP Annals. 2000. Issue 49, № 1. P. 25–30. DOI: 10.1016/S0007-8506(07)62889-3.
4. Zakeri M., Nosratollahi M., Novinzade A. Multi-Disciplinary System Design Optimization of a Launch Vehicle Upper-Stage. Journal of Aerospace Technology and Management. 2017. Vol. 9, Issue 1. P. 48–62. DOI: 10.5028/jatm.v9i1.681.
5. Roszkowska E., Burns T.R. Decision-Making Under Conditions of Multiple Values and Variation in Conditions of Risk and Uncertainty. Human-Centric Decision-Making Models for Social Sciences. Ed. Peijun Guo, Witold Pedrycz. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2014. P. 315–338. DOI: 10.1007/978-3-642-39307-5_13.
6. Fu M.C. Stochastic Gradient Estimation. Handbook of Simulation Optimization. ed. Michael C Fu. New York : Springer New York, 2015. P. 105–147. DOI: 10.1007/978-1-4939-1384-8_5.
7. Сахно В.П., Поляков В.М., Сакно О.П., Колеснікова Т.М. Метод аналізу функціонального резонансу для моделювання контролю безпеки руху автомобіля. Вісник Національного транспортного університету. Серія «Технічні науки». Науково-технічний збірник. 2020. 1(46). С. 293–303. DOI: 10.33744/2308-6645-2020-1-46-293-303.
8. Wang Z., Xu Y., Ma X. et al. Towards Smart Remanufacturing and Maintenance of Machinery : Review of Automated Inspection, Condition Monitoring and Production Optimisation. 2020 25th IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA). (Vienna, Austria, 09.2020). Vienna, Austria : IEEE, 2020. P. 1731–1738. DOI: 10.1109/ETFA46521.2020.9212110.

9. Підстригач Я.С., Коляно Ю.М. Узагальнена термомеханіка. Київ : Наукова думка, 2013. 312 с.
10. Freiman S.W., Jr J.J.M. The fracture of brittle materials: testing and analysis. John Wiley & Sons, 2019. 256 p.
11. Sih G.C. Methods of analysis and solutions of crack problems. Springer Science & Business Media, 2013. 562 p.
12. Popov G.Y. New Integral Transformations and Their Applications to Some Boundary-Value Problems of Mathematical Physics. Ukrainian Mathematical Journal. Vol. 54, Issue 12. P. 1992–2005.
13. Моделювання та оптимізація систем / В.М. Дубовой та ін. Вінниця : ПП «ТД «Едельвейс»», 2017. 804 с.
14. Nesetova V., Lajtai E. Z. Fracture from compressive stress concentrations around elastic flaws. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. 1973. Issue 10, № 4. P. 265–284. DOI: 10.1016/0148-9062(73)90038-7.
15. Danilov V.G. Mathematical Modelling of Heat and Mass Transfer Processes. Dordrecht : Springer Netherlands, 1995. 1 p.
16. Allen A.O. Elements of queuing theory for system design. IBM Systems Journal. Vol. 14, Issue 2. P. 161–187. DOI: 10.1147/sj.142.0161.

References

1. Diegel, O., Nordin, A., & Motte, D. (2019). Post-processing. В O. Diegel, A. Nordin, & D. Motte, A Practical Guide to Design for Additive Manufacturing. Springer Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-13-8281-9_12 [in English].
2. Novikov, F.V., & Polyansky, V.I. (2023). Teoretychne vyznachennya temperatury rizannya pry lezoviyi obrobtsi [Theoretical determination of cutting temperature during blade processing]. Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «Kharkivskiyi politekhnichnyi instytut». Tekhnolohii v mashynobuduvanni : zbirnyk naukovykh prats – Bulletin of the National Technical University “KhPI”, 2, 50–57. Retrieved from: <http://repository.hneu.edu.ua/handle/123456789/30742> [in Ukrainian].
3. Armarego, E.J.A., & Herath, A.B. (2000). Predictive Models for Machining with Multi-Edge Form Tools Based on a Generalised Cutting Approach. CIRP Annals, 49 (1), 25–30. [https://doi.org/10.1016/S0007-8506\(07\)62889-3](https://doi.org/10.1016/S0007-8506(07)62889-3) [in English].
4. Zakeri, M., Nosratollahi, M., & Novinzade, A. (2017). Multi-Disciplinary System Design Optimization of a Launch Vehicle Upper-Stage. Journal of Aerospace Technology and Management, 9 (1), 48–62. <https://doi.org/10.5028/jatm.v9i1.681> [in English].
5. Roszkowska, E., & Burns, T.R. (2014). Decision-Making Under Conditions of Multiple Values and Variation in Conditions of Risk and Uncertainty. In: P. Guo & W. Pedrycz (eds), Human-Centric Decision-Making Models for Social Sciences, Springer Berlin Heidelberg. 502, 315–338. https://doi.org/10.1007/978-3-642-39307-5_13 [in English].
6. Fu, M.C. (2015). Stochastic Gradient Estimation. В M. C. Fu (ed.), Handbook of Simulation Optimization, 216, 105–147. Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4939-1384-8_5 [in English].
7. Sakhno, V., Poliakov, V., Sakno, O., & Kolesnikova, T. (2020). Metod analizu funktsionalnoho rezonansu dlia modeliuvannya kontroliu bezpeky rukhu avtomobilia [Functional resonance analysis method modelling of the car safety control]. Visnyk Natsionalnoho transportnoho universytetu – The National Transport University Bulletin, 1 (46), 293–303. <https://doi.org/10.33744/2308-6645-2020-1-46-293-303> [in Ukrainian].
8. Wang, Z., Xu, Y., Ma, X., & Thomson, G. (2020). Towards Smart Remanufacturing and Maintenance of Machinery – Review of Automated Inspection, Condition Monitoring and Production Optimisation. 2020 25th IEEE International Conference on Emerging Technologies

- and Factory Automation (ETFA), Vienna, Austria: IEEE, 1731–1738. <https://doi.org/10.1109/ETFA46521.2020.9212110> [in English].
9. Pidstrygach, Ya.S., & Kolyano, Yu.M. (2013). *Uzahal'na termomekhanika* [Generalized Thermomechanics]. Kyiv: Naukova Dumka [in Ukrainian].
 10. Freiman, S.W., & Jr, J.J.M. (2019). *The fracture of brittle materials: Testing and analysis*. John Wiley & Sons [in English].
 11. Sih, G.C. (2013). *Methods of analysis and solutions of crack problems*. Springer Science & Business Media [in English].
 12. Popov, G.Y. (2002). *New Integral Transformations and Their Applications to Some Boundary-Value Problems of Mathematical Physics*. *Ukrainian Mathematical Journal*, 54 (12), 1992–2005. <https://doi.org/10.1023/A:1024025315449> [in English].
 13. Dubovoy, V.M., Kvetny, R.N., Mikhalov, O.I., & Usov, A.V. (2017). *Modelyuvannya ta optymizatsiya system* [Modeling and optimization of systems]. Vinnytsia: PP “TD “Edelweiss”” [in Ukrainian].
 14. Nesetova, V., & Lajtai, E.Z. (1973). *Fracture from compressive stress concentrations around elastic flaws*. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 10 (4), 265–284. [https://doi.org/10.1016/0148-9062\(73\)90038-7](https://doi.org/10.1016/0148-9062(73)90038-7) [in English].
 15. Danilov, V.G. (1995). *Mathematical Modelling of Heat and Mass Transfer Processes*. Springer Netherlands [in English].
 16. Allen, A.O. (1975). *Elements of queuing theory for system design*. *IBM Systems Journal*, 14 (2), 161–187. <https://doi.org/10.1147/sj.142.0161> [in English].

Усов Анатолій Васильович – д.т.н., професор, завідувач кафедри вищої математики та моделювання систем Національного університету «Одеська політехніка». E-mail: usov_a_v@op.edu.ua, ORCID: 0000-0002-3965-7611.

Куніцин Максим Володимирович – к.т.н., доцент кафедри інтегрованих технологій управління, заступник директора Інституту підготовки іноземних громадян Національного університету «Одеська політехніка». E-mail: m.v.kunitsyn@op.edu.ua, ORCID: 0000-0003-1764-8922.

Давидюк Валерій Миколайович – аспірант кафедри вищої математики та моделювання систем Національного університету «Одеська політехніка», полковник, заступник начальника Військової академії (м. Одеса) з озброєння – начальник озброєння. E-mail: ZKO_VA@ukr.net, ORCID: 0000-0002-9460-9129.

Usov Anatoly Vasylovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Higher Mathematics and Systems Modeling of the Odessa Polytechnic National University. E-mail: usov_a_v@op.edu.ua, ORCID: 0000-0002-3965-7611.

Kunitsyn Maksym Volodymyrovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Integrated Management Technologies, Deputy Director of the Institute for Training Foreign Citizens, Odessa Polytechnic National University. E-mail: m.v.kunitsyn@op.edu.ua, ORCID: 0000-0003-1764-8922.

Davydiuk Valeriy Mykolaiovych – Postgraduate Student at the Department of Higher Mathematics and Systems Modeling of the Odessa Polytechnic National University, Colonel, Deputy Head of the Military Academy (Odesa) for Armaments – Chief of Armaments. E-mail: ZKO_VA@ukr.net, ORCID: 0000-0002-9460-9129.

Є.В. ХОМЕНКО

Херсонський державний університет

С.А. БАБІЧЕВ

Університет Яна Євангеліста Пуркіне, Усті-над-Лабем, Чехія;

Херсонський державний університет

АВТОНОМНА ІОТ-СИСТЕМА МОНІТОРИНГУ МІКРОКЛІМАТУ АУДИТОРІЙ НА ОСНОВІ ВІДКРИТОЇ DIY-АРХІТЕКТУРИ

У статті представлено архітектурну модель автономної системи моніторингу мікрокліматичних параметрів навчального середовища, реалізовану на базі технологій інтернету речей (Internet of Things, IoT) із застосуванням відкритої DIY-архітектури (Do It Yourself). Рішення спрямоване на створення гнучкої, масштабованої та економічно доступної системи, яка забезпечує локальний збір, обробку та візуалізацію екологічних показників у режимі реального часу без залежності від зовнішніх хмарних сервісів. Система має трирівневу архітектуру: периферійний рівень включає мікроконтролери ESP32 з підключеними сенсорами температури, вологості та CO₂; серверна частина реалізована на базі PostgreSQL із розширенням TimescaleDB та RESTful API для збереження, верифікації та обробки даних; клієнтський рівень охоплює вебінтерфейс, розроблений за допомогою React і Chart.js, який надає інтерактивний доступ до динамічної візуалізації показників у прив'язці до нормативних меж (ISO 7730, ДБН В.2.5-67:2013). Актуальність дослідження зумовлена потребою в упровадженні недорогих, відкритих і безпечних інструментів для контролю параметрів мікроклімату в умовах обмеженого фінансування закладів освіти. Комерційні IoT-системи часто мають низку недоліків, серед яких — висока вартість, закритість архітектури, залежність від хмарної інфраструктури й обмеження в підтримці нестандартних конфігурацій сенсорів. Запропоноване рішення усуває ці обмеження, забезпечує повну автономність, локальне управління даними, високий рівень конфіденційності та можливість адаптації до специфіки окремих навчальних приміщень. Система також містить механізм автоматичного інформування про порушення нормативних параметрів, що дозволяє своєчасно виявляти потенційні загрози для здоров'я та ефективності освітнього процесу. Окрім прикладного значення, розробка має високий освітній потенціал, оскільки може використовуватись як платформа для навчання студентів у сферах мікроелектроніки, програмування, аналізу даних і безпеки IoT. Отримані результати підтверджують доцільність застосування відкритих апаратно-програмних рішень в освітній галузі та відкривають перспективи масштабування цієї системи для інших типів приміщень – офісних, лабораторних чи громадських просторів.

Ключові слова: інтернет речей (IoT), моніторинг приміщень, система автоматизації, локальні методи автоматизації, інтелектуальний аналіз даних, оптимізація, ухвалення рішень.

YE.V. KHOMENKO

Kherson State University

S.A. BABICHEV

Jan Evangelista Purkyně University, Ústí nad Labem, Czech Republic;

Kherson State University

AUTONOMOUS IOT-BASED CLASSROOM MICROCLIMATE MONITORING SYSTEM USING AN OPEN DIY ARCHITECTURE

The article presents the architectural model of an autonomous system for monitoring microclimate parameters in educational environments, implemented using Internet of Things (IoT) technologies based on an open Do It Yourself (DIY) architecture. The proposed solution is aimed at creating a flexible, scalable, and cost-effective system that enables local collection, processing, and real-time visualization of environmental indicators without relying on external cloud services. The system follows a three-tier architecture: the edge level includes ESP32 microcontrollers with connected sensors for temperature, humidity, and CO₂; the server level is implemented using PostgreSQL extended with TimescaleDB and a RESTful API for data storage, verification, and processing; and the client level includes a web interface developed using React and Chart.js, providing interactive access to data visualization in accordance with standard thresholds (ISO 7730, DBN V.2.5-67:2013). The relevance of this research is driven by the need to implement affordable, open, and secure tools for environmental monitoring in the context of limited funding for educational institutions. Commercial IoT systems often exhibit significant drawbacks such as high cost, closed architecture, dependence on cloud infrastructure, and limited support for non-standard sensor configurations. The proposed solution addresses these limitations by offering complete

autonomy, local data management, a high level of confidentiality, and adaptability to the specific requirements of individual classrooms. The system also includes a mechanism for automatic alerts in cases of regulatory parameter violations, allowing timely identification of potential risks to health and educational performance. In addition to its practical value, the proposed development has strong educational potential, serving as a platform for teaching students in the fields of microelectronics, programming, data analysis, and IoT security. The results confirm the feasibility of using open hardware and software solutions in education and highlight the prospects for scaling the system to other types of spaces, such as offices, laboratories, or public facilities.

Key words: Internet of Things (IoT), indoor monitoring, automation system, local automation methods, data mining, optimization, decision-making.

Постановка проблеми

Забезпечення комфортного мікроклімату в навчальних приміщеннях є важливою передумовою для підтримки ефективного освітнього процесу, збереження здоров'я учасників навчання та підвищення концентрації та працездатності студентів. За даними сучасних досліджень, параметри навколишнього середовища, зокрема температура повітря, вологість, рівень діоксиду вуглецю (CO₂) та освітленість, мають безпосередній вплив на когнітивні функції, самопочуття та загальну продуктивність у класах. У зв'язку із цим зростає потреба в інтеграції сучасних технологій, зокрема інтернету речей (Internet of Things (далі – IoT)), для безперервного й автоматизованого моніторингу параметрів мікроклімату.

Нині в освітній сфері застосовуються переважно комерційні IoT-системи для моніторингу умов середовища. Такі рішення зазвичай пропонують готові модулі з фіксованою конфігурацією сенсорів, централізованим зберіганням даних у хмарі та пропрієтарним програмним забезпеченням. До переваг цих систем належать високий ступінь інтеграції, зручність установки та підтримка від виробників. Однак досвід їх використання в навчальних закладах виявляє низку істотних обмежень.

Зокрема, ключовими недоліками наявних комерційних рішень є: висока вартість володіння, що включає придбання обладнання, абонементу за хмарне зберігання і обслуговування; обмежена адаптивність, тобто відсутність підтримки користувацьких конфігурацій сенсорів, які можуть бути важливими в конкретному навчальному середовищі; залежність від зовнішніх хмарних інфраструктур, що породжує ризики витоку конфіденційної інформації, а також ускладнює роботу в автономному режимі; відсутність локального контролю над обробкою та візуалізацією даних, що обмежує можливості закладу щодо гнучкого налаштування аналітики й інтерфейсів.

У контексті зростання вимог до безпеки даних, енергоефективності й економії бюджетних коштів актуальним постає впровадження альтернативних, відкритих рішень на базі мікроконтролерів нового покоління, зокрема ESP32. Такі підходи дозволяють створювати автономні системи з локальним зберіганням і обробкою даних, можливістю адаптації під специфіку навчального закладу, а також сприяють формуванню цифрових компетентностей у студентів.

Пропозиція авторів полягає в розробці та реалізації тривірневої IoT-системи моніторингу мікроклімату навчальних аудиторій, яка ґрунтується на відкритій DIY-архітектурі. Система включає крайові пристрої на базі ESP32 з підключеними сенсорами, серверну частину для локальної обробки та зберігання даних, а також вебінтерфейс для інтерактивної візуалізації показників. Особливу увагу приділено забезпеченню автономності, масштабованості, безпеки інформаційних потоків і відповідності гігієнічним стандартам. Запропоноване рішення має на меті подолати наявні обмеження комерційних систем і надати освітнім закладам ефективний інструмент для контролю та оптимізації умов навчального середовища.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Сучасна наукова література демонструє зростання інтересу до використання технологій інтернету речей (Internet of Things, IoT) у сфері освіти, зокрема для моніторингу навчального середовища та підвищення його якості. У дослідженні [1] представлено концепцію «розумної освіти», у якій IoT-технології виступають засобом збору даних про умови у класах і адаптації

освітнього процесу відповідно до індивідуальних потреб учнів. Однак, незважаючи на перспективність такого підходу, автори зосереджуються переважно на загальних концептуальних засадах без конкретної реалізації технічної інфраструктури, зокрема автономних систем, придатних до локального використання.

У [2] автори акцентують увагу на технічному аспекті впровадження IoT, презентують практичний приклад використання ESP32 як основи для створення модульних і недорогих пристроїв. Хоча дослідження демонструє ефективність ESP32 як апаратної платформи, у ньому обмежено розглядаються аспекти безпеки, візуалізації даних і нормативної відповідності систем. Окрім того, відсутні приклади застосування у специфічному освітньому контексті.

У [3] розглядається роль граничних (edge) обчислень у зниженні затримок і підвищенні надійності IoT-систем. Незважаючи на глибокий аналіз архітектурних моделей, у роботі не надано реалізаційних прикладів, які демонстрували б локальну автономність без використання хмарних сервісів у реальному освітньому середовищі.

Ще один важливий аспект пов'язаний із нормативними вимогами до мікроклімату. Стандарт ISO 7730:2005 установлює параметри, необхідні для забезпечення теплового комфорту, однак його інтеграція із системами моніторингу в освітньому контексті практично не розкрита в наявних дослідженнях [4]. Дослідження [5] підтверджує позитивний вплив якісного повітря на когнітивну продуктивність учнів, що підсилює важливість екологічного моніторингу в навчальних закладах, проте не містить технологічного інструментарію реалізації таких систем.

У [6] розглянуто переваги поєднання edge- та cloud-технологій для смарт-класів. Проте така гібридна архітектура не вирішує проблему повної автономності, що є критично важливою в умовах обмеженого або нестабільного доступу до інтернету.

Питання безпеки даних у середовищі IoT є предметом досліджень у [7; 8]. Автори вказують на численні вразливості сучасних IoT-пристроїв і загрози використання хмарних сервісів. Водночас більшість досліджень зосереджені на загальних кіберзагрозах і не пропонують конкретних механізмів захисту, реалізованих у системах з локальною архітектурою.

У роботі [9] представлено огляд упровадження IoT у школах, із наголосом як на перевагах (персоналізація, адаптивність, покращення умов навчання), так і на бар'єрах (технічна неготовність персоналу, фінансові обмеження, потреба в міждисциплінарній співпраці). Однак практичні рішення, які б дозволяли подолати ці бар'єри за допомогою відкритих, економічних і безпечних систем, залишаються не досить висвітленими.

Але варто зазначити, що хоча наявні дослідження охоплюють широкий спектр аспектів IoT в освіті – від архітектури до соціального впливу, більшість із них або фокусуються на концептуальних моделях без глибокої реалізації, або пропонують хмароорієнтовані рішення, що не відповідають вимогам автономності, конфіденційності та гнучкості для бюджетних освітніх закладів. Невирішеною залишається проблема створення доступної, масштабованої та безпечної IoT-системи з локальною обробкою даних, адаптованої до умов реального навчального процесу. Саме цьому завданню присвячене дане дослідження.

Мета дослідження

Метою дослідження є розроблення, обґрунтування та моделювання архітектури автономної системи моніторингу параметрів мікроклімату навчального середовища на основі технологій інтернету речей (IoT) із використанням відкритої DIY-архітектури. Запропонована система спрямована на усунення обмежень наявних комерційних рішень, зокрема високої вартості, залежності від хмарних платформ, відсутності гнучкості адаптації до специфічних сенсорних конфігурацій і ризиків, пов'язаних із конфіденційністю даних. Основна увага приділяється створенню тривірневої модульної інфраструктури з локальним збором, обробкою та візуалізацією даних у режимі реального часу, що забезпечує автономність функціонування, масштабованість і відповідність нормативним вимогам до мікроклімату в освітніх закладах.

Виклад основного матеріалу дослідження

Блок-схему запропонованої моделі функціональної структури системи моніторингу показників зображено на рис. 1.

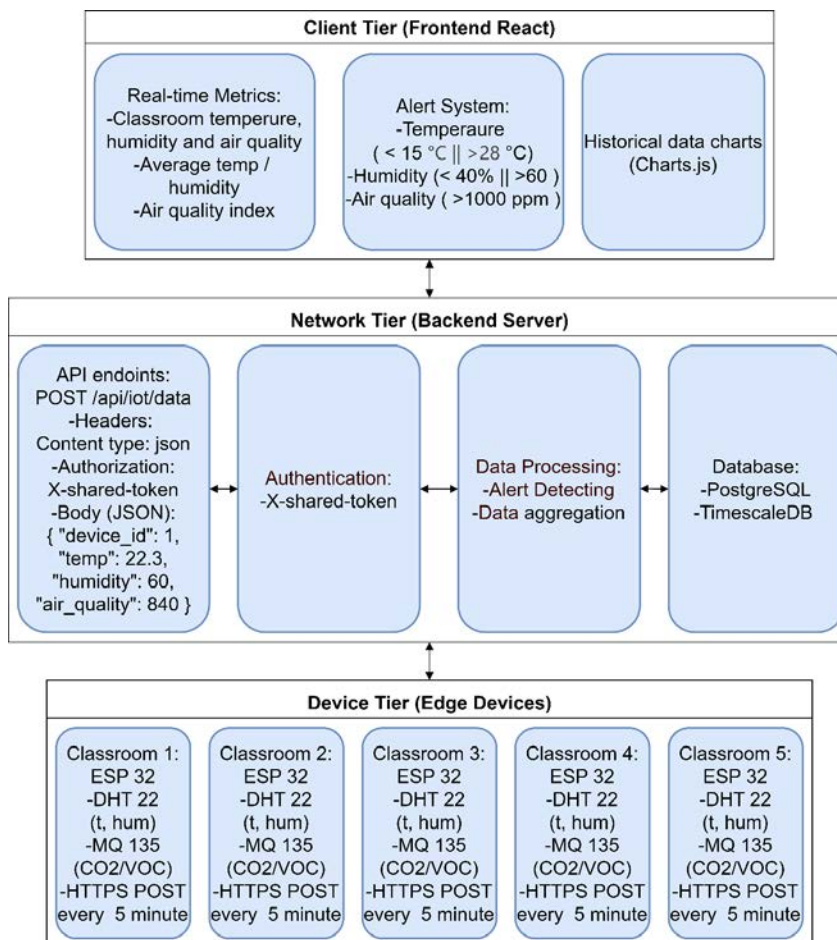


Рис. 1. Блок-схема функціональної структури системи моніторингу показників

Розроблена система моніторингу мікроклімату в освітньому середовищі реалізована як трирівнева архітектура, яка включає:

1. *Периферійний рівень (Edge Devices)* – відповідає за збір первинних екологічних даних.
2. *Мережевий рівень (Backend Server)* – забезпечує обробку, зберігання і аналіз отриманої інформації.
3. *Клієнтський рівень (Client Tier)* – надає інтерфейс доступу користувачів до результатів моніторингу.

Запропонована архітектура забезпечує масштабованість, розподіл обчислювальних навантажень і мінімізацію затримок передачі даних, що є критично важливим для систем реального часу.

На периферійному рівні реалізовано вузли збору даних на базі мікроконтролерів *ESP32*, розміщених безпосередньо в навчальних аудиторіях. Кожен вузол обладнано цифровим сенсором *DHT22* для вимірювання температури повітря та відносної вологості, а також газовим сенсором *MQ-135*, який здійснює оцінювання якості повітря за концентрацією діоксиду вуглецю (CO_2) та летких органічних сполук (VOC).

Зібрані дані агрегуються у форматі *JSON* із дотриманням уніфікованої структури, що забезпечує ідентифікацію пристрою, контекст розміщення (будівля, аудиторія) та тип призначення приміщення. *JSON*-пакети формуються за допомогою бібліотеки *ArduinoJson* і передаються на

центральний сервер через захищений HTTPS-канал із використанням модуля *WiFiClientSecure*. Ідентифікація запитів здійснюється за допомогою заголовка *X-SHARED-TOKEN*, що забезпечує базову автентифікацію вузлів. У тестовому режимі використовується спрощене з'єднання без верифікації SSL-сертифіката (*client.setInsecure()*), яке може бути замінене на повноцінне TLS-з'єднання у виробничому середовищі.

Періодичність передачі даних програмно налаштовується; у поточній реалізації вимірювання відбувається кожні 5 хвилин. Такий режим сприяє зниженню енергоспоживання, зменшенню навантаження на мережу та забезпечує оперативне відстеження змін мікрокліматичних показників.

Мережевий рівень відіграє ключову роль у функціонуванні IoT-системи, оскільки забезпечує централізовану обробку, зберігання та верифікацію даних, отриманих із периферійних пристроїв. Передача інформації здійснюється через *REST API*, захищений механізмом токен-автентифікації типу *X-SHARED-TOKEN*, що гарантує базовий рівень безпеки без потреби у складних схемах авторизації (наприклад, OAuth).

Для зберігання даних використовується реляційна система керування базами даних *PostgreSQL*, розширена модулем *TimescaleDB*, який оптимізовано для обробки часових рядів. Такий підхід дає змогу виконувати операції агрегації, фільтрації, сегментації та аналізу великого обсягу даних у реальному часі з мінімальними затримками.

Архітектура серверного рівня включає низку функціональних модулів, зокрема:

- приймання та збереження даних із HTTP-запитів;
- виявлення аномальних значень, що перевищують нормативні межі (відповідно до ISO 7730, ДБН тощо);
- генерацію системних сповіщень у разі фіксації критичних відхилень (наприклад, $\text{CO}_2 > 1\,000$ ppm або температура < 18 °C);
- обслуговування запитів клієнтської частини для побудови графіків і звітів.

Для реалізації серверної логіки доцільним є використання вебфреймворку *Django* (мова програмування – Python), який забезпечує зручне управління ORM-моделями, швидку побудову *RESTful API* через *Django REST Framework*, а також інтеграцію з потужними аналітичними бібліотеками (наприклад, *Pandas*, *NumPy*, *Scikit-learn*). Це сприяє ефективній обробці даних і дозволяє гнучко модифікувати систему відповідно до змін вимог.

Клієнтський рівень реалізовано за допомогою фреймворку *React*, який забезпечує динамічний та інтерактивний інтерфейс користувача для візуалізації мікрокліматичних параметрів. Система дозволяє відображати як поточні значення, так і їхню історичну динаміку як часові графіки, створені з використанням бібліотеки *Chart.js*.

Особливістю клієнтського рівня є реалізація механізму інформування про порушення допустимих меж параметрів. Зокрема, система сигналізує про:

- температуру нижче ніж 15 °C або вище за 28 °C;
- відносну вологість нижче ніж 40% або вище ніж 60%;
- перевищення рівня CO_2 понад 1 000 ppm.

Користувачі також мають змогу перемикатися між аудиторіями, оперативно отримувати актуальні дані про мікроклімат у конкретному приміщенні.

Прототип аналітичної панелі

Представлений концепт інтерфейсу вебресурсу розроблено з метою забезпечення ефективного моніторингу стану навчальних аудиторій і відповідних параметрів мікроклімату, зокрема температури, вологості повітря та концентрації діоксиду вуглецю (CO_2). Окрім того, система відображає стан підключення сенсорних пристроїв і сигналізує про наявність критичних відхилень, які можуть негативно впливати на комфорт та безпеку перебування у приміщеннях. Запропонований інтерфейс орієнтований на використання адміністративним і технічним

персоналом закладів освіти, а також може бути корисним для фахівців з охорони праці, інших відповідальних осіб, задіяних у процесах забезпечення належного мікроклімату. Завдяки візуалізації даних у режимі реального часу й інтерактивній структурі система дозволяє своєчасно реагувати на потенційні загрози, оптимізувати використання ресурсів і підвищувати загальний рівень комфорту й безпеки в навчальному середовищі.

Інтерфейс сторінки «Головна» реалізовано як інтерактивну аналітичну панель, яка відображає узагальнену інформацію про мікрокліматичні показники в закладі. Сторінка складається з кількох логічних блоків.

Блок середніх показників. У верхній частині сторінки відображаються агреговані значення температури, вологості та якості повітря (рис. 2). Кожен із параметрів подано не лише як числове значення, але й у формі графіка змін протягом дня, що дозволяє виявляти тренди та потенційні аномалії.

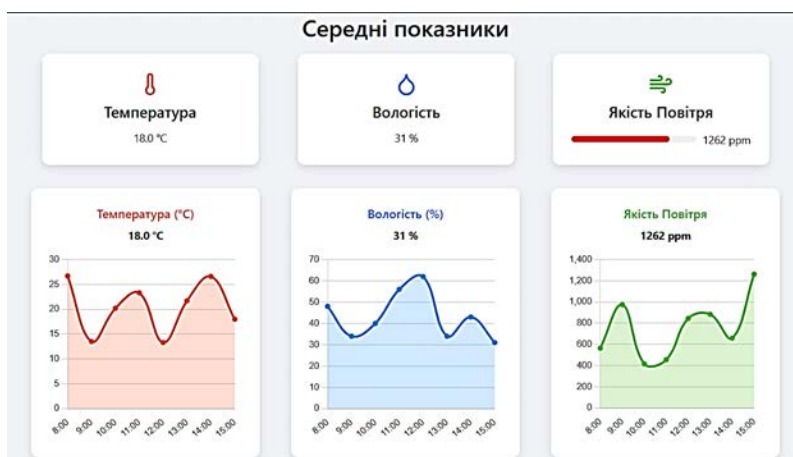


Рис. 2. Сторінка «Головна»: блок – середні показники навчальних аудиторій

Наступний функціональний блок ідентифікує аудиторії, у яких зафіксовано відхилення від нормативних показників (рис. 3). Система автоматично визначає характер проблеми (наприклад, перевищення рівня вологості або підвищений вміст CO₂) і маркує відповідне приміщення для подальшого реагування.

Аудиторії які потребують уваги

Аудиторія	Статус	Температура	Вологість	Якість повітря	Час	
2	⚠ Проблема	🌡 23.6°C	💧 70%	🌬 518 ppm	12:00	⌵
3	⚠ Проблема	🌡 14.6°C	💧 38%	🌬 958 ppm	05:05	⌶
🌡 Низька температура (менше 15°C) 💧 Низька вологість (менше 40%)						
4	⚠ Проблема	🌡 25.8°C	💧 64%	🌬 475 ppm	15:24	⌵
5	⚠ Проблема	🌡 16.9°C	💧 43%	🌬 1436 ppm	12:11	⌵
6	⚠ Проблема	🌡 31.6°C	💧 40%	🌬 699 ppm	08:08	⌵
8	⚠ Проблема	🌡 19.0°C	💧 49%	🌬 1030 ppm	15:05	⌵

Рис. 3. Сторінка «Головна»: блок – аудиторії, які потребують уваги

Останній блок призначено для діагностики працездатності системи збору даних (рис. 4). Він містить перелік датчиків, що втратили зв'язок із системою, із зазначенням останніх переданих показників, можливої причини відключення та тривалості періоду, протягом якого пристрій не передає дані.

Інформація щодо відключених датчиків

● 8 ● 4 ● 4

Аудиторія	Причина відключення	Останні передані показники			Час	Кількість часу після відключення
		Температура	Вологість	Якість повітря		
5	Battery Low	16.9°C	43%	1436 ppm	12:11	3 год 40 хв
6	Maintenance Required	31.6°C	40%	699 ppm	08:08	7 год 43 хв
7	Signal Lost	19.0°C	60%	619 ppm	07:37	8 год 14 хв
8	Maintenance Required	19.0°C	49%	1030 ppm	15:05	0 год 46 хв

Рис. 4. Сторінка «Головна»: блок – пристрої, які потребують уваги

Інтерфейс сторінки «Навчальні» розроблено для візуального моніторингу мікрокліматичних умов у навчальних приміщеннях (рис. 5). Система надає користувачам можливість безперервно відстежувати ключові параметри середовища, зокрема температуру повітря, відносну вологість і рівень забруднення повітря (вимірюваний у ppm, наприклад, концентрацію CO₂). Користувач може вибрати конкретну аудиторію для перегляду детальної інформації про її поточний стан і динаміку зміни параметрів упродовж дня.

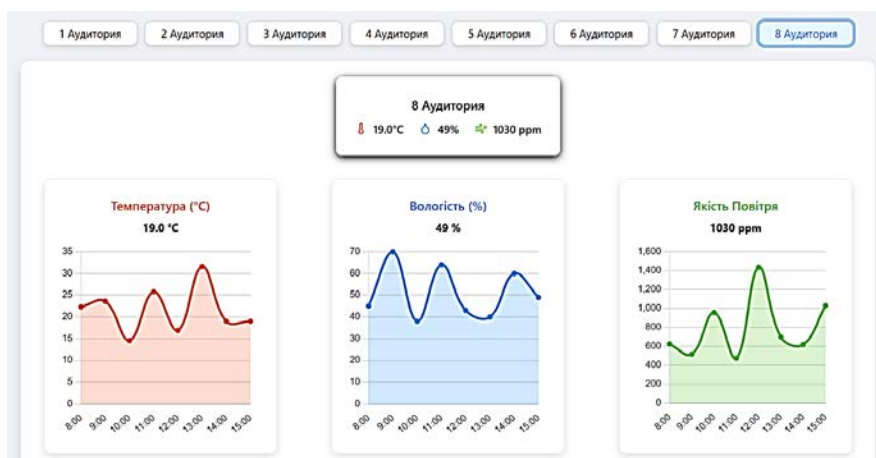


Рис. 5. Сторінка «Навчальні аудиторії» для перегляду показників аудиторій

Інтерфейс сторінки «IoT» призначено для візуального відстеження стану підключених пристроїв і аналізу їхньої роботи в режимі реального часу. Він відображає статус кожного мікроконтролера, зокрема й підключення до мережі, останні зафіксовані показники (температуру, вологість, якість повітря) та час останньої синхронізації даних (рис. 6). Такий підхід дає змогу технічному персоналу оперативного виявляти аномалії у функціонуванні системи, зокрема втрату зв'язку, потребу в обслуговуванні або відхилення параметрів від нормативних значень. Інтерфейс забезпечує зручний інструмент для комплексного моніторингу стану IoT-інфраструктури, що полегшує діагностику проблем і прискорює їх усунення. Окрім того, система накопичує історичні дані, що дає змогу аналізувати довгострокові тенденції та вдосконалювати роботу моніторингової системи.

Аудиторія	Стан	Температура	Вологість	Якість повітря	Час останньої передачі даних
5	Battery Low	16.9°C	43%	1436 ppm	17 квітня 2025 р.
6	Maintenance Required	31.6°C	40%	699 ppm	17 квітня 2025 р.
7	Signal Lost	19.0°C	60%	619 ppm	17 квітня 2025 р.
8	Maintenance Required	19.0°C	49%	1030 ppm	17 квітня 2025 р.
1	OK	22.3°C	45%	626 ppm	17 квітня 2025 р.
2	OK	23.6°C	70%	518 ppm	17 квітня 2025 р.
3	OK	14.6°C	38%	958 ppm	17 квітня 2025 р.
4	OK	25.8°C	64%	475 ppm	17 квітня 2025 р.

Рис. 6. Сторінка “IoT” для перегляду статусу всіх пристроїв

Система моніторингу мікроклімату демонструє низку ключових переваг порівняно з комерційними IoT-рішеннями, особливо в контексті використання в освітніх установах:

1. Вартість і доступність. Використання недорогих мікроконтролерів ESP32 та доступних сенсорів (DHT22, MQ-135) суттєво знижує загальну вартість упровадження системи, що робить її придатною для широкомасштабного застосування навіть у закладах з обмеженим бюджетом.

2. Відкритість і гнучкість. Архітектура базується на відкритих протоколах (HTTP/HTTPS, JSON) і програмних платформах (Django, PostgreSQL), що забезпечує легку інтеграцію з іншими системами, можливість розширення функціональності й адаптацію до специфічних потреб навчального середовища.

3. Локальна обробка даних і низькі затримки. Відмова від зовнішніх хмарних сервісів і обробка даних на власному сервері дозволяють мінімізувати затримки у виявленні критичних відхилень і забезпечити оперативне реагування, що особливо важливо для підтримання стабільного мікроклімату.

4. Підвищена конфіденційність і безпека. Усі дані передаються в зашифрованому вигляді (через HTTPS) і зберігаються локально, що знижує ризики, пов’язані з передачею конфіденційної інформації на сторонні сервери. Використання токен-автентифікації (X-shared-token) додатково захищає доступ до API.

5. Масштабованість. Система легко масштабується як на рівні пристроїв, так і в межах мережевої інфраструктури. Додавання нових сенсорних вузлів не потребує змін у загальній архітектурі, що дає змогу охоплювати більшу кількість аудиторій або цілих будівель без ускладнень.

6. Освітній потенціал. DIY-природа системи створює додаткову навчальну цінність: її можна використовувати як платформу для проведення практичних занять із програмування, схемотехніки, аналізу даних і кібербезпеки. Отже, система виконує як прикладну, так і навчально-методичну функцію.

Висновки

Розроблена IoT-система моніторингу умов у навчальних приміщеннях відповідає актуальним потребам закладів освіти в доступному, безпечному та гнучкому інструменті для контролю мікроклімату. Використання відкритої апаратно-програмної платформи ESP32 у поєднанні з локальним сервером дозволило реалізувати автономну систему збору, обробки та візуалізації екологічних даних у реальному часі без залежності від зовнішніх хмарних сервісів. Такий підхід забезпечує зменшення затримок в обробці, підвищення конфіденційності даних і незалежність від сторонніх інфраструктур, що є особливо важливим в умовах сучасних вимог до цифрової безпеки.

На відміну від більшості комерційних IoT-рішень, запропонований прототип підтримує гнучке підключення сенсорів різного типу (температури, вологості, CO₂), адаптацію до просторової специфіки приміщень і повний локальний контроль на всіх етапах обробки інформації. Це дозволяє точніше враховувати локальні умови навчального середовища й оперативно реагувати на відхилення від нормативних показників мікроклімату. З огляду на обмежені фінансові ресурси більшості освітніх установ, технічна простота й економічна ефективність запропонованої системи роблять її привабливою для широкого впровадження.

Система має модульну архітектуру, яка спрощує процес масштабування, оновлення функціональних можливостей і адаптацію до чинних нормативних вимог (зокрема, ISO 7730 та ДБН В.2.5-67:2013). Такий підхід дозволяє з мінімальними витратами інтегрувати нові сенсори або розширювати функціональність відповідно до змін у навчальному процесі чи регуляторному середовищі. Інтерфейс користувача орієнтований на зручне представлення ключових показників у зрозумілому вигляді, що підвищує ефективність моніторингу та сприяє ухваленню обґрунтованих управлінських рішень.

Отримані результати підтверджують доцільність застосування DIY-підходу до моніторингу мікроклімату як ефективної альтернативи дорогим пропріетарним рішенням. Запропонована система є не лише технічно надійною і економічно доцільною, але й універсальною – вона може бути адаптована до офісних, лабораторних або інших громадських просторів. В умовах зростання значення сталого розвитку й енергоефективності в освітньому секторі такі рішення відкривають нові перспективи для подальших досліджень і практичного впровадження в інтелектуальну інфраструктуру сучасних навчальних закладів.

Список використаної літератури

1. Terzieva V., Ilchev S., Todorova K. The role of Internet of Things in smart education. *IFAC-PapersOnLine*. 2022. Vol. 55 (11). P. 108–113.
2. Hercog D., Lerher T., Truntič M., Težak O. Design and implementation of ESP32-based IoT devices. *Sensors*. 2023. Vol. 23 (15). Art. 6739.
3. Hamdan S., Ayyash M., Almajali S. Edge-Computing Architectures for Internet of Things Applications: A Survey. *Sensors*. 2020. Vol. 20 (22). Art. 6441.
4. International Organization for Standardization. ISO 7730:2005 – Ergonomics of the thermal environment. 2005.
5. Wargocki P., Wyon D.P. The relationships between classroom air quality and children's performance in school. *Building and Environment*. 2020. Vol. 173. Art. 106749.
6. Dai Z., Zhang Q., Zhao L., Zhu X., Zhou D. Cloud-Edge Computing Technology-Based Internet of Things System for Smart Classroom Environment. *International Journal of Emerging Technologies in Learning*. 2023. Vol. 18 (8). P. 79–96.
7. Singh N., Buyya R., Kim H. Securing Cloud-Based Internet of Things: Challenges and Mitigations. *Sensors*. 2025. Vol. 25 (1). Art. 79.
8. Fernandes E., Jung J., Prakash A. Security analysis of emerging smart home applications. *2016 IEEE Symposium on Security and Privacy*. 2016. P. 636–654.
9. Kitkowska A., Brodén K., Abdullah L. The requirements, benefits, and barriers of IoT solutions to support well-being in elementary schools. *IEEE Access*. 2024. Vol. 12. P. 144965–144981.

References

1. Terzieva, V., Ilchev, S., & Todorova, K. (2022). The role of Internet of Things in smart education. *IFAC-PapersOnLine*, 55 (11), 108–113 [in English].
2. Hercog, D., Lerher, T., Truntič, M., & Težak, O. (2023). Design and implementation of ESP32-based IoT devices. *Sensors*, 23 (15), Art. 6739 [in English].
3. Hamdan, S., Ayyash, M., & Almajali, S. (2020). Edge-Computing Architectures for Internet of Things Applications: A Survey. *Sensors*, 20 (22), Art. 6441 [in English].

4. International Organization for Standardization. (2005). ISO 7730:2005 – Ergonomics of the thermal environment [in English].
5. Wargocki, P., & Wyon, D.P. (2020). The relationships between classroom air quality and children’s performance in school. *Building and Environment*, 173, Art. 106749 [in English].
6. Dai, Z., Zhang, Q., Zhao, L., Zhu, X., & Zhou, D. (2023). Cloud-Edge Computing Technology-Based Internet of Things System for Smart Classroom Environment. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)*, 18 (08), 79–96 [in English].
7. Singh, N., Buyya, R., & Kim, H. (2025). Securing Cloud-Based Internet of Things: Challenges and Mitigations. *Sensors*, 25 (1), Art. 79 [in English].
8. Fernandes, E., Jung, J., & Prakash, A. (2016). Security analysis of emerging smart home applications. In: *2016 IEEE Symposium on Security and Privacy*, 636–654 [in English].
9. Kitkowska, A., Brodén, K., & Abdullah, L. (2024). The requirements, benefits, and barriers of IoT solutions to support well-being in elementary schools. *IEEE Access*, 12, 144965–144981 [in English].

Хоменко Євгеній Вікторович – аспірант кафедри комп’ютерних наук та програмної інженерії Херсонського державного університету. E-mail: yekhomenko@ksu.ks.ua, ORCID: 0000-0002-5972-7410.

Бабічев Сергій Анатолійович – доктор технічних наук, професор, професор кафедри інформатики університету Яна Євангеліста Пуркіне, Усті-над-Лабем, Чехія; професор кафедри фізики Херсонського державного університету. E-mail: sergii.babichev@ujep.cz, sbabichev@ksu.ks.ua, ORCID: 0000-0001-6797-1467.

Khomenko Yevhenii Viktorovych – Postgraduate Student at the Department of Computer Science and Software Engineering of the Kherson State University. E-mail: yekhomenko@ksu.ks.ua, ORCID: 0000-0002-5972-7410.

Babichev Sergii Anatoliiovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Informatics of the Jan Evangelista Purkyně University in Ústí nad Labem, Czech Republic; Professor at the Department of Physics of the Kherson State University. E-mail: sergii.babichev@ujep.cz, sbabichev@ksu.ks.ua, ORCID: 0000-0001-6797-1467.

M.O. CHORNOBUK, V.I. DUBROVIN
National University Zaporizhzhia Polytechnic

AN OVERVIEW OF USING OF FRACTAL ANALYSIS FOR DETECTING DDoS NETWORK ATTACKS

Distributed Denial-of-Service (DDoS) attacks are among the most severe cybersecurity threats, continuously evolving and causing extensive financial losses worldwide. Unlike traditional Denial-of-Service (DoS) attacks, DDoS attacks leverage multiple compromised systems, creating a coordinated effort to overwhelm network resources and disrupt service availability. The growing complexity of these attacks, often indistinguishable from legitimate traffic, presents significant challenges for detection and mitigation. This article examines various machine learning techniques for DDoS detection, including Support Vector Machine (SVM), K-Nearest Neighbors (KNN), Decision Trees, and Naïve Bayes, all of which demonstrate high accuracy in classifying attack patterns on synthetic datasets. While effective in controlled environments, these methods often struggle with the nuances of real-world network traffic, where hybrid and novel attack types obscure detection efforts. To address these challenges, we explore the application of fractal analysis, a promising approach for identifying self-similarity in network traffic.

Fractal analysis, which captures the self-similarity in network traffic, has shown potential for identifying abnormal patterns indicative of DDoS activity. Although it has limitations, fractal analysis can improve the detection process when combined with statistical features and machine learning algorithms.

Fractal characteristics, such as those quantified by the Hurst Exponent, reveal long-term dependencies and autocorrelation structures in traffic, making them suitable for detecting irregularities commonly associated with DDoS attacks. Our analysis demonstrates that fractal-based methods, when combined with statistical and machine learning approaches, can enhance detection accuracy and improve adaptability to real-world scenarios. Although no single method offers a universal solution, this study underscores the importance of using diverse techniques to effectively monitor and protect against DDoS threats. Further research should focus on integrating multifaceted detection models to better address the evolving landscape of cybersecurity threats posed by DDoS attacks.

Key words: machine learning, DDoS, fractal analysis, classification.

M.O. ЧОРНОБУК, В.І. ДУБРОВІН
Національний університет «Запорізька політехніка»

ОГЛЯД ВИКОРИСТАННЯ ФРАКТАЛЬНОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ ВИЯВЛЕННЯ МЕРЕЖЕВИХ DDoS-АТАК

Розподілені атаки на відмову в обслуговуванні (DDoS-атаки) є однією з найсерйозніших загроз кібербезпеці, яка постійно розвивається і завдає значних фінансових збитків у всьому світі. На відміну від традиційних атак типу «відмова в обслуговуванні» (DoS), DDoS-атаки використовують декілька скомпрометованих систем, створюючи скоординовані зусилля для перевантаження мережевих ресурсів і порушення доступності сервісів. Зростаюча складність цих атак, які часто неможливо відрізнити від легітимного трафіку, створює значні труднощі для виявлення та пом'якшення їх наслідків. У цій статті розглядаються різні методи машинного навчання для виявлення DDoS-атак, зокрема машина опорних векторів (SVM), K-найближчих сусідів (KNN), дерева рішень та наївний Байєс, які демонструють високу точність у класифікації шаблонів атак на синтетичних наборах даних. Хоча ці методи ефективні в контрольованих середовищах, вони часто борються з нюансами реального мережевого трафіку, де гібридні та нові типи атак затуманюють зусилля з виявлення. Щоб вирішити ці проблеми, ми досліджуємо застосування фрактального аналізу – перспективного підходу для виявлення самоподібності у мережевому трафіку.

Фрактальний аналіз, який фіксує самоподібність мережевого трафіку, продемонстрував потенціал для виявлення аномальних закономірностей, що свідчать про DDoS-активність. Хоча він має свої обмеження, фрактальний аналіз може покращити процес виявлення у поєднанні зі статистичними ознаками та алгоритмами машинного навчання.

Фрактальні характеристики, наприклад, кількісно вимірювані за допомогою експоненти Херста, виявляють довгострокові залежності та автокореляційні структури у трафіку, що робить їх придатними для виявлення нерегулярностей, які зазвичай асоціюються з DDoS-атаками. Наш аналіз демонструє, що методи на основі фракталів у поєднанні зі статистичними підходами та підходами машинного навчання можуть підвищити точність виявлення та покращити адаптивність до реальних сценаріїв. Хоча жоден метод не пропонує універсального рішення, це дослідження підкреслює важливість використання різноманітних методів для ефективного моніторингу та захисту від DDoS-загроз. Подальші дослідження мають бути зосереджені на інтеграції багатограних моделей виявлення для кращого реагування на мінливий ландшафт загроз кібербезпеці, які створюють DDoS-атаки.

Ключові слова: машинне навчання, DDoS, фрактальний аналіз, класифікація.

Problem Statement

Distributed Denial-of-Service (DDoS) attacks are one of the most dangerous among cybersecurity threats. In a basic Denial-of-Service (DoS) attack, a single source generates a high volume of traffic or repeated requests to overwhelm a network or service, aiming to exhaust its resources and disrupt normal functionality causing denial of service for legitimate customers. While DoS attacks can be damaging to some extent, they are generally limited by the attacker's own resources and are easier to detect and counteract due to their single point of origin. Currently, they are seldom used and pose minimal cybersecurity threats. DDoS attacks, however, are a more advanced and destructive form of DoS. They harness multiple compromised systems, typically organized into a botnet, to conduct a coordinated attack. This distributed approach not only amplifies the scale and impact but also makes these attacks much more challenging to trace and mitigate [1].

Analysis of recent studies and publications

DDoS attacks remain one of the most widespread problems in network security. Despite the fact that such attacks have existed for more than 20 years, and the means to combat them are improving every year, attackers are constantly attracting more and more resources to carry out attacks, and the annual damage from them is estimated in billions of dollars [2]. According to [3] the total number of DDoS attacks in 2023 decreased by more than 50% compared to data from 2022. However, the maximum attack size has increased by an enormous 93.42% up to 700 Gbps. And an average attack size increased by 233% up to 0.8 Gbps. The difficult geopolitical situation and global tensions make cybersecurity even more important. Combined with the constant growth of computing resources and network bandwidth available to the average user, this underscores the importance of protection against DDoS attacks.

There are a huge number of types of DDoS attacks. This diversity makes it much more difficult to counter them, because they are so hard to detect. Numerous DDoS attacks masquerade as legitimate traffic, and unusual types of attacks usually have no distinguishing features. These factors preclude the development of a universal and clear algorithm for detecting such attacks [4]. In such a situation, the task of detecting DDoS attacks is usually reduced to the formal task of classifying traffic based on its features. This task is often addressed using statistical methods or machine learning algorithms.

Presentation of the main research material

The machine learning approach remains one of the most popular approaches for detecting DDoS attacks. Popular classification methods are used for this task: KNN, SVM, Decision Trees, Artificial Neural Networks, Naïve Bayes, etc [5]. Selected papers examining the application of some of these methods will be discussed below.

Paper [6] describes DDoS attack detection using Support Vector Machine, K-Nearest Neighbor, Decision Tree and other common classification methods. Authors used a well-known dataset KDD99 which contains 494021 samples. Using the features extraction method 8 features with the most information gain were selected. Those features include data such as connection protocol, number of data bytes transferred from source to destination, percentage of different services on the current host, etc. According to the study, all methods demonstrated classification accuracy levels above 90% and the Fuzzy C Mean method showed the highest result with 98.7% of accuracy.

Paper [7] contains a similar study which analyzes DDoS detection using Naïve Bayes, Decision Trees, SVM. It also compares two feature selection methods: Principal Component Analysis (PCA) and Learning Vector Quantization (LVQ). The study shows that feature selection methods play an important role in reducing the dimensionality of the data, thus increasing the efficiency of the classification algorithms used. According to the results of the study, the Decision Tree method used in conjunction with LVQ showed the best results. A classification accuracy of 98.74% was achieved.

In [8] it is proposed to use a more complicated machine learning algorithm – Long Short-Term Memory (LSTM), which is a deep learning technique that includes a feature selection and extraction

algorithm. A popular CICDDoS2019 dataset was used, which includes different types of attacks: UDP-Lag, LDAP, NetBIOS, SSDP, SNMP and many others. Each sample contains 88 features which are used as an input for the proposed model. The authors achieved an accuracy rate of 98%. It is shown that LSTM can be a better solution to the problem as it encompasses both feature selection and extraction in its model, which makes it superior to shallow machine learning methods.

Paper [9] proposes a usage of a Random Forest ensemble machine learning algorithm for solving the problem. CICIDS 2017 and CICDDoS 2019 datasets which contain a range of popular DDoS attack types were used. Mutual Information (MI) and Random Forest Feature Importance (RFFI) methods were used for the feature selection process. The proposed model achieved a remarkable classification accuracy of 99.997%.

Despite success on synthetic datasets, detecting malicious traffic during DDoS attacks in real-world environments remains challenging. New types of attacks, combining different types of attacks, varying attack strength over time, all these factors significantly complicate DDoS detection in real time. One solution to such a problem may be to analyze traffic using fractal analysis.

As demonstrated in [10–12], network traffic exhibits a fractal (self-similar) nature. This self-similarity is characterized by strong traffic autocorrelation and long-term dependence, meaning that the correlation structures remain consistent even when observed over extended time scales. Fractal analysis methods help identify structural features that may indicate abnormal changes typical of illegitimate traffic. These abnormalities often include various types of network attacks. The paper demonstrates that a fractal approach can be used to identify different types of DDoS attacks.

The use of statistical features of traffic for detecting DDoS attacks, including fractal analysis using Hurst Exponent, is also discussed in [13]. The Hurst exponent expresses the degree of self-similarity of the time series. It is used in various areas of applied mathematics, including fractals, chaos theory, long-term memory processes, spectral analysis, and network parameter sizing in queueing theory. Authors show that Hurst Exponent had a tendency to change significantly during particular types of attacks. It is concluded, however, that it can't be used for classifying network traffic without other features, because the exponent sometimes took unusually high values during the processing of legitimate traffic.

Paper [14] focuses on fractal analysis to model and understand the self-similarity in network traffic patterns. Through wavelet analysis, the authors examine the Hurst exponent to quantify these patterns across multiple scales. This fractal modeling, particularly through multifractal wavelet models, reveals that network traffic exhibits both large-scale self-similarity and small-scale multifractal characteristics. Authors use publicly available datasets with network data to prove that proposed approach may be used for detecting DDoS attacks. Proposed fractal-based model demonstrates high accuracy in monitoring and predicting network performance anomalies. The authors concede, however, that their model will require additional customization for other types of network attacks and is not universally efficient.

DDoS detection remains a complex problem, requiring a combination of different methods for detection of exotic types of attacks. Popular machine learning classification methods, such as SVM, Decision Trees, and Naïve Bayes, have proven effective in identifying attack patterns with high accuracy on synthetic datasets. However, the problem of accurate detection of all types of DDoS attacks in a real environment is yet to be solved. Techniques such as fractal analysis offer promising results by identifying the self-similar patterns in network traffic that often signify DDoS attacks. Although statistical methods can extract network traffic features, [13] indicates that no single statistical characteristic can accurately identify all types of attacks. Further development of these methods and improved accuracy in DDoS attack detection may depend on using diverse traffic characteristics as inputs to machine learning models.

An example of traffic analysis using Hurst Exponent

In order to illustrate the usage of fractal analysis for the traffic feature extraction a part of a well-known dataset IDS 2018 Intrusion was used [15]. The Hurst Exponent of the forward packets per second rate was calculated for an interval of 12 hours of data which included a popular type of an HTTP flood DDoS attack. Table 1 shows resulting values for malicious samples, legitimate samples and resulting mixed traffic.

Table 1

Hurst Exponent values for different parts of traffic

Traffic type	Hurst Exponent
Legitimate	0.9570044
Malicious	0.5808738
Mixed	0.9570041

The data shows that the Hurst Exponent for malicious samples differs significantly from that of normal traffic. Nevertheless, given the sluggish nature of the attack, which lasted for 12 hours, the value of the Hurst Exponent for the resulting traffic does not change much. This suggests that the Hurst Exponent can help detect network attacks, though raw statistical data may require additional processing to be useful. Fig.1 shows an illustrative graph of the value of forward packets per second rate for the used dataset.

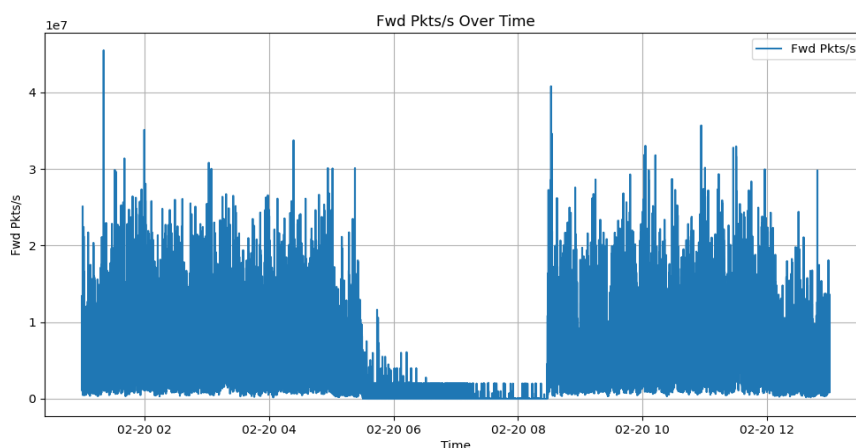


Fig. 1. Forward packets per second rate

Conclusions

In conclusion, while Distributed Denial-of-Service (DDoS) attacks continue to pose a significant threat to network security, they often can be detected by using machine learning algorithms. Techniques such as SVM, Decision Trees, and Naïve Bayes have demonstrated high accuracy in detecting attack patterns on synthetic datasets. However, real-world application remains challenging due to the evolving and often unpredictable nature of DDoS attacks. Fractal analysis, which captures the self-similarity in network traffic, has shown potential for identifying abnormal patterns indicative of DDoS activity. Although it has limitations, fractal analysis can improve the detection process when combined with statistical features and machine learning algorithms.

Bibliography

1. Merkebauly M. Overview of Distributed Denial of Service (DDoS) attack types and mitigation methods. *InterConf*. 2024. № 43(193). С. 494–508. <https://doi.org/10.51582/interconf.19-20.03.2024.048> (дата звернення: 17.01.2025).

2. Singh A., Gupta B. B. Distributed denial-of-service (ddos) attacks and defense mechanisms in various web-enabled computing platforms. *International journal on semantic web and information systems*. 2022. Т. 18, № 1. С. 1–43. <https://doi.org/10.4018/ijswis.297143> (дата звернення: 17.01.2025).
3. DDoS trend report 2024. Official site. Nexusguard - Simplifying DDoS for Communications Service Providers. URL: <https://www.nexusguard.com/threat-report/ddos-trend-report-2024> (дата звернення: 17.01.2025).
4. Majeed alhammadi N. A., Zaboon K. H., Abdullah A. A. A review of the common ddos attack: types and protection approaches based on artificial intelligence. *Fusion: practice and applications*. 2021. Т. 7(1). С. 08–14. <https://doi.org/10.54216/fpa.070101> (дата звернення: 17.01.2025).
5. Alqahtani Haya Malooh, Abdullah Monir. A review on ddos attacks classifying and detection by ML/DL models. *International journal of advanced computer science and applications*. 2024. Т. 15, № 2. С. 824–833. <https://doi.org/10.14569/ijacsa.2024.0150283> (дата звернення: 17.01.2025).
6. Yusof A., Udzir N., Selamat A. An evaluation on KNN-SVM algorithm for detection and prediction of ddos attack. *Trends in applied knowledge-based systems and data science*. 2016. (Springer Nature Link, 14 липня 2016 р.), С. 95–102. https://doi.org/10.1007/978-3-319-42007-3_9 (дата звернення: 17.01.2025).
7. Bagyalakshmi C., Samundeeswari E.S. DDoS attack classification on cloud environment using machine learning techniques with different feature selection methods. *International journal of advanced trends in computer science and engineering*. 2020. Т. 9, № 5. С. 7301–7308. <https://doi.org/10.30534/ijatcse/2020/60952020> (дата звернення: 17.01.2025).
8. Kumar D., Pateriya R. K., Gupta R. K., Dehalwar V., Sharma A. DDoS detection using deep learning. *Procedia computer science*. 2023. Т. 218. С. 2420–2429. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2023.01.217>.
9. Alduailij M., Khan Q. W., Tahir M., Sardaraz M., Alduailij M., Malik F. Machine-Learning-Based ddos attack detection using mutual information and random forest feature importance method. *Symmetry*. 2022. Т. 14, № 6. С. 1095. <https://doi.org/10.3390/sym14061095>.
10. Kirichenko L., Radivilova T., Yeremenko O. Fractal features of DDoS attacks series. *WomENCourage: conference Rome*. 17–19 September, 2019. Rome. 2019. URL: https://www.researchgate.net/publication/337335195_Fractal_features_of_DDoS_attacks_series (дата звернення: 17.01.2025).
11. Yan R., Xu G., Qin X. Detect and identify DDoS attacks from flash crowd based on self-similarity and Renyi entropy. *Chinese automation congress (CAC-2017)*, Jinan, 20–22 жовт. 2017 р. Jinan, 2017. P. 7188–7194. <https://doi.org/10.1109/cac.2017.8244075> (дата звернення: 17.01.2025).
12. Xia H., Xu W. *Research on method of network abnormal detection based on hurst parameter estimation*. In International conference on computer science and software engineering, Wuhan, China, 12–14 груд. 2008 р. Wuhan, China, 2008. P. 559–562. <https://doi.org/10.1109/csse.2008.1069> (дата звернення: 17.01.2025).
13. Smiesko J., Segec P., Kontsek M. Machine recognition of ddos attacks using statistical parameters. *Mathematics*. 2023. Т. 12, № 1. С. 142. <https://doi.org/10.3390/math12010142> (дата звернення: 17.01.2025).
14. Ding C., Chen Y., Liu Z., Alshehri A.M., Liu T. Fractal characteristics of network traffic and its correlation with network security *Fractals*. 2022. Т. 30, № 02. <https://doi.org/10.1142/s0218348x22400679> (дата звернення: 17.01.2025).
15. IDS 2018 Intrusion CSVs (CSE-CIC-IDS2018). Official site. www.kaggle.com. URL: <https://www.kaggle.com/datasets/solarmainframe/ids-intrusion-csv> (дата звернення: 17.01.2025).

References

1. Merkebaiuly, M. (2024). Overview of Distributed Denial of Service (DDoS) attack types and mitigation methods. *InterConf*, 43(193), 494–508. <https://doi.org/10.51582/interconf.19-20.03.2024.048> [in English].
2. Singh, A., & Gupta, B. B. (2022). Distributed denial-of-service (ddos) attacks and defense mechanisms in various web-enabled computing platforms. *International Journal on Semantic Web and Information Systems*, 18(1), 1–43. <https://doi.org/10.4018/ijswis.297143> [in English].
3. *DDoS trend report 2024*. (2024). Official site. Nexusguard - Simplifying DDoS for Communications Service Providers. Retrieved from: <https://www.nexusguard.com/threat-report/ddos-trend-report-2024> [in English].
4. Majeed alhammadi, N. A., Zaboon, K. H., & Abdullah, A. A. (2021). A review of the common ddos attack: Types and protection approaches based on artificial intelligence. *Fusion: Practice and Applications*, 7(1), 08–14. <https://doi.org/10.54216/fpa.070101> [in English].
5. Alqahtani, H. M., & Abdullah, M. (2024). A review on ddos attacks classifying and detection by ML/DL models. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 15(2), 824–833. <https://doi.org/10.14569/ijacsa.2024.0150283> [in English].
6. Yusof, A., Udzir, N., & Selamat, A. (2016). An evaluation on KNN-SVM algorithm for detection and prediction of ddos attack. In *Trends in applied knowledge-based systems and data science* (Springer Nature Link, 14 липня 2016 р.), 95–102. https://doi.org/10.1007/978-3-319-42007-3_9 [in English].
7. Bagyalakshmi, C., & Samundeeswari, E.S.. DDoS attack classification on cloud environment using machine learning techniques with different feature selection methods. (2020). *International Journal of Advanced Trends in Computer Science and Engineering*, 9(5), 7301–7308. <https://doi.org/10.30534/ijatcse/2020/60952020> [in English].
8. Kumar, D., Pateriya, R. K., Gupta, R. K., Dehalwar, V., & Sharma, A. (2023). DDoS detection using deep learning. *Procedia Computer Science*, 218, 2420–2429. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2023.01.217> [in English].
9. Alduailij, M., Khan, Q. W., Tahir, M., Sardaraz, M., Alduailij, M., & Malik, F. (2022). Machine-Learning-Based ddos attack detection using mutual information and random forest feature importance method. *Symmetry*, 14(6), 1095. <https://doi.org/10.3390/sym14061095> [in English].
10. Kirichenko, L., Radivilova, T., & Yeremenkj, O. (2019). Fractal features of DDoS attacks series. Proceedings conference *WomENCourage*, Rome. Retrieved from: https://www.researchgate.net/publication/337335195_Fractal_features_of_DDoS_attacks_series (дата звернення: 17.01.2025) [in English].
11. Yan, R., Xu, G., & Qin, X. (2017). Detect and identify DDoS attacks from flash crowd based on self-similarity and Renyi entropy. In *Chinese automation congress (CAC-2017)*. Jinan. <https://doi.org/10.1109/cac.2017.8244075> [in English].
12. Xia, H., & Xu, W. (2008). Research on method of network abnormal detection based on hurst parameter estimation. In *2008 international conference on computer science and software engineering*. Wuhan, China. <https://doi.org/10.1109/csse.2008.1069> [in English].
13. Smiesko, J., Segec, P., & Kontsek, M. (2023). Machine recognition of ddos attacks using statistical parameters. *Mathematics*, 12(1), 142. <https://doi.org/10.3390/math12010142> [in English].
14. Ding, C., Chen, Y., Liu, Z., Alshehri, A. M., & Liu, T. (2022). Fractal characteristics of network traffic and its correlation with network security. *Fractals*, 30(02). <https://doi.org/10.1142/s0218348x22400679> [in English].
15. *IDS 2018 Intrusion CSVs (CSE-CIC-IDS2018)*. (2018). [Official site]. www.kaggle.com. Retrived from: <https://www.kaggle.com/datasets/solarmainframe/ids-intrusion-csv> [in English].

Chornobuk Maksym Olehovych – student at the Software Engineering Department of the National University Zaporizhzhia Polytechnic. E-mail: chornobuk.maksym@zp.edu.ua, ORCID: 0000-0003-3200-7306.

Dubrovin Valery Ivanovych – Candidate of Technical Sciences, Professor at the Department of Software of the National University Zaporizhzhia Polytechnic. E-mail: vdubrovin@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0848-8202.

Чорнобук Максим Олегович – студент кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька політехніка». E-mail: chornobuk.maksym@zp.edu.ua, ORCID: 0000-0003-3200-7306.

Дубровін Валерій Іванович – к.т.н., професор кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька політехніка». E-mail: vdubrovin@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0848-8202.

О.В. ШАРКО, А.В. БУКЕТОВ, К.М. КЛЕВЦОВ,
О.О. САПРОНОВ, В.В. СОЦЕНКО
Херсонська державна морська академія
М.К. КЛЕВЦОВ
Херсонський національний технічний університет

СТРУКТУРИЗАЦІЯ ІНФОРМАЦІЇ ДЛЯ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ ТРАНСПОРТНОЇ ЛОГІСТИКИ

Наведено системний підхід інтеграції аналізу, синтезу та розгляду різних сторін логістичної транспортної системи з можливістю перебудови на зміну функціонування. Встановлено, що системний підхід у транспортній логістиці є методологією наукового пізнання, в основі якої лежить розгляд об'єктів, що переміщуються, як систем, що володіють своїми властивостями й відносинами. Використання системного підходу транспортної логістики передбачає взаємодію із системами, які складаються зі структурованих і функціонально організованих елементів. Виконана формалізація логістичної транспортної системи, її структури та властивостей. Виявлено чинники, параметри та сукупності показників, що характеризують логістичні зміни у транспортних системах. Розроблено структурування інформації для системного аналізу транспортної логістики, особливості якої є одночасне завдання станів і ситуацій, що визначаються зовнішніми умовами функціонування транспортних систем. Показано перспективність використання інструментів системного аналізу для оперативного доступу до інформації щодо будь-якого елемента транспортної логістики та динаміки процесів перевезень. Застосування системного аналізу для вивчення завдань транспортної логістики зумовлюється взаємозалежністю логістичних і математичних моделей та зв'язків між цілями, альтернативними засобами їх досягнення, навколишнім середовищем і ресурсами. Спочатку фіксуються тільки видимі структури, а потім шляхом аналізу та перетворення логістичної системи виявляються приховані структури, за якими слідує нова якість системи. Розглянуто завдання логістики як сукупності єдиних уявлень про структурні зміни процесу управління за умов невизначеності. Системні методи розрахунку з елементами дискретної математики дозволяють описати стан системи в динаміці та знайти раціональні управлінські рішення. Показано, що керування транспортними перевезеннями, яке засноване на принципах системного аналізу під час формування керування складними системами, може виявити низку якісно нових ідей, які можуть суттєво підвищити ефективність перевезень.

Ключові слова: інформація, транспортна логістика, показники, система, структурування, транспортні перевезення.

O.V. SHARKO, A.V. BUKETOV, K.M. KLEVTSOV,
O.O. SAPRONOV, V.V. SOTSENKO
Kherson State Maritime Academy
M.K. KLEVTSOV
Kherson National Technical University

STRUCTURING INFORMATION FOR SYSTEM ANALYSIS OF TRANSPORT LOGISTICS

The article presents a system approach to integrating analysis, synthesis and consideration of various aspects of the logistics transport system with the possibility of restructuring to change the functioning. It is established that the system approach in transport logistics is a methodology of scientific knowledge based on the consideration of moving objects as systems with their own properties and relationships. The use of the system approach to transport logistics involves interaction with systems consisting of structured and functionally organized elements. The formalization of the logistics transport system, its structure and properties is performed. Factors, parameters and sets of indicators characterizing logistics changes in transport systems are identified. The structuring of information for the system analysis of transport logistics has been developed, the peculiarity of which is the simultaneous assignment of states and situations determined by the external conditions of the functioning of transport systems. The prospects of using system analysis tools for operational access to information related to any element of transport logistics and the dynamics of transportation processes are shown. The use of systems analysis to study the problems of transport logistics is due to the interdependence of logistic and mathematical models and connections between goals, alternative means of achieving them, the environment and resources. At first, only visible structures are recorded, and then, by analyzing and transforming the logistic system, hidden structures are revealed, followed by a new quality of the system. The problems of logistics are considered as a set of unified ideas about structural changes in the management process under uncertainty. System calculation methods with elements of discrete mathematics allow us to describe the state of the system in dynamics and find rational management solutions. It is shown that transport management based on the principles of systems analysis in the formation of complex systems management can reveal a number of qualitatively new ideas that can significantly improve the efficiency of transportation.

Key words: information, transport logistics, indicators, system, structuring, transportation.

Постановка проблеми

Транспортна логістика, згідно із загальноприйнятими положеннями, – це вид переміщення вантажопотоків у встановлений термін з мінімальною вартістю. Проблема керування транспортними перевезеннями ототожнюється з ухваленням рішень за умов досить глибокої невизначеності. Природа такої невизначеності пов'язана з тим, що динаміка перевезень породжується внутрішніми стохастичними процесами, фіксуються лише їхні зовнішні прояви. Для її вивчення може бути використаний системний підхід, заснований на інтеграції аналізу, синтезу та розгляду різних сторін транспортної логістичної системи та змін, що відбуваються в ній, з необхідністю вибору науково обґрунтованих інструментів, що дозволяють системі перебудовуватися відповідно до змін ситуації.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Для своєчасного ухвалення компетентного керівного рішення необхідно мати оперативний доступ до інформації щодо будь-якого елементу структури транспортної логістики, а також мати можливість простежити динаміку процесів перевезень, що характеризується великою кількістю показників [1]. Методичний фонд накопичення необхідної та достовірної інформації ґрунтується на принципах системного аналізу [2]. Системний аналіз у транспортній логістиці – сукупність методів і засобів вироблення рішень з управління процесами перевезень, що розглядає завдання логістики та їхній взаємозв'язок як єдине ціле [3]. Важливою відмінністю системних досліджень транспортної логістики є міждисциплінарний характер, заснований на принципах ізоморфізму – перенесення законів і методів досліджень з одних областей наукових досліджень до інших [4; 5]. Системний аналіз необхідний для своєчасного виявлення труднощів і перешкод у забезпеченні транспортних сполучень [6].

Актуальність проблеми керування транспортною логістикою зумовлюється необхідністю проведення заходів щодо розроблення методології керування транспортними перевезеннями в умовах змін довкілля.

Мета дослідження

Метою дослідження є структуризація інформації для системного аналізу транспортної логістики.

Мета дослідження виявила такі завдання, як: формалізація логістичної транспортної системи, її структури та властивостей; виявлення чинників, параметрів і сукупностей показників, що характеризують логістичні зміни у транспортних системах; координація взаємодій.

Виклад основного матеріалу

Системний підхід у транспортній логістиці є методологією наукового пізнання, в основі якої лежить розгляд об'єктів, що переміщуються як системи, що володіють своїми властивостями й відносинами. Системний підхід дозволяє побачити об'єкт, що вивчається, як комплекс взаємопов'язаних підсистем, об'єднаних загальною метою. Системний підхід передбачає послідовний перехід від загального до часткового, коли в основі розгляду лежить конкретна мета, для досягнення якої створюється логістична система. Використання системного підходу у транспортній логістиці передбачає взаємодію із системами, які складаються зі структурованих і функціонально організованих елементів. Застосування системного аналізу для вивчення завдань транспортної логістики зумовлюється взаємозалежністю логістичних і математичних моделей та зв'язків між цілями, альтернативними засобами їх досягнення, навколишнім середовищем і ресурсами. Спочатку фіксуються тільки видимі структури, а потім шляхом аналізу та перетворення логістичної системи виявляються приховані структури, за якими слідує нова якість системи.

Вирішальним правилом вибору системного аналізу як методу дослідження завдань транспортної логістики стала можливість перетворення важких логістичних проблем на

серію завдань, які мають метод рішення. Системний підхід пов'язаний з виділенням системи транспортних перевезень із довкілля та визначенням сукупності послідовних логічних кроків, розглядом проблеми управління транспортними перевезеннями в умовах змін довкілля.

Для реалізації цих принципів виділяється окремо транспортна система S , підсистема, яка керує всіма перевезеннями й виробляє управління U . Для розроблення послідовності операцій управління транспортними перевезеннями потрібна модель транспортної логістики, на підставі якої визначаються дії, які необхідно виробити для їх подачі на вхід системи.

Класифікація систем транспортних перевезень визначається через основні види їхніх взаємодій, які утворюють під час управління з одного центру загальну ієрархічну структуру функціонування підсистеми.

Формалізація логістичної транспортної системи, її структури та властивостей

Процес управління транспортною логістикою піддається впливу внутрішніх і зовнішніх чинників, які характеризуються трьома векторами:

– вектором станів входів системи, які є керованими об'єктами транспортних перевезень:

$$X(t) = \{X_1, X_2, \dots, X_n\},$$

– вектором станів виходів системи, які є результуючими змінами у транспортній системі, після введення в неї керівного впливу:

$$Y(t) = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_m\},$$

– вектором внутрішніх станів транспортної системи, які являють собою організаційні характеристики та параметри використовуваної схеми транспортних перевезень:

$$S(t) = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}.$$

Тоді залежність вихідних величин від стану входів і внутрішніх станів системи можна записати так:

$$Y(t) = F(X(t), S(t)),$$

де F – оператор перетворення функціональних параметрів системи, який може мати вигляд логічної, алгебраїчної, диференціальної, інтегральної та інших операцій перетворення координат векторів $X(t)$, $S(t)$ на координати вектора $Y(t)$.

Позначивши через $Z(t)$ зовнішні впливи навколишнього середовища, які змінюють стабільність ситуації, увесь процес управління транспортними перевезеннями можна виразити схемою (рис. 1). У цьому внутрішня стійкість транспортної системи S буде змінюватися, тобто транспортна система, що піддалася впливу $Z(t)$, трансформується та розвивається. У результаті роботи транспортна система S впливає на довкілля, що являє собою можливі конкуруючі альтернативні варіанти перевезень, реакція якої зумовлює необхідність зміни вхідних сигналів X . Отже, виникають замкнуті петлі зворотного зв'язку.

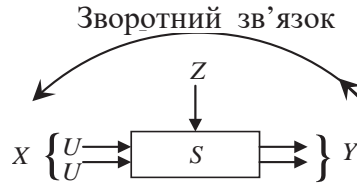


Рис. 1. Загальна схема керування транспортною логістикою

Кінцевою метою ухвалення рішень в умовах невизначеності впливу зовнішнього середовища на можливості здійснення транспортних перевезень є вибір із допустимої множини рішень щодо управління об'єктами транспортних перевезень X єдиного найкращого x^* , тобто екстремального за вибраними критеріями $k_i(x)$:

$$x^* = \arg \text{extr} \{k_i(x)\}, \quad i = 1 \dots n.$$

Змістове значення множини X включає визначення переліку значущих характеристик x :

$$X = (x_1, x_2 \dots x_n).$$

Якщо завдання однокритеріальне, тобто $n = 1$, то маємо єдине рішення, якщо $n > 1$, завдання є багатокритеріальним.

У формуванні інформаційної бази транспортних перевезень необхідно, з одного боку, урахувати всі деталі й особливості аналізованого завдання, з іншого – намагатися організувати побудову системи управління таким чином, щоб для її здійснення можна було б використовувати апробований математичний апарат. Корисним інструментом для вирішення завдань керування транспортними перевезеннями є системний аналіз.

Виявлення чинників, параметрів і сукупностей показників, що характеризують логістичні зміни у транспортних системах

Структура інформаційної моделі транспортної логістики може бути представлена за допомогою графа, у вузлах якого розміщуються джерела та споживачі інформації. Граф – це топологічна модель, яка дозволяє структурувати завдання, що ґрунтуються на пріоритетах, для яких задано правило інцидентності, що пов'язує кожне ребро з вершинами.

Вершини графа відповідають елементам множин. Якщо кожному його ребру вибрати напрямки, такий граф буде орієнтованим.

Якщо ігнорувати напрямки дуг в орієнтованому графі, отримуємо відповідний неорієнтований граф. Неорієнтований граф наведено на рис. 2.

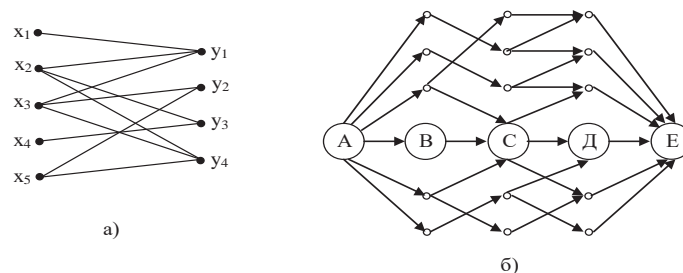


Рис. 2. Неорієнтований (а) і орієнтований (б) графи транспортних перевезень

де a_j і b_j – фіксовані значення того параметра, що характеризує область його допустимих значень, y_i^- та y_i^+ – обмеження на значення вимог, що накладаються на i -ту характеристику.

Загалом область D допустимих рішень, що задовольняють цій системі обмежень, може бути представлена такою множиною:

$$D = \{x \mid g_k(x) \geq 0, k = \overline{1, k}\}.$$

Для оцінювання відносної важливості одного допустимого рішення $x^k \in D$ порівняно з іншим допустимим рішенням $x^l \in D$ уведемо частковий критерій оптимальності $Q_i(x)$, $i = \overline{1, N}$, який дозволяє вважати, що рішення x^k не менш переважно, ніж рішення x^l , якщо дотримується співвідношення:

$$x^k \succ x^l \Leftrightarrow Q_i(\overline{x^k}) \leq Q_i(x^l),$$

де $Q_i(x)$ – чисельна оцінка рішення відповідно до часткового критерію оптимальності Q_i .

Тоді математична модель ухвалення рішень зводиться до:

$$Q_i^* = Q_i(x^*) = \min_{x \in D} Q_i(x).$$

За наявності кількох часткових критеріїв оптимальності $Q_i(x)$, $i = \overline{1, N}$ особа, яка ухвалює рішення, має обрати допустиме рішення $x \in D$, що забезпечує найменше значення N усіх часткових критеріїв, тобто математична модель ухвалення рішень зводиться до задачі багатокритеріальної векторної оптимізації:

$$\min_{x \in D} Q_1(x), \min_{x \in D} Q_2(x), \dots, \min_{x \in D} Q_N(x).$$

Керівні альтернативи вибираються залежно від ситуації. Апріорні уявлення про перевагу своїх дій виражаються за допомогою функції $w^s(y, s, x)$. Вона залежить від стану $s \in S$ та ситуації $x \in X$. Така функція є функцією корисності w^s . Вона представляє апріорні переваги на керівних альтернативах $y \in Y$ відповідно до умови:

$$y' \succ y \Leftrightarrow w^s(y', s, x) > w^s(y, s, x).$$

Функція корисності може бути основою визначення сенсу та структури необхідного критерію.

Отже, виражається початкова структуризація формалізації ситуаційного управління.

Еволюція об'єкта інтересів здійснення транспортних перевезень за умов невизначеності впливу навколишнього оточення описується процесом у просторі станів S . Для оцінювання структури інтересів користувача встановлено множину ситуацій X , які є кількісними характеристиками ставлення суб'єкта до стану. Ситуації потребують діагностики та вибору об'єктів управління із множини X . Задано обмеження $X_s \subset X$ на допустимість альтернатив діагностики залежно від стану $s \in S$. Керівні впливи визначаються перехідною функцією керованого процесу, позначеною як $q^s(S \mid S \times Y)$. Задано множину керівних альтернатив і обмеження.

Структура інтересів вибирається із множини даних структурних альтернатив G . Структурна альтернатива може або вибиратися послідовно за $n = 1, 2, \dots$, тоді вона є тактичною, або залишатися постійною в часі, тоді вона є стратегічною.

Особливість такої інформаційної структури полягає в тому, що в її складі передбачається одночасне завдання станів і ситуацій, які, будучи якісними характеристиками, недоступні безпосередньому спостереженню та потребують діагностики. У цих умовах закономірність динаміки ситуацій апіорі може бути задана, тому постулати ухвалення рішень передбачають завдання лише закономірностей динаміки станів, які визначаються перехідною функцією. У такому разі апіорна інформація мінімальна.

Формування математичної моделі ухвалення рішень має будуватися на основі моделювання альтернативності технологічного розвитку транспортних перевезень з урахуванням ресурсних і фінансових обмежень та визначення векторного критерію оптимальності цільових функцій.

Етап виділення необхідних властивостей системи є важливим, тобто набір властивостей визначається як ступінь відповідності мети, потенційна ефективність системи. Цей набір може бути обмеженим, тобто варто враховувати лише найважливіші, визначальні властивості, із другого боку, досить повно характеризувати систему та її можливості. Визначення такого компромісу є досить складним завданням через розмаїтість показників.

Математичні та логістичні моделі, які призначені для використання процесів перевезення вантажів у мультимодальних транспортних системах, належать до класу статистичних. Це не дозволяє явно оцінити динамічні властивості систем і адаптуватися до змін зовнішнього середовища. Особливість моделювання таких систем полягає в побудові послідовності транспортних операцій, сукупність яких задовольняє вибраним критеріям.

Висновки

1. Розроблено структурування інформації для системного аналізу транспортної логістики, особливістю якої є одночасне завдання станів і ситуацій, що визначаються зовнішніми умовами функціонування транспортних систем.

2. Розглянута методологія показує етапи просування та розвитку транспортної логістичної системи. Щоби транспортна логістика працювала максимально ефективно, необхідне впровадження інструментів відстеження вантажоперевезень у реальному часі.

3. Управління транспортними перевезеннями, яке засноване на принципах формування управління складними системами, може виявити низку якісно нових ідей, які можуть суттєво підвищити ефективність перевезень.

Список використаної літератури

1. Ачкасова Л.М. Місце і роль транспортної логістики у загальній логістичній схемі. *Економіка транспортного комплексу*. 2017. Вип. 30. С. 77–86. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/ektk_2017_30_10.
2. Ходоскіна О.А., Анасовіч В.Д., Хількевич А.І. Роль транспортної логістики у діяльності промислового підприємства. *Вісник Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту*. 2019. № 2 (80). С. 49–58 URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/vdnuzt_2019_2_7.
3. Кіркін А.П., Кіркін В.І., Кіркїна Т.Ю. Нові аналітичні методи управління транспортними потоками на базі системних досліджень у логістиці. *Вісник Приазовського державного технічного університету*. Серія «Технічні науки»: збірник наукових праць, 2017. Вип. 34. С. 209–216. <https://doi.org/10.31498/2225-6733.34.2017.105930>.
4. Шарко М.В. Управління розвитком інновацій у промисловому виробництві: монографія. Херсон: ХНТУ, 2009. 459 с.

5. Li L., Zheng Z. Construction of Logistics Distribution Information Sharing Platform Based on Internet of Things Technology. *Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies*. 2022. № 134, pp. 387–397. DOI: 10.1007/978-3-031-04812-8_33.
6. Fahim P.B.M., An R., Rezaei J., Pang Y., Montreuil B., Tavasszy L. An information architecture to enable track-and-trace capability in Physical Internet ports. *Computers in Industry*. 2021. № 129. Art. 103443. <https://doi.org/10.1016/j.compind.2021.103443>.

References

1. Achkasova, L.M. (2017). Mistse i rol transportnoi lohistyky u zahalnoi lohistychnii skhemi [The place and role of transport logistics in the general logistics scheme]. *Ekonomika transportnoho kompleksu*, 30, 77–86. Retrieved from: http://nbuv.gov.ua/UJRN/ektk_2017_30_10 [in Ukrainian].
2. Khodoskina, O.A., Anasovich, V.D., & Khilkevych, A.I. (2019). Rol transportnoi lohistyky u diialnosti promysloвого pidpryemstva [The role of transport logistics in the activities of an industrial enterprise]. *Bulletin of the Dnipropetrovsk National University of Railway Transport*. 2 (80), 49–58. Retrieved from: http://nbuv.gov.ua/UJRN/vdnuzt_2019_2_7 [in Ukrainian].
3. Kirkin, A.P., Kirkin, V.I., & Kirkina T.Yu. (2017). Novi analitychni metody upravlinnia transportnyimi potokamy na bazi systemnykh doslidzhen u lohistytsi [New analytical methods for managing transport flows based on systems research in logistics]. *Bulletin of the Azov State Technical University. Series “Technical Sciences” : Collection of Scientific Papers*, 34, 209–216. <https://doi.org/10.31498/2225-6733.34.2017.105930> [in Ukrainian].
4. Sharko, M.V. (2009). Upravlinnia rozvytkom innovatsii u promyslovomu vyrobnytstvi [Management of innovation development in industrial production: monograph]. Kherson : KNTU [in Ukrainian].
5. Li, L., & Zheng, Z. (2022). Construction of Logistics Distribution Information Sharing Platform Based on Internet of Things Technology. *Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies*, 134, 387–397. DOI: 10.1007/978-3-031-04812-8_33 [in English].
6. Fahim, P.B.M., An, R., Rezaei, J., Pang, Y., Montreuil, B., & Tavasszy, L. (2021). An information architecture to enable track-and-trace capability in Physical Internet ports. *Computers in Industry*, 129, Art. 103443. DOI: 10.1016/j.compind.2021.103443 [in English].

Шарко Олександр Володимирович – д.т.н., професор, професор кафедри транспортних технологій і судноремонту Херсонської державної морської академії. E-mail: mvsharko@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8613-2837.

Букетов Андрій Вікторович – д.т.н., професор, завідувач кафедри, професор кафедри транспортних технологій і судноремонту Херсонської державної морської академії. E-mail: buketov@tntu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9836-3296.

Клевцов Костянтин Миколайович – д.т.н., професор, професор кафедри транспортних технологій і судноремонту Херсонської державної морської академії. E-mail: klevtsovki@i.ua, ORCID: 0000-0001-9836-3296.

Сапронов Олександр Олександрович – д.т.н., професор, заступник завідувача кафедри, професор кафедри транспортних технологій і судноремонту Херсонської державної морської академії. E-mail: oo.sapronov@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1115-6556.

Соценко Віталій Віталійович – PhD, доцент кафедри транспортних технологій і судноремонту Херсонської державної морської академії. E-mail: sotsenko.vv@gmail.com, ORCID: 0000-0003-4384-9373.

Sharko Oleksandr Volodymyrovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Transport Technologies and Ship Repair of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: mvsharko@gmail.com, ORCID: 0000-0001-8613-2837.

Buketov Andrii Viktorovych – Doctor of Technical Sciences, Head of the Department, Professor at the Department of Transport Technologies and Ship Repair of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: buketov@tntu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9836-3296.

Klevtsov Kostyantyn Mykolayovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Transport Technologies and Ship Repair of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: klevtsovk@i.ua, ORCID: 0000-0001-9836-3296.

Sapronov Oleksandr Oleksandrovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Deputy Head of the Department, Professor at the Department of Transport Technologies and Ship Repair of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: oo.sapronov@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1115-6556.

Sotsenko Vitalii Vitaliiiovych – PhD, Associate Professor at the Department of Transport Technologies and Ship Repair of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: sotsenko.vv@gmail.com, ORCID: 0000-0003-4384-9373.

ПІДВИЩЕННЯ ВИЯВЛЕННЯ НЕБЕЗПЕЧНИХ ОБ'ЄКТІВ НА ОСНОВІ ВИКОРИСТАННЯ ПРОМІЖНОГО ЗЛИТТЯ МУЛЬТИМОДАЛЬНИХ ДАНИХ

Надійне виявлення небезпечних об'єктів є критично важливим компонентом у багатьох сферах, зокрема в автономному транспорті, промисловій безпеці, моніторингових системах і робототехніці. У реальних умовах – за поганого освітлення, у складних погодних умовах, за часткового перекриття об'єктів або візуального шуму – системи, які базуються на одному типі сенсора, часто демонструють нестабільну роботу або хибні спрацьовування. З метою подолання цих обмежень у роботі запропоновано підхід, що базується на злитті мультимодальних даних із використанням механізмів уваги й оцінки критичності.

Запропонована система об'єднує інформацію з RGB-камери, LiDAR, тепловізора та (опційно) тактильних сенсорів, що дозволяє формувати цілісну картину навколишнього середовища. Кожен сенсорний потік проходить через власний енкодер ознак, після чого активується механізм уваги, який зважає вклад кожного джерела даних залежно від ситуації. Об'єднаний вектор ознак проходить через детектор, що формує ймовірність присутності об'єкта, а паралельно функціонує модуль оцінювання критичності, який аналізує просторову відстань, швидкість і орієнтацію виявленого об'єкта.

На основі зваженої комбінації обох оцінок – детекції та критичності – формується остаточне рішення про наявність загрози. Якщо комбіноване значення перевищує встановлений поріг, система спрацьовує: генерує тривогу, активує аварійне гальмування або передає сигнал оператору. У статті також наводиться гіпотетичний сценарій автономного водіння, у якому детально демонструється ефективність запропонованої архітектури за виявленні пішохода в умовах обмеженої видимості.

Система демонструє високу точність, гнучкість і адаптивність до змін середовища. Її перевагами є збереження просторових і семантичних ознак, можливість аналізу об'єктів у різних спектральних діапазонах, а також пріоритет загроз залежно від ступеня небезпеки. У перспективі дана архітектура може стати основою для реалізації безпечних автономних рішень у транспорті, промисловості та міській інфраструктурі.

Ключові слова: злиття мультимодальних сенсорних даних, виявлення об'єктів, автономні системи, LiDAR, тепловізор, механізм уваги, критичність.

ENHANCING DANGEROUS OBJECT DETECTION THROUGH INTERMEDIATE MULTIMODAL DATA FUSION

Reliable detection of dangerous objects is a critical component in numerous domains, including autonomous transportation, industrial safety, surveillance systems, and robotics. In real-world scenarios – such as poor lighting, adverse weather, occluded views, or noisy backgrounds – single-sensor detection systems often struggle to maintain accuracy and stability. To address these limitations, this paper proposes an approach based on multimodal data fusion, leveraging attention mechanisms and object criticality assessment.

The proposed system integrates information from an RGB camera, LiDAR, thermal imager, and optionally, tactile sensors. Each sensor stream is processed by a dedicated feature encoder. Attention weights are dynamically calculated based on the environmental context to determine the relevance of each modality. The resulting fused feature vector is passed through a detection module that produces a base confidence score, while a parallel criticality module evaluates spatial distance, relative velocity, and orientation of the detected object.

The final decision is formed by combining both the detection score and the criticality assessment using a weighted factor. If the resulting S_{final} value exceeds a predefined threshold, the system triggers a response – issuing a warning, initiating emergency braking, or notifying the operator. A hypothetical case study involving pedestrian detection in limited visibility illustrates the practical utility of the proposed architecture.

The system exhibits high accuracy, robustness, and contextual adaptability. Its main advantages include preservation of spatial and semantic features, the ability to process inputs across multiple sensing domains, and risk-based prioritization of threats. This architecture presents a strong foundation for the development of reliable, safety-oriented autonomous solutions in transportation, industrial monitoring, and urban environments.

Key words: multimodal sensor data fusion, object detection, autonomous systems, LiDAR, attention mechanisms, feature extraction, risk assessment.

Постановка проблеми

Існуючі методи виявлення, що базуються на окремих сенсорах (наприклад, RGB-камерах), мають обмежену надійність у реальних умовах. Основні труднощі виникають за поганого освітлення (ніч, тінь, затемнення), несприятливих погодних умов (дощ, туман, сніг), часткового або цілковитого перекриття об'єктів іншими об'єктами (наприклад, коли пішохід частково закритий деревом або автомобілем), складного фону (наприклад, густе міське середовище або промислові об'єкти з великою кількістю візуальних деталей), браку інформації про просторову глибину або температуру об'єктів.

Усе це знижує ефективність систем безпеки та створює ризики для автономного керування або моніторингу. У реальному світі жоден сенсор не є універсальним: камери надають кольорову картинку, але не бачать у темряві; LiDAR створює тривимірну карту, але не відображає теплову інформацію; тепловізори бачать об'єкти за температурою, але не дають чітких контурів ідентифікації.

Рішенням є мультимодальне злиття – об'єднання даних із кількох сенсорів, яке дозволяє компенсувати слабкості одного джерела інформації перевагами іншого. Нещодавні досягнення доводять ефективність такого підходу.

Проте об'єднання різних типів сенсорних даних потребує спеціальних підходів до синхронізації, вирівнювання, обробки та представлення ознак. Також актуальним є питання пріоритетизації важливіших сигналів, особливо у критичних ситуаціях. Саме тому запропоновано модель проміжного злиття, що поєднує дані з кількох сенсорів і використовує механізм уваги для динамічного зважування інформації залежно від контексту. Такий підхід дає змогу досягти високої точності й надійності у виявленні небезпечних об'єктів у складних умовах навколишнього середовища.

Традиційно такі системи базувались на використанні одного типу сенсорів – зазвичай візуальних (RGB-камери), які надають детальні зображення навколишнього середовища. Проте ефективність цих підходів суттєво знижується у складних умовах: за слабкого освітлення, туману, дощу, а також у разі часткового перекриття об'єктів або складного фону. У таких ситуаціях важливо мати систему, яка здатна компенсувати слабкі сторони одного сенсора за допомогою іншого, що можливо лише за умови використання мультимодального підходу.

Мультимодальні системи інтегрують інформацію з кількох джерел, як-от RGB-зображення, лазерні сканери (LiDAR), тепловізори, а в деяких випадках – також тактильні сенсори або терагерцові сканери. Наприклад, камера забезпечує високоякісне зображення, тоді як LiDAR додає інформацію про глибину, а тепловізор допомагає ідентифікувати об'єкти вночі або крізь дим. Завдяки такій синергії система отримує повніше уявлення про навколишнє середовище.

У даній роботі запропоновано уніфіковану модель, що поєднує кілька сенсорних потоків за допомогою проміжного злиття, доповнену механізмом уваги. Такий підхід дозволяє не просто об'єднати дані, а й адаптивно зважувати внесок кожного сенсора залежно від контексту, що особливо важливо в динамічних, змінних середовищах.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У роботі [1] наведено традиційні системи виявлення об'єктів, які зазвичай покладаються лише на один тип датчика та часто мають проблеми за складних умов, як-от погане освітлення, оклюзії або несприятлива погода. Ці недоліки зумовили зростання інтересу до злиття мультимодальних датчиків [2]. Автори [3] доводять актуальність глобальної проблеми виявлення небезпечних об'єктів. Сучасні платформи моделювання дозволяють створювати реалістичні середовища, де можна відпрацьовувати сценарії розмінування, моделювати різноманітні загрози й адаптувати автономні алгоритми керування [4]. Для ефективного зберігання мультимодальних даних використовуються реляційні та нереляційні бази даних, графові структури та спеціалізовані платформи для потокової передачі великих обсягів даних [5].

Наукова спільнота демонструє успішні приклади застосування схожого підходу. Дослідження [6] показало, що злиття LiDAR і візуальних даних значно покращує класифікацію об'єктів у морських сценаріях. Автори [7] об'єднали RGB та тепловізійні дані для підвищення точності в умовах слабкої видимості. У роботі [8] досліджено злиття для покращення виявлення на великих відстанях.

Окрім того, Ф.С. Альсубаей зі співавторами [9] запропонували модель виявлення дрібних об'єктів на основі глибокого навчання, що знайшла застосування в системах управління відходами розумних міст – підкреслюючи ефективність глибоких нейронних мереж у нестандартних сценаріях.

А. Чеккареллі та Л. Монтеккі [10] акцентували увагу на важливості оцінювання помилкових виявлень (misdetection) з позиції безпеки та надійності, що є безпосередньо дотичним до критичних систем, подібних до запропонованої.

Значний інтерес становлять також роботи, присвячені ф'юзії з тактильними даними. Так, С. Табрік зі співавторами [11] продемонстрували, що візуальна й тактильна системи поділяють спільні риси в розпізнаванні об'єктів, тоді як Г. Рухафзай і А.-М. Крету [12] застосували глибоке навчання для обробки тактильних сигналів, підкріплених візуальним супроводом.

Д. Ахмад і А. Дель Буе [13] представили модель mmFUSION – архітектуру мультимодального злиття для 3D-детекції об'єктів, яка демонструє високу продуктивність на складних сценах.

На окрему увагу заслуговують підходи до виявлення небезпечної поведінки в реальному часі. Зокрема, Unsafe-Net, запропонований О. Онал і Е. Дандил [14], об'єднує YOLOv4 та ConvLSTM для фіксації небезпечних дій у робочому середовищі.

У контексті специфічних спектральних діапазонів С.А. Дансо зі співавторами [15] застосували глибинні моделі до обробки терагерцового зображення, що дозволило виявляти приховані небезпечні об'єкти з високою точністю.

Мета дослідження

Метою дослідження є створення системи, здатної надійно виявляти небезпечні об'єкти й оцінювати ступінь їхньої критичності для оперативного ухвалення рішень у режимі реального часу. Для цього в роботі запропоновано уніфіковану модель, яка поєднує кілька сенсорних потоків за допомогою проміжного злиття, доповненого механізмом уваги. Такий підхід забезпечує не лише інтеграцію даних, а й можливість адаптивного зважування внеску кожного сенсора відповідно до контексту, що є особливо важливим у динамічних і змінних умовах середовища.

Виклад основного матеріалу дослідження

Для ефективного виявлення небезпечних об'єктів у складному та змінному середовищі запропонована система використовує комбінацію кількох сенсорів, кожен із яких має унікальні властивості, що доповнюють один одного. Такий мультимодальний підхід дозволяє компенсувати обмеження окремих сенсорів і забезпечити надійне функціонування системи за різних умов. Нижче наведено перелік набору сенсорів для збору даних.

1. RGB-камера. Це базовий сенсор, що надає зображення високої роздільної здатності з детальною інформацією про колір, форму, текстуру та контури об'єктів. RGB-камери добре працюють у стандартних умовах освітлення і є незамінними для семантичного аналізу сцени, розпізнавання класів об'єктів і візуального супроводу. Водночас у разі поганого освітлення або великої кількості візуального шуму якість даних знижується.

2. LiDAR (Light Detection and Ranging). Лазерний сканер дозволяє створювати точну тривимірну модель середовища, що особливо важливо для визначення просторового положення об'єктів, їхніх розмірів і відстані до них. LiDAR не залежить від освітлення, що робить його незамінним у нічний час або в умовах обмеженої видимості. Його дані формують 3D-сітки зайнятості (occupancy grids), які потім перетворюються на воксельні представлення для подальшої обробки.

3. Тепловізор (інфрачервона камера). Цей сенсор фіксує теплове випромінювання, дозволяє ідентифікувати об'єкти за температурними характеристиками. Він особливо ефективний у темряві, під час дощу, туману або диму, коли звичайна камера втрачає здатність виявляти об'єкти. Тепловізори часто застосовуються для пошуку людей, тварин або перегрітих елементів обладнання, які можуть становити потенційну небезпеку.

4. Тактильні сенсори. Хоча вони використовуються рідше в автономних платформах, тактильні сенсори відіграють важливу роль у ситуаціях, де потрібно зафіксувати фізичну взаємодію з об'єктами. Вони дозволяють вимірювати тиск, вібрації, контактну температуру, жорсткість матеріалів та інші характеристики, які можуть бути критичними, наприклад, під час роботи з небезпечними або вибуховими об'єктами. У поєднанні з візуальними даними ці сенсори створюють багатопланову модель об'єкта.

Збір даних у системі відбувається синхронізовано – з урахуванням часових міток і просторової прив'язки. Це забезпечує узгодженість потоків інформації та дозволяє ефективно поєднувати їх у наступних етапах злиття. Під час тестування системи дані із сенсорів збиралися в контрольованих умовах із подальшим планом масштабування на реальні сценарії автономної навігації або промислового моніторингу.

У підсумку, комплексне використання вищезазначених сенсорів дозволяє побудувати гнучку, адаптивну та точну систему для виявлення небезпечних об'єктів із можливістю масштабування для різних галузей застосування. На рисунку 1 наведено повний потік даних від вхідного сигналу сенсора до виходу.

На рисунку 2 представлено приклади даних, отриманих від трьох ключових сенсорів, що використовуються в системі. Панель А (рисунок 2-А) демонструє RGB-зображення, отримане звичайною камерою в умовах денного освітлення. Таке зображення містить візуально насичену інформацію про колір, текстуру та форму об'єктів на перехресті, що дозволяє легко ідентифікувати транспортні засоби, пішоходів, дорожню розмітку та навколишню інфраструктуру. Панель В (рисунок 2-В) ілюструє хмару точок, згенеровану лазерним сканером LiDAR. Кожна точка в цій тривимірній репрезентації відповідає відображеному променю лазера, що формує просторову структуру сцени. Видно чітке позиціонування об'єктів у просторі, що особливо важливо для точного обчислення відстаней і взаємного розташування рухомих і статичних об'єктів. Панель С (рисунок 2-С) показує теплове зображення тієї ж сцени, яке візуалізує розподіл температур. Завдяки цьому можна виявити живі об'єкти (людей, тварин) або техніку, що працює, навіть у темряві чи візуально складних умовах. Яскраві ділянки вказують на теплові джерела, а холодні – на інертні поверхні.

Ці три зображення однієї сцени демонструють, наскільки різною може бути інформація про навколишнє середовище залежно від сенсора, та підкреслюють важливість їх об'єднання в мультимодальній системі. Комбіноване використання таких даних дозволяє моделі отримати повніше й точніше розуміння ситуації, що підвищує надійність виявлення небезпечних об'єктів.

Наступним етапом є попередня обробка зібраних даних. Дані кожного сенсора обробляються окремо (рисунок 3):

- зображення з камери покращуються для ясності;
- дані LiDAR перетворюються на воксельну 3D-сітку;
- теплові зображення вирівнюються для точного злиття.

Підготовлені й оброблені дані потрапляють у модуль проміжного злиття. Кожен потік даних кодується окремим енкодером:

$$f_i = E_i(S_i), \quad (1)$$

де S_i – вхід від сенсора, а E_i – енкодер.

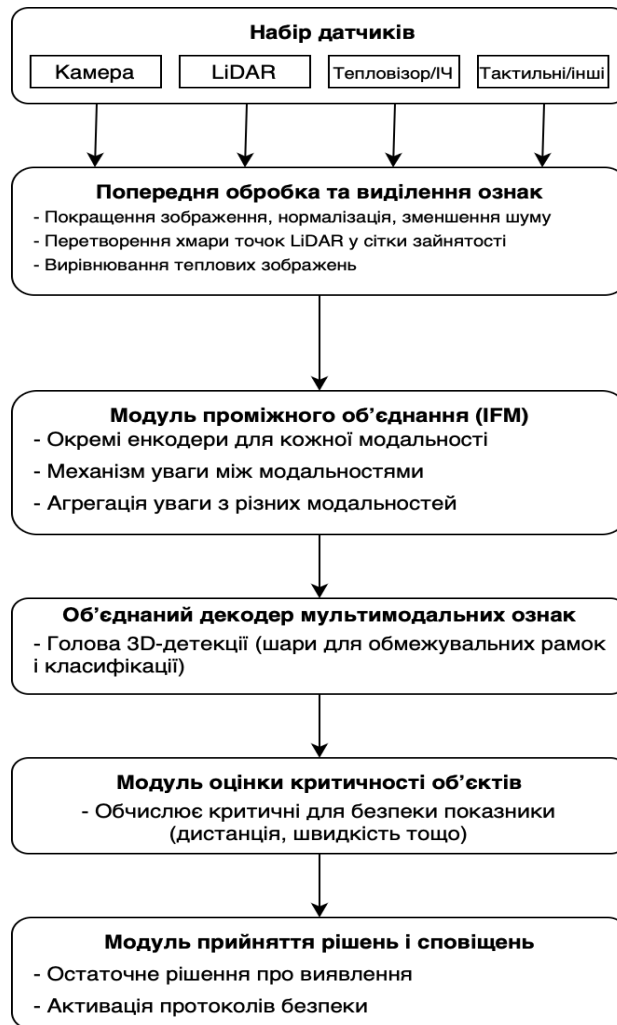


Рис. 1. Повний потік даних від вхідного сигналу сенсора до виходу, критичного для безпеки

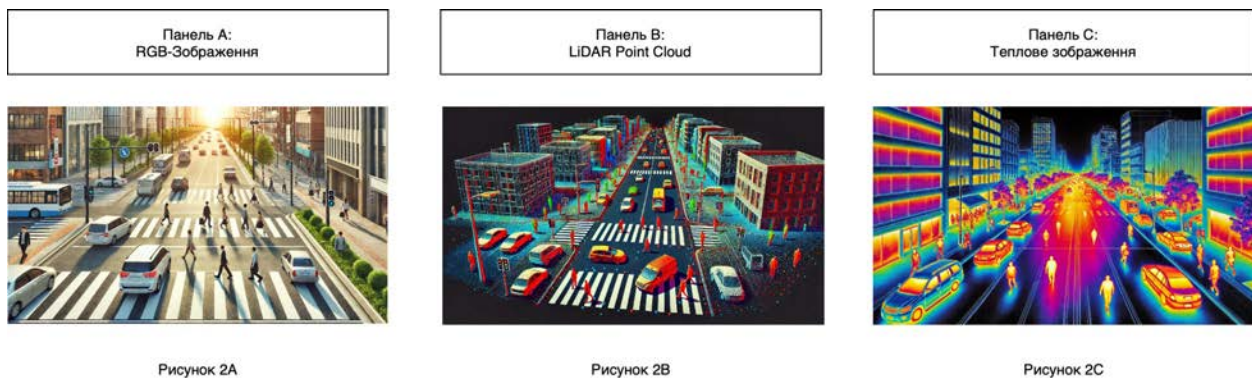


Рис. 2. Приклади даних датчиків

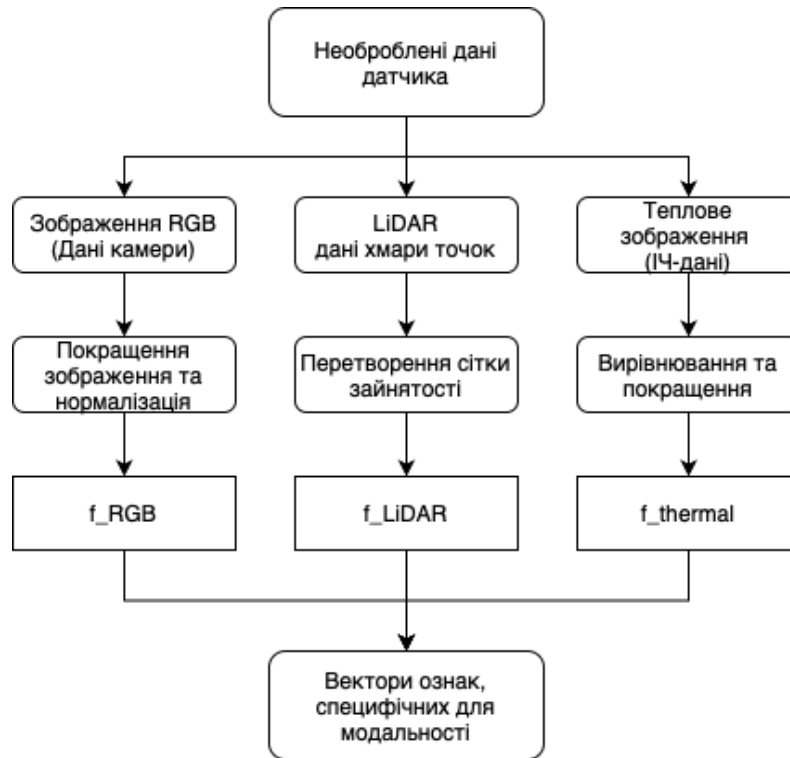


Рис. 3. Блок-схема попередньої обробки

Механізм уваги визначає ваги важливості для кожної модальності α_i , після чого формується об'єднаний вектор ознак F :

$$F = \sum_i \alpha_i \cdot f_i. \quad (2)$$

Ця проміжна стратегія злиття розроблена для динамічного зважування важливості кожного датчика на основі поточних умов навколишнього середовища. На рисунку 4 наведено схему роботи модуля проміжного злиття мультимодальних даних.

Наступним етапом роботи запропонованої системи є декодування та виявлення об'єктів. Для цього вектор F подається в декодер D , який формує:

- рамки границь;
- класи об'єктів;
- оцінку впевненості.

Математично це представлено як:

$$D(F) = \{b, c, s\}, \quad (3)$$

де b позначає обмежувальні рамки, c – мітки класів, а s – упевненість у виявленні.

Для оцінювання критичності об'єктів для кожного об'єкта розраховується оцінка C за формулою:

$$C = f(d, v, \theta, a), \quad (4)$$

де d – відстань, v – відносна швидкість, θ – орієнтація, a – константи згасання.

Ця оцінка гарантує, що об'єкти з високим ризиком (як-от ті, що розташовані на курсі зіткнення) мають пріоритет (рисунк 5).

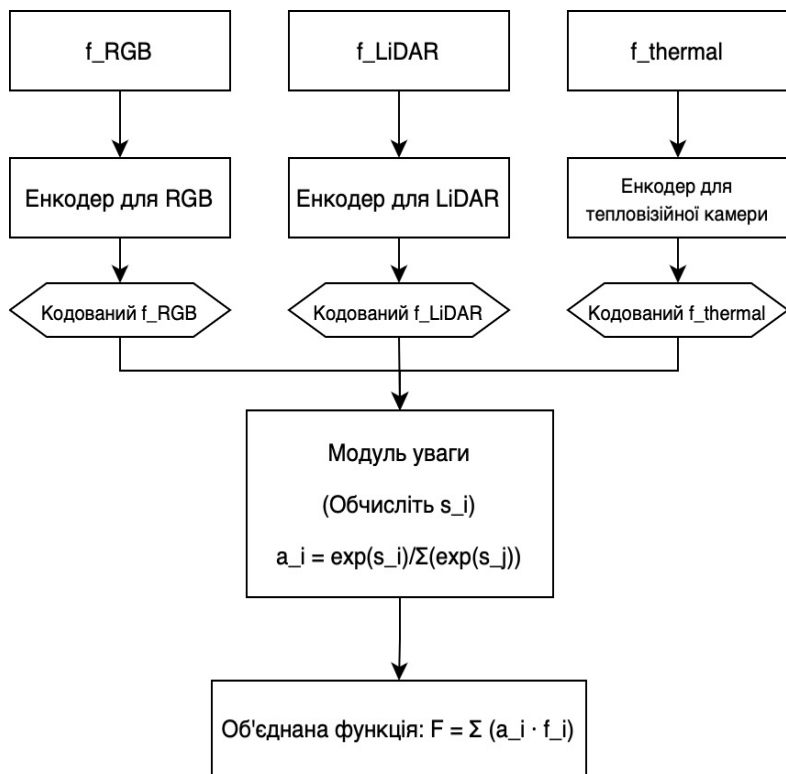


Рис. 4. Схема роботи модуля проміжного злиття

Остаточне рішення щодо виявлення об'єкта визначається за допомогою модуля ухвалення рішення та сповіщення і представлено як:

$$S_{final} = \beta \cdot s + (1 - \beta) \cdot C, \tag{5}$$

де β – це ваговий коефіцієнт, що визначає пріоритетність між упевненістю в детекції та оцінкою потенційної небезпеки.

Значення β може змінюватися залежно від сценарію: наприклад, у середовищах з високим візуальним шумом β може бути зменшено, щоб більше покладатися на критичність об'єкта (C), тоді як у чітких умовах β може бути підвищено, віддаючи перевагу прямій оцінці впевненості.

Якщо S_{final} перевищує заздалегідь визначений пороговий рівень, система ініціює тривожний сигнал або інше захисне реагування, наприклад екстрене гальмування, зміну маршруту чи виведення повідомлення оператора.

Блок-схема на рисунку 6 наочно демонструє процес інтеграції даних із двох ключових джерел – оцінки достовірності детекції ($S_{detection}$) та оцінки критичності об'єкта (C). Обчислення остаточного результату (S_{final}) базується на параметрі β , який дозволяє балансувати між довірою до вхідних детекцій і ризик-орієнтованим підходом.

Візуалізація процесу ухвалення рішення допомагає краще зрозуміти логіку системи та її здатність до адаптації в реальному часі. Такий підхід особливо важливий у системах, де необхідне негайне реагування – наприклад, за автоматичного гальмування в разі наявності загрози зіткнення або інформування оператора про потенційну небезпеку.

Застосування чітко визначеного порогового значення забезпечує контроль над чутливістю системи та дозволяє налаштовувати її відповідно до конкретних сценаріїв використання – від промислових роботів до автономного транспорту. Отже, представлена блок-схема є не лише

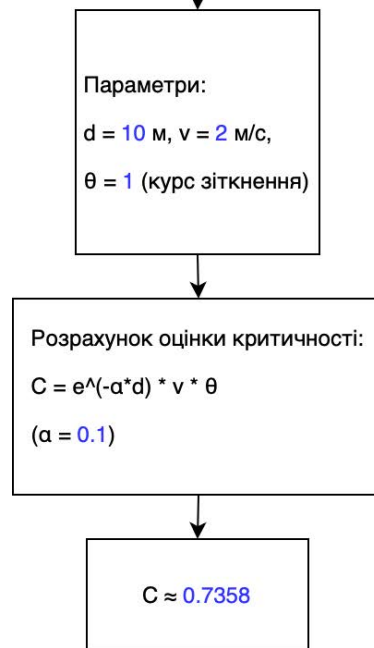


Рис. 5. Діаграма оцінювання критичності об'єкта

технічним елементом, а й засобом забезпечення прозорості та надійності роботи системи у критичних ситуаціях.

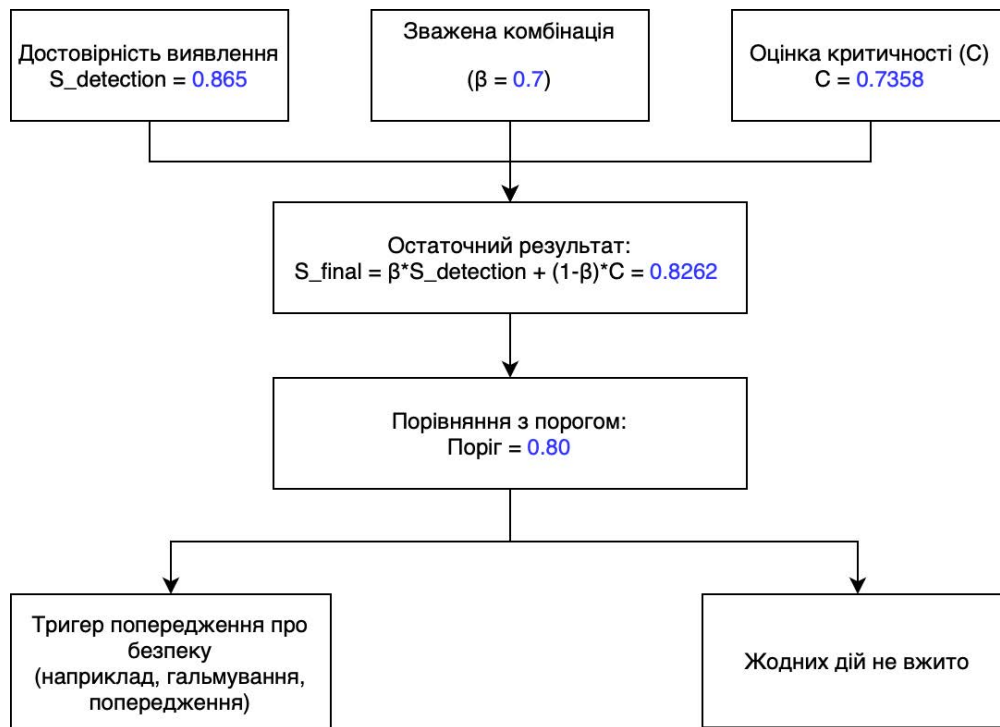


Рис. 6. Блок-схема ухвалення остаточного рішення про виявлення

Приклад роботи запропонованої системи

Рисунок 7 ілюструє покроковий процес обробки мультимодальних сенсорних даних у запропонованій системі. На першому етапі система отримує вхідну інформацію із трьох сенсорів: RGB-камери, LiDAR і тепловізора. Кожному з них присвоюється значення надійності, а також формується вектор ознак – f_{cam} , f_{LiDAR} , $f_{thermal}$ відповідно.

Дані проходять через етап попередньої обробки, де усуваються шуми, нормалізуються значення та виділяються ключові ознаки. Наступним кроком є обчислення ваг уваги (attention weights) – ці значення (наприклад, $a_{cam} = 0,6$) визначають вплив кожного сенсора на фінальне рішення, з урахуванням умов середовища.

У модулі проміжного злиття ознаки поєднуються в єдиний вектор F, який передається до об'єднаного декодера. Декодер формує оцінку ймовірності виявлення об'єкта $S_{detection}$, що в цьому прикладі становить 0,865.

Окремо проводиться оцінювання критичності об'єкта (C) на основі фізичних параметрів: відстані ($d = 10$ м), швидкості ($v = 2$ м/с) і орієнтації ($\theta = 1$), що дозволяє системі оцінити потенційний рівень загрози. Значення C у прикладі – 0,7358.

Після цього розраховується фінальна оцінка S_{final} із використанням вагового коефіцієнта $\beta = 0,7$. У результаті отримано $S_{final} = 0,8262$, що перевищує поріг 0,8. Отже, система активує тригер безпеки, який може ініціювати, наприклад, автоматичне гальмування чи попередження оператора.

Цей рисунок наочно демонструє ефективність багаторівневої логіки виявлення та ухвалення рішень у системі, що поєднує точність детекції з аналізом ризиків у реальному часі.

Запропонована архітектура системи, яка базується на злитті мультимодальних сенсорних даних із механізмами уваги, демонструє низку ключових переваг, що роблять її перспективною для застосування у сфері автономних технологій, робототехніки, охорони праці та безпеки.

По-перше, це висока точність і стійкість системи. Завдяки інтеграції різних типів сенсорів, як-от RGB-камери, LiDAR і тепловізори, модель може ефективно функціонувати навіть у несприятливих умовах – за слабого освітлення, в умовах дощу чи туману, або коли один із сенсорів дає нечітку або обмежену інформацію. Такий підхід значно перевершує одно-сенсорні рішення, які часто втрачають ефективність у складних середовищах.

По-друге, динамічне зважування сенсорних потоків через механізм уваги дозволяє адаптувати поведінку системи в реальному часі. Це забезпечує гнучкість і розуміння контексту, що особливо важливо в переході між відкритими просторами, тунелями, міським середовищем або промисловими об'єктами.

По-третє, урахування рівня критичності виявлених об'єктів через спеціальний модуль оцінки дозволяє системі не просто фіксувати наявність об'єктів, а й аналізувати, наскільки вони становлять потенційну небезпеку. Це забезпечує кращу пріоритизацію рішень, що може бути критичним у ситуаціях з обмеженим часом на реакцію.

Четвертою перевагою є використання проміжного злиття, яка забезпечує збереження як просторових, так і семантичних ознак даних. Це дозволяє досягти балансу між раннім злиттям (яке може втратити специфічну інформацію) та пізнім (яке може ускладнити інтеграцію через відмінності у форматах вихідних даних).

Водночас запропонований підхід має деякі обмеження і виклики, які необхідно враховувати в його практичному впровадженні:

- високоточна калібровка сенсорів. Будь-які зсуви або помилки в узгодженні координат, часових міток або позиціонування між сенсорами можуть призводити до спотворення або втрати частини інформації, що суттєво впливає на результат злиття;

- висока обчислювальна складність. Застосування складних механізмів уваги, багаторівневих енкодерів і декодерів, а також обробка потоків даних із кількох сенсорів потребують значних ресурсів, як обчислювальних, так і енергетичних. Це може бути критичним для автономних пристроїв з обмеженими можливостями;

- обмежена доступність якісних мультимодальних датасетів. Для повноцінного навчання та тестування таких систем потрібні великі масиви даних, що включають синхронізовані записи з кількох типів сенсорів у реальних умовах. Нині такі датасети є рідкісними й обмеженими за варіативністю.

Отже, хоча система вже показує високі результати на етапі експериментальної перевірки, її подальше вдосконалення є необхідним для широкого впровадження в реальні автономні платформи.

Висновки

У даному дослідженні запропоновано уніфіковану систему виявлення небезпечних об'єктів, що базується на проміжному злитті мультимодальних сенсорних даних із використанням

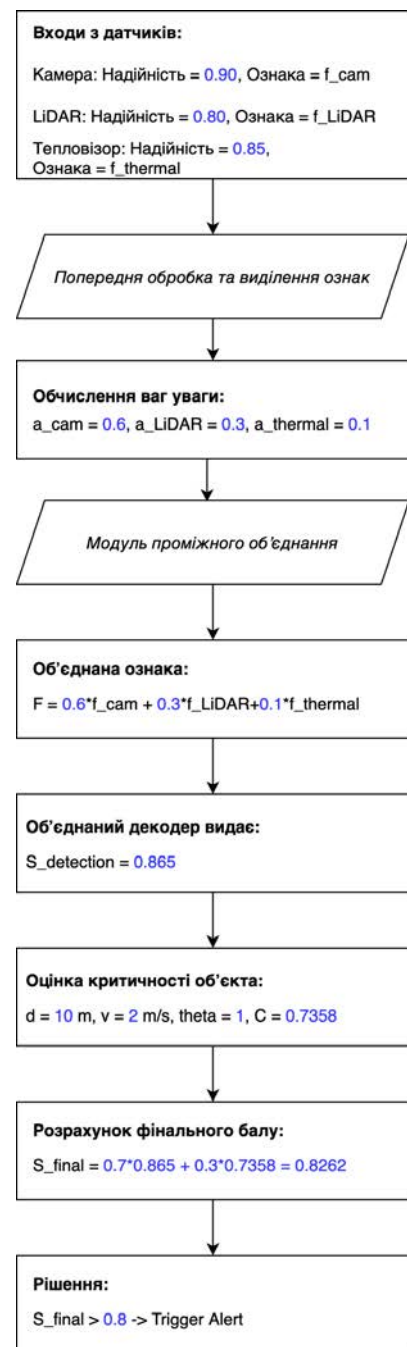


Рис. 7. Комплексна діаграма потоку даних для гіпотетичного прикладу

механізмів уваги. Такий підхід дозволяє поєднувати переваги різних типів сенсорів – візуальних, тепловізійних, глибинних тощо – для створення цілісного й адаптивного уявлення про навколишнє середовище. Завдяки інтеграції механізмів уваги система може динамічно зважувати інформацію з кожного джерела залежно від поточних умов, що суттєво підвищує її стійкість і точність навіть у складних або нетипових сценаріях.

Окрім того, уведення модуля оцінювання критичності об'єктів дозволяє не лише ідентифікувати об'єкти, а й формувати їх пріоритет за ступенем потенційної небезпеки. Це особливо важливо для автономних систем, де швидкість і обґрунтованість ухвалення рішень безпосередньо впливають на безпеку.

Результати моделювання демонструють перспективність запропонованого підходу та його придатність до реального впровадження. Водночас дослідження виявило низку викликів, зокрема – потребу у високоточній калібровці сенсорів, зниження обчислювальної складності та розширення бази даних для тренування моделей.

У майбутньому доцільно зосередитися на розробленні алгоритмів автоматичної калібровки сенсорів, оптимізації архітектури нейромереж для роботи в режимі реального часу, а також на створенні більш масштабних і різномірних мультимодальних датасетів. Вирішення цих завдань сприятиме подальшому розвитку надійних систем виявлення небезпечних об'єктів для автономних роботизованих рішень, транспортних засобів і критичних інфраструктур.

Список використаної літератури

1. Arya C., Tripathi A., Singh P., Diwakar M., Sharma K., Pandey H. Object detection using deep learning: a review. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 1854, № 1. Article 012012. DOI: 10.1088/1742-6596/1854/1/012012.
2. Zhao F., Zhang C., Geng B. Deep Multimodal Data Fusion. *ACM Computing Surveys*. 2024. Vol. 56, № 9. Article 216. DOI: 10.1145/3649447.
3. Fedorenko H., Fesenko H., Kharchenko V. Analysis of methods and development of a concept for guaranteed detection and recognition of explosive objects. *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*. 2022. № 4 (22). P. 20–31.
4. Щур Г. Інтелектуальна система керування роботом-сапером у віртуальному середовищі. *Вісник Хмельницького національного університету*. 2024. № 3 (1). P. 326–329. DOI: 10.31891/2307-5732-2024-335-3-43.
5. Dumyn I., Basystiuk O., Dumyn A. Graph-based approaches for multimodal medical data processing. 2023.
6. Thompson D.J. Maritime Object Detection, Tracking, and Classification Using LiDAR and Vision-Based Sensor Fusion. 2017. [Technical report].
7. Vadidar M., Kariminezhad A., Mayr C., Kloeker L., Eckstein L. Robust Environment Perception for Automated Driving: A Unified Learning Pipeline for Visual-Infrared Object Detection. *Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*. 2022. P. 367–374.
8. Bhowan A. Improving Long-Range 3D Object Detection Methods for Autonomous Box Trucks Using Sensor Fusion. 2022. [Preprint].
9. Alsubaei F.S., Al-Wesabi F.N., Hilal A.M. Deep Learning-Based Small Object Detection and Classification Model for Garbage Waste Management in Smart Cities and IoT Environment. 2022. [Preprint].
10. Ceccarelli A., Montecchi L. Evaluating Object (mis)Detection from a Safety and Reliability Perspective: Discussion and Measures. *IEEE Access*. 2023. Vol. 11. P. 44952–44963.
11. Tabrik S., Behroozi M., Schlaffke L., Heba S., Lenz M., Lissek S., Güntürkün O., Dinse H.R., Tegenthoff M. Visual and Tactile Sensory Systems Share Common Features in Object Recognition. *eNeuro*. 2021. Vol. 8, № 5. DOI: 10.1523/ENEURO.0261-21.2021.

12. Rouhafzay G., Cretu A.-M. An Application of Deep Learning to Tactile Data for Object Recognition under Visual Guidance. *Sensors*. 2019. Vol. 19, № 7. Article 1534. DOI: 10.3390/s19071534.
13. Ahmad J., Del Bue A. mmFUSION: Multimodal Fusion for 3D Objects Detection. arXiv preprint arXiv:2311.04058. 2023. URL: <https://arxiv.org/abs/2311.04058>.
14. Önal O., Dandil E. Unsafe-Net: YOLO v4 and ConvLSTM Based Computer Vision System for Real-Time Detection of Unsafe Behaviours in Workplace. *Multimedia Tools and Applications*. 2024. P. 1–27.
15. Danso S.A., Shang L., Hu D., Odoom J., Liu Q., Nyarko B. Hidden Dangerous Object Recognition in Terahertz Images Using Deep Learning Methods. *Applied Sciences*. 2022. Vol. 12, № 15. Article 7354.

References

1. Arya, C., Tripathi, A., Singh, P., Diwakar, M., Sharma, K., & Pandey, H. (2021). Object detection using deep learning: A review. *Journal of Physics: Conference Series*, 1854 (1), 012012. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1854/1/012012> [in English].
2. Zhao, F., Zhang, C., & Geng, B. (2024). Deep multimodal data fusion. *ACM Computing Surveys*, 56 (9), Article 216. <https://doi.org/10.1145/3649447> [in English].
3. Fedorenko, H., Fesenko, H., & Kharchenko, V. (2022). Analysis of methods and development of a concept for guaranteed detection and recognition of explosive objects. *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*, 4 (22), 20–31 [in English].
4. Shchur, H. (2024). Intelektualna systema keruvannia robotom-saperom u virtualnomu seredovyshchi [Intelligent system for demining robot control in a virtual environment]. *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu – Herald of Khmelnytskyi National University. Technical Sciences*, 3 (1), 326–329. <https://doi.org/10.31891/2307-5732-2024-335-3-43> [in Ukrainian].
5. Dumyn, I., Basystiuk, O., & Dumyn, A. (2023). Graph-based approaches for multimodal medical data processing. *Unpublished manuscript* [in English].
6. Thompson, D.J. (2017). *Maritime object detection, tracking, and classification using LiDAR and vision-based sensor fusion* [Technical report].
7. Vadidar, M., Kariminezhad, A., Mayr, C., Kloeker, L., & Eckstein, L. (2022). Robust environment perception for automated driving: A unified learning pipeline for visual-infrared object detection. In *Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)* (pp. 367–374) [in English].
8. Bhowan, A. (2022). *Improving long-range 3D object detection methods for autonomous box trucks using sensor fusion* [Preprint] [in English].
9. Alsubaei, F.S., Al-Wesabi, F.N., & Hilal, A.M. (2022). *Deep learning-based small object detection and classification model for garbage waste management in smart cities and IoT environment* [Preprint] [in English].
10. Ceccarelli, A., & Montecchi, L. (2023). Evaluating object (mis)detection from a safety and reliability perspective: Discussion and measures. *IEEE Access*, 11, 44952–44963. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2023.3282082> [in English].
11. Tabrik, S., Behroozi, M., Schlaffke, L., Heba, S., Lenz, M., Lissek, S., Güntürkün, O., Dinse, H.R., & Tegenthoff, M. (2021). Visual and tactile sensory systems share common features in object recognition. *eNeuro*, 8 (5). <https://doi.org/10.1523/ENEURO.0261-21.2021> [in English].
12. Rouhafzay, G., & Cretu, A.-M. (2019). An application of deep learning to tactile data for object recognition under visual guidance. *Sensors*, 19 (7), 1534. <https://doi.org/10.3390/s19071534> [in English].
13. Ahmad, J., & Del Bue, A. (2023). *mmFUSION: Multimodal fusion for 3D objects detection* [Preprint]. arXiv. Retrieved from: <https://arxiv.org/abs/2311.04058> [in English].

14. Önal, O., & Dandıl, E. (2024). Unsafe-Net: YOLO v4 and ConvLSTM based computer vision system for real-time detection of unsafe behaviours in workplace. *Multimedia Tools and Applications*, 1–27. <https://doi.org/10.1007/s11042-024-18555-z> [in English].
15. Danso, S. A., Shang, L., Hu, D., Odoom, J., Liu, Q., & Nyarko, B. (2022). Hidden dangerous object recognition in terahertz images using deep learning methods. *Applied Sciences*, 12 (15), 7354. <https://doi.org/10.3390/app12157354> [in English].

Щур Гліб Олександрович – аспірант кафедри систем штучного інтелекту Національного університету «Львівська політехніка». E-mail: hlib.o.shchur@lpnu.ua, ORCID: 0000-0002-3796-2866.

Думин Ірина Богданівна – к.т.н, старший викладач кафедри систем штучного інтелекту Національного університету «Львівська політехніка». E-mail: iryna.b.shvorob@lpnu.ua, ORCID: 0000-0001-5569-2647.

Shchur Hlib Oleksandrovych – Postgraduate Student at the Department of Artificial Intelligence Systems of the Lviv Polytechnic National University. E-mail: hlib.o.shchur@lpnu.ua, ORCID: 0000-0002-3796-2866.

Dumyn Iryna Bohdanivna – Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer at the Department of Artificial Intelligence Systems of the Lviv Polytechnic National University. E-mail: iryna.b.shvorob@lpnu.ua, ORCID: 0000-0001-5569-2647.

О.Р. ЯРЕМА

Львівський національний університет імені Івана Франка

Д.О. СЕНЧИШЕН

Херсонський державний університет

С.А. БАБІЧЕВ

Університет Яна Євангеліста Пуркіне, Усті-над-Лабем, Чехія;

Херсонський державний університет

ГІБРИДНА МОДЕЛЬ ОЦІНЮВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ МЕТРИК БЛИЗЬКОСТІ ДЛЯ ДАНИХ ЕКСПРЕСІЇ ГЕНІВ

У статті представлено розробку та застосування гібридної моделі для оцінювання ефективності метрик близькості у високорозмірних даних експресії генів, яка інтегрує методи інтелектуального аналізу даних та машинного навчання в єдиній комплексній структурі. Основна увага приділяється порівняльному аналізу кореляційної відстані, метрик, заснованих на взаємній інформації, та метрики Васерштейна, з метою визначення їхньої ефективності для завдань кластеризації та класифікації. Отримані результати демонструють, що кореляційна відстань і метрика Васерштейна забезпечують високу точність та стабільність, що робить їх придатними для інтеграції з діагностичними системами. Для підвищення надійності класифікації реалізовано стекинг-модель, яка компенсує можливі помилки кластеризації та забезпечує стабільну продуктивність незалежно від використаної метрики та структури кластерів. Запропонований конвеєр обробки даних забезпечує автоматизований, стандартизований і масштабований аналіз великих масивів даних експресії генів, що узгоджується із принципами персоналізованої медицини. Завдяки можливості ранньої діагностики захворювань та підтримці розроблення індивідуальних стратегій лікування отримані результати мають велике значення для вдосконалення сучасних діагностичних систем у межах концепції прецизійної медицини. Застосування гібридних підходів дозволяє ефективно поєднувати переваги різних методів оцінювання подібності та класифікації, що сприяє підвищенню точності прогнозування на основі даних експресії генів. Запропонований методологічний підхід може бути використаний у біоінформатиці для аналізу складних біологічних систем, оптимізації процесів обробки генетичних даних і розроблення нових алгоритмічних рішень у сфері медичної діагностики. Такий підхід сприяє адаптації сучасних інформаційних технологій для виявлення біомаркерів захворювань, що забезпечує інтеграцію отриманих результатів у клінічну практику та підтримує розвиток персоналізованих методів лікування.

Ключові слова: дані експресії генів, метрики близькості, гібридна модель, кластеризація, класифікація, персоналізована медицина.

O.R. YAREMA

Ivan Franko National University of Lviv

D.O. SENCHYSHEN

Kherson State University

S.A. BABICHEV

Jan Evangelista Purkyně University, Ústí nad Labem, Czech Republic;

Kherson State University

HYBRID MODEL FOR EVALUATING THE EFFECTIVENESS OF PROXIMITY METRICS FOR GENE EXPRESSION DATA

This paper presents the development and application of a hybrid model for evaluating the effectiveness of proximity metrics in high-dimensional gene expression data, integrating data mining and machine learning methods within a unified comprehensive framework. The study focuses on a comparative analysis of correlation distance, mutual information-based metrics, and the Wasserstein metric to assess their efficiency for clustering and classification tasks. The obtained results demonstrate that correlation distance and the Wasserstein metric provide high accuracy and stability, making them suitable for integration into diagnostic systems. To enhance classification reliability, a stacking model has been implemented to compensate for potential clustering errors and ensure consistent performance regardless of the applied metric and cluster structure. The proposed data processing pipeline enables automated, standardized, and scalable analysis of large-scale gene expression datasets, aligning with the principles of personalized medicine. By facilitating early disease diagnosis and supporting the development of individualized treatment strategies, the findings contribute significantly to improving modern diagnostic systems within the framework of precision medicine. The application of hybrid

approaches allows for an effective combination of the advantages of different similarity evaluation and classification methods, enhancing prediction accuracy based on gene expression data. The proposed methodological approach can be utilized in bioinformatics for analyzing complex biological systems, optimizing genetic data processing workflows, and developing new algorithmic solutions in medical diagnostics. This approach promotes the adaptation of modern information technologies for identifying disease biomarkers, ensuring the integration of obtained results into clinical practice, and supporting the advancement of personalized treatment strategies.

Key words: *gene expression data, proximity metrics, hybrid model, clustering, classification, personalized medicine.*

Постановка проблеми

Персоналізована медицина потребує ефективного аналізу даних експресії генів для ранньої діагностики захворювань. Однак вибір оптимальних метрик близькості для кластеризації та класифікації залишається відкритою проблемою. Традиційні кореляційні метрики добре працюють для лінійних залежностей, але можуть бути не досить ефективними за складних взаємозв'язків. Метрики на основі взаємної інформації враховують нелінійні залежності, але мають високу обчислювальну складність. Відстань Васерштейна пропонує альтернативний підхід, що дозволяє порівнювати розподіли даних, проте потребує ретельної перевірки ефективності.

Актуальною є також необхідність інтеграції різних методів для підвищення точності та стабільності моделей. Гібридні моделі поєднують алгоритми машинного навчання та інтелектуального аналізу даних, що дозволяє краще обробляти високорозмірні біологічні дані. Одним із викликів є автоматизація підбору гіперпараметрів, що традиційно виконується вручну. Використання Бассової оптимізації може значно підвищити ефективність цього процесу.

Ще однією проблемою є стабільність отриманих результатів. Використання стекінг-моделі дозволяє компенсувати помилки кластеризації та забезпечити узгодженість прогнозів. Розв'язання цих проблем сприятиме створенню надійної системи аналізу генетичних даних для персоналізованої медицини.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Оцінювання метрик близькості для аналізу високорозмірних генетичних даних є предметом численних досліджень, оскільки від вибору метрики залежить ефективність кластеризації та класифікації. Серед основних підходів виділяються метрики, засновані на взаємній інформації, кореляційні метрики та відстань Васерштейна.

Метрики, засновані на взаємній інформації, широко застосовуються для оцінювання залежностей між змінними та використовуються для відбору ознак, кластеризації та аналізу генетичних мереж [1–3]. Вони добре виявляють нелінійні зв'язки, але мають високу обчислювальну складність, що обмежує їх використання у великих наборах даних. Низка досліджень показала, що поєднання взаємної інформації з іншими методами, як-от графові моделі або підходи Басса, дозволяє підвищити точність оцінки подібності між профілями експресії генів [2; 4].

Кореляційні метрики є традиційними інструментами для аналізу схожості профілів експресії [5; 6]. Вони ефективні для виявлення лінійних зв'язків, проте менш чутливі до складних нелінійних залежностей. Кореляційна відстань активно застосовується в біологічних дослідженнях, зокрема для аналізу експресії генів і класифікації біологічних станів. Використання цих метрик у поєднанні з алгоритмами кластеризації дозволяє формувати структуровані підгрупи зразків, що важливо для діагностики та прогнозування захворювань.

Відстань Васерштейна (Wasserstein distance), що базується на теорії оптимального транспорту, демонструє високу ефективність у завданнях кластеризації та зменшення розмірності даних [7; 8]. Ця метрика враховує розподіл значень і є менш чутливою до локальних шумів, що робить її привабливою для аналізу генетичних даних [9; 10]. У низці досліджень вона використовується для виявлення підтипів раку й інших складних біологічних систем, де традиційні евклідові метрики можуть бути не досить ефективними [7].

Гібридні підходи до обробки генетичних даних активно розвиваються та дозволяють поєднувати переваги різних методів [11; 12]. Наприклад, інтеграція алгоритмів машинного навчання з методами інтелектуального аналізу даних дозволяє досягти більшої точності у визначенні значущих генів і класифікації зразків [13; 14]. Одним із перспективних напрямів є застосування стекінг-моделей, що об'єднують різні класифікатори для покращення стабільності результатів [15].

Окрім вибору метрики, ключовим викликом є автоматизація процесу обробки даних і оптимізація параметрів моделей. Традиційні методи потребують ручного налаштування параметрів, що значно знижує ефективність аналізу великих масивів даних. Використання Баєсової оптимізації для автоматичного підбору параметрів дозволяє покращити результати класифікації та зменшити час обчислень [12].

Отже, останні дослідження підтверджують важливість вибору метрики для аналізу генетичних даних і ефективність гібридних підходів у підвищенні точності класифікації. Проте питання щодо оптимального поєднання цих методів та їх автоматизації залишаються відкритими й потребують подальших досліджень.

Мета дослідження

Метою дослідження є розроблення та впровадження гібридної моделі для оцінювання ефективності метрик близькості у високорозмірних даних експресії генів з інтегруванням методів інтелектуального аналізу даних і машинного навчання.

Виклад основного матеріалу дослідження

Блок-схема моделі, що використовувалася у процесі моделювання для оцінювання ефективності метрик близькості профілів експресії генів, зображена на рисунку 1.

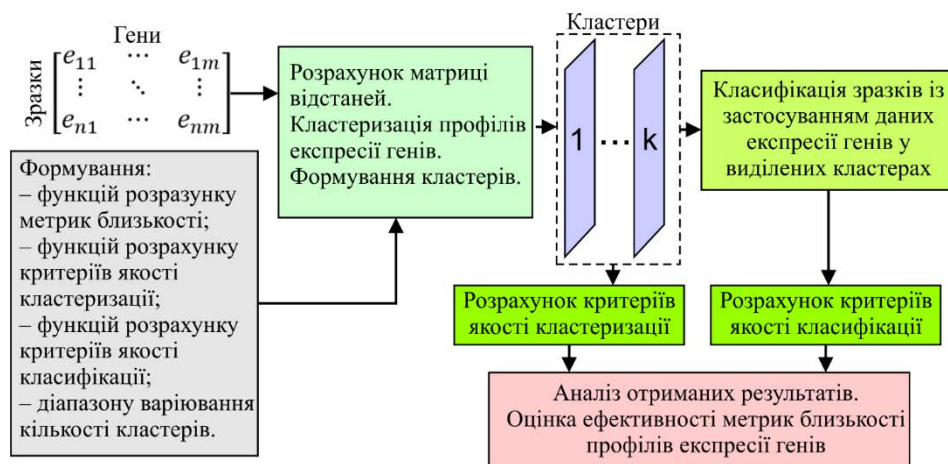


Рис. 1. Блок-схема моделі оцінювання ефективності метрик близькості профілів експресії генів на основі комплексного застосування методів кластеризації та класифікації зразків на основі даних експресії генів у виділених кластерах

Практична реалізація моделі передбачає наявність таких етапів:

1. Формування експериментальних даних експресії генів у формі матриці, де рядки – зразки, що досліджуються (або умови проведення експерименту), а стовпчики – гени, значення експресії яких визначає рівень активності окремої функції біологічного організму.

2. Формування функцій розрахунку метрик близькості, функції розрахунку критерію якості кластеризації, критерію якості класифікації. Ініціалізація інтервалу зміни кількості кластерів у процесі застосування алгоритму кластеризації: $k = 2, k_{max}$.

3. Вибір першої метрики зі списку сформованих функції розрахунків метрик $it_{metr} = 1$.
4. Розрахунок матриці відстаней між усіма парами профілів експресії генів із застосуванням поточної метрики.
5. Ініціалізація першого значення зі списку кількості кластерів: $k = 2$.
6. Застосування алгоритму кластеризації до профілів експресії генів. Формування кластерів. Розрахунок критеріїв якості кластеризації.
7. Застосування класифікатора до даних експресії генів у сформованих кластерах. Розрахунок критеріїв якості класифікації.
8. Якщо $k < k_{max}$, збільшення значення k на 1 та перехід на крок 6 цієї процедури. У протилежному випадку, якщо дотримано умову $it_{metr} < it_{metr}^{max}$, вибір функції розрахунку наступної метрики та перехід на крок 4. Якщо остання умова не дотримана, перехід на наступний крок моделювання.
9. Обробка отриманих результатів шляхом створення діаграм залежності значень критеріїв кластеризації та класифікації від кількості кластерів для кожної метрики, діаграм часових витрат за застосування різних метрик у процесі кластеризації профілів експресії генів.
10. Аналіз отриманих результатів. Вибір оптимальної метрики як за часом обробки даних, так і за критеріями якості кластеризації та класифікації, з урахуванням їхньої узгодженості під час вибору оптимальної кластерної структури.

У рамках поточних досліджень вивчалися такі метрики близькості профілів експресії генів:

1. Метрики на основі взаємної інформації. Взаємна інформація (Mutual Information (далі – MI)) є мірою, що кількісно визначає ступінь залежності між двома випадковими величинами. Якщо дві величини цілком незалежні, взаємна інформація між ними дорівнюватиме нулю, а якщо вони цілком визначені одна одною, MI буде максимальною. Формально, взаємна інформація між двома дискретними змінними X і Y визначається як:

$$MI(X, Y) = \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} p(x, y) \log \left(\frac{p(x, y)}{p(x)p(y)} \right), \quad (1)$$

де: $p(x, y)$ – спільна ймовірність значень x і y ; $p(x)$ та $p(y)$ – відповідні маргінальні ймовірності. Взаємна інформація може бути також визначена через ентропію Шеннона:

$$MI(X, Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y), \quad (2)$$

де: $H(X)$ і $H(Y)$ – ентропія Шеннона векторів значень X та Y відповідно; $H(X, Y)$ – спільна ентропія X і Y .

Взаємна інформація вказує, наскільки інформація про одну змінну зменшує невизначеність щодо іншої змінної. Якщо X і Y незалежні, тоді спільна ймовірність $p(x, y)$ дорівнює добутку маргінальних імовірностей $p(x)$, $p(y)$, $MI(X, Y) = 0$. Якщо одна змінна цілком визначає іншу, тоді спільна ймовірність $p(x, y)$ дорівнює ймовірності однієї змінної, взаємна інформація буде максимальною.

Формула (2) виражає залежність між двома випадковими змінними через їхні ентропії. Загальновідомо, що ентропія Шеннона являє собою міру невизначеності або розмаїття значень відповідного вектора X або Y . Якщо, наприклад, вектор X приймає різні значення з рівними ймовірностями, ентропія цього вектора буде максимальною. Аналогічно для вектора Y . Спільна ентропія $H(X, Y)$ відображає невизначеність щодо спільної появи значень X і Y . Що більший ступінь незалежності X і Y , то вища спільна ентропія. Якщо X і Y цілком незалежні, їхня спільна ентропія дорівнюватиме сумі ентропій кожної зі змінних:

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y), \quad (3)$$

взаємна інформація в такому разі дорівнює нулю: $MI(X, Y) = 0$. Це означає, що знання значення одного вектора змінних не дає жодної інформації про значення іншого вектора. Якщо вектори змінних X і Y є цілком залежними (тобто за знання однієї змінної можна точно передбачити іншу), тоді спільна ентропія $H(X, Y)$ дорівнюватиме ентропії однієї із цих змінних (оскільки невизначеність залишатиметься лише в одній змінній). У такому разі:

$$H(X, Y) = H(X) = H(Y). \quad (4)$$

Отже, у такому разі взаємна інформація буде максимальною і дорівнюватиме ентропії будь-якої змінної:

$$MI(X, Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y) = H(X) = H(Y). \quad (5)$$

Тому в разі максимальної схожості між векторами взаємна інформація досягає свого максимального значення. Варто відзначити, що взаємна інформація сама собою є мірою залежності між двома змінними, але вона не є відстанню у класичному розумінні, оскільки не задовольняє властивостей метрики (наприклад, вона не є симетричною і не завжди виконує нерівність трикутника). Однак існують різні способи перетворення взаємної інформації на метрики, які дозволяють використовувати її для вимірювання відстані між об'єктами. У рамках поточних досліджень використовувалася інформаційна метрична відстань (Information Metric Distance), яка є одним зі способів перетворення взаємної інформації на відстань:

$$D_{IM}(X, Y) = \sqrt{2(H(X|Y) + H(Y|X))} = \sqrt{2(H(X) + H(Y) - 2MI(X, Y))}. \quad (6)$$

Варто зазначити, що ця метрика симетрична й задовольняє нерівність трикутника, тому за критеріями метричного простору її можна вважати справжньою метрикою.

Загальновідомо, що основною мірою в інформаційній теорії є ентропія Шеннона для дискретного випадкового вектора X , що визначається як:

$$H(X) = -\sum_{x \in \chi} P(x) \log_2(P(x)), \quad (7)$$

де $P(x)$ – імовірність того, що змінна вектора X приймає значення x , а χ – простір можливих значень вектора X . Ця формула відображає кількість інформації або невизначеності, яка міститься в розподілі вектора X .

Для двох векторів змінних X і Y спільна ентропія $H(X, Y)$ визначається як:

$$H(X, Y) = -\sum_{x \in \chi} \sum_{y \in \psi} P(x, y) \log_2(P(x, y)), \quad (8)$$

де $P(x, y) = \frac{n_{xy}}{N}$ – спільна ймовірність значень векторів X і Y , а ψ – простір можливих значень вектора Y .

Найвні методи оцінювання взаємної інформації розрізняються залежно від способу оцінювання ймовірності виникнення відповідних подій. До найбільш поширених можна віднести такі:

- Метод на основі максимальної правдоподібності (Empirical Mutual Information (далі – ЕМІ)).
- Метод Jeffreys. Метод використовують, коли немає апіорної інформації про ймовірності. Він дає перевагу уникнення занадто сильного впливу нульових частот, але не надає вагомого апіорного перекоосу.

- Метод Laplace. Застосування методу передбачає додавання фіктивного спостереження для кожної категорії. Це класичний підхід регуляризації, який також називають корекцією Лапласа. Він працює краще для малих вибірок, коли деякі категорії можуть не з’явитися.

- Метод Schurmann-Grassberger (далі – SG). Метод призначений для малих вибірок.

- Метод Minimax. Метод намагається мінімізувати максимальну похибку.

- Оцінка взаємної інформації за методом Джеймса та Стейна (Shrinkage Estimate of Mutual Information). Метод використовує технологію «стискання» (shrinkage), щоб поєднати емпіричні ймовірності з регуляризаційним параметром для уникнення переобчислення на малих вибірках. Це допомагає зменшити вплив рідкісних подій і стабілізувати оцінки ймовірностей.

2. Кореляційна метрика. Кореляційна метрика, зокрема кореляція Пірсона, є мірою лінійної залежності між двома змінними або векторами. У контексті профілів експресії генів вона дозволяє оцінити схожість між рівнями експресії генів у двох профілях. Коефіцієнт кореляції Пірсона вимірює силу й напрямок лінійного зв’язку між двома профілями експресії генів:

$$r(X, Y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (9)$$

де: x_i і y_i – значення експресії генів у двох профілях X і Y відповідно; \bar{x} і \bar{y} – середні значення рівнів експресії у профілях X і Y ; n – кількість вимірів експресії для кожного зразка, що досліджується.

Загальновідомо, що значення коефіцієнта кореляції Пірсона змінюється в межах від -1 (ідеальна негативна лінійна залежність) до 1 (ідеальна позитивна лінійна залежність). За $r = 0$ кореляція між профілями відсутня. Відстань між профілями експресії генів у такому разі може бути розрахована за формулою:

$$d(X, Y) = \sqrt{1 - r(X, Y)}. \quad (10)$$

Якщо $r(X, Y) = 1$, то $d(X, Y) = 0$ (ідеальна кореляція), за $r(X, Y) = 0$ $d(X, Y) = 1$, за $r(X, Y) = -1$ $d(X, Y) = \sqrt{2}$. Отже, ця трансформація задовольняє вимогу, що метрика відстані повинна бути невід’ємною та симетричною. Використання квадратного кореня дозволяє «згладити» результат і зробити його пропорційним стандартним уявленням відстані.

3. Метрика на основі відстані Васерштейна. Відстань Васерштейна, також відома як «землеробна відстань» (*earth mover’s distance*), є мірою відстані між двома ймовірнісними розподілами [10]. Ця метрика описує мінімальну кількість «роботи», необхідну для того, щоб перетворити один розподіл на інший. Відстань Васерштейна широко використовується для порівняння розподілів у багатьох сферах, зокрема в біоінформатиці для аналізу профілів експресії генів. Для двох одномірних ймовірнісних розподілів P і Q відстань Васерштейна першого порядку (випадок загальної відстані Канторовича) визначається як:

$$W(P, Q) = \inf_{\gamma \in \Gamma(P, Q)} \int |x - y| d\gamma(x, y), \quad (11)$$

де: $\Gamma(P, Q)$ – множина всіх можливих сполучень (транспортувань) між розподілами P і Q ; $d\gamma(x, y)$ – порція інформації (маса), яку потрібно перемістити з точки x у P до точки y у Q ; $|x - y|$ – відстань між двома точками в метричному просторі.

Отже, відстань Васерштейна вимірює мінімальну роботу, необхідну для того, щоб перетворити один профіль експресії на інший, з урахуванням різниці в рівнях експресії окремих генів.

Оцінювання ефективності метрик здійснювалось із застосуванням алгоритму кластеризації k -Medoids, який використовує як центри кластерів реальні точки даних (на відміну від K -Means, який використовує середні значення центрів кластерів). K -Medoids мінімізує суму відстаней між точками у кластерах і центрами цих кластерів (медоїдами). Вибір цього алгоритму визначається тим фактом, що він може бути реалізований на основі матриці відстаней ($dist$), яка містить відстані між кожною парою точок, що в рамках поточних досліджень є визначальним.

До переваг алгоритму варто віднести той факт, що алгоритм k -Medoids може працювати з будь-якими мірами відстаней, зокрема й неевклідовими метриками, як-от відстань на основі взаємної інформації, кореляційна відстань або відстань Васерштейна. Це є критично важливим під час роботи із профілями експресії генів, де не завжди доречно евклідова або Мангеттена відстані. Навіть більше, оскільки медоїд завжди є реальною точкою з набору даних, він не змінюється на «нереальні» значення, як це може статися в k -Means, де центр кластера може бути середнім значенням кількох точок, що сприяє підвищенню впливу викидів на результат кластеризації. До переваг алгоритму можна також віднести те, що k -Medoids не потребує обчислення середніх значень у кожній ітерації, що може бути важливим для наборів даних із великою кількістю вимірів, як у разі з експресією генів, де кількість генів може перевищувати десятки тисяч, а кількість зразків – тисячі.

Вочевидь, в оцінюванні якості кластерної структури критерій якості кластеризації має бути комплексним і містити компоненту, що враховує як характер розподілу профілів експресії генів в окремих кластерах, так і характер розподілу кластерів у просторі ознак. У рамках поточних досліджень перша компонента критерію якості кластеризації розраховувалася як середнє значення відстані від профілів до медоїда кластера, до якого належить цей профіль:

$$QC_{in} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} dist(x_{ij}, medoid_i), \quad (12)$$

де: k – кількість кластерів; N_i – кількість профілів експресії генів в i -му кластері; x_{ij} – j -й профіль, що в i -му кластері; $medoid_i$ – медоїд i -го кластера.

Друга компонента критерію розраховувалася як середнє значення відстані між медоїдами всіх кластерів, що становлять кластерну структуру:

$$QC_{out} = \frac{2}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k dist(medoid_i, medoid_j). \quad (13)$$

Загалом, краща кластеризація відповідає більш високій щільності розташування профілів експресії генів в окремих кластерах і меншій щільності розташування медоїдів у просторі ознак. У такому разі критерій якості кластеризації можна розрахувати так:

$$QC = \frac{QC_{in}}{QC_{out}}. \quad (14)$$

Менше значення критерію (14) відповідає кращій кластерній структурі.

Ефективність як запропонованих метрик, так і критеріїв якості кластеризації оцінювалася шляхом застосування перехресного контролю, якість кластеризації оцінювалася шляхом розрахунку як критерію кластеризації, так і критеріїв якості класифікації зразків, що містили як атрибути профілі експресії генів, виділені у сформовані кластери. Критерії якості класифікації розраховувалися на основі оцінки похибок першого та другого роду із застосуванням стандартних методів.

Експериментальні дані, що використовувалися у процесі моделювання, являють собою дані експресії генів, отриманих із застосуванням методу секвенування молекул РНК (RNA-Sequencing). Вони доступні на сайті проєкту TCGA (The Cancer Genome Atlas), спрямованого на дослідження генетичних змін, пов'язаних з онкологічними захворюваннями, шляхом геномного аналізу.

Для оцінювання ефективності запропонованого критерію якості кластеризації на основі різних метрик близькості у процесі моделювання розраховувалися також класичні внутрішні критерії якості кластеризації: Calinski – Harabasz, Silhouette та Davies – Bouldin. Оптимальна кластеризація відповідає максимальним значенням критеріїв Calinski – Harabasz і Silhouette та мінімальному значенню критерію Davies – Bouldin. Результати моделювання представлені в таблицях 1–3.

Таблиця 1

Результат кластеризації профілів експресії генів за застосування кореляційної метрики близькості

Clusters	Quality	Calinski – Harabasz	Silhouette	Davies – Bouldin
2	0,740	618,810	0,037	4,847
3	0,732	448,261	-0,013	7,474
4	0,720	288,856	-0,030	7,065
5	0,721	262,884	-0,043	6,765
6	0,724	263,003	-0,062	6,094
7	0,731	955,972	-0,118	4,541
8	0,739	798,652	-0,143	5,534
9	0,737	818,621	-0,184	5,111
10	0,738	813,036	-0,184	4,525

Таблиця 2

Результат кластеризації профілів експресії генів за застосування метрики близькості Васерштейна

Clusters	Quality	Calinski – Harabasz	Silhouette	Davies – Bouldin
2	0,201	27 895,5989	0,527	0,684
3	0,190	22 074,838	0,373	1,024
4	0,180	17 513,103	0,278	1,303
5	0,161	14 596,655	0,222	1,516
6	0,149	12 503,164	0,185	1,679
7	0,138	10 788,453	0,151	1,979
8	0,132	9 469,112	0,124	2,294
9	0,131	8 388,892	0,099	2,599
10	0,123	7 663,755	0,095	2,628

Таблиця 3

Результат кластеризації профілів експресії генів за застосування різних типів метрик близькості на основі оцінки взаємної інформації

Clusters	Quality	Calinski – Harabasz	Silhouette	Davies – Bouldin
Метод на основі максимальної правдоподібності				
2	1,125	663,654	0,416	0,874
3	1,096	419,2474	0,144	1,618
Метод Jeffreys				
2	1,115	741,757	0,410	0,886
3	1,106	840,249	0,132	2,231
Метод Laplace				
2	1,128	2 458,667	0,147	2,169
3	1,101	1 665,504	0,047	3,319
4	1,083	1 359,880	0,084	2,776
Метод Джеймса та Стейна				
2	1,126	692,4446	0,413	0,880

Аналіз отриманих результатів дозволив зробити висновок, що тільки за застосування кореляційної метрики та метрики на основі відстані Васерштейна профілі експресії генів розподіляються по кластерах від 2 до 10 приблизно рівномірно. У результаті застосування метрик на основі оцінки взаємної інформації кількість кластерів варіюється від двох, за застосування методу Джеймса та Стейна, до чотирьох, за застосування методу Лапласа. У разі збільшення кількості кластерів додаткові кластери містили один профіль, що не є припустимим. Із цієї причини кількість кластерів було обмежено. Аналіз отриманих результатів також дозволяє зробити висновок щодо розбіжності значень внутрішніх критеріїв під час оцінювання якості кластерної структури. Так, у разі застосування кореляційної метрики за запропонованим критерієм якості оптимальною є чотирикластерна структура (відповідає мінімальному значенню критерію), а за критеріями Calinski – Harabasz і Davies – Bouldin оптимальною є семікластерна структура. Критерій Silhouette у такому разі не є ефективним. За застосування метрики на основі відстані Васерштейна за всіма критеріями оптимальною є двокластерна структура. За збільшення кількості кластерів якість кластеризації за всіма критеріями погіршується. За застосування метрик на основі оцінки взаємної інформації результати кластеризації за вибраними критеріями також не узгоджуються один з одним, за оцінювання взаємної інформації за методом Джеймса та Стейна ідентифікована тільки двокластерна структура. Але варто зазначити, що за значеннями всіх критеріїв якості кластерної структури, що використовувалися у процесі моделювання, метрика на основі відстані Васерштейна є найбільш привабливою.

Подальшим кроком моделювання є застосування класифікатора до зразків, що містять як атрибути профілі експресії генів у виділених кластерах. Класифікація зразків на основі виділених у кластери даних експресії генів здійснювалася із застосуванням алгоритму Random Forest із 5-fold крос-валідацією. Цей вибір зумовлений результатами попередніх досліджень стосовно порівняльного аналізу різних типів класифікаторів під час ідентифікації об'єктів на основі даних експресії генів. Алгоритм Random Forest має декілька ключових переваг, які роблять його оптимальним вибором для завдання класифікації зразків на основі даних експресії генів. Результати моделювання для двокластерної та трикластерної структур зображені на рис. 2 і 3. Аналогічні результати отримані для інших кластерних структур. Аналіз отриманих результатів підтверджує зроблений у попередньому підрозділі висновок щодо більш високої ефективності кореляційної метрики та метрики на основі відстані Васерштейна порівняно з метриками на основі оцінки взаємної інформації. У результаті застосування метрик на основі взаємної інформації кластери профілів експресії генів формуються нерівномірно, що призводить до великої розбіжності в точності класифікації зразків на основі даних експресії генів у виділених кластерах за всіма критеріями, що використовувалися у процесі моделювання.

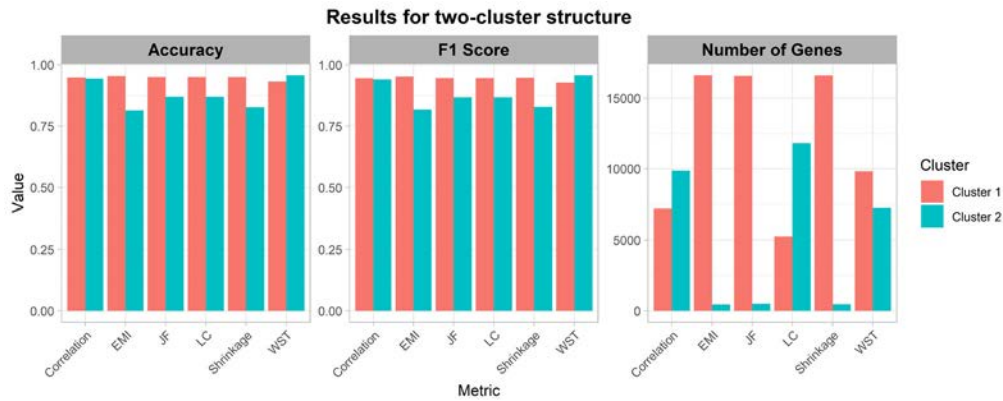


Рис. 2. Результати порівняльного аналізу ефективності метрик близькості для профілів експресії генів у двокластерній структурі

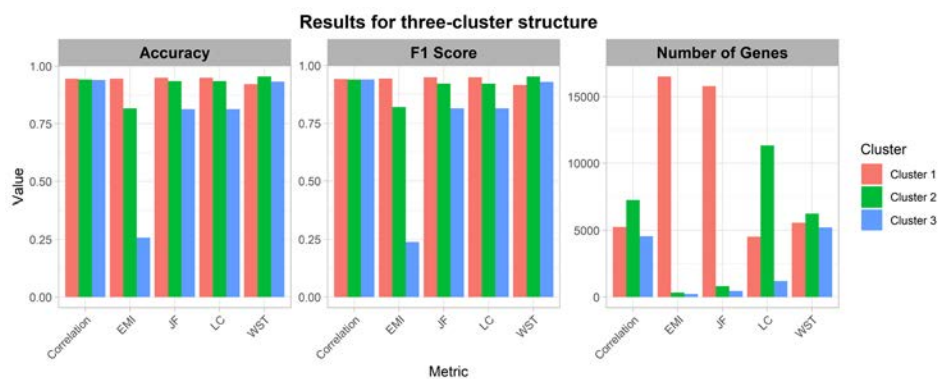


Рис. 3. Результати порівняльного аналізу ефективності метрик близькості для профілів експресії генів у трикластерній структурі

Навіть більше, метрики на основі взаємної інформації характеризуються не виправдано малою кількістю генів у деяких кластерах, що може свідчити про їхню нестабільність у процесі кластеризації. Аналіз отриманих результатів також дозволяє зробити висновок, що метрика Васерштейна демонструє стабільно високі значення точності класифікації (Accuracy) та F1-міри для структур із 2 до 10 кластерів. Вона перевершує кореляційну метрику, особливо в багатокластерних структурах (6–10 кластерів), де показує краще співвідношення між якістю класифікації (за відповідними критеріями) та рівномірністю кластеризації (кількість генів у кластерах). Метрика Васерштейна забезпечує більш збалансований розподіл генів між кластерами, що є ключовим чинником для забезпечення коректного аналізу кластерів у завданнях класифікації на основі даних експресії генів. Отже, результати поточного моделювання дозволяють зробити висновок, що метрики на основі взаємної інформації не забезпечують належного балансу між якістю класифікації та кількістю генів у кластерах, що робить їх менш ефективними у завданнях аналізу й обробки даних експресії генів. Водночас метрика Васерштейна, завдяки своїм високим показникам точності, F1-міри та збалансованому розподілу генів, є більш привабливим вибором порівняно з кореляційною метрикою та метриками на основі взаємної інформації.

Висновки

У статті запропоновано гібридну модель оцінювання ефективності метрик близькості для високорозмірних даних експресії генів, яка поєднує методи інтелектуального аналізу даних і машинного навчання. Запропонована модель дозволяє комплексно оцінити ефективність різних

підходів до вимірювання подібності профілів експресії генів, зокрема й кореляційну метрику, метрики на основі взаємної інформації та відстань Васерштейна. Аналіз отриманих результатів показав, що кореляційна метрика та відстань Васерштейна забезпечують вищу точність та стабільність кластеризації порівняно з метриками, заснованими на взаємній інформації. Відстань Васерштейна демонструє найбільш збалансований розподіл генів між кластерами та стабільно високі значення точності класифікації незалежно від кількості кластерів. Кореляційна метрика також показує високу ефективність, особливо щодо меншої кількості кластерів. Метрики, засновані на взаємній інформації, виявилися менш стабільними та не забезпечують рівномірного розподілу профілів, що призводить до значних розбіжностей у точності класифікації.

Запропонований підхід дозволяє автоматизувати процес вибору оптимальної метрики й адаптувати методи аналізу до конкретних наборів генетичних даних. Включення стекінг-моделі сприяє підвищенню точності класифікації, знижує вплив помилок кластеризації. Застосування розробленої моделі може сприяти вдосконаленню діагностичних систем у межах концепції персоналізованої медицини, забезпечити більш точну та стабільну ідентифікацію біомаркерів захворювань. Отримані результати можуть бути використані для розроблення нових алгоритмічних рішень у біоінформатиці, оптимізації процесів обробки генетичних даних і покращення систем підтримки ухвалення рішень у медичній діагностиці.

Список використаної літератури

1. Chen Y., Ye J., Li J. Aggregated wasserstein distance and state registration for hidden markov models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*. 2020. Vol. 42 (9). P. 2133–2147.
2. Anh C.-T., Kwon Y.-K. Mutual information based on multiple level discretization network inference from time series gene expression profiles. *Applied Sciences (Switzerland)*. 2023. Vol. 13 (21). Art. 11902.
3. Barman S., Kwon Y.-K. A novel mutual information-based boolean network inference method from time-series gene expression data. *PLoS ONE*. 2017. Vol. 12 (2). Art. e0171097.
4. Pan X., Sun J., Yu H., Xue Y. Feature selection using non-dominant features-guided search for gene expression profile data. *Complex and Intelligent Systems*. 2023. Vol. 9 (6). P. 6139–6153.
5. Rezapour M., Walker S., Ornelles D., et al. A comparative analysis of rna-seq and nanostring technologies in deciphering viral infection response in upper airway lung organoids. *Frontiers in Genetics*. 2024. Vol. 15. Art. 1327984.
6. Bakry K., Emeish W., Embark H., et al. Expression profiles of four nile tilapia innate immune genes during early stages of aeromonas veronii infection. *Journal of Aquatic Animal Health*. 2024. Vol. 36 (2). P. 164–180.
7. Cao Q., Zhao J., Wang H., Guan Q., Zheng C. An integrated method based on Wasserstein distance and graph for cancer subtype discovery. *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics*. 2023. Vol. 20 (6). P. 3499–3510.
8. Ocal K., Grima R., Sanguinetti G. Wasserstein distances for estimating parameters in stochastic reaction networks. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*. 2019. Vol. 11773. P. 347–351.
9. Zhou K., Yin Z., Gu J., Zeng Z. A feature selection method based on graph theory for cancer Classification. *Combinatorial Chemistry and High Throughput Screening*. 2024. Vol. 27 (5). P. 650–660.
10. Zhang H. Feature selection using approximate conditional entropy based on fuzzy information granule for gene expression data classification. *Frontiers in Genetics*. 2021. Vol. 12. Art. 631505.
11. Almgren N., Alshamlan H. A survey on hybrid feature selection methods in microarray gene expression data for cancer classification. *IEEE Access*. 2019. Vol. 7. P. 78533–78548.

12. Guelib B., Bounab R., Aliouane S., et al. Optimizing gene selection for alzheimer's disease classification: A Bayesian approach to filter and embedded techniques. *Applied Soft Computing*. 2024. Vol. 167. Art. 112307.
13. Wang T., Jia L., Xu J., et al. A hybrid intelligent optimization algorithm to select discriminative genes from large-scale medical data. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*. 2024. Vol. 15 (12). P. 5921–5948.
14. Yaqoob A., Verma N., Aziz R., Shah M. Rna-seq analysis for breast cancer detection: a study on paired tissue samples using hybrid optimization and deep learning techniques. *Journal of Cancer Research and Clinical Oncology*. 2024. Vol. 150 (10). Art. 455.
15. Esfandiari A., Nasiri N. Gene selection and cancer classification using interaction-based feature clustering and improved-binary bat algorithm. *Computers in Biology and Medicine*. 2024. Vol. 181. Art. 109071.

References

1. Chen, Y., Ye, J., & Li, J. (2020). Aggregated wasserstein distance and state registration for hidden markov models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 42 (9), 2133–2147 [in English].
2. Anh, C.-T., & Kwon, Y.-K. (2023). Mutual information based on multiple level discretization network inference from time series gene expression profiles. *Applied Sciences (Switzerland)*, 13 (21), Art. 11902 [in English].
3. Barman, S., & Kwon, Y.-K. (2017). A novel mutual information-based boolean network inference method from time-series gene expression data. *PLoS ONE*, 12 (2), Art. e0171097 [in English].
4. Pan, X., Sun, J., Yu, H., & Xue, Y. (2023). Feature selection using non-dominant features-guided search for gene expression profile data. *Complex and Intelligent Systems*, 9 (6), 6139–6153 [in English].
5. Rezapour, M., Walker, S., & Ornelles, D., et al. (2024). A comparative analysis of rna-seq and nanostring technologies in deciphering viral infection response in upper airway lung organoids. *Frontiers in Genetics*. 15. Art. 1327984 [in English].
6. Bakry, K., Emeish, W., & Embark, H. et al. (2024). Expression profiles of four Nile tilapia innate immune genes during early stages of *Aeromonas veronii* infection. *Journal of Aquatic Animal Health*, 36 (2), 164–180 [in English].
7. Cao, Q., Zhao, J., Wang, H., Guan, Q., & Zheng, C. (2023). An integrated method based on Wasserstein distance and graph for cancer subtype discovery. *IEEE/ACM Transactions on Computational Biology and Bioinformatics*, 20 (6), 3499–3510 [in English].
8. Ocal, K., Grima, R., & Sanguinetti, G. (2019). Wasserstein distances for estimating parameters in stochastic reaction networks. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 11773, 347–351 [in English].
9. Zhou, K., Yin, Z., Gu, J., & Zeng, Z. (2024). A feature selection method based on graph theory for cancer Classification. *Combinatorial Chemistry and High Throughput Screening*, 27 (5), 650–660 [in English].
10. Zhang, H. (2021). Feature selection using approximate conditional entropy based on fuzzy information granule for gene expression data classification. *Frontiers in Genetics*, 12, Art. 631505 [in English].
11. Almugren, N., & Alshamlan, H. (2019). A survey on hybrid feature selection methods in microarray gene expression data for cancer classification. *IEEE Access*, 7, 78533–78548 [in English].
12. Guelib, B., Bounab, R., & Aliouane, S., et al. (2024). Optimizing gene selection for alzheimer's disease classification: A Bayesian approach to filter and embedded techniques. *Applied Soft Computing*, 167, Art. 112307 [in English].

13. Wang, T., Jia, L., & Xu, J., et al. (2024). A hybrid intelligent optimization algorithm to select discriminative genes from large-scale medical data. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 15 (12), 5921–5948 [in English].
14. Yaqoob, A., Verma, N., Aziz, R., & Shah, M. (2024). Rna-seq analysis for breast cancer detection: a study on paired tissue samples using hybrid optimization and deep learning techniques. *Journal of Cancer Research and Clinical Oncology*, 150 (10), Art. 455 [in English].
15. Esfandiari, A., & Nasiri, N. (2024). Gene selection and cancer classification using interaction-based feature clustering and improved-binary bat algorithm. *Computers in Biology and Medicine*, 181, Art. 109071 [in English].

Ярема Олег Романович – к.т.н., доцент, доцент кафедри цифрової економіки та бізнес-аналітики Львівського національного університету імені Івана Франка. E-mail: oleh.yarema@lnu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-3736-4820.

Сенчишен Денис Олександрович – аспірант кафедри комп'ютерних наук та програмної інженерії Херсонського державного університету. E-mail: dsenchishen@ksu.ks.ua, ORCID: 0000-0002-4311-7095.

Бабічев Сергій Анатолійович – д.т.н., професор, професор кафедри інформатики університету Яна Євангеліста Пуркінє в Усті-над-Лабем, Чехія; професор кафедри фізики Херсонського державного університету. E-mail: sergii.babichev@ujep.cz, sbabichev@ksu.ks.ua, ORCID: 0000-0001-6797-1467.

Yarema Oleh Romanovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Digital Economy and Business Analytics of the Ivan Franko National University of Lviv. E-mail: oleh.yarema@lnu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-3736-4820.

Senchyshen Denys Oleksandrovych – Postgraduate Student at the Department of Computer Science and Software Engineering of the Kherson State University. E-mail: dsenchishen@ksu.ks.ua, ORCID: 0000-0002-4311-7095.

Babichev Sergii Anatoliiovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Informatics at Jan Evangelista Purkyně University in Ústí nad Labem, Czech Republic; Professor at the Department of Physics of the Kherson State University. E-mail: sergii.babichev@ujep.cz, sbabichev@ksu.ks.ua, ORCID: 0000-0001-6797-1467.

ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Технічний редактор

Литвиненко Олена Іванівна
к.т.н., доцент

Верстка

Наталія Кузнєцова

Здано до набору 28.04.2025 р. Підписано до друку 28.05.2025 р.
Гарнітура Times New Roman. Формат 60×84/8.
Друк офсетний. Папір офсетний.
Ум. друк. арк. 34,41. Зам. № 0725/560. Наклад 100 прим.

Видавництво і друкарня – Видавничий дім «Гельветика»
65101, Україна, м. Одеса, вул. Інглєзі, 6/1
Телефон +38 (095) 934 48 28, +38 (097) 723 06 08
E-mail: mailbox@helvetica.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК No 7623 від 22.06.2022 р.