

ISSN 2618-0332 (print)
ISSN 2618-0340 (online)

Міністерство освіти і науки України

Херсонський національний технічний університет

ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Т. 8, №2

Рекомендовано до друку Вченою радою
Херсонського національного технічного університету
(протокол № 6 від 11 грудня 2025 року)

Журнал включений до Реєстру наукових фахових видань України категорії Б
на підставі Наказу МОН України від 17 березня 2020 року № 409

Журнал включено до наукометричних баз, електронних бібліотек та репозитаріїв:
Index Copernicus International, Google Scholar, CiteFactor Academic Scientific Journals,
National Library of Ukraine (Vernadsky)



Видавничий дім
«Гельветика»
2025

Редакційна рада

Головний редактор

Астіоненко І.О.

к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри Інформатики і комп'ютерних наук Херсонського національного технічного університету

Заступники головного редактора

Литвиненко О.І.

к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційних технологій та фізико-математичних дисциплін Херсонського навчально-наукового інституту Національного університету кораблебудування ім. адмірала Макарова

Рудакова Г.В.

д.т.н., професор, професор кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету (м. Херсон)

Відповідальний секретар

Омельчук А.А.

к.т.н., провідний фахівець кафедри комп'ютерних та інформаційних технологій і систем Державного податкового університету

Члени редакційної колегії за спеціальностями:

Алексєєв М.О.

д.т.н., професор

Аль-Амморі А.Н.

д.т.н., професор

Астіоненко І.О.

к.ф.-м.н., доцент

Бабічев С.А.

к.т.н., доцент (Чехія)

Бень А.П.

к.т.н., доцент

Ванін В.В.

д.т.н., професор

Вірченко Г.А.

д.т.н., професор

Гвоздева І.М.

д.т.н., професор

Гнатушенко В.В.

д.т.н., професор

Гумен О.М.

д.т.н., професор

Гучек П.Й.

д.т.н., доцент (Польща)

Дудченко О.М.

к.ф.-м.н., доцент

Корчинський В.М.

д.т.н., професор

Кузьмич В.І.	к.ф.-м.н., доцент
Лебеденко Ю.О.	к.т.н., доцент
Литвиненко В.І.	д.т.н., професор
Литвиненко О.І.	к.т.н., доцент
Літвінова М.Б.	д.пед.н., к.ф.-м.н., професор
Ляшенко В.П.	д.т.н., професор
Максимов М.В.	д.т.н., професор
Мартин Є.В.	д.т.н., професор
Мацуй А.М.	д.т.н., професор
Миргород В.Ф.	д.т.н., доцент
Мороз Б.І.	д.т.н., професор
Мостовенко О.В.	д.т.н., професор
Несвідомін В.М.	д.т.н., професор
Омельчук А.А.	к.т.н.
Осадчий С.І.	д.т.н., професор
Пилипака С.Ф.	д.т.н., професор
Полівода О.В.	к.т.н., доцент
Різник В.В.	д.т.н., професор
Рудакова Г.В.	д.т.н., професор
Сметанкіна Н.В.	д.т.н., професор
Стеценко І.В.	д.т.н., професор
Стрельнікова О.О.	д.т.н., професор
Угрімов С.В.	д.т.н., професор
Устенко С.А.	д.т.н., професор
Шерстюк В.Г.	д.т.н., професор

ISSN 2618-0332 (print)
ISSN 2618-0340 (online)

Ministry of Education and Science of Ukraine

Kherson National Technical University

APPLIED QUESTIONS OF MATHEMATICAL MODELLING

V. 8, №2

Recommended for publication by the Academic Council
of Kherson National Technical University
(Minutes No 6 on 11 December 2025)

The journal is included in the scientometric bases, electronic libraries and repositories:
Index Copernicus International, Google Scholar, CiteFactor Academic Scientific Journals,
National Library of Ukraine (Vernadsky).



Publishing House
"Helvetica"
2025

Editorial Board

Editor-in-Chief

Astionenko I.O.

Ph.D., Associate Professor, Associate Professor at the Department of Informatics and Computer Science of Kherson National Technical University

Deputies Editor-in-Chief

Lytvynenko O.I.

Ph.D., Associate Professor, Associate Professor at the Department of Information Technology and Physical and Mathematical Disciplines of the Kherson Educational and Scientific Institute of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding

Rudakova H.V.

Doctor of Engineering Science, Professor, Professor at the Department of Automatization, Robotic Technology and Mechatronics of Kherson National Technical University

Executive Secretary

Omelchuk A.A.

Ph.D., Senior Specialist at the Department of Computer and Information Technologies and Systems of the State Tax University

Members of Editorial Board by Specialties:

Al-Ammori A.N.	Doctor of Engineering Science, Professor
Aleksieiev M.O.	Doctor of Engineering Science, Professor
Astionenko I.O.	Ph.D., Associate Professor
Babichev S.A.	Ph.D., Associate Professor (Czech Republic)
Ben A.P.	Ph.D., Associate Professor
Dudchenko O.N.	Ph.D., Professor
Hnatushenko V.V.	Doctor of Engineering Science, Associate Professor
Hnatushenko V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Huchek P.Y.	Doctor of Engineering Science, Associate Professor (Republic of Poland)
Humen O.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Hvozdeva I.O.	Doctor of Engineering Science, Professor
Korchynskyi V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Kuz'mich V.I.	Ph.D., Associate Professor
Lebedenko Yu.O.	Ph.D., Associate Professor

Liashenko V.P.	Doctor of Engineering Science, Professor
Litvinova M.B.	Doctor of Pedagogical Sciences, Ph.D. (Physics and Mathematics), Professor
Lytvynenko O.I.	Ph.D., Associate Professor
Lytvynenko V.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Maksymov M.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Martyn Ye.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Matsui A.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Moroz B.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Mostovenko O.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Myrhorod V.F.	Doctor of Engineering Science, Associate Professor
Nesvidomin V.M.	Doctor of Engineering Science, Professor
Omelchuk A.A.	Ph.D.
Osadchyi S.I.	Doctor of Engineering Science, Professor
Polyvoda O.V.	Ph.D., Associate Professor
Pylypaka S.F.	Doctor of Engineering Science, Professor
Riznyk V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Rudakova H.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Sherstiuk V.H.	Doctor of Engineering Science, Professor
Smetankina N.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Stetsenko I.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Strelnikova O.O.	Doctor of Engineering Science, Professor
Ugrimov S.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Ustenko S.A.	Doctor of Engineering Science, Professor
Vanin V.V.	Doctor of Engineering Science, Professor
Virchenko H.A.	Doctor of Engineering Science, Professor

ЗМІСТ

К.В. ВАЛЬКО, В.І. КУЗЬМИЧ, Л.В. КУЗЬМИЧ СТАБІЛІЗАЦІЙНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ БЮДЖЕТУ РОЗРОБЛЕННЯ ПРОГРАМНОГО ПРОЄКТУ.....	11
Г.А. ВІРЧЕНКО, О.М. ВОРОБІЙОВ, П.М. ЯБЛОНСЬКИЙ ВАРІАНТНЕ ФОРМОУТВОРЕННЯ РОБОЧИХ ПОВЕРХОНЬ ҐРУНТООБРОБНИХ ДИСКІВ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ВЕКТОРНИХ РАЦІОНАЛЬНИХ ПАРАМЕТРИЧНИХ КРИВИХ ДРУГОГО СТЕПЕНЯ.....	23
Г.А. ВІРЧЕНКО, М.О. ТЕРЕЩУК ДО ПИТАННЯ ПРАКТИЧНОГО ЗАСТОСУВАННЯ КРИВИХ ЛІНІЙ ІЗ НАТУРАЛЬНОЮ ПАРАМЕТРИЗАЦІЄЮ.....	32
K.V. VLASENKO, V.I. DUBROVIN SOFTWARE DEVELOPMENT TO OPTIMIZE LOGISTICS PROCESSES IN A RETAIL STORE.....	42
S.S. GOLOSCHAROV, V.V. POLYVODA MODELING THE OPERATION PROCESS OF A SHIP DUAL-FUEL GAS-DIESEL GENERATOR UNIT...	51
С.І. ГОМЕНЮК, С.М. ГРЕБЕНЮК, А.Г. КРИВОХАТА, Н.В. МАТВІЙШИНА ЛІНГВІСТИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ САПР.....	58
Т.О. ГОРЕЛІКОВА, О.В. ЧОПОРОВА РАНДОМІЗОВАНЕ ПІДТВЕРДЖЕННЯ БЛОКІВ У БЛОКЧЕЙН-СИСТЕМАХ.....	69
O.M. GUMEN, S.O. STARIKOV MOBILE EDUCATIONAL PLATFORMS AS A TOOL FOR DEVELOPING STUDENTS' INDEPENDENT LEARNING ACTIVITY.....	80
Ю.О. ГУНЧЕНКО, В.І. МЕЩЕРЯКОВ, А.Л. РАЧИНСЬКА, С.Б. ПРИХОДЬКО РЕГРЕСІЙНІ МОДЕЛІ ДЛЯ РАНЬОГО ОЦІНЮВАННЯ КІЛЬКОСТІ РЯДКІВ КОДУ РІЗНИХ ВИПУСКІВ ЗАСТОСУНКІВ ІЗ ВІДКРИТИМ КОДОМ.....	86
Т.О. ДЕРКАЧЕНКО, О.В. ПОЛИВОДА, А.О. ДЕРКАЧЕНКО РОЗРОБЛЕННЯ КОМПЛЕКСНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ СИСТЕМИ ПРОСТОРОВОГО ПОЗИЦІОНУВАННЯ СОНЯЧНОГО ТРЕКЕРА ЯК МЕХАНІЗМУ ПАРАЛЕЛЬНОЇ СТРУКТУРИ	93
В.В. ДЯЧЕНКО, М.Л. СУКАЛО, Ю.О. ЛЕБЕДЕНКО БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ АДАПТИВНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСАМИ ВОДООЧИЩЕННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ НЕЧІТКОЇ ЛОГІКИ.....	102
Т.С. КАГАДІЙ, А.Г. ШПОРТА, О.В. БІЛОВА, І.В. ЩЕРБИНА, О.Д. ОНОПРІЄНКО АНАЛІТИЧНІ РОЗВ'ЯЗКИ ДЕЯКИХ ЗАДАЧ ДЛЯ ПЛАСТИНИ З ОТВОРАМИ.....	110
В.І. КЛІМЕНКО, М.О. МОЛЧАНОВА, О.В. СОБКО, В.І. АНДРОЩУК, О.В. МАЗУРЕЦЬ ПІДХІД ДО ПРОГРАМНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ ТА ТЕСТУВАННЯ МЕТОДУ БАГАТОРІВНЕВОГО ВИЯВЛЕННЯ СУБ'ЄКТІВ КІБЕРБУЛІНГУ НА ОСНОВІ ТРАНСФОРМЕРІВ У ХМАРНОМУ СЕРЕДОВИЩІ.....	119
А.В. КОЛЧАНОВ КОМПЛЕКСНА РЕКОНСТРУКЦІЯ ЗРУЙНОВАНИХ БЕЗКАРКАСНИХ БУДІВЕЛЬ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ НОВІТНІХ ТЕХНОЛОГІЙ.....	129
Д.В. КРЮТЧЕНКО, А.С. КОЛОДЯЖНИЙ, М.С. МІЩЕНКО, О.О. СТРЕЛЬНІКОВА СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ КОЛИВАНЬ РІДИНИ В РЕЗЕРВУАРІ ЗАЛЕЖНО ВІД ПОЛОЖЕННЯ ПЕРЕГОРОДКИ.....	144
Ю.В. КУЄВДА, Є.О. ТАТАРІН, Ю.М. СЕЛІН СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ЯКОСТІ ОБ'ЄКТНО-ОРІЄНТОВАНОГО ПРОГРАМНОГО КОДУ НА ОСНОВІ СТАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ТА ВІЗУАЛІЗАЦІЇ МЕТРИК.....	154
А.О. ЛІСНЯК, Д.І. ПРОСЯНА РОЗРОБЛЕННЯ КЛІЄНТСЬКОГО ВЕБЗАСТОСУНКУ ДЛЯ ХМАРНИХ СИСТЕМ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОГО АНАЛІЗУ.....	166

О.С. МАЗМАНІШВІЛІ, В.І. ДУБІНКО РУЙНУВАННЯ «БІЛИМ» ШУМОМ ХВИЛЬОВОЇ ФУНКЦІЇ У ПАРАБОЛІЧНОМУ ПОТЕНЦІАЛІ ЗА РЕЗОНАНСНОГО РАЗГОЙДУВАННЯ.....	172
О.Є. МАЛЯРЕНКО, Н.П. ІВАНЕНКО ІМІТАЦІЙНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОГНОЗУВАННЯ ПОПИТУ НА ПАЛИВО З УРАХУВАННЯМ ЕКОЛОГІЧНИХ ОБМЕЖЕНЬ.....	180
Y.YU. MOSKALENKO, M.A. GRINCHENKO MODELING THE PROCESS OF FORMING RECOMMENDATIONS FOR IMPROVING PRODUCT STRATEGIES OF AN IT COMPANY.....	190
Д.В. МОСЬПАН, О.О. ЮРКО МОДЕЛЮВАННЯ ТА ВІЗУАЛІЗАЦІЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ КОТУШКИ ІНДУКТИВНОСТІ ЗАСОБАМИ LABVIEW.....	202
А.В. М'ЯКЕНЬКИЙ, М.О. АЛЕКСЄЄВ ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ СЕМАНТИЧНОЇ РЕПРЕЗЕНТАЦІЇ ТЕКСТІВ ПРИРОДНОЇ МОВИ У ЗАДАЧІ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПЕРИФРАЗ.....	210
Д.А. НАГОВСЬКИЙ, Г. Г. ДОЩЕНКО, С.С. ГОЛОЩАПОВ ПЕРЕТВОРЮВАЧІ ЧАСТОТИ В СУДНОВИХ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ УСТАНОВКАХ: ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ.....	224
В.О. ПОЛЯКОВ, С.Ю. ПОСЛАВСЬКИЙ БАЖАНІ АТРАКТОРИ ЗОБРАЖУЮЧОЇ ТОЧКИ СТАНУ ЯК ПАТЕРНИ ПОБУДУВАННЯ ПОЗДОВЖНЬОГО РУХУ МЕХАНІЧНОЇ ПІДСИСТЕМИ МАГНІТОЛЕВІТУЮЧОГО ПОЇЗДА.....	236
А.А. САВУЛА, А.П. КОРОТИНСЬКИЙ ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ КРИТЕРІЇВ ОПТИМІЗАЦІЇ НА ЕФЕКТИВНІСТЬ РОБОТИ ЕКСТРЕМАЛЬНОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ	245
В.М. СЕМЧИШИН, Д.М. МИХАЛИК МОДЕЛЬ КОМПЛЕКСНОЇ ІНФОРМАЦІЙНОЇ БЕЗПЕКИ ХМАРНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ МЕДИЧНИМИ ПОСЛУГАМИ.....	253
Л.С. ФОНАР, О.А. ЖУРАН МОВА ПРОГРАМУВАННЯ R У STEM-ВИКЛАДАННІ СТАТИСТИКИ ТА АНАЛІЗУ ДАНИХ.....	265
О.М. ФРОЛОВ, С.Р. СЕЛІВЕРСТОВА МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОДІЛУ ДОМІШКИ В БАЗІ ДЛЯ ОПЕРАТИВНОГО РОЗРАХУНКУ СТРУКТУРИ ДРЕЙФОВОГО N-P-N-ТРАНЗИСТОРА.....	271
А.Н. ХОМЧЕНКО, О.І. ЛИТВИНЕНКО, О.М. ДУДЧЕНКО, П.Й. ГУЧЕК, І.О. АСТІОНЕНКО СЕРЕНДИПОВІ СКІНЧЕННІ ЕЛЕМЕНТИ: ГЕОМЕТРИЧНІ ПІДХОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ АПРОКСИМАЦІЇ У МЕТОДІ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ.....	281
В.С. ЦАПАР, Д.М. СКЛАДАННИЙ, О.О. КВІТКА, С.М. ТКАЧУК, В.В. БОНДАР МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ЗА КОМПЛЕКСНИМ КРИТЕРІЄМ ОПТИМАЛЬНОСТІ ПРОЦЕСУ ПЕРВИННОЇ ОБРОБКИ НАФТИ.....	288
M.I. SHAROSHNIKOV, M.A. GRINCHENKO MODEL OF THE BUSINESS PROCESS FOR FORMING RECOMMENDATIONS TO IMPROVE HEI PERFORMANCE IN THE QS WUR RANKING.....	296
YU.O. SHELIKHOV, N.G. AXAK MICROSERVICE-BASED ADAPTIVE INDOOR MICROCLIMATE CONTROL SYSTEM USING LSTM FORECASTING.....	308
О.Р. ЯРЕМА, С.А. БАБІЧЕВ ГІБРИДНА МОДЕЛЬ АНАЛІЗУ ЕКСПРЕСІЇ ГЕНІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ АНСАМБЛЕВИХ СТРАТЕГІЙ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ ТА КЛАСИФІКАЦІЇ ДЛЯ ДІАГНОСТИКИ СТАНУ СКЛАДНИХ СИСТЕМ.....	323

CONTENTS

K.V. VALKO, V.I. KUZMICH, L.V. KUZMICH STABILIZATION MATHEMATICAL MODEL FOR ESTIMATING THE BUDGET OF SOFTWARE PROJECT DEVELOPMENT.....	11
G.A. VIRCHENKO, O.M. VOROBIOV, P.M. YABLONSKYI VARIANT SHAPING OF WORKING SURFACES OF SOIL CULTIVATING DISCS USING VECTOR RATIONAL PARAMETRIC CURVES OF THE SECOND DEGREE.....	23
G.A. VIRCHENKO, M.O. TERESCHUK ON THE ISSUE OF PRACTICAL APPLICATION OF CURVES WITH NATURAL PARAMETERISATION.....	32
K.V. VLASENKO, V.I. DUBROVIN SOFTWARE DEVELOPMENT TO OPTIMIZE LOGISTICS PROCESSES IN A RETAIL STORE.....	42
S.S. GOLOSCHAPOV, V.V. POLYVODA MODELING THE OPERATION PROCESS OF A SHIP DUAL-FUEL GAS-DIESEL GENERATOR UNIT...	51
S.I. HOMENIUK, S.M. GREBENYUK, A.H. KRYVOKHATA, N.V. MATVIYISHYNA CAD LINGUISTIC SUPPORT.....	58
T.O. HORELICOVA, O.V. CHOPOROVA RANDOMIZED BLOCK CONFIRMATION IN BLOCKCHAIN SYSTEMS.....	69
O.M. GUMEN, S.O. STARIKOV MOBILE EDUCATIONAL PLATFORMS AS A TOOL FOR DEVELOPING STUDENTS' INDEPENDENT LEARNING ACTIVITY.....	80
YU.O. GUNCHENKO, V.I. MESCHERYAKOV, A.L. RACHINSKA, S.B. PRYKHODKO REGRESSION MODELS FOR EARLY ESTIMATING THE NUMBER OF LINES OF CODE OF VARIOUS RELEASES OF OPEN-SOURCE APPLICATIONS.....	86
T.O. DERKACHENKO, O.V. POLYVODA, A.O. DERKACHENKO DEVELOPMENT OF A COMPLEX MATHEMATICAL MODEL OF THE SOLAR TRACKER SPATIAL POSITIONING SYSTEM AS A PARALLEL STRUCTURE MECHANISM	93
V.V. DIACHENKO, M.L. SUKALO, YU.O. LEBEDENKO MULTI-CRITERION OPTIMIZATION OF ADAPTIVE CONTROL SYSTEMS FOR WATER TREATMENT PROCESSES USING FUZZY LOGIC.....	102
T.S. KAGADIY, A.H. SHPORTA, O.V. BILOVA, I.V. SHCHERBYNA, O.D. ONOPRIENKO PRECISION OF ACTIV TASKS FOR A PLATE WHITH OPENING.....	110
V.I. KLIMENKO, M.O. MOLCHANOVA, O.V. SOBKO, V.I. ANDROSCHUK, O.V. MAZURETS APPROACH TO SOFTWARE ENGINEERING AND TESTING OF THE METHOD OF MULTI-LEVEL DETECTION OF CYBERBULLYING SUBJECTS BASED ON TRANSFORMERS IN A CLOUD ENVIRONMENT.....	119
A.V. KOLCHANOV COMPREHENSIVE RECONSTRUCTION OF DESTROYED FRAMELESS BUILDINGS USING ENVIRONMENTAL TECHNOLOGIES.....	129
D.V. KRIUTCHENKO, A.S. KOLODYAZHNYI, M.S. MISCHENKO, O.O. STRELNIKOVA SPECTRAL ANALYSIS OF LIQUID OSCILLATIONS IN A RESERVOIR DEPENDING ON THE PARTITION POSITION.....	144
IU.V. KUIEVDA, YE.O. TATARIN, YU.M. SELIN QUALITY ASSESSMENT SYSTEM FOR OBJECT-ORIENTED PROGRAM CODE BASED ON STATIC ANALYSIS AND METRICS VISUALIZATION.....	154
A.O. LISNIAK, D.I. PROSIANA DEVELOPMENT OF A CLIENT-SIDE WEB APPLICATION FOR CLOUD-BASED FINITE ELEMENT ANALYSIS.....	166
A.S. MAZMANISHVILI, V.I. DUBINKO DESTRUCTION OF THE WAVE FUNCTION BY «WHITE» NOISE IN PARABOLIC POTENTIAL AT RESONANT DRIVE.....	172

O.YE. MALIARENKO, N.P. IVANENKO SIMULATION MATHEMATICAL MODEL FOR FORECASTING FUEL DEMAND TAKING INTO ACCOUNT ENVIRONMENTAL CONSTRAINTS.....	180
V.YU. MOSKALENKO, M.A. GRINCHENKO MODELING THE PROCESS OF FORMING RECOMMENDATIONS FOR IMPROVING PRODUCT STRATEGIES OF AN IT COMPANY.....	190
D.V. MOSPAN, O.O. YURKO MODELING AND VISUALIZATION OF THE MAGNETIC FIELD OF AN INDUCTIVE COIL USING LABVIEW.....	202
A.V. MIAKENKYI, M.O. ALEKSIEIEV COMPARATIVE ANALYSIS OF SEMANTIC REPRESENTATION METHODS FOR NATURAL LANGUAGE TEXTS IN THE TASK OF PARAPHRASE IDENTIFICATION.....	210
D.A. NAHOVSKIY, H.G. DOSHCENKO, S.S. GOLOSCHAPOV FREQUENCY CONVERTERS IN SHIP POWER PLANTS: COMPARATIVE ANALYSIS.....	224
V.O. POLYAKOV, S.YU. POSLAVSKY DESIRABLE ATTRACTORS OF THE STATE'S REPRESENTATIVE POINT AS A PATTERNS FOR A MAGNETOLEVITATION TRAIN'S MECHANICAL SUBSYSTEM'S LONGITUDINAL MOTION CONSTRUCTING.....	236
A.A. SAVULA, A.P. KOROTYNSKYI RESEARCH ON THE IMPACT OF OPTIMIZATION CRITERIA ON THE EFFICIENCY OF EXTREME CONTROL SYSTEMS.....	245
V.M. SEMCHYSHYN, D.M. MYHALYK COMPREHENSIVE INFORMATION SECURITY MODEL OF A CLOUD MEDICAL MANAGEMENT SYSTEM.....	253
L.S. FONAR, O.A. ZHURAN THE R PROGRAMMING LANGUAGE IN STEM-BASED TEACHING OF STATISTICS AND DATA ANALYSIS.....	265
A.N. FROLOV, S.R. SELIVERSTOVA SIMULATION OF IMPURITY DISTRIBUTION IN THE BASE FOR OPERATIONAL CALCULATION OF THE STRUCTURE OF A DRIFT N-P-N TRANSISTOR.....	271
A.N. KHOMCHENKO, O.I. LYTUVYENKO, O.M. DUDCHENKO, P.Y. GUCHEK, I.O. ASTIONENKO SERENDIPITY FINITE ELEMENTS: GEOMETRIC APPROACHES TO SOLVING THE APPROXIMATION PROBLEM IN THE FINITE ELEMENT METHOD.....	281
V.S. TSAPAR, D.M. SKLADANNYY, O.O. KVITKA, S.M. TKACHUK, V.V. BONDAR MODELLING AND OPTIMISATION BASED ON A COMPREHENSIVE OPTIMALITY CRITERION THE PRIMARY OIL REFINING PROCESS	288
M.I. SHAPOSHNIKOV, M.A. GRINCHENKO MODEL OF THE BUSINESS PROCESS FOR FORMING RECOMMENDATIONS TO IMPROVE HEI PERFORMANCE IN THE QS WUR RANKING.....	296
YU.O. SHELIKHOV, N.G. AXAK MICROSERVICE-BASED ADAPTIVE INDOOR MICROCLIMATE CONTROL SYSTEM USING LSTM FORECASTING.....	308
O.R. YAREMA, S.A. BABICHEV HYBRID MODEL FOR GENE EXPRESSION ANALYSIS USING ENSEMBLE CLUSTERING AND CLASSIFICATION STRATEGIES FOR DIAGNOSING COMPLEX SYSTEMS.....	323

К.В. ВАЛЬКО

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

В.І. КУЗЬМИЧ, Л.В. КУЗЬМИЧ

Херсонський державний університет

СТАБІЛІЗАЦІЙНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОЦІНКИ БЮДЖЕТУ РОЗРОБЛЕННЯ ПРОГРАМНОГО ПРОЄКТУ

Одними з поширених проблем у реалізації IT-проєктів є перевитрата бюджету через неефективне планування ресурсів та відсутність гнучких інструментів для оперативного коригування витрат. Водночас більшість існуючих моделей бюджетування не адаптовано до потреб малих динамічних проєктів, які потребують простого й зрозумілого механізму прийняття рішень під час реалізації проєкту. У сукупності ці чинники формують актуальну потребу в розробленні нового IT-продукту, що дасть змогу оптимізувати процеси продажу, спростити адміністрування, а також надати зручні інструменти для контролю фінансів та аналітики.

У роботі представлено математичну модель обчислення вартості розроблення IT-проєкту маркетплейсу з продажу товарів. Модель передбачає керування вартістю розроблення проєкту у разі зміни вартості окремих ресурсів, які задіяні у його розробленні. У разі таких змін на певному етапі розроблення проєкту відбувається перерозподіл коштів між ресурсами, які залишилися, із метою повернути вартість розроблення проєкту до запланованої.

У роботі використано ідею застосовування пропорційних коефіцієнтів для оптимізації розподілу витрат між ресурсами, що забезпечує гнучкість та адаптивність математичної моделі за динамічних змін вартості ресурсів, які використовуються під час розроблення проєкту. Представлена у роботі математична модель дає змогу краще враховувати обмеження ресурсів та оптимізувати рішення у складних умовах. Застосування гнучкого підходу до витрат у проєктах на завершальному етапі дає змогу здійснити перехід від статичних бюджетів до адаптивної моделі управління. Перерозподіл ресурсів забезпечує раціональне завершення проєкту в межах бюджету та сприяє досягненню бізнес-цінності за рахунок економного використання ресурсів.

Роботу моделі продемонстровано на прикладі керування вартістю розроблення конкретного IT-проєкту, при цьому, починаючи з деякого кроку його виконання, змінюється вартість окремих ресурсів, задіяних у реалізації цього проєкту. Перед виконанням наступного етапу реалізації проєкту проводиться пропорційний перерозподіл залишкових коштів бюджету між ресурсами, які ще будуть задіяні до завершення проєкту. При цьому перерозподілі вартість проєкту повертається до запланованої.

Ключові слова: математична модель, управління вартістю, перерозподіл бюджету, маркетплейс, IT-проєкт.

K.V. VALKO

Taras Shevchenko National University of Kyiv

V.I. KUZMICH, L.V. KUZMICH

Kherson State University

STABILIZATION MATHEMATICAL MODEL FOR ESTIMATING THE BUDGET OF SOFTWARE PROJECT DEVELOPMENT

One of the common problems in the implementation of IT projects is budget overspending due to inefficient resource planning and the lack of flexible tools for operational cost adjustments. At the same time, most existing budgeting models are not adapted to the needs of small dynamic projects that require a simple and understandable decision-making mechanism during project implementation. Taken together, these factors create a pressing need to develop a new IT product that will optimize sales processes, simplify administration, ensure integration with logistics and payment systems, and provide convenient tools for financial control and analytics.

The paper presents a mathematical model for calculating the cost of developing an IT project for a marketplace for the sale of goods. The model involves managing the cost of developing a project in the event of a change in the cost of individual resources involved in its development. In the event of such changes at a certain stage of project development, funds redistributed between the remaining resources in order to return the cost of project development to the planned one.

The paper uses the idea of using proportional coefficients to optimize the distribution of costs between resources, which ensures the flexibility and adaptability of the mathematical model in the event of dynamic changes in the cost of resources used in the development of the project. The mathematical model presented in the paper allows for better consideration of resource constraints and optimization of solutions in complex conditions. Applying a flexible approach to project costs at the final stage allows for the transition from static budgets to an adaptive management model. The real-

location of resources ensures the rational completion of the project within the budget and contributes to the achievement of business value through the economical use of resources.

The model's operation is demonstrated on the example of managing the cost of developing a specific IT project, while starting from a certain step of its implementation, the cost of individual resources involved in the implementation of this project changes. Before the next stage of project implementation, a proportional redistribution of the remaining budget funds is carried out between the resources that will still be involved before the completion of the project. With this redistribution, the project cost returns to the planned one.

Key words: mathematical model, cost management, budget redistribution, marketplace, IT project.

Постановка проблеми

В умовах обмеженого бюджету, типових для малих та середніх підприємств, критично необхідно мати інструмент, який дає змогу контролювати витрати на різних етапах проєкту та адаптувати ресурсне забезпечення без утрати ефективності. В Україні близько 80% малих та середніх компаній використовують управлінський облік в Excel, без автоматизації, що ускладнює планування, контроль витрат і прибутків.

Аналіз джерел, присвячених управлінню IT-проєктами, засвідчує актуальність проблеми перевитрати бюджету та недотримання графіків реалізації. Наявні моделі здебільшого зосереджені на оптимізації розкладу робіт і загальних витрат, не враховуючи механізму пропорційного перерозподілу бюджету між ресурсами за зміни їх вартості в процесі виконання IT-проєкту. Для складних цифрових продуктів, таких як створення маркетплейсу, це обмеження стає критичним, адже динаміка цін на людські, обчислювальні та інфраструктурні ресурси потребує адаптивної бюджетної моделі. Незважаючи на постійне вдосконалення підходів і методик, IT-проєкти все ще залишаються у зоні ризику щодо досягнення основних критеріїв успіху: вчасності виконання, дотримання бюджету та досягнення запланованих результатів.

Отже, постає завдання: розробити математичну модель оптимізації бюджету IT-проєкту з урахуванням динамічної зміни вартості ресурсів, яка передбачає пропорційний розподіл коригувальних коефіцієнтів для кожного ресурсу з метою мінімізації перевищення запланованих витрат та збереження балансу між вартістю та термінами реалізації проєкту.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Функціонування маркетплейсів супроводжується низкою викликів, серед яких – жорстка конкуренція, комісійні витрати, обмеження у персоналізації та залежність від політики ціноутворення самої платформи. Такі фактори формують високу динамічність проєктів зі створення маркетплейсів, що вимагає ефективних моделей управління витратами та гнучкого підходу до бюджетування [1].

Сучасні IT-проєкти характеризуються високим рівнем невизначеності, зокрема щодо вартості ресурсів, як людських, так і матеріально-технічних. Ускладнення зовнішнього середовища (зміни цін, коливання ринку) вимагають гнучких підходів до планування бюджету та контролю витрат. Наприклад, згідно з даними McKinsey & Company: лише 59% IT-проєктів завершуються в межах бюджету, а решта проєктів перевищують бюджет на 75%; лише 47% IT-проєктів завершуються вчасно, а решта проєктів перевищують графік виконання проєкту на 46%; лише 44% IT-проєктів забезпечують очікувані переваги, а у решти проєктів реальні переваги були на 39% меншими за очікувані [2]. Водночас багато традиційних моделей бюджетування є статичними і не здатні адаптуватися до динамічних змін [3].

У галузі управління проєктами широко використовуються класичні методи, такі як метод освоєного обсягу (Earned Value Management, EVM) або метод критичного шляху. Ці підходи ефективні за стабільних умов, але обмежені в умовах нестабільних відхилень вартості ресурсів. Математичні моделі дають змогу краще враховувати обмеження ресурсів та оптимізувати рішення у складних умовах. Зокрема, моделі типу resource-constrained project scheduling problem (RCPSP) та його численні розширення застосовуються для врахування ресурсних

обмежень, пріоритетів та мінімізації тривалості або витрат проєкту [4]. Ідея застосування пропорційних коефіцієнтів для розподілу витрат між ресурсами забезпечує гнучкість та адаптивність за динаміки вартості. У суміжних галузях (оптимізація витрат, DEA-моделі) застосовуються DEA-based proportional-sharing-підходи в рамках бі-об'єктивної оптимізації, де фіксовані витрати діляться пропорційно до внесків (як в OR Spectrum 2023) [5].

У роботі [6] автори пропонують двоетапний підхід до стимулювання та розподілу фіксованих витрат, використовуючи DEA та моделювання ігор для оцінки ефективності підрозділів. Їхній метод дає змогу враховувати асиметричну інформацію та забезпечує справедливий розподіл ресурсів, що має пряме відношення до управління бюджетом ІТ-проєкту з багатьма ресурсами та змінними витратами.

Аналіз існуючих досліджень показує, що класична задача ресурсно-обмеженого календарного планування проєкту (RCPSPP) за останнє десятиріччя зазнала значного розвитку у напрямі адаптації до реальних умов проєктного менеджменту. Зокрема:

- гібридні метаевристики забезпечують високу ефективність знаходження рішень у складних обчислювальних умовах [7];
- розширені постановки задачі дають змогу моделювати множинні та змінні у часі ресурсні обмеження, а також використовувати альтернативні цільові функції [8];
- двокритеріальні моделі з часово-залежною вартістю ресурсів відображають економічні коливання, що безпосередньо впливають на бюджет проєкту [9].

У роботі [10] пропонується зменшити витрати проєкту шляхом упровадження інноваційних підходів та цифрових рішень на кожному етапі життєвого циклу ІТ-проєкту або стартапу. Зокрема, авторка наголошує на ефективності використання гнучких методологій управління (Agile, Scrum, Kanban) у поєднанні з інструментами автоматизації та штучного інтелекту.

Думку про штучний інтелект як інструмент управління вартістю підприємств розвиває робота [11], автори якої стверджують, що застосування штучного інтелекту в управлінні вартістю підприємства може значно підвищити його конкурентоспроможність, ефективність та прибутковість.

У досліджених матеріалах не було виявлено реалізації проєкту створення маркетплейсу з використанням практик проєктного менеджменту, а також конкретних математичних моделей, які б оптимізували витрати. У подальшому в роботі буде представлено авторську модель, яка дає змогу не лише розрахувати загальний бюджет проєкту, а й визначити коефіцієнти для кожного ресурсу. Ці коефіцієнти показуватимуть, на скільки необхідно змінити вартість відповідного ресурсу, щоб не перевищити межі запланованого бюджету.

Мета дослідження

Метою роботи є розроблення дискретної математичної моделі оцінки вартості розроблення ІТ-проєкту та керування нею під час реалізації, що включає створення інструменту моделювання та коригування вартості ресурсів у рамках бюджетних обмежень проєкту. Реалізовано математичний підхід до управління бюджетом ІТ-проєкту в умовах динамічної зміни ціни ресурсів на основі пропорційного розподілу коефіцієнтів для кожного ресурсу з метою повернення вартості розроблення проєкту до запланованої.

Виклад основного матеріалу дослідження

1. Математична постановка завдання дослідження.

1.1. Формалізація математичної моделі. Для математичного опису запропонованої моделі роботи кожного ресурсу проєкту представимо у вигляді функції роботи ресурсу – залежності етапу проєкту від значень $\{0;1\}$, які показують, чи використовується цей ресурс на конкретному етапі розроблення проєкту $\{1\}$ чи ні $\{0\}$.

Загалом для знаходження бюджетної вартості розроблення проєкту можна використати інтегральну формулу (1):

$$C_d = \sum_{r \in \{R\}} \left(n_r \int_0^K p(t) r(t) dt \right), \quad (1)$$

де C_d – базисна (початкова) вартість розроблення проєкту;

r – ресурс, який використовують для розроблення проєкту;

n_r – кількість ресурсу (кількість одиниць);

$p_r(t)$ – ціна ресурсу, яка може змінюватися з часом t ;

K – тривалість проєкту (кількість етапів: днів, місяців...);

$\{R\}$ – множина функцій роботи ресурсу: $Pm(t)$, $Ba(t)$, $D(t)$

Формула (1) дає змогу обрахувати загальну вартість розроблення проєкту, урахувавши всі затрати на ресурси протягом визначеного періоду часу. Цей підхід включає інтеграцію змінних вартостей ресурсів, які можуть змінюватися залежно від часу та умов ринку, забезпечуючи більш точне і гнучке планування бюджету.

Далі наведемо деякі умови та вимоги до дискретної моделі розрахунку вартості розроблення проєкту.

1. Як допустимий базисний розв'язок задачі мінімізації використовується початкова схема розподілу витрат на розроблення проєкту (розподіл на момент початку розроблення проєкту).

2. Задача мінімізації розв'язується поетапно, один раз у розрахункову одиницю часу (крок розрахунку) – один раз на місяць (день), щомісяця (щодня). Перед черговим розрахунком розробник вносить актуальні на момент розрахунку числові дані по кожному із ресурсів.

3. Під час розрахунку наступного допустимого розв'язку задачі мінімізації розробник не змінює кількість одиниць кожного ресурсу, їх зміну використовують лише за форс-мажорних обставин. Незмінним є також термін розроблення проєкту.

4. Із метою мінімізації вартості розроблення проєкту розробник може змінювати ціну ресурсів, які доступні йому для зміни.

5. У разі збільшення вартості розроблення проєкту, яка відбулася на якомусь кроці її виконання у результаті зміни цін ресурсів, задача мінімізації зводиться до пропорційного розподілу витрат на всі ресурси, починаючи з цього кроку і до завершення розроблення проєкту, у межах допустимих значень цих ресурсів із метою повернення вартості розроблення до її початкового значення (до базисної вартості).

6. Якщо на якомусь кроці виконання розроблення проєкту в результаті зміни цін ресурсів відбулося зменшення її вартості, то задача мінімізації зводиться до заміни, починаючи із цього кроку і до завершення розроблення, базисної вартості розроблення, на цю зменшену вартість.

7. Зміна ціни ресурсу може проводитися лише в межах її допустимих значень. За досягнення ціни ресурсу своїх мінімального чи максимального допустимих значень подальша її зміна не проводиться, а нерозподілені витрати по цьому ресурсу розподіляються між іншими ресурсами.

8. За виходу вартості розроблення проєкту за межі її допустимих значень розрахунок вартості розроблення проєкту припиняється (форс-мажор).

У подальшому для зручності будемо використовувати такі позначення:

R_j – j -й ресурс (Resource):

а) людські ресурси:

$R_1: H_p$ – проєктний менеджер (Project manager),

$R_2: H_f$ – розробник середнього рівня (Middle front),

$R_3: H_b$ – розробник середнього рівня (Middle back),

$R_4: H_q$ – тестувальник (QA Middle),

$R_5: H_a$ – бізнес-аналітик (BA Middle),

$R_6: H_o$ – фахівець з операційної підтримки (DevOps),

$R_7: H_d$ – дизайнер (Designer Middle),

$R_8: H_m$ – маркетолог (Marketer),

$R_9: H_h$ – фахівець із підбору персоналу (HR);

б) матеріальні ресурси:

$R_{10}: M_c$ – хмарний сервер (cloud);

в) програмні ресурси:

$R_{11}: P_v$ – засоби безпеки, антивірус (antivirus),

$R_{12}: P_l$ – ліцензії та права на використання програмних засобів (license),

$R_{13}: P_a$ – реклама (advertising).

Числові параметри:

K – максимальна кількість кроків розрахунку вартості розроблення проєкту ($K \in \{0, 1, 2, \dots\}$),

S – максимальна кількість ресурсів ($S \in \{1, 2, \dots\}$),

$C_d^{(0)}$ – базисна (початкова) вартість розроблення проєкту (development cost),

$C_d^{(k)}$ – вартість розроблення проєкту на k -му кроці розрахунку ($k \in \{0, 1, 2, \dots, K\}$),

$C_d(k_1 \leq i \leq k_2)$ – кошти на розроблення проєкту між k_1 і k_2 кроками розрахунку,

$p_{ij}^{(k)}$ – ціна j -го ресурсу ($j \in \{1, 2, \dots, S\}$) за i -у розрахункову одиницю часу його використання ($i \in \{0, 1, 2, \dots, S\}$) на k -му кроці розрахунку (price),

n_j – кількість j -го ресурсу (number),

$c_{ij}^{(k)}$ – вартість j -го ресурсу за i -у розрахункову одиницю часу його використання на k -му кроці розрахунку (cost),

$t_{ij}^{(k)}$ – значення (0 або 1) функції j -го ресурсу на i -й розрахунковій одиниці часу на k -му кроці розрахунку (time).

1.2. Дискретна модель розрахунку вартості розроблення проєкту. Наведемо дискретний аналог формули (1) розрахунку вартості розроблення проєкту за запланованої зміни цін на ресурси.

А) Базисна (початкова) вартість розроблення проєкту:

$$C_d^{(0)} = \sum_{j=1}^S \sum_{i=0}^K c_{ij}^{(0)} \cdot t_{ij}^{(0)} = \sum_{j=1}^S \left(n_j \sum_{i=0}^K p_{ij}^{(0)} \cdot t_{ij}^{(0)} \right), \quad (2)$$

де $c_{ij}^{(0)} = n_j \cdot p_{ij}^{(0)}$.

Б) Вартість розроблення проєкту на k -му кроці розрахунку ($k \geq 1$):

$$C_d^{(k)} = C_d(0 \leq i \leq k-1) + C_d(k \leq i \leq K),$$

де $C_d(0 \leq i \leq k-1)$ – це кошти, які вже витрачені за $k-1$ кроків на розроблення проєкту за старими цінами:

$$C_d(0 \leq i \leq k-1) = \sum_{j=1}^S \sum_{i=0}^{k-1} c_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} = \sum_{j=1}^S n_j \left(\sum_{i=0}^{k-1} p_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} \right),$$

а $C_d(k \leq i \leq K)$ – кошти, які ще потрібно витратити до завершення розроблення за цінами, які ще можуть змінитися:

$$C_d(k \leq i \leq K) = \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K c_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} = \sum_{j=1}^S n_j \left(\sum_{i=k}^K p_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} \right), \quad (3)$$

де $c_{ij}^{(k)} = n_j \cdot p_{ij}^{(k)}$. Отже,

$$\begin{aligned} C_d^{(k)} &= \sum_{j=1}^S \sum_{i=0}^{k-1} c_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} + \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K c_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} = \\ &= \sum_{j=1}^S n_j \left(\sum_{i=0}^{k-1} p_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} \right) + \sum_{j=1}^S n_j \left(\sum_{i=k}^K p_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} \right). \end{aligned}$$

1.3. Оптимізація розрахунку вартості розроблення проєкту за зміни цін на ресурси. Розрахуємо вартість розроблення проєкту у разі незапланованої зміни цін на ресурси на k -му кроці розрахунку ($k \geq 1$).

Нехай $\Delta p_{ij}^{(k)}$ – приріст ціни на j -й ресурс на k -му кроці розрахунку, тобто нова ціна становитиме: $p_{ij}^{(k)} + \Delta p_{ij}^{(k)}$ ($k \leq i \leq K$). Позначивши через $\bar{C}_d^{(k)}$ вартість розроблення проєкту, яку при цьому отримаємо, будемо мати:

$$\begin{aligned}\bar{C}_d^{(k)} &= \sum_{j=1}^S n_j \left(\sum_{i=0}^{k-1} p_{ij}^{(i)} \cdot t_{ij}^{(i)} \right) + \sum_{j=1}^S \left(\sum_{i=k}^K n_j \left(p_{ij}^{(i)} + \Delta p_{ij}^{(i)} \right) t_{ij}^{(i)} \right) = \\ &= C_d(0 \leq i \leq k-1) + \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K c_{ij}^{(i)} \cdot t_{ij}^{(i)} + \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K n_j \cdot \Delta p_{ij}^{(i)} \cdot t_{ij}^{(i)} = \\ &= C_d(0 \leq i \leq k-1) + C_d(k \leq i \leq K) + \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K n_j \cdot \Delta p_{ij}^{(i)} \cdot t_{ij}^{(i)} = \\ &= C_d^{(k)} + \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K c_{ij}^{(i)} \cdot t_{ij}^{(i)},\end{aligned}$$

де $\Delta c_{ij}^{(k)} = n_j \cdot \Delta p_{ij}^{(k)}$.

Позначимо через $\Delta C_d^{(k)}$ приріст вартості розроблення проєкту, починаючи з k -го кроку ($k \geq 1$), тоді:

$$\begin{aligned}\Delta C_d^{(k)} &= \bar{C}_d^{(k)} - C_d^{(k)} = C_d^{(k)} + \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K c_{ij}^{(i)} \cdot t_{ij}^{(i)} - C_d^{(k)} = \\ &= \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K c_{ij}^{(i)} \cdot t_{ij}^{(i)} = \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K n_j \cdot \Delta p_{ij}^{(i)} \cdot t_{ij}^{(i)}.\end{aligned}\quad (4)$$

Якщо зміни цін ресурсів відсутні, тобто виконуються рівності $\Delta p_{ij}^{(k)} = \Delta c_{ij}^{(k)} = 0$, то $\Delta C_d^{(k)} = 0$, і $C_d^{(k)} = C_d^{(k-1)}$, у цьому разі вартість проєкту не змінюється і мінімізація вартості проєкту не проводиться.

Якщо виконується нерівність $\Delta C_d^{(k)} > 0$, то це означає, що вартість розроблення проєкту на k -му кроці збільшилася на цю величину, і необхідно провести її мінімізацію шляхом пропорційного розподілу витрат на всі ресурси, починаючи із цього кроку і до завершення розроблення проєкту, у межах допустимих значень цих ресурсів із метою повернення вартості розроблення до її початкового значення (до базисної вартості).

Якщо виконується нерівність $\Delta C_d^{(k)} < 0$, то це означає, що вартість розроблення проєкту зменшилася на цю величину, і потрібно замінити, починаючи із цього кроку і до завершення розроблення, базисну вартість розроблення на величину зменшеної вартості, тобто на величину $C_d^{(k)}$, у цьому разі величина $|\Delta C_d^{(k)}|$ означатиме економію коштів на розробленні проєкту.

У разі пропорційного перерозподілу витрат на ресурси обчислимо вагові коефіцієнти перерозподілу:

$$\alpha_j = \frac{1}{C_d(k \leq i \leq K)} \sum_{i=k}^K c_{ij}^{(i)} \cdot t_{ij}^{(i)} \quad (1 \leq j \leq S),\quad (5)$$

де $c_{ij}^{(k)} = n_j \cdot p_{ij}^{(k)}$, при цьому виконується рівність:

$$\begin{aligned}\sum_{j=1}^S \alpha_j &= \frac{1}{C_d(k \leq i \leq K)} \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K c_{ij}^{(i)} \cdot t_{ij}^{(i)} = \\ &= \frac{1}{C_d(k \leq i \leq K)} \sum_{j=1}^S n_j \left(\sum_{i=k}^K p_{ij}^{(i)} \cdot t_{ij}^{(i)} \right) = 1.\end{aligned}$$

Позначимо через $\bar{\Delta p}_{ij}^{(k)}$ скореговану величину зміни ціни j -го ресурсу на k -му кроці розрахунку, тобто:

$$\bar{\Delta p}_{ij}^{(k)} = \frac{\alpha_j}{\sum_{i=k}^K n_j \cdot t_{ij}^{(i)}} \cdot C_d^{(k)} \quad (k \leq i \leq K, 1 \leq j \leq S).\quad (6)$$

Починаючи з k -го кроку розрахунку, оптимізовані ціни ресурсів будуть:

$$\bar{p}_{ij}^{(k)} = p_{ij}^{(k)} - \bar{\Delta}p_{ij}^{(k)} + \Delta p_{ij}^{(k)}. \quad (7)$$

Позначимо через $\bar{\Delta}C_d^{(k)}$ приріст вартості розроблення проєкту за застосування оптимізованих цін. Будемо мати:

$$\begin{aligned} \bar{\Delta}C_d^{(k)} &= \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K n_j \left(\Delta p_{ij}^{(k)} - \frac{\alpha_j}{\sum_{i=k}^K n_j \cdot t_{ij}^{(k)}} \cdot C_d^{(k)} \right) t_{ij}^{(k)} = \\ &= \sum_{j=1}^S \sum_{i=k}^K n_j \cdot \Delta p_{ij}^{(k)} \cdot t_{ij}^{(k)} - \Delta C_d^{(k)} \sum_{j=1}^S \alpha_j \sum_{i=k}^K \left(\frac{n_j \cdot t_{ij}^{(k)}}{\sum_{i=k}^K n_j \cdot t_{ij}^{(k)}} \right) = \\ &= \Delta C_d^{(k)} - \Delta C_d^{(k)} \sum_{j=1}^S \alpha_j = \Delta C_d^{(k)} - \Delta C_d^{(k)} = 0. \end{aligned}$$

Це означає, що вартість розроблення проєкту після корекції цін повернулася до попереднього значення.

Під час корекції цін варто перевіряти виконання нерівностей:

$$\begin{aligned} p_j^{\min} &\leq p_{ij}^{(k)} - \bar{\Delta}p_{ij}^{(k)} + \Delta p_{ij}^{(k)} \leq p_j^{\max} \quad (k \leq i \leq K, 1 \leq j \leq S), \\ C_{\min} &\leq \bar{C}_d^{(k)} \leq C_{\max} \quad (k \geq 1). \end{aligned}$$

Ці нерівності показують, чи лежать скореговані ціни та отримана під час корекції вартість розроблення проєкту в межах їхніх допустимих значень.

2. Інтеграція моделі у формування бюджету проєкту на прикладі.

Продемонструємо описаний вище метод оптимізації вартості розроблення проєкту на прикладі, припустивши, що проєкт розробляється у 10 етапів, і з деякого розрахункового кроку ціни на окремі ресурси змінилися. Представимо значення на графіках використання ресурсів так: якщо ресурс використовується на конкретному етапі розроблення (візьмемо одиницю тривалості етапу – місяць), то його значення буде дорівнювати одиниці, якщо не використовується, то, відповідно, – нулю. Виходячи з практичного досвіду розроблення проєктів, перелік ресурсів та значення їх графіків використання виберемо такі:

«PM»: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1];
 «Middle Frontend Developer»: [0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0];
 «Middle Backend Developer»: [0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 0];
 «QA Middle»: [0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 0];
 «BA Middle»: [1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0];
 «DevOps Middle»: [0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0];
 «Designer Middle»: [0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0];
 «Marketer»: [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0];
 «HR»: [0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0];
 «Хмарний сервер»: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1];
 «Засоби безпеки, антивірус»: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1];
 «Ліцензії та права на використання ПЗ»: [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1];
 «Реклама»: [0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1].

Припустимо, що ціна одиниці ресурсу H_p – проєктний менеджер збільшилася на 1 000 грн на місяць, ціна використання одиниці ресурсу M_c – хмарний сервер збільшилася на 100 грн на місяць, ціна одиниці ресурсу P_a – реклама збільшилася на 500 грн на місяць. Нехай ці зміни цін відбулися з початку 6-го місяця від початку розроблення проєкту і діятимуть до кінця його розроблення.

Установимо числові значення ресурсів відповідно до схеми оптимізації та графіків функцій їх використання на протязі 10 місяців розроблення проєкту:

- максимальна кількість кроків розрахунку вартості розроблення проєкту: $K=9$;
- максимальна кількість ресурсів: $S=13$;

- базисна (початкова) вартість розроблення проєкту: $C_d^{(0)} = 1298000$;
- крок розрахунку: $k = 6$;
- ціна 1-го ресурсу (H_p): $p_{6,1}^{(6)} = p_{7,1}^{(6)} = p_{8,1}^{(6)} = p_{9,1}^{(6)} = 40000$;
- кількість 1-го ресурсу (H_p): $n_1 = 1$;
- ціна 2-го ресурсу (H_f): $p_{6,2}^{(6)} = p_{7,2}^{(6)} = p_{8,2}^{(6)} = 50000$, $p_{9,2}^{(6)} = 0$;
- кількість 2-го ресурсу (H_f): $n_2 = 1$;
- ціна 3-го ресурсу (H_b): $p_{6,3}^{(6)} = p_{7,3}^{(6)} = p_{8,3}^{(6)} = 50000$, $p_{9,3}^{(6)} = 0$;
- кількість 3-го ресурсу (H_b): $n_3 = 1$;
- ціна 4-го ресурсу (H_q): $p_{6,4}^{(6)} = p_{7,4}^{(6)} = p_{8,4}^{(6)} = 30000$, $p_{9,4}^{(6)} = 0$;
- кількість 4-го ресурсу (H_q): $n_4 = 1$;
- ціна 5-го ресурсу (H_a): $p_{6,5}^{(6)} = p_{7,5}^{(6)} = p_{8,5}^{(6)} = p_{9,5}^{(6)} = 0$;
- кількість 5-го ресурсу (H_a): $n_5 = 1$;
- ціна 6-го ресурсу (H_o): $p_{6,6}^{(6)} = p_{7,6}^{(6)} = p_{8,6}^{(6)} = p_{9,6}^{(6)} = 0$;
- кількість 6-го ресурсу (H_o): $n_6 = 1$;
- ціна 7-го ресурсу (H_d): $p_{6,7}^{(6)} = p_{7,7}^{(6)} = p_{8,7}^{(6)} = p_{9,7}^{(6)} = 0$;
- кількість 7-го ресурсу (H_d): $n_7 = 1$;
- ціна 8-го ресурсу (H_m): $p_{7,8}^{(6)} = p_{8,8}^{(6)} = 40000$, $p_{6,8}^{(6)} = p_{9,8}^{(6)} = 0$;
- кількість 8-го ресурсу (H_m): $n_8 = 1$;
- ціна 9-го ресурсу (H_h): $p_{6,9}^{(6)} = p_{7,9}^{(6)} = p_{8,9}^{(6)} = p_{9,9}^{(6)} = 0$;
- кількість 9-го ресурсу (H_h): $n_9 = 1$;
- ціна 10-го ресурсу (M_c): $p_{6,10}^{(6)} = p_{7,10}^{(6)} = p_{8,10}^{(6)} = p_{9,10}^{(6)} = 2000$;
- кількість 10-го ресурсу (M_c): $n_{10} = 1$;
- ціна 11-го ресурсу (P_v): $p_{6,11}^{(6)} = p_{7,11}^{(6)} = p_{8,11}^{(6)} = p_{9,11}^{(6)} = 200$;
- кількість 11-го ресурсу (P_v): $n_{11} = 1$;
- ціна 12-го ресурсу (P_l): $p_{6,12}^{(6)} = p_{7,12}^{(6)} = p_{8,12}^{(6)} = p_{9,12}^{(6)} = 1000$;
- кількість 12-го ресурсу (P_l): $n_{12} = 1$;
- ціна 13-го ресурсу (P_a): $p_{6,13}^{(6)} = p_{7,13}^{(6)} = p_{8,13}^{(6)} = p_{9,13}^{(6)} = 4000$;
- кількість 13-го ресурсу (P_a): $n_{13} = 1$.

За формулою (3) знайдемо кошти, які ще потрібно витратити до завершення розроблення, починаючи з 6-го кроку, без урахування зміни цін. Відповідно до графіків функцій використання ресурсів, у цей період будуть задіяні ресурси $R_j (j \in \{1, 2, 3, 4, 8, 10, 11, 12, 13\})$:

$$\begin{aligned}
 C_d (6 \leq i \leq 9) &= \sum_{j=1}^{13} \sum_{i=6}^9 n_j \cdot p_{ij}^{(6)} \cdot t_{ij}^{(6)} = \\
 &= \sum_{i=6}^9 n_1 \cdot p_{i,1}^{(6)} \cdot t_{i,1}^{(6)} + \sum_{i=6}^9 n_2 \cdot p_{i,2}^{(6)} \cdot t_{i,2}^{(6)} + \sum_{i=6}^9 n_3 \cdot p_{i,3}^{(6)} \cdot t_{i,3}^{(6)} + \sum_{i=6}^9 n_4 \cdot p_{i,4}^{(6)} \cdot t_{i,4}^{(6)} + \\
 &\quad + \sum_{i=6}^9 n_8 \cdot p_{i,8}^{(6)} \cdot t_{i,8}^{(6)} + \sum_{i=6}^9 n_{10} \cdot p_{i,10}^{(6)} \cdot t_{i,10}^{(6)} + \sum_{i=6}^9 n_{11} \cdot p_{i,11}^{(6)} \cdot t_{i,11}^{(6)} + \\
 &\quad + \sum_{i=6}^9 n_{12} \cdot p_{i,12}^{(6)} \cdot t_{i,12}^{(6)} + \sum_{i=6}^9 n_{13} \cdot p_{i,13}^{(6)} \cdot t_{i,13}^{(6)} = \\
 &= 1 \times 40000 \times 4 + 1 \times 50000 \times 3 + 1 \times 50000 \times 3 + 1 \times 30000 \times 3 + \\
 &\quad + 1 \times 40000 \times 2 + 1 \times 2000 \times 4 + 1 \times 200 \times 4 + 1 \times 1000 \times 4 + \\
 &\quad + 1 \times 4000 \times 4 = 658800.
 \end{aligned}$$

Тепер установимо числові значення приростів цін на ресурси $R_j (j \in \{1, 10, 13\})$ на 6-му кроці розрахунку:

$$\begin{aligned}
 \Delta p_{6,1}^{(6)} &= \Delta p_{7,1}^{(6)} = \Delta p_{8,1}^{(6)} = \Delta p_{9,1}^{(6)} = 1000 ; \\
 \Delta p_{6,10}^{(6)} &= \Delta p_{7,10}^{(6)} = \Delta p_{8,10}^{(6)} = \Delta p_{9,10}^{(6)} = 100 ;
 \end{aligned}$$

$$\Delta p_{6,13}^{(6)} = \Delta p_{7,13}^{(6)} = \Delta p_{8,13}^{(6)} = \Delta p_{9,13}^{(6)} = 500.$$

За формулою (4) знайдемо приріст вартості розроблення проєкту, починаючи з 6-го кроку:

$$\begin{aligned}\Delta C_d^{(6)} &= \sum_{j=1}^{13} \sum_{i=6}^9 n_j \cdot \Delta p_{ij}^{(6)} \Delta t_{ij}^{(6)} = \\ &= \sum_{i=6}^9 n_1 \cdot \Delta p_{i,1}^{(6)} \cdot t_{i,1}^{(6)} + \sum_{i=6}^9 n_{10} \cdot \Delta p_{i,10}^{(6)} \cdot t_{i,10}^{(6)} + \sum_{i=6}^9 n_{13} \cdot \Delta p_{i,13}^{(6)} \cdot t_{i,13}^{(6)} = \\ &= 1 \times 1000 \times 4 + 1 \times 100 \times 4 + 1 \times 500 \times 4 = 6400.\end{aligned}$$

За формулою (5) знайдемо вагові коефіцієнти перерозподілу для ресурсів $R_j (j \in \{1, 2, 3, 4, 8, 10, 11, 12, 13\})$:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \frac{1 \times 40000 \times 4}{658800} = \frac{160000}{658800} = 0,2429; \\ \alpha_2 &= \frac{1 \times 50000 \times 3}{658800} = \frac{150000}{658800} = 0,2277; \\ \alpha_3 &= \frac{1 \times 50000 \times 3}{658800} = \frac{150000}{658800} = 0,2277; \\ \alpha_4 &= \frac{1 \times 30000 \times 3}{658800} = \frac{90000}{658800} = 0,1366; \\ \alpha_8 &= \frac{1 \times 40000 \times 2}{658800} = \frac{80000}{658800} = 0,1214; \\ \alpha_{10} &= \frac{1 \times 2000 \times 4}{658800} = \frac{8000}{658800} = 0,0121; \\ \alpha_{11} &= \frac{1 \times 200 \times 4}{658800} = \frac{800}{658800} = 0,0012; \\ \alpha_{12} &= \frac{1 \times 1000 \times 4}{658800} = \frac{4000}{658800} = 0,0061; \\ \alpha_{13} &= \frac{1 \times 4000 \times 4}{658800} = \frac{16000}{658800} = 0,0243.\end{aligned}$$

Перевіримо, чи дорівнює сума коефіцієнтів одиниці:

$$\begin{aligned}\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_8 + \alpha_{10} + \alpha_{11} + \alpha_{12} + \alpha_{13} &= \\ = 0,2429 + 0,2277 + 0,2277 + 0,1366 + 0,1214 + 0,0121 + 0,0012 + 0,0061 + \\ + 0,0243 &\equiv 1,0000 = 1.\end{aligned}$$

За формулою (6) знайдемо скореговану величину зміни ціни ресурсів $R_j (R_j \in \{1, 2, 3, 4, 8, 10, 11, 12, 13\})$ на 6-му кроці розрахунку:

$$\begin{aligned}\bar{\Delta p}_{i,1}^{(6)} &= \frac{0,2429}{4} 6400 = 388,64 \text{ для } i \in \{6, 7, 8, 9\}; \\ \bar{\Delta p}_{i,2}^{(6)} = \bar{\Delta p}_{i,3}^{(6)} &= \frac{0,2277}{3} 6400 = 485,76 \text{ для } i \in \{6, 7, 8\}; \\ \bar{\Delta p}_{i,4}^{(6)} &= \frac{0,1366}{3} 6400 \approx 291,41 \text{ для } i \in \{6, 7, 8\}; \\ \bar{\Delta p}_{i,8}^{(6)} &= \frac{0,1214}{2} 6400 = 388,48 \text{ для } i \in \{7, 8\}; \\ \bar{\Delta p}_{i,10}^{(6)} &= \frac{0,0121}{4} 6400 = 19,36 \text{ для } i \in \{6, 7, 8, 9\};\end{aligned}$$

$$\bar{\Delta}p_{i,11}^{(6)} = \frac{0,0012}{4} 6400 = 1,92 \quad \text{для } i \in \{6,7,8,9\};$$

$$\bar{\Delta}p_{i,12}^{(6)} = \frac{0,0061}{4} 6400 = 9,76 \quad \text{для } i \in \{6,7,8,9\};$$

$$\bar{\Delta}p_{i,13}^{(6)} = \frac{0,0243}{4} 6400 = 38,88 \quad \text{для } i \in \{6,7,8,9\};$$

Тепер за формулою (7) знайдемо значення оптимізованих цін ресурсів $R_j (j \in \{1,2,3,4,8,10,11,12,13\})$, починаючи з 6-го кроку розрахунку:

$$\bar{p}_{6,1}^{(6)} = \bar{p}_{7,1}^{(6)} = \bar{p}_{8,1}^{(6)} = \bar{p}_{9,1}^{(6)} = 40000 - 388,64 + 1000 = 40611,36;$$

$$\bar{p}_{6,2}^{(6)} = \bar{p}_{7,2}^{(6)} = \bar{p}_{8,2}^{(6)} = 50000 - 485,76 = 49514,24; \bar{p}_{9,2}^{(6)} = 0;$$

$$\bar{p}_{6,3}^{(6)} = \bar{p}_{7,3}^{(6)} = \bar{p}_{8,3}^{(6)} = 50000 - 485,76 = 49514,24; \bar{p}_{9,3}^{(6)} = 0;$$

$$\bar{p}_{6,4}^{(6)} = \bar{p}_{7,4}^{(6)} = \bar{p}_{8,4}^{(6)} = 30000 - 291,41 = 29708,59; \bar{p}_{9,4}^{(6)} = 0;$$

$$\bar{p}_{7,8}^{(6)} = \bar{p}_{8,8}^{(6)} = 40000 - 388,48 = 39611,52; \bar{p}_{6,8}^{(6)} = \bar{p}_{9,8}^{(6)} = 0;$$

$$\bar{p}_{6,10}^{(6)} = \bar{p}_{7,10}^{(6)} = \bar{p}_{8,10}^{(6)} = \bar{p}_{9,10}^{(6)} = 2000 - 19,36 + 100 = 2080,64;$$

$$\bar{p}_{6,11}^{(6)} = \bar{p}_{7,11}^{(6)} = \bar{p}_{8,11}^{(6)} = \bar{p}_{9,11}^{(6)} = 200 - 1,92 = 198,08;$$

$$\bar{p}_{6,12}^{(6)} = \bar{p}_{7,12}^{(6)} = \bar{p}_{8,12}^{(6)} = \bar{p}_{9,12}^{(6)} = 1000 - 9,76 = 990,24;$$

$$\bar{p}_{6,13}^{(6)} = \bar{p}_{7,13}^{(6)} = \bar{p}_{8,13}^{(6)} = \bar{p}_{9,13}^{(6)} = 4000 - 38,88 + 500 = 4461,12.$$

Різниця між запланованою до зміни цін вартістю розроблення проєкту $C_d (6 \leq i \leq 9)$ та цією вартістю після корекції цін $\bar{C}_d (6 \leq i \leq 9)$ становить нуль. Ця різниця знаходиться в межах похибки обчислень, тому можна стверджувати, що в результаті процесу оптимізації цін вартість розроблення проєкту повернулася до свого базисного (початкового) значення.

Висновки

Щоб підвищити ефективність використання фінансових ресурсів у фазі завершення розроблення маркетплейсу, перш за все доцільно переглянути контрактні моделі для тимчасових ресурсів. Залучення ресурсів, що працюють короткий період (HR, Marketer, Designer), не потребує використання довготривалих чи фултайм-контрактів. Замість цього можемо впровадити:

- використання погодинної або короткострокової моделі контракту, що дає змогу оплачувати лише фактично виконані обсяги робіт;
- для спеціалістів, що долучаються на етапах підготовки, запуску або тестування, доцільними є аутсорсинг або співпраця за принципом «оплата за результат».

Наступним кроком до оптимізації витрат є впровадження індикаторів ефективності витрат (КРІ), що допомагають оцінити доцільність збереження або перегляду витрат на певні ролі. Щоб оцінити доцільність витрат, необхідно застосовувати КРІ для ролей, продуктивність яких прямо пов'язана з бізнес-результатом. КРІ маркетолога може включати вартість залученого користувача (CРА), рівень конверсії у покупки з реклами. Для QA це кількість виявлених критичних дефектів на одиницю часу або частка автоматизованих тестів у загальному тест-плані.

Застосування КРІ дає змогу оптимізувати витрати шляхом скорочення малоефективних активностей або перегляду ставок спеціалістів.

Оскільки значна частина інфраструктури функціонує на базі хмарних технологій, логічним наступним кроком оптимізації є впровадження принципу autoscaling – автоматичного масштабування хмарних ресурсів відповідно до реального навантаження. Це особливо актуально на етапі завершення, коли активність може коливатися: наприклад, під час ручного тестування або підготовки до запуску навантаження на сервери є низьким, тоді як під час демонстрацій чи тестових релізів – значно зростає. Автоматичне масштабування дає змогу уникати

переплат за невикористані ресурси, зменшуючи кількість віртуальних машин у моменти простою і, відповідно, знижуючи операційні витрати без втрати продуктивності.

Таким чином, застосування гнучкого підходу до витрат у проєктах на завершальному етапі дає змогу здійснити перехід від статичних бюджетів до адаптивної моделі управління. Перерозподіл ресурсів забезпечує раціональне завершення проєкту в межах бюджету та сприяє досягненню бізнес-цінності за рахунок економного використання ресурсів.

Список використаної літератури

1. Lim Y., Hu K. Online Business and Marketplace. SSRN Electronic Journal/2020. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3689037> (дата звернення: 24.02.2025).
2. Balka K., Heslin B., Risse-Tenk S. Unlocking the potential of public-sector IT projects. McKinsey & Company : офіц. сайт. URL: <https://www.mckinsey.com/industries/public-sector/our-insights/unlocking-the-potential-of-public-sector-it-projects> (дата звернення: 05.07.2022).
3. The standard for project management and a guide to the project management body of knowledge (PMBOK guide). USA, Pennsylvania : Project Management Institute. 2021. 274 p. URL: <https://tegnum.edu.pe/wp-content/uploads/2023/09/Project-Management-Institute-A-Guide-to-the-Project-Management-Body-of-Knowledge-PMBOK-R-Guide-PMBOK%C2%AE%EF%B8%8F-Guide-Project-Management-Institute-2021.pdf>
4. Ding H., Zhuang C., Liu J. Extensions of the resource-constrained project scheduling problem. *Automation in Construction*. 2023. Vol. 153, 104958. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2023.104958>
5. Chu J., Dong Y., Wei F. Efficiency improvement and balance in fixed cost allocation: A trade-off approach based on DEA. *Computers & Industrial Engineering*. 2023. Vol. 183, 109527. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109527>
6. Dai Q., et al. A DEA-based incentive approach for allocating common revenues or fixed costs. *European Journal of Operational Research*. 2020. № 292(2). P. 675–686. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.11.006>
7. Pellerin R., Perrier N., Berthaut F. A survey of hybrid metaheuristics for the resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*. 2020. № 280(2). P. 395–416. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.01.063>
8. Hartmann S., Briskorn D. An updated survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*. 2022. № 297(1). P. 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.05.004>
9. Alcaraz J., Anton-Sanchez L., Saldanha-da-Gama F. Bi-objective resource-constrained project scheduling problem with time-dependent resource costs. *Journal of Manufacturing Systems*. 2022. Vol. 63. P. 506–523. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2022.05.002>
10. Колодінська Я. Сучасні підходи до управління ІТ-проєктами та стартапами в умовах цифрової економіки. *Modeling The Development Of The Economic Systems*. 2025. № 1. С. 322–331. <https://doi.org/10.31891/mdes/2025-15-42>
11. Беркар Ю.В., Куклінова Т.В. Управління вартістю підприємств АПК України за допомогою штучного інтелекту. *Теоретичні методи дослідження новітніх проблем* : матеріали ХХІ Міжнародної наук.-практ. конф., м. Прага, Чеська Республіка, 27–29 травня 2024 р. Прага, 2024. С. 84–88. URL: <https://eu-conf.com/wp-content/uploads/2024/04/9-789-40372-404-1.pdf>

References

1. Lim, Y., & Hu, K. (2020). Online Business and Marketplace. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3689037> [in English].
2. Balka, K., Heslin, B., & Risse-Tenk, S. (2022). Unlocking the potential of public-sector IT projects. McKinsey & Company [Official site]. Retrieved from <https://www.mckinsey.com/industries/public-sector/our-insights/unlocking-the-potential-of-public-sector-it-projects> [in English].
3. The standard for project management and a guide to the project management body of knowledge (PMBOK guide) (2021). USA, Pennsylvania : Project Management Institute. Retrieved from <https://tegnum.edu.pe/wp-content/uploads/2023/09/Project-Management-Institute-A-Guide-to-the-Project-Management-Body-of-Knowledge-PMBOK-R-Guide-PMBOK%C2%AE%EF%B8%8F-Guide-Project-Management-Institute-2021.pdf> [in English].

4. Ding, H., Zhuang, C., & Liu, J. (2023). Extensions of the resource-constrained project scheduling problem. *Automation in Construction*, 153, 104958. <https://doi.org/10.1016/j.autcon.2023.104958> [in English].
5. Chu, J., Dong, Y., & Wei, F. (2023). Efficiency improvement and balance in fixed cost allocation: A trade-off approach based on DEA. *Computers & Industrial Engineering*, 183, 109527. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109527> [in English].
6. Dai, Q., et al. (2020). A DEA-based incentive approach for allocating common revenues or fixed costs. *European Journal of Operational Research*, 292(2), 675–686. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.11.006> [in English].
7. Pellerin, R., Perrier, N., & Berthaut, F. (2020). A survey of hybrid metaheuristics for the resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 280(2), 395–416. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2019.01.063> [in English].
8. Hartmann, S., & Briskorn, D. (2022). An updated survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 297(1), 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.05.004> [in English].
9. Alcaraz, J., Anton-Sanchez, L., & Saldanha-da-Gama, F. (2022). Bi-objective resource-constrained project scheduling problem with time-dependent resource costs. *Journal of Manufacturing Systems*, 63, 506–523. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2022.05.002> [in English].
10. Kolodinska, Ya. (2025). Suchasni pidkhody do upravlinnia IT proiektyamy ta startapamy v umovakh tsyfrovoy ekonomiky [Modern approaches to managing IT projects and startups in the digital economy]. *Modeling The Development Of The Economic Systems*, 1, 322–331. <https://doi.org/10.31891/mdes/2025-15-42> [in Ukrainian].
11. Berkar, Yu.V., & Kuklinova, T.V. (2024). Upravlinnia vartistiu pidpriemstv APK Ukrainy za dopomohoiu shtuchnoho intelektu [Managing the value of Ukrainian agribusiness enterprises using artificial intelligence]. *Theoretical methods of research of the latest problems*. Proceedings of the XXI International Scientific and Practical Conference. Prague, Czech Republic. Retrieved from <https://eu-conf.com/wp-content/uploads/2024/04/9-789-40372-404-1.pdf> [in Ukrainian].

Валько Катерина Віталіївна – магістрантка кафедри технологій управління Київського національного університету імені Тараса Шевченка. E-mail: katerynavalko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9746-018X.

Кузьмич Валерій Іванович – к.ф.-м.н., доцент, професор кафедри алгебри, геометрії та математичного аналізу Херсонського державного університету. E-mail: vikuzmichksu@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8150-3456.

Кузьмич Людмила Василівна – к.пед.н., доцентка, доцентка кафедри алгебри, геометрії та математичного аналізу Херсонського державного університету. E-mail: lvkuzmichksu@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6727-9064.

Valko Kateryna Vitaliivna – Master's student at the Department of Management Technologies of the Taras Shevchenko National University of Kyiv. E-mail: katerynavalko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-9746-018X.

Kuzmich Valerii Ivanovych – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Professor at the Department of Algebra, Geometry and Mathematical Analysis of the Kherson State University. E-mail: vikuzmichksu@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8150-3456.

Kuzmich Liudmyla Vasylivna – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Algebra, Geometry and Mathematical Analysis, of the Kherson State University. E-mail: lvkuzmichksu@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6727-9064.



Отримано: 07.10.2025
Рекомендовано: 24.11.2025
Опубліковано: 30.12.2025

Г.А. ВІРЧЕНКО, О.М. ВОРОБІЙОВ, П.М. ЯБЛОНСЬКИЙ

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**ВАРІАНТНЕ ФОРМОУТВОРЕННЯ РОБОЧИХ ПОВЕРХОНЬ ҐРУНТООБРОБНИХ
ДИСКІВ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ВЕКТОРНИХ РАЦІОНАЛЬНИХ
ПАРАМЕТРИЧНИХ КРИВИХ ДРУГОГО СТЕПЕНЯ**

Сучасний етап розвитку нашої держави характеризується тяжкими випробуваннями, які пов'язані з воєнними діями на її території. Нині крім першочергових мілітарних потреб важливими постають завдання збереження та розвитку економіки України. У наведених обставинах одним із базових її складників є сільське господарство, тому підвищення ефективності його виробництва являє собою актуальну науково-прикладну проблему. Успішному вирішенню окреслених питань сприяє подальше вдосконалення належних технічних засобів, поміж яких провідне місце займають, зокрема, різноманітні ґрунтообробні знаряддя. Зараз прогресивними серед них вважаються дискові, оскільки вони найбільш повною мірою відповідають наявним екологічним вимогам та забезпечують високі показники енергозбереження. Викладені факти визначили як предмет поданих далі досліджень робочі поверхні сільськогосподарських ґрунтообробних дисків.

Математичною основою для їх моделювання вибрано раціональні криві другого степеня у векторному параметричному вигляді, що зумовлено певними корисними властивостями вказаних ліній. Мається на увазі наочність і прогнозованість формоутворення, простий аналітичний апарат, пристосованість до реалізації комп'ютерними геометричними засобами систем автоматизованого проектування. При цьому головна ціль полягає не лише в охопленні існуючих робочих поверхонь сільськогосподарських дисків, а й у розширенні їхньої номенклатури з метою покращення конструкційно-експлуатаційних параметрів і характеристик, удосконалення процесів виготовлення зазначеної продукції. Запропоновано узагальнену математичну модель, яка сприяє підвищенню продуктивності комп'ютерного варіантного опрацювання розглянутих технічних об'єктів, проведенню їх комплексної багатокритеріальної оптимізації з урахуванням різноманітних вимог. Наприклад, це стосується міцності, конструкції, надійності, технології виготовлення, експлуатації, економіки і т. д. Указане зумовлене об'єднуючою інтегруючою роллю геометричних моделей для реалізації математичних описів промислових виробів. Наведено деякі напрями застосування отриманих результатів в інших галузях життєдіяльності.

Ключові слова: автоматизоване проектування, геометричне моделювання, ґрунтообробні диски, конструкційно-експлуатаційні параметри та характеристики, векторні раціональні параметричні криві другого степеня.

G.A. VIRCHENKO, O.M. VOROBIOV, P.M. YABLONSKYI

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

**VARIANT SHAPING OF WORKING SURFACES OF SOIL CULTIVATING DISCS
USING VECTOR RATIONAL PARAMETRIC CURVES OF THE SECOND DEGREE**

The current stage of development of our state is characterized by difficult trials associated with military operations on its territory. Nowadays, in addition to the primary military needs, the tasks of preserving and developing the Ukrainian economy are very important. In the above circumstances, one of its basic components is agriculture. Therefore, increasing the efficiency of its production is a relevant scientific and applied problem. The successful resolution of these issues is facilitated by the further improvement of appropriate technical means, among which a leading place is occupied, in particular, by a variety of soil-cultivating implements. Currently, disc tools are considered the most progressive among them, since they fully meet existing environmental requirements and provide high energy efficiency. The presented facts determined the working surfaces of agricultural soil-cultivating discs as the subject of following studies.

Rational curves of the second degree in vector parametric form were chosen as the mathematical basis for their modelling, due to certain useful properties of these lines. This refers to the clarity and predictability of shaping, a simple analytical apparatus, and adaptability to the implementation by computer geometric means of automated design systems. At the same time, the main goal is not only to cover the existing working surfaces of agricultural discs, but also to expand their range in order to improve the design and operational parameters and characteristics, the manufacturing processes of these products. A generalized mathematical model is proposed, which contributes to increasing the productivity of computer variant processing of the considered technical objects, conducting their complex multi-criteria optimization taking into account various requirements. For example, this applies to strength, design, reliability, manufacturing technology, operation, economics, etc. This is due to the unifying integrating role of geometric models for other mathematical descriptions of industrial products. This publication also presents some directions for applying the obtained results in areas of life other than agriculture.

Key words: automated design, geometric modelling, tillage discs, design and operational parameters and characteristics, rational parametric curves of the second degree.

Постановка проблеми

Нинішньому розвитку суспільства притаманне інтенсивне впровадження комп'ютерних інформаційних технологій практично в усі сфери життєдіяльності людей, зокрема й у галузь сільського господарства. У наведеному випадку мається на увазі створення, виробництво та експлуатація відповідної техніки, різноманітні аграрні технології, перероблення отриманої продукції тощо. Важливу роль при цьому відіграють, наприклад, ґрунтообробні знаряддя. Серед останніх прогресивними вважаються дискові, що зумовлено їх відповідністю наявним екологічним вимогам та високою енергоефективністю. Тому вдосконалення зазначених засобів становить актуальну науково-прикладну проблему. Певному вирішенню деяких з окреслених питань сприяє запропонована в даній публікації узагальнена математична модель для варіантного автоматизованого формоутворення робочих поверхонь сільськогосподарських дисків на базі використання векторних раціональних параметричних кривих другого степеня.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Працю [1] присвячено впровадженню комп'ютерних інформаційних технологій у сучасному сільському господарстві, показано перспективний характер відповідних заходів. У виданні [2] наведено загальну класифікацію геометричних моделей ґрунтообробних знарядь, виконану шляхом застосування структурно-параметричного підходу. Дослідженнями [3; 4] подано деякі аспекти більш докладної класифікації безпосередньо дискових робочих органів та їх формоутворення під час виготовлення. У публікації [5] висвітлено головні властивості найбільш популярних нині CAD/CAM/CAE/PLM (Computer-Aided Design/ Computer-Aided Manufacturing/ Computer-Aided Engineering/ Product Lifecycle Management) систем машинобудівного профілю, акцентовано об'єднавчу інтегруючу роль для них геометричних моделей. Статтею [6] підкреслено суттєвий вплив конструкційних параметрів дискових знарядь на таку важливу їхню експлуатаційну характеристику, як профіль отримуваної борозни. Остання суттєво визначає витрати енергетичних ресурсів та подальшу врожайність вирощуваних сільськогосподарських культур. У праці [7] приведено приклад використання векторних раціональних параметричних кривих другого степеня для узагальненого автоматизованого формоутворення поверхонь другого порядку на засадах структурно-параметричної методології. Проаналізовані дослідження послуговували теоретичною і практичною основою для запропонованого варіантного комп'ютерного геометричного моделювання ґрунтообробних дисків.

Мета дослідження

Метою публікації є викладення напрацьованої узагальненої математичної моделі для ефективного варіантного автоматизованого проєктування робочих поверхонь сільськогосподарських дискових знарядь. Ця модель здатна бути інтегруючою базою для подібних описів інших різноманітних дисциплін із метою проведення комплексної багатокритеріальної оптимізації вказаних технічних об'єктів.

Виклад основного матеріалу дослідження

Наведені вище літературні джерела свідчать про важливість гнучкого і продуктивного варіантного автоматизованого проєктування різноманітних робочих поверхонь дискових ґрунтообробних знарядь. Це стосується *плоских, сферичних, еліпсоїдних, параболоїдних, гіперболоїдних, торових та інших поверхонь*.

Для комп'ютерного формоутворення дисків будемо застосовувати параметричну геометричну модель, показану на рис. 1, яка визначається у прямокутній системі координат $Oxyz$.

Робоча поверхня диска є фігурою обертання. У даному разі належною віссю слугує промінь Oz , направлений вертикально вгору. Як твірна лінія використовується векторна раціональна параметрична крива другого степеня вигляду

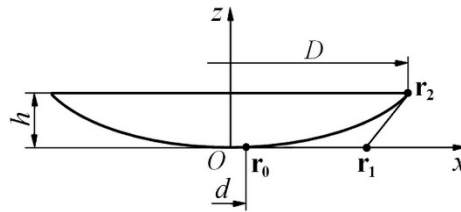


Рис. 1. Схема побудови узагальненої геометричної моделі робочих поверхонь ґрунтообробних дисків:

D – діаметр диска; d – діаметр внутрішнього отвору;

$\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ – радіус-вектори вершин характеристичного трикутника твірної лінії

$$\mathbf{r}(u) = \frac{(1-u)^2 \mathbf{r}_0 + w_1 2u(1-u) \mathbf{r}_1 + u^2 \mathbf{r}_2}{(1-u)^2 + w_1 2u(1-u) + u^2}, \quad (1)$$

де $\mathbf{r}(u)$ – радіус-вектор точок кривої;

$\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ – радіус-вектори вершин характеристичного трикутника, розташованого у площині Oxz ;

$w_1 \geq 0$ – ваговий коефіцієнт;

$u \in [0, 1]$ – параметр.

Початком лінії (1) є точка $\mathbf{r}_0$, кінцем – вершина $\mathbf{r}_2$. Для $w_1=0$ маємо відрізок прямої; при $0 < w_1 < 1$, $w_1=1$, $w_1 > 1$ – відповідно дугу еліпса, параболи та гіперболи. Дуга кола з кутовою величиною θ формується значенням $w_1 = \cos(\theta/2)$, де $0 < \theta < \pi$.

Вершини $\mathbf{r}_0$ та $\mathbf{r}_1$ розташовуються на осі Ox , реалізуючи необхідну горизонтальну дотичну на початку твірної кривої. Ненульова величина d забезпечує потрібний отвір у нижній частині робочої поверхні. Координати вершини $\mathbf{r}_2$ визначають угнутість h (тобто опуклість донизу) диска та його діаметр D . Взаємне розміщення точок $\mathbf{r}_1$ і $\mathbf{r}_2$ зумовлює дефініцію напряму дотичної у вершині $\mathbf{r}_2$.

Приклад параметричного змінювання проаналізованої вище схеми побудови робочих поверхонь дисків подано на рис. 2.

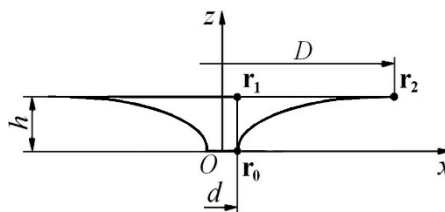


Рис. 2. Модифікація схеми формування поверхні диска

При цьому координатами вершини $\mathbf{r}_1$ забезпечено опуклість доверху твірної кривої (1). На наведеному рисунку реалізовано вертикальність дотичної у її початковій точці та горизонтальність у кінцевій. Зауважимо, що в довільному випадку такі умови не обов'язкові. Отже, розглянутими фактами підтверджено бажану гнучкість напрацьованої узагальненої геометричної моделі для варіантного комп'ютерного формоутворення робочих поверхонь сільськогосподарських дисків.

У прямокутній системі координат $Oxyz$ із застосуванням осі обертання z і твірної (1), розміщеної у площині Oxz , рівняння поверхні диска має вигляд

$$x = x(u) \cos(v); \quad y = x(u) \sin(v); \quad z = z(u), \quad (2)$$

де $v \in [0, 2\pi]$ – параметр кута повороту в радіанах.

За допомогою залежностей (1) і (2) змінюванням координат вершин $\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ та значення w_1 отримуємо такі необхідні конструкційно-експлуатаційні параметри дисків, як D, d, h ,

бажану форму їхніх поверхонь: *плоску, конічну, сферичну, еліпсоїдну, параболоїдну, гіперболоїдну* тощо. У вказаних випадках це забезпечується відповідними величинами w_1 . Для площини додатково потрібно ще розташувати на однаковій висоті вершини $\mathbf{r}_0, \mathbf{r}_2$.

Побудову сферичного сегмента радіуса R показано на рис. 3.

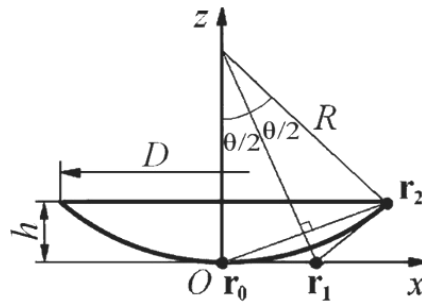


Рис. 3. Моделювання сферичного диска

Для певних значень R і D угнутість h обчислюється за виразом

$$h = R - \sqrt{R^2 - D^2 / 4}. \quad (3)$$

Координати вершин характеристичного трикутника кривої (1)

$$\mathbf{r}_0 = (0, 0, 0), \quad \mathbf{r}_1 = (R \cdot \tan \frac{\theta}{2}, 0, 0), \quad \mathbf{r}_2 = (\frac{D}{2}, 0, h), \quad (4)$$

а її ваговий коефіцієнт

$$w_1 = \cos \frac{\theta}{2}. \quad (5)$$

Кутова величина дуги

$$\theta = 2 \arcsin \left(\frac{\sqrt{D^2 / 4 + h^2}}{2R} \right). \quad (6)$$

Співвідношення (1) ... (6) визначають форму та розміри робочої поверхні сферичного диска. Для реалізації нижнього отвору з діаметром d , аналогічного представленим на рис. 1 і рис. 2, твірна крива рис. 3 зміщується вздовж осі x на відстань $d/2$, тому до абсцис (4) додається вказане значення. При цьому треба брати до уваги зростання на подвійну таку величину діаметра D диска. Зауважимо, що в даному разі маємо поверхню тора. Якщо ж твірна лінія є дугою еліпса, параболи або гіперболи, то отримуємо відповідно *еліптичну, параболічну* та *гіперболічну тороподібні поверхні*.

На рис. 4 ... рис. 8 подано конкретні приклади поверхонь і комп'ютерних твердотільних моделей розглянутих дискових робочих органів, створених на основі викладеного вище підходу до їх формоутворення. Символом δ позначено товщину цих об'єктів.

Наведені в даній статті поверхні дисків створено в системі Maple, широко застосовуваний для продуктивного здійснення різноманітних математичних розрахунків, власником якої є компанія Maplesoft. Комп'ютерні твердотільні моделі поданих технічних об'єктів виконано за допомогою системи автоматизованого конструювання AutoCAD фірми Autodesk. Зауважимо, що вказані побудови можуть бути реалізовані також в інших подібних програмних пакетах. У першому зазначеному випадку мають на увазі, наприклад, платформа комп'ютерного математичного моделювання Mathcad корпорації Parametric Technology, MATLAB компанії MathWorks та ряд інших, а у другому – CAD/CAM/CAE-системи, зокрема такі, як Inventor фірми Autodesk, SolidWorks і CATIA компанії Dassault Systemes, NX розробника Siemens PLM Software тощо.

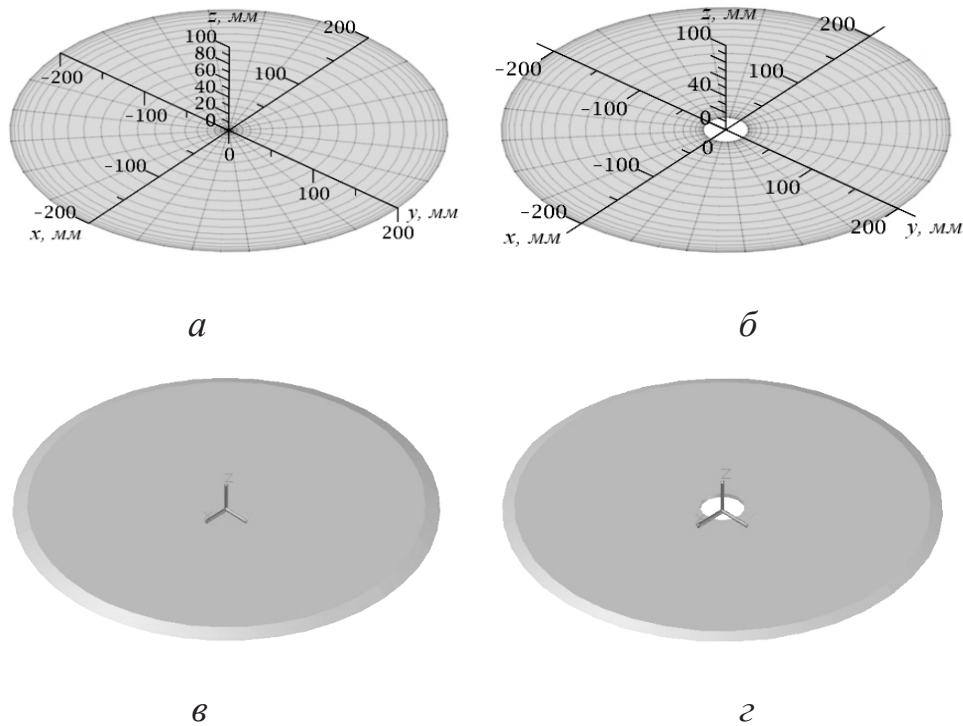


Рис. 4. Плоскі диски:
 а – $D=400$ мм; б – $D=400$ мм, $d=40$ мм; в – $D=400$ мм, $\delta=5$ мм; г – $D=400$ мм, $d=40$ мм, $\delta=4$ мм

На рис. 4 зображено плоскі диски, а на рис. 5 – конічні диски.

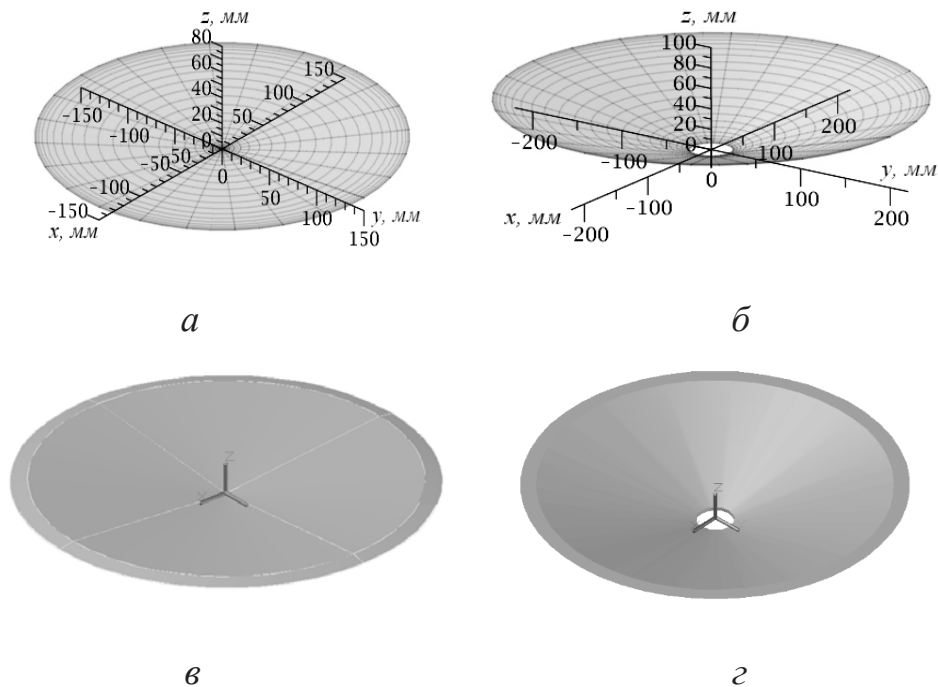


Рис. 5. Конічні робочі органи:
 а – $D=300$ мм, $h=10$ мм; б – $D=400$ мм, $d=40$ мм, $h=50$ мм;
 в – $D=380$ мм, $h=15$ мм, $\delta=4$ мм; г – $D=350$ мм, $d=35$ мм, $h=50$ мм, $\delta=4$ мм

Рис. 6 ілюструє сферичні та торові диски.

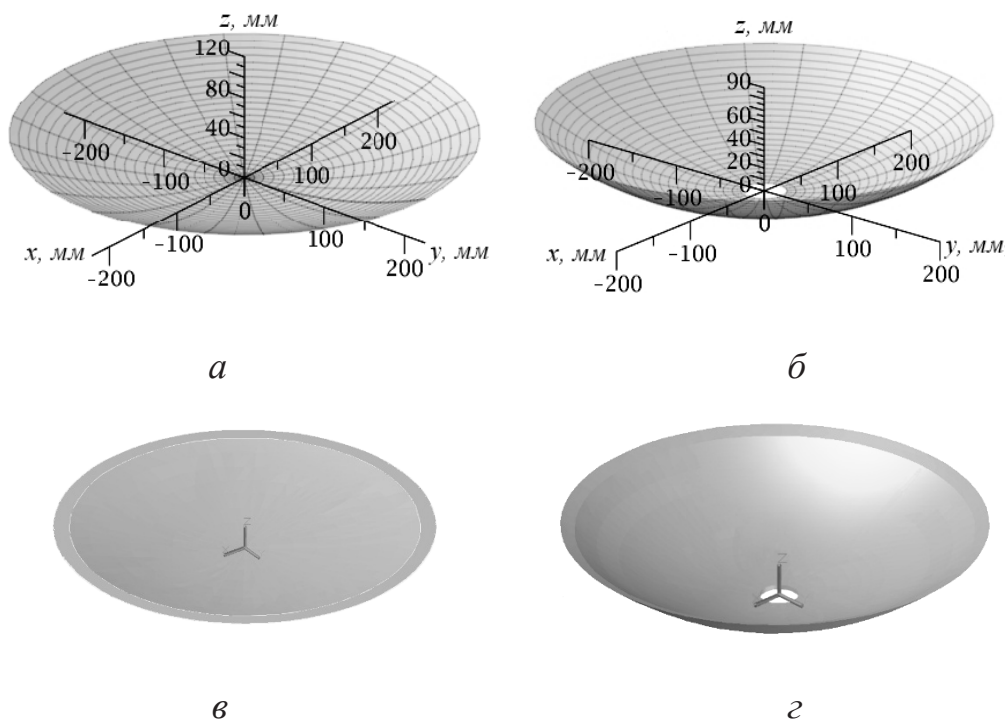


Рис. 6. Сферичні та торові ґрунтообробні знаряддя:
 а – $D=450$ мм, $R=600$ мм; б – $D=400$ мм, $R=300$ мм, $d=40$ мм;
 в – $D=350$ мм, $R=600$ мм, $\delta=5$ мм; г – $D=400$ мм, $R=300$ мм, $d=30$ мм, $\delta=4$ мм

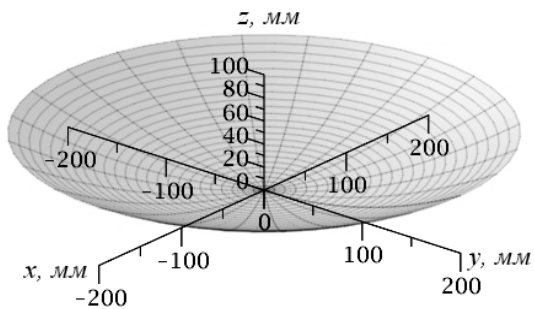
Рис. 7 ілюструє деякі проєктні варіанти іншої, ніж проаналізовано вище, можливої форми ґрунтообробних дисків. Це стосується *параболоїдної* (рис. 7 а), *гіперболоїдної* (рис. 7 б), що угнуті донизу, та *еліптичної тороподібної* (рис. 7 в), яка опукла догори, *поверхонь*. Також не викликає сумнів існування суттєво більшого, ніж розглянуто, розмаїття геометричних фігур, яке здатна реалізувати запропонована модель формоутворення на засадах використання векторних раціональних параметричних кривих другого степеня.

На рис. 8 представлено схожі на диски фігури, що придатні для свого використання в інших, аніж сільське господарство, галузях життєдіяльності людей. Це додатковий раз підтверджує доволі широку номенклатуру промислової продукції, яку здатна охопити напрацьована узагальнена варіантна параметрична модель побудови робочих поверхонь дисків.

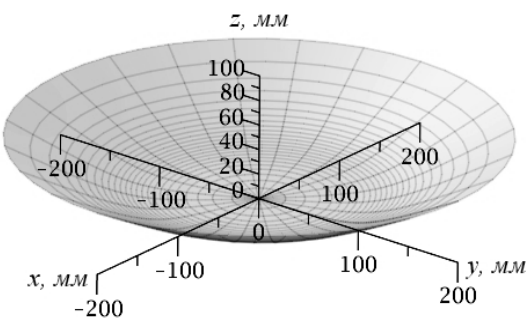
Усі представлені технічні об'єкти мають певні конструкційно-експлуатаційні параметри та характеристики відповідно до свого призначення. Наявна комп'ютерна гнучкість формоутворення сприяє дефініції належних оптимальних значень шляхом необхідної адаптації до різноманітних вимог, що висуваються під час автоматизованого проєктування.

Висновки

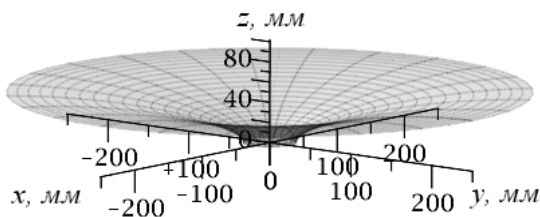
У наш складний воєнний час окрім першочергових питань обороноздатності держави важливими є завдання збереження та розвитку економіки України, у якій одну з провідних ролей відіграє аграрний сектор. Тому дану публікацію присвячено подальшому вдосконаленню сільськогосподарської техніки на прикладі дискових ґрунтообробних знарядь. Останні доволі перспективні з погляду дотримання екологічних вимог, спрямованих на збереження наявних природних ресурсів та на забезпечення високої енергоефективності. Сприяння вирішенню зазначеної наукової прикладної проблеми реалізується шляхом запропонованого продуктивного



a



б



в

Рис. 7. Диски іншої форми:

a – параболоїдної, $D=400$ мм, $h=50$ мм, $w_1=1$, $r_0=(0$ мм, 0 мм, 0 мм), $r_1=(D/4, 0$ мм, 0 мм), $r_2=(D/2, 0$ мм, $h)$, $\delta=4$ мм;
б – гіперboloїдної, $D=400$ мм, $h=50$ мм, $w_1=3$, $r_0=(0$ мм, 0 мм, 0 мм), $r_1=(D/4, 0$ мм, 0 мм), $r_2=(D/2, 0$ мм, $h)$, $\delta=4$ мм;
в – еліптичної тороподібної, $D=500$ мм, $d=50$ мм, $h=50$ мм, $w_1=0,5$, $r_0=(d/2, 0$ мм, 0 мм), $r_1=(d/2, 0$ мм, $h)$, $r_2=(D/2, 0$ мм, $h)$, $\delta=5$ мм

комп'ютерного варіантного формоутворення вказаних технічних об'єктів на основі відповідної напрацьованої узагальненої геометричної моделі. Остання слугує базою для здійснення комплексної багатокритеріальної оптимізації проаналізованої промислової продукції в аспектах міцності, конструкції, технології виготовлення, експлуатації, надійності, економіки тощо. Завдяки своїй універсальності викладений підхід може бути поширений також на інші сфери життєдіяльності людей, зокрема машинобудування, хімічну, вугільну, нафтопереробну, легку та харчову промисловість, будівництво, медицину, побут і т. д., але це потребує проведення належних додаткових досліджень з окресленої тематики.

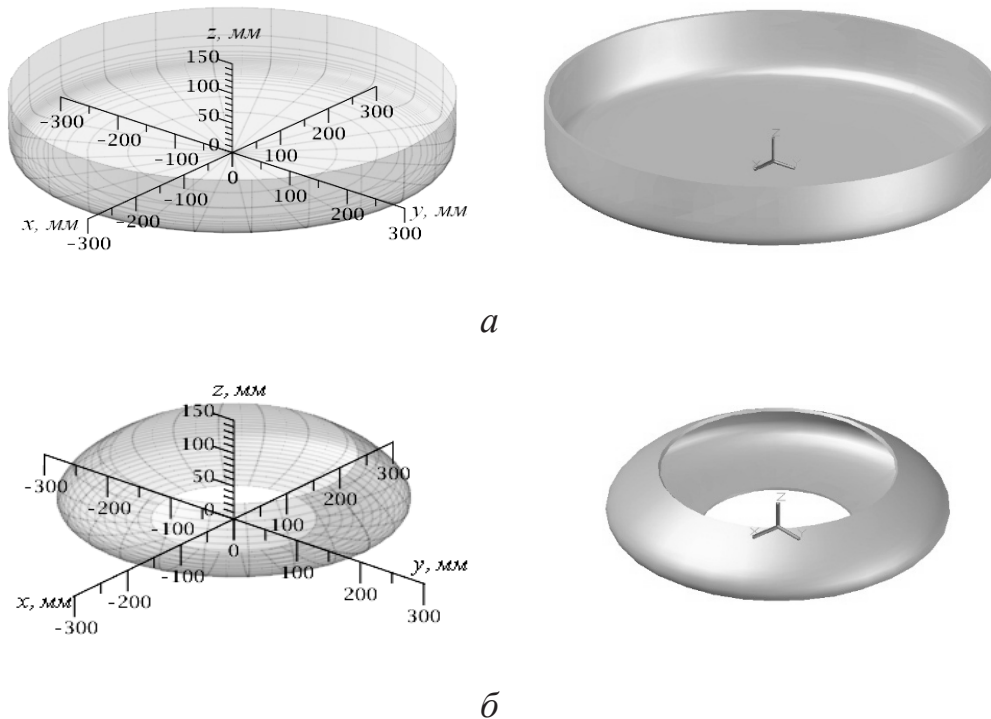


Рис. 8. Моделі для інших сфер застосування:

a – $D=600$ мм, $h=100$ мм, $w_1=10$, $r_0=(0$ мм, 0 мм, 0 мм), $r_1=(D/2, 0$ мм, 0 мм), $r_2=(D/2, 0$ мм, $h)$, $\delta=6$ мм;
б – $D=600$ мм, $d=200$ мм, $h=100$ мм, $w_1=1$, $r_0=(d/2, 0$ мм, 0 мм), $r_1=(D/2, 0$ мм, 0 мм), $r_2=(3d/4, 0$ мм, $h)$, $\delta=5$ мм

Список використаної літератури

1. Abbasi R., Martinez P., Ahmad, R. The digitization of agricultural industry – a systematic literature review on agriculture 4.0. *Smart Agricultural Technology*. 2022. Vol. 2, 100042. DOI: 10.1016/j.atech.2022.100042
2. Яблонський П.М., Вірченко Г.А., Волоха М.П., Воробйов О.М., Лазарчук-Воробйова Ю.В. До питання аналізу геометричних моделей сучасних ґрунтообробних знарядь. *Сучасні проблеми моделювання*. 2022. Вип. 24. С. 182–189. DOI: 10.33842/2313-125X-2022-17
3. Ванін В.В., Вірченко Г.А., Яблонський П.М. Деякі геометричні аспекти класифікації дискових робочих органів ґрунтообробних знарядь. *Сучасні проблеми моделювання*. 2019. Вип. 16. С. 70–75. DOI: 10.33842/2313-125X-2019-16
4. Ванін В.В., Вірченко Г.А., Яблонський П.М. Автоматизоване геометричне моделювання дискових робочих органів технічних об'єктів. *Інформаційні системи, механіка та керування*. 2019. Вип. 21. С. 5–13. DOI: 10.20535/2219-3804212019197602
5. Eltaief A., Amor S., Louhichi B., Alrasheedi N., Seibi A. Automated assessment tool for 3D computer-aided design models. *Applied Sciences*. 2024. Vol. 14(11), 4578. DOI: 10.3390/app14114578
6. Yablonskyi P., Rogovskii I., Virchenko G., Borek K., Volokha M., Golova O. Geometric modelling of disc furrow profile. *Journal of Engineering Sciences*. 2025. Vol. 12(1). P. E1–E8. DOI: 10.21272/jes.2025.12(1).e1
7. Вірченко Г.А., Голова О.О., Воробйов О.М., Надкернична Т.М., Лазарчук-Воробйова Ю.В. Структурно-параметрична модель поверхонь другого порядку. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2021. Вип. 100. С. 71–80. DOI: 10.32347/0131-579X.2021.100.71-80

References

1. Abbasi, R., Martinez, P., & Ahmad, R. (2022). The digitization of agricultural industry – a systematic literature review on agriculture 4.0. *Smart Agricultural Technology*, 2, 100042. <https://doi.org/10.1016/j.atech.2022.100042> [in English].

2. Yablonskyi, P.M., Virchenko, G.A., Volokha, M.P., Vorobiov, O.M., & Lazarchuk-Vorobiova, Yu.V. (2022). Do pytannia analizu heometrychnykh modelei suchasnykh gruntoobrobnykh znariad [On the issue of analysis of geometric models of modern tillage tools]. *Suchasni problemy modeliuвання*, 24, 182–189. <https://doi.org/10.33842/2313-125X-2022-17> [in Ukrainian].
3. Vanin, V.V., Virchenko, G.A., & Yablonskyi, P.M. (2019). Deiaki heometrychni aspekty klasyfikatsii diskovykh robochykh orhaniv gruntoobrobnykh znariad [Some geometrical aspects of the classification of disc working bodies of tillage implements]. *Suchasni problemy modeliuвання*, 16, 70–75. <https://doi.org/10.33842/2313-125X-2019-16> [in Ukrainian].
4. Vanin, V.V., Virchenko, G.A., & Yablonskyi, P.M. (2019). Avtomatyzovane heometrychne modeliuвання diskovykh robochykh orhaniv tekhnichnykh ob'ektiv [Automated geometrical modelling of disc working bodies of technical objects]. *Informatsiini systemy, mekhanika ta keruvannya*, 21, 5–13. <https://doi.org/10.20535/2219-3804212019197602> [in Ukrainian].
5. Eltaief, A., Amor, S., Louhichi, B., Alrasheedi, N., & Seibi, A. (2024). Automated assessment tool for 3D computer-aided design models. *Applied Sciences*, 14(11), 4578. <https://doi.org/10.3390/app14114578> [in English].
6. Yablonskyi, P., Rogovskii, I., Virchenko, G., Borek, K., Volokha, M., & Golova, O. (2025). Geometric modelling of disc furrow profile. *Journal of Engineering Sciences*, 12(1), E1–E8. [https://doi.org/10.21272/jes.2025.12\(1\).e1](https://doi.org/10.21272/jes.2025.12(1).e1) [in English].
7. Virchenko, G.A., Golova, O.O., Vorobiov, O.M., Nadkernichna, T.M., & Lazarchuk-Vorobiova, Yu.V. (2021). Strukturno-parametrychna model poverkhon drugoho poriadku [Structural-parametric model of second-order surfaces]. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*, 100, 71–80. <https://doi.org/10.32347/0131-579X.2021.100.71-80> [in Ukrainian].

Вірченко Геннадій Анатолійович – д.т.н., професор, завідувач кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: kpivir@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9586-4538.

Воробйов Олексій Миколайович – ст. викладач кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: vorobyov.kpi@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5314-1075.

Яблонський Петро Миколайович – к.т.н., доцент, доцент кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп'ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: ypn@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1971-5140.

Virchenko Gennadii Anatoliyovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Descriptive Geometry, Engineering and Computer Graphics of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute». E-mail: kpivir@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9586-4538.

Vorobiov Oleksii Mykolaiovych – Senior Teacher at the Department of Descriptive Geometry, Engineering and Computer Graphics of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute». E-mail: vorobyov.kpi@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5314-1075.

Yablonskyi Petro Mykolaiovych – Ph.D in Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Descriptive Geometry, Engineering and Computer Graphics of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute». E-mail: ypn@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1971-5140.



Отримано: 14.10.2025
Рекомендовано: 01.12.2025
Опубліковано: 30.12.2025

УДК 004.925.8:726.5

Г.А. ВІРЧЕНКО

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

М.О. ТЕРЕЩУК

Київський національний університет будівництва і архітектури

ДО ПИТАННЯ ПРАКТИЧНОГО ЗАСТОСУВАННЯ КРИВИХ ЛІНІЙ ІЗ НАТУРАЛЬНОЮ ПАРАМЕТРИЗАЦІЄЮ

Сьогодні комп'ютерні інформаційні технології доволі поширені в різноманітних сферах життєдіяльності людей. При цьому створення складних технічних об'єктів зазвичай здійснюється у середовищі CAD/CAM/CAE/PLM (Computer-Aided Design/Computer-Aided Manufacturing/Computer-Aided Engineering/Product Lifecycle Management) систем. Наведені факти визначають важливість подальшого розвитку вказаних засобів та вдосконалення належних методик їх практичного використання, зокрема щодо автоматизованого формоутворення. Основою відповідного геометричного моделювання нині слугують параметричні криві, які знаходять своє застосування під час проєктування багатьох промислових виробів. Це стосується, наприклад, літаків, суден, автомобілів, побутової техніки тощо, а також унікальних будівель і споруд. В останньому випадку маються на увазі культурні, освітні, спортивні, медичні, інженерні та інші об'єкти.

Теперішній історичний етап розвитку нашої держави доволі важкий через воєнні дії на її території. Знищується інфраструктура міст і сіл, гинуть та отримують каліцтва люди. У зазначених критичних умовах велика кількість наших громадян, серед яких більшість є християнами, звертаються за допомогою до всевишніх сил. Тому актуальною постає проблема збереження існуючих, відновлення пошкоджених і зруйнованих сакральних будівель, зведення нових після закінчення війни. На підставі окреслених вище обставин запропонований у даній публікації підхід до практичного застосування кривих ліній із натуральною параметризацією проілюстровано на формоутворенні куполів православних храмів. Подані у статті відомості певним чином спираються на попередні виконані авторами належні наукові дослідження.

Основними отриманими результатами можна вважати розроблену методику одержання потрібних математичних обчислювальних процедур для апроксимації з необхідною точністю натуральної параметризації опрацьованих кривих. Це дає змогу більш досконало здійснювати автоматизоване проєктування технічних об'єктів, що підтверджено проаналізованими відповідними конкретними прикладами. Визначено також перспективи проведення подальших наукових розвідок із розглянутої тематики.

Ключові слова: автоматизоване проєктування, геометричне моделювання, криві лінії, натуральна параметризація, православні храми.

G.A. VIRCHENKO

National Technical University of Ukraine

«Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

M.O. TERESCHUK

Kyiv National University of Construction and Architecture

ON THE ISSUE OF PRACTICAL APPLICATION OF CURVES WITH NATURAL PARAMETERISATION

Nowadays, computer information technologies are quite widespread in various spheres of people's lives. At the same time, the creation of complex technical objects is usually carried out in the environment of CAD/CAM/CAE/PLM (Computer-Aided Design/Computer-Aided Manufacturing/Computer-Aided Engineering/Product Lifecycle Management) systems. The above facts determine the importance of further development of these tools and improvement of appropriate methods of their practical use, in particular regarding automated shaping. The basis of corresponding geometric modelling is parametric curves, which are used in the design of many industrial products. This applies, for example, to airplanes, ships, cars, household appliances, etc., as well as unique buildings and structures. The latter case refers to cultural, educational, sports, medical, engineering and other facilities.

The current historical stage of our state's existence is quite difficult due to military operations on its territory. The infrastructure of cities and villages is being destroyed, people are dying and being maimed. In these critical conditions, a significant number of our citizens, most of whom are Christians, are turning to the Almighty for help. Therefore, the problem of preserving existing, restoring damaged and destroyed sacred buildings, and constructing new ones after the

end of the war is becoming urgent. Based on the above circumstances, the approach proposed in this publication to the practical application of curved lines with natural parameterization is illustrated by the formation of domes of Orthodox temples. The information presented in the article is based to a certain extent on preliminary proper scientific research carried out by the authors.

The main results can be considered the developed methodology for obtaining the necessary mathematical computational procedures for approximation with the required accuracy of the natural parameterisation of the processed curves. This allows for more advanced automated design of technical objects, which is confirmed by the analysed relevant specific examples. Prospects for further scientific research on the topic under consideration were also identified.

Key words: automated design, geometric modelling, curved lines, natural parameterisation, Orthodox temples.

Постановка проблеми

Наш час характеризується широким упровадженням комп'ютерних інформаційних технологій у різні сфери життя людей. Особливо це стосується автоматизованого проєктування засобами CAD/CAM/CAE/PLM-систем. Зазначене зумовлює важливість подальшого розвитку вказаних засобів, удосконалення наявних методик їх практичного застосування, зокрема щодо автоматизованого формоутворення. Основою відповідного геометричного моделювання нині є параметричні криві, які інтенсивно використовуються під час проєктування багатьох промислових виробів, наприклад літаків, суден, автомобілів, побутової техніки тощо, а також унікальних будівель і споруд. В останньому випадку маються на увазі культурні, освітні, спортивні, медичні, інженерні та інші об'єкти.

Теперішній етап існування України доволі важкий через воєнні дії на її території, знищення інфраструктури міст і сіл, загибель та каліцтва людей. У таких трагічних умовах велика кількість наших громадян, серед яких більшість – християни, звертаються за допомогою до всевишніх сил, тому актуальною є проблема збереження існуючих, відновлення пошкоджених і зруйнованих сакральних будівель, зведення нових після закінчення війни. На певне вирішення окреслених питань спрямовані наукові дослідження авторів цієї статті. Спираючись на описані обставини, у даній праці викладено запропонований підхід до практичного застосування кривих ліній з апроксимованою натуральною параметризацією для формоутворення куполів православних храмів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Видання [1] – це фундаментальна праця з комп'ютерного геометричного проєктування (Computer Aided Geometric Design), де висвітлено базові математичні основи сучасного автоматизованого формоутворення з використанням параметричних ліній. Питання їх параметризації розглядаються також у публікаціях [2; 3]. Першу присвячено натуральній (arc length) параметризації, коли параметр являє собою відстань уздовж досліджуваної кривої, а другу – параметризації за хордами (chord length), тобто коли параметр лінії визначається довжинами хорд уздовж неї. Кожен із наведених випадків має свої переваги й недоліки. Розв'язання окресленої задачі запропонованими обчислювальними процедурами пропонується в даній статті. Остання, як указувалося вище, спрямована на розв'язання конкретних практичних завдань стосовно збереження, відновлення зруйнованих у результаті війни на території України православних храмів, зведення нових таких архітектурних об'єктів після настання миру. Зазначені відомості містяться в дослідженнях [4–7]. У статті [4] представлено розроблений структурно-параметричний підхід до геометричного моделювання куполів храмів. Ці будівельні конструкції увінчують сакральні християнські споруди, уособлюють святі небесні образи, мають великий вплив на парафіян. Було проаналізовано такі форми куполів, як конусна, яйцеподібна, маківка, цибульчаста, грушоподібна, відповідні їхні гранчасті варіанти. Розглянуто питання ярусності куполів. Наведено математичні залежності для розрахунку площ поверхонь й обмежуваних ними об'ємів із використанням комп'ютерних засобів. Для забезпечення інтеграції стадій проєктування та виготовлення вказаних об'єктів у праці [5] подано прийоми побудови розгортки поверхонь гранчастих куполів, обчислення їхніх метричних характеристик у вигляді потрібних

довжин і площ. Видання [6] спрямоване на систематизацію певних аспектів методології геометричного моделювання щодо збереження та відновлення архітектурних об'єктів культурної спадщини нашої держави. У публікації [7] викладено способи й алгоритми комп'ютерного варіантного структурно-параметричного паркетування поверхонь куполів православних храмів, які сприяють підвищенню естетичної індивідуальності сакральних будівель. У роботах [4–7] для формоутворення широко застосовувалися векторні раціональні параметричні криві другого степеня, у тому числі з апроксимованою натуральною параметризацією. Однак останній зазначений математичний апарат не було описано. Тому акцентоване завдання становить предмет даної наукової статті.

Мета дослідження

Ціллю публікації є викладення напрацьованого підходу до здійснення обчислювальної апроксимації натуральної параметризації ліній. Його проілюстровано на прикладі векторних раціональних параметричних кривих другого степеня, які використовуються під час комп'ютерного формоутворення куполів православних храмів. Зауважимо, що запропонований спосіб може застосовуватися за аналогією й до інших параметричних ліній.

Виклад основного матеріалу дослідження

Належні матеріали подамо на основі представленого у виданнях [4–7] (рис. 1) структурно-параметричного формоутворення двоярусного банного завершення православного храму.

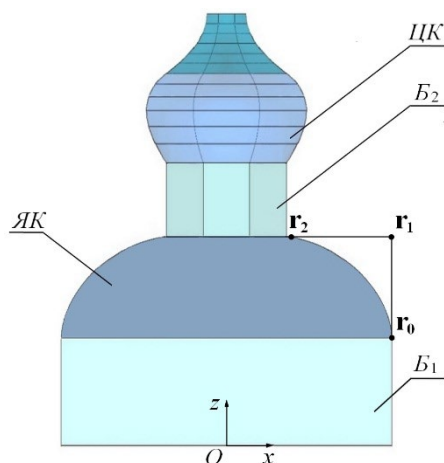


Рис. 1. Проектний різновид куполів храму:
 B_1 – циліндричний барабан; ЯК – яйцеподібний купол; B_2 – гранчастий барабан;
 ЦК – гранчастий цибульчастий купол

Математичний апарат дефініції показаних вище геометричних фігур наведено у зазначених дослідженнях. Будівельний об'єкт, що аналізується, на першому ярусі містить циліндричний барабан B_1 та яйцеподібний купол ЯК, а на другому – восьмигранний барабан B_2 і восьмигранний цибульчастий купол ЦК. Барабан B_1 має радіус $R=3000$ мм основи, висоту $H=2000$ мм. Купол ЯК – це поверхня з вертикальною віссю обертання z прямокутної системи координат $Oxyz$ (див. рис. 1), початок якої знаходиться у центрі основи барабана B_1 , горизонтальна вісь x спрямована праворуч, а вісь y перпендикулярна площині вказаного рисунка. Твірною є крива другого степеня у векторній раціональній параметричній формі

$$\mathbf{r}(u) = \frac{(1-u)^2 \mathbf{r}_0 + w_1 2u(1-u) \mathbf{r}_1 + u^2 \mathbf{r}_2}{(1-u)^2 + w_1 2u(1-u) + u^2}, \quad (1)$$

де $\mathbf{r}(u)$ – радіус-вектор точок кривої;

$\mathbf{r}_0=(x_0, y_0, z_0)$, $\mathbf{r}_1=(x_1, y_1, z_1)$, $\mathbf{r}_2=(x_2, y_2, z_2)$ – радіус-вектори вершин характеристичного трикутника, розташованого у площині Oxz ;

$w_1 \geq 0$ – ваговий коефіцієнт вершини $\mathbf{r}_1$;

$u \in [0, 1]$ – параметр.

Для купола *ЯК*

$$\mathbf{r}_0=(3000, 0, 2000), \mathbf{r}_1=(3000, 0, 4000), \mathbf{r}_2=(1200, 0, 4000), \quad (2)$$

де координати в мм;

$w_1=0,7071$.

На рис. 2 показано два проектні різновиди паркетування його поверхні просторовими чотирикутниками квадратоподібної форми. Це здійснюється так. Для найнижчого кола для бажаного в горизонтальному ряду числа елементів обчислюються однакові хорди. Далі на кривій (1) визначається довжина, яка дорівнює половині розрахованої величини. Цим реалізується дефініція наступного горизонтального рівня. Отримані на ньому за описаною процедурою кінці хорд з'єднуються відрізками прямих із належними точками попереднього рівня. Розглянуті операції виконуються до досягнення повної висоти купола. У результаті маємо потрібне паркетування поверхні просторовими чотирикутниками квадратоподібної форми, які на практиці вирізаються з плоских заготовок та під час монтажу дещо згинаються.

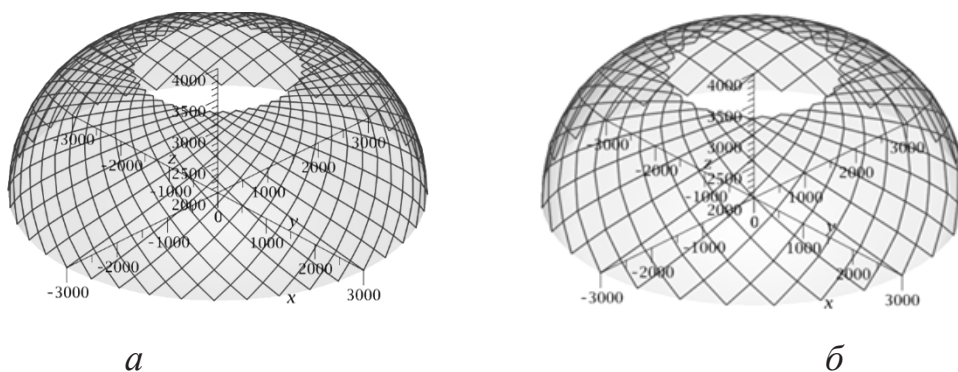


Рис. 2. Комп'ютерні варіанти паркетування купола *ЯК*:
а, б – відповідно з 40 та 28 елементами в кожному горизонтальному ряду

Як уже зазначалося, для автоматизованого проектування різноманітних технічних об'єктів, зокрема поверхонь автомобілів, суден, літаків, унікальних будівель і т. д., широко використовуються векторні раціональні параметричні криві (1). Це зумовлено зручним керуванням їхньою геометрією, наприклад простою дефініцією необхідних положень кінцевих точок, дотичних у них, потрібної величини вагового коефіцієнта середньої вершини характеристичного трикутника, яка суттєво впливає на форму даної лінії, забезпеченням гладкості першого порядку обводів із кількох елементів тощо.

Зауважимо, що натуральна параметризація доволі зручна не лише під час проведення теоретичних досліджень, а й під час застосування на практиці. Проте загалом головний її недолік полягає у проблемі знаходження точного аналітичного виразу, тобто без інтегралів та границь, для довжини L ліній. Щодо визначеної радіус-вектором $\mathbf{r}$ у прямокутній системі координат $Oxyz$ кривої

$$\mathbf{r}(u) = \mathbf{r}(x(u), y(u), z(u)), \quad (3)$$

де $u \in [u_b, u_e]$ – параметр,

це стосується обчислення інтеграла

$$L(u) = \int_{u_b}^{u_e} \sqrt{x'(u)^2 + y'(u)^2 + z'(u)^2} du. \quad (4)$$

Похідні співвідношення (4) для ліній (3) у формі (1) мають вигляд:

$$\begin{aligned} x'(u) &= 2 \left(\frac{(1-w_1)(1-2u)((1-u)^2 x_0 + 2w_1 u(1-u)x_1 + u^2 x_2)}{p^2} + \frac{(u-1)x_0 + w_1(1-2u)x_1 + ux_2}{p} \right), \\ y'(u) &= 2 \left(\frac{(1-w_1)(1-2u)((1-u)^2 y_0 + 2w_1 u(1-u)y_1 + u^2 y_2)}{p^2} + \frac{(u-1)y_0 + w_1(1-2u)y_1 + uy_2}{p} \right), \\ z'(u) &= 2 \left(\frac{(1-w_1)(1-2u)((1-u)^2 z_0 + 2w_1 u(1-u)z_1 + u^2 z_2)}{p^2} + \frac{(u-1)z_0 + w_1(1-2u)z_1 + uz_2}{p} \right), \\ p &= (1-u)^2 + 2w_1 u(1-u) + u^2. \end{aligned} \quad (5)$$

З урахуванням виразів (5) розрахунок величини (4) здійснюється чисельним інтегруванням. Довжину $L(u)$ параметричної кривої $\mathbf{r}(u)$ можна наближено розглядати як довжину L ламаної з вершинами $\mathbf{r}_i(u_i)$ та n ланками, тобто

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=1}^n |\mathbf{r}(u_i) - \mathbf{r}(u_{i-1})|, \quad n \in \mathbb{N}, \quad u_i = u_{i-1} + \Delta u, \quad \Delta u > 0, \\ u_0 &= u_b, \quad u_n = u_e. \end{aligned} \quad (6)$$

Зі зростанням n , тобто зменшенням Δu , точність наведеної апроксимації збільшується. Із залежностей (6) маємо множину впорядкованих пар

$$(l_i, u_i), \quad l_0 = 0, \quad l_i = \sum_{k=1}^i |\mathbf{r}(u_k) - \mathbf{r}(u_{k-1})|. \quad (7)$$

Довжина ланки $|\mathbf{r}(u_k) - \mathbf{r}(u_{k-1})|$ у формулі (7) для ліній (1) і (3) розраховується за виразом

$$|\mathbf{r}(u_k) - \mathbf{r}(u_{k-1})| = \sqrt{(x(u_k) - x(u_{k-1}))^2 + (y(u_k) - y(u_{k-1}))^2 + (z(u_k) - z(u_{k-1}))^2}. \quad (8)$$

На основі співвідношень (1) ... (8) апроксимуємо впорядковані пари (7) лінії (1) у вигляді потрібної ламаної з вершинами

$$\mathbf{r}_i(u_i(l_i)), \quad i = 0 \dots n. \quad (9)$$

Для $l \in [0, L]$ величини $\mathbf{r}(u(l))$ обчислюватимемо за формулою

$$\mathbf{r}(u(l)) = \mathbf{r}\left(\frac{l_i - l}{l_i - l_{i-1}} u_{i-1} + \frac{l - l_{i-1}}{l_i - l_{i-1}} u_i\right), \quad (10)$$

де $l_{i-1} \leq l \leq l_i, \quad i = 1 \dots n$.

Далі перейдемо безпосередньо до належних прикладів. Для даних (2), беручи до уваги, що опрацьовувана крива знаходиться всередині її характеристичного трикутника та максимальна відстань між його вершинами

$$\begin{aligned} L_{\max_{\text{стор.тр}}} &= |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}_2| = \sqrt{(x_0 - x_2)^2 + (y_0 - y_2)^2 + (z_0 - z_2)^2} = \\ &= \sqrt{(3000 \text{ мм} - 1200 \text{ мм})^2 + (0 \text{ мм} - 0 \text{ мм})^2 + (2000 \text{ мм} - 4000 \text{ мм})^2} \approx 2690,725 \text{ мм}, \end{aligned} \quad (11)$$

маємо проміжок змінювання довжини L цієї лінії

$$L_{\max_{\text{стор.тр}}} \leq L < |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0| + |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1| \quad (12)$$

З урахуванням залежностей (11) і (12)

$$\begin{aligned} 2690,725 \text{ мм} \leq L < 2000 \text{ мм} + 1800 \text{ мм} &= 3800 \text{ мм}, \\ L_{\min} \leq L < L_{\max}. \end{aligned} \quad (13)$$

Нехай у даному разі для практики орієнтовно достатньої точності апроксимації з довжиною максимальної ланки

$$\Delta l \approx 0,5 \text{ мм}. \quad (14)$$

На основі величини (14)

$$n = \frac{L_{\max}}{\Delta l} = \frac{3800 \text{ мм}}{0,5 \text{ мм}} = 7600. \quad (15)$$

Із використанням виразів (1) і (15) крок параметра u

$$du = \frac{1}{n} = \frac{1}{7600} \approx 1,316 \cdot 10^{-4}. \quad (16)$$

Обчислена на засадах формул (6) ... (16) довжина L всієї кривої (1) та найбільша ланка $c_{\max}$ апроксимуючої ламаної

$$L \approx 2986,578 \text{ мм}, \quad c_{\max} \approx 0,419 \text{ мм}. \quad (17)$$

Із метою оцінювання досягнутої точності виконано наведені вище розрахунки для збільшеного, зокрема в $m=1,5$ рази, числа ланок n . Тоді

$$n = 7600 \cdot m = 7600 \cdot 1,5 = 11400. \quad (18)$$

Акцентуємо, що конкретне значення m вибирається згідно з наявними умовами моделювання. Для величини (18) отримано

$$L \approx 2986,578 \text{ мм}, \quad c_{\max} \approx 0,279 \text{ мм}. \quad (19)$$

Порівняння довжин L у виразах (17) і (19) свідчить про виконання цих обчислень з орієнтовною абсолютною точністю $a \approx 0,001 \text{ мм}$. Тоді відносна точність

$$aL = \frac{a}{L} \cdot 100 \% = \frac{0,001 \text{ мм}}{2986,578 \text{ мм}} \cdot 100 \% \approx 3,35 \cdot 10^{-5} \%. \quad (20)$$

Проілюструємо запропонований підхід (1) ... (20) до апроксимації натуральної параметризації ще для трьох варіантів проєктованої конструкції купола $ЯК$. Абсциса вершини r_2 (див. рис. 1) визначає радіус r описаного кола основи восьмигранного барабана B_2 , а w_1 – форму та розміри опрацьовуваного купола. У табл. 1 та 2 наведено вказані змінні та результати виконаної апроксимації.

Таблиця 1

Вихідні дані та результати апроксимації для $\Delta l \approx 0,5 \text{ мм}, m=1$

Вар.	$r, \text{ мм}$	w_1	n	du	$c_{\max}, \text{ мм}$	$L, \text{ мм}$	$a, \text{ мм}$	$aL, \%$
1	1200	0,7071	7600	$1,316 \cdot 10^{-4}$	0,419	2986,578	0,001	$3,45 \cdot 10^{-5}$
2	1200	0,5	7600	$1,316 \cdot 10^{-4}$	0,473	2901,721	0,001	$3,45 \cdot 10^{-5}$
3	2000	1	6000	$1,667 \cdot 10^{-4}$	0,667	2488,654	0,001	$4,02 \cdot 10^{-5}$
4	1000	1,5	8000	$1,250 \cdot 10^{-4}$	0,750	3379,470	0,001	$2,96 \cdot 10^{-5}$

Таблиця 2

Вихідні дані та результати апроксимації для $\Delta l \approx 0,5 \text{ мм}, m=1,5$

Вар.	$r, \text{ мм}$	w_1	n	du	$c_{\max}, \text{ мм}$	$L, \text{ мм}$	$a, \text{ мм}$	$aL, \%$
1	1200	0,7071	11400	$0,877 \cdot 10^{-4}$	0,279	2986,578	0,001	$3,45 \cdot 10^{-5}$
2	1200	0,5	11400	$0,877 \cdot 10^{-4}$	0,315	2901,721	0,001	$3,45 \cdot 10^{-5}$
3	2000	1	9000	$1,111 \cdot 10^{-4}$	0,444	2488,654	0,001	$4,02 \cdot 10^{-5}$
4	1000	1,5	12000	$0,833 \cdot 10^{-4}$	0,500	3379,470	0,001	$2,96 \cdot 10^{-5}$

Графіки залежностей $u(l)$ розглянутих різновидів представлено на рис. 4, а форму, розміри та паркетування відповідних куполів – на рис. 5. Як видно, головна перевага геометричних моделей полягає у їх наочності. Дана властивість доволі часто полегшує сприйняття наявних відомостей про технічні об'єкти, сприяє проведенню потрібної систематизації. Наприклад, у нашому випадку прогнозована (спеціально з певною похибкою) приблизна довжина $\Delta l \approx 0,5 \text{ мм}$ максимальної ланки апроксимуючої ламаної для варіантів 3 та 4 (див. табл. 1) була суттєво

перевищена. Останнє зумовлено змінною величиною похідної du/dl протягом довжини L опрацьовуваної кривої лінії, іншими словами, неоднаковою швидкістю змінювання u вздовж l . Рис. 4 ілюструє цей факт. Перше його зображення з практичного погляду майже задовольняє сталості зазначеної похідної, що з позицій геометрії являє собою кутовий коефіцієнт дотичної до точок графіка функції, яка аналізується. Акцентоване деяким чином теж стосується і другого зображення, показаного на рис. 4 б. Зроблені висновки підтверджуються належними даними (див. табл. 1) про максимальну ланку відповідно варіантів 1 і 2 та 3 і 4.

Описані вище неточності виправлено шляхом використання контрольного корегуючого коефіцієнта m , див. у табл. 2 інформацію про максимальні ланки варіантів 3 та 4. Зауважимо, що окреслені проблемні питання потребують свого подальшого вивчення й узагальнення.

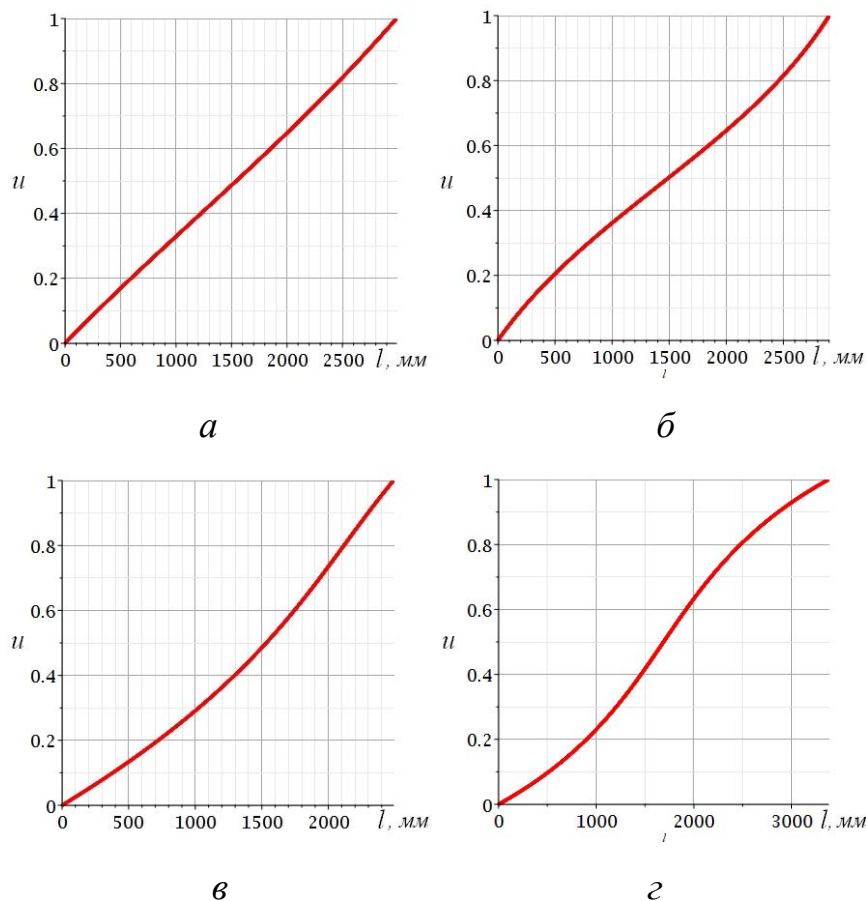


Рис. 4. Графіки $u(l)$:
а, б, в, г – відповідно варіантів 1, 2, 3, 4

Перспективами розвитку викладеного підходу можна вважати опрацювання за аналогією кривих ліній вищого, ніж другий, степеня, а також поширення запропонованих прийомів геометричного моделювання на іншу промислову продукцію та сфери життєдіяльності людей.

Висновки

Дану публікацію присвячено деяким питанням практичного застосування кривих ліній із натуральною параметризацією для геометричного моделювання промислової продукції. Із метою демонстрації запропонованого підходу об'єктом автоматизованого проектування було вибрано належні процеси варіантного формоутворення куполів православних храмів. Останнє зумовлено тим, що нині наша держава переживає важкі часи свого існування, пов'язані

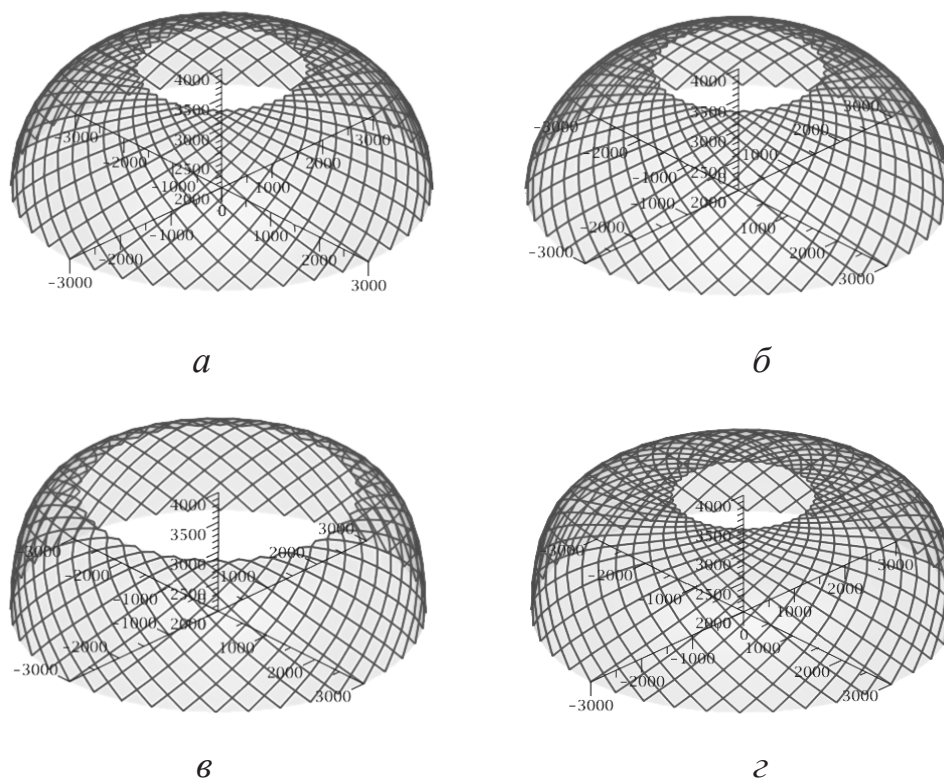


Рис. 5. Геометрія проєктних різновидів купола *ЯК*:
а, б, в, г – варіанти 1, 2, 3, 4

з воєнними діями на її території. Унаслідок цього гинуть та отримують каліцтва не лише чоловіки, а й жінки та діти, руйнується інфраструктура міст і сіл. Окреслена критична ситуація сприяє зверненню великого числа людей, серед яких в Україні більшість є християнами, за допомогою до всевишніх сил. Тому актуальною постає проблема збереження існуючих та відновлення пошкоджених сакральних будівель, зведення нових після закінчення війни.

Сьогодні комп'ютерні інформаційні технології поширені в різноманітних сферах життєдіяльності людей. Проектування складної сучасної техніки зазвичай здійснюється в середовищі CAD/CAM/CAE/PLM-систем. Наведені факти визначають важливість розвитку вказаних засобів і вдосконалення методик їх конкретного практичного застосування, зокрема стосовно автоматизованого формоутворення. Основою геометричного моделювання зараз слугують параметричні криві, які доволі популярні під час опрацювання багатьох виробів, наприклад літаків, суден, автомобілів, а також унікальних архітектурних об'єктів, будівель, інженерних споруд і т. д.

На підставі окреслених вище відомостей запропонований у даній публікації підхід до практичного використання кривих ліній із натуральною параметризацією проілюстровано на варіантному комп'ютерному геометричному моделюванні куполів православних християнських храмів. Подані відомості спираються на попередні виконані авторами належні дослідження. Основними отриманими результатами можна вважати розроблену методику одержання потрібних математичних обчислювальних процедур та алгоритмів для апроксимації з необхідною точністю натуральної параметризації кривих ліній. Це дає змогу більш досконало здійснювати автоматизоване проектування технічних об'єктів, що підтверджено проаналізованими прикладами. У статті визначено перспективи проведення подальших наукових розвідок із розглянутої тематики.

Список використаної літератури

1. Farin G. Curves and Surfaces for CAGD: A Practical Guide. San Francisco: Academic Press, 2002. 499 p. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-1-55860-737-8.X5000-5>
2. Gil J. On the arc length parametrization problem. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*. 2006. Vol. 31. № 3. P. 401–419.
3. Sanchez-Reyes J., Fernandez-Jambrina L. Curves with rational chord-length parametrization. *Computer Aided Geometric Design*. 2008. Vol. 25. № 4–5. P. 205–213. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cagd.2007.11.003>
4. Терешук М.О. Структурно-параметричні геометричні моделі поверхонь куполів православних храмів. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2022. Вип. 5.1. С. 95–100. DOI: <https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2022-5-1-12>
5. Вірченко Г.А., Терешук М.О. Деякі аспекти застосування геометричних моделей для проектування куполів православних храмів. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2024. Вип. 106. С. 57–66. DOI: <https://doi.org/10.32347/0131-579x.2024.106.57-66>
6. Терешук М.О. Деякі аспекти застосування геометричного моделювання для збереження та відновлення архітектурної спадщини України. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2024. Вип. 107. С. 162–171. DOI: <https://doi.org/10.32347/0131-579X.2024.107.162-171>
7. Вірченко Г.А., Плоский В.О., Терешук М.О. До питання проектування та відновлення культових архітектурних об'єктів. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2025. Вип. 108. С. 43–52. DOI: <https://doi.org/10.32347/0131-579x.2025.108.43-52>

References

1. Farin, G. (2002). *Curves and Surfaces for CAGD. A Practical Guide*. San Francisco: Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-1-55860-737-8.X5000-5> [in English].
2. Gil, J. (2006). On the arc length parametrization problem. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 31(3), 401–419 [in English].
3. Sanchez-Reyes, J., & Fernandez-Jambrina, L. (2008). Curves with rational chord-length parametrization. *Computer Aided Geometric Design*, 25(4–5), 205–213. <https://doi.org/10.1016/j.cagd.2007.11.003> [in English].
4. Tereshchuk, M.O. (2022). Strukturno-parametrychni heometrychni modeli poverkhon kupoliv pravoslavnykh khramiv [Structural-parametric geometric models of domes surfaces of Orthodox temples]. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuвання*, 5.1, 95–100. <https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2022-5-1-12> [in Ukrainian].
5. Virchenko, G.A., & Tereshchuk, M.O. (2024). Deiaki aspekty zastosuvannya heometrychnykh modelei dlia proiektuvannya kupoliv pravoslavnykh khramiv [Some aspects of the application of geometric models for designing of domes of Orthodox temples]. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*, 106, 57–66. <https://doi.org/10.32347/0131-579x.2024.106.57-66> [in Ukrainian].
6. Tereshchuk, M.O. (2024). Deiaki aspekty zastosuvannya heometrychnoho modeliuвання dlia zberezhenia ta vidnovlennia arkhitekturnoi spadshchyny Ukrainy [Some aspects of application of geometric modelling for preservation and restoration of architectural heritage of Ukraine]. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*, 107, 162–171. <https://doi.org/10.32347/0131-579X.2024.107.162-171> [in Ukrainian].
7. Virchenko, G.A., Ploskyi, V.O., & Tereshchuk, M.O. (2025). Do pytannia proiektuvannya ta vidnovlennia kultovykh arkhitekturnykh ob'ektiv [On the issue of design and restoration of cultural architectural objects]. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika*, 108, 43–52. <https://doi.org/10.32347/0131-579x.2025.108.43-52> [in Ukrainian].

Вірченко Геннадій Анатолійович – д.т.н., професор, завідувач кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп’ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: kpivir@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9586-4538.

Терещук Микола Олександрович – к.т.н., докторант кафедри архітектурних конструкцій Київського національного університету будівництва і архітектури. E-mail: nikolatereschuk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4444-3677.

Virchenko Gennadii Anatoliyovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Descriptive Geometry, Engineering and Computer Graphics of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute». E-mail: kpivir@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9586-4538.

Tereschuk Mykola Oleksandrovych – Ph.D in Technical Sciences, Doctoral Student of the Department of Architectural Structures of the Kyiv National University of Construction and Architecture. E-mail: nikolatereschuk@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4444-3677.



Отримано: 28.10.2025
Рекомендовано: 02.12.2025
Опубліковано: 30.12.2025

K.V. VLASENKO, V.I. DUBROVIN
National University Zaporizhzhia Polytechnic

SOFTWARE DEVELOPMENT TO OPTIMIZE LOGISTICS PROCESSES IN A RETAIL STORE

In the context of rapid digital transformation, retail enterprises face growing challenges in managing logistics and warehouse operations efficiently. Manual inventory control and fragmented data handling often lead to inaccuracies, delays, and higher operational costs. This study addresses the need for accessible and cost-effective software solutions to optimize logistics processes in small and medium-sized retail stores. The purpose of the research is to design and implement an automated warehouse management system that integrates QR-code identification, relational database management, and real-time data synchronization across different user roles within a retail environment.

The research methodology is based on software engineering principles, system analysis, and database modeling. The system was developed using C# and SQL Server in the Microsoft Visual Studio environment, while AForge and ZXing libraries were used to implement video stream capture and QR-code recognition. The application consists of three main functional modules: cashier, warehouse worker, and administrator. Each designed to ensure data accuracy, security, and workflow transparency.

The developed software system successfully automated key warehouse and sales operations through QR-code scanning integration. Testing confirmed that the SQL Server database correctly handled concurrent data queries while maintaining data integrity across multiple user sessions. The QR-code recognition module, based on the ZXing library, accurately identified products from camera streams and transferred data to the database with minimal manual input, significantly reducing human error in warehouse operations. The modular system design provided clear separation of access rights, with the administrator controlling data management, the warehouse worker managing inventory, and the cashier processing transactions. Performance evaluation demonstrated stable operation across all functional modules with correct real-time synchronization between interfaces after each database update.

The practical value of this research lies in demonstrating that lightweight, software-driven automation can significantly improve the efficiency and transparency of logistics operations without requiring costly ERP platforms.

Key words: logistics digitalization, inventory control software, QR-based data processing, retail process optimization, database-driven automation, modular system architecture, real-time synchronization.

К.В. ВЛАСЕНКО, В.І. ДУБРОВІН
Національний університет «Запорізька політехніка»

РОЗРОБКА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ЛОГІСТИЧНИХ ПРОЦЕСІВ У МАГАЗИНІ РОЗДРІБНОЇ ТОРГІВЛІ

В умовах швидкої цифрової трансформації підприємства роздрібною торгівлі стикаються з дедалі більшими викликами в ефективному управлінні логістикою та складськими операціями. Ручне управління запасами та фрагментована обробка даних часто призводять до неточностей, затримок і підвищення операційних витрат. Це дослідження присвячене потребі в доступних і економічно ефективних програмних рішеннях для оптимізації логістичних процесів у малих і середніх роздрібних магазинах. Метою дослідження є розробка та впровадження автоматизованої системи управління складом, яка інтегрує ідентифікацію QR-кодів, управління реляційними базами даних та синхронізацію даних у реальному часі між різними ролями користувачів у роздрібному середовищі.

Методологія дослідження базується на принципах програмної інженерії, системному аналізі та моделюванні баз даних. Система була розроблена з використанням C# та SQL Server у середовищі Microsoft Visual Studio, а для реалізації захоплення відеопотоку та розпізнавання QR-кодів були використані бібліотеки AForge та ZXing. Додаток складається з трьох основних функціональних модулів: касир, працівник складу та адміністратор. Кожен з них призначений для забезпечення точності даних, безпеки та прозорості робочого процесу.

Розроблена програмна система успішно автоматизувала ключові операції складу та продажу завдяки інтеграції сканування QR-кодів.

Тестування підтвердило, що база даних SQL Server коректно обробляла одночасні запити до даних, зберігаючи цілісність даних у декількох сеансах користувачів. Модуль розпізнавання QR-кодів, заснований на бібліотеці ZXing, точно ідентифікував товари з потоків камер і передавав дані до бази даних з мінімальним ручним введенням, що значно зменшило кількість людських помилок у складських операціях. Модульна конструкція системи забезпечила чітке розділення прав доступу: адміністратор контролював управління даними, складський

працівник керував запасами, а касир обробляв транзакції. Оцінка продуктивності продемонструвала стабільну роботу всіх функціональних модулів з правильною синхронізацією між інтерфейсами в режимі реального часу після кожного оновлення бази даних.

Практична цінність цього дослідження полягає в тому, що воно продемонструвало, що легка, програмно-керована автоматизація може значно підвищити ефективність і прозорість логістичних операцій без необхідності використання дорогих ERP-платформ.

Ключові слова: цифровізація логістики, програмне забезпечення для управління запасами, обробка даних на основі QR-кодів, оптимізація процесів роздрібної торгівлі, автоматизація на основі бази даних, модульна архітектура системи, синхронізація в режимі реального часу.

Statement of the problem

In the modern world, the rapid advancement of digital technologies has a significant impact on all sectors of the economy, particularly in retail. The automation of logistics and warehouse operations has become a key factor in improving the efficiency and competitiveness of enterprises, especially small and medium-sized stores. According to PackageX [1], the implementation of digital solutions for product tracking and data management considerably reduces human error and operational costs. Similarly, Sortly [2] emphasized that the adoption of QR codes enhances the speed and accuracy of inventory processing.

Ukrainian researchers also recognize the importance of digital transformation in retail logistics. Reports from the Kyiv National University of Trade and Economics [3] indicate that integrating modern software solutions into logistics systems supports better inventory control and operational transparency. Furthermore, the National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky KPI" [4] highlights that digitalization of warehouse processes is crucial for maintaining competitiveness in the market.

The growing accessibility of software-driven tools, such as those described by RetailOps [5] and Lightspeed HQ [6], demonstrates the global trend toward digital automation in logistics. RetailOps offers complex enterprise-level warehouse management capabilities, while Lightspeed HQ provides an intuitive interface suitable for smaller businesses. Apex Drive [7] notes that cloud-based integration and QR-code generation tools allow companies to implement automation without substantial investment, making these technologies more inclusive for small enterprises.

Microsoft [8] emphasizes that the C# programming language within the .NET ecosystem ensures reliability and scalability for enterprise-level applications. Meanwhile, SQL Server [9] provides a structured database architecture capable of real-time synchronization across multiple users and devices. These technologies together create a robust foundation for developing efficient retail management systems.

Therefore, the relevance of this research lies in addressing the growing need for accessible and cost-effective digital tools that enable automation in small and medium-sized retail enterprises. The purpose of the study is to design a lightweight warehouse management system based on QR-code identification, relational database management, and modular software architecture. The scientific novelty of the research consists in integrating modern identification technologies with relational databases and modular role-based access control to enhance accuracy, transparency, and efficiency in retail logistics.

Analysis of remaining research and publications

Modern logistics processes are increasingly dependent on digital technologies that enhance efficiency, accuracy, and transparency in supply chain management. According to Vostok Company [10], the use of standardized SSCC identification codes plays a crucial role in ensuring reliable product tracking during transportation and storage, significantly reducing the likelihood of human error. These standards provide a unified approach to labeling and control, allowing businesses to streamline inventory management and optimize supply processes.

The logistics industry has witnessed substantial evolution in product identification methods. Traditional barcode systems face inherent limitations in data storage capacity and processing speed,

which two-dimensional matrix codes effectively address. Contemporary warehouse operations benefit from identification technologies that support rapid scanning and instant database queries, minimizing processing delays and manual transcription errors.

Academic research in Ukraine has increasingly focused on digital transformation within commercial logistics sectors. Scholarly investigations consistently identify automation as a critical factor in achieving operational transparency and process synchronization, while emphasizing that information technology adoption enhances organizational responsiveness to market dynamics and competitive positioning.

The commercial software market offers diverse technological solutions across multiple price and complexity tiers. Online platforms provide accessible tools for generating and implementing matrix-code identification systems, allowing resource-constrained businesses to adopt digital tracking without substantial capital investment. Concurrently, enterprise-grade warehouse management systems deliver comprehensive functionality encompassing inventory control, automated reporting, and task scheduling. Cloud-based architectures have emerged as particularly attractive options for retail environments, offering advantages in data accessibility, cross-device synchronization, and reduced infrastructure overhead compared to traditional on-premise installations.

The RTech Centers [11] examined the functionality of the Vend POS system as a practical tool for synchronizing sales and warehouse operations in real time. Its usability and scalability make it applicable for small retail businesses aiming to improve data consistency and workflow organization.

Contemporary software development practices for logistics applications favor mature, well-documented programming frameworks that provide strong architectural foundations. Object-oriented languages with static type systems offer advantages in code maintainability, error detection during compilation, and long-term project scalability. These characteristics prove particularly valuable in logistics software, where data integrity and operational reliability are paramount. Database technologies supporting transactional consistency, concurrent user access, and structured query optimization remain fundamental components of robust warehouse management architectures. The combination of type-safe programming environments with enterprise-grade relational database systems creates a technological foundation capable of supporting complex business logic while maintaining system stability across varying operational loads.

The examined body of literature demonstrates that effective logistics optimization emerges from the strategic integration of multiple technological components rather than implementation of isolated solutions. Matrix-code identification systems, when properly coupled with normalized relational databases and modular software architectures, create synergistic effects that exceed the sum of individual technologies. These integrated approaches enable measurable improvements in process efficiency, reduction of manual workload, and enhanced coordination across all operational phases of retail logistics chains.

Research Objective

The primary objective of this research is to design and implement a lightweight, cost-effective warehouse management system for small and medium-sized retail stores. The system aims to automate key logistics operations through the integration of QR-code identification technology, relational database management, and real-time data synchronization across multiple user roles.

The study focuses on developing a modular software architecture that separates access rights for cashiers, warehouse workers, and administrators to ensure data security and workflow transparency. A critical aspect involves implementing QR-code scanning functionality using open-source libraries to minimize hardware costs while maintaining operational reliability. The research also addresses the design of a normalized relational database structure that ensures data integrity, prevents redundancy, and supports efficient CRUD operations. Furthermore, the objective includes creating a system capable of real-time synchronization between user interfaces to eliminate manual errors and improve coordination among retail personnel.

The research seeks to address the gap between high-cost commercial solutions and the practical needs of small retail enterprises by providing an accessible, reproducible, and scalable alternative for warehouse and inventory management. Ultimately, this study aims to demonstrate that software-driven automation can significantly enhance logistics efficiency without requiring expensive enterprise resource planning platforms.

Materials and Methods

The software development process for optimizing logistics processes in a retail store was based on a systematic application of software engineering principles, ensuring that each stage of the research could be reproduced by other researchers using the same tools and techniques. The methodological framework covered requirement analysis, system design, software implementation, database modeling, and testing phases. The primary goal was to create a practical, efficient, and user-friendly system capable of automating warehouse operations, inventory management, and data synchronization between store personnel.

The programming language C# was selected because of its object-oriented nature, strong typing, and seamless integration with the .NET Framework. Development was conducted in the Microsoft Visual Studio environment, which provided advanced debugging, design, and testing tools. The SQL Server database management system was used to store and manage structured data related to products, users, and reports. SQL Server was chosen due to its high performance, strong security features, and compatibility with the .NET ecosystem. The application interfaces with the database through System.Data.SqlClient, ensuring stable connections and efficient query execution.

For video stream processing and QR-code scanning, two major libraries were implemented: AForge.Video and ZXing. The AForge.Video library enables capturing video streams from connected cameras in real time, while ZXing provides algorithms for decoding QR-codes. These libraries made it possible to scan and interpret product identifiers directly from the camera feed, eliminating the need for expensive barcode scanners. In the context of small retail stores, this significantly reduces hardware costs while maintaining operational reliability.

The structure of the software was built on the Windows Forms graphical platform, ensuring that all interfaces are simple, intuitive, and responsive. The program includes three main user roles – cashier, warehouse worker, and administrator – each with specific access rights and functionality. This design improves workflow organization, data protection, and accountability. The cashier module handles sales operations and daily revenue reports; the warehouse module manages inventory and performs product registration or audits; the administrator module controls user access and database integrity.

The database design follows a relational schema, consisting of three core tables: Users, Products, and Reports. The Users table (Table 1) stores login credentials and user roles; the Products table (Table 2) contains product data including identifiers, names, origins, manufacturers, prices, and quantities; the Reports table (Table 3) logs daily sales summaries. The detailed structure of each table is presented in Tables 1–3.

Table 1

Structure of the “Users”

Field name	Data type	Description
Login	nvarchar(50)	User login
Password	nvarchar(50)	User password
PIB	nvarchar(50)	User full name
Role	nvarchar(50)	User role

Table 2

Structure of the “Products”

Field name	Data type	Description
ProductCode	int	Product code
ProductName	nvarchar(50)	Short product name
ProductShowName	nvarchar(50)	Full product name
OriginCountry	nvarchar(50)	Country of origin
CreatorCompany	nvarchar(50)	Product manufacturer
Price	int	Product price
Quantity	int	Product quantity

Table 3

Structure of the “Reports”

Field name	Data type	Description
Date	date	Business day date
SumMon	int	Revenue for a specific day

The normalized database structure minimizes redundancy, maintains referential integrity, and allows efficient data manipulation using CRUD (Create, Read, Update, Delete) operations.

During development, algorithms were designed to ensure data consistency and operational accuracy. For example, when a product QR-code is scanned, the system automatically retrieves product details from the database, displays them on the interface, and updates the stock quantity upon completion of the transaction. Similarly, during warehouse audits, the software verifies scanned product codes against the database and calculates discrepancies between actual and recorded stock levels. These algorithms are implemented with validation mechanisms to prevent SQL injection, data corruption, or unauthorized access.

Testing was conducted through both functional and performance evaluations. Functional testing verified that each software module performed according to the technical requirements described in the thesis. Performance testing measured the speed of data retrieval, QR-code recognition accuracy, and system responsiveness under load. The experiments demonstrated that the system achieved reliable performance and real-time synchronization across user interfaces.

The methodological justification for using these specific technologies lies in their reproducibility and accessibility. C# and SQL Server form a stable technological stack widely used in commercial software development, while AForge and ZXing are open-source solutions that allow cost-effective deployment. The step-by-step workflow from requirement analysis to final testing ensures that the system can be replicated, adapted, and scaled for other retail environments.

Results and Discussion

The developed software system improved the organization and accuracy of logistics processes within the retail store model used for testing. Through the integration of QR-code scanning, a relational database, and synchronized user interfaces, the system successfully automated key warehouse and sales operations. The obtained results are based on experimental verification of the system’s functions and a comparative analysis of manual versus automated workflows.

The developed program ensured stable communication between the cashier, warehouse worker, and administrator modules. During testing, all modules successfully exchanged data in real time through a shared SQL Server database. The interface of each user role was evaluated for functionality and usability, confirming that all essential operations, such as product registration, sales recording, and report generation were performed correctly and efficiently.

Database performance was assessed to verify reliability and stability under normal operation. Tests confirmed that the SQL Server database correctly handled data queries, prevented duplication, and

maintained data integrity when multiple users accessed it simultaneously. The relational structure of the database ensured consistent updates between tables, supporting accurate inventory tracking and reporting.

The QR-code recognition module based on the ZXing library successfully identified products from the camera stream and transferred their data to the database for further processing. This functionality simplified product search and minimized manual data entry, which is one of the key sources of errors in warehouse operations. The use of AForge.Video allowed real-time video capture from the connected camera, supporting smooth and continuous scanning. The result of a successful QR code scan is illustrated in Fig. 1.

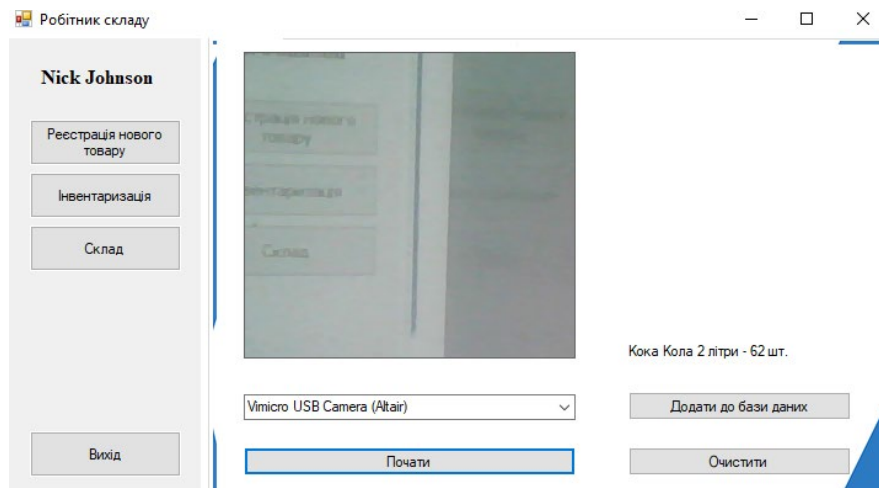


Fig. 1. QR code scan result

The modular system design also provided clear separation of access rights. The administrator role had full control over data management and user registration, the warehouse worker managed product registration and stock adjustments, and the cashier processed transactions and daily reports. This division of responsibilities improved overall workflow transparency and accountability. The administrator capabilities are presented in Fig. 2.

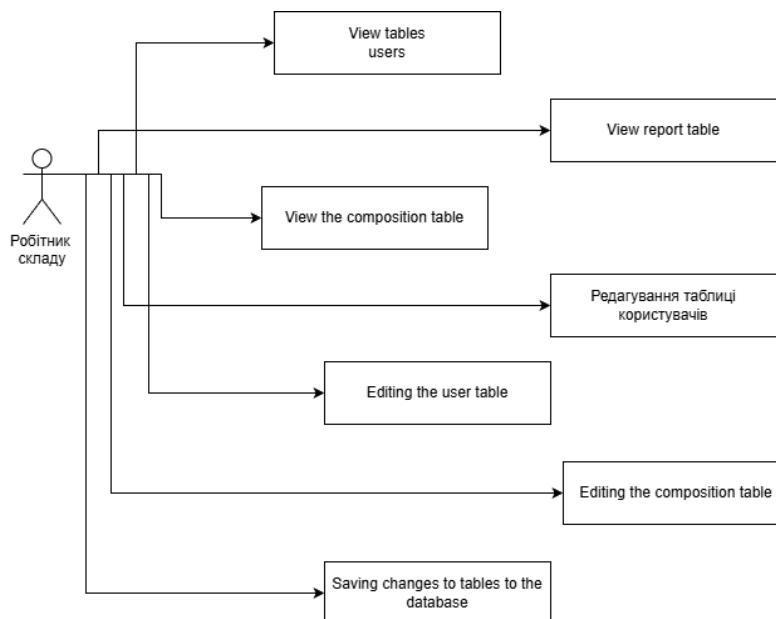


Fig. 2. Administrator capabilities diagram

The cashier plays a key role in managing the checkout process by scanning QR codes to register products, reviewing item details and total costs, and finalizing transactions. They ensure accurate data entry, smooth operation of scanning devices, and efficient customer service during the payment process. The cashier capabilities are illustrated in Fig. 3.

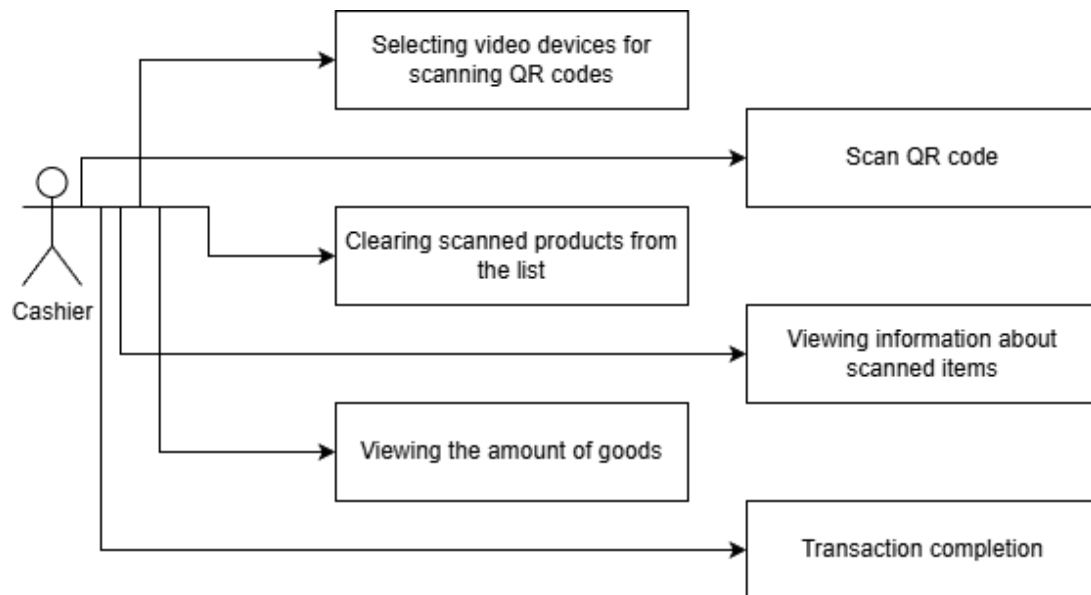


Fig. 3. Cashier capabilities chart

The warehouse worker interacts with the software by selecting video devices for QR code scanning, scanning and removing items, performing inventory operations, monitoring inventory progress, registering new products, and viewing warehouse contents. These functions ensure accurate stock management and efficient organization of warehouse processes. The warehouse worker capabilities are presented in Fig. 4.

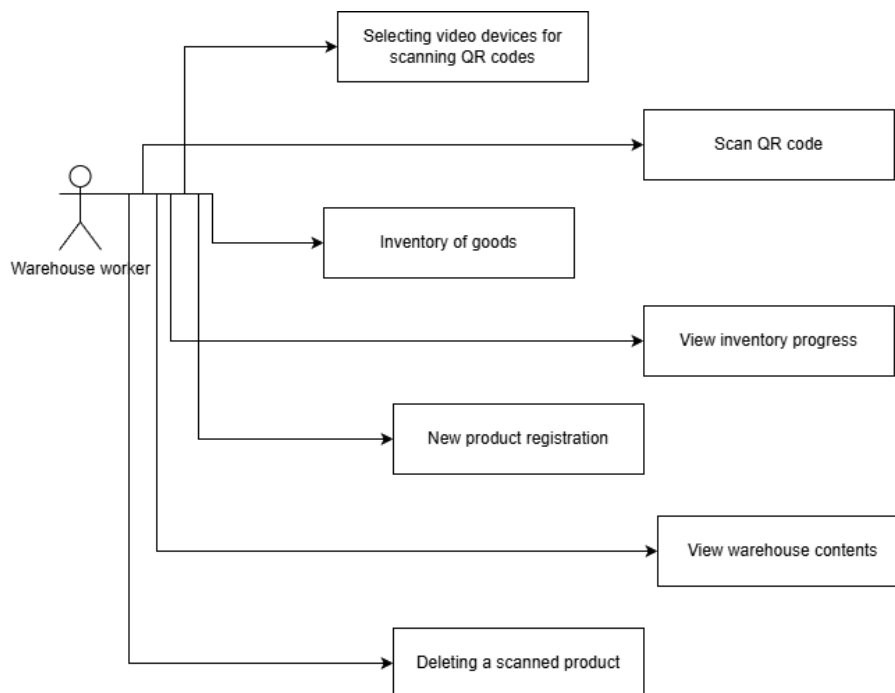


Fig. 4. Warehouse worker capabilities chart

During the testing phase, the system demonstrated stable operation across all functional modules and showed correct synchronization between interfaces after each database update. These results confirm that the combination of QR-code identification, relational database management, and modular architecture effectively supports automation in retail logistics processes. The design proved to be adaptable to different store configurations and capable of expanding the database without requiring changes to the source code.

In comparison with existing warehouse management and retail automation systems presented in open sources such as RetailOps and Lightspeed HQ, the developed software offers a lightweight and affordable alternative suitable for small and medium-sized enterprises. Unlike commercial ERP platforms, it provides essential automation features without the need for large financial investment or external services.

Overall, the results confirm that the implementation of modern software tools particularly QR-code scanning and SQL-based data management significantly enhances operational transparency, reduces manual errors, and improves coordination among store personnel.

Conclusions

The conducted research and software development have confirmed the effectiveness of digital automation tools in optimizing logistics processes in retail enterprises. The designed system provides a functional and technological foundation for improving inventory control, warehouse management, and communication between retail personnel. The achieved results demonstrate that the integration of QR-code technology, relational database architecture, and modular user interfaces significantly increases operational transparency, data accuracy, and overall process efficiency.

The developed application allows real-time synchronization between the cashier, warehouse, and administrative modules, reducing human error and ensuring consistency of information across all system components. The implementation of open-source libraries such as AForge and ZXing provides a cost-effective and reproducible solution adaptable to small and medium-sized retail businesses. Testing confirmed the system's reliability, scalability, and suitability for continuous use in real-world retail environments.

The study's findings contribute to the broader field of logistics digitalization by providing a lightweight alternative to large-scale ERP systems. The project demonstrates that modern programming tools like C# and SQL Server can be effectively used to develop custom software capable of meeting specific logistical needs while maintaining low resource consumption and high adaptability.

In summary, the research successfully achieved its objectives by creating a practical, efficient, and replicable software solution for optimizing logistics processes in retail stores, thereby confirming the relevance and practical significance of software-driven automation in modern retail management.

Bibliography

1. PackageX. Barcodes and logistics: Going beyond traditional scanning methods. Б.р. URL: <https://packagex.io/blog/barcodes-and-logistics> (Last accessed: 30.10.2025).
2. Sortly. Barcodes vs QR codes for inventory management. 2022. URL: <https://www.sortly.com/blog/barcodes-vs-qr-codes-for-inventory-management/> (Last accessed: 30.10.2025).
3. Ільченко Н.Б. Логістичні стратегії в торгівлі : монографія. Київ : Київ. нац. торг. екон. ун-т, 2016. 432 с. URL: <https://knute.edu.ua/file/MjExMzA=/ebee6b4b3d12d4cd18180f0f18338a1a.pdf> (Last accessed: 30.10.2025).
4. Марченко В.М., Шутюк В.В. Логістика : підручник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 312 с. URL: <https://ela.kpi.ua/server/api/core/bitstreams/831e5c8a-1f83-4888-adf7-35d8a0183df6/content> (Last accessed: 30.10.2025).
5. RetailOps. A complete warehouse management system built for growth. Б.р. URL: <https://www.retailops.com/products/warehouse-management/> (Last accessed: 30.10.2025).
6. Lightspeed HQ. Inventory tracking software built to empower retailers. 2023. URL: <https://www.lightspeedhq.com/pos/retail/inventory-management-software/> (Last accessed: 30.10.2025).

7. Apex Drive. Що таке QR-код та як його створити. Б.р. URL: <https://apix-drive.com/ua/blog/useful/schto-take-qr-kod> (Last accessed: 30.10.2025).
8. Microsoft. A tour of the C# language. 2023. URL: <https://learn.microsoft.com/uk-ua/dotnet/csharp/tour-of-csharp/overview> (Last accessed: 30.10.2025).
9. Microsoft. What is SQL Server? 2024. URL: <https://learn.microsoft.com/en-us/sql/sql-server/what-is-sql-server?view=sql-server-ver16> (Last accessed: 30.10.2025).
10. Vostok Company. SSCC – ідентифікація у постачальницьких та транспортних процесах. 2024. URL: <https://www.vostok.dp.ua/ukr/infa1/shtrih-kod/sscc/> (Last accessed: 30.10.2025).
11. RTech Centers. Vend POS. Б.р. URL: <https://www.rtechcenters.com/vend-pos/> (Last accessed: 30.10.2025).

References

1. PackageX. (n.d.). Barcodes and logistics: Going beyond traditional scanning methods. Retrieved from: <https://packageX.io/blog/barcodes-and-logistics> [in English].
2. Sortly. (2022). Barcodes vs QR codes for inventory management. Retrieved from: <https://www.sortly.com/blog/barcodes-vs-qr-codes-for-inventory-management/> [in English].
3. Ilchenko, N.B. (2016). Lohistychni stratehii v torhivli: monohrafiia [Logistics strategies in trade: Monograph]. Kyiv: Kyivskyi natsionalnyi torhovelno-ekonomichnyi universytet [in Ukrainian].
4. Marchenko, V.M., & Shutiuk, V.V. (2018). Lohistyka: Pidruchnyk [Logistics: Textbook]. Kyiv: KPI im. Ihoria Sikorskoho [in Ukrainian].
5. RetailOps. (n.d.). A complete warehouse management system built for growth. Retrieved from: <https://www.retailops.com/products/warehouse-management/> [in English].
6. Lightspeed HQ. (2023). Inventory tracking software built to empower retailers. Retrieved from: <https://www.lightspeedhq.com/pos/retail/inventory-management-software/> [in English].
7. Apex Drive. (n.d.). Shcho take QR-kod ta yak yoho stvoryty [What is a QR code and how to create it]. Retrieved from: <https://apix-drive.com/ua/blog/useful/schto-take-qr-kod> [in Ukrainian].
8. Microsoft. (2023). A tour of the C# language. Retrieved from: <https://learn.microsoft.com/uk-ua/dotnet/csharp/tour-of-csharp/overview> [in English].
9. Microsoft. (2024). What is SQL Server? Retrieved from: <https://learn.microsoft.com/en-us/sql/sql-server/what-is-sql-server?view=sql-server-ver16> [in English].
10. Vostok Company. (2024). Identyfikatsiia SSCC u protsesakh postachannia ta transportuvannia [SSCC identification in supply and transport processes]. Retrieved from; <https://www.vostok.dp.ua/ukr/infa1/shtrih-kod/sscc/> [in Ukrainian].
11. RTech Centers. (n.d.). Vend POS. Retrieved from: <https://www.rtechcenters.com/vend-pos/> [in English].

Vlasenko Kostiantyn Vitaliiiovych – Student at the Department of Software of the National University Zaporizhzhia Polytechnic. E-mail: vlas.mi3@ukr.net, ORCID: 0009-0006-4606-5514.

Dubrovin Valerii Ivanovych – Candidate of Technical Sciences, Professor at the Department of Software of the National University Zaporizhzhia Polytechnic. E-mail: vdubrovin@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0848-8202.

Власенко Костянтин Віталійович – студент кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька політехніка». E-mail: vlas.mi3@ukr.net, ORCID: 0009-0006-4606-5514.

Дубровін Валерій Іванович – к.т.н, професор кафедри програмних засобів Національного університету «Запорізька політехніка». E-mail: vdubrovin@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0848-8202.



Отримано: 04.11.2025
Рекомендовано: 08.12.2025
Опубліковано: 30.12.2025

S.S. GOLOSCHAPOV, V.V. POLYVODA
Kherson State Maritime Academy

MODELING THE OPERATION PROCESS OF A SHIP DUAL-FUEL GAS-DIESEL GENERATOR UNIT

The article addresses the urgent task of modeling the operation of ship dual-fuel gas-diesel generator units (GDGU), in particular Wärtsilä 50DF engines widely used on LNG carriers and LPG carriers. The rapid development of liquefied gas transportation has led to the replacement of steam turbine installations with more economical electric propulsion systems based on dual-fuel engines capable of operating both on diesel fuel and on boil-off gas (BOG) from cargo tanks. The authors emphasize the need for reliable stabilization of pressure in cargo tanks, safe utilization of excess vapor, and minimization of fuel costs through maximum replacement of diesel fuel with natural gas.

A mathematical dynamic model of the GDGU is proposed that takes into account the influence of the turbocharger (represented as an aperiodic link with positive feedback), nonlinear properties of the object, and real parameters of the gas-air mixture supply system. The model is presented in the form of a structural diagram and implemented in Simulink, which made it possible to adequately reproduce transient processes when the load is suddenly applied/dropped. Particular attention is paid to the correct selection of PID-controller settings, since the amplification factor of the object changes significantly depending on the load level. It is shown that tuning the regulator at minimum load provides the greatest margin of stability when moving to nominal and maximum modes.

The features of the electronic speed control and fuel mode switching system are considered: instantaneous (within 1 s) transfer from gas to diesel mode at any load, longer (up to 2 min) controlled transfer from diesel to gas with mandatory leak testing and combustion verification, automatic blocking of gas mode in case of faults or blackout start. The advantages of isochronous load sharing in multi-generator ship power plants and the possibility of forced transfer to backup diesel mode are noted.

The developed model and recommendations for regulator optimization ensure high stability of voltage and frequency in the ship electric power system under sharp load fluctuations, increase the safety of liquefied gas transportation and contribute to the reduction of operating costs due to efficient use of boil-off gas as the main fuel.

Key words: Gas-diesel generator unit, Dual-fuel engine, Ship Electrical Power System, Modeling.

С.С. ГОЛОЩАПОВ, В.В. ПОЛИВОДА
Херсонська державна морська академія

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РОБОТИ ДВОПАЛИВНОГО СУДНОВОГО ГАЗОДИЗЕЛЬНОГО ГЕНЕРАТОРНОГО АГРЕГАТУ

У статті розглядається актуальне завдання моделювання процесу роботи суднових двопаливних газодизельних генераторних установок (ГДГУ), зокрема двигунів Wärtsilä 50DF, що широко застосовуються на газовозах СПГ. Швидкий розвиток перевезень зрідженого газу призвів до заміни паротурбінних установок економічнішими системами електроруху на базі двопаливних двигунів, здатних працювати як на дизельному паливі, так і на випарному газі (BOG) із вантажних танків. Автори наголошують на необхідності надійної стабілізації тиску у вантажних танках, безпечної утилізації надлишкових парів та мінімізації витрат палива шляхом максимального заміщення дизеля природним газом.

Запропоновано математичну динамічну модель ГДГУ, яка враховує вплив турбокомпресора (представлений як аперіодична ланка з позитивним зворотним зв'язком), нелінійні властивості об'єкта та реальні параметри системи подачі газоповітряної суміші. Модель подана у вигляді структурної схеми та реалізована в Simulink, що дало змогу адекватно відтворити перехідні процеси за раптового накидання/скидання навантаження. Особливу увагу приділено правильному вибору налаштувань ПІД-регулятора, оскільки коефіцієнт підсилення об'єкта суттєво змінюється залежно від рівня навантаження. Показано, що налаштування регулятора на мінімальному навантаженні забезпечує найбільший запас стійкості за переходу до номінального та максимального режимів.

Розглянуто особливості системи електронного регулювання частоти обертання та перемикання паливних режимів: миттєвий (до 1 с) перехід із газового на дизельний режим за будь-якого навантаження, триваліший (до 2 хв) керований перехід із дизельного на газовий з обов'язковою перевіркою герметичності та контролем згоряння, автоматичне блокування газового режиму за несправностей або старту в режимі blackout. Відзначено переваги ізохронного розподілу навантаження в багатогенераторних суднових енергосистемах та можливість примусового переходу на резервний дизельний режим.

Розроблена модель та рекомендації щодо оптимізації параметрів регуляторів забезпечують високу стабільність напруги та частоти в судновій електроенергетичній системі за різких коливань навантаження, підвищують безпеку перевезення зрідженого газу та сприяють зниженню експлуатаційних витрат за рахунок ефективного використання випарного газу як основного палива.

Ключові слова: газодизельні генераторні агрегати, двопаливний двигун, суднова електроенергетична система, моделювання.

Problem statement

The rapid growth in the consumption of combustible gases and the expansion of their international trade contributed to the invention of a new special type of vessels in the 1950s – gas carriers. Specialized vessels for the transportation of liquefied natural gas (methane, ethane, etc.) and vessels for the delivery of liquefied petroleum gas (propane, butane, etc.) were created.

The first generation of methane tankers was equipped with steam turbine units (STU). By this, the idea of using cargo as fuel, which is used in our time, was realized. For forty years, STUs have confirmed their advantages, consisting of reliability, reliability, and ease of maintenance. Further improvements in membrane tanks in the late 1990s resulted in significant reductions in cargo evaporation. This led to the demand for economical gas-diesel propulsion complexes of the Wartsila type, which operate on two types of fuel, gas and diesel. Gas-diesel generating units (GDGU) produce electricity to ensure the electric movement of gas carriers. The Wartsila 50DF gas-diesel unit is most often used on gas carriers – it is a four-stroke, non-reversible, diesel engine with turbocharging and an intercooler, with direct injection of liquid fuel and indirect injection of gas fuel [1]. The engine can be operated in gas or diesel mode.

For the safe transportation of liquefied gases, it is necessary to stabilize the gas pressure in cargo tanks. The system must react stably to possible effects of pressure changes in the cargo tank, supply of cargo vapors to low-pressure consumers (diesel generators, gas re-liquefaction units, steam incinerators). Considering the lack of experience in the operation of the mentioned propulsive complex in the world fleet, the theoretical analysis of the safety and efficiency of gas supply systems is an urgent problem.

One of the most important problems arising during the transportation of liquefied gas by sea is, on the one hand, ensuring the safety of transportation, survivability and unsinkability of the vessel, which makes it necessary to dispose of the vapor fraction of liquefied gas. On the other hand, the problem of reducing fuel consumption and its more efficient use is also relevant. Both problems can be solved thanks to the introduction of gas-diesel generator units (GDGU), which are able to work on both liquid and gaseous fuel. The fuel system of such vehicles requires more advanced control systems that implement more complex control algorithms.

When developing engines for LNG carriers, liquefied gas is already on board, and it is necessary to use boiled-off gas (BOG) as fuel. Then the gas supply system must provide gas from the cargo tank to the main engine and generators operating on two types of fuel. The gas supply system should also provide for the supply of gas to the gas combustion unit (GCU) in case of high gas pressure in the tanks, approaching the permissible limit value.

A dual-fuel gas-diesel engine is a conventional diesel engine with additional devices for working with gas fuel.

In the dual-fuel gas-diesel mode, two fuels – the main diesel fuel (but in a significantly smaller amount) and the additional one, substitute gas, are supplied to the engine. At the same time, the main diesel fuel plays the role of a "fire-starting" dose for igniting the integral gas-air fuel mixture.

Analysis of recent research and publications

The degree of replacement of diesel fuel by gas is the most important indicator of engine operation in gas-diesel mode. The value of the degree of substitution can vary widely from 40% to 85% for methane and from 15% to 50% for liquefied hydrocarbon gas [2].

The fact is that starting the engine and its operation in the mode of small loads (up to 20% of the maximum) is carried out almost on pure diesel fuel, because in this mode it is very difficult to choose stable gas supply parameters.

Further, as the load increases (approximately to 70–80%), comes the most favorable section for the gas-diesel mode, the degree of substitution of gas for diesel fuel in this section is maximum and can reach 85%. However, in order to maintain the design thermal regime of the engine, it is necessary to set aside some diesel fuel consumption for cooling the fuel injectors.

When the engine reaches full power and maximum revolutions, the time of the duty cycle decreases and the gas simply does not have time to burn and the gas-diesel control system has to reduce its supply. For practical calculations, you can use the guaranteed degree of substitution of 50–60% for engines for methane and 20–50% for propane.

Due to the higher coefficient of performance, methane consumption is approximately 1.1–1.4 m³ per 1 liter of the replaced diesel fuel (in a 100% gas engine 1.3–1.8 m³ = 1 liter of the diesel fuel).

Aim of the Study

The article aims to develop and analyze a mathematical model of a ship dual-fuel gas-diesel generator unit, incorporating the effects of the turbocharger, nonlinear properties, and real parameters of the fuel supply system, to optimize the regulator parameters for enhancing voltage and frequency stability in the ship's electrical power system (SEPS) under sharply varying loads.

Presentation of the Main Research Material

A successful solution to the complex automation problems of the ship electrical power system (SEPS) is connected with the need to take into account the influence of a large number of diversely acting factors that meet the requirements of increasing reliability and improving technical and economic indicators. A modern approach to the design and implementation of automated control systems is the use of a three-level hierarchical architecture. This will allow, in addition to the direct control of the electric power system, to accumulate statistical data on the modes of operation of consumers and electricity generators, which can be used to formalize the behavior of consumers in order to highlight the characteristic modes of operation of the power plant, reconfiguration of the SEPS in order to increase the optimality of the use of generating units, evaluation of the SEPS operation after the application of measures regarding increasing its energy efficiency. In order to ensure the electromagnetic compatibility of electrical networks of power supply systems and electricity consumers, it is also necessary to control the quality of electricity in SEPS [3].

The experience of testing and operation of electric power systems shows that during the parallel operation of generator units (GUs) in individual modes, instability is manifested in the form of undamped rotor oscillations.

In order to build highly efficient active power distribution systems in the presence of constant disturbing influences (random load connections/disconnections), as well as due to inherent fluctuations in the frequency of rotation of the shafts of the drive motors, it is necessary to determine the type and parameters of the dynamic model of the GDGU with sufficient accuracy for practice [4]. The general dynamic model of the GDGU contains both mechanical and electrical parameters. However, since electrical processes in the generator in the absence of excitation control occur many times faster than mechanical ones, their general influence on the dynamics of the system can be ignored.

The GDGU does not contain such elements as a fuel rail, fuel pump, cataract, mechanical speed regulator, and the regulation of the gas-air mixture supply is carried out by a low-power reversible DC motor of 100 W, which is controlled by a high-speed pulse width regulator.

In accordance with the description of the work of the GDGU, Fig. 1 shows a structural diagram that reflects the characteristic of the work of the GDGU both in statics and in dynamics.

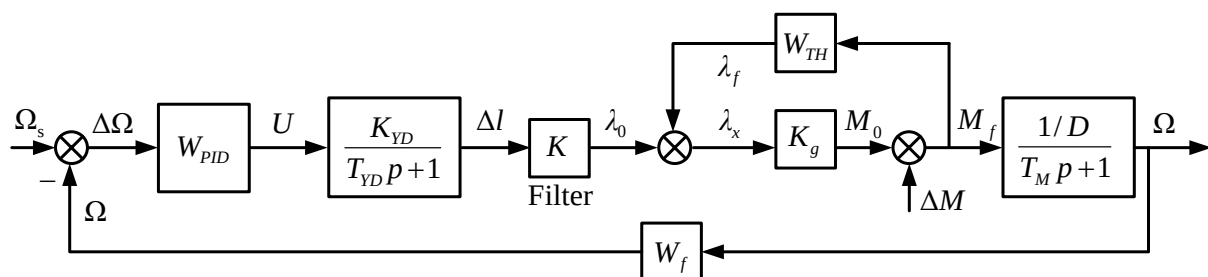


Fig. 1. Structural diagram, which reflects the characteristic of the work of the GDGU

The PID controller is conventionally represented by a transfer function W_{PID} . It forms the frequency response of a single-loop closed system. The fuel valve control engine, together with the valve itself, is presented in the form of a first-order aperiodic link, the input parameter of which is the signal from the output of the PID controller, and the output is the amount of gas-air mixture λ . Actually, GDGU is presented in the form of two links. The amplifying link K_g , which reflects the transformation of the gas-air mixture flow into the moment on the shaft M , and the inertial link of the first order, which establishes the relationship between the revolutions on the shaft and the value of the moment.

A special feature of this dynamic model is taking into account the influence of the turbocharger on the operation of the machine. In the considered dynamic structure, the turbocharger is presented in the form of an aperiodic link of the first order with a low amplification factor, which covers the actual first link of the diesel engine with positive feedback. The power output in the form of torque is carried out directly after the link. Such a simplified structural diagram of the connection between the turbocharger and the diesel engine eliminates any influence of the engine revolutions on the operation of the turbocharger.

When the load is applied, the momentarily achieved output moment is $M_f = M_0 - \Delta M$, which is supplied to the last link, as a result of which, according to the time constant (T_E / D), the engine revolutions decrease. A decrease in torque will lead to a decrease in signals, which leads to an additional decrease in torque M_f . This strengthens the transition process. Therefore, the revolutions continue to decrease until, with the help of the main feedback, the appropriate opening of the valve and an increase in the amount of gas-air mixture is provided.

When the load is dropped, the reverse process takes place – the process of increase $M_f = M_0 + \Delta M$. The engine speed starts to increase. At the same time, an increase of M_f leads to a growing λ_f and, accordingly, $\lambda_x = \lambda_0 + \lambda_f$. This corresponds to an additional growth M_f and, accordingly, engine revolutions Ω .

Let us consider the optimization of the regulator parameters for the gas-diesel generator unit. Figure 2 shows the dynamic model of the GDGU with the set parameters close to the physical ones for the considered machines. It can be seen from the figure that the GDGU itself is represented by three serially connected links with a rather large amplification factor. The link with positive feedback takes into account the influence of the turbocharger [5].

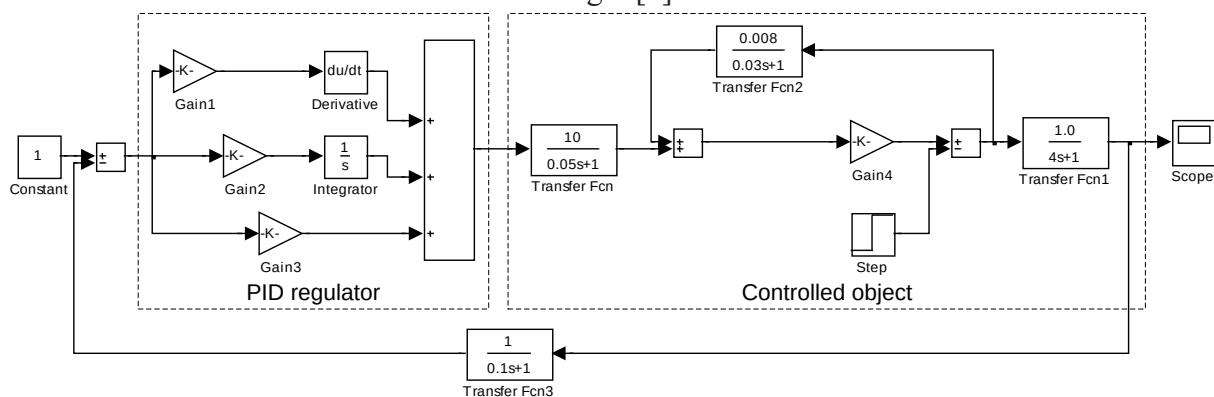


Fig. 2. Dynamic model of GDGU

The parameters of the dynamic model of the GDGU are determined using methods of identification and further tuning for the adequacy of the transition processes of dropping/connecting the load, as well as for control.

In relation to the PID regulator, the GDGU is the object of regulation. The dynamic properties of the object of regulation in terms of controlling and disturbing influences are characterized by

the curve of the transition process, and reflect the oscillatory nature of the processes with their own frequency and coefficient of oscillation.

It is obvious that in the presence of disturbing influences on the system, the parameters of the PID controller must be selected in such a way as to ensure such a degree of damping of the system that excludes the appearance of oscillatory processes in the output parameter.

From the analysis of logarithmic amplitude-frequency characteristics (LAFC) it follows that the regulator should be tuned not at the nominal power of the generator, but at the minimum power [4]. In this case, an increase in the load due to a decrease in the amplification factor will lead to an increase in the stability margin.

Figure 3 shows the structural diagram of the control system, which includes a self-tuning regulator [2].

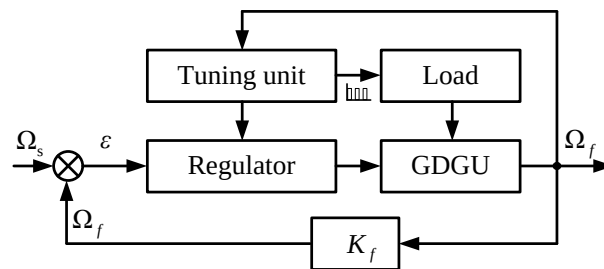


Fig. 3. Structure of the GDGU control system with auto-tuning of the regulator

Figure 3 illustrates: Ω_s – set speed, Ω_f – actual speed, ε – error signal. The basis of the system is a digital PID controller.

The regulator tuning works as follows. The operator sets the requirements for the system. The regulator tuning unit generates forms a signal that controls the connection and disconnection of the load to the GDGU. The value of the load increases from 0 to 100% of the generator power in steps of 20%. At the same time, for precise tuning of the regulator (reducing the impact of measurement error), connection and disconnection of the load is performed for each point a specified number of times. Identification of the control object is performed according to the experimental transient characteristic.

Control signals such as start, stop, fuel select and emergency are connected via hard-switched lines to ensure safe operation even if the external data bus fails while the engine is running.

The electronic speed control system is integrated into the engine automation system. Load distribution can be based on standard static characteristics, or can be carried out independently by speed control nodes without statics. The last method of regulation usually refers to the isochronous type of load distribution. With isochronous load sharing, there is no need for load balancing, frequency tuning or generator load/unload control by the external control system.

In a static control system, each frequency control node increases its internal reference frequency if the node has detected an increase in the load on the generator. Reducing the frequency in the power grid with a large load in the system leads to the fact that all generators proportionally distribute the total increased load among themselves. Engines with the same statics and reference frequency distribute the load equally among themselves. Loading and unloading of the generator is carried out by adjusting the reference frequency of each speed control node. The amount of stat is standard 4%, that is, the difference in frequency between zero and maximum loads is 4%.

In the isochronous mode, the reference signal of the rotation frequency remains unchanged, regardless of the load level. Both modes, isochronous distribution and static, are standard in speed control systems, that is, it is possible to select either. If the vessel has several distribution sections with circuit breakers between sections, the state value of each circuit breaker is required to control the load distribution in isochronous mode.

Additionally, the control and safety system or the power failure detection system can force the engine to operate in reserved mode (diesel fuel supply only).

It is possible to switch the running engine from gas mode to diesel mode. When working up to a certain load limit, the engine can be switched from working on diesel fuel to working on gas normally. In certain situations of activation of the alarm system, the engine is automatically switched from gas operation mode to diesel operation mode (disconnection of gas supply). A request to run on diesel always blocks a request to run on gas.

The control and safety system forcibly transfers the engine to reserved mode (regardless of the operator's choice of mode) in two cases:

- a malfunction was detected in the ignition fuel system (disconnecting ignition fuel);
- the engine starts when the signal of the absence of power supply is active (signal from an external system).

Control of the switching between gas and diesel fuel modes:

1. The switching from gas operation mode to diesel fuel operation mode is performed at any load within 1 second. The transition can be performed in three ways: manually, by the engine control system or by the gas safety system (gas mode blocking).

2. The switching from diesel fuel mode to the gas operation mode is carried out when the engine load is below 80%, if there are no signals of the gas mode blocking, in case of ignition fuel blocking and the engine was not started in the power supply absence mode (in which the combustion check is excluded).

It is not recommended to switch to gas operation mode at low loads. Switching to gas usually takes about 2 minutes to minimize the possibility of damage to the gas supply system.

The engine can run in the mode of no power supply, if it was started on an active power supply cutoff input signal or if there was a cutoff of the ignition fuel supply.

The switching to gas operation mode can be made only after checking the fuel combustion, which is possible only when the engine is restarted.

Checking gas leakage in gas control unit is performed automatically before each transition to gas fuel.

Conclusions

The structure and features of the technical use of the equipment of the control system of Wartsila dual fuel units are considered. A mathematical model of a gas-diesel generator unit is considered, which takes into account the influence of the turbocharger, nonlinear properties and real parameters of the fuel supply system. The optimization of the parameters of the regulators, which ensure an effective increase in the stability of the voltage and frequency in the SEPS grid at sharply changing loads, has been carried out.

Bibliography

1. Wärtsilä dual fuel engines. URL: <https://www.wartsila.com/marine/products/engines-and-generating-sets/dual-fuel-engines> (дата звернення: 19.10.2025).
2. Ушкаренко О.О. Розвиток моделей, методів та засобів автоматизованого керування автономними електроенергетичними системами : автореф. дис. ... д.т.н. : 13.05.07. Херсон, 2019. 43 с.
3. Barros J., Diego R.I. A review of measurement and analysis of electric power quality on shipboard power system networks. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2016. Vol. 62. P. 665–672. DOI: 10.1016/j.rser.2016.05.043
4. Dorf Richard C., Bishop Robert H. Modern Control Systems. Prentice Hall, 2008. 1018 p.
5. Галеев В.Л., Леонов І.В. Дослідження характеристик дизельного двигуна з турбонадувом. *Двигуни внутрішнього згоряння*. 1990. № 51. С. 15–20.

References

1. Wärtsilä dual fuel engines. Retrieved from <https://www.wartsila.com/marine/products/engines-and-generating-sets/dual-fuel-engines> [in English].
2. Ushkarenko, O.O. (2019). Rozvytok modelei, metodiv ta zasobiv avtomatyzovanoho keruvannia avtonomnymi elektroenerhetychnymi systemamy [Development of models, methods and means of automated control of autonomous electric power systems: abstract of a dissertation of a doctor of technical sciences: 05.13.07]. Kherson National Technical University. Kherson [in Ukrainian].
3. Barros, J. & Diego, R.I. (2016). A review of measurement and analysis of electric power quality on shipboard power system networks. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 62, 665–672. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2016.05.043> [in English].
4. Dorf, Richard C. & Bishop, Robert H. (2008). *Modern Control Systems*. Prentice Hall [in English].
5. Galeev, V.L. & Leonov, I.V. (1990). Doslidzhennia kharakterystyk dyzelnoho dvyhuna z turbonadduvom [Diesel characteristics research with turbocharging]. *Dvyhuny vnutrishnoho zghoriannia*, 51, 15–20 [in Ukrainian].

Голощاپов Сергій Степанович – к.т.н., доцент, доцент кафедри експлуатації суднового електрообладнання і засобів автоматики Херсонської державної морської академії. E-mail: goschapov46@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5206-4610.

Поливода Владислав Володимирович – к.т.н., доцент, доцент кафедри експлуатації суднового електрообладнання і засобів автоматики Херсонської державної морської академії. E-mail: polyvodavv@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7742-255X.

Goloschapov Sergij Stepanovich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Operation of Ship Electrical Equipment and Automation Systems, Kherson State Maritime Academy. E-mail: goschapov46@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5206-4610.

Polyvoda Vladyslav Volodymyrovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Operation of Ship Electrical Equipment and Automation Systems, Kherson State Maritime Academy. E-mail: polyvodavv@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7742-255X.



Отримано: 28.10.2025
Рекомендовано: 04.12.2025
Опубліковано: 30.12.2025

С.І. ГОМЕНЮК, С.М. ГРЕБЕНЮК, А.Г. КРИВОХАТА, Н.В. МАТВІЙШИНА
Запорізький національний університет

ЛІНГВІСТИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ САПР

У статті розглянуто підхід до створення лінгвістичного забезпечення систем автоматизованого проектування, що базуються на використанні методу скінченних елементів під час моделювання складних інженерно-технічних систем. Показано, що одним із найскладніших етапів підготовки вихідних даних для розрахунку є формалізація крайових умов, навантажень та неоднорідних фізичних властивостей, особливо у разі складної або нетипової геометрії розрахункової сфери. Для автоматизації цього процесу авторами створено спеціалізовану бібліотеку класів на мові C++, яка забезпечує можливість опису фізичних і геометричних характеристик об'єкта, крайових умов та навантажень у вигляді формул, заданих на предметно-орієнтованій мові, максимально наближеній за своїм синтаксисом до мови програмування Python.

Основну увагу приділено розробленню інтерпретатора функціональних виразів, що описують фізичні параметри та крайові умови. Детально розглянуто процес трансляції арифметико-логічних виразів у абстрактне синтаксичне дерево, яке є основою для подальшого обчислення значень у вузлах скінченно-елементної моделі, які відповідають заздалегідь заданим умовам відбору. Наведено структуру класу Parser, що реалізує основні етапи трансляції: лексичний і синтаксичний аналіз, побудову та збереження дерева розбору, а також обчислення виразів. Описано алгоритм сканування вхідного коду, розпізнавання лексем – числових констант, операторів, ідентифікаторів тощо, а також формування відповідних токенив. Представлено UML-діаграму класу Node, який інкапсулює абстрактне синтаксичне дерево, і наведено приклад реалізації рекурсивного методу, що безпосередньо виконує обчислення.

Важливою особливістю створеного інтерпретатора є підтримка можливості динамічного завантаження в абстрактне синтаксичне дерево координат вузлів скінченно-елементної моделі без необхідності перекompіляції коду, що підвищує гнучкість і розширюваність системи. Програмна реалізація парсеру орієнтована на використання у складі спеціалізованого програмного забезпечення для комп'ютерного моделювання міцності й довговічності складних інженерно-технічних систем, що проєктуються.

Ключові слова: метод скінченних елементів, лінгвістичне забезпечення, транслятор, GIT, паралельні алгоритми, візуалізація.

S.I. HOMENIUK, S.M. GREBENYUK, A.H. KRYVOKHATA, N.V. MATVIYISHYNA
Zaporizhzhia National University

CAD LINGUISTIC SUPPORT

The article presents an approach to developing linguistic support for computer-aided design systems based on the finite element method in modeling complex engineering and technical systems. It is shown that one of the most challenging stages in preparing input data for computation is the formalization of boundary conditions, loads, and heterogeneous physical properties, especially in cases of complex or non-standard geometry of the computational domain. To automate this process, the authors have developed a specialized C++ class library that enables the description of the physical and geometric characteristics of an object, boundary conditions, and loads in the form of formulas written in a domain-specific language whose syntax closely resembles that of the Python programming language.

The main focus is on the development of an interpreter for functional expressions that describe physical parameters and boundary conditions. The paper provides a detailed discussion of the process of translating arithmetic and logical expressions into an abstract syntax tree, which serves as the basis for further evaluation of values at the nodes of the finite element model corresponding to predefined selection conditions.

The structure of the Parser class is presented, implementing the main stages of translation: lexical and syntactic analysis, construction and storage of the parse tree, as well as expression evaluation. The algorithm for scanning the input code, recognizing lexemes—such as numeric constants, operators, and identifiers—and generating the corresponding tokens is described. A UML-diagram of class Node, which encapsulates the abstract syntax tree, is provided, along with an example implementation of a recursive method that directly performs the evaluation.

An important feature of the developed interpreter is its ability to dynamically load the coordinates of finite element model nodes into the abstract syntax tree without the need for code recompilation, which increases the system's flexibility and extensibility. The software implementation of the parser is designed for use as part of specialized software for computer modeling of the strength and durability of complex engineering and technical systems under design.

Key words: finite element method, linguistic support, translator, GIT, parallel algorithms, visualization.

Постановка проблеми

Розвиток машинобудування у сучасних умовах жорсткої конкуренції між різними виробниками неможливий без часткової заміни реальних фізичних випробувань дослідних зразків комп'ютерним експериментом, що дає змогу істотно зменшити витрати часу і ресурсів на проектування нової техніки.

Під час використання чисельних методів для дослідження широкого кола інженерно-технічних задач нині застосовується спеціалізоване програмне забезпечення – системи автоматизованого проектування і розрахунку, що, як правило, складаються з трьох основних компонентів: препроцесора, який використовується для підготовки вихідних даних для розрахунку; процесора, який безпосередньо виконує усі необхідні під час моделювання обчислення; постпроцесора, що автоматизує аналіз отриманих результатів. Досвід показує, що підготовка вихідних даних для розрахунку є найбільш складним і тривалим етапом дослідження, який зазвичай складається з двох складників: опису геометричної моделі сфери розрахунку і завдання крайових умов та навантажень. У разі складної геометрії вихідної області розрахунку формалізація крайових умов та навантажень є доволі складним завданням, яке у загальному вигляді потребує розроблення спеціальних засобів розв'язання.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Одним із найбільш поширених сьогодні чисельних методів дослідження широкого кола задач математичної фізики є метод скінченних елементів (МСЕ) [1]. Для його використання розроблено велику кількість спеціалізованого програмного забезпечення (ПЗ), серед якого можна виділити такі системи, як ANSYS [2], MSC Nastran [3], FreeFEM [4] та ін. [5]. Проте ускладнення завдань, що виникають у промисловості, вимагає постійного вдосконалення наявного або розроблення нового ПЗ для скінченно-елементного аналізу.

Найбільш складним етапом використання МСЕ є підготовка вихідних даних для розрахунку. Передусім це створення геометричної моделі об'єкта, що досліджується, із подальшою її дискретизацією на скінченні елементи заданого типу. А в другу чергу – опис вузлових значень граничних умов та навантажень, які можуть бути достатньо складними за нетипової форми сфери розрахунку.

Мета дослідження

Об'єктом дослідження є процес розроблення спеціалізованого ПЗ для скінченно-елементного аналізу.

Предметом дослідження є створення лінгвістичного забезпечення для систем скінченно-елементного аналізу.

Метою роботи є створення спеціалізованої бібліотеки класів мови C++, яка б давала змогу користувачу описувати фізичні та геометричні характеристики, крайові умови і навантаження для задач математичної фізики будь-якої складності, виконувати їх трансляцію в абстрактне синтаксичне дерево й здійснювати на їх основі необхідні обчислення.

Виклад основного матеріалу дослідження

Модель та програмна реалізація інтерпретатора. Розв'язання задач із використанням МСЕ, як правило, складається з таких етапів:

- 1) побудова скінченно-елементної (дискретної моделі) об'єкта розрахунку;
- 2) завдання фізичних та геометричних параметрів; крайових умов (переміщень, навантажень тощо), які загалом можуть бути різними для окремих зон вихідної області;
- 3) розрахунок задачі;
- 4) аналіз отриманих результатів (рис. 1).

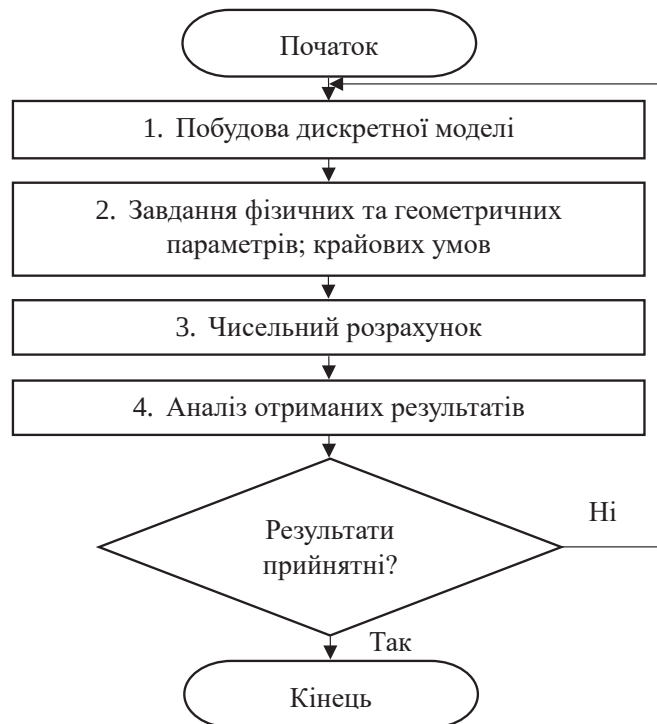


Рис. 1. Основні етапи скінченно-елементного аналізу

У статті досліджено другий етап із наведеної схеми, а саме – автоматизація завдання крайових умов і навантажень. Однією з головних проблем на цьому етапі є те, що зовнішні сили, які діють на об’єкт розрахунку, слід перевести в еквівалентні їм вузлові навантаження, що загалом є доволі нетривіальною операцією. Розглянемо, наприклад, таку модельну задачу. Нехай потрібно визначити параметри напружено-деформованого стану труби, що знаходиться під дією внутрішнього тиску P (рис. 2).

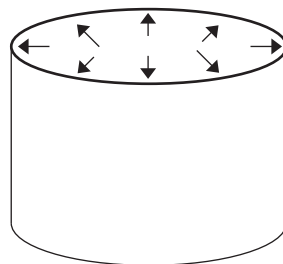


Рис. 2. Труба під дією внутрішнього тиску

Для коректного опису навантаження загалом слід задати: 1) формулу, що визначає значення навантаження; 2) логічну умову (предикат), яка визначає зону дії сили; 3) напрям дії сили.

Так, наприклад, якщо вісь труби співпадає з віссю Z , то значення складників сили P уздовж осей X та Y можна обчислити за допомогою таких співвідношень:

$$\begin{aligned} P_x &= P \cos \left(\arctg \left(\frac{y}{x} \right) \right), \\ P_y &= P \sin \left(\arctg \left(\frac{y}{x} \right) \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Ці сили будуть діяти у вузлах, координати яких відповідають такому предикату:

$$|x^2 + y^2 - R^2| < \varepsilon, \quad (2)$$

тут R – внутрішній радіус труби; ε – наперед задана точність пошуку вузлів дискретної моделі, координати яких відповідають указаному предикату.

Таким чином, виникає задача створення ПЗ для трансляції арифметичних виразів, що визначають значення навантаження (і за необхідності інших параметрів розрахунку), а також предикатів, які конкретизують місце їх дії. Своєю чергою, ця задача розбивається на три складники:

- 1) формалізація опису параметру та предикату на деякій предметно-орієнтованій мові (DSL – Domain-Specific Language) [6];
- 2) трансляція формул у внутрішнє представлення, наприклад AST (Abstract Syntax Tree) [7];
- 3) обчислення вузових значень параметру.

Створення нової проблемно-орієнтованої мови є окремою задачею, що виходить за межі даного дослідження. Тому у цій статті буде розглядатися трансляція в AST функціональних співвідношень, записаних згідно із синтаксисом мови Python [8]. Тоді вирази, що визначають значення навантажень та предикату, заданих співвідношеннями (1), (2), можуть бути записані так:

$$\begin{aligned} P * \cos(\text{atan2}(y, x)), \\ P * \sin(\text{atan2}(y, x)), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{abs}(x^{**2} + y^{**2} - 1.99^{**2}) \leq \text{eps}. \quad (4)$$

Таким чином, задача полягає у тому, щоб автоматизувати трансляцію функціональних виразів, подібних до (3), (4), у AST із подальшим обчисленням їхніх значень у заданих вузлах скінченно-елементної моделі.

Трансляцією називається процес перекладу початкового коду, написаного однією мовою програмування, у еквівалентний код іншою мовою [9]. Відповідно, транслятором називають програму, що здійснює такий переклад. Зазвичай розрізняють два основні типи трансляторів: інтерпретатор та компілятор. Перший крок за кроком виконує трансляцію початкового коду й миттєво його виконує. Компілятор же перетворює весь початковий код на деяку цільову мову, якою, як правило, виступає машинний або байт-код. Компілятор на відміну від інтерпретатора не бере участі у виконанні програми.

Головними перевагами інтерпретатора є його відносно проста реалізація та багатоплатформність, оскільки один і той самий код можна запускати без змін у різних платформах, якщо для них було реалізовано відповідний інтерпретатор. Вагомою перевагою компілятора є швидкість виконання створених ним програм, оскільки вони, як правило, реалізовані на машинній мові та на етапі трансляції можлива оптимізація програмного коду. Проте практична реалізація компілятора набагато складніша. Тому у цій статті буде розглянута реалізація інтерпретатора функціональних співвідношень, які описують крайові умови, фізичні параметри та умови їх застосування під час використання МСЕ.

Процес інтерпретації зазвичай складається з таких етапів, як: 1) зчитування початкового коду; 2) лексичний аналіз, коли код розбивається на лексеми або токени (ключові слова, ідентифікатори, константи тощо); 3) синтаксичний аналіз, коли множина токенів перетворюється на AST; 4) семантичний аналіз – перевірки на коректність програми з погляду мови (другий, третій та четвертий етапи трансляції у простих випадках можна об'єднати); 5) виконання програми, коли інтерпретатор обходить AST і безпосередньо виконує команди (рис. 3).

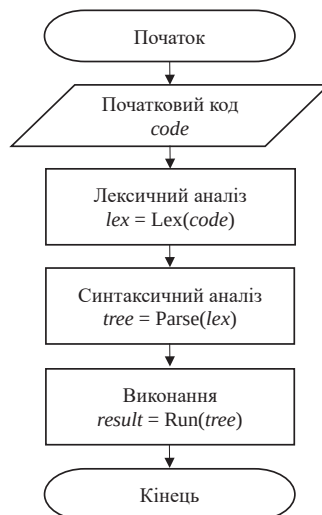


Рис. 3. Стандартні етапи роботи транслятора

На початку своєї роботи інтерпретатор сканує початковий код функціонального співвідношення (змінна *code*), який попадає на вхід до лексичного аналізатора, на виході з якого (у разі коректності початкового коду) буде множина лексем (змінна *lex*). Далі отримана множина лексем оброблюється синтаксичним аналізатором, результатом роботи якого є дерево розбору (змінна *tree*), яке в подальшому може оброблятися з використанням паралельних розрахунків.

Алгоритм трансляції арифметико-логічних виразів у AST можна представити так (рис. 4).

Для його реалізації було розроблено клас *Parser*, який за допомогою псевдокоду можна описати так (фрагмент).

```

class Parser
  private fields:
    code : string – початковий код виразу
    tree : Node – дерево розбору виразу
    token_type: integer – тип лексеми
    token : string – поточна лексема
  private methods:
  method tokenOr(tree)
    input: tree – дерево розбору виразу
    hold ← Node()
    tokenAnd(tree)
  while tokenType = OR do
    getToken()
    tokenAnd(hold)
    tree ← Node(tree, OR, hold)
  end while
end method

procedure getToken(code)
  input: code – початковий текст виразу
  output: token – чергова лексема
  token_type – тип лексеми
  position ← 0
  token ← []
  
```



```
while position < length(code) do  
  char ← code[position]  
  // Пропуск пробілів та табуляцій  
  if char is whitespace or tabulation then  
    position ← position + 1  
    continue  
  end if  
  // Обробка числа  
  if char is digit or dot then  
    begin ← position  
    while char is digit or dot do  
      position ← position + 1  
      if position >= length(code) break  
      char ← code[position]  
    end while  
    token ← code[begin: position]  
    token_type ← NUMBER  
    continue  
  end if  
  // Обробка ідентифікатора  
  if char is alpha then  
    begin ← position  
    while char is alpha or digit or underscore do  
      if position >= length(code) break  
      char ← code[position]  
    end while  
    token ← code[begin: position]  
    token_type ← IDENT  
    continue  
  end if  
  // Обробка операторів  
  if char is plus or minus or mul or div or ... then  
    token ← char  
  else  
    syntaxError()  
    break  
  end if  
  position ← position + 1  
end while  
return token, token_type  
end procedure  
public method:  
  method setExpression(expression)  
input: expression – рядок початкового коду  
    code ← expression  
    tokenOr(tree)  
  end method  
  method run()  
    return tree.value()  
  end method  
  ...  
end class
```

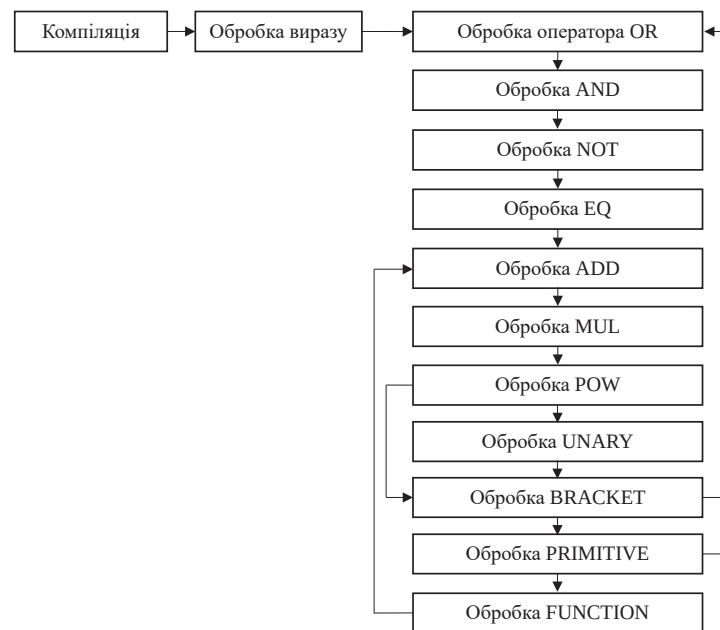


Рис. 4. Алгоритм трансляції арифметико-логічних виразів у AST

Тут публічний метод `setExpression()` завантажує в об'єкт класу рядок початкового коду і виконує його трансляцію у AST. Приватний метод `tokenOr()` здійснює обробку логічного оператора OR шляхом виклику методів `tokenAnd()` для обробки лівого і правого операндів диз'юнкції. Аналогічно метод `tokenAnd()` викликає методи `tokenNot()` і т. д. Слід зазначити, що обробка гілок вузла дерева розбору може бути запущена у окремих потоках виконання (threads), які будуть працювати паралельно, що істотно підвищить швидкість трансляції складних виразів.

Важливим складником будь-якого парсеру є сканер лексем. У класі `Parser` він реалізований за допомогою приватного методу `getToken()`. Результатом його роботи буде рядок, що містить чергову лексему, а також її тип (або повідомлення про помилку).

Для збереження дерева розбору виразу (поле `tree` класу `Parser`) було реалізовано клас `Node`, кожен екземпляр якого описує певний вузол AST. Його UML-діаграма має такий вигляд (рис. 5).

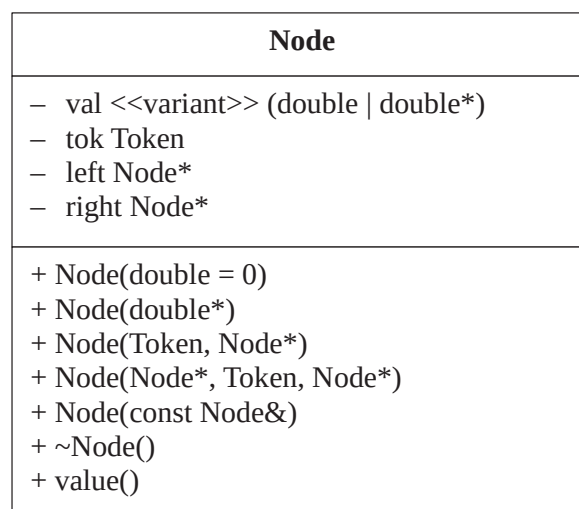


Рис. 5. UML-діаграма класу, що реалізує AST

Полями Node є *val* – варіантна структура даних, що зберігає або значення дійсної константи, або покажчик на дійсне число (для реалізації можливості завантаження необхідних координат вузлів геометричної моделі в AST без необхідності перекомпіляції виразу); *tok* – код операції; *left*, *right* – покажчики на об'єкти класу Node, де зберігаються вирази, що утворюють ліву та праву гілки бінарної операції (у разі унарної операції буде використано лише одну з них).

Клас Node має декілька реалізацій конструктора, які дають змогу створювати об'єкти, що описують вузли AST будь-якого типу.

Найбільш важливим тут є рекурсивний метод *value()*, який залежно від реалізації може повертати або програмний код, що реалізує відповідний вираз, або значення цього виразу. Під час створення інтерпретаторів частіше за все використовується саме другий варіант.

Один із можливих варіантів реалізації цього методу може бути описаний так:

```
class Node
  private fields:
    val : <<variant>> (double | double*)
    tok : Token
    left : Node*
    right : Node*

  public method:
  method value()
  switch tok
    case NUMBER
      return val.get<double>()
    case PLUS
      return left.value() + right.value()
    case SIN
      return sin(left.value())
    ...
  end switch
end method
...
end class
```

Повний початковий код класів, що реалізують транслятор для обчислення арифметико-логічних виразів, можна завантажити з репозиторію GitHub за посиланням [10].

Використання цього інтерпретатора у програмі на мові C++ має такий вигляд:

```
...
Parser parser;
try {
  parser.setExpression(«y >= 1 and y < 2»);
  double result = parser.run();
  ...
}
catch (...) {
  ...
}
```

У наведеному прикладі спочатку створюється екземпляр класу Parser (змінна *parser*), потім у нього завантажуються початковий код виразу, що підлягає обробці. При цьому автоматично відбувається трансляція вихідного виразу в AST. Якщо під час цієї операції виникне помилка, буде ініційована виняткова ситуація. У разі відсутності помилок отримати значення виразу можна за допомогою метода *run()*, який повертає дійсне значення. Під час оброблення логічних умов слід урахувати, що у разі якщо вираз є істинним, то *run()* поверне ненульове значення, і навпаки.

Розглянемо такий приклад. Нехай деяка конструкція має змінний модуль Юнга, який задається таким законом:

$$E = \begin{cases} 10^{10} \text{ Па}, y < 1, \\ 2 \cdot 10^{10} \text{ Па}, 1 \leq y < 2, \\ 3 \cdot 10^{10} \text{ Па}, 2 \leq y < 3, \\ 4 \cdot 10^{10} \text{ Па}, y \geq 4. \end{cases} \quad (5)$$

Під час практичної реалізації МСЕ для моделювання неоднорідних фізичних характеристик можуть застосовуватися різні алгоритми розподілу значень параметра по скінченному елементу, наприклад вибір однакових значень для всіх вузлів, що відповідають значенню у центрі елемента.

Тоді візуалізація розподілу модуля Юнга по двотавровій балці з отворами згідно з (5) буде мати такий вигляд (рис. 6).

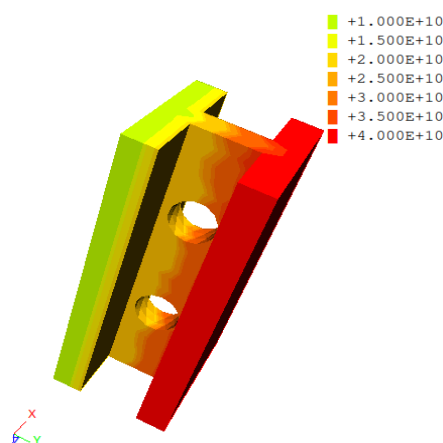


Рис. 6. Розподіл значення модуля Юнга по конструкції відповідно до закону (5)

Візуалізацію навантажень на трубу, що знаходиться під дією внутрішнього тиску (рис. 2), отриману з використанням запропонованого транслятора арифметико-логічних співвідношень, наведено на рис. 7.

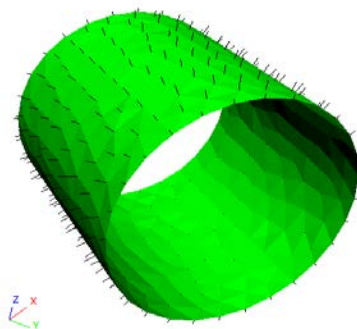


Рис. 7. Візуалізація навантажень, що діють на конструкцію згідно із законом (1)

Висновки

У роботі представлено програмну реалізацію транслятора арифметико-логічних співвідношень із відкритим початковим кодом, якій можна використовувати у системах скінченно-елементного аналізу для формалізації складних крайових умов та фізичних властивостей.

Запропоновано алгоритми і структури даних, що реалізують інтерпретатор, який здійснює трансляцію арифметико-логічних та функціональних виразів у абстрактне синтаксичне дерево з подальшим обчисленням їхніх значень. Транслятор дає змогу користувачу описувати функціональні та логічні залежності у зручній формі, сумісній із синтаксисом мови Python, що суттєво спрощує підготовку вихідних даних для моделювання складних фізичних процесів.

Розроблена бібліотека класів на мові C++ забезпечує універсальність та розширюваність системи, даючи змогу інтегрувати її у програмне забезпечення для скінченно-елементного аналізу різного рівня складності. Застосування інтерпретатора показало ефективність підходу під час моделювання неоднорідних фізичних характеристик і складних навантажень, зокрема під час аналізу напружено-деформованого стану конструкцій під дією внутрішнього тиску.

Отримані результати підтверджують доцільність використання створеного інструментарію для підвищення автоматизації та гнучкості процесу формування вхідних даних у системах скінченно-елементного аналізу, що в перспективі дасть змогу зменшити трудомісткість підготовчого етапу та підвищити точність розрахунків.

Як варіант подальшого вдосконалення запропонованої бібліотеки передбачається розширення її функціональності та швидкодії за рахунок застосування паралельних обчислень і JIT-компіляції.

Список використаної літератури

1. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. Sixth edition. Butterworth-Heinemann, 2016. 753 p.
2. Ansys. Engineering Simulation Software. URL: <https://www.ansys.com/> (дата звернення: 23.08.2025).
3. MSC Nastran – Multidisciplinary Structural Analysis. URL: <http://surl.li/schezo> (дата звернення: 23.08.2025).
4. FreeFEM – An open-source PDE Solver using the Finite Element Method. URL: <https://freefem.org/> (дата звернення: 23.08.2025).
5. Best Open-Source Finite Element Analysis Software. URL: <http://surl.li/vmblnr> (дата звернення: 23.08.2025).
6. Calçado P. Domain-Specific Languages (Unfinished Draft). URL: http://philcalcado.com/content/research_on_domain_specific_languages.html (дата звернення: 31.08.2025).
7. Cooper K.D., Torczon L. Engineering a Compiler. 3rd Edition. Morgan Kaufmann, 2022. 848 p.
8. Python.org. URL: <https://www.python.org/> (дата звернення: 01.09.2025).
9. Aho A., Ullman J., Sethi R., Lam M. Compilers: Principles, Techniques, and Tools 2nd Edition. Addison Wesley, 2006. 1040 p.
10. QFEM/core/parser/. URL: <https://surl.li/pdmjly> (дата звернення: 23.08.2025).

References

1. Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., Zhu, J.Z. (2016). The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. Sixth edition. Butterworth-Heinemann [in English].
2. Ansys. Engineering Simulation Software. Retrieved from <https://www.ansys.com/> [in English].
3. MSC Nastran – Multidisciplinary Structural Analysis. Retrieved from <http://surl.li/schezo> [in English].
4. FreeFEM – An open-source PDE Solver using the Finite Element Method. Retrieved from <https://freefem.org/> [in English].

5. Best Open-Source Finite Element Analysis Software. Retrieved from <http://surl.li/vmblnr> [in English].
6. Calçado, P. Domain-Specific Languages (Unfinished Draft). Retrieved from http://philcalcado.com/content/research_on_domain_specific_languages.html [in English].
7. Cooper, K.D., Torczon, L. (2022). Engineering a Compiler. 3rd Edition. Morgan Kaufmann [in English].
8. Python.org. Retrieved from <https://www.python.org/> [in English].
9. Aho, A., Ullman, J., Sethi, R., Lam, M. (2006). Compilers: Principles, Techniques, and Tools. 2nd Edition. Addison Wesley [in English].
10. QFEM/core/parser/. Retrieved from <https://surl.lt/pdmjly> [in English].

Гоменюк Сергій Іванович – д.т.н., професор, декан математичного факультету Запорізького національного університету. E-mail: gserega71@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7340-5947.

Гребенюк Сергій Миколайович – д.т.н., професор, завідувач кафедри фундаментальної та прикладної математики Запорізького національного університету. E-mail: gsm1212@ukr.net, ORCID: 0000-0002-5247-9004.

Кривохата Анастасія Григорівна – к.ф.-м.н., доцент кафедри програмної інженерії Запорізького національного університету. E-mail: krivohata@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9664-0659.

Матвіїшина Надія Вікторівна – к.т.н., доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук Запорізького національного університету. E-mail: mnv2902@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7938-4622.

Homeniuk Sergii Ivanovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Dean of the Department of Mathematics of the Zaporizhzhia National University. E-mail: gserega71@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7340-5947.

Grebnyuk Sergii Mykolaiovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Fundamental and Applied Mathematics of the Zaporizhzhia National University. E-mail: gsm1212@ukr.net, ORCID: 0000-0002-5247-9004.

Kryvokhata Anastasiia Hryhorivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Software engineering of the Zaporizhzhia National University. E-mail: krivohata@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9664-0659.

Matviyishyna Nadiya Viktorivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Computer Science of the Zaporizhzhia National University. E-mail: mnv2902@gmail.com, ORCID: 0000-0001-7938-4622.



Отримано: 27.10.2025
Рекомендовано: 09.12.2025
Опубліковано: 30.12.2025

Т.О. ГОРЕЛІКОВА

Запорізький національний університет

О.В. ЧОПОРОВА

Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана

РАНДОМІЗОВАНЕ ПІДТВЕРДЖЕННЯ БЛОКІВ У БЛОКЧЕЙН-СИСТЕМАХ

У статті запропоновано метод «Рандомізоване підтвердження блоків», призначений для підвищення безпеки, децентралізації та ефективності блокчейн-мереж різного масштабу. Метод базується на випадковому виборі вузлів для перевірки транзакцій та впровадженні контрольних точок для забезпечення узгодженості даних, відновлення після збоїв та корекції помилок. Випадковість у виборі перевіряючих вузлів унеможливорює централізоване маніпулювання мережею, знижує ризик зговору та зловмисного впливу великих учасників, робить проведення атак значно складнішим і менш прогнозованим. Контрольні точки дають змогу системі регулярно перевіряти стан блокчейну, автоматично коригувати неточності й забезпечують адаптивне відновлення після технічних збоїв або цілеспрямованих атак, зокрема 51%-атаки, подвійного блокування та спроб цензури транзакцій. Для надійного збереження критичних даних контрольні точки дублюються на кількох супервузлах, які вибираються випадковим чином із механізмом перевірки хешів на основі криптографічно захищених випадкових чисел, що унеможливорює підробку або зміну інформації. Упровадження випадкового вибору вузлів також дає змогу зменшити обчислювальне навантаження на учасників, підвищує продуктивність і масштабованість системи, швидше підтверджувати блоки та обробляти більшу кількість транзакцій. Метод демонструє ефективне поєднання принципів децентралізації, криптографічного захисту та адаптивного контролю даних. Він має на меті усунути деякі недоліки класичних систем, такі як централізація валідаторів, висока уразливість до втручання в систему, підробки і фальсифікації даних та неможливість ретроспективної перевірки даних, і відкриває нові можливості для створення безпечних, масштабованих та надійних блокчейн-мереж із високою стійкістю до зловмисних дій та технічних збоїв. Випадковий вибір учасників має на меті ускладнити маніпуляції з блокчейном, оскільки не можна передбачити, хто буде перевіряти блоки. Це має зробити мережу стійкішою до атак, таких як атаки «51%», коли зловмисники можуть контролювати більшість потужностей мережі.

Ключові слова: блокчейн, випадковий вибір, контрольні точки, вузли, валідація.

T.O. HORELICOVA

Zaporizhzhia National University

O.V. CHOPOROVA

Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman

RANDOMIZED BLOCK CONFIRMATION IN BLOCKCHAIN SYSTEMS

The article proposes a method called «Randomized Block Verification» designed to improve the security, decentralization, and efficiency of blockchain networks of various scales. The method is based on randomly selecting nodes to verify transactions and implementing checkpoints to ensure data consistency, failure recovery, and error correction. Randomness in the selection of verifying nodes makes centralized manipulation of the network impossible, reduces the risk of collusion and malicious influence by large participants, and makes attacks much more difficult and less predictable. Checkpoints allow the system to regularly check the state of the blockchain, automatically correct inaccuracies, and provide adaptive recovery from technical failures or targeted attacks, including 51% attacks, double blocking, and attempts to censor transactions. To reliably store critical data, checkpoints are duplicated on several super-nodes, which are randomly selected with a hash verification mechanism based on cryptographically protected random numbers, which makes it impossible to forge or change information. The implementation of random node selection also reduces the computational burden on participants, increases the performance and scalability of the system, allows for faster confirmation of blocks and processing of a larger number of transactions. The method demonstrates an effective combination of the principles of decentralization, cryptographic protection and adaptive data control. It aims to eliminate some of the shortcomings of classical systems, such as the centralization of validators, high vulnerability to system interference, data forgery and falsification, and the inability to retrospectively verify data, and opens up new opportunities for creating secure, scalable and reliable blockchain networks with high resistance to malicious actions and technical failures. The random selection of participants is intended to make it more difficult to manipulate the blockchain, as it is not possible to predict who will validate blocks. This should make the network more resistant to attacks such as «51%» attacks, where attackers can control most of the network's capacity.

Key words: blockchain, random selection, checkpoints, nodes, validation.

Постановка проблеми

Розвиток блокчейн-технологій завжди супроводжувався пошуком компромісу між безпекою, децентралізацією (розподіл контролю та управління мережею між багатьма учасниками (вузлами), а не концентрацію його в руках єдиного центрального органу чи посередника) та ефективністю. Стандартні методи підтвердження блоків, такі як Proof-of-Work (PoW) та Proof-of-Stake (PoS), мають свої обмеження. PoW забезпечує децентралізацію, але потребує великих обчислювальних ресурсів, що робить його енергозатратним, повільним, уразливим до атак. PoS, своєю чергою, хоча й пришвидшує роботу блокчейну, проте не вирішує питання безпеки, адже більший контроль над блокчейн-системою отримують ті, хто має більше ресурсів у цій системі (порушення принципів децентралізації) [1; 2].

Атаки на блокчейн-системи є серйозними загрозами для їхньої безпеки та стійкості, оскільки вони підривають довіру, децентралізацію та консенсус (механізм або набір правил, за допомогою яких вузли розподіленої мережі (комп'ютери) доходять загальної згоди щодо правильності та порядку транзакцій), які є основою цієї технології. Однією з найвідоміших проблем є атака «51%», за якої зловмисник, котрий володіє більше ніж половиною обчислювальних потужностей мережі (частіше зустрічається в системах PoW), може переписувати блоки та історію транзакцій. Прикладом є атака на Ethereum Classic, яка спричинила крадіжку коштів у розмірі мільйона доларів і завдала шкоди репутації мережі, та випадок із Bitcoin Gold, де атака «51%» дала змогу зловмисникам украсти кошти на суму понад 18 млн доларів [3].

Не менш небезпечна і сибіл-атака, яка передбачає створення безлічі підроблених вузлів для отримання непропорційного впливу на мережу. Подібні атаки особливо критичні для блокчейнів, де консенсус залежить від голосування чи репутації вузлів (PoS та інші на цій основі). Наприклад, у системах Delegated PoS зловмисник може маніпулювати виборами валідаторів, створюючи загрозу централізації та консенсусу. Результатом таких атак стає утрата контролю над системою та уразливість мережі перед зміною інформації, що зберігається, і підробкою нової.

Атаки на консенсус також демонструють значний ризик. Вони включають маніпуляції процесом додавання блоків або впливу на валідаторів. У деяких системах зловмисники можуть вступати в змову для контролю мережі, як це було у блокчейні EOS. Ці дії підривають прозорість та рівноправність учасників, що, своєю чергою, ставить під сумнів децентралізованість мережі [4].

Окрім цього зараз існують більш тонкі атаки, такі як eclipse-атака, за якої вузол блокчейна ізолюється й отримує неправдиву інформацію про блоки та транзакції. Це дає зловмисникам змогу маніпулювати роботою вузла та порушувати консенсус, адже у класичній блокчейн-системі кожен вузол бере участь у погодженні кожної транзакції. Якщо eclipse-атака ізолює певну кількість вузлів, система буде дискредитована.

Зрештою, усі ці загрози демонструють важливість розроблення стійких механізмів захисту блокчейнів. Спеціалісти із захисту інформації вже деякий час працюють над цією проблемою, і були запропоновані деякі рішення. Системи, де вузли перевіряють лише випадково вибрані блоки або розподіляють обчислювальні завдання за випадковим принципом, можуть значно підвищити стійкість мережі до даних атак.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Концепція, коли для перевірки нових блоків випадково чи за заданим принципом вибираються вузли, уже використовується в деяких сучасних блокчейн-проектах, хоча реалізується у різних варіаціях. Наприклад, у блокчейнах, які працюють на алгоритмах консенсусу PoS або його різновидах, вузли-валідатори вибираються по рівнях з урахуванням їх матеріального внеску в мережу. У таких системах, як Ethereum 2.0, Tezos або Cardano, для створення та перевірки блоків використовується принцип вибору, який базується на кількості монет, внесених у систему власником вузла.

Ethereum перейшов на алгоритм PoS з оновленням The Merge, що завершилось 15 вересня 2022 р., суттєво знизивши енергоспоживання (~на 99%). Для роботи валідатором необхідно придбати 32 ETH. Вибір валідатора для пропозиції блоку відбувається пропорційно обсягу вкладених коштів [5]. Це може створити ситуацію, коли кілька груп валідаторів можуть координувати дії чи стати об'єктом тиску з боку засновників мережі. Додатковим слабким місцем є уразливість до атаки довгострокової реорганізації ланцюга, якщо старі валідатори розпродують ключі зловмиснику.

Проект Cardano використовує серію доказово безпечних PoS-протоколів Ouroboros, розроблених академічною групою під керівництвом Аггелос Кіайас (Університет Единбургу) [6; 7]. Cardano з протоколом Ouroboros позиціонується як найбільш формалізоване та математично обґрунтоване рішення PoS. Проте теоретична бездоганність приховує низку практичних слабкостей. По-перше, протокол складний у реалізації та потребує ідеальної роботи механізму криптографічної випадковості для вибору учасників мережі, який не реалізований практично. Будь-які уразливості у генерації випадкових чисел потенційно можуть використовуватися для передбачення чи заміни вибраних учасників. По-друге, Cardano страждає від того самого ризику централізації вузлів, що й Ethereum: незважаючи на велику кількість наборів вузлів, частка стейка розподілена нерівномірно. Окрім того, в умовах низької активності учасників децентралізація мережі виявляється скоріше декларативною, ніж фактичною. У реальній атаці достатньо контролювати кілька великих наборів вузлів, щоб вплинути на порядок блоків.

Tezos – блокчейн із консенсусом Liquid PoS, розроблений Артуром і Кетлін Брейтман. Валідатори вибираються за допомогою псевдовипадкового генератора (PRNG) на основі значення заплачених монет, збереженого в блокчейні, тобто результати детерміновані, але непередбачувані завчасно [8]. Tezos використовує механізм Liquid Proof-of-Stake (LPoS), який дає змогу користувачам делегувати свої права у мережі іншим учасникам мережі без утрати власності на токени (монети), що заборонено в інших механізмах. Це означає, що власник токенів передає іншому учаснику право виконувати дії вузла від його імені у процесі управління мережею, але при цьому сам залишається власником токенів і може їх використовувати або забрати назад у будь-який момент. Такий підхід значно спрощує участь у мережевому управлінні, оскільки не всі користувачі мають технічну можливість або бажання безпосередньо брати участь у роботі мережі.

Водночас виникає структурна проблема: делегування фактично концентрує вузли у невеликій групі операторів, що знижує рівень децентралізації та підвищує ризик координації між ними для власної вигоди.

Хоча мережа передбачає штрафи за порушення правил, наприклад за одночасне створення двох блоків (атака «подвійного блокування»), оператори з великою кількістю делегованих токенів можуть проводити цензуру транзакцій або маніпулювати валідацією. Таким чином, система залишається уразливою до концентрації впливу через делегування та соціальний тиск на основних учасників.

Інший підхід застосовується в алгоритмі Pure PoS, який реалізований у блокчейні Algorand. У цій моделі вузли, що беруть участь у валідації транзакцій та створенні нових блоків, вибираються випадковим чином, але ймовірність вибору вузла прямо пропорційна обсягу його стейку (кількості токенів).

Pure PoS був запропонований Сільвіо Мікалі (MIT) і впроваджений у Algorand, який стартував у 2019 р. Головна особливість алгоритму – секретний самовибір учасників консенсусу. Кожен вузол локально запускає Verifiable Random Function (VRF), яка визначає, чи буде вузол автором нового блоку або братиме участь у верифікації. Ймовірність вибору пропорційна стейку вузла.

Після цього вузол створює доказ вибору (proof), який може перевірити будь-який інший учасник мережі. При цьому особистість вибраного вузла стає відомою лише під час поширення

повідомлення про блок, що захищає мережу від атак типу DDoS. Завдяки цьому забезпечується ще більш рівномірний розподіл навантаження на мережу, а також зменшуються витрати часу на досягнення консенсусу [9]. Однак ключова вада тут – залежність від активності учасників. Насправді, лише небагато користувачів підтримують вузли, лише купують місце у мережі за токени та делегують участь валідації спеціалізованим структурам. Це руйнує ідею повної децентралізації та призводить до концентрації управління мережею колом людей. Ще однією уразливістю є так звана проблема «диллюції безпеки»: за надто низької кількості активних учасників імовірність атак усередині невеликих груп зростає.

Системи з шардінгом, такі як Zilliqa, також використовують механізм випадкового вибору вузлів для перевірки окремих сегментів ланцюжка. У шардінгових системах блокчейн розділений на шарди – невеликі незалежні частини, кожна з яких перевіряється окремою групою вузлів. Це дає змогу суттєво підвищити масштабованість мережі, адже кожен вузол відповідає лише за частину даних, а не за весь блокчейн. Теоретично така архітектура дає масштабованість та енергоефективність, але її складність – це водночас і головний мінус. Система шардингу уразлива до атак на малі шарди: якщо зловмисник контролює більше третини вузлів у конкретному шарді, він може порушити його роботу, підмінити дані чи додати невалідовані дані. Це особливо небезпечно в періоди, коли загальна кількість учасників невелика і деякі шарди виявляються занадто малими.

Нижче наведено табл. 1, що дає змогу наочно порівняти особливості Ethereum 2.0, Tezos, Cardano, Algorand і Zilliqa та оцінити ризики й переваги кожної системи.

Табл. 1 демонструє порівняння п'яти популярних блокчейн-мереж за ключовими параметрами їхніх механізмів консенсусу. Вона включає:

– Тип консенсусу – алгоритм, який забезпечує підтвердження транзакцій і створення блоків у мережі.

– Сильні сторони – основні переваги та технічні переваги кожного механізму консенсусу, що підвищують безпеку та ефективність мережі.

– Основні недоліки – обмеження та складнощі, пов'язані з участю користувачів, енергоспоживанням або централізацією.

– Уразливості до атак – потенційні загрози, на які мережа може бути схильна через концентрацію впливу, технічні особливості алгоритму або людський фактор.

Хоча всі ці підходи частково відображають ідею випадкового вибору вузлів для перевірки блоків і ланцюгів, ідея, коли вузли повного типу (Full Node) перевіряють лише випадково вибрані частини ланцюжка, не є загальноприйнятою практикою. Така концепція може мати великий потенціал, оскільки дає змогу суттєво знизити навантаження на вузли без утрати безпеки [3].

Таблиця 1

Порівняльна характеристика блокчейн-мереж за механізмом консенсусу

Мережа	Консенсус	Сильні сторони	Основні недоліки	Уразливості до атак
Ethereum 2.0	PoS	Математична безпека, механізми розподілу, фіналізація блоків	Високий бар'єр входу (32 ЕТН), концентрація у стейкінг-пулах, складність для звичайних користувачів	Long-range атака при продажі ключів, централізація пулів може імітувати 51%-атаку
Tezos	PoS	Доступність для делегування, низький поріг участі	Централізація у операторів, залежність учасників від довіри до валідатора	Маніпуляції під час валідації, продаж делегації вузла, цензура транзакцій

Продовження таблиці 1

Мережа	Консенсус	Сильні сторони	Основні недоліки	Уразливості до атак
Cardano	Ouroboros PoS	Формально доведена безпека, низьке енергоспоживання	Складність протоколу, залежність від випадковості, нерівномірний розподіл стейку	Захоплення кількох великих наборів вузлів може вплинути на мережу, атаки за слабкої генерації випадковості
Algorand	Pure PoS	Анонімний вибір валідаторів, швидка фіналізація, висока теоретична децентралізація	Низька активність користувачів, залежність від активності мережі	За низької активності можлива «розбавленість безпеки», зниження стійкості до довгострокових атак
Zilliqa	Гібрид (шардинг)	Масштабованість, висока пропускна здатність, стійкість до класичної 51%-атаки	Складність реалізації, енергоспоживання, ризик слабких шард	Захоплення $>1/3$ вузлів у шарді, атаки на малі шарди за низької диверсифікації

Саме тому був розроблений і запропонований метод «Рандомізоване підтвердження блоків», який використовує випадковий вибір вузлів для перевірки транзакцій та контрольні точки для забезпечення узгодженості даних одночасно.

Мета дослідження

Мета методу: забезпечити безпечну, децентралізовану та ефективну перевірку транзакцій у блокчейн-мережі, зменшити ризики централізації та маніпуляцій, а також підвищити стійкість системи до різноманітних атак і збоїв.

Завдання, які вирішує метод:

Децентралізація перевірки транзакцій: випадковий вибір вузлів для підтвердження блоків унеможливорює концентрацію голосів і централізовані маніпуляції.

Захист від атак: метод підвищує стійкість мережі до атак типу «51%», подвійного блокування, цензури транзакцій та картелізації великих учасників.

Забезпечення узгодженості даних: контрольні точки гарантують перевірку цілісності блокчейну та корекцію помилок у разі їх накопичення.

Відновлення після збоїв: система може адаптивно відновлювати стан блокчейну з останньої контрольної точки, мінімізуючи втрати даних і порушення цілісності транзакцій.

Підвищення ефективності та масштабованості: обмежена група випадково вибраних перевіряючих зменшує обчислювальне навантаження на вузли, прискорює процес підтвердження блоків та підвищує продуктивність мережі.

Надійне збереження критичних даних: супервузли зберігають контрольні точки з резервуванням та механізмами перевірки хешів, що унеможливорює підробку або втрату інформації.

Цей підхід базується на фундаментальній ідеї про те, що якщо учасники процесу підтвердження вибираються випадковим чином, то жоден окремий вузол або група не зможуть заздалегідь передбачити, хто саме буде здійснювати перевірку. Це унеможливорює централізоване маніпулювання мережею та робить атаки значно складнішими. Також випадковість у виборі контрольних точок дає змогу запобігати можливому накопиченню помилкових даних у блокчейні, оскільки система автоматично перевіряє та коригує інформацію.

Уведення контрольних точок дає змогу мережі самостійно відновлюватися після збоїв або атак. Це важливо, адже класичні блокчейни працюють у режимі безперервного додавання нових блоків без можливості ретроспективної перевірки. Якщо у традиційних системах будь-яка помилка або злом може викликати значні проблеми, то новий метод дає змогу блокчейну адаптивно відновлюватися, підтримуючи стабільність і цілісність транзакцій.

У цьому методі використовується випадковий вибір учасників, які будуть перевіряти транзакції та блоки. Це означає, що не всі учасники мережі перевіряють усі транзакції, а лише вибрана випадкова, кожний раз різна група. Для того щоб вибір цієї групи був справедливим, використовуються криптографічно захищені випадкові числа (генеровані за допомогою квантового генератора випадкових чисел). Такий підхід дає змогу значно зменшити обсяг обчислень для кожного учасника, зберігаючи при цьому високу ступінь безпеки, оскільки система стає менш уразливою до атак.

Наприклад, замість того щоб кожен учасник перевіряв увесь ланцюг блоків, система випадковим чином вибирає певну кількість учасників, які займаються перевіркою транзакцій. Це дає змогу розвантажити мережу та прискорити процес підтвердження блоків, а також ускладнити можливість маніпуляцій або атак із боку великих гравців.

У даному разі контрольні точки у цьому методі є визначеними моментами часу, коли перевірка даних відбувається більш ретельно. Вибір цих точок також здійснюється на основі випадковості, щоб уникнути маніпулювання системою. Кожна контрольна точка має певну кількість перевірок та кваліфікованих учасників, що дає можливість зробити мережу більш стійкою до змін і зловмисних атак.

Контрольні точки – це заздалегідь визначені моменти або етапи у ланцюзі блоків, коли система «перевіряє» стан блокчейн-мережі, перевіряючи правильність і консистентність даних.

Вони використовуються для двох основних завдань. Перше – це перевірка цілісності даних. Кожен вузол, працюючи з блоками, перевіряє, чи збігаються дані в контрольних точках із установленими стандартами. Якщо є відхилення від них, система автоматично запускає механізми корекції, попереджаючи учасників про потенційні порушення. Друге – відновлення у разі збою. Контрольні точки діють як «пам'ять» системи. У разі збоїв чи атак на мережу (наприклад, за спроби маніпуляції блоками чи спотворення даних), можна здійснити відновлення з останньої контрольної точки, що зменшує ймовірність втрати критично важливої інформації.

Контрольні точки зберігаються к супервузлах (Super Nodes). Це спеціальні вузли, які виконують додаткову функцію збереження важливих даних мережі, зокрема контрольних точок.

Для збереження контрольних точок мережа вибирає групу супервузлів випадковим чином. Це зменшує ймовірність атак та маніпуляцій. Вибір базується на алгоритмі випадковості.

Кожна контрольна точка копіюється на кілька (пропорційна кількості мережі) супервузлів, що підвищує надійність. Наприклад, якщо контрольна точка створена в блоці 1 000, вона буде розміщена мінімум на 10 супервузлах, і для її відновлення потрібно підтвердження хоча б семи з них. Цю кількість можна варіювати.

Хеш контрольної точки записується в блокчейн, що унеможлиблює її зміну або підробку. Якщо дані на певному супервузлі будуть змінені, система зможе перевірити достовірність, порівнявши хеші.

Коли вузол потребує перевірки або відновлення, він надсилає запит до супер-вузлів. Щоб підтвердити правильність контрольної точки, мінімум 80% супервузлів повинні надати однакову версію даних.

Деякі звичайні вузли можуть кешувати контрольні точки для швидшого доступу, зменшуючи навантаження на супервузли.

Якщо супервузол виходить із мережі, мережа автоматично вибирає новий супервузол і копіює на нього контрольні точки. Якщо вузол втрачає дані, він отримує їх від інших супервузлів, використовуючи механізм перевірки хешів [1; 2].

Виклад основного матеріалу дослідження

Для забезпечення випадковості вибору учасників для валідації блоків використовуються криптографічно захищені випадкові числа. Це можуть бути числа, згенеровані на основі

еліптичних кривих (наприклад, рівняння $y^2 = x^3 + a \cdot x + b$, де a і b – параметри кривої, а x і y – координати точок на кривій). Це дає змогу отримати передбачувані випадкові значення, які є важливими для чесного та захищеного процесу вибору учасників.

Замість того щоб кожен вузол перевіряв усі блоки, як у традиційних блокчейн-системах, використовується метод випадкового розподілу навантаження. Після того як майнер створює новий блок і вирішує криптографічну задачу (PoW), блок передається у мережу. Для перевірки цього блоку випадковим чином вибирається підмножина вузлів (у межах визначеного діапазону), що дає змогу рівномірно розподілити навантаження і знизити обчислювальні витрати.

Для валідації блоків використовується випадковий вибір контрольних точок – блоків, які підлягають перевірці. Це дає змогу зменшити кількість блоків, які перевіряються, оскільки перевіряються лише випадково вибрані блоки, а не весь ланцюг.

Для оптимізації перевірки блоків і забезпечення їх цілісності використовується структура Меркле-дерева. Кожен блок перетворюється на унікальний хеш, який об'єднується з хешами сусідніх блоків, утворюючи новий хеш для батьківського вузла. Процес триває до кореня дерева, який містить загальний хеш усього ланцюга. Це дає змогу перевіряти лише частину даних, що значно знижує навантаження на мережу.

За допомогою математичної операції модуля ($r \times |N|$) визначається, які саме вузли будуть брати участь у перевірці блоку. Це дає змогу рівномірно розподілити навантаження між усіма учасниками мережі та мінімізувати ресурси, необхідні для валідації. Вузли перевіряють лише випадково вибрані частини блокчейну, а не весь ланцюг.

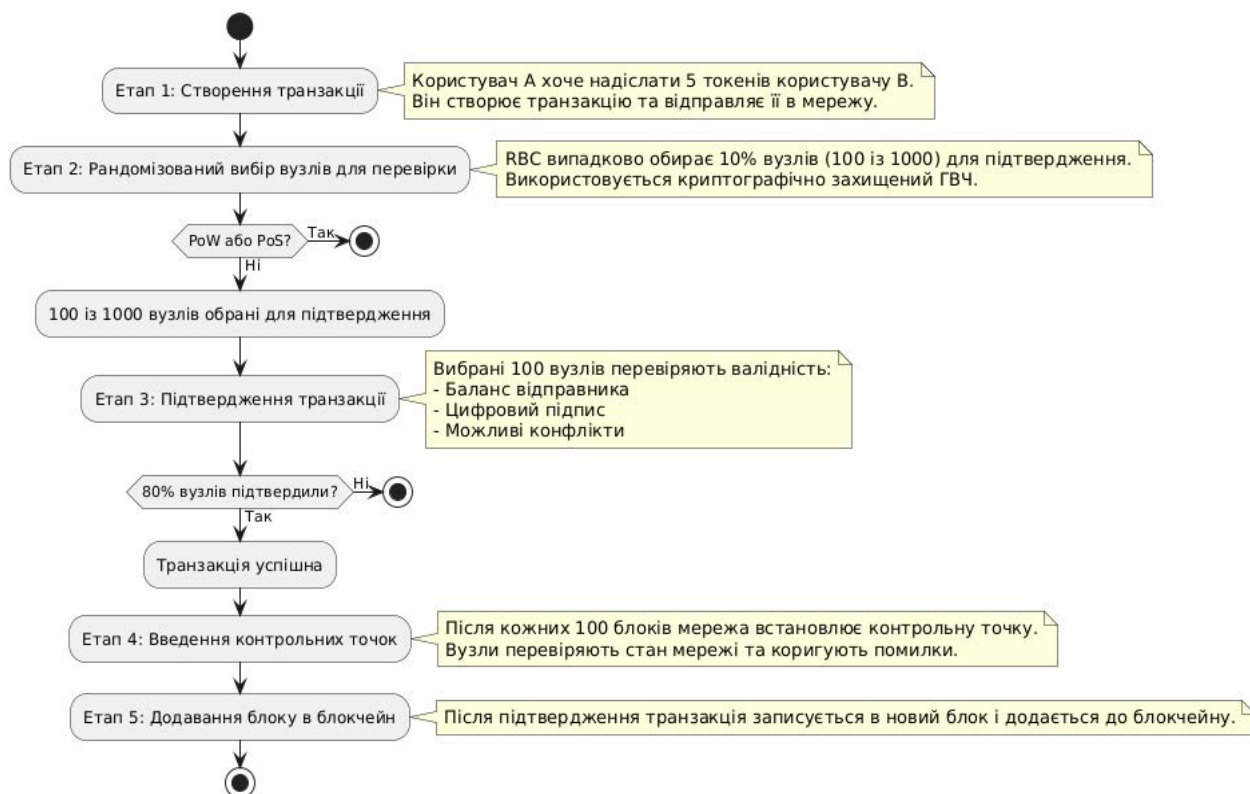


Рис. 1. Блок-схема прикладу роботи мережі з методом RBC

Джерело: розроблено авторами

Якщо хеш кореня Меркле-дерева не збігається, мережа ініціює поглиблену перевірку даних, починаючи з гілок дерева. Це дає змогу швидко виявити маніпуляції та атакувати несанкціоновані зміни, що забезпечує високу безпеку системи.

Система, заснована на випадковому виборі учасників і контрольних точок, робить блокчейн більш стійким до атак та маніпуляцій, оскільки процес перевірки блоків повністю непередбачуваний. Це забезпечує більшу безпеку і децентралізацію мережі.

Блок-схема описує процес підтвердження транзакцій у RBC. Спочатку користувач А створює транзакцію та відправляє її у мережу. Далі випадково вибирається 10% вузлів для перевірки, використовуючи криптографічно захищений генератор випадкових чисел. Вибрані вузли перевіряють баланс відправника, цифровий підпис і можливі конфлікти. Якщо 80% із них підтверджують транзакцію, вона вважається успішною. Після кожних 100 блоків мережа створює контрольну точку для перевірки та виправлення можливих помилок. Завершальний етап – додавання підтвердженої транзакції до нового блоку в блокчейні.

Переваги методу:

- Ефективність. Використання випадкового вибору учасників і контрольних точок дає змогу значно зменшити обчислювальні витрати на перевірку блоків. Мережа може обробляти більшу кількість блоків і транзакцій за менший час, що підвищує загальну ефективність та масштабованість системи.

- Справедливість і рівність. Випадковий вибір учасників для валідації дає кожному вузлу мережі рівні шанси бути вибраним для перевірки блоків, що дає змогу уникнути ситуацій із централізацією контролю і зловживаннями.

- Безпека. Використання криптографічних методів для генерації випадкових чисел і побудови Меркле-дерев забезпечує високу стійкість до атак і маніпуляцій із боку зловмисників. Мережа має високу ступінь захисту від фальсифікацій і несанкціонованих змін.

- Децентралізація. Завдяки випадковому вибору вузлів для перевірки блоків мережа стає більш децентралізованою. Це означає, що жоден вузол не має можливості взяти на себе повний контроль над валідацією блоків, що значно знижує ризик централізованих атак або маніпуляцій із боку великих учасників.

- Покращення масштабованості. Замість того щоб кожен учасник перевіряв кожен блок, що сильно навантажує систему, випадковий вибір учасників дає змогу зменшити кількість перевірок і тим самим підвищити пропускну здатність системи. Це дає блокчейну змогу масштабуватися і обробляти більше транзакцій без значних затрат на обчислення.

- Зниження витрат на обчислення. Метод випадкового вибору дає змогу знизити обчислювальні витрати, оскільки не потрібно перевіряти кожен блок або кожну транзакцію. Це робить процес валідації більш економічним і дає змогу знизити витрати на енергію.

- Забезпечення високої безпеки та довіри. Випадковий вибір і контрольні точки дають змогу забезпечити високий рівень безпеки, оскільки зловмисникам важко маніпулювати системою, коли вони не можуть передбачити, які блоки будуть перевірятися, а також який вузол буде вибраний для перевірки.

Об'єднаний метод випадкового вибору учасників і контрольних точок є ефективним та реальним підходом до покращення роботи блокчейн-систем. Завдяки цьому методу можна значно підвищити масштабованість, безпеку та децентралізацію, зменшуючи витрати на обчислення та забезпечуючи рівні шанси для всіх учасників у процесі валідації. Це відкриває нові можливості для розвитку блокчейн-технологій.

Висновки

Цей метод є реальним та ефективним завдяки поєднанню криптографії, випадковості й математичних моделей, які разом створюють нову ефективну систему для перевірки транзакцій. Випадковий вибір учасників дає змогу значно знизити обчислювальні витрати, покращити продуктивність системи та зробити її більш стійкою до маніпуляцій. Криптографічні механізми, які використовуються для забезпечення випадковості, гарантують, що процес вибору учасників залишається прозорим і безпечним.

Метод «Рандомізоване підтвердження блоків» реалізує низку принципів покращень порівняно з класичними механізмами консенсусу, такими як PoS або Liquid PoS:

- Учасники, які підтверджують транзакції та блоки, вибираються випадково за допомогою криптографічно захищених генераторів випадкових чисел.

- Жоден вузол або група не може передбачити, хто буде перевіряти транзакції, що унеможливує централізоване маніпулювання мережею та знижує ризик картелізації великих учасників.

- Зменшує ймовірність атак, пов'язаних із концентрацією голосів, цільовими маніпуляціями або цензурою транзакцій.

- Контрольні точки визначаються у певні моменти часу та використовуються для ретельної перевірки стану блокчейну.

- Кожна контрольна точка перевіряється кваліфікованою групою вузлів, що гарантує коректність і цілісність даних.

- У разі збоїв або атак мережа може відновити стан блокчейну з останньої контрольної точки, що знижує ризик втрати критично важливої інформації і робить систему більш стійкою до довгострокових атак.

- Контрольні точки дублюються на кількох випадково вибраних супервузлах, що зменшує можливість маніпуляцій і підвищує надійність збереження даних.

- Хеш контрольної точки записується в блокчейн, що унеможливує її зміну або підробку.

- Для підтвердження правильності контрольної точки необхідна консенсусна згода більшості супервузлів (наприклад, $\geq 80\%$), що ускладнює атаки на окремі вузли та маніпуляції даними.

- Не всі вузли перевіряють увесь ланцюг блоків, а лише вибрана випадковим чином група, що зменшує обчислювальні витрати без зниження безпеки.

- Мережа стає більш масштабованою та швидшою, а процес підтвердження блоків – оперативнішим.

- Випадковість вибору вузлів та контрольних точок ускладнює проведення атак типу «51%», подвійного блокування та цензури транзакцій.

- Контрольні точки дають змогу швидко відновити консистентний стан мережі після будь-яких спроб маніпуляцій або збою вузлів.

Цей метод поєднує кілька технологій, таких як криптографія для забезпечення випадковості, нові математичні моделі для оптимізації процесів перевірки і захисту від атак, а також випадковий вибір учасників, що допомагає зберігати баланс у децентралізованій мережі. Це дає змогу значно покращити масштабованість і безпеку блокчейн-систем без втрати її децентралізованої природи.

Оскільки перевірка транзакцій відбувається лише для вибраної групи учасників, усі інші вузли можуть зосередитися на своїх завданнях, не витрачаючи надмірних ресурсів на обробку всіх транзакцій. Це дає змогу мережі працювати швидше та ефективніше.

Випадковий вибір учасників ускладнює маніпуляції з блокчейном, оскільки не можна передбачити, хто буде перевіряти блоки. Це робить мережу стійкішою до атак, таких як атаки «51%», коли зловмисники можуть контролювати більшість потужностей мережі.

Завдяки випадковому вибору учасників для валідації цей метод не дає змоги великим компаніям або майнінговим пулам отримати занадто великий контроль над мережею. Кожен учасник має рівні шанси бути вибраним для перевірки блоків, що допомагає зберігати принципи рівності та справедливості в мережі.

Завдяки цьому методу блокчейн-системи можуть бути більш масштабованими, безпечними і ефективними, що відкриває нові можливості для їх використання в різноманітних сферах.

Список використаної літератури

1. Horelikova T.O. Enhanced data protection in blockchain: mitigating tampering and deletion through randomized checkpoints. *Infocommunication and Computer Technologies*. 2024. Т. 2. Р. 40–47. <https://doi.org/10.36994/2788-5518-2024-02-08-05>
2. Горелікова Т.О. Механізм захисту інформації від підміни та видалення у блокчейн-мережах. *Екзистенційні виклики освіти, науки, безпеки та здоров'я в сучасних умовах: дослідження молодих учених*, м. Одеса, 12 грудня 2024 р. Одеса, 2024. С. 89. <https://doi.org/10.32782/2663-5682/2024/41/19>
3. Saad M., Spaulding J., Njilla L., Kamhoua C., Shetty S., Nyang D. Aziz Mohaisen, Exploring the Attack Surface of Blockchain: A Systematic Overview. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. 2020. <https://doi.org/10.1109/COMST.2020.2975999>
4. Guru A., Mohanta B.K., Mohapatra H., Al-Turjman F., Altrjman, C., Yadav A. A Survey on Consensus Protocols and Attacks on Blockchain Technology. *Journals Applied Sciences*. 2023. Т. 13, № 4. Р. 2604. <https://doi.org/10.3390/app13042604>
5. Neu J., Kiayias A., Danezis G. Incentive Analysis of Ethereum's Proof-of-Stake Protocol. *IEEE Symposium on Security and Privacy*. 2023. <https://doi.org/10.1109/SP46215.2023.00108>
6. Kiayias A., Russell A. Ouroboros-BFT: A Simple Byzantine Fault Tolerant Consensus Protocol [Cryptology ePrint Archive. 2018]. URL: <https://eprint.iacr.org/2018/1049.pdf>
7. David B., Gaži P., Kiayias A., Russell A. Ouroboros Praos: An adaptively-secure, semi-synchronous proof-of-stake protocol. *Edinburgh Research Explorer*. 2017. Р. 573. https://doi.org/10.1007/978-3-319-78375-8_3
8. Neuder M., Moroz D. Rithvik Rao R., Parks D. Defending Against Malicious Reorgs in Tezos Proof-of-Stake. *AFT '20: Proceedings of the 2nd ACM Conference on Advances in Financial Technologies*, New York, October 21–23. NY, United States. 2020. Р. 46–58. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2009.0541>
9. Gilad Y., Hemo R., Micali S., Vlachos G., Zeldovich N. Algorand : Scaling Byzantine Agreements for Cryptocurrencies. 2017. URL: <https://people.csail.mit.edu/nickolai/papers/gilad-algorand-eprint.pdf> (дата звернення: 11.10.2025).

References

1. Horelikova, T.O. (2024). Enhanced data protection in blockchain: mitigating tampering and deletion through randomized checkpoints. *Infocommunication and Computer Technologies*, 2, 40–47. <https://doi.org/10.36994/2788-5518-2024-02-08-05> [in English].
2. Horelikova, T.O. (2024). Mekhanizm zakhystu informatsii vid pidminy ta vydalennia u blokchein-merezhakh [Mechanism for protecting information from substitution and deletion in blockchain networks], *Ekzystentsiini vyklyky osvity, nauky, bezpeky ta zdorovia v suchasnykh umovakh: doslidzhennia molodykh uchenykh, materialy Vseukrainskoi naukovo-praktychnoi konferentsii* [Existential challenges of education, science, security and health in modern conditions: Research by young scientists, Proceedings of the All-Ukrainian Scientific and Practical Conference], Odessa, December 12, 2024. <https://doi.org/10.32782/2663-5682/2024/41/19> [in Ukrainian].
3. Saad, M., Spaulding, J., Njilla, L., Kamhoua, C., Shetty, S., Nyang, D., & Aziz Mohaisen, A. (2020). Exploring the Attack Surface of Blockchain: A Systematic Overview. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*. <https://doi.org/10.1109/COMST.2020.2975999> [in English].
4. Guru, A., Mohanta, B.K., Mohapatra, H., Al-Turjman, F., Altrjman, C., & Yadav, A. (2023). A Survey on Consensus Protocols and Attacks on Blockchain Technology. *Journals Applied Sciences*, 13 (4), 2604. <https://doi.org/10.3390/app13042604> [in English].
5. Neu, J., Kiayias, A., & Danezis, G. (2023). Incentive Analysis of Ethereum's Proof-of-Stake Protocol. *IEEE Symposium on Security and Privacy*. <https://doi.org/10.1109/SP46215.2023.00108> [in English].

6. Kiayias, A., & Russell, A. (2018). Ouroboros-BFT: A Simple Byzantine Fault Tolerant Consensus Protocol [Cryptology ePrint Archive]. Retrieved from <https://eprint.iacr.org/2018/1049.pdf> [in English].
7. David, B., Gaži, P., Kiayias, A., & Russell, A. (2017). Ouroboros Praos: An adaptively-secure, semi-synchronous proof-of-stake protocol. *Edinburgh Research Explorer*. https://doi.org/10.1007/978-3-319-78375-8_3 [in English].
8. Neuder, M., Moroz, D., Rithvik Rao, R., & Parks, D. (2020). Defending Against Malicious Reorgs in Tezos Proof-of-Stake. *AFT '20: Proceedings of the 2nd ACM Conference on Advances in Financial Technologies*, New York, October 21–23. NY, United States. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2009.0541> [in English].
9. Gilad, Y., Hemo, R., Micali, S., Vlachos G., & Zeldovich, N. (2017). Algorand: Scaling Byzantine Agreements for Cryptocurrencies. [arXiv]. Retrieved from <https://people.csail.mit.edu/nickolai/papers/gilad-algorand-eprint.pdf> [in English].

Горелікова Тетяна Олексіївна – здобувач вищої освіти на третьому (освітньо-науковому) рівні вищої освіти за спеціальністю «Комп'ютерні науки» Запорізького національного університету. E-mail: uyxkdyc@gmail.com, ORCID: 0009-0001-9098-4618.

Чопорова Оксана Володимирівна – доктор філософії, доцент кафедри комп'ютерних наук Київського національного економічного університету імені Вадима Гетьмана. E-mail: o.choporova@gmail.com, ORCID: 0000-0003-3167-7869.

Horelikova Tetiana Oleksiivna – Postgraduate Student in Computer Science of the Zaporizhzhia National University. E-mail: uyxkdyc@gmail.com, ORCID: 0009-0001-9098-4618.

Choporova Oksana Volodymyrivna – PhD in Computer Science, Associate Professor at the Department of Computer Science of the Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman. E-mail: o.choporova@gmail.com, ORCID: 0000-0003-3167-7869.



Дата надходження статті: 31.10.2025

Дата прийняття статті: 02.12.2025

Опубліковано: 30.12.2025

O.M. GUMEN, S.O. STARIKOV

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

MOBILE EDUCATIONAL PLATFORMS AS A TOOL FOR DEVELOPING STUDENTS' INDEPENDENT LEARNING ACTIVITY

The modernization of higher education is inextricably linked with the processes of digitalization and the integration of innovative learning technologies. Mobile educational platforms, accessible through smartphones and tablets, are becoming a powerful tool for transforming the educational process, shifting the focus from traditional classroom teaching to independent cognitive activity. This article explores the didactic potential of mobile platforms for developing students' academic autonomy, self-organization skills, and ability to manage their own educational trajectory. The analysis covers the key characteristics of mobile learning, such as accessibility, flexibility, personalization, and interactivity, which directly contribute to the formation of self-regulated learning skills. The psychological and pedagogical aspects of the influence of mobile technologies on motivation and cognitive activity are considered. Potential risks and limitations of the digital educational environment are also identified, including the problem of digital inequality, information overload, and the need for developing digital literacy. The conclusions emphasize the strategic importance of integrating mobile technologies into the higher education system to prepare competitive specialists capable of continuous self-education in a rapidly changing world.

An important condition for the effective use of mobile educational platforms is pedagogical support and methodological guidance. In particular, the role of the teacher changes: they act not only as a source of knowledge but also as a mentor in the digital learning environment. Such interaction promotes the development of students' responsibility, self-control, and self-education skills. However, there are certain challenges – technical limitations, insufficient digital literacy among teachers, and the need to protect users' personal data. Despite these difficulties, mobile educational platforms are an important tool for developing students' independent learning activities, as they combine accessibility, interactivity, and personalization of the educational process. Their effective implementation requires adequate digital infrastructure, teacher training, and methodological support.

Key words: mobile learning, educational platforms, independent learning activity, self-education, digitalization of education, cognitive activity.

O.M. ГУМЕН, С.О. СТАРІКОВ

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

МОБІЛЬНІ ОСВІТНІ ПЛАТФОРМИ ЯК ІНСТРУМЕНТ РОЗВИТКУ САМОСТІЙНОЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТУДЕНТІВ

Модернізація вищої освіти нерозривно пов'язана з процесами цифровізації та впровадження інноваційних технологій навчання. Мобільні освітні платформи, доступні через смартфони та планшети, стають потужним інструментом трансформації навчального процесу, переносячи акцент із традиційного аудиторного навчання на самостійну пізнавальну діяльність. У статті досліджується дидактичний потенціал мобільних платформ для розвитку академічної автономності студентів, навичок самоорганізації та вміння керувати власною освітньою траєкторією. Проаналізовано ключові характеристики мобільного навчання, такі як доступність, гнучкість, персоналізація та інтерактивність, які безпосередньо сприяють формуванню навичок саморегульованого навчання. Розглянуто психолого-педагогічні аспекти впливу мобільних технологій на мотивацію та пізнавальну активність. Визначено потенційні ризики та обмеження цифрового освітнього середовища, серед яких – проблема цифрової нерівності, інформаційне перевантаження та необхідність розвитку цифрової грамотності. У висновках підкреслено стратегічне значення інтеграції мобільних технологій в систему вищої освіти для підготовки конкурентоспроможних фахівців, здатних до безперервного саморозвитку в умовах швидкозмінливого світу.

Важливими умовами ефективного використання мобільних освітніх платформ є педагогічна підтримка та методичне забезпечення. Зокрема, роль викладача змінюється: він виступає не лише джерелом знань, а й наставником у цифровому навчальному середовищі. Така взаємодія сприяє розвитку у студентів відповідальності, самоконтролю та навичок самоосвіти. Проте існують певні виклики: технічні обмеження, недостатній рівень цифрової грамотності викладачів, а також потреба у захисті персональних даних користувачів. Незважаючи на складність, мобільні освітні платформи є важливим інструментом розвитку самостійної навчальної діяльності студентів, адже вони поєднують доступність, інтерактивність і персоналізацію освітнього процесу. Їх ефективне впровадження потребує належної цифрової інфраструктури, підготовки викладачів і методичної підтримки.

Ключові слова: мобільне навчання, освітні платформи, самостійна навчальна діяльність, самоосвіта, цифровізація освіти, пізнавальна активність.

Problem Statement

The contemporary paradigm of higher education is undergoing a fundamental transformation driven by globalization, technological progress, and the transition to an information society. The key task of a modern university is not only to transfer a set of knowledge but also to form a competent, mobile specialist capable of continuous self-education and rapid adaptation to changing conditions. In this context, the development of students' independent learning activity (SLA) becomes a priority, as it is the foundation for lifelong learning.

The rapid spread of mobile devices and wireless technologies has created unique opportunities for the educational sector. Mobile learning (m-learning), defined as learning across multiple contexts through social and content interactions using personal electronic devices [1], is becoming an integral part of the educational process. Mobile educational platforms, as specialized software environments, aggregate educational content, communication tools, and progress tracking systems, making them a powerful didactic tool.

The relevance of this study is determined by the contradiction between the high didactic potential of mobile platforms and the insufficiently developed methodological foundations for their use specifically for the development of SLA. While numerous studies have focused on the technical aspects of m-learning, the psychological, pedagogical, and didactic dimensions of its impact on student autonomy require a more systematic analysis. The purpose of this article is to theoretically substantiate and analyze the role of mobile educational platforms as a tool for developing the skills of independent learning activity among students of higher education institutions.

The proliferation of mobile technologies has created what can be termed as «ubiquitous learning environments» – educational spaces that extend beyond physical classrooms and scheduled sessions. This constant availability of learning resources fundamentally changes the nature of knowledge acquisition, making it more personalized and student-driven. However, this technological advancement also raises important questions about how to effectively harness these tools to foster genuine learning autonomy rather than simply providing convenient access to information.

Another crucial aspect worth examining is the generational dimension of mobile learning. Today's students belong to the generation of «digital natives» who have grown up in an environment saturated with digital technologies. This creates both opportunities and challenges – while students are technically proficient with mobile devices, they often lack the metacognitive skills necessary for effective self-regulated learning. The integration of mobile platforms must therefore address not only technological adaptation but also the development of critical thinking and learning management skills. Furthermore, the current global context of education, characterized by the mass transition to mixed and distance learning formats, has particularly highlighted the importance of mobile technologies. The COVID-19 pandemic served as a powerful catalyst for digital transformation in education, demonstrating both the advantages and limitations of various digital learning tools. This experience has underscored the need to develop robust methodological frameworks for using mobile platforms that can maintain educational quality regardless of external circumstances. It is also important to consider the socio-cultural aspects of implementing mobile learning. Different educational systems and cultural environments may require adapted approaches to integrating mobile technologies. The effectiveness of mobile platforms may vary depending on institutional policies, available infrastructure, and the digital literacy levels of both students and teachers. Understanding these contextual factors is essential for developing successful implementation strategies.

The research also addresses the need to balance technological innovation with pedagogical effectiveness. While mobile platforms offer numerous advanced features, their educational value ultimately depends on how well they support learning objectives and promote meaningful engagement. This requires careful design of learning activities that leverage the unique capabilities of mobile devices while maintaining alignment with curriculum goals and educational standards.

Analysis of Recent Studies and Publications

The scholarly investigation into mobile learning (m-learning) demonstrates a clear evolution in focus: from foundational definitions to advanced pedagogical applications. Early research laid the groundwork by characterizing m-learning as the delivery of educational content through portable devices, highly differentiated from traditional e-learning by its emphasis on context-awareness and mobility. J. Traxler, for instance, highlighted the situational and personalized nature of mobile learning [2], while Kukulska-Hulme et al. [3] comprehensively detailed its growth across Europe. The defining criterion established by Sharples et al. remains crucial: m-learning is learning across multiple contexts facilitated by personal electronic devices.

Subsequent studies confirmed the didactic value of mobile platforms in higher education. Systematic reviews [4] demonstrated a positive correlation between m-learning integration and improved student outcomes and engagement, especially when activities are strategically designed. Similarly, Oyelere et al. provided empirical evidence through the development and evaluation of mobile applications, confirming their efficacy in fostering learning mastery. A significant theoretical development is the concept of «ubiquitous learning environments» [5]. This framework suggests that the permanent accessibility enabled by mobile devices fundamentally shifts the pedagogical landscape, promoting continuous, personalized knowledge acquisition. Despite the confirmed technical potential, a persistent gap in the literature concerns the methodological integration of mobile tools specifically for developing Self-Regulated Learning (SRL) skills. While mobile platforms structurally support the phases of SRL – forethought, performance, and self-reflection – there is an insufficient body of work detailing how to leverage these tools to develop genuine student autonomy and metacognitive skills. This body of research underscores the necessity of moving beyond technical description to establish robust pedagogical frameworks that actively consider the psychological and didactic dimensions of mobile technology's impact on student self-management [6].

In summary, current literature acknowledges the technological readiness and general effectiveness of m-learning, setting the stage for this study to specifically investigate the under-explored relationship between mobile educational platforms and the systematic development of students' independent learning activity.

Purpose of the Research

The overarching purpose of this article is to theoretically substantiate the strategic value of mobile educational platforms and to analytically define their role in systematically developing the independent learning activity (SLA) and self-regulation skills among students in higher education institutions. This research seeks to delineate the core concepts of m-learning and SLA, establishing a clear theoretical framework for their interconnectedness within the context of digital transformation. Furthermore, a central objective is to examine the psychological and pedagogical mechanisms by which mobile platforms support the cyclical phases of self-regulated learning, focusing on how integrated features can enhance student autonomy in accordance with established theories [6]. The study also endeavors to evaluate the impact of platform-embedded motivational tools on satisfying students' basic needs for competence and relatedness, while concurrently identifying the critical risks and challenges associated with m-learning integration, thereby proposing evidence-based methodological solutions for their effective mitigation. Ultimately, this work aims to formulate clear, practical recommendations for educators and administrators regarding the optimal design and implementation of mobile-supported learning activities that genuinely promote lifelong learning competencies.

Presentation of the Main Research Material

The effectiveness of independent learning activity is directly dependent on the level of development of self-regulation skills. According to the theory of self-regulated learning SRL [6], this process involves active, cyclical self-management of one's cognitive, metacognitive, and motivational

resources to achieve learning goals. Mobile platforms structurally support all phases of this cycle: forethought, performance, and self-reflection.

During the forethought phase, students can use planners and calendars integrated into platforms to set learning goals and plan their activities. The flexibility of m-learning allows them to independently determine the time, place, and pace of studying the material, which fosters responsibility for the learning process. For instance, a student can review a video lecture on the way to university or complete an interactive task during a break, effectively using fragmented time. The performance phase is supported by interactive content (quizzes, simulations, drag-and-drop tasks) that provides immediate feedback. This allows students to monitor their level of understanding in real-time and adjust their actions without waiting for the teacher's assessment. Notification systems and reminders help maintain focus and prevent procrastination. The self-reflection phase is facilitated by built-in analytics tools. Digital gradebooks, progress graphs, and competency maps provide students with clear, visual data on their achievements and gaps. This transforms assessment from a formal event into a tool for self-analysis and planning of further steps for improvement. The success of independent learning activity is largely determined by the level of internal motivation. Mobile learning environments have significant potential to enhance motivational components based on the principles of gamification, personalization, and social constructivism. From the perspective of the self-determination theory [7], motivation flourishes when three basic psychological needs are satisfied: autonomy, competence, and relatedness. Mobile platforms directly address needs such as autonomy, competence, relatedness.

Autonomy. Students are given a choice – which topic to study first, which additional materials to use (video, text, podcast), in what sequence to complete tasks. This sense of control increases engagement and personal responsibility for the results.

Competence. The tiered structure of content («unlocking» new levels after mastering previous ones), systems of badges, points, and progress visualizations create a clear sense of growth and mastery. Immediate feedback reinforces the belief in one's own abilities.

Relatedness. Integrated forums, chats, and tools for collaborative work on projects (e.g., shared documents or whiteboards) create an educational community. Feeling part of a group, the ability to discuss, ask for help, and share successes satisfies the need for social connection, making independent learning less isolated.

Despite the significant potential, the integration of mobile platforms into educational process for developing SLA is associated with a number of challenges and risks that require pedagogical control and mitigation.

Digital divide and inequality. Not all students have access to modern mobile devices and stable high-speed internet. As J. Traxler warns [2], mobile learning might «accentuate the digital divide», particularly affecting disadvantaged groups. Socio-economic inequality can translate into educational inequality, where some students are deprived of the opportunity to fully engage in the digital educational environment.

Information overload and distraction. The constant flow of notifications from messengers, social networks, and other apps creates a high cognitive load and scatters attention. The «clip» thinking, formed in the digital environment, can hinder the development of skills for deep, concentrated work with complex text material.

Low level of digital and self-regulation literacy. Effective work with a mobile platform requires a set of skills: filtering information, critically evaluating sources, managing digital identity, and, most importantly, self-discipline [5]. Without these skills, a student may get lost in the abundance of content or use the device for non-educational purposes during study sessions.

Conclusions

Mobile learning presents «significant potential for transforming education» [4]. Thus, mobile platforms act as an external scaffold that structures the independent activity of students, gradually

forming their internal capacity for self-regulation and self-management. Examples of the influence on the development of students' independence are as follows: mobile platforms develop self-organization and time management skills; students gain the ability to plan their own educational trajectory; there is an increased motivation for lifelong learning due to 24/7 accessibility; digital literacy and the ability to work with various content formats (videos, interactive materials, tests) are enhanced. The future development should follow the path described by Kukulska-Hulme et al. [3], combining «the best features of campus and digital education» in blended learning models. Gamification elements, such as leaderboards, achievement badges, and «missions», trigger positive emotions and a desire to achieve more, turning the learning process into an intellectually stimulating challenge. As demonstrated in the S. Oyelere's study [8], «well-designed mobile applications significantly enhance student engagement and learning outcomes» through interactive features. Furthermore, the multimedia nature of content (videos, interactive images, audio lectures) caters to different cognitive styles, making learning more engaging and accessible for students with different perceptual preferences. At the same time, the implementation of mobile learning should be systematic, accompanied by measures to develop digital culture, provide technical support, and carefully plan the pedagogical design of courses.

Bibliography

1. Sharples M., Taylor J., Vavoula G. A theory of learning for the mobile age. The Sage Handbook of E-learning Research / Eds. R. Andrews, C. Haythornthwaite. 2007. P. 221–247. DOI: <https://doi.org/10.4135/9781848607859.n10>
2. Traxler J. Defining, discussing and evaluating mobile learning: The moving finger writes and having written. The International Review of Research in Open and Distributed Learning. 2007. Vol. 8, № 2. P. 1–12. DOI: <https://doi.org/10.19173/irrodl.v8i2.346>
3. Kukulska-Hulme A., Sharples M., Milrad M., Arnedillo-Sánchez I., Vavoula G. The genesis and development of mobile learning in Europe. In: David Parsons ed. Combining E-Learning and M-Learning: New Applications of Blended Educational Resources. Hershey, PA: InformationScience Reference (an imprint of IGI Global), 2011. P. 151–177.
4. Crompton H., Burke D. The use of mobile learning in higher education: a systematic review. *Computers & Education*. 2018. Vol. 123. P. 53–64. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.04.007>
5. Pachler N., Bachmair B., Cook J. Mobile learning: structures, agency, practices. Springer, 2010. 282 p.
6. Zimmerman B.J. Becoming a self-regulated learner : an overview. *Theory into Practice*. 2002. Vol. 41, № 2. P. 64–70. DOI: https://doi.org/10.1207/s15430421tip4102_2
7. Deci E.L., Ryan R.M. The «what» and «why» of goal pursuits: human needs and the self-determination of behavior. *Psychological Inquiry*. 2000. Vol. 11, № 4. P. 227–268. DOI: https://doi.org/10.1207/S15327965PLI1104_01
8. Oyelere S.S., Suhonen J., Wajiga G.M., Sutinen E. Design, development, and evaluation of a mobile learning application for computing education. *Education and Information Technologies*. 2018. Vol. 23, № 1. P. 467–495. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10639-017-9613-2>

References

1. Sharples, M., Taylor, J., & Vavoula, G. (2007). A theory of learning for the mobile age. In R. Andrews & C. Haythornthwaite (Eds.), *The Sage Handbook of E-learning Research*. Thousand Oaks, CA: Sage. <https://doi.org/10.4135/9781848607859.n10> [in English].
2. Traxler, J. (2007). Defining, discussing and evaluating mobile learning: The moving finger writes and having writ... . *The International Review of Research in Open and Distributed Learning*, 8(2), 1–12. DOI: <https://doi.org/10.19173/irrodl.v8i2.346> [in English].
3. Kukulska-Hulme, A., Sharples, M., Milrad, M., Arnedillo-Sánchez, I., & Vavoula, G. (2011). The genesis and development of mobile learning in Europe. In: Parsons, David ed. *Combining E-*

- Learning and M-Learning: New Applications of Blended Educational Resources. Hershey, PA: InformationScience Reference (an imprint of IGI Global), pp. 151–177 [in English].
4. Crompton, H., & Burke, D. (2018). The use of mobile learning in higher education: a systematic review. *Computers & Education*, 123, 53–64. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2018.04.007> [in English].
 5. Pachler, N., Bachmair, B., & Cook, J. (2010). *Mobile learning: structures, agency, practices*. London: Springer [in English].
 6. Zimmerman, B.J. (2002). Becoming a self-regulated learner: an overview. *Theory into Practice*, 41(2), 64–70. https://doi.org/10.1207/s15430421tip4102_2 [in English].
 7. Deci, E.L., & Ryan, R.M. (2000). The «what» and «why» of goal pursuits: human needs and the self-determination of behavior. *Psychological Inquiry*, 11(4), 227–268. https://doi.org/10.1207/S15327965PLI1104_01 [in English].
 8. Oyelere, S.S., Suhonen, J., Wajiga, G.M., & Sutinen, E. (2018). Design, development, and evaluation of a mobile learning application for computing education. *Education and Information Technologies*, 23(1), 467–495. <https://doi.org/10.1007/s10639-017-9613-2> [in English].

Гумен Олена Миколаївна – д.т.н., професор кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп’ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: gumens@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3992-895X.

Старіков Сергій Олександрович – студент кафедри нарисної геометрії, інженерної та комп’ютерної графіки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: fmf_ikg@ukr.net, ORCID: 0009-0000-4671-4963.

Gumen Olena Mykolaivna – Doctor of Technical Sciences, Professor at the Department of Descriptive Geometry, Engineering and Computer Graphics of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute». E-mail: gumens@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3992-895X.

Starikov Serhii Oleksandrovych – Student at the Department of Descriptive Geometry, Engineering and Computer Graphics of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute». E-mail: fmf_ikg@ukr.net, ORCID: 0009-0000-4671-4963.



Отримано: 26.10.2025
Рекомендовано: 05.12.2025
Опубліковано: 30.12.2025

УДК 004.412:519.237.5

Ю.О. ГУНЧЕНКО, В.І. МЕЩЕРЯКОВ, А.Л. РАЧИНСЬКА

Одеський національний університет імені І.І. Мечникова

С.Б. ПРИХОДЬКО

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

РЕГРЕСІЙНІ МОДЕЛІ ДЛЯ РАНЬОГО ОЦІНЮВАННЯ КІЛЬКОСТІ РЯДКІВ КОДУ РІЗНИХ ВИПУСКІВ ЗАСТОСУНКІВ ІЗ ВІДКРИТИМ КОДОМ

Проблема раннього оцінювання кількості рядків коду різних випусків програмних застосунків із відкритим кодом є важливою, оскільки це безпосередньо впливає на прогнозування зусиль з їх розроблення та подальшої модифікації. Об'єктом дослідження є процес раннього оцінювання кількості рядків коду різних випусків програмних застосунків із відкритим кодом. Предметом дослідження є регресійні моделі для раннього оцінювання кількості рядків коду різних випусків програмних застосунків із відкритим кодом.

Метою роботи є побудова однофакторних нелінійних регресійних моделей для раннього оцінювання кількості рядків коду різних випусків програмних застосунків із відкритим кодом.

У роботі побудовано дві нелінійні регресійні моделі для раннього оцінювання кількості рядків коду різних випусків програмних застосунків із відкритим кодом залежно від кількості класів. Перша модель дає змогу виконувати оцінювання кількості рядків коду першого випуску програмних застосунків із відкритим кодом, а друга модель – останнього їх випуску. Зазначені моделі побудовано за двома наборами даних із двох метрик із 40 програмних застосунків із відкритим кодом: кількість строк коду та кількість класів для першого та останнього випусків відповідних застосунків. Згідно з критерієм Мардіа, розподіл цих двовимірних даних відхилявся від нормального, тому для перевірки наявності викидів у цих наборах даних було застосовано відповідний метод на основі квадрату відстані Махаланобіса для нормалізованих даних. Для нормалізації даних було використано нормалізуюче перетворення у вигляді десятичного логарифму. Згідно з критерієм Мардіа, розподіл нормалізованих даних не відхилявся від нормального. Оцінки параметрів отриманих моделей знайдено за методом найменших квадратів. Якість побудованих моделей перевірено за трьома відомими показниками: коефіцієнтом детермінації R^2 , середньою величиною відносної помилки MMRE та відсотком прогнозованих результатів PRED, для яких величини відносної помилки менші за 0,25, PRED (0,25). Отримані значення вказаних показників якості свідчать про задовільну якість двох побудованих нелінійних регресійних моделей.

Ключові слова: регресійна модель, оцінювання, рядки коду, застосунок із відкритим кодом, клас, нормалізуюче перетворення, критерій Мардіа, викид, відстань Махаланобіса, тестова статистика.

Y.O. GUNCHENKO, V.I. MESCHERYAKOV, A.L. RACHINSKA

Odesa I.I. Mechnikov National University

S.B. PRYKHODKO

Admiral Makarov National University of Shipbuilding

REGRESSION MODELS FOR EARLY ESTIMATING THE NUMBER OF LINES OF CODE OF VARIOUS RELEASES OF OPEN-SOURCE APPLICATIONS

The problem of early estimating the number of lines of code of various releases of open-source applications is important because it directly affects the forecasting of efforts for their development and subsequent modification. The object of the study is the process of early estimating the number of lines of code of various releases of open-source applications. The subject of the study is the regression models for early estimating the number of lines of code of various releases of open-source applications.

The goal of the work is to build some regression models with one factor for early estimating the number of lines of code of various releases of open-source applications.

In the work, we built two nonlinear regression models for early estimating the number of lines of code of various releases of open-source applications depending on the number of classes. The first model allows for estimating the number of lines of code of the first release of open-source applications, and the second model allows for estimating the number of lines of code of the last release of open-source applications. These models were built on two datasets of two metrics from 40 open-source applications: the number of lines of code and the number of classes for the first and last releases of the respective applications. According to the Mardia criterion, the distribution of these two-dimensional data deviated from the Gaussian. Therefore, to check for outliers in these data sets, an appropriate method based on the squared Mahalanobis distance for normalized data was applied. A normalizing transformation in the form of a decimal logarithm was used to normalize the data. According to the Mardia criterion, the distribution of the normalized data did not deviate

from normal. The parameter estimates of the obtained models were found by the method of least squares. The quality of the constructed models was checked by three known indicators: the coefficient of determination R^2 , the mean magnitude of relative error MMRE, and the percentage of prediction PRED, for which the relative error values are less than 0.25, PRED(0.25). The obtained values of the specified quality indicators indicate a satisfactory quality of the two constructed nonlinear regression models.

Key words: regression model, estimation, lines of code, open-source application, class, normalizing transformation, Mardia criterion, outlier, Mahalanobis distance, test statistic.

Постановка проблеми

Сьогодні розробленню та вдосконаленню програмних застосунків із відкритим кодом приділяють усе більше уваги [1; 2], тому завдання раннього оцінювання кількості рядків коду різних випусків (релізів) програмних застосунків із відкритим кодом є важливим, оскільки це безпосередньо впливає на прогнозування зусиль з їх розроблення та подальшої модифікації.

Хоча для раннього оцінювання кількості строк коду програмних застосунків уже було запропоновано велику кількість різноманітних математичних моделей, у тому числі і регресійних, але вони при цьому не дають змоги враховувати випуск застосунку: перший або останній. А як свідчать дослідження [3; 4], різні програмні метрики, включаючи й кількість рядків коду (LOC), залежать і від випуску застосунку. Що потребує побудови математичних моделей для оцінювання кількості строк коду різних випусків програмних застосунків із відкритим кодом.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Незважаючи на існування достатньо великої кількості методів та моделей для раннього оцінювання кількості строк коду програмних застосунків із відкритим кодом, підвищення точності оцінювання залишається актуальним завданням [5; 6]. При цьому для відповідного оцінювання використовують різноманітні підходи, які, як правило, базуються на метриках, що можуть бути визначені до кодування із застосуванням або концептуальної моделі даних [7] або діаграм варіантів використання [8; 9], або класів [9; 10].

Незважаючи на широке застосування сьогодні машинного навчання [11; 12], методи як лінійного [13; 14], так і нелінійного регресійного аналізу [8; 10] продовжують використовуватися для раннього оцінювання кількості строк коду програмних застосунків, у тому числі і з відкритим кодом. Але існуючі моделі не враховують вплив випуску (релізу) застосунку на результати раннього оцінювання його розміру, хоча на такий вплив укажуть дані, які наведені в роботах [3; 4]. Тому виникає потреба у створенні математичних моделей, у тому числі регресійних, для раннього оцінювання кількості рядків коду різних випусків програмних застосунків із відкритим кодом.

Ураховуючи на те, що основним фактором у більшості існуючих моделей для раннього оцінювання розміру програмних застосунків є кількість класів, то і побудову відповідних моделей у цій роботі ми здійснюємо залежно від зазначеної метрики. Окрім того, щоб підтвердити вплив випуску застосунку на результати раннього оцінювання його розміру, ми створюємо дві регресійні моделі для першого та останнього випусків програмних застосунків із відкритим кодом.

Мета дослідження

Метою дослідження є побудова двох нелінійних регресійних моделей для раннього оцінювання кількості рядків коду першого та останнього випусків програмних застосунків із відкритим кодом.

Об'єктом дослідження є процес раннього оцінювання кількості рядків коду різних випусків програмних застосунків із відкритим кодом. Предметом дослідження є регресійні моделі для раннього оцінювання кількості рядків коду різних випусків програмних застосунків із відкритим кодом.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

1. Побудувати дві регресійні моделі для раннього оцінювання кількості рядків коду різних випусків програмних застосунків із відкритим кодом.

2. Перевірити якість побудованих регресійних моделей для раннього оцінювання кількості рядків коду різних випусків програмних застосунків із відкритим кодом.

Виклад основного матеріалу дослідження

Спочатку було здійснено вибір двох наборів даних із двох метрик із 40 програмних застосунків із відкритим кодом: кількість строк коду Y та кількість класів X_1 для першого та останнього випусків відповідних застосунків ми взяли дані з роботи [4]. Зазначені двовимірні дані були перевірені на наявність викидів.

Згідно з критерієм Мардіа, розподіли цих двовимірних даних для двох наборів даних відхиляються від нормального: значення двовимірних асиметрії та ексцесу перевищують значення відповідних тестових статистик. Тому, як і в роботі [10], для перевірки наявності викидів у цих наборах негаусівських даних було застосовано відповідний метод на основі квадрату відстані Махаланобіса для нормалізованих даних. Для нормалізації даних по кожній змінній було використано перетворення у вигляді десяткового логарифму

$$Z_Y = \lg Y ; Z_1 = \lg X_1 . \quad (1)$$

Хоча перетворення (1) є одновимірними, їх застосування до вказаних двовимірних даних призводить до прийнятних результатів. Згідно з критерієм Мардіа, розподіл нормалізованих даних не відхиляється від нормального: значення двовимірних асиметрії та ексцесу менше значень відповідних тестових статистик. За методом визначення викидів у багатовимірних негаусівських даних на основі квадрату відстані Махаланобіса для нормалізованих даних у зазначених двох наборах даних викиди відсутні, тому що для кожної точки нормалізованих даних квадрати відстані Махаланобісу менше за квантиль розподілу χ^2 -квадрат, що дорівнює 10,60, для 2 ступенів свободи та 0,005 рівня значимості.

Далі для вказаних двох наборів даних із [4] спочатку було побудовано дві лінійні регресійні моделі. Для цих лінійних регресійних моделей з'ясувалося, що розподіл відхилення значень залежної випадкової величини Y від лінії регресії не є нормальним. Це свідчить про відсутність теоретичного обґрунтування можливості використання лінійної регресійної моделі для вказаних наборів даних, що призводить до необхідності побудови нелінійної регресійної моделі. Для її створення, як і в роботі [10], ми використали метод, який базується на нормалізуючих перетвореннях та визначенні наявності викидів у регресійні моделі. Для побудови двох нелінійних регресійних моделей ми застосовували перетворення (1). Тоді нелінійні регресійні моделі можуть бути представлені у формі

$$Y = 10^{\hat{b}_0 + \varepsilon} X_1^{\hat{b}_1} , \quad (2)$$

де $\hat{b}_0$ та $\hat{b}_1$ – оцінки параметрів лінійної регресійної моделі $Z_Y = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 Z_1 + \varepsilon$, оцінки $\hat{b}_0$ та $\hat{b}_1$ визначалися за методом найменших квадратів. Причому змінна ε , яка описує відхилення залежної випадкової величини Z_Y від лінії регресії, повинна бути випадковою величиною з розподілом Гаусу, $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$. Нульова гіпотеза про нормальність розподілу ε для двох моделей перевірялася за критерієм Пірсона. Ця гіпотеза не може бути відхилена для рівня значущості 0,05. Оцінки параметрів двох моделей виду (2), які побудовані за вказаними двома наборами даних, наведено в табл. 1. Тут модель 1 – це нелінійна регресійна модель для раннього оцінювання кількості рядків коду першого випуску програмних застосунків із відкритим кодом, а модель 2 – це нелінійна регресійна модель для раннього оцінювання кількості рядків коду останнього випуску програмних застосунків із відкритим кодом. У табл. 1 також надано значення оцінок середньо квадратичного відхилення $\hat{\sigma}_\varepsilon$ випадкової величини ε .

Таблиця 1

Оцінки параметрів та показники якості моделей

Модель	$\hat{b}_0$	$\hat{b}_1$	$\hat{\sigma}_\varepsilon$	R^2	$MMRE$	$PRED(0,25)$
Модель 1	1,57907	1,05496	0,11133	0,9706	0,2043	0,6452
Модель 2	1,72886	1,00937	0,08556	0,9510	0,1623	0,8333

У процесі побудови зазначених нелінійних регресійних моделей, як і в роботі [10], виявлено викиди, які зумовлено виходом певних точок даних за інтервал прогнозування відповідної нелінійної регресії. Для моделі 1 було виявлено 9 викидів, а для моделі 2 – 10 викидів.

Якість двох побудованих нелінійних регресійних моделей виду (2) було перевірено за коефіцієнтом детермінації R^2 , середньою величиною відносної помилки $MMRE$ та відсотком прогнозованих результатів $PRED$, для яких величини відносної помилки менші за 0,25, $PRED(0,25)$. Ці показники, як правило, застосовуються для перевірки якості прогнозування за допомогою регресійних моделей. У табл. 1 наведено значення цих трьох показників якості двох побудованих нелінійних регресійних моделей виду (2).

Значення показників якості з табл. 1 свідчать про задовільну якість двох побудованих нелінійних регресійних моделей виду (2). Великі значення R^2 указують на те, що більшість значень Y знаходиться біля лінії регресії. Зазвичай якщо $MMRE \leq 0,25$ та $PRED(0,25) \geq 0,75$, то це вважається прийнятною точністю прогнозування за допомогою регресійних моделей. А як ми бачимо з табл. 1, лише для моделі 1 значення одного показника якості $PRED(0,25)$ менше за мінімально прийнятне всього на 14%. Значення всіх інших показників якості вказують на прийнятну точність оцінювання кількості строк коду за побудованими нелінійними регресійними моделями виду (2).

Дані табл. 1 указують на кращу якість моделі 2 порівняно з моделлю 1 передусім за показником $PRED(0,25)$. Це, на нашу думку, можна пояснити більш сталими даними для останніх випусків удосконалених застосунків із відкритим кодом.

До переваг двох побудованих нелінійних регресійних моделей виду (2) слід віднести те, що вони дають змогу здійснювати раннє оцінювання кількості рядків коду першого та останнього випусків програмних застосунків із відкритим кодом на відміну від існуючих подібних моделей, які не враховують відповідний випуск застосунку. До недоліків двох побудованих нелінійних регресійних моделей виду (2) можна віднести те, що, по-перше, вони є однофакторними, а по-друге, для їх побудови використовувалися два набори даних лише по 40 точок кожний. Хоча кількість класів, як правило, є основним фактором, що має найбільший вплив на кількість строк коду, але врахування додаткових факторів (наприклад, кількості методів) може підвищити точність оцінювання кількості строк коду. До обмежень двох побудованих нелінійних регресійних моделей виду (2) слід віднести такі. По-перше, ці моделі побудовані для застосунків із відкритим кодом. По-друге, для моделі 1 кількість класів знаходиться у межах від 5 до 3697, а для моделі 2 – у межах від 8 до 4397.

У подальшому, на нашу думку, ці недоліки та обмеження можуть бути виправлені за рахунок побудови нових моделей на основі більшої кількості даних для різних застосунків, у тому числі не лише з відкритим кодом, а й промислових.

Висновки

Удосконалено дві однофакторні нелінійні регресійні моделі для раннього оцінювання кількості рядків коду програмних застосунків із відкритим кодом залежно від кількості класів на основі нормалізації за десятковим логарифмом двох наборів даних для першого та останнього випусків відповідних застосунків. Ці моделі порівняно з існуючими регресійними моделями дають змогу здійснювати раннє оцінювання кількості рядків коду першого та останнього випусків програмних застосунків із відкритим кодом.

Під час визначення наявності двовимірних викидів у даних треба враховувати, чи не відхиляється багатовимірний розподіл даних від нормального. У разі відхилення двовимірного розподілу даних від нормального для визначення наявності викидів у цих даних можна застосувати метод на основі квадрату відстані Махаланобіса для нормалізованих даних на основі багатовимірного нормалізуючого перетворення. Під час побудови нелінійної регресійної моделі слід враховувати наявність відповідних викидів, які визначаються шляхом виходу точки даних за інтервал прогнозування нелінійної регресії.

У подальшому планується побудова нелінійних регресійних моделей для раннього оцінювання кількості рядків коду різних випусків програмних застосунків за більшою кількістю даних для різноманітних застосунків, у тому числі не тільки з відкритим кодом, а й промислових.

Список використаної літератури

1. Himansh M., Manikandan V.M. A statistical study and analysis to identify the importance of open-source software. *Information Technology (ICITIIT)* : proceedings of 2022 International Conference, Kottayam, 13–14 February 2022. Kottayam, India: IEEE, 2022. P. 1–6. <https://doi.org/10.1109/ICITIIT54346.2022.9744176>
2. Haider S., Khalil W., Al-Shamayleh A.S., Akhonzada A., Gani A. Risk factors and practices for the development of open source software from developers' perspective. *IEEE Access*. 2023. Vol. 11. P. 63333–63350. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2023.3267048>
3. Molnar A.J., Neamtu A., Motogna S. Evaluation of software product quality metrics. *Communications in Computer and Information Science*. 2020. Vol. 1172. P. 163–187. https://doi.org/10.1007/978-3-030-40223-5_8
4. Gradišnik M., Beranič T., Karakatič S. Impact of historical software metric changes in predicting future maintainability trends in open-source software development. *Applied Sciences*. 2020. № 10 (13). 4624. <https://doi.org/10.3390/app10134624>
5. Daud M., Malik A.A. Improving the accuracy of early software size estimation using analysis-to-design adjustment factors (ADAFs). *IEEE Access*. 2021. Vol. 9. P. 81986–81999. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3085752>
6. Dewi R.S., Araynawa T.K., Prasanna F.M., Felianasari N., Rahmawati R., Hartantc A.E., ... Mazaya Al-K. Improving software size estimation using data complexity (Case study: Research and community service monitoring apps). *Electrical engineering, computer science and informatics (EECSI)* : proceedings of 2024 11th International conference, Yogyakarta, 26–27 September 2024. Yogyakarta, Indonesia: IEEE, 2024. P. 315–319. <https://doi.org/10.1109/EECSI63442.2024.10776530>
7. Dewi R.S., Zahrah F.A., Nugraha D.A., Prabowo P.S., Safitri A., Jayadi P. Predicting software size based on conceptual data model (Case study: Shrimp pond system management). *Electrical engineering and computer science (ICECOS)* : proceedings of 2024 International conference, Palembang, 25–26 September 2024. Palembang, Indonesia: IEEE, 2024. P. 175–178. <https://doi.org/10.1109/ICECOS63900.2024.10791154>
8. Nassif A.B., AbuTalib M., Capretz L.F. Software effort estimation from Use Case diagrams using nonlinear regression analysis. *Electrical and computer engineering* : proceedings of IEEE Canadian conference, 30 August – 02 September 2020. London, ON, Canada: IEEE, 2020. P. 1–4. <https://doi.org/10.1109/CCECE47787.2020.9255712>
9. Hussain I., Malik A.A. Determining the utility of use case points and class points in early software size estimation. *Emerging Technologies (ICET)* : proceedings of 2023 18th International Conference, Peshawar, 06–07 November 2023. Peshawar, Pakistan: IEEE, 2023. P. 171–175. <https://doi.org/10.1109/ICET59753.2023.10374977>
10. Prykhodko S.B., Shutko I.S., Prykhodko A.S. Early size estimation of web apps created using Codeigniter framework by nonlinear regression models. *Radio-electronic and computer systems*. 2022. Vol. 103, No 3. P. 84–94. <https://doi.org/10.32620/reks.2022.3.06>

11. Manisha, Rishi R. Early size estimation using machine learning. *Computing for sustainable global development (INDIACom)* : proceedings of the 2021 8th International conference, New Delhi, 17-19 March 2021. New Delhi, India, Los Alamitos: IEEE, 2021. P. 757–762. <https://doi.org/10.1109/INDIACom51348.2021.00135>
12. Molla Y.S., Alemneh E., Yimer S.T. COSMIC-based early software size estimation using deep learning and domain-specific BERT. *IEEE Access*. 2025. Vol. 13. P. 28463–28475. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2025.3540548>
13. Nhung H.L.T.K., Hai V.V., Silhavy R., Prokopova Z., Silhavy P. Parametric software effort estimation based on optimizing correction factors and multiple linear regression. *IEEE Access*. 2022. Vol. 10. P. 2963–2986. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3139183>
14. Приходько С., Шутко І. Регресійні моделі для раннього оцінювання кількості рядків коду вебзастосунків, що створюються за допомогою фреймворку Codeigniter. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2025. Т. 8, № 1. С. 189–196. <https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-18>

References

1. Himansh, M., & Manikandan, V.M. (2022). A statistical study and analysis to identify the importance of open-source software. In *2022 International Conference on Innovative Trends in Information Technology (ICITIIT)* (pp. 1–6). Kottayam, India: IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICITIIT54346.2022.9744176> [in English].
2. Haider, S., Khalil, W., Al-Shamayleh, A.S., Akhunzada, A., & Gani, A. (2023). Risk factors and practices for the development of open source software from developers' perspective. *IEEE Access*, 11, 63333–63350. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2023.3267048> [in English].
3. Molnar, A.J., Neamțu, A., & Motogna, S. (2020). Evaluation of software product quality metrics. *Communications in Computer and Information Science*, 1172, 163–187. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-40223-5_8 [in English].
4. Gradišnik, M., Beranič, T., & Karakatič, S. (2020). Impact of historical software metric changes in predicting future maintainability trends in open-source software development. *Applied Sciences*, 10 (13), 4624. <https://doi.org/10.3390/app10134624> [in English].
5. Daud, M., & Malik, A.A. (2021). Improving the accuracy of early software size estimation using analysis-to-design adjustment factors (ADAFs). *IEEE Access*, 9, 81986–81999. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3085752> [in English].
6. Dewi, R.S., Araynawa, T.K., Prasanna, F.M., Felianasari, N., Rahmawati, R., Hartantc, A.E., Kamilah, L.S., & Mazaya, Al-K. (2024). Improving software size estimation using data complexity (Case study: Research and community service monitoring apps). Proceedings of *2024 11th International conference on electrical engineering, computer science and informatics (EECSI)* (pp. 315–319). Yogyakarta, Indonesia: IEEE. <https://doi.org/10.1109/EECSI63442.2024.10776530> [in English].
7. Dewi, R.S., Zahrah, F.A., Nugraha, D.A., Prabowo, P.S., Safitri, A., & Jayadi, P. (2024). Predicting software size based on conceptual data model (Case study: Shrimp pond system management). Proceedings of *2024 International conference on electrical engineering and computer science (ICECOS)* (pp. 175–178). Palembang, Indonesia: IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICECOS63900.2024.10791154> [in English].
8. Nassif, A.B., AbuTalib, M., & Capretz, L.F. (2020). Software effort estimation from Use Case diagrams using nonlinear regression analysis. Proceedings of *IEEE Canadian conference on electrical and computer engineering* (pp. 1–4). London, ON, Canada: IEEE. <https://doi.org/10.1109/CCECE47787.2020.9255712> [in English].
9. Hussain, I., & Malik, A.A. (2023). Determining the utility of use case points and class points in early software size estimation. Proceedings of *2023 18th International Conference on Emerging*

- Technologies (ICET)* (pp. 171–175). Peshawar, Pakistan: IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICET59753.2023.10374977> [in English].
10. Prykhodko, S.B., Shutko, I.S., & Prykhodko, A.S. (2022). Early size estimation of web apps created using Codeigniter framework by nonlinear regression models. *Radio-electronic and computer systems*, 3 (103), 84–94. <https://doi.org/10.32620/reks.2022.3.06> [in English].
 11. Manisha, & Rishi, R. (2021). Early size estimation using machine learning. *Proceedings of the 2021 8th International conference on computing for sustainable global development (INDIACom)* (pp. 757–762). New Delhi, India, Los Alamitos: IEEE. <https://doi.org/10.1109/INDIACom51348.2021.00135> [in English].
 12. Molla, Y.S., Alemneh, E., & Yimer, S.T. (2025). COSMIC-based early software size estimation using deep learning and domain-specific BERT. *IEEE Access*, 13, 28463–28475. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2025.3540548> [in English].
 13. Nhung, H.L.T.K., Hai, V.V., Silhavy, R., Prokopova, Z., & Silhavy, P. (2022). Parametric software effort estimation based on optimizing correction factors and multiple linear regression. *IEEE Access*, 10, 2963–2986. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2021.3139183> [in English].
 14. Prykhodko, S., & Shutko, I. (2025). Rehresiini modeli dlia rannoho otsiniuvannia kilkosty riadkiv kodu vebzastosunkiv, shcho stvoriuiutsia za dopomohoiu freimvorku Codeigniter [Regression models for early estimating the lines of code count of web applications created using the Codeigniter framework]. *Applied questions of mathematical modelling*, 8 (1), 189–196. <https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2025-8-1-18> [in Ukrainian].

Гунченко Юрій Олександрович – д.т.н., професор, завідувач кафедри комп'ютерних систем та технологій Одеського національного університету імені І.І. Мечникова. E-mail: gunchenko@onu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-4423-8267.

Мещеряков Володимир Іванович – д.т.н., професор, професор кафедри інформаційних технологій Одеського національного університету імені І.І. Мечникова. E-mail: meshcheryakovvi48@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0499-827X.

Рачинська Алла Леонідівна – к.ф.-м.н., доцент, завідувач кафедри механіки, автоматизації та інформаційних технологій Одеського національного університету імені І.І. Мечникова. E-mail: rachinskaya@onu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-2430-9603.

Приходько Сергій Борисович – д.т.н., професор, завідувач кафедри програмного забезпечення автоматизованих систем Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова. E-mail: sergiy.prykhodko@nuos.edu.ua, ORCID: 0000-0002-2325-018X.

Gunchenko Yurii Oleksandrovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Computer Systems and Technologies of the Odesa I.I. Mechnikov National University. E-mail: gunchenko@onu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-4423-8267.

Meshcheryakov Volodymyr Ivanovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Information Technologies of the Odesa I.I. Mechnikov National University. E-mail: gradan@ua.fm, ORCID: 0000-0003-0499-827X.

Rachinska Alla Leonidivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Mechanics, Automation and Information Technologies of the Odesa I.I. Mechnikov National University. E-mail: rachinskaya@onu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-2430-9603.

Prykhodko Sergiy Borisovich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Software for Automated Systems of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding. E-mail: sergiy.prykhodko@nuos.edu.ua, ORCID: 0000-0002-2325-018X.

Отримано: 28.10.2025

Рекомендовано: 27.11.2025

Опубліковано: 30.12.2025



УДК 681.518.5:621.311.243

Т.О. ДЕРКАЧЕНКО, О.В. ПОЛИВОДА, А.О. ДЕРКАЧЕНКО
Херсонський національний технічний університет**РОЗРОБЛЕННЯ КОМПЛЕКСНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ СИСТЕМИ
ПРОСТОРОВОГО ПОЗИЦІОНУВАННЯ СОНЯЧНОГО ТРЕКЕРА
ЯК МЕХАНІЗМУ ПАРАЛЕЛЬНОЇ СТРУКТУРИ**

У статті представлено результати дослідження, спрямованого на підвищення точності та ефективності систем відстеження положення Сонця за рахунок розроблення комплексної математичної моделі механізму сонячного трекера як системи просторового позиціонування з двома ступенями свободи. Актуальність роботи зумовлена зростаючими вимогами до ефективності фотоелектричних установок, де навіть невеликі похибки орієнтації панелей призводять до суттєвих енергетичних утрат. Запропоновано модель, яка на відміну від традиційних спрощених підходів ураховує реальну кінематику механізму, включаючи зміщення осей обертання, люфти у шарнірах, відстані між центрами обертання, пружні деформації конструкції та асиметрію маси панелі. На основі аналітичних рівнянь прямих і зворотних кінематичних перетворень побудовано математичну модель, яка описує взаємозв'язок між керуючими кутами приводів та орієнтацією панелі у тривимірному просторі. Для компенсації геометричних і конструктивних похибок розроблено модуль корекції, що реалізує двоступеневий підхід: геометричну компенсацію (урахування зміщення осей) і функціональну адаптацію (коригування параметрів на основі експериментального калібрування). Програмна реалізація моделі дає змогу розраховувати компенсовані кути в реальному часі, використовуючи чисельні методи зворотної кінематики, зокрема метод Ньютона – Рафсона. Проведене моделювання показало, що запропонований підхід забезпечує стабільну орієнтаційну точність до $\pm 0,2^\circ$, що підвищує ефективність збору сонячної енергії на 3–5% порівняно з типовими системами без компенсації. Отримані результати підтверджують доцільність інтеграції аналітичного та сенсорного підходів у єдину гібридну систему стеження. Запропонована модель може бути використана як теоретична та практична основа для створення інтелектуальних трекерів нового покоління з функціями самокалібрування, адаптації до конструктивних змін і корекції похибок у процесі експлуатації, що є важливим кроком у розвитку автономних енергоефективних систем керування сонячними панелями.

Ключові слова: сонячний трекер, механізм паралельної структури, математична модель, керування рухом, планування траєкторії, зворотна задача кінематики, пряма задача кінематики, модуль корекції, орієнтація панелі, енергоефективність.

Т.О. DERKACHENKO, O.V. POLYVODA, A.O. DERKACHENKO
Kherson National Technical University**DEVELOPMENT OF A COMPLEX MATHEMATICAL MODEL
OF THE SOLAR TRACKER SPATIAL POSITIONING SYSTEM
AS A PARALLEL STRUCTURE MECHANISM**

The paper presents the results of a study aimed at improving the accuracy and efficiency of solar tracking systems through the development of a complex mathematical model of a solar tracker mechanism as a spatial positioning system with two degrees of freedom. The relevance of this work is determined by the increasing requirements for the efficiency of photovoltaic installations, where even minor orientation errors cause significant energy losses. Unlike traditional simplified approaches, the proposed model considers the real kinematic behavior of the mechanism, including the displacement of rotation axes, backlash in joints, distances between rotation centers, elastic deformations of structural elements, and asymmetry of the panel mass. Based on analytical equations of direct and inverse kinematics, a mathematical model has been developed that describes the relationship between the control angles of the actuators and the spatial orientation of the panel. To compensate for geometric and structural errors, a correction module has been designed implementing a two-level approach: geometric compensation (considering the displacement of the axes) and functional adaptation (adjusting parameters based on experimental calibration). The model has been implemented as a computational algorithm capable of real-time correction using the Newton–Raphson method for inverse kinematics. Simulation results confirmed that the proposed approach provides a stable orientation accuracy of up to $\pm 0.2^\circ$, improving energy collection efficiency by 3–5% compared to standard systems without compensation. The developed method demonstrates adaptability to mechanical deviations and environmental variations, ensuring long-term precision tracking. The obtained results can be used to design hybrid tracking systems that combine analytical modeling and sensor feedback, as well as to create intelligent next-generation solar trackers capable of self-calibration and real-time correction of mechanical and operational deviations. The proposed mathematical and algorithmic framework forms a foundation for developing highly efficient, adaptive, and reliable solar tracking mechanisms for autonomous photovoltaic systems.

Key words: solar tracker, parallel structure mechanisms, mathematical model, motion control, trajectory planning, inverse kinematics problem, forward kinematics problem, correction module, panel orientation, energy efficiency.

Постановка проблеми

Сучасні технології відновлюваної енергетики активно розвиваються в напрямі підвищення ефективності використання сонячного випромінювання [1]. Одним із ключових чинників, що впливають на ефективність фотоелектричних систем, є правильна орієнтація сонячних панелей відносно положення Сонця. Для цього застосовуються системи стеження за Сонцем (сонячні трекари), які автоматично змінюють просторове положення панелей, забезпечуючи їх перпендикулярність до сонячних променів упродовж дня [2]. Проте більшість існуючих підходів базується або на спрощених аналітичних моделях, що не враховують кінематику реального механізму, або на емпіричних алгоритмах, точність яких знижується зі зміни зовнішніх умов, що спричиняє розбіжність між теоретичним і фактичним положенням панелі та знижує ефективність накопичення енергії [3].

Тому актуальними є завдання розроблення комплексної математичної моделі механізму сонячного трекера, яка відображає просторову геометрію приводу, а також створення модуля корекції, що забезпечує уточнення орієнтації системи на основі поточних параметрів та вимірювань. Поєднання цих двох компонентів дасть змогу не лише описати рух елементів системи, а й забезпечити адаптивне вдосконалення точності наведення панелі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Огляд існуючих методів показує, що сучасні системи відстеження за принципом роботи системи поділяються на пасивні та активні. Пасивні трекари працюють без зовнішнього джерела енергії, використовуючи термогідрравлічні ефекти або зміну об'єму робочої рідини під дією сонячного нагрівання. Такі системи мають просту конструкцію, не потребують електроніки та придатні для невеликих автономних установок, проте їх точність обмежена і залежить від температурних умов [4]. Активні трекари використовують електричні або гідрравлічні приводи, сенсори положення та мікроконтролери, що дає змогу досягати високої точності орієнтації незалежно від погодних умов [4]. За кількістю ступенів свободи активні системи поділяються на одноосьові (зміна положення за азимутом) та двоосьові (зміна за азимутом і висотою). Двоосьові трекари забезпечують найвищу ефективність накопичення енергії, але відзначаються складнішою механікою, більшою вартістю та підвищеним енергоспоживанням приводів.

У сучасних системах управління положенням панелей використовується кілька основних типів алгоритмів: астрономічні, сенсорні, гібридні та алгоритми оптимізації за потужністю [5; 6].

Астрономічні алгоритми засновані на математичних моделях руху Сонця (наприклад, SPA – Solar Position Algorithm) та враховують географічні координати, дату, час, нахил земної осі та забезпечують теоретично точне визначення азимуту й кута підйому Сонця. Їхньою перевагою є незалежність від сенсорів освітлення, проте вони не враховують локальні перешкоди (наприклад, хмарність або тіньові зони), а також вимагають точного налаштування годинника та GPS-координат.

Сенсорні алгоритми використовують фотоприймачі (LDR, фотодіоди або фототранзистори), які вимірюють інтенсивність світла в різних напрямках. Порівняння сигналів дає змогу визначити напрямок найбільшої освітленості та відповідно повернути панель. Цей метод простий у реалізації, не потребує складних обчислень, але залежить від стану сенсорів, їх розташування та погодних умов.

Гібридні алгоритми поєднують обидва підходи: базову орієнтацію здійснюють за астрономічними розрахунками, а сенсори використовуються для періодичної корекції положення. Такий підхід забезпечує високу точність, стабільність та адаптивність системи навіть за змінної хмарності.

Алгоритми оптимізації за потужністю (MPPT) використовуються у поєднанні з трекарами для підтримання максимальної потужності фотоелектричного модуля, що дає змогу адаптивно регулювати роботу інвертора та кут нахилу панелі для досягнення пікової продуктивності.

Таким чином, огляд існуючих методів показує, що сучасні системи стеження базуються на поєднанні точних математичних моделей і сенсорного контролю, що дає змогу ефективно використовувати сонячну енергію впродовж усього дня, підвищуючи коефіцієнт корисного використання енергії на 20–40% порівняно зі стаціонарними установками. Проте при всій своїй ефективності більшість таких систем розраховані на ідеалізовані умови функціонування, де механізм вважається ідеальним – без люфтів, із точними осями обертання, симетричним центром мас і без конструктивних спотворень.

Мета дослідження

Метою дослідження є підвищення точності та ефективності систем стеження за положенням Сонця шляхом розроблення комплексної математичної моделі двохосового механізму сонячного трекера та модуля корекції кутів, які враховують реальні конструктивні неточності, люфти, зміщення осей і центру мас, об'єднаних у єдиний алгоритм аналітичного та програмного відтворення процесу стеження з метою оптимізації збору сонячної енергії.

Для досягнення поставленої мети потрібно вирішити такі завдання: побудувати аналітичну модель орієнтації сонячного трекера з урахуванням азимутального та висотного кутів Сонця; розробити кінематичну модель механізму з двома ступенями свободи, яка описує просторове положення робочої поверхні; створити алгоритмічний модуль корекції, що на основі відхилення між теоретичним і вимірним положенням виконує уточнення кутів керування; інтегрувати зазначенні компоненти у єдину систему моделювання для оцінювання точності та підвищення ефективності відслідковування.

Вирішення поставлених завдань дає змогу сформувати універсальну основу для побудови високоточних систем сонячного відслідковування, здатних адаптивно коригувати орієнтацію механізму відповідно до реальних умов роботи.

Виклад основного матеріалу дослідження

Для забезпечення точного орієнтування сонячної панелі у напрямку Сонця необхідно мати не лише алгоритм обчислення його координат, а й математичну модель механізму, яка описує геометричну та кінематичну взаємодію між приводами та рухом платформи. Така модель дає змогу враховувати реальні конструктивні параметри трекера: розташування осей, довжини важелів, зміщення центрів обертання тощо.

Розглянемо сонячний трекер, що складається з двох серводвигунів, які забезпечують двохосове позиціонування (3D-модель механізму з позначеними точками та осями наведено на рис. 1): перший двигун (вісь O_1) відповідає за азимутальний поворот панелі навколо вертикальної осі (рух зі сходу на захід); другий двигун (вісь O_2) відповідає за нахил по висоті (рух у площині північ – південь).

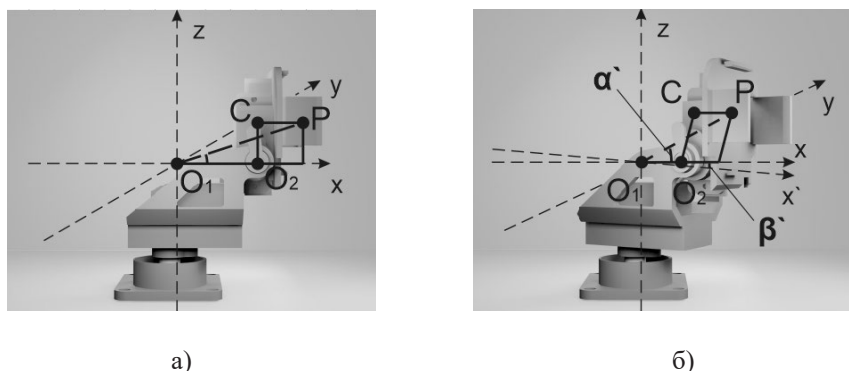


Рис. 1. 3D-модель механізму сонячного трекера: а) положення елементів механізму в початковому стані; б) положення елементів механізму в процесі руху

Особливістю конструкції є те, що осі обертання першого і другого двигунів не перетинаються в одній точці, тобто механізм має два різні центри обертання. Відстань між цими центрами позначимо через L . Це зміщення суттєво впливає на кінематику руху, тому його необхідно враховувати під час розрахунків кутів орієнтації.

Положення сонячної панелі у просторі можна описати вектором r , який задає координати центра площини панелі в глобальній системі координат (X, Y, Z) . Рух системи описується послідовністю двох обертань: навколо вертикальної осі O_1 на кут α (азимутальний кут) та навколо горизонтальної осі O_2 на кут β (кут підйому або нахил).

Загалом вектор положення після подвійного обертання визначається матричним добутком:

$$\text{Загалом вектор положення після подвійного обертання визначається матричним добутком:}$$

$$r = R_z(\alpha) \cdot R_y(\beta) \cdot r_0, \quad (1)$$

де r_0 – початковий вектор нормалі до панелі (наприклад, у напрямку осі Z), $R_z(\alpha)$ – матриця обертання навколо осі Z , $R_y(\beta)$ – матриця обертання навколо осі Y .

У канонічному вигляді матриці обертань мають вигляд:

$$R_z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Таким чином, напрямок нормалі до площини панелі в будь-який момент часу визначається добутком:

$$n = R_z(\alpha) \cdot R_y(\beta) \cdot n_0, \quad (3)$$

де $n_0 = [0, 0, 1]^T$ – нормаль у початковому положенні.

Однак така модель є спрощеною, оскільки не враховує зміщення між осями обертання. Якщо центри осей O_1 і O_2 розташовані на відстані L , то під час обертання навколо другої осі відбувається додаткове зміщення центра панелі, що впливає на кінематичні залежності.

Щоб урахувати цей ефект, розглянемо випадок, коли друга вісь O_2 зміщена відносно першої O_1 на вектор $L = [L_x, L_y, L_z]$. Після обертання навколо першої осі положення центру осі O_2 у глобальній системі координат визначається як

$$O_2 = R_z(\alpha) L. \quad (4)$$

Після цього відбувається обертання навколо локальної горизонтальної осі на кут β . Координати центра панелі P визначаються за формулою

$$P = R_z(\alpha) (R_y(\beta) r_p + L), \quad (5)$$

де r_p – поточний (орієнтований) вектор нормалі панелі від другої осі O_2 до центра панелі.

Якщо панель має розміри $a \times b$ і центр тяжіння розташований на відстані l від осі O_2 , то навіть невелике зміщення L призводить до похибки у визначенні реального напрямку нормалі. Таким чином, для правильної орієнтації потрібно враховувати не лише кути α і β , а й геометрію зв'язку між ними.

Для кожного моменту часу положення Сонця на небі визначається через кут висоти h та азимутальний кут A_s . Тоді ідеальна нормаль до панелі повинна бути спрямована у вектор

$$n_s = n_{s,x}, n_{s,y}, n_{s,z} = \begin{bmatrix} \cos h \sin A_s \\ \cos h \cos A_s \\ \sin h \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Завдання системи полягає у тому, щоб орієнтувати фактичну нормаль $n(\alpha, \beta, L)$ максимально близько до n_s , що формулюється як мінімізація функції похибки:

$$E(\alpha, \beta) = \|n_s - n(\alpha, \beta, L)\|^2, \quad (7)$$

де $\|\cdot\|$ – евклідова норма вектора.

Побудована вище модель описує пряму кінематику механізму, тобто визначає положення панелі у просторі за відомими керуючими кутами приводів. Однак у практичних системах стеження часто виникає обернене завдання: потрібно, навпаки, знайти такі значення кутів повороту, за яких площа панелі буде точно зорієнтована у напрямку Сонця. Це завдання становить основу моделі зворотної кінематики, суть якої полягає у визначенні кутів α і β , за яких площа панелі буде спрямована у напрямку Сонця. Для ідеального механізму (без зміщення) рішення має вигляд

$$\alpha = \arctan\left(\frac{n_{s,x}}{n_{s,y}}\right), \quad \beta = \arctan\left(\frac{n_{s,z}}{\sqrt{n_{s,x}^2 + n_{s,y}^2}}\right). \quad (8)$$

Однак за наявності реального зсуву осей потрібно додати компенсаційні члени, що враховують вектор $\mathbf{L}$. Для малих кутів відхилення це можна записати у вигляді лінійної апроксимації:

$$\alpha' = \alpha + k_\alpha \cdot \frac{L_y}{l}, \quad \beta' = \beta + k_\beta \cdot \frac{L_z}{l}, \quad (9)$$

де k_α, k_β – коефіцієнти компенсації, визначені експериментально або в процесі калібрування, l – відстань від центра панелі до осі O_2 .

Для точнішого розрахунку можна використати векторне рівняння положення панелі й розв'язати його відносно кутів α та β чисельним методом, наприклад методом Ньютона – Рафсона. Таке рішення є основою для програмного модуля зворотної кінематики, який у реальному часі розраховує необхідні кути повороту приводів за відомими координатами Сонця.

Як було зазначено під час опису кінематичної структури механізму, у реальних конструкціях сонячних трекерів осі обертання не завжди перетинаються в одній точці. Через конструктивні особливості платформи два серводвигуни, які забезпечують повороти за азимутом і висотою, розташовані на різних рівнях і мають власні центри обертання.

У результаті цього навіть за правильно розрахованих кутів орієнтації фактичне положення сонячної панелі після обертання не збігається з теоретично обчисленим. Окрім того, на кінцеве положення впливають такі фактори, як люфти у з'єднаннях, пружні деформації кронштейнів, асиметрія маси панелі, похибки датчиків положення та неточність редукторів. Ці похибки є накопичувальними: за кожного циклу позиціонування вони можуть відхиляти панель на кілька градусів, що призводить до втрати 2–5% ефективності накопичення енергії.

Щоб компенсувати ці відхилення і забезпечити стабільну точність наведення, у структурі системи передбачено модуль математичної корекції кутів повороту, який реалізує дві взаємопов'язані функції: геометричну компенсацію (урахування реального зміщення осей, довжин важелів і відстаней між точками кріплення приводів) та функціональну адаптацію (коригування теоретично розрахованих кутів на основі фактичних даних сенсорів або виміряних відхилень під час калібрування).

Розглянемо побудову цього модуля на основі системи координат із центром у першій осі обертання O_1 . Відстань між осями позначимо через L , а відстань від другої осі O_2 до центра панелі – l . Після обертання на кути α (азимут) та β (нахил) реальне положення центра панелі буде зміщене від ідеального положення. З урахуванням цього зміщення отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{aligned} X &= L \cos \alpha + l \cos \alpha \cos \beta, \\ Y &= L \sin \alpha + l \sin \alpha \cos \beta, \\ Z &= l \sin \beta, \end{aligned} \quad (10)$$

де X, Y, Z – координати центра панелі в глобальній системі координат.

У разі ідеального механізму ($L = 0$) ці рівняння спрощуються, але за ненульового L виникає систематична похибка у проєкції на горизонтальну площину. Для усунення цього ефекту

вводиться модифікований набір кутів α' і β' , які забезпечують правильне наведення, навіть якщо осі не перетинаються.

Щоб визначити необхідну корекцію, розглянемо задачу орієнтації панелі у напрямку одиничного вектора на Сонце $\mathbf{n}_s = [n_x, n_y, n_z]^T$. Після обертання на кути α' і β' нормаль до панелі матиме вигляд:

$$\mathbf{n}(\alpha', \beta') = \begin{bmatrix} \cos \alpha' \sin \beta' \\ \sin \alpha' \sin \beta' \\ \cos \beta' \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Завдання полягає у тому, щоб знайти такі α' і β' , за яких виконується умова

$$\mathbf{n}(\alpha', \beta') = \mathbf{n}_s, \quad (12)$$

з урахуванням додаткового зсуву осей. Якщо осі рознесені на відстань L , то між реальним і теоретичним напрямками нормалі виникає похибка $\Delta \mathbf{n}$, яку можна описати як

$$\Delta \mathbf{n} = f(L, \alpha, \beta). \quad (13)$$

Використовуючи розкладання у ряд Тейлора для малих відхилень, отримаємо наближені формули корекції:

$$\begin{cases} \alpha' = \alpha + \frac{L}{l} \sin \beta \cos \alpha, \\ \beta' = \beta + \frac{L}{l} \cos \beta \sin \alpha, \end{cases} \quad (14)$$

де α, β – розраховані теоретичні кути з астрономічного алгоритму; α', β' – скориговані кути, які фактично подаються на серводвигуни; $\frac{L}{l}$ – безрозмірний коефіцієнт зміщення, що характеризує геометрію платформи.

Ці рівняння враховують основний вплив відстані між осями та зміну нахилу панелі в результаті комбінованого руху. Для точнішого опису система може бути розширена нелінійними членами другого порядку, які враховують перекося за великих кутів нахилу, але для більшості побутових і лабораторних систем наведена модель забезпечує достатню точність.

Для програмної реалізації корекційний модуль інтегрується між астрономічним блоком розрахунку положення Сонця (наприклад, SPA) і блоком керування сервоприводами. Алгоритм його роботи полягає у послідовному виконанні таких процедур:

1. Отримання від SPA координат Сонця (кут висоти (h) та азимут (A_s)).
2. Перетворення отриманих координат на теоретичні кути обертання панелі (α, β).
3. Виконання геометричної корекції згідно з рівнянням (9).
4. Урахування додаткових поправок, отриманих під час калібрування (табличних або апроксимованих).
5. Передача скоригованих кутів (α', β') до контролера приводів.

Додатково модуль може виконувати самокорекцію в реальному часі, використовуючи зворотний зв'язок від сенсорів положення панелі (наприклад, гіроскопів або датчиків нахилу). Якщо фактичний кут відрізняється від розрахованого більше ніж на допустиме значення (ϵ), модуль автоматично обчислює нову пару (α', β') і коригує положення. Таким чином, система зберігає високу точність навіть за зміни механічних характеристик у процесі експлуатації.

Ключовим етапом роботи корекційного модуля є калібрування, яке дає змогу визначити реальні параметри механізму: відстань L , радіус l , початкове положення осей і допустимі межі руху.

Калібрування проводиться експериментально. Панель устатковується у контрольне

положення (наприклад, напрямок на південь під кутом 45°), після чого фіксуються фактичні значення кутів сервоприводів і порівнюються з теоретичними кутами, що обчислюються за допомогою астрономічної моделі. На основі різниці формується таблиця корекційних коефіцієнтів (k_α, k_β) для різних діапазонів кутів, після чого корекційний модуль може використовувати апроксимовану функцію корекції:

$$\alpha' = \alpha + f_\alpha(\alpha, \beta), \beta' = \beta + f_\beta(\alpha, \beta), \quad (15)$$

де f_α, f_β – експериментально визначені функції похибок, що описують індивідуальні особливості конкретного механізму.

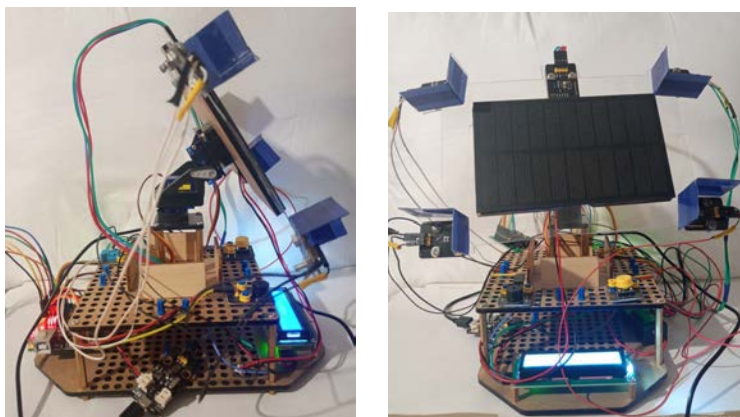


Рис. 2. Зовнішній вигляд сонячного трекера KS0530

Для перевірки отриманої математичної моделі з вбудованим блоком корекції аналітичні вирази було перетворено на програмний продукт, придатний для чисельних обчислень, моделювання та керування реальним пристроєм. Результати моделювання наведено на рис. 3 та 4.

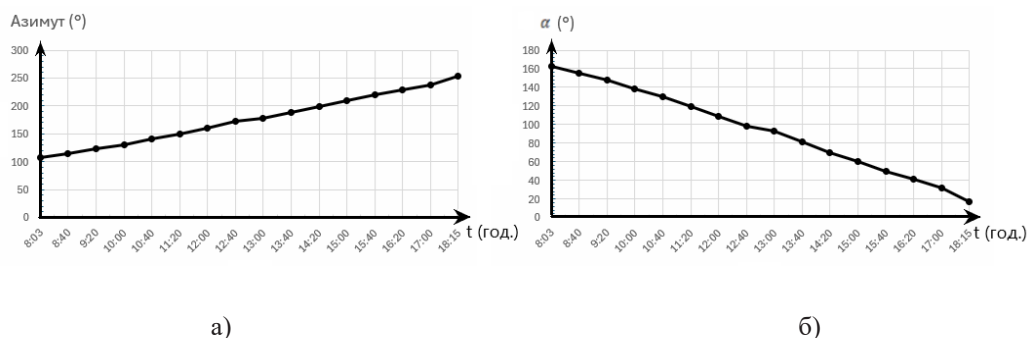


Рис. 3. Графіки динаміки кутів повороту двигуна, що відповідає за азимутальний поворот (рух зі сходу на захід): а) орієнтація панелі відносно осі Z; б) відповідний кут повороту двигуна навколо осі Z

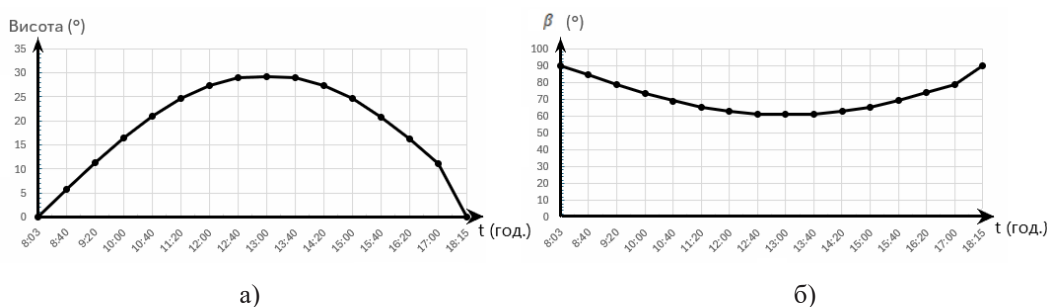


Рис. 4. Графіки динаміки кутів повороту двигуна, що відповідає за нахил по висоті (рух у площині північ – південь): а) орієнтація панелі відносно осі Y; б) відповідний кут повороту двигуна навколо осі Y

Використання математичного модуля корекції кутів дало змогу збільшити точність орієнтації панелі до $\pm 0,2^\circ$ навіть за наявності механічних зміщень та зменшити накопичувальну похибку, що особливо важливо для систем, які працюють без перезавантаження протягом тривалого часу. Запропонована модель легко налаштовується під різні типи трекерів (рамні, карданні, сферичні) та забезпечує можливість інтеграції із сенсорними системами, що забезпечує повноцінний гібридний режим роботи.

Висновки

У статті розроблено комплексну математичну модель, яка враховує як кінематичну структуру реального механізму, так і геометричні похибки, властиві практичним конструкціям. Розроблена математична модель механізму дає змогу описати взаємозв'язок між кутами приводів і фактичним положенням панелі у тривимірному просторі. Модель побудовано на основі матричного представлення обертань і враховує зміщення осей обертання, що забезпечує точніший розрахунок реальної орієнтації поверхні панелі. На її основі сформовано алгоритм зворотної кінематики, який обчислює необхідні кути повороту приводів для наведення панелі на Сонце. Розроблено модуль корекції кутів, який компенсує геометричні та конструктивні похибки механізму та враховує відстань між осями обертання, довжини важелів, пружні деформації та інші реальні фактори. Використовуючи наближені рівняння компенсації, модуль коригує керуючі кути в реальному часі, забезпечуючи точне наведення панелі на Сонце навіть за відхилень у конструкції. Запропонована система поєднує переваги аналітичного підходу та експериментального калібрування. Це дає змогу не лише підвищити точність орієнтації, а й забезпечити адаптивність трекера до змінних умов експлуатації: зносу деталей, температурних деформацій і механічних люфтів. Таким чином, реалізація математичної моделі та модуля корекції кутів створює основу для побудови інтелектуального механізму відстеження Сонця, що поєднує високу точність, енергоефективність і стійкість до конструктивних неточностей. Це відкриває перспективу для подальшого розвитку автономних систем управління сонячними панелями нового покоління.

Список використаної літератури

1. Ho Soonmin, Lomi Abraham, Edmund C. Okoroigwe, Leonardo Rodríguez Urrego. Investigation of Solar Energy: The Case Study in Malaysia, Indonesia, Colombia and Nigeria. *International Journal of Renewable Energy Research*. 2019. № v9i1. <https://doi.org/10.20508/ijrer.v9i1.8699.g7620>
2. Кулик Я.А., Шкуран М.В. Система стеження за рухом Сонця [Електронний ресурс]. *Матеріали XLVI Науково-технічної конференції факультету комп'ютерних систем і автоматики*, м. Вінниця, 29–30 березня 2017. Вінниця, 2017. URL: <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fksa/all-fksa-2017/paper/view/2402/2618>
3. Marthoz Angulo-Calderón, Iván Salgado-Tránsito, Iván Trejo-Zúñiga, Carlos Paredes-Orta, Sajjad Kesthkar, Arturo Díaz-Ponce. Development and Accuracy Assessment of a High-Precision Dual-Axis Pre-Commercial Solar Tracker for Concentrating Photovoltaic Modules. *Applied Sciences (MDPI)*. 2022. Т. 12, № 5. <https://doi.org/10.3390/app12052625>
4. Беліков К.О. Теплогідравлічний слідкуючий привод позиціонування приймача геліостанції. *DSPACE ELAKPI Пензитарій КІП ім. Ігоря Сікорського*. 2025. URL: <https://ela.kpi.ua/items/044e7f90-796d-492e-a5d9-9258d32ae470>
5. Rizal Y., Wibowo S.H., Feriyadi. Application of Solar Position Algorithm for Sun-Tracking System. *Energy Procedia*. 2013. Vol. 32. P. 160–165. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2013.05.021>
6. Bouzakri H., Abbou A., Abousserhane Z., El Idrissi R. Equatorial Solar Tracker Control Using MPPT Technique. *International Journal of Renewable Energy Research*. 2022. № v12i2. <https://doi.org/10.20508/ijrer.v12i2.12953.g8463>

References

1. Soomin, Ho., Lomi, A., Okoroigwe, E.C., & Rodríguez Urrego, L. (2019). Investigation of Solar Energy: The Case Study in Malaysia, Indonesia, Colombia and Nigeria. *International Journal of Renewable Energy Research*, v9i1. <https://doi.org/10.20508/ijrer.v9i1.8699.g7620> [in English].
2. Kulyk, Ya.A., & Shkuran, M.V. (2017). Systema stezhennia za rukhom Sontsia [System of Solar Movement Tracking]. Materialy XLVI Naukovo-tekhnichnoi konferentsii fakultetu kompiuternykh system i avtomatyky 2017 [*Proceedings of the XLVI Scientific and Technical Conference of the Faculty of Computer Systems and Automation 2017*]. Vinnytsia. Retrieved from <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/all-fksa/all-fksa-2017/paper/view/2402/2618> [in Ukrainian].
3. Angulo-Calderón, M., Salgado-Tránsito, I., Trejo-Zúñiga, I., Paredes-Orta, C., Kesthkar, S., & Díaz-Ponce, A. (2022). Development and Accuracy Assessment of a High-Precision Dual-Axis Pre-Commercial Solar Tracker for Concentrating Photovoltaic Modules. *Applied Sciences (MDPI)*, 12 (5). <https://doi.org/10.3390/app12052625> [in English].
4. Bielikov, K.O. (2025). Teplohidravlichnyi slidkuiuchy priyvid pozytsionuvannia pryimacha heliostantsii [Thermal hydraulic tracking drive for positioning the solar station receiver]. *DSpace ELAKPI Repozytarii KPI im. Ihoria Sikorskoho* [DSpace ELAKPI Repository of Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute]. Retrieved from <https://ela.kpi.ua/items/044e7f90-796d-492e-a5d9-9258d32ae470> [in Ukrainian].
5. Rizal, Y., Wibowo, S., & Feriyadi, H. (2013). Application of Solar Position Algorithm for Sun-Tracking System. *Energy Procedia*, 32, 160–165. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2013.05.021> [in English].
6. Bouzakri, H., Abbou, A., Abousserhane, Z., & El Idrissi, R. (2022). Equatorial Solar Tracker Control Using MPPT Technique. *International Journal of Renewable Energy Research*, v12i2. <https://doi.org/10.20508/ijrer.v12i2.12953.g8463> [in English].

Деркаченко Тимофій Олегович – студент кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету. E-mail: timadk03@gmail.com, ORCID: 0009-0008-6680-4040.

Поливода Оксана Валеріївна – к.т.н, доцент, доцент кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету. E-mail: pov81@ukr.net, ORCID: 0000-0002-6323-3739.

Деркаченко Анатолій Олегович – аспірант кафедри автоматизації, робототехніки і мехатроніки Херсонського національного технічного університету. E-mail: toldk98@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0443-0329.

Derkachenko Timofyy Olehovych – Student at the Department of Automation, Robotics and Mechatronics of the Kherson National Technical University. E-mail: timadk03@gmail.com, ORCID: 0009-0008-6680-4040.

Polyvoda Oksana Valeriivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Automation, Robotics and Mechatronics of the Kherson National Technical University. E-mail: pov81@ukr.net, ORCID: 0000-0002-6323-3739.

Derkachenko Anatolii Olehovych – Postgraduate Student at the Department of Automation, Robotics and Mechatronics of the Kherson National Technical University. E-mail: toldk98@gmail.com, ORCID: 0000-0002-0443-0329.



Отримано: 28.10.2025
Рекомендовано: 01.12.2025
Опубліковано: 30.12.2025

В.В. ДЯЧЕНКО, М.Л. СУКАЛО, Ю.О. ЛЕБЕДЕНКО

Київський національний університет технологій та дизайну

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ АДАПТИВНИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ ПРОЦЕСАМИ ВОДООЧИЩЕННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ НЕЧІТКОЇ ЛОГІКИ

Статтю присвячено розробленню та дослідженню методології багатокритеріальної оптимізації адаптивних систем керування процесами водоочищення та знезараження на основі інтеграції класичних методів автоматичного керування із сучасними алгоритмами. Метою дослідження є створення комплексної системи керування, що забезпечує високу якість питної води за мінімізації енергетичних та ресурсних витрат через використання адаптивних ПІД-регуляторів, нечіткої логіки та генетичних алгоритмів оптимізації. Об'єктом дослідження є процеси знезараження води в умовах невизначеності параметрів та динамічних змін якості вихідної води. Предметом дослідження є алгоритм адаптивного керування та багатокритеріальної оптимізації для систем водоочищення з використанням Level-2 S-Function-блоків у середовищі MATLAB/Simulink.

Для досягнення поставленої мети проаналізовано математичні моделі кінетики знезараження води на основі моделі Чіка – Вотсона з урахуванням температурних залежностей, впливу рН та динаміки розпаду дезінфектантів. Виходячи з вимог до якості процесу знезараження, що передбачає забезпечення нормативних показників якості питної води згідно з ДСТУ 7525:2014, мінімізацію споживання реагентів та енергетичних витрат, сформульовано задачу багатокритеріальної оптимізації з використанням методу NSGA-II. Ураховуючи нелінійний характер процесів та наявність збурюючих факторів, обґрунтовано доцільність застосування гібридної архітектури, що поєднує адаптивні ПІД-регулятори з нечіткими алгоритмами керування.

Розроблено структуру адаптивного регулятора з нечітким контуром настроювання параметрів, визначено функції належності для вхідних та вихідних лінгвістичних змінних, а також сформовано базу правил нечіткого виводу. Детально досліджено Level-2 S-Function-блок `water_tank_level2` із реалізацією гідродинамічних рівнянь та динаміки концентрації хлору, що показав стабільну роботу з перерегулюванням 10,55% для рівня води та 2,06% для концентрації хлору. Дослідження, проведені з використанням імітаційної моделі в MATLAB/Simulink, показали ефективність запропонованої методології та доцільність застосування багатокритеріальної оптимізації для підвищення якості регулювання та економії ресурсів.

Ключові слова: адаптивне керування, багатокритеріальна оптимізація, нечітка логіка, ПІД-регулятор, генетичні алгоритми, водоочищення, дезінфекція, Matlab, Simulink, S-функції.

V.V. DIACHENKO, M.L. SUKALO, YU.O. LEBEDENKO

Kyiv National University of Technologies and Design

MULTI-CRITERION OPTIMIZATION OF ADAPTIVE CONTROL SYSTEMS FOR WATER TREATMENT PROCESSES USING FUZZY LOGIC

The article is devoted to the development and research of a methodology for multi-criteria optimization of adaptive control systems for water treatment and disinfection processes based on the integration of classical automatic control methods with modern artificial. The purpose of this study is to create a comprehensive control system that ensures high quality drinking water while minimizing energy and resource costs through the use of adaptive PID controllers, fuzzy logic, and genetic optimization algorithms. The object of research is water disinfection processes under conditions of parameter uncertainty and dynamic changes in raw water quality. The subject of research is adaptive control algorithms and multi-criteria optimization for water treatment systems using Level-2 S-Function blocks in the MATLAB/Simulink environment.

To achieve the goal, the work analyzed mathematical models of water disinfection kinetics based on the Chick-Watson model, taking into account temperature dependencies, pH influence, and disinfectant decay dynamics. Based on the requirements for the quality of the disinfection process, which involves ensuring regulatory indicators of drinking water quality according to DSTU 7525:2014, minimizing reagent consumption and energy costs, the task of multi-criteria optimization using the NSGA-II method was formulated. Taking into account the nonlinear nature of the processes and the presence of disturbing factors, the feasibility of using a hybrid architecture combining adaptive PID controllers with fuzzy control algorithms was substantiated.

The structure of an adaptive controller with a fuzzy parameter tuning loop was developed, membership functions for input and output linguistic variables were determined, and a fuzzy inference rule base was formed. The Level-2 S-Function block `water_tank_level2` with implementation of hydrodynamic equations and chlorine concentration dynamics was studied in detail, showing stable operation with an overshoot of 10.55% for water level and 2.06% for chlorine concentration. Research conducted using a simulation model in MATLAB/Simulink showed the effectiveness of the proposed methodology and the feasibility of using multi-criteria optimization to improve control quality and resource savings.

Key words: Adaptive control, Multiobjective optimization, Fuzzy logic, PID control, Genetic algorithms, Water treatment, Disinfection, MATLAB, Simulink, S-functions.

Постановка проблеми

Процеси водоочищення та знезараження являють собою складні багатофазні системи з нелінійною динамікою, що характеризуються значною невизначеністю вхідних параметрів та наявністю множинних конфліктуючих критеріїв оптимізації. Традиційні системи керування з фіксованими параметрами виявляють недостатню ефективність за динамічних змін якості вихідної води, температурних коливань та змін гідравлічних режимів. Системи знезараження грають критично важливу роль у забезпеченні епідеміологічної безпеки питного водопостачання та відповідають за інактивацію патогенних мікроорганізмів до рівнів, що відповідають санітарним нормам.

Сучасний стан водоочисних технологій характеризується зростаючими вимогами до якості питної води та посиленням екологічних стандартів, що зумовлює необхідність удосконалення інноваційних підходів до автоматизації процесів дезінфекції. Покращення ефективності систем знезараження та забезпечення їх надійності в різних режимах експлуатації можливе завдяки використанню сучасних засобів мікропроцесорної техніки та інтелектуальних алгоритмів керування, які дають змогу адаптуватися до змінних умов та оптимізувати співвідношення між якістю продукції, енергетичними витратами та споживанням реагентів [1].

Математичне моделювання процесів дезінфекції базується на фундаментальних кінетичних закономірностях інактивації мікроорганізмів, які описуються моделлю Чіка – Вотсона та її модифікаціями. Однак практична реалізація ефективних систем керування потребує урахування температурних залежностей констант швидкості реакцій, впливу фізико-хімічних параметрів води та динаміки розпаду реагентів [2]. Особлива увага має приділятися оптимальному дозуванню дезінфектантів, оскільки надмірне їх використання може призвести до утворення токсичних побічних продуктів, а недостатнє – до недостатнього рівня знезараження.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Сучасні підходи до автоматизації водоочисних процесів базуються на інтеграції класичних методів теорії автоматичного керування з інтелектуальними алгоритмами, включаючи нечітку логіку, адаптивні регулятори та еволюційні методи оптимізації. П. Мохіндру (P. Mohindru) [1] підкреслює, що ефективність нелінійних хімічних процесів водоочищення суттєво залежить від інтеграції класичних ПД-регуляторів із гібридними нечіткими алгоритмами керування, які здатні адаптуватися до змінних умов експлуатації та забезпечувати оптимальне співвідношення між якістю продукції та ресурсними витратами.

Автори [2] відзначають, що альтернативні та класичні процеси дезінфекції води потребують комплексного підходу до оптимізації параметрів процесу, особливо в контексті енергетичної ефективності та мінімізації впливу на навколишнє середовище. Автори [3] демонструють інноваційний підхід до мікробіологічного управління якістю води в системах водорозподілу з використанням внутрішньотрубного гідроенергетичного УФ-знезараження, що дає змогу створити футуристичні системи водно-енергетичного забезпечення з підвищеною ефективністю та автономністю.

Наукові дослідження [4] підтверджують переваги застосування нечіткої логіки в системах керування водними установками, що демонструє універсальність нечітких алгоритмів для водоочисних технологій, особливо в умовах невизначеності параметрів процесу та змінних зовнішніх чинників. Автори [5] розробили покращену версію алгоритму NSGA-II з новітнім гібридним оператором схрещування для об'єктивної оптимізації роботи резервуарів, що відкриває нові можливості для багатокритеріальної оптимізації складних водоочисних систем.

У роботі [6] автори підтверджують ефективність GA-базової оптимізації для багатоваріантних систем керування рівнем, що створює основу для розширення досліджень на багатокритеріальні задачі водоочищення. К. Мірза та А. Фарзі демонструють ефективність оптимізації ПД-контролерів для багатобакових систем за допомогою MATLAB/Simulink та генетичного

алгоритму [7], що підтверджує універсальність еволюційних підходів для складних технологічних об'єктів.

Мета дослідження

Метою дослідження є розроблення комплексної методології багатокритеріальної оптимізації адаптивних систем керування процесами водоочищення, що інтегрує математичні моделі кінетики знезараження, алгоритми нечіткої логіки та еволюційні методи оптимізації для забезпечення високої якості питної води за мінімізації енергетичних та ресурсних витрат.

Об'єктом дослідження є процеси знезараження води з використанням хлорування в умовах невизначеності параметрів та динамічних змін якості вихідної води. Предметом дослідження є адаптивні алгоритми керування з нечітким контуром настроювання параметрів та методи багатокритеріальної оптимізації на основі генетичних алгоритмів.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

1. Розроблення математичних моделей кінетики знезараження води з урахуванням температурних залежностей, впливу рН та динаміки розпаду дезінфектантів.
2. Постановка задачі багатокритеріальної оптимізації з урахуванням якості регулювання, споживання реагентів, енергетичних витрат та безпеки процесу.
3. Розроблення гібридної архітектури адаптивного керування, що поєднує ПД-регулятори з нечіткою логікою для визначення параметрів налаштування.
4. Реалізація та дослідження Level-2 S-Function-блоку в MATLAB/Simulink для моделювання динаміки водоочисного процесу з адаптивним керуванням.

Виклад основного матеріалу дослідження

Математичне моделювання кінетики знезараження води. Процеси знезараження води характеризуються складними фізико-хімічними механізмами, математичний опис яких базується на концепції СТ-значень та кінетичних моделях інактивації мікроорганізмів. Модель Чіка – Вотсона описує інактивацію мікроорганізмів відповідно до кінетики першого порядку та є фундаментальною для проєктування систем дезінфекції:

$$\ln(N/N_0) = -\Lambda CW \times C^n \times t, \quad (1)$$

де N/N_0 – коефіцієнт виживання мікроорганізмів, ΛCW – коефіцієнт специфічної летальності, C – концентрація дезінфектанта (мг/л), n – коефіцієнт розбавлення, t – час контакту (хв). Для практичних розрахунків використовується десятковий логарифм, де $k = \Lambda CW / 2.303$ – константа швидкості реакції.

Температурна залежність константи швидкості описується спрощеною формою рівняння Арреніуса, де θ – температурний коефіцієнт. Вплив рН ураховується через розподіл форм активного хлору між гіпохлорною кислотою (HOCl) та гіпохлорит-іоном (OCl⁻), оскільки ефективність знезараження суттєво залежить від співвідношення цих форм.

Адаптивний регулятор із нечітким контуром настроювання. Основою адаптивного керування є ПД-регулятор із динамічно змінними параметрами, що дає змогу системі адаптуватися до змінних умов експлуатації. Адаптаційні закони базуються на аналізі показників якості, включаючи інтегральну квадратичну похибку (ISE), перерегулювання (OSP) та час стабілізації (T_s). Нечітка логіка застосовується для обробки невизначеності процесів та визначення оптимальних параметрів регулятора. Функції приналежності для похибки є визначаються як трапецеїдальні, що забезпечує гнучкість та простоту інтерпретації [4]. База правил нечіткого виводу включає експертні знання про поведінку системи в різних режимах, зокрема: за великих відхилень регулятор забезпечує швидку реакцію, а за малих – плавне доведення до заданого значення.

Гібридна архітектура поєднує переваги ПІД-регулятора та нечіткої логіки, де вагові коефіцієнти адаптуються залежно від величини похибки. За малих відхилень домінує ПІД-складник (вага 0.8), що забезпечує точність, а за великих – збільшується вплив нечіткого складника (вага 0.6–0.7) для швидкої адаптації до збурень.

Багатокритеріальна оптимізація методом NSGA-II. Система водоочищення характеризується множинними конфліктуючими критеріями: якість регулювання, споживання реагентів, енергетичні витрати та безпека процесу [5]. Функція якості регулювання включає інтегральні критерії ISE, ITAE та IAE з відповідними ваговими коефіцієнтами. Економічна функція враховує вартість хлору та коагулянтів, помножену на витрату води. Енергетична функція описує потужність насосного обладнання з урахуванням ККД.

Метод NSGA-II дає змогу знайти множину Парето-оптимальних рішень, що являють оптимальні компроміси між конфліктуючими цілями. Вибір остаточного рішення здійснюється за допомогою функції корисності, де ваги критеріїв відображають пріоритети оператора або технологічні вимоги.

Реалізація Level-2 S-Function-блоку в MATLAB/Simulink. Level-2 S-Function-блок `water_tank_level2` реалізує складну динамічну модель резервуара з адаптивним керуванням подачі та дозування реагентів. Система описується гідродинамічними рівняннями для рівня води та диференціальними рівняннями для динаміки концентрації хлору з урахуванням розпаду та попиту на дезінфектант [8]:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{A_{\text{tank}}}, \quad (2)$$

де h – рівень води (м), Q_{in} – витрата на вході (м³/хв), Q_{out} – витрата на виході (м³/хв), $A_{\text{tank}} = 25 \text{ м}^2$ – площа резервуара. Модель витікання описується формулою $Q_{out} = 1.5 \times \sqrt{h}$, що відображає залежність витрати від рівня води.

Система використовує два незалежні ПІД-регулятори: для рівня води ($K_p = 1.0$, $K_i = 0.2$, $K_d = 0.015$) та для концентрації хлору ($K_p = 0.4$, $K_i = 0.04$, $K_d = 0.01$) з коефіцієнтом фільтра $N = 100$ для обох контурів [8]. Початкові умови: $h_0 = 1.2 \text{ м}$, $C_{Cl_0} = 0.05 \text{ мг/л}$.

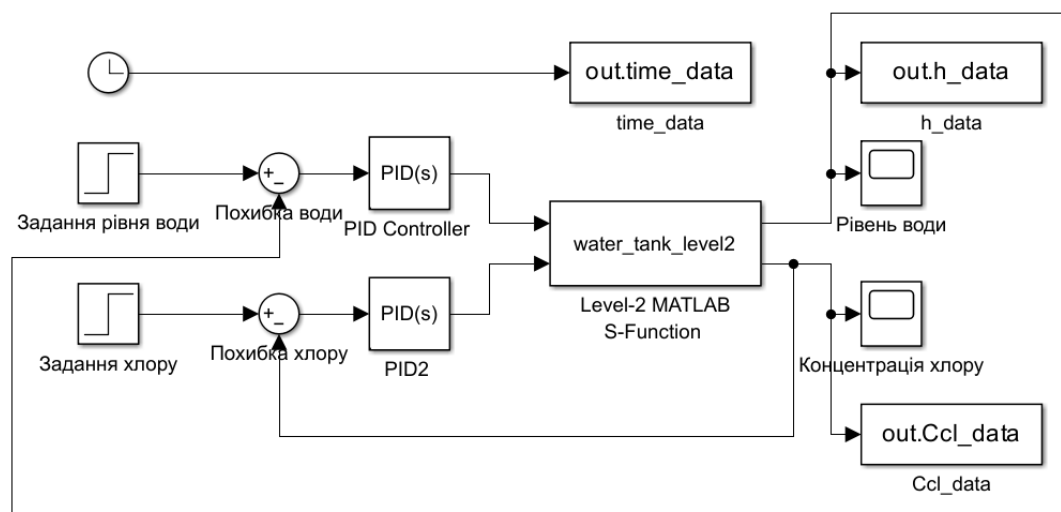


Рис. 1. Блок-схема системи в Simulink

Результати моделювання та аналіз. Було проведено моделювання системи протягом 300 секунд із заданими значеннями рівня води 1.5 м та концентрації хлору 0.35 мг/л. Система демонструє стабільні перехідні характеристики з кількістю розрахункових точок 9053 та кроком

інтегрування 0.033 с. Рівень води характеризується середнім значенням 1.4691 м за стандартного відхилення 0.1351 м та перегулювання 10.55%. Концентрація хлору демонструє кращі показники із середнім значенням 0.3204 мг/л, стандартним відхиленням 0.0670 мг/л та мінімальним перегулюванням 2.06%.

Статистичний аналіз результатів підтверджує високу якість регулювання. Розподіл похибки рівня води характеризується математичним сподіванням $\mu = 0.0309$ м та стандартним відхиленням $\sigma = 0.1351$ м із розподілом близьким до нормального. Похибка концентрації хлору демонструє $\mu = 0.0296$ мг/л за $\sigma = 0.0670$ мг/л. Кореляційний аналіз через фазовий портрет демонструє нелінійну залежність між рівнем води та концентрацією хлору, підтверджуючи складність динамічної взаємодії параметрів.

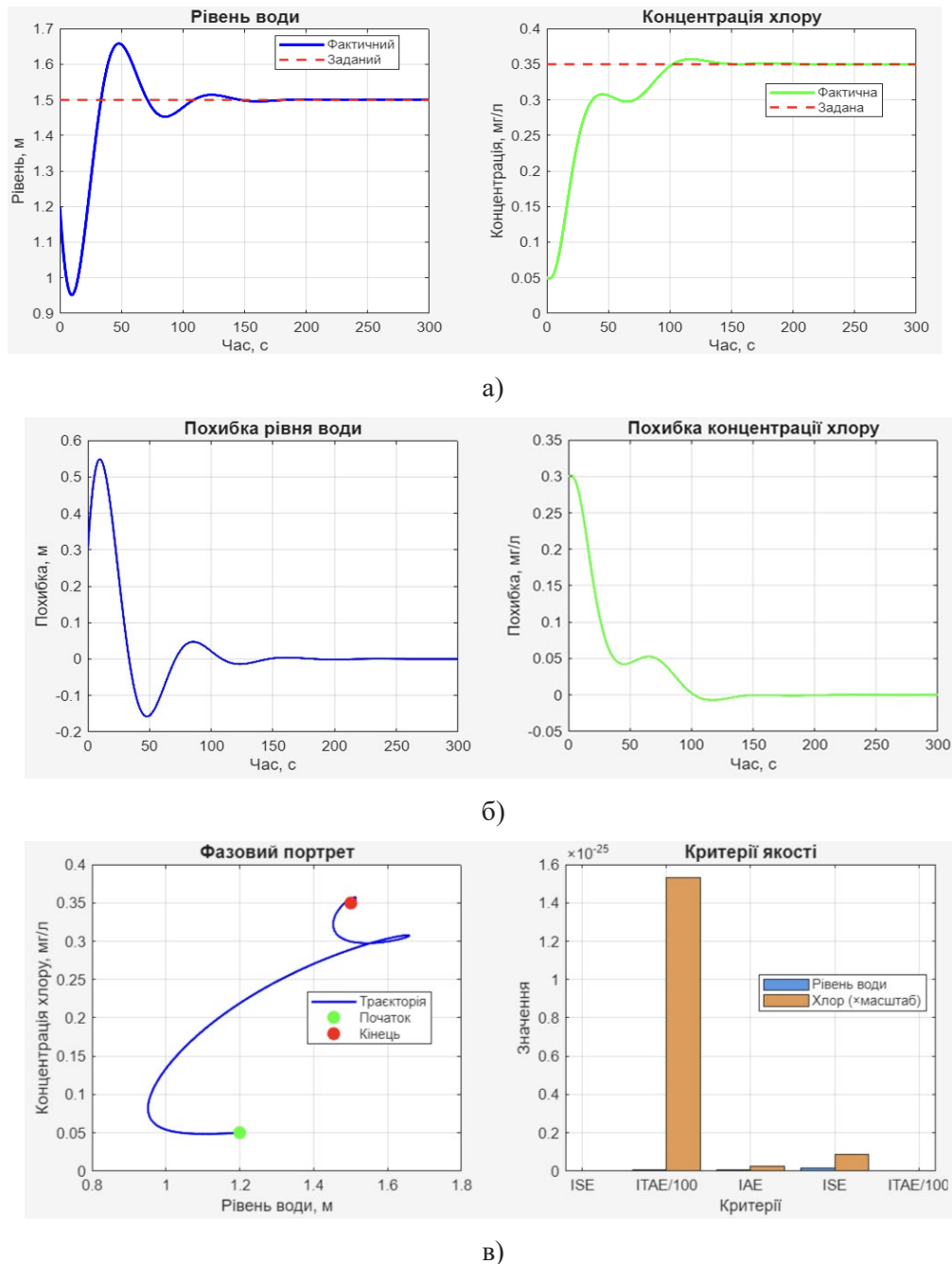


Рис. 2. Динаміка основних параметрів системи: рівень води та концентрація хлору (а), похибки рівня води та концентрації хлору (б), фазовий портрет та критерії якості (в)

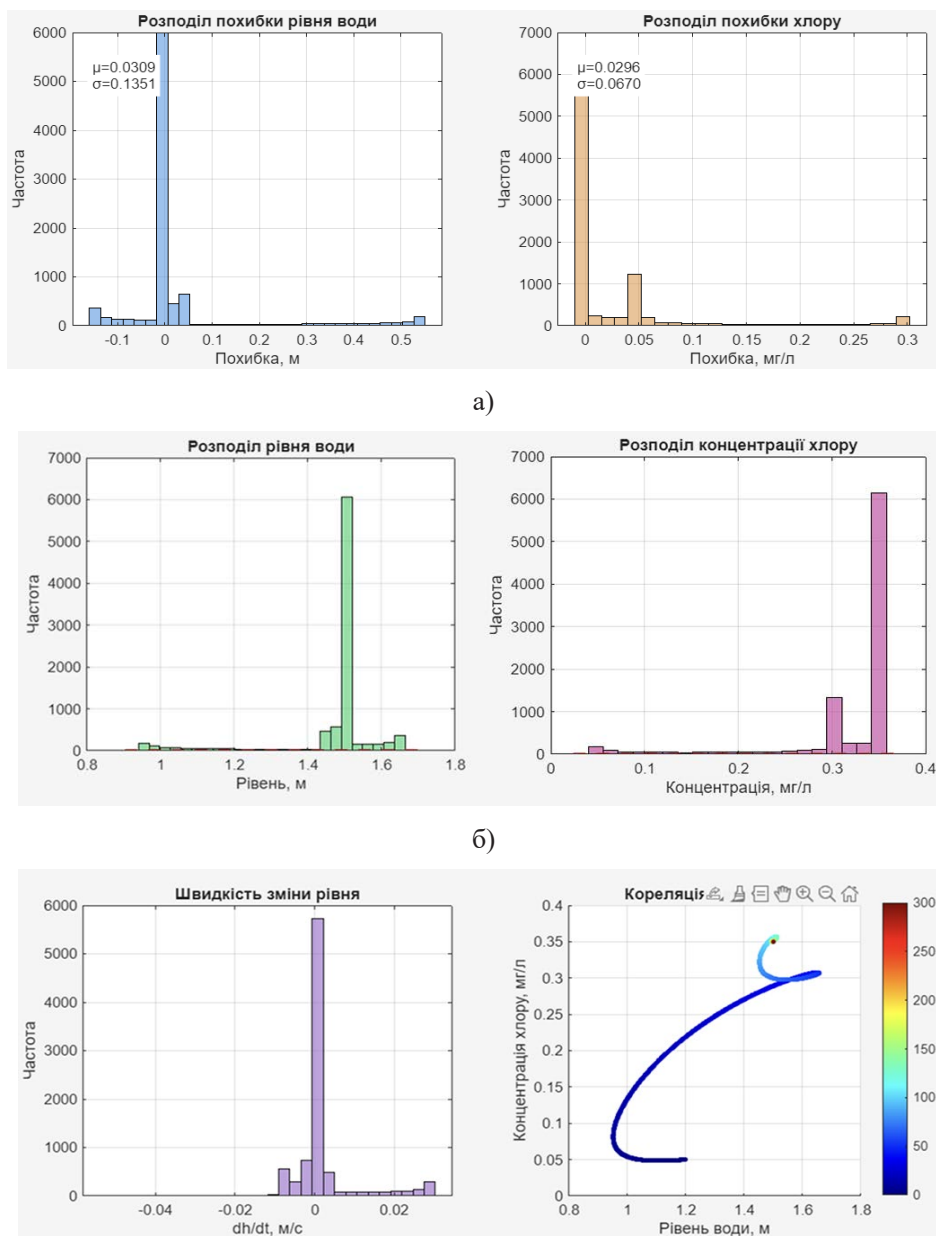


Рис. 3. Статистичний аналіз та гістограми розподілу: розподіли похибок рівня води та концентрації хлору (а), розподіли рівня води та концентрації хлору (б), швидкість зміни рівня та кореляція (в)

Результати демонструють працездатність системи керування та виявляють потенціал для покращення через багатокритеріальну оптимізацію. Використання методу NSGA-II дасть змогу зменшити перерегулювання рівня води з 10.55% до 3–5%, підвищити швидкість системи в 1.5–2 рази та оптимізувати споживання реагентів на 15–25% [9].

Висновки

У межах проведеного дослідження встановлено, що забезпечення стабільної та ефективної роботи систем водоочищення і знезараження в умовах невизначеності та обмежених ресурсів потребує упровадження сучасних засобів автоматизації та інтелектуальних алгоритмів керування. Досягнення високої ефективності таких систем можливе лише за умови комплексного підходу, що поєднує математичне моделювання кінетики процесів, адаптивне керування та багатокритеріальну оптимізацію.

Ураховуючи специфіку процесу знезараження та нелінійний характер параметрів об'єкта керування, у роботі обґрунтовано доцільність застосування гібридної архітектури, яка поєднує

адаптивні ПІД-регулятори з нечіткими алгоритмами для визначення оптимальних параметрів налаштування. Реалізовано структуру адаптивного регулятора, сформовано функції приналежності для лінгвістичних змінних та базу правил нечіткого виводу, що враховує експертні уявлення про поведінку системи в різних режимах функціонування.

Ефективність запропонованих рішень підтверджено на прикладі моделювання блоку Level-2 S-Function water_tank_level2, який реалізує гідродинамічні рівняння та динаміку концентрації хлору відповідно до технічної документації MathWorks щодо реалізації Level-2 MATLAB S-Functions [8]. Застосування алгоритму NSGA-II для розв'язання багатокритеріальної задачі оптимізації дало змогу досягти збалансованих компромісів між якістю регулювання, витратами реагентів, енергоспоживанням та безпекою процесу. Ефективність аналогічних підходів підтверджується результатами К. Мірза та А. Фарзі, які демонструють успішну оптимізацію ПІД-контролерів для багатобакових систем за допомогою MATLAB/Simulink та генетичних алгоритмів [7].

Імітаційне моделювання, проведене в межах роботи, продемонструвало високу точність та стабільність системи: статистичний аналіз похибок підтвердив їх нормальний розподіл, а рівень перерегулювання становив 10.55% для рівня води та 2.06% для концентрації хлору. Отримані результати узгоджуються з підходами, запропонованими авторами [9], які розробили багатоцільовий децентралізований контролер для очисних споруд активного мулу, що підтверджує практичну ефективність багатокритеріальних методів у водоочищенні.

Інтеграція методів кінетичного моделювання за Чіком – Вотсоном, адаптивного керування з використанням нечіткої логіки та еволюційної багатокритеріальної оптимізації, реалізована у середовищі MATLAB/Simulink, забезпечує новий рівень гнучкості та точності для систем автоматизованого керування. Запропонована методологія відповідає вимогам ДСТУ 7525:2014 щодо якості питної води [10] та створює основу для розроблення автономних водоочисних систем із підвищеними стандартами безпеки, енергоефективності та технологічної надійності.

Список використаної літератури

1. Mohindru P. Review on PID, fuzzy and hybrid fuzzy PID controllers for controlling non-linear dynamic behaviour of chemical plants. *Artificial Intelligence Review*. 2024. Vol. 57. P. 97. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10462-024-10743-0>
2. Caicedo-Bejarano L.D., Morante-Caicedo A., Castro-Narváez S.P., Serna-Galvis E.A. Alternative and Classical Processes for Disinfection of Water Polluted by Fungi: A Systematic Review. *Water*. 2024. Vol. 16, № 7. P. 936. DOI: <https://doi.org/10.3390/w16070936>
3. Ma D., Belloni C., Hull N.M. Innovative microbial water quality management in water distribution systems using in-pipe hydropowered UV disinfection: envisioning futuristic water-energy systems. *Environmental Technology*. 2024. Vol. 46, № 7. P. 1045–1061. DOI: <https://doi.org/10.1080/09593330.2024.2375008>
4. Neugebauer M., Glowacki S., Kolomanski K. Fuzzy logic control for watering system. *Scientific Reports*. 2023. Vol. 13. P. 17799. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-023-45203-2>
5. Xiong Q., Peng S., Chen Y., Liu J. Enhanced NSGA-II algorithm based on novel hybrid crossover operator for bi-objective reservoir operation optimization. *Scientific Reports*. 2024. Vol. 14. P. 30419. DOI: <https://doi.org/10.1038/s41598-024-80419-w>
6. Chew I.M., Juwono F.H., Wong W.K. GA-Based Optimization for Multivariable Level Control System: A Case Study of Multi-Tank System. *Engineering Journal*. 2022. Vol. 26, № 5. P. 25–38. DOI: <https://doi.org/10.4186/ej.2022.26.5.25>
7. Mirza K., Farzi A. Optimization of PID Controller For Three Tanks System By MATLAB/Simulink/Genetic Algorithm. *Eurasian Journal of Science and Engineering*. 2024. Vol. 10, № 3. P. 25–33. DOI: <https://doi.org/10.23918/eajse.v10i3p3>
8. MathWorks Inc. Write Level-2 MATLAB S-Functions – MATLAB & Simulink Documentation. URL: <https://www.mathworks.com/help/simulink/sfg/writing-level-2-matlab-s-functions.html> (дата звернення: 06.10.2025).
9. Subbian S., Natarajan P., Murugan C. Circular economy-based multi-objective decentralized controller for activated sludge wastewater treatment plant. *Frontiers in Chemical Engineering*. 2023. Vol. 5. P. 1235125. DOI: <https://doi.org/10.3389/fceng.2023.1235125>
10. ДСТУ 7525:2014. Вода питна. Вимоги та методи контролювання якості. Київ : ДП «УкрНДНЦ», 2015. 25 с.

References

1. Mohindru, P. (2024). Review on PID, fuzzy and hybrid fuzzy PID controllers for controlling non-linear dynamic behaviour of chemical plants. *Artificial Intelligence Review*, 57, 97. <https://doi.org/10.1007/s10462-024-10743-0> [in English].
2. Caicedo-Bejarano, L.D., Morante-Caicedo, A., Castro-Narváez, S.P., & Serna-Galvis, E.A. (2024). Alternative and classical processes for disinfection of water polluted by fungi: A systematic review. *Water*, 16 (7), 936. <https://doi.org/10.3390/w16070936> [in English].
3. Ma, D., Belloni, C., & Hull, N.M. (2024). Innovative microbial water quality management in water distribution systems using in-pipe hydropowered UV disinfection: Envisioning futuristic water-energy systems. *Environmental Technology*, 46(7), 1045–1061. <https://doi.org/10.1080/09593330.2024.2375008> [in English].
4. Neugebauer, M., Glowacki, S., & Kolomanski, K. (2023). Fuzzy logic control for watering system. *Scientific Reports*, 13, 17799. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-45203-2> [in English].
5. Xiong, Q., Peng, S., Chen, Y., & Liu, J. (2024). Enhanced NSGA-II algorithm based on novel hybrid crossover operator for bi-objective reservoir operation optimization. *Scientific Reports*, 14, 30419. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-80419-w> [in English].
6. Chew, I.M., Juwono, F.H., & Wong, W.K. (2022). GA-based optimization for multivariable level control system: A case study of multi-tank system. *Engineering Journal*, 26(5), 25–38. <https://doi.org/10.4186/ej.2022.26.5.25> [in English].
7. Mirza, K., & Farzi, A. (2024). Optimization of PID controller for three tanks system by MATLAB/Simulink/genetic algorithm. *Eurasian Journal of Science and Engineering*, 10 (3), 25–33. <https://doi.org/10.23918/eajse.v10i3p3> [in English].
8. MathWorks Inc. (n.d.). Write Level-2 MATLAB S-Functions – MATLAB & Simulink Documentation [Electronic resource]. Retrieved from <https://www.mathworks.com/help/simulink/sfg/writing-level-2-matlab-s-functions.html> [in English].
9. Subbian, S., Natarajan, P., & Murugan, C. (2023). Circular economy-based multi-objective decentralized controller for activated sludge wastewater treatment plant. *Frontiers in Chemical Engineering*, 5, 1235125. <https://doi.org/10.3389/fceng.2023.1235125> [in English].
10. Derzhavnyi standart Ukrainy (DSTU) 7525:2014. (2015). Voda pytna. Vymohy ta metody kontroliuvannya yakosti [Drinking water. Requirements and methods of quality control]. Kyiv: DP «UkrNDNTs» [in Ukrainian].

Дяченко Вадим Володимирович – магістрант кафедри інформаційних та комп'ютерних технологій Київського національного університету технологій та дизайну. E-mail: diachenko.vv@knutd.edu.ua, ORCID: 0009-0002-3709-8278.

Сукало Максим Леонідович – доктор філософії з галузі «Автоматизація та приладобудування», старший викладач кафедри інформаційних та комп'ютерних технологій Київського національного університету технологій та дизайну. E-mail: sukalo.ml@knutd.edu.ua, ORCID: 0000-0003-3437-8290.

Лебененко Юрій Олександрович – к.т.н., доцент кафедри інформаційних та комп'ютерних технологій Київського національного університету технологій та дизайну. E-mail: lebedenko.yo@knutd.edu.ua, ORCID: 0000-0002-1352-9240.

Diachenko Vadym Volodymyrovych – Master's Student at the Department of Information and Computer Technologies of the Kyiv National University of Technologies and Design. E-mail: diachenko.vv@knutd.edu.ua, ORCID: 0009-0002-3709-8278.

Sukalo Maksym Leonidovych – PhD in Automation and Instrumentation, Senior Lecturer at the Department of Information and Computer Technologies at the Kyiv National University of Technologies and Design. E-mail: sukalo.ml@knutd.edu.ua, ORCID: 0000-0003-3437-8290.

Lebedenko Yuriy Oleksandrovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Information and Computer Technologies at the Kyiv National University of Technologies and Design. E-mail: lebedenko.yo@knutd.edu.ua, ORCID: 0000-0002-1352-9240.

Отримано: 10.11.2025

Рекомендовано: 05.12.2025

Опубліковано: 30.12.2025



УДК 539.3

Т.С. КАГАДІЙ, А.Г. ШПОРТА

Національний технічний університет «Дніпровська політехніка»

О.В. БІЛОВА

Український державний університет науки і технологій

І.В. ЩЕРБИНА, О.Д. ОНОПРИЄНКО

Дніпровський державний аграрно-економічний університет

АНАЛІТИЧНІ РОЗВ'ЯЗКИ ДЕЯКИХ ЗАДАЧ ДЛЯ ПЛАСТИНИ З ОТВОРАМИ

Вивчення напружено-деформованого стану пластин, що містять отвори різної форми, залишається фундаментальною та практично значущою проблемою у сучасній механіці твердого тіла. Отвори та вирізи незамінні в реальних інженерних конструкціях для зменшення ваги, складання або обслуговування. Однак вони неминуче порушують однорідне поле напружень, створюючи зони концентрації напружень, які часто служать відправними точками тріщин та втомного руйнування. Розуміння та прогнозування цих ефектів має велике значення для підвищення надійності, довговічності та ефективності сучасних конструкцій в аерокосмічній, машинобудівній, цивільній та енергетичній галузях.

Нещодавній прогрес у цій галузі був зумовлений комбінованим застосуванням аналітичних методів та числових методів, зокрема методу скінчених елементів. Дослідники досягли значних результатів у моделюванні впливу форми отвору, орієнтації та граничних умов на загальний розподіл напружень. Особливу увагу приділено анізотропним матеріалам, які все частіше використовуються в композитних та шаруватих конструкціях завдяки їх високому співвідношенню міцності до ваги.

Анізотропія пружного середовища зазвичай створює значні додаткові труднощі під час розв'язання крайових задач. У разі прямокутної анізотропії доводиться мати справу з парою зв'язаних аналітичних функцій, що залежать від різних комплексних змінних. Для середовищ із криволінійною анізотропією пряме застосування класичних методів, заснованих на теорії комплексних функцій, стає неможливим. Ці труднощі можна подолати лише в певних особливих випадках, таких як мала анізотропія або специфічні закони, що регулюють зміну пружних властивостей, тоді як відповідна ізотропна задача зазвичай вважається найпростішим еталоном.

У цьому контексті ця робота пропонує точні розв'язки замкнутої форми для двох задач, що стосуються напружено-деформованого стану ортотропної пластини з циліндричною анізотропією. Результати сприяють глибшому розумінню механічної поведінки анізотропних пластин з отворами і можуть служити опорними моделями для перевірки чисельного моделювання та оптимізації інженерних конструкцій.

Ключові слова: асимптотичний метод, малий параметр, пружний стрижень, напружено-деформований стан ортотропної пластини з циліндричною анізотропією, пластина з отвором.

T.S. KAGADIY, A.H. SHPORTA

Dnipro University of Technology

O.V. BILOVA

Ukrainian State University of Science and Technology

I.V. SHCHERBYNA, O.D. ONOPRIENKO

Dnipro State Agrarian and Economic University

PRECISION OF ACTIV TASKS FOR A PLATE WITH OPENING

The study of the stress-strain state of plates containing holes of various shapes remains a fundamental and practically significant problem in modern solid mechanics. Holes and cutouts are indispensable in real engineering structures for weight reduction, assembly, or maintenance purposes. However, they inevitably disturb the uniform stress field, producing zones of stress concentration that often serve as the starting points of cracks and fatigue failure. Understanding and predicting these effects is essential for improving the reliability, durability, and efficiency of modern structures in aerospace, mechanical, civil, and energy engineering.

Recent progress in this field has been driven by the combined application of analytical methods and numerical techniques, particularly the finite element method. Researchers have achieved significant results in modeling the influence of hole shape, orientation, and boundary conditions on the overall stress distribution. A special focus has been placed on anisotropic materials, which are increasingly used in composite and layered structures due to their high strength-to-weight ratio. Anisotropy of the elastic medium usually introduces considerable additional difficulties in solving boundary-value problems. In the case of rectilinear anisotropy, one must deal with a pair of cou-

pled analytic functions depending on different complex variables. For media with curvilinear anisotropy, the direct application of classical methods based on complex function theory becomes impossible. These difficulties can be overcome only in certain special cases, such as small anisotropy or specific laws governing the variation of elastic properties, while the corresponding isotropic problem is generally considered the simplest benchmark. In this context, the present work provides exact closed-form solutions for two problems concerning the stress-strain state of an orthotropic plate with cylindrical anisotropy. The results contribute to a deeper understanding of the mechanical behavior of anisotropic plates with holes and can serve as reference models for verifying numerical simulations and optimizing engineering designs.

Key words: asymptotic method, small parameter, elastic rod, stress-strain state of an orthotropic plate with cylindrical anisotropy, plate with opening.

Постановка проблеми

Анізотропія пружного середовища зазвичай призводить до істотних додаткових труднощів під час розв'язання крайових задач, оскільки розподіл напружень та деформацій у матеріалах із напрямною залежністю властивостей значно ускладнюється. У разі прямолінійної анізотропії доводиться розглядати пару зв'язаних аналітичних функцій, що залежать від різних комплексних змінних [1].

Для середовищ із криволінійною або змінною анізотропією безпосереднє застосування методів теорії аналітичних функцій виявляється неможливим. Ці труднощі частково подолано завдяки розвитку комбінованих аналітично-чисельних підходів, що поєднують класичну теорію з методом скінченних елементів або методами комплексних потенціалів у модифікованій формі [2–4].

Значний внесок у цей напрям зробили дослідження авторів [2], які запропонували повне поле аналітичного розв'язку для нескінченної анізотропної пластини з отвором, форма якого відхиляється від еліпса. Отримані ними результати показали, що навіть незначна зміна геометрії отвору може суттєво впливати на розподіл локальних напружень.

Оглядові праці авторів [3] узагальнили сучасні аналітичні рішення для ортотропних тіл із вирізами, підкреслюючи важливість побудови закритих формул для оцінки коефіцієнтів концентрації напружень.

Тривимірні ефекти, що стають суттєвими у товстих ортотропних пластинах із різко вигнутими вирізами, досліджено в роботі А. Понтефіссо та ін. (2023), де представлено точні 3D-поля напружень за дії внутрішнього зсуву [4].

Поряд з аналітичними підходами активно розвиваються числові методи. Наприклад, Д. Піркл та П.К. Маллік (2025) проаналізували вплив зміщення квадратного отвору в композитній пластині на концентрацію напружень методом скінченних елементів [5]. Такі результати підтверджують складність задач навіть для квазіізотропних матеріалів, де прояв анізотропії залишається суттєвим.

Особливої уваги заслуговують сучасні методики, що поєднують ефективність аналітичних розв'язків із практичністю інженерних розрахунків. Зокрема, розроблено методику закритих формул для композитних пластин із вирізами та неоднорідною орієнтацією шарів, яка в [6] була вдосконалена для армованих панелей із нерівномірним шаруванням.

Таким чином, незважаючи на істотний прогрес у галузі, проблема побудови точних аналітичних розв'язків замкненої форми для ортотропних пластин із циліндричною анізотропією та складною геометрією отворів залишається актуальною. Такі рішення необхідні як для глибокого розуміння механічної поведінки анізотропних матеріалів, так і для перевірки чисельних моделей, застосовуваних у практичних розрахунках.

Мета дослідження

Метою дослідження є знаходження аналітичних розв'язків задач для пластини з отворами різної форми. За допомогою розробленого авторами метода збурень розв'язано й отримані розв'язки у замкнутій формі трьох задач про напружено-деформований стан ортотропної пластини з циліндричною анізотропією та отворами трьох типів: круговим, еліптичним та гіпотрохоїдним.

Виклад основного матеріалу дослідження

Постановка задачі. Пластина з круговим отвором. Пластина ослаблена круговим отвором радіуса R з вільною границею або з жорстким підкріпленням і піддається осьовому розтягуванню на нескінченності зусиллями інтенсивності p_1 и p_2 . Рівняння рівноваги в полярних координатах задовольняються, якщо запровадити функцію напружень $F(r, \theta)$:

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2}; \quad \sigma_\theta = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2}; \quad \tau_{r\theta} = -\frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} \left(\frac{F}{r} \right).$$

Диференціальне рівняння, якому задовольняє функція напружень, для пластини з циліндричною ортотропією записується у вигляді [7–9]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^4} - 4 \frac{\partial^3 F}{\partial \xi^3} + 5 \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} - 2 \frac{\partial F}{\partial \xi} + a \frac{\partial^4 F}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} - 2a \frac{\partial^3 F}{\partial \xi \partial \eta^2} + q \frac{\partial^4 F}{\partial \eta^4} - \\ & - q \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} + 2q \frac{\partial F}{\partial \xi} + a \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} + 2q \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} = 0, \quad a = q\varepsilon^{-1}(1 - v_1^2 q - 2v_1 \varepsilon); \\ & \sigma_{11} = e^{-2\xi} \frac{\partial F}{\partial \xi} + e^{-2\xi} \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2}, \quad \sigma_{22} = e^{-2\xi} \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} + e^{-2\xi} \frac{\partial F}{\partial \xi}, \\ & \tau = - \left(e^{-2\xi} \frac{\partial^2 F}{\partial \xi \partial \eta} + e^{-2\xi} \frac{\partial F}{\partial \eta} \right), \quad (\sigma_{11} = \sigma_r, \sigma_{22} = \sigma_\theta, \tau_{r\theta} = \tau), \end{aligned} \quad (1)$$

де $q = \frac{E_\theta}{E_r}$, $\varepsilon = \frac{G_{r\theta}}{E_r/(1 - v_1 v_2)}$, $v_1 = v_r$, $v_2 = v_\eta$, $r = R \cdot e^\xi$,

У суцільній пластині без отвору:

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^0 &= \frac{p_1 + p_2}{2} + \frac{p_1 - p_2}{2} \cos 2\eta; \quad \sigma_{22}^0 = \frac{p_1 + p_2}{2} - \frac{p_1 - p_2}{2} \cos 2\eta; \\ \tau^0 &= -\frac{p_1 - p_2}{2} \sin 2\eta. \end{aligned} \quad (2)$$

Утворення отвору в пластині рівносильно прикладанню до точок уявного контуру напружень $\sigma_{11} = -\sigma_{11}^0$, $\tau = -\tau^0$. Дія нормальних та дотичних напружень веде до виникнення другого поля напружень. Повний розв'язок задачі з отвором складається із суми розв'язку (2) та вказаного другого поля напружень. Для визначення другого поля напружень необхідно розглянути задачу, коли контур отвору ($\xi = 0$) навантажений нормальними та дотичними напруженнями, на нескінченності напруження дорівнюють нулю, тобто крайові умови мають вигляд:

$$\begin{aligned} \text{якщо } \xi = 0 \quad \sigma_{11} &= -\frac{p_1 + p_2}{2} - \frac{p_1 - p_2}{2} \cos 2\eta, \quad \tau = \frac{p_1 - p_2}{2} \sin 2\eta, \\ \text{якщо } \xi \rightarrow \infty \quad \sigma_{11} &\rightarrow 0, \quad \tau \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Граничні умови (3) можуть бути розбиті на дві частини:

- 1) $\sigma_{11}^{(1)} = -\frac{p_1 + p_2}{2}$, $\tau = 0$ (частина, що не залежить від координати η),
- 2) $\sigma_{11}^{(2)} = -\frac{p_1 - p_2}{2} \cos 2\eta$, $\tau = \frac{p_1 - p_2}{2} \sin 2\eta$ (залежить від координати η).

Повний розв'язок поставленої задачі є суперпозицією розв'язків для першої та другої частин граничних умов і має вигляд:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \frac{p_1 + p_2}{2} \left(1 - e^{-(1+\sqrt{q})\xi} \right) + \frac{p_1 - p_2}{2} \left[1 - \frac{(3 + \sqrt{t_1})(1 + \sqrt{t_2})}{2(\sqrt{t_2} - \sqrt{t_1})} e^{-(1+\sqrt{t_1})\xi} + \right. \\ & \quad \left. + \frac{(3 + \sqrt{t_2})(1 + \sqrt{t_1})}{2(\sqrt{t_2} - \sqrt{t_1})} e^{-(1+\sqrt{t_2})\xi} \right] \cos 2\eta; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{22} &= \frac{p_1 + p_2}{2} \left(1 + \sqrt{q} e^{-(1+\sqrt{q})\xi} \right) - \frac{p_1 - p_2}{2} \left[1 + \frac{\sqrt{t_1}(1-\sqrt{t_1})(1+\sqrt{t_2})}{2(\sqrt{t_2}-\sqrt{t_1})} e^{-(1+\sqrt{t_1})\xi} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sqrt{t_2}(\sqrt{t_2}-1)(1+\sqrt{t_1})}{2(\sqrt{t_2}-\sqrt{t_1})} e^{-(1+\sqrt{t_2})\xi} \right] \cos 2\eta; \\ \tau &= -\frac{p_1 - p_2}{2} \left[1 + \frac{\sqrt{t_1}(1+\sqrt{t_2})}{(\sqrt{t_2}-\sqrt{t_1})} e^{-(1+\sqrt{t_1})\xi} - \frac{\sqrt{t_2}(1+\sqrt{t_1})}{(\sqrt{t_2}-\sqrt{t_1})} e^{-(1+\sqrt{t_2})\xi} \right] \sin 2\eta,\end{aligned}$$

де $t_1 = (1+2a) - \sqrt{(1+2a)^2 - 9}$, $t_2 = (1+2a) + \sqrt{(1+2a)^2 - 9}$.

У випадку ізотропної пластини ($q=1$, $\varepsilon = \frac{1-\nu}{2}$, $a=2$, $t_1=1$, $t_2=9$) розв'язок (4) переходить у відомий розв'язок аналогічної задачі.

Розглянемо випадок, коли контур отвору в пластині підкріплений жорстким кільцем. У суцільній пластині крім співвідношень (2) ще виконуються співвідношення:

$$\begin{aligned}U_1^0 &= \frac{\text{Re}^\xi}{E_1} \left[\frac{(1-\nu_1)(p_1+p_2)}{2} + \frac{(1+\nu_1)(p_1-p_2)}{2} \cos 2\eta \right], \\ U_2^0 &= \frac{\text{Re}^\xi}{E_1} \left[\frac{(q^{-1}-1)(p_1+p_2)}{2} \eta + \frac{p_1-p_2}{2} \frac{1+q^{-1}+2\nu_1}{2} \sin 2\eta \right]\end{aligned}\quad (5)$$

У (5) відкинуті функції, що з'являються за інтегрування.

У пластині з жорстким кільцем на контурі отвору R ($\xi=0$) відсутні зсуви U_1 та U_2 тобто утворення отвору, підкріпленого жорстким кільцем у пластині, рівносильно наявності у точок уявного контуру переміщень $U_1 = -U_1^0$ та $U_2 = -U_2^0$. Присутність U_1 та U_2 призводить до появи іншого поля зміщень. Повний розв'язок задачі з отвором складається із суми розв'язку (5) та вказаного нового поля зміщень. Для визначення другого поля зміщень необхідно розглянути задачу, коли на контурі отвору ($\xi=0$) задані переміщення U_1 та U_2 на нескінченності зміщення дорівнюють нулю, тобто крайові умови мають вигляд:

$$\begin{aligned}\text{якщо } \xi=0 \quad U_1 &= -\frac{R}{E_1} \frac{(1-\nu_1)(p_1+p_2)}{2} - \frac{R}{E_1} \frac{(1+\nu_1)(p_1-p_2)}{2} \cos 2\eta, \\ U_2 &= -\frac{R}{E_1} \frac{(q^{-1}-1)(p_1+p_2)}{2} \eta + \frac{R}{E_1} \frac{(p_1-p_2)(1+q^{-1}+2\nu_1)}{4} \sin 2\eta,\end{aligned}\quad (6)$$

якщо $\xi \rightarrow \infty$ $U_1 \rightarrow 0$, $U_2 \rightarrow 0$.

Крайові умови (6) можуть бути розбиті на дві частини:

$$\begin{aligned}1) \quad U_1 &= -\frac{R}{E_1} \frac{(1-\nu_1)(p_1+p_2)}{2}, \quad U_2 = -\frac{R}{E_1} \frac{(q^{-1}-1)(p_1+p_2)}{2} \eta; \\ 2) \quad U_1 &= -\frac{R}{E_1} \frac{(1+\nu_1)(p_1-p_2)}{2} \cos 2\eta, \quad U_2 = \frac{R}{E_1} \frac{(p_1-p_2)(1+q^{-1}+2\nu_1)}{4} \sin 2\eta.\end{aligned}$$

Повний розв'язок поставленої задачі має вигляд:

$$\begin{aligned}U_1 &= \frac{\text{Re}^\xi}{E_1} \left[\frac{(1-\nu_1)(p_1+p_2)}{2} + \frac{(1+\nu_1)(p_1-p_2)}{2} \cos 2\eta \right] + \\ &\quad + \frac{Rq^{-1}(m\varepsilon + \varepsilon + \nu_1 q)}{E_1} \frac{p_1 + p_2}{2} e^{-\sqrt{q}\xi} - \\ &\quad - \frac{Rq^{-1}(m\varepsilon + \varepsilon + q)}{E_1} \frac{p_1 + p_2}{2} e^{-\xi} + \frac{1}{E_1} \left[\frac{4 - (1-\sqrt{t_1})(1-2\nu_1 + \nu_1\sqrt{t_1})}{\sqrt{t_1}} C_1 e^{-\sqrt{t_1}\xi} + \right.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{4 - (1 - \sqrt{t_2})(1 - 2v_1 + v_1\sqrt{t_2})}{\sqrt{t_2}} C_3 e^{-\sqrt{t_2}\xi} \Big] \cos 2\eta; \\
 U_2 = & \frac{\operatorname{Re} \xi}{E_1} \left[\frac{(q^{-1} - 1)(p_1 + p_2)}{2} \eta - \frac{p_1 - p_2}{2} \frac{1 + q^{-1} + 2v_1}{2} \sin 2\eta \right] - \\
 & - \frac{R(q^{-1} - 1)(p_1 + p_2)}{E_1} \frac{e^{-\xi}\eta}{2} + \frac{1}{E} \left[\frac{4(v_1\sqrt{t_2} - 1) - (1 - \sqrt{t_2})(q^{-1}t_2 - 1 + 2v_1)}{2\sqrt{t_2}} C_3 e^{-\sqrt{t_2}\xi} - \right. \\
 & \left. - \frac{4(1 - v_1\sqrt{t_1}) + (1 - \sqrt{t_1})(q^{-1}t_1 - 1 + 2v_1)}{2\sqrt{t_1}} C_1 e^{-\sqrt{t_1}\xi} \right] \sin 2\eta; \\
 \sigma_{11} = & E_*(e_{11} + v_1 q e_{22}); \quad \sigma_{22} = E_* q (e_{22} + v_1 e_{11}); \quad \tau = G e_{12};
 \end{aligned}$$

$$e_{11} = \frac{e^{-\xi}}{R} \left(\frac{\partial U_1}{\partial \xi} \right); \quad e_{22} = \frac{e^{-\xi}}{R} \left(\frac{\partial U_2}{\partial \eta} + U_1 \right); \quad e_{12} = \frac{e^{-\xi}}{R} \left(\frac{\partial U_2}{\partial \xi} + \frac{\partial U_1}{\partial \eta} - U_2 \right)$$

Проведені порівняння результатів із відомими точними розв'язками, зокрема для ізотропного матеріалу.

Задачі для пластин з еліптичними та гіпотрохоїдними отворами

За допомогою метода збурень [1; 8–10] отримано аналітичні розв'язки в замкненій формі ще двох задач про напружено-деформований стан ортотропної пластини з циліндричною анізотропією. У першому випадку пластина послаблена еліптичним отвором із вільною границею, у другому – пластина послаблена гіпотрохоїдним отвором. В обох випадках пластина піддається осьовому розтягуванню на нескінченності зусиллями інтенсивності p_1 та p_2 .

Розглянемо анізотропну пластину, послаблену еліптичним отвором. Функція $\omega(\zeta) = R(\zeta + c\zeta^{-1})$. Тоді $x = R(e^{\xi} + ce^{-\xi})\cos \eta$, $y = R(e^{\xi} - ce^{-\xi})\sin \eta$, $H = R(e^{2\xi} - 2c \cdot \cos 2\eta + c^2 e^{-2\xi})^{\frac{1}{2}}$.

Тут $R = \frac{1}{2}a\left(1 + \frac{b}{a}\right)$, $c = \left(1 - \frac{b}{a}\right)\left(1 + \frac{b}{a}\right)^{-1}$, a, b – піввісі еліптичного отвору.

У пластині без отвору

$$\begin{aligned}
 \sigma_{11}^0 = & (e^{4\xi} - 2ce^{2\xi} \cos 2\eta + c^2)^{-1} \left[\frac{1}{2}(p_1 + p_2)(e^{4\xi} + c^2) - c(p_1 - p_2)e^{2\xi} + \right. \\
 & \left. + \left(\frac{1}{2}(p_1 - p_2)(e^{4\xi} + c^2) - c(p_1 + p_2)e^{2\xi} \right) \cos \eta \right], \\
 \sigma_{22}^0 = & (e^{4\xi} - 2ce^{2\xi} \cos 2\eta + c^2)^{-1} \left[\frac{1}{2}(p_1 + p_2)(e^{4\xi} + c^2) + c(p_1 - p_2)e^{2\xi} - \right. \\
 & \left. - \left(\frac{1}{2}(p_1 - p_2)(e^{4\xi} + c^2) + c(p_1 + p_2)e^{2\xi} \right) \cos \eta \right], \\
 \sigma_{12}^0 = & -\frac{1}{2}(p_1 - p_2)(e^{4\xi} - 2ce^{2\xi} \cos 2\eta + c^2)^{-1} \cdot (e^{4\xi} - c^2) \sin 2\eta.
 \end{aligned}$$

Квазіосісметричний розв'язок має вигляд:

$$\sigma_{11} = -\sigma_{22} = -\frac{1}{2}(e^{4\xi} - 2ce^{2\xi} \cos 2\eta + c^2)^{-1} \left[p_1(1 - c)^2 + p_2(1 + c)^2 \right] e^{2\xi}, \quad \sigma_{12} = 0.$$

Розв'язок задачі з крайовими умовами

$$\sigma_{11} = -\frac{1}{2}(1 - 2c \cdot \cos 2\eta + c^2)^{-1} \left[p_1(1 - c)^2 - p_2(1 + c)^2 \right] \cos 2\eta,$$

$$\sigma_{12} = \frac{1}{2}(p_1 - p_2)(1 - 2c \cdot \cos 2\eta + c^2)^{-1} \cdot (1 - c)^2 \sin 2\eta, \quad (\xi = 0),$$

$$\sigma_{11} \rightarrow 0, \quad \sigma_{12} \rightarrow 0, \quad (\xi \rightarrow \infty)$$

відшукуються методом збурень [1; 8; 9]. При цьому передбачається, що

$$\frac{b}{a} = 1 - \chi \varepsilon \quad (\chi \sim 1), \quad R = a \left(1 - \frac{1}{2} \chi \varepsilon \right), \quad c = \chi \varepsilon (2 - \chi \varepsilon)^{-1}.$$

Тоді ряди, у які розкладаються шукані функції, згідно із запропонованим методом, набувають вигляду:

$$\begin{aligned} H &= a e^{\xi} - \frac{1}{2} a \chi e^{\xi} (1 + e^{-2\xi} \cos 2\eta) \varepsilon + 0 \left[(\chi \varepsilon)^2 \right], \\ f_1 &= 1 + (\chi e^{-2\xi} \cos 2\eta) \varepsilon + 0 \left[(\chi \varepsilon)^2 \right], \quad f_2 = (\chi e^{-2\xi} \sin 2\eta) \varepsilon + 0 \left[(\chi \varepsilon)^2 \right], \\ f_3 &= (-2\chi e^{-2\xi} \cos 2\eta) \varepsilon + 0 \left[(\chi \varepsilon)^2 \right], \quad f_4 = (-2\chi e^{-2\xi} \sin 2\eta) \varepsilon + 0 \left[(\chi \varepsilon)^2 \right]; \\ \psi_1(\eta) &= -\frac{1}{2}(p_1 - p_2) \cos 2\eta + \frac{1}{2} \chi \left[(p_1 + p_2) \cos 2\eta - (p_1 - p_2) \cos^2 2\eta \right] \varepsilon + 0 \left[(\chi \varepsilon)^2 \right], \\ \psi_2(\eta) &= \frac{1}{2}(p_1 - p_2) \left(\sin 2\eta + (\chi \sin 2\eta \cos 2\eta) \varepsilon + 0 \left[(\chi \varepsilon)^2 \right] \right), \quad \eta_1 = \eta_2 = 2\eta. \end{aligned}$$

Наведемо остаточну формулу для визначення напружень σ_{22} , що діють на площадках, нормальних до контуру еліптичного отвору ($\xi = 0$), що являють собою найбільший інтерес. Напруження σ_{11} , σ_{12} на контурі дорівнюють нулю.

$$\begin{aligned} \sigma_{22} &= \frac{1}{2} (1 - 2c \cdot \cos 2\eta + c^2)^{-1} \left(2(1 + c^2)(p_1 + p_2) - \left[p_1(1 + c^2) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - p_2(1 - c)^2 \right] \cos 2\eta \right) - \frac{1}{2} \left(1 + \varepsilon^{-\frac{1}{2}} \right) (p_1 - p_2) \cos 2\eta - \varepsilon \left\{ \frac{1}{2} (p_1 - p_2) \varepsilon^{-\frac{1}{2}} \cos 2\eta - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \chi \left[(p_1 + p_2) \cos 2\eta - \frac{1}{4} \left(1 + \varepsilon^{-\frac{1}{2}} \right) (p_1 - p_2) (1 + 2 \cos 4\eta) \right] \right\} + 0(\varepsilon^2), \quad \sigma_{11} = \sigma_{12} = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Якщо $c = 0$ ($\chi = 0$), то (7) переходить у розв'язок відповідної задачі для пластини з круговим отвором.

Порівняння $(\sigma_{22})_{\max}$, що знайдено за формулою (7) для ізотропної пластини з урахуванням перших двох наближень, із точним розв'язком [10] показує, що, наприклад, за $\frac{b}{a} = 0,65$ похибка для різних випадків навантаження не перевищує 5–10%.

Розглянемо анізотропну пластину, що послаблена гіпотрохоїдним отвором. Тут

$$\omega(\zeta) = R(\zeta + c k^{-1} \zeta^{-k}) \quad (0 < c < 1),$$

$$x = R(e^{\xi} \cos \eta + c k^{-1} e^{-k\xi} \cos k\eta),$$

$$y = R(e^{\xi} \sin \eta - c k^{-1} e^{-k\xi} \sin k\eta),$$

$$H = R(e^{2\xi} - 2c e^{-(k-1)\xi} \cos(k+1)\eta + c^2 e^{-2k\xi})^{\frac{1}{2}}.$$

За $k=1$ повертаємося до випадку еліпса, за цілих $k > 1$ отримаємо криві, що являють собою правильні криволінійні багатокутники зі скругленими кутами: трикутник за $k=2$, квадрат – за $k=3$ і т. л.

На контурі отвору

$$\sigma_{22} = \frac{1}{2} (1 - 2c \cdot \cos(k+1)\eta + c^2)^{-1} (2(1 + c^2)(p_1 + p_2) - (p_1 - p_2) \cos 2\eta +$$

$$\begin{aligned}
& +2c(p_1 - p_2)\cos(k-1)\eta - 2c(p_1 + p_2)\cos(k+1)\eta - c^2(p_1 - p_2)\cos 2k\eta] - \\
& - \frac{1}{2}\left(1 + \varepsilon^{-\frac{1}{2}}\right)(p_1 - p_2)\cos 2\eta - \varepsilon\left\{\frac{1}{2}(p_1 - p_2)\varepsilon^{-\frac{1}{2}}\cos 2\eta + \right. \\
& + \frac{1}{2}\chi\left[\left(2\varepsilon^{-\frac{1}{2}} - 1\right)(p_1 - p_2)\cos(k-1)\eta - 2(p_1 + p_2)\cos(k+1)\eta + \right. \\
& \left. \left. + \left(1 + \varepsilon^{-\frac{1}{2}}\right)(p_1 - p_2)\cos(k+3)\eta\right]\right\} + O(\varepsilon^2), \quad (k = 2, 3, \dots).
\end{aligned} \tag{8}$$

Під час розв'язання задачі запропонованим методом передбачалося, що $c = \chi\varepsilon$ ($\chi \sim 1$).

Для ізотропної пластинки є можливість провести порівняння отриманого розв'язку з точним. Похибка під час обчислення $(\sigma_{22})_{\max}$ (зокрема, за $k = 3$, $c = \frac{1}{3}$) за формулою (8) з урахуванням перших двох наближень не перебільшує 5–10% за різних видів навантаження.

Висновки

Запропонований метод може бути з успіхом застосований у дослідженні крайових задач теорії пружності для ізотропних та анізотропних пластин.

Список використаної літератури

1. Кагадій Т.С., Шпорта А.Г., Білова О.В., Щербина І.В. Математичне моделювання в задачах геометрично нелінійної теорії пружності. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2021. Т. 4, № 1. С. 103–110. <https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.11>
2. Hsieh S.-H., Hwu C. A full field solution for an anisotropic elastic plate with a hole perturbed from an ellipse. *European Journal of Mechanics – A/Solids*. 2023. Vol. 98. P. 104–118. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2022.104886>
3. Pontefisso A., Pastrello M., Zappalorto M. Recent Advances in the Analytical Stress Field Solutions for Radiused Notches in Orthotropic Solids. *Materials*. 2023. Vol. 16, no. 11. <https://doi.org/10.3390/ma16113915>
4. Pontefisso A., Pastrello M., Zappalorto M. Three-Dimensional Stress Fields in Thick Orthotropic Plates with Sharply Curved Notches under In-Plane and Out-of-Plane Shear. *Polymers*. 2023. Vol. 15, no. 9. <https://doi.org/10.3390/polym15092013>
5. Pirkle D., Mallick P.K. A Numerical Study of the Effect of Hole Offset on Stress Concentrations Due to a Square Hole in a Quasi-Isotropic Composite Laminate. *Journal of Composites Science*. 2025. Vol. 9, no. 6. <https://doi.org/10.3390/jcs9060286>
6. Blázquez A., Pastorino D., López-Romano B., París F. Closed-form methodology for the structural analysis of stiffened composite plates with cutouts and non-uniform lay-up / *Composite Structures*. 2024. Vol. 343. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2024.118284>
7. Shporta A.G., Kagadiy T.S., Govorukha V.B., Onopriienko O.D., Zhao Shuo. Analysis of numeric results for analogue of galin's problem in curvilinear coordinates. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2023. Vol. 1. P. 142–148. <https://doi.org/10.33271/nvngu/2023-1/142>
8. Kagadiy T.S., Shporta A.G. Mathematical modeling in the calculation of reinforcing elements. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2019. Vol. 5, no. 10. <https://doi.org/10.29202/nvngu/2019-5/10>
9. Kagadiy T.S., Scherbina I.V. Current aspects of the development of physical and mathematical sciences in the era of digitalization. *Innovative Solutions in Physical and Mathematical Sciences*. 2022. <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-271-3-5>

References

1. Kagadiy, T.S., Shporta, A.G., Bilova, O.V., & Scherbina, I.V. (2021). Matematychnе modeliuvannia v zadachakh heometrychno nelineinoi teorii pruzhnosti [Mathematical modeling in problems of geometrically nonlinear elasticity theory]. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuvannia*, 4 (1), 103–110. <https://doi.org/10.32782/KNTU2618-0340/2021.4.1.11> [in Ukrainian].
2. Hsieh, S.-H., & Hwu, C. (2023). A full field solution for an anisotropic elastic plate with a hole perturbed from an ellipse. *European Journal of Mechanics – A/Solids*, 98, 104–118. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2022.104886> [in English].
3. Pontefisso, A., Pastrello, C., & Zappalorto, M. (2023). Recent advances in the analytical stress field solutions for radiused notches in orthotropic solids. *Materials*, 16 (11). <https://doi.org/10.3390/ma16113915> [in English].
4. Pontefisso, A., Pastrello, C., & Zappalorto, M. (2023). Three-Dimensional stress fields in thick orthotropic plates with sharply curved notches under in-plane and out-of-plane shear. *Polymers*, 15 (9). <https://doi.org/10.3390/polym15092013> [in English].
5. Pirkle, D., & Mallick, P.K. (2025). A numerical study of the effect of hole offset on stress concentrations due to a square hole in a quasi-isotropic composite laminate. *Journal of Composites Science*, 9 (6). <https://doi.org/10.3390/jcs9060286> [in English].
6. Blázquez, A., Pastorino, D., López-Romano, B., & París, F. (2024). Closed-form methodology for the structural analysis of stiffened composite plates with cutouts and non-uniform lay-up. *Composite Structures*, 343. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2024.118284> [in English].
7. Shporta, A.H., Kagadii, T.S., Govorukha, V.B., Onopriienko, O.D., & Zhao, S. (2023). Analysis of numeric results for analogue of galin's problem in curvilinear coordinates. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, 1, 142–148. <https://doi.org/10.33271/nvngu/2023-1/142> [in English].
8. Kagadiy, T.S., & Shporta, A.G. (2019). Mathematical modeling in the calculation of reinforcing elements. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*, 5 (10). <https://doi.org/10.29202/nvngu/2019-5/10> [in English].
9. Kagadiy, T.S., & Scherbina, I.V. (2022). Current aspects of the development of physical and mathematical sciences in the era of digitalization. *Innovative solutions in physical and mathematical sciences*. <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-271-5-3> [in English]

Кагадій Тетяна Станіславівна – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри прикладної математики Національного технічного університету «Дніпровська політехніка». E-mail: tkagadiy@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6116-4971.

Шпорта Анна Григорівна – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри прикладної математики Національного технічного університету «Дніпровська політехніка». E-mail: shportaanna@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1260-7358.

Білова Оксана Вікторівна – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри економічної кібернетики Українського державного університету науки і технологій. E-mail: okbelova00@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6258-6164.

Щербина Ірина Володимирівна – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри вищої математики, фізики та загально інженерних дисциплін Дніпровського державного аграрно-економічного університету. E-mail: sherbinaiv@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3968-4326.

Онопрієнко Олег Дмитрович – доктор філософії з галузі «Математика та статистика», доцент, доцент кафедри вищої математики, фізики та загальноінженерних дисциплін Дніпровського державного аграрно-економічного університету. E-mail: onopriienko.oleg@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3127-4616.

Kagadiy Tetyana Stanislavivna – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Professor at the Department of Applied Mathematics of the Dnipro University of Technology. E-mail: tkagadiy@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6116-4971.

Shporta Anna Hryhorivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Applied Mathematics of the Dnipro University of Technology. E-mail: shportaanna@ukr.net, ORCID: 0000-0002-1260-7358.

Bilova Oksana Viktorivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Economic Cybernetics of the Ukrainian State University of Science and Technology. E-mail: okbelova00@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6258-6164.

Shcherbyna Iryna Volodymyrivna – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Higher mathematics, Physics and General engineering disciplines, Dnipro State Agrarian and Economic University. E-mail: sherbinaiv@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3968-4326.

Onopriienko Oleg Dmytrovykh – PhD, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Higher mathematics, Physics and General engineering disciplines of the Dnipro State Agrarian and Economic University. E-mail: onopriienko.oleg@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3127-4616.



Отримано: 28.10.2025
Рекомендовано: 04.12.2025
Опубліковано: 30.12.2025

УДК 004.8

В.І. КЛІМЕНКО, М.О. МОЛЧАНОВА, О.В. СОБКО,
В.І. АНДРОЩУК, О.В. МАЗУРЕЦЬ
Хмельницький національний університет

ПІДХІД ДО ПРОГРАМНОЇ ІНЖЕНЕРІЇ ТА ТЕСТУВАННЯ МЕТОДУ БАГАТОРІВНЕВОГО ВИЯВЛЕННЯ СУБ'ЄКТІВ КІБЕРБУЛІНГУ НА ОСНОВІ ТРАНСФОРМЕРІВ У ХМАРНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Стаття подає інженерно обґрунтований підхід до багаторівневого виявлення суб'єктів кібербулінгу з поєднанням первинної трансформерної детекції агресивних висловлювань та подальшої рольової інтерпретації дискурсу за схемою «ініціатор – мовленнєва дія – адресат» у середовищі Google Colab. Реалізація базується на попередньо натренованому класифікаторі `cardiffnlp twitter roberta base offensive` у конфігурації `text classification` бібліотеки `transformers`, що забезпечує відтворюваний інференс без додаткового донавчання і дає змогу зосередитися на програмній інженерії та тестуванні. Запропонована конструкція охоплює модулі інтерфейсу, керування обробкою, класифікації та синтаксико семантичного аналізу з фіксацією версій пакетів, випадкових зерен і параметрів токенизації, журнальним супроводом конфігурацій та збереженням артефактів на Google Drive. Методологічний внесок полягає у *notebook oriented*-організації життєвого циклу, що передбачає контроль формату даних, репліковані мікрозапуски, протокол пороговування для бінарних рішень, маркування прикордонних випадків для ручного перегляду та вбудовані перевірки узгодженості рольової інтерпретації. Емпіричну дієздатність підтверджено на малій експертно верифікованій підвибірці, яка охоплює типові ситуації прямої образи, іронічного знецінення та нейтрального цитування потенційно токсичної лексики. Оцінювання включає фіксацію медіанного часу інференсу на прикладі міжквартильного розмаху як індикаторів операційної стабільності у змінних умовах колаб середовища, а також аналіз розподілу впевненості рішень з урахуванням робочого порога. Якісна валідація демонструє коректні спрацювання на явних інвективах, хибні позитиви у разі метамовного цитування та хибні негативи для саркастичних висловлювань, що обґрунтовує потребу рольової інтерпретації для зняття контекстної неоднозначності. Отримані результати свідчать, що поєднання попередньо натренованого класифікатора з рольовим рівнем і процедурно оформленим тестуванням забезпечує відтворюваність експериментів, інтерпретованість виходу і контрольовану детермінованість рішень у межах обчислювальних обмежень Colab, створюючи основу для масштабування на більшій корпуси і багатомовні домени.

Ключові слова: кібербулінг, рольова інтерпретація, трансформерні моделі, Google Colab.

V.I. KLIMENKO, M.O. MOLCHANOVA, O.V. SOBKO,
V.I. ANDROSHUK, O.V. MAZURETS
Khmelnytskyi National University

APPROACH TO SOFTWARE ENGINEERING AND TESTING OF THE METHOD OF MULTI-LEVEL DETECTION OF CYBERBULLYING SUBJECTS BASED ON TRANSFORMERS IN A CLOUD ENVIRONMENT

The article presents an engineering-based approach to multi-level detection of cyberbullying subjects with a combination of primary transformer detection of aggressive statements and subsequent role-based interpretation of discourse according to the initiator speech act addressee scheme in the Google Colab environment. The implementation is based on a pre-trained classifier `cardiffnlp twitter roberta base offensive` in the text classification configuration of the transformers library, which provides reproducible inference without additional training and allows you to focus on software engineering and testing. The proposed design includes interface modules, processing control, classification and syntactic semantic analysis with fixing package versions, random seeds and tokenization parameters, configuration logging and artifact storage on Google Drive. The methodological contribution consists of a notebook-oriented organization of the life cycle, which includes data format control, replicated microruns, a thresholding protocol for binary decisions, borderline case labeling for manual review, and built-in checks for consistency of role interpretation. Empirical feasibility is confirmed on a small expert-verified subsample, which covers typical situations of direct insult, ironic devaluation, and neutral citation of potentially toxic vocabulary. The evaluation includes fixing the median inference time per example and the interquartile range as indicators of operational stability in variable conditions of the colab environment, as well as analyzing the distribution of decision confidence taking into account the operating threshold. Qualitative validation demonstrates correct activations on explicit invectives, false positives in cases of metalinguistic citation, and false negatives for sarcastic statements, which justifies the need for role interpretation to remove contextual ambiguity. The results obtained indicate that the combination of a pre-trained classifier with a role level and procedurally designed testing provides reproducibility of experiments, interpretability of output, and controlled determinism of solutions within the computational constraints of Colab, creating a basis for scaling to larger corpora and multilingual domains.

Key words: cyberbullying, role interpretation, transformative models, Google Colab.

Постановка проблеми

Ескалація агресивних взаємодій у цифрових середовищах дедалі частіше набуває непрямих форм з іронією, натяками, контекстними тригерами та короткими репліками-підсилювачами [1]. Більшість наявних рішень зупиняється на плоскому ярлику «токсично чи не токсично» і не встановлює адресності впливу, що унеможливлює змістовну модерацію [2]. Потрібен метод, який працює багаторівнево з первинним виявленням ознак кібербулінгу трансформерними моделями та подальшою інтерпретацією дискурсу через рольову конфігурацію «ініціатор – мовленнєва дія – адресат» із відокремленням підсилювачів і сторонніх учасників.

Поряд з алгоритмічним складником постає інженерне завдання забезпечити відтворюваність експериментів і перевірюваність якості в типових для дослідницької практики умовах Google Colab [3]. Сервіс Google Colab надає тимчасове середовище з мінливою конфігурацією, де сеанси перезапускаються, доступність і тип графічного прискорювача змінюються, а локальне сховище є непостійним. За таких умов життєвий цикл методу слід організувати як *notebook driven engineering* з фіксацією версій пакетів і випадкових зерен із детермінованими етапами завантаження та очищення даних, зі збереженням артефактів на Google Drive та з вбудованими мінітестами в ноутбуку для швидкої перевірки форматів і базових метрик [4].

Ключові виклики становлять мовна варіативність із жаргоном і кодміксом, орфографічні відхилення, дисбаланс класів і нестача явних міток адресності [5]. Необхідний конвеєр, що поєднує детекцію, рольову інтерпретацію та пояснюваність із локалізацією токсичних фрагментів, маркуванням ініціаторів і адресатів та контролем помилок високої вартості. Критерії якості мають охоплювати стабільність показників Precision Recall F1, поведінку порогів та латентність інференсу в межах сеансу Colab [6]. У підсумку проблема полягає у розробленні та верифікації підходу до програмної інженерії й тестування багаторівневого методу виявлення суб'єктів кібербулінгу на основі трансформерів у середовищі Google Colab, що забезпечує інтерпретовану рольову реконструкцію дискурсу, відтворювані процедури збереження і регресійної перевірки та операційну надійність вимірювань з урахуванням обмежень платформи.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У сучасному інформаційному просторі автоматизоване виявлення агресивних і токсичних висловлювань посідає ключове місце серед напрямів обробки природної мови, оскільки воно безпосередньо пов'язане з питаннями цифрової етики, модерації контенту та психологічної безпеки користувачів.

У роботах 2023–2024 рр. підтверджено ефективність донавчання сучасних трансформерів в мовах з обмеженими ресурсами. Для бенгальської мови моделі Bangla BERT і Multilingual BERT досягали $F1 = 0.87$ [7].

Новітні корпусні дослідження, присвячені автоматизованому аналізу агресивної комунікації, засвідчують еволюцію підходів від простої бінарної класифікації до багаторівневих і пояснювальних моделей. У межах конкурсу OffensEval, побудованого на таксономії OLID, продемонстровано, що архітектури типу трансформерів здатні не лише ефективно виявляти факти образливості, а й класифікувати їх за типом і визначати об'єкт спрямування. У першій ітерації (2019 р.) найвищі показники сягнули $F1 = 0.829$ для задачі А (детекція образливих висловлювань), $F1 = 0.755$ для задачі В (визначення, чи є образа таргетованою) та $F1 = 0.660$ для задачі С (ідентифікація мішені серед категорій IND/GRP/OTH), причому провідні результати показали моделі на базі BERT [8].

У сегменті коротких повідомлень на платформах мікроблогів спеціалізовані рішення на основі локальних твіттер-корпусів сягали $F1 = 0.91$ за умов цілеспрямованої доменної адаптації, що підкреслює її критичне значення [9].

Пояснювальний вимір проблеми було поглиблено в рамках SemEval 2021 Task 5 – Toxic Spans, де завданням стало точне виділення токсичних елементів тексту на рівні символів. Найуспішніша модель досягла показника character $F1 = 70.83\%$, що засвідчило реалістичність підходів до раціоналізації рішень трансформерними моделями. Водночас спостерігалася суттєва розбіжність у продуктивності: системи, що використовували BiLSTM-CRF або ToxicBERT,

показували F1 близько 62.23%, що вказує на складність задачі спан-детекції та високу залежність результатів від архітектури й параметризації [10].

Загалом динаміка розвитку завдань у сфері виявлення кібербулінгу демонструє поступову інтеграцію контекстно-чутливих моделей із пояснювальними механізмами. Сучасні трансформери довели свою здатність не лише класифікувати кібербулінг, а й надавати інтерпретовані результати, що сприяє підвищенню довіри до систем автоматизованої модерації та розширює можливості їх застосування у багатомовному середовищі.

Мета дослідження

Мета полягає в обґрунтуванні та реалізації цілісного підходу до програмної інженерії і перевірки якості багаторівневого методу виявлення суб'єктів кібербулінгу на основі трансформерів у середовищі Google Colab із зосередженням на рольовій інтерпретації дискурсу за схемою «ініціатор – мовленнєва дія – адресат». Дослідження спрямоване на створення відтворюваного ноутбук-орієнтованого конвеєра з фіксацією версій і контрольованою детермінованістю, на формування процедурного каркаса тестування, що охоплює перевірки коректності даних, стабільність метрик точності та повноти, поведінку порогів і латентність інференсу в межах обчислювальних обмежень Colab, а також на розроблення інженерних артефактів, придатних для повторної збірки і незалежної валідації. Реалізація методу здійснюється на базі попередньо натренованого класифікатора `cardiffnlp/twitter-roberta-base-offensive` [11] у конфігурації `text classification` із використанням бібліотеки `transformers` у середовищі Google Colab, що забезпечує відтворюваність та уніфікованість інференсу без додаткового донавчання моделі.

Виклад основного матеріалу дослідження

У роботі розглянуто метод багаторівневого виявлення суб'єктів кібербулінгу, який поєднує первинну трансформерну детекцію агресивних висловлювань із подальшою рольовою інтерпретацією дискурсу за схемою «ініціатор – мовленнєва дія – адресат». Схему методу наведено на рис. 1. На етапі первинної детекції використано попередньо натреновану модель `cardiffnlp/twitter-roberta-base-offensive` як базовий компонент агресивного мовлення. Такий вибір дає змогу зосередитися на інженерних аспектах інтеграції і тестування багаторівневого конвеєра без витрат на навчання з нуля. Мотиваційну базу становлять сучасні корпусні ініціативи, що переходять від бінарної класифікації до задач з ідентифікацією мішені та виділенням токсичних фрагментів, що демонструє практичну реалізованість спан-орієнтованого раціоналізування рішень на базі трансформерів і задає вимоги до інтерпретованості моделі у прикладних сценаріях модерації.

Запропонований підхід позиціонується як інженерно завершене рішення, у якому трансформерна детекція та рольова інтерпретація інтегровані зі специфікаціями даних, шаблоном експерименту та контрольованим тестовим контуром у Google Colab. Така постановка забезпечує не лише якісні показники класифікації, а й перевірюваність відтворюваних запусків, що безпосередньо відповідає акценту статті на програмній інженерії та тестуванні методу.

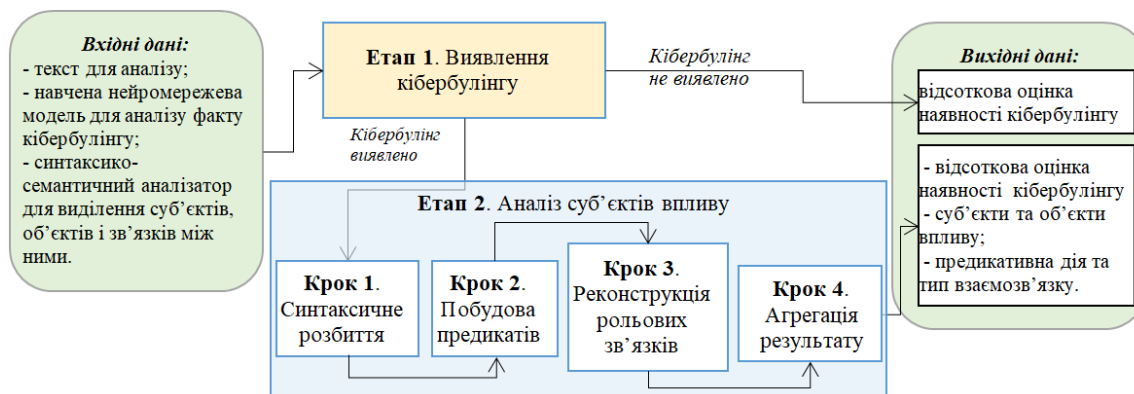


Рис. 1. Схема методу багаторівневого виявлення суб'єктів кібербулінгу

Архітектурна організація реалізації ґрунтується на хмарному середовищі Google Colab як на дослідницькому контейнері для розроблення і запуску. Усередині середовища функціонує Python Runtime з модулями інтерфейсу, керування обробкою, трансформерної класифікації та синтаксико семантичного аналізу. Завантаження моделей здійснюється з HuggingFace Hub, а артефакти зберігаються на Google Drive, що забезпечує відтворюваність і перенесення між сесіями [12]. Візуальне представлення взаємодії компонентів наведено на рис. 2, де зафіксовано ключові залежності між інтерфейсом Gradio, контролером виконання, трансформерними моделями та інструментами лінгвістичного аналізу. Архітектурна схема охоплює шари підготовки даних, інференсу та інтерпретації результатів із журналюванням експериментів у вигляді JSON-логу та табличних підсумків, що зберігаються на Google Drive разом із контрольними знімками версій пакетів і випадкових зерен. Така організація робить можливими регресійні запуски в ідентичних умовах наступних сесій Colab та мінімізує вплив апаратних флуктуацій. Базовий класифікаційний модуль реалізовано через стандартний пайплайн transformers із фіксацією версій пакетів, параметрів токенизації та хешу ваг моделі. Усі артефакти інференсу, журнали конфігурації та контрольні підвибірки зберігаються на Google Drive, що уможливлює повторення запусків у наступних сесіях Colab в ідентичних умовах.

Логіка даних і результатів організована довкола узгоджених артефактів прогнозування і рольової інтерпретації. Імовірнісний вихід класифікатора та бінарне рішення після пороговування інкапсульовано в структурі прогнозу, тоді як результат запиту агрегує пов'язані об'єкти рольової інтерпретації та тріади учасників, що походять із синтаксичних структур, після чого повертається до інтерфейсу користувача. Така композиція об'єктів відповідає конвеєру від текстового введення через аналіз залежностей до формування інтерпретованого результату й узгоджується з архітектурною схемою, що наведена на рис. 2, а також із конфігурацією попередньо натренованого класифікатора, який забезпечує стабільне перетворення тексту в імовірнісні оцінки.

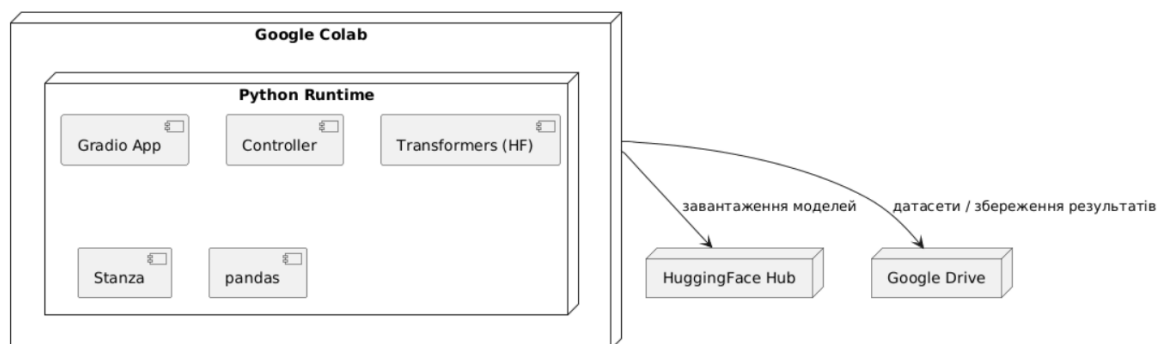


Рис. 2. Взаємодія компонентів і хмарного середовища

Рольовий підхід спирається на дискурсивне моделювання учасників взаємодії з фіксацією ініціатора і адресата, а також урахуванням спостерігачів підсилювачів і захисників. У мережових середовищах функціональні ролі є динамічними і залежать від локального контексту та ходу обговорення, що безпосередньо мотивує багаторівневу постановку задачі з рівнями повідомлення, діалогу та взаємодії. Запропонована інтерпретація уточнює предметну сферу методу і визначає вимоги до модулів.

Рольова інтерпретація безпосередньо реалізує заявлений у назві фокус багаторівневого виявлення, оскільки поєднує повідомленнєвий рівень виявлення з дискурсивним рівнем адресності. У результаті отримується структурований вихід, який придатний до аналітичного використання у модераційних сценаріях і підлягає перевірці стандартними інженерними

процедурами тестування. З огляду на використання попередньо натренованого класифікатора, інженерна новизна полягає у конструкції рольового рівня, протоколів відтворюваності та перевірок стабільності інференсу в Colab.

Тестовий контур сформовано у межах ноутбука Colab і спрямовано на процедурну перевірку попередньо натренованого класифікатора та узгодженості рольового рівня. Перевірка коректності охоплює валідацію форматів вхідних даних, відтворюваність вихідних оцінок за повторних проходів тих самих прикладів, чутливість до емоції, орфографічних відхилень і коди міксу, а також санітарні приклади з нейтральними, позитивними та завуальовано агресивними репліками. Для кількісної фіксації придатні базові показники точності й повноти на малій експертно верифікованій підвибірці без обов'язкового включення повної матриці помилок у текст статті. Додатково оцінюється латентність інференсу як медіанний час, наприклад із міжквартильним розмахом, що дає змогу врахувати варіації ресурсів Colab і підкріплює твердження про операційну надійність.

Робочий поріг для бінарного рішення фіксується у протоколі експерименту, а приклади з низькою впевненістю моделі позначаються як прикордонні для подальшого ручного перегляду. Такий протокол знижує ризик хибних рішень у прикладних модераційних сценаріях і забезпечує відтворюваність тонкого налаштування без донавчання моделі.

Алгоритмічна частина реалізує відображення від тексту до рішення про наявність проявів кібербулінгу та до пов'язаних із цим рольових триад. Для підвищення пояснюваності застосовується локалізація індикативних фрагментів, що корелює з тенденціями у спан-орієнтованих завданнях і допускає подальше поєднання із залежнісним синтаксичним аналізом для відновлення предикативних зв'язків між учасниками і діями, що їх пов'язують. Така конструкція надає можливість аналізувати як явні прямі агресивні висловлювання, так і непрямі мовленеві дії у стислих репліках і контекстуально забарвлених відповідях.

Приклад роботи програмного продукту для багаторівневого виявлення суб'єктів кібербулінгу наведено на рис. 3.

Представлена конструкція охоплює повний цикл – від архітектури до тестування у реаліях Google Colab і підтверджує заявлену в назві орієнтацію на програмну інженерію та перевірку якості методу. Поєднання трансформерної детекції, рольової інтерпретації та інструментованого тестового контуру дає відтворюваний результат із контрольованою детермінованістю та інтерпретованим виходом, що уможливорює незалежну валідацію й перенесення підходу на суміжні домени комунікації.

verb	subject	object
insult	John	Mary
hurt	you	people

Рис. 3. Приклад роботи створеного програмного застосунку

Дієздатність конвеєра підтверджено відтворюваними запусками у Google Colab із фіксацією версій пакетів, випадкових зерен і конфігурації пайплайна. Перевірку проведено на невеликій експертно верифікованій підвибірці, що віддзеркалює типові для цифрової комунікації ситуації прямої образи, іронічного знецінення та нейтральних цитат із потенційно токсичним лексиконом. Попередньо натренований класифікатор `cardiffnlp/twitter-roberta-base-offensive` стабільно формує ймовірнісні оцінки для кожного прикладу, після чого бінарне рішення приймається за зафіксованим робочим порогом, зазначеним у протоколі експерименту. Для фіксації поведінки інференсу подається медіанний час обробки і міжквартильний розмах як показник стабільності в межах змінної доступності обчислювальних ресурсів Colab. Ілюстративний розподіл упевненості рішень для підвибірки наведено на рис. 4.

Для підтвердження практичної корисності наведено якісну валідацію на підібраних прикладах із контрастним контекстом. Приклади прямої адресної образи зазвичай супроводжуються високою впевненістю класифікатора і послідовним бінарним рішенням, що відтворюється за повторних проходів. Приклади нейтральних повідомлень із цитуванням токсичної лексики у метамовній функції демонструють очікувану нейтральну класифікацію за умови консервативного робочого порогу, що підкреслює значущість протоколу порогоування для операційного застосування.

Найбільш показовими виявляються прикордонні іронічні висловлювання та короткі репліки з контекстним знеціненням, де значення впевненості наближаються до порогу. У таких випадках рішення маркується як прикордонне і підлягає ручному перегляду з урахуванням рольової інтерпретації за схемою «ініціатор – мовленнєва дія – адресат». Саме рольовий рівень знімає неоднозначність, оскільки дає змогу зіставити висловлювання з локальним дискурсом, виокремити спрямованість і зафіксувати, чи є адресат очевидним або імпліцитним.

Для прозорості викладу наведено зведену табл. 1 ілюстративних прикладів, де для кожного рядка вказано текст фрагмента, оцінку впевненості моделі, бінарне рішення, експертне судження та короткий коментар щодо природи помилки або успішної класифікації. Така форма відповідає вимогам відтворюваного тестування: таблиця може бути доповнена новими прикладами без зміни протоколу, а прикордонні випадки залишаються доступними для подальшої ручної перевірки та узгодження порога.

Рис. 4. Розподіл упевненості класифікатора для контрольної підвибірки

Таблиця 1

Приклади коректних і хибних класифікацій із коментарями експерта

№	Текст фрагмента	Упевненість моделі	Рішення моделі	Експертне судження	Коментар (ініціатор – мовленнєва дія – адресат)
1	You are such an idiot!	0.98	Offensive	Offensive	Ініціатор здійснює пряму образу адресата; висока впевненість, узгоджене рішення
2	That guy is a total loser	0.91	Offensive	Offensive	Пряма адресна зневага; рольова конфігурація є очевидною
3	Shut up already	0.88	Offensive	Offensive	Наказова форма знижує ввічливість, явна агресія
4	He said “you are an idiot”, which is unacceptable	0.36	Not offensive	Not offensive	Метамовне цитування без власної агресії; контекст нейтральний
5	Quoting: “moron” — this word hurts	0.29	Not offensive	Not offensive	Опис наслідків лексеми, а не її вживання як інвективи

Продовження таблиці 1

№	Текст фрагмента	Упевненість моделі	Рішення моделі	Експертне судження	Коментар (ініціатор – мовленнєва дія – адресат)
6	I think the post is stupid, maybe read before posting	0.54	Offensive	Borderline	Іронічне знецінення; близько до порогу, потребує рольової перевірки контексту
7	Great, another genius move...	0.47	Not offensive	Borderline	Сарказм без явної адресності; прикордонний випадок
8	You “smart” as always	0.52	Offensive	Borderline	Саркастичний епітет може мати приховану адресність; до ручного перегляду
9	This is nonsense	0.4	Not offensive	Not offensive	Критика ідеї без персональної адресності
10	You’re pathetic	0.93	Offensive	Offensive	Персональна образа з високою впевненістю

Дієздатність і межі застосовності методу продемонстровано на прикладах табл. 1, а також на розподілі впевненості для контрольної підвибірки, поданому на рис. 4.

Висновки

Дослідження продемонструвало практичну придатність інженерно організованого підходу до багаторівневого виявлення суб’єктів кібербулінгу у середовищі Google Colab із поєднанням трансформерної детекції та рольової інтерпретації дискурсу за схемою «ініціатор – мовленнєва дія – адресат». Використання попередньо натренованого класифікатора cardiffnlp twitter roberta base offensive у конфігурації text classification дало змогу сконцентруватися на відтворюваному життєвому циклі методу та на процедурному тестуванні без додаткового донавчання. Сформовано ноутбук-орієнтований конвеєр із фіксацією версій і випадкових зерен, контрольованими мікрозапусками, протоколом пороговання бінарних рішень та маркуванням прикордонних випадків для ручного перегляду, що забезпечує стабільність інференсу та інтерпретованість виходу в умовах змінних ресурсів Colab.

Емпірична перевірка на малій експертно верифікованій підвибірці підтвердила, що метод відтворювано розрізняє явні інвективи, нейтральні повідомлення з метамовним цитуванням та іронічні висловлювання, а рольовий рівень знімає частину контекстної неоднозначності у прикордонній зоні рішень. Фіксація медіанного часу інференсу та його варіативності засвідчила операційну надійність конвеєра у межах обмежень платформи, а протокол відтворюваності дає можливість незалежної валідації результатів у наступних сесіях.

Обмеження дослідження пов’язані з невеликим обсягом контрольної вибірки, відсутністю донавчання під конкретний домен і залежністю від англійської мовної моделі, що зумовлює чутливість до коди міксу та саркастичних формулювань. Подальший розвиток слід спрямувати на розширення корпусів і багатомовних доменів, калібрування впевненості та уточнення порогів, інтеграцію напівавтоматичного узгодження рольових рішень із залученням експертів, а також на оцінювання переносимості підходу у сценаріях із різною жанровою структурою та різним ступенем адресності. Отримані результати підтверджують доцільність інженерної парадигми відтворюваного тестування у Colab як основи для масштабування і подальшого підвищення якості багаторівневого виявлення суб’єктів кібербулінгу.

Список використаної літератури

1. Wang S., Shibghatullah A.S., Iqbal T.J. et al.. A review of multimodal-based emotion recognition techniques for cyberbullying detection in online social media platforms. *Neural Computing and Applications*. 2024. № 36. P. 21923–21956. <https://doi.org/10.1007/s00521-024-10371-3>

2. Islam M.M., Uddin M.A., Islam L., Akter A., Sharmin S., Acharjee U.K. Cyberbullying detection on social networks using machine learning approaches. 2020 IEEE Asia-Pacific Conference on Computer Science and Data Engineering (CSDE), December 2020. International Journal of Computer Applications. January 2025. Vol. 186, No. 61. P. 1–6. IEEE. <https://doi.org/10.5120/ijca2025924395>
3. Молчанова М.О., Дідур В.О., Мазурець О.В., Тищенко О.О., Залуцька О.О. Інформаційна технологія використання хмарних обчислень для класифікації залишків зруйнованих будівель засобами нейронних мереж за візуальними даними з безпілотних літальних апаратів. *Наука і техніка сьогодні*. 2025. № 4 (45). С. 1259–1272. [https://doi.org/10.52058/2786-6025-2025-4\(45\)-1259-1272](https://doi.org/10.52058/2786-6025-2025-4(45)-1259-1272)
4. Молчанова М.О., Мазурець О.В., Собко О.В., Кліменко В.І., Андрощук В.І. Метод нейромережевого виявлення кібербулінгу з використанням хмарних сервісів та об'єктно-орієнтованої моделі. Вісник Хмельницького національного університету. Серія «Технічні науки». 2024. № 2(333). С. 200–206. <https://doi.org/10.31891/2307-5732-2024-333-2>
5. Chen M., et al. 1st Place Solution to Odyssey Emotion Recognition Challenge Task1: Tackling Class Imbalance Problem. The Speaker and Language Recognition Workshop (Odyssey 2024), 18–21 June 2024, Quebec City, Canada. ISCA, 2024. P. 1–6. <https://doi.org/10.21437/odyssey.2024-37>
6. Yin Y., Feng Y., Weng S., Gao X., Liu J., Zhao Z. Lightweight Probabilistic Coverage Metrics for Efficient Testing of Deep Neural Networks. Proceedings of the 16th International Conference on Internetware (Internetware '25), June 20–22, 2025. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA. P. 474–486. <https://doi.org/10.1145/3755881.3755915>
7. Sihab-Us-Sakib S., Rahman M.R., Forhad M.S.A., Aziz M.A. Cyberbullying detection of resource-constrained language from social media using transformer-based approach. Natural Language Processing Journal. 2024. Vol. 9. P. 100104. <https://doi.org/10.1016/j.nlp.2024.100104>
8. Zampieri M., Rosenthal S., Nakov P., Dmonte A., Ranasinghe T. OffensEval 2023: Offensive language identification in the age of Large Language Models. Natural Language Engineering. 2023. Vol. 29, No. 6. P. 1416–1435. <https://doi.org/10.1017/S1351324923000517>
9. Aliyeva Ç.O., Yağanoğlu M. Deep learning approach to detect cyberbullying on Twitter. Multimedia Tools and Applications. 2024. Vol. 84. P. 20497–20520. <https://doi.org/10.1007/s11042-024-19869-3>
10. Pavlopoulos J., Sorensen J., Laugier L., Androutsopoulos I. SemEval-2021 Task 5: Toxic Spans Detection. Proceedings of the 15th International Workshop on Semantic Evaluation (SemEval-2021), Online, August 2021. Association for Computational Linguistics. P. 59–69. <https://doi.org/10.18653/v1/2021.semeval-1.6>
11. Twitter-roBERTa-base for Offensive Language Identification: *Huggingface* URL: <https://huggingface.co/cardiffnlp/twitter-roberta-base-offensive> (дата звернення: 10.11.2025).
12. Krak I., Molchanova M., Didur V., Sobko O., Mazurets O., Barmak O. Method of semantic features estimation for political propaganda techniques detection using transformer neural networks. CEUR Workshop Proceedings, Vol. 3917. Kryvyi Rih, Ukraine, December 27, 2024. P. 286–297. URL: <https://ceur-ws.org/Vol-3917/paper56.pdf> (дата звернення: 10.11.2025).

References

1. Wang, S., Shibghatullah, A.S., Iqbal, T.J., et al. (2024). A review of multimodal-based emotion recognition techniques for cyberbullying detection in online social media platforms. *Neural Computing and Applications*, 36, 21923–21956. <https://doi.org/10.1007/s00521-024-10371-3> [in English].
2. Islam, M.M., Uddin, M.A., Islam, L., Akter, A., Sharmin, S., & Acharjee, U.K. (2020, December). Cyberbullying detection on social networks using machine learning approaches. Proceedings of

- the 2020 IEEE Asia-Pacific Conference on Computer Science and Data Engineering (CSDE). International Journal of Computer Applications, 186(61), 1–6, January 2025. IEEE. <https://doi.org/10.5120/ijca2025924395> [in English].
3. Molchanova, M.O., Didur, V.O., Mazurets, O.V., Tyshchenko, O.O., & Zalutska, O.O. (2025). Informatsiina tekhnolohiia vykorystannia khmarnykh obchyslen dlia klasyfikatsii zalyshkiv zruinovanykh budivel zasobamy neironnykh merezh za vizualnymi danymi z bezpilotnykh litalnykh aparativ [Information technology of cloud computing use for classification of destroyed buildings' remnants by neural networks based on UAV visual data]. Naukovyi zhurnal «Nauka i tekhnika sohodni», 4(45), 1259–1272. [https://doi.org/10.52058/2786-6025-2025-4\(45\)-1259-1272](https://doi.org/10.52058/2786-6025-2025-4(45)-1259-1272) [in Ukrainian].
4. Molchanova, M.O., Mazurets, O.V., Sobko, O.V., Klimenko, V.I., & Androshchuk, V.I. (2024). Metod neiomerezhevoho vyivlennia kiberbulinhu z vykorystanniam khmarnykh servisiv ta obiektno-oriietovanoi modeli [Neural network method for cyberbullying detection using cloud services and object-oriented model]. Naukovyi zhurnal «Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu». Serii: Tekhnichni nauky, 2(333), 200–206. <https://doi.org/10.31891/2307-5732-2024-333-2> [in Ukrainian].
5. Chen, M., et al. (2024). 1st Place Solution to Odyssey Emotion Recognition Challenge Task1: Tackling Class Imbalance Problem. In The Speaker and Language Recognition Workshop (Odyssey 2024), Quebec City, Canada (pp. 1–6). ISCA. <https://doi.org/10.21437/odyssey.2024-37> [in English].
6. Yin, Y., Feng, Y., Weng, S., Gao, X., Liu, J., & Zhao, Z. (2025). Lightweight Probabilistic Coverage Metrics for Efficient Testing of Deep Neural Networks. In Proceedings of the 16th International Conference on Internetware (Internetware '25) (pp. 474–486). Association for Computing Machinery, New York, NY, USA. <https://doi.org/10.1145/3755881.3755915> [in English].
7. Sihab-Us-Sakib, S., Rahman, M.R., Forhad, M.S.A., & Aziz, M.A. (2024). Cyberbullying detection of resource-constrained language from social media using transformer-based approach. Natural Language Processing Journal, 9, 100104. <https://doi.org/10.1016/j.nlp.2024.100104> [in English].
8. Zampieri, M., Rosenthal, S., Nakov, P., Dmonte, A., & Ranasinghe, T. (2023). OffensEval 2023: Offensive language identification in the age of Large Language Models. Natural Language Engineering, 29(6), 1416–1435. <https://doi.org/10.1017/S1351324923000517> [in English].
9. Aliyeva, Ç.O., & Yağanoğlu, M. (2024). Deep learning approach to detect cyberbullying on Twitter. Multimedia Tools and Applications, 84, 20497–20520. <https://doi.org/10.1007/s11042-024-19869-3> [in English].
10. Pavlopoulos, J., Sorensen, J., Laugier, L., & Androutsopoulos, I. (2021, August). SemEval-2021 Task 5: Toxic Spans Detection. Proceedings of the 15th International Workshop on Semantic Evaluation (SemEval-2021), Online (pp. 59–69). Association for Computational Linguistics. <https://doi.org/10.18653/v1/2021.semeval-1.6> [in English].
11. Twitter-roBERTa-base for offensive language identification. (2025) *Hugging Face*. Retrieved from <https://huggingface.co/cardiffnlp/twitter-roberta-base-offensive>.
12. Krak, I., Molchanova, M., Didur, V., Sobko, O., Mazurets, O., & Barmak, O. (2025, December 27). Method of semantic features estimation for political propaganda techniques detection using transformer neural networks. In CEUR Workshop Proceedings (Vol. 3917, pp. 286–297). Virtual Event, Kryvyi Rih, Ukraine. Retrieved from <https://ceur-ws.org/Vol-3917/paper56.pdf> [in English].

Кліменко Валерія Ігорівна – асистент кафедри комп'ютерних наук Хмельницького національного університету. E-mail: ler.klimenko.8@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5869-4269.

Молчанова Марина Олексіївна – доктор філософії з комп'ютерних наук, старший викладач кафедри комп'ютерних наук Хмельницького національного університету. E-mail: m.o.molchanova@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9810-936X.

Собко Олена Віталіївна – доктор філософії з комп'ютерних наук, старший викладач кафедри комп'ютерних наук Хмельницького національного університету. E-mail: olenasobko.ua@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5371-5788.

Андрощук Владислав Іванович – студент кафедри комп'ютерних наук Хмельницького національного університету. E-mail: vladandroschuk0@gmail.com, ORCID: 0009-0006-1910-7221.

Мазурець Олександр Вікторович – к.т.н., доцент, доцент кафедри комп'ютерних наук Хмельницького національного університету. E-mail: exe.chong@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8900-0650.

Klimenko Valeria Ihorivna – Assistant Professor at the Department of Computer Science of the Khmelnytskyi National University. E-mail: ler.klimenko.8@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5869-4269.

Molchanova Maryna Oleksiivna – Ph.D. in Computer Science, Senior Lecturer at the Department of Computer Science of the Khmelnytskyi National University. E-mail: m.o.molchanova@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9810-936X.

Sobko Olena Vitaliivna – Ph.D. in Computer Science, Senior Lecturer at the Department of Computer Science of the Khmelnytskyi National University. E-mail: olenasobko.ua@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5371-5788.

Androschuk Vladyslav Ivanovych – Student at the Department of Computer Science of the Khmelnytskyi National University. E-mail: vladandroschuk0@gmail.com, ORCID: 0009-0006-1910-7221

Mazurets Oleksandr Viktorovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Computer Science of the Khmelnytskyi National University. E-mail: exe.chong@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8900-0650.



Отримано: 31.10.2025
Рекомендовано: 28.11.2025
Опубліковано: 30.12.2025

КОМПЛЕКСНА РЕКОНСТРУКЦІЯ ЗРУЙНОВАНИХ БЕЗКАРКАСНИХ БУДІВЕЛЬ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ НОВІТНІХ ТЕХНОЛОГІЙ

У нових соціально-економічних умовах основною формою розвитку промислового виробництва є реконструкція. Головне завдання нині – підвищити технічний рівень, якість, впровадити енергозберігаючі та ресурсозберігаючі технології, використовуючи наявний промисловий потенціал країни. У статті представлені результати комплексної реконструкції зруйнованих безкаркасних будівель і інтеграції наявних об'єктів культурно-історичної спадщини у сучасне міське середовище. Наведено результати аналізу у разі застосування інформаційного моделювання будівель (BIM) з поєднанням з новими сучасними та екологічними технологіями для вибору ефективних, технологічних, технічних та організаційних рішень у ліквідації аварійних пошкоджень та руйнувань безкаркасних будівель внаслідок військових дій. Також за допомогою засобів 3D сканування виконано більш ретельний аналіз пошкоджень та руйнувань. 3D фіксація об'єктів архітектури виконується сучасними методами за допомогою спеціалізованого обладнання або засобами фотограмметрії та сучасного програмного забезпечення для перетворення серії фотознімків у хмару точок. Встановлено, що фотограмметрія є відносно недорогим і практично універсальним методом створення тривимірних моделей об'єктів архітектури для фіксації фактичних переміщень для подальшого аналізу та роботи, створення обмірних креслень, планів вимірювання, фасадів, розрізів тощо. У результаті виконаної роботи була отримана повна 3D модель пошкодженої будівлі – виміри (хмари точок) були отримані шляхом поєднання великої кількості знімків, зроблених сучасним фотоапаратом та дроном, знімання частіше виконується як наземних зовнішніх фасадів, так і внутрішніх приміщень. За потреби потім усе поєднується в одну хмару точок за допомогою сучасного спеціального програмного забезпечення. Вивченням отриманої тривимірної моделі можна виконати ретельний аналіз руйнувань та розробити варіанти протиаварійної стабілізації конструкцій, а також організаційні, технологічні та технічні заходи, які необхідно терміново вжити для запобігання загибелі людей або обвалу будівель безкаркасного типу, у тому числі великопанельних будівель після масових пошкоджень внаслідок обстрілів та інших військових дій. Насамперед перед проєктувальником та експертом, який залучений у відновленні житлового фонду, чималу роль повинні грати такі принципи, як зручність, доступність та екологічність шляхів та способів відновлення таких будівель. Сучасні екологічні технології дозволять досить ефективно та швидко провести реконструкцію зруйнованих безкаркасних конструкцій. У післявоєнний час використання представленої методики дозволить оперативно оцінити технічний стан будівель і вибрати стратегію стабілізації, включаючи періодичність моніторингу, скорочуючи потреби і терміни ремонту.

Ключові слова: комплексна реконструкція, зруйновані будівлі, безкаркасні конструкції, екологічні технології, сталий розвиток у будівництві, енергоефективність, зелене будівництво, відновлення інфраструктури навколо пошкоджених будівель.

A.V. KOLCHANOV

O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv

COMPREHENSIVE RECONSTRUCTION OF DESTROYED FRAMELESS BUILDINGS USING ENVIRONMENTAL TECHNOLOGIES

In the new socio-economic conditions, the main form of development of industrial production is reconstruction. The main task today is to increase the technical level, quality, introduce energy-saving and resource-saving technologies, using the existing industrial potential of the country. The article presents the results of the comprehensive reconstruction of destroyed frameless buildings and the integration of existing cultural and historical heritage sites into the modern urban environment. The results of the analysis and prospects for the application of building information modeling (BIM) and environmental technologies for the selection of effective organizational, technological and technical solutions in the elimination of emergency destruction of frameless buildings as a result of military operations are presented. It has been established that photogrammetry is a relatively inexpensive and practically universal method for creating three-dimensional models of architectural objects and their measurement plans. Modern images were obtained by combining both images taken by a drone and ground-based external facades and interiors. The optimal option for emergency stabilization, as well as organizational, technological and technical measures that must be urgently taken to prevent the death of people or the collapse of large-panel buildings after massive damage due to shelling and other military actions. Modern environmental technologies will allow for the reconstruction of destroyed frameless structures quite quickly. In the post-war period, the use of the presented methodology will allow for a prompt assessment of the technical condition of buildings and the selection of a stabilization strategy, including the frequency of monitoring the need and timing of repairs.

Key words: comprehensive reconstruction, destroyed buildings, frameless structures, environmental technologies, sustainable development in construction, energy efficiency, green construction, restoration of infrastructure around damaged buildings.

Постановка проблеми

З початку повномасштабного вторгнення та бойових дій на території України загальна сума прямих задокументованих збитків житловій і нежитловій нерухомості та іншій інфраструктурі становила понад 143,8 млрд доларів [1]. Проте остаточна оцінка розміру збитків і руйнувань можлива лише після закінчення бойових дій на території України.

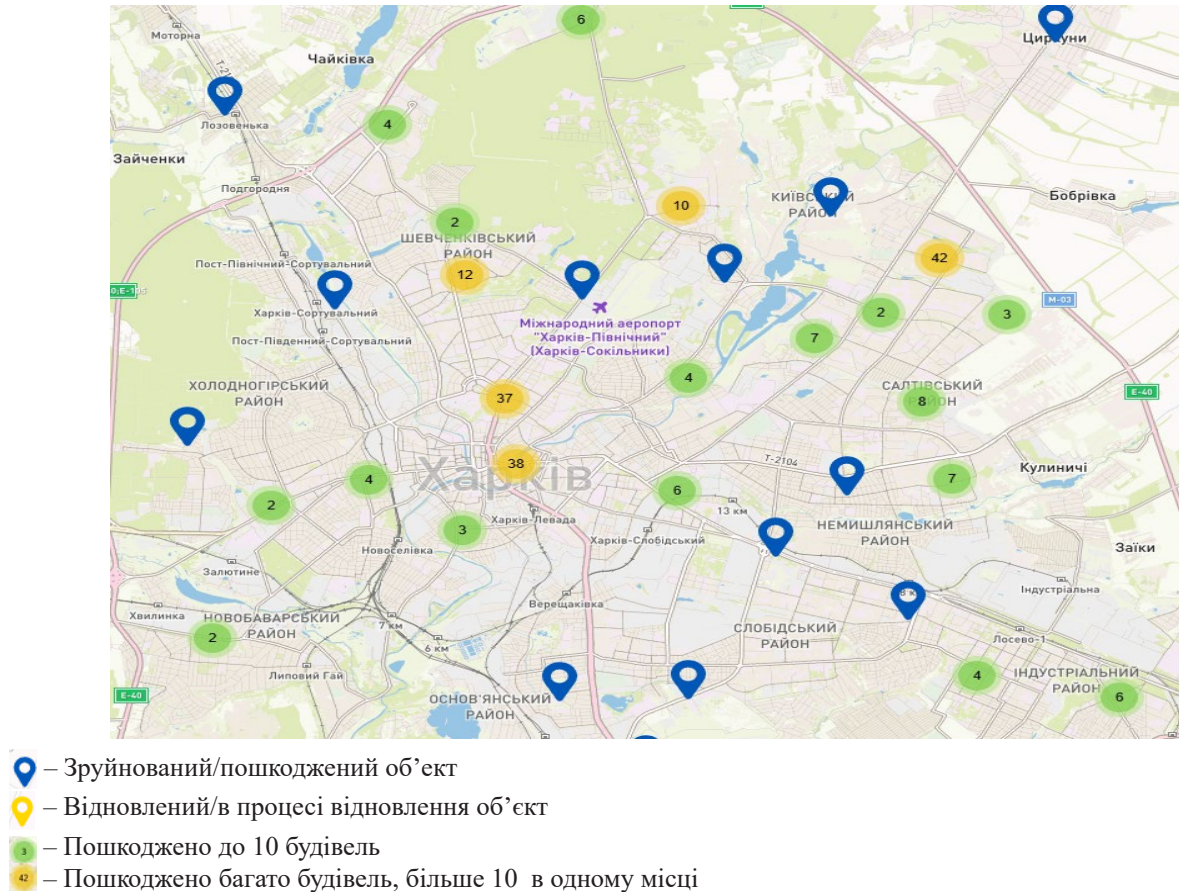


Рис. 1. Мапа, яка відображає кількість будівель з найбільш суттєвими пошкодженнями у м. Харків Харківської обл. [2]

За попередніми даними обласних військових адміністрацій, станом на лютий 2025 року загальна площа пошкоджених або зруйнованих об’єктів становить 102,1 млн. кв. м, що становить 9,5% від загальної площі житлового фонду України. За цими оцінками 16,4 тис. житлових будинків (їх загальна площа – 19,6 млн м²) зазнали часткових пошкоджень (ступінь руйнування 10%); середніх пошкоджень (ступ руйнувань – 10%–40%) зазнали 65,7 тис. житлових будинків (загальна площа – 35,3 млн м²); повністю зруйновано (ступінь руйнування – понад 40%) 72,7 тис. житлових будівель (їх загальна площа – 29,6 млн м²) [3]. Мапа руйнувань по Харківській області – на рис. 1.

З огляду на перелічені кількісні параметри заподіяної шкоди, а також наслідки руйнувань, які ми можемо спостерігати щодня з власних вікон, можемо підсумувати:

1. Багато пошкоджених будівель можна повністю або частково відновити, використовуючи енергозберігаючі та ресурсозберігаючі екологічні технології.

2. Є можливість переглянути важливість та архітектурну цінність деяких постраждалих будівель і вирішити, чи варто їх реконструювати, чи краще переобладнати на більш практичні та сучасні архітектурні стилі та технології зеленого будівництва.

3. Економія ресурсів не повинна ставати єдиним критерієм оцінки проєктних рішень і не повинна призводити до вибору недовговічних або не досить якісних конструктивних систем і будівельних матеріалів.

З огляду на те, що значна кількість помешкань у міських мікрорайонах по всій Україні будується з використанням безкаркасних панельних систем, це дослідження насамперед зосереджується на екологічних технологіях відновлення, реконструкції таких будівель сучасними екологічними технологіями.

Аналіз останніх досліджень

Якщо проаналізувати наявний досвід реконструкції безкаркасних будівель екологічними матеріалами та методами у країнах Центральної Європи, можна відзначити, що модернізація в основному зосереджена на покращенні теплоізоляційних характеристик стінових панелей, віконних заповнень і покрівлі, адаптації систем опалення та водопостачання до сучасних вимог, заміна електроприладів, модернізація систем вентиляції та ремонт власне оздоблення фасадів, використання енергозберігаючих та зелених технологій. У цьому напрямі величезний вклад зробили такі вчені: С. Ігнатівічус та ін. [4], А. Останська [5], П. Новаковський [6], Д. Піонтовська-Вороняк та ін. [7], М. Гурі та ін. [8]. Зокрема, значна частина праць П. Книзяка [9–10] та Я. Шульца [11–12] присвячена різним питанням експлуатації безкаркасних будівель (LPS). Також цікаві результати отримані авторами з метою дослідження сейсмостійкості панельних будівель і описані в роботах [13–15], а також моделювання поведінки панельних будівель у разі вибуху побутового газу [16; 17].

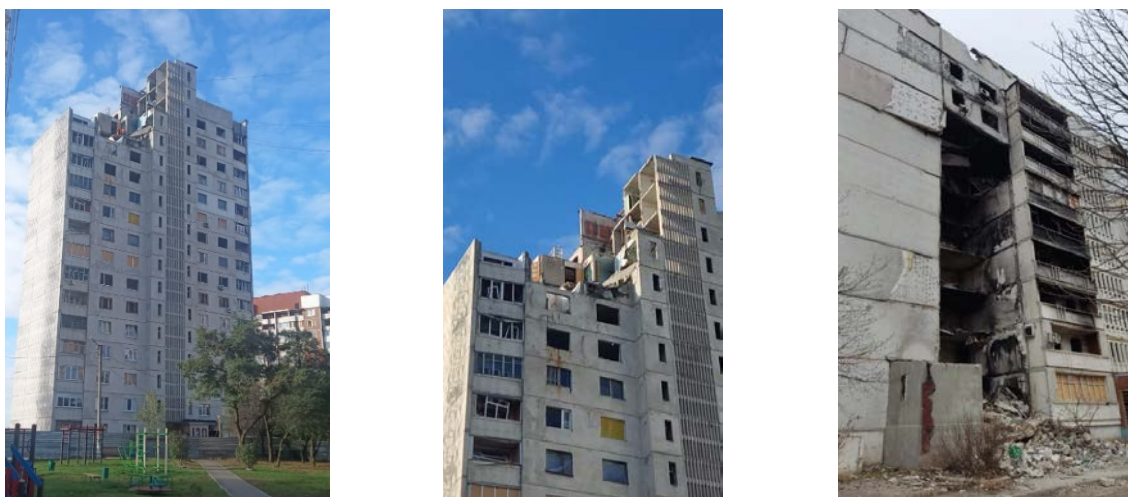


Рис. 2. Приклад поширених руйнувань панельних будинків [2]

Водночас важко знайти дослідження, які хоча б віддалено були присвячені екологічним технологіям реконструкції панельних будинків після вибухових ударів або прямих влучань в уражені конструкції. Більшість праць, наявних на сьогодні, які акцентують увагу на оцінці технічного стану будівель після пошкоджень, виконані вітчизняними науковцями, серед яких слід відзначити роботу [18].

Реконструкція панельних будинків в Україні нині ускладнюється, окрім фактичного продовження бойових дій (рис. 2), ще й тим, що наразі в Україні повністю відсутня база будівельної індустрії (заводи з виробництва залізобетонних конструкцій) зі спеціалізацією на виготовленні елементів конструкцій панельних будинків. Габаритні розміри елементів конструкції значно відрізняються в різних серіях. Розробка індивідуальних систем опалубки для кожного випадку виявляється трудомістким і дорогим заходом. Є також складність організації

надійного з'єднання монолітних і збірних конструкцій. І, нарешті, екологічний складник панельної будівлі дуже низький (суттєво низькі показники теплового опору зовнішніх стін і покрівлі, практично відсутня ергономіка житлових приміщень, погана зовнішня архітектура тощо). Зазначене зумовлює необхідність створення ефективної конструктивної системи із застосування максимальної кількості екологічних матеріалів, технологічно придатної для реконструкції безкаркасних будівель.

Мета дослідження

Метою статті є використання ефективної конструктивної системи реконструкції зруйнованих безкаркасних будівель із застосуванням екологічних технологій.

Виклад основного матеріалу дослідження

Оновлення основних виробничих фондів у процесі реконструкції є найбільш економічно доцільним. Під час будівництва нового підприємства вартість будівельно-монтажних робіт становить 70% усіх капітальних вкладень, у разі розширення – близько 60%, у разі реконструкції – близько 26%. Економія матеріальних ресурсів під час реконструкції промислових будівель та споруд дозволяє ефективніше використовувати капіталовкладення для розвитку нової техніки та технології, освоєння випуску нових видів продукції. Прискорення окупності капітальних вкладень під час реконструкції та технічного переозброєння відбувається у 2–2,5 раза швидше, а загальні витрати на одиницю виробничої потужності у середньому приблизно на 30% нижче, ніж у разі нового будівництва.

Запропоновано рішення для збірно-монолітної залізобетонної безкаркасної будівлі. Воно включає у себе технологію виготовлення та монтажу збірних елементів, а також порядок улаштування монолітної частини перерізів колон, балок, плит і діафрагм. Основні риси такі:

1. Просторовий каркас послідовно зводиться шляхом початкового монтажу незнімної опалубки в форму порожнистих тонкостінних елементів, виготовлених на 3D-принтері, які мають змінну форму та розмір, що дозволяє організовувати довільні кроки колон і змінну висоту підлоги.

2. Збирання збірної частини каркаса проводиться поверхово з підпорядкуванням укладання важкого або легкого бетону, що самоущільнюється.

3. Для великих прольотів система дозволяє розміщувати канали в балках, щоб полегшити подальше натягування сталевих арматур.

4. У разі прольотів, довжина яких перевищує 6,0 м, використовуються попередньо напружені збірні пустотні плити з поворотом на кут $\pi/2$ у кожній планувальній комірці відносно сусідніх.

У разі безкаркасної схеми вертикальні, що обгороджують і внутрішні несучі конструкції, виконуються у вигляді суцільних стін. У каркасно-панельних спорудах з повним каркасом допускається поздовжнє й поперечне розташування скритих ригелів. У спорудах з неповним каркасом рекомендується поздовжнє розміщення ригелів. Пропоноване рішення ґрунтується на таких принципах:

1. Відмова від прийняття строгих габаритних розмірів планувальних осередків і незмінності розмірів елементів каркаса. Цей принцип диктує використання збірних елементів каркаса в якості незнімної опалубки. Реалізація варіативності розмірів, своєю чергою, забезпечується тут технологією виготовлення збірних елементів у вигляді тонкостінних профілів закритого та відкритого перерізу з використанням 3DCP [19]. Такий підхід дає можливість гнучко адаптувати систему як до реконструкції, так і до ремонту та реновації наявних і пошкоджених об'єктів, а також до нового екологічного будівництва. Крім того, розташування вертикальних несучих елементів (колон) у загальному випадку може бути довільним з багаторозгалуженим перерізом (рис. 3).

2. Принцип визначення форми зібраної частини балок у вигляді швелера полицями вгору (рис. 3). При цьому прольоти балок можуть бути довільними, а розміри їх перерізів, як і колон, визначаються розрахунком.

3. Принцип виготовлення виробів арматури у вигляді просторового каркаса з комплексом геометрія та мінімізована кількість стиків між поверхами та прольотами.

4. Принцип використання самоущільнювального бетону. Метою є уникнення вібраційного ущільнення суміші.

5. Принцип використання важкого або легкого бетону, приготовленого на розтяжному цементі для моноліту. Цей принцип дозволяє включати у спільну роботу монолітні і збірні частини конструкції, а також створює ефект конфайнменту в залізобетонних елементах системи, і особливо в колонах.

6. Висвітлено принцип економічності під час виконання. Одночасно для каркасів з великими прольотами застосовують попередньо напружені плити.

7. Принцип використання вставок-порожнечі з легких матеріалів для плит і діафрагмових стін з монолітного бетону [20]. Цей принцип дозволяє значно зменшити вагу будівлі. А мінімізація ваги призводить до підвищення сейсмостійкості та екологічності будівлі.

Наведемо наглядний приклад відновлення пошкодженої багатоповерхової панельної будівлі (рис. 3).



Рис. 3. Загальний вигляд пошкодженої будівлі, шлях від результатів пошкодження до повного відновлення будівлі за допомогою сучасних методів відновлення (розроблено А.В. Колчановим)

Під час влучання снарядів спостерігаються численні руйнації, обвали та деформація каркасу з верху до низу будівлі. У разі ретельного вивчення руйнувань та вимірювань геодезичними приладами з використанням хмари точок у фахівців зароджуються варіанти для відновлення будівлі. Схеми деформацій на рис. 4.

Реконструкція пошкоджених будівель – це складний процес, що включає низку етапів для відновлення функціональності, безпеки та зовнішнього вигляду споруди.

Основні етапи реконструкції пошкоджених будівель:

1. Оцінка стану будівлі

- Технічне обстеження (оцінка несучих конструкцій, фундаменту, стін, покрівлі).
- Виявлення ступеня пошкодження (часткове, критичне чи повне руйнування).
- Документація пошкоджень (фото, звіти, акти).



Рис. 4. Схеми деформацій та руйнувань будівлі, постраждалої внаслідок бойових дій

2. Проектування

- Розробка проєкту реконструкції (можливо з модернізацією).
- Узгодження з архітекторами, інженерами.
- Отримання дозволів (якщо потрібно).

3. Демонтаж небезпечних елементів

- Видалення аварійних конструкцій.
- Очищення території.

4. Укріплення конструкцій

- Посилення фундаменту, колон, перекриттів.
- Відновлення стін, балок, перекриттів.

5. Відновлення інженерних систем

- Електрика, водопостачання, опалення, вентиляція тощо.

6. Оздоблювальні роботи

- Штукатурка, фарбування, встановлення вікон/дверей.
- Внутрішнє оздоблення.

7. Контроль якості та задача в експлуатацію

- Перевірка дотримання норм безпеки.
- Підписання акту готовності.

Розглянемо проєктні рішення з відновлення пошкодженої будівлі.

Технологічна особливість у цьому випадку полягає у зведенні монолітних елементів каркасу в опалубці, що на 80 відсотків є незйомною, в якій переважно використовують сторони внутрішніх перегородок квартир та стіни зовнішніх стін та листи цементно-стружкових плит у місцях, де немає сполучень стін за проєктом. Каркасні перекриття збираються зі збірних залізобетонних плит та монолітних ділянок (рис. 5–12).

Руйнація та демонтажні роботи



Проєктний вигляд відновлення



Рис. 5. Загальний вигляд об'єкта, відновленого екологічними технологіями

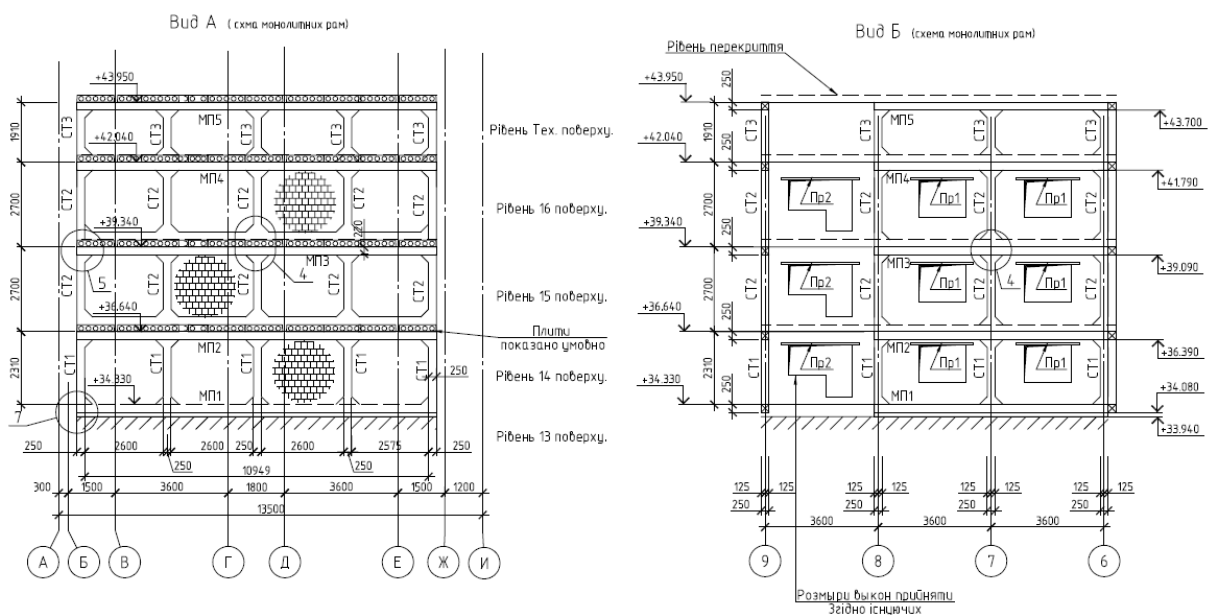


Рис. 6. Схема відновлення стіни з монолітних конструкцій з частковим використанням незйомної опалубки

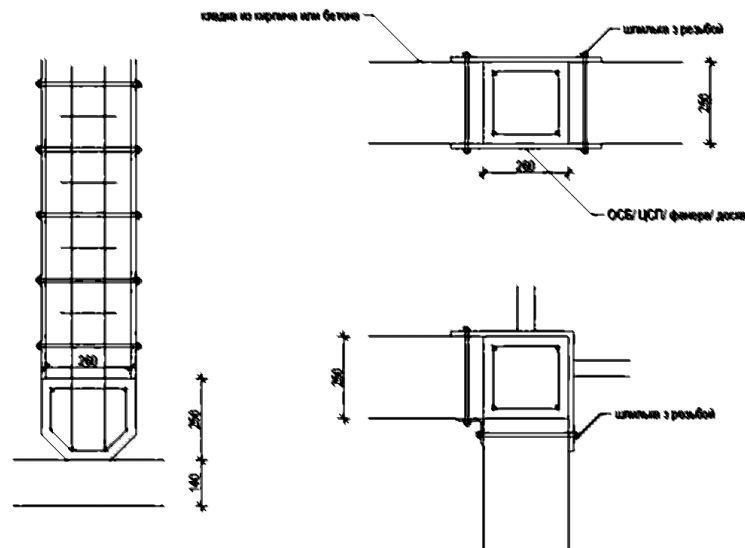


Рис. 7. Загальна схема влаштування елементів каркасу будівлі та відновлювальні роботи

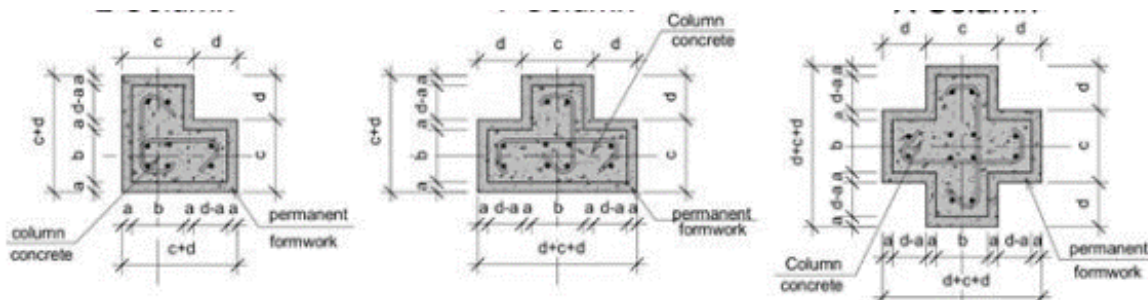


Рис. 8. Пропонована та використана конфігурація колон і балок

Оскільки будівля запроектована та побудована на пальовому фундаменті, то і передбачається відновлення каркасу у разі зменшення його ваги (незначно), деформація фундаменту не врахована в розрахунки, позаяк зусилля перерозподіляються зверху до низу та на рівні розстверку та паль мають рівномірні характеристики. Внутрішні стіни та плитні панелі виготовлені з конструкційного бетону (C16/20). Бетон зовнішніх панелей легкий (керамзитобетон, $\gamma = 1200 \text{ кг/м}^3$). Всі геометричні розміри прийняті відповідно до проєктних рішень. Метеорологічні умови розраховуються натеper згідно з чинними нормативними документами (ДБН). Інтегральне вертикальне навантаження на перекриття приймається згідно зі збором навантажень та відповідно до експлуатації житлових будівель. Зовнішні стіни ненесучі, тому навантаження від них було враховане відповідно до прикладених зусиль згідно з позиціонуванням.

Вихідні дані для розрахунку посилення конструкції будівлі з використанням запропонованого типу каркасної системи наведено нижче.

Перетини: колона: 250×250 ; балки: 300×300 ; 180×300 ; 140×300 .

Бетон C25/30. Арматура A500S.

Плити – збірні, попередньо напружені, армовані, пустотні з монолітними ділянками.

Використовувалося ліцензійне програмне забезпечення Liga САПР. Також були використані спеціальні надбудови, призначені для моделювання панельних будівель. Розрахункова 3D модель будівлі з надбудовою наведена на рис. 5. Усі навантаження приймаються згідно з ДБН В.1.2-2:2006, окремо вітрові навантаження збільшуються в 5 разів. Проведено сейсмічні дії на 5 балів. Максимальна горизонталь переміщення верхньої частини будівлі внаслідок тиску

вітру становить 14,1 мм (50600 / 14,1 = 3588 <<500). Вимушені частоти коливань під час сейсмічної розвідки становлять 0,67с і не перевищують 2,0 с. Найбільше прискорення верхнього поверху 0,078 м/с² і не перевищує 0,08 м/с², що дозволяє зробити висновок про комфортне перебування людей у будівлі.

Схема влаштування перекриття над Тех. поверхом.

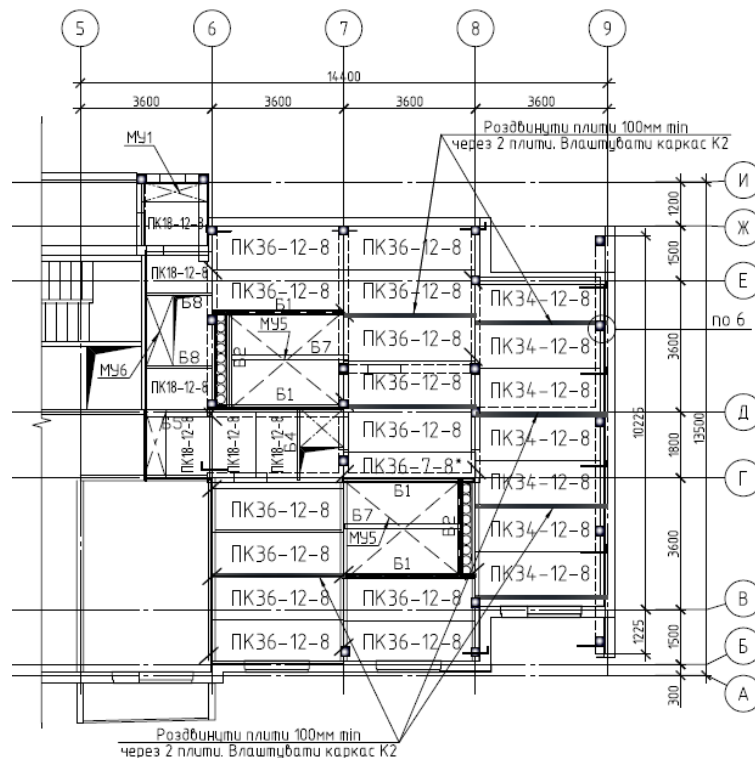


Рис. 9. Влаштування збірних перекриттів

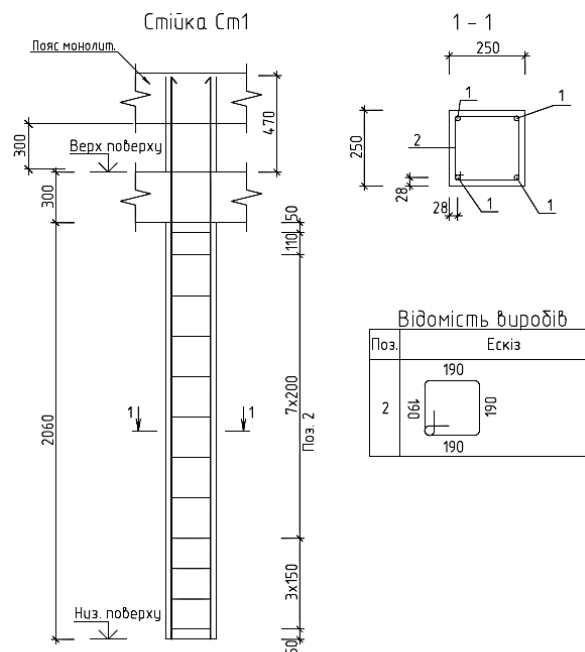


Рис. 10. Конструктивна схема влаштування монолитних стійок та колон

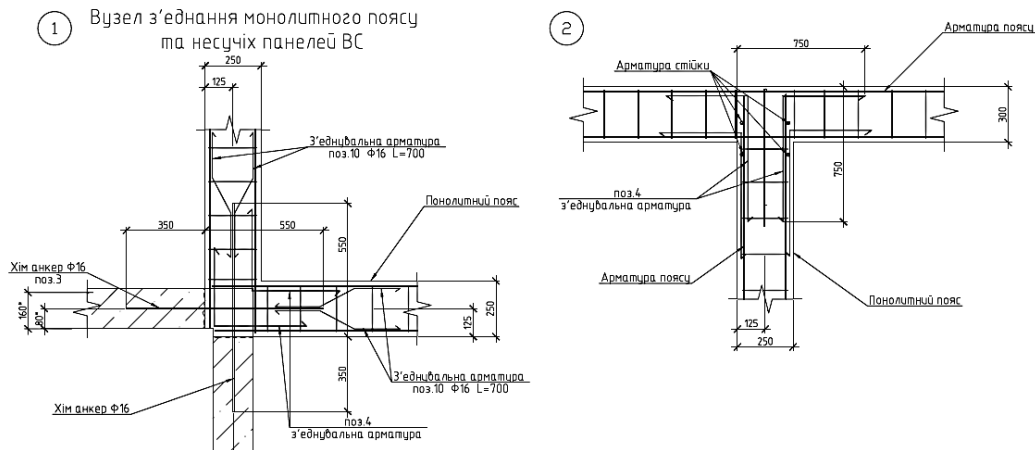


Рис. 11. Приклад сполучення елементів каркасу запропонованої будівлі

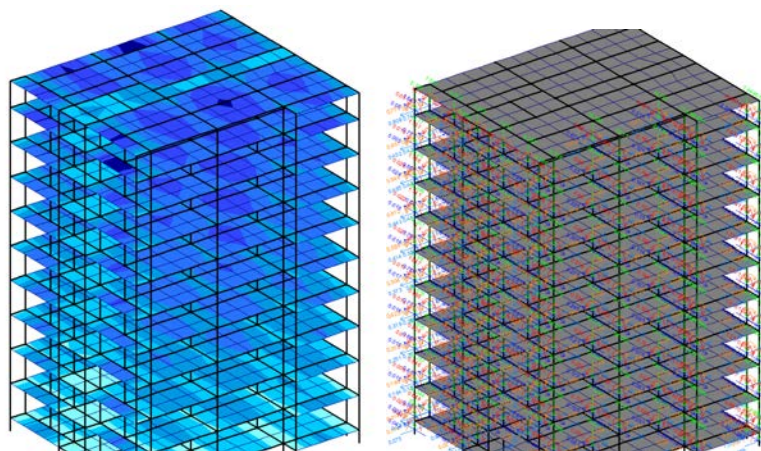


Рис. 12. Кінцево-елементна модель будівлі з надбудовами верхніх поверхів

Використання екологічних матеріалів запропоновано у вигляді утеплювача у разі досягнення високоефективного ступеня енергозбереження та споживання теплової та електричної енергії.

Енергоефективність будівлі досягнута використанням екологічного утеплювача. Приклад утеплення показано на рис. 13.

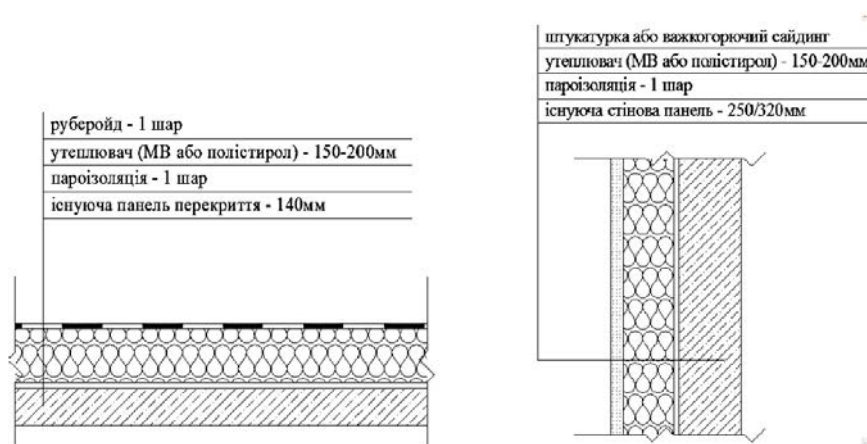


Рис. 13. Утеплення зовнішнього контуру будівлі

Відновлення будівель з екотехнологіями, основні принципи:

Оцінка можливостей для «зеленого» екологічного відновлення.

– Чи можливо зберегти частину старих конструкцій? Це зменшує кількість будівельного сміття.

– Які матеріали можна повторно використати або переробити?

Вибір екологічних матеріалів

– Натуральні матеріали: деревина із сертифікованих лісів, глина, солом'яні панелі, конопляний бетон (hempcrete).

– Матеріали з переробки: склоблоки, перероблений бетон, пластик для утеплення.

– Безпечні для здоров'я: фарби без VOC (летких органічних сполук), нетоксичні клеї, гіпсокартон без формальдегіду.

Енергоефективність

– Сонячні панелі для виробництва електроенергії або гарячої води.

– Вікна з потрійним склопакетом, енергоощадне скло, теплоізоляція стін і даху.

– LED-освітлення, датчики руху, «розумні» системи керування енергією.

Утеплення та збереження тепла

– Використання еко-утеплювачів: целюлозний утеплювач, вовна, конопляна мата.

– Технології пасивного будівництва (розташування вікон, орієнтація на південь, теплоакумуляція).

Водозбереження

– Системи збору дощової води для технічних потреб.

– Економні крани та санвузли з подвійним зливом.

– Зелені дахи або «зелені стіни» для утримання вологи, поліпшення мікроклімату.

Екологічне середовище

– Ландшафтна інтеграція: збереження зелених зон, використання місцевої флори.

– Забезпечення природної вентиляції, мінімізація потреби в кондиціонуванні.

– Створення здорового мікроклімату (наприклад, використання «дихаючих» матеріалів).

Приклад вищезазначеного переліку для робіт на будівлі після обстрілу.

Реконструкція має проводитись з використанням таких мінімальних вимог:

– конструкцій із CLT (крос-ламінованої деревини),

– сонячних батарей на даху,

– вентиляції з рекуперацією тепла,

– фасадів із зеленими стінами.

Під час зведення та реконструкції багатоповерхових каркасно-панельних будівель застосовується комбінований (змішаний) метод монтажу, який є поєднанням роздільного і комплексного методів. Як правило, приймається така послідовність та технологія монтажу конструкцій несучого каркасу будівель. З урахуванням геометричних розмірів поперечного перерізу колон першого ярусу опори під них виконуються зазвичай монолітні. Результати апробації нової конструктивної системи та технології інноваційної реконструкції безкаркасних будівель, у цьому випадку панельних, показано на рис. 14.

Вибір матеріалу і конструктивної схеми залежить від виможливого ступеня захисту, місцевих можливостей і екологічної доцільності. Зовнішні панелі цих будівель часто є ненесучими або самонесучими, слугують виключно огороженнями та забезпечують теплоізоляцію. Їх збій не призведе до руйнування інших несучих елементів. Тим не менш, вони несуть ризик краху в подальшій експлуатації, якщо зламани закладні частини їх кріплення. Під час реконструкції перевірка кріплення – важке завдання. Усі вони повинні утворювати екологічний каркас міста.

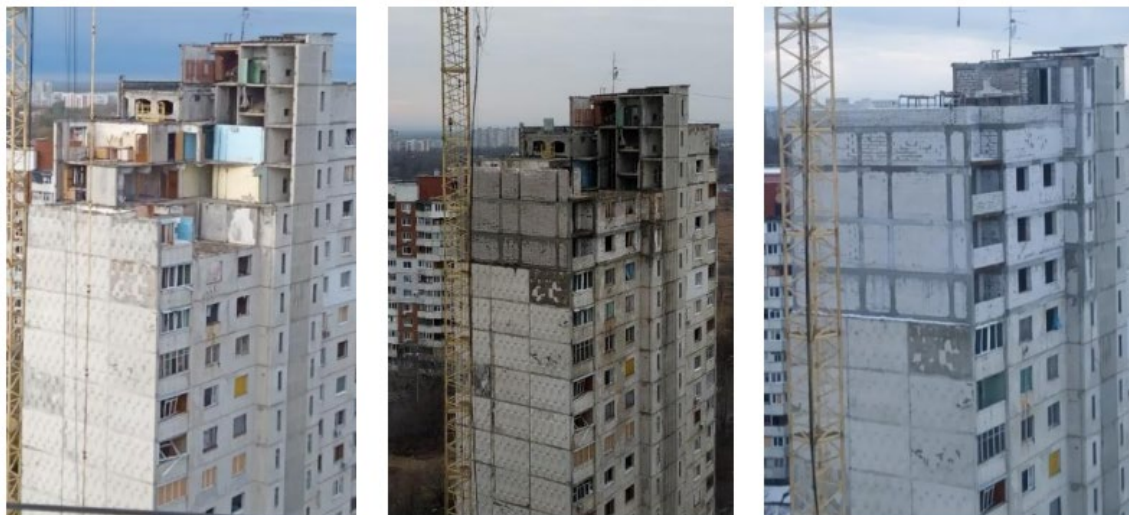


Рис. 14. Результат апробації запропонованої та розробленої конструктивної системи (на будівельному майданчику опалубка була побудована традиційними методами), проєктні та будівельні роботи виконано 2022–2023 р. (Проєктувальник та розробник, автор проєкту: інженер-проєктувальник, експерт, інженер-консультант: Колчанов Андрій Володимирович, співробітник ТОВ «Науково-дослідний експертно-проєктний центр», аспірант Харківського національного університету міського господарства імені О.М. Бекетова)

Висновки

На підставі проведених досліджень можна зробити такі висновки:

1. Аналіз житла України, яке постраждало внаслідок бойових дій і агресії російської федерації, було здійснено за основними структурними особливостями і з точки зору впливу на них снарядів.

2. Запропонована конструктивна екологічна технологія, в основі якої лежить збірна незнімна опалубка елементів, яка демонструє значний потенціал для швидкого та ефективного будівництва. Її гнучкість дозволяє адаптувати його до різних проєктів і умов. Систему можна успішно використовувати як для ремонту пошкоджених будівель, так і для нового будівництва.

3. Реалізація системи, продемонстрована через відновлення пошкодженої безкаркасної будівлі, підтвердила свою функціональність і ефективність в умовах післяаварійного відновлення. Дослідження особливостей напружено-деформованого стану будівлі, зведеної з використанням екологічних елементів, свідчило про досягнення гармонійної взаємодії між відновленою частиною та наявною структурою, що відповідає всім вимогам.

4. Результати цього дослідження можуть слугувати основою для подальших досліджень і розробок запропонована конструктивна система з метою підвищення якості та швидкості будівництва. Підсумовуючи, зазначимо, що ця робота принесла початкові ідеї, засновані на тріаді «ідея – структура – технологія». Такий підхід передбачає комплексну оцінку рішення з огляду на конструктивну ефективність, технологічну раціональність, екологічність та економічну доцільність. Це веде до висновку, що представлена система має потенціал для еволюції до високорозвиненої технології, використовуючи сучасні інструменти та обладнання.

5. Використання системи енергоефективності зі зменшенням енергоспоживання та використання систем енергозбереження шляхом термомодернізації будівлі сучасними методами у сукупності на об'єкті зменшує викиди у разі виробництва енергоносіїв та тим самим береже екосистему планети. Залучення екологічних та індустріальних технологій невідокремленою частиною у відновленні пошкоджених будівель внаслідок бойових дій є ефективним. Відновлення будівель із застосуванням екологічних технологій – це сучасний підхід, який дозволяє не лише відбудувати зруйноване, але і створити більш енергоефективні, безпечні та стійкі до майбутніх можливих впливів на споруду.

Список використаної літератури

1. Ukraine Rapid Damage and Needs Assessment (English). Washington : World Bank Group, 2022. URL: <http://documents.worldbank.org/curated/en/099445209072239810/P17884304837910630b9c6040ac12428d5c>.
2. Map of Destruction. URL: <https://reukraine.shtab.net/>.
3. Eskew E., Jang S. Impacts and Analysis for Buildings under Terrorist Attacks. URL: https://www.researchgate.net/publication/311517061_Impacts_and_Analysis_for_Buildings_under_Terrorist_Attacks.
4. Ignatavičius Č., Zavadskas E., Ustinovicius L. Modernization of large-panel houses in Vilnius. The 9th international conference “Modern building materials, structures and techniques” : selected papers, May 16–18, 2007 Vilnius, Lithuania / International Association for Bridges and Structural Engineering, European Council of Civil Engineers, The Association of European Civil Engineering Faculties, Lithuanian Academy of Science, Vilnius Gediminas Technical University. 2007. Vol. 1. P. 258–264. URL: http://leidykla.vgtu.lt/conferences/MBM_2007/2pdf/Ignatav_Zavdsk.pdf.
5. Ostańska A. The effect of current thermomodernization projects on energy performance of multifamily residential buildings and perspectives for new regeneration projects: the case of a housing estate in Lublin. *Budownictwo i Architektura*. 2010. Vol. 7. P. 89–103. <https://doi.org/10.35784/bud-arch.2271>.
6. Nowakowski P. Functional and Aesthetic Aspects of Modernization of Large Panel Residential Buildings. In: Charytonowicz J., Falcão C. (eds). Advances in Human Factors in Architecture, Sustainable Urban Planning and Infrastructure. AHFE 2019. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2020. Vol. 966. https://doi.org/10.1007/978-3-030-20151-7_32.
7. Piotrowska-Woroniak J., Cieśliński K., Woroniak G., Bielskus J. The Impact of Thermo-Modernization and Forecast Regulation on the Reduction of Thermal Energy Consumption and Reduction of Pollutant Emissions into the Atmosphere on the Example of Prefabricated Buildings. *Energies*. 2022. Vol. 15. P. 2758. <https://doi.org/10.3390/en15082758>.
8. Guri M., Krosi F., Xhexhi K. Study of thermal performance of prefabricated large panel buildings. 2nd Croatian Conference on Earthquake Engineering 2CroCEE. (Zagreb, Croatia, March 22–24, 2023). P. 268–279. <https://doi.org/10.5592/CO/2CroCEE.2023.63>.
9. Kanoniczak M., Knyziak P. Potencjalnie słabe miejsca w konstrukcji zewnętrznych elementów budynków wielkopłytowych. *Rewitalizacja Obszarów Zurbanizowanych*. 2019. No. 9. P. 42–46. URL: https://yadda.icm.edu.pl/baztech/element/bwmeta1.element.baztech-170c5b8e-2974-45be-a0d2-226768435fed/c/Kanoniczak_Potencjalnie_9_2019.pdf.
10. Tofiluk A., Knyziak P., Krentowski J. Revitalization of Twentieth-Century Prefabricated Housing Estates as Interdisciplinary Issue. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2019. Vol. 471. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/471/11/112096>.
11. Szulc J. Techniczne możliwości modernizacji budynków z wielkiej płyty. *Izolacje*. 2018. Vol. 23. No. 2. P. 14–23.
12. Górski W., Szulc J. Modelowanie numeryczne niejednorodności struktury wypełnienia złączy w budynkach wielkopłytowych. *Acta Sci. Pol. Architectura*. 2019. Vol. 18, No. 2. P. 79–92. <https://doi.org/10.22630/ASPA.2019.18.2.25>.
13. Guri M., Brzev S., Lłuka D. Performance of Prefabricated Large Panel Reinforced Concrete Buildings in the November 2019 Albania Earthquake. *Journal of Earthquake Engineering*. 2021. Vol. 26. P. 1–27. <https://doi.org/10.1080/13632469.2021.1887010>.
14. Brzev S., Zugic Z., Guri M., Gjuzi O. Seismic behaviour of prefabricated large panel reinforced concrete buildings considering the effect of local soil conditions. 3rd European Conference on Earthquake Engineering & Seismology. Bucharest, Romania, 2022. P. 919–928. URL: https://www.researchgate.net/publication/369791660_Seismic_behaviour_of_prefabricated_large_panel_reinforced_concrete_buildings_considering_the_effect_of_local_soil_conditions.
15. Galstyan G., Arzumanyan A., Galoyan H. Techno-Economic and Material Science Expediency of Modernization and the Renaissance of Large-Panel House Building in Armenia. *Key Engineering Materials*. 2019. Vol. 828. P. 68–72. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.828.68>. www.scientific.net/KEM.828.68.
16. Kadela M., Cińcio A., Fedorowicz J., Geryło R. Attempt at Numerical Representation of Gas Explosion in a Large Panel Building. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2019. Vol. 603. P. 052023. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/603/5/052023>.

17. Knyziak P. Konstrukcje Budynków Wielkopłytowych W Sytuacjach Awaryjnych. *Inżynieria i Budownictwo*. 2019. Vol. 75, No. 9. P. 404–408.
18. Molodid O., Kovalchuk O., Skochko V., Plokhuta R., Molodid O., Musiiaka I. Inspection of war-damaged buildings and structures by the example of urban settlement Borodianka. *Strength of Materials and Theory of Structures*. 2023. P. 328–343. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.110.328-343>.
19. Ma Guowei, Buswell Richard, Ricardo Leal da Silva Wilson, Wang Li, Xu Jie, Jones Scott Z. Technology readiness: A global snapshot of 3D concrete printing and the frontiers for development. *Cement and Concrete Research*. 2022. Vol. 156. 106774. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2022.106774>.
20. Shmukler V., Bugaevskiy S. Creation of a permanent formwork for the construction of semispherical reinforced concrete structures. *New Technologies in Construction*. 2017. No. 1. P. 36–44.

References

1. Ukraine Rapid Damage and Needs Assessment (English). Washington: World Bank Group, 2022. Retrieved from: <http://documents.worldbank.org/curated/en/099445209072239810/P17884304837910630b9c6040ac12428d5c> [in English].
2. Map of Destruction. Retrieved from: <https://reukraine.shtab.net/> [in English].
3. Eskew, E., & Jang, S. Impacts and Analysis for Buildings under Terrorist Attacks. Retrieved from: https://www.researchgate.net/publication/311517061_Impacts_and_Analysis_for_Buildings_under_Terrorist_Attacks [in English].
4. Ignatavičius Č., Žavadskas E., Ustinovicus L. (2007). Modernization of large-panel houses in Vilnius. The 9th international conference “Modern building materials, structures and techniques”: selected papers, May 16–18, 2007 Vilnius, Lithuania / International Association for Bridges and Structural Engineering, European Council of Civil Engineers, The Association of European Civil Engineering Faculties, Lithuanian Academy of Science, Vilnius Gediminas Technical University, 1, 258–264. Retrieved from: http://leidykla.vgtu.lt/conferences/MBM_2007/2pdf/Ignatav_Zavdsk.pdf [in English].
5. Ostańska, A. (2010). The effect of current thermomodernization projects on energy performance of multifamily residential buildings and perspectives for new regeneration projects: the case of a housing estate in Lublin. *Budownictwo i Architektura*, 7, 89–103. <https://doi.org/10.35784/bud-arch.2271> [in English].
6. Nowakowski, P. (2020). Functional and Aesthetic Aspects of Modernization of Large Panel Residential Buildings. In: Charytonowicz, J., Falcão, C. (eds) *Advances in Human Factors in Architecture, Sustainable Urban Planning and Infrastructure. AHFE 2019. Advances in Intelligent Systems and Computing*, 966, Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-20151-7_32 [in English].
7. Piotrowska-Woroniak, J., Cieśliński, K., Woroniak, G., & Bielskus, J. (2022). The Impact of Thermo-Modernization and Forecast Regulation on the Reduction of Thermal Energy Consumption and Reduction of Pollutant Emissions into the Atmosphere on the Example of Prefabricated Buildings. *Energies*, 15, 2758. <https://doi.org/10.3390/en15082758> [in English].
8. Guri, M., Krosi, F. & Xhexhi, K. (2023). Study of thermal performance of prefabricated large panel buildings. 2nd Croatian Conference on Earthquake Engineering 2CroCEE. (Zagreb, Croatia, March 22–24, 2023). 268–279. <https://doi.org/10.5592/CO/2CroCEE.2023.63> [in English].
9. Kanoniczak, M. & Knyziak, P. (2019). Potencjalnie słabe miejsca w konstrukcji zewnętrznych elementów budynków wielkopłytowych [Potential weak points in the construction of external elements of large-panel buildings]. *Rewitalizacja Obszarów Zurbanizowanych*. 9, 42–46. Retrieved from: https://yadda.icm.edu.pl/baztech/element/bwmeta1.element.baztech-170c5b8e-2974-45be-a0d2-226768435fed/c/Kanoniczak_Potencjalnie_9_2019.pdf [in Polish].
10. Tofiluk, A., Knyziak, P., & Krentowski, J. (2019). Revitalization of Twentieth-Century Prefabricated Housing Estates as Interdisciplinary Issue. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 471. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/471/11/112096> [in English].

11. Szulc, J. (2018). Techniczne możliwości modernizacji budynków z wielkiej płyty [Technical possibilities of modernizing prefabricated buildings]. *Izolacje*, 23 (2), 14–23 [in Polish].
12. Górski, W., & Szulc, J. (2019). Modelowanie numeryczne niejednorodności struktury wypełnienia złączy w budynkach wielkopłytowych [Numerical modeling of the heterogeneity of the joint filling structure in large-panel buildings]. *Acta Sci. Pol. Architectura*, 18 (2), 79–92. <https://doi.org/10.22630/ASPA.2019.18.2.25> [in Polish].
13. Guri, M., Brzev, S., & Lluca, D. (2021). Performance of Prefabricated Large Panel Reinforced Concrete Buildings in the November 2019 Albania Earthquake. *Journal of Earthquake Engineering*, 26, 1–27. <https://doi.org/10.1080/13632469.2021.1887010> [in English].
14. Brzev, S., Zugic, Z., Guri, M. & Gjuzi, O. (2022). Seismic behaviour of prefabricated large panel reinforced concrete buildings considering the effect of local soil conditions. 3rd European Conference on Earthquake Engineering & Seismology Bucharest, Romania, 919–928. Retrieved from: https://www.researchgate.net/publication/369791660_Seismic_behaviour_of_prefabricated_large_panel_reinforced_concrete_buildings_considering_the_effect_of_local_soil_conditions [in English].
15. Galstyan, G., Arzumanyan, A., & Galoyan, H. (2019). Techno-Economic and Material Science Expediency of Modernization and the Renaissance of Large-Panel House Building in Armenia. *Key Engineering Materials*, 828, 68–72. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.828.68>. Retrieved from: www.scientific.net/KEM.828.68 [in English].
16. Kadela, M., Cińcio, A., Fedorowicz, J., & Geryło, R. (2019). Attempt at Numerical Representation of Gas Explosion in a Large Panel Building. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 603, 052023. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/603/5/052023> [in English].
17. Knyziak, P. (2019). Konstrukcje Budynków Wielkopłytowych W Sytuacjach Awaryjnych [Structures of Large-panel Buildings in Emergency Situations]. *Inżynieria i Budownictwo*, 75 (9), 404–408 [in Polish].
18. Molodid, O., Kovalchuk, O., Skochko, V., Plokhuta, R., Molodid, O., & Musiiaka, I. (2023). Inspection of war-damaged buildings and structures by the example of urban settlement Borodianka. *Strength of Materials and Theory of Structures*, 328–343. <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2023.110.328-343> [in English].
19. Ma, G., Buswell, R., Ricardo Leal da Silva, W., Wang, L., Xu, J., & Jones, S. Z. (2022). Technology readiness: A global snapshot of 3D concrete printing and the frontiers for development. *Cement and Concrete Research*, 156, 106774. <https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2022.106774> [in English].
20. Shmukler, V., & Bugaevskiy, S. (2017). Creation of a permanent formwork for the construction of semispherical reinforced concrete structures. *New Technologies in Construction*, 1, 36–44 [in English].

Колчанов Андрій Володимирович – аспірант кафедри будівельних конструкцій Харківського національного університету міського господарства імені О.М. Бекетова. E-mail: andrii.kolchanov@kname.edu.ua, ORCID: 0009-0001-7813-2965.

Kolchanov Andrii Volodymyrovych – Postgraduate Student at the Department of Building Structures of the O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv. E-mail: andrii.kolchanov@kname.edu.ua, ORCID: 0009-0001-7813-2965.



Отримано: 02.09.2025
Рекомендовано: 18.11.2025
Опубліковано: 30.12.2025

УДК 539.3:534

Д.В. КРЮТЧЕНКО, А.С. КОЛОДЯЖНИЙ

Інститут енергетичних машин та систем імені А.М. Підгорного НАН України

М.С. МІЩЕНКО

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

О.О. СТРЕЛЬНИКОВА

Інститут енергетичних машин та систем імені А.М. Підгорного НАН України;

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна;

Харківський національний університет радіоелектроніки

СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ КОЛИВАНЬ РІДИНИ В РЕЗЕРВУАРІ ЗАЛЕЖНО ВІД ПОЛОЖЕННЯ ПЕРЕГОРОДКИ

Метою дослідження є розроблення ефективного числового методу оцінки впливу перегородок, які демпфують коливання рідини в жорстких оболонках обертання під дією інтенсивних вертикальних і горизонтальних навантажень. Передбачається, що рідина, яка заповнює оболонку, є ідеальною, нестисливою та має безвихровий характер руху. За таких припущень її динаміка описується потенціалом швидкостей, який задовольняє рівняння Лапласа. Оболонка піддається дії зовнішнього гармонічного навантаження, частота якого може наближатися до власних частот коливань рідини, що призводить до виникнення резонансу і, відповідно, до необмеженого зростання амплітуди коливань вільної поверхні. Для запобігання цьому явищу в конструкцію вводяться горизонтальні перегородки, що зменшують інтенсивність плескання та забезпечують ефективне демпфування енергії хвиль. Установлення перегородок змінює спектр власних частот коливань рідини, що дає змогу здійснювати відстроювання від небажаних резонансних режимів. Це створює можливість оптимізації параметрів резервуарів і баків, що використовуються в аерокосмічній, енергетичній та транспортній техніці. Для числового аналізу застосовано метод підобластей, або метод граничних суперелементів, який передбачає поділ розрахункової області на декілька підобластей із власними граничними умовами. У кожній підобласті потенціал швидкостей задовольняє рівняння Лапласа, при цьому на жорстких межах області встановлюються умови непротікання, а на вільній поверхні реалізуються кінематична та динамічна умови. На межах поділу підобластей вводяться умови сумісності для потенціалу та його нормальної похідної. Для визначення невідомих потенціалів використано третю формулу Гріна, що дало змогу звести початкову крайову задачу до системи сингулярних інтегральних рівнянь, розв'язання яких здійснено методом граничних елементів. Отримані числові результати свідчать, що коливання рідини в резервуарі можна ефективно контролювати шляхом раціонального вибору кількості, форми та розташування перегородок. Демонстровано, що оптимальне конструювання демпфувальних елементів дає змогу істотно зменшити амплітуду коливань навіть у разі дії високочастотних навантажень, підвищуючи стійкість і надійність конструкцій, що містять рідину.

Ключові слова: методи граничних елементів та суперелементів, плескання рідини, горизонтальні перегородки, демпфування.

D.V. KRIUTCHENKO, A.S. KOLODYAZHNYI

Anatolii Pidhornyi Institute of Power Machines and Systems of the Ukrainian Academy of Sciences

M.S. MISCHENKO

V.N. Karazin Kharkiv National University

O.O. STRELNIKOVA

Anatolii Pidhornyi Institute of Power Machines and Systems of the Ukrainian Academy of Sciences;

V.N. Karazin Kharkiv National University;

Kharkiv National University of Radio Electronics

SPECTRAL ANALYSIS OF LIQUID OSCILLATIONS IN A RESERVOIR DEPENDING ON THE PARTITION POSITION

The purpose of this study is to develop an effective numerical method for assessing the influence of baffles that damp liquid oscillations in rigid shells of revolution under the action of intensive vertical and horizontal loads. It is assumed that the liquid filling the shell is ideal, incompressible, and exhibits irrotational motion. Under these assumptions, its dynamics are described by the velocity potential, which satisfies Laplace's equation. The shell is subjected to external harmonic loading, the frequency of which may approach the natural frequencies of the liquid oscillations, leading to

resonance and, consequently, an unbounded increase in the amplitude of free-surface oscillations. To prevent this phenomenon, horizontal baffles are introduced into the structure to reduce sloshing intensity and provide effective damping of wave energy. The installation of baffles alters the spectrum of the liquid's natural frequencies, allowing the system to be tuned away from undesirable resonant modes. This makes it possible to optimize the parameters of tanks and reservoirs used in aerospace, energy, and transportation engineering. For numerical analysis, the subdomain method, also known as the boundary superelement method, is applied. The computational domain is divided into several subdomains, each with its own boundary conditions. Within each subdomain, the velocity potential satisfies Laplace's equation; at the rigid boundaries, non-penetration conditions are imposed, while on the free surface, both kinematic and dynamic conditions are applied. Compatibility conditions for the potential and its normal derivative are enforced at the interfaces between subdomains. To determine the unknown potentials, the third Green's formula is used, which makes it possible to reduce the original boundary-value problem to a system of singular integral equations, solved by the boundary element method. The numerical results demonstrate that the oscillations of the liquid inside the reservoir can be effectively controlled by a rational choice of the number, shape, and arrangement of the baffles. It is shown that optimal design of damping elements can significantly reduce the amplitude of oscillations even under high-frequency loading, thereby improving the stability and reliability of structures containing liquid.

Key words: boundary element and super-element method, liquid sloshing, horizontal baffles, damping.

Постановка проблеми

Зацікавленість у дослідженні методів гасіння коливань рідини в резервуарах і паливних баках, що піддаються дії змінних періодичних навантажень, виникла ще в минулому столітті та залишається актуальною й донині. Це пояснюється широким застосуванням оболонкових конструкцій із відсіками, що частково заповнені рідиною, у сучасному машинобудуванні, аерокосмічній галузі, хімічній та нафтогазовій промисловості. Неконтрольовані коливання рідини всередині таких конструкцій можуть спричиняти значні деформації, що впливають на експлуатаційну надійність резервуарів. У випадку ракет-носіїв це може призводити до порушення розрахункової траєкторії польоту, а для резервуарів та сховищ – до їх руйнування або витоку небезпечних речовин. Останнє, своєю чергою, створює ризики екологічних катастроф і загрожує безпеці експлуатації таких об'єктів. Саме тому розроблення методів гасіння коливань рідини, зокрема шляхом використання спеціальних конструктивних елементів, залишається важливим напрямом інженерних розробок і наукових досліджень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Дослідження динамічної поведінки рідини в оболонкових конструкціях є важливим напрямом сучасної науки, що має широке практичне застосування в аерокосмічній, енергетичній, хімічній та нафтогазовій промисловості. Вивчення стійкості рідини в рухомих резервуарах вимагає насамперед точного визначення власних частот і форм коливань рідини, оскільки форми коливань використовують як базисні функції під час вивчення вимушених коливань, дослідження нелінійних явищ. Цій темі присвячено значну кількість наукових публікацій, серед яких особливе місце займають ґрунтовні праці [1; 2]. Частоти і форми коливань як порожніх, так і заповнених резервуарів різної форми та призначення досліджено в роботах [3; 4]. Сьогодні розроблено ефективні методи комп'ютерного моделювання динамічних процесів в оболонкових конструкціях, що взаємодіють із рідиною, зокрема методи скінченних об'ємів [5], скінченних [6] і граничних [7] елементів, а також методи поглинання [8]. Для зниження рівня коливань рідини в резервуарах застосовують різні конструктивні рішення, серед яких відзначаємо встановлення плавучих мембранних кришок [9], горизонтальних [10] і вертикальних [11] перегородок, застосування інноваційних матеріалів [12]. Важливим аспектом проблеми є можливість налаштування системи на відстроювання від небажаних резонансних частот [13]. Це потребує детального аналізу всього частотного спектра власних коливань резервуара за різних рівнів заповнення паливом і навантаження, а також з урахуванням пружності стінок [14]. Особлива увага приділяється питанням гасіння коливань у резервуарах циліндричної та конічної форм, що розглянуто в роботі [15].

Мета дослідження

Мета дослідження – розроблення методики визначення впливу горизонтальних перегородок для демпфування плескань рідини в жорсткій оболонці обертання.

Виклад основного матеріалу дослідження

Розглядається жорстка оболонка обертання, частково заповнена ідеальною нестисливою рідиною. Рух рідини, індукований коливаннями оболонки внаслідок дії зовнішнього навантаження, вважається безвихровим. У цих умовах існує скалярний потенціал швидкостей рідини Φ такий, що $\mathbf{V} = \text{grad } \Phi$. Умова нестисливості приймає вигляд

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = 0. \quad (1)$$

Нехай S_1 – змочена поверхня оболонки, S_0 – вільна поверхня рідини. Позначимо область, яку займає рідина як Ω . Цю область обмежує границя $S = S_0 \cup S_1$. Припускаємо, що оболонкова конструкція може мати декілька внутрішніх перегородок досить довільної форми, які встановлюють для гасіння коливань (рис. 1а). Їхні поверхні позначимо як S_{haf}^i , а поверхню дна оболонки – як S_{bot} . Припустимо, що декартова система координат $0xyz$ пов'язана з оболонкою, вільна поверхня рідини S_0 збігається з площиною xOy у стані спокою.

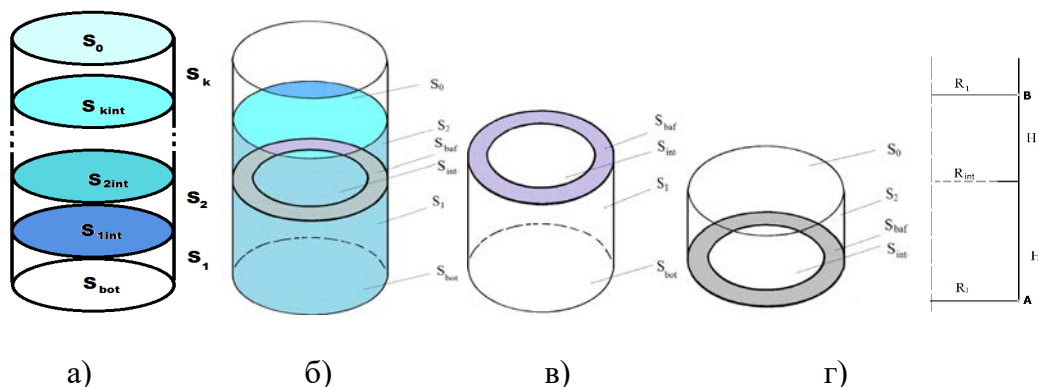


Рис. 1. Оболонка обертання з горизонтальними перегородками

Уважаємо, що резервуар із рідиною піддається динамічному впливу. Значення тиску p обчислюється згідно з інтегралом Бернуллі й дорівнює [15]

$$p - p_0 = -\rho_l \left(\frac{\partial}{\partial t} + gz + a_x(t)x + a_z(t)z \right), \quad (2)$$

де ρ_l – густина рідини, z – вертикальна координата точки, що розглядається, p_0 – атмосферний тиск, g – пришвидження вільного падіння, $a_x(t), a_z(t)$ – компоненти пришвидження сили, що збуджує.

Об'єм рідини за допомогою перегородок ділиться на декілька підобластей, (рис. 1в). Внутрішні з них мають як одну з границь поверхню інтерфейсу. На кожній із поверхонь інтерфейсу мають виконуватися умови спряження. На бічних поверхнях та на дні виконуються умови непротікання. На вільній поверхні виконуються кінематична та динамічна умови. Кінематична умова полягає у тому, що ті точки рідини, що знаходилися на вільній поверхні в початковий момент часу, залишаються на цій поверхні протягом усього наступного руху. Нехай функція $\eta = (x, y, z)$ описує форму та положення вільної поверхні за часом. Математичне подання кінематичної умови в лінійному формулюванні має вигляд

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{S_0} = \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad (3)$$

де $\mathbf{n}$ – одинична зовнішня нормаль до поверхні.

Динамічна умова полягає у рівності тиску рідини на вільній поверхні S_0 атмосферному тиску. Згідно з рівнянням (2),

$$\frac{\partial}{\partial t} + gz + a_x(t)x + a_z(t)z = 0. \quad (4)$$

Окрім того, додаємо до умов (3)-(4) умови спряження на поверхнях інтерфейсу [10].

Для i -тої поверхні інтерфейсу ці умови мають вигляд

$$q_{i+1} = -q_i, \quad q = \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}}. \quad (5)$$

Як $\mathbf{P}$ позначимо точки у межах області Ω . Для рівняння (1) сформульована така крайова задача:

$$\nabla^2 \Phi = 0, \mathbf{P}, \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} = 0, \mathbf{P}S_1, \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} = \frac{\partial}{\partial t}, p - p_0 = 0, \mathbf{P}S_0. \quad (3)$$

Тут невідома функція $\zeta = \zeta(t, x, y)$ описує положення вільної поверхні та її зміну з часом. Таким чином, необхідно визначити невідомі функції Φ та ζ , при цьому на вільній поверхні виконується співвідношення

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{n}} = 0. \quad (4)$$

Невідомі функції ζ і Φ у циліндричних координатах (r, θ, z) зобразимо у вигляді рядів:

$$\xi(r, \theta, t) = \sum_{l=0}^m \cos(l, \theta) \sum_{k=1}^n d_{kl}(t) \xi_{kl}(r), \quad (5)$$

$$\Phi(r, \theta, z, t) = \sum_{l=0}^m \cos(l, \theta) \sum_{k=1}^{n_2} \dot{d}_{kl}(t) \varphi_{kl}(r, z) \quad (6)$$

Тут $\varphi_{kl}(r, z)$, $\xi_{kl}(r)$ – базисні функції, між якими на вільній поверхні існує такий зв'язок [6]:

$$\frac{\varphi_{kl}(r, z)}{\xi_{kl}(r)} \Big|_{z=H} = \zeta_{kl}(r). \quad (7)$$

При цьому функції $\varphi_{kl} = \varphi_{kl}(r, z) \cos(l, \theta)$ мають задовольняти рівнянню Лапласа.

Припускаючи гармонічний характер зміни коефіцієнтів $d_{kl}(t)$ за часом, тобто $d_{kl}(t) = D_{kl} \exp(i_{kl}t)$, отримуємо із (7) співвідношення

$$\frac{\varphi_{kl}}{\xi_{kl}} = \frac{2}{g} \frac{\varphi_{kl}}{\xi_{kl}}, \quad (8)$$

яке приводить до спектральної крайової задачі відносно φ_{kl} [6]. Після знаходження розв'язку спектральної задачі отримуємо базисні функції $\varphi_{kl}(r, z)$ та $\xi_{kl}(r)$ та власні частоти i_{kl} .

Метод граничних інтегральних рівнянь для розв'язання спектральної проблеми

Для застосування методу граничних елементів використовуємо третю формулу Гріна [15]:

$$2\pi_{kl}(\mathbf{P}_0) = \iint_s \frac{\partial \varphi_{kl}}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|} dS - \iint_s \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left(\frac{1}{|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|} \right) \varphi_{kl} dS. \quad (9)$$

Тут $|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|$ – декартова відстань між точками $\mathbf{P}, \mathbf{P}_0$. Із використанням крайових умов спектральної задачі (3) отримуємо

$$\begin{aligned} 2\pi_{kl} + \iint_{S_1} \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left(\frac{1}{|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|} \right) dS_1 - \frac{2}{g} \iint_{S_0} \frac{\varphi_{kl}}{|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|} dS_0 + \iint_{S_0} \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left(\frac{1}{|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|} \right) \varphi_{kl} dS_0 = 0, \mathbf{P}_0 S_1, \\ 2\pi_{kl} + \iint_{S_1} \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left(\frac{1}{|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|} \right) dS_1 + \frac{2}{g} \iint_{S_0} \frac{\varphi_{kl}}{|\mathbf{P} - \mathbf{P}_0|} dS_0 = 0, \mathbf{P}_0 S_0. \end{aligned} \quad (10)$$

Якщо досліджуються оболонки обертання, отримуємо одновимірну систему сингулярних інтегральних рівнянь [11]

$$2\pi\varphi_{kl}(r_0, z_0) + \int_{\Gamma} \varphi_{kl}(r(z), z)\Theta(z, z_0)r(z)d\Gamma - \frac{\omega_{kl}^2}{g} \int_0^R \varphi_{kl}(\rho, H)\Xi(\mathbf{P}, \mathbf{P}_0)\rho d\rho = 0,$$

$$\mathbf{P}_0 \in S_1, \quad (11)$$

$$2\pi\varphi_{kl}(r_0, H) + \int_{\Gamma} \varphi_{kl}(r(z), z)\Theta(z, z_0)r(z)d\Gamma - \frac{\omega_{kl}^2}{g} \int_0^R \varphi_{kl}(\rho, H)\Xi(\mathbf{P}, \mathbf{P}_0)\rho d\rho = 0,$$

$$\mathbf{P}_0 \in S_0.$$

$$\Theta(z, z_0) = \frac{4}{\sqrt{a+b}} \left\{ \frac{1}{2r} \left[\frac{r^2 - r_0^2 + (z_0 - z)^2}{a-b} E_l(k) - F_l(k) \right] n_r + \frac{z_0 - z}{a-b} E_l(k) n_z \right\},$$

$$\Xi(\mathbf{P}, \mathbf{P}_0) = \frac{4}{\sqrt{a+b}} F_l(k), \quad a = r^2 + r_0^2 + (z - z_0)^2, \quad b = 2rr_0$$

Узагальнені еліптичні інтеграли в (11) уведено так:

$$E_l(k) = (-1)^l (1 - 4l^2) \int_0^{\pi/2} \cos(2b_l l) \sqrt{1 - k^2 \sin^2} \, d, \quad (12)$$

$$F_l(k) = (-1)^l \int_0^{\pi/2} \frac{\cos(2b_l l) d}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2}} \, d, \quad k^2 = 2b / (a + b). \quad (13)$$

Обчислення інтегралів (12) – (13) здійснено методом, запропонованим у [10], із використанням середнього арифметико-геометричного значення. Для числового розв'язання системи сингулярних рівнянь (11) застосовано метод граничних елементів зі сталою апроксимацією густини вздовж елементу [11].

Числові результати

Досліджено власні коливання рідини в циліндричній оболонці. Припускається, що у рівняннях (5)–(6) хвильові числа $l = 0, 1$, тобто розглядаються як аксіально-симетричні, так і не аксіально-симетричні форми коливань.

Розглянемо циліндричну оболонку з плоским дном, яка має такі параметри: радіус – $R = 1$ м, довжина – $L = 2$ м, оболонка частково заповнена рідиною з густиною $\rho_1 = 1000$ кг/м³. Рівень заповнення рідиною позначається через H . Перегородка розглядається у вигляді круглої плоскої пластини з центральним отвором (кільцева перегородка) (рис. 1б). Вертикальну координату положення перегородки (висоту перегородки) позначено як H_1 ($H_1 < H$). Радіус поверхні розділу позначено як R_2 (рис. 1г). Числове розв'язання проведено методом граничних елементів (МГЕ), як було описано раніше. У наведеному числовому моделюванні використано 60 граничних елементів уздовж днища, 120 елементів уздовж змочених ділянок циліндричної поверхні та 100 елементів уздовж радіуса вільної поверхні. На поверхнях розділу та перегородки застосовувано різну кількість елементів залежно від радіуса перегородки.

Досліджено форми та частоти коливань резервуара з перегородкою залежно від двох параметрів R_2 та H_1 . У числових розрахунках враховувалися різні значення як R_2 , так і H_1 . Спочатку було проведено тестові обчислення для частково заповненої жорсткої циліндричної оболонки без перегородки.

Обчислено власні частоти резервуара без перегородки при $H = 1.0$ м. У табл. 1 наведено числові значення власних частот коливань рідини для $l = 0$. Отримані за допомогою МГЕ числові результати порівнювалися з даними, отриманими у [15].

Таблиця 1

Порівняння аналітичних і числових результатів для оболонки без перегородок

Форма коливань		$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$
МГЕ		3.828	7.017	10.177	13.330	16.481
[15]		3.828	7.016	10.173	13.324	16.471

Також для підтвердження достовірності методу розраховано частоти та форми коливань рідини в резервуарі з горизонтальною перегородкою за $H_1=H_2=0.5\text{м}$, $R_2=0.7\text{м}$. Результати обчислень наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Порівняння аналітичних і числових результатів для оболонки з перегородок

		$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
$H_1=0.5$	МГЕ	3.756	7.012	10.176	13.328
	[15]	3.759	7.010	10.173	13.324
$H_1=0.9$	МГЕ	2.278	6.200	9.609	12.810
	[15]	2.286	6.197	9.608	12.808

Отримані результати продемонстрували хорошу узгодженість з даними роботи [15] і підтвердили ефективність запропонованого підходу. У всіх таблицях порівнювалися значення частотного параметру $\frac{\omega}{g}$.

На рис. 2 нижче показано монотонні залежності перших чотирьох власних значень, позначених як F_1, F_2, F_3, F_4 , від радіуса поверхні розділу R_2 за різних положень перегородки H_1 . Із цих результатів можна зробити висновок, що графіки F_i як функцій R_2 істотно відрізняються для різних i та H_1 . Наявність перегородки суттєво впливає лише на нижчі частоти. Також видно, що малі перегородки (коли R_2 є відносно великим) майже не впливають на нижчі частоти. Цей висновок узгоджується з результатами І. Гаврилюка та ін. [15].

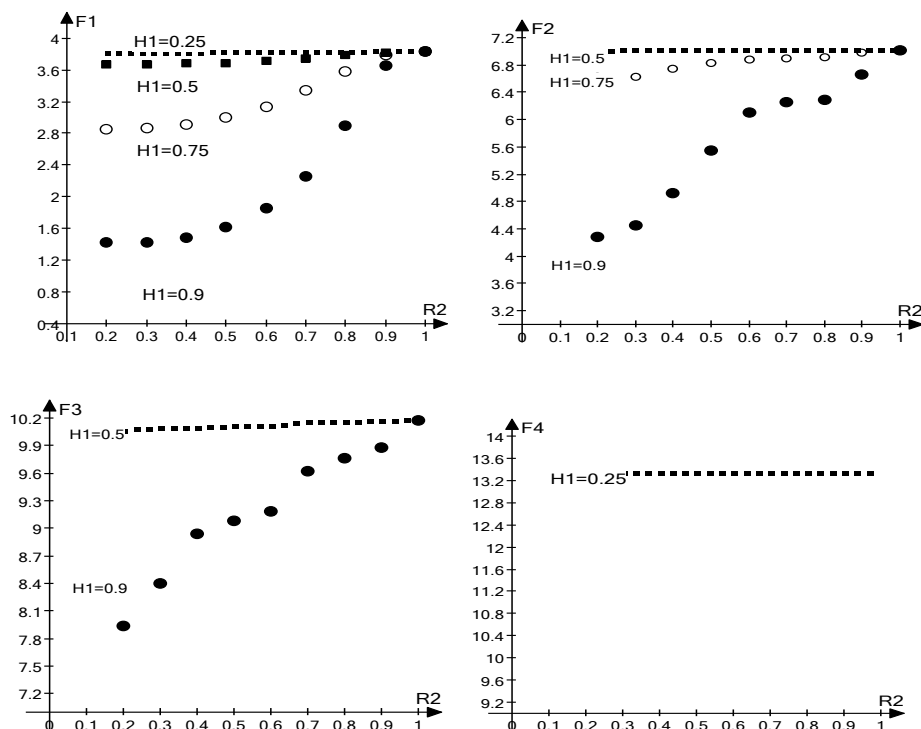
Рис. 2. Власні значення залежно від R_2 при $H = 1$ та різних H_1

Рис. 3 нижче демонструє монотонні залежності перших чотирьох власних значень для $l = 1$, позначених як F_1, F_2, F_3, F_4 , від радіуса поверхні розділу R_2 за різних положень перегородки H_1 . Із цих результатів можна зробити висновок, що графіки F_i ($i = 1, 2, 3, 4$) як функції R_2 істотно відрізняються для різних R_2 та H_1 . Наявність перегородки значно впливає лише на нижчі частоти. Також видно, що невеликі перегородки (коли R_2 є відносно великим) практично не впливають навіть на нижчі частоти.

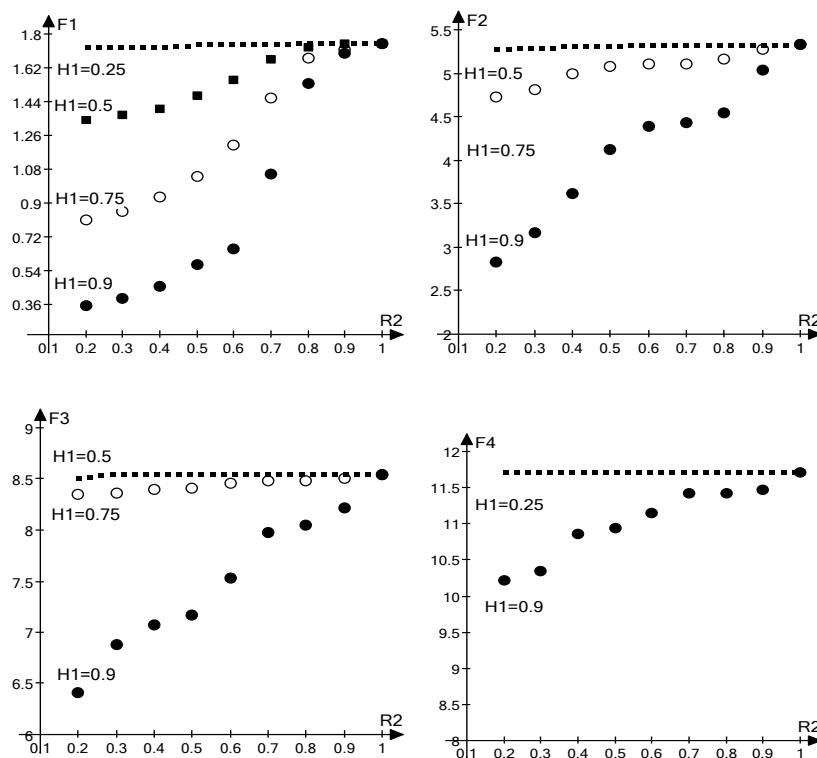


Рис. 3. Власні значення за $l = 1$ залежно від R_2 для $H = 1\text{ м}$ та різних H_1

Слід зазначити, що значення частот як для $l = 0$, так і для $l = 1$ на лівій вертикальній межі цих графіків збігаються з теоретичними значеннями для резервуарів із суцільними перегородками за тих самих положень перегородки H_1 . У цьому разі маємо крайову задачу для двокамерного резервуара, де нижня камера повністю заповнена рідиною. Для цієї камери розглядається крайова задача з нульовою умовою Неймана, що призводить до неоднозначного розв'язку. Однак потенціал є відомою сталою величиною завдяки розв'язанню для верхньої камери, де маємо мішану крайову задачу, яка для циліндричних оболонок може бути розв'язана аналітично. Рідина над перегородкою поводить себе як така, що коливається (sloshing regime), тоді як рідина під перегородкою поводить себе як жорстке тіло. На правій межі графіків значення частот збігаються з тими, що отримані для резервуара без перегородки.

Висновки

Розроблено числовий метод оцінки впливу перегородок на коливання рідини в жорстких оболонках обертання. Сформульовано мішану крайову задачу відносно потенціалу швидкостей і зведено її до системи інтегральних рівнянь, що розв'язана методом граничних елементів. Показано, що перегородки змінюють спектр власних частот і забезпечують відстроювання від резонансів. Ефективність демпфування залежить від форми, розташування та кількості перегородок. Запропонований підхід придатний для інженерного аналізу резервуарів і паливних баків. У подальшому передбачається дослідити плескання рідини в резервуарах за наявності кількох перегородок.

Список використаної літератури

1. Zhang Z., Tao A.F., Wu Q.R., Xie Y.H. Review on the Progress and Issues in Liquid Tank Sloshing of Ships. *China Ocean Engineering*. 2023. Vol. 37, № (5). P. 709–724. DOI: 10.1007/s13344-023-0060-0
2. Pradeepkumar K., Selvan V., Satheeshkumar K. Review of Numerical Methods for Sloshing. *International Journal for Research in Applied Science & Engineering Technology*. 2020. Vol. 8, Issue XI. DOI :10.22214/ijraset.2020.32116
3. Medvedovskaya T., Strelnikova E., Medvedyeva K. Free Hydroelastic Vibrations of Hydroturbine Head Covers. *Intern. J. Eng. and Advanced Research Technology (IJEART)*. 2015. Vol. 1, № (1). P. 45–50. DOI: 10.13140/RG.2.1.3527.4961
4. Smetankina N., Merkulova A., Merkulov D., Misiura S., Misiura I. Modelling Thermal Stresses in Laminated Aircraft Elements of a Complex Form with Account of Heat Sources. In: Cioboată, D.D. (eds) *International Conference on Reliable Systems Engineering (ICoRSE) – 2022. ICoRSE 2022. Lecture Notes in Networks and Systems*. 2023. Vol. 534. Springer, Cham, DOI: 10.1007/978-3-031-15944-2_22
5. Lampart P., Rusanov A., Yershov S., Marcinkowski S., Gardzilewicz A. Validation of a 3D BANS solver with a state equation of thermally perfect and calorically imperfect gas on a multi-stage low-pressure steam turbine flow. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*. 2003. Vol. 127, №1. P. 83–93. DOI: 10.1115/1.185249
6. Murawski K. Finite Element Method Postbuckling Analysis of stresses and strains in elastic states of very slender cylindrical shaped plywood compressed by ball-and-socket joints while the force line is getting out the critical cross section. *Annals of Warsaw University of Life Sciences – SGGW Forestry and Wood Technology*. 2015. Vol. 62. P. 62–66.
7. Degtyarev, K., Glushich, P., Gnitko, V., & Strelnikova, E. Numerical simulation of free liquid-induced vibrations in elastic shells. *International Journal of Modern Physics and Applications*. 2015. Vol. 1, № 4. P. 159–168. DOI: 10.13140/RG.2.1.1857.5209
8. Smetankina N., Pak A., Mandrazhy O., Usatova O., Vasiliev A. Modelling of Free Axisymmetric Vibrations of the Fluid-Filled Shells with Non-classical Boundary Interface Conditions. In *Int. Conference on Smart Technologies in Urban Engineering, Cham: Springer Nature Switzerland*. 2023. P. 185–196. DOI: 10.1007/978-3-031-46874-2_17
9. Choudhary N., Kumar N., Strelnikova E., Gnitko V., Kriutchenko D., Degtyariov K. Liquid vibrations in cylindrical tanks with flexible membranes. *Journal of King Saud University – Science*. 2021. Vol. 33, № 8. P. 101589. DOI: 10.1016/j.jksus.2021.101589
10. Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V. Tonkonozhenko A. Liquid Vibrations in Cylindrical Tanks with and Without Baffles Under Lateral and Longitudinal Excitations. *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*. 2020. Vol. 25, № 3. P. 117–132. DOI: 10.2478/ijame-2020-0038
11. Strelnikova E., Kriutchenko D., Gnitko V. Liquid Vibrations in Cylindrical Quarter Tank Subjected to Harmonic, Impulse and Seismic Lateral Excitations, *Journal of Mathematics and Statistical, Science Signpost Publishing*. 2019. Vol. 5. P. 31–41.
12. Крютченко Д.В. Метод інтегральних рівнянь в аналізі стійкості коливань рідини в оболонках обертання. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2024. Т. 7, № 1. С. 155–163. DOI: 10.32782/mathematical-modelling/2024-7-1-14
13. Liu J., Zang Q., Ye W., Lin G. High performance of sloshing problem in cylindrical tank with various barrels by isogeometric boundary element method, *Engineering Analysis with Boundary Elements*. 2020. Vol. 114. P. 148–165. DOI: 10.1016/j.enganabound.2020.02.014
14. Balas O.-M., Doicin C.V. Cipu E.C. Analytical and Numerical Model of Sloshing in a Rectangular Tank Subjected to a Braking. *Mathematics*. 2023. Vol. 11. P. 949–955. DOI: 10.3390/math11040949
15. Gavriluk I., Hermann M., Lukovsky I., Solodun O., Timokha A. Natural Sloshing frequencies in Truncated Conical Tanks. *Engineering Computations*. 2008. Vol 25, № 6. P. 518–540. DOI: 10.1108/02644400810891535

References

1. Zhang, Z., Tao, A.F., Wu, Q.R., & Xie, Y.H. (2023). Review on the progress and issues in liquid tank sloshing of ships. *China Ocean Engineering*, 37 (5), 709–724. <https://doi.org/10.1007/s13344-023-0060-0> [in English].
2. Pradeepkumar, K., Selvan, V., & Satheeshkumar, K. (2020). Review of numerical methods for sloshing. *International Journal for Research in Applied Science & Engineering Technology*, 8 (XI). <https://doi.org/10.22214/ijraset.2020.32116> [in English].
3. Medvedovskaya, T., Strelnikova, E., & Medvedyeva, K. (2015). Free hydroelastic vibrations of hydroturbine head covers. *International Journal of Engineering and Advanced Research Technology (IJEART)*, 1 (1), 45–50. <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.3527.4961> [in English].
4. Smetankina, N., Merkulova, A., Merkulov, D., Misiura, S., & Misiura, I. (2023). Modelling thermal stresses in laminated aircraft elements of a complex form with account of heat sources. In D.D. Ciobață (Ed.), *International Conference on Reliable Systems Engineering (ICoRSE) – 2022 (Lecture Notes in Networks and Systems*, 534. Cham: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-15944-2_22 [in English].
5. Lampart, P., Rusanov, A., Yershov, S., Marcinkowski, S., & Gardzilewicz, A. (2005). Validation of a 3D BANS solver with a state equation of thermally perfect and calorically imperfect gas on a multi-stage low-pressure steam turbine flow. *Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, 127 (1), 83–93. <https://doi.org/10.1115/1.185249> [in English].
6. Murawski, K. (2007). Finite element method postbuckling analysis of stresses and strains in elastic states of very slender cylindrical shaped plywood compressed by ball-and-socket joints while the force line is getting out the critical cross section. *Annals of Warsaw University of Life Sciences – SGGW, Forestry and Wood Technology*, 62, 62–66 [in English].
7. Degtyarev, K., Glushich, P., Gnitko, V., & Strelnikova, E. (2015). Numerical simulation of free liquid-induced vibrations in elastic shells. *International Journal of Modern Physics and Applications*, 1 (4), 159–168. <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.1857.5209> [in English].
8. Smetankina, N., Pak, A., Mandrazhy, O., Usatova, O., & Vasiliev, A. (2023). Modelling of free axisymmetric vibrations of the fluid-filled shells with non-classical boundary interface conditions. In *International Conference on Smart Technologies in Urban Engineering*, 185–196. Cham: Springer Nature Switzerland. https://doi.org/10.1007/978-3-031-46874-2_17 [in English].
9. Choudhary, N., Kumar, N., Strelnikova, E., Gnitko, V., Kriutchenko, D., & Degtyariov, K. (2021). Liquid vibrations in cylindrical tanks with flexible membranes. *Journal of King Saud University – Science*, 33 (8), 101589. <https://doi.org/10.1016/j.jksus.2021.101589> [in English].
10. Strelnikova, E., Kriutchenko, D., Gnitko, V., & Tonkonozhenko, A. (2020). Liquid vibrations in cylindrical tanks with and without baffles under lateral and longitudinal excitations. *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, 25 (3), 117–132. <https://doi.org/10.2478/ijame-2020-0038> [in English].
11. Strelnikova, E., Kriutchenko, D., & Gnitko, V. (2019). Liquid vibrations in cylindrical quarter tank subjected to harmonic, impulse and seismic lateral excitations. *Journal of Mathematics and Statistical Science, Signpost Publishing*, 5, 31–41 [in English].
12. Kriutchenko, D. (2024) Metod integralnykh rivnian v analizi stiiikosti kolyvan ridyny v obolonkakh obertannia [Method of integral equations in stability analysis of fluid vibrations in shells of revolution]. *Applied questions of mathematical modelling*, 7(1), 155–163. <https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-1-14> [in Ukrainian].
13. Liu, J., Zang, Q., Ye, W., & Lin, G. (2020). High performance of sloshing problem in cylindrical tank with various barrels by isogeometric boundary element method. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 114, 148–165. <https://doi.org/10.1016/j.enganabound.2020.02.014> [in English].
14. Balas, O.-M., Doicin, C.V., & Cipu, E.C. (2023). Analytical and numerical model of sloshing in a rectangular tank subjected to a braking. *Mathematics*, 11, 949–955. <https://doi.org/10.3390/math11040949> [in English].
15. Gavriluk, I., Hermann, M., Lukovsky, I., Solodun, O., & Timokha, A. (2008). Natural sloshing frequencies in truncated conical tanks. *Engineering Computations*, 25 (6), 518–540. <https://doi.org/10.1108/02644400810891535> [in English].

Крютченко Денис Володимирович – доктор філософії зі спеціальності «Прикладна математика», науковий співробітник відділу термоаеродинаміки енергетичних машин Інституту енергетичних машин і систем імені А.М. Підгорного НАН України. E-mail: wollydenis@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6804-6991.

Колодяжний Андрій Сергійович – аспірант відділу термоаеродинаміки енергетичних машин Інституту енергетичних машин і систем імені А.М. Підгорного НАН України. E-mail: 7ask7@ukr.net, ORCID: 0000-0008-4026-6715.

Мищенко Максим Сергійович – аспірант кафедри прикладної фізики Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна. E-mail: maxkava@i.ua, ORCID: 0009-0002-2593-2050.

Стрельнікова Олена Олександрівна – д.т.н., професор, провідний науковий співробітник відділу термоаеродинаміки енергетичних машин Інституту енергетичних машин і систем імені А.М. Підгорного НАН України; професор кафедри прикладної математики Харківського національного університету радіоелектроніки. E-mail: elena15@gmx.com, ORCID: 0000-0003-0707-7214.

Kriutchenko Denys Volodymyrovych – PhD «Applied mathematics», Researcher at the Department of Thermoaerodynamics of Power Machines at the Anatolii Pidhornyy Institute of Mechanical Engineering of the National Academy of Sciences of Ukraine. E-mail: wollydenis@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6804-6991.

Kolodyazhny Andriy Serhiyovych – Postgraduate Student at the Department of Thermo-Aerodynamics of Power Machines of the Anatolii Pidhornyy Institute of Power Machines and Systems of the NAS of Ukraine. E-mail: 7ask7@ukr.net, ORCID: 0000-0008-4026-6715.

Mischenko Maxim Serhiyovych – Postgraduate Student at the Department of Applied Physics of the V.N. Karazin Kharkiv National University. E-mail: maxkava@i.ua, ORCID: 0009-0002-2593-2050.

Strelnikova Olena Oleksandrivna – Doctor of Technical Sciences, Professor, Leading Researcher at the Department of Thermo-Aerodynamics of Power Machines at the Anatolii Pidhornyy Institute of Power Machines and Systems of the NAS of Ukraine; Professor at the Applied Mathematics Chair of the Kharkiv National University of Radio Electronics. E-mail: elena15@gmx.com, ORCID: 0000-0003-0707-7214.



Отримано: 07.10.2025
Рекомендовано: 21.11.2025
Опубліковано: 30.12.2025

Ю.В. КУЄВДА, Є.О. ТАТАРІН, Ю.М. СЕЛІН
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ЯКОСТІ ОБ'ЄКТНО-ОРІЄНТОВАНОГО ПРОГРАМНОГО КОДУ НА ОСНОВІ СТАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ТА ВІЗУАЛІЗАЦІЇ МЕТРИК

Статтю присвячено розробленню системи статичного аналізу програмного коду, яка об'єднує аналіз, візуалізацію та інтерпретацію метрик якості програмного забезпечення. Актуальність дослідження зумовлена недостатньою ефективністю існуючих інструментів у забезпеченні комплексної оцінки коду та виявлення проблемних ділянок на ранніх етапах розроблення. Більшість доступних рішень не пропонують інтерактивної візуалізації результатів, що ускладнює контроль якості та підтримку архітектурних рішень.

Метою дослідження є створення системи *Code Analyzer*, яка здійснює статичний аналіз коду, надає інтерактивну візуалізацію та допомагає у розумінні метрик якості коду. Ця система сприяє своєчасному виявленню проблем і покращенню прийняття рішень архітекторами програмного забезпечення. Поточна версія підтримує мову Python та обробляє різні групи метрик: загальні метрики, метрики Холстеда, метрики складності й підтримуваності, а також об'єктно-орієнтовані та архітектурні метрики.

Code Analyzer використовує бібліотеку Radon для базових метрик, аналіз абстрактного синтаксичного дерева (AST) для більш глибокого аналізу, а також розроблені алгоритми для обчислення специфічних метрик, таких як RFC, LCOM, Ca, Ce. Система надає користувачу можливість завантажити код у форматах .py або .zip і в результаті отримати візуалізацію метрик у вигляді графіків, таблиць та рейтингів. Програмна система може експортувати звіти у формати CSV та Excel для подальшого аналізу.

Одним із ключових компонентів системи є інтерактивна візуалізація результатів, яка дає змогу зручно аналізувати складність коду та виявляти потенційно проблемні ділянки. Візуалізація надає не лише кількісні метрики, а й інтерпретує їх значення для покращення процесу рефакторингу коду та прийняття рішень. Інтерфейс дає змогу сортувати та фільтрувати дані, що забезпечує ефективне управління великими проєктами. Окрім того, система пропонує інтерпретацію результатів через радарні графіки та дає конкретні рекомендації щодо покращення якості коду.

Code Analyzer реалізує комплексний підхід до статичного аналізу та візуалізації метрик якості програмного забезпечення, що дає змогу знижувати ризики помилок, оптимізувати процес розроблення та підтримки коду, а також підвищувати ефективність командної роботи в рамках великих проєктів.

Ключові слова: якість програмного коду, статичний аналіз, візуалізація метрик, об'єктно-орієнтоване програмування.

IU.V. KUIEVDA, YE.O. TATARIN, YU.M. SELIN
National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

QUALITY ASSESSMENT SYSTEM FOR OBJECT-ORIENTED PROGRAM CODE BASED ON STATIC ANALYSIS AND METRICS VISUALIZATION

The article is devoted to the development of a system for static analysis of program code that integrates analysis, visualization, and interpretation of software quality metrics. The relevance of the research is determined by the insufficient efficiency of existing tools in providing a comprehensive code assessment and identifying problematic areas at the early stages of development. Most available solutions do not offer interactive visualization of results, which complicates quality control and the maintenance of architectural decisions.

The aim of the research is to develop a system named *Code Analyzer*, which performs static code analysis, provides interactive visualization, and assists in understanding code quality metrics. This system facilitates the timely detection of issues and supports software architects in decision-making. The current version supports the Python language and processes various groups of metrics: general metrics, Halstead metrics, complexity and maintainability metrics, as well as object-oriented and architectural metrics.

Code Analyzer uses the Radon library for basic metrics, Abstract Syntax Tree (AST) analysis for deeper inspection, and custom algorithms for calculating specific metrics such as RFC, LCOM, Ca, and Ce. The system allows users to upload code in .py or .zip formats and obtain visualized metric results in the form of graphs, tables, and ratings. The program can also export reports in CSV and Excel formats for further analysis.

One of the key components of the system is the interactive visualization of results, which enables convenient anal-

ysis of code complexity and identification of potentially problematic areas. Visualization provides not only quantitative metrics but also interprets their meaning to improve the processes of refactoring and decision-making. The interface allows data sorting and filtering, ensuring efficient management of large-scale projects. In addition, the system provides interpretation of results using radar charts and offers specific recommendations for improving code quality.

Code Analyzer implements a comprehensive approach to static analysis and software quality metrics visualization, which helps reduce error risks, optimize code development and maintenance processes, and increase the efficiency of teamwork within large projects.

Key words: software code quality, static analysis, metrics visualization, object-oriented programming.

Постановка проблеми

Необхідність розроблення системи для статичного аналізу програмного коду виникає через обмеженість існуючих інструментів у забезпеченні комплексної оцінки якості коду та своєчасного виявлення проблемних ділянок на ранніх етапах розроблення. Більшість сучасних рішень не пропонує інтерактивної візуалізації метрик або можливості для гнучкої інтерпретації результатів, що ускладнює ефективний контроль за кодовою базою. Це може призводити до труднощів у підтримці архітектурних рішень та вчасному реагуванні на потенційні проблеми, що, своєю чергою, негативно впливає на стабільність та якість програмного забезпечення. Відсутність адекватних інструментів підтримки прийняття рішень для архітекторів програмних систем створює потребу в новому рішенні, яке поєднує статичний аналіз, візуалізацію та інтерактивну допомогу в інтерпретації метрик якості.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Система статичного аналізу коду базується на основі розрахунку, візуалізації та аналізу декількох груп метрик статичного аналізу програмного коду, а саме: загальних метрик, метрик Холстеда (Halstead), метрик складності та підтримуваності, а також ООП та архітектурних метрик. Ці набори метрик були введені та досліджені в різні роки розвитку програмування, але не втрачають актуальності й сьогодні [1]. Розглянемо більш детально призначення та бажані значення цих метрик.

Група **загальних метрик** включає базові кількісні характеристики програмного коду. Ці прості метрики з'явилися найпершими в історії, у 1960–1970-х роках [2]. Серед них:

- *LOC* (Lines of code) – загальна кількість рядків коду, включаючи порожні рядки та коментарі, ця метрика вказує на загальний розмір файлу;
- *LLOC* (Logical Lines of Code) – кількість логічних рядків коду, виключаючи коментарі та порожні рядки, метрика дає точніше уявлення про обсяг виконуваної роботи;
- відсоток коментарів (Comment Ratio) – показує частку коментарів у коді відносно загальної кількості рядків, не повинен бути ні високим, ні занадто малим, оптимальний варіант – це середній рівень коментування;
- кількість функцій – відображає кількість функцій у кодовій базі, велика кількість функцій може вказувати на високу деталізацію або, навпаки, на надмірну фрагментацію, що потребує подальшого аналізу;
- кількість класів – відображає кількість класів у кодовій базі, велика кількість класів може свідчити про складну архітектуру, слід оцінити, чи не є їх кількість надмірною.

Метрики Холстеда (Halstead metrics) – це набір програмних метрик, розроблених Морісом Х. Холстедом у 1977 р. [1], які дотепер використовуються для кількісної оцінки складності та зусиль, необхідних для розроблення програмного забезпечення. Вони базуються на кількості унікальних операторів та операндів у коді. Базовими елементами є унікальні оператори (h_1) та їх загальна кількість (N_1), а також унікальні операнди (h_2) та їх загальна кількість (N_2), вони формують основу для всіх метрик Холстеда:

- довжина програми (N) є сумою всіх операторів та операндів $N = N_1 + N_2$;
- словник програми (n) – кількість унікальних операторів та операндів $n = h_1 + h_2$;
- об'єм програми (V) відображає інформаційний розмір коду $V = N \cdot \log_2(n)$;

– кількість імовірних багів (B) є прогнозом кількості помилок у коді, ця метрика містить емпіричну оцінку якості програми $D = V/3000$;

– складність програми (D) вказує на зусилля для розуміння коду $D = \left(\frac{h1}{2}\right) \cdot \left(\frac{N2}{h2}\right)$;

*** зусилля розроблення (E) та час, необхідний для реалізації (T), оцінюють трудомісткість розроблення $E = D \cdot V$, $T = E/18$.

Метрики складності та підтримуваності:

– цикломатична складність (CC) – була введена Thomas McCabe [3] та вимірює кількість незалежних шляхів у коді функції, високе значення CC (більше 10–15) указує на складну логіку, що може ускладнити тестування та розуміння;

– індекс підтримуваності (MI , Maintainability Index) – це композитна метрика, запропонована Oman and Hagemeister [4], яка показує, наскільки легко підтримувати та змінювати код, і базується на метриках CC , $LLOC$ та V . Вона має багато різновидів формули обчислення, одна з них така:

$$MI = \max \left(0, (171 - 5.2 \cdot \log_2(V) - 0.23 \cdot CC - 16.2 \cdot \log_2(LLOC)) \cdot \frac{100}{171} \right).$$

Високе значення MI (ближче до 100) означає, що код легше читати, розуміти та змінювати, що свідчить про його високу якість та підтримуваність.

ООП-метрики оцінюють якість об'єктно-орієнтованого дизайну [5]. Вони допомагають виявити проблеми з когезією, зв'язністю та ієрархією класів:

– CBO (Coupling Between Objects) – кількість інших класів, із якими взаємодіє даний клас. Високий CBO вказує на сильну зв'язність, що може ускладнити зміни;

– RFC (Response For a Class) – кількість методів, які можуть бути викликані у відповідь на повідомлення, надіслане об'єкту класу. Високий RFC може свідчити про надмірну зв'язність класу;

– DIT (Depth of Inheritance Tree) – глибина ієрархії успадкування. Глибокі ієрархії можуть ускладнити розуміння та тестування коду;

– $LCOM$ (Lack of Cohesion in Methods) – вимірює відсутність когезії у методах класу. Діапазон $LCOM$ від 0 до 1. Низьке значення $LCOM$ бажане, оскільки вказує на те, що методи класу тісно пов'язані між собою

$$LCOM = 1 - \frac{\text{кількість пар методів зі спільними атрибутами}}{\text{загальна кількість пар методів}};$$

– NOC (Number of Children) – кількість безпосередніх підкласів для даного класу. Високий NOC може свідчити про невідповідне використання успадкування або про занадто загальний дизайн класу;

– WMC (Weighted Method Count) – вимірює складність класу шляхом підсумовування цикломатичних складностей усіх його методів

$$WMC = \sum_{i=1}^n CC_i,$$

де CC_i – цикломатична складність окремої функції (методу) у класі, n – кількість функцій (методів) у класі. Нижчий WMC указує на меншу складність класу та кращу структурованість методів, високий WMC може свідчити про те, що клас є надто складним і може потребувати рефакторингу.

Архітектурні метрики [6] оцінюють якість структури системи на рівні модулів та компонентів. Вони допомагають забезпечити стабільність та гнучкість архітектури.

– Ca (Afferent Couplings) – кількість класів за межами модуля, які залежать від класів всередині цього модуля. Високий Ca означає, що модуль є дуже залежним.

– Ce (Efferent Couplings) – кількість класів усередині модуля, які залежать від класів за межами цього модуля. Високий Ce означає, що модуль сильно залежить від інших.

– *Abstractness (A)* – визначає ступінь абстрактності компонентів. Показує гнучкість архітектури до розширення без змін. Висока абстрактність сприяє адаптивності.

$$A = \frac{\text{кількість абстрактних класів}}{\text{кількість усіх класів}}.$$

– *Instability (I)* – оцінює стабільність модуля. Вище значення вказує на часті зміни, що потенційно впливають на інші частини системи.

$$I = \frac{Ce}{Ca + Ce}.$$

– *Distance (D)* – відстань до ідеального балансу абстрактності (*A*) та нестабільності (*I*). Значення близько до нуля є бажаним, що вказує на збалансовану архітектуру.

$$D = |A + I - 1|.$$

Мета дослідження

Метою дослідження є проведення аналізу предметної області, проектування архітектури та розроблення системи, яка не лише здійснює статичний аналіз програмного коду, а й надає інтерактивну візуалізацію та інтерпретацію широкого спектру статичних метрик якості (далі – Code Analyzer). Така система сприятиме підвищенню ефективності контролю за станом кодової бази проекту, забезпечуватиме своєчасне виявлення можливих проблемних ділянок на початкових етапах розроблення, а також стане інструментом для підтримки процесу прийняття рішень архітекторами програмного забезпечення.

Виклад основного матеріалу дослідження

Сьогодні Code Analyzer підтримує статичний аналіз коду на мові Python. Архітектуру програмної системи представлено на рис. 1. Code Analyzer забезпечує ефективний аналіз коду шляхом функціонування за таким ланцюгом обробки: завантаження даних – користувач ініціює процес, завантажуючи файл у форматі .py або .zip для аналізу; обробка та аналіз – система автоматично аналізує завантажені модулі коду, обчислюючи метрики складності, підтримуваності та архітектури; відображення результатів – після обробки, результати візуалізуються у вигляді інтерактивних графіків, таблиць, рейтингової оцінки та рекомендацій; експорт звітів – користувачі можуть експортувати повні звіти з аналізом у зручних форматах, таких як CSV- та Excel-таблиці, для подальшого використання.

Архітектура системи (рис. 1) складається з чотирьох взаємопов'язаних рівнів. На рівні користувацького інтерфейсу (User Interface) реалізовано вебсторінки та скрипти для завантаження .py- та .zip-файлів і візуалізації результатів. Рівень Web-Server&Routing (app.py, metrics_analyser.py) відповідає за маршрутизацію запитів і передачу даних до ядра системи. Основні аналітичні модулі (Analysis Modules) виконують обчислення різних метрик програмного коду включно зі статистичними, структурними та об'єктно-орієнтованими показниками. Отримані результати експортуються у формати CSV або Excel, що забезпечує подальше використання даних для спеціального аналізу.

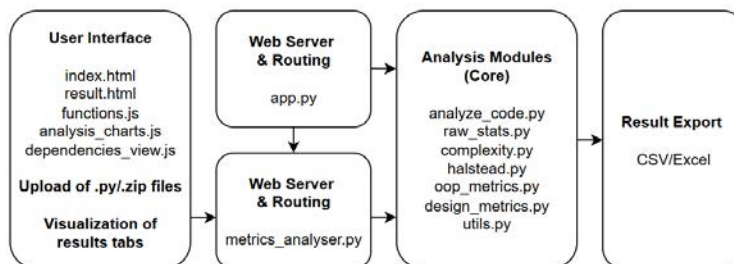


Рис. 1. Архітектура програмної системи статичного аналізу коду Code Analyzer

У процесі розроблення Code Analyzer ключове значення мала ефективна інтеграція з інструментами статичного аналізу [1], оскільки саме вона відкриває можливість отримання як кількісних, так і структурних показників програмного коду. Замість використання одного готового рішення було вибрано підхід, що об'єднує три різні джерела аналізу: бібліотеку Radon [7], безпосередню роботу з AST (Abstract Syntax Tree) [8], а також власноруч реалізовані метрики, що базуються на аналізі синтаксичних структур. Така комбінація дала змогу охопити ширший спектр метрик, включаючи об'єктно-орієнтовані та архітектурні, а також адаптувати систему до масштабування під різні Python-проекти.

Інструмент Radon забезпечує високу продуктивність та зручність у застосуванні, однак його функціональність обмежується здебільшого базовими метриками. Натомість вбудований механізм аналізу синтаксичного дерева (AST) надає більш гнучкі можливості для точного дослідження структури коду, що є особливо важливим під час обробки об'єктно-орієнтованих та архітектурних характеристик. Розроблені алгоритми, що не залежать від сторонніх бібліотек, поєднують точність AST-аналізу з можливістю адаптації під специфічні цілі, наприклад для обчислення таких метрик, як *RFC* або *LCOM*, у контексті нестандартних архітектурних патернів.

Інтеграція з Radon реалізована двома шляхами: через пряме використання його API (наприклад, `analyze`, `cc_visit`) для отримання структурованих Python-об'єктів, а також через виклики командного інтерфейсу CLI, що дає змогу запускати аналіз на окремих модулях або пакетах без зміни основного коду. За допомогою Radon виконуються обчислення таких показників: *LOC*, *LLOC*, кількість і відсоток коментарів – через `radon.raw.analyze`; індекс підтримованості (*MI*) – за допомогою `radon.metrics.mi_visit`; цикломатична складність – через `radon.complexity.cc_visit`. Ці значення становлять основу загального статистичного профілю коду, який подається користувачеві через візуальні елементи: шкали, діаграми та текстові блоки.

Для більш глибокого аналізу, включаючи метрики Холстеда, ООП-показники (*RFC*, *CBO*, *LCOM*) та архітектурні залежності (*Ca*, *Ce*, *Instability*), використовується парсинг абстрактного синтаксичного дерева за допомогою `ast.parse()`. Далі система рекурсивно обходить дерево, отримуючи повну картину щодо: структури класів та методів; ієрархії спадкування; використання атрибутів; міжкласових викликів; імпортів та зовнішніх залежностей.

Зокрема, *LCOM* визначається на основі перетину змінних екземпляра, які використовуються в методах; *RFC* урахує кількість методів та зовнішніх викликів зсередини класу; *DIT/NOC* формуються через побудову дерева спадкування; *Ca/Ce* обчислюються шляхом аналізу імпортів (`import`, `from ... import`), що дає змогу визначити напрямки залежностей.

Цей підхід забезпечує гнучке налаштування обробки: можна ігнорувати службові методи, визначати типи зв'язків між компонентами або будувати графи залежностей, які відображаються в інтерфейсі за допомогою Vis.js на вкладці «Залежності».

Архітектурне рішення Code Analyzer передбачає поєднання переваг зовнішніх бібліотек та внутрішньої логіки, що дає змогу як охопити широкий набір метрик, так і оперативно адаптувати механізми обробки до змінних вимог, зберігаючи сумісність та розширюваність системи.

Під час первинного завантаження проекту користувач працює через вебінтерфейс (файл `index.html`), де може вибрати для аналізу окремий Python-файл або архів формату `.zip`, що містить повну структуру проекту. Після того як файли завантажено, серверна частина системи, реалізована за допомогою Flask (файл `app.py`), передає отримані дані до модуля обробки. У разі якщо передано архів, він автоматично розпаковується, після чого запускається рекурсивний пошук усіх `.py`-файлів, при цьому ігноруються технічні каталоги на кшталт `venv`, `__pycache__` та `.git`. Уся логіка цього етапу зосереджена в окремому модулі `metrics_analyser.py`.

Після попередньої обробки кожен знайдений файл передається до модуля `analyze_code.py`, який виступає центральним елементом системи обчислення метрик. Його логіка побудована як послідовність кроків.

На першому етапі вміст файлу зчитується як текстовий рядок, після чого виконується побудова абстрактного синтаксичного дерева (AST) через конструкцію `tree = ast.parse(code)`. У результаті формується повна структура коду у вигляді дерева, що охоплює класи, функції, виклики, наслідування, імпорти тощо. Використання AST забезпечує можливість детального структурного та семантичного аналізу без потреби виконання програми, що критично важливо для статичного аналізу.

На другому етапі для обчислення базових метрик на рівні окремого файлу (наприклад, кількість рядків коду чи індекс підтримуваності) застосовується функція `radon.raw.analyze()`, яка надає такі показники: *LOC*, *LLOC*, *Comment Ratio*, *MI*.

Усі отримані результати формуються у вигляді словників Python і передаються далі для агрегації й візуалізації. Ілюстрацію прикладу загального аналізу проєкту наведено на рис. 2.

Для аналізу цикломатичної складності функцій у програмному коді застосовується метод `cc_visit()` з модуля `radon.complexity`. Цей інструмент формує перелік об'єктів, кожен з яких містить оцінку складності для конкретної функції або методу. Окрім індивідуальних значень, ці дані дають змогу обчислити інтегральний показник *WMC* – сумарну цикломатичну складність для всього модуля. Отримані результати використовуються у візуалізації (зокрема, у вигляді гістограм) та для впорядкування функцій за рівнем складності.

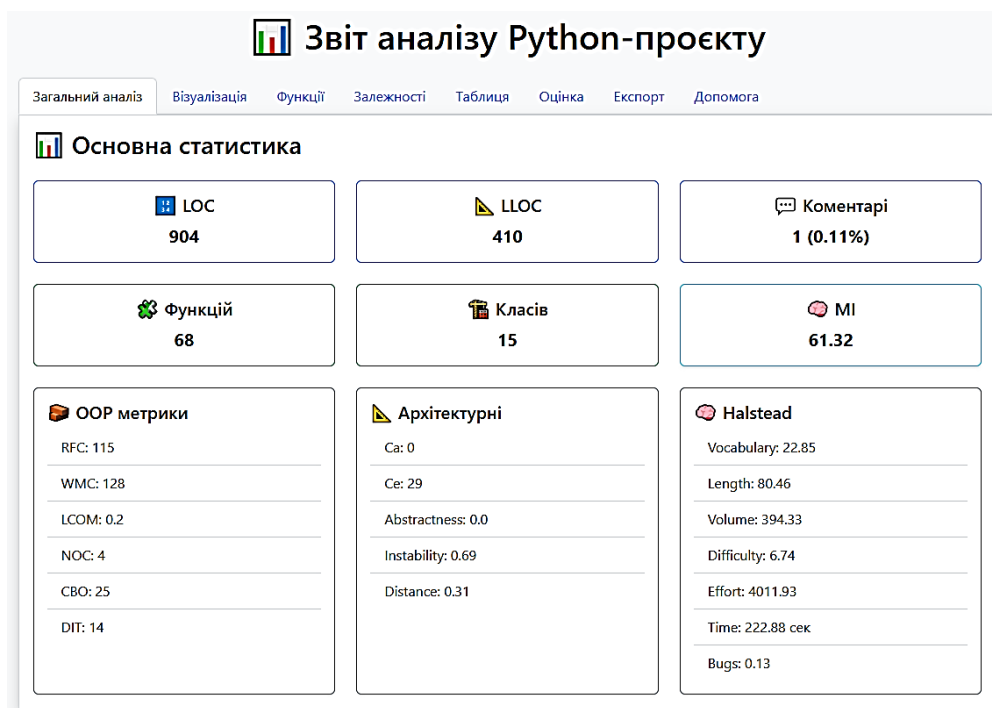


Рис. 2. Приклад загального аналізу проєкту за допомогою Code Analyzer

Обчислення метрик Холстеда реалізовано за допомогою окремого модуля `halstead.py`, який аналізує абстрактне синтаксичне дерево (AST) файлу. Цей аналіз включає: визначення кількості та унікальних типів операторів і операндів; розрахунок *Volume* як оцінки інформаційного обсягу; показник *Effort*, що інтерпретується як зусилля, необхідні для розуміння коду; прогностичне оцінювання кількості можливих помилок (*Bugs*). Ці метрики дають змогу оцінити складність не лише з погляду логіки виконання, а й із погляду когнітивного навантаження на розробника.

Для отримання ООП-метрик застосовується модуль `oop_metrics.py`, який також працює з AST. У результаті такого аналізу визначаються такі показники: *RFC*, *LCOM*, *CBO*, *NOC* та *DIT*. Зокрема, для оцінки зв'язності (*CBO*) аналізуються конструкції `import` і `from ... import`, що дає змогу визначити зовнішні залежності класу.

На рівні модулів система проводить архітектурний аналіз за допомогою модуля `design_metrics.py`. Побудову графа залежностей між модулями базовано на обчисленні таких характеристик: *Ca*, *Ce*, *Instability*, *Abstractness* та *Distance*.

Усі зібрані метрики зберігаються у структурованому форматі. Граф залежностей інтерактивно візуалізується за допомогою JavaScript-бібліотеки `Vis.js` у скрипті `dependencies_view.js`. Далі ці дані передаються в модуль `metrics_analyser.py`, який відповідає за обчислення агрегованих показників, формування візуалізацій через `analysis_charts.js`, а також присвоєння фінальної оцінки якості у вигляді літерної шкали (від A до D).

Поєднання автоматизованого аналізу AST, інтеграції з бібліотекою `Radon` та власних алгоритмічних рішень забезпечує системі `Code Analyzer` можливість здійснювати комплексну оцінку якості програмного забезпечення – від аналізу окремих функцій до вивчення архітектурних залежностей між модулями. Такий рівень деталізації робить інструмент універсальним рішенням як для індивідуального використання, так і для команд, які потребують регулярного технічного аудиту коду.

Однією з ключових характеристик `Code Analyzer` є структурована та інформативна візуалізація метрик програмного коду. Застосування графіків, таблиць і показників дає змогу не лише здійснювати кількісну оцінку технічного стану програмного забезпечення, а й своєчасно виявляти проблемні ділянки без необхідності безпосереднього аналізу сирцевого коду. Візуальна репрезентація результатів відіграє роль інтерпретаційного інструмента, який трансформує аналітичні дані у практичну відповідь на запитання: що саме, де саме і з якої причини потребує оптимізації.

Інтерфейс аналітичної системи реалізовано за допомогою HTML-шаблонів, створених на базі `Jinja2`, у поєднанні з JavaScript-бібліотеками `Chart.js` та `Vis.js`. Основна логіка візуалізації реалізується через три окремі скрипти, що відповідають за побудову графіків метрик, реалізацію механізмів фільтрації та сортування функцій, а також формування графів залежностей між програмними модулями.

Усі візуальні компоненти системи об'єднані на сторінці `result.html`, яка містить вісім функціональних вкладок: загальний огляд, візуалізація, функції, залежності, таблиця, оцінка, експорт та довідкова інформація.

Гістограми та лінійні графіки, представлені на рис. 3, використовуються для ілюстрації розподілу таких метрик, як *MI*, *Halstead Volume* та *WMC*, у межах окремих функцій або модулів. Кожен елемент графіка відповідає окремій функціональній одиниці, а кольорова диференціація використовується для кодування рівня потенційного ризику: зелений колір відповідає допустимому рівню складності, жовтий указує на необхідність додаткової перевірки, а червоний сигналізує про критичний рівень складності або підтримуваності. Графіки є інтерактивними, під час наведення на елемент графіка з'являється спливаюче вікно, у якому відображаються назва та значення вибраної метрики, а також назва модуля.

Застосування такого типу візуалізації значно полегшує процес виявлення атипових значень серед великої кількості функцій. Зокрема, сегменти з підвищеним значенням метрик, наприклад *Halstead Volume*, легко ідентифікуються завдяки яскравим візуальним ознакам – змінам кольору або різкій зміні ширини сектора або висоти стовпця на діаграмі.

У вкладці «Функції» представлено детальну інформацію щодо кожної окремої функції програмного коду, зокрема її назву, кількість рядків коду (*LOC*), цикломатичну складність (*CC*), індекс підтримуваності (*MI*), кількість потенційних помилок (*Bugs*) та *Halstead Volume*. Уміст таблиці автоматично візуально маркується залежно від значень показників: комірки змінюють колір відповідно до рівня складності чи ризику. Подібне подання даних значно спрощує процес виявлення функцій, які потенційно є складними для тестування, модифікації або супроводу, даючи змогу швидко локалізувати найбільш проблемні ділянки коду.

Інтерактивна вкладка «Залежності» (рис. 4) забезпечує візуальне подання модульної структури проекту у вигляді графа. У цій візуалізації кожен модуль репрезентовано у формі

вузла, тоді як зв'язки імпорту між модулями відображаються спрямованими стрілками. Такий підхід дає змогу ефективно аналізувати архітектуру програмної системи, зокрема виявляти ділянки з надмірним рівнем залежності, ідентифікувати критичні компоненти (модулі з великою кількістю вхідних зв'язків) та розпізнавати модулі, які самі по собі є залежними, але не використовуються іншими.

Завдяки інтерактивності графа користувач може досліджувати структуру проєкту в динаміці, що сприяє глибшому розумінню взаємозв'язків між компонентами та полегшує прийняття архітектурних рішень.



Рис. 3. Візуалізація метрик у Code Analyzer

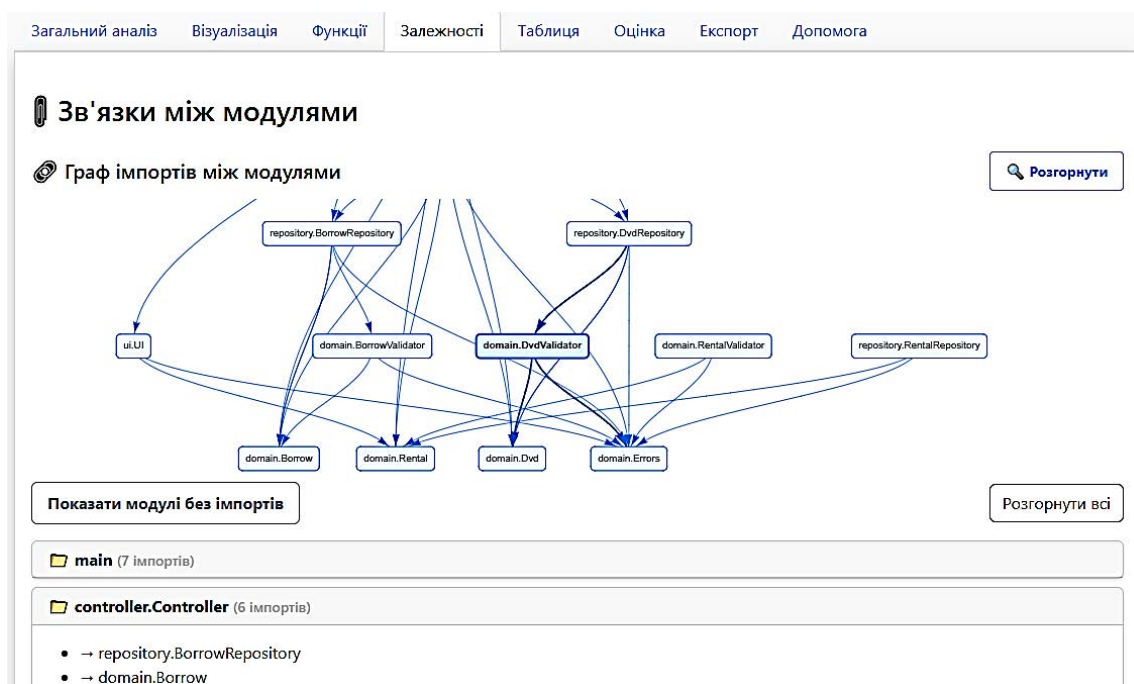


Рис. 4. Інтерактивна візуалізація «Залежності» у Code Analyzer

У вкладці «Таблиця» можна побачити всі метрики у розрізі окремих файлів. Застосування стандартних HTML-таблиць із вбудованою підтримкою JavaScript-сортування (реалізованого у скрипті `functions.js`) забезпечує гнучке й ефективне опрацювання даних про функції. Інтерфейс дає змогу виконувати сортування за будь-яким із доступних параметрів, таких як індекс підтримуваності (MI), цикломатична складність (CC), кількість викликів (RFC) тощо. Окрім того, реалізовано можливість фільтрації функцій за заданими критеріями, зокрема для виділення критичних ділянок коду (наприклад, функції з $MI < 50$ або $WMC > 10$). Кожен запис у таблиці має гіперпосилання або ідентифікатор, що дає змогу швидко перейти до відповідного фрагмента сирцевого коду для подальшого аналізу. Варто зазначити, що таблиці формуються динамічно, що забезпечує масштабованість підходу й дає змогу ефективно працювати з великими проєктами без втрати продуктивності.

Для підсумкової інтерпретації результатів аналізу застосовуються радарні графіки на вкладці «Оцінка» (рис. 5). Кожна вісь такого графіка відповідає окремому показнику якості програмного коду, зокрема MI , кількості потенційних помилок (*Bugs*), когезії ($LCOM$), зв'язності (CBO), обсягу (*Halstead Volume*) тощо. Центральна точка графіка позначає гранично критичне значення (0), тоді як зовнішній контур відображає ідеальний стан (1). Цей формат візуалізації є особливо ефективним для комплексної оцінки коду. Він забезпечує швидке виявлення слабких місць у структурі метрик, даючи змогу візуально виділити ті з них, де значення відхиляються від прийнятних меж і потребують уваги з боку розробника або аналітика.

Також на цій вкладці формується сумарна оцінка коду у вигляді літерної шкали A–D та окремі рекомендації щодо значень метрик на базі наступних умов: $MI < 60$ – низька підтримуваність, покращити читабельність і коментування коду; $WMC > 50$ – висока цикломатична складність, спростити логіку методів, розбити великі функції; $Instability > 0.7$ – надмірна залежність модулів, зменшити кількість зовнішніх імпортів; $CBO > 20$ – надмірна зв'язаність класів, зменшити зв'язаність між класами, переглянути залежності; $Halstead Volume > 1000$ – висока складність модулів, розбити великі модулі на менші, зменшити обсяг коду; $Halstead Bugs > 0.5$ – високий ризик помилок у коді, перевірити найскладніші ділянки коду, провести додаткове тестування.

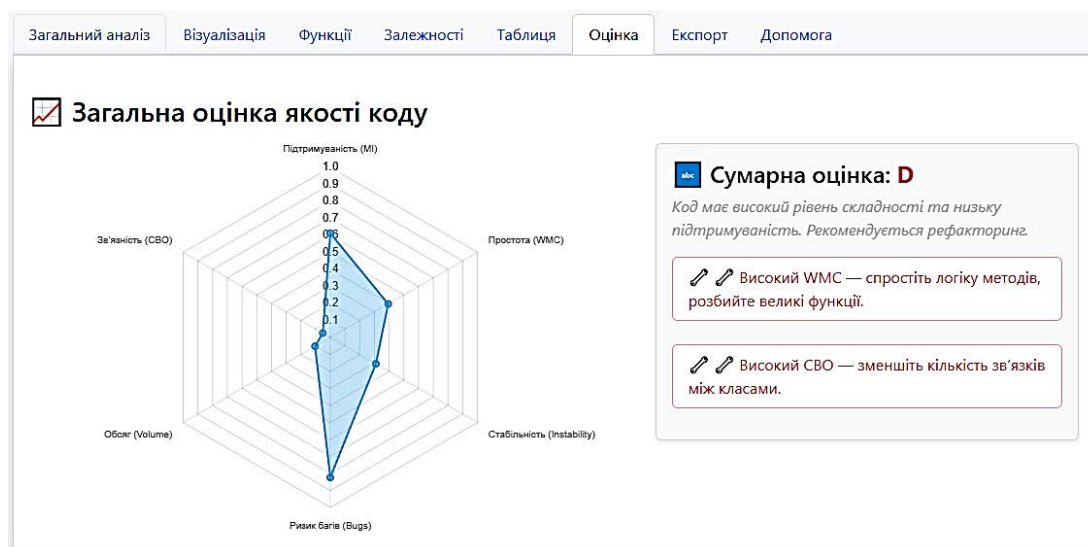


Рис. 5. Інтерактивна візуалізація «Залежності» у Code Analyzer

Також у Code Analyzer на вкладці «Експорт» реалізовано можливість експорту результату у формати CSV та Excel та додано розділ «Допомога» з описом усіх використаних у системі метрик.

У цілому побудова візуальних компонентів у системі Code Analyzer базується на прагненні до оптимального поєднання інформативності, швидкодії та візуальної привабливості. Такий підхід забезпечує не лише наочне представлення кількісних характеристик програмного коду, а й сприяє глибшому розумінню їх практичного значення. Це, своєю чергою, відповідає фундаментальному завданню будь-якої системи оцінювання якості програмного забезпечення – надати користувачеві інструменти для усвідомленого прийняття рішень щодо підтримки, рефакторингу або модернізації коду.

Висновки

У результаті дослідження проведено аналіз предметної області, спроектовано архітектуру та розроблено систему Code Analyzer для статичного аналізу програмного коду, яка поєднує у собі аналіз широкого набору метрик якості та інтерактивну візуалізацію результатів. Завдяки інтеграції з бібліотеками Radon, а також механізмам обробки абстрактного синтаксичного дерева (AST) система забезпечує комплексну оцінку програмного коду, охоплюючи такі важливі метрики, як складність, підтримуваність, архітектурні залежності та об'єктно-орієнтовані показники. Візуалізація результатів у вигляді графіків, таблиць і діаграм дає змогу ефективно оцінювати стан коду, зосереджуючи увагу на найбільш проблемних ділянках і забезпечуючи своєчасне реагування на потенційні проблеми.

Подальші дослідження можуть бути спрямовані на підтримку інших мов програмування, покращення точності метрик для складних архітектурних патернів, а також на інтеграцію з іншими інструментами для автоматичного тестування та безпеки програмного забезпечення. Окрім того, доцільним є впровадження алгоритмів машинного навчання для прогнозування можливих дефектів на основі історії змін у коді.

Розроблення Code Analyzer надає нові можливості для програмістів та архітекторів програмного забезпечення у процесі підтримки, рефакторингу та оптимізації коду. Система дає змогу не лише здійснювати технічний аудит, а й активно підтримувати процес прийняття рішень на всіх етапах розроблення, покращуючи якість програмних продуктів і знижуючи ризик виникнення помилок у коді.

Список використаної літератури

1. Ardito L., Coppola R., Barbato L. Verga D. A Tool-Based Perspective on Software Code Maintainability Metrics: A Systematic Literature Review. *Scientific Programming*. 2020. № 2020(1). P. 1–26. DOI: <https://doi.org/10.1155/2020/8840389>
2. Rashid J., Mahmood T., Nisar M.W. A Study on Software Metrics and its Impact on Software Quality. *Technical Journal, University of Engineering and Technology (UET) Taxila, Pakistan*. 2019. № 24(1). P. 1–14. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1905.12922>
3. Kafura D. Reflections on McCabe’s Cyclomatic Complexity. *IEEE Transactions on Software Engineering*. 2025. № 51(3). P. 700–705. DOI: <https://doi.org/10.1109/TSE.2025.3534580>
4. Heričko T., Šumak B. Exploring Maintainability Index Variants for Software Maintainability Measurement in Object-Oriented Systems. *Applied Sciences*. 2023. № 13(5). P. 2972. DOI: <https://doi.org/10.3390/app13052972>
5. Filó T.G.S., Bigonha M.A.S., Ferreira K.A.M. Evaluating Thresholds for Object-Oriented Software Metrics. *Journal of the Brazilian Computer Society*. 2024. № 30(1). P. 313–346. DOI: <https://doi.org/10.5753/jbcs.2024.3373>
6. Santos D., Resende A., de Castro Lima, E., Freire A. Software Instability Analysis Based on Afferent and Efferent Coupling Measures. *Journal of Software*. 2017. № 12(1). P. 19–34. DOI: <https://doi.org/10.17706/jsw.12.1.19-34>
7. Radon Project. Radon: Code metrics in Python. PyPI. URL: <https://pypi.org/project/radon/> (дата звернення: 15.09.2025).
8. Python Software Foundation. AST – Abstract Syntax Trees. In Python documentation (version 3). URL: <https://docs.python.org/3/library/ast.html> (дата звернення: 15.09.2025).

References

1. Ardito, L., Coppola, R., Barbato, L. & Verga, D. (2020). A Tool-Based Perspective on Software Code Maintainability Metrics: A Systematic Literature Review. *Scientific Programming*, 2020(1), 1–26. <https://doi.org/10.1155/2020/8840389> [in English].
2. Rashid, J., Mahmood, T. & Nisar, M.W. (2019). A Study on Software Metrics and its Impact on Software Quality. *Technical Journal, University of Engineering and Technology (UET) Taxila, Pakistan*, 24(1), 1–14. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1905.12922> [in English].
3. Kafura, D. (2025). Reflections on McCabe’s Cyclomatic Complexity. *IEEE Transactions on Software Engineering*, 51(3), 700–705. <https://doi.org/10.1109/TSE.2025.3534580> [in English].
4. Heričko, T., & Šumak, B. (2023). Exploring Maintainability Index Variants for Software Maintainability Measurement in Object-Oriented Systems. *Applied Sciences*, 13(5), 2972. <https://doi.org/10.3390/app13052972> [in English].
5. Filó, T.G.S., Bigonha, M.A.S. & Ferreira, K.A.M. (2024). Evaluating Thresholds for Object-Oriented Software Metrics. *Journal of the Brazilian Computer Society*, 30(1), 313–346. <https://doi.org/10.5753/jbcs.2024.3373> [in English].
6. Santos, D., Resende, A., de Castro Lima, E. & Freire, A. (2017). Software Instability Analysis Based on Afferent and Efferent Coupling Measures. *Journal of Software*, 12(1), 19–34. <https://doi.org/10.17706/jsw.12.1.19-34> [in English].
7. Radon Project (2025). Radon: Code metrics in Python. PyPI. Retrieved from <https://pypi.org/project/radon/> [in English].
8. Python Software Foundation (2025). AST – Abstract Syntax Trees. In Python documentation (version 3). Retrieved from <https://docs.python.org/3/library/ast.html> [in English].

Куєвда Юлія Валеріївна – к.т.н., доцент кафедри математичних методів системного аналізу Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: kuievda.iuliia@lkl.kpi.ua, ORCID: 0009-0001-6630-1215.

Татарін Євгеній Олегович – бакалавр Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: tatarine8@gmail.com, ORCID: 0009-0001-0452-2389.

Селін Юрій Миколайович – к.т.н., старший викладач кафедри математичних методів системного аналізу Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: selinyurij1963@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7562-8586.

Kuievda Iuliia Valeriivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Mathematical Methods of System Analysis of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute». E-mail: kuievda.iuliia@lkl.kpi.ua, ORCID: 0009-0001-6630-1215.

Tatarin Yevhenii Olehovych – Bachelor of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute». E-mail: tatarine8@gmail.com, ORCID: 0009-0001-0452-2389.

Selin Yurii Mykolaiovych – Candidate of Technical Sciences, Senior Lecturer at the Department of Mathematical Methods of System Analysis of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute». E-mail: selinyurij1963@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7562-8586.



Отримано: 15.10.2025
Рекомендовано: 05.12.2025
Опубліковано: 30.12.2025

А.О. ЛІСНЯК, Д.І. ПРОСЯНА
Запорізький національний університет

РОЗРОБЛЕННЯ КЛІЄНТСЬКОГО ВЕБЗАСТОСУНКУ ДЛЯ ХМАРНИХ СИСТЕМ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОГО АНАЛІЗУ

У роботі розглянуто підхід до створення клієнтського вебзастосунок системи скінченно-елементного аналізу з відкритим початковим кодом, призначеного для використання у хмарному середовищі та віддаленого доступу користувачів. Показано, що розвиток сучасного машинобудування неможливий без широкого впровадження систем автоматизованого проєктування, важливим завданням яких є моделювання фізичних характеристик об'єктів із застосуванням методу скінченних елементів. Висока вартість відповідного пропрієтарного програмного забезпечення та обмеженість обчислювальних ресурсів стимулюють розроблення хмарних сервісів із відкритим кодом, які надають можливість проведення складних інженерних розрахунків без необхідності використання потужних локальних комп'ютерів.

Запропоновано архітектуру фронтенд-застосунок, який реалізує інтерфейс користувача для створення, редагування та відображення даних для скінченно-елементних розрахунків у зручній інтерактивній формі. Застосунок розроблено на основі бібліотеки React, що забезпечує масштабованість, багатоплатформність і високу швидкодію. У системі реалізовано три основні режими роботи: створення нової задачі, завантаження існуючої та перегляд результатів, отриманих із хмарного серверу. Передача даних між фронтендом і бекендом здійснюється у форматі JSON, що гарантує сумісність із різними обчислювальними системами. Для візуалізації тривимірних моделей застосовано технологію WebGL, яка дає змогу відображати геометрію та результати розрахунку без установлення спеціалізованого програмного забезпечення.

Розроблений вебінтерфейс підтримує завдання складних граничних умов, неоднорідних фізичних властивостей і навантажень у табличній формі, що забезпечує гнучкість під час підготовки розрахункових даних та зменшує імовірність помилок користувача. Запропонований підхід дає змогу розділити функції графічного інтерфейсу та обчислювального ядра, що створює можливість інтеграції з різними серверними рішеннями та формує основу для побудови відкритої та доступної масштабованої хмарної системи скінченно-елементного аналізу.

Ключові слова: метод скінченних елементів, хмарні обчислення, вебзастосунок, фронтенд, мікросервісна архітектура, React, WebGL.

A.O. LISNIAK, D.I. PROSIANA
Zaporizhzhia National University

DEVELOPMENT OF A CLIENT-SIDE WEB APPLICATION FOR CLOUD-BASED FINITE ELEMENT ANALYSIS

The paper presents an approach to developing a client-side web application for a finite element analysis (FEA) system with open-source code, designed for operation in a cloud environment and to provide remote user access. It is demonstrated that the advancement of modern mechanical engineering is impossible without the widespread adoption of computer-aided design (CAD) systems, a key task of which is modeling the physical characteristics of objects using the finite element method (FEM). The high cost of proprietary software solutions and the limited availability of computational resources stimulate the development of open-source cloud services that enable complex engineering calculations without the need to use powerful local computers.

The architecture of a frontend application is proposed, which implements a user interface for creating, editing, and visualizing data for finite element calculations in a convenient interactive form. The application is developed using the React library, which ensures scalability, cross-platform compatibility, and high performance. The system supports three main operating modes: creating a new problem, loading an existing one, and viewing results obtained from a cloud server. Data exchange between the frontend and backend is performed in JSON format, which guarantees compatibility with various computational systems. WebGL technology is used to visualize three-dimensional models, allowing geometry and calculation results to be displayed without installing specialized software.

The developed web interface supports the specification of complex boundary conditions, non-homogeneous physical properties, and loads in tabular form, which ensures flexibility during the preparation of calculation data and reduces the likelihood of user errors. The proposed approach enables the separation of graphical interface functions from the computational core, creating opportunities for integration with various server-side solutions and forming a foundation for building an open, accessible, and scalable cloud-based finite element analysis system.

Key words: finite element method, cloud computing, web application, frontend, microservice architecture, React, WebGL.

Постановка проблеми

Оскільки проприетарні системи скінченно-елементного аналізу сьогодні є дуже дорогими, актуальним є завдання розроблення відповідного ПЗ із відкритим початковим кодом, яке б могло працювати як хмарний сервіс. Це завдання може бути поділено на два окремі складники: створення фронтенд (frontend) і бекенд (backend). Фронтенд у цьому контексті – це вебзастосунок, який допомагає користувачу задавати параметри скінченно-елементного розрахунку (дискретну модель, фізичні параметри, крайові умови тощо), що потім передаються бекенд-серверу, що працює у хмарі, для обробки. Бекенд безпосередньо виконує усі скінченно-елементні розрахунки і надсилає отриманий результат фронтенд-застосунку для аналізу користувачеві. Серед відомих систем скінченно-елементного аналізу, що працюють у хмарі, можна, наприклад, відзначити SPARSELAB [1], SimScale [2] та ін. [3].

Незважаючи на існування такого ПЗ, завдання створення нових хмарних сервісів для скінченно-елементного аналізу є актуальним, оскільки постійно змінюються можливості сучасних комп'ютерів та вимоги до таких програм. У даній статті розглянуто створення frontend-застосунку з відкритим початковим кодом для автоматизації використання МСЕ у хмарному середовищі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Розвиток машинобудування неможливий без широкого використання систем автоматизованого проєктування (САПР), які використовуються для вирішення трьох основних завдань:

- автоматизації підготовки проєктної документації (створення креслень, технічних завдань, проєктів тощо);
- моделювання функціональних характеристик об'єктів проєктування (наприклад, аналіз міцності та довговічності будівельних споруд);
- автоматизації розв'язання задач, що важко формалізуються (складення розкладів; трасування електронних друкованих плат і тому подібне) [4].

Комп'ютерне моделювання фізичних властивостей об'єктів проєктування є одним із найважливіших завдань САПР, оскільки дає змогу істотно пришвидшити й здешевити процес розроблення нової техніки за рахунок часткової заміни натурних фізичних випробувань дослідних зразків комп'ютерною симуляцією.

Одним із найбільш поширених на практиці підходів до моделювання складних фізичних процесів є застосування методу скінченних елементів (МСЕ) [5]. Сьогодні для його використання розроблено велику кількість програмних систем скінченно-елементного аналізу, серед яких можна виділити Ansys [6], MSC Nastran [7], COMSOL Multiphysics [8], FreeFEM [9], OpenFEM [10] та ін. [11; 12].

Незважаючи на велику кількість таких програм у зв'язку з постійним ускладненням проблем, що постають перед машинобудуванням, зростають і вимоги як до наявного програмного забезпечення (ПЗ), так і до обчислювальних систем, на яких воно запускається. Сьогодні потужні комп'ютери є дуже дорогими й складними в обслуговуванні, тому багатьом компаніям стає не вигідно купувати й обслуговувати власні комп'ютерні системи, що призвело до формування нової бізнес-моделі: користувачі ділять обчислювальні потужності віддалених комп'ютерів, які належать третій стороні. Така технологія називається «хмарою», а створення хмарних сервісів та відповідного ПЗ, що підтримують розподіл доступу до обчислювальних ресурсів з оплатою за використання, є актуальним завданням.

Основна ідея хмарної технології полягає у тому, що замість придбання комп'ютерної техніки (або ПЗ) користувач фактично бере його в оренду на певний час. Такий підхід дає такі переваги: замість великих капіталовкладень у відповідне обладнання компанія просто купує час на комп'ютері, що належить третій стороні, і, таким чином, позбавляє себе проблем, пов'язаних із його масштабуванням, обслуговуванням та оновленням. Компанія може придбати безпосередньо обчислювальний ресурс та використовувати його для запуску власного ПЗ, але все частіше нині орендується не лише hardware, а й software. Це називається «програмне забезпечення як послуга» (SaaS – software as a service).

Мета дослідження

Метою роботи є розроблення архітектури та програмної реалізації клієнтського вебзастосунку з відкритим початковим кодом для системи скінченно-елементного аналізу, адаптованого для роботи у хмарному середовищі.

Об'єктом дослідження є процес розроблення спеціалізованого програмного забезпечення для систем скінченно-елементного аналізу.

Предметом дослідження є архітектура та засоби реалізації клієнтського вебзастосунку системи скінченно-елементного аналізу, призначеного для роботи у хмарному середовищі.

Виклад основного матеріалу дослідження

Програмна реалізація клієнтського вебзастосунку системи скінченно-елементного аналізу. Практична реалізація фронтенд-застосунку передусім базується на виборі певного фреймворку (framework) для веброзробки, тобто готового рішення, що дає змогу використовувати ефективну стандартну архітектуру проєкту, що перевірена на практиці. У даній роботі для створення графічного інтерфейсу користувача було використано бібліотеку мови програмування JavaScript із відкритим початковим кодом React [13], яка є багатоплатформною, масштабованою і високопродуктивною.

Загальний інтерфейс створеного вебзастосунку наведено на рис. 1.

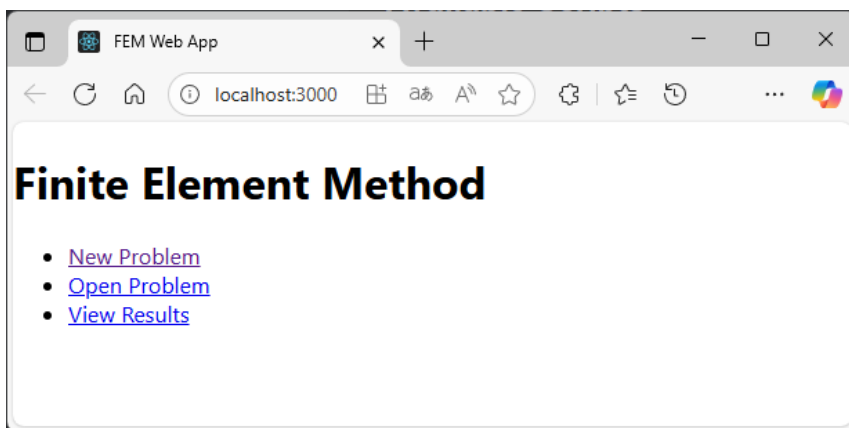


Рис. 1. Фронтенд системи скінченно-елементного аналізу

На початковому екрані клієнтського вебзастосунку користувач може вибрати три режими роботи: 1) New Problem – створення нової задачі; 2) Open Problem – завантаження раніше збереженої задачі; 3) View Results – аналіз результатів розрахунку, завантажених із вебсервера, що працює у хмарі. Якщо користувач вибере перший пункт меню, то відкриється сторінка, що містить поля для введення таких параметрів розрахунку, як дискретна модель вихідної області; кількість потоків виконання, що використовуються для розрахунку; точність розрахунку; пружні параметри; крайові умови тощо (рис. 2). Під час завантаження дискретної моделі користувач може її переглянути, вибравши відповідний режим. Для відображення тривимірних графічних сцен (рис. 3) у браузері використовується технологія WebGL [14].

Також слід зазначити, що для завдання складних неоднорідних фізичних характеристик об'єкта розрахунку або граничних умов та навантажень, що діють на нього, підтримується можливість введення відповідних виразів у табличній формі (рис. 4).

Після введення всіх даних користувач, натискаючи на кнопку Calculate, ініціює створення JSON-файлу, що містить усі задані ним параметри розрахунку і якій надсилається серверу у хмарі для обробки.

New Problem

Mesh

File name:

Файл не вибрано ☐ View

Base settings

Threads:

Tolerance:

Variables

Name	Value
eps	0.001

Elastic parameters

Young modulus:

Value	Predicate

Poisson's ratio:

Value	Predicate

Finite element parameters

Thickness:

Value	Predicate

Рис. 2. Графічний інтерфейс користувача для створення нового розрахунку

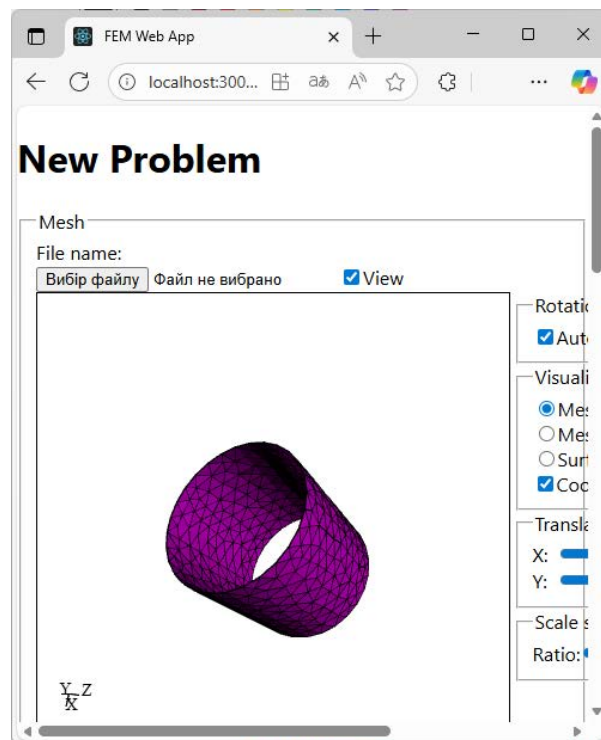


Рис. 3. Візуалізації дискретної моделі у браузері засобами WebGL

The screenshot shows a web application titled 'FEM Web App' running on 'localhost:3000/open-problem'. It contains two main sections: 'Pressure loads' and 'Boundary conditions'.

Pressure loads:

Value	Predicate
P	$x \geq 0$ and $x \leq L$
P	$\text{abs}(R * R - ((x - C) * (x - C) + y * y + z * z)) \leq \text{eps}$ and $x \leq (R * \cos(\text{FI\_T}) + C)$
P	$\text{abs}(R * R - ((x - L + C) * (x - L + C) + y * y + z * z)) \leq \text{eps}$ and $x \geq (R * \cos(\text{FI\_B}) + L - C)$
P	$(x \geq (R * \cos(\text{FI\_T}) + C) \text{ and } x \leq 0) \text{ and } \text{abs}(y^2 + z^2 - K2\_TOP * (x - \text{CX\_TOP})^2) < \text{eps}$
P	$(x \geq L \text{ and } x \leq (R * \cos(\text{FI\_B}) + L - C)) \text{ and } \text{abs}(y^2 + z^2 - K2\_BOT * (x - \text{CX\_BOT})^2) < \text{eps}$

Boundary conditions:

Value	Predicate	Direction		
		X	Y	Z
0	$\text{abs}(x - 14.338) < \text{eps}$	☒	☒	☒
0	$\text{abs}(y) < \text{eps}$	☐	☒	☐
0	$\text{abs}(z) < \text{eps}$	☐	☐	☒

Buttons: 'add', 'del', 'Calculate', 'Home'.

Рис. 4. Приклад завдання складних навантажень, що діють на об'єкт розрахунку

Така ідеологія взаємодії між фронтенд- і бекенд-застосунками дає змогу відокремити реалізацію графічного інтерфейсу користувача від розрахункової частини, що дає можливість використовувати різні сервери (за узгодження формату обміну інформацією).

Висновки

У роботі представлено підхід до створення клієнтського вебзастосунку системи скінченно-елементного аналізу з відкритим початковим кодом, призначеного для роботи у хмарному середовищі. Показано, що застосування хмарних технологій дає змогу істотно спростити доступ користувачів до обчислювальних ресурсів і підвищити ефективність виконання інженерних розрахунків. Реалізація фронтенд-застосунку на базі бібліотеки React забезпечує багатоплатформність, гнучкість інтерфейсу та можливість масштабування проєкту.

Створений вебінтерфейс дає можливість користувачу формувати вхідні дані для скінченно-елементного розрахунку, задавати фізичні параметри, граничні умови та типи навантажень, а також здійснювати візуалізацію геометричної та дискретної моделей без необхідності встановлення спеціалізованого ПЗ. Передача даних у форматі JSON забезпечує сумісність між клієнтською частиною та обчислювальним сервером, що дає змогу гнучко поєднувати різні реалізації бекенд-систем.

Таким чином, розроблений прототип фронтенд-застосунку може бути основою для побудови повноцінної хмарної системи скінченно-елементного аналізу. Подальші дослідження плануються спрямувати на розширення функціональних можливостей інтерфейсу, інтеграцію з існуючими бібліотеками скінченно-елементного розрахунку та оптимізацію процесу взаємодії між клієнтською і серверною частинами системи.

Список використаної літератури

1. Finite Element Analysis in the Cloud. URL: <https://sparselab.com/> (дата звернення: 27.10.2025).
2. Structural Mechanics Simulation. SimScale. URL: <https://www.simscale.com/> (дата звернення: 27.10.2025).
3. Finite Element Analysis with Cloud-Based High-Performance Computing. URL: <https://surl.li/htvkqi> (дата звернення: 27.10.2025).

4. Introduction to CAD Systems. URL: <https://surl.li/indifs> (дата звернення: 01.10.2025).
5. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals. Sixth edition. Butterworth-Heinemann, 2016. 753 p.
6. Engineering Simulation & 3D Design Software. Ansys. URL: <https://www.ansys.com/> (дата звернення: 01.10.2025).
7. MSC Nastran – Multidisciplinary Structural Analysis. URL: <http://surl.li/schezo> (дата звернення: 08.10.2025).
8. COMSOL Multiphysics ® Modelling Software. URL: <https://www.comsol.com/> (дата звернення: 08.10.2025).
9. FreeFEM – An open-source PDE Solver using the Finite Element Method. URL: <https://freefem.org/> (дата звернення: 23.10.2025).
10. OpenFEMLibrary. URL: <https://www.sdtools.com/research/openfem/> (дата звернення: 25.10.2025).
11. Best Open-Source Finite Element Analysis Software. URL: <http://surl.li/vmblnr> (дата звернення: 25.10.2025).
12. Finite element analysis software. URL: <http://surl.li/ukbjyp> (дата звернення: 07.11.2025).
13. React. URL: <https://react.dev/> (дата звернення: 28.10.2025).
14. WebGL Fundamentals. URL: <https://webglfundamentals.org/> (дата звернення: 27.10.2025).

References

1. Sparselab. Finite element analysis in the cloud. Retrieved from <https://sparselab.com/> [in English].
2. SimScale. Structural mechanics simulation. Retrieved from <https://www.simscale.com/> [in English].
3. Finite element analysis with cloud-based high-performance computing. Retrieved from <https://surl.li/htvkqi> [in English].
4. Introduction to CAD Systems. Retrieved from <https://surl.li/indifs> [in English].
5. Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L., & Zhu, J.Z. (2016). The finite element method: Its basis and fundamentals (6th ed.). Butterworth-Heinemann [in English].
6. Ansys. Engineering simulation & 3D design software. Retrieved from <https://www.ansys.com/> [in English].
7. MSC Nastran – Multidisciplinary Structural Analysis. Retrieved from <http://surl.li/schezo> [in English].
8. COMSOL. COMSOL Multiphysics ® modelling software. Retrieved from <https://www.comsol.com/> [in English].
9. FreeFEM. FreeFEM – An open-source PDE solver using the finite element method. Retrieved from <https://freefem.org/> [in English].
10. OpenFEM Library. Retrieved from <https://www.sdtools.com/research/openfem/> [in English].
11. Best open-source finite element analysis software. Retrieved from <http://surl.li/vmblnr> [in English].
12. Finite element analysis software. Retrieved from <http://surl.li/ukbjyp> [in English].
13. React. Retrieved from <https://react.dev/> [in English].
14. WebGL Fundamentals. Retrieved from <https://webglfundamentals.org/> [in English].

Лісняк Андрій Олександрович – к.ф.-м.н., доцент, завідувач кафедри програмної інженерії Запорізького національного університету. E-mail: a.lisnyak@znu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9669-7858.

Присяна Дар'я Ігорівна – викладач кафедри комп'ютерних наук Запорізького національного університету. E-mail: prsjana.daria.i@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3188-7942.

Lisniak Andrii Oleksandrovych – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Software Engineering of the Zaporizhzhia National University. E-mail: a.lisnyak@znu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9669-7858.

Prosjana Daria Ihorivna – Lecturer at the Department of Computer Science of the Zaporizhzhia National University. E-mail: prsjana.daria.i@gmail.com, ORCID: 0000-0002-3188-7942.

Отримано: 03.11.2025

Рекомендовано: 09.12.2025

Опубліковано: 30.12.2025



УДК 519.4+539.12

О.С. МАЗМАНІШВІЛІ, В.І. ДУБІНКО

Національний науковий центр «Харківський фізико-технічний інститут»

РУЙНУВАННЯ «БІЛИМ» ШУМОМ ХВИЛЬОВОЇ ФУНКЦІЇ У ПАРАБОЛІЧНОМУ ПОТЕНЦІАЛІ ЗА РЕЗОНАНСНОГО РАЗГОЙДУВАННЯ

Розглядається квантово-механічна задача про рух частинки в квадратичному потенціалі, який піддається дипольному впливу, що періодично змінюється з плином часу, а також стохастичному обуренню типу «білого» шуму. Подібна ситуація реалізується, зокрема, під час руху електрона вздовж кристалічної осі. У цьому разі роль часу в задачі грає глибина проникнення частки, а функція обурення описує вимушені коливання кристалічних ґрат. Інший важливий приклад пов'язаний з обчисленням швидкості хімічної реакції поблизу локалізованих ангармонічних вібрацій атомів, викликаних термічними флуктуаціями або зовнішнім впливом. У цьому разі внаслідок великої амплітуди локалізованих ангармонічних вібрацій положення потенційної ями, у якій знаходиться частка, уже не може вважатися нерухомим, що вимагає перегляду задачі про обчислення хвильової функції з урахуванням динаміки потенційної ями.

У роботі розглянуто параболічний потенціал, який як ціле схильний до дипольного впливу, що періодично змінюється з плином часу, а також впливу стохастичного «білого» шуму. Вивчено динаміку хвильової функції частки в такому потенціалі. На основі знайдених рішень нестационарного рівняння Шредінґера побудовано алгоритми розрахунку динаміки хвильової функції. Проаналізовано еволюцію хвильової функції частки. Наведено асимптотичні рішення рівняння руху, за допомогою яких отримано основні характеристики хвильового пакета. Для вибраного виду обурення потенціалу наведено приклади еволюції хвильової функції. Виявлено ефект руйнування (колапсу) хвильової функції, що відбувається внаслідок дії шуму. Вивчено вплив амплітуди «білого» шуму на характеристики колапсу. Запропоновано гіпотезу про те, що час до колапсу обернено пропорційний інтенсивності шуму.

Ключові слова: рівняння Шредінґера, параболічний потенціал, дипольне розгойдування, «білий» шум, еволюція хвильового пакета, колапс хвильової функції.

A.S. MAZMANISHVILI, V.I. DUBINKO

National Science Center Kharkov Institute of Physics and Technology

DESTRUCTION OF THE WAVE FUNCTION BY «WHITE» NOISE IN PARABOLIC POTENTIAL AT RESONANT DRIVE

The quantum-mechanical problem of particle motion in a quadratic potential subject to dipole action periodically changing with time, and stochastic perturbation of the «white» noise type is considered. A similar situation is realized, in particular, when an electron moves along the crystal axis. A situation of this type is realized, in particular, when an electron moves along the crystal axis. In this case, the role of time in the problem is played by the depth of particle penetration, and the perturbation function describes forced oscillations of the crystal lattice. Another important example is associated with the calculation of the rate of a chemical reaction near localized anharmonic vibrations of atoms caused by thermal fluctuations or external influences. In this case, due to the large amplitude of localized anharmonic vibrations, the position of the potential well in which the particle is located can no longer be considered motionless, which requires a revision of the problem of calculating the wave function taking into account the dynamics of the potential well.

The paper considers a parabolic potential, which as a whole is subject to a dipole effect periodically changing over time, as well as to the effect of stochastic «white» noise. Based on the found solutions to the non-stationary Schrödinger equation, algorithms for calculating the dynamics of the wave function are constructed. The evolution of the wave function of a particle is analyzed. Asymptotic solutions of the equation of motion are given, with the help of which the main characteristics of the wave packet are obtained. Examples of the evolution of the wave function are given for the selected type of perturbation of the potential. An example of the destruction (collapse) of the wave function due to the effect of noise is given. The effect of destruction (collapse) of the wave function, which occurs due to the impact of noise, is discovered. The influence of the amplitude of white noise on the characteristics of the collapse is studied. A hypothesis is proposed that the time before collapse is inversely proportional to the intensity of the noise.

Key words: Schrödinger equation, parabolic potential, dipole buildup, «white» noise, evolution of the wave packet, collapse of the wave function.

Постановка проблеми

У Національному науковому центрі «Харківський фізико-технічний інститут» (ННЦ ХФТІ) проводяться роботи з дослідження впливу різних типів опромінення на властивості конденсованих середовищ. Механізм зміни властивостей матеріалів пов'язується зі збудженням нелінійних локалізованих коливань у ґратах [1; 2]. Ці коливання, своєю чергою, впливають на динаміку частинок у ній. Структура та розташування атомів у монокристалі істотно впливають на характер руху частинок у ґратах [3]. У цій роботі викладено результати дослідження резонансної розгойдування енергії разом із «білим» шумом, які розкривають фізичну сутність виникаючих процесів.

Розглянуто квантово-механічну задачу для руху частки в квадратичному потенціалі, коли хвильовий пакет разом піддається як дипольному розгойдуванню, періодично змінюється з часом, так випадковим шумом. Подібна постановка виникає у задачах, коли обурення є траєкторією процесу, що моделює зміну потенціалу під час руху частинки, зокрема під час руху електрона вздовж кристалічної осі [3]. У такому разі роль часу в задачі грає функція обурення, яка описує вимушені коливання кристалічної решітки. Інший приклад пов'язаний з обчисленням швидкості хімічної реакції поблизу локалізованих ангармонічних вібрацій атомів, зумовлених термічними флуктуаціями або зовнішнім впливом [4]. Тут унаслідок великої амплітуди вібрацій положення потенційної ями, у якій знаходиться частка, уже не може вважатися нерухомою, що вимагає перегляду завдання для обчислення хвильової функції з урахуванням динаміки потенційної ями.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Вивченню еволюції хвильової функції частки в параболічному потенціалі традиційно приділяється велика увага [2; 4]. Є велика кількість робіт, присвячених каналюванню, випромінюванню та реакціям у кристалах за високих енергій [4; 5], квантовій динаміці пакетів у нестационарних параболічних потенціалах [1; 5; 6]. Під час аналізу використовуються теорія випадкових процесів і континуального інтегрування [3; 5].

Мета дослідження

У цій роботі буде розглянутий випадок, коли хвильовий пакет збуджується дипольним нахучуванням разом із розгляданням поведінки хвильової функції за стохастичного обурення «білим» шумом та колапсом хвильового пакету. Після цього буде вивчений випадок, коли хвильовий пакет спільно піддається як дипольному розгойдуванню, так випадковому шуму, при цьому увагу буде приділено залежності часу до руйнування хвильового пакета від інтенсивності стохастичного обурення.

Виклад основного матеріалу дослідження

У роботі розглянуто випадок, коли хвильовий пакет спільно піддається як дипольному розгойдуванню, так випадковому шуму, при цьому увагу буде приділено залежності часу до руйнування хвильового пакета від інтенсивності стохастичного обурення.

Буде розглянуто тимчасову еволюцію частки з вихідною хвильовою функцією [7]

$$\psi(x_0, 0) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar} \right)^{1/4} \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar} x_0^2 \right). \quad (1)$$

За відсутності обурення тимчасова еволюція щільності розподілу ймовірностей $p(x, t) = |\psi(x, t)|^2$ на інтервалі часу $0 \leq t \leq 60$ стаціонарна.

1. Рівняння Шредінгера в обуреному параболічному потенціалі

Аналіз розпочнемо з розгляду тимчасової еволюції частки з вихідною хвильовою функцією у потенціалі [7]

$$V(x, t) = \frac{1}{2} m \omega^2 [x - U(t)]^2, \quad (2)$$

де $U(t)$ – деяка квадратично-інтегрована функція. Такого виду потенціал є узагальненням параболічного потенціалу з $U(t)=0$ і $V(x, t) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$, використовуюваного, зокрема, під час аналізу руху каналюючих заряджених частинок [5]. У цьому разі для хвильової функції $\Psi = \Psi(x, t; x_0, t_0)$ (функції Гріна) рівняння Шредінгера має вигляд [3]

$$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{1}{2} m \omega^2 [x - U(t)]^2 \Psi. \quad (3)$$

Фізичний зміст функції Ψ у тому, що вона описує амплітуду ймовірності переходу зі стану в момент $t_0 = 0$, що характеризується координатою x_0 , у стан у момент t , що характеризується координатою x .

На підставі параболічності потенціалу (2) шукатимемо рішення рівняння (3) у вигляді $\Psi(x, t; x_0, t_0) = \exp(C_0(t) + C_1(t)x + C_2(t)x^2)$ з деякими функціями $C_0(t)$, $C_1(t)$, $C_2(t)$. Для них можна скласти систему з трьох звичайних диференціальних рівнянь із початковими умовами. У результаті знайдемо, що рішення рівняння Шредінгера (3) таке [5]:

$$\begin{aligned} \Psi(x, t; x_0, t_0) = & \left(\frac{m e^{i\omega t}}{\pi \hbar (e^{2i\omega t} - 1)} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{m\omega}{2\hbar} (x^2 - x_0^2) - i \frac{m\omega^2}{2\hbar} \int_0^t U^2(\tau) d\tau \right) \times \\ & \exp \left(i \frac{\hbar}{2m} \int_0^t Y^2(\tau) d\tau + x Y(t) - \frac{m\omega}{\hbar (e^{2i\omega t} - 1)} [x - e^{i\omega t} x_0 - R(t)]^2 \right), \end{aligned} \quad (4)$$

де

$$Y(\tau) = i \frac{m\omega^2}{\hbar} \int_0^\tau U(\tau') \exp(-i\omega\tau + i\omega\tau') d\tau', \quad R(t) = \frac{\hbar e^{i\omega t}}{m} \int_0^t Y(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau.$$

Гауссов вигляд виразу (4) для отриманої функції $\Psi(x, t; x_0, t_0)$ (функції Гріна) є наслідком параболічності потенціалу (2). Функція $\Psi(x, t; x_0, t_0)$ (4) задовольняє тому ж рівнянню, що й хвильова функція $\psi(x_0, 0)$, але з початковою умовою $\Psi(x, t; x_0, 0) = \delta(x - x_0)$.

Вид хвильової функції $\psi(x, t)$ у даний момент $t > t_0$ може бути визначений за заданим її значенням $\psi(x_0, 0)$ в момент $t_0 = 0$:

$$\psi(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x_0, 0) \Psi(x, t; x_0, 0) dx_0. \quad (5)$$

Після обчислення інтеграла (5) з ядром $\Psi(x, t; x_0, 0)$ (4) та початковою хвильовою функцією $\psi(x_0, 0)$ (1) отримаємо

$$\psi(x, t) = \left(\frac{m\omega}{\pi \hbar} \right)^{1/4} \exp \left(-i \frac{m\omega^2}{2\hbar} J - \frac{m\omega}{2\hbar} [x - X(t)]^2 \right), \quad X(t) = \omega \int_0^t U(\tau) \sin(\omega t - \omega\tau) d\tau, \quad (6)$$

де J – набіг фази результуючої хвильової функції.

$$J = \int_0^t U^2(\tau) d\tau + \frac{t\hbar}{m\omega} + 2x \int_0^t U(\tau) \cos(\omega(t - \tau)) d\tau + \int_0^t d\tau \int_0^t d\tau' U(\tau) U(\tau') \sin(\omega(\tau - t)) \cos(\omega(\tau' - t)). \quad (7)$$

Якщо за $t=0$ частинка знаходилася в основному стані з хвильовою функцією (1), то до моменту часу t для щільності ймовірностей $p(x, t)$ знайдемо

$$p(x, t) = |\psi(x, t)|^2 = \left(\frac{m\omega}{\pi \hbar} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{m\omega}{\hbar} [x - X(t)]^2 \right). \quad (8)$$

Таким чином, якщо частинка відчуває тимчасову еволюцію у потенціалі (2) з $U(\tau) = 0$, то на момент часу t тип розподілу ймовірностей $p(x, t)$ залишається тим самим, що і в момент $t_0 = 0$. Поведінка хвильового пакета істотно змінюється, якщо $U(\tau) \neq 0$, що можна побачити з характеристик хвильового пакета.

Із виразу (8) отримаємо, що квантово-механічні середні – перший та другий моменти щільності розподілу ймовірностей – такі:

$$\langle x(t) \rangle = \omega \int_0^t U(\tau) \sin(\omega t - \omega \tau) d\tau, \quad \langle x^2(t) \rangle = \frac{\hbar}{2m\omega} + \omega^2 \int_0^t \int_0^t U(\tau) U(\tau') \sin(\omega t - \omega \tau) \sin(\omega t - \omega \tau') d\tau d\tau' \quad (9)$$

і відчують розмах. Якщо модуляційна функція $U(t)$ містить стохастичну компоненту, то $\langle x(t) \rangle$ і $\langle x^2(t) \rangle$ також є залежними від часу випадковими величинами.

2. Форма обуреного хвильового пакета за дипольного впливу у присутності стохастичного шуму

Розглянемо загальний випадок, коли процес $U(t)$ адитивно складається з дипольного збурення $g \sin(\omega t)$ з амплітудою g та стохастичного процесу «білого» шуму $n(t)$ із нульовим математичним очікуванням та дисперсією σ_w^2 :

$$U(t) = g \sin(\omega t) + \sigma_w n(t). \quad (10)$$

Відповідно до (6), хвильовий пакет як функція координати за довільного збурення зберігає свою гауссову форму, тому для опису достатньо навести вирази для його перших двох моментів. Далі прийнемо, що з часів можна знехтувати внеском основного стану.

Квантово-механічне середнє – перший момент розподілу ймовірностей – становить:

$$\langle x(t) \rangle_w = \left\langle \omega \int_0^t U(\tau) \sin(\omega t - \omega \tau) d\tau \right\rangle = 0. \quad (11)$$

Для другого моменту запишемо

$$\langle x^2(t) \rangle_w = \frac{\hbar}{2m\omega} + \omega^2 \left\langle \int_0^t \int_0^t U(\tau) U(\tau') \sin(\omega t - \omega \tau) \sin(\omega t - \omega \tau') d\tau d\tau' \right\rangle. \quad (12)$$

У силу властивостей «білого» шуму $\langle U(\tau) U(\tau') \rangle = \sigma_w^2 \delta(\tau - \tau')$, тому

$$\langle x^2(t) \rangle_w = \frac{\hbar}{2m\omega} + \omega^2 \sigma_w^2 \int_0^t \sin^2(\omega t - \omega \tau) d\tau. \quad (13)$$

Для чималого часу, $t \gg \omega^{-1}$, маємо для дисперсії

$$\langle x^2(t) \rangle_w = \frac{1}{2} \omega^2 \sigma_w^2 t. \quad (14)$$

Оскільки середнє для першого моменту, пов'язане з шумом $\langle x(t) \rangle_w = 0$, для першого моменту пакета μ_1 згідно з (8) маємо

$$\mu_1 = \langle x(t) \rangle_G = \frac{1}{2} g \omega t \left(\cos(\omega t) - \frac{\sin(\omega t)}{\omega t} \right), \quad (15)$$

Дисперсія μ_2 хвильового пакета дорівнюватиме сумі дисперсій, зумовлених обуреннями, а саме:

$$\mu_2 = \langle x^2(t) \rangle_G + \langle x^2(t) \rangle_w = \frac{1}{4} g^2 \omega^2 t^2 \left(\cos(\omega t) - \frac{\sin(\omega t)}{\omega t} \right)^2 + \omega^2 \sigma_w^2 \int_0^t \sin^2(\omega t - \omega \tau) d\tau. \quad (16)$$

У разі параметричного резонансу, коли $\omega = 1$, отримаємо для середньої енергії

$$E = \frac{1}{2m} \langle p^2 \rangle + \frac{m}{2} \omega^2 \langle x^2 \rangle = \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{g^2\hbar\omega}{2} (\omega^2 t^2 + \omega t \sin(2\omega t) + \sin^2(\omega t)). \quad (17)$$

Далі, перший доданок у (16) із часом зростає як t^2 , тодіак через швидко осцилюючу залежність інтеграл у другому доданку можна замінити на $t/2$. Так само за великого другого відповідного доданку в (17) можна знехтувати. Перший же доданок через швидко осцилюючу залежність можна замінити на $1/2$. Тому

$$\mu_2 = \frac{1}{8} g^2 \omega^2 t^2 + \frac{1}{2} \omega^2 \sigma_w^2 t. \quad (18)$$

Тоді густину розподілу можна записати у вигляді

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mu_2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\mu_2}\right). \quad (19)$$

На рис. 1–4, на яких показано число періодів N , наведено залежності еволюції щільності хвильового пакета, збудженого дипольним розгойдуванням і обуреного стохастичним процесом «білого» шуму. На рис. 1 можна бачити осциляції пакета як ціле за $\sigma_w = 0.8$, що відповідає виразам (15) і (16), однак вони, починаючи з $N=5$, поступово виходять зі стаціонарного режиму. Завеликих N на периферії $|x| \approx 10$ можна побачити флуктуаційні сплески хвильового пакета.

Рис. 2 ілюструє процес переходу хвильового пакета від зростання його розмірів μ_2 до зменшення $N=4$, що має місце зі збільшенням інтенсивності шуму $\sigma_w = 1.0$.

На рис. 3 можна бачити поряд із розширенням хвильового пакету його руйнування (колапс) за зростання його розмірів μ_2 за $N = 30$, що має місце зі збільшенням інтенсивності шуму $\sigma_w = 1.4$.

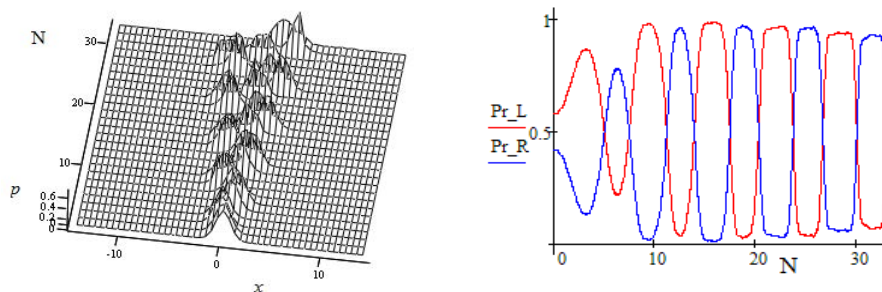


Рис. 1. Еволюція щільності $p(x,t)$ пакета та частки Pr_L , Pr_R щільності розподілу ймовірностей $p(x,t)$ на інтервалі $x \geq 0$ (червоне), $x \leq 0$ (синє); $g = 0.2$, $\sigma_w = 0.8$; показано кількість періодів N

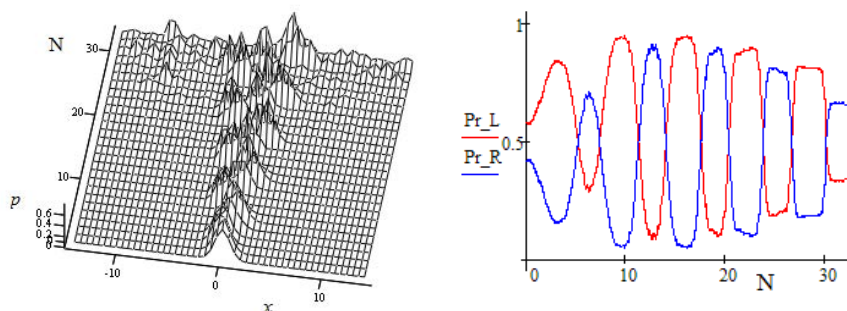


Рис. 2. Еволюція густини пакета $p(x,t)$ і частки Pr_L , Pr_R густини $p(x,t)$ на інтервалі $x \geq 0$ (червоне), $x \leq 0$ (синє); $g = 0.2$, $\sigma_w = 1.0$

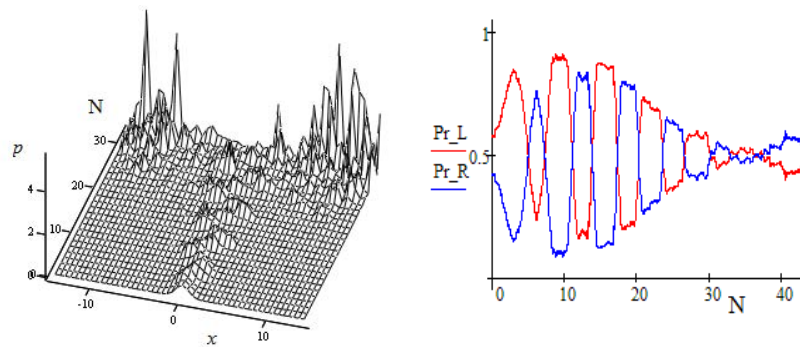


Рис. 3. Еволюція щільності пакета $p(x,t)$ та частки Pr_L та Pr_R щільності ймовірностей $p(x,t)$ на інтервалі $x \geq 0$ (червоне), $x \leq 0$ (синє); $g = 0.2$, $\sigma_w = 1.4$

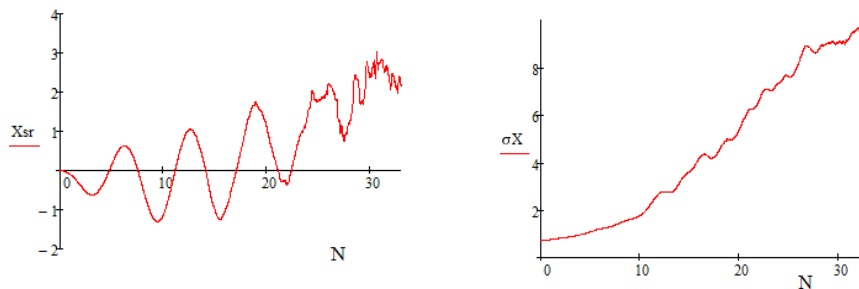


Рис. 4. Залежності центру пакету X_{sr} та середньоквадратичного розміру пакету σ_X ; $g = 0.2$, $\sigma_w = 1.4$

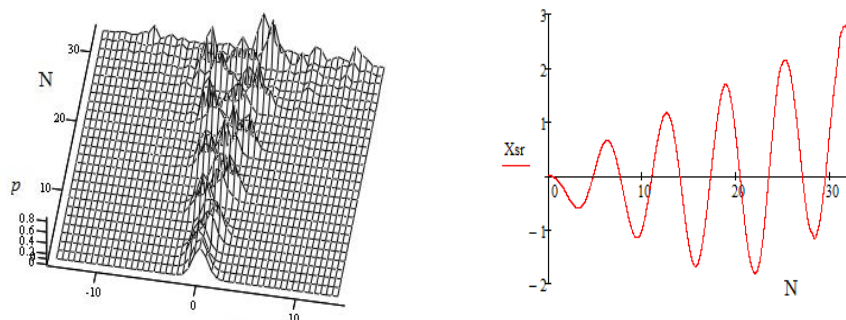


Рис. 5. Еволюція щільності пакета і центру пакету X_{sr} розподілу ймовірностей $p(x,t)$; $g = 0.2$, $\sigma_w = 1.2$

На рис. 4 показано, що в середньому пакет концентрується в районі $X_{sr} = \langle x(t) \rangle = 0$, що відбувається починаючи з $N=30$. Момент $N=30$ переходу від регулярного стану до некогерентного можна назвати *часом колапсу* $N_{collapse} = 30$. Із рис. 4 видно, що за $\sigma_w = 1.4$ коливання у цілому пучка стають менш когерентними і регулярними. У цьому частки Pr_L (для $x \geq 0$) і Pr_R (для $x \leq 0$) щільності розподілу ймовірностей $p(x,t)$ з часом дедалі більше вирівнюються. Це вказує на повне руйнування коливань у пакеті. Середньоквадратичний розмір пучка σ_X при цьому продовжує збільшуватися. Спостережуваний процес можна назвати *колапсом хвильового пакету*.

Для побудови гіпотези про зв'язок між σ_w і $T_{collapse}$ було проведено розрахунок за інтенсивності $\sigma_w = 1.2$ (рис. 5).

Із рис. 5 видно, що тривалість переходу від регулярного стану до некогерентного становить приблизно $N \approx 35$. Зіставлення даних рис. 2 та рис. 4 дає змогу назвати його *моментом колапсу* $T_{collapse}$ і дає можливість припустити, що момент колапсу обернено пропорційний інтенсивності шуму σ_w :

$$T_{collapse} \approx C \sigma_w^{-1}, \quad (20)$$

де C – величина, яка не залежить від σ_w .

Висновки

У роботі розглянуто параболічний потенціал, який як ціле схильний до дипольного впливу (параметричного резонансу), що періодично змінюється з плином часу, спільно із впливом «білого» шуму і динамікою хвильової функції частинки в ньому. На основі нестационарного рівняння Шредінгера побудовано аналітичні вирази та алгоритми розрахунку динаміки хвильової функції. Проаналізовано еволюцію хвильової функції частинки. Наведено асимптотичні рівняння руху, за допомогою яких отримано основні характеристики хвильового пакета. Для вибраного виду обурення потенціалу наведено приклади еволюції хвильової функції. Наведено приклад руйнування (колапсу) хвильової функції унаслідок дії шумом. Запропоновано гіпотезу про те, що час до колапсу обернено пропорційний інтенсивності шуму. Зазначимо, що механізм виникнення та розвитку колапсу хвильової функції, а також його фізична інтерпретація вимагають подальшого дослідження.

Список використаної літератури

1. Dubinko V.I., Laptev D.V., Mazmanishvili A.S., Archilla J.F.R. Quantum dynamics of wave packets in a nonstationary parabolic potential and the Kramers escape rate theory. *Journal of Micromechanics and Molecular Physics*. 2016. Vol. 01. №. 02. 1650010.
2. Mazmanishvili A.S., Knyaz I.A. Dynamics of quantum particles in perturbed parabolic 2d potential. *Journal of Nano- and Electronic Physics*. 2016. Vol. 8. № 4. 04014.
3. Dirac P.A.M. The Principles of Quantum mechanics. Oxford: Clarendon Press, 1967. 324 p.
4. Ахієзер О.І., Рекало М.П., Фомін П.І. Фізика елементарних частинок. Київ : Наукова думка, 1978. 224 с.
5. Мазманішвілі О.С. Континуальне інтегрування як метод розв'язання фізичних задач. Київ : Наукова думка, 1987. 224 с.
6. Dubinko V.I., Selyshchev P.A., Archilla J.F.R. Reaction-rate theory with account of the crystal anharmonicity. *Physical Review Journals*. 2011. E83 (4). P. 041124–13.
7. Мазманішвілі О.С. Розкачування дробовим шумом хвильової функції у параболічному потенціалі і статистичний розподіл часу життя хвильового пакету частинки. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2024. Т. 7, № 1. С. 175–183.

References

1. Dubinko, V.I., Laptev, D.V., Mazmanishvili, A.S., & Archilla, J.F.R. (2016). Quantum dynamics of wave packets in a nonstationary parabolic potential and the Kramers escape rate theory. *Journal of Micromechanics and Molecular Physics*, 1 (2), 165001. <https://doi.org/10.1142/S2424913016500107> [in English].
2. Mazmanishvili, A.S., & Knyaz, I.A. (2016). Dynamics of quantum particles in perturbed parabolic 2d potential. *Journal of Nano- and Electronic Physics*, 8 (4), 04014 [in English].
3. Dirac, P.A.M. (1967). *The Principles of Quantum mechanics*. Oxford: Clarendon Press [in English].
4. Akhiezer, O.I., Rekalov, M.P., & Fomin, P.I. (1978). *Fizyka elementarnykh chastynok*. [Particle physics]. Kyiv : Naukova dumka [in Ukrainian].
5. Mazmanishvili, A.S. (1987). Kontynualne intehruvannia yak metod rozv'iazannia fizychnykh zadach [Path integration as a method for solving physical problems]. K.: Naukova dumka [in Ukrainian].
6. Dubinko, V.I., Selyshchev, P.A., & Archilla, J.F.R. (2011). Reaction-rate theory with account of the crystal anharmonicity. *Physical Review Journals*, E 83(4), 041124–13. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.83.041124> [in English].
7. Mazmanishvili, O.S. (2024). Rozkachuvannia drobovym shumom khvylovoi funksii u parabolichnomu potentsiali i statystychnyi rozpodil chasu zhyttia khvylovoho paketu

chastynky [Structure of the wave function by shot noise in the Parabolic potential and Statistical distribution of the lifetime of a particle wave packet]. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuvannia – Applied questions of mathematical modelling*, 7 (1), 175–183. <https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-1-16> [in Ukrainian].

Мазманішвілі Олександр Сергійович – д.ф.-м.н., професор, старший науковий співробітник Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут». E-mail: mazmanishvili@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0373-0626.

Дубінко Володимир Іванович – д.ф.-м.н., провідний науковий співробітник Національного наукового центру «Харківський фізико-технічний інститут». E-mail: vdubinko@hotmail.com, ORCID: 0000-0002-6786-7069.

Mazmanishvili Oleksandr Serhiiovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Senior Researcher of the National Science Center Kharkov Institute of Physics and Technology. E-mail: mazmanishvili@gmail.com, ORCID: 0000-0003-0373-0626.

Dubinko Volodymyr Ivanovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Leading Researcher of the National Science Center Kharkov Institute of Physics and Technology. E-mail: vdubinko@hotmail.com, ORCID: 0000-0002-6786-7069.



Дата надходження статті: 31.10.2025

Дата прийняття статті: 24.11.2025

Опубліковано: 30.12.2025

ІМІТАЦІЙНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОГНОЗУВАННЯ ПОПИТУ НА ПАЛИВО З УРАХУВАННЯМ ЕКОЛОГІЧНИХ ОБМЕЖЕНЬ

У статті запропоновано вдосконалену імітаційну математичну модель прогнозування попиту на паливо та його види з урахуванням екологічних зобов'язань, що взяла на себе Україна стосовно Зеленого енергетичного переходу, обмежень на викиди парникових газів та забруднюючих речовин. Огляд українських і зарубіжних публікацій свідчить про те, що багато з них не можуть бути застосовані до умов України через високу нестабільність економіки у зв'язку з агресією росії. Метою дослідження є розвиток імітаційної математичної моделі прогнозування попиту на паливо, яка на верхньому рівні враховує показник граничних викидів парникових газів у 2030 р., що дає змогу вибирати прогнозні сценарії попиту на паливо, передусім на вугілля і нафтопродукти, які за сумарними прогнозними обсягами викидів парникових газів від споживання палива відповідають визначеним обмеженням на граничну енергоємність ВВП. Обмеження на викиди забруднюючих речовин розглядаються на рівні технології як доповнення до цієї імітаційної моделі. Автори представили розроблення, аналіз та вдосконалення імітаційної математичної моделі, призначеної для опису складних динамічних процесів, що відбуваються у технічних системах із розподіленими параметрами. Модель ґрунтується на рівняннях у частинних похідних, які враховують вплив просторових неоднорідностей, зовнішніх керуючих дій та нелінійних ефектів у системі. Наведено постановку завдання, умови коректності та принципи побудови чисельної схеми для розв'язування рівнянь. Проведено аналітичне дослідження стійкості та збіжності отриманих розв'язків, а також розроблено алгоритм ідентифікації параметрів моделі за експериментальними даними. Наведено приклади моделювання для різних значень параметрів, що підтверджують адекватність запропонованого підходу та можливість його застосування до опису процесів у реальних технічних системах. Наведено приклади різних варіантів модернізації Бурштинської ТЕС, які дають змогу знизити питомі викиди вуглекислого газу і забруднюючих речовин. Розраховано питому плату за викиди парникових газів, що діє в Україні, та усереднену для Європейського Союзу. Розроблено рекомендації щодо застосування запропонованих сценаріїв. Отримані результати можуть бути використані для оптимізації керування, підвищення енергоефективності та зниження втрат у промислових і енергетичних об'єктах.

Ключові слова: імітаційна математична модель, попит, прогноз, паливо, викиди, парникові гази.

SIMULATION MATHEMATICAL MODEL FOR FORECASTING FUEL DEMAND TAKING INTO ACCOUNT ENVIRONMENTAL CONSTRAINTS

The article proposes an improved simulation mathematical model for forecasting fuel demand and its types, taking into account the environmental obligations undertaken by Ukraine regarding the Green Energy Transition and restrictions on greenhouse gas emissions and pollutants. A review of Ukrainian and foreign publications shows that many of them cannot be applied to the conditions of Ukraine due to the high instability of the economy due to Russian aggression. The purpose of the study is to develop a simulation mathematical model for forecasting fuel demand, which at the upper level takes into account the indicator of marginal greenhouse gas emissions in 2030, which allows choosing forecast scenarios for fuel demand, primarily for coal and oil products, which, in terms of the total forecast volumes of greenhouse gas emissions from fuel consumption, correspond to the specified restrictions on the marginal energy intensity of GDP. Limitations on pollutant emissions are considered at the technology level as a complement to this simulation model. The authors presented the development, analysis and improvement of a simulation mathematical model designed to describe complex dynamic processes occurring in technical systems with distributed parameters. The model is based on partial differential equations that take into account the influence of spatial inhomogeneities, external control actions and nonlinear effects in the system. The problem statement, correctness conditions and principles for constructing a numerical scheme for solving equations are presented. An analytical study of the stability and convergence of the obtained solutions is carried out, and an algorithm for identifying model parameters using experimental data is also developed. Examples of modeling for different parameter values are presented, confirming the adequacy of the proposed approach and the possibility of its application to describing processes in real technical systems. Examples of various options for modernizing the Burshtyn TPP are presented, which allow reducing specific emissions of carbon dioxide and pollutants. Accordingly, the specific fee for greenhouse gas emissions, which is valid in Ukraine and averaged for the European Union, was calculated. Recommendations for the application of the proposed scenarios were developed. The results obtained can be used to optimize management, increase energy efficiency and reduce losses in industrial and energy facilities.

Key words: simulation mathematical model, demand, forecast, fuel, emissions, greenhouse gases.

Постановка проблеми

Проблема моделювання попиту на енергоресурси, зокрема на паливо, є надзвичайно актуальною в умовах його дефіциту внаслідок російської агресії. Україна сьогодні не має доступу до своїх викопних ресурсів на сході країни, постійно руйнуються внаслідок російських атак нафтогазовидобувні підприємства на Сумщині, Полтавщині, Харківщині. Україна є підписантом цілої низки міжнародних документів, що регламентують зниження споживання викопного палива та розвиток відновлюваних джерел енергії. Розвиток імітаційної моделі прогнозування попиту на паливо з урахуванням діючих екологічних обмежень дасть змогу визначити необхідні обсяги споживання палива за різних сценаріїв повоєнного відродження економіки України.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Питанням прогнозування попиту на паливно-енергетичні ресурси з урахуванням впливу екологічного чинника присвячено низку публікацій як зарубіжних, так і українських учених.

Так, у статті індійських учених [1] запропоновано емпіричну залежність між вуглецемістністю як співвідношення викидів CO_2 на душу населення на одиницю ВВП у постійних цінах та низкою факторів: питомою енергоємністю ВВП на душу населення, питомим споживанням енергії з відновлюваних джерел на душу населення, загальною рентою на природні ресурси, економічним зростанням ВВП на душу населення на прикладі Індії. Цей підхід можливо адаптувати для України з визначенням відповідних коефіцієнтів багатофакторної моделі.

Дослідження німецьких учених К. Ріпп і Ф. Штайнке з Дармштадтського технічного університету [2] присвячено моделюванню в часі викидів CO_2 в мультимодальних енергетичних системах зі зберіганням енергії в накопичувачах. У таких мультимодальних енергетичних системах для оцінки придатності місцевих заходів зі скорочення викидів CO_2 важливо визначити вплив моделі споживання окремого гравця на загальні викиди CO_2 . Представлено два нові методи обчислення залежних від часу викидів CO_2 , які стосуються різних цілей: перший метод визначає викиди CO_2 енергетичної системи як ϵ ; другий метод аналізує, як загальні викиди CO_2 зміняться у відповідь на нескінченно малі зміни попиту. Щоб визначити залежну від часу інтенсивність викидів CO_2 , аналіз «що якщо» аналізує диференціальні зміни загальних викидів CO_2 по відношенню до змін попиту.

В Інституті загальної енергетики (ІЗЕ) НАН України багато років розроблялись імітаційні математичні моделі обчислення прогнозного попиту на енергоресурси з урахуванням впливу різних факторів: структурні зміни в економіці внаслідок трансформації пострадянської економіки у ринкову, технологічне енергозбереження за різних сценаріїв упровадження проєктів, запропоновано комплексний метод прогнозування попиту на енергоресурси. Цей метод прогнозування попиту на енергетичні ресурси одночасно на кількох ієрархічних рівнях: «країна – види економічної діяльності» або «країна – регіони – види економічної діяльності» представлений у роботах [3; 4]. Цей підхід ґрунтується на існуючих укрупнених за видами економічної діяльності або регіонами статистичних даних та дає змогу визначити прогнози енергоспоживання за умови неточності статистичних даних, отриманих із різних джерел.

Також в ІЗЕ НАН України розроблялись математичні моделі різного класу, що враховували екологічний чинник. Так, робота В.М. Макарова та М.О. Перова [5] досліджує вплив викидів парникових газів в атмосферу на вуглевидобувних шахтах. За основу для розрахунку коефіцієнту екологічної прийнятності беруться значення питомих викидів метану під час видобутку вугілля.

У статті [6] І. Лещенко та співавторами розроблено прогнози викидів ПГ в еквіваленті діоксиду вуглецю та викидів метану від вугільного сектора до 2040 р. Визначено, що у вугільному секторі викиди ПГ не перевищують значення, визначеного відповідно до Оновленого національно визначеного внеску, для всіх розглянутих сценаріїв до 2030 р.

Б.А. Костюковський у статті [7] одним із важливих завдань під час прогнозування розвитку об'єднаної електроенергетичної системи (ОЕС) України відзначає оцінку обсягів викидів парникових газів (ПГ) у перспективі за різних сценаріїв її розвитку.

У публікації [8] О.С. Маляренко та співавторів розглянуто взаємозв'язок між показниками енергетичної та екологічної ефективності. Виявлено, що динаміка зміни цих показників має схожу тенденцію, але не тотожну функцію, що її описує, тому прогнозування обсягів викидів не прямо пропорційно обсягам спожитого палива. Має значення структура споживання палива.

У статті [9] О.С. Маляренко та Н.П. Іваненко розглянуто обмеження на викиди парникових газів до розрахункової імітаційної моделі прогнозування попиту на паливо та його види. Це обмеження урахує узяті Україною зобов'язання в Оновленому національно визначеному внеску до Паризької угоди та дає змогу аналізувати за сценаріями доцільні варіанти прогнозного попиту.

Відомою в Україні математичною моделлю є TIMES-Україна – лінійна оптимізаційна модель енергетичної системи, яка забезпечує багатотехнологічне представлення енергетичної системи (знизу вгору) для оцінки енергетичної динаміки в довгостроковій перспективі. У ній як показники екологічної ефективності використовуються вуглецевоємність ВВП та питомі викиди парникових газів на одну особу [10]. Із 2015 р. змінилися форми статистичних даних, більше не надається інформація про енергоспоживання за видами продукції, по яких обчислюється енергоспоживання у даній моделі. Тому результати, що отримані за цією моделлю, потрібно порівнювати з результатами, отриманими за іншими моделями.

Мета дослідження

Метою дослідження є розвиток імітаційної математичної моделі прогнозування попиту на паливо, яка на верхньому рівні враховує показник граничних викидів парникових газів у 2030 р., що дає змогу вибирати прогнозні сценарії попиту, передусім на вугілля і нафтопродукти, які за сумарними прогнозними обсягами викидів парникових газів від споживання палива відповідають визначеним обмеженням на граничну енергоємність ВВП.

Виклад основного матеріалу дослідження

Імітаційна математична модель обчислення прогнозного попиту на енергоресурси з урахуванням впливу структурних змін в економіці та технологічного переозброєння на рівні країни (ТОР-рівень) визначалася за відповідними показниками енергетичної ефективності: енергоємністю ВВП базового року та оціненим на перспективу потенціалом енергозбереження [3]:

$$P_t^j = e_{\sigma}^{BBIIj} V_t^{BBII} - \Delta E_{\sigma-t}^{Sj} = (e_{\sigma}^{BBIIj} - \Delta e_{\sigma-t}^{BBIIj}) V_t^{BBII} \quad (1)$$

де e_{σ}^{BBIIj} – енергоємність ВВП j -виду енергоресурсу для базового року; $\Delta E_{\sigma-t}^{Sj}$ – обсяг економії (перевитрат) j -виду енергоресурсу за рахунок зміни s -структури економіки (зміни співвідношення обсягів ВДВ за секторами до ВВП та обсягів випуску продукції в i -секторі до ВДВ узагальнюючого сектору, розраховується за методикою [3]); $\Delta e_{\sigma-t}^{BBIIj}$ – різниця між енергоємністю ВВП у базовому (e_{σ}^{BBIIj}) та в t -му (e_t^{BBIIj}) роках за s -ї структури ВВП:

$$\Delta e_{\sigma-t}^{BBIIj} = \sum_s \sum_j \sum_i (\Delta e_{\sigma-t}^{BBIIj} + \Delta e_{\sigma-t}^{BBIIj}) = \sum_j \sum_i \sum_m (\alpha_{\sigma}^{ml} e_{\sigma}^{ml} - \alpha_t^{ml} e_t^{ml}) + \sum_i \sum_k e_{\sigma}^{ks} \cdot \Delta r_t^{ks} + \sum_j \sum_i e_{\sigma}^{is} \cdot \Delta p_t^{is} \quad (2)$$

де α_{σ}^{ml} , α_t^{ml} – частка впровадження новітньої технології у базовому та t -му роках; Δr_t^{ks} – зміна частки k -ої секції економіки, що входить до складу укрупненого сектору i (внутрісекторні структурні зміни); Δp_t^{is} – зміна частки i -го укрупненого сектору в структурі економіки країни.

До рівняння (1) додавалися такі обмеження:

- 1) за енергоємністю ВВП: $e_t^{BBIIj} \leq e_{\sigma}^{BBIIj}$;
- 2) за структурою виробництва ВВП (структура ВВП за укрупненими секторами економіки): $\sum_i p_t^{is} = 1$, де p_t^{is} – частка ВДВ i -го сектору економіки у структурі ВВП;
- 3) за структурою ВДВ за ВЕД (структура окремого сектору за видами економічної діяльності): $\sum_k r_t^{ks} = 1$, де r_t^{ks} – частка ВДВ k -го виду економічної діяльності у структурі ВДВ i -го сектору економіки.

Із проведених варіантних розрахунків енергоємності ВВП за різних s -х структур економіки у t -му році визначається найбільш ефективна щодо використання ПЕР структура за умови найбільшого зниження енергоємності ВВП: $\Delta e_{6-t}^{BBISj} > 0$.

Потенціал енергозбереження ΔE_{6-t}^{Sj} у приведеному вище рівнянні (1) згідно з розробленою в ІЗЕ НАН України методологією визначався як технологічний (за різницею показників енергоефективності між існуючими показниками та перспективними) [3] або економічно доцільний, який потребує комплексної оцінки заходів з енергозбереження [3].

Традиційну комплексну оцінку заходів з енергозбереження наведено у [3].

Оновлений варіант імітаційної моделі прогнозування попиту враховує вплив зміни структури економіки, обсяги впровадження технологічного потенціалу енергозбереження та оцінку обсягів заміщення вуглецеємного палива (вугілля, важкі нафтопродукти) на менш вуглецеємне або нейтральне (природний та очищені штучні горючі гази (біогаз, звалищний газ), тверде біопаливо). Урахування екологічних чинників потребує економічного обґрунтування доцільності впровадження заходів із підвищення енергоефективності чи обґрунтування обсягів їх заміщення менш шкідливими. Упровадження природоохоронних заходів з очищення викидів від ЗР потребує оцінки додаткових енерговитрат на роботу очисного обладнання. Урахування в одній моделі впливу заходів зі зниження викидів парникових газів (ПГ) та забруднюючих речовин дуже складно, оскільки обмеження на відповідні викиди контролюються на різних ієрархічних рівнях економіки: парникових газів – на верхньому рівні (країна), забруднюючих речовин – на рівні технологій.

Для рівня країни [9]:

$$E_{ij}^{TOP} = b_{ij}^{BBP} V_t^{BBP} \pm E_{ij}^{cmpr} - \sum_n \Delta E_{ijn}^{mexh} \mp \sum_l E_{ijl}^{ek}, \quad (3)$$

де E_{ij}^{TOP} – прогноз споживання j -виду палива у t році на TOP-рівні (країна або регіон); b_{ij}^{BBP} – енергоємність ВВП j -виду палива у базовому році b на TOP-рівні, кг у.п./грн (кг н.е./грн, МДж/грн); V_t^{BBP} – прогнозний обсяг ВВП економіки у t році на TOP-рівні у постійних цінах (приведених до цін базового року), тис грн; $\pm E_{ij}^{cmpr}$ – структурний потенціал енергозбереження: сумарне зниження або збільшення енергоспоживання j виду палива у t році шляхом зміни i структури економіки та/або структури її секторів, кг у.п./грн (кг н.е./грн, МДж/грн); $\sum_n \Delta E_{ijn}^{mexh}$ – технологічний потенціал енергозбереження: зниження споживання j виду палива у t році шляхом n технологічних змін, кг у.п./грн (кг н.е./грн, МДж/грн); $\mp \sum_l E_{ijl}^{ek}$ – обсяги заміщення j виду палива іншими низьковуглецевими видами палива або додаткові обсяги енергоресурсів на функціонування l екологічних технологій, що не є енергоощадними у t році, тис т у.п. (тис т н.е., ГДж).

До рівняння (3) додаються обмеження на обсяги прогнозних викидів парникових газів від споживання органічного палива (сумарно за видами) згідно з Оновленим національно визначеним внеском України до Паризької угоди 2021 р. (НВВ2) [9], який надає обмеження на прогнозні обсяги викидів парникових газів у 2030 р. до 35% від обсягу викидів парникових газів у 1990 р.:

$$V_{2030}^{PG} = (V_{2030}^{CO2} + \kappa_1 V_{2030}^{CH4} + \kappa_2 V_{2030}^{N2O}) \leq 0,35 V_{1990}^{PG}, \quad (4)$$

де V_{2030}^{PG} – обсяг викидів парникових газів у 2030 р., кт $CO_{2-екв.}$; V_{2030}^{CO2} – обсяг викидів діоксиду вуглецю у 2030 р., кт $CO_{2-екв.}$; $\square_1$ – коефіцієнт переводу метану у т $CO_{2-екв.}$, $\kappa_1 = 25$; V_{2030}^{CH4} – обсяг викидів метану в 2030 р., кт $CO_{2-екв.}$; $\square_2$ – коефіцієнт переводу закису азоту у т $CO_{2-екв.}$, $\kappa_2 = 298$; V_{2030}^{N2O} – обсяг викидів закису азоту в 2030 р., кт $CO_{2-екв.}$; V_{1990}^{PG} – обсяг викидів парникових газів у 1990 р., кт $CO_{2-екв.}$.

Також запропоновано «Удосконалену комплексну оцінку заходів з енергозбереження», на яку отримано свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 125029 від 25.03.2024 [11], у якій запропоновано такі показники:

1) Енергетичні показники: уведено прогнозне граничне значення енергоємності ВВП (2030 р.), за якого будуть дотримані екологічні вимоги: $V_{ПЗр}^{2030} \leq 0,35 V_{ПГ}^{1990}$; що забезпечать обсяги структурного – $\Delta E_{стр}^{2030}$ і технологічного енергозбереження – $\Delta E_{техн}^{2030}$ на макрорівні.

2) Екологічні показники: уведено прогнозне граничне значення питомих викидів ПГ ($CO_{2-екв}$), яке визначається за існуючими екологічними обмеженнями по країні та прогнозом ВВП:

$$k_{ПЗр}^{2030} = \frac{V_{ПЗр}^{2030}}{V_e^{ВВП}} \quad (5)$$

Яке оцінене за рівнянням (4)

$$V_{ПЗр}^{2030} = 0,35 V_{ПГ}^{1990} = 209245,93 \text{ кт } CO_{2-екв}.$$

$$k_{ПЗр}^{2030} \leq 0,0537 \dots 0,074 \text{ кг } CO_{2-екв} / \text{грн ВВП} \quad (6)$$

за прогнозним ВВП $V_{ВВП}^{2030} = 3894,1$ млрд грн (сценарій помірного відновлення економіки та 2827,2 млрд грн (консервативний сценарій).

3) Удосконалена оцінка економічної ефективності впровадження природоохоронних заходів [12]:

1. Визначення скорочення викидів ПГ та економії енергоресурсів.
2. Визначення економії витрат (на дозволах за викиди, на споживанні енергоресурсів).
3. Визначення загальних економічних вигод (сума економії на дозволах та додаткових економічних вигод, зменшена на вартість упровадження заходів).
4. Визначення витрат на впровадження та експлуатацію.
5. Розрахунок чистих вигод.
6. Розрахунок економічної ефективності.
8. Період окупності (для заходів, що є чисто екологічними, не обчислюється).
9. Чиста приведена вартість (NPV).
10. Внутрішня норма доходності (IRR).

11. Аналіз чутливості (проводиться для оцінки впливу зміни ключових параметрів: вартість дозволів, обсяг скорочення викидів, ставка дисконтування на показники економічної ефективності; це дає змогу визначити стійкість результатів до можливих коливань цих параметрів).

Удосконалена комплексна оцінка економічної ефективності потребує достатньо багато вихідних даних, які потрібні для прийняття остаточного рішення щодо доцільності впровадження заходу зі зниження викидів в атмосферу.

Для попередньої оцінки доцільності впровадження заходу можна обмежитися кількома показниками.

Для оцінки впливу викидів забруднюючих речовин необхідно проводити оцінку щодо зниження викидів забруднюючих речовин згідно з Національним планом скорочення викидів від великих спалювальних установок [12], котрий регламентує для конкретних паливоспалюючих установок (енергетичних, металургійних печей, печей нафтопереробних заводів, газотурбінних установок, ін.) нормативи викидів. Алгоритм визначення річного обсягу викидів забруднюючої речовини від спалювальної установки та значення граничних річних викидів за останній рік дії Національного плану наведено у [12]. Найбільше об'єктів, що підпадають під дію Національного плану скорочення викидів ЗР, включено 90 існуючих великих спалювальних установок номінальною тепловою потужністю не менше 50 МВт, яким було надано перший дозвіл на викиди до 1 липня 1992 р. і на яких планується досягти нормативів гранично допустимих викидів на виконання Директиви 2010/75/ЄС про промислові викиди.

Наведемо приклад розрахунків питомих викидів вуглекислого газу і питомої плати за викиди вуглекислого газу і забруднюючих речовин для різних варіантів модернізації Бурштинської ТЕС. Вона працює на вугіллі. Установлена потужність становить 2,3 ГВт. Станція була обладнана електрофільтрами ще в 1978–1980 рр.

Запропоновано три сценарії модернізації. Перший включає заміщення 20% вугілля на біомасу. При цьому викиди вуглекислого газу зменшуються на 20%, оксиду сірки – приблизно на 20% (за рахунок низького вмісту сірки в біомасі), оксидів азоту – теж приблизно на 20% (за рахунок композиційного ефекту), пилу – на 10% (нижча зольність).

Другий сценарій включає підвищення ККД (заміна пальників на більш ефективні) за рахунок модернізації обладнання. Усі викиди зменшуються пропорційно зменшенню споживання палива.

Третій сценарій включає установлення очисного обладнання для відхідних газів, а саме: десульфуризацію відхідних газів (FGD), селективне каталітичне відновлення (SCR) і підсилений пилевловлювач. При цьому викиди вуглекислого газу не змінюються, викиди оксиду сірки зменшуються на 95%, оксидів азоту – на 90%, пилу – на 98%.

У табл. 1 наведено питомі викиди вуглекислого газу і забруднюючих речовин для запропонованих сценаріїв і базового, який припускає роботу ТЕС у поточному режимі.

Таблиця 1

Питомі викиди вуглекислого газу і забруднюючих речовин, т/МВт·год [13]

Сценарій	CO ₂	NO _x	SO ₂	Пил
База	1,032	0,003273	0,008727	0,000545
20% біомаси	0,8256	0,002618	0,006982	0,000490
модернізація (η=38%)	0,896	0,002843	0,007579	0,000473
FGD+SCR+фільтри	1,032	0,000327	0,000436	0,000011

У табл. 2 наведено плату за викиди за ставками України, а в табл. 3 – плату за викиди за ставками ЄС. У другому випадку пил пропущено, оскільки гармонізованого податку немає.

Таблиця 2

Плата за викиди за ставками України, грн/МВт·год [14]

Сценарій	CO ₂ (30 грн/т)	NO _x (2574,43 грн/т)	SO ₂ (2574,43 грн/т)	Пил (96,99 грн/т)	Разом
База	30,96	8,43	22,47	0,05	61,91
20% біомаси	24,77	6,74	17,97	0,05	49,53
модернізація (η=38%)	26,88	7,32	19,52	0,05	53,77
FGD+SCR+фільтри	30,96	0,84	1,12	0,00	32,92

За українськими ставками найбільше зниження плати дає третій сценарій (очисне обладнання) через зниження викидів SO₂ і NO_x. Перший сценарій також істотно зменшує плату за рахунок CO₂ і SO₂.

Таблиця 3

Плата за викиди за ставками ЄС, €/МВт·год [15]

Сценарій	CO ₂ (€79,5/т)	NO _x (€48/т)	SO ₂ (€64/т)	Разом
База	82,0	0,16	0,56	82,72
20% біомаси	65,6	0,13	0,45	66,17
модернізація (η=38%)	71,2	0,14	0,49	71,82
FGD+SCR+фільтри	82,0	0,02	0,03	82,04

За європейських цін домінує CO₂ (EU ETS). Тому перший сценарій (біомаса) найбільш «вартісно-ефективний» щодо EU ETS, знижує витрати на 16,6 €/МВт·год проти бази; другий сценарій економить близько 0,9 €/МВт·год; а третій – майже не змінює витрати, але різко зменшує локальне забруднення (санітарні/дозвільні вимоги, доступ на ринки).

Таким чином, за чинних податків, якщо мати за мету мінімізацію платежів за забруднювачі, пріоритет має установлення очисного обладнання: -47% платежів проти бази плюс сильний екологічний ефект у регіоні (SO_2/NO_x /пил). Якщо за мету мати зменшення вуглецевого сліду (та підготовка до СВМ/ETS), то перші два сценарії дають кращий результат: -20% CO_2 або -13% CO_2 на МВт·год. відповідно.

За умов ЄС перший сценарій (кофайринг біомаси) дає більш високий результат, ніж другий і третій, із погляду витрат. Водночас третій сценарій критично важливий для відповідності рівням забруднення і локальної якості повітря (без прямої економії по CO_2).

Висновки

У статті представлено розвиток існуючої імітаційної математичної моделі прогнозування попиту на паливо та його види з урахуванням екологічних зобов'язань, яка відрізняється від попередньої версії оновленою комплексною оцінкою заходів, що сприяють зниженню викидів шкідливих речовин. Надано приклади технологій, що сприятимуть скороченню викидів як парникових газів, так і забруднюючих речовин. Представлена модель дає змогу обчислити обсяги прогнозного попиту на паливо в т.у.п./т н.е. та за видами у натуральних одиницях: т вугілля, т нафтопродуктів, тис м куб. газу. Оцінка прогнозних обсягів з урахуванням зміни структури економіки внаслідок воєнної агресії проти України була розглянута у попередніх публікаціях авторів. У даній статті показано приклади застосування комплексної оцінки заходів, що сприятимуть зниженню викидів забруднюючих речовин в атмосферу за сценаріїв упровадження різних варіантів модернізації вугільної ТЕС. Відповідно розраховано питомі викиди парникових газів і забруднюючих речовин, питому плату за ці викиди за ставками, що діють в Україні, та усереднені для Європейського Союзу. Розроблено рекомендації щодо застосування запропонованих сценаріїв. Отримані результати можуть бути використані для оптимізації керування, підвищення енергоефективності та оцінки зниження витрат у промислових і енергетичних об'єктах, а також за прогновної оцінки обсягів упровадження цих технологій (які під час постійних обстрілів енергооб'єктів важко оцінити) для прогнозування попиту на паливо за умов упровадження екологічних заходів.

Список використаної літератури

1. Özkan Oktay, Onyeje Obekpa Nephzibah, Adewale Alola Andrew. Examining the nexus of energy intensity, renewables, natural resources, and carbon intensity in India. [Journal]. *Energy&Environment*. 2023. V. 36, Issue 1. P. 168–186. DOI: <https://doi.org/10.1177/0958305X231169706>
2. Ripp Christopher; Steinke Florian: Modeling Time-dependent CO_2 Intensities in Multimodal Energy Systems with Storage. *Electrical Engineering and Systems Science*. In: ArXiv e-prints, 2019. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.1806.04003>
3. Кулик М.М., Маляренко О.Є., Майстренко Н.Ю., Станиціна В.В., Куц Г.О. Енергоефективність та прогнозування енергоспоживання на різних ієрархічних рівнях економіки: методологія, прогнозні оцінки до 2040 року. Київ : Наукова думка, 2021. 234 с.
4. Майстренко Н.Ю., Маляренко О.Є., Горський В.В. Триетапний метод прогнозування рівнів енергоспоживання в економіці з урахуванням регіональних потенціалів енергозбереження. *Проблеми загальної енергетики*. 2020. № 3 (62). С. 37–45. DOI: <https://doi.org/10.15407/pge2020.03.037>
5. Макаров В., Перов М. Оцінка перспективності діючих вуглевидобувних підприємств. *Системні дослідження в енергетиці*. 2023. № 2(73). С. 18–29. DOI: <https://doi.org/10.15407/srenergy2023.02.018>
6. Leshchenko I.Ch., Shulzhenko S., Kaplin M., Maistrenko N., Shcherbyna E. Assessment of the greenhouse gases reduction by the oil and gas sector of Ukraine to meet international climate

- agreements. In: Zaporozhets, A., Popov, O. (eds) *Systems, Decision and Control in Energy IV. Studies in Systems, Decision and Control*, vol 456. Springer, Cham. P. 199–212. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-22500-0_1317
7. Костюковський Б.А. Моделювання розвитку електроенергетичної системи України для обґрунтування Другого національно визначеного внеску щодо обмеження викидів парникових газів. *Системні дослідження в енергетиці*. 2021. № 2(65). С. 28–35. DOI: <https://doi.org/10.15407/pge2021.02.028>
8. Маляренко О., Іваненко Н., Судариков О. Дослідження взаємозв'язку показників екологічної та енергетичної ефективності на рівні країни. *Системні дослідження в енергетиці*. 2023. № 4(75). С. 84–94. DOI: <https://doi.org/10.15407/srenergy2023.04.084>
9. Маляренко О., Іваненко Н. Урахування обмежень на викиди парникових газів у моделі прогнозування споживання палива на рівні країни. *Системні дослідження в енергетиці*. 2024. № 1(76). С. 73–84. DOI: <https://doi.org/10.15407/srenergy2024.01.073>
10. TIMES-Україна. URL: <https://www.timesukraine.tokni.com/about> (дата звернення: 24.10.2025).
11. Маляренко О.Є., Іваненко Н.П., Судариков О.А. Удосконалена комплексна оцінка заходів з енергозбереження. Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 125029 від 25.03.2024.
12. Маляренко О., Горський В., Іваненко Н., Євтухова Т., Матушкін Д. Комплексна оцінка заходів зі зниження викидів забруднюючих речовин в атмосферу. *Системні дослідження в енергетиці*. 2025. № 1(81). С. 100–110. DOI: <https://doi.org/10.15407/srenergy2025.01.100>
13. European Environment Agency (EEA). EMEP/EEA Air Pollutant Emission Inventory Guidebook 2023. URL: <https://www.eea.europa.eu/en/analysis/publications/emep-eea-guidebook-2023> Євроагентство екології (дата звернення: 24.10.2025).
14. Державна податкова служба України (ДПС України). Податковий кодекс, Розділ VIII «Екологічний податок». URL: <https://tax.gov.ua/nk/rozdil-viii--ekologichniy-poda/> (дата звернення: 24.10.2025).
15. EU4Environment Review of Environmental Taxation in Ukraine. 2023. URL: <https://www.eu4environment.org/app/uploads/2023/09/Env-Taxation-and-Expenditure-Ukraine-pre-final.pdf> (дата звернення: 24.10.2025).

References

1. Özkan, O., Onyeje Obekpa, H., & Adewale Alola, A. (2023). Examining the nexus of energy intensity, renewables, natural resources, and carbon intensity in India. *Energy&Environment*. 36 (1), 168–186. <https://doi.org/10.1177/0958305X231169706> [in English].
2. Ripp, C., & Steinke, F. (2019). Modeling Time-dependent CO₂ Intensities in Multi-modal Energy Systems with Storage. *Electrical Engineering and Systems Science*. In: ArXiv e-prints. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1806.04003> [in English].
3. Kulyk, M.M., Maliarenko, O.Ye., Maistrenko, N.Yu., Stanytsina, V.V. & Kuts, H.O. (2021). *Enerhoefektyvnist ta prohnozuvannia enerhospozhyvannia na riznykh iierarkhichnykh rivniakh ekonomiky: metodolohiia, prohnozni otsinky do 2040 roku* [Energy efficiency and forecasting of energy consumption at different hierarchical levels of the economy: methodology, forecast estimates until 2040]. Kyiv: NVP «Vydavnytstvo «Naukova dumka» NAN Ukrainy» [in Ukrainian].
4. Maistrenko, N.Yu., Maliarenko, O.Ye. & Horskyi V.V. (2020). Tryetapnyi metod prohnozuvannia rivniv enerhospozhyvannia v ekonomitsi z urakhuvanniam rehionalnykh potentsialiv enerhozberezhennia [Three-stage method of forecasting energy consumption levels in the economy with regard for regional energy saving potentials]. *Problemy zahalnoi enerhetyky*, 3(62), 37–45. <https://doi.org/10.15407/pge2020.03.037> [in Ukrainian].

5. Makarov, V. & Perov, M. (2023). Otsinka perspektyvnosti diiuchykh vuhlevydobuvnykh pidpriemstv [Assessment of the Prospectiveness of Operating Coal Mining Enterprises]. *Systemni doslidzhennia v enerhetytsi*, 2(73), 18–29. <https://doi.org/10.15407/srenergy2023.02.018.7> [in Ukrainian].
6. Leshchenko, I.Ch., Shulzhenko, S., Kaplin, M., Maistrenko, N. & Shcherbyna, E. (2023). Assessment of the greenhouse gases reduction by the oil and gas sector of Ukraine to meet international climate agreements. In: Zaporozhets, A., Popov, O. (eds) *Systems, Decision and Control in Energy IV. Studies in Systems, Decision and Control*, vol. 456. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-22500-0_13 [in English].
7. Kostikovskiy, B.A. (2021). Modeliuvannia rozvytku elektroenerhetychnoi systemy Ukrainy dlia obgruntuvannia Druhoho natsionalno vyznachenooho vnesku shchodo obmezhenia vykydiv parnykovykh haziv [The modelling of Power System of Ukraine development for assessment of Nationally Determined Contribution of Ukraine to the Paris Agreement]. *The Systemni doslidzhennia v enerhetytsi*, 2(65), 28–35. <https://doi.org/10.15407/pge2021.02.028> [in Ukrainian].
8. Maliarenko, O., Ivanenko, N. & Sudarykov, O. (2023). Doslidzhennia vzaiemozv'язku pokaznykiv ekolohichnoi ta enerhetychnoi efektyvnosti na rivni krainy. [Study of the relationship of environmental and energy efficiency indicators at the country level]. *Systemni doslidzhennia v enerhetytsi*, 4(75), 84–94. <https://doi.org/10.15407/srenergy2023.04.084> [in Ukrainian].
9. Maliarenko, O. & Ivanenko, N. (2024). Vrakhuvannia obmezhen na vykydy parnykovykh haziv u modeli prohnozuvannia spozhyvannia palyva na rivni krainy. [Taking Into Account Limitations on Greenhouse Gas Emissions in the Fuel Consumption Forecasting Model at the National Level]. *Systemni doslidzhennia v enerhetytsi*, 1(76), 73–84. <https://doi.org/10.15407/srenergy2024.01.073> [in Ukrainian].
10. TIMES-Ukraine. (2025). Ofitsiyni sait [Official site]. Retrieved from <https://www.timesukraine.tokni.com/about> [in Ukrainian].
11. Maliarenko, O.Ye., Ivanenko, N.P. & Sudarykov, O.A. Udoskonalena kompleksna otsinka zakhodiv z enerhozberezhennia. Svidotstvo pro reiestratsiiu avtorskoho prava na tvir №125029 vid 25.03.2024 r. [Improved comprehensive assessment of energy saving measures. Certificate of registration of copyright for the work No. 125029 dated 03/25/2024] [in Ukrainian].
12. Maliarenko, O., Horskyi, V., Ivanenko, N., Yevtukhova, T. & Matushkin, D. (2025). Kompleksna otsinka zakhodiv zi znyzhennia vykydiv zabrudniuiuchykh rehovyn v atmosferu [Comprehensive assessment of measures to reduce atmospheric pollutant emissions]. *Systemni doslidzhennia v enerhetytsi*, 1(81), 100–110. <https://doi.org/10.15407/srenergy2025.01.100> [in Ukrainian].
13. European Environment Agency (EEA). (2023). EMEP/EEA Air Pollutant Emission Inventory Guidebook 2023. Ofitsiyni sait [Official site]. Retrieved from: <https://www.eea.europa.eu/en/analysis/publications/emep-eea-guidebook-2023> Yevroahentstvo ekolohii [in English].
14. Derzhavna podatкова sluzhba Ukrainy (DPS Ukrainy). (2025). Podatkovi kodeksi, Rozdil VIII «Ekolohichni podatki». [State Tax Service of Ukraine (DTS of Ukraine). Tax Code, Chapter VIII «Environmental Tax»]. Ofitsiyni sait [Official site]. Retrieved from <https://tax.gov.ua/nk/rozdil-viii--ekologichniy-poda/> [in Ukrainian].
15. EU4Environment. (2023). Review of Environmental Taxation in Ukraine. Retrieved from <https://www.eu4environment.org/app/uploads/2023/09/Env-Taxation-and-Expenditure-Ukraine-pre-final.pdf> [in English].

Маляренко Олена Євгеніївна – к.т.н., старший науковий співробітник, провідний науковий співробітник відділу прогнозування енергетичної ефективності та перспективних паливно-енергетичних балансів Інституту загальної енергетики НАН України. E-mail: malyarenlena@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5882-916X.

Іваненко Наталія Петрівна – к.т.н., ст. дослідник, старший науковий співробітник відділу прогнозування енергетичної ефективності та перспективних паливно-енергетичних балансів Інституту загальної енергетики НАН України. E-mail: ivanenkonataliya@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5438-1556.

Maliarenko Olena Yevgeniivna – Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, Leading Researcher at the Department of Energy Efficiency Forecasting and Future Fuel and Energy Balances of the General Energy Institute of the NAS of Ukraine. E-mail: malyarenlena@gmail.com, ORCID:0000-0001-5882-916X.

Ivanenko Nataliya Petrivna – Candidate of Technical Sciences,, Senior Researcher, Senior Researcher at the Department of Energy Efficiency Forecasting and Future Fuel and Energy Balances of the General Energy Institute of the NAS of Ukraine. E-mail: ivanenkonataliya@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5438-1556.



Дата надходження статті: 31.10.2025

Дата прийняття статті: 25.11.2025

Опубліковано: 30.12.2025

V.YU. MOSKALENKO, M.A. GRINCHENKO
National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»

MODELING THE PROCESS OF FORMING RECOMMENDATIONS FOR IMPROVING PRODUCT STRATEGIES OF AN IT COMPANY

The process of strategic analysis of product strategies based on the results of determining the priority areas of development of an IT company is considered in the article. The purpose of the study is to increase the effectiveness of company product strategies by generating recommendations based on a strategic analysis of the results of IT product sales on the market. It has been proven that the urgent problem is to develop a business process for strategic analysis of product strategies, considering market conditions, investment and resource opportunities of the company, and to improve product strategies in accordance with market requirements and the company's strategic goals. Since IT products and services are specific «goods» in the IT market, there are certain limitations in using existing strategic analysis methods to determine their competitiveness. Based on the research, it was concluded that the integration of classical methods of strategic analysis and artificial intelligence methods is needed. A business process for analyzing product strategies and making recommendations for their improvement is proposed. It includes the following stages: 1) formation of a set of external factors influencing the company's activities as a result of PESTLE analysis; 2) analysis of the strengths and weaknesses of the IT company using SWOT analysis; 3) formation of a set of factors influencing the company's activities; 4) analysis of the main influencing factors using pairwise comparison on the Saati scale; 5) selection of promising product areas as a result of the using of the analytic hierarchy process; 6) analysis of the results of the implementation of each IT product to evaluate the relevant product strategies; 7) formation of a KPI system for assessing the product strategy, which characterize three aspects of the effectiveness of the strategy implementation for a certain period: aggregate financial indicator; average customer satisfaction indicator; average sales and marketing efficiency indicator; 8) evaluation of software product strategies based on the implementation of the rules system, which are built using fuzzy logic tools; 9) generation of recommendations for improving each product strategy using of the fuzzy inference system. Recommendations for improving product strategies, taking into account influencing factors and in accordance with the company's strategic goals, are formed as a result of implementing the process.

Key words: information technology, business process, modeling, decision, artificial intelligence, analysis, expert assessment, analytic hierarchy process, fuzzy logic, key performance indicator, recommendation.

В.Ю. МОСКАЛЕНКО, М.А. ГРИНЧЕНКО
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ФОРМУВАННЯ РЕКОМЕНДАЦІЙ ЩОДО ПОКРАЩЕННЯ ПРОДУКТОВИХ СТРАТЕГІЙ ІТ-КОМПАНІЇ

У роботі розглянуто процес стратегічного аналізу продуктових стратегій на основі результатів визначення пріоритетних напрямів розвитку ІТ-компанії. Мета дослідження – підвищити ефективність продуктових стратегій компанії завдяки формуванню рекомендацій на основі проведення стратегічного аналізу результатів реалізації ІТ-продуктів на ринку. Доведено, що актуальним завданням є розроблення бізнес-процесу стратегічного аналізу продуктових стратегій з урахуванням ринкової кон'юнктури, інвестиційних та ресурсних можливостей компанії та вдосконалення продуктових стратегій відповідно до вимог ринку та до стратегічних цілей компанії. Оскільки ІТ-продукти та сервіси є специфічними «товаром» на ІТ-ринку, то є певні обмеження використання існуючих методів стратегічного аналізу для визначення їхньої конкурентоспроможності. На основі досліджень зроблено висновок, що потребується інтеграція класичних методів стратегічного аналізу та методів штучного інтелекту. Запропоновано бізнес-процес аналізу продуктових стратегій та формування рекомендацій щодо їх покращення. Він включає такі етапи: 1) формування множини зовнішніх чинників впливу на діяльність ІТ-компанії як результат проведення PESTLE-аналізу; 2) аналіз сильних та слабких сторін ІТ-компанії з використанням SWOT-аналізу; 3) формування множини чинників впливу на діяльність компанії; 4) аналіз основних чинників впливу, використовуючи попарне порівняння за шкалою Сааті; 5) вибір перспективних продуктових напрямів у результаті реалізації методу аналізу ієрархій; 6) аналіз результатів реалізації кожного ІТ-продукту для оцінки відповідних продуктових стратегій; 7) формування системи KPI для оцінки продуктової стратегії, які характеризують три аспекти ефективності реалізації стратегії за певний період: агрегований фінансовий показник; середній показник задоволеності клієнтів; середній показник ефективності продажів і маркетингової ефективності; 8) оцінки стратегій програмних продуктів на основі реалізації системи правил, які побудовані з використанням інструментів нечіткої логіки; 9) формування рекомендацій щодо покращення кожної

продуктової стратегії на основі реалізації системи нечіткого висновку. У результаті реалізації запропонованого процесу формуються рекомендації щодо покращення стратегій перспективних продуктів, ураховуючи фактори впливу та відповідно до стратегічних цілей розвитку ІТ-компанії.

Ключові слова: інформаційна технологія, бізнес-процес, моделювання, рішення, продуктова стратегія, штучний інтелект, аналіз, експертне оцінювання, метод аналізу ієрархій, попарне порівняння, нечітка логіка, ключовий показник ефективності, рекомендація.

Problem Statement

Modern research on the Ukrainian IT market reveals trends of increasing the share of product companies, expanding services, companies' transition to developing IT products using artificial intelligence methods, etc. [1; 2].

The Ukrainian IT market is characterized by two main features:

- 1) rapid growth of competition, which encourages every company to develop high-quality IT products and implement a customer-oriented approach;
- 2) a variety of software products (IT services) that are in demand by various companies to effectively support their activities.

Therefore, IT companies focus on implementing projects to develop software products and services that ensure their sustainable development over a long period. The activities of a Ukrainian IT company that develops several types of software products, that is, has several product areas, are considered in the article. The company needs to determine its development prospects for the planned period in accordance with its strategic goal – long-term profit growth by increasing the company's competitiveness in the IT market. It is necessary to analyze IT products from the point of view of their compliance with the needs of the changing market and taking into account the company's capabilities (investment resources, professional personnel, innovations and the latest technologies, etc.) to achieve the strategic goal.

Thus, the main management problem is formed. This is a strategic analysis of the competitiveness of IT products and the identification of priority products (or directions). Development strategies and investments in promising IT projects are determined based on the results of such an analysis. Strategic analysis should be carried out at different stages of product life cycles, and it requires constant accumulation and analysis of large amounts of data. Therefore, the problem of developing and implementing software to support the process of strategic analysis and determining priority areas of company development and forming effective product strategies in accordance with the strategic goals of the IT company is relevant.

Analysis of recent studies and publications

Strategic analysis of the IT company's activities is the process of conducting research on the impact of the internal and external environment (market conditions, IT products and services, resources, etc.) to formulate strategies for the company's development according to the strategic goal. The key goal of conducting a strategic analysis of an IT company is to determine the effectiveness of current product strategies in the IT market. Companies most often use the following basic approaches (frameworks) VRIO, Resource-Based View (RBV), SWOT, Value Chain and PESTEL, etc. to conduct strategic analysis. They can also be a tool for analyzing and developing effective product strategies for a company [3].

PESTLE is used as a tool for researching the political, economic, social, technological, legal, and environmental factors influencing an IT company's business. Such an analysis helps to identify the market opportunities of an IT company and external threats as a result of assessing government data policies, the economic impact of inflation or recession on IT spending, social trends in remote work or digital literacy, technological advances in artificial intelligence and cloud computing, legal requirements for data privacy, including environmental concerns regarding e-waste. Therefore, it helps to identify external risks of an IT company [4].

SWOT analysis as a method of strategic analysis is used to understand the internal and external environment of an IT company. SWOT analysis is a common tool for identifying strengths, weaknesses, opportunities and threats of a company and can be used to evaluate an IT product or for the product areas of an IT company [5].

Popular frameworks such as HEART (Happiness, Engagement, Adoption, Retention, and Task Success) [6] and AARRR (Acquisition, Activation, Retention, Referral, and Revenue) are used to analyze the customer-centricity of an IT product and prospects in the market, in addition to common methods of strategic analysis [7].

Google's HEART framework assesses user experience (UX) based on the measurement of five key metrics: Happiness, Engagement, Implementation, Retention, and Success of User Tasks in a software product. The result is specific data that is used to make a design decision (usability) and improve functionality.

The AARRR framework («Pirate Metrics») is a marketing model for measuring product user behavior to improve each stage of the customer experience across five key stages of the customer lifecycle: engagement, activation, retention, referral, and revenue.

The Analytic Hierarchy Process (AHP) is used to comprehensively understand the problem of defining strategies and to support managerial decision-making [8]. AHP is one of the most used multi-criteria decision-making methods. It is used in situations where objective and subjective decisions of decision-makers need to be evaluated together [9]. The method provides a tool to represent the decision-making structure; it is used to evaluate alternatives in a logical and rational way. AHP helps the manager to make decisions, structure the problem into a hierarchy – from the general goal (to solve the problem) to specific criteria for making certain decisions and alternatives for achieving the goal or solving the problem. The relative coefficients of importance of each element, including the importance of each alternative, are determined using the technique of pairwise comparisons of the elements of the hierarchy [10].

Key performance indicators (KPIs) are usually used to assess the results of strategy implementation. The paper [11] proves that the formation of a system of KPIs of IT products is an urgent task in the process of analyzing the results of the company's activities. The necessity of conducting a factor analysis of integral indicators of the company's competitiveness to determine effective development strategies has been substantiated. A cognitive model is proposed to determine the impact of the values of key product performance indicators on the achievement of the strategic goals of the IT company in the planning period.

Statistics, survey data, and expert assessments are required to determine KPI values. Fuzzy logic tools are often used to process such heterogeneous data and to form certain conclusions about the results of strategy implementation [12]. For example, the Fuzzy Inference System Tree is used to make managerial decisions based on the knowledge formed to solve complex problems. A fuzzy decision support system for improving software design based on user experience assessment and user satisfaction level when interacting with software is proposed in the article [13]. Personalized recommendations are also provided to improve the user experience as a result of the implementation of such a fuzzy decision support system.

Therefore, the above strategic analysis tools should be used to analyze the effectiveness of a company's market strategies, to solve local problems of strategic analysis of an IT product at the stages of its life cycle. Since IT products and services are specific «goods» in the IT market, there are certain limitations to the use of existing methods, strategic analysis frameworks for evaluating the product strategies of an IT company. It was concluded based on research into these limitations that artificial intelligence methods need to be added to the «classical» methods of strategic analysis. Various methods of artificial intelligence can be effectively applied to prepare and analyze data that are necessary for conducting a strategic analysis of the market results of the implementation of IT products and services, including for the formation of recommendations for improving product strategies.

Research objective

Since the IT market is changing rapidly, a product company needs to regularly analyze the effectiveness of product strategies, adjust them depending on changes in market situation, the emergence of new user needs, depending on resource opportunities and the company's strategic goals. Conducting a comprehensive strategic analysis of product strategies based on marketing data, performance data, and taking into account the company's goals is required to develop product strategies to increase the competitiveness of IT products.

The objective of the study is to increase the effectiveness of product strategies of an IT company through the formation of recommendations based on a strategic analysis of the results of the implementation of IT products on the market. The results of the study proved that existing strategic analysis tools need to be adapted to the specifics of the IT market and the features of determining the competitiveness of a software product. Therefore, an urgent problem is the development of a business process for strategic analysis of the product areas of an IT company, taking into account market conditions, investment and resource opportunities of the company, if product strategies correspond to the strategic goals of the company.

Presentation of the main material of the study

This article is a continuation of the authors' research. The paper [3] considers the main stages of information technology of strategic analysis of the company's software. The results of the SWOT analysis for each IT area of the company are used in the article [3] to determine the competitiveness of IT products. But it is necessary to thoroughly analyze the impact of the external environment on the company's activities to determine market opportunities and threats. Therefore, it is proposed to first carry out a PESTLE analysis of the macroenvironment of an IT company. Then experts determine the market opportunities and threats to the IT company, taking into account the influence of external factors. Experts determine the strengths and weaknesses of an IT company using a SWOT analysis. Experts form risk factors and company-friendly factors that need to be taken into account when improving product strategies. The stages of evaluating product strategies and providing recommendations for their improvement were added to the information technology.

Thus, a business process is proposed for assessing and analyzing the product strategies of an IT company and formulating recommendations for their improvement, taking into account the priority areas of the company's development (Fig. 1). The IDEF0 functional modeling notation is used to develop a business process model.

Let's consider the main stages of the business process.

A1. Formation of a set of external factors influencing the activities of an IT company. The experts formed factors in six groups based on the analysis of the macro environment of the IT company as a result of PESTLE-analysis.

1. Political factors:

P1 – government policy towards the IT industry (the impact on the prospects for the development of the IT industry, including the impact on investments in this industry);

P2 – tax policy in the IT industry (the impact of taxes on the company's profitability).

P3 – trade policy (e.g. international trade rules affect the import/export of technology and equipment, including their cost);

P4 – budget expenditures (state subsidies or investments in IT development, including state projects, state financing of IT projects affects the growth of the IT industry);

P5 – state cybersecurity policy within the national policy (affects the emergence of new IT products in the field of cybersecurity).

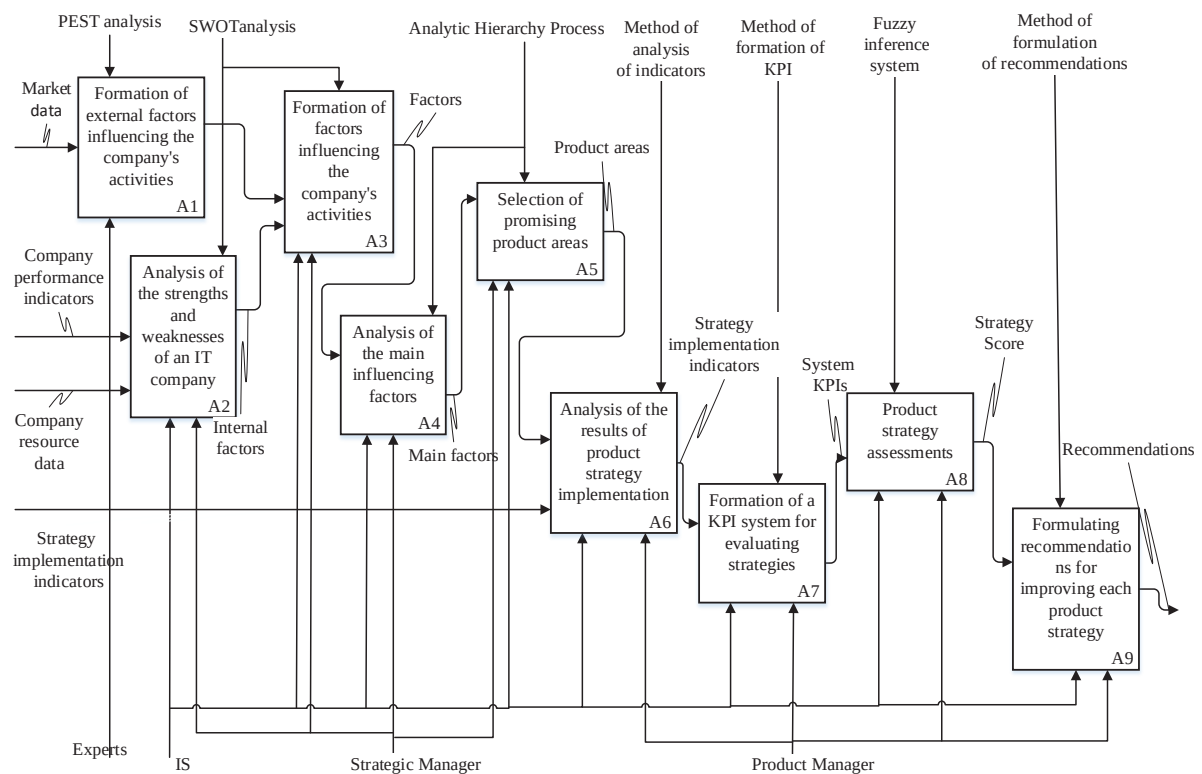


Fig. 1. Model of the process of analyzing product strategies and forming recommendations for their improvement

2. Macroeconomic factors:

M1 – economic growth or recession, GDP dynamics (impact on market demand for IT products and services);

M2 – interest rates (impact on the cost of a loan for both IT companies and their customers);

M3 – inflation rate, which affects the cost of IT companies' equipment, labor, etc.;

M4 – unemployment rate (impact on the cost of IT specialists, availability of qualified personnel);

M5 – income of the population and companies (impact on the cost of using IT products, purchasing software, etc.)

M6 – exchange rates (impact on foreign investment in the IT sector, on operating costs for international projects of IT companies, on the volume of international sales of IT products and services by Ukrainian companies, on the cost of international contracts, etc.).

3. Social factors:

S1 – the growth rate of digital literacy in the country (impact on the pace of introduction of new IT, on the formation of a talent pool of IT specialists, etc.);

S2 – remote work trends (impact on demand for online work tools, cybersecurity software, IT services, e.g. cloud infrastructure deployment, etc.);

S3 – trends in changes in the consumers behavior of IT products and services (impact on the emergence of new IT products due to the creation of new needs for digitalization, impact on the update of outdated applications);

S4 – demographic factors (aging or population growth in a country affects the demand for certain IT products and services, as well as the distribution of labor force in the IT field);

S5 – the needs of the population in education and obtaining IT qualifications (influence on the formation of the reserve of IT specialists);

S6 – cultural trends in the country (affect user experience, product design, distribution system, etc.).

4. Technological factors:

T1 – the development of innovations (the need to use systems with AI, cloud computing, block-chain, etc., affects the structure of the IT market, the emergence of new products, for example, the needs of businesses to quickly process large amounts of data, solve complex problems stimulates IT companies to develop software using machine learning, natural language processing algorithms, etc., create innovative IT products, services, etc);

T2 – trends in information protection (the emergence of new types of cyber threats requires increased investment and innovation in the development of cybersecurity software);

T3 – trends in the automation of technological processes, management processes (the emergence of business needs in the reengineering of work processes, for example, in the use of new equipment, hardware, changes in communication standards, etc., affects the development of relevant software, which creates new market opportunities for IT companies);

T4 – government projects on the automation of public services (impact on the IT market, on the demand for certain IT services and products).

5. Legal factors:

L1 – data protection and privacy laws (rules such as the GDPR or others must be taken into account in companies that process personal data);

L2 – intellectual property laws (impact on software development, patents and copyrights, on their cost of development and implementation);

L3 – antitrust and competition law (impact on mergers of IT companies, as well as acquisitions and dominance in the IT market);

L4 – labor law (regulates the hiring of IT company specialists, labor practice and remote work, for cooperation by contractors, especially in the international context);

L5 – consumer protection laws and regulations on digital services (affects the quality and cost of IT services and software products).

6. Environmental factors:

E1 – energy consumption level (the impact of using a company's IT infrastructure can have a significant carbon footprint, etc.);

E2 – government policies on e-waste and energy efficiency (adopted laws on the disposal and recycling of electronic equipment may affect the overall costs of the IT company);

E3 – environmental impact of the use of data centers and cloud infrastructure.

The selection of the main factors influencing the activities of an IT company is carried out in each group on the basis of a pairwise comparison of the factors of the group.

The results of the comparison of factors by experts are placed in a prepared template, an example of which is given in Table 1, using the following scheme: a factor is sequentially selected, for example, P1. P1 is compared with factor P2. If factor P1 has a greater impact on the activities of the IT company than P2, then the expert puts the symbol «>» in the cell, otherwise the symbol «<<» is put.

The score for each factor is equal to the number of «>» symbols in the corresponding row. Next, the factor with the highest score is determined. As a result, the expert selects the factor with the highest score in each group. If two factors in the table have the same maximum score, they can be included in the set of external factors, according to the expert's opinion. If, as a result, more than two factors in a group receive the same score, the experts must revise the comparative scores of the factors in that group. The factors that received the highest scores in each PESTLE analysis group form the set of external factors influencing the IT company's activities.

Table 1

Example of a comparative table for political factors

1. Political factors						Score
	P1	P2	P3	P4	P5	
P1		<	>	<	>	2
P2			<	>	>	3
P3				<	<	1
P4					<	2
P5						2
Maximum score						3
Factor						P2

For example, if two factors were selected from each group, then the $\hat{F}_{ext}$ set is formed as follows:

where the set $\hat{F}_{ex}$ contains such elements as important political ($\hat{P}_1, \hat{P}_2$), economic ($\hat{M}_1, \hat{M}_2$), social ($\hat{S}_1, \hat{S}_2$), technological ($\hat{T}_1, \hat{T}_2$), legal ($\hat{L}_1, \hat{L}_2$) and environmental ($\hat{E}_1, \hat{E}_2$) factors.

If the number of factors, according to experts, needs to be reduced, for example, as in this example, then it is proposed to conduct an additional comparative analysis of such factors. An example of a comparative table of selected external factors is given in Table 2. As a result, six factors have been obtained, which, according to experts, have the greatest impact on the activities of an IT company.

Table 2

Example of a comparative table of external factors

External factors													Score
	P ₁	P ₂	M ₁	M ₂	S ₁	S ₂	T ₁	T ₂	L ₁	L ₂	E ₁	E ₂	
P ₁		<	<	<	<	<	<	<	>	>	>	>	4
P ₂			>	<	<	<	<	<	<	<	>	>	4
M ₁				<	<	<	<	>	<	>	>	>	5
M ₂					<	<	>	<	>	>	>	<	7
S ₁						>	>	>	>	>	>	>	11
S ₂							>	>	>	>	>	>	10
T ₁								>	>	>	>	>	8
T ₂									>	>	>	>	7
L ₁										<	>	>	4
L ₂											>	<	3
E ₁												>	1
E ₂													2

Therefore, a set of important external factors that, according to experts, affect the activities of an IT company are formed as a result of PESTLE analysis:

$$F^{ext} = \{f_{1'}^{ext}, f_{2'}^{ext}, \dots, f_{n'}^{ext}\},$$

where $\hat{n}$ – the number of factors identified.

It should be noted the following: the number of main factors of influence can be determined depending on the state of the economy, the impact of state policy on the development of the IT industry, etc. Usually, when the strategic analysis process begins, experts understand the situation in the IT market and state policy and other aspects that need to be taken into account. A large number of

identified factors can lead to an increase in the inconsistency of expert opinions and an increase in the time for analysis.

A2. Analysis of the strengths and weaknesses of the IT company. The first part of the SWOT analysis is used. The result of the implementation of such a stage is a formed list of internal factors that positively (strengths) or negatively (weaknesses) affect the competitiveness of the company. As a result, two sets of internal factors are formed, which are determined by the resource capabilities of the IT company:

$S = \{S_1, S_2, \dots, S_{\hat{m}}\}$ – a set of internal factors of the company's success;

$W = \{W_1, W_2, \dots, W_{\hat{m}}\}$ – a set of internal risk factors to consider.

where $\hat{m}, \hat{m}$ are the number of success factors and the number of risk factors, respectively, they are determined by the resource capabilities of the IT company.

A3. Formation of the main factors influencing the company's activities. Here the second part of the SWOT analysis is implemented.

Experts analyze opportunities and threats for an IT company, taking into account important external factors (set F^{ext}), which are formed as a result of PESTLE analysis. As a result, factors are formed that characterize the market opportunities of an IT company and threats from competitors and other negative impacts on the company's activities. For example, these could be factors influencing the competitiveness of an IT company (both positive and negative). In other words, they characterize the competitive advantages and market lagging of an IT company.

So, sets are formed:

$O = \{O_1, O_2, \dots, O_{\hat{m}}\}$ – a set of internal factors of the company's capabilities;

$T = \{T_1, T_2, \dots, T_{\hat{m}}\}$ – a set of internal risk factors,

where $\hat{m}, \hat{m}$ are the number of internal opportunities factors and the number of threats factors, respectively; they are caused by the external environment of the IT company.

So, as a result of three stages, a set of factors is formed:

$\{S, W, O, T\} = \{S_1, S_2, \dots, S_{\hat{m}}\} \cup \{W_1, W_2, \dots, W_{\hat{m}}\} \cup \{O_1, O_2, \dots, O_{\hat{m}}\} \cup \{T_1, T_2, \dots, T_{\hat{m}}\}$.

A4. Analysis of the main influencing factors. The purpose of this stage is to prioritize the main factors that are formed as a result of PESTLE and SWOT analyses.

Pairwise comparison of these criteria in relation to the goal of increasing the competitiveness of the IT company (how important these criteria are for assessing competitiveness) is carried out using the Saati scale (Table 3) [9].

Note about mutual values: if the value of « x » is compared with the value of « i » and « j »; j will be $(1/x)$ when comparing with i .

As a result of pairwise comparison of elements from the set $\{S, W, O, T\}$ та $F^{ext} = \{f_1^{ext}, f_2^{ext}, \dots, f_{\hat{n}}^{ext}\}$, factor priorities are calculated. Factors that have low priority may be excluded from further consideration.

Table 3

Saati Basic Scale for Evaluating Factors

Importance	Definition	Explanation
1	Equally important	Compared factors contribute equally to the goal
3	Moderately important	The first factor is moderately important compared to the other to achieve the goal.
5	Quite important	The first factor is quite important compared to the other to achieve the goal.
7	Much more important	Factor 1 is very strongly important over the other.
9	Extremely important	The first factor is extremely important compared to the other.
2, 4, 6, 8	Intermediate values	Used when compromise is needed.

Therefore, as a result, a set of main factors (F^p) is formed and their weights (α^p):

$$F^p = \{p_1, p_2, \dots, p_{\hat{n}}\}, \alpha^p = \{\alpha_1^p, \alpha_2^p, \dots, \alpha_{\hat{n}}^p\},$$

where $\hat{n}$ – the number of factors that will be considered as criteria for evaluating product areas.

The criteria from the set F^p is used in the next stage of evaluating the company's areas.

A5. Selection of promising product areas. To select promising product areas, a hierarchy is built according to AHP. The hierarchy consists of three main levels [3].

The first level is the main goal: increasing the competitiveness of the IT company. This goal can be achieved through the implementation of software products (IT services) that are competitive or have the prospect of success in certain markets. The second level is the factors that affect the competitiveness of the company, and which are the criteria for evaluating alternatives - product areas of the IT company. The third level is the company's product areas, that are alternatives for achieving the main goal. Since at the previous one a pairwise comparison of factors was carried out in accordance with the main goal – to increase the competitiveness of the company, at this stage the assessment of product areas is carried out in accordance with the criteria F^p . As a result of the implementation of AHP, each product area is evaluated according to each criterion. The aggregate value of the assessment of each product area is calculated using local assessments for each criterion. The areas that received the highest value of the aggregate weight factor form a set of promising areas of the IT company.

Thus, as a result of the implementation of AHP, the impact of each product area on the company's competitiveness is determined. Those product areas that have low priority are considered by the management of the IT company to close them.

A6. Analysis of the results of the implementation of product strategies. Evaluation of the results of the implementation of the IT product strategy is carried out within each priority area. If an IT company keeps a consolidated record of the results of activities, then it is necessary to «separate» from the general statistics those data that relate to the results of the implementation of each IT product. Therefore, at this stage, the role of the product manager is important. It determines the results of the implementation of IT products according to certain indicators.

A7. Formation of a KPI system for evaluating strategies.

The statistical data on indicators obtained at the previous stage are input data for calculating KPIs of the product strategy. For each product, the manager forms his own KPI system, which reflects objective results [11]. It is proposed to use aggregate indicators to evaluate the product strategy, which characterize three aspects of the effectiveness of the strategy implementation for a certain period:

- Aggregate financial indicator (AFI);
- Average customer satisfaction indicator (ACSI);
- Average Sales Performance and Marketing Effectiveness (ASPI).

A8. Product Strategy Evaluations of Software Products.

It is proposed to use fuzzy logic tools to evaluate product strategies [12; 13]. Product strategy evaluation is based on the implementation of a hierarchical system that combines three subsystems of fuzzy inference (FIS trees). Each fuzzy inference subsystem provides local assessments of the product strategy based on financial performance, user satisfaction with the product, and the performance of the product sales team. Generalized product strategy assessment is a systematic integration of local assessments based on rules, which are built taking into account the goals of the IT company for the period during which the strategic analysis of the product strategy is carried out.

Based on the results of such an analysis, ways to improve the product strategy of an IT company are identified, taking into account the goals of the IT company.

A9. Formation of recommendations for improving each product strategy. It is proposed to use a fuzzy inference system to form recommendations, as this will make it possible to group the knowledge of the product manager and other specialists involved in the process of product development and implementation in the IT market, taking into account the results of the stages of the proposed process.

Thus, an effective product strategy is a high-level plan that helps the product manager maintain the competitive advantages of the product and justify the economic feasibility of further improving the product, promoting it to the market and, consequently, justify the advisability of investing in the corresponding IT project [14].

Conclusions

The business process of strategic analysis of software products of an IT company is proposed. As a result of its implementation, recommendations for improving product strategies are formed. The prospects of products are determined on the basis of an assessment of the company's activities, taking into account the external and internal environment, as well as its strategic goal - to increase the competitiveness of the company.

Further areas of work. To support decision-making to improve product strategies, taking into account the long-term goals of an IT company, it is necessary to develop a software solution that should implement the process of strategic analysis of areas of activity and determination of their priorities. Such a software solution should provide information to product managers on improving product strategies based on the results of analyzing market data and the company's resource capabilities. The implementation of such a software solution in the management circuit of an IT company will allow the management to determine the priority product areas of the company, and product managers to make management decisions to improve product strategies. The implementation of such strategies will help to increase the competitiveness of software products (IT services) and, as a result, increase the competitiveness of the company.

Bibliography

1. Overview of the IT industry in Ukraine. 2025 year. URL: <https://pro-consulting.ua/en/issledovanie-rynka/analiz-it-otrasli-v-ukraine-2025-god>
2. Ukraine IT Exports Rise to 43% of Total Trade. URL: <https://digitalstate.gov.ua/news/it-outsourcing/it-posluhy-staly-holovnym-drayverom-eksportu-ukrayiny-u-2025-rotsi>
3. Grinchenko M., Moskalenko V. Information Technology for Strategic Analysis of IT Company Projects. *Proceedings of the 4th International Workshop IT Project Management*. 2023. P. 128–138. URL: <https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85170571566&origin=resultslist>
4. Shao D., Ishengoma F., Marwa N. A PESTEL analysis of generative AI in the digital economy. *Global Knowledge, Memory and Communication*. 2025, article no. May 2025. <https://doi.org/10.1108/GKMC-08-2024-0499>
5. Milsom J. SWOT: What is a SWOT analysis, how do you create one, and more FAQs answered. URL: <https://blog.i-nexus.com/swot-analysis>
6. Golianek P. How to Use HEART Framework to Make the Right Product Decisions. URL: <https://www.netguru.com/blog/heart-framework>
7. Muzyka B. Do You Need the AARRR Framework? URL: <https://www.techmagic.co/blog/aarr-r-framework>
8. Saaty T.L., Vargas L.G. An Analytic Hierarchy Process Based Approach to the Design and Evaluation of a Marketing Driven Business and Corporate Strategy. *Models, Methods, Concepts and Applications of the Analytic Hierarchy Process. International Series in Operations Research & Management Science*. 2012. Vol. 175. P. 149–158. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3597-6_11
9. Esen H. Analytical Hierarchy Process Problem Solution. *Analytic Hierarchy Process – Models, Methods, Concepts, and Applications. IntechOpen*. 2023. <https://doi.org/10.5772/intechopen.1001072>
10. Folorunso E. Building the Analytics Hierarchy Process (AHP) Framework. *The Art of Decision Making – Applying AHP in Practice*. 2025. <https://doi.org/10.5772/intechopen.1006933>
11. Грінченко М., Москаленко В. Когнітивне моделювання для стратегічного аналізу конкурентного стану ІТ-компанії. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія «Стратегічне управління, управління портфелем, програмами та проектами»*. 2024. №. 1(8). С. 17–25. <https://doi.org/10.20998/2413-3000.2024.8.3>
12. Zadeh L.A., Aliev R.A. Fuzzy Logic Theory and Applications. Part I and Part II. World Scientific Publishing Company. 2018. 612 p. <https://doi.org/10.1142/10936>

13. Li J., Zhang B. The Role of Interaction Design Based on Fuzzy Decision Support System in Improving User Experience. *International Journal of Fuzzy Systems*. 2025. <https://doi.org/10.1007/s40815-024-01918-6>
14. Pichler R. *Strategize: Product Strategy and Product Roadmap Practices for the Digital Age*. Pichler Consulting, 2022. 204 p.

References

1. Overview of the IT industry in Ukraine. 2025 year. Retrieved from <https://pro-consulting.ua/en/issledovanie-rynka/analiz-it-otrasli-v-ukraine-2025-god> [in English].
2. Ukraine IT Exports Rise to 43% of Total Trade. Retrieved from <https://digitalstate.gov.ua/news/it-outsourcing/it-posluhy-staly-holovnym-drayverom-eksportu-ukrayiny-u-2025-rotsi> [in English].
3. Grinchenko, M., & Moskalenko, V. (2023). Information Technology for Strategic Analysis of IT Company Projects. *Proceedings of the 4th International Workshop IT Project Management*, 128–138. Retrieved from: <https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85170571566&origin=resultslist> [in English].
4. Shao, D., Ishengoma, F., & Marwa, N. (2025). A PESTEL analysis of generative AI in the digital economy. *Global Knowledge, Memory and Communication*, May 2025. <https://doi.org/10.1108/GKMC-08-2024-0499> [in English].
5. Milsom, J. (2023). SWOT: What is a SWOT analysis, how do you create one, and more FAQs answered. Retrieved from <https://blog.i-nexus.com/swot-analysis> [in English].
6. Golianek, P. (2025). How to Use HEART Framework to Make the Right Product Decisions. Retrieved from <https://www.netguru.com/blog/heart-framework> [in English].
7. Muzyka, B. (2024). Do You Need the AARRR Framework? Retrieved from <https://www.techmagic.co/blog/aarr-r-framework> [in English].
8. Saaty, T.L., & Vargas, L.G. (2012). An Analytic Hierarchy Process Based Approach to the Design and Evaluation of a Marketing Driven Business and Corporate Strategy. *Models, Methods, Concepts and Applications of the Analytic Hierarchy Process. International Series in Operations Research & Management Science*, 175, 149–158. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3597-6_11 [in English].
9. Esen, H. (2023). Analytical Hierarchy Process Problem Solution. In *Analytic Hierarchy Process – Models, Methods, Concepts, and Applications*. IntechOpen. <https://doi.org/10.5772/intechopen.1001072> [in English].
10. Folorunso, E. (2025). Building the Analytics Hierarchy Process (AHP) Framework. In *The Art of Decision Making – Applying AHP in Practice*. <https://doi.org/10.5772/intechopen.1006933> [in English].
11. Grinchenko, M., & Moskalenko, V. (2024). Kohnityvne modeliuvannia dlia stratehichnoho analizu konkurentnoho stanu IT-kompanii [Cognitive modeling for strategic analysis of the competitive IT company status]. *Visnyk NTU «KhPI». Seriya: Stratehichne upravlinnia, upravlinnia portfelem, prohramamy ta proektamy*, 1(8), 17–25. <https://doi.org/10.20998/2413-3000.2024.8.3> [in Ukrainian].
12. Zadeh, L.A., & Aliev, R.A. (2018) *Fuzzy Logic Theory and Applications*. Part I and Part II. World Scientific Publishing Company, 612 p. <https://doi.org/10.1142/10936> [in English].
13. Li, J., & Zhang, B. (2025). The Role of Interaction Design Based on Fuzzy Decision Support System in Improving User Experience. *International Journal of Fuzzy Systems*. <https://doi.org/10.1007/s40815-024-01918-6> [in English].
14. Pichler, R. (2022). *Strategize: Product Strategy and Product Roadmap Practices for the Digital Age*. Pichler Consulting, 204 p. [in English].

Moskalenko Volodymyr Yuriyovych – Postgraduate Student at the Department of Project Management in Information Technologies of the National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute». E-mail: vladimir.moskalenko@outlook.com, ORCID: 0009-0001-2759-3550.

Grinchenko Marina Anatoliivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Project Management in Information Technologies of the National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute». E-mail: marinagrunchenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8383-2675.

Москаленко Володимир Юрійович – аспірант кафедри управління проєктами в інформаційних технологіях Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». E-mail: vladimir.moskalenko@outlook.com, ORCID: 0009-0001-2759-3550.

Гринченко Марина Анатоліївна – к.т.н., доцент, завідувачка кафедри управління проєктами в інформаційних технологіях Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». E-mail: marinagrunchenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8383-2675.



Отримано: 27.10.2025
Рекомендовано: 02.12.2025
Опубліковано: 30.12.2025

Д.В. МОСЬПАН, О.О. ЮРКО
Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ВІЗУАЛІЗАЦІЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ КОТУШКИ ІНДУКТИВНОСТІ ЗАСОБАМИ LABVIEW

У статті розглянуто актуальну проблему створення сучасного лабораторного практикуму з фізики в умовах дистанційного та змішаного навчання, коли відсутність доступу до реального експериментального обладнання потребує використання віртуальних засобів для моделювання фізичних процесів. Показано, що більшість існуючих симуляторів електричних і магнітних полів, зокрема Ansys Electronics Desktop та Finite Element Method Magnetics (FEMM), орієнтовано на підготовлених користувачів, мають складний інтерфейс і вимагають більш поглибленої підготовки, що ускладнює їх використання на початкових етапах вивчення фізики. Для підвищення наочності навчального процесу та формування практичних компетентностей здобувачів освіти запропоновано використання програмного середовища LabVIEW, яке поєднує можливості графічного програмування, візуалізації результатів і створення інтерактивних віртуальних приладів.

У межах дослідження розроблено віртуальний прилад для моделювання магнітного поля витка зі струмом і котушки індуктивності, що ґрунтується на законі Біо – Савара – Лапласа. Реалізовано алгоритм дискретизації витка на елементи струму з подальшим обчисленням координатних складників вектора магнітної індукції у вибраній точці простору. Забезпечено автоматичне побудування ліній магнітного поля котушки з довільною кількістю витків, симетричне відображення результатів відносно осей координат, а також можливість інтерактивного дослідження напрямку вектора магнітної індукції за допомогою введення координат або вибору точки курсором миші у графічному полі.

Розроблений віртуальний прилад може використовуватися як демонстраційний матеріал на лекціях і практичних заняттях, а також як складова частина лабораторного практикуму з фізики в умовах дистанційного навчання. У подальшому планується інтеграція програми з триосьовим MEMS цифровим магнітометром для експериментального підтвердження теоретичних результатів і розширення функціональних можливостей системи.

Ключові слова: магнітне поле, котушка індуктивності, моделювання, віртуальний прилад, LabVIEW, магнітометр.

D.V. MOSPAN, O.O. YURKO
Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University

MODELING AND VISUALIZATION OF THE MAGNETIC FIELD OF AN INDUCTIVE COIL USING LABVIEW

The article considers the urgent problem of developing a modern laboratory practicum in physics under conditions of distance and blended learning, when the lack of access to real experimental equipment requires the use of virtual tools for modeling physical processes. It is shown that most existing simulators of electric and magnetic fields, in particular Ansys Electronics Desktop and Finite Element Method Magnetics (FEMM), are intended for trained users, have a complex interface, and require deeper preparation, which complicates their use at the initial stages of studying physics. In order to increase the clarity of the educational process and to form practical competencies of students, the use of the LabVIEW software environment is proposed, which combines the capabilities of graphical programming, visualization of results, and the creation of interactive virtual instruments.

Within the framework of the study, a virtual instrument was developed for modeling the magnetic field of a current-carrying loop and an inductive coil based on the Biot – Savart – Laplace law. An algorithm for discretizing the loop into current elements with subsequent calculation of the coordinate components of the magnetic induction vector at a selected point in space has been implemented. Automatic construction of magnetic field lines of a coil with an arbitrary number of turns, symmetrical reflection of results relative to the coordinate axes, as well as the possibility of interactive investigation of the magnetic induction vector direction by entering coordinates or selecting a point with the mouse cursor in the graphical field, have been provided.

The developed virtual instrument can be used as a demonstration tool during lectures and practical classes, as well as a component of a physics laboratory practicum under distance learning conditions. In the future, it is planned to integrate the program with a three-axis MEMS digital magnetometer to experimentally confirm the theoretical results and to expand the functional capabilities of the system.

Key words: magnetic field, inductive coil, modeling, virtual instrument, LabVIEW, magnetometer.

Постановка проблеми

В умовах дистанційного навчання постає проблема розроблення лабораторного практикуму з проведення фізичного експерименту [1]. Для дослідження та моделювання електричних процесів та кіл існує багато симуляторів різного ступеня складності, але більшість із них має інтуїтивно зрозумілий інтерфейс і не потребує ретельного вивчення програми та значної кількості початкових налаштувань для симуляції процесів у простих електричних колах.

Програми для моделювання магнітних процесів та полів більш складні для опанування і для здобувачів освіти першого курсу (оскільки для більшості технічних спеціальностей освітня компонента «Фізика» викладається на першому курсі), це є проблематичним.

Тому виникає потреба у створенні програми для демонстрації та вивчення магнітних полів із доступним інтерфейсом та наочними розрахунками на основі використання класичних формул фізичних законів із розділу магнетизму. Як зазначалося раніше у [2], для візуалізації фізичних процесів у поєднанні з можливостями створення зручного інтерфейсу користувача зручно застосовувати програмне середовище Labview.

Окрім того, простота використання графічного програмування та концепції віртуальних приладів Labview дає змогу ставити ці завдання для здобувачів старших курсів. Таким чином, можливість самостійного дослідження фізичних законів шляхом візуалізації розрахунків сприяє кращому розумінню фізичних процесів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Для моделювання електромагнітних мовів існує доволі значна кількість програмних продуктів, наприклад Ansys Electronics Desktop та Finite Element Method Magnetics (FEMM). Дані програми розв'язують широке коло задач із розрахунку магнітних, електричних та теплових полів. Більшість програм використовує метод кінцевих елементів для моделювання фізичних полів, що не дає наочності застосування фізичних законів. Можливості для самостійного моделювання та візуалізації фізичних процесів були опубліковані авторами у серії статей [2–4]. Тож виникає необхідність у створенні відповідної програми з покроковими детальними описами послідовності дій для можливості здобувачами відтворення та розв'язання аналогічних завдань у програмному середовищі Labview.

Мета дослідження

Метою роботи є створення віртуального приладу в програмному середовищі Labview [5–7] для дослідження та візуалізації магнітного поля витків зі струмом для використання як демонстраційного матеріалу та в лабораторному практикумі.

Виклад основного матеріалу дослідження

Створимо віртуальний прилад (ВП) для моделювання магнітного поля витка зі струмом та котушки індуктивності. Розглянемо виток зі струмом, що розташований у площині XOY радіусом R . Розіб'ємо виток на N дискретних елементів струму dl . Довжина такого елементу буде дорівнювати $dl = R \cdot d\alpha$ довжині дуги з кутом $d\alpha = 2\pi / N$.

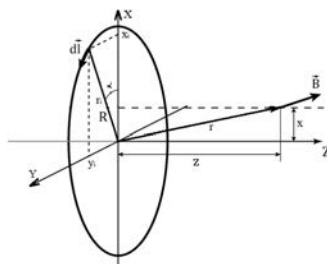


Рис. 1. Розташування витка зі струмом у просторі

Проекція вектора dl на осі координат:

$$dl_x = -dl \cdot \sin \alpha, \quad dl_y = dl \cdot \cos \alpha, \quad dl_z = 0, \quad (1)$$

де α – кут між радіус вектором $\vec{r}_i$, що з'єднує даний елемент струму з центром витка. Проекція цього вектора на осі координат:

$$x_i = r_i \cdot \cos \alpha, \quad y_i = r_i \cdot \sin \alpha, \quad z_i = 0. \quad (2)$$

Розглянемо точку А, що знаходиться в площині XOZ. Вона з'єднується радіус вектором $\vec{r}_A$ з початком координат. Проекції вектора на осі: $x_A, y_A = 0, z_A$. Магнітне поле B_A , що утворюється в даній точці А витком зі струмом, можна розглядати як векторну суму всіх складників, що вносяться від окремих елементів струму витка ΔB_i :

$$\begin{aligned} \vec{B}_A &= \sum_{i=1}^N \vec{\Delta B}_i = \sum_{i=1}^N (\vec{B}_{xi} + \vec{B}_{yi} + \vec{B}_{zi}), \\ \vec{B}_{xi} &= \sum_{i=1}^N \Delta B_{xi}, \quad \vec{B}_{yi} = \sum_{i=1}^N \Delta B_{yi}, \quad \vec{B}_{zi} = \sum_{i=1}^N \Delta B_{zi} \end{aligned} \quad (3)$$

– координатні складники векторної суми, що визначаються за законом Біо – Савара – Лапласа з векторного добутку радіус-векторів $I \vec{dl} \times (\vec{r}) = I \vec{dl} \times (\vec{r}_A - \vec{r}_i)$:

$$\Delta B_{xi} = \frac{\mu \mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dl_y (z_A - z_i) - dl_z (y_A - y_i)}{|r|^3}, \quad (4)$$

$$\Delta B_{yi} = \frac{\mu \mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dl_z (x_A - x_i) - dl_x (z_A - z_i)}{|r|^3}, \quad (5)$$

$$\Delta B_{zi} = \frac{\mu \mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dl_x (y_A - y_i) - dl_y (x_A - x_i)}{|r|^3}, \quad (6)$$

де $|r|^3 = ((x_A - x_i)^2 + (y_A - y_i)^2 + (z_A - z_i)^2)^{3/2}$.

Відповідні перетворення оформлено окремим віртуальним приладом (рис. 2), який розраховує складники індукції магнітного поля (позначені як виходи B_x, B_y, B_z) у заданій точці простору А у площині XOZ, що вноситься витком зі струмом.

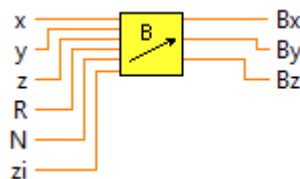


Рис. 2. Позначення ВП для розрахунку координатних складників поля

Вхідними параметрами приладу є: радіус витка зі струмом R, кількість N дискретних елементів струму на витку, координата центра витка z_i на осі OZ (за замовченням $z_i = 0$) та координати точки А(x, y, z), у якій знаходиться магнітне поле.

Перебирання елементів струму за колом витка відбувається у циклі for із заданою кількістю ітерацій N. При цьому змінюється значення кута α , радіус вектора $\vec{r}_i$, що з'єднує елемент струму із центром витка:

$$0 \leq i \cdot 2\pi / N \leq 2\pi (N-1) / N.$$

Відповідні формули записано у Formula Node. Після відпрацювання циклу маємо три матриці з координатних компонентів магнітного поля (4, 5, 6) від кожного елемента струму витка. Суму складників за координатами (3) отримаємо елементом Σ .

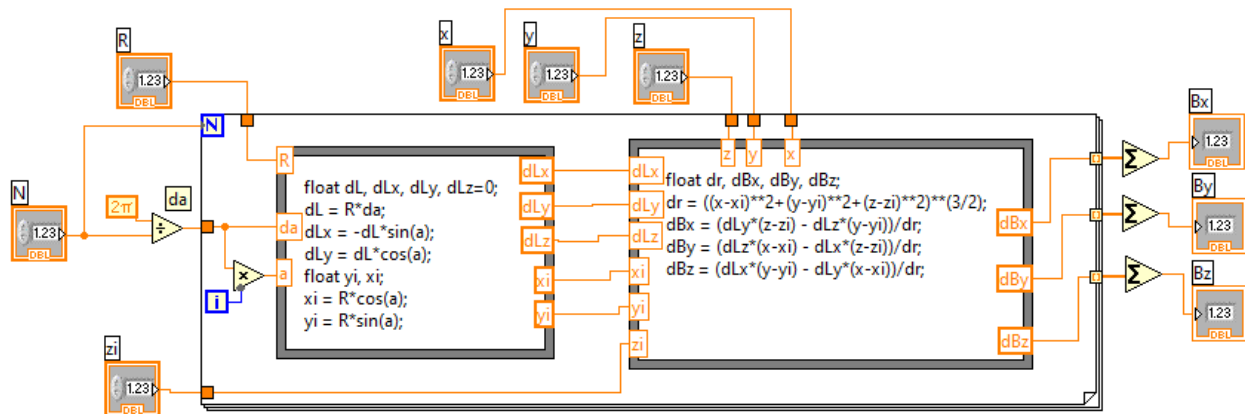


Рис. 3. Блок-діаграма ВП для розрахунку складників індукції магнітного поля від витка зі струмом у заданій точці простору

За наявності N_v витків котушки індуктивності їх зручно розташовувати симетрично до площини XOY. Тоді координати центра k -го витка котушки, що розташований на осі Z:

$$z_k = L / 2 - k \cdot dl, \quad (3)$$

де $L = (N_v - 1) \cdot dl$ – довжина котушки, dl – крок витків (відстань між витками), $k = 0 \dots (N_v - 1)$ – номер витка котушки.

Кожен виток котушки буде вносити свої складники поля задану точку A. Отже, усі попередні розрахунки необхідно повторити N_v разів (для кожного витка), змінюючи при цьому координати центра z_k (3). Відповідні операції виконуються у внутрішньому циклі For (рис. 4) з використанням створеного ВП (рис. 2). Після виконання циклу отримані матриці координатних компонентів від кожного витка додаються за допомогою елемента Σ .

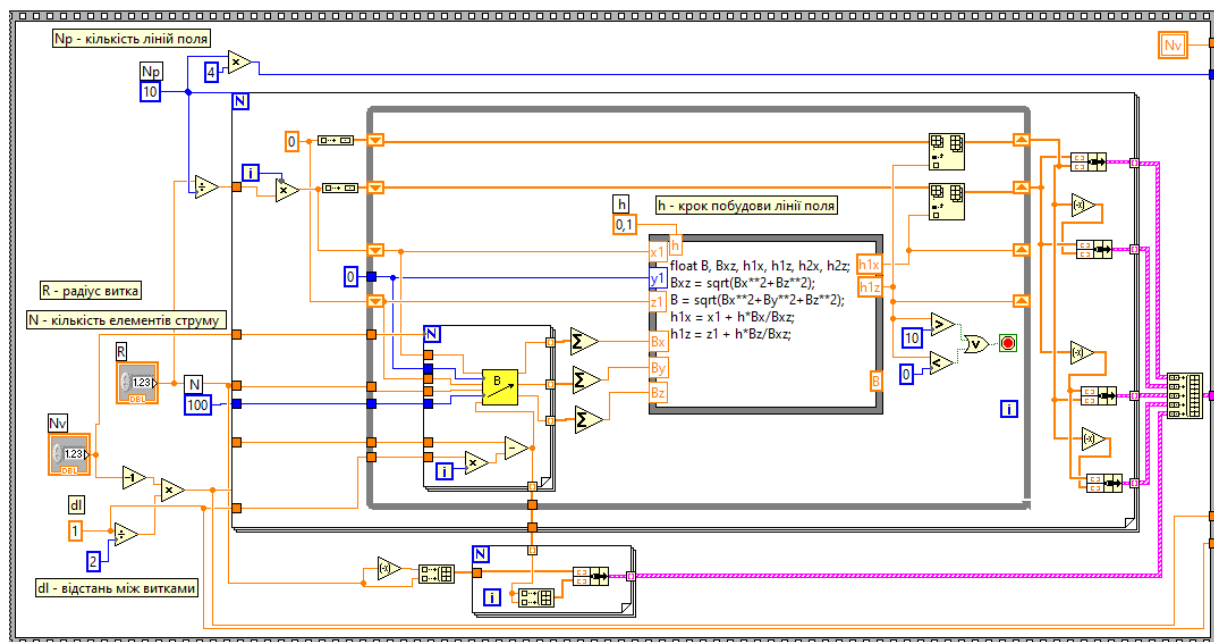


Рис. 4. Фрагмент блок-діаграми для побудови ліній магнітного поля котушки

Значення координатних компонентів використовуються для отримання напрямних синусів та косинусів, що потрібні для розрахунку наступних координат лінії магнітного поля. Так,

для даної точки (x_1, z_1) розраховується вектор B , і в його напрямку відкладається невеликий відрізок довжиною h , і отримується наступна точка лінії поля з координатами:

$$h_{1x} = x_1 + h \frac{B_x}{B_{xz}}, \quad h_{1z} = z_1 + h \frac{B_z}{B_{xz}},$$

де $B = B_{xz} = \sqrt{B_x^2 + B_z^2}$ – довжина вектора індукції магнітного поля в площині XOZ ($B_y = 0$).

Відповідні розрахунки координат лінії поля виконуються у Formula Node. Величина $h = 0,1$ прийнята в умовних одиницях поля графіка. Дані операції розміщені всередині умовного циклу While, який забезпечує розрахунок координат однієї лінії поля у першій чверті площини XOZ. Умови завершення циклу такі: вихід координати z за межі поля графіка (прийнято $z > 10$) та перехід z у четверту чверть XOZ ($z < 0$). Координати лінії x та z для збереження заносяться до Shift Register на рамці циклу. Початкові координати точки лінії знаходяться на осі X всередині витків котушки і можуть мати значення від 0 до R :

$$z_0 = 0, \quad x_i = i \frac{R}{Np},$$

де Np – кількість ліній магнітного поля (відносно осі симетрії котушки), $i = 0 \dots (Np - 1)$ – порядковий номер лінії поля.

Для можливості побудови Np ліній поля використовується зовнішній безумовний цикл For. Оскільки вісь котушки знаходиться на осі Z і вона дзеркально відображається відносно осі OX , то лінії поля мають симетричне відображення по чвертях, і для побудови достатньо змінити відповідні знаки координат із першої чверті. Це виконується за циклом While перед групуванням відповідних матриць координат у кластери для побудови графіків. Відповідно, маємо чотири кластера координат для чотирьох чвертей та кластер для відображення відрізків, що відповідають виткам котушки (формується у нижньому циклі For з рис. 4). На останньому етапі всі кластери об'єднуються в матрицю.

Усі описані вище дії згруповані в кадр Flat Sequence Structure. У наступному кадрі (рис. 5) за допомогою Property Node для графіка відбувається призначення білого кольору лініям поля та зеленого кольору і збільшеної товщини відрізням витків котушки. У цьому ж кадрі виконуються побудови за допомогою XY Graph. Приклад отриманого зображення магнітного поля для котушки з 10 витками наведено на рис. 6.

Необхідність розбиття на кадри зумовлена виникненням помилки, що з'являється у разі, коли відбувається порушення послідовності дій, а саме: спроба зміни властивостей графіка через Property Node до того, як цей графік ще взагалі не сформований.

Для додаткового дослідження магнітного поля котушки передбачено можливість самостійно задати координати точки для розрахунку вектору магнітної індукції. При цьому на графіку магнітного поля котушки з'являється зображення відрізка, що виходить із заданої точки та показує напрямок вектору B . Організація обчислень аналогічна до рис. 4, але має спрощену структуру, оскільки проводяться розрахунки B лише для однієї точки, а не для лінії поля. Координати можна задавати для будь-якої чверті площини XOZ.

Також створено додатковий варіант дослідження: за переходу до вкладки «Обрати мишею» з'являється поле Picture, де можна водити курсором миші та переміщувати відповідний вектор B по полю графіка. Координати курсора миші зчитуються за допомогою Property Node поля Picture. При цьому пікселі поля Picture (106×106) перераховуються до координат поля графіка. Розмір поля графіка за віссю Y фіксований і має розмах ± 10 , а за віссю X може динамічно змінювати свій розмір залежно від кількості вибраних витків котушки. Отже, межові значення шкали за віссю X зчитуються за допомогою вузла Property Node: XScale.Minimum та XScale.Maximum. Відповідні перетворення наведено на рис. 5 у полі структури Case Structure у вікні «Обрати мишею».

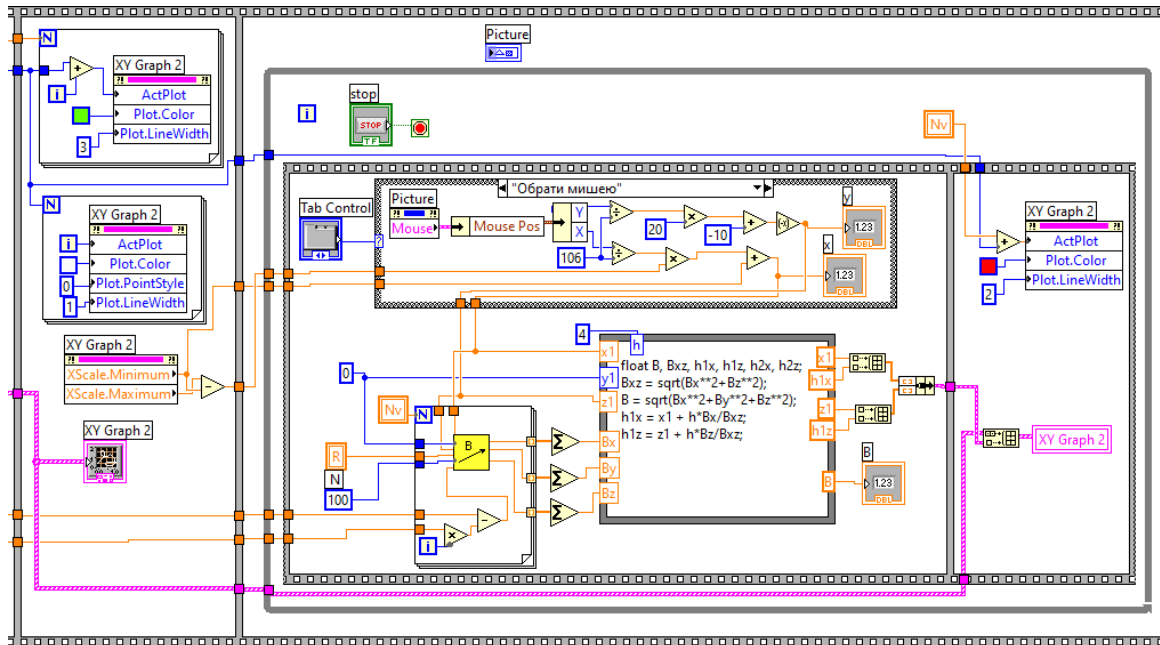


Рис. 5. Фрагмент блок-діаграми для завдання властивостей графіка та розрахунку магнітного поля котушки у вибраній точці простору

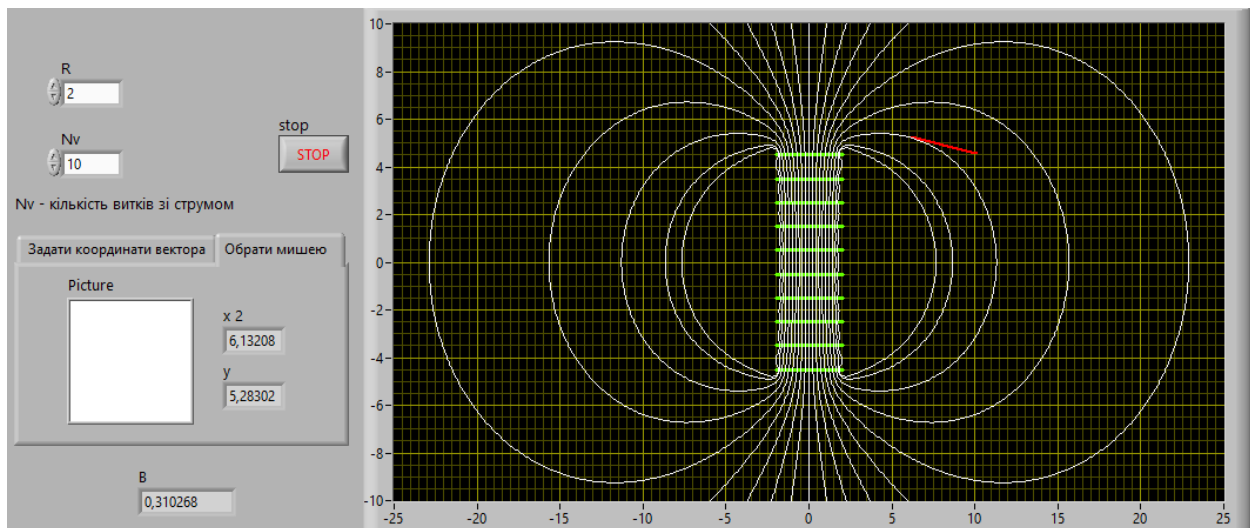


Рис. 6. Передня панель ВІ для дослідження магнітного поля котушки індуктивності

Висновки

У результаті проведеної роботи встановлено таке:

1. У програмі Labview створено окремий віртуальний прилад для розрахунку проєкцій вектора індукції магнітного поля витка зі струмом у довільний точці простору за заданими координатами. Реалізовано алгоритм наближеного розрахунку за розбиттям витка на дискретні елементи струму.

2. Створено віртуальний прилад для побудови ліній магнітного поля котушки з довільним числом витків. Додатково передбачена можливість отримати значення магнітного поля з візуалізацією напрямку вектора на графіку поля у довільний точці простору. При цьому є можливість вибрати бажану точку як курсором миші, так і введенням координат у відповідні поля на панелі користувача.

3. Планується інтеграція у створений ВП тривісського MEMS цифрового магнітометра [8–10] для можливості експериментального вимірювання магнітного поля реальної котушки і напрямку вектора магнітного поля для порівняння результатів з теоретичними розрахунками.

Список використаної літератури

1. Мосьпан Д.В., Юрко О.О., Перекрест А.Л., Кухаренко Д.В., Вадурін К.О. Комп'ютеризований практикум із моделювання фізичних процесів. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. 2022. Вип. 6(137). С. 29–35. DOI: 10.32782/1995-0519.2022.6.3
2. Nevludov I., Sychova O., Novoselov S. Multithreaded Software Control Of Industrial Manipulator Movement. *International Conference on Modern Electrical and Energy Systems : Proceedings of the International Conference, Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University, Ukraine, October 20–22, 2022*. Kremenchuk, 2022. P. 319–325. DOI: 10.1109/MEES58014.2022.10005675
3. Мосьпан Д., Юрко О., Перекрест А., Кухаренко Д., Вадурін К., Повниця С. Візуальна фіксація руху об'єкта засобами Labview під час проведення фізичного експерименту. *Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського*. 2023. Вип. 4(141). С. 29–35. DOI: 10.32782/1995-0519.2023.4.12
4. 3-Axis Magnetic Sensor QMC5883L. URL: <http://wiki.sunfounder.cc/images/7/72/QMC5883L-Datasheet-1.0.pdf> (дата звернення: 09.10.2025).
5. Fomovskaya O. et al. Approximation of ECG Signals by Labview Software. *International Conference on Modern Electrical and Energy Systems : Proceedings of the International Conference, Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University, Ukraine, September 23–25, 2021*. Kremenchuk, 2021. P. 518–521. DOI: 10.1109/mees52427.2021.9598657
6. Юрко О., Мосьпан Д., Кухаренко Д., Вадурін К., Юдіна А., Зілінський Ю. Розроблення віртуального стенда для візуалізації напруженості електростатичних полів. *Вісник Кременчуцького національного університету ім. М. Остроградського*. 2023. Вип. 6(143). С. 131–136. DOI: <https://doi.org/10.32782/1995-0519.2023.6.16>
7. National Instruments. URL: <http://www.ni.com/> (дата звернення: 09.12.2024).
8. LabVIEW Programming Reference Manual: офіц. сайт. URL: <https://www.ni.com/docs/en-US/bundle/labview-api-ref/page/menus/default/root-mnu.html> (дата звернення: 09.12.2024).
9. Chala O., Bronnikov A., Nevludov I. The Use Of Neural Networks For The Technological Objects Recognition Tasks In Computer-Integrated Manufacturing. *International Conference on Modern Electrical and Energy Systems : Proceedings of the International Conference, Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University, Ukraine, October 20–22, 2022*. Kremenchuk, 2022. P. 518–521. DOI: 10.1109/MEES58014.2022.10005750
10. LabVIEW User Manual. URL: <https://download.ni.com/support/manuals/320999b.pdf> (дата звернення: 09.12.2024).

References

1. Mospan, D.V., Yurko, O.O., Perekrst, A.L., Kukhareno, D.V., & Vadurin, K.O. (2022). Kompyuteryzovanyyapratykyumzmodelyuvannya fizychnykh protsesiv [Computerized workshop on simulation of physical processes]. *Visnyk Kremenchutskoho natsionalnoho universytetu imeni Mykhayla Ostrohradskoho*, 6 (137), 29–35. <https://doi.org/10.32782/1995-0519.2022.6.3> [in Ukrainian].
2. Nevludov, I., Sychova, O., Novoselov, S. (2022). Multithreaded Software Control Of Industrial Manipulator Movement. *International Conference on Modern Electrical and Energy Systems. Proceedings of the International Conference, Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University, Kremenchuk, Ukraine*. <https://doi.org/10.1109/MEES58014.2022.10005675> [in English].

3. Mospan, D., Yurko, O., Perekrest, A., Kukharenko, D., Vadurin, K., & Povnytsia, S. (2023). Vizualna fiksatsiya rukhu ob'yekta zasobamy Labview pry provedenni fizychnoho eksperymentu [Visual fixation of object movement using Labview tools during a physical experiment]. *Visnyk Kremenchutskoho natsionalnoho universytetu imeni Mykhayla Ostrohradskoho*, 4 (141), 29–35. <https://doi.org/10.32782/1995-0519.2023.4.12> [in Ukrainian].
4. 3-Axis Magnetic Sensor QMC5883L. Retrieved from <http://wiki.sunfounder.cc/images/7/72/QMC5883L-Datasheet-1.0.pdf> [in English].
5. Fomovskaya, O. et al. (2021). Approximation of ECG Signals by Labview Software. *International Conference on Modern Electrical and Energy Systems*. Proceedings of the International Conference, Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University, Kremenchuk, Ukraine. <https://doi.org/10.1109/mees52427.2021.9598657> [in English].
6. Yurko, O., Mos'pan, D., Kukharenko, D., Vadurin, K., Yudina, A., Zilins'kyi, Yu. (2023). Rozrobka virtual'noho stenda dlya vizualizatsiyi napruzhenosti elektrostatychnykh poliv [Development of a virtual stand for visualization of electrostatic field strength]. *Visnyk Kremenchutskoho natsionalnoho universytetu imeni Mykhayla Ostrohradskoho*, 6(143), 131–136. <https://doi.org/10.32782/1995-0519.2023.6.16> [in Ukrainian].
7. National Instruments. (2024). Ofitsiyniy sait [Official site]. Retrieved from <http://www.ni.com/> [in English].
8. LabVIEW Programming Reference Manual. Ofitsiyniy sait [Official site]. Retrieved from [https://www.ni.com/docs/en-US/bundle/labview-api-ref/page/menus/default/](https://www.ni.com/docs/en-US/bundle/labview-api-ref/page/menus/default/root-mnu.html) root-mnu.html [in English].
9. Chala, O., Bronnikov, A., Nevliudov, I. (2022). The Use Of Neural Networks For The Technological Objects Recognition Tasks In Computer-Integrated Manufacturing. *International Conference on Modern Electrical and Energy Systems*. Proceedings of the International Conference, Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University, Kremenchuk, Ukraine. <https://doi.org/10.1109/MEES58014.2022.10005750> [in English].
10. LabVIEW User Manual. Retrieved from <https://download.ni.com/support/manuals/320999b.pdf> [in English].

Моспан Денис Владиславович – к.т.н., доцент кафедри комп'ютерної інженерії та електроніки Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. E-mail: denis.mospan@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5473-7874.

Юрко Олексій Олексійович – к.т.н., доцент кафедри комп'ютерної інженерії та електроніки Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. E-mail: yurkoalexe@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8244-2376.

Mospan Denis Vladyslavovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Computer Engineering and Electronics of the Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University. E-mail: denis.mospan@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5473-7874.

Yurko Oleksiy Oleksiiovich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Computer Engineering and Electronics of the Kremenchuk Mykhailo Ostrohradskyi National University. E-mail: yurkoalexe@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8244-2376.



Отримано: 31.10.2025
Рекомендовано: 04.12.2025
Опубліковано: 30.12.2025

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ СЕМАНТИЧНОЇ РЕПРЕЗЕНТАЦІЇ ТЕКСТІВ ПРИРОДНОЇ МОВИ У ЗАДАЧІ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПЕРИФРАЗ

У статті розглядається проблема ідентифікації семантичної еквівалентності текстів природної мови, що є ключовою для моделювання когнітивного процесу розуміння та розвитку інтелектуальних систем обробки мови. Розуміння тексту включає не лише лексичний та синтаксичний аналіз, а й глибоку когнітивну інтерпретацію смислових відносин і контекстуальних особливостей. Особливу складність становить варіативність мовних конструкцій, коли одна й та сама інформація передається різними способами, зберігаючи тотожність значень. У цьому контексті задача ідентифікації перифраз – висловлювань зі схожим змістом, але різною формою – є важливою для когнітивних моделей. Людський мозок здатен легко виявляти семантичну еквівалентність, проте створення комп'ютерних моделей із подібними властивостями є складним завданням через неоднозначність, контекстуальну залежність та мультимовність природної мови. Метою статті є обґрунтування методу пошуку семантичної еквівалентності текстів природної мови шляхом аналізу сучасних підходів до побудови семантичних репрезентацій у контексті розв'язання задачі ідентифікації перифраз. Обрана саме задача ідентифікації перифраз, оскільки вона є репрезентативною для вивчення семантичної еквівалентності та когнітивних механізмів розпізнавання смислу. У статті проведено аналіз трьох основних напрямів розв'язання задачі: статистичних методів на основі корпусного аналізу, методів заснованих на знаннях із використанням онтологій та семантичних мереж, а також методів глибинного навчання, що базуються на дистрибутивній семантиці і трансформерних архітектурах. Окремо розглядаються гібридні підходи, які поєднують графові семантичні репрезентації AMR із нейромережевими моделями, що дозволяють структурувати зміст тексту на концептуальному рівні та моделювати логіко-семантичні зв'язки між його складниками. Результати порівняльного аналізу сучасних досліджень підтверджують високу точність і здатність узагальнювати семантичну інформацію, властиву графовим підходам, у порівнянні з іншими методами. Це свідчить про доцільність їх застосування як основи для побудови інтелектуальних систем, здатних моделювати когнітивні процеси людського розуміння природномовного тексту. Практична цінність дослідження полягає у формуванні підґрунтя для подальшого розвитку когнітивних технологій у сферах машинного перекладу, автоматичного узагальнення, пошуку інформації та діалогових систем, що суттєво підвищує якість взаємодії людини і комп'ютера на основі природної мови.

Ключові слова: когнітивне моделювання, перифрази, розуміння, природна мова, AMR, семантичні графи, трансформери, штучний інтелект.

COMPARATIVE ANALYSIS OF SEMANTIC REPRESENTATION METHODS FOR NATURAL LANGUAGE TEXTS IN THE TASK OF PARAPHRASE IDENTIFICATION

The article addresses the problem of identifying semantic similarity of natural language texts, which is crucial for modeling the cognitive process of comprehension and developing intelligent language processing systems. Text comprehension involves not only lexical and syntactic analysis but also deep cognitive interpretation of semantic relations and contextual features. A particular challenge is the variability of linguistic constructions, where the same information is conveyed in different ways while preserving the identity of meanings. In this context, the task of paraphrase identification – expressions with similar meaning but different forms – is important for cognitive models. The human brain can easily detect semantic similarity; however, creating computer models with similar capabilities is a complex task due to ambiguity, context dependence, and multilingualism of natural language. The aim of the article is to substantiate a method for searching semantic similarity of natural language texts through analysis of modern approaches to building semantic representations in the context of solving the paraphrase identification task. The paraphrase identification task is chosen because it is representative for studying semantic similarity and cognitive mechanisms of meaning recognition. The article analyzes three main approaches to solving the task: statistical methods based on corpus analysis, knowledge-based methods using ontologies and semantic networks, and deep learning methods based on distributional semantics and transformer architectures. Hybrid approaches are considered separately, which combine graph-based semantic representations AMR with neural network models, allowing structuring of text content at the conceptual level and modeling logical-semantic connections between its components. Results of a comparative analysis of recent studies confirm the high accuracy and ability to generalize semantic information inherent in AMR-based approaches compared to other methods. This indicates the appropriateness of applying AMR as a foundation for building intelligent systems capable of modeling the cognitive processes of human understanding of natural language text. The practical value of the research lies in forming a basis for further development of cognitive technologies in machine translation, automatic summarization, information retrieval, and dialogue systems, significantly improving the quality of human-computer interaction based on natural language.

Key words: cognitive modeling, paraphrases, comprehension, natural language, AMR, semantic graphs, transformers, artificial intelligence.

Постановка проблеми

Одним із найважливіших викликів у сучасній когнітивній інформатиці та обробці природної мови є моделювання процесу розуміння тексту з урахуванням його когнітивних характеристик. Розуміння тексту має на увазі не лише аналіз лексичних або синтаксичних структур, а також глибокий когнітивний процес, який передбачає інтерпретацію смислових відносин, логічних залежностей і контекстуальних нюансів. Саме тому створення інформаційних моделей, здатних відтворити цей процес, є надзвичайно складним завданням. Особливо актуальним цей виклик стає у зв'язку з варіативністю мовних конструкцій, коли одна і та сама інформація може бути передана різними способами, що мають відмінності у лексичній та граматичній формі, але зберігають тотожність значень.

У цьому контексті задача ідентифікації перифраз набуває особливого значення. Перифрази – це мовні висловлювання, які передають одне і те саме значення, але відрізняються формою. Успішне розпізнавання таких смислово еквівалентних висловлювань може інтерпретуватися як здатність штучної системи до когнітивного міркування. Вона обумовлює те, що модель не обмежується лише поверхневим аналізом тексту, а здатна виявляти глибинні знання, оперуючи концептуальними і семантичними зв'язками, що властиві людському розумінню.

Для людини розуміння перифраз є природним і майже автоматичним процесом. Людський мозок володіє здатністю до абстрагування, узагальнення і логічного мислення, що дозволяє легко ідентифікувати ідентичність речень, навіть якщо вони виражені по-різному. При моделюванні процесу розуміння семантичної еквівалентності виникає низка викликів для створення ефективних обчислювальних моделей, здатних адекватно відображати когнітивні механізми обробки природної мови. Основні труднощі полягають у наступному:

1. Висока варіативність природної мови. Людська мова характеризується значною гнучкістю, що дозволяє передавати одне й те саме значення через безліч лексичних та граматичних форм. Варіанти можуть відрізнятися порядком слів, використанням синонімів, різними граматичними конструкціями тощо. Це означає, що одна й та сама ідея може бути сформульована багатьма способами, що створює серйозні виклики для автоматичних систем.

2. Неоднозначність і контекстуальна залежність. Значення окремих слів і конструкцій часто залежить від контексту, у якому вони вживаються. Слова можуть мати кілька значень, а їх інтерпретація визначається контекстом, у тому числі сусідніми словами, ситуацією, культурними чи тематичними факторами. Особливо це стосується мов із багатим словотвором і вільним порядком слів, таких як українська. Розпізнавання правильного значення в конкретному висловлюванні вимагає досить складного когнітивного аналізу.

3. Мультимовна складність. Семантичне моделювання ще більше ускладнюється у мультимовному контексті. Мови відрізняються не лише лексикою та граматикою, але й концептуальними структурами, способом категоризації реальності, культурними референтами та прагматичними нормами. Відповідно, моделі, що ефективно працюють для однієї мови (наприклад, англійської), не завжди адекватно переносяться на інші мови без суттєвої адаптації. Це особливо актуально для мов із меншою кількістю цифрових ресурсів або тих, що мають складні морфологічні системи, як-от українська. Завдання полягає не лише у правильному відображенні лексичних та синтаксичних особливостей, але й у збереженні семантичної еквівалентності між мовами, що критично важливо для задач багатомовної ідентифікації перифраз.

У світлі цих викликів постає нагальна потреба у пошуку методів, що дозволяють точно визначати семантичну еквівалентність між текстовими фрагментами – незалежно від лексичних, синтаксичних або мовних варіацій. Визначення семантичної еквівалентності вимагає одночасно гнучкого захоплення смислу й здатності моделювати складні логічні та концептуальні взаємозв'язки.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Завдання визначення семантичної еквівалентності текстів є фундаментальним у сфері обробки природної мови, когнітивного моделювання й розвитку штучного інтелекту. Це завдання лежить у площині моделювання когнітивного процесу розуміння, який передбачає не лише обробку лексичних послідовностей, а й глибоке осмислення значення, семантичних відношень, контекстуальних залежностей.

Аналіз наукових джерел останнього десятиліття дозволяє виокремити три основні напрями підходів до задачі визначення семантичної еквівалентності: статистичні методи, засновані на аналізі корпусних даних; методи що засновані на знаннях, що використовують онтології та семантичні бази; методи комбінаційної дистрибутивної семантики на основі глибинного навчання.

Статистичні моделі стали першим етапом автоматизації семантичного аналізу тексту. До них належать такі методи, як Latent Semantic Analysis (LSA) [1], а також моделі на основі векторних представлень слів. Ці підходи ґрунтуються на гіпотезі дистрибутивної семантики, яка передбачає, що слова, що з'являються в подібних контекстах, мають подібне значення. Статистичні моделі дозволили значно підвищити ефективність систем тематичного аналізу, класифікації текстів та інформаційного пошуку, що обумовило їх використання для пошуку семантичної еквівалентності текстів у задачі ідентифікації перифраз.

Підходи засновані на знаннях спираються на експліцитне кодування семантичних відношень через використання онтологій, тезаурусів та семантичних мереж. Одним із найбільш впливових проєктів цього напрямку є WordNet, який забезпечив формалізацію лексико-семантичних відношень – синонімії, антонімії, гіпонімії, тощо. Перевагою таких підходів при обчисленні семантичної еквівалентності є їхня інтерпретованість і здатність моделювати відношення між поняттями на рівні концептів, а не лише статистичних залежностей.

Значного прогресу у сфері моделювання семантики було досягнуто завдяки застосуванню методів композиційної дистрибутивної семантики на основі глибинного навчання. Ці методи поєднують ідеї традиційної дистрибутивної семантики, яка базується на припущенні, що значення слова формується його контекстом, із можливостями сучасних нейронних мереж, що дозволяють враховувати складні залежності та контекстуальні варіації в тексті. Завдяки цьому формується більш гнучке та точне семантичне представлення лексичних одиниць, яке адаптується до конкретного контексту використання.

Особливістю таких підходів є використання трансформерних архітектур, зокрема моделей типу BERT та їх численних модифікацій, які навчаються на великих обсягах текстових даних і здатні створювати контекстно-залежні векторні представлення слів, фраз і цілих текстів. Це суттєво підвищує якість розпізнавання семантичних зв'язків і взаємозв'язків між елементами мови, що є критично важливим у задачах ідентифікації семантичної еквівалентності, таких як виявлення перифраз.

Ще одним важливим напрямом є розвиток гібридних моделей, які поєднують традиційні семантичні графові репрезентації з можливостями глибинного навчання, зокрема трансформерних архітектур та нейронних мереж. Серед них особливо можна виділити використання репрезентацій абстрактного значення AMR [2]. Перевага AMR полягає у здатності репрезентувати зміст висловлювання у формі графа, де вузли відповідають концептам, а ребра – семантичним відношенням між ними. Це дозволяє чітко фіксувати зв'язки між об'єктом, суб'єктом та дією, а також обставини дії та інші семантичні ролі. Сучасні дослідження демонструють ефективність використання AMR у задачах семантичного парсингу, генерації тексту та підсумовування [3]. Разом з тим застосування AMR для задачі визначення семантичної еквівалентності залишається недостатньо дослідженим.

У зв'язку з цим доцільним є проведення порівняльного аналізу традиційних підходів і методів на основі штучного інтелекту для визначення їх можливостей та обмежень у контексті розв'язання задачі ідентифікації семантичної еквівалентності. Це дозволить обґрунтувати

вибір оптимальної архітектури, здатної забезпечити баланс між точністю, інтерпретованістю та масштабованістю.

Мета дослідження

Метою статті є обґрунтування методу пошуку семантичної еквівалентності текстів природної мови шляхом аналізу сучасних підходів до побудови семантичних репрезентацій природної мови у контексті розв'язання задачі ідентифікації перифраз. Дослідження спрямоване на виявлення переваг і обмежень традиційних корпусно-статистичних методів, моделей на основі знань, методів комбінаційної дистрибутивної семантики, а також сучасних гібридних моделей, що поєднують нейромережеві технології з формальними семантичними структурами.

Виклад основного матеріалу дослідження

Процес розуміння природної мови є ключовим когнітивним механізмом, що забезпечує здатність інтерпретувати зміст висловлювань, встановлювати зв'язки між ними, робити висновки та будувати знання про навколишній світ. У контексті когнітивної науки розуміння полягає у співвіднесенні мовних форм із концептуальними структурами, які відображають значення [4]. У цьому сенсі процес розуміння включає здатність співвідносити різні мовні вирази, що передають однаковий або подібний зміст, попри їхню формальну різницю. Ця властивість безпосередньо є об'єктом моделювання в задачі ідентифікації перифраз. Пошук перифраз, або встановлення семантичної еквівалентності між текстами, є важливим як для когнітивного моделювання, так і для широкого спектра прикладних задач обробки природної мови – від машинного перекладу до інформаційного пошуку та побудови діалогових систем.

Основним поняттям у цій задачі є поняття семантичної еквівалентності. Під ним зазвичай розуміють відношення між двома мовними виразами, які передають однаковий або дуже близький зміст у межах певного комунікативного контексту. Водночас це відношення не є абсолютно строгим і може варіювати залежно від умов використання, прагматичних факторів та цільової задачі. У деяких підходах семантична еквівалентність визначається як симетричне логічне включення смислів, в інших – як взаємна заміненість у контекстах, а ще в інших – як подібність розподілу лексичних одиниць у схожих ситуаціях.

Відповідно до цього, пошук семантичної еквівалентності може ґрунтуватися на різних методологічних підходах. Аналіз сучасних досліджень показав, що основні підходи до побудови семантичних представлень тексту можна умовно поділити на три ключові напрямки:

1. Методи, засновані на статистичних характеристиках текстових корпусів.
2. Методи, які спираються на структуровані лінгвістичні ресурси, тобто на бази знань про мову, створені вручну або напівавтоматично.
3. Методи композиційної дистрибутивної семантики, що базуються на машинному навчанні та глибоких нейронних мережах.

Методи засновані на корпусах спираються на аналіз великих обсягів тексту з метою виявлення статистичних закономірностей у вживанні слів та фраз. Вони використовують інформацію про частоту спів вживання лексичних одиниць, що дозволяє моделювати семантичні зв'язки без потреби у ручному кодуванні знань. Одним із класичних методів цього напрямку є латентний семантичний аналіз (LSA), який використовує матричну факторизацію для виявлення латентної структури в текстових даних.

Латентний семантичний аналіз (LSA) – це метод математичного моделювання, який застосовується для виявлення прихованих семантичних структур у великому корпусі текстів. Основна ідея LSA полягає у представленні тексту у вигляді матриці термінів та документів, де кожен рядок відповідає терміну, а кожен стовпець – документу або іншій текстовій одиниці. Значення в матриці відображають частоту появи відповідного терміну у відповідному документі, часто із застосуванням вагових коефіцієнтів, які підсилюють значущість рідкісних, але

інформативних слів. Ця матриця фактично кодує інформацію про те, які терміни та в якій кількості присутні у різних текстах, створюючи числове уявлення текстових даних [1].

Для обчислення ваги терміну часто використовується метрика TF-IDF, яка поєднує у собі дві метрики: частоту терміна (tf) та обернену частоту документів (idf) і визначається як:

$$tfidf(t, d) = tf(t, d) \times idf(t), \quad (1)$$

$$tf(t, d) = \frac{f_{t,d}}{\sum_k f_{k,d}}, \quad (2)$$

$$idf(t) = \log \frac{N}{|\{d: t \in d\}|}, \quad (3)$$

де $tf(t, d)$ – частота терміну t у документі d , що обчислюється як відношення кількості появ $f_{t,d}$ до загальної кількості термінів у документі; $idf(t)$ – обернена частота документа; N – загальна кількість документів у корпусі, а $|\{d: t \in d\}|$ – кількість документів, у яких зустрічається термін t .

Отримана в результаті обчислень матриця, як правило, дуже велика і розріджена, а також містить багато надлишкової інформації. Для виявлення латентних (прихованих) семантичних структур застосовують матричну факторизацію – метод зменшення розмірності даних, який полягає у поділі великої матриці на добуток двох або більше менших матриць, що зберігають приховану семантичну інформацію. Завдяки факторизації можна виявити латентні ознаки, які відображають семантичні зв'язки між словами чи фразами. Одним із найпоширеніших методів є сингулярне розкладання матриці (SVD), яке дозволяє знизити розмірність простору та представити кожне слово у вигляді вектора в латентному просторі. SVD розкладає матрицю A розміром $m \times n$ на добуток трьох матриць:

$$A = U \times \Sigma \times V^T, \quad (4)$$

де U – матриця лівих сингулярних векторів (терміни та латентні концепти), Σ – діагональна матриця сингулярних значень, які визначають вагу кожного латентного концепту, V^T – матриця правих сингулярних векторів (латентні концепти та документи).

Для зменшення розмірності залишаються лише перші k найбільших сингулярних значень з матриці Σ_k , відповідні їм стовпці в U_k та V_k , що дає апроксимацію матриці A_k . Ця апроксимація відображає основні латентні семантичні структури, дозволяючи порівнювати значення термінів і документів у зменшеному просторі. Через зменшення розмірності LSA дозволяє виявити глибинні семантичні взаємозв'язки між словами та текстами, які неяви у початкових частотних даних. Так, синонімічні чи близькі за змістом терміни наближаються у латентному просторі, навіть якщо вони не збігаються лексично. Це дозволяє використовувати отримані вектори при розв'язанні задачі ідентифікації перифраз шляхом оцінки схожості пари векторів з використанням метрик подібності.

Методи засновані на знаннях – це підходи, що спираються на використання структурованих лінгвістичних і семантичних ресурсів, які відображають знання про мову та світ. Такі ресурси включають онтології, тезауруси, семантичні мережі, такі як WordNet, словники синонімів, глосарії та бази концептуальних зв'язків. Ці методи оперують інформацією про лексичні та семантичні відношення між словами, зокрема синонімією, гіперонімією, гіпонімією, антонімією, а також семантичними ролями та концептуальними зв'язками.

У контексті ідентифікації перифраз підходи, засновані на знаннях, дозволяють виявляти семантичну еквівалентність між виразами внаслідок зіставлення їхніх концептуальних представлень. Наприклад, якщо два висловлювання містять різні лексичні одиниці, але ці одиниці є синонімами у відповідній базі знань, система може зробити висновок про можливу семантичну еквівалентність.

Ступінь семантичної подібності у методах, заснованих на знаннях, визначається шляхом обчислення значень спеціалізованих метрик, які дозволяють кількісно оцінити смислову близькість між поняттями або текстовими фрагментами. Як показано на рисунку 1, ці метрики поділяються на дві основні групи: метрики семантичної подібності та метрики семантичної спорідненості [5].

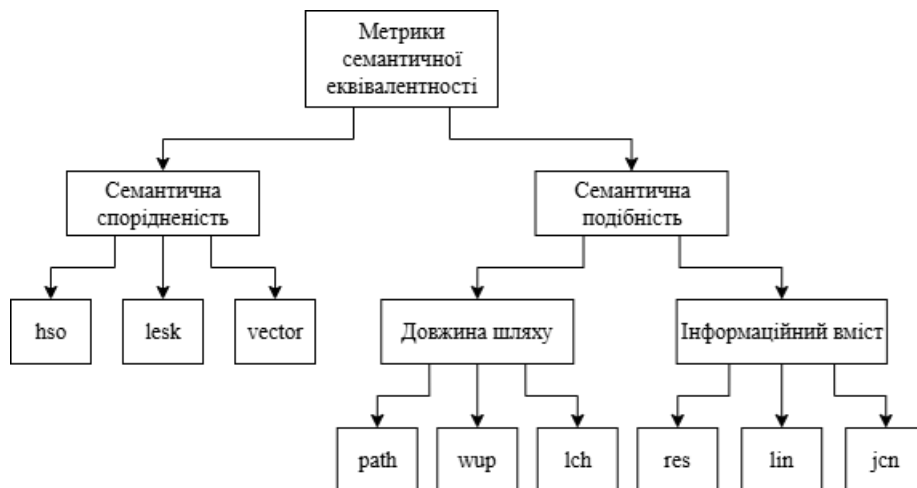


Рис. 1. Таксономія метрик семантичної еквівалентності у методах заснованих на знаннях

Метрики семантичної подібності спрямовані на оцінку схожості між поняттями, що мають спільну семантичну природу. До цієї групи належать такі підходи, як обчислення довжини найкоротшого шляху між поняттями в онтології, врахування глибини спільного предка, або комбіновані моделі, які враховують як топологічні, так і статистичні характеристики. Загалом дані метрики розділяють на дві групи.

Перша група метрик, до якої належать Resnik (res), Lin (lin) та Jiang & Conrath (jcn), ґрунтується на концепції інформаційного наповнення. Ці метрики використовують статистичні характеристики корпусу для оцінки ймовірності зустрічі понять, припускаючи, що чим менш ймовірне поняття, тим більшою є його інформаційна цінність. Відповідно, семантична подібність між концептами визначається на основі їхньої спільної інформації [5].

Метрика res визначає семантичну подібність через інформаційне наповнення найближчого спільного предка LCS у ієрархії WordNet:

$$sim_{res}(A, B) = IC(LCS(A, B)), \quad (5)$$

$$IC(c) = -\log P(c), \quad (6)$$

де $IC(c)$ – інформаційне наповнення концепту c , $P(c)$ – ймовірність зустрічі концепту c у корпусі текстів, $LSC(A, B)$ – це найближчий спільний предок для концептів A та B у таксономічній ієрархії.

Обчислене значення може приймати значення 0 та бути більше. Верхня межа значення, як правило, досить велика і змінюється залежно від розміру корпусу, який використовується для визначення значень інформаційного вмісту.

Метрики lin та jcn також базуються на інформаційному вмісті, але враховують не лише спільне, а й відмінне між поняттями. Обидві метрики доповнюють інформаційний вміст найближчого спільного предка сумою інформаційного вмісту самих концептів A і B . При цьому lin оцінює семантичну подібність як відношення подвоєного інформаційного вмісту спільного предка до суми інформаційного вмісту обох концептів, тобто фокусується на співвідношенні спільної та унікальної інформації:

$$sim_{in}(A, B) = \frac{2 \times IC(LCS(A, B))}{IC(A) + IC(B)}, \quad (7)$$

де $IC(A)$, $IC(B)$ – інформаційне наповнення концептів A і B відповідно, $LCS(A, B)$ – найближчий спільний предок для концептів A та B .

Це значення наближається до 1, якщо поняття мають спільного предка з високим інформаційним вмістом і мінімальними відмінностями.

Натомість метрика jcn розраховує семантичну відстань між концептами як суму їхнього власного інформаційного вмісту мінус подвоєний інформаційний вміст спільного предка:

$$dist_{jcn}(A, B) = IC(A) + IC(B) - 2 \times IC(LCS(A, B)), \quad (8)$$

де $IC(A)$, $IC(B)$ – інформаційне наповнення концептів A і B відповідно, $LCS(A, B)$ – найближчий спільний предок для концептів A та B .

Чим менше це значення, тим ближчі поняття. Відповідно, для перетворення відстані у подібність використовують обернене значення або інші нормалізації. Таким чином, обидві метрики є більш чутливими до структурної та статистичної інформації, оскільки вони одночасно враховують кількість спільної інформації (через спільного предка) та кількість унікальної інформації кожного з концептів.

Друга група метрик базується на топологічних характеристиках лексичної мережі, зокрема на довжині шляху між поняттями в ієрархії WordNet. До цієї групи входять метрики Leacock & Chodorow (lch), Wu & Palmer (wup) та Path Length ($path$). Вони оперують глибиною ієрархії та відстанню між вузлами: чим коротший шлях або вища спільна ієрархічна вершина, тим більшою вважається семантична подібність між поняттями [5].

Метрика $path$ обчислює семантичну подібність як довжину найкоротшого шляху між концептами A і B в онтологічній ієрархії:

$$sim_{path}(A, B) = \frac{1}{length(A, B)}, \quad (9)$$

де $length(A, B)$ – довжина найкоротшого шляху між концептами A та B .

Показник lch повертає оцінку, яка вказує на те, наскільки схожі значення двох слів, на основі найкоротшого шляху між цими двома значеннями та максимальної глибини таксономії, у якій зустрічаються значення та обчислюється за формулою:

$$sim_{lch}(A, B) = -\log \frac{length(A, B)}{2 \times D}, \quad (10)$$

де $length(A, B)$ – найкоротший шлях між поняттями A та B , D – максимальна глибина ієрархії в WordNet.

Остання метрика wup оцінює подібність на основі глибини найближчого спільного предка відносно глибини самих понять:

$$sim_{wup}(A, B) = \frac{2 \times depth(LCS(A, B))}{depth(A) + depth(B)}, \quad (11)$$

де $depth(A)$, $depth(B)$ – глибина понять A та B у ієрархії, $LCS(A, B)$ – найближчий спільний предок понять A та B .

Метрики семантичної спорідненості є ширшим поняттям і дозволяють враховувати не лише таксономічні відношення, а й асоціативні зв'язки між поняттями – такі як функціональна сумісність, тематична спільність або причинно-наслідкові відношення. Серед метрик семантичної спорідненості виокремлюють три основні підходи: Hirst and St-Onge Measure (HSO),

Lesk та векторні представлення [5]. Метод HSO ґрунтується на топології лексичної бази WordNet і враховує не лише довжину найкоротшого шляху між поняттями, але й кількість змін типів семантичних зв'язків на цьому шляху. Чим менше таких змін і коротший шлях, тим вищий ступінь спорідненості між поняттями. Метрика Lesk базується на принципі перетину словникових визначень. Оцінювання спорідненості здійснюється шляхом аналізу кількості спільних слів у визначеннях двох концептів: чим більший цей перетин, тим вищою є семантична близькість. Підхід vector спирається на статистичне моделювання спів вживання термінів у текстовому корпусі. Для кожного слова, що зустрічається в глосах WordNet, формується вектор контексту, який відображає частотні співвідношення. Відповідно, кожна концепція репрезентується як усереднений вектор термінів, що входять до її глоси.

Варто зазначити, що метрики семантичної спорідненості моделюють радше загальну асоціативну або тематичну близькість понять, а не точну еквівалентність змісту. Саме тому ці підходи мають обмежене застосування у задачах ідентифікації перифраз, де критично важливою є точна семантична відповідність, на відміну від метрик семантичної подібності, що демонструють кращу ефективність.

У роботі [6] автори демонструють використання цих підходів для оцінки семантичної близькості між словами у двох текстах. Перетворення семантичної подібності між концептами в подібність між словами здійснюється шляхом зіставлення їхніх відповідників у лексичній мережі WordNet.

Попри широку застосовність, як методи, засновані на корпусах, так і методи, що спираються на бази знань, мають суттєві обмеження у контексті задачі ідентифікації перифраз. Головна їхня спільна характеристика полягає у тому, що обчислення семантичної близькості виконується переважно на рівні окремих лексичних одиниць або пар слів. У задачі ідентифікації перифраз така обмеженість виявляється критичною. Перифразування за своєю природою передбачає не лише заміну окремих слів синонімами, а й складні трансформації, пов'язані з перебудовою синтаксичної структури, використанням метафор, фразеологізмів, зміною акцентів або способів концептуалізації одного і того ж змісту.

Ці обмеження визначають необхідність застосування складніших моделей семантичного представлення, здатних інтегрувати не лише лексичні, але й синтаксичні та концептуальні аспекти змісту. Важливою властивістю таких моделей є здатність відображати зв'язки між словами у межах речення, включно з ролями агентів, пацієнтів, інструментів, а також каузальних, темпоральних та інших відношень.

З розвитком глибинного навчання парадигма обробки природної мови поступово змістилася від традиційних методів, що базувалися на ручному конструюванні ознак і використанні фіксованих лінгвістичних ресурсів, до моделей розподіленого представлення, які формують семантичні подання мовних одиниць у вигляді векторів у безперервному багатовимірному просторі. На відміну від попередніх підходів, де знання про значення слів і фраз явно кодувалися за допомогою правил або таксономічних структур, сучасні моделі нейронних мереж дозволяють автоматично навчатися узагальнених семантичних залежностей із великих обсягів тексту.

Одним із ключових напрямів у сучасній парадигмі обробки природної мови є композиційна дистрибутивна семантика (Compositional Distributional Semantics). Цей підхід базується на гіпотезі, що значення складних мовних одиниць – таких як фрази, речення або цілі тексти – може бути отримано шляхом композиції векторних подань їхніх складових елементів. Основною ідеєю є поєднання принципів дистрибутивної семантики, яка розглядає значення слова як похідне від контекстів його вживання, із принципами формальної семантики, що описує правила композиції значень.

Сучасні методи композиційної дистрибутивної семантики класифікуються залежно від рівня мовного представлення, на якому формуються векторні репрезентації: методи на рівні слів, методи на рівні фраз, методи на рівні речень.

Методи на рівні слів ґрунтуються на ідеї побудови векторів окремих слів на основі їхнього контексту у великих корпусах тексту. Найвідоміші моделі цієї групи, такі як Word2Vec або GloVe, формують статичні векторні представлення, де кожному слову відповідає один вектор незалежно від контексту та використовуються у групі моделей під назвою SWEM (*Simple Word-Embedding-Based Models*) [7]. Основна ідея цих моделей полягає у використанні векторних представлень слів, зазвичай попередньо навчених на великих корпусах, що відображають латентну семантичну схожість між словами у багатовимірному континуальному просторі. У межах SWEM-підходу кожне речення подається як послідовність векторів, відповідних словам у реченні. Далі застосовуються прості операції агрегації, що дозволяють отримати єдине фіксованої довжини представлення всього речення. Найпоширенішими типами агрегації є:

- агрегування по середньому – обчислення середнього значення по кожній координаті всіх векторів речення;
- агрегування по максимуму – вибір максимального значення по кожній координаті;
- конкатенація середнього та максимуму – конкатенація результатів агрегації по середньому та максимуму для збереження більшої кількості семантичної інформації;
- сумарне агрегування – обчислення сумарного вектора всіх слів у реченні.

Отримані агреговані вектори подаються на вхід класифікаційній моделі, яка навчається визначати ступінь семантичної відповідності між парами речень, класифікуючи їх як перифрази або не перифрази. Головним недоліком описаної групи моделей є нечутливість до порядку слів, що особливо характерно для варіантів із середнім та максимальним згортанням. Через втрату інформації про порядок, такі моделі не здатні розрізняти речення, які мають однаковий лексичний склад, але різну синтаксичну структуру. Це обмеження суттєво знижує застосовність простих SWEM-моделей у задачах, де семантична еквівалентність вимагає точного урахування синтаксису або логіко-семантичних відношень.

Методи на рівні фраз становлять важливу роль в моделюванні локальної семантики, що виникає внаслідок взаємодії між словами в межах фразових конструкцій. На відміну від моделей, які формують значення тексту шляхом простого агрегування векторних представлень слів, фразові методи орієнтовані на врахування синтаксичної структури та граматичних зв'язків між елементами, що дозволяє моделювати складні мовні вирази. Для моделювання семантичного значення на рівні фраз широко застосовуються нейронні моделі, орієнтовані на обробку послідовностей, зокрема рекурентні нейронні мережі.

Рекурентна нейронна мережа (RNN) – це клас штучних нейронних мереж, що дозволяють зберігати та передавати інформацію в часовому порядку. Така архітектура забезпечує обробку послідовних даних, зокрема природної мови, де значення поточного елемента залежить від попереднього контексту. На кожному часовому кроці RNN приймає на вхід поточний елемент послідовності та попередній прихований стан, обчислюючи новий стан, який несе узагальнену інформацію про вже оброблену частину вхідної послідовності (рис. 2).

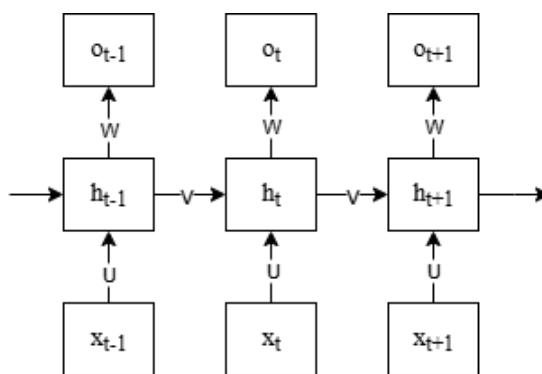


Рис. 2. Архітектура рекурентної нейронної мережі

В контексті задачі ідентифікації перифраз рекурентні мережі використовуються для імплементації архітектури енкодер-декодер. На першому етапі, **енкодер** рекурентної мережі приймає на вхід послідовність слів вхідної фрази та послідовно кодує її в компактне векторне подання, яке відображає семантичний зміст фрази в багатовимірному просторі. Таким чином формується контекстний вектор, що акумулює інформацію про всі елементи речення, враховуючи їхню послідовність та взаємозв'язки, після чого декодер, отримуючи на вхід другу фразу, використовує механізм уваги, щоб зіставити частини обох речень у процесі класифікації.

Такий підхід, наприклад, застосовано у роботі [8], де автори використали архітектуру енкодер-декодер на базі рекурентних нейронних мереж. Запропонований метод спочатку обчислює схожість між парами фраз у вихідному та цільовому реченнях, використовуючи приховані стани RNN-енкодера. Для кожної пари фраз у системі застосовується спеціальний механізм оцінювання, який автоматично визначає, наскільки семантично сумісні ці фрази. Завдяки такому вирівнюванню з використанням RNN-моделей вийшло отримати гнучке представлення фраз, що враховує не лише локальний контекст, а й загальну семантичну сумісність у межах всього речення.

Методи композиційної дистрибутивної семантики на рівні речень є природним продовженням та розвитком підходів, що оперують фразовими структурами. Основна мета таких моделей полягає у побудові цілісного семантичного представлення речення, яке інтегрує як локальні взаємозв'язки між словами, так і глобальний контекст. У порівнянні з методами на рівні фраз, де моделювання зазвичай обмежується короткими синтаксичними структурами (наприклад, іменними чи дієслівними групами), реченнєві моделі здатні охоплювати ширші зв'язки між елементами тексту, включно з довготривалими залежностями та складною семантичною композицією.

Альтернативно до рекурентних мереж, методи на рівні речень також використовують згорткові нейронні мережі – клас нейронних мереж, який спеціалізується на виявленні локальних патернів у структурованих даних, таких як зображення або послідовності. У класичному застосуванні CNN обробляє дані за допомогою згорткових фільтрів, які «ковзають» по вхідному масиву та виявляють характерні ознаки, що є релевантними для поставленої задачі. У контексті обчислення семантичного представлення речення CNN обробляє послідовність векторів слів за допомогою згорткових фільтрів фіксованого розміру, які паралельно обробляють підмножини речення, дозволяючи не зважати на порядок слів у реченні, що є перевагою даного класу моделей перед рекурентними архітектурами, які обробляють дані послідовно. Ці фільтри автоматично вивчають локальні семантичні шаблони, які є релевантними для розв'язання задачі ідентифікації перифраз.

Однією з класичних моделей, що реалізують підхід на основі згорткових нейронних мереж для порівняння речень, є ARC-I (Architectural Convolutional model I) [9]. Дана модель реалізує підхід незалежної обробки вхідних речень, у межах якого кожне речення кодується окремо за допомогою ідентичних згорткових блоків, а обчислення подібності здійснюється лише на завершальному етапі класифікації.

На першому етапі кожне речення представляється як послідовність векторів слів. На отриману послідовність накладаються згорткові фільтри фіксованої ширини k , що дозволяє виявляти локальні контексти у тексті. Далі застосовується операція агрегування по максимуму над усіма виходами згорткового шару, яка забезпечує інваріантність до довжини речення та відбір найбільш релевантних ознак. Таким чином, кожне речення кодується у фіксовану векторну репрезентацію. На наступному етапі ці вектори комбінуються та подаються на вхід багаточаровому перцептрону, який виконує класифікацію пари речень як перифраза або не перифраза. Модель ARC-I продемонструвала конкурентну ефективність на задачах семантичного порівняння, зокрема у випадках, де релевантність текстів залежить від локальних шаблонів або ключових словосполучень. Разом із тим, модель має певні обмеження. Зокрема, незалежне

кодування кожного речення до порівняння не дозволяє явно враховувати взаємозалежності між елементами обох речень, що може призводити до втрати контекстуально важливої інформації.

Попри ефективність методів комбінованої дистрибутивної семантики, зокрема векторних моделей, що відображають контекстуальне значення слів і речень у багатовимірному просторі, ці підходи мають низку обмежень, які суттєво ускладнюють їх використання в задачах глибокого семантичного аналізу. Зокрема, одним із ключових недоліків є спосіб агрегування векторного представлення текстових одиниць: у більшості моделей, семантична репрезентація речення формується шляхом застосування операцій середнього або максимального агрегування над векторами слів. Такий підхід ігнорує порядок слів та синтаксичну структуру речення, що може призводити до некоректної інтерпретації його змісту.

У зв'язку з вищезгаданими обмеженнями, обґрунтованим видається перехід до гібридного підходу, який поєднує переваги глибоких контекстуальних представлень із формалізованими структурними описами значення. Такий підхід дозволяє моделювати не лише поверхневу семантичну схожість між текстами, а й глибинні семантичні зв'язки, що критично важливо для задачі ідентифікації перифраз.

Зокрема, перспективним є представлення семантичної структури речень у вигляді графів, які експліцитно кодують концепти, ролі учасників ситуації, типи подій, логічні зв'язки та інші елементи глибинного змісту. Графові структури такого типу, як абстрактна репрезентація значення або AMR (Abstract Meaning Representation), дозволяють абстрагуватися від поверхневої форми та виявляти еквівалентні висловлювання навіть за суттєвих лексико-синтаксичних відмінностей.

Водночас, сучасні трансформерні архітектури, зокрема моделі типу BERT демонструють високу ефективність у задачах побудови таких графів з природної мови, а також у задачах класифікації чи порівняння графових представлень [4]. Це створює передумови для формування гібридної моделі, в якій семантика тексту спочатку інтерпретується у вигляді AMR-графів, а потім аналізується за допомогою нейронних підходів, що враховують як структурну, так і дистрибутивну інформацію.

Формально абстрактне семантичне представлення (AMR) моделюється як орієнтований мічений граф $G=(V, E)$, де вершини V відповідають поняттєвим одиницям, а дуги $E \subseteq V \times L \times V$ мають мітки з множини L , що позначають семантичні відношення між концептами. Побудова AMR-графа передбачає існування функції відповідності $f: S \rightarrow G$, яка здійснює перехід від простору речень природної мови S до простору графових репрезентацій G , що відображають їх глибинну семантику [2].

На рівні змістового представлення AMR дозволяє явно кодувати:

1. Семантичні ролі: такі як агент ARG0, пацієнт ARG1, інструмент ARG2 та інші, які вказують на різних учасників події або дії, що виражена в реченні.
2. Лексичні концепти: кожен змістовий компонент речення, такі як іменник, дієслово, прикметник, позначається уніфікованим поняттям із лексичного ресурсу.
3. Квантори, модальність, час: AMR дозволяє позначати логічні конструкції, часові характеристики подій, а також модальність.
4. Структуру співвіднесених подій: граф дозволяє представити причинно-наслідкові, умовні й інші зв'язки, що вкрай важливо для цілісного моделювання тексту.

AMR-графи таким чином забезпечують багаторівневу семантичну структуру, яка робить можливим глибший аналіз значення речення у порівнянні з дистрибутивними моделями, які зазвичай не фіксують внутрішньої логіки подієвих чи рольових зв'язків.

Наприклад, робота Fuad Issa та співавторів [10] досліджує використання AMR-репрезентацій разом із методами латентного семантичного аналізу для розв'язання задачі ідентифікації перифраз. У цьому дослідженні автори пропонують комбіновану модель, яка поєднує структурну інформацію з AMR-графів та дистрибутивні ознаки з простору латентних тем, отриманих

за допомогою LSA. Такий підхід дозволяє враховувати як формальні семантичні зв'язки між концептами, так і латентну тематичну близькість між реченнями.

У моделі реалізовано зіставлення пар AMR-графів шляхом обчислення схожості на основі частково вирівняного зіставлення підграфів, після чого ці структурні ознаки комбінуються з векторами, отриманими через LSA, у єдиному класифікаторі на основі SVM. Дослідження охоплювало два основні підходи: побудова розріджених ознак на основі графових компонентів для SVM-класифікатора; формування семантичного представлення речення за допомогою латентно-семантичного аналізу (LSA), де ваги вершин AMR-графів задавалися через PageRank або TF-IDF. Результати досліджень показали, що використання комбінації AMR-графів із техніками латентного аналізу дозволяє досягти вищої продуктивності та більшої семантичної точності при ідентифікації перифраз.

Разом із цим варто відзначити, що ефективність AMR-репрезентацій значною мірою залежить від якості AMR-парсингу. Останні досягнення у сфері трансформерних архітектур, зокрема моделей типу Seq2Seq зі спеціалізованими енкодерами для графових структур, відкривають нові можливості для поліпшення якості автоматичної побудови AMR-графів, так і їхнього подальшого використання в задачах глибокого семантичного аналізу. Інтеграція AMR-структур у трансформери дозволяє:

- кодувати граф як послідовність або мультиреляційне представлення для вхідного шару моделі;
- враховувати глобальний контекст семантичних ролей і структурних залежностей;
- навчати модель на завданнях класифікації перифраз без необхідності ручного створення ознак.

Таким чином, гібридні архітектури, що поєднують AMR-графи як структуровану семантичну репрезентацію з потужністю трансформерних моделей, виглядають як обґрунтований напрям для побудови високоточних систем виявлення перифраз. Такий підхід дозволяє поєднати переваги знанневих репрезентацій та розподілених векторних подань, забезпечуючи як семантичну точність, так і гнучкість у навчанні моделей на великих корпусах.

Висновки

У статті було проведено систематичний аналіз сучасних підходів до обчислення семантичної еквівалентності та побудови семантичних репрезентацій в контексті задачі ідентифікації перифраз. Розглянуто традиційні методи дистрибутивної семантики на рівнях слів, фраз і речень, включно з моделями типу SWEM, ARC-I та нейронними мережами, що враховують синтаксичну і семантичну структуру. Показано, що хоча ці методи демонструють хорошу продуктивність у випадках лексичної або локально-семантичної подібності, вони мають обмеження щодо розуміння глибоких семантичних залежностей, зокрема причинно-наслідкових зв'язків, логічних операторів та узагальнень.

На цьому тлі було обґрунтовано доцільність використання графових семантичних репрезентацій, зокрема Abstract Meaning Representation, які дозволяють формалізувати зміст речення у вигляді орієнтованого графа з концептами та семантичними ролями. Розглянуті дослідження, які застосовували AMR у задачі класифікації перифраз, показали зростання точності при інтеграції AMR-структур у класифікаційний підхід.

У підсумку сформульовано перспективу переходу до гібридних архітектур, що поєднують AMR-графи з трансформерними моделями. Такий підхід дозволяє подолати недоліки класичних дистрибутивних методів, підвищити семантичну глибину репрезентацій та побудувати більш інтерпретовану, структурно узгоджену систему ідентифікації перифраз. Надалі розвиток цієї гібридної моделі дозволить досягти вищої точності, зокрема в мовах із гнучким порядком слів, таких як українська, де поверхневі ознаки є менш інформативними.

Список використаної літератури

1. Landauer T. K., Foltz P. W., Laham D. An introduction to latent semantic analysis. *Discourse Processes*. 1998. Vol. 25, no. 2–3. P. 259–284. <https://doi.org/10.1080/01638539809545028>.
2. Banarescu L., Bonial C., Cai S., Georgescu M., Griffitt K., Hermjakob U., Knight K., Koehn P., Palmer M., Schneider N. Abstract Meaning Representation for Sembanking. In: *Proceedings of the 7th Linguistic Annotation Workshop and Interoperability with Discourse*. Sofia, Bulgaria; 2013. P. 178–186. Association for Computational Linguistics. URL: <https://aclanthology.org/W13-2102.pdf>
3. Dohare S., Karnick H., Gupta V. Text Summarization using Abstract Meaning Representation. *arXiv preprint*. 2017. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1706.01678>
4. Yingxu Wang et al. A layered reference model of the brain (LRMB). *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*. 2006. Vol. 36, no. 2. P. 124–133. <https://doi.org/10.1109/tsmcc.2006.871126>.
5. Corley C., Mihalcea R. Measuring the Semantic Similarity of Texts. In: *Proceedings of the ACL Workshop on Empirical Modeling of Semantic Equivalence and Entailment*. Ann Arbor, Michigan; 2005. P. 13–18. Association for Computational Linguistics. URL: <https://aclanthology.org/W05-1203.pdf>.
6. Mihalcea R., Corley C., Strapparava C. Corpus-based and Knowledge-based Measures of Text Semantic Similarity. In: *Proceedings of the 21st National Conference on Artificial Intelligence (AAAI)*. Boston, MA; 2006. P. 775–780. Association for the Advancement of Artificial Intelligence. URL: <https://aaai.org/Papers/AAAI/2006/AAAI06-123.pdf>.
7. Shen D., Wang G., Wang W., Min M. R., Su Q., Zhang Y., Li C., Henao R., Carin L. Baseline Needs More Love: On Simple Word-Embedding-Based Models and Associated Pooling Mechanisms. In: *Proceedings of the 56th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics (Volume 1: Long Papers)*. Melbourne, Australia; 2018. P. 440–450. Association for Computational Linguistics. <https://doi.org/10.18653/v1/P18-1041>.
8. Cho K., van Merriënboer B., Gulcehre Ç., Bougares F., Schwenk H., Bengio Y. Learning phrase representations using RNN encoder-decoder for statistical machine translation. *CoRR*. 2014. URL: <http://arxiv.org/abs/1406.1078>.
9. Hu B., Lu Z., Li H., Chen Q. Convolutional Neural Network Architectures for Matching Natural Language Sentences. *arXiv preprint*. 2015. URL: <https://arxiv.org/pdf/1503.03244>.
10. Issa F., Damonte M., Cohen S. B., Yan X., Chang Y. Abstract Meaning Representation for Paraphrase Detection. In: *Proceedings of the 2018 Conference of the North American Chapter of the Association for Computational Linguistics: Human Language Technologies, Volume 1 (Long Papers)*. New Orleans, Louisiana; 2018. P. 442–452. Association for Computational Linguistics. URL: <https://aclanthology.org/N18-1041.pdf>.

References

1. Landauer, T. K., Foltz, P. W., & Laham, D. (1998). An introduction to latent semantic analysis. *Discourse Processes*, 25(2–3), 259–284. <https://doi.org/10.1080/01638539809545028> [in English].
2. Banarescu, L., Bonial, C., Cai, S., Georgescu, M., Griffitt, K., Hermjakob, U., Knight, K., Koehn, P., Palmer, M., & Schneider, N. (2013). Abstract meaning representation for sembanking. In *Proceedings of the 7th Linguistic Annotation Workshop and Interoperability with Discourse* (pp. 178–186). Association for Computational Linguistics. <https://aclanthology.org/W13-2102.pdf> [in English].
3. Dohare, S., Karnick, H., & Gupta, V. (2017). Text summarization using abstract meaning representation. *arXiv preprint*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1706.01678> [in English].

4. Wang, Y., S. Chen, H. Yin, et al. (2006). A layered reference model of the brain (LRMB). *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, 36(2), 124–133. <https://doi.org/10.1109/tsmcc.2006.871126> [in English].
5. Corley, C., & Mihalcea, R. (2005). Measuring the semantic similarity of texts. In *Proceedings of the ACL Workshop on Empirical Modeling of Semantic Equivalence and Entailment* (pp. 13–18). Association for Computational Linguistics. <https://aclanthology.org/W05-1203.pdf> [in English].
6. Mihalcea, R., Corley, C., & Strapparava, C. (2006). Corpus-based and knowledge-based measures of text semantic similarity. In *Proceedings of the 21st National Conference on Artificial Intelligence (AAAI)* (pp. 775–780). Association for the Advancement of Artificial Intelligence. <https://aaai.org/Papers/AAAI/2006/AAAI06-123.pdf> [in English].
7. Shen, D., Wang, G., Wang, W., Min, M. R., Su, Q., Zhang, Y., Li, C., Henao, R., & Carin, L. (2018). Baseline needs more love: On simple word-embedding-based models and associated pooling mechanisms. In *Proceedings of the 56th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics (Volume 1: Long Papers)* (pp. 440–450). Association for Computational Linguistics. <https://doi.org/10.18653/v1/P18-1041> [in English].
8. Cho, K., van Merriënboer, B., Gulcehre, Ç., Bougares, F., Schwenk, H., & Bengio, Y. (2014). Learning phrase representations using RNN encoder-decoder for statistical machine translation. *CoRR*. <http://arxiv.org/abs/1406.1078> [in English].
9. Hu, B., Lu, Z., Li, H., & Chen, Q. (2015). Convolutional neural network architectures for matching natural language sentences. *arXiv preprint*. <https://arxiv.org/pdf/1503.03244> [in English].
10. Issa, F., Damonte, M., Cohen, S. B., Yan, X., & Chang, Y. (2018). Abstract meaning representation for paraphrase detection. In *Proceedings of the 2018 Conference of the North American Chapter of the Association for Computational Linguistics: Human Language Technologies, Volume 1 (Long Papers)* (pp. 442–452). Association for Computational Linguistics. <https://aclanthology.org/N18-1041.pdf> [in English].

М'якенький Арсеній Вячеславович – аспірант кафедри програмного забезпечення комп'ютерних систем Національного технічного університету «Дніпровська політехніка». E-mail: miakenkyi.ar.v@nmu.one, ORCID: 0000-0002-4141-001X.

Алексєєв Михайло Олександрович – д.т.н., професор, завідувач кафедри програмного забезпечення комп'ютерних систем Національного технічного університету «Дніпровська політехніка». E-mail: alekseev.m.o@nmu.one, ORCID: 0000-0001-8726-7469.

Miakenkyi Arsenii Viacheslavovich – Postgraduate Student at the Department of Software Engineering (DoSE) of the Dnipro University of Technology. E-mail: miakenkyi.ar.v@nmu.one, ORCID: 0000-0002-4141-001X.

Aleksieiev Mykhailo Oleksandrovich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Software Engineering (DoSE) of the Dnipro University of Technology. E-mail: alekseev.m.o@nmu.one, ORCID: 0000-0001-8726-7469.



Отримано: 28.10.2025
Рекомендовано: 27.11.2025
Опубліковано: 30.12.2025

Д.А. НАГОВСЬКИЙ, Г. Г. ДОЩЕНКО, С.С. ГОЛОЩАПОВ
Херсонська державна морська академія

ПЕРЕТВОРЮВАЧІ ЧАСТОТИ В СУДНОВИХ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНИХ УСТАНОВКАХ: ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ

Сьогодні транспортна енергетика стрімко розвивається, і це супроводжується зростанням вимог до безпеки та надійності суднового обладнання. Водночас постійно збільшується потужність головних та допоміжних двигунів. Через це особливо важливим стає підтримання енергоефективності суднових енергетичних установок протягом усього терміну експлуатації.

Еволюція технологій керування гребними приводами почалася із систем на основі двигунів постійного струму (ДПС), які керувалися тиристорними перетворювачами. Ці системи хоча і забезпечували регулювання швидкості, мали суттєві недоліки, такі як високі експлуатаційні витрати, складність обслуговування, а також великі габарити та вага. Розвиток силової електроніки та мікропроцесорної техніки дав змогу перейти до більш досконалих систем змінного струму.

У статті розглянуто еволюцію та сучасний стан застосування перетворювачів частоти в суднових електроенергетичних установках. Проведено детальний аналіз ключових технологій керування гребними приводами, починаючи від історично доцільних систем на базі двигунів постійного струму з тиристорними перетворювачами до сучасних приводів змінного струму.

Особливу увагу приділено порівнянню різних топологій перетворювачів, таких як циклоконвертери, інвертори з джерелом струму та інвертори з джерелом напруги (ШІМ), які є основою сучасних електричних пропульсивних систем. Визначено їхні принципи роботи, переваги, недоліки та особливості застосування, зокрема в системах, що вимагають високої продуктивності та точності, як-от динамічне позиціонування або рух у льодових умовах.

На основі аналізу представлено порівняльну характеристику основних типів приводів за такими критеріями, як пускові струми, динаміка, коефіцієнт потужності, гармонічні спотворення та ефективність. Результати дослідження підкреслюють перехід до приводів змінного струму як найбільш оптимального рішення для сучасного суднобудування.

Таким чином, сучасні електричні пропульсивні системи з перетворювачами частоти на основі інверторів із джерелом напруги (ШІМ) стали найбільш оптимальним рішенням для суднобудування.

Ключові слова: пропульсивна система, перетворювачі частоти, циклоконвертери, інвертори з джерелом струму, інвертори з джерелом напруги, тиристорні перетворювачі.

D.A. NAHOVSKIY, H.G. DOSHCENKO, S.S. GOLOSCHAPOV
Kherson State Maritime Academy

FREQUENCY CONVERTERS IN SHIP POWER PLANTS: COMPARATIVE ANALYSIS

In our time, transport energy is rapidly developing, and this is accompanied by increasing demands for the safety and reliability of marine equipment. At the same time, the power of main and auxiliary engines is constantly increasing. Because of this, maintaining the energy efficiency of ship power plants throughout their entire service life becomes particularly important.

The evolution of propulsion drive control technologies began with systems based on direct current (DC) motors, which were controlled by thyristor converters. Although these systems provided speed regulation, they had significant drawbacks, such as high operating costs, maintenance complexity, as well as large dimensions and weight. The development of power electronics and microprocessor technology allowed for the transition to more advanced alternating current (AC) systems.

The article examines the evolution and current state of the application of frequency converters in ship power plants. A detailed analysis of key propulsion drive control technologies is carried out, from historically appropriate systems based on DC motors with thyristor converters to modern AC drives.

Special attention is paid to comparing different converter topologies, such as cycloconverters, current source inverters, and voltage source inverters (PWM), which are the basis of modern electric propulsion systems. Their operating principles, advantages, disadvantages, and features of application are determined, particularly in systems that require high performance and accuracy, such as dynamic positioning or movement in ice conditions.

Based on the analysis, a comparative characteristic of the main types of drives is presented according to criteria such as starting currents, dynamics, power factor, harmonic distortion, and efficiency. The results of the study emphasize the transition to AC drives as the most optimal solution for modern shipbuilding.

Thus, modern electric propulsion systems with frequency converters based on voltage source inverters (PWM) have become the most optimal solution for shipbuilding.

Key words: propulsion system, frequency converters, cycloconverters, current source inverters, voltage source inverters, thyristor converters.

Постановка проблеми

У сучасному суднобудуванні існує постійна потреба у підвищенні ефективності, надійності та екологічності енергетичних установок. Електричні пропульсивні системи, які базуються на перетворювачах частоти, стали основним напрямом розвитку, витісняючи традиційні механічні приводи. Однак існує широкий спектр технологій перетворювачів, кожна з яких має свої переваги та недоліки.

Проблема полягає у відсутності комплексного порівняльного аналізу цих технологій, що ускладнює вибір оптимального технічного рішення для конкретних умов експлуатації судна. Вибір неправильної топології перетворювача може призвести до:

- низької енергоефективності, що збільшує витрати палива та викиди;
- погіршення динамічних характеристик приводу, що критично для суден, які потребують високої маневреності (наприклад, криголамів або суден із системою динамічного позиціонування);
- високих експлуатаційних витрат та потреби у частому технічному обслуговуванні, особливо для застарілих систем;
- створення гармонічних спотворень у судових електромережах, що може негативно впливати на роботу іншого обладнання.

Таким чином, актуальним є завдання систематизації знань про сучасні та історичні технології перетворювачів частоти та проведення їх об'єктивного порівняння для обґрунтування вибору найбільш доцільного технічного рішення, що відповідатиме вимогам судової експлуатації XXI ст.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Перетворювачі частоти застосовуються у судових електроенергетичних установках уже протягом кількох десятиліть, але їх широке впровадження розпочалося лише наприкінці 1960-х років із появою силових напівпровідникових елементів. На початковому етапі електродвигуни постійного струму були найбільш доцільним рішенням для систем керування судовими гребними приводами. Однак у 1980-х роках приводи змінного струму стали промислово доступними та конкурентоспроможними для морського застосування. Відтоді практично всі нові впровадження електричних пропульсивних систем виконуються на базі однієї з топологій приводів змінного струму [1].

Найбільш поширеними типами перетворювачів, що застосовуються у приводах судових електродвигунів, є (у порядку пріоритетності):

- інвертори з джерелом напруги для електродвигунів змінного струму (AC motors), зазвичай асинхронних двигунів;
- циклоконвертори для електродвигунів змінного струму, зазвичай синхронних двигунів;
- інвертори з джерелом струму для електродвигунів змінного струму, зазвичай синхронних двигунів;
- тиристорні перетворювачі на кремнієвих керованих випрямлячах для електродвигунів постійного струму.

Розглянемо переваги та недоліки вищевказаних технічних рішень та порівняємо їх між собою.

Мета дослідження

Метою дослідження є проведення порівняльного аналізу та обґрунтування доцільності застосування різних типів перетворювачів частоти в судових електроенергетичних установках.

Виклад основного матеріалу дослідження

Найбільш поширеним типом є електродвигун постійного струму з незалежним збудженням, у якому обмотка збудження та обмотка якоря живляться окремо. Передача струму якоря

від нерухомих виводів до ротора здійснюється за допомогою щіток, з'єднаних з обертовим колектором. На практиці струм якоря також проходить через додаткові нерухомі обмотки, які сприяють комутації струму між колекторними пластинами, проте цей ефект у цьому контексті не розглядається. У двигуні постійного струму незалежного збудження індукована напруга якоря прямо пропорційна магнітному полю та швидкості обертання. Магнітне поле є функцією струму збудження, і через ефект насичення на практиці ця залежність не є строго пропорційною. Однак якщо нехтувати насиченням, напруга якоря визначається за формулою [2]:

$$V_a = k\Phi(I_f)n \approx kK_\Phi I_f n = K_v I_f n, \quad (1)$$

де K_v – індуктивна постійна, I_f – струм збудження, n – кутова швидкість обертання, K_Φ та K – коефіцієнти пропорційності, Φ – магнітний потік двигуна. Тоді момент, який пропорційний струму якоря та магнітному полю, визначається як:

$$T = kI_a\Phi(I_f) \approx kI_aK_\Phi I_f = K_T I_a I_f, \quad (2)$$

де K_T – постійна моменту і I_a – струм якоря.

Оскільки двигун постійного струму повинен жити від джерела постійної напруги з обмеженими значеннями напруги, струму збудження та струму якоря, межа робочих характеристик буде виглядати, як показано на рис. 1.

Робота розділена на дві області: область постійного крутного моменту, яка характеризується сталим струмом збудження, та область ослаблення поля, де струм збудження зменшується для підтримки максимальної напруги на якорі за збільшення швидкості. Отже, максимальна межа крутного моменту в принципі є сталою в області постійного крутного моменту й обернено пропорційною швидкості в області ослаблення поля.

Проте у низькошвидкісній області струм якоря зазвичай треба обмежувати, щоб уникнути вигорання колектора, а у високошвидкісній області – зменшувати, щоб уникнути іскріння між сегментами колектора. Ці обмеження й показано на рис. 1.

У найбільш поширених потужних застосуваннях є двигун постійного струму, який живиться від тиристорного випрямляча з повним мостом (рис. 2), який забезпечує керований струм якоря. Аналогічно обмотка збудження живиться регульованим струмом збудження. Крутний момент точно контролюється з низькими пульсаціями, якщо індуктивність якоря велика, але це знижує динамічні характеристики, оскільки зростає часова константа якоря.

У цій топології напруга постійного струму на обмотках якоря керується фазовим зсувом часу відкриття тиристорів за кутом відкриття α . Кут відкриття в принципі може регулюватися від 0 до 180 градусів, і відповідно напруга на обмотках якоря може регулюватися від +1,35 до -1,35 від лінійної напруги. Проте на практиці кут відкриття α не буде меншим за 15 градусів, щоб забезпечити керованість приводу навіть за падіння напруги в мережі, і обмежений 150 градусами для наявності так званого запасу комутації [3].

Оскільки струм якоря контролюється за допомогою кута відкриття тиристорів, струми змінного струму будуть зсунуті по фазі відносно базової напруги. Фазовий кут струму майже дорівнює куту відкриття затвора тиристора. Оскільки напруга на якорі пропорційна швидкості обертання, можна побачити, що фазовий кут, який приблизно дорівнює куту відкриття, також буде приблизно пропорційним напрузі і, відповідно, швидкості обертання.

У приводі постійного струму, де швидкість варіюється від 0 до 100%, коефіцієнт потужності відповідно змінюватиметься від 0 до 0,96% (за куту відкриття тиристорів 15 градусів). Низький коефіцієнт потужності збільшує втрати у системах генерації та розподілу і може вимагати роботи більшої кількості генераторів, аніж це потрібно для активної потужності навантаження.

Знос щіток і колектора є причиною відмов та необхідності технічного обслуговування, а також обмежує крутний момент за стоянки. Ураховуючи це, а також те, що практичний опір

у приводах постійного струму становить близько 2–3 МОм, застосування таких приводів постійного струму для двигунів має певні обмеження і доцільне лише як модернізація, коли використовуються вже існуючі установки.

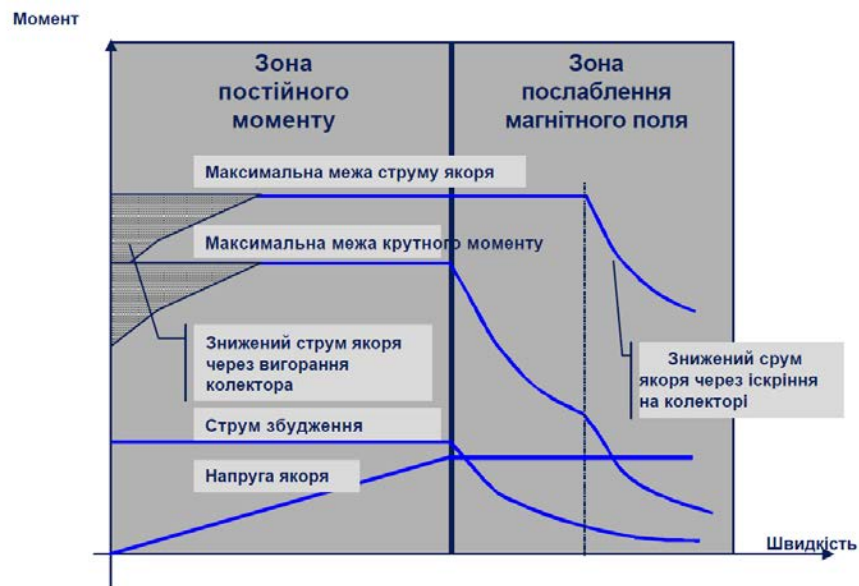


Рис. 1. Характеристики максимальних меж експлуатації для двигуна постійного струму з незалежним збудженням

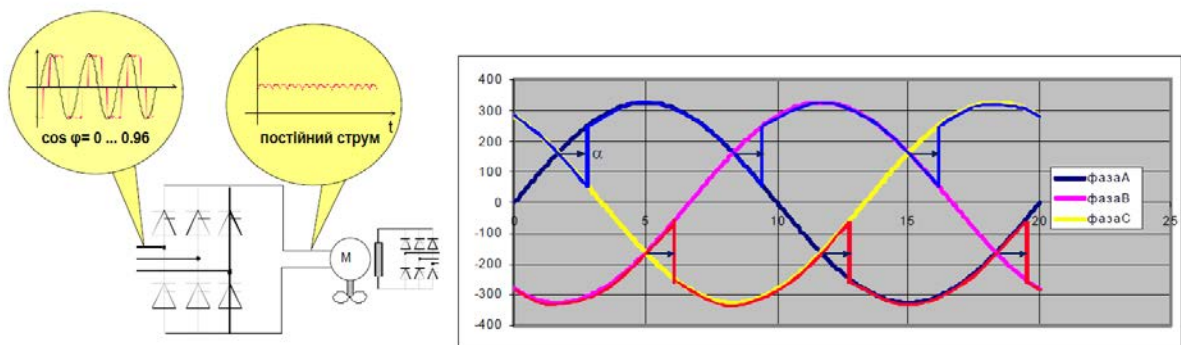


Рис. 2. Повний міст тиристорного приводу постійного струму. Напруга постійного струму на двигуні контролюється затримкою провідності тиристорів за кутом відкриття затвора α ($\alpha = 30^\circ$).

Середня напруга на двигуні становить: $V_{dc} = 1.35V \cos \alpha$

Циклоконвертер – це прямий перетворювач без посередницької ланки постійного струму (рис. 3). Напруга на двигуні змінного струму формується шляхом вибору фазових сегментів напруги живлення за допомогою керування антипаралельним тиристорним мостом.

На схемі показано 12-імпульсну конфігурацію з пониженими гармоніками в лінії, але циклоконвертер також може працювати у 6-імпульсній конфігурації. У 6-імпульсній конфігурації трансформатори живлення можна замінити реакторами, якщо напруга живлення співпадає з напругою інвертора.

Напруга двигуна керована до приблизно однієї третини частоти живлення (близько 20 Гц), тому цей тип найбільше підходить до застосування у прямому приводі валу без редуктора. Його доцільно використовувати у головних пропульсивних системах, включаючи підводні рушії [4].

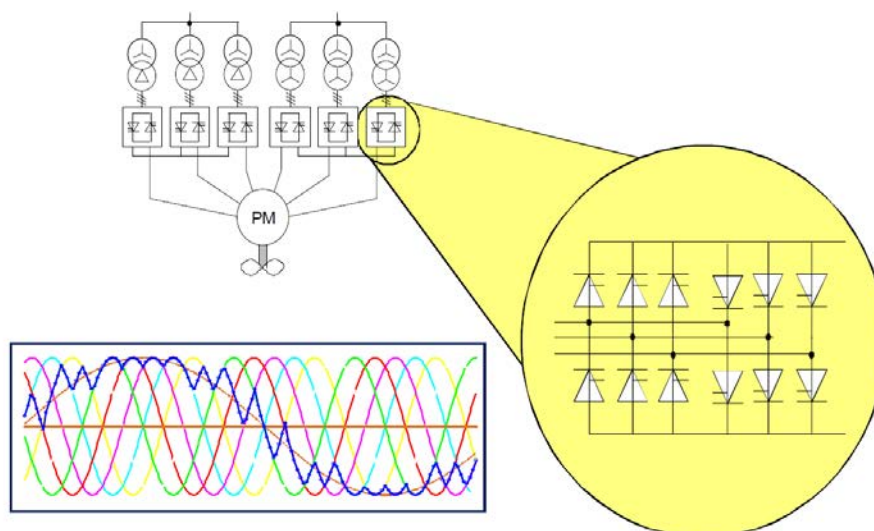


Рис. 3. Привід із використанням циклоконвертера із входними та базовими вихідними сигналами. Вихідна напруга формується шляхом вибору фазових сегментів напруги живлення

Напруга двигуна містить менше гармонік, аніж у інвертора з джерелом струму, і коефіцієнт потужності двигуна може підтримуватися високим, дуже наближеним до одиниці.

Коефіцієнт потужності живлення залежить від напруги двигуна і становить приблизно 0,76 в області ослаблення поля. Уміст лінійних гармонік залежить від швидкості й повинен ретельно враховуватися під час проектування системи, особливо коли привід двигуна великий порівняно з установленою потужністю.

Границі роботи подібні до тих, що застосовуються у приводах синхронних двигунів інверторного типу з джерелом напруги за винятком того, що обмеження на низьких швидкостях відсутні, оскільки комутація відбувається відносно мережевої напруги, а не напруги двигуна (рис. 4).

Тому циклоконвертеру доцільно давати перевагу у застосуваннях, де важлива робота на низьких швидкостях та висока продуктивність, особливо в системах для ламаючих лід суден або суден, що йдуть по льоду, а також у системах динамічного позиціонування (DP) і пасажирських суден, де критично важлива маневреність на низьких швидкостях [5].

Циклоконвертери доступні в діапазоні потужностей від 2 до 30 МВт на кожен двигун приводу.

Інвертор із джерелом напруги є найпоширенішим перетворювачем частоти в промислових застосуваннях. Він забезпечує найбільш гнучкий, точний і високоефективний привід і може використовуватися з асинхронними двигунами. Також його доцільно застосовувати для синхронних двигунів і двигунів із постійними магнітами, забезпечуючи значно кращі характеристики порівняно з іншими альтернативами.

Основними обмеженнями цієї топології приводу були доступність високопотужних компонентів та її конкурентоспроможність у високопотужному діапазоні. Донедавна практичний ліміт для таких приводів становив приблизно 8–10 МВт, але з появою нових компонентів цей ліміт зростає і сьогодні сягає близько 25 МВт.

Інвертор із джерелом напруги характеризується використанням випрямляча, зазвичай некерованого діодного випрямляча, підключеного до мережі. Він випрямляє мережеву напругу, що дає відносно сталу напругу постійного струму, яка додатково згладжується банком конденсаторів у ланці постійного струму. Конденсатори у ланці постійного струму також забезпечують відсутність у мережі високочастотних пульсацій перемикавання з модуля інвертора [6].

На рис. 5 показано привід із шестипульсним інвертором із джерелом напруги для асинхронного двигуна.

Випрямляч (рис. 5) має шестиімпульсну конфігурацію, яка застосовується, коли перетворювач безпосередньо підключений до мережі. Домінуючими гармонічними складниками струму є 5-та, 7-ма, 11-та та 13-та гармоніки. Гармонічні спотворення можна зменшити, використовуючи 12-імпульсну конфігурацію з подвійним живленням через триобмотковий трансформатор, що дає змогу компенсувати 5-ту і 7-му гармоніки. Якщо трансформатор потрібен для узгодження напруги, зазвичай слід застосовувати саме 12-імпульсну схему. Використовуючи ШІМ-керування та 12-імпульсні конфігурації, рівень гармонічних спотворень зазвичай наближається до меж, визначених правилами та стандартами, але в окремих випадках можуть знадобитися додаткові заходи, наприклад фільтрація [7].

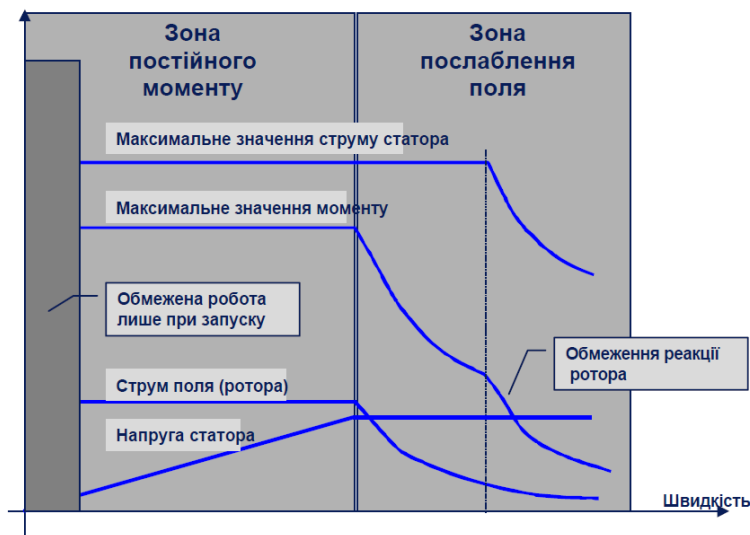


Рис. 4. Характеристики меж експлуатації для синхронного двигуна з перетворювачем інверторного типу з джерелом струму

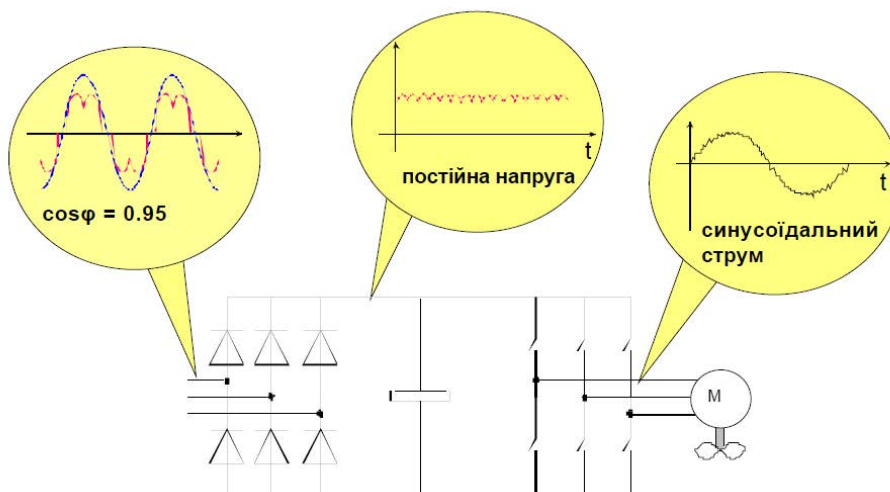


Рис. 5. Привід із шестиімпульсним інвертором із джерелом напруги для асинхронного двигуна

Рішення, яке представлено на рис. 5, здатне забезпечувати роботу двигуна в обох напрямках обертання. Проте через випрямляч із діодним випрямленням живлення енергія може лише надходити з мережі, але не повертатися в неї під час рекуперативного гальмування. Хоча інверторна частина, що живить двигун, має здатність здійснювати рекуперацію у мережу, у цій

схемі під час такої роботи напруга у ланці постійного струму зростатиме, що може призвести до пошкодження компонентів через перенапругу.

Альтернативно випрямляч можна оснастити повномостовим тиристорним випрямлячем, підключеним зустрічно-паралельно до діодного, або ж застосувати активний випрямляч (аналогічний за принципом до інверторного модуля), який дає змогу передавати енергію назад у мережу.

Керування ключовими елементами інвертора для отримання бажаної напруги на виході до двигуна може виконуватися різними методами, але найпоширенішим є ШІМ (широтно-імпульсна модуляція) у різних варіантах. У найпростішій реалізації трифазна ШІМ-напруга формується шляхом порівняння трьох синусоїдальних опорних сигналів із високочастотним трикутним сигналом (рис. 6).

– Коли значення синусоїди вище за трикутний сигнал, верхній ключ інверторної фази отримує імпульс на відкриття, а нижній закривається.

– Коли синусоїда нижча за трикутний сигнал, навпаки, відкривається нижній ключ, а верхній закривається.

Напруга на виході інвертора повторює цю схему, змінюючись між позитивним і негативним рівнями ланки постійного струму залежно від керуючих сигналів. Лінійна напруга, що діє на двигун, є різницею миттєвих значень напруг двох фаз, як показано на рис. 6.

Як альтернатива методам ШІМ, існують векторні методи модуляції та прямі методи модуляції, наприклад пряме керування моментом, де сигнали керування затворами формуються безпосередньо шляхом розрахунку, який із восьми можливих векторів напруги (включно з двома нульовими векторами) слід подати на обмотки статора.

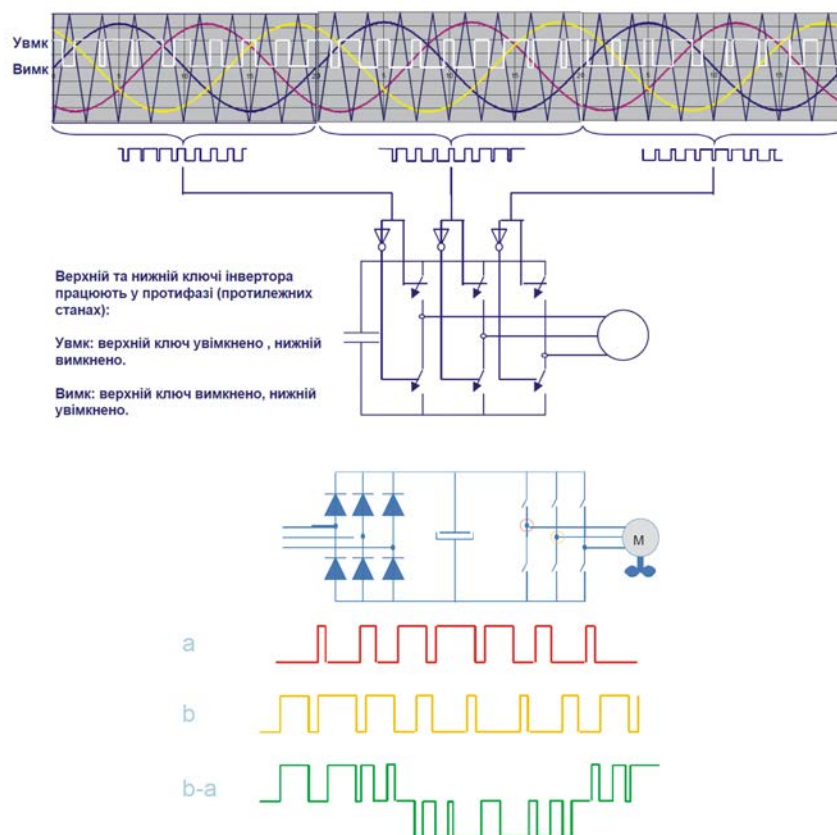


Рис. 6. Формування імпульсів керування для інвертора з ШІМ-модуляцією та отримані вихідні напруги на фазах двигуна і між двома лініями

На практиці зараз використовуються такі методи реалізації контролера двигуна з регулюванням моменту [8]:

– Скалярне керування – це найпростіша та найперша технологія керування асинхронними двигунами. Її можливо було реалізувати навіть на аналогових електронних компонентах.

Принцип базується на стаціонарній моделі асинхронного двигуна, з якої обчислюють відповідну напругу та частоту, що забезпечать потрібний момент або швидкість обертання двигуна. Такий підхід має недоліки:

- модель справедлива лише у стаціонарному режимі;
- параметри моделі значно залежать від температури, частоти та інших факторів;
- погані динамічні характеристики;
- низька ефективність використання потужності двигуна.

– Роторне векторне управління потоками. Ця методика була розроблена наприкінці 60-х років німецьким науковцем Блашке. Метод базується на моделі напруги, потоків і струмів двигуна, поданих у вигляді векторів у системі координат, що обертається. Координатна система орієнтується синхронно з обертовим потоком в обмотці ротора, завдяки чому компоненти вектору струму розділяються на складник потоку та складник моменту, подібно до поля двигуна постійного струму, де є струм збудження та струм якоря [9].

Метод вимагає обчислювальних потужностей, які значно перевищували доступні на момент розроблення методики, тому він почав застосовуватися в комерційних системах лише на початку – у середині 80-х років. Недоліком залишаються параметри моделі, що мають суттєві коливання, зокрема опір ротора, який залежить від температури. Для забезпечення якісної динамічної характеристики необхідно або адаптувати опір ротора в режимі реального часу, або вимірювати температуру.

На рис. 7 наведено схему керування за цією методикою.

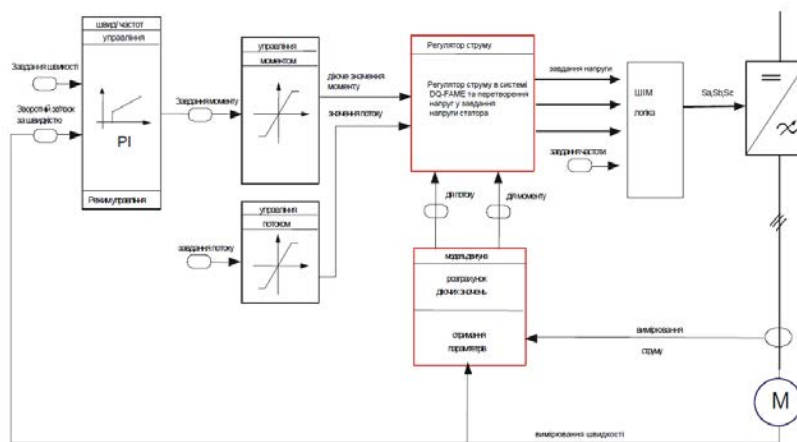


Рис. 7. Функціональна схема роторного векторного управління

– Покращене векторне управління статором. Керування потоком і моментом досягається шляхом використання моделі потоків і струмів статора у координатній системі, орієнтованій на статор. Ця модель є незалежною від швидко змінних параметрів ротора, проте вона потребує значно більшої обчислювальної потужності контролера.

За допомогою моделювання ця методика була відома вже наприкінці 80-х років. У середині 90-х років метод, також відомий як пряме керування моментом (Direct Torque Control, DTC), отримав широке використання.

Математична модель асинхронного двигуна має розв'язуватися з типовою частотою вибірки близько 40 кГц для забезпечення точної керованості. При цьому можливо не лише оцінити електричні величини двигуна, а й механічну швидкість.

Це дає змогу застосовувати приводи без тахогенератора у більшості випадків, що вважається значним підвищенням надійності системи.

На рис. 8 показано обмеження приводу асинхронного двигуна з керуванням через інвертор напруги. Обмеження напруги на статорі визначається максимальною вихідною напругою інвертора за заданої, постійної напруги ланцюга постійного струму ДІ.

Обмеження по струму статора та крутному моменту встановлюються максимальним струмом інвертора або двигуна. Зазвичай це означає, що двигун обмежує струм і крутний момент у режимі безперервного навантаження, а інвертор – у режимі імпульсного (переривчастого) навантаження. Також присутнє обмеження моменту через диферент. Воно зазвичай проявляється за швидкостей від 150% до 200% номінальної, що, як правило, знаходиться поза робочим діапазоном швидкостей суднового рушія.

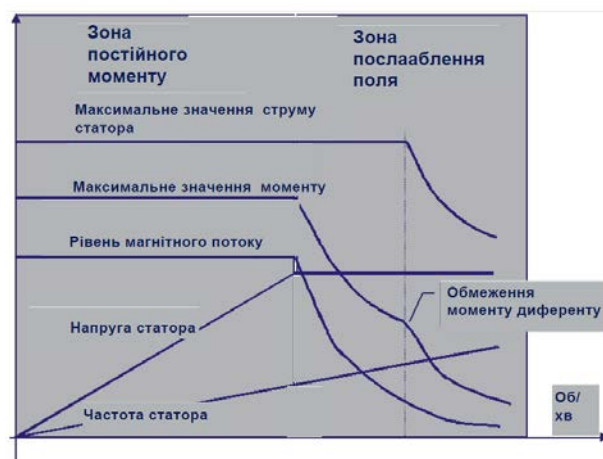


Рис. 8. Характеристичні межі роботи для асинхронного двигуна, живленого від перетворювача з джерелом напруги

Для відновлення енергії, наприклад під час аварійного зупинення за рахунок реверсу швидкості гвинта, як показано на рис. 9, доцільно використовувати транзисторно керований банк резисторів у ланцюг постійного струму, який активується перед досягненням безпекового ліміту перенапруги в ланцюзі. Відновлена енергія при цьому розсіюється у цьому резистивному банку. Альтернативно випрямляч можна оснастити повним містковим тиристорним випрямлячем, підключеним антипаралельно до діодного випрямляча, або можна використовувати активний вхідний модуль, подібний до інверторного модуля, який працює як випрямляч для подачі енергії назад у мережу.

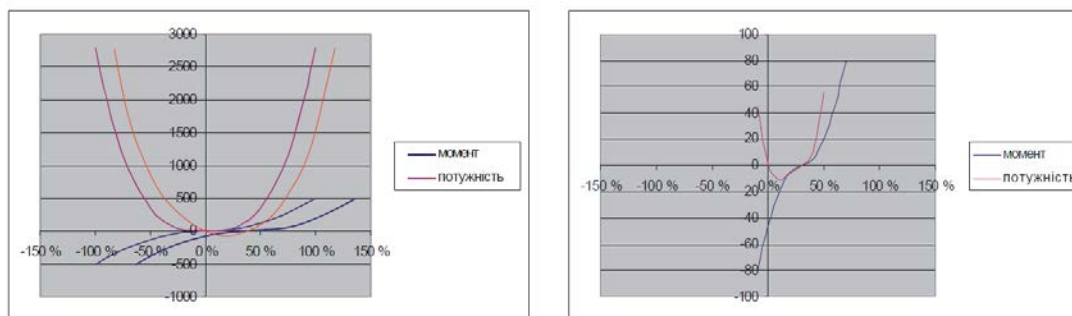


Рис. 9. Здатність до гальмування, необхідна для приводів суднового рушія, де аварійне зупинення виконується шляхом реверсу швидкості гвинта

Виходячи зі сказаного вище, наведемо порівняльну характеристику приводів гвинтів постійного та змінного кроків з огляду на систему управління двигунами (табл. 1).

Таблиця 1

Порівняльна характеристика приводів суднового гвинта

	Прямий пуск асинхронного двигуна з фіксованим кроком	Привід постійного струму на основі тиристорного випрямляча	Циклоконвертор	Інвертор із джерелом струму	Інвертор напруги з ШІМ
Пусковий струм	х5 від номінального	≈ 0 під час пуску трансформатора	≈ 0 під час пуску трансформатора	≈ 0 під час пуску трансформатора	≈ 0 під час пуску трансформатора
Динаміка зміни крутного моменту під час запуску двигуна	х2-х3	≈ 0	≈ 0	До 50% від номіналу	≈ 0
Споживання потужності за низького тягового зусилля	$\approx 15\%$ від номіналу	≈ 0	≈ 0	≈ 0	≈ 0
Сила струму за низького тягового зусилля	45-55% від номіналу	Залежить від моменту	Залежить від моменту	Залежить від моменту	≈ 0
Cos ϕ Повне навантаження	0.85	> 0.9	> 0.76	> 0.9	> 0.95
Cos ϕ Змінне навантаження	0.15-0.85	0-0.9	0-0.76	0-0.9	> 0.95
Реакція	3-5с	$< 100\text{мс}$	$< 100\text{мс}$	$< 20\text{мс}$	$< 50\text{мс}$
Пульсації крутного моменту	Нема	Помірні	Помірні	Сильні	Помірні
Ефективність за повного завантаження	Висока	Мала	Висока	Висока	Висока
Гармонійні спотворення	Нема	Функція моменту	Функція моменту	Функція моменту	Функція потужності, ≈ 0
Струми КЗ	х5	Нема	Нема	Нема	Нема
Узгодження двигуна	-	Незначне	Незначне	Потрібно	-
Комутатор	Ні	Так	Кільця ковзання	Кільця ковзання	Ні

Таким чином, виходячи з табл. 1, привід постійного струму доцільно використовувати в промисловості та судноплавстві, де потрібні широкий діапазон регулювання швидкості, стабільне регулювання крутного моменту, наприклад у тралових лебідках, де використовуються двигуни постійного струму; циклоконвертори більш прийнятні для суднових рушіїв, де

є необхідність у великій потужності та широкому діапазоні регулювання; інвертори з джерелом струму, як і циклоконвертори, але мають більш м'яку перехідну характеристику; інвертор напруги з ШІМ – у випадках, де важлива швидкість реакції та, як висновок, точність позиціонування, тобто нагально для ДР-систем.

Висновки

Проведений аналіз сучасних технологій перетворювачів частоти для суднових електроенергетичних установок дає змогу зробити такі ключові висновки.

Сучасне суднобудування здійснило перехід від застарілих приводів постійного струму на основі тиристорних перетворювачів до більш сучасних та ефективних систем змінного струму за рахунок використання сучасних технологій. Хоча приводи постійного струму були доцільними на початкових етапах, їхні недоліки: низький коефіцієнт потужності, необхідність технічного обслуговування щіток і колектора, а також обмежені динамічні характеристики зробили їх менш конкурентоспроможними.

Сучасні приводи змінного струму, зокрема на базі циклоконвертерів та інверторів із джерелом напруги, демонструють значні переваги. Вони забезпечують високу енергоефективність, відмінні динамічні характеристики та високий коефіцієнт потужності. Це критично для суден, які потребують точного керування, наприклад у системах динамічного позиціонування або для роботи у складних умовах (криголами).

Сьогодні циклоконвертери є оптимальним рішенням для високопотужних систем із прямим приводом валу, де потрібна висока продуктивність на низьких швидкостях.

Інвертори з джерелом напруги (ШІМ) є найбільш універсальним та поширеним рішенням. Завдяки високій точності, гнучкості керування (зокрема, з використанням векторних методів) і можливості роботи без тахогенератора вони значно підвищують надійність та ефективність системи.

Сучасні методи керування, такі як роторне та векторне управління потоками, дали змогу подолати недоліки простих скалярних систем, забезпечивши високу динаміку та точність регулювання крутного моменту. Це дає змогу використовувати всі переваги електричних двигунів змінного струму, зокрема асинхронних.

Загалом стаття демонструє, що вибір перетворювача частоти для суднових установок є складним завданням, яке вимагає комплексного підходу. Відповідно до вимог конкретного судна (потужність, маневреність, умови експлуатації) необхідно вибирати найбільш доцільну технологію, що забезпечить максимальну ефективність, надійність та довговічність системи.

Список використаної літератури

1. Сидоренко В.М. Електропривод суднових механізмів : монографія. Одеса : ОНМА, 2022. 256 с.
2. Bose B.K. Modern Power Electronics and AC Drives. London : Academic Press, Elsevier, 2019. 720 p.
3. Rashid M.H. Power Electronics Handbook. 3rd ed. Oxford : Butterworth-Heinemann, Elsevier, 2020. 1520 p.
4. Pedersen T., Andersen B. A Review of DC Shipboard Microgrids Part I: Power Architectures, Energy Storage and Power Converters. *Energies*. 2022. Vol. 15, no. 8. P. 2999. DOI: 10.3390/en15082999
5. Kumar A., Singh R. Cycloconverter: Types, Working & Applications Guide. *Circuit Digest*. 2022. URL: <https://circuitdigest.com/tutorial/cycloconverter-types-working-circuits-applications> (дата звернення: 16.08.2025).
6. Hansen J., Nielsen K. Review of Power Quality Issues in Maritime Microgrids. *Energies*. 2021. Vol. 14, no. 12. P. 3456. DOI: 10.3390/en14123456
7. Дощенко Г.Г., Наговський Д.А. Реалізація блока просторово-векторної широтно-імпульсної модуляції для суднових високошвидкісних приводів. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В.І. Вернадського*. 2024. Т. 35(74). Вип. 5. С. 73–80. DOI: 10.32782/2663-5941/2024.5.2/13

8. Lee S., Park J. Common Architectures and Devices for Current Source Inverter in More-Electric Applications. *Energies*. 2023. Vol. 16, no. 15. P. 5645. DOI: 10.3390/en16155645
9. Cycloconverter in Electronics: AC-to-AC Power Conversion. *Electronics For You*. 2025. URL: <https://www.electronicsforu.com/technology-trends/learn-electronics/cycloconverter> (дата звернення: 16.08.2025).

References

1. Sydorenko, V.M. (2022). *Elektropryvod sudnovykh mekhanizmiv.: monohrafiia* [Electric drive of ship mechanisms: monograph]. Odesa: ONMA [in Ukrainian].
2. Bose, B.K. (2019). *Modern Power Electronics and AC Drives*. Academic Press, Elsevier [in English].
3. Rashid, M.H. (2020). *Power Electronics Handbook* (3rd ed.). Butterworth-Heinemann, Elsevier [in English].
4. Pedersen, T., & Andersen, B. (2022). A Review of DC Shipboard Microgrids Part I: Power Architectures, Energy Storage and Power Converters. *Energies*, 15(8), 2999. <https://doi.org/10.3390/en15082999> [in English].
5. Kumar, A., & Singh, R. (2022). Cycloconverter: Types, Working & Applications Guide. *Circuit Digest*. Retrieved from <https://circuitdigest.com/tutorial/cycloconverter-types-working-circuits-applications> [in English].
6. Hansen, J., & Nielsen, K. (2021). Review of Power Quality Issues in Maritime Microgrids. *Energies*, 14(12), 3456. <https://doi.org/10.3390/en14123456> [in English].
7. Doshchenko, H.H., & Nahovskyi, D.A. (2024). Realizatsiia bloka prostorovo-vektornoï shyrotno-impulsnoï moduliatsii dlia sudnovykh vysokoshvydkisnykh pryvodiv [Implementation of a space-vector pulse-width modulation unit for shipboard high-speed drives]. *Vcheni zapysky Tavriiskoho natsionalnoho universytetu imeni V.I. Vernad skoho*. Vol. 35(74), 5, 73–80. <https://doi.org/10.32782/2663-5941/2024.5.2/13> [in Ukrainian].
8. Lee, S., & Park, J. (2023). Common Architectures and Devices for Current Source Inverter in More-Electric Applications. *Energies*, 16(15), 5645. <https://doi.org/10.3390/en16155645> [in English].
9. Cycloconverter in Electronics: AC-to-AC Power Conversion. (2025). *Electronics For You*. Retrieved from <https://www.electronicsforu.com/technology-trends/learn-electronics/cycloconverter> [in English].

Наговський Дмитро Анатолійович – к.т.н., доцент кафедри експлуатації суднового електрообладнання та засобів автоматики Херсонської державної морської академії. E-mail: dymon.ksu@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6920-0324.

Дощенко Галина Геннадіївна – к.т.н., доцент кафедри експлуатації суднового електрообладнання та засобів автоматики Херсонської державної морської академії. E-mail: hersongala@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1004-4934.

Голощاپов Сергій Степанович – к.т.н., доцент кафедри експлуатації суднового електрообладнання та засобів автоматики Херсонської державної морської академії. E-mail: gosolchapov46@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5206-4610.

Nahovskyi Dmytro Anatoliiovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Operation Vessel Electrical Equipment and Automation of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: dymon.ksu@gmail.com, ORCID: 0000-0001-6920-0324.

Doshchenko Halyna Gennadiivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Operation Vessel Electrical Equipment and Automation of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: hersongala@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1004-4934.

Goloschapov Sergey Stepanovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Operation Vessel Electrical Equipment and Automation of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: gosolchapov46@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5206-4610.



Отримано: 03.11.2025
Рекомендовано: 08.12.2025
Опубліковано: 30.12.2025

В.О. ПОЛЯКОВ, С.Ю. ПОСЛАВСЬКИЙ
Інститут транспортних систем і технологій НАН України

БАЖАНІ АТРАКТОРИ ЗОБРАЖУЮЧОЇ ТОЧКИ СТАНУ ЯК ПАТЕРНИ ПОБУДУВАННЯ ПОЗДОВЖНЬОГО РУХУ МЕХАНІЧНОЇ ПІДСИСТЕМИ МАГНІТОЛЕВІТУЮЧОГО ПОЇЗДА

Якість руху механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда є одним з основних критеріїв, що визначають споживчі властивості транспортного комплексу, до складу якого такий поїзд включено. Практична імплементація цієї якості обмежена: з одного боку, необхідністю задовольняти вимоги перевізного процесу, з іншого – неприпустимістю витратити на неї надмірні узагальнені ресурси. Задля уникнення цієї колізії для кожного типового експлуатаційного та аварійного режиму повинен бути апріорно сформований раціональний патерн бажаної динаміки, якому її натурна реалізація повинна найбільш точно слідувати.

Метою дослідження є виявлення зазначеного патерну і з його використанням створення методики побудови бажаних поздовжніх рухів механічної підсистеми поїзда.

Як репрезентативний носій будь-якого з можливих рухів динамічної системи з успіхом може бути використаний аттрактор, який повно і синтетично відображає усі його властивості. Якщо система є керованою, синтез таких рухів стає можливим виходячи із властивостей аттрактора.

У силу обмеженості динамічної достатності підсистеми бажана еталонна фазова траєкторія може залишатися недосяжною. Із цієї причини кожен зі згаданих патернів доцільно призначати у вигляді не відокремленої фазової траєкторії, а їх сімейства, яке утворює «трубку» еталонних рухів.

Процес синтезу руху інтерпретується як двоетапний: примусове переведення зображуючої точки з початкового її положення на аттрактор; подальший рух уздовж нього. На обох цих етапах підсистема під впливом накладеного керування повинна протягом часу, що задається, переходити з початкового фазового стану в необхідний кінцевий. Тому на обох цих етапах зазначене керування раціонально будувати згідно з термінальними принципами, а патерни рухів, а також переходи на них, – згідно з методикою, яка була розроблена одним із авторів дослідження.

Співвідношення, що реалізують синтезовану методику, були прийняті як алгоритмічна основа програмного комплексу, який здійснює побудови бажаних поздовжніх рухів підсистеми. Побудови здійснено для параметрів поїзда, який складений з японських магнітолевітуючих вагонів MLU-002. Ілюстративні результати відповідають рухам у режимах рушіння, розгону, службового та екстреного гальмування. Аналіз цих результатів свідчить про те, що з використанням розробленої методики побудова руху механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда, виходячи з необхідного аттрактора зображуючої точки її стану, успішно здійсненна у випадках, що відповідають усім його реальним експлуатаційним режимам.

Ключові слова: магнітолевітуючий поїзд, механічна підсистема, якість руху, побудова руху, зображуюча точка стану, аттрактор, експлуатаційні режими руху.

V.O. POLYAKOV, S.YU. POSLAVSKY
Ukraine's National Academy's of Sciences Institute
of Transport Systems and Technologies

DESIRABLE ATTRACTORS OF THE STATE'S REPRESENTATIVE POINT AS A PATTERNS FOR A MAGNETOLEVITATION TRAIN'S MECHANICAL SUBSYSTEM'S LONGITUDINAL MOTION CONSTRUCTING

The quality of a magnetically levitated train's mechanical subsystem's motion is one of the main criteria that determine the consumer properties of the transport complex, which includes such a train. The practical implementation of this quality is limited: on the one hand, by the need to meet the requirements of the transportation process, and, on the other, by the inadmissibility of spending excessive generalized resources on it. To avoid this collision, for each typical operational and emergency mode, a rational pattern of desired dynamics must be formed a priori, which its in-kind implementation must follow as accurately as possible.

The aim of the study was to identify the specified pattern and, using it, create a methodology for constructing the desired longitudinal motions of the train's mechanical subsystem.

An attractor, that fully and synthetically reflects all of a dynamic system's properties, can be successfully used as a representative carrier of any of its possible movements. If the system is controllable, the synthesis of such movements becomes possible based on the properties of the attractor.

Due to the limited dynamic sufficiency of the subsystem, the desired reference phase trajectory may remain unattainable. For this, in particular, reason it is advisable to designate each of the aforementioned patterns not as a separate phase trajectory, but as their family, which forms a «tube» of reference motions.

The process of motion synthesis is interpreted as two-stage: forced transfer of the representing point from its initial position to the attractor; further motion along it. At both of these stages, the subsystem, under the influence of the imposed control, must, within a given time, transition from the initial phase state to the required final state. Therefore, at both stages, the specified control should be rationally constructed according to terminal principles. Motion patterns, as well as transitions to them, should be rationally constructed according to the methodology developed by one of the study's authors.

The relations, that implement the synthesized methodology, were accepted as the algorithmic basis of the software complex which carry out the construction of the desired longitudinal motions of the subsystem. The constructions were carried out for the parameters of a train, which is composed of Japanese MLU-002 magnetic levitation cars. The illustrative results correspond to movements in the modes of starting, acceleration, service and emergency braking. The analysis of the obtained results indicates that, using the developed methodology, the construction of a magnetically levitated train's mechanical subsystem's desired motions, based on it's state's representative point's corresponding attractors, can be successfully implemented in cases that correspond to all operating modes.

Key words: magnetically levitated train, mechanical subsystem, motion quality, motion construction, state representation point, attractor, operational modes of motion.

Постановка проблеми

Якість руху механічної підсистеми (МП) магнітолевітуючого поїзда (МЛП) є одним з основних критеріїв, що визначають споживчі властивості транспортного комплексу, до складу якого такий поїзд включено. Водночас імплементація цієї якості амбівалентно обмежена природними причинами: з одного боку, вона має бути достатньо високою, щоб задовольняти вимоги перевізного процесу, з іншого – таке підвищення не повинно вимагати надмірних витрат узагальнених капітальних та експлуатаційних ресурсів. Задля уникнення цієї колізії для кожного типового експлуатаційного, а також аварійного режиму повинен бути апріорно сформований раціональний патерн бажаної динаміки підсистеми поїзда, що розглядається, якому з урахуванням адаптації до обстановки натурна реалізація руху повинна слідувати.

Формування кожного з таких патернів є комплексною проблемою, ключовими етапами вирішення якої є:

- ідентифікація та аналіз передбачуваних експлуатаційних та аварійних режимів функціонування;
- системне, а також імітаційне прогнозуєчне моделювання таких режимів із метою тестування різних сценаріїв та виявлення шуканих раціональних або оптимальних динамічних патернів;
- попереднє розроблення алгоритмів керування, що сприяють мінімізації відхилень від таких патернів, у тому числі за рахунок структурної та алгоритмічної адаптації до ситуації руху;
- превентивний аналіз ризиків із метою виявлення потенційних аварійних ситуацій та їхніх можливих наслідків;
- розроблення планів ліквідації аварій, включаючи алгоритми швидкого реагування та відновлення підсистеми;
- реалізація пілотних проєктів із тестування в реальних експлуатаційних умовах, а також збору інформації зворотного зв'язку від операторів із метою коригування патернів, що розробляються;
- регулярне навчання операторів раціональним методам роботи з патернами у передбачуваних штатних та позаштатних експлуатаційних ситуаціях.

Сучасний стан досліджень із проблеми

Авторам поки що не відомі дослідження, які б стосувалися побудови рухів МП МЛП у просторах їхніх станів.

Мета дослідження

Одним з основних шляхів підвищення якості дослідження динамічної системи, який дає змогу суттєво раціоналізувати цей процес, є формалізація шляхом уведення носія розгляданого руху, здатного його холістично представляти. Актуальність знаходження такого носія посилюється, зокрема, тим, що зазвичай має місце вимушена обмеженість натурних спостережень, яка не дає змоги будувати інтегральний многовид підсистеми. Це стосується як природних, так і конструйованих шляхом керування ними цілеспрямованих рухів. Тому метою дослідження є виявлення вказаного носія і з його використанням створення методики побудови бажаних поздовжніх рухів МП МЛП.

Виклад основного матеріалу дослідження

Як репрезентативний носій будь-якого з можливих рухів динамічної системи з успіхом може бути використаний атрактор [1; 2], який повно і синтетично відображає усі його властивості. У разі коли система є керованою, ці рухи визначаються властивостями системи: її структурою і параметрами елементів, початковими та граничними умовами рухів, природними збуреннями, а також прикладеними керуваннями. Тому синтез руху такої системи у кожному конкретному випадку стає можливим виходячи з його бажаного, у відповідному режимі та обстановці, патерну. Однак точна його реалізація, цілком можливо, може вимагати занадто великих необхідних для цього керувань. Ба більше, навіть якщо необхідне керування вдається точно відтворити регулятором, то в силу обмеженості динамічної достатності підсистеми бажана еталонна фазова траєкторія може все ж залишатися недосяжною. Така невідповідність має об'єктивний характер і є наслідком природної нестаціонарності об'єкта керування. Із цієї причини кожен зі згаданих патернів доцільно призначати у вигляді не відокремленої фазової траєкторії, а їхнього сімейства, яке утворює «трубку» еталонних рухів [3; 4]. Кожна з траєкторій, з яких складається така «трубка», аналітично або чисельно може бути задана шляхом виключення аргументу часу зі співвідношень, що визначають бажані закони зміни фазових координат. Далі, задана, таким чином, траєкторія вважається такою, що належить ансамблю, який є згаданим атрактором зображуючої точки стану системи і до якого її рух має прагнути. При цьому процес синтезу руху інтерпретується як двоетапний:

- примусове переведення зображуючої точки з початкового її положення на атрактор;
- подальший рух уздовж нього.

За необхідності до руху на різних етапах його побудови можуть пред'являтися різні вимоги. Однак якщо такі фундаментальні властивості, як:

- асимптотична стійкість загалом чи принаймні у потрібній області фазового простору;
- автономність;
- заданий час протікання та характер загасання перехідних процесів,

підсистема повинна мати інваріантно – на будь-якому етапі побудови руху, то деякі інші властивості специфічні та особливо бажані лише на окремих фазах зазначеної побудови – залежно від їхніх особливостей. Так, на етапі, коли зображуюча точка стану належить атрактору, її рух може відбуватися неминуче досить довго і вимагати для своєї реалізації витрати значних ресурсів. На цьому етапі рух, як правило, бажано оптимізувати за критеріями енергетичної економічності, ексклюзивної безпеки, швидкоплинності або будь-якими іншими, які є особливо критичними для режиму, що розглядається, у поточній обстановці. Водночас процес руху зображуючої точки з вихідного положення до атрактора повинен бути за можливості досить швидкоплинним, і основною специфічною є вимога плавності і «безударності» протікання процесів.

Із викладеного випливає, що на обох етапах – до попадання зображуючої точки стану на атрактор і після цього – підсистема під впливом накладеного керування повинна протягом часу, що задається, переходити з початкового фазового стану в необхідний кінцевий. Тому на обох етапах зазначене керування раціонально будувати згідно з термінальними принципами [5; 6].

Патерни руху слід формувати, виходячи з такого. Обстановка руху може змінюватися загалом непередбачувано. Вона може бути класифікована за принципом дихотомії у вигляді вкладених рівнів класів. Натурне впізнання будь-якого з них можна здійснити за відповідним набором значень, доступних для спостереження, однозначно його ідентифікуючих параметрів і вимагає виконання відносно невеликого обсягу додаткових операцій. Під час створення регулятора кожного класу α очікуваної обстановки у відповідність можуть бути поставлені й зафіксовані в програмному запам'ятовуючому пристрої регулятора (ПЗУ) необхідні (у цьому класі): фазові траєкторії зображуючої точки стану $\{\eta_\alpha^p(\bullet), \dot{\eta}_\alpha^p(\bullet)\}$ – патерн, якому рух повинен прагнути слідувати; потрібні (такі, що гарантовано стабілізують цей патерн) програмні керування $f_\alpha^p(\bullet)$. Тоді під час руху після впізнання реалізованого класу α обстановки та зчитування з ПЗУ відповідних йому $\{\eta_\alpha^p(\bullet), \dot{\eta}_\alpha^p(\bullet)\}$ та $f_\alpha^p(\bullet)$ згаданий патерн стає доступним для використання.

Отже, для найкращої відповідності своєму призначенню, окрім широкого, точного та оперативного доступу до оперативних відомостей про поточну обстановку руху, програмний рівень регулятора повинен мати якомога повніший набір законів $\{\eta_\alpha^p(t), \dot{\eta}_\alpha^p(t)\}$ і $f_\alpha^p(t)$, де t – змінна часу, а також, безумовно, розвинений пошуковий модуль, який дає змогу ефективно здійснювати відображення виду

$$M: T \rightarrow F; \quad T = \{\eta_\alpha^p(\bullet), \dot{\eta}_\alpha^p(\bullet)\}; \quad F = \{f_\alpha^p(\bullet)\}, \quad (1)$$

де T, F – множини бажаних у різних обстановках рухів фазових траєкторій зображуючої точки стану підсистеми, а також програмних керувань, які необхідні для реалізації цих траєкторій;

M – оператор відображення, що діє з T на F .

Тут скрізь будь-яка функція з точкою на місці аргументу передбачає сукупність її (функції) значень за всіх допустимих значень такого аргументу. Однією з доцільних форм організації зазначеного відображення може бути розміщення в пам'яті описуваного рівня регулятора словника «траєкторія – керування», виділення якого у вигляді окремого блоку дасть змогу спростити логічну структуру алгоритму, а також достатньо просто змінювати і нарощувати правила реагування в процесі обробки інформації.

У процесі формування патернів руху фазові траєкторії зображуючої точки стану підсистеми доцільно будувати згідно з методикою, розробленою у [7]. Тоді зміни фазових координат цієї точки залежно від часу можуть бути описані виразами:

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_\alpha^p(t) &= \dot{\eta}_{\alpha s}^p + E_0^p \cdot t + E_1^p \cdot \frac{t^{(2)}}{2} + E_2^p \cdot \frac{t^{(3)}}{3}; \\ \eta_\alpha^p(t) &= \eta_{\alpha s}^p + \dot{\eta}_{\alpha s}^p \cdot t + E_0^p \cdot \frac{t^{(2)}}{2} + E_1^p \cdot \frac{t^{(3)}}{6} + E_2^p \cdot \frac{t^{(4)}}{12}, \end{aligned} \quad (2)$$

у яких, своєю чергою, значення коефіцієнтів E_0^p , E_1^p , E_2^p визначаються відповідно до співвідношень:

$$\begin{aligned} E_0^p &= -\frac{12}{\tau_p^{(2)}} \cdot (\eta_{\alpha s}^p - \eta_{\alpha f}^p) - \frac{6}{\tau_p} \cdot (\dot{\eta}_{\alpha s}^p + \dot{\eta}_{\alpha f}^p) + \ddot{\eta}_{\alpha f}^p; \\ E_1^p &= \frac{48}{\tau_p^{(3)}} \cdot (\eta_{\alpha s}^p - \eta_{\alpha f}^p) + \frac{1}{\tau_p^{(2)}} \cdot (18 \cdot \dot{\eta}_{\alpha s}^p + 30 \cdot \dot{\eta}_{\alpha f}^p) - \frac{6}{\tau_p} \cdot \ddot{\eta}_{\alpha f}^p; \\ E_2^p &= -\frac{36}{\tau_p^{(4)}} \cdot (\eta_{\alpha s}^p - \eta_{\alpha f}^p) - \frac{12}{\tau_p^{(3)}} \cdot (\dot{\eta}_{\alpha s}^p + 2 \cdot \dot{\eta}_{\alpha f}^p) + \frac{6}{\tau_p^{(2)}} \cdot \ddot{\eta}_{\alpha f}^p. \end{aligned} \quad (3)$$

У виразах (2) та (3) уведено позначення:

τ_p – термінальний проміжок часу, на якому будується патерн руху;

$\eta_{\alpha s}^p, \dot{\eta}_{\alpha s}^p; \eta_{\alpha f}^p, \dot{\eta}_{\alpha f}^p$ – значення фазових координат зображуючої точки стану підсистеми в крайових точках побудови патерну, створюваного для α – обстановки руху;

$\ddot{\eta}_{\alpha f}^p$ – бажане прискорення центру мас підсистеми після закінчення реалізації цього патерну.

Згідно з тією ж методикою, можуть будуватися і рухи підсистеми в режимах переходу зображуючої точки її стану на кожен з атракторів. Специфіка таких перехідних режимів, як зазначено, полягає, з одного боку, в їхній швидкоплинності, а з іншого – у дуже бажаній плавності та «безударності». Такі якості перехідних процесів, очевидно, з успіхом можуть бути забезпечені шляхом коректного завдання необхідних для цього значень їхніх термінальних проміжків і граничних умов. Виходячи із цього, поведінка фазових координат зображуючої точки в кожному із зазначених перехідних режимів може бути описана співвідношеннями, аналогічними (2) і (3):

$$\begin{aligned}\dot{\eta}'(t) &= \dot{\eta}'_s + E'_0 \cdot t + E'_1 \cdot \frac{t^{(2)}}{2} + E'_2 \cdot \frac{t^{(3)}}{3}; \\ \eta'(t) &= \eta'_s + \dot{\eta}'_s \cdot t + E'_0 \cdot \frac{t^{(2)}}{2} + E'_1 \cdot \frac{t^{(3)}}{6} + E'_2 \cdot \frac{t^{(4)}}{12}. \\ E'_0 &= -\frac{12}{\tau_i^{(2)}} \cdot (\eta'_s - \eta'_f) - \frac{6}{\tau_i} \cdot (\dot{\eta}'_s + \dot{\eta}'_f) + \ddot{\eta}'_f; \\ E'_1 &= \frac{48}{\tau_i^{(3)}} \cdot (\eta'_s - \eta'_f) + \frac{1}{\tau_i^{(2)}} \cdot (18 \cdot \dot{\eta}'_s + 30 \cdot \dot{\eta}'_f) - \frac{6}{\tau_i} \cdot \ddot{\eta}'_f; \\ E'_2 &= -\frac{36}{\tau_i^{(4)}} \cdot (\eta'_s - \eta'_f) - \frac{12}{\tau_i^{(3)}} \cdot (\dot{\eta}'_s + 2 \cdot \dot{\eta}'_f) + \frac{6}{\tau_i^{(2)}} \cdot \ddot{\eta}'_f.\end{aligned}\quad (4)$$

$$(5)$$

У виразах (4) та (5) додатково позначено:

τ_i – термінальний проміжок часу, протягом якого зображуюча точка стану підсистеми переходить із вихідного положення, з якого починається побудова руху, на атрактор;

$\eta'_s, \dot{\eta}'_s; \eta'_f, \dot{\eta}'_f$ – значення фазових координат зображуючої точки стану підсистеми в крайових точках переходу на атрактор;

$\ddot{\eta}'_f$ – бажане прискорення центру мас підсистеми після закінчення переходу на атрактор.

Важливою характеристикою кожного атрактора є його басейн тяжіння. У контексті аналізованої проблеми, це – множина початкових положень зображуючої точки стану підсистеми, які за рахунок її динаміки сходяться до цього атрактора. Для хорошої керованості підсистеми басейни тяжіння створюваних атракторів повинні бути в деякому сенсі великими. Загалом такі басейни можуть бути досить складними множинами, опис яких є нетривіальним завданням. Ці інтуїтивні міркування формалізовані шляхом уведення способів кількісної оцінки характеристик згаданих басейнів. Запропоновано, наприклад, підходи, що дають змогу оцінювати:

- басейнову стійкість [8], що характеризує обсяг басейну тяжіння у фазовому просторі;
- поріг стійкості [9], що визначає найкоротшу відстань від атрактора до межі такого басейну.

У процесі побудови описуваним способом перехідного руху зображуючої точки стану на атрактор для нього у превентивному порядку повинні визначатися значення зазначених чи альтернативних їм показників. Далі після оцінки цих значень перехідний рух може бути виконано лише, якщо виявиться, що зображуюча точка стану підсистеми належить басейну тяжіння відповідного атрактора.

Із використанням співвідношень (2) і (3), відповідно до викладеної методики, можуть будуватися необхідні атрактивні фазові траєкторії аналізованої підсистеми. А з використанням рівностей (4) та (5) – траєкторії переходів зображуючої точки стану на атрактори. Тому зазначені рівності були прийняті як алгоритмічна основа програмного комплексу, що реалізує такі побудови. Елементи комплексу програмно фіксовані на вхідній мові системи комп'ютерної математики Mathematica і поділяються на «розрахункову» та «графічну» частини. Перша із цих частин виконує необхідні розрахунки, а друга – перетворює їхні результати на графічну форму.

Побудови здійснено для параметрів поїзда, який складений з японських магнітолевітуючих вагонів MLU-002 [10; 11]. Ілюстративні результати відповідають рухам досліджуваної

підсистеми у різних експлуатаційних режимах. Такими нестационарними режимами були прийняті рушіння, розгін, службове та екстрене гальмування поїзда. Нижче наведено деякі результати дослідження. Відповідності між змінними наведених математичних співвідношень та ідентифікаторами програмного комплексу, використаними на рисунках, описано в табл. 1.

Таблиця 1

Відповідності між змінними математичних співвідношень та ідентифікаторами програмного комплексу, які використані на рисунках

Змінні математичних співвідношень	Ідентифікатори програмного комплексу	Одиниці вимірювання
	t	s
η	eta	m
$\dot{\eta}$	$deta$	m/s

Ілюстративні приклади результатів побудови фазових траєкторій варіантів переходу зображуючої точки стану (ЗТС) МП МЛП на атрактори, що вибираються для цих переходів, наведено на рис. 1–12. Рис. 1–3 відповідають режиму рушіння з місця; рис. 4–6 – режиму розгону; рис. 7–9 – режиму службового гальмування; рис. 10–12 – режиму гальмування екстремного. На кожному із цих рисунків пунктирною лінією нанесено атрактивну фазову траєкторію, а суцільною лінією – траєкторію переходу на неї.

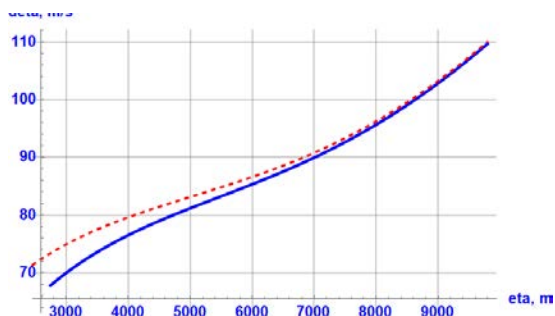


Рис. 1. Фазова траєкторія ЗТС МП МЛП у режимі його рушіння.
Варіант 1 переходу на вибраний атрактор

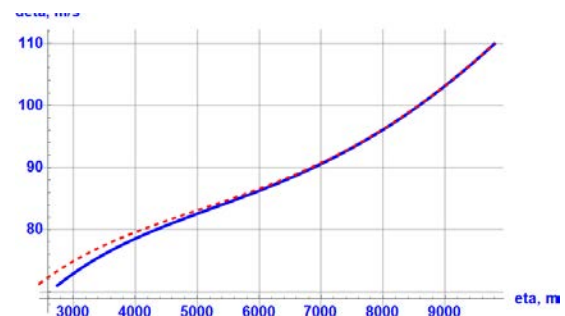


Рис. 2. Фазова траєкторія ЗТС МП МЛП у режимі його рушіння.
Варіант 2 переходу на вибраний атрактор

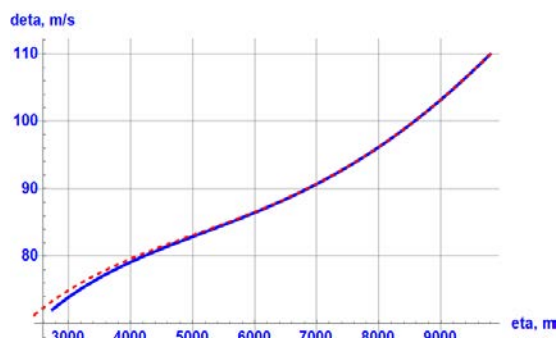


Рис. 3. Фазова траєкторія ЗТС МП МЛП у режимі його рушіння.
Варіант 3 переходу на вибраний атрактор

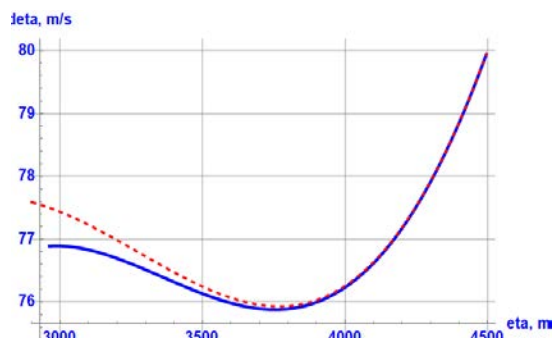


Рис. 4. Фазова траєкторія ЗТС МП МЛП у режимі його розгону. Варіант 1 переходу на вибраний атрактор

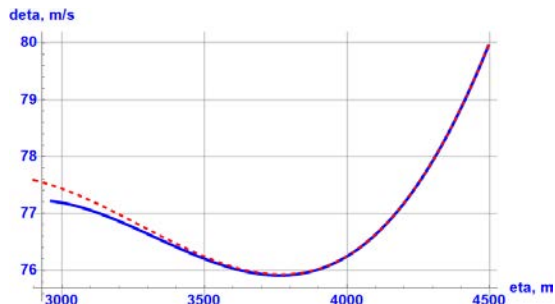


Рис. 5. Фазова траєкторія ЗТС МП МЛП у режимі його розгону.
Варіант 2 переходу на вибраний аттрактор

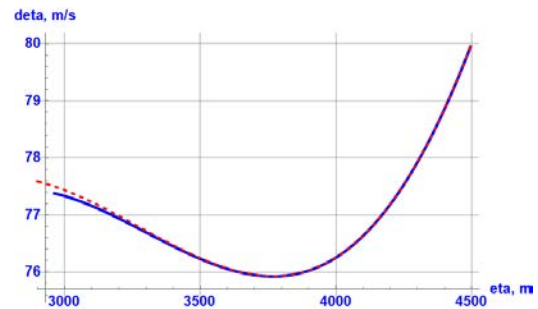


Рис. 6. Фазова траєкторія ЗТС МП МЛП у режимі його розгону.
Варіант 3 переходу на вибраний аттрактор

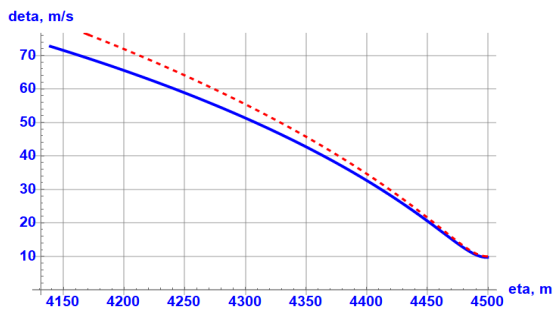


Рис. 7. Фазова траєкторія ЗТС МП МЛП у режимі його службового гальмування.
Варіант 1 переходу на вибраний аттрактор

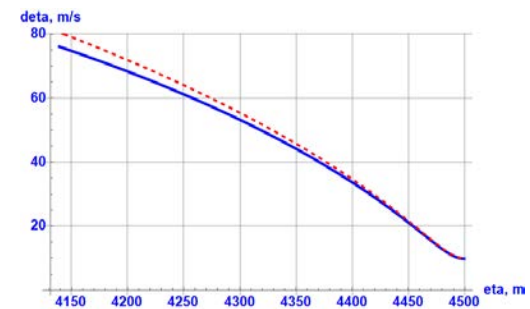


Рис. 8. Фазова траєкторія ЗТС МП МЛП у режимі його службового гальмування.
Варіант 2 переходу на вибраний аттрактор

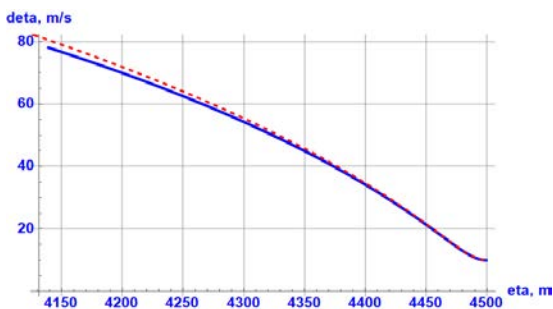


Рис. 9. Фазова траєкторія ЗТС МП МЛП у режимі його службового гальмування.
Варіант 3 переходу на вибраний аттрактор

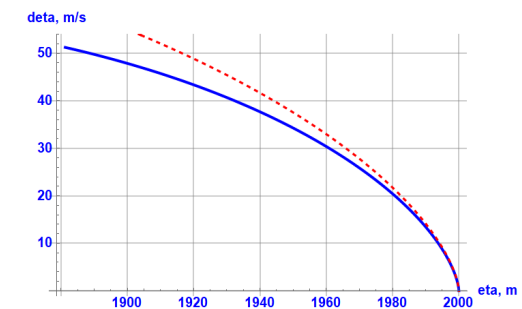


Рис. 10. Фазова траєкторія ЗТС МП МЛП у режимі його екстреного гальмування.
Варіант 1 переходу на вибраний аттрактор

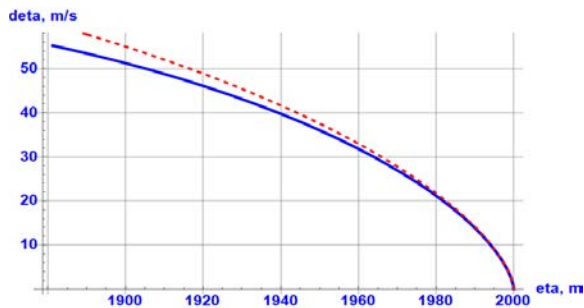


Рис. 11. Фазова траєкторія ЗТС МП МЛП у режимі його екстреного гальмування.
Варіант 2 переходу на вибраний аттрактор

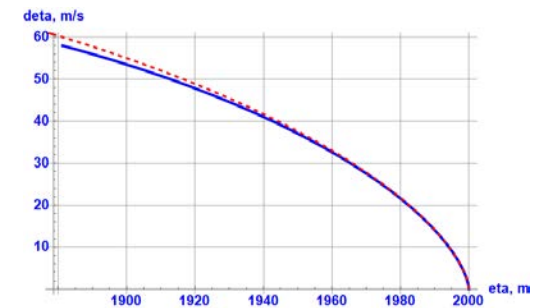


Рис. 12. Фазова траєкторія ЗТС МП МЛП у режимі його екстреного гальмування.
Варіант 3 переходу на вибраний аттрактор

Висновки

Аналіз наведених ілюстративних прикладів побудови поздовжнього руху механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда, виходячи з необхідного атрактора зображуючої точки її стану, свідчить про те, що з використанням розробленої методики така побудова успішно здійсненна у випадках, що відповідають усім експлуатаційним режимам. Тому мету цього етапу дослідження досягнуто.

Водночас одержувані в такий спосіб рухи задовольняють лише граничним умовам згаданої побудови і, цілком можливо, є часом не лише не оптимальними, а й навіть раціональними на проміжних етапах. Гранично ж можливе поліпшення якості результуючого руху в кожному конкретному випадку може бути досягнуто лише в рамках підходу, що гарантує таке граничне поліпшення, шляхом постановки та вирішення відповідної диференційно-ігрової мінімаксної задачі.

Список використаної літератури

1. Milnor J.W. Attractor. *Scholarpedia*. URL: <http://www.scholarpedia.org/article/Attractor> (дата звернення: 07.10.2025).
2. Collier B.D., Holmes P. Suppression of Bursting. *Automatica*. 1997. Vol. 33, № 1. P. 1–11. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(96\)00137-9](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(96)00137-9)
3. Morse A.S. Global stability of parameter-adaptive control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1980. Vol. 25, June. P. 433–439.
4. Narendra K.S., Lin Y.-H., Valavani L.S. Stable adaptive controller design. Pt. II. Proof of stability. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 1980. Vol. 25, June. P. 440–448.
5. Bellman R. Adaptive control processes. Princeton : Univ. press, 1961. 255 p.
6. Matthews M.V., Steeg C.W. Terminal controller synthesis. *MIT Rep.* 1955. Nov. 4. № 55–272. P. 10–11.
7. Поляков В.О. Фазовий портрет подовжнього руху механічної підсистеми магнітолевітуючого поїзда. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2024. Т. 7, № 2. С. 166–176. DOI: <https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-2-15>
8. Menck P.J., Heitzig J., Marwan N., Kurths J. How basin stability complements the linear-stability paradigm. *Nature Physics*. 2013. № 9(2). P. 89–92. DOI: <https://doi.org/10.1038/nphys2516>
9. Klinshov V.V., Nekorkin V.I., Kurths J. Stability threshold approach for complex dynamical systems. *New Journal of Physics*. 2016. № 18(1). 013004. DOI: <https://doi.org/10.1088/1367-2630/18/1/013004>
10. Zhendong L., Stichel S., Berg M. Overview of technology and development of maglev and hyperloop systems. Stockholm: KTH Royal Institute of Technology, 2022. 60 p.
11. Takao K. Vehicles for superconducting Maglev system on Yamanashi test line. *Transactions on the Built Environment*. 1994. Vol 7. WIT Press. Retrieved from www.witpress.com.

References

1. Milnor, J.W. Attractor. Scholarpedia. (2018). [Official site]. Retrieved from <http://www.scholarpedia.org/article/Attractor> [in English].
2. Collier, B.D., & Holmes, P. (1997). Suppression of Bursting. *Automatica*, 33 (1), 1–11. [https://doi.org/10.1016/S0005-1098\(96\)00137-9](https://doi.org/10.1016/S0005-1098(96)00137-9) [in English].
3. Morse, A.S. (1980). Global stability of parameter-adaptive control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 25, June, 433–439 [in English].
4. Narendra, K.S., Lin, Y.-H., & Valavani, L.S. (1980). Stable adaptive controller design. Pt. II. Proof of stability *IEEE Transactions on Automatic Control*. Vol. 25, June, 440–448 [in English].
5. Bellman, R. (1961). *Adaptive control processes*. Princeton : Univ. press [in English].
6. Matthews, M.V., & Steeg, C.W. (1955). Terminal controller synthesis. *MIT Rep.* Nov. 4, 55–272, 10–11 [in English].

7. Poliakov, V.O. (2024). Fazovyi portret podovzhnogo rukhu mekhanichnoi pidsystemy mahnitolevituiuchoho poizda [Maglev Train's mechanical Subsystem's longitudinal Motion's phase Portrait]. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuvannia – Applied issues of mathematical modeling*, 7(2), 166–176 [in Ukrainian].
8. Menck, P.J., Heitzig, J., Marwan, N., & Kurths, J. (2013). How basin stability complements the linear-stability paradigm. *Nature Physics*, 9 (2), 89–92. <https://doi.org/10.1038/nphys2516> [in English].
9. Klinshov, V.V., Nekorkin, V.I., & Kurths, J. (2016). Stability threshold for complex dynamical systems. *New Journal of Physics*, 18 (1), 013004. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/18/1/013004> [in English].
10. Zhendong, L., Stichel, S., & Berg, M. (2022). *Overview of technology and development of maglev and hyperloop systems*. Stockholm: KTH Royal Institute of Technology [in English].
11. Takao, K. (1994). Vehicles for superconducting Maglev system on Yamanashi test line. *Transactions on the Built Environment*, 7, WIT Press. Retrieved from www.witpress.com [in English].

Поляков Владислав Олександрович – к.т.н., старший науковий співробітник відділу динаміки та міцності нових видів транспорту Інституту транспортних систем і технологій НАН України. E-mail: pva78125@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4957-8028.

Пославський Сергій Юрійович – к.ф.-м.н., старший науковий співробітник відділу динаміки та міцності нових видів транспорту Інституту транспортних систем і технологій НАН України. E-mail: itst@gmail.com, ORCID: 0009-0007-8972-5823.

Polyakov Vladislav Alexandrovich – Candidate of Technical Sciences, Senior Research Officer of Ukraine's National Academy's of Sciences Institute of Transport Systems and Technologies. E-mail: pva78125@gmail.com, ORCID: 0000-0002-4957-8028.

Poslavskyi Serhiy Yuriyovych – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Research Officer of Ukraine's National Academy's of Sciences Institute of Transport Systems and Technologies. E-mail: itst@gmail.com, ORCID: 0009-0007-8972-5823.



Отримано: 27.10.2025
Рекомендовано: 03.12.2025
Опубліковано: 30.12.2025

А.А. САВУЛА, А.П. КОРОТИНСЬКИЙ

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ КРИТЕРІЇВ ОПТИМІЗАЦІЇ
НА ЕФЕКТИВНІСТЬ РОБОТИ ЕКСТРЕМАЛЬНОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ**

Розглянуто актуальну задачу підвищення ефективності та надійності автоматичних систем керування (АСК) промисловим обладнанням в умовах зміни його техніко-експлуатаційного стану. Обґрунтовано, що такі явища, як знос, перевантаження чи зміна властивостей сировини, спричиняють зміни в акустичних характеристиках (звучанні) обладнання. Для моніторингу цих змін пропонується використання методів звукової дефектоскопії як відносно дешевого та гнучкого інструменту, здатного в реальному часі виявляти аномальні режими роботи.

У роботі запропоновано підхід до адаптації АСК, що базується на екстремальному керуванні. У цій структурі блок звукової дефектоскопії виконує роль детектора, який фіксує відхилення від номінального режиму та ініціалізує алгоритм оптимізації для переналаштування системи керування до нових умов. Оскільки ключовим фактором, що визначає поведінку системи у разі такої адаптації, є вибраний критерій оптимізації, метою роботи є дослідження впливу цього критерію на ключові показники якості перехідного процесу (швидкодії, точність, стійкість) екстремальної системи. Дослідження спрямоване на формування рекомендацій щодо вибору критерію залежно від конкретних виробничих цілей (наприклад, мінімізація енергоспоживання, максимізація продуктивності, мінімальний час стабілізації).

У роботі проведено порівняльний аналіз функціонування екстремальної системи керування у разі використання різних інтегральних та специфічних критеріїв оптимізації. Досліджено класичні інтегральні критерії, такі як інтеграл від квадрата похибки (ISE), що сильно штрафує за великі відхилення, та інтеграл від зваженої за часом абсолютної похибки (ITAE), чутливий до тривалих залишкових похибок. Також розглянуто один з найбільш «суворих» критеріїв – інтеграл від зваженого за часом квадрата похибки (ITSE), який поєднує штрафи за амплітуду та тривалість похибки. Додатково проаналізовано статистичний критерій середньоквадратичної похибки (MSE) та два цільових підходи: критерій, орієнтований лише на мінімізацію похибки (Error-only), та енергоефективний критерій (Energy-aware), що балансує точність та «вартість» керуючого впливу (енергоспоживання, знос). Дослідження проводилося шляхом аналізу графіків перехідних процесів (зміна відхилення, керуючого впливу та виходу системи) після програмної фіксації аномалії.

У результаті дослідження встановлено, що вибір критерію оптимізації кардинально впливає на динаміку відновлення системи. Критерії ITSE та ITAE демонструють найкращу швидкодію щодо придушення похибки та найшвидший вихід на новий усталений рівень (проходження порога $\pm 2\%$), однак це досягається ціною значних коливань керуючого впливу, що може бути небажаним для виконавчих механізмів. Критерії ErrorOnly та MSE реагують агресивніше, що супроводжується вищим початковим перерегулюванням вихідної величини, але є виправданим, коли пріоритетом є виключно точність, а енерговитрати не є критичними. На противагу, критерій EnergyAware забезпечує найбільш плавну динаміку керування з мінімальними піками, що знижує енерговитрати та знос обладнання, проте характеризується значно повільнішим зближенням до нового режиму та потенційним невеликим відхиленням від еталонного усталеного стану.

Ключові слова: автоматична система керування, оптимізація, математичне моделювання, критерій оптимальності.

А.А. SAVULA, A.P. KOROTYNSKYI

National Technical University of Ukraine
“Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”**RESEARCH ON THE IMPACT OF OPTIMIZATION CRITERIA
ON THE EFFICIENCY OF EXTREME CONTROL SYSTEMS**

This paper addresses the pressing problem of enhancing the efficiency and reliability of automatic control systems (ACS) for industrial equipment operating under changing technical and operational conditions. It is substantiated that phenomena such as wear, overload, or changes in raw material properties cause alterations in the equipment's acoustic characteristics (sound). To monitor these changes, the use of acoustic non-destructive testing (NDT) methods is proposed as a relatively inexpensive and flexible tool capable of detecting anomalous operating modes in real-time.

The paper proposes an approach to ACS adaptation based on extremal control. In this structure, the acoustic NDT unit acts as a detector that identifies deviations from the nominal mode and initiates an optimization algorithm to retune

the control system to the new conditions. Since the key factor determining the system's behavior during such adaptation is the chosen optimization criterion, the aim of the work is to investigate the influence of this criterion on the key performance indicators of the transient process (response speed, accuracy, stability) of the extremal system. The research is focused on formulating recommendations for selecting a criterion based on specific production goals (e.g., minimizing energy consumption, maximizing productivity, minimum stabilization time).

The paper conducts a comparative analysis of the extremal control system's performance using various integral and specific optimization criteria. Classical integral criteria are examined, such as the Integral of Squared Error (ISE), which heavily penalizes large deviations, and the Integral of Time-weighted Absolute Error (ITAE), which is sensitive to long-lasting residual errors. One of the "strictest" criteria, the Integral of Time-weighted Squared Error (ITSE), which combines penalties for both the amplitude and duration of the error, is also considered. Additionally, the statistical criterion of Mean Squared Error (MSE) and two targeted approaches are analyzed: a criterion focused solely on error minimization (Error-only), and an energy-efficient criterion (Energy-aware), which balances accuracy against the "cost" of the control action (energy consumption, wear). The study was conducted by analyzing graphs of transient processes (changes in error, control input, and system output) after a programmed anomaly detection.

The research results establish that the choice of optimization criterion fundamentally affects the system's recovery dynamics. The ITSE and ITAE criteria demonstrate the best performance in terms of error suppression and the fastest convergence to a new steady state (passing the $\pm 2\%$ threshold). However, this is achieved at the cost of significant oscillations in the control input, which may be undesirable for actuators. The ErrorOnly and MSE criteria react more aggressively, accompanied by a higher initial overshoot of the output variable, but this is justified when accuracy is the sole priority and energy costs are not critical. In contrast, the EnergyAware criterion provides the smoothest control dynamics with minimal peaks, thereby reducing energy consumption and equipment wear; however, it is characterized by a much slower convergence to the new mode and a potential slight deviation from the reference steady state.

Key words: automatic control system, optimization, mathematical modeling, optimality criterion.

Постановка проблеми

Ефективна робота сучасних автоматичних систем керування (АСК) безпосередньо залежить від поточного техніко-експлуатаційного стану обладнання. Такі явища, як зношення підшипників, перевантаження конвеєра або зміна фізичних властивостей сировини, спричиняють зміни в технологічному процесі. Ці зміни неминуче відображаються на акустичних характеристиках (звучанні) обладнання.

Для моніторингу цих змін пропонується використання методів звукової дефектоскопії. Цей підхід, що базується на аналізі аудіальних даних, має переваги у вигляді відносної дешевизни датчиків та можливості їх застосування у важкодоступних місцях. Аналіз звуку дозволяє в реальному часі виявляти аномальні режими роботи, які можуть бути як новими технологічними станами, так і передумовами аварійних ситуацій.

Виявлення такого нового режиму сигналізує про необхідність переналаштування системи керування. Для вирішення цієї задачі пропонується використати підходи екстремального керування. У запропонованій системі блок звукової дефектоскопії виконує роль детектора, який фіксує відхилення від номінального режиму та ідентифікує «екстремальну точку». Ця точка слугує тригером для запуску алгоритму оптимізації з метою адаптації керування до нових умов.

Ключовим фактором, що визначатиме успішність такого керування, є не лише метод оптимізації, на основі якого відбувається переналаштування, але насамперед вибраний критерій оптимізації. Саме критерій (наприклад, мінімізація енергоспоживання, максимізація продуктивності, зниження навантаження або повернення до стаціонарного режиму за мінімальний час) визначатиме, до якого нового усталеного стану та яким чином система намагатиметься привести об'єкт керування.

Отже, для ефективного впровадження такого підходу необхідно провести дослідження впливу критеріїв оптимізації на швидкодію, точність та стійкість екстремальної системи керування, що спирається на дані звукової дефектоскопії.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У статті [1] автори провели дослідження з метою оптимізації та порівняння технік аудіальної дефектоскопії для неруйнівного контролю елементів з композитних матеріалів, зокрема склопластику (GFRP). Дослідники експериментально порівнювали різні методи контролю

(контактний, імерсійний, з водяним струменем) та частоти перетворювачів. Було встановлено, що для виявлення малих дефектів у GFRP найкращі результати з максимальною амплітудою сигналу демонструє контактний ультразвуковий метод з використанням перетворювача на частоті 1 МГц. Для імерсійних технік більш точні результати, особливо для дефектів на різній глибині, були отримані з перетворювачем на частоті 2.25 МГц. Важливим результатом роботи стало підтвердження, що використання спеціалізованих пристосувань для позиціонування датчика значно підвищує відтворюваність результатів, зменшуючи стандартне відхилення під час повторних вимірювань.

У роботі [2] представлено дослідження чисельного підходу до оптимізації. Автори використовували програмний пакет COMSOL Multiphysics для моделювання та оптимізації ультразвукового контролю дерев'яних деталей. Деревина моделювалася як ортотропний матеріал для врахування її анізотропних властивостей. За допомогою методу планування експерименту (Design of Experiments) у віртуальному середовищі досліджувався вплив вхідних факторів (частота та амплітуда сигналу) на вихідні характеристики (ВСШ та втрата амплітуди). В результаті дослідження доведено, що оптимальні налаштування для контролю деревини досягаються за частоти 50 кГц та амплітуди вхідного сигналу 0,08 мм, що забезпечує 100% «бажаності» (desirability).

Оглядова стаття [3] присвячена технології кодованого збудження (КЗ) в ультразвуковому контролі. Автори пояснюють, що традиційний імпульсний метод має фундаментальне обмеження: компроміс між відношенням сигнал/шум (ВСШ), роздільною здатністю та ефективністю. Технологія КЗ долає це обмеження, використовуючи довгий, низькоамплітудний кодований сигнал замість короткого потужного імпульсу. Після прийому відлуння обробляється за допомогою узгодженого фільтра (процес, що називається стисненням імпульсу), що дозволяє відновити високу роздільну здатність і значно підвищити ВСШ. У статті наведено приклади застосування КЗ у промисловому НК, контролі напрямленими хвилями та медичній візуалізації. Зокрема, в одному з досліджень транскраніальної візуалізації було продемонстровано середнє збільшення ВСШ на 17,91 дБ, що дозволило отримати стабільні зображення, не досяжні раніше.

Авторами статей було розглянуто оптимізацію систем автоматизації на базі звукової дефектоскопії, з використанням одного чи двох критеріїв оптимальності, але у статтях не було проведено дослідження, який критерій краще підходить для вирішення поставлених задач, тому доцільно провести порівняльний аналіз критеріїв, що підходять для вирішення поточної задачі, пошуку аномалій у роботі промислового обладнання на базі звукової дефектоскопії.

Мета дослідження

Метою роботи є дослідження того, як критерій оптимізації впливає на швидкодію, точність і стійкість екстремальної системи керування, що ініціалізується детектором аномалій на основі звукової дефектоскопії; сформулювати рекомендації з вибору критерію під конкретні виробничі цілі (мінімізація енергоспоживання/вібрацій, максимізація продуктивності, мінімальний час стабілізації).

Виклад основного матеріалу дослідження

Екстремальна система керування (ЕСК) є специфічним класом адаптивних систем, призначених для автоматичного пошуку та підтримки такого режиму роботи об'єкта, який відповідає екстремуму (максимуму або мінімуму) заданого показника якості, що також називають цільовою функцією.

На відміну від класичних систем автоматичного регулювання, які стабілізують вихідну величину на відомому, заздалегідь заданому рівні, ЕСК функціонують в умовах апріорної невизначеності щодо точного положення цього оптимального режиму. Таким чином,

фундаментальна суть ЕСК полягає не стільки в регулюванні, скільки в реалізації алгоритму оптимізації в реальному часі, вбудованого в контур зворотного зв'язку. Якщо класичні регулятори приводять систему до відомого заданого значення, то ЕСК самостійно знаходить невідоме оптимальне задане значення, яке відповідає екстремуму цільової функції. У цьому контексті сам керований об'єкт (разом із засобами вимірювання) виступає в ролі «обчислювача», який надає значення цільової функції для поточного набору вхідних параметрів, а регулятор реалізує ітераційну процедуру, подібну до градієнтного спуску або підйому. Тому важливо дослідити, які переваги і недоліки можуть бути у разі використання різних критеріїв оптимізації. Для дослідження було розглянуто такі критерії:

ITAE (Integral of Time-weighted Absolute Error) – інтегральний критерій якості, що використовується для аналізу та оптимізації перехідних процесів у системах автоматичного керування, є інтеграл від зваженої за часом абсолютної похибки.

$$ITAE = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt$$

Цей критерій здобув широке визнання завдяки своїй здатності забезпечувати добре згладжені системи з мінімальним часом встановлення. Ключовою особливістю критерію ITAE є множник часу t . Цей множник цілеспрямовано змінює чутливість критерію до похибок на різних етапах перехідного процесу:

– На початковому етапі (t): Ваговий коефіцієнт t малий, тому критерій є відносно «поблажливим» до великих початкових похибок або сплесків перерегулювання, які неминуче виникають у реакції системи на збурення чи зміну завдання.

– На завершальному етапі (t): Ваговий коефіцієнт t зростає, що призводить до жорсткого «штрафування» навіть незначних похибок, які існують протягом тривалого часу.

Таким чином, мінімізація ITAE примушує систему керування не просто мінімізувати сумарну похибку, а робити це якомога швидше, активно придушуючи довготривалі залишкові похибки та коливання, що повільно затухають.

ISE (Integral of Squared Error) – інтеграл від квадрата похибки (ISE) є класичними критеріями оптимізації, що застосовуються для оцінки якості перехідних процесів у системах автоматичного керування.

$$ISE = \int_0^{\infty} |e(t)|^2 dt$$

Його широке використання зумовлене математичною зручністю та чіткою фізичною інтерпретацією. В основі критерію ISE лежить операція піднесення похибки до квадрата, що надає йому двох ключових властивостей:

– Квадратична функція гарантує, що будь-яке відхилення від цілі (як позитивне, так і негативне) додається до загального інтегралу. Що важливо, вона непропорційно сильно «штрафує» за великі похибки. Наприклад, похибка величиною 10 робить внесок у 100 разів більший, ніж похибка величиною в 1.

– На відміну від часозважених критеріїв (як ITAE), ISE однаково враховує похибку, що виникла на початку перехідного процесу, і таку ж саму похибку, що виникла наприкінці. Він не має механізму, який би примусово прискорював затухання процесу.

Через сильну чутливість до великих похибок системи, оптимізовані за критерієм ISE, мають тенденцію до мінімізації перерегулювання та отримання плавної, перехідної характеристики. Водночас цей критерій може бути менш чутливим до малих, але довготривалих залишкових похибок, оскільки їхній квадрат є дуже малою величиною.

ITSE (Integral of Time-weighted Squared Error) – інтеграл від зваженого за часом квадрата похибки (ITSE) є одним із найбільш «суворих» інтегральних критеріїв оптимізації, який використовується в теорії автоматичного керування.

$$ITSE = \int_0^{\infty} t |e(t)|^2 dt$$

Він поєднує у собі штрафні характеристики критерію ISE (чутливість до великих похибок) та критерію ITAE (чутливість до довготривалих похибок). Критерій ITSE одночасно використовує два потужних механізми штрафів:

– Як і в критерії ISE, піднесення похибки до квадрата призводить до того, що великі відхилення від цілі штрафуються експоненційно сильніше, ніж малі. Це змушує оптимізатор шукати рішення з якомога меншим перерегулюванням.

– Як і в критерії ITAE, множення на час призводить до того, що похибки, які існують довго, штрафуються сильніше, ніж початкові похибки. Це змушує систему швидко усувати залишкову усталену похибку та прискорювати затухання перехідного процесу.

Поєднання цих двох факторів робить ITSE виключно чутливим як до амплітуди перерегулювання, так і до часу встановлення. Він агресивно штрафувє системи, які одночасно мають і велике початкове відхилення, і повільно затухаючий процес. Це часто призводить до отримання добре збалансованих систем, які швидко повертаються до норми без значних коливань.

MSE (Mean Squared Error) – це один із найбільш поширених статистичних критеріїв оптимізації, що використовується для оцінки якості систем керування, особливо в умовах стохастичних (випадкових) впливів.

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - Y'_i)^2$$

На відміну від інтегральних критеріїв (як ISE чи ITAE), які оцінюють сумарну похибку протягом одного перехідного процесу, MSE оцінює усереднену в часі потужність похибки в усталеному режимі.

Error-only – це клас критеріїв, що цілеспрямовано мінімізують лише відхилення виходу від заданого (помилку), ігноруючи «вартість» керувального впливу. Перевага – висока точність і швидке згасання похибки; водночас можливі агресивні керувальні дії, перерегулювання.

Energy-aware – це енерго-орієнтований критерій, який балансує точність і «ціну» керування, враховуючи енергоспоживання, рівень зусиль і їх змінність (що пов'язано зі зносом, вібраціями та тепловими навантаженнями). На практиці це означає штрафування великих або частих керувальних впливів і перевагу більш гладких, економних дій регулятора. Такий підхід доцільний у системах із обмеженою потужністю, жорсткими вимогами до надійності та довговічності.

На рисунку 1 наведено графік зміни відхилення від заданого значення у разі застосування різних критеріїв оптимізації. ITSE і ITAE найшвидше гасять похибку, проте мають значні коливання. EnergyAware характеризується малими коливаннями, проте зближення до порога відбувається дуже повільно та не досягає порога стабілізації.

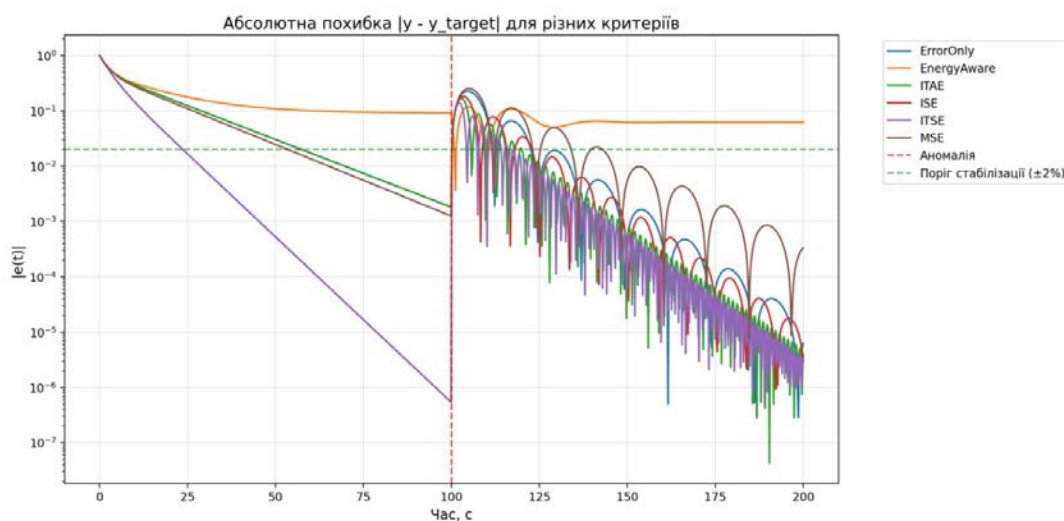


Рис. 1. Графік зміни відхилення від заданого значення у разі застосування різних критеріїв оптимізації

Після зафіксованої аномалії всі критерії формують затухаючі коливання навколо нового рівня керування, див. рис. 2. ITSE та ITAE дають найшвидше згасання за значних піків. ErrorOnly реагує плавніше. EnergyAware свідомо обмежує зусилля керування, тому коливання найменші, але зближення повільніше й усталений рівень нижчий порівняно з іншими критеріями. ISE і особливо MSE зберігають довший вихід на новий режим.

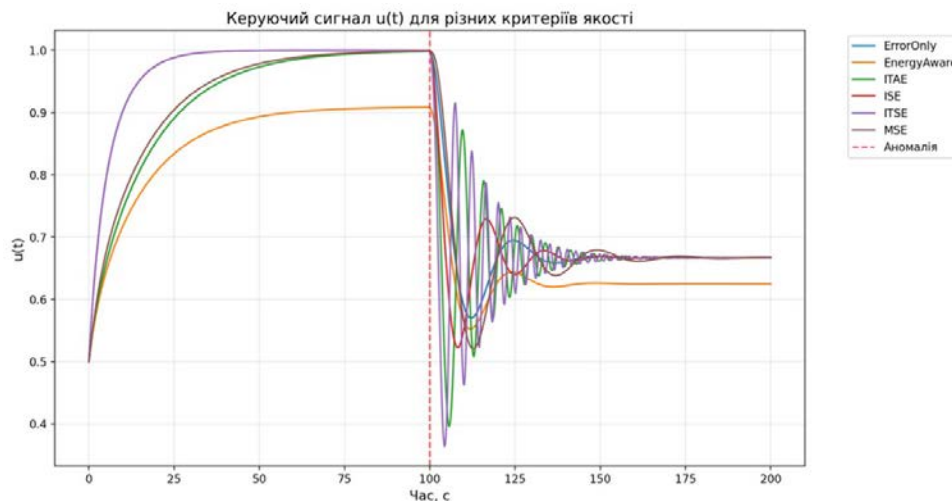


Рис. 2. Графік зміни керування у разі застосування різних критеріїв оптимізації

На рисунку 3 наведено графік зміни виходу на усталений рівень у разі застосування різних критеріїв. Після визначення аномалії ITSE та ITAE виходять на усталений рівень найшвидше та мають помірні перерегулювання та коливання. ErrorOnly та MSE реагують агресивніше з вищим початковим перерегулюванням, але також сходяться до усталеного рівня протягом кількох коливань. EnergyAware стримує піки, проте вихід сходиться повільніше і фіксується трохи нижче цільового рівня.

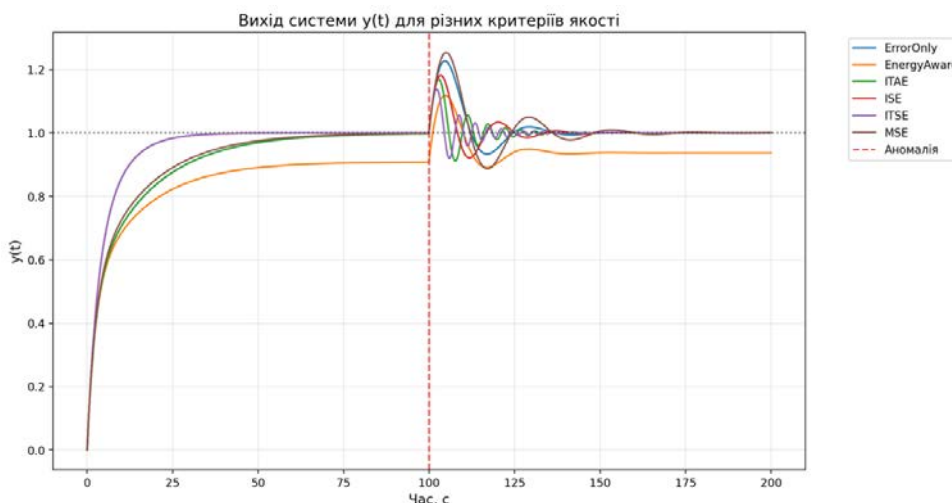


Рис. 3. Графік зміни виходу на усталений рівень застосування різних критеріїв оптимізації

Висновки

Описані результати показують, що ITSE та ITAE є найефективнішими для відновлення після аномалій. ITSE стабільно дає найшвидше затухання похибки та швидке проходження порога $\pm 2\%$. ITAE дуже близький за якістю, проте обидва ці критерії призводять до значного

коливання керування. ErrorOnly та MSE реагують найагресивніше: швидко проходить поріг, але супроводжується вищим перерегулюванням. Це виправдано, коли точність пріоритетна, а енерговитрати некритичні. EnergyAware демонструє найбільш плавну динаміку керування з найменшими піками, знижуючи енерговитрати, проте характеризується повільним зближенням до нового режиму та можливим невеликим відхиленням від еталонного усталеного режиму.

Список використаної літератури

1. Dattoma V., Nobile R., Panella F.W., Pirinu A., Saponaro A. Optimization and comparison of ultrasonic techniques for NDT control of composite material elements. *Procedia Structural Integrity*. 2018. Vol. 12. P. 9–18.
2. Ogunnowo E.O., Adewoyin M.A., Fiemotongha J.E., Igunma T.O., Adeleke A.K. Systematic review of non-destructive testing methods for predictive failure analysis in mechanical systems. *IRE Journals*. 2020. Vol. 4. No. 4. P. 207–215.
3. Wang Y., Yu Z., Yin Z., Zhang W., Zu L., Tao G., Yu S. Design of impact ultrasonic penetrator and optimization of impact efficiency. *Advances in Space Research*. 2025. Vol. 75. No. 8. P. 6070–6088.
4. Weng C., Gu X., Jin H. Coded excitation for ultrasonic testing: A review. *Sensors*. 2024. Vol. 24. No. 7. Article 2167. DOI: <https://doi.org/10.3390/s24072167>.
5. Sheakholeslami M., Bayat Kazazi M., Amoochi A., Mazdak S., Ghaderi M.R., Zeighami Salimabad M. Numerical optimization of non-destructive ultrasonic testing in identifying defects in composite structure of pine tree trunk. *Mechanics of Advanced Composite Structures*. 2024. Vol. 11. No. 1. P. 249–258. DOI: <https://doi.org/10.22075/macs.2023.30382.1501>.
6. Fang S., Zhu Y., Zhang Q., Zhang Y. Process optimization for robotic ultrasonic strengthening of aviation blade surfaces based on intelligent compliance control. *Micromachines*. 2023. Vol. 14. No. 10. Article 1920. DOI: <https://doi.org/10.3390/mi14101920>.
7. Qiu Z., Lu Y., Qiu Z. Review of ultrasonic ranging methods and their current challenges. *Micromachines*. 2022. Vol. 13. No. 4. Article 520. DOI: <https://doi.org/10.3390/mi13040520>.

References

1. Dattoma, V., Nobile, R., Panella, F.W., Pirinu, A., & Saponaro, A. (2018). Optimization and comparison of ultrasonic techniques for NDT control of composite material elements. *Procedia Structural Integrity*, 12, 9–18 [in English].
2. Ogunnowo, E.O., Adewoyin, M.A., Fiemotongha, J.E., Igunma, T.O., & Adeleke, A.K. (2020). Systematic review of non-destructive testing methods for predictive failure analysis in mechanical systems. *IRE Journals*, 4(4), 207–215 [in English].
3. Wang, Y., Yu, Z., Yin, Z., Zhang, W., Zu, L., Tao, G., & Yu, S. (2025). Design of impact ultrasonic penetrator and optimization of impact efficiency. *Advances in Space Research*, 75(8), 6070–6088 [in English].
4. Weng, C., Gu, X., & Jin, H. (2024). Coded excitation for ultrasonic testing: A review. *Sensors*, 24(7), Article 2167. <https://doi.org/10.3390/s24072167> [in English].
5. Sheakholeslami, M., Bayat Kazazi, M., Amoochi, A., Mazdak, S., Ghaderi, M.R., & Zeighami Salimabad, M. (2024). Numerical optimization of non-destructive ultrasonic testing in identifying defects in composite structure of pine tree trunk. *Mechanics of Advanced Composite Structures*, 11(1), 249–258. <https://doi.org/10.22075/macs.2023.30382.1501> [in English].
6. Fang, S., Zhu, Y., Zhang, Q., & Zhang, Y. (2023). Process optimization for robotic ultrasonic strengthening of aviation blade surfaces based on intelligent compliance control. *Micromachines*, 14(10), Article 1920. <https://doi.org/10.3390/mi14101920> [in English].
7. Qiu, Z., Lu, Y., & Qiu, Z. (2022). Review of ultrasonic ranging methods and their current challenges. *Micromachines*, 13(4), Article 520. <https://doi.org/10.3390/mi13040520> [in English].

Савула Андрій Антонович – аспірант кафедри технічних та програмних засобів автоматизації Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: aasavula@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8583-4818.

Коротинський Антон Петрович – доктор філософії в галузі автоматизації та комп’ютерно-інтегрованих технологій, старший викладач кафедри технічних та програмних засобів автоматизації Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: ihfantkor@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6309-5970.

Savula Andrii Antonovich – Postgraduate Student at the Department of Technical and Software Automation of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. E-mail: aasavula@gmail.com, ORCID: 0000-0001-5611-6529.

Korotynskyi Anton Petrovich – PhD, Senior Lecturer at the Department of Technical and Software Automation of the National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”. E-mail: ihfantkor@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6309-5970.



Отримано: 28.10.2025
Рекомендовано: 10.12.2025
Опубліковано: 30.12.2025

УДК 004.056:004.738.5:004.4:614

В.М. СЕМЧИШИН, Д.М. МИХАЛИК

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

МОДЕЛЬ КОМПЛЕКСНОЇ ІНФОРМАЦІЙНОЇ БЕЗПЕКИ ХМАРНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ МЕДИЧНИМИ ПОСЛУГАМИ

Досліджено комплексну проблему забезпечення інформаційної безпеки у сучасних хмарних медичних інформаційних системах, які реалізують алгоритмічне управління медичними послугами на основі аналізу даних та автоматизованих процедур ухвалення рішень. Показано, що зростання обсягів медичних даних, активне впровадження телемедицини, мобільних сервісів та інтегрованих електронних медичних записів потребують створення захищених, масштабованих і стійких до кібератак архітектур. Обґрунтовано, що традиційні підходи до кіберзахисту не забезпечують належного рівня стійкості в умовах динамічного навантаження та наявності інсайдерських ризиків, а також не враховують особливостей алгоритмічного управління, де критичне значення має цілісність параметрів прийняття рішень.

Запропоновано модель інтеграції механізмів безпеки безпосередньо в логіку прийняття рішень, побудовану на методі аналізу ієрархій (АНР). Обґрунтовано класифікацію медичних даних за рівнем критичності з урахуванням їхнього впливу на результат клінічних та адміністративних рішень. Ідентифіковано ключові загрози для хмарних медичних систем, зокрема модифікацію ваг АНР, replay-атаки, компрометацію API, несанкціоноване використання кешу, підміну запитів до бази даних, витік облікових даних і спотворення журналів подій. На основі цього сформовано систему принципів побудови безпечної архітектури, яка включає рольову модель контролю доступу (RBAC), багаторівневе журналювання, криптографічний захист даних за алгоритмом AES-256, контроль цілісності, обмеження часу життя кешованих даних, а також впровадження систем моніторингу та автоматичного реагування на інциденти.

Подано приклади реалізації захисних механізмів у середовищах Redis та PostgreSQL, що демонструють практичну можливість застосування розробленої моделі у хмарній інфраструктурі з високими вимогами до масштабованості. Показано, що інтеграція безпеки на рівні алгоритмів ухвалення рішень забезпечує підвищення довіри до автоматизованих систем, гарантує цілісність та конфіденційність медичної інформації та суттєво знижує ризики інсайдерських і зовнішніх атак. Запропонована концепція може слугувати основою для створення нових поколінь безпечних хмарних рішень у сфері охорони здоров'я та подальшого розвитку нормативних вимог до захисту медичних даних.

Ключові слова: інформаційна безпека, хмарні технології, управління медичними послугами, метод аналізу ієрархій (АНР), криптографічний захист, контроль доступу (RBAC), цілісність даних, масштабованість, система моніторингу, захист персональних даних.

V.M. SEMCHYSHYN, D.M. MYHALYK

Ternopil Ivan Puluj National Technical University

COMPREHENSIVE INFORMATION SECURITY MODEL OF A CLOUD MEDICAL MANAGEMENT SYSTEM

A comprehensive problem of ensuring information security in modern cloud-based medical information systems implementing algorithmic management of medical services based on data analysis and automated decision-making procedures has been investigated. It is shown that the growing volume of medical data, the active adoption of telemedicine, mobile services, and integrated electronic health records require the development of secure, scalable, and cyberattack-resistant architectures. It is substantiated that traditional cybersecurity approaches do not provide an adequate level of resilience under dynamic workloads and insider threats, nor do they account for the specific features of algorithmic management, where the integrity of decision-making parameters is critical.

A model for integrating security mechanisms directly into the decision-making logic, built on the Analytic Hierarchy Process (AHP), is proposed. A classification of medical data based on criticality, considering their influence on clinical and administrative decision outcomes, is justified. Key threats to cloud-based medical systems are identified, including modification of AHP weights, replay attacks, API compromise, unauthorized cache access, database query substitution, credential leakage, and event log tampering. Based on these findings, a set of principles for designing a secure architecture is formulated, incorporating a role-based access control (RBAC) model, multi-level logging, AES-256 cryptographic data protection, integrity monitoring, cache lifetime restrictions, as well as the deployment of monitoring and automated incident response systems.

Examples of implementing security mechanisms in Redis and PostgreSQL environments are provided, demonstrating the practical feasibility of applying the proposed model in cloud infrastructures with high scalability requirements. It

is shown that integrating security at the level of decision-making algorithms increases trust in automated systems, ensures the integrity and confidentiality of medical information, and significantly reduces the risks of insider and external attacks. The proposed concept may serve as a foundation for developing new generations of secure cloud solutions in healthcare and for further advancing regulatory requirements for the protection of medical data..

Key words: *information security, cloud technologies, medical service management, Analytic Hierarchy Process (AHP), cryptographic protection, access control (RBAC), data integrity, scalability, monitoring system, personal data protection.*

Постановка проблеми

Сучасні системи управління медичними послугами активно переходять до використання хмарних технологій, що забезпечують масштабованість, мобільність доступу та централізоване зберігання медичних даних. Проте така трансформація супроводжується зростанням ризиків, пов'язаних із витоком персональних даних, несанкціонованим доступом до медичних записів, модифікацією аналітичних алгоритмів і порушенням цілісності інформаційних потоків.

Особливу небезпеку становлять складні кібератаки, орієнтовані на компрометацію систем ідентифікації користувачів, API-з'єднань та механізмів кешування даних.

Традиційні підходи до захисту інформації, що базуються лише на криптографічних методах або автентифікації користувачів, виявляються недостатніми для хмарних середовищ, де безпека має бути інтегрована безпосередньо в логіку управління та процес прийняття рішень. Відсутність комплексних моделей, які одночасно враховують аспекти інформаційної безпеки, масштабованості та стійкості до внутрішніх і зовнішніх загроз, ускладнює створення довірених медичних інформаційних систем.

Отже, актуальною науковою проблемою є розроблення моделі комплексної інформаційної безпеки хмарної системи управління медичними послугами, що поєднує механізми багаторівневого захисту даних, контроль доступу, моніторинг подій безпеки та аналітичну оцінку ризиків на основі методів ієрархічного аналізу (АНР).

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У сучасних умовах цифровізації охорони здоров'я використання хмарних технологій забезпечує новий рівень інтеграції, масштабованості та оперативності управління медичними послугами. Узагальнення результатів досліджень, представлених у праці [1], показує, що впровадження хмарних обчислень у медичних системах сприяє підвищенню ефективності обміну даними між лікувальними закладами, але водночас вимагає вирішення проблем конфіденційності та цілісності інформації.

І. Гао, А. Суняєв [2] доводять, що контекстні чинники, такі як нормативно-правова база, довіра до постачальників послуг і внутрішня організаційна культура, є визначальними під час ухвалення рішень про перехід до хмарних технологій у сфері охорони здоров'я.

У дослідженні М. Путцієр та ін. [3] розглянуто практичний досвід Німеччини щодо впровадження хмарних рішень у національній системі охорони здоров'я, зокрема використання безпечних API для обміну медичними даними.

Проблемам інформаційної безпеки у хмарних середовищах присвячено роботи М.А. Аль-Ісса, Ю. Оттом [4], які запропонували багаторівневу архітектуру захисту даних, що включає контроль доступу, автентифікацію та шифрування. Аналогічно А. Саджид, Н. Аббас [5] виділяють основні виклики захисту персональних медичних даних у хмарних системах і визначають напрями їх подальшого вдосконалення.

У роботі Н. Аль-Дмур, М. Аль-Дмур, Р. Шаннак [6] обґрунтовано, що використання хмарних технологій у медичних організаціях безпосередньо впливає на підвищення якості медичних послуг, зокрема за рахунок швидшої обробки даних та покращеної комунікації між лікарями й пацієнтами.

Згідно з М. Джаваїд та ін. [7; 8], подальший розвиток хмарних систем у медицині визначатиметься здатністю таких систем інтегрувати аналітичні інструменти, big data та штучний інтелект, при цьому безпека і масштабованість залишаються критичними аспектами.

Дослідження У. Чентхара та ін. [9] деталізує проблематику забезпечення конфіденційності та цілісності даних у хмарних медичних рішеннях, підкреслюючи важливість моделей безпеки, орієнтованих на доступ на основі ролей (RBAC) та криптографічний захист (AES-256).

Класичні підходи до прийняття рішень на основі аналітичних моделей, зокрема метод аналізу ієрархій (АНР), висвітлено в роботах Ж. Долан [10] та Т. Сааті [11]. Ці праці стали теоретичною основою для побудови моделей алгоритмічного управління медичними процесами з урахуванням ризиків і пріоритетів безпеки даних.

Таким чином, проведений аналіз показує, що, попри значні успіхи у впровадженні хмарних технологій у медичну сферу, залишаються актуальними питання комплексного забезпечення інформаційної безпеки, масштабованості архітектур та інтеграції захисних механізмів у процеси прийняття управлінських рішень.

Мета дослідження

Метою дослідження є розроблення моделі комплексної інформаційної безпеки для хмарної системи управління медичними послугами, яка забезпечує захист персональних даних, безперервність функціонування сервісів та відповідність вимогам міжнародних стандартів безпеки.

Виклад основного матеріалу дослідження

Основні поняття, визначення і алгоритми

З метою побудови ефективної моделі безпеки запропоновано класифікувати інформацію, яка циркулює в межах системи, на кілька категорій. Така класифікація дає змогу чітко розмежувати об'єкти захисту, оцінити їх критичність і визначити відповідні заходи (Табл. 1). Ми виділяємо такі практичні вектори атак у межах нашої системи:

1. Модифікація ваг АНР призводить до зміни логіки пріоритету, може бути використана для просування запитів поза чергою.
2. Несанкціоноване читання матриць порівнянь дозволяє зовнішньому зловмиснику відтворити логіку прийняття рішень (наприклад, як система «цінує» пацієнтів).
3. Replay-атаки через кеш – повторне відправлення вже обробленого запиту для створення штучного навантаження або маніпуляції результатом.
4. Підміна запитів у межах хмарної мережі – використання відкритого API для втручання у сценарій маршрутизації запиту.

Таблиця 1

Класифікація даних у системі

Категорія даних	Приклади даних	Рівень критичності	Коментар щодо захисту
Персональні	Ім'я, дата народження, контактні дані	Високий	Підлягає захисту згідно з GDPR / ДСТУ
Медичні	Діагнози, анамнез, результати аналізів	Високий	Визнається чутливою інформацією за HIPAA
Аналітичні	АНР-матриці, ваги критеріїв, інтегральні оцінки	Високий	Впливають на рішення → ціль атаки
Адміністративні	Дані про виконавців, маршрутизацію, логіку обробки	Середній	Потребують контролю змін
Лог-файли	Журнали звернень, аудиту, IP-адреси користувачів	Середній	Потребують захисту від фальсифікації
Службові	Кешовані результати, тимчасові маркери, технічні метадані	Низький-середній	Можуть стати вектором для Replay-атак

Така класифікація та оцінка загроз стали основою для формування цільової архітектури інформаційної безпеки. Розміщення інформаційної системи у хмарній інфраструктурі,

з одного боку, забезпечує масштабованість, гнучкість і доступність сервісів, однак, з іншого боку, створює додатковий рівень уразливості, пов'язаний із багатокористувацькою природою середовища, непрямим контролем над фізичними ресурсами, а також відкритістю API-інтерфейсів для взаємодії з іншими медичними чи аналітичними сервісами.

У межах розробки системи пріоритетного управління медичними послугами ці загрози набувають особливого значення, оскільки будь-який вплив на процес ранжування пацієнтів може мати прямі наслідки для якості й швидкості надання медичної допомоги.

1. Зовнішні загрози

Основними загрозами зовнішнього походження, які ми ідентифікували як критичні для роботи АНР-модуля в хмарі, є:

- Несанкціонований доступ через відкритий API – за наявності слабкої автентифікації можлива імітація запитів від системи обробки звернень. Це відкриває шлях до масових вставок запитів, які не повинні були бути допущені.

- Атаки типу replay (повторного запиту) – надсилання повторних легітимних запитів з метою викликати дублювання рішень або перевантаження кешу пріоритетних відповідей. У системі з алгоритмом АНР це може призвести до штучної ескалації вибраних запитів.

- Атаки типу XSS і SQL-injection через вхідні форми – у випадку, якщо адміністративний інтерфейс (наприклад, редагування ваг критеріїв) не досить захищений, можливе втручання у саму логіку обрахунків [3].

2. Внутрішні загрози (інсайдерські)

В умовах хмарного середовища загрозу становлять також внутрішні дії уповноважених осіб, які можуть свідомо або несвідомо змінити ключові налаштування системи. Ми виділяємо такі загрози:

- Редагування ваг критеріїв без належного контролю – навіть незначна зміна одного коефіцієнта може суттєво змінити порядок обслуговування пацієнтів. Це створює можливості для маніпуляцій або саботажу.

- Видалення або редагування історії рішень АНР – якщо немає незалежного журналу, зміни в даних можна приховати, і система втратить контроль над обґрунтованістю прийнятих рішень.

- Перевизначення структури критеріїв (ієрархій) – особливо небезпечно у системах, де адміністратор має право змінювати не лише ваги, а і саму логіку моделі АНР.

3. Загрози, пов'язані з архітектурою кешу та масштабування

Особливої уваги вимагають загрози повторного використання результатів, пов'язані з кешуванням даних у Redis або Memcached. Кеш у хмарному середовищі використовується для прискорення обробки запитів, але саме він може стати вектором атаки, якщо:

- відсутня перевірка унікальності запиту (nonce);

- не встановлено TTL (часу життя);

- використовуються загальні ключі (без індивідуального зв'язку з користувачем / запитом).

Це дозволяє зловмиснику використати закешовану відповідь з високим пріоритетом для просування інших звернень.

Наприклад, так виглядає replay-атака у системі ранжування:

Вразливий сценарій – запит без nonce і TTL

```
cached_response = redis.get(f'priority:{patient_id}»)
```

```
if cached_response:
```

```
    return cached_response
```

```
else:
```

```
    response = calculate_priority(patient_data)
```

```
    redis.set(f'priority:{patient_id}», response) # без перевірки!
```

```
    return response
```


Цей фрагмент демонструє, як відсутність контролю над кешем дозволяє повторно використати результат для іншого запиту з підставним `patient_id`, що може змінити логіку системи. Таким чином, ми ідентифікували конкретні загрози, які мають бути враховані в моделі безпеки нашої системи.

Побудова архітектури безпеки хмарної інформаційної системи не може здійснюватися ізольовано від її логіки функціонування. У нашому випадку система не лише зберігає чутливі медичні дані, а й виконує управлінські дії на їх основі, застосовуючи метод АНР для ранжування звернень пацієнтів. Тому надійність, контроль і цілісність не є лише формальними вимогами, а критичними елементами правильності її функціонування [4].

На підставі цього сформовано п'ять принципів, якими повинна керуватися система безпеки:

1. Принцип мінімальних повноважень та чіткої ролі (RBAC). Усі модулі та користувачі системи повинні мати доступ лише до тих функцій і даних, які необхідні для виконання їхніх обов'язків. Наприклад:

– Адміністратор має право змінювати структуру критеріїв АНР, але не впливає на медичні записи.

– Медичний працівник має доступ лише до даних власних пацієнтів, без можливості перегляду аналітичної логіки системи.

– Аналітик має право бачити ваги критеріїв, але не може їх редагувати без додаткової авторизації.

2. Принцип журналювання управлінських дій. Зміна будь-якого елементу, який впливає на логіку прийняття рішень (вага критерію, оцінка альтернативи, структура ієрархії), повинна бути зафіксована у незалежному журналі змін з указанням: користувача, часу, старого і нового значення. Це дозволяє гарантувати обґрунтованість рішень системи і в разі потреби провести аудит.

Приклад реалізації на рівні СУБД (PostgreSQL):

```
CREATE TABLE criteria_weights_log
(id SERIAL PRIMARY KEY,
criteria_id INT,
old_weight NUMERIC,
new_weight NUMERIC,
changed_by TEXT,
changed_at TIMESTAMP DEFAULT current_timestamp);
```

```
CREATE OR REPLACE FUNCTION log_criteria_weight_change()
RETURNS TRIGGER AS $$
BEGIN
INSERT INTO criteria_weights_log (criteria_id, old_weight, new_weight, changed_by)
VALUES (OLD. id, OLD. weight, NEW. weight, current_user);
RETURN NEW;
END;
$$ LANGUAGE plpgsql;
```

```
CREATE TRIGGER trg_log_criteria_weight
BEFORE UPDATE ON criteria_weights
FOR EACH ROW
WHEN (OLD. weight IS DISTINCT FROM NEW. weight)
EXECUTE FUNCTION log_criteria_weight_change();
```

Цей тригер забезпечує повний контроль над усіма змінами ваг критеріїв – ключового параметра в методі АНР, що прямо впливає на результат ранжування пацієнтів.

3. Принцип валідації правомірності управлінських рішень. У межах розробки пропонується реалізація внутрішньої перевірки «легітимності» управлінських рішень. Наприклад, кожна

інтегральна оцінка повинна супроводжуватись контрольним хешем на основі структури ієрархії та актуальних ваг. У разі спроби маніпуляції – зміна хешу сигналізує про спотворення рішення.

4. Принцип незалежності критичних модулів. АНР-модуль ранжування має бути ізольованим від інтерфейсних або візуалізаційних модулів. Це означає, що навіть повний компроміс вебінтерфейсу не дасть змоги змінити структуру прийняття рішень без доступу до окремого обчислювального ядра або API.

5. Принцип прозорості дій адміністратора. Кожна адміністративна дія (створення нового критерію, оновлення ієрархії, перегляд ваг інших користувачів) повинна бути зафіксована з поясненням, що виводиться в окремому звіті для контролю управління.

Ці принципи ляжуть в основу архітектурної моделі захисту системи, яка буде розкрита в наступному блоці. Таким чином, безпека реалізується не як окрема функція, а як вбудований механізм гарантії справедливості, цілісності та об'єктивності у прийнятті рішень про пріоритет доступу до медичних послуг.

Отже, з метою запобігання загрозам, ідентифікованим на попередніх етапах, було сформовано комплекс методів захисту, що забезпечують цілісність, конфіденційність і контрольованість роботи хмарної системи управління медичними послугами. Ці методи не лише відповідають вимогам міжнародних стандартів безпеки (ISO / IEC 27001, HIPAA), але й адаптовані до архітектури алгоритмічного прийняття рішень, що є основою нашої системи.

Для захисту медичної інформації на рівні збереження й передачі ми використовуємо алгоритм симетричного шифрування AES – 256. Це дозволяє ефективно зашифрувати навіть великі обсяги даних з високим рівнем стійкості до злому.

Наведемо фрагмент реалізації (Python):

```
from Crypto. Cipher import AES
from Crypto. Random import get_random_bytes
import base64

def encrypt_data (data: str, key: bytes) -> str:
    cipher = AES. new (key, AES. MODE_EAX)
    nonce = cipher. nonce
    ciphertext, tag = cipher. encrypt_and_digest (data. encode('utf-8'))
    return base64. b64encode (nonce + ciphertext). decode('utf-8')

def decrypt_data (enc_data: str, key: bytes) -> str:
    raw = base64. b64decode (enc_data)
    nonce = raw[:16]
    ciphertext = raw [16:]
    cipher = AES. new (key, AES. MODE_EAX, nonce=nonce)
    return cipher. decrypt (ciphertext). decode('utf-8')
```

Використання:

```
key = get_random_bytes (32) # 256-bit ключ
encrypted = encrypt_data («Медичний запис: ID_23456», key)
decrypted = decrypt_data (encrypted, key)
```

Цей код придатний для інтеграції з REST API або базою даних, і може застосовуватись для шифрування записів у таблицях, що зберігають діагнози, призначення, а також аналітичні оцінки.

Розробимо рольову модель доступу – RBAC, яка базується на чітко визначених ролях користувачів та їхніх обмеженнях у контексті функцій системи. Це дозволить мінімізувати ризики інсайдерських втручань, неконтрольованих змін у критеріях або розрахунках АНР.

Матриця доступу є ключовим інструментом обмеження повноважень користувачів відповідно до їхніх функціональних ролей. Її мета – гарантувати, що кожен користувач має доступ лише до тих компонентів системи, які відповідають його посадовим обов'язкам, і не більше [3].

У процесі розробки виходили з принципу мінімальних привілеїв, відповідно до якого навіть адміністративний персонал не має безумовного доступу до всіх функцій. Це особливо важливо для медичної інформаційної системи, яка реалізує критичні алгоритми (зокрема, метод АНР) і приймає автоматизовані рішення щодо обслуговування пацієнтів [3].

У структурі доступу враховано не лише технічний складник, а й логіку управлінської відповідальності:

1. Адміністратор не має доступу до медичних записів пацієнтів, але повністю керує архітектурою моделі АНР.

2. Медичний працівник не може змінювати ваги критеріїв, однак має право ініціювати запити.

3. Аналітик може бачити все, що пов'язано з алгоритмами і трендами, але не втручається у самі дані.

Таким чином, запропонована матриця доступу дозволяє:

- захистити критичні дані та алгоритми від несанкціонованого впливу;
- ізолювати дії різних категорій користувачів у межах їхніх функцій;
- забезпечити простежуваність кожної дії у системі;
- мінімізувати ризики інсайдерських загроз і людських помилок.

Формування такої моделі є необхідною умовою не лише для відповідності системи стандартам безпеки, але й для підвищення надійності рішень, що приймаються на її основі.

Основні ролі:

– Адміністратор системи (Admin) – редагування критеріїв, запуск перерахунку моделі, контроль доступу.

– Лікар (Doctor) – доступ до медичних даних пацієнтів, ініціація запиту.

– Оператор (Staff) – реєстрація звернень, супровід.

– Аналітик (Analyst) – перегляд ваг, результатів, трендів, без права втручання.

Таблиця 2

RBAC-матриця доступу

Функція	Admin	Doctor	Staff	Analyst
Перегляд медичних даних	×	✓	✓	×
Редагування ваг АНР	✓	×	×	×
Перегляд результатів АНР	✓	✓	✓	✓
Ініціація запиту	×	✓	✓	×
Перегляд логів змін	✓	×	×	✓

Реалізацію доцільно здійснити через JWT-токени із вбудованими ознаками ролей і контроль доступу на рівні middleware у бекенді.

Також доцільно реалізувати обов'язкове журналювання всіх дій, пов'язаних із доступом до критеріїв, змін у структурі АНР, перегляду медичних даних та ініціації обчислень. Логи зберігаються в базі даних або у форматі JSON-файлів із контролем цілісності (SHA – 256 хеш на кожен запис). Такі записи не лише підлягають аудиту, але й можуть бути автоматично аналізовані системами моніторингу (Zabbix, Prometheus) для виявлення аномалій [9].

Фрагмент лог-файлу:

```
{
  «timestamp»: «2025-08-27T11:40:32Z»,
  «user»: «admin1»,
  «action»: «update_weight»,
  «criterion»: «Medical urgency»,
  «old_value»: 0.314,
  «new_value»: 0.270,
  «ip»: «192.168.12.105»
}
```

Таким чином, методи захисту, впроваджені у проєктованій системі, не ізольовані від її логіки, а є невіддільною частиною алгоритмічного процесу пріоритетизації, що гарантує довіру до автоматизованих рішень у критично важливій сфері медичних послуг.

Припускаємо із загальновідомої логіки роботи аналогічних систем у світовій практиці, що захист на рівні програмного коду та баз даних є критично необхідним, але недостатнім. Безпека повинна бути підкріплена зовнішніми інфраструктурними рішеннями, які автоматично реагують на аномалії, блокують спроби вторгнення, захищають канали доступу до критичних модулів і дають змогу вести глибокий аудит [8].

Реалізуємо три ключові інтеграційні напрями, які дозволяють поєднати рівні безпеки – від прикладного до мережевого:

1. Захист API та інтерфейсів через Cloudflare. Для захисту відкритих API-ендпоінтів, які використовуються зовнішніми медичними системами (наприклад, лабораторіями чи державними реєстрами), застосовується Cloudflare як зворотний проксі та захисний шлюз. Він реалізує:

- WAF (Web Application Firewall) – автоматичне блокування відомих атак типу SQL-injection, XSS та обходу автентифікації;

- Rate limiting – обмеження кількості запитів на IP або токен протягом часу;

- Geo fencing – блокування доступу з небажаних регіонів.

Це дозволяє захистити як публічні інтерфейси системи, так і окремі компоненти, зокрема АНР-модуль, від масованого звернення (наприклад, DDoS через симуляцію пріоритетних запитів) [9].

2. Моніторинг подій безпеки через Zabbix. Для контролю критичних подій і своєчасного реагування на аномалії доцільно інтегрувати систему моніторингу Zabbix. Вона дозволяє:

- вести спостереження за логами (доступ до ваг, зміни ієрархій, помилки в запитах);

- налаштовувати алерти на спроби несанкціонованого доступу;

- відстежувати пікові навантаження на систему ранжування;

- інтегруватись із телеграм-ботами, поштою або SMS.

Таке рішення дозволяє оперативно втручатися у випадках, коли система потрапляє під цілеспрямовану атаку або коли внутрішні користувачі порушують регламент [9].

3. Автоматичне блокування атак через Fail2ban. На рівні сервера доцільно реалізувати систему динамічного блокування IP-адрес, з яких надходить підозріла активність. Інструмент Fail2ban аналізує лог-файли авторизації, запитів до критичних модулів, зокрема АНР та редагування ваг, і створює правила блокування [8].

Фрагмент конфігурації Fail2ban (auth. log + пріоритетизація):

```
[sshd]
enabled = true
port = ssh
logpath = /var / log / auth. log
maxretry = 5
findtime = 600
bantime = 3600
```

```
[api-ahp]
enabled = true
port = http, https
filter = api-ahp
logpath = /var / log / ahp. log
maxretry = 3
findtime = 300
bantime = 7200
```

Цей механізм дозволяє блокувати користувача, який, наприклад, тричі спробував змінити ваги критеріїв або підробити структуру ієрархії, не маючи відповідних прав.

4. Інтеграція з SIEM-системами. У перспективі можлива інтеграція з централізованими системами аналізу подій безпеки (SIEM), зокрема ELK stack або Splunk, що дозволить:

- об'єднати логи із серверів, API, баз даних;
- автоматично виявляти пов'язані інциденти;
- формувати інциденти для реагування службою ІБ.

Таким чином, завдяки розробці система не обмежується вбудованим захистом, а інтегрується у середовище постійного моніторингу, блокування і профілактики загроз, що відповідає найвищим вимогам до безпеки критичних систем у сфері охорони здоров'я.

Також розробимо принципи безпеки кешованих обчислень, які будуть інтегровані у нашу систему: запобігання атакам повторного запиту (Replay) в Redis / Memcached.

У хмарній системі управління медичними послугами кеш використовується для прискорення обробки однотипних запитів, що особливо важливо в умовах високого навантаження. Для цього задіяно високопродуктивні сервіси кешування – Redis та Memcached. Вони зберігають частину проміжних обчислень алгоритму АНР (наприклад, попередньо згенеровані інтегральні оцінки) для повторного використання без повторного запуску складних розрахунків.

Однак використання кешу створює потенційно небезпечні вектори атак, зокрема replay-атаки, коли зломисник повторно надсилає запит з тією ж сесією або зловживанням відкритим `patient_id`, щоб отримати «засвоєну» раніше відповідь із підвищеним пріоритетом [8].

Розробимо підхід до захисту кешу. На основі цього впроваджуємо двоетапну перевірку достовірності кешованих обчислень, яка базується на:

- nonce (одноразовому маркері) – кожен запит до системи має супроводжуватись унікальним токеном, який використовується лише один раз і зберігається у Redis як використаний;
- TTL (time-to-live) – обмеження часу життя кешованого результату, після чого він автоматично видаляється і має бути згенерований заново.

Фрагмент реалізації захисту у Redis (Python):

```
import redis
import uuid
import time
```

```
r = redis. Redis (host='localhost', port=6379, db=0)
```

```
def is_replay (nonce):
    return r. exists (f'used_nonce:{nonce}»)
```

```
def store_nonce (nonce):
    r. set (f'used_nonce:{nonce}», «1», ex=600) # TTL 10 хв.
```

```
def get_cached_priority (patient_id):
    return r. get (f'priority:{patient_id}»)
```

```
def store_priority (patient_id, value):
    r.set (f'priority:{patient_id}', value, ex=300) # TTL 5 хв.
```

```
# Приклад обробки запиту
nonce = «abc123» # отримано з frontend / API
if is_replay (nonce):
    raise Exception («Replay-attack detected!»)
else:
    store_nonce (nonce)
    cached = get_cached_priority («patient_456»)
    if cached:
        return cached
    else:
        result = calculate_priority (data)
        store_priority («patient_456», result)
    return result
```

У цьому блоці коду:

- перевіряємо, чи nonce вже використовувався;
- застосовуємо TTL як до пріоритету, так і до nonce;
- блокуємо повторний доступ, навіть якщо ідентифікатор пацієнта однаковий.

Пропонуються інші технічні заходи для Redis / Memcached:

- ізоляція кешу за користувачами (namespace або ключі user_id: patient_id);
- шифрування чутливих даних у кеші;
- журналювання критичних запитів;
- обмеження доступу до портів Redis / Memcached лише з довірених IP.

Таким чином, впроваджено адаптивну політику захисту кешованих обчислень, яка унеможливує використання кешу як інструменту маніпуляції логікою пріоритетів. Це забезпечує не лише стабільність продуктивності, але й інваріантність управлінських рішень у хмарному середовищі, що є елементом наукової новизни цієї роботи.

Було сформовано власну концепцію побудови безпечної хмарної інформаційної системи управління медичними послугами, яка враховує як загальноприйняті принципи захисту інформації, так і специфіку алгоритмічного компонента – багатокритеріальної моделі прийняття рішень на основі методу АНР. Здійснено класифікацію типів даних, що обробляються системою, з урахуванням їх критичності: медичні, аналітичні, службові, адміністративні. Особливу увагу приділено захисту вагових коефіцієнтів та структури критеріїв, оскільки саме вони формують підґрунтя для пріоритетизації обслуговування пацієнтів. Проаналізовано типові загрози, притаманні хмарному середовищу, зокрема атаки повторного запиту (replay), компрометацію API, несанкціоновані зміни логіки моделі. На основі цього запропоновано принципи побудови безпечної системи, включаючи:

- мінімізацію повноважень користувачів через рольову модель (RBAC);
- журналювання змін у структурі рішень (SQL-тригери для ваг АНР);
- захист кешованих обчислень від маніпуляцій (nonce + TTL у Redis);
- контроль легітимності управлінських рішень.

Запропоновано до реалізації приклад шифрування медичних записів за алгоритмом AES – 256, побудовано матрицю доступу користувачів та інтегровано інструменти інфраструктурного захисту – Cloudflare, Fail2ban, Zabbix. Завдяки запропонованим рішенням забезпечується не лише захист даних, а й цілісність логіки системи прийняття рішень, що є критичним у медичній сфері. Таким чином, реалізовано модель комплексної, адаптивної та алгоритмічно інтегрованої інформаційної безпеки, яка стане підґрунтям для технічного впровадження в межах архітектури та реалізації системи.

Висновки

У результаті проведеного дослідження сформовано концептуальні та практичні засади побудови моделі комплексної інформаційної безпеки хмарної системи управління медичними послугами. Визначено, що поєднання методів аналітичної ієрархії (АHP) із сучасними механізмами контролю доступу (RBAC) та криптографічного захисту (AES-256) забезпечує високий рівень стійкості системи до внутрішніх і зовнішніх загроз.

Запропонована модель передбачає інтеграцію безпекових політик безпосередньо в процес прийняття рішень, що дозволяє зменшити ризик несанкціонованої модифікації параметрів управління та підвищує довіру до автоматизованих рішень у медичній сфері.

Практичне впровадження моделі можливе на базі поширених інструментів хмарної інфраструктури, таких як Redis і PostgreSQL, з урахуванням принципів журналювання, контролю кешу та моніторингу подій безпеки.

Список використаної літератури

1. Griebel L., Prokosch H.-U., Köpcke F., et al. A scoping review of cloud computing in healthcare. *BMC Medical Informatics and Decision Making*. 2015. Vol. 15. Article 17. DOI: 10.1186/s12911-015-0145-7.
2. Gao F., Sunyaev A. Context Matters: A review of the determinant factors in the decision to adopt cloud computing in healthcare. *International Journal of Information Management*. 2019. Vol. 48. P. 120–138.
3. Putzier M., Kuhlmann L., Müller M., et al. Implementation of cloud computing in the German healthcare system. *npj Digital Medicine*. 2024. Vol. 7. Article 12.
4. Moutzi G., Mavridis I., Vergidis K. A security framework for healthcare cloud computing. *International Journal of Reliable and Quality E-Healthcare*. 2015. Vol. 4. No. 2. P. 1–12.
5. Al-Dmour A., Al-Dmour R., Shannak R. The effect of cloud computing on improving the quality of healthcare services. *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*. 2020. Vol. 98. No. 23. P. 3807–3820.
6. Javaid M., Haleem A., Singh R.P., Khan S., Suman R. Evolutionary trends in progressive cloud computing based healthcare: Ideas, enablers, and barriers. *International Journal of Cognitive Computing in Engineering*. 2022. Vol. 3. P. 124–135.
7. Kuo A.M. Opportunities and challenges of cloud computing to improve health care services. *Journal of Medical Internet Research*. 2011. Vol. 13. No. 3. e67.
8. Sajid A., Abbas H. Data Privacy in Cloud-assisted Healthcare Systems: State of the Art and Future Challenges. *Journal of Medical Systems*. 2016. Vol. 40. No. 6. Article 155.
9. Chentharu S., Ahmed K., Wang H., Whittaker F. Security and Privacy-Preserving Challenges of e-Health Solutions in Cloud Computing. *IEEE Access*. 2019. Vol. 7. P. 74361–74382.
10. Dolan J.G. Shared decision-making – transferring research into practice: The Analytic Hierarchy Process (AHP). *Patient Education and Counseling*. 2008. Vol. 73. No. 3. P. 418–425.
11. Saaty T.L. The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation. New York : McGraw-Hill, 1980.

References

1. Griebel, L. et al. (2015). A scoping review of cloud computing in healthcare. *BMC Medical Informatics and Decision Making*, 15 (17). <https://doi.org/10.1186/s12911-015-0145-7> [in English].
2. Gao, F., & Sunyaev, A. (2019). Context Matters: A review of the determinant factors in the decision to adopt cloud computing in healthcare. *International Journal of Information Management*, 48, 120–138 [in English].

3. Putzier, M. et al. (2024). Implementation of cloud computing in the German healthcare system. *npj Digital Medicine*, 7 (12) [in English].
4. Mourtzi, G., Mavridis, I., & Vergidis, K. (2015). A security framework for healthcare cloud computing. *International Journal of Reliable and Quality E-Healthcare*, 4(2), 1–12 [in English].
5. Al-Dmour, A., Al-Dmour, R., & Shannak, R. (2020). The effect of cloud computing on improving the quality of healthcare services. *Journal of Theoretical and Applied Information Technology*, 98(23), 3807–3820 [in English].
6. Javaid, M., Haleem, A., Singh, R.P., Khan, S., & Suman, R. (2022). Evolutionary trends in progressive cloud computing based healthcare: Ideas, enablers, and barriers. *International Journal of Cognitive Computing in Engineering*, 3, 124–135 [in English].
7. Kuo, A.M. (2011). Opportunities and challenges of cloud computing to improve health care services. *Journal of Medical Internet Research*, 13(3), e67 [in English].
8. Sajid, A., & Abbas, H. (2016). Data Privacy in Cloud-assisted Healthcare Systems: State of the Art and Future Challenges. *Journal of Medical Systems*, 40(6), 155 [in English].
9. Chenthar, S., Ahmed, K., Wang, H., & Whittaker, F. (2019). Security and Privacy-Preserving Challenges of e-Health Solutions in Cloud Computing. *IEEE Access*, 7, 74361–74382 [in English].
10. Dolan, J.G. (2008). Shared decision-making – transferring research into practice: The Analytic Hierarchy Process (AHP). *Patient Education and Counseling*, 73(3), 418–425 [in English].
11. Saaty, T.L. (1980). The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation. McGraw-Hill [in English].

Семчишин Володимир Миколайович – аспірант кафедри програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя. E-mail: volodymyr_semchyshyn9391@tntu.edu.ua, ORCID: 0009-0008-9206-8657.

Михалик Дмитро Михайлович – к.т.н., доцент кафедри програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя. E-mail: myhalyk_d@tntu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9032-695X.

Semchyshyn Volodymyr Mykolayovych – Postgraduate Student at the Department of Software Engineering of Ivan Pulyuy Ternopil National Technical University. E-mail: volodymyr_semchyshyn9391@tntu.edu.ua, ORCID: 0009-0008-9206-8657.

Mykhalyk Dmytro Mykhaylovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Software Engineering of Ivan Pulyuy Ternopil National Technical University. E-mail: myhalyk_d@tntu.edu.ua, ORCID: 0000-0001-9032-695X.



Отримано: 05.11.2025
Рекомендовано: 09.12.2025
Опубліковано: 30.12.2025

Л.С. ФОНАР, О.А. ЖУРАН
Національний університет «Одеська політехніка»

МОВА ПРОГРАМУВАННЯ R У STEM-ВИКЛАДАННІ СТАТИСТИКИ ТА АНАЛІЗУ ДАНИХ

Розглянуто актуальність упровадження STEM-підходу у викладанні статистики та аналізу даних у сучасній системі освіти. Показано, що традиційна методика навчання статистики здебільшого орієнтована на формальний апарат та класичні моделі, що ускладнює усвідомлення студентами прикладної цінності ймовірного мислення в реальних умовах. Наголошено на важливості інтеграції математичної теорії з інструментами практичної реалізації, яка досягається через застосування STEM-підходу, що поєднує наукові знання, технології, інженерну логіку та математичний апарат. Із цього погляду особливе місце посідає мова програмування R, яка має потужний інструментарій для статистичного аналізу, візуалізації даних, побудови моделей і перевірки гіпотез. Здійснено аналіз наукових джерел, які підтверджують доцільність упровадження STEM-освіти як чинника формування критичного, алгоритмічного та інженерного мислення. Продемонстровано можливості використання мови R у навчальному процесі та її відповідність основним компонентам STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics). Наведено приклади практичних дій студентів у середовищі R, які забезпечують міждисциплінарний підхід до навчання та сприяють розвитку аналітичних компетентностей. Проведено порівняльний аналіз R, Python та Excel/Google Sheets за ключовими критеріями ефективності в контексті STEM-освіти, що дало змогу підкреслити унікальні переваги R у викладанні статистики та формуванні прикладних навичок.

Зроблено висновок, що, незважаючи на популярність інших мов програмування в аналітиці даних, саме R має потенціал у сфері освіти завдяки своїм статистичним витокам, розвиненій системі пакетів і широким можливостям для інтерактивної роботи з інформацією. Інтеграція таких підходів у навчальний процес дає змогу не лише оволодіти базовими інструментами аналізу даних, а й забезпечує готовність майбутніх фахівців до створення та впровадження систем штучного інтелекту у різних сферах діяльності. Використання R у навчанні сприяє подоланню розриву між теоретичними знаннями та практичними потребами, підвищує мотивацію студентів і забезпечує підготовку конкурентоспроможних фахівців у сфері аналізу даних.

Ключові слова: STEM, статистика, аналіз даних, мова програмування R, штучний інтелект.

L.S. FONAR, O.A. ZHURAN
Odesa Polytechnic National University

THE R PROGRAMMING LANGUAGE IN STEM-BASED TEACHING OF STATISTICS AND DATA ANALYSIS

The relevance of implementing the STEM approach in teaching statistics and data analysis within the modern education system is considered. It is shown that the traditional methodology of teaching statistics is mainly focused on the formal apparatus and classical models, which complicates students' understanding of the applied value of probabilistic thinking in real-life conditions. Emphasis is placed on the importance of integrating mathematical theory with practical tools, which is achieved through the application of the STEM approach that combines scientific knowledge, technologies, engineering logic, and mathematical apparatus. From this perspective, the R programming language occupies a special place, as it provides a powerful toolkit for statistical analysis, data visualization, model building, and hypothesis testing. A review of scientific sources confirms the relevance of STEM education as a factor in the development of critical, algorithmic, and engineering thinking. The possibilities of using R in the educational process and its compliance with the main components of STEM (Science, Technology, Engineering, Mathematics) are demonstrated. Examples of students' practical activities in the R environment are presented, ensuring an interdisciplinary approach to learning and contributing to the development of analytical competencies. A comparative analysis of R, Python, and Excel/Google Sheets according to key criteria of effectiveness in the context of STEM education is carried out, which highlighted the unique advantages of R in teaching statistics and developing applied skills.

It is concluded that, despite the popularity of other programming languages in data analytics, R has significant potential in the educational sphere due to its statistical roots, developed package ecosystem, and wide opportunities for interactive data work. The integration of such approaches into the learning process allows not only mastering the basic tools of data analysis but also ensuring students' readiness to create and implement artificial intelligence systems in various fields. The use of R in education helps overcome the gap between theoretical knowledge and practical needs, increases students' motivation, and ensures the training of competitive specialists in data analysis.

Key words: STEM, statistics, data analysis, R programming language, artificial intelligence.

Постановка проблеми

Сучасна освіта вимагає забезпечення її прикладної спрямованості, зокрема через упровадження міждисциплінарних підходів. Статистика, незважаючи на свою фундаментальність, часто сприймається як абстрактна й далека від реального застосування. Така ситуація зумовлена традиційною методикою викладання, що зосереджується переважно на формальному апараті та класичних моделях. Як наслідок, студенти не завжди усвідомлюють прикладну цінність ймовірнісного мислення для аналізу даних у реальних ситуаціях. У сучасному інформаційному середовищі саме ймовірнісні підходи лежать в основі багатьох ключових технологій: машинного навчання, обробки великих даних, нейронних мереж, моделювання, оптимізації, рекомендаційних систем і систем штучного інтелекту. У сфері аналізу даних роль теорії ймовірностей та статистики є ще більш важливою: моделі регресії, кластеризації, оцінювання гіпотез, побудова довірчих інтервалів – усе це спирається на глибоке розуміння ймовірнісних процесів.

Таким чином, здатність застосовувати статистику у реальних сценаріях є необхідним складником професійної підготовки сучасного аналітика даних. Із цієї причини особливо актуальним є упровадження STEM-підходів, які поєднують математичну теорію з інструментами практичної реалізації, зокрема в таких програмних середовищах, як мова R [1]. STEM-підхід (Science, Technology, Engineering, Mathematics) [2] передбачає міждисциплінарне навчання, орієнтоване на вирішення реальних завдань шляхом інтеграції наукового знання, технологій, інженерного мислення та математичного апарату. Такий підхід дає змогу подолати традиційний розрив між теорією і практикою.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Аналіз останніх наукових джерел свідчить про те, що дослідники наголошують на важливості впровадження STEM-підходу, який поєднує математичний апарат із технологічними інструментами. З. Гбур та О. Кравченко відзначають важливість ролі STEM-освіти у підготовці молоді до кар'єри у високотехнологічних галузях, що є ключовим чинником для вирішення сучасних економічних і соціальних проблем. Вони наголошують на тому, що важливо оновлювати освітні програми та методики, аби вони відповідали сучасним вимогам ринку праці та глобальним технологічним викликам. Упровадження STEM-підходу в освіту суттєво підвищує зацікавленість студентів у науково-дослідницькій роботі та професіях технічного спрямування [3].

Н. Стецула, О. Абрамова, Г. Герасимчук, Т. Крижановська та О. Крусь підкреслюють, що STEM-освіта розвиває критичне, інженерне й алгоритмічне мислення, навички оброблення інформації та аналізу даних [4]. 05 серпня 2020 р. Кабінет Міністрів України затвердив Концепцію розвитку природничо-математичної освіти, реалізація якої запланована до 2027 р., де наголошено, що ключовим чинником економічного розвитку є наукоємні та високотехнологічні галузі, у яких спостерігається дефіцит фахівців через зниження інтересу до природничо-технічних професій. Зниження популярності таких професій зумовлене зменшенням зацікавленості здобувачів освіти до предметів природничо-математичного циклу, тому сучасні виклики вимагають від освіти генерації нових ідей, технологій і рішень [5].

Як зазначається у [6], STEM-освіта розглядається як сучасний освітній підхід, спрямований на поглиблення розуміння студентами технологічних, інженерних та математичних дисциплін. Її основною метою є формування здатності до адаптації в умовах швидких змін, вирішення нових завдань і проблем завдяки розвитку високорівневого мислення та формуванню ключових компетентностей у сфері STEM.

Мета дослідження

Метою дослідження є обґрунтування доцільності використання мови програмування R як інструмента реалізації STEM-підходу у викладанні статистики та аналізу даних, а також демонстрація її потенціалу для формування прикладних навичок опрацювання інформації, візуалізації результатів та побудови аналітичних моделей.

Виклад основного матеріалу дослідження

STEM-підхід сприяє інтеграції наукових знань, технологій та інженерного мислення у процес викладання математичних дисциплін. У контексті викладання статистики це означає необхідність поєднання математичного апарату з інструментами візуалізації, аналізу даних та обчислень. Саме тут вагому роль може відіграти мова програмування R [7]. Мова програмування R є одним із інструментів для аналізу даних, візуалізації, моделювання та статистичних обчислень та активно використовується в академічному середовищі, наукових дослідженнях і промисловій аналітиці.

У табл. 1 представлено приклади типових навчальних дій із використанням R, що відповідають кожному з компонентів STEM. Такий аналіз демонструє, що навчання програмуванню в R не обмежується лише технічними навичками, а сприяє розвитку системного мислення та підготовці до вирішення комплексних реальних завдань.

Таблиця 1

Відповідність практичного використання мови R компонентам STEM

№	Практична дія в R	Опис	STEM-компонент
1	Імпорт та обробка даних із файлу	Робота з реальними наборами даних: очищення, фільтрація, злиття	T (технології)
2	Побудова графіків: гістограми, boxplots, heatmaps	Візуалізація закономірностей, виявлення трендів	S (наука) + T (технології)
3	Кластеризація (наприклад, метод k-середніх)	Поділ даних на групи для виявлення структур	E (інженерія) + M (математика)
4	Статистичні тести, побудова регресійних моделей	Оцінка зв'язків між змінними, перевірка гіпотез	M (математика)
5	Реалізація прикладних кейсів	Інтеграція методів для розв'язання задач із життя (аналіз попиту, виявлення аномалій)	S (наука) + E (інженерія)
6	Прогнозування з використанням моделей	Розроблення моделей для передбачення подій чи трендів	T (технології) + M (математика)

Для забезпечення міждисциплінарного підходу у викладанні статистики важливо не лише використовувати сучасні програмні інструменти, а й усвідомлювати, як конкретні дії студентів у процесі аналізу даних відповідають ключовим компонентам STEM-освіти. У цьому контексті мова програмування R виступає як інтеграційний інструмент, що дає змогу поєднувати науковий підхід (S), використання цифрових технологій (T), інженерну логіку побудови моделей (E) та математичний апарат (M).

В Україні практичні напрями (Data Science, аналітика, AI) часто орієнтуються на бізнес-вимоги, де мова програмування Python виглядає як більш «прибуткова» навичка. Але, незважаючи на це, R традиційно сильніший в науці, статистиці, біомедичних дослідженнях. Переважна більшість статистичних методів і пакетів, які використовуються в науці, з'явилися спочатку в R, а потім лише частково були перенесені до Python.

Із метою обґрунтування доцільності використання саме мови програмування R у викладанні статистики в межах STEM-підходу доцільно порівняти її з іншими поширеними інструментами, які також застосовуються у навчанні аналізу даних. У табл. 2 наведено порівняльну характеристику R, Python та Excel/Google Sheets за ключовими критеріями, що є важливими в контексті STEM-освіти (табл. 2).

Таблиця 2

Порівняльна характеристика інструментів аналізу даних у контексті STEM-освіти

Критерій / Інструмент	R	Python	Excel / Google Sheets
Спеціалізація	Статистика, візуалізація, обробка даних	Загальне програмування, машинне навчання	Табличні розрахунки, базова аналітика
STEM-компонент	S, T, E, M (особливо акцент на математиці та науці)	T, E, M (інженерія, технології, автоматизація)	M, частково T (прикладна математика, бізнес-аналітика)
Простота для початківців	Середня, потрібне розуміння статистичних понять	Середня, але потребує знань ООП	Висока, інтерфейс знайомий більшості студентів
Можливості візуалізації	Підтримка (ggplot2, plotly, lattice)	Менш інтуїтивна для статистичних графіків	Обмежена функціональність, малоінтерактивна
Пакети для STEM-завдань	CRAN, Bioconductor (дуже багато статистичних і наукових пакетів)	Scikit-learn, Pandas, TensorFlow (фокус на ML/AI)	Відсутні або дуже обмежені
Академічне застосування	Широко використовується у науці, освіті, дослідженнях	Широке застосування у прикладній інженерії, бізнесі, IT	Поширений у школах, базовій вищій освіті
Відкритість / ліцензія	Повністю безкоштовна, open-source	Безкоштовна, open-source	Частково платна (Excel), обмежена у вільному налаштуванні
Робота з Big Data	Підходить для середніх обсягів; є пакети для оптимізації	Краще масштабується для великих даних (Spark, Dask)	Погано працює з великими наборами (>1 млн рядків)
Мова навчання статистики	Найкраще підходить завдяки «статистичному корінню»	Потребує додаткових бібліотек і часто — обхідних рішень	Підходить лише для базових тем
Навчальні ресурси українською	Обмежена кількість, але є перекладені курси	Більше літератури й курсів	Дуже багато матеріалів

Порівняння дає змогу не лише оцінити переваги R як освітнього інструмента, а й краще зрозуміти його місце серед інших програмних засобів, які можуть використовуватися у викладанні статистичних дисциплін. Мова програмування R дає змогу:

- реалізовувати навчальні проекти з аналізу реальних наборів даних (наприклад, із відкритих джерел: Kaggle, UCI тощо);
- демонструвати застосування статистичних методів через інтерактивні графіки та моделі;
- вивчати теми ймовірностей, регресії, кластерного аналізу, перевірки гіпотез через безпосереднє програмування моделей;
- формувати у студентів аналітичне мислення та навички Data Science на практичному рівні.

R має низку суттєвих переваг, які вирізняють її серед інших засобів аналізу даних. Це зумовлює наявність великої кількості спеціалізованих пакетів для перевірки статистичних гіпотез, моделювання, обробки результатів та побудови довірчих інтервалів. Такий підхід дає змогу студентам не лише користуватися готовими інструментами, а й глибше розуміти математичну суть статистичних операцій. Пакети ggplot2, lattice, plotly та ін. дають змогу будувати гнучкі, багатопланові, високоякісні графіки, що важливо для дослідницької діяльності та презентації результатів. Це сприяє формуванню у студентів візуального мислення та вмінь інтерпретувати дані на основі графічних репрезентацій.

Значною перевагою R є його зручність у роботі з табличними даними, зокрема через такі пакети, як `dplyr`, `tidyr`, `data.table`, які забезпечують високу читабельність коду та ефективність обробки великих масивів інформації. Це особливо важливо під час навчання аналізу даних із відкритих джерел або реальних кейсів.

Висновки

У ході дослідження обґрунтовано доцільність використання мови програмування R як інструмента реалізації STEM-підходу у викладанні статистики та аналізу даних. Зроблені висновки дають змогу підкреслити такі ключові положення:

– сучасна освіта потребує прикладної орієнтації, що може бути забезпечено завдяки інтеграції математичної теорії з інструментами практичного аналізу даних;

– STEM-підхід створює умови для розвитку критичного та алгоритмічного мислення студентів, формування вмінь працювати з інформацією і застосовувати статистичні методи у реальних сценаріях;

– мова програмування R є ефективним освітнім інструментом, який поєднує усі компоненти STEM: науку (аналіз і моделювання даних), технології (програмні пакети та середовище), інженерію (розроблення рішень і моделей) та математику (статистичний апарат);

– застосування R у навчальному процесі сприяє формуванню навичок Data Science.

Незважаючи на популярність інших мов програмування в аналізі даних, зокрема Python, мова R зберігає унікальні переваги саме у викладанні статистики та реалізації STEM-підходу. Вона поєднує глибокий математичний апарат із широкими можливостями візуалізації, моделювання та опрацювання даних, що робить її найбільш природним середовищем для формування прикладних навичок аналізу інформації. Використання R у навчальному процесі сприяє розвитку критичного та алгоритмічного мислення студентів, підвищує їхню мотивацію до вивчення статистики й забезпечує міждисциплінарний підхід до вирішення практичних завдань. У контексті сучасних технологічних трендів особливої ваги набуває використання статистики та мови R для підготовки студентів до роботи із системами штучного інтелекту, адже саме ймовірнісні моделі, методи класифікації, регресії, кластеризації та прогнозування становлять основу більшості алгоритмів штучного інтелекту.

Список використаної літератури

1. R: The R Project for Statistical Computing. URL: <https://www.r-project.org/> (дата звернення: 20.08.2025).
2. STEM-освіта. *Інститут модернізації змісту освіти*. URL: <https://imzo.gov.ua/stem-osvita/> (дата звернення: 20.08.2025).
3. Гбур З., Кравченко О. Розвиток stem-освіти в Україні: перспективи для формування інноваційного суспільства. *Philosophy and Governance*. 2025. № 6(10). DOI: 10.70651/3041-248x/2025.6.03
4. Стецула Н.О., Абрамова О.В., Герасимчук Г.А., Крижановська Т.І., Крусь О.П. Перспективи розвитку STEM-освіти: інтеграція в освіті. *Наука і техніка сьогодні. Серія «Педагогіка»*. 2023. № 3(17). С. 428–436. DOI: 10.52058/2786-6025-2023-3(17)-428-436
5. Концепція розвитку природничо-математичної освіти (STEM-освіти) : Розпорядження Кабінету Міністрів України від 05 серпня 2020 р. № 960. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/960-2020-%D1%80#Text> (дата звернення: 20.08.2025).
6. Кузьменко О. Сутність та напрями розвитку STEM-освіти. *Наукові записки. Серія «Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти»*. 2016. Вип. 9(III). С. 188–190.

References

1. R. (2025). The R Project for Statistical Computing. Retrieved from <https://www.r-project.org/> [in English].
2. STEM-osvita. (2025). Instytut modernizatsii zmistu osvity [Institute for Modernization of Educational Content]. Retrieved from <https://imzo.gov.ua/stem-osvita/> [in Ukrainian].
3. Hbur, Z., & Kravchenko, O. (2025). Rozvytok stem-osvity v ukraini: perspektyvy dlia formuvannia innovatsiinoho suspilstva [Development of stem education in ukraine: prospects for building an innovative society]. *Philosophy and Governance*, 6 (10). <https://doi.org/10.7065/1/3041-248X/2025.6.03> [in Ukrainian].
4. Stetsula, N.O., Abramova, O.V., Herasymchuk, H.A., Kryzhanovska, T.I., & Krus, O.P. (2023). Perspektyvy rozvytku STEM-osvity: intehtratsiia v osviti [Prospects for the development of STEM education: integration in education]. *Nauka i tekhnika sohodni. Seriia «Pedagogika»*, 3 (17), 428–436. [https://doi.org/10.52058/2786-6025-2023-3\(17\)-428-436](https://doi.org/10.52058/2786-6025-2023-3(17)-428-436) [in Ukrainian].
5. Kontseptsiiia rozvytku pryrodnycho-matematychnoi osvity (STEM-osvity) [Concept for the Development of Science and Mathematics Education (STEM Education)]: Rozporiadzhennia Kabinetu Ministriv Ukrainy vid 05 serpnia 2020 roku № 960. Retrieved from <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/960-2020-%D1%80#Text> [in Ukrainian].
6. Kuzmenko, O. (2016). Sutnist ta napriamky rozvytku STEM-osvity [The essence and directions of STEM education development]. *Naukovi zapysky. Seriia: Problemy metodyky fizyko-matematychnoi i tekhnolohichnoi osvity*, 9 (III), 188–190 [in Ukrainian].

Фонар Людмила Сергіївна – к.т.н., доцент кафедри штучного інтелекту та аналізу даних Національного університету «Одеська політехніка». E-mail: fonar_l_s@ukr.net, ORCID: 0000-0002-7478-6742.

Журан Олена Анатоліївна – к.е.н., доцент кафедри штучного інтелекту та аналізу даних Національного університету «Одеська політехніка». E-mail: juran@ukr.net, ORCID: 0000-0001-8487-9072.

Fonar Liudmyla Serhiivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Artificial Intelligence and Data Analysis of the Odesa Polytechnic National University. E-mail: fonar_l_s@ukr.net, ORCID: 0000-0002-7478-6742.

Zhuran Olena Anatoliivna – Candidate of Economic Sciences, Associate Professor at the Department of Artificial Intelligence and Data Analysis of the Odesa Polytechnic National University. E-mail: juran@ukr.net, ORCID: 0000-0001-8487-9072.

Дата надходження статті: 25.08.2025

Дата прийняття статті: 21.10.2025

Опубліковано: 30.12.2025



О.М. ФРОЛОВ

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

С.Р. СЕЛІВЕРСТОВА

Херсонська державна морська академія

МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОДІЛУ ДОМІШКИ В БАЗІ ДЛЯ ОПЕРАТИВНОГО РОЗРАХУНКУ СТРУКТУРИ ДРЕЙФОВОГО N-P-N-ТРАНЗИСТОРА

На основі моделювання реального розподілу домішки в базовій області розглянуто проблему оперативного розрахунку структури дрейфових біполярних n-p-n-транзисторів. Показано, що параметри та електричні характеристики дрейфових транзисторів тісно пов'язані з концентраційним профілем легуючої домішки, який визначає глибину p-n-переходів, напругу пробою та коефіцієнт посилення струму.

Додатково цей концентраційний профіль впливає на частотно-імпульсні характеристики та на щільність струму через транзистор. У роботі проаналізовано сучасні технологічні процеси формування базових областей у кремнієвих структурах дрейфових транзисторів, зокрема вплив доз іонного легування бором, температури та часу термічного розгону домішки в базовій області, а також роль коефіцієнта сегрегації за взаємодії домішки з шаром оксиду кремнію.

На основі експериментальних даних щодо глибини p-n-переходів та електричних параметрів дрейфових транзисторів різних технологічних серій проведено узагальнення результатів і визначено спрощену аналітичну модель для опису реального розподілу домішки бору в базовій області. Запропоновано емпіричні залежності, які зв'язують глибину розташування максимальної концентрації домішки з добутком коефіцієнта дифузії на час термічної обробки та з дозою легування. Отримано вираз для розрахунку глибини x_e та максимальної концентрації $N_{b,max}$, які забезпечують можливість оцінювання напруги пробою емітерного p-n-переходу без проведення складних технологічних випробувань.

Порівняння експериментальних та розрахункових даних показало коректність результатів (розбіжність не перевищує 0,1%), що підтверджує достовірність запропонованої моделі. Визначено, що оптимальні електричні характеристики дрейфових транзисторів досягаються за умови збігу глибини емітерного p-n-переходу з глибиною максимальної концентрації базової домішки. Запропонована модель може бути використана для швидкого прогнозування параметрів дрейфових транзисторів на етапі проектування мікросхем і дає змогу скоротити кількість експериментальних етапів технологічного циклу.

Ключові слова: дрейфовий n-p-n-транзистор, розподіл домішки, моделювання, іонне легування бором.

A.N. FROLOV

National University of Shipbuilding named after Admiral Makarov

S.R. SELIVERSTOVA

Kherson State Maritime Academy

SIMULATION OF IMPURITY DISTRIBUTION IN THE BASE FOR OPERATIONAL CALCULATION OF THE STRUCTURE OF A DRIFT N-P-N TRANSISTOR

Based on modelling the actual distribution of impurities in the base region, the problem of rapid calculation of the structure of drift bipolar n-p-n transistors is considered. It is shown that the parameters and electrical characteristics of drift transistors are closely related to the concentration profile of the doping impurity, which determines the depth of p-n transitions, breakdown voltage, and current gain.

Additionally, this concentration profile affects the frequency-pulse characteristics and the current density through the transistor. The paper analyses modern technological processes for forming base regions in silicon structures of drift transistors, in particular the influence of boron ion doping doses, temperature and time of thermal diffusion of the impurity in the base region, as well as the role of the segregation coefficient in the interaction of the impurity with the silicon oxide layer.

Based on experimental data on the depth of p-n junctions and electrical parameters of drift transistors of various technological series, the results were summarised and a simplified analytical model was determined to describe the actual distribution of boron impurities in the base region. Empirical dependencies were proposed that link the depth of the maximum impurity concentration with the product of the diffusion coefficient and the heat treatment time and with the doping dose. An expression has been obtained for calculating the depth x_e and maximum concentration $N_{b,max}$, which make it possible to estimate the breakdown voltage of the emitter p-n junction without conducting complex technological tests.

A comparison of experimental and calculated data showed the correctness of the results (the discrepancy does not exceed 0.1%), which confirms the reliability of the proposed model. It has been determined that the optimal electrical characteristics of drift transistors are achieved when the depth of the emitter p-n junction coincides with the depth of the maximum concentration of the base impurity. The proposed model can be used for rapid prediction of drift transistor parameters at the microcircuit design stage and allows reducing the number of experimental stages in the technological cycle.

Key words: drift n-p-n transistor, impurity distribution, modeling, boron ion implantation.

Постановка проблеми

Сучасна електронна та радіоелектронна апаратура широко використовує напівпровідникові вироби. Поряд із постійним розширенням номенклатури та випуском мікросхем постійно збільшуються номенклатура та випуск дискретних напівпровідникових приладів: діодів, транзисторів, тиристорів, усяляких датчиків.

Особливе місце серед дискретних приладів займають транзистори, які в апаратурі дають змогу не лише збільшувати сигнали, а й здійснювати плавне і точне регулювання електричних сигналів. За способом управління розрізняють біполярні та польові транзистори. Біполярні транзистори менш схильні до впливу статичної електрики, мають кращий показник $f_T \cdot U_{проб.}$ і як дискретні прилади широко застосовуються. Розрізняють дві структури біполярних транзисторів – дрейфові та бездрейфові [1]. Спочатку випускалися бездрейфові транзистори, у яких базові області легували постійною концентрацією домішки. У дрейфових транзисторах у базі створюється прискорювальне поле за рахунок нерівномірного легування базових областей, що дає змогу мати більш високі коефіцієнти посилення за однакових напруг пробою транзисторів і вищі показники $f_T \cdot U_{проб.}$ Параметри та характеристики дрейфових транзисторів безпосередньо пов'язані з розподілом домішки у базових областях транзисторів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Сучасний кремнієвий дрейфовий n-p-n-транзистор створюється в епітаксійному шарі n-типу провідності, нанесеному на високолеговану підкладку p+-типу, дифузією домішки бору для формування базових областей та подальшою дифузією домішки фосфору для формування емітерів. Відповідно до теоретичних виразів розрахунку дифузійних шарів у кремнії, розподіл домішок у структурі дрейфового n-p-n-транзистора наведено на рис. 1.

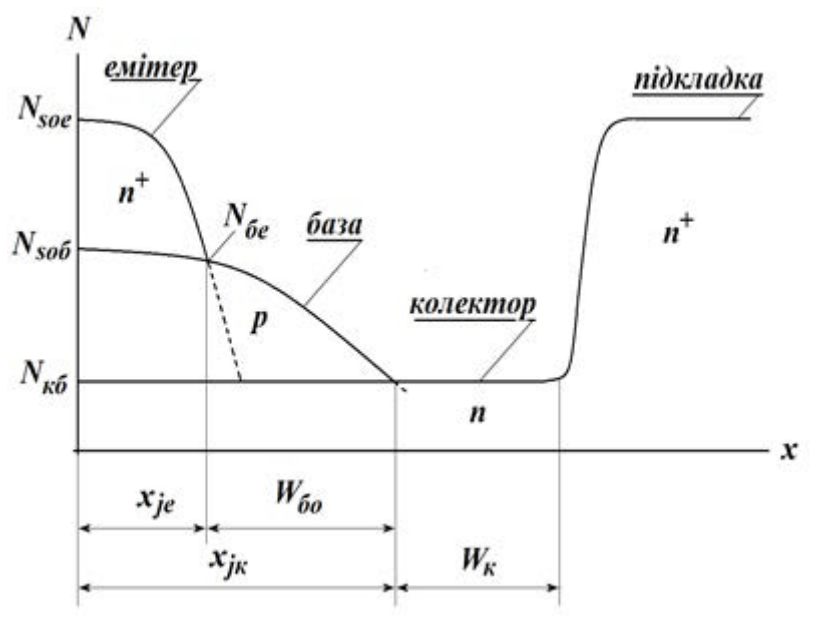


Рис. 1. Розподіл домішок у дрейфових n-p-n-транзисторах

Основними елементами розподілу є:

- $N_{еб}$ – концентрація домішки на p-n-переході «емітер – база»;
- $N_{кб}$ – концентрація домішки на p-n-переході «колектор – база»;
- N_{sob} – поверхнева концентрація базової домішки;
- N_{soe} – поверхнева концентрація емітерної домішки;

- x_{je} – глибина р-n-переходу «емітер – база»;
- x_{jk} – глибина р-n-переходу «колектор – база»;
- W_{bo} – товщина бази;
- W_k – товщина високоомного колектора.

Як захисні та маскуючі шари для кремнієвих приладів широко застосовуються шари оксиду кремнію [2; 3], серед яких найкращими властивостями володіє термічний оксид кремнію, створюваний за високих температур (понад 800–900°C) в окислюючій атмосфері (кисень та/або пари води).

Під час розроблення нових виробів за заданими значеннями параметрів та характеристик транзисторів (напруги пробію, коефіцієнт посилення) проводиться попередній оперативний розрахунок розподілу домішки в базі транзистора, за якого визначаються параметри N_{e0} , x_{je} , N_{k0} , x_{jk} .

Реальний розподіл домішки бору в базових областях n-p-n-транзисторів відрізняється від теоретичного за рахунок прояву ефекту перерозподілу домішки на межі розділу Si-SiO₂, та через вплив коефіцієнта сегрегації [4; 5]. Ці ефекти призводять до того, що частина домішки бору, якою формують базову область за термічного окислення, йде в шар оксиду кремнію, що росте. У результаті цього реальна поверхнева концентрація бору стає меншою, ніж за теоретичним розрахунком (рис. 2).

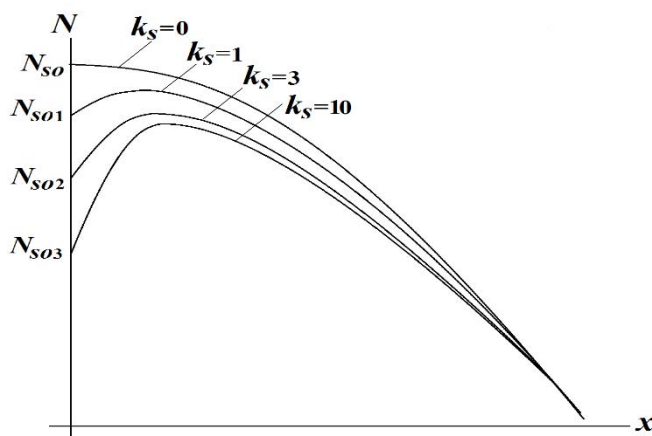


Рис. 2. Розподіл домішки бору за різних коефіцієнтів сегрегації

Розроблені методики розрахунку реального розподілу домішки бору в базі вимагають даних про дозу домішки бору, про температуру та час процесу розгонки домішки, про товщину оксиду над базовою областю, про середовище, у якому проводиться розгін домішки [4; 5]. Однак за попереднього розрахунку параметрів розподілу домішки за заданими параметрами та характеристиками транзистора, що проводиться за методикою, наведеною у [6], ці дані відсутні. Більшість цих даних визначається за даними розрахунку розподілу домішки в базі.

Мета дослідження

Метою дослідження є визначення спрощеної моделі розподілу домішки бору в базі для проведення оперативного розрахунку параметрів структури дрейфового n-p-n-транзистора.

Виклад основного матеріалу дослідження

Для визначення залежностей параметрів та характеристик дрейфового біполярного n-p-n-транзистора від розподілу домішки в базі проведено експериментальні дослідження за різних технологічних режимів створення транзисторів у біполярних мікросхемах.

Були використані кремнієві пластини з різними питомими опорами (ρ_{en}) епітаксійних шарів. Формування базових областей проводилося після фотолітографії під базові області різними

дозами бору (Q_σ) за допомогою іонного легування на установках іонного легування типу «Везувій-3М» із подальшим перерозподілом домішки (розгін домішки) за різних високих температур (T_p) та різних часів (t_p). Дифузія фосфору для формування емітерів проводилася після фотолітографії під емітери шляхом одностадійної дифузії фосфору за температури 1040°C. Після дифузії фосфору проводилася фотолітографія для розгину вікон до дифузійних областей. Параметри транзисторів визначалися на тестових транзисторах вимірювачів параметрів напівпровідникових приладів типу Л2-56. Глибина емітерного та колекторного р-п-переходів визначалася методом «шар – шліф» на тестових реперах, створених у кожній пластині. Після отримання мінімальних коефіцієнтів посилення проводилася дорозгін фосфору за температури 900°C. Як показали результати вимірювання глибини р-п-переходів, під час дорозгону фосфору змінювалися глибина емітерного р-п-переходу і коефіцієнт посилення транзистора, проте через малу температуру процесу глибина колекторного р-п-переходу практично не змінилася.

Дані щодо застосовуваних технологічних процесів та проведених вимірювань наведено в табл. 1.

Таблиця 1

Технологічні режими та дані вимірів

№	Технологічні режими				Дані вимірів					
	$P_{\text{сп}},$ Ом·см	$Q_{\sigma'},$ мкКл/см ²	$T_p,$ °C	$t_p,$ хв	Глибина р-п переходів, мкм		Електричні параметри			
					x_{je}	x_{jk}	e	$U_{кбо},$ В	$U_{кэо},$ В	$U_{эбо},$ В
1.1	2,5	4,0	1180	200	1,51	3,60	243	149	37,0	23,0
1.2					1,91		357		34,2	23,0
1.3					2,24		720		28,7	23,1
2.1	1,2	15	1150	110	1,39	2,62	140	68	19,7	11,5
2.2					1,62		235		17,3	11,6
2.3					1,84		330		15,9	11,5
3.1	1,2	50	1150	85	1,21	2,51	95	62,8	20,1	8,3
3.2					1,46		137		18,3	8,2
3.3					1,61		220		16,2	8,2
4.1	0,3	15	1150	80	1,17	1,87	147	28,1	8,1	10,9
4.2					1,29		295		6,8	11,1
4.3					1,42		465		6,1	11,0

Як видно з даних вимірювання електричних параметрів транзисторів:

– коефіцієнти посилення струму у схемі із загальним емітером (h_{21e}) та напруга пробою ($U_{кэо}$), залежать від товщини бази та напруги ($U_{кбо}$), що повністю узгоджується з теорією та підпорядковується відомим розрахунковим формулам.

– напруга пробою ($U_{кбо}$) залежить від глибини колекторного р-п переходу, від питомого опору епітаксійного шару та від дози домішки, що також узгоджується з теорією та підпорядковується відомим розрахунковим формулам.

– напруга пробою ($U_{эбо}$) не залежить від глибини емітерного р-п переходу, але залежить від дози домішки, температури і часу розгонки базової домішки, тобто, від добутку (Dt).

Відомо, що напруга лавинного пробою визначається концентрацією домішки на р-п переході та від цього переходу. Відповідно до [7] для емітерного р-п переходу величина напруги пробою практично збігається з напругою плоского ступінчастого р-п переходу. Максимальна концентрація домішки в базі, яка визначає напругу лавинного пробою емітерного р-п переходу ($U_{эбо}$) визначається за формулою [8]:

$$N = \sqrt[3]{\frac{2,7 \cdot 10^{12}}{U_{\text{еб}0} - \frac{10,5}{(U_{\text{еб}0})^{0,72}}}} \quad (1)$$

Дані розрахунків максимальної концентрації у базі наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Дані розрахунків максимальної концентрації в базі

	Номер пластини											
	11	12	13	21	22	23	31	32	33	41	42	43
$Q, \text{мкКл/см}^2$	4			15			50			15		
$-\rho, \text{Ом} \cdot \text{см}$	2,5			1,2			1,2			0,3		
$x_{je}, \text{мкм}$	1,51	1,91	2,24	1,39	1,62	1,84	1,21	1,46	1,61	1,17	1,29	1,42
$U_{\text{еб}0}, \text{В}$	23,0	22,9	22,9	11,5	11,6	11,6	8,3	8,2	8,3	11,0	11,0	11,0
$N_{\text{еб}, \text{max}}, \times 10^{16} \text{см}^{-3}$	4,33	4,36	4,36	14,7	14,5	14,5	30,0	31,0	30,0	16,1	16,1	16,1

З аналізу даних, наведених у табл. 2, можна бачити, що за будь-якої глибини емітерного р-п-переходу величина напруги пробую $U_{\text{еб}0}$ визначається реальною максимальною концентрацією домішки на основі транзистора.

Хоча ОПЗ р-п-переходу «емітер – база» має невелику величину, але ця ОПЗ за будь-якої глибини емітера перетинає базову область із максимальною концентрацією базової домішки в реальному розподілі домішки, що і визначає величину напруги пробую. Для різної глибини емітерного р-п-переходу розподіл домішок у дрейфовому п-р-п-транзисторі представлено на рис. 3.

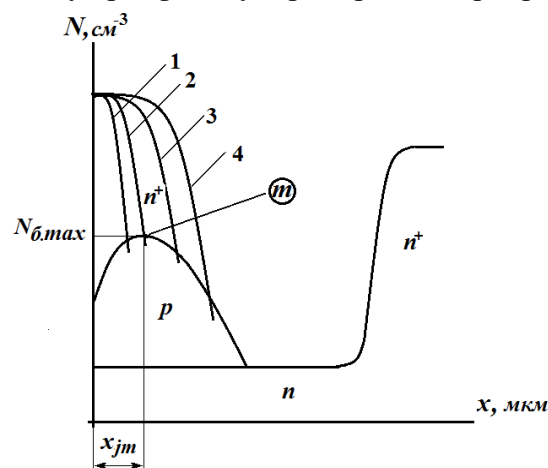


Рис. 3. Реальний розподіл домішок у дрейфовому п-р-п-транзисторі

У дрейфовому транзисторі за рахунок нерівномірного розподілу домішки в базі створюється прискорювальне поле [1; 7], яке призводить до підвищення коефіцієнта посилення струму і зменшення часу прольоту носіїв заряду через базу. Окрім того, нерівномірний розподіл домішки в базі транзистора за рахунок більш високої концентрації домішки на емітерному р-п-переході дає змогу зменшити товщину бази за збереження заданої напруги проколу бази. Величина напруги пробую транзистора $U_{\text{кео}}$ визначається меншим значенням із двох видів напруг пробую – напруги лавинного пробую та напруги проколу бази. Як правило, у якісних дрейфових транзисторів напруга $U_{\text{кео}}$ визначається напругою лавинного пробую, яке на 5–25% менше, ніж напруга проколу бази.

Якщо глибина емітерного р-п-переходу (крива 1 на рис. 3) менше, ніж глибина максимальної концентрації базової домішки, то з'являється ділянка з полем, що гальмує, що призводить до зменшення коефіцієнта посилення і до збільшення часу прольоту, що знижує граничну частоту.

Якщо глибина емітерного р-п-переходу (крива 3 на рис. 3) більша, ніж глибина максимальної концентрації базової домішки, то коефіцієнт посилення збільшується за рахунок зменшення товщини бази, але напруга проколу бази починає зменшуватися і може стати меншою, ніж напруга лавинного пробоя (для кривої 4).

Найбільш оптимальна структура дрейфового транзистора за збігу глибини емітерного р-п-переходу з глибиною максимальної концентрації домішки в базовій області (крива 2 на рис. 3), тобто з точкою **m**, показаною на рис. 3. При цьому коефіцієнти посилення і всі напруги пробоя ($U_{кбо}$, $U_{кeo}$, U_{ebo}) транзистора однозначно визначатимуться концентраціями домішки на р-п-переходах та їхніми глибинами.

Глибина розташування крапки з максимальною концентрацією домішки визначається за відомою формулою:

$$x_{jm} = \sqrt{4Dt \cdot \ln \left(\frac{N_{so}}{N_{l.max}} \right)}, \quad (2)$$

де N_{so} – поверхнева розрахункова концентрація:

$$N_{so} = \frac{Q \cdot 6,23 \cdot 10^{12}}{\sqrt{\pi Dt}}, \quad (3)$$

де Q – доза базової домішки (за табл. 1), мкКл/см²;

– T – час розгону базової домішки (за табл. 1), с;

– D – коефіцієнт дифузії бору, що визначається за виразом [9]:

$$D_l = 5,5 \cdot 10^{-3} \cdot (Q)^{0,326} \cdot \exp \left\{ \frac{- \left[3,3 - \frac{0,421}{(Q)^{0,078}} \right]}{kT} \right\}, \quad (4)$$

де k – постійна Больцмана, $= 8,62 \cdot 10^{-5}$, е·В/град;

– T – температура розгону домішки (за табл. 1), °К.

Дані основних технологічних режимів та розрахунків за формулами (1–4) приведено в табл. 3.

Таблиця 3

Технологічні режими та розрахункові величини

Номери пластин	Технологічні режими				Розрахункові величини				
	Q , мкКл/см ²	ρ , Ом·см	T , °С	t , хв.	D , $\times 10^{-13}$ см ² /с	Dt , $\times 10^{-9}$ см ²	N_{so} , $\times 10^{17}$ см ⁻³	$N_{b.max}$, $\times 10^{16}$ см ⁻³	x_{jm} , $\times 10^{-4}$ см
1.1-1.3	4	2,5	1180	200	6,37	7,6447	1,6084	4,35	1,999
2.1-2.3	15	1,2	1150	110	4,43	2,9254	9,7504	14,6	1,490
3.1-3.3	50	1,2	1150	85	5,12	2,6093	34,414	30,0	1,596
4.1-4.3	15	0,3	1150	80	4,43	2,1276	11,433	16,1	1,292

Вочевидь, що глибина (x_{jm}) залежить від твору (Dt) та від величини дози базової домішки. За статечної залежності глибини (x_{jm}) формула розрахунку набуває вигляду:

$$x_{jm} = A \cdot (D)^\alpha \cdot (Q)^\beta, \quad (5)$$

де A – постійний коефіцієнт пропорційності;

– α и β – показники ступеня.

Для визначення величини показника ступеня α використано дані пластин з однаковою дозою базової домішки $Q=15$ мкКл/см². У цьому разі величина α визначалася за виразом:

$$\alpha = \frac{\ln \left(\frac{x_{jm(2.1-2.3)}}{x_{jm(4.1-4.3)}} \right)}{\ln \left(\frac{D_{(2.1-2.3)}}{D_{(4.1-4.3)}} \right)} = \frac{\ln \left(\frac{1,490}{1,292} \right)}{\ln \left(\frac{2,9254 \cdot 10^{-9}}{2,1276 \cdot 10^{-9}} \right)} = \frac{0,1426}{0,3184} \approx 0,448 \quad (6)$$

Тоді показник ступеня β буде визначатися за використання даних поєднання різних доз базової домішки за виразом:

$$\beta = \frac{\ln \left\{ \frac{\left[\frac{x_{jm1}}{(D_1)^{0,448}} \right]}{\left[\frac{x_{jm2}}{(D_2)^{0,448}} \right]} \right\}}{\ln \left(\frac{Q_1}{Q_2} \right)} \quad (7)$$

Дані розрахунку за виразом (7) наведено в табл. 4.

Таблиця 4

Результати розрахунку за виразом (7)

Q_1/Q_2	4/15	4/15	4/50	15/50	15/50
ρ_1/ρ_2	2,5/1,2	2,5/0,3	2,5/1,2	1,2/1,2	0,3/1,2
x_{jm1}/Dt_1	0,86913	0,86913	0,86913	0,99201	0,99232
x_{jm2}/Dt_2	0,99201	0,99232	1,11796	1,11796	1,11796
$\ln(Q_1/Q_2)$	-1,32175	-1,32175	-2,52573	-1,20397	-1,20397
β	0,10005	0,1003	0,09968	0,09947	0,09902
Середнє значення $\beta_{cp}=0,0997$					

Перетворивши вираз (5), одержують формулу розрахунку коефіцієнта пропорційності A :

$$A = \frac{x_{jm}}{(D)^{0,448} \cdot (Q)^{0,997}} \quad (8)$$

Дані розрахунку коефіцієнта A наведено в табл. 5.

Дані розрахунків показників ступеня (α та β) та коефіцієнта пропорційності A мало відрізняються, що дає змогу використовувати для розрахунків середню величину. У результаті розрахункова глибина для оцінки максимальної концентрації домішки бору в базі дрейфового біполярного n-p-n-транзистора буде визначатися за простою формулою:

Таблиця 5

Значення коефіцієнта А

Q , мкКл/см ²	4	15	50	15
ρ , Ом·см	2,5	1,2	1,2	0,3
x_{jm} , $\times 10^{-4}$, см	1,999	1,490	1,596	1,292
$(Dt)^{0,448}$	0,000230	0,0001502	0,0001428	0,000132
$(Q)^{0,0997}$	1,1482	1,30995	1,4770	1,30995
A	0,7569	0,7573	0,7567	0,7563
Середнє значення $A=0,7568 \approx 0,757$				

$$x_{jm} = 0,757 \cdot (D)^{0,448} \cdot (Q)^{0,0997} \quad (9)$$

Порівняння величин глибини x_{jm} , які були отримані в ході експериментів (табл. 3), з даними, які розраховані за формулою (9) (табл. 6), показують низький відсоток розбіжності ($\pm \Delta$, %), який знаходиться в межах похибки експерименту. Зведені показники експериментальних та теоретичних даних наведено в табл. 6.

Таблиця 6

Зведені показники експериментальних та теоретичних даних

Q , мкКл/см ²	4	15	50	15
ρ , Ом·см	2,5	1,2	1,2	0,3
x_{jm} , $\times 10^{-4}$, [табл.3]	1,999	1,490	1,596	1,292
x_{jm} , $\times 10^{-4}$, [формула (9)]	1,999	1,489	1,597	1,291
$\pm \Delta$, %	0	0,07	0,06	0,08

Дані табл. 6 дають змогу використовувати формулу (9) для розрахунку максимальної концентрації бору в реальному розподілі домішки в базі дрейфового транзистора n-p-n за виразом:

$$N_{a,max} = N_{a,0} \cdot \exp\left(-\frac{x_{jm}^2}{4D}\right) \quad (10)$$

Висновки

Масштабне виробництво широкого класу електронної апаратури систем управління на базі інтегральних схем потребує удосконалення технологічних карт із метою скорочення кількості операцій за збереження якості продукції. Тому було застосовано моделювання процесу легування домішками структури дрейфового n-p-n-переходу для отримання оптимальних електричних параметрів та базових характеристик за спрощеної моделі розрахунку. У підсумку отримано такі результати.

1. Однозначно визначено максимальну концентрацію ($N_{a,max}$) домішки бору в реальному розподілі домішки на основі дрейфового n-p-n-транзистора за виразом оцінки глибини x_{jm} .

2. Установлено, що величина $N_{a,max}$ дає змогу оцінити очікуване значення величини напруги пробної емітерного p-n-переходу U_{ebo} за оперативного розрахунку конструкції та технології дрейфових n-p-n-транзисторів.

3. Найбільш оптимальне поєднання електричних параметрів і характеристик буде у дрейфових n-p-n-транзисторів, у яких глибина емітерного p-n-переходу збігається з глибиною максимальної концентрації базової домішки.

Список використаної літератури

1. Baliga B.J. *Fundamentals of Power Semiconductor Devices*. New York: Springer, 2008. 1085 p.
2. Прищепя М.М., Погребняк В.П. Мікроелектроніка : у 3-х ч. *Елементи мікросхемотехніки* : навчальний посібник. Київ : Вища школа, 2006. Ч. 2. 503 с.
3. Lei, L., Shi, J.-M., Xu, X.-Q., Yang, J.-Q., et al. Current Gain Degradation Model of Displacement Damage for Drift BJTs. *IEEE Transactions on Nuclear Science*. 2019. P. 716–723.
4. Кузьмичев А.І., Писаренко Л.Д., Цибульський Л.Ю. Технологічні основи електроніки. Кн. 1: Технологія виробництва мікросхем. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. 127 с.
5. Литвиненко В.М. Фізика та технологія напівпровідникових діодів : монографія. Херсон : ФОП Вишемирський В.С., 2018. 184 с.
6. Sajad A. L., Faisal B., M. Saqib A., Abdulrahman M. A. Design and Simulation of Oxide and Doping Engineered Lateral Bipolar Junction Transistors for High Power Applications. URL: <https://www.bohrium.com/paper-details/design-and-simulation-of-oxide-and-doping-engineered-lateral-bipolar-junction-transistors-for-high-power-applications/814583236318461954-601> (дата звернення: 23.05.2025).
7. Sze S.M. *Semiconductor Devices, physics and technology*: 2nd ed. Published by John Wiley and Sons Ltd, 2002. 574 p.
8. Оперативний розрахунок елементів мікросхем та напівпровідникових приладів : монографія / П.Є. Михаліченко та ін. ; за ред. П.Є. Михаліченко. Миколаїв : Іліон, 2024. 188 с.
9. Фролов О.М., Марончук І.Є., Курак В.В. Спосіб виготовлення високочастотних біполярних n-p-n-транзисторів : деклар. пат. № 33442 А Україна, МПК НО1L 7/34. Опубл. 15.02.2001, Бюл. № 1. Data 15.02.2001.

References

1. Baliga, B.J. (2008). *Fundamentals of Power Semiconductor Devices*. New York: Springer [in English].
2. Pryshchepa, M.M., & Pohrebniak, V.P. (2006) *Mikroelektronika* [Microelectronics]: in 3 p. P. 2. *Elementy mikroskhemotekhniki* [Elements of microskhemotekhniki]. Kyiv: Vyshecha shkola [in Ukrainian].
3. Lei, L., Shi, J.-M., Xu, X.-Q., & Yang, J.-Q. (2019) Current Gain Degradation Model of Displacement Damage for Drift BJTs. *IEEE Transactions on Nuclear Science* [in English].
4. Kuzmychiev, A.I., Pysarenko, L.D., & Tsybul'skyi, L.Iu. (2019). *Tekhnologichni osnovy elektroniky* [Technological foundations of electronics]. book.1. *Tekhnologhiia vyrobnytstva mikroskhem* [Chip manufacturing technology]. Kyiv: KPI im. Ihoria Sikorskoho [in Ukrainian].
5. Lytvynenko, V.M. (2018). *Fizyka ta tekhnologhiia napivprovidnykovykh diodiv* [Physics and technology of semiconductor diodes]. Kherson: FOP Vyshemyr'skyi V.S. [in Ukrainian].
6. Sajad, A. L., Faisal, B., M. Saqib, A., & Abdulrahman, M. A. Design and Simulation of Oxide and Doping Engineered Lateral Bipolar Junction Transistors for High Power Applications. (2025). Retrieved from <https://www.bohrium.com/paper-details/design-and-simulation-of-oxide-and-doping-engineered-lateral-bipolar-junction-transistors-for-high-power-applications/814583236318461954-601> [in English].
7. Sze, S.M. (2002). *Semiconductor Devices, physics and technology*: 2nd ed. Published by John Wiley and Sons Ltd. [in English].
8. Mykhalichenko, P.Ie., Frolov, O.V., & Nadtochy, A.V. (2024). *Optymizatsiia tekhnologii vyhotovlennia epitaksialno-planarnoho varykapa* [Operational calculation of microcircuit elements and semiconductor devices]. Mykolaiv: Ilion [in Ukrainian].
9. Frolov, O.M., Maronchuk, I.Ye., & Kurak, V.V. *Sposib vygotovlennja vysokochastotnykh bipoljarnykh n-p-n tranzystoriv* [Method of manufacturing high-frequency bipolar n-p-n transistors]. Deklar. pat. No 33442 A Ukrajina. HOIL 7/34, opubl. Bulletin no1. Data 15.02.2001 [in Ukrainian].

Фролов Олександр Миколайович – к.т.н., доцент, доцент кафедри автоматизації та електроустаткування Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова. E-mail: iskanderfrolov52@gmail.com, ORCID: 0000-0003-2186-9488.

Селіверстова Світлана Ростиславівна – к.т.н., доцент, доцент кафедри експлуатації суднового електрообладнання і засобів автоматизації Херсонської державної морської академії. E-mail: ussr28031972@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1015-1593.

Frolov Alex Mykolaiovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Automation and Electrical Equipment of the National University of Shipbuilding named after Admiral Makarov. E-mail: iskanderfrolov52@gmail.com, ORCID: 0000-0003-2186-9488.

Seliverstova Svitlana Rostyslavivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Operation of Ship Electrical Equipment and Automation Systems of the Kherson State Maritime Academy. E-mail: ussr28031972@gmail.com, ORCID: 0000-0003-1015-1593.



Дата надходження статті: 24.10.2025

Дата прийняття статті: 04.12.2025

Опубліковано: 30.12.2025

УДК 519.65

А.Н. ХОМЧЕНКО

Чорноморський національний університет імені Петра Могили

О.І. ЛИТВИНЕНКО

Херсонський навчально-науковий інститут

Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова

О.М. ДУДЧЕНКО

Херсонський навчально-науковий інститут

Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова

П.Й. ГУЧЕК

Херсонський навчально-науковий інститут

Національного університету кораблебудування ім. адмірала Макарова,

Економіко-гуманітарна академія, Варшава (Польща)

І.О. АСТІОНЕНКО

Херсонський національний технічний університет

СЕРЕНДИПОВІ СКІНЧЕННІ ЕЛЕМЕНТИ: ГЕОМЕТРИЧНІ ПІДХОДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ АПРОКСИМАЦІЇ У МЕТОДІ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Датою народження серендипових апроксимацій вважається 1968 р., коли І. Ергатудіс, Б. Айронс і О. Зенкевич показали, як випрямити криволінійний скінченний елемент за допомогою перетворення координат. Сьогодні в техніці метода скінченних елементів таке перетворення являє собою центральний засіб. Як відомо, найкращими границями елементарних областей є кусочно-поліноміальні функції з тих же причин, по яких вони найкращим чином наближають переміщення: з ними зручно працювати на комп'ютері. Виявилося, що вибір координат можливо описати тим самим класом поліномів, із якого беруться пробні функції. Такі перетворення називають ізопараметричними. Саме вони стимулювали появу серендипових моделей у теорії наближення функцій двох і трьох аргументів. На жаль, творці серендипового сімейства скінченних елементів обмежилися лише стандартними моделями, які не вільні від відомих недоліків. За своїми інтерполяційними й обчислювальними якостями серендипові елементи, безумовно, переважають лагранжеві. Задачі побудови нестандартних моделей, позбавлених конкретних недоліків, виявилися занадто складними для їх розв'язання традиційними методами матричної алгебри.

Застосовуючи геометричне моделювання в комбінації з матричним аналізом, автори на прикладі бікубічного серендипового елемента розвивають теорію багатопараметричних серендипових апроксимацій. Залучення нових ідей і нових методів у теорію серендипових апроксимацій здатне змінити (іноді радикально) деякі уявлення. Метод інтерпретацій у математичному моделюванні містить особливу процедуру перекладання початкової задачі на іншу мову і розв'язування вже «іншої» задачі замість початкової, що дає змогу пояснити «парадокс» стандартної моделі.

Ключові слова: метод скінченних елементів (МСЕ), елементи бікубічної інтерполяції – $Q16$ (елемент Лагранжа), серендипів елемент $Q12$, інтерполяційна гіпотеза, функції форми (базис CE), інтерпретації базисних функцій (фізико-технічна, геометрична, ймовірнісна, інтегральні та локальні числові характеристики стандартних базисів $Q12$), фізична неадекватність серендипових CE (парадокс Зенкевича), когнітивно-графічний аналіз портретів нульового рівня.

A.N. KHOMCHENKO

Petro Mohyla Black Sea National University

O.I. LYTVYNENKO

Kherson Educational and Scientific Institute
of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding

O.M. DUDCHENKO

Kherson Educational and Scientific Institute
of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding

P.Y. GUCHEK

Kherson Educational and Scientific Institute
of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding;
VIZJA University, Warsaw, Poland

I.O. ASTIONENKO

Kherson National Technical University

SERENDIPITY FINITE ELEMENTS: GEOMETRIC APPROACHES TO SOLVING THE APPROXIMATION PROBLEM IN THE FINITE ELEMENT METHOD

The year 1968 is considered the birth date of serendipity approximations, when I. Ergatoudis, B. Irons, and O. Zienkiewicz demonstrated how a curvilinear finite element can be straightened by means of a coordinate transformation. Today, such a transformation represents a central tool in the finite element method. As is well known, the best boundaries of elemental domains are piecewise polynomial functions, for the same reasons that make them optimal for approximating displacements: they are convenient for computer implementation. It was found that the choice of coordinates can be described by the same class of polynomials from which the trial functions are taken. Such transformations are called isoparametric. It was precisely these transformations that stimulated the emergence of serendipity models in the theory of approximation of functions of two and three variables.

Unfortunately, the creators of the serendipity family of finite elements limited themselves to standard models only, which are not free from well-known deficiencies. In terms of their interpolation and computational properties, serendipity elements undoubtedly surpass Lagrange elements. However, the construction of non-standard models free of specific shortcomings proved to be too complex to be solved by traditional methods of matrix algebra.

By applying geometric modeling in combination with matrix analysis, the authors develop the theory of multiparametric serendipity approximations using the bicubic serendipity element as an example. The introduction of new ideas and new methods into the theory of serendipity approximations is capable of changing – sometimes radically – certain established notions. The method of interpretations in mathematical modeling involves a special procedure of translating the original problem into another «language» and solving this «different» problem instead of the original one, which makes it possible to explain the «paradoxes» of the standard model.

Key words: finite element method (FEM), bicubic interpolation elements Q_{16} (Lagrange element), serendipity element Q_{12} , interpolation hypothesis, shape functions (finite element basis), interpretations of basis functions: physical-engineering, geometric, probabilistic, integral and local numerical characteristics of standard Q_{12} bases, physical inadequacy of serendipity finite elements (Zienkiewicz paradox), cognitive-graphical analysis of zero-level portraits.

Постановка проблеми

Багато важливих і цікавих подій у наукових дослідженнях пов'язано з появою нових термінів і понять. Саме в таких умовах народжувався метод скінченних елементів (МСЕ). Так було з теорією електромагнетизму, теорією ймовірностей, теорією катастроф, теорією серендипових апроксимацій у МСЕ. Серендипові СЕ цікаві й привабливі як невичерпне джерело оригінальних ідей та нових результатів. Співробітництво інженерів і математиків, безумовно, збагачує теорію серендипових апроксимацій, але проблема спільної мови лишається актуальною. На прикладі серендипового елемента Q_{12} (бікубічна інтерполяція, 12 вузлів) ми спробуємо показати причини виникнення нечітких гіпотез, неадекватних моделей, парадоксальних результатів та відвертих помилок.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

У реальних двовимірних і тривимірних задачах границі розрахункової області, границі між елементами, а також границі поділу (у неоднорідному середовищі) часто криволінійні

[1–6]. Саме такий СЕ досліджували І. Ергатудіс, Б. Айронс і О. Зенкевич у 1968 р. [7]. Це був яскравий приклад успішного застосування ізопараметричної техніки. Ізопараметрична техніка полягає [2; 3] у виборі кусково-поліноміальних функцій для визначення перетворення координат. Термін «ізопараметричні» означає, що для перетворення координат вибирають ті самі поліноми, що інтерполюють фізичне поле. Тобто базисні функції виконують подвійну роль. Автори [7] не врахували, що роль базисних функцій – потрійна. Вони використовуються в задачах локалізації навантажень на СЕ. Перетворення координат суттєво спрощується, якщо в СЕ немає внутрішніх вузлів. Якщо внутрішні вузли є, перетворення може бути дуже чутливим до переміщення цих вузлів. Можливо, автори [7] спостерігали цю особливість і саме тому відмовилися від внутрішніх вузлів лагранжових моделей. Так були відкриті цікаві й дуже корисні елементи, які О. Зенкевич запропонував назвати серендиповими. Шукайте асоціацію з казкою про трьох принців із Серендипу (Серендип – стародавня назва Цейлону). Після цього в англійських публікаціях з'явилася аббревіатура EIZ – із перших букв прізвища авторів відкриття. Таким чином, у МСЕ потрійну роль виконують саме серендипові (ізопараметричні) моделі. Наша увага зосереджена на задачах локалізації вузлових навантажень на СЕ. О. Зенкевич [3] залишив непохитну думку, що навантаження на кутові вузли серендипових елементів може бути від'ємним, що робить моделі протиприродними. Спробуємо позбутися протиприродних властивостей серендипових моделей. Виявляється, що таких моделей – безліч. Роботу [8] та монографію [9] цілком присвячено серендиповим моделям, включаючи альтернативи та нові оригінальні методи моделювання.

Мета дослідження – на конкретному прикладі елемента Q_{12} показати, що залучення нових ідей і нових методів у теорії серендипових апроксимацій здатне змінити (іноді радикально) деякі звичні уявлення.

Виклад основного матеріалу дослідження

Розглянемо СЕ 3-го порядку (бікубічна інтерполяція). Цей елемент має 12 вузлів, що рівномірно (включаючи вершини) розташовані на границі (рис. 1).

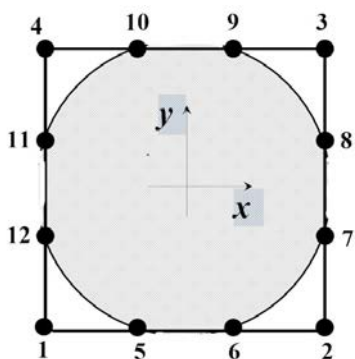


Рис. 1. Портрет ліній нульового рівня функції $N_1(x, y)$. Область від'ємних значень $N_1(x, y)$ заштрихована

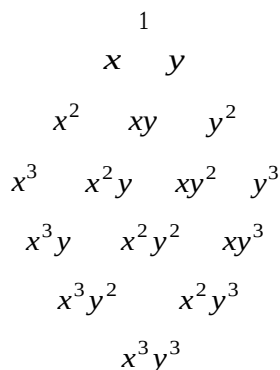


Рис. 2. Схема Паскаля. Бікубічний елемент Лагранжа

Схема Паскаля (рис. 2) нагадує про походження серендипових елементів. Спочатку в МСЕ були елементи Лагранжа. Будь-який метод інтерполяції спирається на певне припущення про зв'язок значень поля, що інтерполюється в різних точках-вузлах. На бікубічному елементі задано 12 вузлів, і в кожному з них вважається відомим відповідне значення функції (гіпотеза Лагранжа). Інтерполяційний поліном (інтерполянт) залежить від 12-ти моноmів зі схеми Паскаля і має вигляд:

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^{12} N_i(x, y) \cdot f_i, \quad (1)$$

де $N_i(x, y)$ – базисна функція, що асоціюється з вузлом i , f_i – вузлове значення функції, що інтерполюється.

Базисні функції мають важливі властивості:

$$N_i(x_k, y_k) = \begin{cases} 1, & i = k, \\ 0, & i \neq k, \end{cases} \quad \sum_{i=1}^{12} N_i(x, y) = 1, \quad (2)$$

де k – номер вузла.

Чотири вузла на боці квадрата реалізують кубічний закон зміни функції і забезпечують міжелементну неперервність поля. Важлива ознака стандартної (*standard*) моделі: кількість параметрів (мономів) інтерполянта (1) співпадає з кількістю вузлів. Сьогодні відомо, що задача перетворення лагранжевої моделі на серендипову має безліч розв'язків, а стандартні моделі не завжди найкращі. Нагадаємо, що для стандартних моделей $Q8$ і $Q12$ базисні функції $N_i(x, y)$ були знайдені підбором. Базис елемента $Q12$ – це чотири кутові функції форми і вісім проміжних. Кутова функція форми має вигляд (рис. 3):

$$N_1(x, y) = \frac{1}{32}(1-x)(1-y)(9(x^2 + y^2) - 10), \quad (3)$$

аналогічно $N_i(x, y)$ для $i = 2, 3, 4$.

Проміжна функція $N_5(x, y)$ має вигляд (рис. 4):

$$N_5(x, y) = \frac{9}{32}(1-x^2)(1-y)(1-3x), \quad (4)$$

аналогічно $N_i(x, y)$ для $i = 6, 7, \dots, 12$.

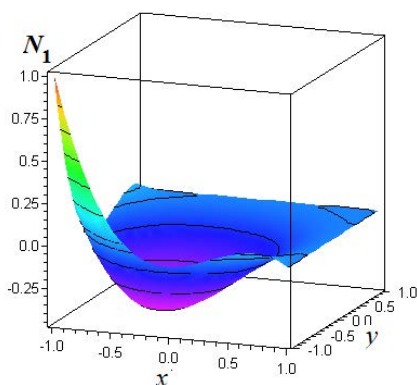


Рис. 3. Графік базисної функції $N_1(x, y)$

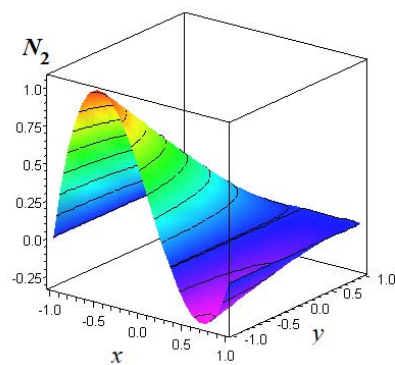


Рис. 4. Графік базисної функції $N_2(x, y)$

Не дивно, що коло (рис. 1) привернуло увагу І. Ергатудіса, Б. Айронса і О. Зенкевича. Можливо, це сталося під впливом авторитету Піфагора, який уважав коло найбільш досконалою кривою. На нульовому рівні (рис. 1) коло проходить через усі проміжні вузли. Інженери І. Ергатудіс, Б. Айронс і О. Зенкевич продемонстрували не простий підбір, а справжній метод геометричного моделювання фінітних функцій. Портрет ліній нульового рівня кутової поверхні $N_i(x, y)$ (рис. 1) допомагає зробити крок із 2D у 3D і побачити параболоїд обертання. Проміжні поверхні (4) – це коноїди. Схема Паскаля (рис. 2) показує, що існує ще два теоретично можливих варіанта використання симетричних пар мономів. Відповідні приклади субститут базисів можна знайти в [10].

Локалізація навантаження на вузли елемента здійснюється шляхом інтегрального усереднення базисних функцій. Ця традиція започаткована ще Ньютоном і Котесом під час побудови квадратурних формул для функцій одного аргументу. Для функції двох аргументів вузлове навантаження визначається за правилом:

$$\gamma_i = \frac{1}{S} \int_D N_i(x, y) dx dy, \quad (5)$$

де S – площа області D , i – номер вузла.

Для стандартних моделей Q8 і Q12 формула (5) дає

$$\gamma_i = -\frac{1}{12} \text{ у кутових вузлах Q8;}$$

$$\gamma_i = \frac{1}{3} \text{ у проміжних вузлах Q8;}$$

$$\gamma_i = -\frac{1}{8} \text{ у кутових вузлах Q12;}$$

$$\gamma_i = \frac{3}{16} \text{ у проміжних вузлах Q12.}$$

Зауваження. Від’ємні характеристики кутових «навантажень» – ознака всіх стандартних серендипових СЕ. В інтегральних характеристиках стандартних моделей автор [3] категорично розкритикував моделі як протиприродні. Далі ми покажемо, що здоровий глузд є, а емоційна критика від’ємних характеристик помилкова. Від’ємний результат подвійного інтегрування правильний, але несподіваний для інтуїції інженера, який фактично розв’язує задачу про масу неоднорідної пластини (носія фінитної функції). Сміливі фахівці назвали цей парадокс «гравітаційним відштовхуванням», але це не зовсім переконливо.

Корисно згадати історію виникнення подвійного інтегралу. Подвійні інтеграли вперше були оприлюднені Ейлером у 1769 р. і мали геометричний зміст (об’єм тіла). Згодом з’явилося фізичне тлумачення подвійного інтегралу, наприклад маса неоднорідної пластини. Стереометричний аналіз кутових базисних функцій *a priori* показує, що фізичний підхід до подвійного інтегрування призведе до абсурду. МСЕ вигадали інженери, тому переважна більшість термінів має технічний (фізичний) характер. Непорозуміння зі стандартними Q8 і Q12 може ліквідувати метод інтерпретацій, конкретно – геометричний підхід.

Із геометричного погляду подвійний інтеграл формули (5) визначає об’єм циліндричного бруса (циліндроїда), а процедура інтегрального усереднення – середню аплікату кутової поверхні $N_i(x, y)$. Читач уже помітив, що з’явився здоровий глузд. А знак «мінус» ($\gamma_i < 0$) означає, що горизонтальна площина носія перерізає тіло на дві частини: об’єм частини під носієм перевищує об’єм над носієм. Тепер усе зрозуміло і цілком природно. Виникає цікава можливість експериментально визначити математичне сподівання γ_i функції випадкового радіус-вектора. Тут працює метод Монте-Карло, який звільняє інженера від інтегрування складних функцій.

Метод інтерпретацій у математичному моделюванні містить особливу процедуру перекладання початкової задачі на іншу мову і розв’язування вже «іншої» задачі замість початкової. Литовський математик Р. Кашуба дуже точно сказав, що метод інтерпретацій сприяє розповсюдженню демократії, яка допомагає людині змінити точку зору.

Висновки

Несподівані результати локалізації рівномірної одиничної масової сили у кутових вузлах стандартних СЕ дивують фахівців уже понад 50 років. Залучення нових ідей і нових методів

у теорію серендипових апроксимацій здатне змінити (іноді радикально) деякі уявлення. Метод інтерпретацій, а конкретно – геометричний підхід, може ліквідувати непорозуміння зі стандартними серендиповими елементами Q_8 і Q_{12} .

Список використаної літератури

1. Akin I.E. Finite Element Analysis with Error Estimators. Elsevier, Butterworth-Heinemann, 2005. 477 p.
2. Onate E. Structural Analysis with the Finite Element Method. Springer Netherlands, 2009. 495 p.
3. Zienkiewicz O.C. The Finite Element Method in Engineering Science. London: McGraw-Hill, 1971. 571 p.
4. Mitchell A.R., Wait R. The Finite Element Method in Partial Differential Equations. London : John Wiley & Sons, 1977. 198 p.
5. Strang G., Fix G.J. An Analysis of the Finite Element Method. New Jersey: Prentice-Hall. Inc, 1973. 306 p.
6. Norrie D.H., de Vries G. An Introduction to Finite Element Analysis. Academic Press. N.Y., 1978. 304 p.
7. Ergatoudis I., Irons B.M., Zienkiewicz O.C. Curved isoperimetric quadrilateral elements for finite element analysis, *Int. J. Solids Struct.* 1968. № 4. P. 31–42.
8. Хомченко А.Н., Литвиненко О.І., Астіоненко І.О. Формоутворення серендипових поверхонь із «прихованими» параметрами. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2010. Вип. 4. Т. 48. С. 55–62.
9. Хомченко А.Н., Литвиненко О.І., Астіоненко І.О. Когнітивно-графічний аналіз ієрархічних базисів скінченних елементів : монографія. Херсон : ОЛДІ-Плюс, 2019. 260 с.
10. Хомченко А.Н., Литвиненко О.І., Астіоненко І.О. Згладжені апроксимації біквадратичного скінченного елемента. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. 2011. Вип. 4, Т. 50. С. 65–71.

References

1. Akin, I.E. (2005). *Finite Element Analysis with Error Estimators*. Elsevier, Butterworth-Heinemann. [in English].
2. Onate, E. (2009). *Structural Analysis with the Finite Element Method*. Springer Netherlands. [in English].
3. Zienkiewicz, O.C. (1971). *The Finite Element Method in Engineering Science*. London: McGraw-Hill. [in English].
4. Mitchell, A.R., & Wait, R. (1977). *The Finite Element Method in Partial Differential Equations*, London : John Wiley & Sons. [in English].
5. Strang, G., & Fix, G.J. (1973). *An Analysis of the Finite Element Method*. New Jersey: Prentice-Hall, Inc. [in English].
6. Norrie, D.H., & de Vries, G. (1978). *An Introduction to Finite Element Analysis*. Academic Press. N.Y. [in English].
7. Ergatoudis, J., Irons, B.M., & Zienkiewicz, O.C. (1968). Curved isoperimetric quadrilateral elements for finite element analysis, *Int. J. Solids Struct.*, 4, 31–42. [in English].
8. Khomchenko, A.N., Lytvynenko, O.I., & Astionenko, I.O. (2010). Formoutvorennia serendypovykh poverkhon z «prykhovanymy» parametry. [Shaping of serendipity surfaces with «hidden» parameters]. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika. Pratsi. Tavriiskyi derzhavnyi ahrotekhnolohichnyi universytet*. Melitopol: TDATU, 48 (4), 55–62. [in Ukrainian].
9. Khomchenko, A.N., Lytvynenko, O.I., Astionenko, I.O. (2019). *Kohnityvno-hrafichnyi analiz iierarkhichnykh bazysiv skinchennykh elementiv*. [Cognitively Graphical Analysis of Hierarchical Bases of Finite Elements]. Monohrafiia. Kherson : OLDI-plus. [in Ukrainian].

10. Khomchenko, A.N., Lytvynenko, O.I., & Astionenko, I.O. (2011). Zghladzheni aproksymatsii bikvadratynohoho skinchennoho elementa [Smoothed approximations of biquadratic finite element]. *Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafika. Pratsi. Tavriyskyi derzhavnyi ahrotekhnolohichnyi universytet*. Melitopol: TDATU, 50 (4), 65–71. [in Ukrainian].

Хомченко Анатолій Никифорович – д.ф.-м.н., професор, професор кафедри інтелектуальних інформаційних систем Чорноморського національного університету імені Петра Могили. E-mail: khan@chmnu.edu.ua, ORCID: 0000-0002-5053-388X.

Литвиненко Олена Іванівна – к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційних технологій та фізико-математичних дисциплін Херсонського навчально-наукового інституту Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова. E-mail: mmkntu@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9890-6959.

Дудченко Олег Миколайович – к.т.н., професор кафедри інформаційних технологій та фізико-математичних дисциплін, заступник директора з навчальної роботи Херсонського навчально-наукового інституту Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова. E-mail: kbnuos@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7724-0892.

Гучек Петро Йосипович – д.т.н., завідувач кафедри інформаційних технологій та фізико-математичних дисциплін Херсонського навчально-наукового інституту Національного університету кораблебудування ім. адмірала Макарова; професор Університету VIZJA, Варшава, Польща. E-mail: phuchek@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6110-6816.

Астіоненко Ігор Олександрович – к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри інформатики і комп'ютерних наук Херсонського національного технічного університету. E-mail: astia@ukr.net, ORCID: 0000-0002-5831-6353.

Khomchenko Anatolij Nykyforovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor at the Department of Intelligent Information Systems of the Petro Mohyla Black Sea National University. E-mail: mmkntu@gmail.com, ORCID: 0000-0002-5053-388X.

Lytvynenko Olena Ivanivna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Information Technology and Physical and Mathematical Disciplines of the Kherson Educational and Scientific Institute of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding. E-mail: mmkntu@gmail.com, ORCID: 0000-0001-9890-6959.

Dudchenko Oleg Mykolaiovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Information Technology and Physical and Mathematical Disciplines of the Kherson Educational and Scientific Institute of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding. E-mail: kbnuos@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7724-0892.

Guchek Petro Yosypovych – Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of Information Technologies and Physical and Mathematical Disciplines of the Kherson Educational and Scientific Institute of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding; Professor at VIZJA University, Warsaw, Poland. E-mail: phuchek@gmail.com, ORCID: 0000-0002-6110-6816.

Astionenko Ihor Oleksandrovych – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Informatics and Computer Science of the Kherson National Technical University. E-mail: astia@ukr.net, ORCID: 0000-0002-5831-6353.

Дата надходження статті: 28.10.2025

Дата прийняття статті: 09.12.2025

Опубліковано: 30.12.2025



В.С. ЦАПАР, Д.М. СКЛАДАННИЙ, О.О. КВІТКА,
С.М. ТКАЧУК, В.В. БОНДАРНаціональний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ЗА КОМПЛЕКСНИМ КРИТЕРІЄМ
ОПТИМАЛЬНОСТІ ПРОЦЕСУ ПЕРВИННОЇ ОБРОБКИ НАФТИ**

У статті розглядається проблема керування процесом первинної підготовки нафти. Проведений аналіз попередніх досліджень виявив невирішений аспект загальної проблеми: відсутність інтеграції динамічних математичних моделей із багатокритеріальною оптимізацією для автоматизованих систем керування, здатною ефективно враховувати нелінійні ефекти та технологічні збурення в реальному часі. Існуючі моделі, як правило, зосереджено на стаціонарних режимах або ж використовують багатокритеріальну оптимізацію без достатнього динамічного зв'язку. Метою роботи є розроблення математичної моделі динаміки процесу первинної обробки нафти та визначення інтегрального критерію оптимальності для синтезу систем керування. Цей критерій забезпечує ефективний баланс між енергоефективністю, якістю підготовленої нафти та економічними показниками виробництва. Для досягнення поставленої мети запропоновано динамічну модель процесу, що об'єднує рівняння теплового балансу, кінетичне рівняння та модифіковане рівняння в'язкості.

У дослідженні пропонується використання узагальненого інтегрального критерію оптимальності, який включає у себе якість зневоднення, обмеження за вмістом солей, а також загальні енерговитрати, що складаються з теплового та електричного складників. На основі експертних оцінок отримано нормалізований вектор вагових коефіцієнтів. Сформуовано задачу динамічної оптимізації, яку розв'язано із застосуванням генетичного алгоритму в середовищі Python, із застосуванням методу прямої колокації. Оптимізація проводилася для трьох типів нафти: легкої, середньої, важкої з різними початковими умовами та в рамках технологічних обмежень за температурою.

Запропонований підхід дає змогу визначити оптимальну траєкторію зміни температури в електродегідраторі в часі. Це дає змогу досягти зниження енергетичних витрат на 15–25% із більшим ефектом для важких нафт, при цьому гарантовано досягається цільове значення вмісту води менше 0,1%. Результати дослідження можуть бути використані для підвищення енергоефективності та якості продукції нафтопереробних підприємств.

Ключові слова: математичне моделювання, оптимізація, нафтопереробка, автоматичне керування, критерій якості.

V.S. TSAPAR, D.M. SKLADANNYY, O.O. KVITKA,
S.M. TKACHUK, V.V. BONDAR

National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»

**MODELLING AND OPTIMISATION BASED ON A COMPREHENSIVE
OPTIMALITY CRITERION THE PRIMARY OIL REFINING PROCESS**

The article discusses the control of the primary oil treatment process. An analysis of previous studies revealed an unresolved aspect of the general problem: the lack of a dynamic mathematical model integrated with multi-criteria optimisation for automated control systems capable of effectively accounting for nonlinear effects and technological disturbances in real time. Existing models tend to focus on steady-state modes or use multi-criteria optimisation without sufficient dynamic coupling. The aim of this work is to develop a dynamics mathematical model of the primary oil treatment process and to determine an integral criterion of optimality for the control systems synthesis. This criterion provides an effective balance between energy efficiency, the quality of the prepared oil, and economic production indicators. To achieve this aim, a process dynamic model is proposed, combining the heat balance equation, the kinetic equation, and the modified viscosity equation.

In the research it is suggested to use a generalised integral optimality criterion, which aggregates the dewatering quality, restrictions on salt content, and total energy consumption, consisting of thermal and electrical components. Based on expert assessments, a normalised vector of weight coefficients is obtained. A dynamic optimisation problem is formulated, which was solved by a genetic algorithm that realised using in the Python environment, using the direct collocation method. Optimisation is carried out for three types of oil: light, medium, and heavy, with different initial conditions and within technological temperature constraints.

The proposed approach allows determining the optimal trajectory of temperature change in the electric dehydrator over time. This allows us to achieve a 15–25% reduction in energy costs with a greater effect for heavy oils, while guaranteeing the target water content less than 0,1%. The results can be used to improve energy efficiency and product quality of oil refineries.

Key words: mathematical modelling, optimisation, oil refining, automatic control, quality criterion.

Постановка проблеми

Сучасна нафтопереробна промисловість стикається з низкою складних технологічних викликів, серед яких особливої уваги заслуговує проблема нестабільності якості сирової нафти. Коливальний характер фізико-хімічних властивостей сировини, зумовлений різноманітністю родовищ та умов транспортування, істотно ускладнює забезпечення стабільно високих показників ефективності процесів первинної підготовки [1]. Актуальність проблеми полягає у необхідності розроблення адаптивних систем керування, здатних динамічно коригувати технологічні параметри відповідно до мінливих характеристик сировини. Особливо це стосується процесів зневоднення та знесолення, де температура підігріву є критичним параметром [2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Останнім часом зростає число публікацій із різних аспектів моделювання процесів нафтової промисловості. Частина з них носить більш загальний характер. У [3] розглянуто багатоетапну оптимізацію системи виробництва нафти з матеріальними балансами, а в [4] – оптимізацію розподілу нафтопродуктів через трубопровідні системи. Ці роботи спираються на рівняння балансу, але недостатньо інтегрують багатокритеріальну оптимізацію з динамікою збурень для автоматизованих систем, що є невирішеним аспектом загальної проблеми. Водночас запропоновано низку математичних моделей для опису процесів первинної обробки нафти. Наприклад, у роботі [5] розроблено модель для прогнозування ефективності зневоднення та знесолення в промисловій установці. Автори врахували вплив трьох основних механізмів, які визначають ефективність процесу: гідродинамічні сили, дифузійні механізми та електростатичні механізми. Швидкість коалесценції крапель визначалася за допомогою моделі дренажу плівки. Розроблена модель успішно прогнозує розподіл крапель за розміром на виході з установки, а також ефективність зневоднення та знесолення нафти. Автори [6] запропонували модель електростатичного розділення та двоетапного знесолення на основі рівняння популяційного балансу (*PBE*) для опису процесів формування та зміни розмірів водяних крапель в емульсії. Проте наведена модель розглядає лише стаціонарний режим роботи, ігноруючи перехідні процеси, які є важливими для операторів. Дослідження [7] зосереджено на моделюванні та оптимізації зневоднення і знесолення з урахуванням емульсійних основ, включаючи оптимізацію операційних параметрів. Моделі у [8] також будуються на основі *PBE* з урахуванням процесів коалесценції та руйнування водяних крапель в емульсії. У роботі виконано багатокритеріальну оптимізацію за двома конкуруючими критеріями: максимізацією ефективності видалення солей та мінімізацією експлуатаційних витрат. Результати оптимізації демонструють наявність оптимального Парето-компромісного рішення. Хоча такий підхід є потужним інструментом, практична реалізація Парето-оптимізованих точок на реальному виробництві може бути складною через обмеження обладнання та необхідність безперервного контролю кількох взаємозалежних параметрів. Цікавий підхід до моделювання з перспективою побудови нечіткої системи контролю нафтопереробного підприємства на основі нейронних мереж показано в роботі [9]. Особливої уваги заслуговує робота [10], де показано результати застосування багатокритеріального підходу для вирішення комплексної проблеми вибору найкращого постачальника та розподілу замовлень у нафтовій промисловості в умовах неадекватності та неповноти даних та взаємодії між критеріями. Для визначення ваг критеріїв і рейтингів постачальників застосовується метод аналізу ієрархій, а подальше вирішення завдання ранжування постачальників для оптимального розподілу замовлень здійснюється методом багатоцільового лінійного програмування, який дає змогу отримувати Парето-оптимальні рішення.

Аналізуючи наведені вище дослідження, можна зробити висновок, що невирішеним аспектом загальної проблеми є інтеграція динамічних моделей із багатокритеріальною оптимізацією для автоматизованих систем, що враховують нелінійні ефекти та збурення в реальному часі. Використання методу АНР для вирішення поставленого завдання вбачається перспективним.

Інтеграція рівнянь теплового балансу і кінетики зневоднення для побудови багатокритеріального показника оптимальності дасть змогу підвищити точність моделювання в перехідних режимах порівняно з існуючими моделями [5–10].

Метою дослідження є розроблення математичної моделі динаміки процесу первинної обробки нафти та визначення критерію оптимальності для синтезу автоматизованих систем керування, що забезпечує баланс між енергоефективністю, якістю та економічними показниками.

Виклад основного матеріалу дослідження

Побудова узагальненого критерію оптимальності. Для опису динаміки зміни температури нафти в осушувачі як у теплообмінному апараті запропоновано модель на основі рівняння теплового балансу:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{\rho c_p V} [Q_h - UA(T - T_E)] - \dot{m} c_p (T_{out} - T_{in}), \quad (1)$$

де T – температура нафти, ρ – густина, c_p – теплоємність, V – об'єм, Q_h – тепловий потік, U – коефіцієнт теплопередачі, A – площа поверхні, T_E – температура довкілля, $\dot{m}$ – масові витрати нафти.

Процес видалення води з нафти описується кінетичним рівнянням:

$$\frac{dW}{dt} = -k_1 W C_d \exp\left(\frac{-E_a}{RT}\right) + k_2 E_f \mu(T), \quad (2)$$

де W – уміст води, k_1 , k_2 – кінетичні константи, E_a – енергія активації, R – універсальна газова стала, C_d – концентрація деемульгатора, E_f – напруженість електричного поля.

В'язкість нафти, очевидно, залежить від температури й описується модифікованим рівнянням:

$$\mu(T) = A(1 + \alpha_w W) \exp\left(\frac{B}{T + C}\right), \quad (3)$$

де μ – динамічна в'язкість, A , B , C – емпіричні коефіцієнти, α_w – коефіцієнт впливу води, W – уміст води у нафті.

Моделювання проводилося для трьох типів нафти з різними початковими умовами. Легка нафта характеризується початковим умістом води на рівні $5 \div 7\%$, середня – $8 \div 12\%$, важка – $13 \div 15\%$. Як початкове значення у моделюванні прийнято середнє по інтервалах. Значення кінетичних констант та фізико-хімічні характеристики для різних типів нафти за даними [11] наведено в табл. 1.

Таблиця 1
Значення кінетичних констант та фізико-хімічні характеристики типів нафти

Тип нафти	k_1 (1/с)	k_2 (м ² /В·с)	E_a (Дж/моль)	ρ (кг/м ³)	c_p (Дж/кг·К)	Початковий W (%)
Легка	0.05	1.2×10^{-6}	45000	800	2000	6
Середня	0.03	0.8×10^{-6}	50000	850	2100	10
Важка	0.02	0.5×10^{-6}	55000	900	2200	14

Узагальненим показником оптимальності процесу дегідратації пропонується інтегральна цільова функція, яка об'єднує ключові компоненти процесу:

$$J = \int_0^{t_f} \left[\alpha P_e + \beta C_d + \gamma (W - W_t)^2 + \delta (S - S_{max})^2 \right] dt, \quad (4)$$

$$P_e = P_{ht} + P_{el},$$

де $W_t = 0.1\%$ – цільове значення вмісту води у нафті, S , S_{max} – поточний та гранично припустимий уміст солей у нафті, P_e – енерговитрати на дегідратацію, які складаються з P_{ht} – витрат теплової енергії та P_{el} – витрат електричної енергії.

Для визначення вагових коефіцієнтів $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ пропонується скористатися методом аналізу ієрархій (АНР). Це структурований підхід до багатокритеріального прийняття рішень, розроблений Томасом Сааті [12] і призначений для перетворення складних, часто нечітких та суб'єктивних задач вибору на кількісно оцінену ієрархічну структуру. Ключовим кроком АНР є використання попарних порівнянь на основі шкали Сааті, зазвичай від 1 до 9, що кількісно відображає силу переваги одного елемента над іншим. АНР забезпечує прозору та обґрунтовану основу для прийняття рішень у складних умовах багатофакторного вибору та забезпечує декомпозицію складної задачі, що є критичним для комп'ютерно-інтегрованих систем керування.

Відповідно до алгоритму методу, виділяємо:

- цільову функцію – у нашому випадку вона уже задана рівняннями (1)–(3);
- критерії: чотири ключові фактори, які входять до підінтегрального виразу функції (1): P_e, C_d , якість зневоднення $(W - W_t)^2$ та обмеження за солемістом $(S - S_{\max})^2$;
- альтернативи: у нашому випадку це змінні, які визначають режими роботи установки, тобто різні комбінації $T(t), E_f(t)$.

Експерти, зокрема фахівці з нафтопереробки та фахівці з автоматизації, які доступні авторам, провели парне порівняння критеріїв за шкалою Сааті (від 1 – критерії рівнозначні до 9 – один критерій абсолютно домінує над іншим). Значення елементів матриці порівнянь визначено на основі типових пріоритетів у нафтопереробці, де енергоефективність часто переважає через економічні чинники, і будуть такими:

- енерговитрати порівняно з вартістю реагентів: значення 4 – майже істотна перевага, оскільки енерговитрати становлять 60÷70% операційних витрат;
- енерговитрати порівняно з якістю зневоднення: значення 2 – дуже слабка перевага, оскільки низька якість може призвести до корозії обладнання;
- енерговитрати порівняно з обмеженнями за солемістом: значення 3 – слабка перевага, оскільки солеміст менш важливий у первинній обробці.

Подібне порівняння продовжується для всіх пар. На основі цих значень формуємо квадратну матрицю парних порівнянь $A = [a_{ij}]$, де a_{ij} – оцінка переваги критерію i над j за шкалою Сааті, і $a_{ij} = 1/a_{ji}$, $a_{ii} = 1$. Розмір матриці $n = 4$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ 1/4 & 1 & 1/3 & 2 \\ 1/2 & 3 & 1 & 5 \\ 1/3 & 1/2 & 1/5 & 1 \end{pmatrix}$$

Максимальне власне значення такої матриці $\lambda_{\max} \approx 4,17$. Індекс узгодженості проведених попарних порівнянь $C_i = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = 0,056$ незначно більше 0, що свідчить про високий ступінь узгодженості.

Нормалізований вектор вагових коефіцієнтів: $w_i = \frac{v_i}{\sum v_i}$, $\sum w_i = 1$, $i = 1 \dots n$. Проведені обчислення дає значення ваг $w = [0,49; 0,12; 0,29; 0,09]$.

Постановка та розв'язання задачі оптимізації. Після встановлення числових значень вагових коефіцієнтів отримаємо конкретний вигляд критерію оптимальності J :

$$J = \int_0^{t_f} [0,49P_e + 0,12C_d + 0,29(W - W_t)^2 + 0,09(S - S_{\max})^2] dt \rightarrow \min.$$

Об'єкт при цьому описується системою рівнянь (1) – (3) за обмежень: $70 \leq T(t) \leq 140$ °C, $4 \leq E_f \leq 6$ кВ/см. Таким чином, оптимізація процесу первинної переробки нафти потребує вирішення низки задач динамічної оптимізації. Вирішення виконувалося методом прямої колокації шляхом представлення задачі як набору взаємопов'язаних задач із нелінійною цільовою функцією з обмеженнями [13]. Розв'язання задачі нелінійного програмування, своєю чергою, проводиться генетичним алгоритмом [14], який було реалізовано за допомогою бібліотеки

DEAP мовою програмування Python [15]. Параметри генетичного алгоритму такі: популяція – 1 000 індивідів, 2 500 поколінь, імовірність кросовінгу – 0,75, імовірність мутації – 0,2. Рішення проводилося для значень напруженості електричного поля в електродегідраторі 4 і 6 кВ/см і зупинялося у разі досягнення цільового значення вмісту води у нафти – 0,1. Рішення подано на рис. 1 та 2.

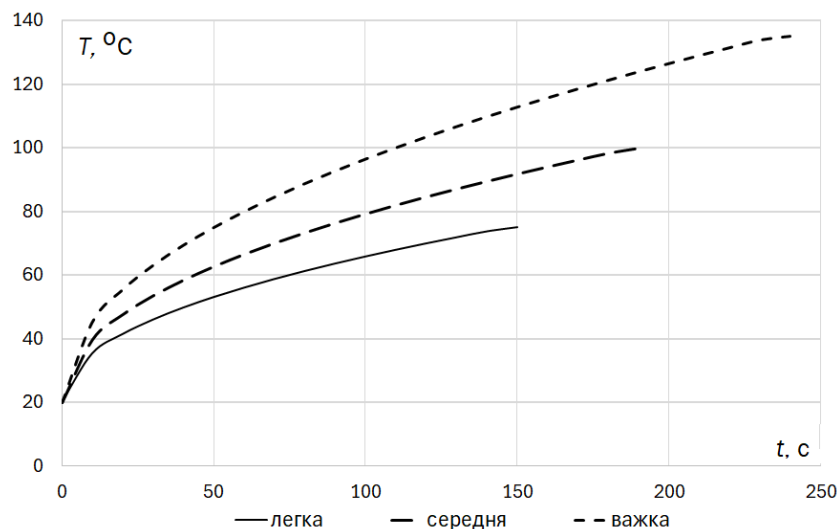


Рис. 1. Траєкторія зміни температури в електродегідраторі $E_f = 4$ кВ/см

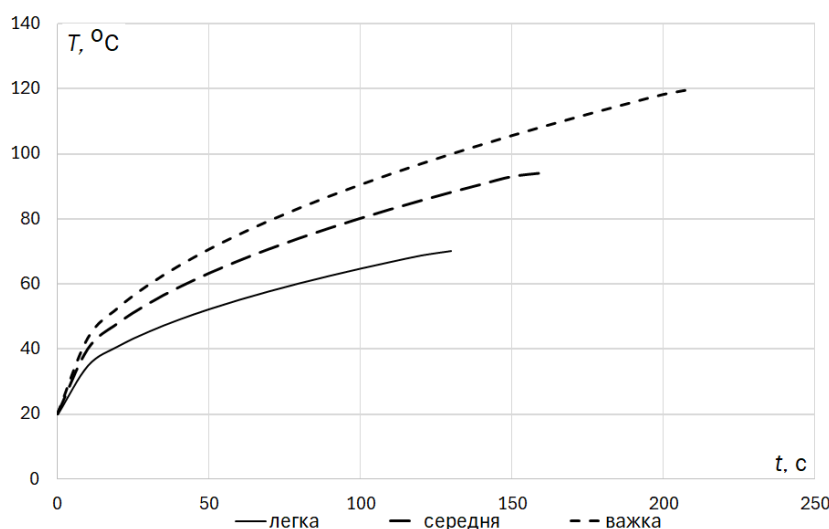


Рис. 2. Траєкторія зміни температури в електродегідраторі $E_f = 6$ кВ/см

Розрахунки показують, що реалізація такої траєкторії призводить до зменшення узагальненого показника J приблизно на 20% порівняно з базовим режимом. Це дає змогу знизити енергетичні витрати на 15% для легких нафт та майже на 25% для важких нафт. Більш детальний аналіз розв'язків показує, що найбільший вплив на швидкість зневоднення має температура, причому для важких нафт ця залежність виражена сильніше.

Висновки

Запропонована математична модель адекватно описує динаміку процесу первинної обробки нафти та дає змогу врахувати ключові технологічні чинники. Розроблений критерій

оптимальності забезпечує збалансоване врахування економічних та технологічних вимог. Перевірка, проведена за результатами імітаційного експерименту, підтвердила ефективність запропонованого підходу: за рахунок оптимізації температурних режимів удалося досягти зниження енерговитрат на 15÷20% за умови досягнення цільової концентрації води у нафті 0,1%.

Перспектива подальших досліджень пов'язана з інтеграцією запропонованої моделі в системи керування та розробленням адаптивних алгоритмів корекції параметрів моделі в реальному часі, включаючи машинне навчання для прогнозування збурень.

Список використаної літератури

1. Білецький В.С. Орловський В.М., Дмитренко В.І., Похилко А.М. Основи нафтогазової справи. Полтава : ПолтНТУ ; Київ : ФОП Халіков Р.Х, 2017. 312 с.
2. Склабінський В.І., Ляпощенко О.О., Артюхов А.Є. Технологічні основи нафто- та газопереробки. Суми : Сумський державний університет, 2011. 186 с.
3. Teixeira C., Oliveira A., Medeiros Júnior I., Wang Hantao L. Unified multi-parameter predictive modeling of crude oil and its distilled fractions through Artificial Neural Networks. *Fuel*. 2024. Vol. 358. 130156. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2023.130156>
4. Rolando J.A.-A., Optimization of petroleum products distribution via pipeline systems: Modeling and computational challenges. *Heliyon*. 2024. Vol. 10(14). <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e33947>
5. Vessaire C., Chancelier J.-P., De Lara M. Carpentier P., Rodríguez-Martínez A., Robert A. Multistage optimization of a petroleum production system with material balance model. *Computers & Chemical Engineering*. 2022. Vol. 167. 108005. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2022.108005>
6. Aryafard E., Farsi M., Rahimpour M.R. Modeling and simulation of crude oil desalting in an industrial plant considering mixing valve and electrostatic drum. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*. 2015. Vol. 95. P. 383–389. <https://doi.org/10.1016/j.ccep.2015.06.011>
7. Aryafard E., Farsi M., Rahimpour M.R., Raeissi S. Modeling Modeling electrostatic separation for dehydration and desalination of crude oil in an industrial two-stage desalting plant. *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*. 2015. Vol. 58. P. 423–430. <https://doi.org/10.1016/j.jtice.2015.06.028>
8. Kareem Al-Musaedi F.A.R., Ghafouri Taleghani H., Esmaili Paeen Afrakoti I. Simulation and Multi-Objective Optimization of the Crude Oil Treatment Plant in Rumaila Oil Field. *Iranian Journal of Chemistry and Chemical Engineering*. 2023. Vol. 42(3). P. 962–976. <https://doi.org/10.30492/ijcce.2022.545873.5083>
9. Ewees A., Al-Qaness M., Thanh H., Alrassas A., Elsayed A., Elaziz M. Optimized neural networks for efficient modeling of crude oil production. *Knowledge and Information Systems*. 2025. Vol. 67. P. 6171–6192. <https://10.1007/s10115-025-02415-4>
10. Maleki N., Bagherifard M., Gholamian M.R. Application of Incomplete Analytic Hierarchy Process and Choquet Integral to Select the best Supplier and Order Allocation in Petroleum Industry. *International Journal of Engineering*. 2020. Vol. 33(11). P. 2299–2309. <https://doi.org/10.5829/ije.2020.33.11b.20>
11. Mohamed A. Fahim, Taher A. Alsahhaf, Amal Elkilani. Fundamentals Of Petroleum Refining. Oxford: Elsevier. 2010. 496 p.
12. Saaty T. How to make and jusoffy a decision: the analytic hierarchy process (AHP) part 1. Examples and applications. *System research & information technologies*. 2002. Vol. 1. P. 95–108.
13. Betts, John T. Practical methods for optimal control and estimation using nonlinear programming. Philadelphia : SIAM. 2nd ed. 2010. 434 p.

14. Кононюк А.Ю. Нейроні мережі і генетичні алгоритми. Київ : Корнійчук, 2008. 446 с.
15. DEAP documentation. Distributed Evaluation Algorithms in Python. URL: <https://deap.readthedocs.io/en/master/> (дата звернення: 17.10.2025).

References

1. Biletskyi, V.S., Orlovskiy, V.M., Dmytrenko, V.I., & Pokhylko, A.M. (2017). Osnovy naftohazovoi spravy [Fundamentals of the oil and gas business]. Poltava : PoltNTU, Kyiv: FOP Khalikov R.Kh [in Ukrainian].
2. Sklabinskyi, V.I., Liaposhchenko, O.O., & Artiukhov, A.Ie. (2011). Tekhnologichni osnovy nafto- ta hazopererobky [Technological fundamentals of oil and gas refining]. Sumy : Sumskiy derzhavnyi universytet [in Ukrainian].
3. Teixeira, C., Oliveira, A., Medeiros Júnior, I., & Wang Hantao, L. (2024). Unified multi-parameter predictive modeling of crude oil and its distilled fractions through Artificial Neural Networks. *Fuel*, 358, 130156. <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2023.130156> [in English].
4. Rolando, J.A.-A., (2024). Optimization of petroleum products distribution via pipeline systems: Modeling and computational challenges. *Heliyon*, 10(14). <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e33947> [in English].
5. Vessaire, C., Chancelier, J.-P., De Lara, M., Carpentier, P., Rodríguez-Martínez, A., & Robert, A. (2022). Multistage optimization of a petroleum production system with material balance model. *Computers & Chemical Engineering*, 167, 108005. doi.org/10.1016/j.compchemeng.2022.108005 [in English].
6. Aryafard, E., Farsi, M., & Rahimpour, M.R. (2015). Modeling and simulation of crude oil desalting in an industrial plant considering mixing valve and electrostatic drum. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, 95, 383–389. <https://doi.org/10.1016/j.cep.2015.06.011> [in English].
7. Aryafard, E., Farsi, M., Rahimpour, M.R., & Raeissi, S. (2015). Modeling Modeling electrostatic separation for dehydration and desalination of crude oil in an industrial two-stage desalting plant. *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*, 58, 423–430. <https://doi.org/10.1016/j.jtice.2015.06.028> [in English].
8. Kareem Al-Musaedi, F.A.R., Ghafouri Taleghani, H., & Esmaili Paeen Afrakoti, I. (2023). Simulation and Multi-Objective Optimization of the Crude Oil Treatment Plant in Rumaila Oil Field. *Iranian Journal of Chemistry and Chemical Engineering*, 42(3), 962–976. <https://doi.org/10.30492/ijcce.2022.545873.5083> [in English].
9. Ewees, A., Al-Qaness, M., Thanh, H., Alrassas, A., Elsayed, A., & Elaziz, M. (2025). Optimized neural networks for efficient modeling of crude oil production. *Knowledge and Information Systems*, 67, 6171–6192. <https://doi.org/10.1007/s10115-025-02415-4> [in English].
10. Maleki, N., Bagherifard, M., & Gholamian, M.R. (2020). Application of Incomplete Analytic Hierarchy Process and Choquet Integral to Select the best Supplier and Order Allocation in Petroleum Industry. *International Journal of Engineering*, 33(11), 2299-2309. <https://doi.org/10.5829/ije.2020.33.11b.20> [in English].
11. Mohamed, A. Fahim, Taher, A. Alsahhaf, & Amal Elkilani. (2010). *Fundamentals Of Petroleum Refining*. Oxford: Elsevier [in English].
12. Saaty, T. (2002). How to make and jusoffy a decision: the analytic hierarchy process (AHP) part 1. Examples and applications. *System research & information technologies*, 1, 95–108 [in English].
13. Betts, John T. (2010). *Practical methods for optimal control and estimation using nonlinear programming*. Philadelphia: SIAM. 2nd ed [in English].
14. Kononiuk, A.Yu. (2008). *Neironi merezhi i henetychni alhorytmy* [Neural networks and genetic algorithms]. Kyiv: «Korniichuk» [in Ukrainian].
15. DEAP documentation. Distributed Evaluation Algorithms in Python. Retrieved from: <https://deap.readthedocs.io/en/master/> (date of application 10/17/2025) [in English].

Цапар Віталій Степанович – к.т.н., доцент, завідувач кафедри технічних та програмних засобів автоматизації Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: cwst@ukr.net, ORCID: 0000-0002-8347-7941.

Складаний Денис Миколайович – к.т.н., доцент, доцент кафедри технічних та програмних засобів автоматизації Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: skl_den@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3624-5336.

Квітка Олександр Олександрович – к.х.н., доцент, доцент кафедри технічних та програмних засобів автоматизації Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: alkvi@ukr.net, ORCID: 0000-0003-4034-7052.

Ткачук Сергій Михайлович – аспірант кафедри технічних та програмних засобів автоматизації Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: tpza@kpi.ua, ORCID: 0009-0002-4013-8875.

Бондар Вадим Валерійович – аспірант кафедри технічних та програмних засобів автоматизації Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». E-mail: tpza@kpi.ua, ORCID: 0009-0000-3320-4550.

Tsapar Vitalii Stepanovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Automation Hardware and Software Department of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute». E-mail: cwst@ukr.net, ORCID: 0000-0002-8347-7941.

Skladanny Denys Mykolaiovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Automation Hardware and Software Department of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute». E-mail: skl_den@ukr.net, ORCID: 0000-0003-3624-5336.

Kvitka Oleksandr Oleksandrovych – Candidate of Chemical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Automation Hardware and Software Department of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute». E-mail: alkvi@ukr.net, ORCID: 0000-0003-4034-7052.

Tkachuk Serhii Mykhailovych – post-graduate student of the Automation Hardware and Software Department, National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute». E-mail: tpza@kpi.ua, ORCID: 0009-0002-4013-8875.

Bondar Vadym Valeriiovych – Postgraduate Student at the Automation Hardware and Software Department at the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute». E-mail: tpza@kpi.ua, ORCID: 0009-0000-3320-4550.

Дата надходження статті: 03.11.2025

Дата прийняття статті: 09.12.2025

Опубліковано: 30.12.2025



M.I. SHAPOSHNIKOV, M.A. GRINCHENKO
National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»

MODEL OF THE BUSINESS PROCESS FOR FORMING RECOMMENDATIONS TO IMPROVE HEI PERFORMANCE IN THE QS WUR RANKING

In contemporary conditions, the strategic development of higher education institutions (HEIs) in Ukraine is closely linked to the enhancement of research activities and improvement of teaching and learning processes, which serve as key factors in the modernisation of the national education system. This article presents a model for generating recommendations aimed at improving the performance indicators of higher education institutions in the QS World University Rankings (QS WUR). The research focuses on improving the system of Key Performance Indicators (KPIs) using the case of the National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute» (NTU «KhPI»), with the goal of enhancing the quality of educational, research, and international activities.

The purpose of the study is to increase the efficiency of strategic management within higher education institutions through the use of analytical and optimisation methods to produce well-grounded recommendations for improving QS WUR indicators. The methodological foundations of the QS WUR ranking are examined, nine key evaluation indicators of universities are defined, and the dynamics of leading Ukrainian HEIs for the period 2022–2025 are analysed. Methods of strategic analysis were applied to comprehensively study both external and internal factors influencing a university's position in the QS WUR.

The proposed IDEF0 model reflects the interaction between the analytical department, the information system, and the intelligent module (LLM), which ensures the automation of analytics, scenario development, and recommendation generation. The integration of methods of strategic analysis, optimisation modelling, and artificial intelligence enhances the efficiency of management decisions, optimises resource allocation, and supports the formulation of well-substantiated strategies for improving a university's position in the global ranking.

The proposed model serves as a strategic management tool for the development of higher education institutions and can be adapted for various types of universities in Ukraine and abroad. Future research should focus on developing a software prototype of the recommendation system, which would enable integration of the model with real university databases and performance monitoring systems.

Key words: key performance indicators, decision-making, ranking, resource optimisation, business process, software component, strategic management, education, model, higher education institution.

M.I. ШАПОШНІКОВ, М.А. ГРИНЧЕНКО
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інституту»

МОДЕЛЬ БІЗНЕС-ПРОЦЕСУ ФОРМУВАННЯ РЕКОМЕНДАЦІЙ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ ПОКАЗНИКІВ ЗВО У РЕЙТИНГУ QS WUR

У сучасних реаліях стратегічний розвиток закладів вищої освіти України тісно пов'язаний з активізацією наукових досліджень, удосконаленням процесів викладання та навчання, що виступає одним із провідних чинників модернізації національної освітньої системи. У статті представлено модель формування рекомендацій для підвищення показників закладів вищої освіти (ЗВО) у рейтингу QS World University Rankings (QS WUR). Досліджено ключові показники ефективності на прикладі Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» із метою підвищення якості освітньої, наукової та міжнародної діяльності.

Метою дослідження є підвищення ефективності стратегічного управління ЗВО шляхом використання аналітичних та оптимізаційних методів для формування обґрунтованих рекомендацій щодо покращення показників рейтингу QS WUR. Розглянуто методологічні основи рейтингу QS WUR, визначено дев'ять ключових показників оцінювання університетів і проведено аналіз динаміки показників провідних українських ЗВО за 2022–2025 рр. Застосовано методи стратегічного аналізу для комплексного дослідження зовнішніх і внутрішніх чинників, що впливають на позицію університету у QS WUR. Запропонована IDEF0-модель відображає взаємодію аналітичного відділу, інформаційної системи та інтелектуального модуля (LLM), що забезпечує автоматизацію аналітики, формування сценаріїв розвитку та рекомендацій. Інтеграція методів стратегічного аналізу, оптимізаційного моделювання й штучного інтелекту дає змогу підвищити ефективність управлінських рішень, оптимізувати розподіл ресурсів і формувати обґрунтовані стратегії покращення позицій університету у глобальному рейтингу.

Запропонована модель є інструментом стратегічного управління розвитком ЗВО, який може бути адаптований для різних типів університетів України та інших країн. Подальші дослідження доцільно спрямувати на розроблення програмного прототипу рекомендаційної системи, що забезпечить інтеграцію моделі з реальними базами даних університетів і системами моніторингу ефективності.

Ключові слова: ключові показники ефективності, прийняття рішень, рейтинг, оптимізація ресурсів, бізнес-процес, програмний компонент, стратегічне управління, освіта, модель, заклад вищої освіти.

Introduction and problem statement

In the current context, the relevance of developing a strategy for the advancement of higher education institutions (HEIs) in Ukraine is linked to innovations in the educational process and in scientific research. The growing influence of global university rankings encourages Ukrainian HEIs to improve the quality of educational programmes, strengthen research activities, and enhance their competitiveness within the international educational environment. The focus on international rankings has become an important direction of strategic management in the development of higher education in Ukraine.

International rankings such as QS World University Rankings (QS WUR) [1] and Times Higher Education (THE) [2] are becoming key tools for assessing the competitiveness of universities, influencing their image, funding, international cooperation, and attractiveness for students and employers. Universities actively use rankings as marketing tools to demonstrate the quality of teaching and research. Information sources featuring international rankings attract millions of visitors annually [3], and many applicants rely on these rankings when choosing a university.

A university's position in international rankings, particularly in QS WUR, becomes a key indicator of HEI success, influencing its appeal not only to applicants but also to partners and investors. For Ukrainian universities aiming to integrate into the global academic and educational space, improving their QS WUR positions is a strategic goal at both national and institutional levels. However, achieving this goal is complicated by several factors: lack of systematic analytics and integrated mechanisms for monitoring ranking indicators, limited resources and insufficient alignment between strategic and operational goals of HEIs, the need to adapt management processes to international assessment standards, and the fragmented use of modern intelligent data analysis methods in decision-making.

For Ukrainian technical universities seeking to enhance their positions in international rankings while adapting to the requirements of the digital economy and European educational standards, research aimed at improving the efficiency of strategic management through analytical and optimisation methods to develop well-grounded recommendations for improving QS WUR indicators is of particular importance.

Analysis of recent studies and publications

In the modern context of globalisation and digital transformation of education, the issue of improving HEI management efficiency gains strategic importance and remains a relevant area of research.

In study [4], the authors conducted descriptive statistical and logistic regression analyses of data from 150 universities across different countries, using sustainability indicators from UI GreenMetric and THE. The study examined the relationship between global ranking positions, geographical location, and typology of universities. The researchers found that traditional rankings often fail to fully reflect sustainable development in HEIs and proposed integrating THE indicators into the UI GreenMetric system.

In [5], researchers assessed the current state of rankings and principles of university classification in Ukraine and its national university network. They identified problematic aspects of QS WUR, particularly the weakening of university ranking characteristics due to contradictions between university missions and ranking criteria. The authors provided recommendations for developing universities to support Ukraine's reconstruction based on innovation, high intellect, and advanced technologies, as well as for successful European integration.

The results of study [6] emphasise that the QS ranking has turned universities' means into their goals. The performance of universities should lead to improved quality of life, accelerated technological progress, and increased economic and social welfare of the nation. The increase in scientific publications is merely one of the means of achieving these objectives.

In research [7], the authors proposed a model for predicting university research performance using four variables (number of published papers, number of researchers, total number of citations, and number of uncited papers) and examined their impact on the ranking of the top 100 universities in QS WUR. The results showed that applying the proposed model leads to changes in QS WUR indicators among the selected universities.

In article [8], country-specific factors influencing the three most influential world university rankings (Academic Ranking of World Universities, QS WUR, and THE) are examined. The authors demonstrated that university positions are determined by country-specific variables such as economic potential, research and development expenditure, long-term political stability (absence of war, occupation, coups, or significant political upheaval), and institutional variables, including government efficiency.

The authors of [9] demonstrated that the variables used to construct rankings primarily measure two core indicators: university reputation and research activity. By analysing these indicators and building a regional aggregated index of universities, they determined their influence on ranking positions. The authors provided evidence of the ambiguous nature of quantitative assessments of university success in rankings.

In paper [10], the authors examined two of the most influential rankings (Shanghai Jiao Tong University ranking and THE) and concluded that these rankings alone cannot form recommendations for improving the quality of education. They highlighted the importance of ensuring «clean» rankings – transparent and methodologically coherent – whose use would stimulate improvements in university performance.

The authors of [11] analysed 18,466 public comments from China addressed to QS WUR experts using sentiment analysis and Latent Dirichlet Allocation (LDA) topic modelling. They summarised the complex emotions and diverse cognitive perspectives of the public regarding expert questions related to QS WUR.

In study [12], a ranking of technical universities worldwide was presented, including 137 universities listed in THE. Among these, national technological «flagships» were identified – institutions that bring new achievements in technology transfer and commercialisation of university research results. The study revealed differences between the indicators of technical HEIs and universities of other profiles.

In the context of global competition among universities, ranking evaluations define an HEI's reputation, investment attractiveness, and academic partnerships. The analysed approaches to university ranking, based solely on expert assessments and inter-university comparisons, do not provide management with sufficient information for adapting to changes in the international educational environment. Therefore, developing new approaches to formulating development strategies for HEIs aimed at improving their position in the global educational space remains an urgent task.

The aim and objectives of the research

The aim of the research is to increase the efficiency of strategic management of higher education institutions through the use of data analytics methods, optimisation methods, and artificial intelligence techniques for analysing key university performance indicators and forming substantiated recommendations for improving those included in the QS WUR ranking.

Presentation of the main research material

In the context of increasing competition among universities in the global educational and research space, their participation in international rankings, particularly in QS WUR, is gaining strategic importance. This study examines the methodological features of the global QS WUR university ranking [3], which annually analyses the performance of universities. According to the QS WUR methodology, the overall score is calculated based on nine key indicators, namely: academic

reputation, employer reputation, student-to-faculty ratio, citation rate of scientific publications, share of international students, share of international faculty, graduate employment outcomes, international research networks, and sustainability (Table 1). The weighting coefficients of the categories and indicators of the global QS WUR ranking are presented in Table 1. The values of indicators of leading Ukrainian universities in the global QS WUR ranking are shown in Table 2.

Table 1

Weighting coefficients of indicators in the global QS WUR ranking

Category Name	Category Weight	Indicator Name	Indicator Weight, w_i
Research and Discovery	0,5	Academic Reputation (AR)	0,30
		Citations per Faculty (CPF)	0,20
Employability and Outcomes	0,20	Employer Reputation (ER)	0,15
		Employment Outcomes (EO)	0,05
Global Engagement	0,15	International Student Ratio (ISR)	0,05
		International Faculty Ratio (IFR)	0,05
		International Research Network (IRN)	0,05
Learning Experience	0,10	Faculty/Student Ratio (FSR)	0,10
Sustainability	0,05	Sustainability (SUS)	0,05

Table 2

Values of indicators for leading Ukrainian universities

№	University Name	Indicator Values of HEIs								
		AR	ER	FSR	CPF	IFR	ISR	IRN	EO	SUS
1	Ivan Franko National University of Lviv	5,7	12,8	30,2	1,3	1,3	1,5	12,6	18,6	2
2	Kharkiv National University of Radio Electronics	3,9	12,3	21,6	1,5	1,4	5,1	11,9	4,1	1,4
3	Lviv Polytechnic National University	8,4	13,5	28,4	1,9	1,4	1,2	18,9	15,2	11,5
4	National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»	6,5	10,6	54,3	1,3	1,7	20,1	11,4	4	1,6
5	National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»	16,2	31,8	37,4	1,5	1,7	2	20,4	21,3	4,3
6	National University of Kyiv-Mohyla Academy (NaUKMA)	5,1	10,6	44,2	1,2	2,1	1,1	6,3	13,5	1
7	Sumy State University	5,8	5,3	35,1	2,5	3,1	40,5	28,9	3,8	7,5
8	Taras Shevchenko National University of Kyiv	18,9	36,6	27	2,2	1,5	3,9	40,3	45,5	1,6
9	V. N. Karazin Kharkiv National University	12,6	16,9	64,6	1,4	3,3	55,7	29,4	4	4,9

To calculate the overall score based on nine key indicators, the following formula is used:

$$S^t = \sum_{i=1}^m w_i \cdot K_i^t,$$

where

S^t – the overall value of the HEI for the t -th period;

w_i – the weight coefficient of the i -th indicator, $i=1, m$;

K_1^t – the academic reputation indicator for the t -th period, AR;
 K_2^t – the employer reputation indicator for the t -th period, ER;
 K_3^t – the number of students per one lecturer for the t -th period, FSR;
 K_4^t – the number of citations per one scientific article for the t -th period, CPF;
 K_5^t – the share of international faculty for the t -th period (%), IFR;
 K_6^t – the share of international students for the t -th period (%), ISR;
 K_7^t – the international research network indicator for the t -th period (%), IRN;
 K_8^t – the overall employment outcomes indicator for the t -th period (%), EO;
 K_9^t – the sustainable development index of the HEI for the t -th period (%), SUS.

We provide an example of calculating the overall value in the ranking for NTU «KhPI».

$$S_4^{2025} (0.30 \times 6.5) + (0.15 \times 10.6) + (0.10 \times 54.3) + (0.20 \times 1.3) + (0.05 \times 1.7) + (0.05 \times 20.1) + (0.05 \times 11.4) + (0.05 \times 4.0) + (0.05 \times 1.6) = 11.17$$

After calculating the overall value for each university (Raw Score), linear normalisation of the results is performed according to the following formula:

$$S_{norm}^t = \frac{S^t}{S_{max}^t} \times 100,$$

where:

S^t – the overall value of the university across all indicators;

S_{max}^t – the maximum Raw Score among all universities (the highest score);

S_{norm}^t – the normalised overall indicator (Overall Score) on a scale from 0 to 100.

An example of calculating the normalised overall ranking score for NTU «KhPI» is as follows:

$$S_{norm4}^{2025} = \left(\frac{11.17}{99.06} \right) \times 100 = 11.28.$$

A study of the dynamics of the normalised overall indicator $S_{t,norm}$ of leading Ukrainian HEIs according to the QS WUR ranking has been conducted. As a result, the best HEI (Massachusetts Institute of Technology) receives a score of 100, while all others obtain proportionally lower values. The calculated values of the QS WUR Overall Score for leading Ukrainian HEIs for 2025 are presented in Table 3.

Table 3

Calculated values of the QS WUR Overall Score of HEIs for 2025

University Name	Overall Score S^t	Normalised Overall Score S_{norm}^t	EI Position in the QS WUR
Massachusetts Institute of Technology	99,06	100	1
Taras Shevchenko National University of Kyiv	18,94	19,12	701-710
V. N. Karazin Kharkiv National University	17,92	18,09	741-750
National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute»	16,12	16,25	801-850
National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»	11,17	11,28	1001-1200
Sumy State University	10,73	10,84	1001-1200
Lviv Polytechnic National University	10,17	10,25	1001-1200
National University of Kyiv-Mohyla Academy	8,98	9,07	1001-1200
Ivan Franko National University of Lviv	8,71	8,79	1201-1400
Kharkiv National University of Radio Electronics	6,67	6,73	1201-1400

To assess the accuracy and homogeneity of the set of values, as well as to serve as a basic criterion when comparing the calculations of different samples and verifying the reliability of statistical analysis results, the following formula is used.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (S_j^t - S_{normj}^t)^2},$$

where: n – number of universities in the ranking QS WUR.

The standard deviation equals 0.1187, i.e. 11.87%, which shows how much the data deviate from the mean value – how stable or variable they are. The magnitude of this indicator demonstrates satisfactory convergence between S_j^t and S_{normj}^t .

Based on the calculations of the normalised Overall Score (Table 2), a chart has been constructed, which is shown in Figure 1.

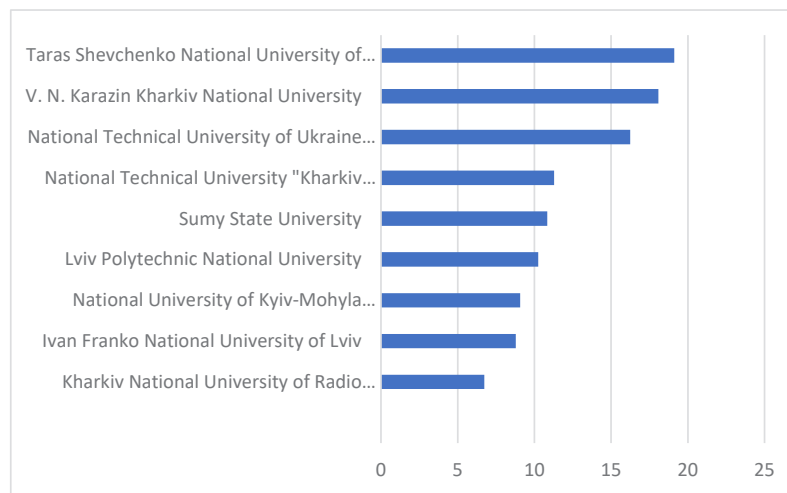


Fig. 1. Comparison of leading Ukrainian HEIs for 2025 according to the QS WUR Overall Score

Thus, the chart clearly illustrates the leadership of the universities of Kyiv and Kharkiv in ranking positions, indicating their high academic reputation and competitiveness among Ukrainian HEIs.

A study of the key indicators of NTU «KhPI» and a comparative analysis with other Ukrainian universities were conducted. At the initial stage of the research, the dynamics of the nine indicators of NTU «KhPI» included in the QS WUR ranking for 2022–2025 were analysed in Figure 2.

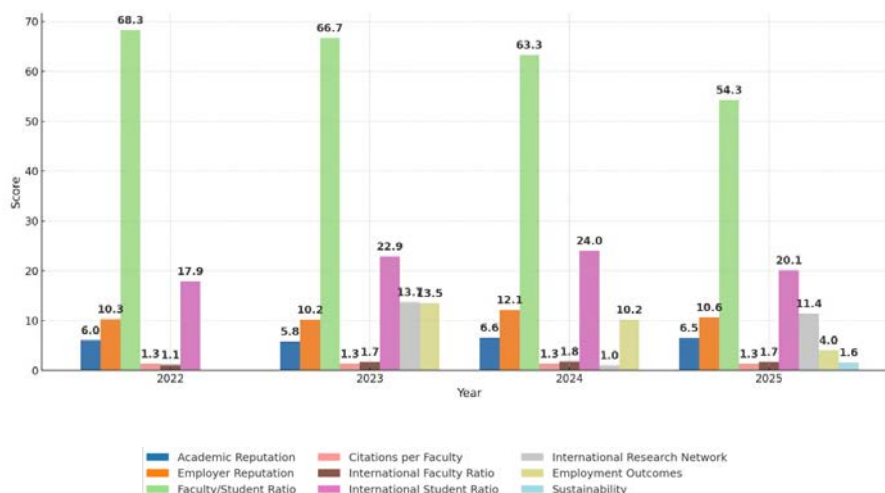


Fig. 2. Dynamics of NTU «KhPI» indicators according to the QS WUR ranking for 2022–2025

To develop strategies for improving NTU «KhPI» positions in the QS WUR ranking, the dynamics of each indicator for 2022–2025 were analysed. For NTU «KhPI», the academic reputation (AR) indicator remains relatively stable throughout the period: from 6.0 in 2022 to 6.5 in 2025. Despite a slight absolute increase (+0.5 points), the university's position remains among the lowest compared to other technical HEIs in Ukraine. The minor growth indicates gradual but slow improvement of the university's academic image within the scientific community.

The employer reputation (ER) indicator forms 15% of the QS WUR ranking and is a key measure of a university's ability to prepare competitive graduates [2, 14]. In the case of NTU «KhPI», there is a slight increase: from 10.3 in 2022 to 10.6 in 2025, despite a temporary rise to 12.1 in 2024. This demonstrates an unstable evaluation of graduate reputation among employers.

The next indicator in the QS WUR ranking is the faculty-to-student ratio (FSR). This indicator reflects the degree of individualisation in the learning process: the fewer students per lecturer, the more attention can be given to each student [2; 14]. At NTU «KhPI», the FSR decreased from 68.3 in 2022 to 54.3 in 2025, showing gradual improvement in teaching conditions.

Next, the dynamics of the QS WUR indicator related to citations per faculty (CPF) were examined. CPF is a key indicator of a university's research productivity and influence, weighted at 20% in QS WUR. The calculation is based on data from major scientometric databases and considers the total number of citations of academic publications relative to the number of faculty members [1; 14]. At NTU «KhPI», the CPF indicator remains stable during 2022–2025 at 1.3, indicating a relatively low citation rate of the university's publications. The main reasons include the focus of some researchers on regional conferences and specialised journals, as well as limited participation in international research programmes.

The share of international faculty (IFR) reflects the level of internationalisation of academic staff and carries a weight of 5% in the QS WUR ranking. High IFR values are typical for universities that actively attract foreign scholars, offer English-language programmes, promote academic mobility, and maintain transparent staffing policies [1; 14]. At NTU «KhPI», IFR increased from 1.1 in 2022 to 1.7 in 2025, showing positive dynamics, though still insufficient for a significant breakthrough in the international educational environment.

The share of international students (ISR) is an important indicator of a university's international attractiveness, with a total weight of 5% in the QS WUR ranking. It is calculated based on the share of students of foreign citizenship in the total student body [1; 14]. NTU «KhPI» demonstrates a positive growth trend in the share of international students – from 17.9% in 2022 to 20.1% in 2025. This indicates the effectiveness of implementing English-language programmes, increasing participation in international education fairs, and cooperation with recruitment agencies.

The international research network (IRN) indicator accounts for 5% of the QS WUR ranking structure. It measures the number of publications created in collaboration with international partners and indexed in major scientometric databases [1]. NTU «KhPI» had an IRN of 13.7 in 2023, which dropped to 1.0 in 2024 and rose again to 11.4 in 2025. Such instability indicates fragmented participation in international research projects.

The employment outcomes (EO) indicator is a key measure of university success in the labour market, with a weight of 5% in the QS WUR. It consists of the employment index (percentage of graduates employed in their field within 15 months after graduation) and the alumni impact indicator across industries. For NTU «KhPI», EO in 2025 equals 4.0, significantly lower than in 2022 (10.3). This suggests strengthened practical components in educational programmes and interaction with employers but also reflects labour market fluctuations.

The sustainability index (SUS) is a new QS WUR indicator weighted at 5%. It consists of three components: environmental impact, social impact, and equality and inclusion policies [1; 14]. At NTU «KhPI», the SUS index increased to 1.6 in 2025, demonstrating early progress in implementing environmental and social initiatives. The basis for this includes energy efficiency projects, an innovation campus, and other innovative initiatives.

Overall, the structure of changes in the ranking indicators for NTU «KhPI» indicates a gradual shift of the university from a traditionally academic model to a more practice-oriented and internationally integrated one. Most indicators remain relatively stable, which may result from targeted strategic measures to expand international partnerships, increase the attractiveness of educational programmes for foreign students, and update research policy.

To improve the efficiency of strategic management in HEIs, an analysis of the university's external and internal environment was carried out using strategic analysis methods such as PESTLE analysis, SWOT analysis, and TOWS analysis [13; 15]. PESTLE analysis was used to identify external factors affecting HEI indicators in the QS WUR ranking. Applying SWOT analysis provided a clear understanding of NTU «KhPI»'s position in the global ranking environment, its strengths on which development strategy can be built, and the threats to consider in strategic goal formation.

To determine strategic development options for NTU «KhPI» in the context of the QS WUR global ranking, taking into account both external and internal factors, the analytical strategic planning tool TOWS analysis was applied.

Based on the conducted TOWS analysis [15], four interrelated strategic directions for the university's development were identified.

1. Using scientific and educational potential to realise global opportunities (SO-strategy). This direction is linked to active utilisation of the university's strengths, such as a strong scientific school, highly qualified teaching staff, and the presence of international double-degree programmes and academic mobility projects. The main objective is to expand NTU «KhPI» participation in international research projects, increase joint publications in journals indexed in Scopus and Web of Science, and promote innovative English-taught educational programmes. Implementation of these measures will enhance the Academic Reputation and International Research Network indicators, which have significant weight in the QS WUR ranking.

2. Overcoming internal limitations through external opportunities (WO-strategy). This direction involves addressing internal weaknesses by leveraging external environment opportunities. Key success factors include strengthening international communication, increasing the university's visibility in the global digital space, and forming a positive image of KhPI as a modern scientific and educational centre. It is advisable to create an integrated English-language PR strategy to promote the university among QS experts and potential partners. At the same time, it is necessary to activate alumni participation in global professional networks by creating an Alumni platform for collecting Employment Outcomes data. Another important element is the digitalisation of publication activity and citation monitoring, improving the analytical efficiency of ranking data preparation.

3. Using scientific and educational advantages to minimise external threats (ST-strategy). This direction focuses on leveraging the university's strengths to reduce the impact of external negative factors, such as increased regional competition, funding instability, and student and faculty migration. Key tasks include developing strategic partnerships with leading global universities, establishing interregional and international research laboratories, and engaging industrial partners in joint innovation projects. An essential component is the formation of a reputational package for participation in the QS Academic Survey, emphasising the unique engineering and technological competencies of NTU «KhPI».

4. Minimising internal weaknesses and avoiding risks (WT-strategy). This strategic direction is aimed at stabilising internal management processes and enhancing the university's resilience to external challenges. The main tasks include developing an anti-crisis digital transformation strategy, optimising internal data collection mechanisms for rankings, and implementing an internal rating system for departments and institutes based on QS WUR criteria. Additionally, it is necessary to diversify funding sources through increased participation in grant programmes, business partnerships, and corporate education projects. This will reduce dependence on state funding and ensure the university's sustainable development even under economic instability.

Thus, the implementation of these strategic directions will contribute to increasing NTU «KhPI» competitiveness in the global educational space in the medium term, improving indicators of key QS WUR metrics (Academic Reputation, Employer Reputation, Citations per Faculty, Internationalisation), and strengthening the university's reputation as one of Ukraine's and Europe's leading educational and research centres.

To provide recommendations to the university's administration for improving its QS WUR ranking indicators according to the defined directions, a recommendation formation model was developed, presented in Figure 3.

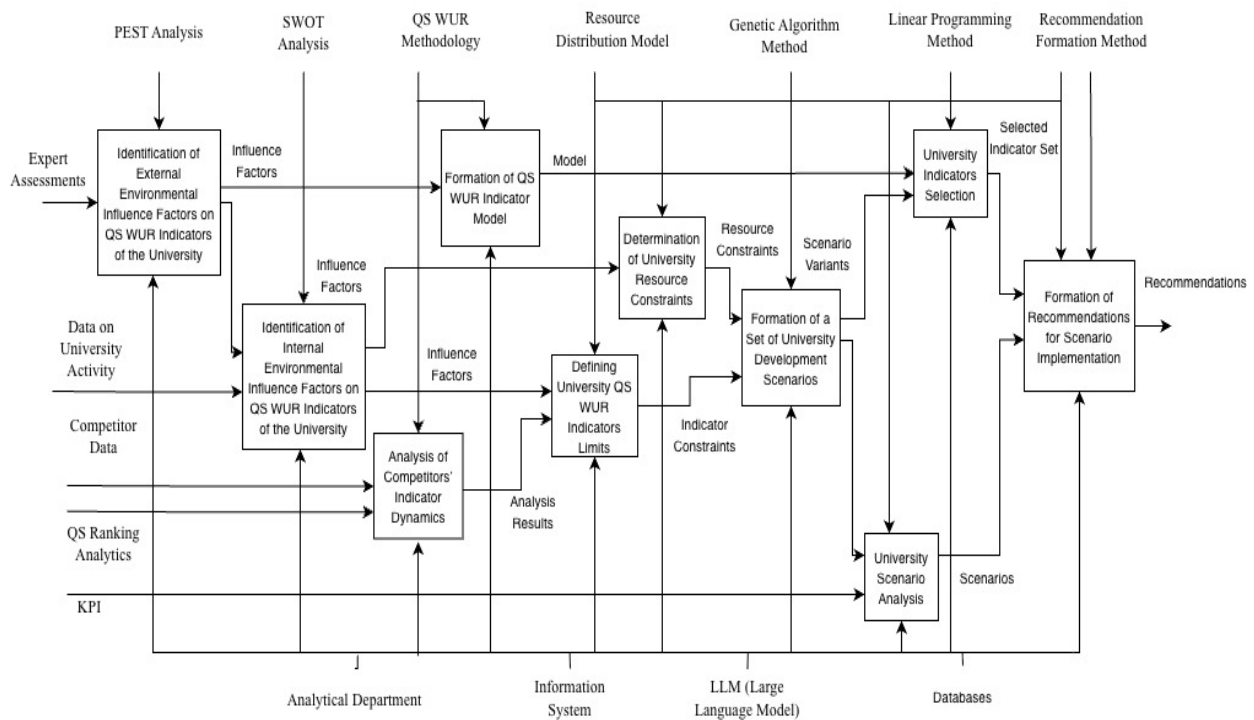


Fig. 3. Business process model for forming recommendations to improve HEI performance in the QS WUR ranking

The developed model in IDEF0 notation represents an integrated process of forming recommendations aimed at improving HEI positions in the QS WUR ranking. The model describes the interaction between the analytical department, information system, intelligent module (LLM), and databases that provide comprehensive support for managerial decision-making.

The main goal of the model is to enhance the effectiveness of university strategic management through the use of analytical and optimisation methods (PEST, SWOT analysis, TOWS analysis, linear programming, genetic algorithms) to generate well-grounded recommendations for improving QS WUR indicators.

The model's input flows include data on HEI activities, publication activity statistics, staff composition, international cooperation, employer engagement, and student mobility. Data on competitor universities comprise information about selected HEIs' indicators used for comparative analysis. Expert evaluations are the results of surveys of internal and external experts on the university's strengths and weaknesses.

The controlling influences include the QS WUR methodology, which defines the structure of indicators, weighting coefficients, and evaluation methods, as well as the university's KPIs aligned with its development strategy. The management function is performed by QS WUR analytics, which set the benchmarks for improving specific indicators.

The main functional blocks of the model that form the logical sequence of actions are as follows:

1. Formation of the QS WUR indicator model. Integration of data collection and processing results on HEI activities, allowing the creation of a QS WUR indicator structure relevant to a specific university (NTU «KhPI») and assessment of its current state.

2. Identification of external environmental factors (PESTLE analysis). At this stage, political, economic, social, and technological factors influencing university performance and QS WUR position are analysed.

3. Identification of internal environmental factors (SWOT-analysis). Internal strengths and weaknesses of the HEI are examined, including human resources, research quality, international cooperation, and the level of digitalisation.

4. Determination of HEI resource constraints and indicators. The resource allocation model defines possible limits for funding, staffing, publication activity, and other resources.

5. Formation of HEI development scenarios. Using an evolutionary approach, possible university development scenarios are generated considering constraints and QS WUR target indicators.

6. Selection of the optimal set of indicators. The optimisation procedure determines the most effective combination of indicators that ensures the maximum increase in ranking score within the available resources.

7. Formulation of recommendations for scenario implementation. Based on the scenario analysis results, specific recommendations for university management are formed (for example, increasing the share of international students, raising the number of publications in leading scientometric databases, and developing partnership programmes).

The model's outcome is a set of recommendations that includes: priority development areas, optimal resource-use scenarios, forecasts of expected QS WUR indicator improvements, and analytical evaluation of the proposed decisions' effectiveness.

The model will be integrated with the university's information system, databases, and LLM (Large Language Model) module. This approach ensures adaptability and self-learning of the system as historical data accumulates.

The proposed model for forming recommendations to improve HEI performance in the QS WUR ranking serves as the systemic foundation of a recommendation management system, integrating strategic analysis methods and artificial intelligence. Implementing such a model allows automation of managerial decision-making, enhances the effectiveness of research, educational, and international activities, and ensures sustainable growth of HEI positions in the QS WUR ranking.

Conclusions

The proposed study is timely and practically significant, as it combines modern business process modelling methods for the strategic development of Ukraine's higher education system. The developed model enables a comprehensive assessment of external and internal factors affecting HEI ranking indicators. Based on the obtained data, a model for forming recommendations to improve HEI performance in the QS WUR ranking has been created, which defines the relationships between individual indicators according to the QS WUR methodology and HEI activities.

The main functions of the model encompass resource allocation using genetic algorithms and linear programming methods to search for optimal HEI development scenarios, considering resource constraints and university management priorities. The integration of an LLM ensures intelligent data analysis, automatic scenario generation, and synthesis of recommendations. The model allows for the creation of scientifically grounded recommendations to enhance university performance and provides feedback for the analytical department and HEI information system.

Thus, the proposed model is a comprehensive tool for systematising the factors influencing ranking indicators, identifying priority development directions, optimising resource allocation, and forming managerial decisions for university leadership. The implementation of the proposed model will create the prerequisites for increasing HEI competitiveness in the global educational and research environment.

Bibliography

1. QS Quacquarelli Symonds. QS World University Rankings. URL: <https://support.qs.com/hc/en-gb/articles/4405955370898-QS-World-University-Rankings>
2. Times Higher Education. World University Rankings 2025 methodology. URL: <https://www.timeshighereducation.com/content/impact-participation>
3. Ратушняк Т.В., Омельчук А.А., Гладченко О.В., Хом'як А.В., Хоцкіна С.М. Інклюзивний вебдизайн: стандарти та цифрові інструменти тестування доступності вебсайту. *Прикладні питання математичного моделювання*. 2024. Т. 7, № 2. С. 189–206. <https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-2-17>
4. Muñoz-Suárez M., Guadalajara N., Osca J.M. A comparative analysis between global university rankings and environmental sustainability of universities. *Sustainability*. 2020. Т. 12(14). P. 5759. <https://doi.org/10.3390/su12145759>
5. Lugovyi V., Slyusarenko O., Talanova Z. Universities of Ukraine in the light of the QS World University Rankings: Comparative analysis. *Education: Modern Discourses*. 2024. № 6. P. 101–118. <https://doi.org/10.37472/2617-3107-2023-6-09>
6. Hladchenko M. Ukrainian universities in QS World University Rankings: When the means become ends. *Scientometrics*. 2025. Т. 130. P. 969–997. <https://doi.org/10.1007/s11192-024-05165-2>
7. Abdul-Majeed G., Saleem E.A., Smaït D.A. Implementation of a new research indicator to QS ranking system. *Scientometrics*. 2023. Т. 128. P. 1351–1365. <https://doi.org/10.1007/s11192-022-04611-3>
8. Pietrucha J. Country-specific determinants of world university rankings. *Scientometrics*. 2018. Т. 114. P. 1129–1139. <https://doi.org/10.1007/s11192-017-2634-1>
9. Selten F., Neylon C., Huang C.-K., Groth P. A longitudinal analysis of university rankings. *Quantitative Science Studies*. 2020. Т. 1(3). P. 1109–1135. https://doi.org/10.1162/qss_a_00052
10. Marginson S., van der Wende M. To rank or to be ranked: The impact of global rankings in higher education. *Journal of Studies in International Education*. 2007. Т. 11(3–4). P. 306–329. <https://doi.org/10.1177/1028315307303544>
11. Wen Y., Zhao X., Li X., Zang Y. Explaining the paradox of world university rankings in China: Higher education sustainability analysis with sentiment analysis and LDA topic modeling. *Sustainability*. 2023. Т. 15. P. 5003. <https://doi.org/10.3390/su15065003>
12. Pérez-Esparrells C., Orduna-Malea E. Do technical universities exhibit distinct behaviour in global university rankings? A Times Higher Education (THE) case study. *Journal of Engineering and Technology Management*. 2018. Т. 48. P. 97–108. <https://doi.org/10.1016/j.jengtecman.2018.04.007>
13. Kung W. Using the PESTEL analysis to determine the effectiveness of new digital media strategies. *Advances in Economics, Management and Political Sciences*. 2023. Т. 5. P. 19–25. <https://doi.org/10.54254/2754-1169/5/20220054>
14. Grinchenko M., Shaposhnikov M. Analysis of higher education institutions' performance indicators based on QS World University Rankings assessment. *Visnyk Natsionalnoho Tekhnichnoho Universytetu «KhPI». Seriya: Stratehichne upravlinnia, upravlinnia portfeliamy, prohramamy ta proektamy*. 2024. № 2(9). P. 16–26. <https://doi.org/10.20998/2413-3000.2024.9.3>
15. Gonan Božac M. SWOT analysis and TOWS matrix – Similarities and differences. *Economic Research – Ekonomiska Istraživanja*. 2008. Т. 21(1). P. 19–34. URL: <https://hrcak.srce.hr/21453>

References

1. QS Quacquarelli Symonds. (n.d.). *QS World University Rankings*. Retrieved from <https://support.qs.com/hc/en-gb/articles/4405955370898-QS-World-University-Rankings> [in English].
2. Times Higher Education. (2025). *World University Rankings 2025 methodology*. Retrieved from <https://www.timeshighereducation.com/content/impact-participation> [in English].
3. Ratushniak, T.V., Omelchuk, A.A., Hladchenko, O.V., Khomyak, A.V., & Khotskina, S.M. (2024). Inkliuzyvnyi vebdizain: standarty ta tsyfrovi instrumenty testuvannia dostupnosti vebсайту [Inclusive web design: Standards and digital tools for testing website accessibility]. *Prykladni pytannia matematychnoho modeliuвання*, 7(2), 189–206. <https://doi.org/10.32782/mathematical-modelling/2024-7-2-17> [in Ukrainian].
4. Muñoz-Suárez, M., Guadalajara, N., & Osca, J.M. (2020). A comparative analysis between global university rankings and environmental sustainability of universities. *Sustainability*, 12(14), 5759. <https://doi.org/10.3390/su12145759> [in English].

5. Lugovyi, V., Slyusarenko, O., & Talanova, Z. (2024). Universities of Ukraine in the light of the QS World University Rankings: Comparative analysis. *Education: Modern Discourses*, 6, 101–118. <https://doi.org/10.37472/2617-3107-2023-6-09> [in English].
6. Hladchenko, M. (2025). Ukrainian universities in QS World University Rankings: When the means become ends. *Scientometrics*, 130, 969–997. <https://doi.org/10.1007/s11192-024-05165-2> [in English].
7. Abdul-Majeed, G., Saleem, E.A., & Smaït, D.A. (2023). Implementation of a new research indicator to QS ranking system. *Scientometrics*, 128, 1351–1365. <https://doi.org/10.1007/s11192-022-04611-3> [in English].
8. Pietrucha, J. (2018). Country-specific determinants of world university rankings. *Scientometrics*, 114, 1129–1139. <https://doi.org/10.1007/s11192-017-2634-1> [in English].
9. Selten, F., Neylon, C., Huang, C.-K., & Groth, P. (2020). A longitudinal analysis of university rankings. *Quantitative Science Studies*, 1(3), 1109–1135. https://doi.org/10.1162/qss_a_00052 [in English].
10. Marginson, S., & van der Wende, M. (2007). To rank or to be ranked: The impact of global rankings in higher education. *Journal of Studies in International Education*, 11(3–4), 306–329. <https://doi.org/10.1177/1028315307303544> [in English].
11. Wen, Y., Zhao, X., Li, X., & Zang, Y. (2023). Explaining the paradox of world university rankings in China: Higher education sustainability analysis with sentiment analysis and LDA topic modeling. *Sustainability*, 15, 5003. <https://doi.org/10.3390/su15065003> [in English].
12. Pérez-Esparrells, C., & Orduna-Malea, E. (2018). Do technical universities exhibit distinct behaviour in global university rankings? A Times Higher Education (THE) case study. *Journal of Engineering and Technology Management*, 48, 97–108. <https://doi.org/10.1016/j.jengtecman.2018.04.007> [in English].
13. Kung, W. (2023). Using the PESTEL analysis to determine the effectiveness of new digital media strategies. *Advances in Economics, Management and Political Sciences*, 5, 19–25. <https://doi.org/10.54254/2754-1169/5/20220054> [in English].
14. Grinchenko, M., & Shaposhnikov, M. (2024). Analysis of higher education institutions' performance indicators based on QS World University Rankings assessment. *Visnyk Natsionalnoho Tekhnichnoho Universytetu «KhPI». Seriya: Stratehichne upravlinnia, upravlinnia portfeliamy, prohramamy ta proektamy*, 2(9), 16–26. <https://doi.org/10.20998/2413-3000.2024.9.3> [in English].
15. Gonan Božac, M. (2008). SWOT analysis and TOWS matrix – Similarities and differences. *Economic Research – Ekonomska Istraživanja*, 21(1), 19–34. Retrieved from <https://hrcak.srce.hr/21453> [in Croatian].

Шапошніков Микита Ігорович – аспірант кафедри управління проектами в інформаційних технологіях Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». E-mail: nikshaposhnikov01@gmail.com, ORCID: 0009-0007-8737-2083.

Гринченко Марина Анатоліївна – к.т.н., доцент, завідувачка кафедри управління проектами в інформаційних технологіях Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». E-mail: marinagrunchenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8383-2675.

Shaposhnikov Mykyta Igorovych – Postgraduate Student at the Department of Project Management in Information Technologies of the National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute». E-mail: nikshaposhnikov01@gmail.com, ORCID: 0009-0007-8737-2083.

Grinchenko Marina Anatoliiovna – PhD in Information of Technical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Project Management in Information Technologies of the National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute». E-mail: marinagrunchenko@gmail.com, ORCID: 0000-0002-8383-2675.

Дата надходження статті: 27.10.2025

Дата прийняття статті: 08.12.2025

Опубліковано: 30.12.2025



YU.O. SHELIKHOV, N.G. AXAK
Kharkiv National University of Radio Electronics

MICROSERVICE-BASED ADAPTIVE INDOOR MICROCLIMATE CONTROL SYSTEM USING LSTM FORECASTING

Maintaining stable indoor microclimate conditions is a critical challenge in smart buildings, precision agriculture, and industrial environments, where traditional centralized control systems often fail to provide sufficient flexibility, scalability, and resilience under dynamically changing conditions. This study proposes a microservice-based adaptive microclimate control system that integrates real-time IoT sensing, distributed service orchestration, and machine-learning-driven forecasting to enable proactive environmental management.

The research methodology combines system-level domain analysis, architectural decomposition into autonomous microservices, implementation of lightweight communication mechanisms based on REST and MQTT protocols, containerized deployment using Docker technologies, and empirical evaluation of a functional prototype. The proposed system architecture separates data acquisition, storage, analytics, decision-making, actuator control, and monitoring into independent services, ensuring loose coupling, fault isolation, and independent horizontal scaling. Such decomposition enables continuous system evolution and flexible adaptation to varying operational scenarios without service interruption.

A central contribution of the work is the integration of an analytical microservice utilizing Long Short-Term Memory (LSTM) neural networks for forecasting temperature and humidity parameters. Sensor streams undergo preprocessing, normalization, and aggregation before being used for predictive modeling, allowing the control subsystem to anticipate future environmental changes and execute preventive actions rather than reactive responses.

Experimental evaluation demonstrated stable system performance with end-to-end response latency below two seconds under realistic workloads. The forecasting module achieved strong predictive accuracy, with determination coefficients of approximately $R^2 = 0.90$ for temperature and $R^2 = 0.94$ for humidity, while maintaining low prediction errors (MAE of 0.21 °C and 0.56 %, respectively). These results confirm that integrating predictive analytics into a microservice architecture significantly improves environmental stability and energy efficiency.

The proposed approach demonstrates the feasibility and practical effectiveness of combining microservice-based software engineering principles with intelligent data-driven control strategies. The developed solution is suitable for deployment in smart buildings, indoor farms, and industrial facilities requiring scalable, resilient, and adaptive microclimate management systems.

Key words: microservice architecture, monitoring, neural network, distributed systems, machine learning, IoT.

Ю.О. ШЕЛІХОВ, Н.Г. АКСАК
Харківський національний університет радіоелектроніки

МІКРОСЕРВІСНА СИСТЕМА АДАПТИВНОГО КЕРУВАННЯ МІКРОКЛІМАТОМ ПРИМІЩЕНЬ НА ОСНОВІ LSTM-ПРОГНОЗУВАННЯ

Підтримання стабільних параметрів мікроклімату є критично важливим завданням для розумних будівель, систем закритого землеробства та промислових об'єктів, де традиційні централізовані системи керування часто не забезпечують необхідної гнучкості, масштабованості та відмовостійкості в умовах динамічних змін зовнішнього середовища. У роботі запропоновано мікросервісну систему адаптивного керування мікрокліматом, яка поєднує реальний збір даних із IoT-сенсорів, розподілену взаємодію сервісів та прогнозування на основі методів машинного навчання для реалізації проактивного керування параметрами середовища.

Методологія дослідження включає системний аналіз предметної області, архітектурну декомпозицію системи на автономні мікросервіси, використання протоколів REST та MQTT для обміну даними, контейнеризацію компонентів засобами Docker, а також експериментальне тестування реалізованого прототипу. Запропонована архітектура передбачає розділення функцій збору даних, зберігання, аналітики, формування керувальних рішень, керування виконавчими пристроями та моніторингу, що забезпечує слабку зв'язаність компонентів, локалізацію відмов і можливість незалежного масштабування сервісів.

Ключовим внеском роботи є реалізація аналітичного модуля на основі рекурентних нейронних мереж типу Long Short-Term Memory (LSTM), що дозволяє прогнозувати температуру та вологість на основі історичних часових рядів. Попередня обробка даних включає фільтрацію, нормалізацію та агрегування показників, після чого модель формує прогноз майбутніх значень, що забезпечує перехід від реактивного до проактивного керування мікрокліматом.

Експериментальна оцінка підтвердила стабільну роботу системи із середньою затримкою реакції менш ніж дві секунди. Модель прогнозування продемонструвала високу точність: коефіцієнт детермінації $R^2 \approx 0,90$

для температури та $R^2 \approx 0,94$ для вологості при середній абсолютній похибці MAE 0,21 °C і 0,56 % відповідно. Отримані результати підтверджують, що використання прогнозової аналітики в поєднанні з мікросервісною архітектурою дозволяє підвищити стабільність параметрів середовища та енергоефективність системи.

Запропонований підхід демонструє практичну ефективність інтеграції принципів мікросервісної архітектури з інтелектуальними методами аналізу даних і може бути використаний у розумних будівлях, вертикальних фермах і промислових середовищах, де необхідне масштабоване та адаптивне керування мікрокліматом.

Ключові слова: мікросервісна архітектура, моніторинг, нейронна мережа, розподілені системи, машинне навчання, IoT.

Problem Statement

Ensuring stable indoor microclimate conditions is an essential requirement for modern intelligent environments such as smart buildings, vertical farms, industrial facilities, and controlled agricultural systems. Maintaining optimal environmental parameters – including temperature, humidity, carbon dioxide concentration, and lighting – directly affects human comfort, productivity, technological process stability, and energy efficiency.

Traditional automation systems are typically based on centralized architectures. While suitable for static or low-variability conditions, they often demonstrate limited adaptability, insufficient responsiveness to rapid environmental changes, poor scalability, and low fault tolerance. These limitations hinder their effectiveness in dynamic environments characterized by continuous sensor data streams and rapidly changing external conditions.

Recent technological advances – particularly in the Internet of Things (IoT), edge computing, cloud infrastructure, and artificial intelligence – have enabled the development of distributed intelligent control systems capable of real-time monitoring and autonomous decision-making. Among the architectural paradigms, microservice architecture has emerged as an effective approach for building scalable and modular distributed systems by decomposing functionality into loosely coupled services responsible for data acquisition, analytics, decision logic, and actuator control.

The relevance of applying a microservice-based approach to adaptive microclimate control is grounded in its flexibility, scalability, seamless integration with IoT and cloud/edge infrastructures, improved fault tolerance, and support for predictive analytics. These properties make it possible to transition from reactive regulation strategies toward proactive environmental management.

However, existing solutions often address either architectural design aspects or predictive modeling techniques separately, while integrated approaches that combine microservice-based system engineering with data-driven forecasting remain insufficiently explored. This creates a gap between scalable distributed system design and intelligent adaptive control mechanisms.

Therefore, the unresolved issue lies in the lack of an integrated solution that combines scalable microservice-based architecture with predictive time-series analytics to enable proactive environmental regulation. This gap defines the scientific and engineering challenge addressed in this study.

Analysis of Recent Research and Publications

Microservice architecture enables the decomposition of a system into independent, loosely coupled services with clearly defined responsibilities. In microclimate control, this architectural style allows separate services to manage data acquisition from sensors, process and analyze environmental data, make control decisions, and interact with actuators and users. Such decomposition increases modularity, scalability, and fault tolerance while facilitating continuous system evolution. For example, Haque et al. [1] implemented a climate control system where each functional unit—data collection, analytics, and user interface—operated as an independent service, significantly simplifying development and maintenance. Similarly, a BEMS refactored into microservices demonstrated the ability to manage over 3200 devices compared to only 400 in its monolithic predecessor, owing to improved load balancing [1].

Microservice-based architectures also improve system resilience. Failures of individual services, such as logging or analytics modules, do not compromise the operation of critical components

like device control services, thereby preventing cascading system-wide disruptions [1]. This architectural advantage is increasingly relevant in distributed and dynamic environments such as precision agriculture or smart buildings.

Several practical implementations confirm the feasibility of using microservices in intelligent control platforms. The IRRISENS system [2], designed for agricultural irrigation management, was built entirely on microservices. Each farm facility ran its services to gather soil, crops, and weather data, perform forecasting based on evapotranspiration models, and issue irrigation commands. Integration with FIWARE's ORION Context Broker enabled orchestration and interoperability across cloud services. The system was successfully tested on four commercial farms, demonstrating efficiency in water usage and data security through tenant isolation [2].

In smart indoor farming, machine learning methods have become integral for achieving adaptive climate control. A notable example is presented in [3], where Q-learning is employed to train an agent that optimizes temperature and humidity by interacting with the environment and receiving rewards based on performance. This approach allows the system to adapt dynamically to changing conditions without requiring a predefined analytical model. Another contribution [4] outlines a modular architecture with dedicated subsystems for data collection, decision-making, actuator control, and monitoring, which supports the integration of AI components, including Q-learning, and emphasizes system flexibility through detailed UML-based design.

Sensor data must undergo preprocessing to ensure the reliability and effectiveness of control decisions. Studies show that crucial techniques include noise filtering, data aggregation, and multi-sensor fusion. For instance, edge-level filtering using moving averages or Kalman filters reduces unnecessary data transmission and network load [5]. Aggregation methods combine readings over time or from multiple sensors, providing meaningful summaries without flooding the cloud with raw data [5]. Fusion techniques combine data types—such as temperature and humidity—to derive more informative indicators like vapor pressure deficit (VPD). In [6], such fusion is performed at the fog computing level in a real aeroponic greenhouse, with processed results stored in the cloud and made accessible via mobile applications. Another case, described by Rezvani et al. [7], presents a fuzzy inference system that combines multiple climate parameters into an Optimality Degree index, offering a clear assessment of greenhouse conditions for tomato cultivation.

Many modern systems adopt multi-level processing architectures (edge–fog–cloud) to balance speed and computational load. In a four-layer architecture described in [6], data collected by sensors is initially processed at fog nodes, enabling real-time responses, and then transmitted to the cloud for long-term analytics and visualization. This design ensures system resilience, allowing local decision-making even during temporary network outages.

Machine learning plays a central role in predictive and adaptive climate control. Recurrent neural networks such as LSTM have been used to forecast temperature and humidity accurately. Thwin et al. [8] developed a multi-step LSTM model for greenhouse climate prediction, achieving $R^2 \approx 0.98$ with RMSE ~ 0.49 , and maintaining optimal conditions even under external heat stress. A hybrid approach combining LSTM and SVM was also tested for simultaneous forecasting and classification of environmental conditions, demonstrating superior performance compared to classical algorithms [8]. In addition to forecasting, classification models help the system recognize states such as overheating or equipment failure, and trigger appropriate responses. Online learning and model adaptation techniques ensure long-term robustness by continuously updating parameters. For instance, Van Henten et al. applied an Extended Kalman Filter to identify changing system dynamics, improving model accuracy over time. Meanwhile, neural networks with transfer learning capabilities can adjust to new conditions during operation [9]. Reinforcement learning methods have also shown promising results in selecting optimal control strategies under uncertainty, balancing environmental comfort with energy efficiency [10].

These findings underscore the transformative potential of intelligent microclimate systems that combine IoT infrastructure with AI capabilities. Such systems reduce human intervention, enhance sustainability, and offer practical benefits in precision agriculture, green buildings, and indoor farming.

Ongoing research ranges from conceptual designs to applied solutions. Theoretical contributions often explore orchestration frameworks and adaptive architectures. One example is a three-layer design for green buildings that adapts its structure at runtime using ML-based rules, successfully tested at the CIESOL facility in Spain [11]. On the other hand, real-world deployments like IRRIS-ENS [2] and the Adaptive Greenhouse system [8] confirm the effectiveness of these technologies in diverse operational contexts, while revealing practical challenges in wireless communication, sensor autonomy, and cybersecurity. Nonetheless, these implementations consistently report measurable improvements in water conservation, energy efficiency, and crop productivity, demonstrating the real-world impact of microservice-based adaptive climate control.

Aim of the Study

The aim of this research is to develop and experimentally validate an integrated microservice-based adaptive microclimate control system that combines distributed IoT-driven data acquisition with LSTM-based predictive analytics in order to enable proactive environmental regulation, improve system scalability, and enhance energy efficiency.

To achieve this aim, the following research objectives were defined:

- to design a modular microservice architecture ensuring functional decomposition and fault isolation;
- to implement real-time data ingestion, storage, and monitoring services;
- to develop and integrate an LSTM-based forecasting model for temperature and humidity prediction;
- to evaluate forecasting accuracy and system latency under realistic operational conditions.

Designing a microservice system for adaptive microclimate control

In the system, each microservice is an independent software component that performs a clearly defined function, such as ventilation, heating, or lighting control. These services are built on the principle of autonomy: they have their logic and a separate API and do not depend on the internal implementation of other system parts. Their specialization allows you to focus on tasks such as temperature control, humidity monitoring, or CO₂ readings. All system components interact via lightweight protocols (REST, MQTT, WebSocket), which provide flexibility in integration and data exchange.

Thanks to the microservice approach, this system is easily scalable – new services can be added without stopping the main infrastructure, and existing services can be updated or replaced independently. The system's adaptability is manifested in each service's ability to dynamically respond to changing external conditions, such as air temperature or the presence of people. For example, a temperature control service regulates the operation of heaters by receiving up-to-date readings from thermal sensors. At the same time, a humidity module is responsible for humidifying or dehumidifying the air based on humidity data. At the same time, another microservice can monitor the CO₂ level, automatically activating ventilation when the permissible threshold is exceeded.

Another critical component is the energy efficiency module, which analyzes energy consumption and adapts the operating mode of devices based on the schedule or presence of users. Integration with IoT allows the system to control smart appliances, such as opening or closing blinds to regulate the lighting and heat load level. The advantages of this architecture are flexibility in development, high fault tolerance (an error in one service does not affect the operation of others), ease of scaling, and the ability to use different technologies within one system.

As a result, microservice architecture provides adaptive, reliable, and efficient microclimate control in smart buildings, greenhouses, or industrial facilities where precise response to environmental changes is essential.

A detailed development plan for a microservice adaptive climate control system covers all key stages of design, implementation, and deployment, allowing for a systematic approach to creating

an intelligent, flexible, and scalable system with high adaptability. At the initial stage, an analysis of functional requirements is performed, particularly determining the environmental parameters that need to be controlled: temperature, humidity, CO₂ content, and lighting level. In parallel, the types of actuators are established, including heaters, air conditioners, humidifiers, ventilation units, and lighting systems. Next, an appropriate architectural approach is selected, and in this context, microservice architecture is the most suitable, as it provides for the independence of individual system components. The main functional blocks are defined: data collection, storage, analytics, device management, API, and monitoring services. To visualize the interactions between them, a generalized data flow diagram is created, taking into account the types of communication – both synchronous (REST) and asynchronous (event queues, MQTT).

Microservices design involves the implementation of specialized components: a temperature service that processes data from temperature sensors and regulates the operation of heaters or air conditioners; a humidity service that interacts with the corresponding sensors and controls humidifiers or dehumidifiers; a CO₂ module that monitors carbon dioxide and activates ventilation when the threshold is exceeded; a lighting service that regulates artificial lighting or bright curtains; an analytical service that aggregates data, detects anomalies, and performs predictions based on machine learning algorithms; and a device controller that acts as an intermediary between analytics and performers.

Communication between services is organized through standardized REST APIs or gRPC interfaces. Data exchange uses HTTP/HTTPS, MQTT (for IoT devices), and RabbitMQ or Kafka for asynchronous event exchange. API protection is provided using JWT tokens, HTTPS encryption, and role-based access control (RBAC) mechanisms.

At the data processing level, the system collects information in real time with subsequent filtering and normalization. Historical data is stored in time-series databases (InfluxDB, TimescaleDB), while metadata is stored in the PostgreSQL relational database. Decision-making uses rule-based algorithms and machine learning models, including LSTM, regression, and classification methods.

Integration with sensor and executive infrastructure is carried out via MQTT brokers and standard protocols such as Modbus, Zigbee, or Wi-Fi. Device control uses HTTP requests, GPIO, or MQTT, with a response time of no more than two seconds.

Scalability and reliability of the system are achieved through containerization of all services in Docker, with the possibility of centralized orchestration using Docker Compose or Kubernetes. Prometheus and Grafana are used for monitoring, and an alert system is used to detect failures. Logging is carried out centrally via NLog or the ELK stack.

At the final stage, testing is carried out – both modular and integration, as well as load testing using tools such as JMeter. The system is deployed via CI/CD pipelines, separated into environments for testing and productive operation. This approach guarantees adaptability, reliability, and convenient integration of the developed system into existing infrastructures of an innovative environment.

Developing a microservice adaptive microclimate control system involves a precise formulation of functional and non-functional requirements that determine the system's architecture, operating logic, and expected behavior in real operating conditions. At the functional level, the system should collect automated data from temperature, humidity, CO₂, and light sensors, and store this data in a database with an accurate timestamp for further analysis. In addition to accumulating information, the system should be able to make decisions on turning on or off controlled devices, including ventilation equipment, heaters, or other actuators, based on the values obtained.

The user should be able to interact with the system via API, in particular, to receive the current state of the microclimate, view sensor values in real time, and analyze the dynamics of indicators over a specified period. This is implemented using a client application or web interface that allows access to historical data and the results of automatic decisions.

Regarding non-functional requirements, the system should guarantee data processing with minimal delay – no more than two seconds from when the measurement is received to when the corresponding

control decision is made. To achieve high availability and fault tolerance, all microservices are developed as isolated containers that run in a Docker environment and can be independently deployed.

Architecture of the adaptive microclimate control system

It is based on a microservice approach that provides modularity, flexibility, scalability, and high fault tolerance. Each service performs a clearly defined function, allowing individual components to be developed, deployed, and updated independently. Thanks to this approach, the system can easily adapt to changing requirements or expanding functionality, which is especially important in a dynamic environment.

At the center of the architecture is the Sensor Ingestion Service, responsible for receiving and processing data from temperature, humidity, CO₂, and light sensors. This data is transferred as streams or messages to the Analytics Service, which analyzes the indicators, determines deviations from the standard values, detects anomalies, and generates solutions for managing the environment.

The results of the calculations are transferred to the Actuator Control Service, which directly interacts with actuators such as fans, heaters, lighting, or humidifiers and sends commands to turn them on or off according to the current state of the environment and the specified logic. At the same time, all incoming and processed data is recorded in the Storage Service, which ensures that sensor values and system actions are saved with time stamps in the database.

All external requests to the system, including those from user applications or other services, go through the Gateway API, which performs routing, load balancing, authentication, and authorization of access to the relevant microservices. This allows you to control the entry points to the system centrally and ensures the security of communications.

To maintain the operability and diagnose the functioning of components in real time, the Monitoring Service is implemented, which collects technical metrics, records event logs, monitors the load, and allows for a quick response to failures. Thanks to this architecture, the system is functionally flexible and ready to scale and integrate new services or devices without compromising its stability (Fig. 1).

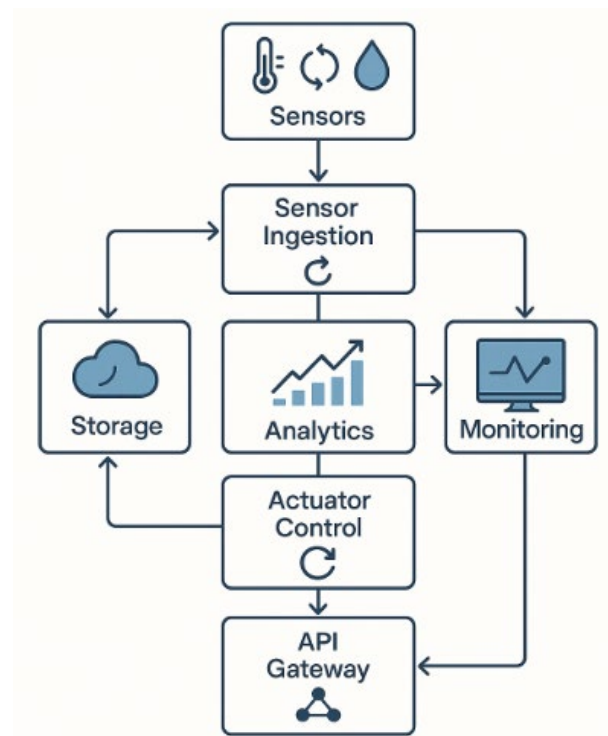


Fig. 1. Architecture of the adaptive climate control system.

Sensors – collect primary data on temperature, humidity, CO₂, and light.

Sensor Ingestion – receives data streams from sensors and redirects them to other services.

Storage – stores incoming data in a database (including for retrospective analysis).

Analytics – processes indicators, detects deviations, performs analysis, and generates decisions.

Actuator Control – controls actuators based on analytics solutions.

API Gateway – provides centralized access to the system's functionality from the outside.

Monitoring – monitors the status of the system and its components.

The arrows between the blocks represent the flow of data and commands, in particular: from sensors to ingestion; from ingestion to storage, analytics, and monitoring; from analytics to actuator control and monitoring; from actuator control to API gateway; and feedback from API gateway to actuator control and monitoring.

Designing a microservice system for adaptive microclimate control

It involves creating separate independent services, each performing a specific function in the overall control structure. This approach allows for high system flexibility, simplifies scaling, testing, and maintenance, and allows for gradual expansion of functionality.

A key role in interacting with physical devices is played by the Sensor Ingestion Service, which is responsible for receiving MQTT messages from IoT sensors that transmit temperature, humidity, light, and CO₂ levels. This service performs preliminary data processing, including normalizing values and checking the correctness of the message structure before transferring them for further analysis and storage.

The received data is transferred to the Storage Service, which is implemented based on the PostgreSQL relational database. All measurements are stored with a precise time reference, which allows tracking changes in parameters over time, conducting retrospective analysis, and using historical data to train predictive models.

The central element of intelligent processing is the Analytics Service, which calculates averages, detects anomalous conditions, and predicts climate parameters using models based on long-term short-term memory (LSTM). The resulting analytical findings form the basis for changing the system's operating modes.

The decisions made are transferred to the Actuator Control Service, which generates commands for environmental control devices, such as heating, ventilation, humidification, or lighting systems. This service is responsible for interacting with real actuators and ensuring that their behavior aligns with current conditions and the recommendations of the analytical module.

The Ocelot-based Gateway API is used to coordinate the interaction between external clients and microservices. It is responsible for authorizing requests via JWT tokens, routing to the corresponding REST API services, and providing load balancing between service instances in case of scaling.

To control the entire system's stability, the Monitoring Service has been implemented, which integrates Prometheus and Grafana monitoring tools. This service allows you to track the technical metrics of each component, create performance graphs, detect deviations, and respond quickly to critical events using an alert system.

These microservices form an interconnected, adaptive, and scalable system that can dynamically respond to microclimate changes and provide effective indoor environmental management.

Figure 2 shows a simplified block diagram of the design of a microservice system for adaptive microclimate control, which shows the main components of the system and the directions of their interaction.

Sensor Ingestion (MQTT → Validation). This microservice receives data from sensors (temperature, humidity, CO₂, etc.) via the MQTT protocol. After receiving the data, it is validated to check its correctness before being transmitted further to the system.

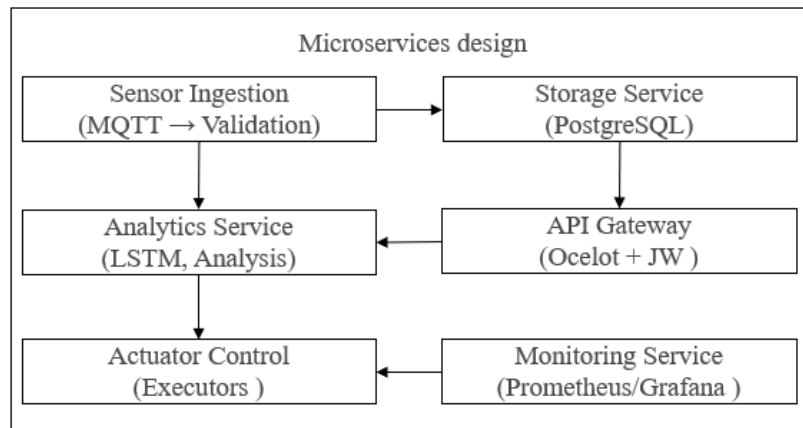


Fig. 2. Block diagram of the design of a microservice system for adaptive microclimate control

Storage Service (PostgreSQL). The received and validated data is transferred to the storage service based on the PostgreSQL relational database. Both current sensor values and historical records are stored here for further analysis.

Analytics Service (LSTM, analysis). This component analyzes the collected data and notably predicts climate parameters using machine learning algorithms (LSTM). Based on the study, a decision is made on actions to change the microclimate.

API Gateway (Ocelot + JWT). API Gateway acts as a gateway for external requests. It authorizes users (in particular, through JWT) and routes requests to the appropriate internal services.

Actuator Control. Based on forecasts or analytics recommendations, this service generates control commands for actuators, such as ventilation, lighting, heating, etc.

Monitoring Service (Prometheus/Grafana). Responsible for monitoring all services, collecting metrics (Prometheus), and visualizing indicators (Grafana). It also monitors the status of actuators and reports failures or anomalies.

The flow begins with receiving data from sensors. The data is stored and transferred to analytics and from there to actuators.

Designing data analysis modules

Data analytics in an adaptive microclimate control system is a key element that enables intelligent decision-making based on real-time sensor information and historical trends. The primary purpose of analytics is not just to process input data, but to identify patterns, predict changes in environmental parameters, and formulate practical management actions. The main functions of analytics. Data pre-processing and cleaning. The system receives the temperature, humidity, CO₂ level, and illumination values in the form of MQTT message streams. The data is filtered (for example, using a moving average or Kalman filter) to eliminate noise, outliers, or anomalous values.

Aggregation and statistical analysis. The processed indicators are aggregated as average, minimum, maximum, or variance values at specified intervals (for example, every minute or every hour). This allows you to reduce the amount of data and identify deviations from normal conditions.

Anomaly detection. The analytics service automatically identifies deviations from typical values based on thresholds or classification methods. For example, it can detect excessive humidity or CO₂ levels, which indicate a ventilation problem or the presence of people in the room.

Prediction of climate parameters. Proactive environmental management uses time-series temperature, humidity, or CO₂ forecasting using an LSTM (Long Short-Term Memory) model. This recurrent neural network is good at dealing with dynamic changes over time. For example, the model can predict a temperature increase in 30 minutes and activate ventilation or reduce lighting in advance.

Generating recommendations. Based on the analysis and forecast, the system creates control strategies as commands for actuators. For example, if the temperature threshold is exceeded, a command is activated to turn on the cooling or open the blinds.

Evaluation of control efficiency. After the commands are executed, the system continues to monitor changes in the environmental parameters, recording whether the desired effect has been achieved. This allows you to analyze the effectiveness of the selected action and use the feedback to train models in the future.

Figure 3 shows a schematic structure of a recurrent neural network of the LSTM (Long Short-Term Memory) type, which consists of serially connected LSTM cells. This type of network can store and update information over long intervals thanks to special memory management mechanisms.

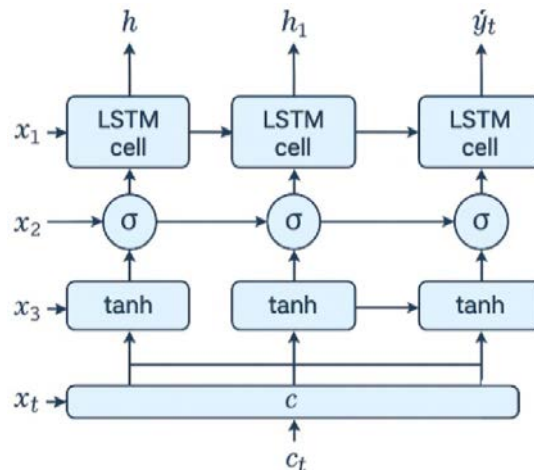


Fig. 3. Structure of a recurrent neural network of the LSTM (Long Short-Term Memory) type

The main elements in the diagram:

- LSTM cell – the central computational unit, which receives as input the feature vector x_t , the internal memory state c_t , and the previous hidden state h_{t-1} at each time step.
- $x_1, x_2, x_3, \dots, x_t$ – sequence of input vectors (e.g., temperature, humidity, etc. measurements in a time series).
- $h, h_1, \hat{y}_t$ – output hidden states or predicted values.
- c_t – internal memory state vector, which carries the main information through the entire sequence and is updated at each step.
- σ – sigmoidal activation function, used in the input, forget, and output gates to determine what information will be retained or discarded.
- $\tanh$ – hyperbolic tangent, normalizing values added to a memory state or generated as output.
- Arrows represent information flows between layers: from left to right, successive time steps; vertical arrows, internal processing within a single cell.

The principle of operation is as follows:

At each time step t , the model receives input x_t , the previous memory state c_{t-1} , and the hidden state h_{t-1} .

Sigmoidal gates (σ) determine which parts of the old state to keep, which to update, and which to pass on.

The hyperbolic function $\tanh$ forms a new proposal to the state, which is combined with the old memory contents.

The updated memory state c_t is passed on to the next LSTM cell.

The output state h_t or $\hat{y}_t$ is passed to the next step as a prediction or feature.

As input, the LSTM model receives a time series of sensor data for the last 30 minutes, which are pre-normalized to a range from 0 to 1 for computational stability. The network architecture starts with an input layer, which accepts a fixed-length data fragment. The basis is one or more LSTM layers with a given number of neurons (for example, 64 or 128), which can save the sequence of initial states. To prevent overtraining, a dropout layer is added, and the final one is a fully connected output layer that generates a forecast for one or more environmental parameters at once.

Depending on the settings, the model can perform single-point forecasting (for example, values in 15 minutes) or multi-step prediction (the next 5–60 minutes ahead). The results are presented as numerical estimates for each parameter – such as predicted temperature or humidity values.

The primary function of such a model is to detect future threshold exceedances before they occur. This allows the system to act proactively, forming recommendations or directly generating control commands for actuators, such as fans, heaters, or automated blinds. As a result, the system responds to current conditions and prevents deterioration in advance, significantly increasing environmental comfort and management energy efficiency.

Python and the Keras, NumPy, and Pandas libraries were used to predict microclimate parameters (temperature and humidity).

Step 1. Data preparation.

Data collection from sensors in CSV format or via API. They contain the following fields: timestamp, temperature, humidity, CO₂, and light.

Several operations were performed for data preprocessing to make the data from the sensors suitable for feeding into the LSTM model. Initially, the data looks like this :

```
timestamp, temperature, humidity, CO2, light
2024-06-01 12:00:00,23.5,48.1,420,300
2024-06-01 12:01:00,23.7,48.0,419,305
```

...

We check that the data has a fixed time interval, for example, 1 minute. We remove anomalous values or noise if there are gaps or uneven distances between records. LSTM learns better when the input data is in the range [0, 1] (minmax-normalization). We save the scaled data set. Now, scaled_df is a uniformly interpolated, cleaned, and scaled array, ready to form sequences for LSTM.

Step 2. Forming training sequences is preparing the data in the format that the LSTM model expects: sequences of fixed length that are fed as input, and the corresponding "targets" (outputs) that the LSTM should predict.

LSTM is trained on sequences of values, not on individual points. For example, to predict the temperature one minute ahead, we feed the previous 30 minutes as input. This is called the observation window.

After scaling, we have an array of dimension: scaled_df → shape: (N, 2), where N is the number of time records, and 2 is the number of features (e.g., temperature + humidity).

Thus, we create X – a three-dimensional array for the model, with dimensions (number of sequences, length of sequence, number of features), and y – a two-dimensional array of target values, with dimensions (number of sequences, number of features)

Let's say we have 100 minutes of data (N = 100), and window_size = 30.

– Number of possible sequences: 100 – 30 = 70

– Each element X[i] is a 30×2 matrix (30 minutes, 2 parameters)

– Each y[i] is a vector of 2 values (at the 31st minute: temperature and humidity)

These X and y are used in model.fit(X, y, ...)

Multi-step forecasting means that instead of predicting a single next value (e.g., temperature in 1 minute), the LSTM model predicts several future values at once – for example, the next 60 minutes (i.e., y will have a size of 60 steps instead of 1).

There are two main approaches:

First. One-to-many (direct forecast)

The model is trained to output a vector of predictions for n next steps simultaneously.

Second. Recursive forecast (step-by-step)

The model forecasts only 1 step, and then uses its forecast as input for the next forecast (accumulating errors!).

The best approach for stability is one-to-many

The format of y changes:

Was: y[i] = data[i + window_size]

Now: y[i] = data[i + window_size : i + window_size + forecast_horizon]

As a result, we get:

X.shape = (N, 30, 2)

y.shape = (N, 60, 2) – that is, 60 future points for each of the two parameters

The graph in Figure 4 compares the actual temperature and the LSTM model forecast for 60 minutes. It allows us to assess the accuracy of the forecast and identify possible deviations in the model's behavior.

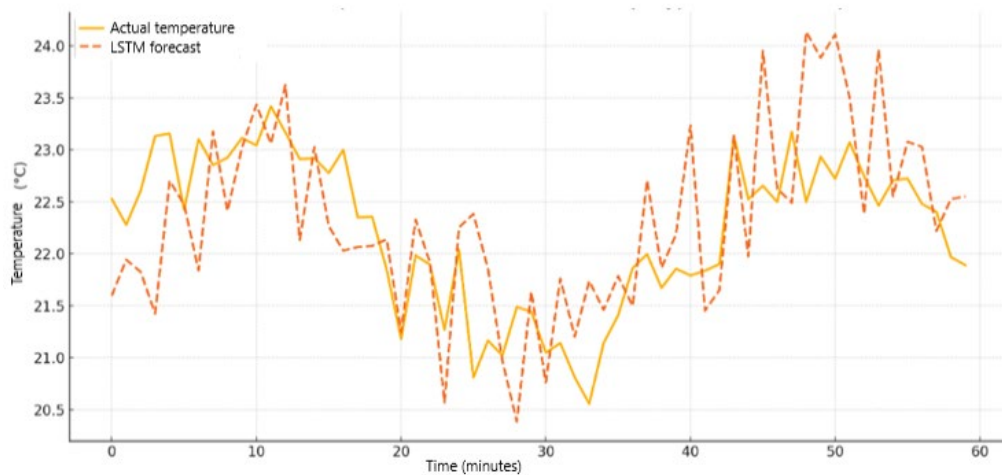


Fig. 4. Comparison between actual temperature and LSTM model forecast for 60 minutes.

The yellow curve shows the actual temperature values obtained from the sensors. The orange curve is the model forecast based on previous data. The LSTM model reproduces the overall temperature dynamics quite accurately. There are slight lags or smoothing of peaks – this is a typical effect for LSTM, which seeks to avoid sudden changes.

The forecast remains within the permissible fluctuations, which indicates good agreement with the real data.

The graph in Figure 5 compares the actual and forecasted humidity values (%) 60 minutes ahead. Such visualization allows us to assess the quality of the LSTM model in different microclimate parameters and identify potential forecast errors for further model improvement.

The yellow line shows the actual humidity values from the devices. The orange line is the model's forecast for 60 minutes ahead. The humidity forecast is slightly more volatile than the temperature forecast. This is because humidity often undergoes sudden changes (for example, turning on a humidifier).

The model tries to predict the general trend, but does not always accurately guess the moment of change. This means it needs to be trained with longer historical windows or supplemented with external features (for example, when a humidifier is turned on).

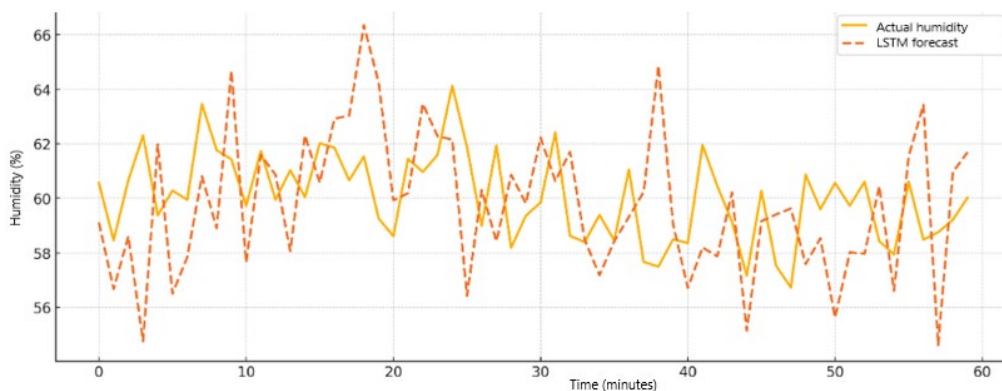


Fig. 5. Comparison between actual and forecasted humidity values (%) 60 minutes ahead

The LSTM model copes effectively with the forecast of trends and smooth changes in climate parameters. It can proactively control the system (for example, cool the air before it gets hot).

To increase the accuracy of the forecast, especially for humidity, it is worth adding other input features or optimizing the model architecture (for example, through attention or ensemble models).

The accuracy of the LSTM model in predicting microclimate parameters 60 minutes ahead was evaluated using standard regression metrics: Mean Absolute Error (MAE), Mean Squared Error (MSE), and the coefficient of determination (R^2).

The model achieved an MAE of 0.2077°C for temperature prediction, indicating a very low average deviation between predicted and actual values. The MSE was 0.0787, which suggests that large deviations were rare, as this metric penalizes significant errors more heavily. The R^2 score reached 0.9019, meaning that the model successfully captured over 90% of the variance in temperature measurements, demonstrating strong predictive performance.

In the case of humidity forecasting, the model performed even better. The MAE was only 0.5588%, and the MSE was 0.5190, both confirming high precision. The R^2 score of 0.9448 indicates that the model explained approximately 94.5% of the variation in humidity values. This highlights the model's ability to capture trends and fluctuations in environmental humidity accurately.

The results show that the LSTM model demonstrates high forecasting accuracy for both parameters. While the R^2 value for temperature is slightly higher, the MAE and MSE values for humidity are more favorable, suggesting greater robustness in humidity prediction. These findings confirm the suitability of LSTM-based forecasting for adaptive control in innovative microclimate systems.

The graph (Fig. 6) shows histograms of the distribution of forecast errors for temperature and humidity.

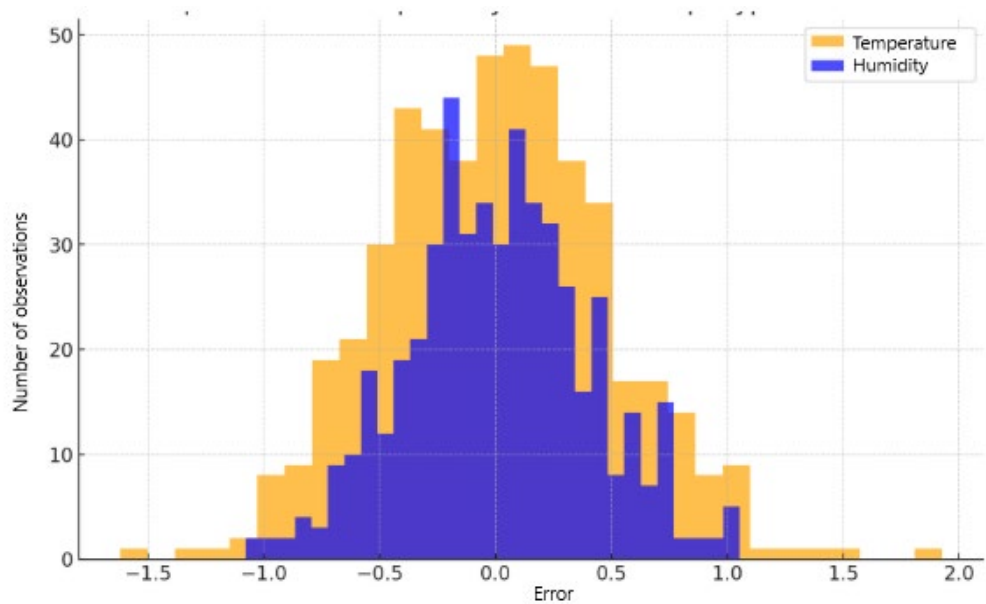


Fig. 6. Histogram of the distribution of forecast errors for temperature and humidity

This histogram shows the distribution of temperature and humidity forecast errors:

- The temperature forecast errors (orange fill) have a roughly normal distribution around zero, indicating that the model has no systematic bias in its temperature forecast.
- The humidity forecast errors (blue fill) also have a symmetric distribution, although slightly less variance, indicating a more stable forecast.

Both distributions are centered within ± 1 , which is a good indication of the model's accuracy.

Conclusions

In this paper, we have implemented a microservice system for adaptive microclimate control, which can automatically adjust environmental parameters (temperature, humidity) based on data obtained from IoT sensors. A modular architecture was used, where each microservice performs a highly specialized function: collection, storage, analytics, device management, and monitoring.

Particular attention was paid to developing an analytical service that predicts microclimate parameters using a recurrent neural network such as LSTM. This made it possible to increase the proactivity of the system: decisions to turn equipment on or off are made not only based on current values, but also taking into account expected changes in the next 60 minutes.

Evaluation of the accuracy of LSTM forecasts showed an acceptable quality of the models for use in practical control systems. The average MAE, MSE, and R^2 values confirm the effectiveness of the applied approaches for different climate parameters.

The system is implemented using containerization technologies (Docker), supports standard protocols for interacting with sensors (MQTT, HTTP), and has monitoring and logging tools, which makes it suitable for deployment in real-world settings such as greenhouses, smart buildings, or industrial premises.

This study demonstrates that a microservice-based adaptive micro-climate control system can proactively maintain environmental parameters by coupling real-time IoT sensing with LSTM-driven forecasting. The modular decomposition of data ingestion, analytics, decision logic, and actuator services guarantees high scalability and fault-tolerance while enabling hot redeployment and horizontal scaling.

Bibliography

1. Hadj Abdelkader O., Bouzebiba H., Pena D., Aguiar A. P. Energy-Efficient IoT-Based Light Control System in Smart Indoor Agriculture. *Sensors*. 2023. T. 23, № 18. C. 7670. DOI: 10.3390/s23187670. PMID: 37765728; PMCID: PMC10534542
2. Lork C., Cubillas M., Ng B. K. K., Yuen C., Tan M. Minimizing electricity cost through intelligent lighting control for indoor plant factories. *IECON 2020 – The 46th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Singapore, 18–21 October 2020. C. 297–302. DOI: 10.1109/IECON43393.2020.9255061
3. Аксак Н., Кушнарьов М., Шеліхов Ю. Інтелектуальне керування мікрокліматом ситі-ферми на основі алгоритму Q-learning. *Advanced Information Technology*. 2024. Т. 1, № 3. С. 12–24. DOI: 10.17721/AIT.2024.1.02
4. Шеліхов Ю. О., Аксак Н. Г. Архітектура системи контролю мікроклімату у замкнутому приміщенні. *Grail of Science*. 2023. № 24 С. 296–301. DOI: <https://doi.org/10.36074/grail-of-science.17.02.2023.055>
5. Afzali S., Bao Y., Van Iersel M. W., Velni J. M. Optimal lighting control in greenhouses using Bayesian neural networks for sunlight prediction. *2022 European Control Conference (ECC)*, London, 12–15 July 2022. C. 1140–1145. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2205.03733>
6. Afzali S., Mosharafian S., Van Iersel M. W., Velni J. M. Optimal lighting control in greenhouses equipped with high-intensity discharge lamps using reinforcement learning. *2021 American Control Conference (ACC)*, New Orleans, 25–28 May 2021. C. 1414–1419. DOI: 10.23919/ACC50511.2021.9482964
7. Mosharafian S., Afzali S., Weaver G. M., Van Iersel M., Velni J. M. Optimal lighting control in greenhouse by incorporating sunlight prediction. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2021. T. 188. C. 106300. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compag.2021.106300>
8. Ajagekar A., Mattson N. S., You F. Energy-efficient AI-based control of semi-closed greenhouses leveraging robust optimization in deep reinforcement learning. *Advances in Applied Energy*. 2023. T. 9. C. 100119. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.adapen.2022.100119>

9. Van Laatum B., Van Henten E. J., Boersma S. GreenLight-Gym: A reinforcement learning benchmark environment for greenhouse crop production control. *arXiv preprint*. 2024. arXiv:2410.05336. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2410.05336>
10. Hati A. J., Singh R. R. Smart indoor farms: Leveraging technological advancements to power a sustainable agricultural revolution. *AgriEngineering*. 2021. T. 3, № 4. C. 728–767. DOI: <https://doi.org/10.3390/agriengineering3040047>
11. Lozano-Castellanos, L. F., Navas-Gracia, L. M., Lozano-Castellanos, I. C., Correa-Guimaraes, A. Technologies Applied to Artificial Lighting in Indoor Agriculture: A Review. *Sustainability*. 2025. T. 17, № 7. C. 3196. DOI: <https://doi.org/10.3390/su17073196>

References

1. Hadj Abdelkader, O., Bouzebiba, H., Pena, D., & Aguiar, A. P. (2023). Energy-efficient IoT-based light control system in smart indoor agriculture. *Sensors*, 23(18), 7670. <https://doi.org/10.3390/s23187670> [in English].
2. Lork, C., Cubillas, M., Ng, B. K. K., Yuen, C., & Tan, M. (2020). Minimizing electricity cost through intelligent lighting control for indoor plant factories. In *IECON 2020 – The 46th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society* (pp. 297–302). <https://doi.org/10.1109/IECON43393.2020.9255061> [in English].
3. Aksak, N., Kushnaryov, M., & Shelikhov, Y. (2024). Intelktualne keruvannia mikroklimatom siti-fermy na osnovi alhorytmu Q-learning [The intelligent control of the city-farm microclimate based on the Q-learning algorithm]. *Advanced Information Technology*, 1(3), 12–24. <https://doi.org/10.17721/AIT.2024.1.02> [in Ukrainian].
4. Shelikhov, Y. O., & Aksak, N. H. (2023). Arkhitektura systemy kontroliu mikroklimatu u zamknutomu prymishchenni [Architecture of a microclimate control system in an enclosed space]. *Grail of Science*, 24, 296–301. <https://doi.org/10.36074/grail-of-science.17.02.2023.055> [in Ukrainian].
5. Afzali, S., Bao, Y., Van Iersel, M. W., & Velni, J. M. (2022). Optimal lighting control in greenhouses using Bayesian neural networks for sunlight prediction. In *2022 European Control Conference (ECC)* (pp. 1140–1145). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2205.03733> [in English].
6. Afzali, S., Mosharafian, S., Van Iersel, M. W., & Velni, J. M. (2021). Optimal lighting control in greenhouses equipped with high-intensity discharge lamps using reinforcement learning. In *2021 American Control Conference (ACC)* (pp. 1414–1419). <https://doi.org/10.23919/ACC50511.2021.9482964> [in English].
7. Mosharafian, S., Afzali, S., Weaver, G. M., Van Iersel, M., & Velni, J. M. (2021). Optimal lighting control in greenhouse by incorporating sunlight prediction. *Computers and Electronics in Agriculture*, 188, 106300. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2021.106300> [in English].
8. Ajagekar, A., Mattson, N. S., & You, F. (2023). Energy-efficient AI-based control of semi-closed greenhouses leveraging robust optimization in deep reinforcement learning. *Advances in Applied Energy*, 9, 100119. <https://doi.org/10.1016/j.adapen.2022.100119> [in English].
9. Van Laatum, B., Van Henten, E. J., & Boersma, S. (2024). GreenLight-Gym: A reinforcement learning benchmark environment for greenhouse crop production control. arXiv:2410.05336. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2410.05336> [in English].
10. Hati, A. J., & Singh, R. R. (2021). Smart indoor farms: Leveraging technological advancements to power a sustainable agricultural revolution. *AgriEngineering*, 3(4), 728–767. <https://doi.org/10.3390/agriengineering3040047> [in English].
11. Lozano-Castellanos, L. F., Navas-Gracia, L. M., Lozano-Castellanos, I. C., & Correa-Guimaraes, A. (2025). Technologies applied to artificial lighting in indoor agriculture: A review. *Sustainability*, 17(7), 3196. <https://doi.org/10.3390/su17073196> [in English].

Шеліхов Юрій Олександрович – аспірант кафедри інформаційних систем і технологій Харківського національного університету радіоелектроніки. E-mail: yurii.shelikhov@nure.ua, ORCID: 0009-0009-8970-6571.

Аксак Наталія Георгіївна – д.т.н., професор кафедри інформаційних систем і технологій Харківського національного університету радіоелектроніки. E-mail: nataliia.axak@nure.ua, ORCID: 0000-0001-8372-8432.

Shelikhov Yurii Oleksandrovych – Postgraduate Student at the Department of Information Systems and Technologies of the Kharkiv National University of Radio Electronics. E-mail: yurii.shelikhov@nure.ua, ORCID: 0009-0009-8970-6571.

Axak Nataliia Georgiivna – Doctor of Technical Sciences, Professor at the Department of Information Systems and Technologies of the Kharkiv National University of Radio Electronics. E-mail: nataliia.axak@nure.ua, ORCID: 0000-0001-8372-8432.



Дата надходження статті: 17.10.2025

Дата прийняття статті: 09.12.2025

Опубліковано: 30.12.2025

УДК 004.048+004.94

О.Р. ЯРЕМА

Львівський національний університет імені Івана Франка

С.А. БАБІЧЕВ

Університет Яна Евангелиста Пуркіне в Усті на Лабі, Чехія;

Херсонський державний університет

ГІБРИДНА МОДЕЛЬ АНАЛІЗУ ЕКСПРЕСІЇ ГЕНІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ АНСАМБЛЕВИХ СТРАТЕГІЙ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ ТА КЛАСИФІКАЦІЇ ДЛЯ ДІАГНОСТИКИ СТАНУ СКЛАДНИХ СИСТЕМ

Аналіз даних експресії генів є одним із ключових інструментів сучасної біоінформатики та комп'ютерних наук, оскільки дає змогу ідентифікувати біомаркери, формувати молекулярні профілі та підтримувати процеси діагностики онкологічних захворювань. Актуальність цього напрямку пояснюється потребою у методах, здатних адекватно обробляти великі транскриптомні дані з високою розмірністю, різномірністю та шумами. Такі особливості суттєво ускладнюють використання традиційних методів кластеризації та класифікації, унаслідок чого вони втрачають інтерпретованість і точність. У статті запропоновано гібридну модель, що поєднує алгоритм самоорганізованих дерев (Self-Organizing Tree Algorithm, SOTA) з консенсусними стратегіями агломеративної та спектральної кластеризації. Запропонований ансамблевий підхід дає змогу формувати узгоджені та інформативні кластери профілів експресії генів, що зменшує вплив локальних аномалій і підвищує надійність отриманих результатів. Побудовані кластери використовувалися як нові ознаки для класифікаційної моделі на основі алгоритму Random Forest, гіперпараметри якого було оптимізовано за допомогою байєсівських методів у поєднанні зі стекінгом. Моделювання виконано на великомасштабній матриці експресії, що включала понад 6 тис біологічних зразків і 18 тис генів, охоплюючи 14 класів зразків. Результати показали, що спектральний консенсусний варіант SOTA стабільно забезпечує найкращі значення внутрішніх індексів якості кластеризації та найвищу точність класифікації. Зокрема, у конфігураціях із трьома-п'ятьма кластерами досягнуто 100% точності та F1-міри, що підтверджує діагностичну значущість виділених груп генів. Розроблений ансамблевий конвеєр являє собою масштабований і стандартизований інструмент аналізу транскриптомних даних, який може бути інтегрований у системи підтримки прийняття рішень для ранньої діагностики стану складних систем.

Ключові слова: дані експресії генів, метрики близькості, гібридна модель, кластеризація, класифікація, персоналізована медицина, гібридизація.

O.R. YAREMA

Ivan Franko National University of Lviv

S.A. BABICHEV

Evangelista Purkyně University in Ústí nad Labem, Czech Republic;

Kherson State University

HYBRID MODEL FOR GENE EXPRESSION ANALYSIS USING ENSEMBLE CLUSTERING AND CLASSIFICATION STRATEGIES FOR DIAGNOSING COMPLEX SYSTEMS

Gene expression data analysis is one of the key tools of modern bioinformatics and computer science, as it enables the identification of biomarkers, the formation of molecular profiles, and the support of cancer diagnostics. The relevance of this field is explained by the need for methods capable of adequately processing large-scale transcriptomic data characterized by high dimensionality, heterogeneity, and noise. Such features significantly complicate the use of traditional clustering and classification methods, leading to reduced interpretability and accuracy. This article proposes a hybrid model that combines the Self-Organizing Tree Algorithm (SOTA) with consensus strategies of agglomerative and spectral clustering. The proposed ensemble approach enables the formation of consistent and informative clusters of gene expression profiles, which reduces the impact of local anomalies and increases the reliability of the results obtained. The constructed clusters were used as new features for a classification model based on the Random Forest algorithm, whose hyperparameters were optimized using Bayesian methods in combination with stacking. The modeling was carried out on a large-scale expression matrix including more than 6,000 biological samples and 18,000 genes, covering 14 sample classes. The results demonstrated that the spectral consensus version of SOTA consistently provided the best values of internal clustering quality indices and the highest classification accuracy. In particular, in configurations with three to five clusters, 100% accuracy and F1-score were achieved, confirming the diagnostic significance of the identified gene groups. The developed ensemble pipeline represents a scalable and standardized tool for transcriptomic data analysis that can be integrated into decision-support systems for early diagnosis of complex systems.

Key words: gene expression data, similarity metrics, hybrid model, clustering, classification, personalized medicine, hybridization.

Постановка проблеми

Онкологічні захворювання залишаються однією з провідних причин захворюваності та смертності у світі; рання й точна діагностика критично впливають на результати лікування. Профілювання експресії генів утвердилося як один із ключових інструментів для відкриття біомаркерів і молекулярних підписів, що розрізняють підтипи раку, прогнозують прогресування та підтримують вибір терапії [1]. Водночас характерна багатовимірність, неоднорідність і зашумленість транскриптомних даних ускладнюють застосування класичних підходів машинного навчання. Традиційні алгоритми кластеризації і класифікації втрачають стійкість та інтерпретованість у таких умовах, що знижує їхню практичну цінність для медичних застосувань. Це створює наукову проблему, яка полягає у відсутності універсальних методів аналізу, здатних одночасно:

- забезпечити структурування великомасштабних транскриптомних даних із високим рівнем шуму;
- формувати стабільні та інформативні кластери, релевантні біологічному контексту;
- інтегрувати результати неконтрольованого групування з контрольованою класифікацією для підвищення діагностичної точності.

Подолати ці виклики доцільно за допомогою ансамблевих та гібридних методів (bagging, boosting, stacking), які поєднують сильні сторони кількох класифікаторів і кластеризаторів, зменшують дисперсію результатів і підвищують їх узагальнюваність [2].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Гібридні конвеєри, які поєднують неконтрольовану кластеризацію з подальшою контрольованою класифікацією, продемонстрували здатність виокремлювати біологічно змістовні ознаки та досягати високої точності на складних наборах даних [3]. Зазначені методи інтегрують доменні знання (онтології, бази шляхів), що забезпечує кращу інтерпретованість і клінічну релевантність одержаних результатів [4]. Ансамблеві підходи до кластеризації та класифікації дають змогу виявляти патерни експресії за умов гетерогенності пухлин, забезпечуючи одночасно високу точність і здатність до узагальнення, що є необхідним для діагностичних застосувань [5].

Огляд сучасних рішень для класифікації раку за даними експресії охоплює як класичні моделі (SVM, Random Forest), так і глибинні підходи – згорткові та графові нейромережі, а також трансформери, які моделюють ієрархічні/довгочасні залежності та мережевий контекст омікс-даних [6]. Водночас глибинні моделі потребують великих обсягів розмічених даних, відзначаються обмеженою прозорістю процесу прийняття рішень та високою чутливістю до налаштування численних гіперпараметрів, що особливо проявляється у разі зашумлених і дисбалансних вибірок.

Для підвищення стійкості в аналізі омікс-даних запропоновано низку ансамблевих рішень: інтелектуальний конвеєр на базі MLP для діагностики раку молочної залози; консенсусну кластеризацію для scRNA-seq із метою стабілізації ознак; рангові ансамблі дерев, що покращують мультикласову точність у bulk-RNA-seq/мікромасивах. Додаткові дослідження підтверджують переваги мультиомної консенсусної кластеризації у задачах стратифікації пацієнтів із раком шлунка [7], а також ефективність ансамблевих мереж співекспресії для ідентифікації релевантних біомаркерів у пухлинах молочної залози та простати [8].

Більшість досліджень зосереджується або на ансамблевій кластеризації (ensemble clustering), або на ансамблевій класифікації (ensemble classification), рідко поєднуючи їх у єдиний узгоджений конвеєр. Зокрема, консенсусна кластеризація для стратифікації пацієнтів із недрібноклітинним раком легень (НДРЛ) підвищує точність виділення молекулярних підгруп, проте зазвичай не включає контрольованого компонента для діагностичного прогнозу.

Аналіз функціонального збагачення біологічних шляхів часто виконується як окрема *post hoc* процедура, що базується на зовнішніх базах знань (Kyoto Encyclopedia of Genes and

Genomes (KEGG), Gene Ontology (GO)). Відсутність інтеграції цього етапу у класифікаційний конвеєр зменшує його вплив на процес відбору ознак і обмежує інтерпретаційні можливості моделей [9].

Мета дослідження

Метою дослідження є розроблення гібридного конвеєра (modular pipeline), що поєднує ансамблеву кластеризацію (SOTA з агломеративним і спектральним консенсусом) та ансамблеву класифікацію, забезпечуючи стійкі, інтерпретовані й узагальнювані діагностичні моделі для різних типів раку на гетерогенних транскриптомних даних.

Виклад основного матеріалу дослідження

Методологія класифікаційного конвеєра (classification pipeline) передбачає поетапну інтеграцію результатів кластеризації з ансамблевими методами навчання. Це підвищує точність класифікації та зберігає інтерпретованість структур даних експресії генів. Загальну схему подано на рис. 1.

Запропонований конвеєр поєднує ансамбль кластеризацій та класифікацій для підвищення діагностичної точності та біологічної інтерпретованості даних експресії генів.

Метод включає такі етапи (рис. 1):

1. Бутстреп-ресемплінг (bootstrap resampling) і базова кластеризація з формуванням N розбиттів (partitions).
2. Консенсусна кластеризація з побудовою фінального розбиття та вибором оптимального числа кластерів K .
3. Формування кластерів, що відображають однорідні групи профілів експресії.
4. Підготовка даних кластерів і поділ на тренувальну (70%) та тестову (30%) вибірки.
5. Класифікація: для кожного кластера будується окремий Random Forest, результати яких агрегуються логістичною регресією у стекінг-моделі з оптимізацією гіперпараметрів.
6. Підсумкова оцінка точності, повноти та F1-міри для вибору оптимальної конфігурації.

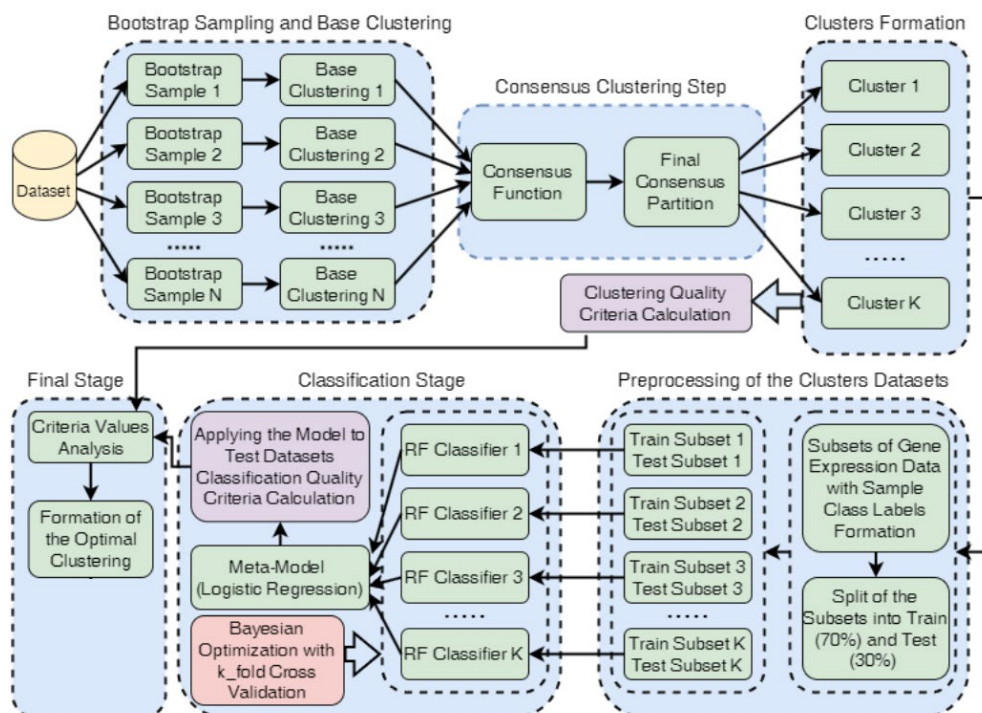


Рис. 1. Блок-схема класифікаційного конвеєра на основі кластеризації профілів експресії генів

Ансамблеві методи кластеризації з використанням баггінгу (bagging) [10] поєднують результати кількох розбиттів одного й того ж набору даних із метою отримання більш узагальненої та стабільної структури. Принцип подібний до ансамблевої класифікації: об'єднання «слабких» моделей підвищує стійкість та якість підсумкового результату.

Загальний процес включає два етапи:

1. Генерація ансамблю алгоритмів кластеризацій. Для цього використовують різні підмножини об'єктів або ознак, різні ініціалізації, параметри алгоритмів чи навіть різні методи кластеризації.

2. Агрегація результатів. Будується матриця співналежності, яка характеризує частоту спільної належності пари об'єктів до одного кластера. На її основі формується фінальне консенсусне розбиття.

Одним із найпоширеніших підходів є консенсусна кластеризація, яку широко застосовують у біоінформатиці [11]. Вона дає змогу знизити нестабільність окремих алгоритмів і виявити більш узагальнену структуру даних. Методи на основі баггінгу реалізують принцип бутстепової агрегації (bootstrap aggregating): із початкового набору даних створюються випадкові підвибірки, на яких незалежно виконується кластеризація. Далі отримані розбиття об'єднуються в єдину структуру, що зменшує чутливість до випадкової ініціалізації та враховує варіативність у вхідних даних. Це особливо важливо для задач аналізу експресії генів, де дані мають високу розмірність і значний рівень шуму. На основі матриці співналежності застосовують різні стратегії:

– Агломеративна кластеризація – інтерпретація матриці як матриці подібності й побудова дендрограми.

– Спектральний підхід – перетворення матриці на зважений граф і кластеризація на основі його власних векторів.

– Методи голосування (Voting) – визначення належності об'єктів до кластерів на основі більшості або повторної кластеризації матриці подібності.

Таким чином, застосування баггінг-орієнтованої кластеризації сприяє зниженню варіативності результатів, підвищує здатність моделей до узагальнення та забезпечує формування більш стійких кластерів у високовимірних біоінформаційних даних.

Самоорганізуючий алгоритм кластеризації SOTA (Self-Organizing Tree Algorithm) поєднує принципи самоорганізованих карт Кохонена (SOM) та зростаючих клітинних структур, формуючи бінарну ієрархію, яка природно відображає таксономічні або еволюційні відносини [6]. На відміну від класичних методів кластеризації (k-means, ієрархічної кластеризації чи DBSCAN) SOTA має низку важливих переваг:

– Динамічна адаптація структури до локальної щільності даних.

– Автоматичне визначення оптимальної кількості кластерів.

– Ефективне моделювання складних кореляцій у високовимірних профілях експресії генів.

Завдяки ітеративному процесу навчання та поділу вузлів алгоритм здатний будувати інтерпретовані ієрархічні структури без попереднього задання числа кластерів. Це робить SOTA особливо корисним у задачах аналізу транскриптомних даних, де спостерігаються значний шум і висока розмірність. Для підвищення надійності також застосовувався алгоритм k-medoids, що формує кластери на основі реальних об'єктів (медоїдів), на відміну від k-means, який оперує середніми значеннями. Такий підхід забезпечує більшу стійкість до шуму та кращу інтерпретованість результатів у біологічному контексті [12; 13].

У цьому дослідженні k-medoids реалізовано з використанням кореляційної відстані як метрики подібності. Хоча метод поступається SOTA у здатності відображати складні топологічні структури, його простота та сумісність із матрицями відстаней роблять його практичним інструментом для початкового аналізу високовимірних біологічних даних.

Таким чином, комбінація SOTA та k-medoids у межах ансамблевого підходу дає змогу поєднати інтерпретованість, стійкість і здатність до роботи з гетерогенними наборами даних, що критично важливо для подальших етапів класифікації та біологічної інтерпретації.

Для перевірки ефективності кластеризації використано два взаємодоповнюючі складника: внутрішньокластерну компактність та міжкластерну віддаленість.

Внутрішньокластерна компактність (QC_{in}) визначається як середнє значення відстаней між кожним профілем експресії та медоїдом відповідного кластера:

$$QC_{in} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{N_i} \sum_{j=i}^{N_i} dist(x_{ij}, edoid_i) \right), \quad (1)$$

де k – кількість кластерів, N_i – кількість профілів у кластері i , $dist(\cdot, \cdot)$ – кореляційна відстань.

Міжкластерна відстань (QC_{out}) визначається як середня відстань між медоїдами всіх пар кластерів:

$$QC_{out} = \frac{2}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k dist(medoid_i, medoid_j) \quad (2)$$

Для узагальненої оцінки використано інтегральний критерій якості:

$$QC = \frac{QC_{in}}{QC_{out}} \quad (3)$$

Нижчі значення QC свідчать про кращу щільність і відділення кластерів.

Додатково застосовано внутрішні валідаційні метрики з пакету clusterCrit (R), які широко використовуються для оцінювання кластеризації у високовимірних просторах.

Таким чином, у роботі застосовано поєднання власного критерію QC та класичних індексів (CH, SH, PBM), що дало змогу комплексно оцінити якість кластеризації в умовах високої розмірності та шумності даних експресії генів (табл. 1).

Таблиця 1

Внутрішні індекси якості кластеризації

Індекс	Опис	Оптимум
Calinski–Harabasz	Співвідношення міжкластерної та внутрішньокластерної дисперсії	Максимізація
Silhouette	Середня «силуетна» ширина; показує, наскільки добре об'єкти відповідають своєму кластеру	Максимізація
PBM	Композитний критерій, що враховує відстань між кластерами, компактність та їх кількість	Максимізація

Для оцінки узгодженості та діагностичної цінності результатів кластеризації було реалізовано класифікаційний конвеєр на основі ансамблевого навчання зі стекінгом. Концепція методу полягає у побудові незалежних класифікаторів для кожного кластера та подальшій інтеграції їхніх прогнозів за допомогою метамоделі. Така архітектура підвищує робастність, знижує ризик перенавчання та забезпечує регуляризацию на рівні метаагрегації. У ролі базових класифікаторів застосовано алгоритм Random Forest (RF), оскільки він демонструє високу ефективність на даних великої розмірності, стійкий до шуму та має вбудовані механізми відбору ознак. Агрегація результатів окремих моделей здійснюється за допомогою логістичної регресії (LR) як метакласифікатора. Простота й інтерпретованість LR роблять її оптимальним вибором для інтеграції й водночас мінімізують ризик перенавчання на стекінговому рівні.

Для оптимізації гіперпараметрів Random Forest використано байєсівську оптимізацію з 5-кратною крос-валідацією, що забезпечило ефективний пошук у просторі параметрів за обмежених обчислювальних ресурсів. Щоб уникнути інформаційного витоку та переоцінки результатів, застосовано дворівневу схему валідації: спершу отримувалися out-of-fold прогнози від базових моделей, які формували ознакову матрицю для навчання метамоделі, після

чого фінальна оцінка здійснювалася на незалежній тестовій вибірці. У результаті алгоритм валідації кластеризації на основі SOTA за допомогою ансамблевої класифікації та стекінгу виглядає так:

1. Завантажити кластери експресії генів $X_1, X_2, \dots, X_6$ та вектор цільових міток y .
2. Розділити вибірку на тренувальну та тестову підмножини.
3. Для кожного кластера $i = 1..6$:
 - a. Виконати байєсівську оптимізацію гіперпараметрів Random Forest X_i^{train} із 5-кратною крос-валідацією.
 - b. Отримати мітки класів y_i^{train} для X_i^{train} .
 - c. Навчити базовий класифікатор RF_i на тренувальній підмножині X_i^{train} .
 - d. Отримати прогнози для тестової підмножини та обчислити метрики (Accuracy, F1, Weighted F1).
4. Побудувати stacking-матрицю $X_{train}^{stack} = [y_1^{train}, \dots, y_6^{train}]$ з out-of-fold прогнозів базових класифікаторів.
5. Закодувати мітки класів у числовий формат.
6. Навчити логістичну регресію як метакласифікатор на stacking-матриці X_{train}^{stack} .
7. Сформувати тестову stacking-матрицю та згенерувати фінальні прогнози y_i^{stack} .
8. Оцінити точність, повноту, F1-міру та побудувати матрицю неточностей у вигляді теплокарти.

Отримані результати засвідчили, що застосування алгоритму k-medoids призводить до зниження якості кластеризації як на рівні окремих кластерів, так і на рівні метамоделі. Формування консенсусних матриць на основі k-medoids виявилось обчислювально затратним і слабо масштабованим для великомасштабних транскриптомних даних. Це пояснюється обмеженою здатністю методу відображати складні структури у високовимірних просторах та жорстким механізмом призначення зразків.

Натомість алгоритм SOTA продемонстрував значно вищу ефективність завдяки врахуванню топологічних та щільнісних характеристик простору ознак. Саме тому в подальшому аналізі він був вибраний як основний метод.

Для оцінювання класифікаційної здатності підходу було використано матрицю експресії, яка охоплювала 6 310 зразків і понад 18 тис генів у 14 діагностичних класах (13 типів пухлин і контрольна група) [14]. На рис. 2 подано загальну структуру класифікаційної задачі, що ілюструє складність розподілу вибірки між різними онкологічними категоріями.

Було встановлено, що використання алгоритму k-medoids супроводжується погіршенням якості кластеризації. Алгоритм виявився обчислювально затратним і обмеженим у здатності відображати складні топології високорозмірних даних. Як наслідок, формуються слабо відокремлені кластери з низькою інтерпретованістю.

Натомість алгоритм SOTA продемонстрував значно кращі результати. Його здатність урахувати топологічні та щільнісні властивості простору ознак забезпечила формування стабільніших структур. На рис. 3 показано розподіл генів у різних конфігураціях SOTA та k-medoids, що ілюструє перевагу першого підходу.

Для аналізу було використано комбінований критерій QC , а також відомі індекси якості – Calinski–Harabasz (CH), Silhouette (SH) та PBM. Аналогічний підхід до оцінювання ефективності кластеризації було реалізовано у роботі [15].

Результати показали, що:

- класичний SOTA (без консенсусу) вже формує збалансовані двокластерні структури;
- поєднання агломеративної та спектральної консенсусної кластеризації додатково покращує метрики якості;
- алгоритм k-medoids продемонстрував найгірші результати з низькими значеннями CH, SH та PBM.

Таким чином, найбільш стабільні конфігурації – це SOTA з агломеративним або спектральним консенсусом за $K = 2$.

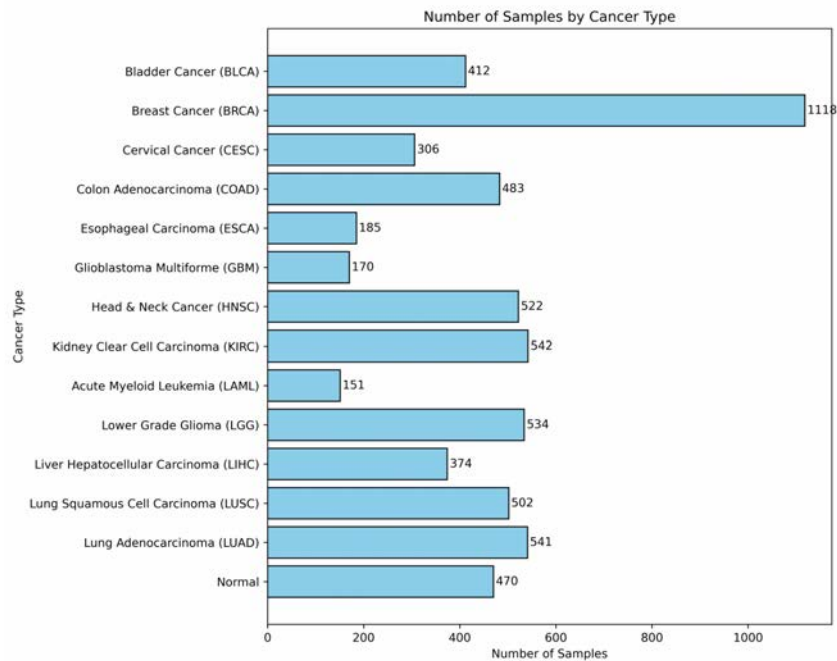


Рис. 2. Класифікація біологічних зразків за профілями експресії генів у межах 14 діагностичних категорій (13 типів пухлин та контрольна група)

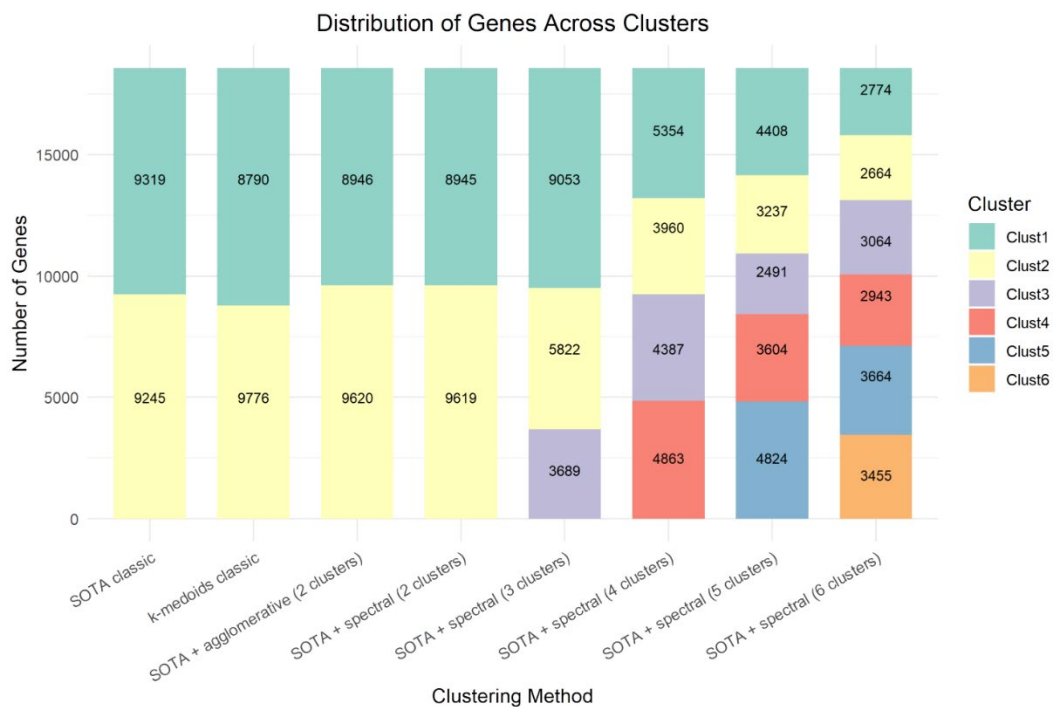


Рис. 3. Розподіл кількості генів між кластерами для різних конфігурацій алгоритмів (SOTA та k-medoids, у т. ч. з агломеративним і спектральним консенсусом)

На рис. 4 відображено залежність значень показників QC, CH, SH та PBM від використаного алгоритму.

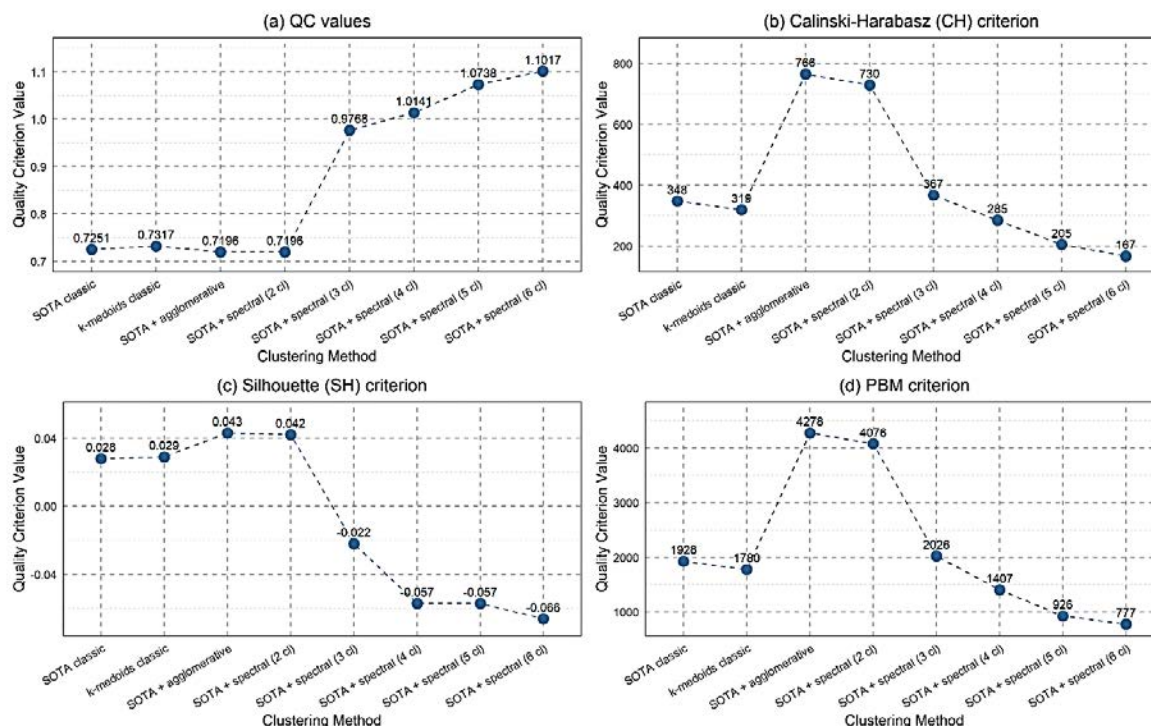


Рис. 4. Залежність метрик QC, CH, SH та PBM від алгоритму та конфігурації SOTA

Результати моделювання підтверджують ключову роль вибору алгоритму кластеризації у формуванні якісних та інтерпретованих структур профілів експресії генів. Алгоритм k-medoids, незважаючи на простоту та зручність реалізації, продемонстрував обмежену ефективність у випадку високовимірних транскриптомних даних. Його використання супроводжувалося формуванням слабо відокремлених кластерів та низькими значеннями внутрішніх індексів якості (CH, SH, PBM), що узгоджується з відомими обмеженнями цього методу для складних біологічних просторів ознак. Окрім того, обчислювальна складність k-medoids суттєво зростала зі збільшенням розмірності даних, що обмежує його масштабованість у практичних застосуваннях.

На відміну від цього алгоритм SOTA продемонстрував значно кращі результати, зокрема завдяки здатності враховувати топологічні та щільнісні характеристики простору даних. У поєднанні з консенсусними стратегіями (агломеративною та спектральною) він формував більш компактні та відокремлені кластери, що підтверджувалося підвищеними значеннями метрик CH, SH та PBM. Особливої уваги заслуговує спектральний консенсус, який показав найвищу стабільність результатів у різних конфігураціях та забезпечив максимальні значення інтегрального критерію QC. Це свідчить про здатність методу ефективно зменшувати вплив шуму та локальних аномалій у даних.

Додатково слід відзначити, що використання кластерів як нових ознак для класифікаційної моделі на основі Random Forest забезпечило суттєве підвищення точності діагностики. Стекінгова архітектура, яка поєднала результати кількох базових моделей через логістичну регресію, гарантувала високу узгодженість прогнозів та знизила ризик перенавчання. У конфігураціях із трьома-п'ятьма кластерами досягнуто найкращих показників (Accuracy та F1 = 1.0), що підтверджує високу діагностичну значущість виділених груп генів та потенціал методу для практичного використання в онкології.

Таким чином, проведене порівняння чітко показало перевагу SOTA з консенсусними стратегіями над класичними методами, що робить його перспективним інструментом для побудови

масштабованих і стійких діагностичних моделей. Отримані результати створюють підґрунтя для інтеграції біологічної інтерпретації кластерів через збагачення онтологій (GO, KEGG) та подальшої побудови функціональних мереж, що стане наступним етапом дослідження.

Висновки

У статті представлено комплексний ансамблевий конвеєр кластеризації та класифікації даних експресії генів, спрямований на вдосконалення процесів діагностики стану складних систем. Запропонована методологія ґрунтується на інтеграції алгоритму самоорганізованих дерев (Self-Organizing Tree Algorithm, SOTA) із консенсусними підходами агломеративної та спектральної кластеризації, що дало змогу подолати обмеження класичних методів, особливо у випадках високорозмірних і зашумлених даних.

Проведене моделювання засвідчило, що SOTA у поєднанні зі спектральним консенсусом формує найбільш стабільні та інформативні кластери, що підтверджується внутрішніми критеріями якості (QC, Calinski–Harabasz, Silhouette, PBM) та зовнішньою оцінкою через класифікацію. Отримані результати показали перевагу цього підходу над альтернативними методами та забезпечили досягнення ідеальних значень Accuracy і F1-міри (= 1.0) у конфігураціях із трьома-п'ятьма кластерами. Це свідчить про високу діагностичну значущість сформованих кластерів та їх придатність для практичного використання.

Детальний аналіз результатів підтвердив, що k-medoids має обмежену ефективність для транскриптомних даних, тоді як гібридні стратегії на основі SOTA демонструють кращу масштабованість, стійкість до шуму та інтерпретованість. Важливим є також поєднання кластеризації з ансамблевою класифікацією на базі Random Forest та стекингової архітектури, що забезпечило узгодженість прогнозів і зниження ризику перенавчання.

У цій роботі основний акцент зроблено на методології кластеризації та класифікації. Подальші дослідження будуть зосереджені на повній біологічній інтерпретації отриманих результатів, зокрема на аналізі збагаченості шляхів та побудові мережевих моделей із використанням баз KEGG та Gene Ontology. Це дасть змогу визначити функціональні механізми, пов'язані з виявленими кластерами, та підсилити їх релевантність.

Таким чином, запропонований підхід є масштабованим і стандартизованим інструментом для аналізу транскриптомних даних, що підвищує точність діагностики, покращує інтерпретованість результатів і створює підґрунтя для розроблення моделей діагностики складних систем.

Список використаної літератури

1. Ryan C., O'Driscoll A., Coughlan J., Luo J. Cancer diagnosis and prognosis through gene expression. *Briefings in Bioinformatics*. 2023. Vol. 24. Art. no. bbac527. DOI: <https://doi.org/10.1093/bib/bbac527>
2. Golalipour K., Akbari E., Hamidi S., Lee M., Enayatifar R. From clustering to clustering ensemble selection: A review. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 2021. Vol. 104. Art. no. 104388. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2021.104388>
3. Babichev S., Yasinska-Damri L., Liakh I. A hybrid model of cancer diseases diagnosis based on gene expression data with joint use of data mining methods and machine learning techniques. *Applied Sciences*. 2023. Vol. 13. Art. no. 6022. DOI: <https://doi.org/10.3390/app13106022>
4. Galluzzo Y. A comprehensive review of the data and knowledge graph approaches in bioinformatics. *Computer Science and Information Systems*. 2024. Vol. 21. P. 1055–1075. DOI: <https://doi.org/10.2298/CSIS230530027G>
5. Shen J., Guo X., Bai H., Luo J. CAEM-GBDT: a cancer subtype identifying method using multi-omics data and convolutional autoencoder network. *Frontiers in Bioinformatics*. 2024. Vol. 15. Art. no. 1403826. DOI: <https://doi.org/10.3389/fbinf.2024.1403826>

6. Khalsan M., Machado L., Al-Shamery E., Liu R. A survey of machine learning approaches applied to gene expression analysis for cancer prediction. *IEEE Access*. 2022. Vol. 10. P. 27522–27534. DOI: <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3146312>
7. Xianyu H., Zhenglin W., Qing W. Molecular classification reveals the diverse genetic and prognostic features of gastric cancer: A multi-omics consensus ensemble clustering. *Biomedicine & Pharmacotherapy*. 2021. Vol. 144. Art. no. 112222. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.biopha.2021.112222>
8. Figueroa-Martínez J., Saz-Navarro D. M., López-Fernández A., Rivera J. Computational ensemble gene co-expression networks for breast and prostate cancer biomarker identification. *Informatics*. 2024. Vol. 11. Art. no. 14. DOI: <https://doi.org/10.3390/informatics11020014>
9. Mubeen S., Hoyt C., Gemünd A., & Smith K. The impact of pathway database choice on statistical enrichment analysis and predictive modeling. *Frontiers in Genetics*. 2019. № 22. Art. no. 1203. DOI: <https://doi.org/10.3389/fgene.2019.01203>
10. Jianxia L., Liu R., Mingyang Z., Yangyang L. Ensemble-based multi-objective clustering algorithms for gene expression data sets. *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)* : Donostia–San Sebastián, Spain, 5–8 June. 2017. P. 333–340.
11. Panwong P., Boongoen T., Iam-On N., Mullaney J. Exploiting consensus clustering for light curve data analysis. *IEEE Eurasia Conference on IOT, Communication and Engineering (ECICE)* : Yunlin, Taiwan, October 3–6. 2019. P. 498–501.
12. Dopazo J., Carazo J. Phylogenetic reconstruction using an unsupervised growing neural network that adopts the topology of a phylogenetic tree. *Journal of Molecular Evolution*. 1997. Vol. 44. P. 226–233. DOI: <https://doi.org/10.1007/PL00006139>
13. Heidari J., Daneshpour N., Zangeneh A. A novel k-means and k-medoids algorithms for clustering non-spherical-shape clusters non-sensitive to outliers. *Pattern Recognition*. 2024. Vol. 155. Art. no. 110639. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2024.110639>
14. Babichev S., Yarema O., Savchenko A. Evaluating proximity metrics for gene expression data: A hybrid model integrating data mining and machine learning techniques for disease diagnosis systems. *Biomedical Signal Processing and Control*. 2025. Vol. 110. Art. no. 108115. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2025.108115>
15. Babichev S., Yarema O., Liakh I., Shumylo N. A gene ontology-based pipeline for selecting significant gene subsets in biomedical applications. *Applied Sciences*. 2025. Vol. 15. Art. no. 4471. DOI: <https://doi.org/10.3390/app15084471>

References

1. Ryan, C., O'Driscoll, A., Coughlan, J., & Luo, J. (2023). Cancer diagnosis and prognosis through gene expression. *Briefings in Bioinformatics*, 24, 112–123. <https://doi.org/10.1093/bib/bbac527> [in English].
2. Golalipour, K., Akbari, E., Hamidi, S., Lee, M., & Enayatifar, R. (2021). From clustering to clustering ensemble selection: A review. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 104, 104388. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2021.104388> [in English].
3. Babichev, S., Yasinska-Damri, L., & Liakh, I. (2023). A hybrid model of cancer diseases diagnosis based on gene expression data with joint use of data mining methods and machine learning techniques. *Applied Sciences*, 13, 6022. <https://doi.org/10.3390/app13106022> [in English].
4. Galluzzo, Y. (2024). A comprehensive review of the data and knowledge graph approaches in bioinformatics. *Computer Science and Information Systems*, 21, 1055–1075. <https://doi.org/10.2298/CSIS230530027G> [in English].
5. Shen, J., Guo, X., Bai, H., & Luo, J. (2024). CAEM-GBDT: a cancer subtype identifying method using multi-omics data and convolutional autoencoder network. *Frontiers in Bioinformatics*, 15, 1403826. <https://doi.org/10.3389/fbinf.2024.1403826> [in English].

6. Khalsan, M., Machado, L., Al-Shamery, E., & Liu, R. (2022). A survey of machine learning approaches applied to gene expression analysis for cancer prediction. *IEEE Access*, 10, 27522–27534. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3146312> [in English].
7. Xianyu, H., Zhenglin, W., & Qing, W. (2021). Molecular classification reveals the diverse genetic and prognostic features of gastric cancer: A multi-omics consensus ensemble clustering. *Biomedicine & Pharmacotherapy*, 144, 112222. <https://doi.org/10.1016/j.biopha.2021.112222> [in English].
8. Figueroa-Martínez, J., Saz-Navarro, D.M., López-Fernández, A., & Rivera, J. (2024). Computational ensemble gene co-expression networks for breast and prostate cancer biomarker identification. *Informatics*, 11, 14. <https://doi.org/10.3390/informatics11020014> [in English].
9. Mubeen, S., Hoyt, C., Gemünd, A., & Smith, K. (2019). The impact of pathway database choice on statistical enrichment analysis and predictive modeling. *Frontiers in Genetics*, 22, 1203. <https://doi.org/10.3389/fgene.2019.01203> [in English].
10. Jianxia, L., Liu, R., Mingyang, Z., & Yangyang, L. (2017). Ensemble-based multi-objective clustering algorithms for gene expression data sets. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2017)*, Donostia–San Sebastián, Spain [in English].
11. Panwong, P., Boongoen, T., Iam-On, N., & Mullaney, J. (2019). Exploiting consensus clustering for light curve data analysis. *IEEE Eurasia Conference on IOT, Communication and Engineering (ECICE)*, Yunlin, Taiwan [in English].
12. Dopazo, J., & Carazo, J. (1997). Phylogenetic reconstruction using an unsupervised growing neural network that adopts the topology of a phylogenetic tree. *Journal of Molecular Evolution*, 44, 226–233. <https://doi.org/10.1007/PL00006139> [in English].
13. Heidari, J., Daneshpour, N., & Zangeneh, A. (2024). A novel k-means and k-medoids algorithms for clustering non-spherical-shape clusters non-sensitive to outliers. *Pattern Recognition*, 155, 110639. <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2024.110639> [in English].
14. Babichev, S., Yarema, O., & Savchenko, A. (2025). Evaluating proximity metrics for gene expression data: A hybrid model integrating data mining and machine learning techniques for disease diagnosis systems. *Biomedical Signal Processing and Control*, 110, 108115. <https://doi.org/10.1016/j.bspc.2025.108115> [in English].
15. Babichev, S., Yarema, O., Liakh, I., & Shumylo, N. (2025). A gene ontology-based pipeline for selecting significant gene subsets in biomedical applications. *Applied Sciences*, 15, 4471. <https://doi.org/10.3390/app15084471> [in English].

Ярема Олег Романович – к.т.н., доцент, доцент кафедри цифрової економіки та бізнес-аналітики Львівського національного університету імені Івана Франка. E-mail: oleh.yarema@lnu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-3736-4820.

Бабічев Сергій Анатолійович – д.т.н., професор, професор кафедри інформатики університету Яна Євангеліста Пуркіне в Усті на Лабі, Чехія; професор кафедри фізики Херсонського державного університету. E-mail: sergii.babichev@ujep.cz, sbabichev@ksu.ks.ua, ORCID: 0000-0001-6797-1467.

Yarema Oleh Romanovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Associate Professor at the Department of Digital Economy and Business Analytics of the Ivan Franko National University of Lviv. E-mail: oleh.yarema@lnu.edu.ua, ORCID: 0000-0003-3736-4820.

Babichev Sergii Anatoliiovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor at the Department of Informatics of the Jan Evangelista Purkyně University in Ústí nad Labem, Czech Republic; Professor at the Department of Physics at Kherson State University. E-mail: sergii.babichev@ujep.cz, sbabichev@ksu.ks.ua, ORCID: 0000-0001-6797-1467.

Дата надходження статті: 01.09.2025

Дата прийняття статті: 28.11.2025

Опубліковано: 30.12.2025



ПРИКЛАДНІ ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Технічний редактор

Литвиненко Олена Іванівна
к.т.н., доцент

Верстка

Наталія Кузнєцова

Підписано до друку 30.12.2025 р.
Гарнітура Times New Roman. Формат 60×84/8.
Друк офсетний. Папір офсетний.
Ум. друк. арк. 38,83. Зам. № 0226/163. Наклад 100 прим.

Видавництво і друкарня – Видавничий дім «Гельветика»
65101, Україна, м. Одеса, вул. Інглєзі, 6/1
Телефон +38 (095) 934 48 28, +38 (097) 723 06 08
E-mail: mailbox@helvetica.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК No 7623 від 22.06.2022 р.