

Д. М. СТЕПАНЧИКОВ

кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри енергетики, електротехніки і фізики
Херсонський національний технічний університет
ORCID: 0000-0001-5027-2213

Н. Л. ДОН

кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри енергетики, електротехніки і фізики
Херсонський національний технічний університет
ORCID: 0000-0001-9503-5326

ЗАСТОСУВАННЯ ПРИНЦИПУ МАКСИМУМУ ЕНТРОПІЇ У ВІТРОЕНЕРГЕТИЦІ

Відновлювальні джерела енергії привертають до себе значну увагу внаслідок останньої енергетичної кризи та необхідності отримувати екологічно чисту енергію. Енергія вітру є одним з найважливіших відновлювальних джерел енергії. У галузі перетворення енергії вітру, точне визначення розподілу ймовірностей швидкості вітру гарантує ефективне використання енергії вітру, тим самим покращуючи позиції вітроенергетики. Частіше для опису такого розподілу використовують двопараметричну функцію Вейбула. Проте для випадків, коли розподіл швидкості вітру по градаціях має нетиповий для відкритих місцевостей характер точності функції Вейбула буває недостатньо.

В роботі представлено результати математичного моделювання вітрового потенціалу та визначення продуктивності вітроенергетичної установки на підставі принципу максимуму ентропії із застосуванням сучасних математичних, статистичних і комп'ютерних методів розрахунку та аналізу.

Розроблено методику застосування принципу максимуму ентропії для опису функції розподілу швидкості вітру. Показано, що застосування пакету Curve Fitting системи Matlab дозволяє значно спростити та автоматизувати процес визначення множників Лагранжа. Визначено оптимальні функції розподілу швидкості вітру, отримані за методом максимуму ентропії для різної кількості моментних функцій. Статистичні характеристики розроблених розподілів порівнюються з характеристиками традиційних розподілів Вейбула. Доведено, що опис питомої потужності вітрового потоку на основі методу максимуму ентропії має найбільшу точність і краще відображає особливості експериментального розподілу швидкості вітру.

На підставі отриманих розподілів швидкості вітру визначено вітроенергетичний потенціал місцевості. Показано, що метод максимуму ентропії дає найкраще узгодження з експериментальними даними.

Застосування розробленого інструментарію дозволяє підвищити точність математичного моделювання розподілу швидкості вітру, а з цим і точність довгострокового прогнозування виробітку електроенергії вітроенергетичною установкою.

Ключові слова: вітроенергетика, принцип максимуму ентропії, функція розподілу, вітроенергетичний потенціал, розподіл Вейбула.

D. M. STEPANCHIKOV

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of Energy,
Electrical Engineering and Physics
Kherson National Technical University
ORCID: 0000-0001-5027-2213

N. L. DON

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of Energy,
Electrical Engineering and Physics
Kherson National Technical University
ORCID: 0000-0001-9503-5326

APPLICATION OF THE MAXIMUM ENTROPY PRINCIPLE TO WIND POWER INDUSTRY

Renewable energy sources have gained much attention due to the recent energy crisis and the urge to get clean energy. Wind energy is one of the important renewable energy resources. In the field of wind energy conversion, accurate determination of the probability distribution of wind speed ensures the efficient use of wind energy, thereby improving the position of wind power. The two-parameter Weibull function is most often used to describe such a distribution. However, for cases where the wind speed distribution by gradation has a character that is not typical for open areas, the accuracy of the Weibull function may not be sufficient.

The paper presents the results of mathematical modeling of wind potential and determination of wind power plant productivity based on the principle of maximum entropy using modern mathematical, statistical, and computer methods of calculation and analysis.

A method for applying the maximum entropy principle to describe the wind speed distribution function has been developed. It has been shown that the use of the Curve Fitting package of the Matlab system allows significantly simplifying and automating the process of determining the Lagrange multipliers. Optimal wind speed distribution functions obtained by the maximum entropy method for different numbers of moment functions are determined. The statistical characteristics of the developed distributions are compared with the Weibull distribution. It has been proven that the description of the specific power of the wind flow based on the maximum entropy method has the highest accuracy and better reflects the features of the experimental wind speed distribution.

Based on the obtained wind speed distributions, the wind energy potential of the area was determined. It was shown that the maximum entropy method gives the best agreement with the experimental data.

The use of the developed toolkit allows increasing the accuracy of mathematical modeling of wind speed distribution, and with it the accuracy of long-term forecasting of wind turbine electricity generation.

Key words: wind energy power conversion, maximum entropy principle, distribution function, wind energy potential, Weibull distribution.

Постановка проблеми

Вітер грає головну роль у багатьох сферах, таких як вітроенергетика, боротьба проти опустелювання, переносу і розповсюдження забруднюючих речовин. Внаслідок прямого зв'язку проблеми глобального потепління з традиційними системами перетворення енергії, на сьогодні відновлювальні джерела енергії, включаючи енергію вітру, стають все більш інтегрованими у глобальні системи генерації електроенергії. Енергія вітру є екологічно чистою та стійкою, однак, змінність та ймовірнісний характер енергії вітру створюють значні проблеми при експлуатації енергетичних систем. Щоб підтримувати якість мережевої генерації з використанням енергії вітру, швидкодіючі звичайні генератори повинні компенсувати коливання потужності, які викликані змінним характером енергії вітру [1–4]. Для цього необхідно надійно знати можливе вироблення енергії вітроенергетичною установкою (ВЕУ), оскільки неточне визначення потужностей може викликати додаткові економічні витрати або привести до ненадійного енергозабезпечення споживачів. Таким чином, знання ймовірнісних характеристик швидкості вітру є важливим.

Вітровий потенціал певної місцевості може бути визначений статистичними методами. При такому описі необхідно знати функцію густини розподілу швидкості вітру як випадкової величини. Частіше для опису такого розподілу використовують двопараметричну функцію Вейбула. Проте для випадків, коли розподіл швидкості вітру по градаціях має нетиповий для відкритих місцевостей характер точності функції Вейбула буває недостатньо. В роботі [5] показано, що функція розподілу швидкості вітру може характеризуватися двома екстремумами, і розподіл Вейбула непридатний для її коректного опису.

Для визначення потенційної продуктивності конкретних вітроустановок важливим є точне знання питомої ваги великих та малих швидкостей, оскільки енергетична оцінка виражається кубічною залежністю і тому більш чутлива до швидкості вітру. Альтернативним підходом до вирішення задач опису функції розподілу швидкості вітру є використання принципу максимуму ентропії [4–6] як досить потужного, хоча й трудомісткого методу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Принцип максимуму ентропії широко використовується в різних областях: від статистичної і квантової механіки до теорії фінансового моделювання. Концепція принципу максимуму ентропії була вперше сформульована в роботі [7] таким чином, що для будь-якої доступної інформації про розподіл необхідно знайти найменш інформативний ймовірнісний розподіл, який має найбільший ступінь невизначеності, тобто максимальну ентропію.

В області відновлювальної енергетики принцип максимуму ентропії використовували для вибору місця розташування вітрових електростанцій [1], а також для оцінки енергетичного потенціалу вітру як альтернативи до функції розподілу Вейбула [5–8]. Запропоновано теоретичний метод обчислення функції густини ймовірності для розподілу швидкості вітру [9]. В цих дослідженнях вважали, що маса вітрового потоку зберігається, тобто сталими є маса рухомих молекул, момент імпульсу і енергія, що використовується для побудови сімейства розподілів, отриманих з принципу максимальної ентропії. Отримано функції розподілу для добових, місячних, сезонних та річних коливань швидкості вітру.

В роботі [10] досліджено погодинні дані швидкості вітру, які реєструвалися на метеорологічних станціях, розташованих на Канарах. Створено функцію розподілу ймовірності, яка ґрунтується на принципі максимуму ентропії. У даному дослідженні зроблено висновок про те, що функція на основі принципу максимуму ентропії дає найменшу відносну похибку при оцінюванні густини енергії вітру у порівнянні з функцією розподілу Вейбула.

Аналіз швидкості вітру з п'яти ділянок у Північній Дакоті (США) з використанням принципу максимуму ентропії представлено у роботі [11]. У цьому дослідженні крім розподілу на основі принципу максимуму ентропії, також розглянуті розподіли Вейбула, Релея, гама-розподіл, логарифмічний та обернений гаусівський розподіли. Зроблено висновок, що розподіл на основі принципу максимуму ентропії є більш гнучким у порівнянні з іншими розподілами.

В роботі [12] проведено дослідження швидкості вітру у районі припливної зони у Східнокитайському морі. Отримані дані швидкості вітру було описано за допомогою розподілу Вейбула та за допомогою принципу максимуму ентропії. Дослідження показало, що функція розподілу, яку отримано на основі принципу максимуму ентропії найкраще описує експериментальний розподіл швидкостей вітру. Проведене порівняння точності опису експериментального розподілу швидкості вітру для міста Baburband у Пакистані з використанням функції Вейбула і принципу максимуму ентропії також підтвердило переваги останнього [6].

Застосування принципу максимуму ентропії потребує значних та складних математичних обчислень у порівнянні з іншими методами, що можна вважати недоліком цього методу. Використовується метод Ньютона для розв'язку нелінійних $N + 1$ рівнянь з множниками Лагранжа, розширеного у вигляді ряду Тейлора. Для знаходження множників Лагранжа використовується ітераційний метод. Тому застосування методу максимуму ентропії у тому чи іншому випадку має бути обґрунтованим і доцільним. Також слід зауважити, що використання принципу максимуму ентропії для опису розподілу швидкості вітру не повністю вивчено для всіх діапазонів швидкостей.

Формулювання мети дослідження

Метою даного дослідження було доведення принциповою можливості автоматизації розрахунку множників Лагранжа з використанням пакету Curve Fitting в системі Matlab, що дозволить значно полегшити та прискорити розрахунки функції розподілу швидкостей вітру на основі принципу максимуму ентропії і зробити цей підхід більш доступним.

Викладення основного матеріалу дослідження

Для швидкості вітру v як випадкової величини, заданої на інтервалі $(v_{\min}, v_{\max})$ і яка описується певною функцією розподілу $f(v)$, ентропія визначається формулою [6, 8]:

$$H = - \int_{v_{\min}}^{v_{\max}} f(v) \ln(f(v)) dv. \quad (1)$$

Для максимізації виразу (1) застосовується метод множників Лагранжа. Цей метод передбачає побудову допоміжного функціонала:

$$H = - \int_{v_{\min}}^{v_{\max}} f(v) \ln(f(v)) dv - \sum_{i=0}^n \lambda_i \left(\int_{v_{\min}}^{v_{\max}} g_i(v) f(v) dv - \mu_i \right), \quad (2)$$

де $g_i(v/v_c)$ – моментні або координатні функції, μ_i – моменти розподілу випадкової величини, v_c – середня швидкість вітру, λ_i – множники Лагранжа, причому $g_0(v/v_c) = 1$, $\mu_0 = 1$.

Точка екстремуму допоміжного функціонала (2) забезпечує екстремум вихідного функціонала (1), розв'язком умови екстремуму є функція [6, 8]:

$$f(v) = A \exp \left(- \sum_{i=0}^n \lambda_i g_i(v) \right), \quad (3)$$

де константа A визначається з умови нормування $\int_{v_{\min}}^{v_{\max}} f(v) dv = 1$.

Множники Лагранжа λ_i , що входять до функції розподілу (3), знаходять з системи рівнянь (2), яка отримує вигляд [6]:

$$\int_{v_{\min}}^{v_{\max}} g_i(v) \exp \left(- \sum_{i=0}^n \lambda_i g_i(v) \right) dv = \mu_i \quad (4)$$

Маємо замкнену систему рівнянь відносно $n + 1$ невідомої. Основна складність методу максимальної ентропії полягає у неможливості точного розв'язку інтегральних рівнянь (4). Ці рівняння розв'язуються ітераційним методом і дозволяють визначити параметри функції розподілу швидкості вітру. Переважно використовується метод дотичних. Збіжність методу залежить від вдалого вибору нульового наближення, кроку ітерації, тобто загалом від

майстерності виконавця. У будь-якому випадку ітераційний метод розв'язку системи рівнянь (4) потребує значних розрахункових потужностей і часу. Моменти μ_i визначаються з досліджуваної вибірки значень випадкової величини, відповідно до обраних моментних функцій $g_i(v)$:

$$\mu_i = \sum_v g_i(v) p(v), \quad (5)$$

де $p(v)$ – дискретна повторюваність різних градацій швидкості вітру для досліджуваної географічної місцевості.

Підставляючи вираз (3) у (1), з урахуванням (4) для максимального значення ентропії маємо:

$$H_{\max} = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i \mu_i. \quad (6)$$

Сучасний розвиток прикладних комп'ютерних програм дозволяє значно спростити процедуру розв'язку складних математичних задач. Запропонований нами метод отримання множників Лагранжа λ_i дозволяє взагалі не застосовувати складну процедуру ітераційних розрахунків. Для цього використовуються потужності пакету Curve Fitting системи Matlab, де можна апроксимувати функцією (3) набір експериментальних значень швидкості вітру. Значення множників λ_i обчислюються автоматично разом з похибками, але перед цим треба задати моментні функції $g_i(v)$. Як показують дослідження [8, 10], в якості моментних функцій доцільно використовувати ступеневі v/v_c , $(v/v_c)^2$ та логарифмічні $\ln(v/v_c)$, $\ln(1 + v/v_c)$, $\ln^2(v/v_c)$, $\ln(1 + (v/v_c)^2)$ функції. Кількість моментних обмежень при проведенні досліджень: $n = 2, 4$. Середнє значення швидкості вітру v_c визначається за формулою:

$$v_c = \sum_v p(v) v. \quad (7)$$

Можливості методу максимуму ентропії продемонстровано для тестового розподілу швидкостей вітру (див. табл. 1).

Таблиця 1

Дискретний розподіл швидкостей вітру та моменти розподілу

Розподіл швидкостей вітру								
$v, \text{ м/с}$	0.5	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5
$p(v)$	0.008	0.036	0.080	0.180	0.190	0.170	0.110	0.055
$v, \text{ м/с}$	8.5	9.5	10.5	11.5	12.5	13.5	14.5	15.5
$p(v)$	0.046	0.030	0.012	0.020	0.025	0.011	0.019	0.008
Моменти розподілу для різних моментних функцій								
$g_i(v)$	1	v/v_c	$(v/v_c)^2$	$\ln(v/v_c)$	$\ln(1 + v/v_c)$	$\ln^2(v/v_c)$	$\ln(1 + (v/v_c)^2)$	
μ_i	1	1	1.273	-0.132	0.663	0.303	0.689	

При проведенні розрахунків інтегрування в рівняннях (4) виконується в певних межах ($v_{\min}$, $v_{\max}$). Строго кажучи, інтервал інтегрування у виразах типу (4) має становити $(-\infty, +\infty)$. Однак насправді швидкість вітру не буває від'ємною і обмежена у максимальних значеннях. Для досягнення кращої точності при апроксимації даних спостережень розрахунковий інтервал має гарантовано перекривати інтервал зміни фактичних даних, а поза ним значення вважаються нульовими, тобто функція розподілу матиме вигляд [8]:

$$f(v) = \begin{cases} 0, & v < v_{\min} \\ A \exp\left(-\sum_{i=0}^n \lambda_i g_i(v)\right) & v_{\min} \leq v \leq v_{\max} \\ 0, & v > v_{\max} \end{cases} \quad (8)$$

При розрахунках було прийнято $v_{\min} = 0.1 \text{ м/с}$, $v_{\max} = 15.5 \text{ м/с}$, $v_c = 5.7 \text{ м/с}$.

Запропонований в роботі метод отримання множників Лагранжа λ_i дозволяє уникнути складної процедури ітераційних розрахунків. Для цього використовуються потужності пакету Curve Fitting системи Matlab, де можна апроксимувати функцією (3) набір експериментальних значень швидкості вітру. Значення множників λ_i обчислюються автоматично разом з похибками.

У табл. 2 наведено результати розрахунку параметрів λ_i для деяких наборів моментних функцій, нормувальних констант A , а також максимальні значення ентропії $H_{\max}$, середньоквадратичні похибки апроксимації $RMSE$ та коефіцієнти детермінації R^2 (кореляції).

Порівняння результатів розрахунків проводиться між різними функціями розподілу типу (8), а також з функціями дво- та трипараметричного розподілу Вейбула:

Таблиця 2

Параметри функцій розподілу для деяких наборів моментних функцій

№	$g_i(v/v_c)$	$H_{\max}$	A	$RMSE$	R^2	к-ти апроксимації
1	$v/v_c, (v/v_c)^2$	1.995	1.136	0.017	0.941	$\lambda_0 = 4.915; \lambda_1 = -7.965; \lambda_2 = 4.849$
2	$\ln(v/v_c), \ln^2(v/v_c)$	2.140	1.074	0.013	0.960	$\lambda_0 = 1.925; \lambda_1 = -1.776; \lambda_2 = 2.773$
3	$\ln^2(v/v_c), \ln(1 + (v/v_c)^2)$	2.130	1.078	0.013	0.967	$\lambda_0 = 0.668; \lambda_1 = 2.087; \lambda_2 = 1.782$
4	$v/v_c, (v/v_c)^2, \ln(1 + (v/v_c)^2)$	2.259	1.023	0.010	0.980	$\lambda_0 = 9.064; \lambda_1 = -25.400; \lambda_2 = 1.993; \lambda_3 = 23.460$
5	$v/v_c, \ln^2(v/v_c), \ln(1 + (v/v_c)^2)$	2.235	1.038	0.012	0.974	$\lambda_0 = 2.825; \lambda_1 = -7.450; \lambda_2 = 1.836; \lambda_3 = 9.455$
6	$v/v_c, (v/v_c)^2, \ln(v/v_c)$	2.217	1.048	0.012	0.963	$\lambda_0 = -1.271; \lambda_1 = 4.451; \lambda_2 = -1.251; \lambda_3 = 3.019$
7	$v/v_c, (v/v_c)^2, \ln(v/v_c), \ln^2(v/v_c)$	0.179	0.029	0.009	0.983	$\lambda_0 = -28.020; \lambda_1 = 34.400; \lambda_2 = -4.487; \lambda_3 = -23.490; \lambda_4 = -4.646$
8	$v/v_c, (v/v_c)^2, \ln(v/v_c), \ln(1 + v/v_c)$	2.245	1.031	0.010	0.982	$\lambda_0 = 11.170; \lambda_1 = 56.580; \lambda_2 = -6.851; \lambda_3 = 1.603; \lambda_4 = -85.170$
9	$v/v_c, (v/v_c)^2, \ln^2(v/v_c), \ln(1 + (v/v_c)^2)$	2.052	0.888	0.009	0.984	$\lambda_0 = 12.130; \lambda_1 = -34.360; \lambda_2 = 2.918; \lambda_3 = -0.821; \lambda_4 = 30.630$
10	Двопараметричний розподіл Вейбула	–	–	0.018	0.923	$\gamma = 2.363; \beta = 5.511$
11	Трипараметричний розподіл Вейбула	–	–	0.016	0.946	$\gamma = 1.777; \beta = 4.149; \theta = 1.327$

$$f_{2W}(v) = \frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{v}{\beta} \right)^{\gamma-1} \exp \left(- \left(\frac{v}{\beta} \right)^{\gamma} \right); \quad f_{3W}(v) = \frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{v-\theta}{\beta} \right)^{\gamma-1} \exp \left(- \left(\frac{v-\theta}{\beta} \right)^{\gamma} \right). \quad (9)$$

Параметри $H_{\max}$ і R^2 потребують максимізації, параметр $RMSE$ – мінімізації. Як видно з аналізу отриманих даних (табл. 3), найбільше значення ентропії забезпечують комбінації трьох моментних функцій № 4, середньоквадратична похибка апроксимації $RMSE$ має найменше значення для функцій №7, 9, а коефіцієнт детермінації R^2 має найбільше значення для функцій № 9. Остаточний вибір параметрів функції розподілу може здійснюватися відповідно до обраного критерію, проте досліджуваний метод базується саме на показнику ентропії. Тому оптимальним за набором критеріїв можна вважати варіант №4, і функція розподілу для даного набору вимірів матиме вигляд:

$$f(v) = 1.023 \exp \left(-9.064 + 25.400 \frac{v}{v_c} - 1.993 \left(\frac{v}{v_c} \right)^2 - 23.460 \ln \left(1 + \left(\frac{v}{v_c} \right)^2 \right) \right), \quad (10)$$

де інтервал зміни швидкості вітру $0.1 \leq v \leq 15.5$ м/с.

На рис. 1 показано графічне співставлення кривих розподілу швидкості вітру, отриманих на підставі методу максимуму ентропії та розподілів Вейбула. Всі розподіли було застосовано до експериментального розподілу швидкостей вітру (гістограма на рис. 1), який характеризується декількома локальними екстремумами: основним на швидкості вітру 4.5 м/с і додатковими на швидкостях вітру 12.5 і 14.5 м/с. З рис. 1 чітко видно, що метод

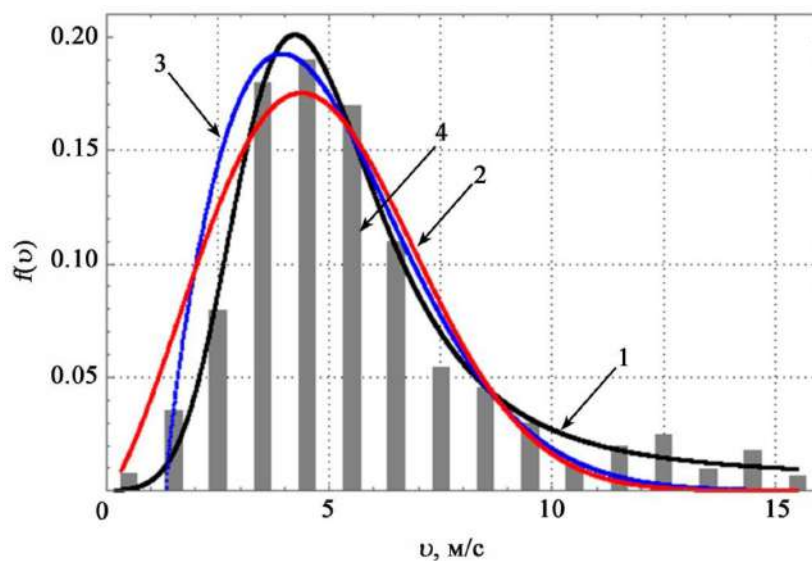


Рис. 1. Порівняння тестового дискретного розподілу швидкості вітру і неперервних функцій розподілу: 1) оптимальна функція розподілу, отримана на підставі принципу максимуму ентропії, 2) двопараметричний розподіл Вейбула, 3) трипараметричний розподіл Вейбула, 4) гістограма експериментального розподілу

максимуму ентропії краще описує експериментальні дані в усьому діапазоні їх зміни, що також підтверджується даними табл. 1.

Розподіл потужності вітру, віднесеної до одиниці площі поперечного перерізу вітрового потоку (питомої потужності), описується функцією:

$$\varepsilon(v) = \frac{1}{2} \rho v^3 f(v), \quad (11)$$

де $\rho = 1.226 \text{ кг/м}^3$ – густина повітря.

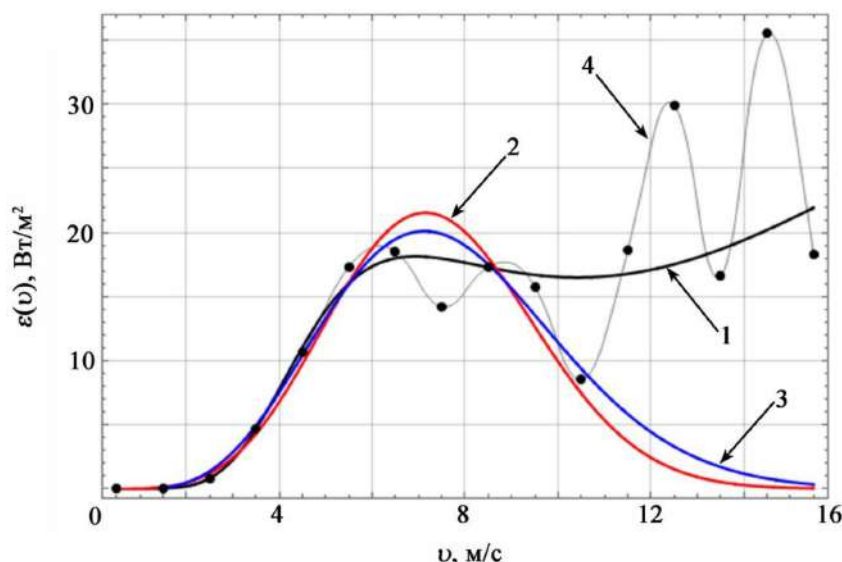


Рис. 2. Моделювання питомої потужності вітрового потоку за допомогою різних функцій розподілу: 1) оптимальна функція розподілу, отримана на підставі принципу максимуму ентропії, 2) двопараметричний розподіл Вейбула, 3) трипараметричний розподіл Вейбула, 4) експериментальний розподіл

Приклад цієї залежності для досліджуваних вимірів зображено на рис. 2 у вигляді точок, з'єднаних суцільною лінією. Видно, що для швидкостей вітру $v > 11 \text{ м/с}$ спостерігаються значні коливання із загально зростаючим трендом, який відтворюється функцією розподілу, отриманою з використанням принципу максимуму ентропії і зовсім не відображається розподілами Вейбула. У табл. 3 наведено порівняння точності різних функцій розподілу для опису питомої потужності вітру. Як бачимо, використання методу максимуму ентропії значно краще, ніж за іншими розподілами, моделює фактичний розподіл потужності вітру.

Таблиця 3

Порівняння функцій розподілу для опису питомої потужності вітру

Розподіл	Точність	
	<i>RMSE</i> , Вт/м²	<i>R</i> ²
Вейбула (двопараметричний)	13.548	-1.221
Вейбула (трипараметричний)	13.316	-1.706
максимум ентропії (оптимальна)	6.398	0.537

Слід зазначити, що для розподілів Вейбула спостерігається від'ємний коефіцієнт детермінації, що свідчить про їх неспроможність адекватно описувати експериментальний розподіл питомої потужності вітру.

Висновки

Розроблено методику застосування принципу максимуму ентропії для опису функції розподілу швидкості вітру. Показано, що застосування пакету Curve Fitting системи Matlab дозволяє значно спростити та автоматизувати процес визначення множників Лагранжа. Запропоновано методику вибору оптимальної функції розподілу на основі багатокритеріального аналізу. Показано, що використання методу максимуму ентропії значно краще моделює фактичний розподіл потужності вітру ніж розподіл Вейбула.

Список використаної літератури

1. Unal M., Cilek A., Tekin S. (2024) Maximum Entropy Method for Wind Farm Site Selection: Implications for River Basin Ecosystems Under Climate Change. *Water*, 16(24), 3679. <https://doi.org/10.3390/w16243679>
2. Vrakopoulou M., Margellos K., Lygeros J. and Andersson G. (2013) A Probabilistic Framework for Reserve Scheduling and N-1 Security Assessment of Systems With High Wind Power Penetration. *IEEE Transactions on Power Systems*, 28(4), pp. 3885–3896. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2013.2272546>
3. Yuan X. (2013) Overview of problems in large-scale wind integrations. *J Mod Power Syst Clean Energy*, 1(1), pp. 22–25. <https://doi.org/10.1007/s40565-013-0010-6>
4. Bian Q., Qiu Y., Wu W., Xin H. and Fu X. (2018) Generation dispatch method based on maximum entropy principle for power systems with high penetration of wind power. *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, 6(6), pp. 1213–1222. <https://doi.org/10.1007/s40565-018-0419-z>
5. Liu, F. J., Chang, T. P. (2011) Validity analysis of maximum entropy distribution based on different moment constraints for wind energy assessment. *Energy*, 36(3), pp. 1820–1826. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2010.11.033>
6. Shoaib M., Siddiqui I., Rehman Sh., Rehman S., Khan S., Lashin A. (2016) Comparison of Wind Energy Generation Using the Maximum Entropy Principle and the Weibull Distribution Function. *Energies*, 9(842), pp. 1–8. I. <https://doi.org/10.3390/en9100842>
7. Jaynes E. T. (1968) Prior Probabilities. *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, 4(3), pp. 227–241.
8. Шарко О. В., Степанчиков Д. М., Шарко А. О. (2024) Термодинамічний підхід при математичному моделюванні вітрового потенціалу місцевості. зб. тез доп. XVI міжнародної науково-практичної конференції *Сучасні інформаційні та інноваційні технології на транспорті MINTT-2024: (м. Одеса, 29–31 травня, 2024р.)*, Одеса, ХДМА, 2024. – с. 268–271.
9. Li, M.; Li, X. (2005) MEP-type distribution function: A better alternative to Weibull function for wind speed distribution. *Renew. Energy*, 30, pp. 1221–1240. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2004.10.003>
10. Ramirez, P.; Carta, J. A. (2006) The use of wind probability distributions derived from the maximum entropy principle in the analysis of wind energy. A case study. *Energy Convers. Manag.*, 47, pp. 2564–2577. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2005.10.027>
11. Zhou, J.; Erdem, E.; Li, G.; Shi, J. (2010) Comprehensive evaluation of wind speed distribution models: A case study for North Dakota sites. *Energy Convers. Manag.*, 51, pp. 1449–1458. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2010.01.020>
12. Zhang, H.; Yu, Y. J.; Liu, Z. Y. (2014) Study on the Maximum Entropy Principle applied to the annual wind speed probability distribution: A case study for observations of intertidal zone anemometer towers of Rudong in East China Sea. *Appl. Energy*, 114, pp. 931–938. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2013.07.040>

References

1. Unal M., Cilek A., Tekin S. (2024) Maximum Entropy Method for Wind Farm Site Selection: Implications for River Basin Ecosystems Under Climate Change. *Water*, 16(24), 3679. <https://doi.org/10.3390/w16243679>
2. Vrakopoulou M., Margellos K., Lygeros J. and Andersson G. (2013) A Probabilistic Framework for Reserve Scheduling and N-1 Security Assessment of Systems With High Wind Power Penetration. *IEEE Transactions on Power Systems*, 28(4), pp. 3885–3896. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2013.2272546>
3. Yuan X. (2013) Overview of problems in large-scale wind integrations. *J Mod Power Syst Clean Energy*, 1(1), pp. 22–25. <https://doi.org/10.1007/s40565-013-0010-6>
4. Bian Q., Qiu Y., Wu W., Xin H. and Fu X. (2018) Generation dispatch method based on maximum entropy principle for power systems with high penetration of wind power. *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, 6(6), pp. 1213–1222. <https://doi.org/10.1007/s40565-018-0419-z>
5. Liu, F. J., Chang, T. P. (2011) Validity analysis of maximum entropy distribution based on different moment constraints for wind energy assessment. *Energy*, 36(3), pp. 1820–1826. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2010.11.033>
6. Shoaib M., Siddiqui I., Rehman Sh., Rehman S., Khan S., Lashin A. (2016) Comparison of Wind Energy Generation Using the Maximum Entropy Principle and the Weibull Distribution Function. *Energies*, 9(842), pp. 1–8. I. <https://doi.org/10.3390/en9100842>
7. Jaynes E. T. (1968) Prior Probabilities. *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, 4(3), pp. 227–241.
8. Sharko O. V., Stepanchikov D. M., Movchan P.V. (2024) Thermodynamic approach to mathematical modeling of the wind potential of a terrain. Proceedings of the *Modern Information and Innovation Technologies in Transport MINTT-2024: XVI international scientific and practical conference (Odessa, May 29–31, 2024)*. Odessa : Kherson State Maritime Academy, 2024, pp. 268–271.
9. Li, M.; Li, X. (2005) MEP-type distribution function: A better alternative to Weibull function for wind speed distribution. *Renew. Energy*, 30, pp. 1221–1240. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2004.10.003>

10. Ramírez, P.; Carta, J.A. (2006) The use of wind probability distributions derived from the maximum entropy principle in the analysis of wind energy. A case study. *Energy Convers. Manag.*, 47, pp. 2564–2577. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2005.10.027>
11. Zhou, J.; Erdem, E.; Li, G.; Shi, J. (2010) Comprehensive evaluation of wind speed distribution models: A case study for North Dakota sites. *Energy Convers. Manag.*, 51, pp. 1449–1458. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2010.01.020>
12. Zhang, H.; Yu, Y. J.; Liu, Z. Y. (2014) Study on the Maximum Entropy Principle applied to the annual wind speed probability distribution: A case study for observations of intertidal zone anemometer towers of Rudong in East China Sea. *Appl. Energy*, 114, pp. 931–938. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2013.07.040>

Дата першого надходження рукопису до видання: 22.09.2025

Дата прийнятого до друку рукопису після рецензування: 17.10.2025

Дата публікації: 28.11.2025