

І. В. РУБАН

доктор технічних наук, професор,
професор кафедри електронних обчислювальних машин
Харківський національний університет радіоелектроніки
ORCID: 0000-0002-4738-3286

В. М. ТКАЧОВ

кандидат технічних наук, доцент,
докторант кафедри електронних обчислювальних машин
Харківський національний університет радіоелектроніки
ORCID: 0000-0002-6524-9937

МЕТОД РОБАСТНОЇ ВАРІАЦІЙНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ТРАЄКТОРІЙ ФУНКЦІОНУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ НА МОБІЛЬНІЙ ПЛАТФОРМІ В УМОВАХ ДЕСТРУКТИВНИХ ВПЛИВІВ

У роботі розглянуто проблему забезпечення живучості інформаційної системи на мобільній платформі в умовах деструктивних впливів і жорстких ресурсних обмежень. Функціонування системи описано у вигляді дискретно-часових траєкторій стану, для яких введено множину станів, що задовольняють вимоги живучості (допустимих за живучістю станів), та відповідну множину допустимих за живучістю початкових станів. На цій основі сформульовано варіаційну задачу оптимізації траєкторій з багатокритеріальним функціоналом, що враховує дефіцит якості обслуговування, витрати ресурсів, відхилення показників живучості та наближення до меж допустимої області. Для множини сценаріїв деструктивних впливів побудовано робастне узагальнення функціонала типу «найгіршого випадку» з використанням штрафного представлення обмежень живучості, що інтерпретується як вимога інваріантності множини допустимих за живучістю станів відносно найкритичніших збурень. Отримано варіаційні умови оптимальності та запропоновано ітераційний метод градієнтного типу для корекції послідовності керувальних впливів, орієнтований на сценарії з максимальною реалізованою вартістю робастного функціонала. Наведено імітаційний приклад для двовимірної моделі стану, який демонструє переваги робастно-варіаційної політики порівняно з базовою стратегією за показниками економії ресурсу, відтермінування виходу траєкторій за межі допустимої області та зменшення найгірших інтегральних витрат. Отримані результати розвивають відомі підходи теорії живучості та робастного оптимального керування на клас інформаційних систем, що функціонують на мобільних платформах під дією деструктивних впливів, і можуть бути покладені в основу подальших досліджень із синтезу адаптивних політик розподілу ресурсів.

Ключові слова: інформаційна система, мобільна платформа, живучість, траєкторія, оптимізація, робастність.

I. V. RUBAN

Doctor of Technical Sciences, Professor,
Professor at the Department of Electronic Computers
Kharkiv National University of Radio Electronics
ORCID: 0000-0002-4738-3286

V. M. TKACHOV

Candidate of Technical Sciences, Associated Professor,
Doctoral Student at the Department of Electronic Computers
Kharkiv National University of Radio Electronics
ORCID: 0000-0002-6524-9937

A METHOD OF ROBUST VARIATIONAL OPTIMIZATION OF OPERATIONAL TRAJECTORIES OF AN INFORMATION SYSTEM ON A MOBILE PLATFORM UNDER DESTRUCTIVE IMPACTS

The paper addresses the problem of ensuring the survivability of an information system on a mobile platform under destructive impacts and strict resource constraints. The system's operation is described in terms of discrete-time state trajectories, for which a set of states satisfying survivability requirements (survivability-admissible states) and

the corresponding set of survivability-admissible initial states are introduced. On this basis, a variational trajectory optimization problem is formulated with a multicriteria performance functional that accounts for the deficit of service quality, resource expenditures, deviations of survivability indicators, and proximity to the boundary of the admissible region. For a set of destructive impact scenarios, a robust “worst-case” extension of the functional is constructed using a penalty representation of survivability constraints, which is interpreted as a requirement of invariance of the set of survivability-admissible states with respect to the most critical perturbations. Variational optimality conditions are derived, and an iterative gradient-type method is proposed for correcting the sequence of control actions, oriented toward scenarios that realize the maximal value of the robust functional. A simulation example for a two-dimensional state model is presented, demonstrating the advantages of the robust variational policy over a baseline strategy in terms of resource savings, postponing the exit of trajectories beyond the admissible region, and reducing worst-case integral costs. The obtained results extend known approaches of survivability theory and robust optimal control to the class of information systems operating on mobile platforms under destructive impacts and can serve as a basis for further research on the synthesis of adaptive resource allocation policies.

Key words: information system, mobile platform, survivability, trajectory, optimization, robustness.

Постановка проблеми

Сучасні інформаційні системи можуть бути реалізовані як на базі стаціонарної інфраструктури (центри оброблення даних, корпоративні мережі, хмарні платформи), так і в розподіленому середовищі з віддаленими вузлами, а окремий різновид становлять інформаційні системи на мобільних платформах – системи, в яких ключові обчислювальні та комунікаційні ресурси розміщено на рухомих носіях (безпілотних апаратах, автономних роботах, транспортних засобах тощо) і які працюють в умовах змінного середовища та обмежених ресурсів [1]. Для таких систем принциповим є одночасне досягнення заданих показників якості в номінальному режимі функціонування та забезпечення такого керування, за якого, за наявності деструктивних впливів, траєкторія стану інформаційної системи протягом усього періоду функціонування не виходить за межі області припустимих станів, що відображає задані вимоги до живучості інформаційної системи. Під деструктивними впливами розуміються втрати зв'язності між елементами інформаційної системи, відмови вузлів, кібератаки та фізичні ушкодження окремих компонентів мобільної платформи, що впливають на виконання інформаційною системою основної функції [2-3].

У класичних підходах до забезпечення живучості інформаційних систем переважають схеми статичного резервування, локальної реконфігурації або грубих правил пріоритизації потоків і завдань [4]. Такі підходи, як правило, орієнтовані на окремі стани або події, а не на цілі траєкторії переходів станів. Внаслідок цього вони не дозволяють формально гарантувати, що за реалістичних сценаріїв збурень інформаційна система не вийде за межі допустимих режимів функціонування, навіть якщо у початковий момент часу всі обмеження дотримуються. У подальшому, в рамках цього дослідження, під збуреннями розуміються випадкові відхилення параметрів системи, деструктивні впливи, що погіршують режими її функціонування тощо.

Формально стан інформаційної системи на мобільній платформі можна описати вектором:

$$x(t) \in X, \quad (1)$$

де X – простір станів, що відображає конфігурацію даних, активних процесів і розподіл ресурсів інформаційної системи у момент часу t .

На $x(t)$ діють керувальні впливи (наприклад, параметри розподілу ресурсів, вибір маршрутів обміну, пріоритети завдань тощо):

$$u(t) \in U, \quad (2)$$

та збурення:

$$w(t) \in W. \quad (3)$$

Динаміка функціонування інформаційної системи задається у вигляді співвідношення

$$x(t+1) = F(x(t), u(t), w(t)), \quad (4)$$

або його безперервним аналогом, де F є функцією переходу стану, що відображає структурні властивості інформаційної системи.

Нехай задано множину допустимих станів інформаційної системи

$$G \subseteq X, \quad (5)$$

що задає обмеження на коректність даних, дотримання вимог якості виконання функційних задач, цілісність та ресурсну здійсненність (забезпеченість обчислювальними ресурсами) обраних режимів функціонування. У подальшому множина (5) інтерпретується як область станів, що відповідають вимогам до живучості інформаційної системи. Тоді траєкторію функціонування інформаційної системи задається як послідовність станів:

$$\{x(t)\}_{t=0}^T. \quad (6)$$

Вважається, що інформаційна система характеризується живучістю за обраної політики керування $u(t)$, якщо для будь-якого допустимого сценарію збурень $w(t)$ породжена нею траєкторія стану задовольняє умову:

$$x(t) \in G \text{ для всіх } t \in [0, T] \quad (7)$$

В реальних умовах інформаційні системи на мобільній платформі мають забезпечувати виконання основної

функції не лише в умовно середньому випадку, що відповідає номінальній траєкторії (6), а й витримувати широкий спектр несприятливих сценаріїв, включно з рідкісними, але критичними комбінаціями збурень [5]. Це вимагає робастності функціонування інформаційної системи, під якою в цьому дослідженні вважається здатність системи за фіксованої політики керування зберігати перебування траєкторії стану в множині допустимих станів для всіх деструктивних впливів із заданої множини $W_{\#}$, а у стохастичному випадку, коли $w(t)$ моделюється випадковим процесом, – з наперед заданою ймовірністю.

Традиційні методи оптимального керування та розподілу ресурсів здебільшого орієнтовані на мінімізацію певного інтегрального показника для номінальної або усередненої моделі, не враховуючи вимогу неперервного перебування траєкторії в множині (5) протягом функціонування системи та за множини сценаріїв деструктивних впливів [6]. Відомі підходи до забезпечення живучості інформаційної системи, які враховують семантику траєкторій функціонування інформаційних систем [7] у більшості випадків або не пристосовані до умов мобільної платформи з жорсткими ресурсними обмеженнями, або не забезпечують явної процедури синтезу керування, яку можна реалізувати в оперативному режимі.

Наведений аналіз вказує на формалізацію задачі, спрямованої на забезпечення живучості реальних інформаційних системах, – як багатокритеріальної. Тобто, необхідно одночасно підтримувати прийнятну якість виконання основної та периферійних функцій інформаційною системою, обмежувати ризики критичних відмов, дотримуватися системних ресурсних лімітів, забезпечувати пріоритет для критичних функцій без повної деградації допоміжних функцій.

Просте згортання зазначених вимог в один скалярний критерій або жорстке фіксування пріоритетів може приводити до надмірно консервативних рішень або, навпаки, до втрати властивості живучості інформаційною системою за нетипових, але допустимих сценаріїв деструктивних впливів.

Таким чином, для інформаційних систем на мобільній платформі залишається невирішеною задача побудови методу робастної варіаційної оптимізації траєкторій функціонування, який би:

- забезпечував виконання вимог до живучості інформаційної системи через умову перебування траєкторій стану в множині допустимих станів (5);
- формалізував задачу як варіаційну оптимізаційну задачу на класі допустимих траєкторій та керувальних впливів з урахуванням множини можливих деструктивних впливів;
- гарантував робастність функціонування системи щодо деструктивних впливів шляхом явного врахування найгірших або ризикованих сценаріїв;
- давав змогу враховувати багатокритеріальний характер вимог до живучості, не зводячи це до неконтрольованого набору евристичних правил.

Відсутність такого методу ускладнює побудову формально обґрунтованих алгоритмів оперативного керування ресурсами інформаційних систем на мобільній платформі, здатних гарантувати дотримання вимог до їх живучості в широкому діапазоні деструктивних впливів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Проблема забезпечення живучості інформаційних систем у динамічних та агресивних середовищах активно досліджується у поданні мережних структур, в рамках методів робастного керування та оптимізації траєкторій. Водночас більшість робіт або зосереджуються на структурно-топологічних аспектах мереж, не доводячи апарат до узгодженого методологічного рівня, де траєкторія функціонування інформаційної системи на мобільній платформі розглядається як об'єкт робастної варіаційної оптимізації в межах множини допустимих (життєздатних) станів.

Дослідження [8], присвячене життєвому циклу розроблення мобільних телекомунікаційних систем, показує як можна інтегрувати вимоги до забезпечення живучості в усі фази життєвого циклу програмно-апаратних рішень. В роботі [8] описано процедури включення механізмів відмовостійкості, самовідновлення та безпеки ще на етапах аналізу вимог, проектування та тестування. Запропонована методика має виразний процесно-орієнтований характер і дає змогу системно враховувати живучість як нефункціональну вимогу. Однак відсутність механізму оперативного параметричного керування ресурсами мобільної платформи суттєво звужує предметну область застосовності запропонованого рішення.

Суттєвий внесок у розвиток кількісних підходів до оцінювання живучості зроблено в роботі [9], де досліджується динамічні властивості двошарових мереж із різними топологіями. Запропонована модель дозволяє аналізувати вплив схем міжшарових зв'язків, зокрема показано, що внутрішньошарові та міжшарові зв'язки по-різному впливають на здатність мережі протистояти випадковим та цілеспрямованим деструктивним впливам.

В дослідженні [10] показано, що живучість – динамічна характеристика, яка залежить від механізму еволюції стану мережної структури. Водночас аналіз обмежується агрегованими мережними метриками і не переходить до рівня траєкторій функціонування конкретних інформаційних сервісів на мобільній платформі.

У дослідженні за напрямом робастної оптимізації траєкторій [11] розглянуто постановку задачі оптимального керування системою з урахуванням стохастичних комплементарних обмежень. У роботі [11] авторами

запропоновано алгоритми побудови траєкторій, стійких до невизначеності параметрів середовища, з використанням стохастичних моделей. Робота [11] присвячена дослідженню робастної траєкторної оптимізації системи, проте вона орієнтована на кінематику та динаміку руху мобільної платформи, а не на еволюцію інформаційних станів системи та розглядає переважно однокритеріальну постановку оптимізації (мінімізація ризику несприятливих сценаріїв) без інтеграції багатьох показників живучості.

Дотичним є дослідженням в області контрольних бар'єрних функцій [12]. Зокрема, у дослідженні [12], запропоновано апарат забезпечення інваріантності безпечної множини станів за умов невизначеності вимірювань, тобто, пропонуються підходи до конструювання бар'єрних функцій, стійких до похибок сенсорики, та синтезу моделей управління, що мінімально втручається у базову поведінку інформаційної системи, але гарантує залишення траєкторій у безпечній множині траєкторій функціонування. Отже, тут явно присутні множини допустимих станів та рішення задачі робастної інваріантності траєкторій. Проте це дослідження не враховує багатокритеріальної природи забезпечення живучості інформаційних систем.

Отже, задача, пов'язана зі створенням такого методу оптимізації траєкторій функціонування інформаційної системи на мобільній платформі, який би поєднував рішення з формування множини допустимих станів інформаційної системи на мобільній платформі, давав формалізований деструктивних впливів як різновиду збурень, що деформують траєкторії в просторі станів, надавав багатокритеріальну постановку оптимізації та гарантував утримання траєкторій всередині множини допустимих станів при найгірших допустимих сценаріях впливів.

Формулювання мети дослідження

Метою дослідження є розроблення методу робастної варіаційної оптимізації траєкторій функціонування інформаційної системи на мобільній платформі, який за наявності деструктивних впливів та обмежених ресурсів забезпечує перебування траєкторії стану системи в множині допустимих станів. Для досягнення цієї мети передбачається формально задати множину допустимих траєкторій стану з урахуванням показників живучості інформаційної системи та ресурсних обмежень, побудувати варіаційну постановку задачі оптимізації траєкторій у присутності збурень, ввести робастні критерії, що відображають найгірші допустимі сценарії впливів, вивести умови оптимальності керування інформаційною системою, які гарантують перебування траєкторій стану в області допустимих станів, а також сформулювати алгоритмічну процедуру застосування запропонованого методу для підтримки прийняття рішень щодо оперативного розподілу ресурсів інформаційної системи в рамках виконання нею основної функції.

Викладення основного матеріалу дослідження

Математична модель траєкторій функціонування інформаційної системи на мобільній платформі

У якості опорної моделі інформаційної системи на мобільній платформі використовується подання, описане у [13], [14] і розглядається як вихідний базис, з якого виділяється узагальнений динамічний стан, придатний для варіаційної оптимізації.

Для опису функціонування інформаційної системи на мобільній платформі буде використовуватися дискретно-часова модель, що відповідає покроковій роботі засобів керування та оновлення вимірювань метрик. Нехай $t \in \{0, 1, \dots, T\}$ – одиниця дискретного часу (номер такту), де T – тривалість періоду функціонування системи.

Беручи за основу формалізацію стану інформаційної системи на мобільній платформі (1), простір станів X включає компоненти, що відображають стан критичних інформаційних процесів (показники ступеня завершеності виконання завдань, черг запитів, затримок передачі та втрат даних), характеристики якісних властивостей даних (валідність даних відносно часового вікна їх надходження, узгодженість даних на етапах формування задач їх обробки, ступінь втрат або пошкоджень даних унаслідок різних причин) та показники ресурсного стану мобільної платформи (бюджет запасу функційної здатності, завантаженість каналів зв'язку, обчислювальних елементів, буферної пам'яті тощо).

Виходячи з (1) та для зручності подальшого аналізу стан $x(t)$ можна подати у вигляді тріади

$$x(t) = (x'(t), x''(t), x'''(t)), \quad (8)$$

де $x'(t)$ – процесна складова (функціонування сервісів); $x''(t)$ – складова, що відноситься до властивостей даних; $x'''(t)$ – ресурсна складова мобільної платформи.

Управління ресурсами та режимами роботи системи задається вектором (2). Компоненти $u(t)$ можуть включати: розподіл пропускну здатності каналів між інформаційними потоками, розподіл задач на обчислювальних елементах (вузли, групи вузлів), вибір маршрутів передачі даних, зміну режимів роботи окремих компонентів інформаційної системи.

Для кожного стану $x(t)$ визначається локальна множина допустимих керувальних впливів

$$U(x(t)) \subseteq U, \quad (9)$$

що враховує поточні обмеження на ресурси.

Розглянемо формалізацію вектору збурень (3), що вкливають на інформаційну систему в момент часу t . До

$w(t)$ відносяться, наприклад: динаміка топології та якості каналів зв'язку, відмова вузлів та каналів, перевантаження мережних і обчислювальних ресурсів, навмисні деструктивні впливи (атаки, блокування, спотворення трафіку тощо).

Множина W може розглядатися як сукупність усіх можливих значень збурень, тоді як у рамках цього дослідження буде використовуватися допустима множина сценаріїв W_{Φ} , відносно якої формулюється фактор робастності.

Еволюція стану інформаційної системи в дискретному часі описується оператором (4), де:

$$F : X \times U \times W \rightarrow X. \quad (10)$$

Формула (10) – відображення, що задає перехід інформаційної системи з поточного стану $x(t)$ у наступний стан $x(t+1)$ під дією $u(t)$ та $w(t)$. Оператор F може мати такі властивості як:

- нелінійність і залежність від попередніх станів;
- параметрична залежність від характеристик мобільної платформи (8);
- врахування ефекту накопичення ушкоджень (поступове виснаження ресурсів, деградація якості даних через спотворення).

У рамках даного дослідження припускається, що структура оператора F фіксована для обраного класу інформаційних систем, а його параметри можуть оцінюватися на основі моделей або емпіричних даних [15]. Це дозволяє формально оперувати траєкторіями стану, не вдаючись до надмірного ускладнення внутрішньої структури інформаційної системи.

Отже, за заданого початкового стану $x(0) = x_0 \in X$, послідовності керувальних впливів множини (9) $u(\cdot) = \{u(t)\}_{t=0}^{T-1}$ та збурень $w(\cdot) = \{w(t)\}_{t=0}^{T-1}$ динамічна модель породжує траєкторію функціонування інформаційної системи (6), яка є рішенням рекурентного співвідношення (4). Надалі саме траєкторії $x(\cdot)$ будуть основним об'єктом оптимізації та аналізу живучості інформаційної системи, де нотація (\cdot) означає, що йдеться про залежність від усієї часової послідовності станів, а не від фіксованого моменту часу.

У реальних умовах мобільна платформа не завжди має доступ до повного стану $x(t)$. Тому доцільно ввести також модель спостережень [16]:

$$y(t) = H(x(t), w(t), v(t)), \quad (11)$$

де: $y(t)$ – вектор доступних телеметричних показників; H – оператор спостереження; $v(t)$ – вектор вимірювальних похибок, що моделює випадкові спотворення даних телеметрії.

У загальному випадку $u(t)$ формується як функція

$$u(t) = \pi_t(y(0), \dots, y(t)), \quad (12)$$

де π_t – правило (політика) керування на кроці t .

Далі, на етапі формування варіаційної задачі оптимізації, припускається, що клас допустимих політик $\{\pi_t\}$ є статичним, тоді як предметом дослідження стають саме властивості породжених ними траєкторій $x(\cdot)$ відносно множини допустимих станів. А з урахуванням (11) та (12) інформаційна система має повне уявлення про стан мобільної платформи та керувальні впливи на всі її елементи.

Формалізація допустимих станів та клас відповідних траєкторій стану

Далі розглядається опис динаміки стану інформаційної системи на мобільній платформі та виокремлення тих режимів, у яких система реалізує функціонал своєї властивості живучості. Для цього береться на базі множини допустимих станів функціонування системи клас допустимих траєкторій (5). Множина (5) містить ті стани, в яких інформаційна система на мобільній платформі здатна забезпечити реалізацію своєї цільової функції з прийнятною якістю за наявних ресурсів та обмежень середовища. Тобто, перебування системи в області G означає, що основні інформаційні сервіси доступні та функціонують із припустимими затримками й відомою імовірністю відмов. При цьому дані, які використовуються для прийняття рішень, мають достатню актуальність, цілісність і узгодженість, а сумарне навантаження на ресурси системи не перевищує доступних бюджетів.

Введемо для стану (1) вектор показників:

$$q(t) = (q_1(x), \dots, q_k(x)), \quad (13)$$

де окремі елементи $q_i(x)$ описують, наприклад, показники якості обслуговування, даних, завантаженості ресурсів тощо.

Нехай для кожного показника задано допустимий діапазон значень у вигляді обмежень

$$q_i(x) \in Q_i^{\Phi}, \quad i = 1, \dots, k. \quad (14)$$

Тоді множину (5) можна подати як:

$$G = \{x \in X \mid q_i(x) \in Q_i^\delta\} \text{ для всіх } i = 1, \dots, k. \quad (15)$$

За потреби, до визначення G можуть додатково застосовуватися логічні або структурні умови (наприклад, вимоги до функціонування окремих компонентів інформаційної системи, обмеження на конфігурацію маршрутів (14) тощо). Важливо, що множина G описує саме робочі режими, в яких інформаційна система здатна виконувати свою цільову функцію. Динаміка стану підпорядковується формалізму, введеному в (4) при $t = 0, 1, \dots, T - 1$.

Отже, формулюється **перше означення**. Траєкторія стану $x(\cdot) = \{x(t)\}_{t=0}^T$ називається допустимою відносно множини допустимих станів G , якщо $x(t) \in G$ для всіх $t = 0, 1, \dots, T$ (7). Таким чином, допустимою вважається лише та траєкторія стану інформаційної системи, яка не виходить за межі області допустимих станів протягом усього інтервалу функціонування інформаційної системи.

За наявності деструктивних впливів важливо враховувати не тільки одну реалізацію збурень, а сукупність можливих сценаріїв, що відповідають умовам експлуатації мобільної платформи. Нехай множина всіх допустимих реалізацій збурень на інтервалі $[0, T]$:

$$W' = \{w(\cdot)\} = \{\{x(t)\}_{t=0}^{T-1}\} \quad (16)$$

Далі вводиться **друге означення**. Для заданої політики керування $\pi = \{\pi_t\}_{t=0}^{T-1}$, де $u(t) = \pi_t$ (доступна інформація на момент t), траєкторія $x(\cdot)$, породжена динамікою системи для конкретного сценарію $w(\cdot) \in W'$, називається життєздатною, якщо вона є допустимою відносно G , тобто виконується рівняння (7).

В умовах деструктивних впливів до розгляду беруться початкові стани та політики керування, для яких життєздатність траєкторій забезпечується не лише для одного, а для всіх сценаріїв збурень з певної підмножини $W'_\delta \subseteq W'$. Це породжує поняття множини початкових станів, в яких інформаційна система завжди функціонує в нормальних робочих режимах.

Далі вводиться **третє означення**:

$$X_\phi \Rightarrow \{x_0 \in X \mid \exists \pi \text{ така, що для всіх } w(\cdot) \in W'_\delta \text{ траєкторія } x(\cdot) \text{ задовольняє } x(t) \in G \forall t\} \quad (17)$$

називається множиною допустимих початкових станів відносно допустимих станів G та множини допустимих збурень.

X_ϕ (17) описує ті початкові умови, з яких існує деяка політика керування, здатна, незважаючи на деструктивні впливи з W'_δ , утримувати систему всередині області G . Надалі саме W'_δ та структура множини G визначатимуть, наскільки жорсткими є вимоги до живучості.

У рамках цього дослідження використовується множина допустимих станів G , що не протирічить викладеним положенням у [17] та логіці формування множини допустимих початкових станів X_ϕ як вихідних об'єктів для варіаційної постановки задачі оптимізації траєкторій.

Варіаційна постановка задачі оптимізації траєкторій

З урахуванням (4), (5), (16) формулюється задача керування траєкторіями функціонування інформаційної системи на мобільній платформі як варіаційна задача оптимізації на класі траєкторій.

Розглядається фіксований початковий стан

$$x(0) = x_0 \in X_\phi, \quad (18)$$

тобто такий, з якого, принаймні теоретично, формується політика керування, здатна утримувати інформаційну систему у множині допустимих станів G на заданому інтервалі $[0, T]$.

Нехай Π – клас політик управління. Вважається, що кожна політика $\pi \in \Pi$ задає послідовність керувальних впливів:

$$u(t) = \pi_t(I_t), \quad t = 0, 1, \dots, T - 1, \quad (19)$$

де I_t – інформаційний стан системи на момент часу t , тобто вся інформація, доступна засобом керувального впливу на цей момент.

Для фіксованих x_0 (18), π (19) та сценарію збурень $w(\cdot) \in W'_\delta$ (16) формується керована траєкторія:

$$x(\cdot; x_0, \pi, w(\cdot)) = \{x(t)\}_{t=0}^T, \quad (20)$$

яка є розв'язком системи рівнянь

$$\begin{cases} x(0) = x_0, \\ x(t+1) = F(x(t), \pi_t(I_t), w(t)), \quad t = 0, \dots, T - 1. \end{cases} \quad (21)$$

Позначимо через X_T множину всіх траєкторій довжини $(T + 1)$, які можуть бути реалізовані за допомогою політик класу Π та збурень з множини W'_0 .

Далі формалізуються обмеження на траєкторії стану, які гарантують перебування інформаційної системи в множині допустимих станів, що відповідає заданим вимогам до її живучості. Згідно з (5), допустимими є ті траєкторії, які не виходять за межі множини допустимих станів G . Тому на рівні варіаційної постановки (20) та (21) накладається обмеження

$$x(t; x_0, \pi, w(\cdot)) \in G \text{ для всіх } t = 0, 1, \dots, T. \quad (22)$$

З точки зору траєкторій це означає, що допустимими є лише ті пари «політика π – сценарій $w(\cdot)$ », які породжують траєкторії в межах області G . В подальшому необхідно здійснювати пошук таких політик, для яких ця вимога виконується для всіх сценаріїв з W'_0 .

Щоб сформулювати оптимізаційну задачу, необхідно ввести функціонал якості траєкторії, який відображає бажані властивості функціонування інформаційної системи та витрати її ресурсів (або мобільної платформи, на якій вона функціонує). Для цього пропонується функціонал вигляду:

$$J(x(\cdot), u(\cdot)) = \sum_{t=0}^{T-1} L(x(t), u(t)) + \Phi(x(T)), \quad (23)$$

де: $L(x(t), u(t))$ – локальна (покрокова) функція витрат, що формалізує миттєві витрати ресурсів або штрафи за відхилення траєкторії керованої системи від бажаних режимів на кроці t ; $\Phi(x(T))$ – термінальна функція витрат, яка задає узагальнену оцінку кінцевого стану системи в момент часу T виходячи з її показників живучості (наприклад, залишковий запас ресурсів, ступінь виконання критичних завдань, рівень накопичених ушкоджень тощо).

Функція L у (23) може включати кілька узагальнених компонент, пов'язаних із живучістю інформаційної системи – штрафи за наближення до межі множини G , штрафи за зниження якості обслуговування, штрафи за інтенсивне, протяжне у часі, використання ресурсів, штрафи за активацію аварійних режимів, які хоч і підтримують функціонал живучості, але є небажаними у початкових умовах функціонування інформаційної системи.

Таким чином, для фіксованих $x_0, \pi, w(\cdot)$ функціонал (23) набуває значення

$$J(x(\cdot; x_0, \pi, w(\cdot)), u(\cdot; \pi)), \quad (24)$$

де $u(\cdot; \pi) = \{u(t)\}_{t=0}^{T-1}$ – послідовність керувальних впливів, породжена політикою π .

Реальна задача забезпечення живучості інформаційних систем на мобільних платформах є багатокритеріальною [3]. Необхідно одночасно: виконувати основну функцію, підтримувати прийнятну якість сервісного рівня, обмежувати витрати ресурсів, у тому числі резервних, щоб не вичерпати їх завчасно, мінімізувати ціну використання аварійних режимів як критерій швидкості виснаження ресурсів та зменшення запасу функційної здатності інформаційної системи.

Ці вимоги можна представити у вигляді векторного функціонала

$$\bar{J}(x(\cdot), u(\cdot)) = (J_1(x(\cdot), u(\cdot)), \dots, J_r(x(\cdot), u(\cdot))), \quad (25)$$

де кожен компонент J відповідає окремому показнику (наприклад, J_1 – показник витрати ресурсу, J_2 – показник втрати якості тощо).

Для переходу від (25) до скалярної варіаційної постановки з урахуванням (23) може використовуватись зважене згортання:

$$J(x(\cdot), u(\cdot)) = \sum_{j=0}^r \alpha_j J_j(x(\cdot), u(\cdot)), \quad (26)$$

де $\alpha_j \geq 0$ – вагові коефіцієнти, що відображають відносний пріоритет (значущість) J у загальному функціоналі.

Відповідно, далі у дослідженні, вважається, що обрано певну узгоджену скалярну форму функціонала J (26), яка відображає пріоритети живучості та ефективності для конкретного класу систем.

З урахуванням викладеного варіаційна постановка задачі оптимізації траєкторій функціонування інформаційної системи на мобільній платформі (**задача 1**) для фіксованого сценарію збурень $w(\cdot)$ формулюється наступним чином. Для заданих початкового стану x_0 , множини станів G , класу політик Π та сценарію збурень $w(\cdot)$ необхідно знайти таку політику $\pi^* \in \Pi$, що мінімізує функціонал (24) за умов (19) та (22).

Тобто варіаційна задача полягає в пошуку такої траєкторії $x(\cdot)$ (через вибір політики π та відповідних управляючих дій), яка, з одного боку, залишається в області G , а з іншого – мінімізує обраний функціонал витрат J .

Оскільки ж реальні деструктивні впливи не є фіксованими, а змінюються в межах множини W'_0 , то номінальна варіаційна задача є лише початковим кроком. Далі доцільно сформулювати її робастне узагальнення, в якому

оптимізація відбувається з урахуванням найгірших допустимих сценаріїв збурень. Відповідно, траєкторії стану, що зберігають перебування системи в множині допустимих станів G за деструктивних впливів інтерпретуються як такі, що відповідають вимогам живучості інформаційної системи.

Таким чином, у номінальній постановці збурення $w(\cdot)$ вважається фіксованим сценарієм, що дає змогу сформулювати задачу оптимізації траєкторій за наперед відомої зміни станів інформаційної системи. Водночас у реальних умовах така постановка ігнорує невизначеність та варіативність деструктивних впливів і, як наслідок, призводить до надто оптимістичної оцінки можливостей системи та заниження ризиків порушення допустимих режимів. Ба більше – деструктивні впливи мають невизначений характер, можуть змінюватися за невідомих правил і, частково, бути навмисно спрямованими на погіршення роботи інформаційної системи. Тому для забезпечення живучості необхідно перейти до робастної варіаційної постановки, у якій оптимізація виконується з урахуванням множини можливих сценаріїв збурень.

Із множини (16) виділяється допустима множина сценаріїв деструктивних впливів $W'_\dagger \subseteq W'$, яка описує ті варіації середовища, що відповідають умовам експлуатації інформаційної системи на мобільній платформі. Так, W'_\dagger включає сценарії випадкових збурень із заданими статистичними характеристиками (наприклад, обмежена імовірність тривалих відмов каналів), сценарії цілеспрямованих впливів, обмежених ресурсами порушника, комбіновані сценарії, де випадкові та навмисні компоненти поєднуються (найбільш складні випадки).

Подальший аналіз не вимагає фіксації конкретної структури W'_\dagger , бо важливо, що саме ця множина задає область невизначеності, відносно якої необхідно забезпечити робастність траєкторій.

Виходячи із постановки номінального сценарію збурень $w(\cdot)$ (24) та враховуючи те, що реальний сценарій наперед невідомий, логічно оцінювати не одиничне значення J , а узагальнену характеристику якості на множині сценаріїв W'_\dagger . Для цього вводиться робастний функціонал:

$$\mathfrak{Z}(x_0, \pi) = \mathfrak{R}\left(J(x(\cdot); x_0, \pi, w(\cdot)), u(\cdot; \pi)\right); w(\cdot) \in W'_\dagger, \quad (27)$$

де $\mathfrak{R}(\cdot)$ – оператор агрегування значень номінального функціонала для різних сценаріїв.

Можливі варіанти для $\mathfrak{R}(\cdot)$:

– мінімаксна постановка (найгірший сценарій):

$$\mathfrak{R}_{\max} = \sup_{w(\cdot) \in W'_\dagger} J(x(\cdot); x_0, \pi, w(\cdot)), u(\cdot; \pi), \quad (28)$$

що відповідає спрямованості мінімізувати максимально можливі витрати при найгіршому сценарії;

– ризик-орієнтована постановка. Якщо для W'_\dagger задано імовірнісний опис, можна використовувати ризиковий функціонал $\rho(\cdot)$ наприклад, орієнтований на важкі хвости розподілу витрат [18]:

$$\mathfrak{R}_\rho = \rho\left(J(x(\cdot); x_0, \pi, w(\cdot)), u(\cdot; \pi)\right). \quad (29)$$

У (29) ρ відображає підвищену чутливість до малоімовірних, але критичних сценаріїв (наприклад, типу CVaR, якщо інформаційна система критично залежить від рідкісних, але дуже шкідливих впливів (наприклад, втрата до 75% функціоналу)).

У рамках цього дослідження розглядається узагальнена форма робастного функціонала $\mathfrak{Z}(x_0, \pi)$ (27), без фіксації конкретного виду \mathfrak{R} , що не обмежує застосовність методу, який пропонується, до різних класів задач із різним ступенем консервативності робастної оцінки.

У присутності множини сценаріїв W'_\dagger вимога щодо допустимості траєкторій посилюється. Розглядаються траєкторії стану інформаційної системи, які утворюються з початкового стану x_0 при застосуванні політики керування π за всіх допустимих сценаріїв збурень $w(\cdot)$ (22).

Тоді маємо **четверте означення**. Політика π називається робастно допустимою відносно множини допустимих станів G та множини сценаріїв збурень W'_\dagger , якщо для будь-якого початкового стану $x_0 \in X_\varphi$ та для всіх сценаріїв $w(\cdot) \in W'_\dagger$ породжена траєкторія задовольняє вимогам (22).

Тобто робастна допустимість означає, що політика π гарантує перебування системи в області G незалежно від того, який саме сценарій збурень із допустимої множини реалізується. З точки зору траєкторій це можна розглядати як інваріантність множини G відносно динаміки функціонування інформаційної системи та обраної політики керування при всіх W'_\dagger .

Об'єднавши введені поняття, можна сформулювати робастне узагальнення варіаційної задачі оптимізації траєкторій (**задача 2**). Для заданих $x_0 \in X_\varphi$, $G \subseteq X$, W'_\dagger , Π , $\mathfrak{Z}(x_0, \pi)$ необхідно знайти політику $\pi^* \in \Pi$, яка

$$\min_{\pi \in \Pi} \mathfrak{Z}(x_0, \pi) \quad (30)$$

за умов (19) та (22), де $x(\cdot; x_0, \pi, w(\cdot))$ формується згідно з (4).

Фактично задача 2 (30) описує пошук такого правила керування ресурсами та режимами роботи інформаційної системи, яке забезпечує інваріантність області G для всіх сценаріїв збурень із $W'_\#$ та одночасно мінімізує узагальнений робастний функціонал \mathfrak{J} , що відображає компроміс між витратами ресурсів, якістю обслуговування та запасом ресурсів для забезпечення живучості інформаційної системи.

З формальної точки зору робастна варіаційна задача є значно складнішою за номінальну, адже множина траєкторій, допустимих за доступністю, звужується вимогою інваріантності G для всіх сценаріїв, а функціонал \mathfrak{J} набуває більш складної структури через мінімаксні або ризик-орієнтовані оператори.

Умови оптимальності та побудова методу робастної варіаційної оптимізації

Щоб перейти від формальної робастної варіаційної постановки (задача 2) до конструктивного методу, необхідно зробити припущення, які забезпечують коректність задачі та забезпечують існування оптимальних рішень, а також – отримати умови, що визначають допустимі варіаційні напрями зміни траєкторій, які приводять до зменшення робастного функціонала за одночасного виконання обмежень на перебування траєкторій у множині допустимих станів.

Нехай на інтервалі $[0, T]$ множини X , $U(x)$, W характеризуються обмеженістю та замкнутістю, а функції $F(x, u, w)$, $L(x, u)$ та $\Phi(x)$ є неперервними за своїми аргументами. Тоді (27) буде зафіксовано у формі (28) для скінченної множини сценаріїв $W'_* \subset W'_\#$:

$$\mathfrak{J}(x_0, \pi) = \max_{w(\cdot) \in W'_*} J(x(\cdot); x_0, \pi, w(\cdot)), u(\cdot; \pi). \tag{31}$$

У (31) W'_* інтерпретується як репрезентативна підмножина допустимих сценаріїв деструктивних впливів, яка задається за результатами попереднього аналізу умов експлуатації інформаційної системи (за наявності таких).

Щоб забезпечити варіаційний характер методу, доцільно перейти від жорсткого обмеження (7) до штрафного представлення, у якому вихід траєкторії стану за межі множини допустимих станів G призводить до зростання додаткового штрафного члена у функціоналі. Для цього пропонується ввести наступну функцію штрафу:

$$\Psi : X \rightarrow [0, +\infty), \tag{32}$$

яка задовольняє наступним умовам:

- умова 1: $\Psi(x) = 0$, якщо виконується (7);
- умова 2: $\Psi(x) > 0$, якщо не виконується (7);
- умова 3: $\Psi(x)$ зростає зі збільшенням відхилення стану x від G .

Тоді, для кожного сценарію $w(\cdot) \in W'_*$ необхідно модифікувати номінальний функціонал:

$$J_\lambda(x(\cdot), u(\cdot)) = \sum_{t=0}^{T-1} [L(x(t), u(t)) + \lambda \Psi(x(t))] + \Phi(x(T)), \tag{33}$$

У (33) параметр λ є штрафним коефіцієнтом. У загальному випадку λ може набувати довільних невід’ємних значень, тобто $\lambda \in (0, \infty)$. Малі значення λ відповідають режиму, у якому штрафна складова $\Psi(x(t))$ (32) має відносно невеликий вплив на функціонал і пріоритизується мінімізація номінальних витрат $L(x(t), u(t))$. За великих значень λ домінує внесок штрафу за порушення вихід траєкторії стану за межі множини допустимих станів G , внаслідок чого оптимальні траєкторії уникають наближення до меж G навіть ціною зростання інших витрат. Конкретне значення λ не є константою інформаційної системи, а визначається на етапі синтезу політики керування, зокрема, у його обирають так, щоб у оптимальних траєкторіях виконувалися задані обмеження на ймовірність виходу за множину G або щоб внесок штрафної складової займав наперед визначену частку сумарного функціонала [19].

Робастний штрафний функціонал набуває вигляду

$$\mathfrak{J}_\lambda(x_0, \pi) = \max_{w(\cdot) \in W'_*} J_\lambda(x(\cdot); x_0, \pi, w(\cdot)), u(\cdot; \pi). \tag{34}$$

За достатньо великих значень λ мінімізація \mathfrak{J}_λ призводить до того, що оптимальні траєкторії залишаються в G , оскільки будь-який вихід за межі G робить значення функціонала істотно більшим порівняно з траєкторіями, які повністю лежать у G .

Далі вводяться варіаційні умови оптимальності для множини сценаріїв функціонування інформаційної системи на мобільній платформі. Розглянемо фіксовану політику керування π та відповідну послідовність керувальних впливів

$$u(t) = u_\pi(t), \quad t = 0, \dots, T-1. \tag{35}$$

Для кожного сценарію $w(\cdot) \in W'_*$ політика (35) формує траєкторію

$$x(t; w) = x(t; x_0, \pi, w(\cdot)), \quad w(\cdot) : t \mapsto w(t). \tag{36}$$

Надалі значення робастного функціонала на траєкторіях (36), можна подати як:

$$J_\lambda(\pi, w) := J_\lambda(x(\cdot; w), u_\pi(\cdot)). \quad (37)$$

Тоді формула (34) набуває вигляду

$$\mathfrak{J}_\lambda(x_0, \pi) = \max_{w(\cdot) \in W'_\pi} J_\lambda(\pi, w). \quad (38)$$

Вводиться позначення через $W'_{\max}(\pi)$ множини сценаріїв, на яких досягається максимальне значення робастного функціоналу:

$$W'_{\max}(\pi) = \{w(\cdot) \in W'_\pi \mid J_\lambda(\pi, w) = \mathfrak{J}_\lambda(x_0, \pi)\}. \quad (39)$$

Множину $W'_{\max}(\pi)$ можна інтерпретувати як множину найгірших сценаріїв збурень для фіксованої політики керування π , тобто таких $w(\cdot)$, за яких робастний штрафний функціонал набуває максимального значення.

У даному дослідженні використовується стандартна параметрична варіаційну схема, яка широко застосовується в варіаційному численні та теорії оптимального управління, наприклад, у доказах принципу максимуму Понтрягіна [20]. Для цього розглядається параметричне варіаційне збурення послідовності керувальних впливів

$$u_\varepsilon(t) = u_\pi(t) + \varepsilon \delta u(t), \quad \varepsilon \rightarrow 0. \quad (40)$$

У (40) $\delta u(t)$ належить множині допустимих варіацій керувальних впливів і забезпечує збереження допустимості $u_\varepsilon(t)$ для всіх достатньо малих значень параметра ε .

Внаслідок варіації керування змінюються траєкторії (36), а, отже, – значення (37) для кожного сценарію. Якщо припустити диференційовність F , L , Φ , Ψ , за відповідними аргументами, то можна ввести похідну робастного функціонала за напрямом $\delta u(\cdot)$ для політики π :

$$D\mathfrak{J}_\lambda(x_0, \pi)[\delta u(\cdot)] = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{\mathfrak{J}_\lambda(x_0, \pi_\varepsilon) - \mathfrak{J}_\lambda(x_0, \pi)}{\varepsilon}, \quad (41)$$

де π_ε – політика, що відповідає $u_\varepsilon(t)$.

У (41) символ D використовується для позначення похідної за напрямом (похідної Гаю [21]). З урахуванням (34) формується оцінку типу

$$D\mathfrak{J}_\lambda(x_0, \pi)[\delta u(\cdot)] = \max_{w(\cdot) \in W'_\pi(\pi)} D\mathfrak{J}_\lambda(\pi, w)[\delta u(\cdot)], \quad (42)$$

тобто варіація робастного функціонала визначається найгіршими сценаріями для поточної політики.

Для кожного фіксованого сценарію $w(\cdot)$ варіація $D\mathfrak{J}_\lambda(x_0, \pi)[\delta u(\cdot)]$ (42) може бути записана у вигляді дискретної аналогії першого варіаційного виразу [22].

Далі вводиться послідовність спряжених векторів [23]:

$$p(t; w) \in \mathbb{R}^n, \quad t = 0, \dots, T, \quad (43)$$

які визначаються зворотною рекурентною системою:

$$\begin{cases} p(T, w) = \nabla_x \Phi(x(T, w)) + \lambda \nabla_x \Psi(x(T, w)), \\ p(t, w) = \nabla_x L(x(t, w), u_\pi(t)) + \lambda \nabla_x \Psi(x(t, w)) + \\ \quad + (\nabla_x F(x(t, w), u_\pi(t), w(t)))^\top p(t+1, w), \\ t = T-1, \dots, 0, \end{cases} \quad (44)$$

де ∇_x позначає градієнт за вектором стану x ; $(\cdot)^\top$ – операція транспонування.

Тоді, у задачах дискретного оптимального керування, перша варіація робастного функціонала $J_\lambda(\pi, w)$ може бути записана у вигляді:

$$\begin{aligned} DJ_\lambda(\pi, w)[\delta u(\cdot)] &= \sum_{t=0}^{T-1} \left[\nabla_u L(x(t, w), u_\pi(t)) + \right. \\ &\left. + (\nabla_u F(x(t, w), u_\pi(t), w(t)))^\top p(t+1, w) \right]^\top \delta u(t). \end{aligned} \quad (45)$$

У (43) можна позначити

$$g(t, w) = \nabla_u L(x(t, w), u_\pi(t)) + \left(\nabla_u F(x(t, w), u_\pi(t), w(t)) \right)^\top p(t+1, w), \quad (46)$$

як градієнт функціонала витрат за керуванням на кроці t для сценарію $w(\cdot)$, що враховує поточні витрати, керувальний вплив на подальшу динаміку стану інформаційної системи та значення робастного функціонала витрат (27).

Тоді, з урахуванням (45) та (46):

$$DJ_\lambda(\pi, w)[\delta u(\cdot)] = \sum_{t=0}^{T-1} (g(t, w))^\top \delta u(t). \quad (47)$$

З (47) випливає, що для зменшення робастного функціонала \mathfrak{J}_λ необхідно обирати варіації керувальних впливів, що спрямовані проти градієнтів, що, в свою чергу, відповідають найгіршим сценаріям (28). Таким чином, формується структура методу, якому присвячено це дослідження, в якій корекція керувальних впливів здійснюється вздовж напрямку, протилежного агрегованому градієнту

$$\bar{g}(t) = \text{agg} \{ g(t, w) \mid w(\cdot) \in W'_\max(\pi) \}, \quad (48)$$

де $\text{agg} \{ \cdot \}$ – оператор агрегування.

У (48) оператор агрегації може задаватися, наприклад, усередненням градієнтів за множиною сценаріїв або вибором того вектора $g(t, w)$, що відповідає сценарію з максимальною нормою градієнта.

На основі викладеного аналізу формулюється ітераційний метод робастної варіаційної оптимізації траєкторій, який працює з послідовностями керувальних впливів $\{u^{(k)}(t)\}_{t=0}^{T-1}$, де k – номер ітерації, та відповідними траєкторіями $x^{(k)}(t, w)$ для сценаріїв $w(\cdot) \in W'_*$:

Крок 1. Вибирається початкова допустима політика $\pi^{(0)}$ (або еквівалентна послідовність $u^{(0)}(t)$), яка забезпечує хоча б наближене виконання ресурсних обмежень і, по можливості, перебування в G для більшості сценаріїв.

Крок 2. Виконується обчислення траєкторій для сценаріїв. Для фіксованих $u^{(k)}(t)$ і кожного сценарію $w(\cdot) \in W'_*$ обчислюються траєкторії $x^{(k)}(t), t=0, \dots, T$, за правилом $x^{(k)}(t+1; w) = F(x^{(k)}(t; w), u^{(k)}(t), w(t))$. Паралельно обчислюються значення штрафної функції $\Psi(x^{(k)}(t; w))$ для контролю перебування траєкторії в області допустимих станів.

Крок 3. Визначаються найгірші сценарії. Для кожного сценарію обчислюється значення:

$$J_\lambda(u^{(k)}(\cdot), w) = J_\lambda(x^{(k)}(\cdot; w), u^{(k)}(\cdot))$$

та, згідно з (38) та (39) знаходиться множина

$$W'^{(k)}_\max = \left\{ w(\cdot) \in W'_* \mid J_\lambda(u^{(k)}(\cdot), w) = \max_{w(\cdot) \in W'_*} J_\lambda(u^{(k)}(\cdot), w) \right\}.$$

Крок 4. Обчислюються спряжені змінні. Для кожного сценарію $w(\cdot) \in W'^{(k)}_\max$ розв'язується система зворотних рекурентних співвідношень для спряжених змінних $p^{(k)}(t; w)$ (44):

$$\begin{cases} p^{(k)}(T, w) = \nabla_x \Phi(x^{(k)}(T, w)) + \lambda \nabla_x \Psi(x^{(k)}(T, w)), \\ p^{(k)}(t, w) = \nabla_x L(x^{(k)}(t, w), u^{(k)}(t)) + \lambda \nabla_x \Psi(x^{(k)}(t, w)) + \\ + \left(\nabla_x F(x^{(k)}(t, w), u^{(k)}(t), w(t)) \right)^\top p^{(k)}(t+1, w), \\ t = T-1, \dots, 0, \end{cases}$$

На основі (46) та $p^{(k)}(t; w)$ обчислюються градієнти за керувальними впливами:

$$g^{(k)}(t, w) = \nabla_u L(x^{(k)}(t, w), u^{(k)}(t)) + \left(\nabla_u F(x^{(k)}(t, w), u^{(k)}(t), w(t)) \right)^\top \times \\ \times p^{(k)}(t+1, w).$$

Крок 5. Здійснюється агрегація градієнтів найгірших сценаріїв. Для кожного моменту часу t , згідно з (48) формується агрегований градієнт

$$\bar{g}^{(k)}(t) = \text{agg} \{ g^{(k)}(t, w) \mid w(\cdot) \in W'^{(k)}_\max \}.$$

Крок 6. Здійснюється корекція керувального впливу. Оновлення послідовності керувальних впливів здійснюється за варіаційною схемою, у якій нове значення впливу визначається з урахуванням напрямку зменшення робастного функціонала. Зокрема, виконується крок у напрямку, протилежному агрегованому градієнту:

$$\tilde{u}^{(k+1)}(t) = u^{(k)}(t) - \alpha^{(k)} \bar{g}^{(k)}(t), \quad (49)$$

де $\alpha^{(k)}$ – крок ітерації, що може визначатися за правилом, яке забезпечує зменшення робастного функціонала \mathfrak{J}_λ . Після цього, згідно з (49) виконується проєкція на множину допустимих керувальних впливів:

$$u^{(k+1)}(t) = Z_{U(x^{(k+1)}(t))}(\tilde{u}^{(k+1)}(t)),$$

що гарантує виконання ресурсних та інших обмежень мобільної платформи.

Крок 7. Забезпечення виконання критерію зупинки. Ітерації продовжуються доти, доки не буде забезпечено виконання однієї з умов:

- доки не досягнуто заданого зменшення робастного функціонала $\mathfrak{J}_\lambda(x_0, \pi^{(k)})$;
- доки норма градієнтів $\bar{g}^{(k)}(t)$ не стане меншою за наперед заданий поріг для всіх t ;
- доки не вичерпано обчислювальний бюджет інформаційної системи (мобільної платформи).

У результаті отримується послідовність керувальних впливів $u^{(k)}(t)$, яка є наближеним розв'язком робастної варіаційної задачі та забезпечує формування траєкторій, що:

- мінімізують робастний штрафний функціонал \mathfrak{J}_λ ;
- залишаються в межах G завдяки штрафному члену $\Phi(x)$;
- є робастними відносно вибраної множини сценаріїв деструктивних впливів W' .

Таким чином, запропонований метод інтегрує варіаційний підхід з робастною постановкою, що враховує найгірші сценарії збурень та включає штраф за вихід за межі G . У результаті формується конструктивна процедура синтезу керувальних впливів, які забезпечують перебування траєкторії в області допустимих станів при функціонуванні інформаційної системи на мобільній платформі.

Процедура застосування запропонованого методу для оперативного розподілу ресурсів мобільної платформи

Перед застосуванням методу в реальних умовах виконується налаштування деяких параметрів.

Крок 1. На основі вимірювань, журналів подій і тестових випробувань визначаються параметри оператора (4).

Крок 2. Виходячи з вимог до якості обслуговування, властивостей даних, обмежень на завантаженість ресурсів тощо, задаються допустимі діапазони показників (13). На основі цих даних визначається множина G (15).

Крок 3. Визначається множина W'_* сценаріїв збурень на інтервалі $[0, T]$.

Крок 4. Задаються функції $L(x, y)$, $\Phi(x(T))$, $\Psi(x)$ та коефіцієнт λ .

Крок 5. Встановлюється довжина інтервалу $[0, T]$, кількість сценаріїв W'_* та максимальна кількість ітерацій методу на одному такті керувального впливу, виходячи з обчислювальних можливостей мобільної платформи.

Результатом підготовчого етапу є налаштована модель та параметри методу, які готові до використання на оперативному рівні керування ресурсами інформаційної системи на мобільній платформі.

Алгоритм працює в режимі послідовного повторного обчислення, коли на кожному такті планування він уточнює оптимальний керувальний вплив на найближчий крок, використовуючи прогноз поведінки інформаційної системи на фіксований період наперед, що називається горизонтом [24].

Нехай, у момент часу t відома оцінка поточного стану $\hat{x}(t)$. Тоді один цикл алгоритму можна задати таким чином:

Крок 1. Оцінка стану $\hat{x}(t)$, доступних ресурсів інформаційної системи та належність $\hat{x}(t)$ до G . Якщо $\hat{x}(t)$ наближається до межі множини G алгоритм на даному кроці може адаптивно збільшувати значення вагових коефіцієнтів при тих складових функціонала, які відповідають показникам живучості системи.

Крок 2. Формування прогнозних сценаріїв збурень. На горизонті $[t, t+T]$ з множини W'_* обирається (або генерується) підмножина сценаріїв, що враховують поточні процес деградації та імовірність виникнення певних типів відмов у найближчий час. Таким чином формуються сценарії збурень (16), які використовуються для прогнозування траєкторій на горизонті.

Крок 3. Побудова початкової послідовності керувальних впливів. Формується початкове припущення щодо керувального впливу на горизонті $u^{(0)}(\tau)$, $\tau = t, \dots, t+T-1$. Наприклад, шляхом екстраполяції попередньо знайденого оптимального розв'язку (використання зсунутої в часі послідовності керувальних впливів із попереднього циклу), або на основі простої початкової евристики. Ця послідовність має задовольняти поточні ресурсні обмеження.

Крок 4. Ітераційна робастна варіаційна оптимізація на планувальному інтервалі. Застосовується обмежене за кількістю ітерацій ($k = 0, 1, \dots, k_{\max}$) варіаційне корегування керувальних впливів за методом робастної варіаційної оптимізації траєкторій, що наведений вище у цьому дослідженні.

Якщо зменшення \mathfrak{J}_λ або норма градієнтів є недостатніми, виконується наступна ітерація. В іншому випадку ітераційний процес припиняється достроково.

Враховуючи обмеженість обчислювальних ресурсів інформаційної системи на мобільній платформі, кількість ітерацій k_{\max} , розмір T та кількість сценаріїв обираються так, щоб алгоритм вкладався у виділений часовий інтервал одного часового такту.

Крок 5. Застосування керувального впливу та перехід до наступного такту. Після завершення ітерацій послідовність керувальних впливів $\left\{u^{(k^*)}(\tau)\right\}_{\tau=0}^{t+T-1}$ вважається наближеним рішенням робастної варіаційної задачі на поточному інтервалі (де k^* – номер останньої ітерації).

На практиці до реальної інформаційної системи подається лише перший елемент цієї послідовності $u(t) = u^{(k^*)}(t)$, який реалізується у фізичних механізмах розподілу ресурсів мобільної платформи. Після цього виконується перехід до наступного такту часу $t \leftarrow t+1$, уточнюється оцінка стану $\hat{x}(t)$, за потреби оновлюються сценарії W'_* і алгоритм повторює цикл.

Експериментальне дослідження розробленого методу

В рамках експериментального дослідження запропонованого методу розглядається спрощена модель інформаційної системи на мобільній платформі з двовимірним вектором стану [25]:

$$x(t) = (q(t), r(t)),$$

де $q(t)$ – узагальнений дефіцит якості обслуговування (наприклад, сумарна затримка або невиконані запити); $r(t)$ – залишок обчислювальних ресурсів платформи. $q(t)$ та $r(t)$ нормуються до інтервалу $[0, 1]$.

Малі значення $q(t)$ та достатньо великі значення $r(t)$ відповідають оптимальному режиму функціонування інформаційної системи.

Множину допустимих станів можна задати у вигляді прямокутної області:

$$G = \{x = (q, r) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq q \leq q_{\max}, r \geq r_{\min}\},$$

де $q_{\max} > 0$ – гранично допустимий дефіцит якості обслуговування; r_{\min} – мінімально припустимий запас ресурсу, за якого інформаційна система здатна реалізовувати свою цільову функцію.

Тоді, виходячи з (4):

$$x(t+1) = A_s x(t) + B u(t) + d_s(t),$$

де $u(t) \in [u_{\min}, u_{\max}]$ – скалярний керувальний вплив, який задає рівень інтенсивності використання ресурсу; A_s та d_s – відповідно матриця стану та вектор збурень для сценарію s , що відображають вплив деструктивних факторів; B – матриця керувального впливу на стан інформаційної системи, що описує, як зміна рівня використання ресурсу приводить до зменшення дефіциту якості функціонування інформаційної системи.

У даному дослідженні для проведення експерименту розглядаються три сценарії деструктивних впливів:

- помірні збурення (Υ_1), що відповідають типовим умовам функціонування інформаційної системи;
- посилені збурення (Υ_2), які моделюють тривалі перевантаження або часткові відмови;
- екстремальні збурення (Υ_3), що відображають комбінації несприятливих факторів, у тому числі цілеспрямовані.

Для кожного сценарію фіксується послідовність збурень $d_s(t)$, яка в подальшому використовується як база для побудови робастного функціонала.

З урахуванням (23) функціонал витрат на інтервалі $[0, T]$ має вигляд:

$$J_\lambda(x(\cdot), u(\cdot)) = \sum_{t=0}^{T-1} (L(x(t), u(t)) + \lambda \Psi(x(T))) + \Phi(x(T)).$$

Робастний функціонал на множині сценаріїв W'_* (у даному прикладі – множині дискретних сценаріїв s) визначається як:

$$\mathfrak{J}_\lambda(u(\cdot)) = \max_s J_\lambda(x_s(\cdot), u(\cdot)).$$

Для порівняння розглядаються дві політики:

- базова політика (Ξ_1), коли фіксований рівень керувального впливу задається як $u(t) \equiv u_{base}$, що не враховує варіацію сценаріїв та відстань до G ;
- робастно-варіаційна політика (Ξ_2) – послідовність керувальних впливів, отриманих шляхом мінімізації робастного функціонала $\mathfrak{J}_\lambda(u)$ методом покрокової варіаційної корекції (градієнтного типу) з урахуванням найгірших сценаріїв.

Числовий експеримент реалізовано за допомогою емулятора на Python, код якого публічно доступний [26] та який: генерує початковий стан $x(0)$ та фіксовані сценарії збурень; обчислює траєкторії $\{x(t)\}$ для базової та робастно-варіаційної стратегії на множині сценаріїв; формує експериментальний набір даних [27], де для кожного

сценарію, політики та моменту часу зберігаються: номер кроку, сценарій, тип політики (базова / робастна), $q(t)$, $r(t)$, $u(t)$, $L(x(t),u(t))$, $\Psi(u(t))$ та ознака перебування в множині G та візуалізує графіки траєкторій (рис. 1-3).

На фазових траєкторіях у просторі (q,r) (рис. 1) штриховими лініями позначено межі множини допустимих станів G (обмеження $q \leq q_{max} = 1$, $r \geq r_{min} = 0.2$). Для сценарію Υ_1 обидві політики (Ξ_1 та Ξ_2) забезпечують перебування траєкторій всередині області G протягом усього інтервалу. Водночас політика Ξ_2 дає суттєво повільніше зниження ресурсу – мінімальне значення $r(t)$ наприкінці інтервалу становить близько 0.71 проти 0.28 для політики Ξ_1 . Це означає, що за близького рівня дефіциту якості $q(t)$ метод дозволяє істотно економити ресурс інформаційної системи на мобільній платформі, створюючи запас живучості для подальших ймовірних деструктивних впливів.

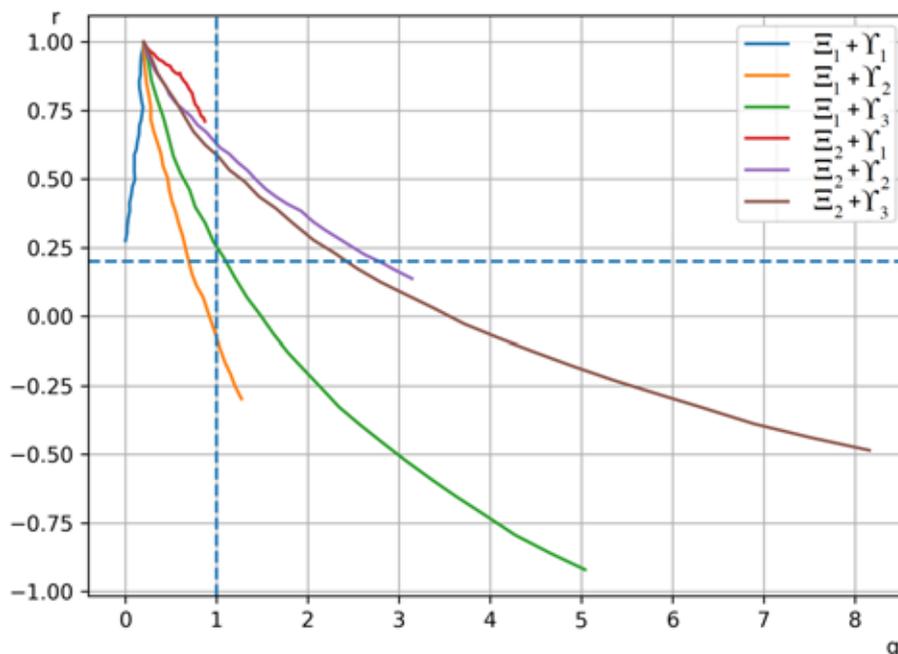


Рис. 1. Місце фазових траєкторій відносно G за різних сценаріїв та стратегій

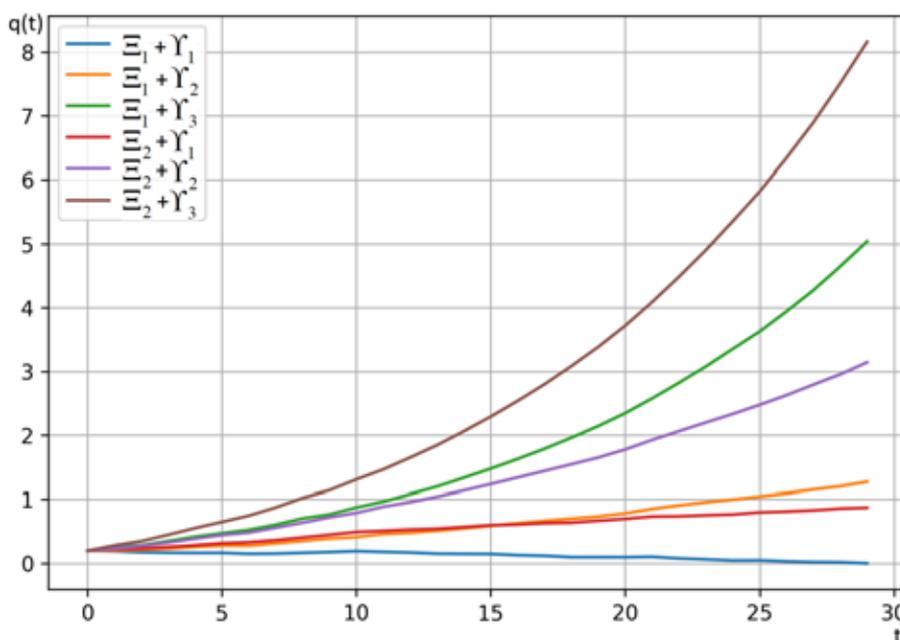


Рис. 2. Динаміка дефіциту якості обслуговування $q(t)$ для різних сценаріїв та стратегій

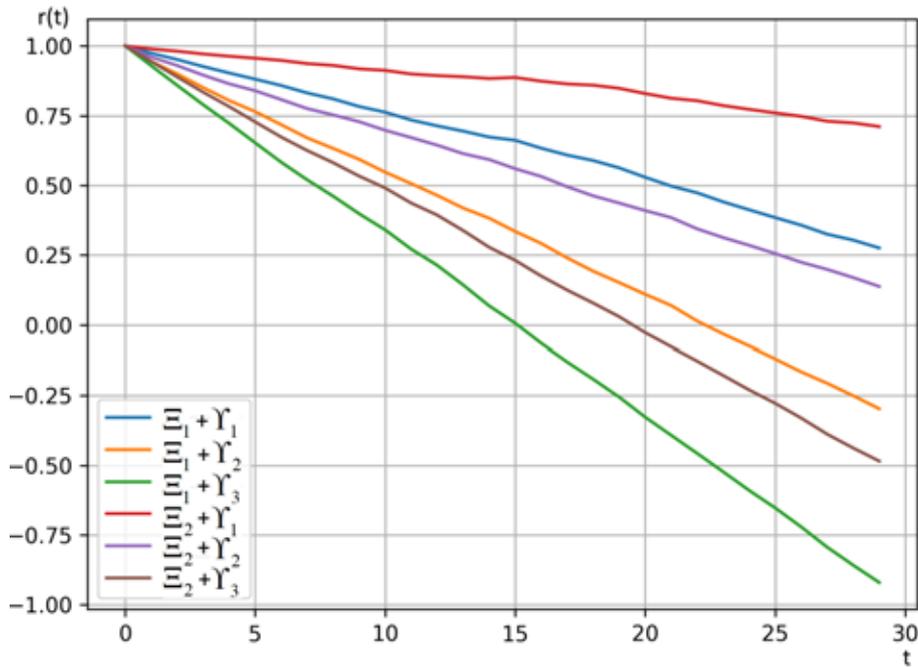


Рис. 3. Динаміка виснаження обчислювальних ресурсів $r(t)$ для різних сценаріїв та стратегій

Для сценарію Υ_2 різниця між політиками проявляється більш виразно. Політика Ξ_1 намагається довше утримувати $q(t)$ нижче порогового значення q_{\max} (рис. 2), однак робить це за рахунок агресивного використання ресурсу. Так, уже на 18-му такті відбувається падіння нижче r_{\min} , а мінімальне значення $r(t)$ досягає приблизно -0.30 (рис. 3). Натомість політика Ξ_2 допускає більш раннє зростання дефіциту якості (перетин q_{\max} орієнтовно на 13-му такті), але істотно відтягує момент критичного падіння ресурсу: поріг r_{\min} перетинається лише наприкінці горизонту (≈ 27 -й такт), а мінімальне значення $r(t)$ залишається вищим (≈ 0.14). На фазовій діаграмі (рис. 1) це відповідає траєкторії, що ковзає уздовж межі $q \approx q_{\max}$, зберігаючи більший запас ресурсу. Таким чином, метод реалізує саме робастно-варіаційну стратегію Ξ_2 за якої частина потенційної якості обслуговування свідомо віддається на користь збільшення тривалості ресурсно допустимого функціонування інформаційної системи.

При сценарії Υ_2 жодна з політик не здатна повністю утримати інформаційну систему в межах області G . Однак характер деградації відрізняється. Політика Ξ_1 підтримує менший дефіцит якості на початку інтервалу (перетин q_{\max} приблизно на 12-му такті), але дуже швидко виснажує ресурс – поріг r_{\min} порушується вже біля 13-го такту, а мінімальне значення $r(t)$ опускається до ≈ 0.92 . Політика Ξ_2 , навпаки, допускає більш ранній вихід $q(t)$ за межу q_{\max} (≈ 8 -й такт), зате сповільнює падіння ресурсу, а саме r_{\min} перетинається пізніше (≈ 16 -й такт), – глибина падіння ресурсу менша (мінімум ≈ -0.48). Отже, навіть за найгірших сценаріїв дії деструктивних впливів запропонований метод переводить режим деградації системи від швидкого критичного виснаження ресурсів до керованого зростання дефіциту якості обслуговування за суттєво повільнішого вичерпання ресурсів.

Узагальнюючи, числовий експеримент демонструє, що запропонований робастно-варіаційний метод дозволяє переналаштувати траєкторії функціонування залежно від рівня деструктивних впливів. У номінальних умовах забезпечується економне використання ресурсу, що має ознаки демонстрації живучості інформаційною системою на мобільній платформі. При посиленних та екстремальних збуреннях метод реалізує контрольовану деградацію якості сервісу заради подовження часу перебування інформаційної системи в області G . Це відповідає концепції живучості як здатності інформаційної системи адаптивно змінювати режим роботи, утримуючись у допустимих станах максимально довго.

Висновки

У дослідженні запропоновано підхід до забезпечення живучості інформаційної системи на мобільній платформі, у якому функціонування системи описується траєкторіями стану, а керування ними здійснюється засобами робастної варіаційної оптимізації. На основі дискретної динамічної моделі введено множину допустимих станів G та пов'язану з нею множину допустимих початкових станів, що дозволяє узгоджено враховувати показники якості обслуговування, властивостей даних і ресурсних обмежень. Варіаційна постановка задачі доповнена робастним функціоналом типу «найгірший випадок» для заданої множини сценаріїв деструктивних впливів, що інтерпретується як вимога інваріантності множини G для цих сценаріїв.

Розроблено ітераційний метод корекції керувань градієнтного типу з штрафним урахуванням наближення до меж області допустимих станів інформаційної системи з урахуванням найкритичніших сценаріїв. На імітаційному прикладі показано, що порівняно з базовою політикою робастно-варіаційна політика забезпечує більш ощадливе використання ресурсу та істотно відтермінує вихід траєкторій стану за межі множини допустимих станів G , що відображає вимоги до живучості інформаційної системи, особливо за посиленних та екстремальних збурень. Отримані результати досліджень є подальшим розвитком відомих підходів теорії живучості та робастного оптимального керування (зокрема, концепцій допустимих множин і мінімаксної оптимізації), адаптований до класу інформаційних систем на мобільних платформах, що функціонують за умов деструктивних впливів.

Отримані результати створюють передумови для подальших досліджень у напрямі застосування робастної варіаційної оптимізації до більш складних, високовимірних моделей інформаційних систем, включно з багатоконпонентними мобільними платформами та мультиагентними конфігураціями. Перспективним є також поєднання запропонованого методу з даними моніторингу в режимі реального часу та методами машинного навчання для онлайн-ідентифікації параметрів моделей і адаптивного налаштування множини життєздатних станів G залежно від фактичних умов експлуатації.

Список використаної літератури

1. Schneider C., Valacich J. *Information Systems Today: Managing in the Digital World, Global Edition*. Pearson Education, Limited, 2022. 568 p.
2. Reliability Models of Multi-state UAV-based Monitoring Systems: Mission Efficiency Degradation Issues / I. Kliushnikov et al. 2023 *International Conference on Information and Digital Technologies (IDT)*, Zilina, Slovakia. 2023. P. 299-306. DOI: <https://doi.org/10.1109/idt59031.2023.10194443>.
3. Dodonov O., Gorbachyk O., Kuznietsova M. Analysis and Assessment of Functional Stability of Information Systems Supporting Management Processes. *XXII International Scientific and Practical Conference "Information Technologies and Security (ITS-2022)"*. Kyiv, Ukraine. 2022. P. 1–10.
4. Venkatesha S., Parthasarathi R. Survey on Redundancy Based-Fault tolerance methods for Processors and Hardware accelerators – Trends in Quantum Computing, Heterogeneous Systems and Reliability. *ACM Computing Surveys*. 2024. P. 1–76. DOI: <https://doi.org/10.1145/3663672>.
5. A Survey on Cyber-Resilience Approaches for Cyber-Physical Systems / M. Segovia-Ferreira et al. *ACM Computing Surveys*. 2024. P. 1–37. DOI: <https://doi.org/10.1145/3652953>.
6. Safe Learning in Robotics: From Learning-Based Control to Safe Reinforcement Learning / L. Brunke et al. *Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems*. 2022. Vol. 5, no. 1. P. 411–444. DOI: <https://doi.org/10.1146/annurev-control-042920-020211>.
7. An STL-Based Formulation of Resilience in Cyber-Physical Systems / H. Chen et al. *Lecture Notes in Computer Science*. Cham, 2022. P. 117–135. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-15839-1_7.
8. Maria M., Costas L. Software Development Lifecycle for Survivable Mobile Telecommunication Systems. *Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal*. 2021. Vol. 6, no. 4. P. 259–277. DOI: <https://doi.org/10.25046/aj060430>.
9. Dynamic survivability of two-layer networks with different topologies / Y. Wang et al. *The European Physical Journal Plus*. 2024. Vol. 139, no. 1. DOI: <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-024-04906-9>.
10. Dynamic survivability of two-layer networks: The role of interlayer coupling / Y. Wang et al. *Chaos, Solitons & Fractals*. 2024. Vol. 180. P. 114571. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2024.114571>.
11. Drnach L., Zhao Y. Robust Trajectory Optimization Over Uncertain Terrain With Stochastic Complementarity. *IEEE Robotics and Automation Letters*. 2021. Vol. 6, no. 2. P. 1168–1175. DOI: <https://doi.org/10.1109/lra.2021.3056064>.
12. Measurement-Robust Control Barrier Functions: Certainty in Safety with Uncertainty in State / R. K. Cosner et al. 2021 *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Prague, Czech Republic, 27 September – 1 October 2021. 2021. DOI: <https://doi.org/10.1109/iros51168.2021.9636584>.
13. *Managing and Using Information Systems: A Strategic Approach*. Wiley & Sons, Incorporated, John, 2024.
14. Ruban I., Tkachov V. Formalizing the Survivability Target Function of Information System on Mobile Platform. *International Conference Computer and Information Systems and Technologies, Kharkiv, Ukraine 9–10 October 2025*. 2025. – P. 32–34.
15. Information space model in tasks of distributed mobile objects managing / V. O. Filatov et al. *Information extraction and processing*. 2019. Vol. 2019, no. 47. P. 80–86. DOI: <https://doi.org/10.15407/vidbir2019.47.080>.
16. A Dynamic Event-Based Recursive State Estimation for Mobile Robot Localization / L. Zhu et al. *Electronics*. 2024. Vol. 13, no. 16. P. 3227. DOI: <https://doi.org/10.3390/electronics13163227>.
17. Ruban I., Tkachov V. A model of cross-layer violations and recovery policies for information systems on a mobile platform. *Telecommunication and information technologies*. 2025. Vol. 88, no. 3. P. 204–222. DOI: <https://doi.org/10.31673/2412-4338.2025.038721>.

18. Liu F., Wang R. A Theory for Measures of Tail Risk. *Mathematics of Operations Research*. 2021. Vol. 46, no. 3. P. 1109–1128. DOI: <https://doi.org/10.1287/moor.2020.1072>.
19. Safe Value Functions / P.-F. Massiani et al. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2022. P. 2743–2757. DOI: <https://doi.org/10.1109/tac.2022.3200948>.
20. Krastanov M. I., Ribarska N. K., Tsachev T. Y. A Pontryagin Maximum Principle for Infinite-Dimensional Problems. *SIAM Journal on Control and Optimization*. 2011. Vol. 49, no. 5. P. 2155–2182. DOI: <https://doi.org/10.1137/100799009>.
21. Kreyszig E. *Introductory Functional Analysis with Applications*. John Wiley & Sons, 1978. P. 704.
22. Bertsekas D. P. *Dynamic Programming and Optimal Control*. 3rd ed. Athena Scientific, 2007. 1022 p.
23. Ross I. M. *A Primer on Pontryagin's Principle in Optimal Control*. Collegiate Publishers, 2009. 102 p.
24. Rawlings J. B., Mayne D. Q., Diehl M. M. *Model Predictive Control: Theory, Computation, and Design*. 2nd Edition. Nob Hill Publishing, LLC, 2017. 623 p.
25. Duan Y. Continuous Control-Based Load Balancing for Distributed Systems Using TD3 Reinforcement Learning. *Journal of Computer Technology and Software*. 2024. Vol. 3, no. 6. URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.15392296> (date of access: 20.11.2025).
26. Tkachov V. Mobilesys-robust-trajectory. *GitHub*. URL: <https://github.com/tikey/mobilesys-robust-trajectory> (дата звернення: 20.11.2025).
27. Tkachov V., Ruban I. Supplementary materials for «Robust variational optimization of trajectories for information systems on a mobile platform». *Zenodo*, DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.17659530>.

References

1. Schneider, C., & Valacich, J. (2022). *Information systems today: Managing in the digital world, Global edition*. Pearson Education.
2. Kliushnikov, I., et al. (2023). Reliability models of multi-state UAV-based monitoring systems: Mission efficiency degradation issues. In *2023 International Conference on Information and Digital Technologies (IDT)* (pp. 299–306). IEEE. <https://doi.org/10.1109/IDT59031.2023.10194443>
3. Dodonov, O., Gorbachyk, O., & Kuznietsova, M. (2022). Analysis and assessment of functional stability of information systems supporting management processes. In *XXII International Scientific and Practical Conference "Information Technologies and Security"* (pp. 1–10).
4. Venkatesha, S., & Parthasarathi, R. (2024). Survey on redundancy-based fault tolerance methods for processors and hardware accelerators: Trends in quantum computing, heterogeneous systems and reliability. *ACM Computing Surveys*, 1–76. <https://doi.org/10.1145/3663672>
5. Segovia-Ferreira, M., et al. (2024). A survey on cyber-resilience approaches for cyber-physical systems. *ACM Computing Surveys*, 1–37. <https://doi.org/10.1145/3652953>
6. Brunke, L., et al. (2022). Safe learning in robotics: From learning-based control to safe reinforcement learning. *Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems*, 5(1), 411–444. <https://doi.org/10.1146/annurev-control-042920-020211>
7. Chen, H., et al. (2022). An STL-based formulation of resilience in cyber-physical systems. In *Lecture Notes in Computer Science* (pp. 117–135). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-031-15839-1_7
8. Maria, M., & Costas, L. (2021). Software development lifecycle for survivable mobile telecommunication systems. *Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal*, 6(4), 259–277. <https://doi.org/10.25046/aj060430>
9. Wang, Y., et al. (2024). Dynamic survivability of two-layer networks with different topologies. *The European Physical Journal Plus*, 139(1). <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-024-04906-9>
10. Wang, Y., et al. (2024). Dynamic survivability of two-layer networks: The role of interlayer coupling. *Chaos, Solitons & Fractals*, 180, 114571. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2024.114571>
11. Drnach, L., & Zhao, Y. (2021). Robust trajectory optimization over uncertain terrain with stochastic complementarity. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 6(2), 1168–1175. <https://doi.org/10.1109/LRA.2021.3056064>
12. Cosner, R. K., et al. (2021). Measurement-robust control barrier functions: Certainty in safety with uncertainty in state. In *2021 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE. <https://doi.org/10.1109/IROS51168.2021.9636584>
13. Wiley & Sons, Incorporated, John. (2024). *Managing and using information systems: A strategic approach*.
14. Ruban, I., & Tkachov, V. (2025). Formalizing the survivability target function of information system on mobile platform. In *International Conference Computer and Information Systems and Technologies*, Kharkiv, Ukraine, October 9–10, 2025 (pp. 32–34).
15. Filatov, V. O., et al. (2019). Information space model in tasks of distributed mobile objects managing. *Information Extraction and Processing*, 2019(47), 80–86. <https://doi.org/10.15407/vidbir2019.47.080>
16. Zhu, L., et al. (2024). A dynamic event-based recursive state estimation for mobile robot localization. *Electronics*, 13(16), 3227. <https://doi.org/10.3390/electronics13163227>

17. Ruban, I., & Tkachov, V. (2025). A model of cross-layer violations and recovery policies for information systems on a mobile platform. *Telecommunication and Information Technologies*, 88(3), 204–222. <https://doi.org/10.31673/2412-4338.2025.038721>
18. Liu, F., & Wang, R. (2021). A theory for measures of tail risk. *Mathematics of Operations Research*, 46(3), 1109–1128. <https://doi.org/10.1287/moor.2020.1072>
19. Massiani, P.-F., et al. (2022). Safe value functions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2743–2757. <https://doi.org/10.1109/TAC.2022.3200948>
20. Krastanov, M. I., Ribarska, N. K., & Tsachev, T. Y. (2011). A Pontryagin maximum principle for infinite-dimensional problems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 49(5), 2155–2182. <https://doi.org/10.1137/100799009>
21. Kreyszig, E. (1978). *Introductory functional analysis with applications*. John Wiley & Sons.
22. Bertsekas, D. P. (2007). *Dynamic programming and optimal control* (3rd ed.). Athena Scientific.
23. Ross, I. M. (2009). *A primer on Pontryagin's principle in optimal control*. Collegiate Publishers.
24. Rawlings, J. B., Mayne, D. Q., & Diehl, M. M. (2017). *Model predictive control: Theory, computation, and design* (2nd ed.). Nob Hill Publishing.
25. Duan, Y. (2024). Continuous control-based load balancing for distributed systems using TD3 reinforcement learning. *Journal of Computer Technology and Software*, 3(6). <https://doi.org/10.5281/zenodo.15392296>
26. Tkachov, V. (2025). Mobilesys-robust-trajectory. *GitHub*. <https://github.com/tikey/mobilesys-robust-trajectory>
27. Tkachov, V., & Ruban, I. (2025). Supplementary materials for “Robust variational optimization of trajectories for information systems on a mobile platform” *Zenodo*. <https://doi.org/10.5281/zenodo.17659530>

Дата першого надходження рукопису до видання: 17.11.2025
Дата прийнятого до друку рукопису після рецензування: 15.12.2025
Дата публікації: 31.12.2025