

В. В. КУРАК

кандидат технічних наук, доцент,  
доцент кафедри енергетики, електротехніки і фізики  
Херсонський національний технічний університет  
ORCID: 0000-0002-4303-5671

О. В. АНДРОНОВА

кандидат технічних наук, доцент,  
доцент кафедри енергетики, електротехніки і фізики  
Херсонський національний технічний університет  
ORCID: 0000-0001-9597-8068

А. В. ЛЮБЕЗНИЙ

студент  
Херсонський національний технічний університет  
ORCID: 0009-0001-4355-5298

## РІВНЯННЯ ДЛЯ ОЦІНКИ РІЧНОГО ОБСЯГУ ВИРОБЛЕНОЇ ЕНЕРГІЇ ФОТОЕЛЕКТРИЧНИМ МАСИВОМ

В даній роботі запропоновано аналітичний вираз у вигляді поліному другого степеню для розрахунку річного обсягу виробленої енергії фотоелектричним масивом в залежності від кута нахилу модулів та їх встановленої потужності. Отриманий вираз базується на середньообаторічних показниках щодо інтенсивності сонячної радіації з кліматичної бази даних NASA і може застосовуватись для оцінки енергетичних параметрів фотоелектричних систем при їх експлуатації в умовах Херсонської області.

Встановлено, що залежність річного обсягу виробленої енергії від кута нахилу орієнтованих на південь фотоелектричних модулів в масиві має вигляд кривої з максимумом при куті нахилу модулів близько  $30^\circ$ , у зв'язку з чим пошук рівнянь, що здатні описати цю залежність, проводився у вигляді поліномів другого, третього та четвертого степенів. Порівняння результатів розрахунку за поліномами з очікуваним обсягом річного вироблення енергії фотоелектричним масивом при кутах нахилу модулів в діапазоні від  $0$  до  $90^\circ$  показало, що поліноміальна функція другого степеню дозволяє описати хід залежності з точністю, не гіршою  $99\%$ , в усьому діапазоні досліджених кутів, в той час як застосування поліномів третього та четвертого степенів призводить до виникнення похибки понад  $1\%$  при кутах нахилу модулів, більших за  $50^\circ$ .

Практичне застосування отриманого аналітичного виразу у вигляді поліному другого степеню надає можливість суттєво спростити та прискорити процедуру визначення очікуваного обсягу виробленої енергії фотоелектричним масивом в кліматичних умовах Херсонської області, задаючись лише кутом нахилу орієнтованих на південь модулів та номінальною встановленою потужністю масиву.

**Ключові слова:** електрична енергія, сонячна радіація, фотоелектричний модуль, кут нахилу модуля, номінальна потужність модуля, електрична генерація, поліноміальна функція.

V. V. KURAK

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,  
Associate Professor at the Department of Energy,  
Electrical Engineering and Physics  
Kherson National Technical University  
ORCID: 0000-0002-4303-5671

O. V. ANDRONOVA

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,  
Associate Professor at the Department of Energy,  
Electrical Engineering and Physics  
Kherson National Technical University  
ORCID: 0000-0001-9597-8068



A. V. LIUBEZNYI

Student

Kherson National Technical University

ORCID: 0009-0001-4355-5298

## EXPRESSION FOR ESTIMATING THE ANNUAL VOLUME OF ENERGY PRODUCED BY A PHOTOELECTRIC ARRAY

This paper proposes an analytical expression in the form of a second-degree polynomial for calculating the annual volume of energy produced by a photovoltaic array depending on the modules tilt and their installed capacity. The resulted expression is based on NASA long-term average solar radiation intensity database and can be used to estimate the energy parameters of photovoltaic systems when their operating in the climatic conditions of the Kherson region.

It was found that the dependence of the annual energy production on inclination angle of south-oriented photovoltaic array has the form of a curve with a maximum at the module's inclination angle of about 30°, that is why the search for equations capable to describe this dependence was carried out in the form of polynomials of the second, third and fourth degrees. Comparison of the calculation results by the polynomials with the expected photovoltaic array annual generation at module tilt in the range from 0 to 90° showed that the second-degree polynomial function allows describing the dependence with an accuracy of no worse than 99 % in the entire range of angles studied, while the use of third- and fourth-degree polynomials leads to an unconformity of more than 1 % at module tilts greater than 50°.

The practical application of the obtained analytical expression in the form of a second-degree polynomial makes it possible to significantly simplify and speed up the procedure for determining the expected annual volume of energy produced by a photovoltaic array in the climatic conditions of the Kherson region, having at the disposal only the inclination angle of the south-oriented modules and the nominal power of installed array.

**Key words:** electrical energy, solar radiation, photovoltaic module, module tilt angle, module nominal power, electricity generation, polynomial function.

### Постановка проблеми

Збільшення потужностей об'єктів сонячної електричної генерації є одним з пріоритетних завдань на шляху реалізації Енергетичної стратегії України до 2050 року [1], що враховує виклики військового часу, посилення ролі енергетичної безпеки та зміцнення стійкості енергосистеми.

Питання доцільності впровадження об'єктів фотоелектричної генерації в тому чи іншому регіоні України ґрунтується на попередній оцінці та аналізі енергетичних та економічних показників проекту, що потребує розрахунку обсягу генерованої електричної енергії в розрізі типового року. В основі цього розрахунку лежать дані щодо сонячного енергетичного потенціалу місцевості, технічні параметри компонентів фотоелектричної системи, а реалізація самого алгоритму, як правило, передбачає застосування спеціалізованого програмного забезпечення задля уникнення рутинних процедур, пов'язаних, в першу чергу, з визначенням надходження сонячної радіації до певним чином орієнтованих у просторі фотоелектричних модулів.

Оскільки розподіл річного надходження сонячної радіації на територію України є зоновим [2], то в якості альтернативи пропонується інший підхід до оцінки річного обсягу виробленої енергії, що базується на використанні аналітичних виразів, отриманих для конкретної зони, в межах якої середньорічний обсяг сонячної енергії, що надходить на горизонтальну поверхню, може вважатись фіксованим.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

В роботі [3] представлено методику розрахунку надходження сумарної сонячної радіації до довільно орієнтованої у просторі поверхні приймача з азимутом  $\theta_n$  та кутом нахилу  $\beta$  відносно горизонту. У відповідності до цієї методики надходження сумарної радіації до поверхні приймача визначається формулою:

$$H_T = H_b \cdot R_b + H_d \cdot \frac{1 + \cos \beta}{2} + (H_b + H_d) \cdot \rho \cdot \frac{1 - \cos \beta}{2}, \quad (1)$$

де  $H_d$  і  $H_b$  – розсіяна і пряма сонячна радіація, що надходять на горизонтальну поверхню;  $\rho$  – альbedo підстилаючої поверхні;  $R_b$  – поправочний коефіцієнт для прямої радіації.

Коефіцієнт  $R_b$ , що фігурує в формулі (1), враховує поправку щодо надходження прямої сонячної радіації на довільно орієнтовану у просторі поверхню приймача відносно потоку радіації на горизонтальній поверхні. Цей коефіцієнт визначається просторовою орієнтацією приймальної поверхні та залежить від широти місцевості  $\varphi$ , схилення Сонця  $\delta$  і годинного кута  $\omega$ :

$$R_b = \left\{ \cos \delta \cdot (\sin \beta \cdot \sin \varphi \cdot \cos \theta_n \cdot \cos \omega + \sin \beta \cdot \sin \theta_n \cdot \sin \omega) - \sin \beta \cdot \sin \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta_n + \cos \beta \cdot \cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \omega + \cos \beta \cdot \sin \delta \cdot \sin \varphi \right\} / \left\{ \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos \omega + \sin \varphi \cdot \sin \delta \right\}. \quad (2)$$

У відповідності до [4] при надходженні сумарної сонячної радіації  $H_T$  до масиву фотоелектричних модулів встановленою потужністю  $P_{ном}^{CB}$  кількість виробленої ними енергії за даний період часу становитиме:

$$W = k \cdot H_T \cdot P_{\text{ном}}^{CB} / 1000. \quad (3)$$

Коефіцієнт  $k$  у формулі (3) враховує втрату потужності за рахунок нагрівання модулів та збільшення відбивання при косому падінні сонячних променів, і дорівнює відповідно 0,7 для зимових та 0,5 для літніх місяців.

Розрахунок обсягу вироблення енергії масивом фотоелектричних модулів за описаною методикою базується на попередньому визначенні середньомісячного денного надходження сумарної сонячної радіації до одиниці площі приймальної поверхні модуля, що потребує залучення рутинної процедури визначення погодинних значень коефіцієнтів  $R_b$  протягом характерного дня місяця, а також даних щодо годинного надходження прямої  $H_b$  та дифузної  $H_d$  складових сонячної радіації на горизонтальну поверхню для заданої місцевості. У зв'язку з цим, значно спростити оцінку обсягу виробленої енергії масивом фотоелектричних модулів в практичних ситуаціях дозволило б використання готових аналітичних виразів, що пов'язують обсяг виробленої енергії зі встановленою потужністю геліополя для умов тієї чи іншої зони сонячної радіації.

#### Формулювання мети дослідження

Метою даної роботи є отримання аналітичного виразу, що пов'язує очікуваний річний обсяг виробленої електричної енергії зі встановленою потужністю масиву фотоелектричних модулів на прикладі умов сонячної інсоляції, характерних для Херсонської області.

#### Викладення основного матеріалу дослідження

Розрахунок денного надходження сонячної радіації до приймальної поверхні орієнтованого в південному напрямку фотоелектричного модуля ( $\theta_n = 0$ ) здійснювався за виразом (1) для середнього розрахункового дня кожного місяця в діапазоні кутів нахилу  $\beta = (0 \div 90)^\circ$  з кроком  $15^\circ$ . В якості вхідних використовувались середньобогаторічні дані щодо надходження сумарної  $H$  та дифузної  $H_d$  сонячної радіації на горизонтальну поверхню для кліматичних умов Херсонської області [5]. Дані щодо прямої складової сонячної радіації  $H_b$  знаходили як різницю між сумарною радіацією та дифузною її складовою.

За кількістю сонячної енергії  $H_{T \text{денне}}$ , яка надходить протягом характерного розрахункового дня місяця до одиниці площі приймальної поверхні з кутом нахилу  $\beta$ , за формулою (3) розраховували середнє денне вироблення електричної енергії модулем  $W_{\text{денне}}$  за умови, що номінальна його потужність  $P_{\text{ном}}^{CB} = 1$  Вт. Вироблення електричної енергії за місяць  $W_{\text{міс}}$  таким фотоелектричним масивом з одиничною встановленою потужністю визначали множенням середнього денного вироблення  $W_{\text{денне}}$  на кількість днів у відповідному місяці, а річне вироблення  $W_{\text{рік}}$  знаходили як суму місячних обсягів генерованої енергії.

На рис. 1 представлено результати розрахунку річного розподілу обсягу електричної енергії, виробленої фотоелектричним масивом одиничної встановленої потужності, при фіксованих кутах нахилу модулів в діапазоні від 0 до  $90^\circ$ . Як показує аналіз рис. 1, збільшення кута нахилу призводить до підвищення рівномірності розподілу за місяцями генерованої модулями енергії. Втім, при кутах нахилу понад  $45^\circ$  обсяг виробленої модулями енергії в літні місяці стає доволі низьким, головним чином, за рахунок зменшення потоку сонячної радіації, що надходить до приймальних поверхонь в умовах значних кутів висоти Сонця. Цей результат є очікуваним і корелює з даними, представленими в літературних джерелах, зокрема, в [3, 4].

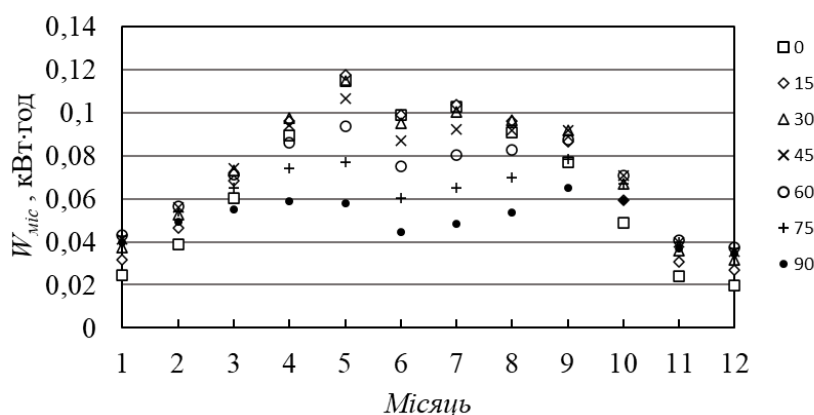
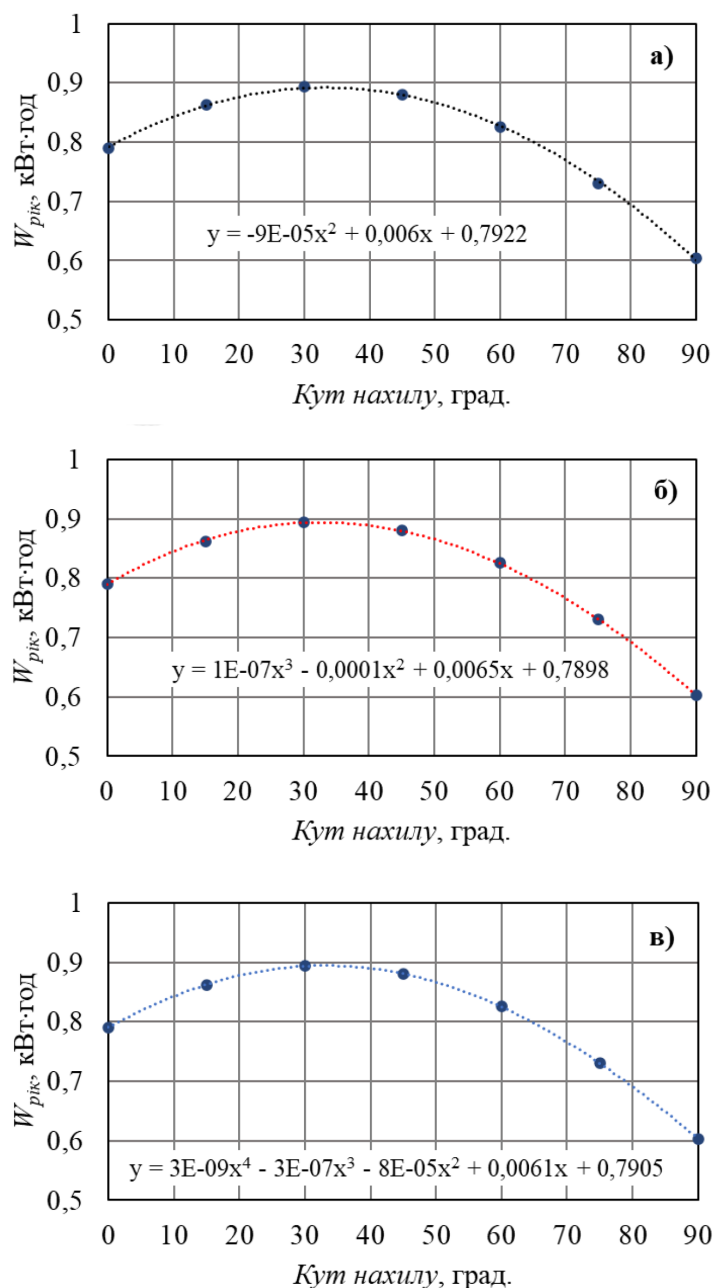


Рис. 1. Розподіл обсягів виробленої енергії фотоелектричним масивом одиничної встановленої потужності протягом року при різних кутах нахилу модулів

Залежність річного обсягу виробленої енергії від кута нахилу фотоелектричних модулів в масиві одиничної встановленої потужності показана на рис. 2.



**Рис. 2.** Апроксимація залежності річного обсягу виробленої енергії від кута нахилу модулів поліномами другого (а), третього (б) та четвертого (в) степенів

Залежність  $W_{рік}$  від кута нахилу має вигляд кривої з максимумом при куті  $\beta$  близько  $30^\circ$ . Зважаючи на характер цієї залежності, отримання аналітичного виразу, що її описує, варто проводити у вигляді поліноміальної функції, починаючи з другого степеню і вище. Рівняння функцій, що описують дану залежність у вигляді поліномів другого, третього та четвертого степенів, були отримані з використанням засобів MS Excel і представлені на відповідних графіках рис. 2. Поліноми більш високих порядків не розглядались у зв'язку з недоцільністю їх практичного використання.

В табл. 1 представлено порівняння очікуваних річних обсягів виробленої енергії  $W_{рік}$  з результатами розрахунків за відповідними поліномами, а також відносні відхилення отриманих результатів  $\epsilon$  при фіксованих кутах нахилу модулів в фотоелектричному масиві одиничної потужності.

Відносні відхилення результатів розрахунку за відповідними поліномами від очікуваного річного обсягу генерованої електричної енергії у вигляді залежності від кута нахилу модулів наведено на рис. 3.

Як показує аналіз даних табл. 1 та рис. 3, найменші за абсолютною величиною відносні відхилення в усьому дослідженому діапазоні кутів нахилу модулів забезпечує поліном другого степеню, демонструючи похибку

Таблиця 1

Порівняння річних обсягів виробленої енергії з результатами розрахунку за поліномами

β, град.	W <sub>рік</sub> , кВт · год	Поліном 2-го степеню		Поліном 3-го степеню		Поліном 4-го степеню	
		Розрахунок, кВт · год	ε, %	Розрахунок, кВт · год	ε, %	Розрахунок, кВт · год	ε, %
0	0,7903	0,7922	0,2192	0,7898	-0,0844	0,7905	0,0042
15	0,8628	0,8620	-0,0998	0,8651	0,2696	0,8631	0,0381
30	0,8940	0,8912	-0,3201	0,8975	0,3845	0,8958	0,1978
45	0,8804	0,8799	-0,0512	0,8889	0,9668	0,8880	0,8591
60	0,8255	0,8282	0,3256	0,8414	1,9246	0,8426	2,0676
75	0,7301	0,7360	0,7977	0,7570	3,6790	0,7664	4,9626
90	0,6037	0,6032	-0,0846	0,6377	5,6301	0,6696	10,9190

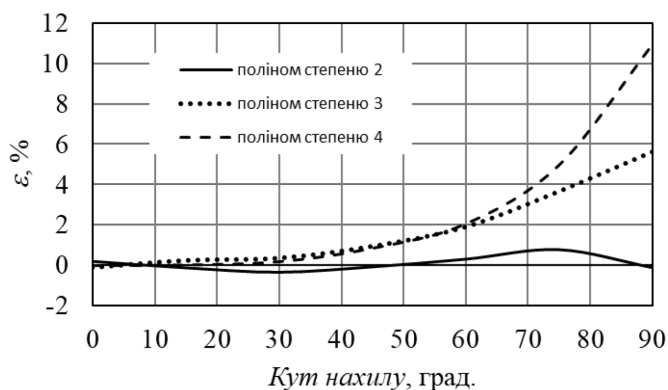


Рис. 3. Відносні відхилення результатів розрахунку за поліномами в залежності від кута нахилу модулів

менше 1 %, в той час як застосування поліномів третього та четвертого степенів призводить до суттєвого зростання похибки при кутах нахилу модулів понад 50°. У зв'язку з цим, для апроксимації залежності річного обсягу виробленої енергії від кута нахилу модулів в фотоелектричному масиві одиначної потужності при його роботі в кліматичних умовах Херсонської області рекомендується застосовувати поліном другого степеню наступного вигляду:

$$W_{рік} = -910^{-5}\beta^2 + 610^{-3}\beta + 0,7922, \text{ кВт} \cdot \text{год.} \tag{4}$$

Враховуючи, що обсяг виробленої енергії фотоелектричним масивом пропорційний його номінальній встановленій потужності  $P_{ном}^{CB}$ , формулу (4) можна записати наступним чином:

$$W_{рік} = (-910^{-5}\beta^2 + 610^{-3}\beta + 0,7922)P_{ном}^{CB}, \text{ кВт} \cdot \text{год.} \tag{5}$$

де кут нахилу модулів β має підставлятися в градусах, а потужність фотоелектричного масиву  $P_{ном}^{CB}$  – у ватах.

Вираз (5) є справедливим для фотоелектричних масивів, приймальна поверхня яких спрямована точно на південь або відхилена від південного напрямку на незначний азимутальний кут, що не перевищує ±30° [4]. Більші азимутальні відхилення можуть призводити до зростання похибки проведених за формулою (5) енергетичних оцінок на величину понад 1 %.

**Висновки**

Отримано аналітичний вираз у вигляді поліному другого степеню, який надає можливість суттєво спростити та прискорити процедуру визначення очікуваного обсягу виробленої енергії фотоелектричним масивом в кліматичних умовах Херсонської області, задаючись лише кутом нахилу орієнтованих на південь модулів та номінальною встановленою потужністю масиву.

**Список використаної літератури**

1. Розпорядження Кабінету Міністрів України від 21 квітня 2023 р. № 373-р «Про схвалення Енергетичної стратегії України на період до 2050 року» [Електронний ресурс]. Верховна рада України [Сайт]. Режим доступу: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/373-2023-%D1%80#Text> (дата звернення 14.01.26). Назва з екрану.
2. Атлас енергетичного потенціалу відновлюваних джерел енергії України. За заг. ред. С. О. Кудрі. К. : Інститут відновлюваної енергетики НАН України, 2020. 82 с.
3. Duffie J. A., Beckman W. A. Solar Engineering of Thermal Processes. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2013. 910 p.

4. Курак В. В., Андропова О. В., Погребняк І. Ф. Оцінка вироблення енергії фасадними фотоелектричними системами в кліматичних умовах м. Херсон. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. № 4(91). 2024. С. 85–90. DOI: <https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2024.4.10>

5. POWER. Data Access Viewer [Electronic resource]. Access mode: <https://power.larc.nasa.gov/data-access-viewer/> (last access: 14.10.2025). Title from the screen.

#### References

1. Resolution of the Cabinet of Ministers of Ukraine dated April 21, 2023 No.373-p “On approval of the Energy Strategy of Ukraine for the period until 2050” [Electronic resource]. Verkhovna Rada of Ukraine [Site]. Access mode: <https://enerhodzherela.com.ua/analityka/> (last access: 14.01.26). Title from the screen.

2. Atlas enerhetychnoho potentsialu vidnovlyuvanykh dzherel enerhiyi Ukrayiny [Atlas of the energy potential of renewable energy sources of Ukraine]. K.: Instytut vidnovlyuvanoyi enerhetyky NANU, 2020. 82 p. [in Ukrainian].

3. Duffie J. A., Beckman W. A. (2013) Solar Engineering of Thermal Processes. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 910 p.

4. Kurak V. V., Andronova O. V., Pogrebniak I. F. (2024) Otsinka vyroblyennya enerhiyi fasadnyimi fotoelektrychnymi systemamy v klimatichnykh umovakh m. Kherson [Evaluation of the facade photoelectric systems energy production in the climate conditions of Kherson]. *Visnyk of Kherson National Technical University*, no. 4(91), pp. 85–90. [in Ukrainian]. DOI: <https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2024.4.10>

5. POWER. Data Access Viewer [Electronic resource]. Access mode: <https://power.larc.nasa.gov/data-access-viewer/> (last access: 14.10.2025). Title from the screen.

*Дата першого надходження статті до видання: 16.01.2026*

*Дата прийняття статті до друку після рецензування: 20.02.2026*

*Дата публікації (оприлюднення) статті: 30.04.2026*