

О. В. КАНИВЕЦЬ

кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри механічної та електричної інженерії
Полтавський державний аграрний університет
ORCID: 0000-0003-4364-8424

І. М. КАНИВЕЦЬ

кандидат педагогічних наук, доцент,
доцент кафедри будівництва та професійної освіти
Полтавський державний аграрний університет
ORCID: 0000-0002-1670-5553

Ю. В. ШКЛЯР

аспірант кафедри механічної та електричної інженерії
Полтавський державний аграрний університет
ORCID: 0009-0002-4695-1664

АНАЛІТИЧНИЙ РОЗВ'ЯЗОК ЗАДАЧІ ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛИШКОВИХ НАПРУЖЕНЬ У ВАЛАХ ПІСЛЯ ЗМІЦНЮВАЛЬНОЇ ОБРОБКИ МЕТОДАМИ ППД

Стаття присвячена аналітичному розв'язку задачі визначення залишкових напружень у валах після зміцнювальної обробки методами поверхневого пластичного деформування (ППД). Вал є важливою деталлю у машинобудуванні, його довговічність залежить від стану поверхневого шару. Поверхнєве пластичне деформування є ефективним способом фінішної обробки. Суть методу полягає в ущільненні структури металу інструментом без зняття шару матеріалу. У результаті підвищується твердість, формуються стискуючі залишкові напруження, зростає опір втомному руйнуванню. Серед методів ППД особливо поширеним є обкатування роликком. Для малошорстких валів цей метод потребує уточненого розрахунку параметрів. Метою дослідження є отримання аналітичних виразів для осьових, тангенціальних та радіальних залишкових напружень на будь-якій глибині пластично деформованого шару. Розв'язок побудовано на основі диференціального рівняння рівноваги з урахуванням заміни радіальної координати. Введено параметр $\lambda(z)$ залишкового січного модуля зсуву зміцненого шару. Він описує нелінійну поведінку матеріалу в зоні деформації. Встановлено, що радіальні залишкові напруження мають додатний знак. На поверхні вони дорівнюють нулю, а зі збільшенням глибини зростають до максимуму на межі пластично деформованого шару. Тангенціальні та осьові напруження мають від'ємний знак і відповідають стиску по всій товщині зміцненої зони. Виявлено, що одноразове статичне навантаження не відтворює реальних умов обкатування. У процесі зміцнення виникають зсувні деформації в напрямках подачі та кочення ролика. Вони збільшують градієнт твердості та зменшують радіальну деформацію на 15-20% порівняно з розрахунковими даними. Врахування цих ефектів суттєво покращує відповідність теоретичних епюр експериментальним результатам. Запропонований підхід викладено у формі, зручній для практичного застосування. На його основі можна обґрунтовано призначати режими ППД такі як силу обкатування, параметри інструмента, подачу. Це дозволяє формувати у поверхневому шарі валів систему стискуючих напружень потрібної інтенсивності.

Ключові слова: поверхнєве зміцнення, ППД, обкатування, залишкові напруження, поверхнєвий пластичний шар, вали, довговічність деталей машин.

O. V. KANIVETS

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of Mechanical and Electrical Engineering
Poltava State Agrarian University
ORCID: 0000-0003-4364-8424

I. M. KANIVETS

Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of Civil Engineering
and Professional Education
Poltava State Agrarian University
ORCID: 0000-0002-1670-5553



YU. V. SHKLYAR

Postgraduate Student at the Department of Mechanical
and Electrical Engineering
Poltava State Agrarian University
ORCID: 0009-0002-4695-1664

ANALYTICAL SOLUTION OF THE PROBLEM OF DETERMINING RESIDUAL STRESSES IN SHAFTS AFTER STRENGTHENING TREATMENT BY PPD METHODS

The article is devoted to the analytical solution of the problem of determining residual stresses in shafts after strengthening treatment by surface plastic deformation (SPD) methods. A shaft is an important component in mechanical engineering. Its durability depends on the condition of the surface layer. Surface plastic deformation is an effective method of finishing. The essence of the method is to compact the metal structure with a tool without removing a layer of material. As a result, hardness increases, compressive residual stresses are formed, and fatigue resistance increases. Among the SPD methods, roller burnishing is particularly widespread. For low-stiffness shafts, this method requires precise calculation of parameters. The aim of the study is to obtain analytical expressions for axial, tangential, and radial residual stresses at any depth of the plastically deformed layer. The solution is based on the differential equation of equilibrium, taking into account the replacement of the radial coordinate. The parameter $\lambda(z)$ of the residual shear modulus of the hardened layer is introduced. It describes the nonlinear behavior of the material in the deformation zone. It has been established that the radial residual stresses have a positive sign. They are zero at the surface and increase with depth to a maximum at the boundary of the plastically deformed layer. Tangential and axial stresses are negative and correspond to compression throughout the entire thickness of the hardened zone. It has been found that a single static load does not reproduce real running-in conditions. During hardening, shear deformations occur in the directions of roller feed and rolling. They increase the hardness gradient and reduce radial deformation by 15–20% compared to the calculated data. Taking these effects into account significantly improves the correspondence of theoretical diagrams to experimental results. The proposed approach is presented in a form convenient for practical application. Based on it, it is possible to reasonably assign PPD modes such as rolling force, tool parameters, and feed. This allows the formation of a system of compressive stresses of the required intensity in the surface layer of the shafts.

Key words: surface hardening, PPD, rolling, residual stresses, surface plastic layer, shafts, durability of machine parts.

Постановка проблеми

Машинобудування посідає провідне місце в структурі сучасної промисловості. До виробів цієї галузі висувають підвищені вимоги, що зумовлено потребою подовження строку служби техніки, яка має високу вартість, складну конструкцію та виконує широкий спектр завдань [1, 2]. З огляду на це підвищуються вимоги до значення якості та зносостійкості елементів машинобудівної продукції.

Експлуатаційна надійність і тривалість роботи деталей визначаються станом їх поверхневого шару. Саме його характеристики впливають на опір втомі, корозійну стійкість і здатність витримувати навантаження. Теорія технологічної спадковості показує, що потрібні властивості формуються протягом усього виробничого циклу. Кожна операція залишає свій слід у структурі матеріалу [3]. Водночас завершальні етапи обробки здебільшого відіграють вирішальну роль, оскільки саме вони остаточно формують мікрогеометрію поверхні та фізико-механічні показники деталі.

У сучасному машинобудуванні особливого значення набуває розробка результативних технологій завершальної обробки деталей. Підприємства прагнуть отримати стабільні параметри якості ще на етапі проектування процесу. Серед численних способів фінішної обробки відповідальних елементів деталей вагомим місцем займають методи поверхневого пластичного деформування. Подібні технології широко впроваджені у виробництві завдяки їх здатності підвищувати експлуатаційні характеристики без суттєвого ускладнення обладнання [4].

Суть підходу полягає у зміні властивостей поверхні шляхом контрольованої пластичної деформації, а не зняття шару матеріалу. Під дією інструмента відбувається ущільнення структури металу. Одночасно коригуються геометричні розміри деталі та зміцнюється її поверхневий шар. Змінюються твердість, рівень залишкових напружень і опір втомі. Керуючи цими параметрами, технолог отримує можливість істотно подовжити ресурс роботи виробів і знизити ризик передчасного руйнування під час експлуатації.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

На сьогодні створено й впроваджено у виробництво значну кількість способів поверхневого пластичного деформування. До них належать обробка кулькою, роликком, алмазне вигладжування, а також вібраційні, ультразвукові й ударні методи та інші технологічні рішення [5, 6]. Завдяки простоті технічної реалізації та зручності застосування у промислових умовах особливо поширеною є оздоблювально-зміцнювальна обробка роликком. Водночас у певних ситуаціях, зокрема під час зміцнення маложорстких деталей типу валів, можливості цього підходу істотно обмежені [7]. Навіть за достатньої продуктивності складно забезпечити стабільні показники якості поверхневого шару.

На відміну від традиційних технологічних схем, нині запропоновано процеси поверхневого пластичного деформування, що базуються на змінній кінематиці руху інструмента [8]. Зокрема, передбачено модифікацію положення осі обертання циліндричного ролика, яка проходить через центр діаметральної площини [9]. Такий підхід дає змогу змінити характер напруженого стану в зоні деформації та підвищити ефективність зміцнення матеріалу. У результаті формується більш сприятлива структура приповерхневого шару, що позитивно впливає на експлуатаційні властивості деталей.

Відомі дослідження, присвячені зміцненню циліндричних деталей методом вигладжування. У цьому випадку робочий інструмент виконано у вигляді пластини з радіусним заокругленням [10, 11]. Він здійснює коливальні рухи не вздовж осі деталі, а в напрямку, перпендикулярному до неї. Такий підхід дає змогу не лише виконувати оздоблювально-зміцнювальну обробку, а й формувати на поверхні впорядкований мікрорельєф, що розширює функціональні можливості технології та підвищує експлуатаційні характеристики виробів [12].

Високі показники якості приповерхневого шару також забезпечує зміцнення деталей методом поперечної обкатки плоскими плитами [13]. Поєднання значної продуктивності процесу з отриманням якісної поверхні робить цю технологію перспективною для впровадження у виробничу практику. Застосування таких рішень може зацікавити інженерів і технологів, оскільки воно сприяє підвищенню довговічності та надійності машинобудівних виробів.

Формулювання мети дослідження

Метою дослідження є аналітичний розв'язок задачі визначення осьових, тангенціальних та радіальних залишкових напружень у валах після їх зміцнювальної обробки методом поверхневого пластичного деформування на будь-якій глибині, зокрема й безпосередньо на поверхні, у межах товщини пластично деформованого шару.

Викладення основного матеріалу дослідження

Основне диференціальне рівняння для визначення радіальних напружень має вигляд [14]:

$$-d\sigma_r^o = (\sigma_r^o - \sigma_t^o) \frac{d\rho}{\rho}. \quad (1)$$

Для приведення рівняння (1) з класичною системою координат, яку найчастіше застосовують під час дослідження залишкових напружень, вісь деталі суміщають з віссю Ox . Напрямок дотичної приймають уздовж осі Ot , а радіальний напрям орієнтують за віссю Oz або Or . Такий вибір спрощує подальший аналіз напружено-деформованого стану та робить результати зіставними з експериментальними даними.

Розв'язок рівняння (1) отримують після заміни радіальної координати ρ на змінну z . Перехід виконують за співвідношенням $\rho = R - z$. При цьому диференціал змінює знак, тому $d\rho = -dz$. З урахуванням такої підстановки та умов процесу обкатування валів, шуканий вираз набуває вигляду зручного для опису розподілу напружень по глибині зміцненого шару:

$$\sigma_{r(z)}^o = \frac{1}{2} \int_0^z \left[U(z) - \lambda_{(z)} \varepsilon_{i(z)} C_{\beta(z)} \right] \frac{dz}{R - z}, \quad (2)$$

де $\lambda(z)$ – залишковий січний модуль зсуву зміцненого поверхневого шару вала, а $U(z)$ визначають за виразом:

$$U(z) = \sqrt{4(\sigma_{t(z)}^o)^2 - 3(\lambda_{(z)} \varepsilon_{i(z)} C_{\beta(z)})^2}. \quad (3)$$

Отримана функція описує характер розподілу радіальних залишкових напружень $\sigma_{r(z)}^o$ у межах шару, який зазнав пластичної деформації. Вона дає змогу визначити їх значення на будь-якій глибині, що відповідає координаті z . Таким чином, оцінюють напружений стан матеріалу по всій товщині зміцненої зони. Радіальні залишкові напруження мають додатний знак. Їх величина на поверхні дорівнює нулю. Із зростанням глибини вони безперервно збільшуються. Найбільше значення фіксується на рівні z_s , де завершується пластично деформований шар. Такий характер зміни показує про поступове накопичення внутрішніх сил у напрямку до межі зміцнення.

Тангенціальні залишкові напруження знаходять за рівнянням:

$$\sigma_{t(z)}^o = \frac{1}{2} \left(U(z) - \lambda_{(z)} \varepsilon_{i(z)} C_{\beta(z)} \right) + \sigma_{r(z)}^o. \quad (4)$$

Осьові $\sigma_{x(z)}^o$ залишкові напруження становлять:

$$\sigma_{x(z)}^o = \sigma_{t(z)}^o + \lambda_{(z)} \varepsilon_{i(z)} C_{\beta(z)}. \quad (5)$$

Очевидно, що в межах усього шару, який зазнав пластичної деформації до глибини z_s , ці напруження матимуть від'ємний знак і відповідатимуть стиску. Такий розподіл узгоджується з фізичною природою процесу поверхневого зміцнення, коли внутрішні сили перешкоджають розкриттю мікротріщин і підвищують опір втомному руйнуванню.

Попередні обчислення за співвідношеннями (1)–(5) при умові $\lambda_{(z)} = \lambda_{(z),c}$ виявили незначні розбіжності з експериментальними результатами, наведеними на рисунку 1, для процесів обкатування та одиничного контактного навантаження з однаковими силовими й геометричними параметрами. Відмінності простежуються насамперед у формі епюр тангенціальних залишкових напружень. Йдеться не стільки про числові значення чи тенденцію зміни по глибині зміцненого шару, скільки про відсутність чітко вираженого максимуму. Під час експериментів такий максимум зазвичай фіксують на певній відстані від поверхні вала, а не безпосередньо на ній.

Зазначені розбіжності можна істотно зменшити. Для цього під час уточнення параметра $\lambda_{(z),c}$ необхідно врахувати ряд суттєвих чинників, що пов'язані із реальними умовами контакту, нерівномірністю пластичної деформації та впливом жорсткості матеріалу. Коригування моделі з урахуванням цих аспектів забезпечує кращу відповідність розрахункових епюр експериментальним даним.

Одноразове статичне навантаження повною мірою не відтворює реальні умови формування поверхневого шару під час обкатування валів. У процесі зміцнення діють не лише лінійні, а й зсувні деформації. Вони виникають у напрямках подачі та кочення ролика. Така особливість суттєво впливає на напружено-деформований стан матеріалу.

Наявність зсувних складових призводить до зростання градієнта твердості по перерізу зміцненого шару. Водночас експериментально встановлено зменшення радіальної лінійної деформації в середньому на 15-20 % порівняно з розрахунковими даними. Додатковий вплив створює тертя в зоні контакту. Його часто не враховують у теоретичних моделях. Саме тертя зумовлює появу максимуму радіальної деформації на певній глибині, а не на поверхні.

Розподіл зсувних деформацій по товщині зміцненого шару в окружному напрямі γ та в осьовому перерізі $\gamma_{zx(z)}$ задовільно описується залежністю, подібною до функції $\varepsilon_{r(z)}$. Максимальне значення при цьому спостерігається на поверхні і становить приблизно 0,75 від початкової радіальної деформації $\varepsilon_{r,0}$. Такий характер зміни підтверджує необхідність урахування зсувних ефектів під час уточнення розрахункової моделі.

У разі осесиметричної контактної деформації складові інтенсивності деформацій і напружень, що діють у площинах, перпендикулярних до осі z або r , є попарно однаковими. З цієї причини значення $\lambda_{(z),c}$ дорівнює нулю. Якщо ж характер деформування не має осесиметрії, цей параметр може набувати нульового значення лише на межі між пружною та пластичною зонами, тобто за умови $z = z_s$. Саме в цій області напружено-деформований стан матеріалу наближається до симетричного, що й зумовлює відповідну поведінку параметра.

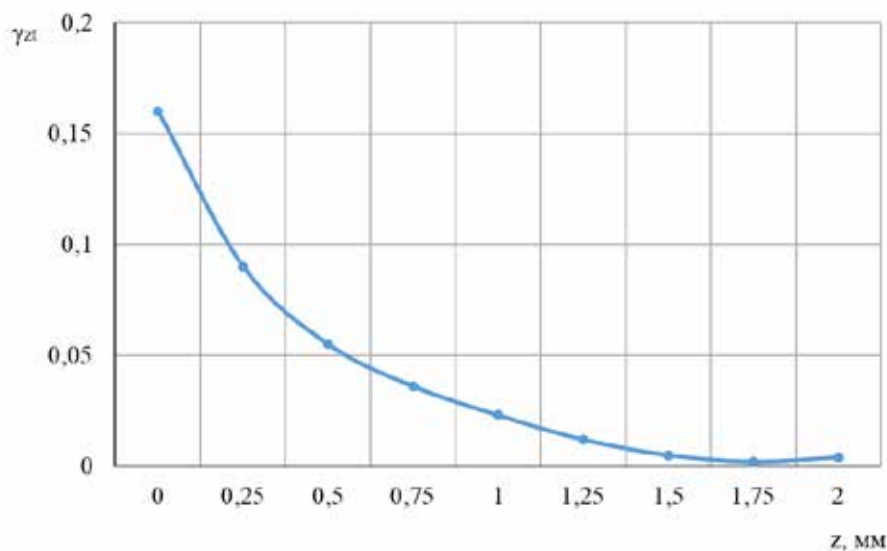


Рис. 1. Розподіл відносної тангенціальної деформації зсуву γ_{zx} по глибині наклепаного шару вала діаметром 30 мм зі сталі 45, обкатаного роликком діаметром 25 мм і радіусом скруглення 2,2 мм при контактній силі 3,71 кН

Проте результати обчислень показують протилежне за умови коли $\lambda_{(zs),c}$ дорівнює нулю. Це зумовлено рівністю осьової та тангенціальної деформацій на глибині z_s , що передбачено сферичною моделлю. У той же час, чисельник через незначні похибки, що накопичуються під час визначення залишкових напружень, лише наближається до нульового значення.

Крім того, необхідно перевірити виконання умови:

$$\lambda_{(z)} \leq \lambda_{kp(z)} = \frac{2\sqrt{3}\sigma_{i(z)}^o}{3\varepsilon_{i(z)}C_{\beta(z)}}. \quad (6)$$

Зазвичай, умова (6) майже завжди реалізується автоматично, що підтверджують відповідні графічні залежності $\lambda_{(z)c}(z)$. Криві (рисунок 2) побудовано для двох варіантів контактної навантаження тіл, які забезпечують різний рівень деформації $\varepsilon_{i,o}$ у центральній частині залишкових вм'ятин. Отримані результати демонструють узгодженість розрахункової моделі з характером розподілу напружено-деформованого стану матеріалу.

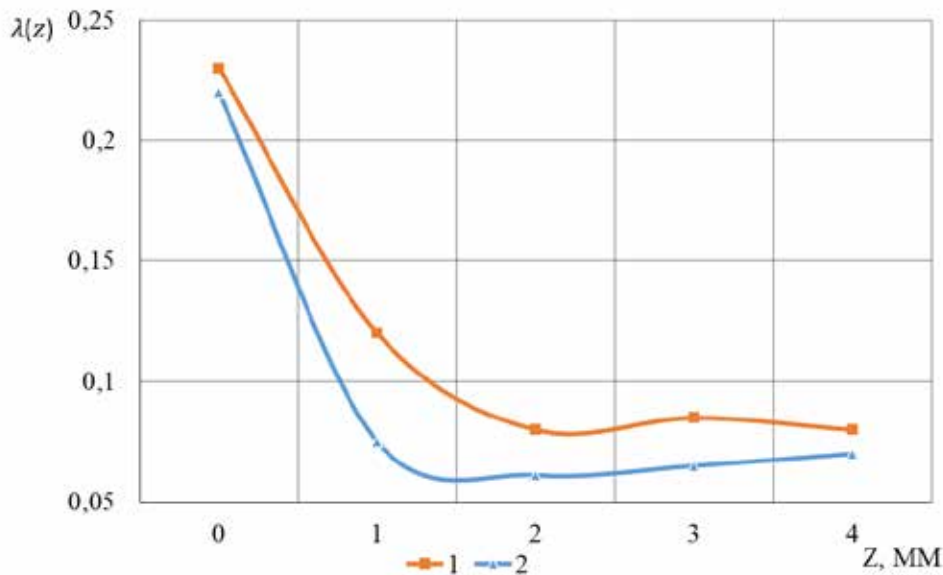


Рис. 2. Зміна параметра λ по товщині пластично-деформованого шару вала діаметром 100 мм: 1 – НД1800; 2 – НД2600

Обчислення проведено для двох режимів навантаження. У першому випадку контргілом виступає вал діаметром 100 мм із контактним модулем твердості НД1800, а індентором є тороїдальний ролик діаметром 80 мм з радіусом профілю 8,6 мм. За прикладеної сили 21,7 кН забезпечується деформація $\varepsilon_{i,o}$, що наближається до 0,8 ε_p . У другому випадку розглянуто вал діаметром 100 мм із характеристикою НД2600 та ролик діаметром 100 мм із радіусом профілю 9,6 мм. При навантаженні 28,6 кН у центрі контакту значення $\varepsilon_{i,o}$ практично дорівнює ε_p .

Аналіз показує, що найбільші значення відносного залишкового січного модуля зсуву зміцненого шару, зосереджені в центральній зоні контакту, яка збігається з поверхнею вала. При цьому вони не перевищують одиниці. Отже, рівняння (1)–(5) дають змогу оцінювати та прогнозувати залишковий напружений стан матеріалу поверхневого шару вала під час поверхневого пластичного деформування.

З іншої сторони, подальшого опрацювання потребують задачі технологічного забезпечення процесів поверхневого пластичного деформування. Мова іде про визначення оптимальної сили обкатування, вибір геометричних параметрів інструмента, а також обґрунтування подачі й швидкості обробки. Саме ці параметри суттєво впливають на формування зміцненого шару та стабільність отриманих характеристик.

Висновки

Отримано аналітичний розв'язок задачі визначення осьових, тангенціальних та радіальних залишкових напружень у валах після їх зміцнювальної обробки методом поверхневого пластичного деформування на будь-якій глибині, зокрема й безпосередньо на поверхні, у межах товщини пластично деформованого шару. Запропонований підхід подано у простій та зрозумілій формі, придатній для практичного використання інженерно-технічними працівниками машинобудівних підприємств.

На основі розробленого алгоритму можна обґрунтовано призначати такі режими поверхневого пластичного деформування, які забезпечують формування в зміцненому приповерхневому шарі валів системи стискуючих залишкових напружень необхідної інтенсивності відповідно до умов їх подальшої експлуатації. Отримані аналітичні залежності створюють передумови для підвищення довговічності деталей і надійності їх роботи в реальних виробничих умовах.

Список використаної літератури

1. Liang Z.-Q., Chen Y.-F., Luan X.-S., Li H.-W., Liu X.-L., Chen J.-J., Li Y., Wang K., Wang X.-B. Simulation and experimental study on residual stress of ultra-high strength steel under powerful rolling. *Surface Technology*, 2021. 50 (1). art. no. 1001-3660(2021)01-0413-09, pp. 413 – 421. DOI: 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2021.01.038
2. Marchenko D., Artyukh V., Matvyeyeva K. Analysis of the influence of surface plastic deformation on increasing the wear resistance of machine parts. *Problems of Tribology*, 2020. 25. pp. 6 – 11.
3. Zubiakhina-Khaiiat A.V., Marchenko D.D. Mathematical modeling of the process of rolling body rolls with needed rollers. *Problems of Tribology*, 2019. 24 (3-93). pp. 45 – 50.
4. Дудніков А. А., Дудник В. В., Бурлака О. А., Канівець О. В. Зміна характеристик матеріалу деталей при вібраційному зміцненні. *Вібрації в техніці та технологіях*. 2020, № 4 (99). С. 21-28. DOI: 10.37128/2306-8744-2020-4-3.
5. Афтаназів І. С., Гавриш А. П., Китичок П. О. Підвищення надійності деталей машин поверхневим пластичним деформуванням : Навчальний посібник. *Житомир: ЖИТИ*, 2001.
6. Сошко В. О., Діневич Г. Ю., Сімінченко І. П., Малигін О. В., Крючковський В. В. Використання багатфакторних статистичних моделей для дослідження процесів, що спостерігаються при механічній обробці металів: навч.-метод. посіб. *Херсон: Олді-плюс*, 2010. 94 с.
7. Butakov V. Surface waviness when rolling bodies of revolution with rollers. *Motrol, Motoryzacja I energetyka rolnictwa*, 2013. 15 (2). pp. 15 – 22.
8. Сердюк О. В., Сивак І. О., Карватко М. А. Напружено-деформований стан в осередку деформації при вдавлюванні тороїдального ролика. *Наукові нотатки: міжвузівський збірник (за галузями знань «Технічні науки»)*. 2013, Вип. 40. с. 251-256.
9. Serdyuk O.V., Sivak I.O., Sukhorukov S.I., Sivak R.I. Evaluation of the plasticity of a metal surface layer under non-monotonic loading. *Scientific Notes: Interuniversity Collection (In the Field of Knowledge “Technical Sciences”)*, 2016. 54. pp. 277 – 281.
10. Савуляк В. В. Пластичне деформування тонколистового матеріалу в умовах звичних локалізацій деформацій та напружень : монографія. Вінниця: *УНІВЕРСУМ-Вінниця*. 2008, 150 с.
11. Михалевич В. М., Добранюк Ю. В. Модель пластичного деформування матеріалу на вільній поверхні циліндричних зразків під час вісесиметричного осадження. Частина 2. Визначення накопиченої деформації та інтенсивності логарифмічних деформацій на основі різних апроксимацій. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2010, № 3. С. 99-102.
12. Дудніков А. А., Дудник В. В., Біловод О. І., Канівець О. В., Бурлака О. А. Підвищення ресурсу зерно-посівних машин. *Інженерія природокористування*. 2021, № 4(18), С. 68-72. DOI: [https://doi.org/10.37700/enm.2020.4\(18\).68-72](https://doi.org/10.37700/enm.2020.4(18).68-72).
13. Khomenko A. V. Severe plastic deformation: Methods and mathematical models of nanomaterials formation. 2020, 24 (2), art. no. 2001, pp. 1-20. DOI: 10.30970/jps.24.2001
14. Субботіна В. В., Білозеров В. В., Субботін О. В. та інші Управління величиною і розподілом залишкових макронапружень, що подаються обкочуванням роликками. *Вісник Харківського національного автомобільно-дорожнього університету*. 2024, № 107 (2024). С. 78-81. DOI: 10.30977/BUL.2219-5548.2024.107.0.78

References

1. Liang Z.-Q., Chen Y.-F., Luan X.-S., Li H.-W., Liu X.-L., Chen J.-J., Li Y., Wang K., & Wang X.-B. (2021). Simulation and experimental study on residual stress of ultra-high strength steel under powerful rolling. *Surface Technology*. 50 (1). art. no. 1001-3660(2021)01-0413-09, pp. 413 – 421. DOI: 10.16490/j.cnki.issn.1001-3660.2021.01.038
2. Marchenko D., Artyukh V., & Matvyeyeva K. (2020). Analysis of the influence of surface plastic deformation on increasing the wear resistance of machine parts. *Problems of Tribology*. 25. pp. 6 – 11.
3. Zubiakhina-Khaiiat A.V., Marchenko D.D. (2019). Mathematical modeling of the process of rolling body rolls with needed rollers. *Problems of Tribology*. 24 (3-93). pp. 45 – 50.
4. Dudnikov, A. A., Dudnyk, V. V., Burlaka, O. A., & Kanivets, O. V. (2020). Zmina kharakterystyk materialu detalei pry vibratsiinomu zmitsnenni [Changes in the material characteristics of parts during vibration hardening]. *Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh*. № 4 (99). pp. 21–28. DOI: 10.37128/2306-8744-2020-4-3. [in Ukrainian].
5. Aftanaziv, I. S., Havrysh, A. P., & Kytychok, P. O. (2001). Pidvyshchennia nadiinosti detalei mashyn poverkhnevym plastychnym deformuvanniam : Navchalnyi posibnyk [Improving the reliability of machine parts by surface plastic deformation : A tutorial]. *Zhytomyr : ZhITI*. [in Ukrainian].
6. Soshko, V. O., Dinevych, H. Yu., Siminchenko, I. P., Malyhin, O. V., & Kriuchkovskyyi, V. V. (2010). Vykorystannia bahatofaktornykh statystychnykh modelei dlia doslidzhennia protsesiv, shcho sposterihaiutsia pry mekhanichnii obrobtii metaliv [The use of multivariate statistical models to study the processes observed in metal machining]. *Kherson: Oldi-plus*. [in Ukrainian].

7. Butakov B. (2013). Surface waviness when rolling bodies of revolution with rollers. *Motrol, Motoryzacja I energetyka rolnictwa*. 15 (2). pp. 15 – 22.
8. Serdiuk, O. V., Syvak, I. O., & Karvatko, M. A. (2013). Napruzhenno-deformovanyi stan v oseredku deformatsii pry vdavliuvanni toroidalnoho rolyka [Stress-strain state in a deformation cell during toroidal roller indentation]. *Naukovi notatky: mizhvuzivskiyi zbirnyk (za haluziamy znan «Tekhnichni nauky»)*. Vyp. 40. pp. 251-256. [in Ukrainian].
9. Serdyuk O.V., Sivak I.O., Sukhorukov S.I., & Sivak R.I. (2016). Evaluation of the plasticity of a metal surface layer under non-monotonic loading. *Scientific Notes: Interuniversity Collection (In the Field of Knowledge “Technical Sciences”)*. 54. pp. 277 – 281.
10. Savuliak, V. V. (2008). Plastychno deformuvannya tonkolystovoho materialu v umovakh zvychnykh lokalizatsii deformatsii ta napruzhen : monohrafiia [Plastic deformation of thin sheet material under conditions of usual localization of deformations and stresses: monograph]. *Vinnytsia: UNIVERSUM-Vinnytsia*. [in Ukrainian].
11. Mykhalevych, V. M., & Dobraniuk, Yu. V. (2010). Model plastychnoho deformuvannya materialu na vilnii poverkhni tsylindrychnykh zrazkiv pid chas visesymetrychnoho osadzhennia. Chastyna 2. Vyznachennia nakopychenoi deformatsii ta intensyvnosti loharyfmichnykh deformatsii na osnovi riznykh aproksymatsii [Model of plastic deformation of material on the free surface of cylindrical samples during axisymmetric deposition. Part 2. Determination of the accumulated strain and intensity of logarithmic deformations based on various approximations]. *Visnyk Vinnytskoho politekhnichnoho instytutu*. № 3. pp. 99–102. [in Ukrainian].
12. Dudnikov, A. A., Dudnyk, V. V., Bilovod, O. I., Kanivets, O. V., & Burlaka, O. A. (2021). Pidvyshchennia resursu zernoposivnykh mashyn [Increasing the service life of grain sowing machines]. *Inzheneriia pryrodokorystuvannia*. № 4(18), pp. 68–72. DOI: [https://doi.org/10.37700/enm.2020.4\(18\).68-72](https://doi.org/10.37700/enm.2020.4(18).68-72). [in Ukrainian].
13. Khomenko A. V. (2020). Severe plastic deformation: Methods and mathematical models of nanomaterials formation. 24 (2), art. no. 2001, pp. 1-20. DOI: 10.30970/jps.24.2001
14. Cubbotina, V. V., Bilozarov, V. V., Cubbotin, O. V. & et all (2024). Upravlinnia velychynoiu i rozpodilom zalyskovykh makronapruzhen, shcho podaiutsia obkochuvanniam rolykamy [Controlling the magnitude and distribution of residual macro-stresses applied by rolling]. *Bulletin of Kharkiv National Automobile and Highway University*. № 107 (2024). pp. 78–81. DOI: 10.30977/BUL.2219-5548.2024.107.0.78 [in Ukrainian].

Дата першого надходження статті до видання: 20.02.2026

Дата прийняття статті до друку після рецензування: 24.03.2026

Дата публікації (оприлюднення) статті: 07.05.2026