АКТУАЛЬНІ ПИТАННЯ ТЕХНІЧНИХ НАУК

УДК 681.51:519.217.2 DOI https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2025.2.2.51

М. А. ГРИНЬОВ
аспірант кафедри комп'ютерних систем
Національний університет «Одеська політехніка»
ORCID: 0009-0007-7189-4485

О. В. СТРЕЛЬЦОВ
кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри комп'ютерних систем
Національний університет «Одеська політехніка»
ORCID: 0000-0002-4691-5703

ЦІННІСТЬ ІНФОРМАЦІЇ ПРО ПРИХОВАНУ ДЕГРАДАЦІЮ СЕНСОРА ДЛЯ СИНТЕЗУ КЕРУВАННЯ ЗА НАДІЙНІСТЮ

Розглянуто задачу синтезу керування за критерієм надійності для лінійного об'єкта, сенсор якого епізодично деградує: рівень шуму вимірювань перемикається відповідно до прихованого марковського ланцюга, а регулятор і фільтр Калмана не отримують інформації про поточний стан сенсора. Показником якості є ймовірність безвідмовної роботи – ймовірність того, що вектор стану не вийде за межі допустимої області протягом місії заданої тривалості. Мета роботи – з'ясувати, що саме синтез за надійністю має знати про деградацію сенсора і за яких умов деградація суттєво впливає на результат. Запропоновано фазово-типову оцінку ймовірності безвідмовної роботи для системи з прихованими режимами сенсора, яка поєднує ймовірності перетину меж у кожному режимі, обчислені через функцію Оуена для гауссової послідовності з кореляцією між сусідніми відліками, з матрицею переходів марковського ланцюга. Доведено, що знання лише множини режимів сенсора змінює усереднену інтенсивність виходу з області не більше ніж на $\log(1/\pi_{min})$ *одиниць натурального логарифма, де* π_{min} *– найменша стаціонарна ймовірність режиму; що перемикання рівня шуму утримують коваріацію похибки між стаціонарними значеннями режимів; що критерій другого моменту, усереднений за режимами, може віддати перевагу синтезу, ймовірність безвідмовної роботи якого прямує до нуля. Обчислювальний експеримент виконано на лінеаризованій поздовжній моделі безпілотного літального апарата Aerosonde з турбулентністю Драйдена та деградацією приймача повітряного тиску; ключові висновки перевірено на нелінійній моделі-двійнику. Синтез, що не враховує деградацію, втрачає до 0,94 ймовірності безвідмовної роботи порівняно із синтезом, що її враховує; синтез, який знає лише режими без статистики ланцюга, відстає не більше ніж на 0,03; синтез для усередненого шуму може бути гіршим, ніж ігнорування деградації (до 0,12). Вплив тієї самої несправності залежить від швидкості польоту, структури регулятора і складу сенсорів оцінювача: для одного з регуляторів втрата зменшується з 0,135 до 0,002 при збільшенні швидкості з 20 до 22 м/с, а за наявності точних акселерометрів розглянута деградація втрачає значення.*

Ключові слова: *керування за надійністю, ймовірність безвідмовної роботи, прихована деградація сенсора, марковський ланцюг, фільтр Калмана, фазово-типовий розподіл, безпілотний літальний апарат, приймач повітряного тиску.*

M. A. HRYNYOV
PhD Student at the Department of Computer Systens
Odesa Polytechnic National University
ORCID: 0009-0007-7189-4485

O. V. STRELTSOV
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor at the Computer Systems Department
Odesa Polytechnic National University
ORCID: 0000-0002-4691-5703

VALUE OF INFORMATION ON HIDDEN SENSOR DEGRADATION FOR RELIABILITY-BASED CONTROL DESIGN

The paper considers reliability-based control design for a linear plant whose sensor degrades episodically: the measurement noise level switches according to a hidden Markov chain, while the controller and the Kalman filter receive no information about the current sensor condition. The performance index is the survival probability – the probability that the state vector does not leave the admissible region during a mission of given duration. The aim of the work is to determine what a reliability-based design must know about sensor degradation and under which conditions the degradation significantly affects the result. A phase-type estimate of the survival probability for a system with hidden sensor modes is proposed; it combines the per-mode boundary-crossing probabilities, computed through Owen's function for a Gaussian sequence with correlation between neighbouring samples, with the transition matrix of the Markov chain. It is proved that knowing only the set of sensor modes changes the averaged exit intensity by no more than $\log(1/\pi_{\min})$ *natural-logarithm units, where* $\pi_{\min}$ *is the smallest stationary mode probability; that noise-level switches keep the error covariance between the stationary values of the modes; and that a second-moment criterion averaged over the modes can prefer a design whose survival probability tends to zero. The computational experiment uses the linearised longitudinal model of the Aerosonde unmanned aerial vehicle with Dryden turbulence and degradation of the pitot-static airspeed sensor; the key conclusions are verified on a nonlinear twin model. A design that ignores the degradation loses up to 0.94 of survival probability compared with a design that accounts for it; a design that knows only the modes, without the chain statistics, falls behind by no more than 0.03; a design for the averaged noise can be worse than ignoring the degradation (by up to 0.12). The impact of the same fault depends on flight speed, controller structure and the estimator's sensor set: for one of the controllers the loss decreases from 0.135 to 0.002 when the speed increases from 20 to 22 m/s, and with accurate accelerometers the degradation considered becomes harmless.*

Key words: *reliability-based control, survival probability, hidden sensor degradation, Markov chain, Kalman filter, phase-type distribution, unmanned aerial vehicle, pitot-static sensor.*

Вступ (постановка проблеми)

Автономні сенсорні системи – безпілотні літальні апарати (БпЛА), мобільні роботи, розподілені мережі моніторингу – працюють в умовах, за яких якість вимірювальної інформації змінюється в часі. Для малих БпЛА типовим прикладом є приймач повітряного тиску: потрапляння води, обмерзання, комахи, вібрація чи аеродинамічні збурення можуть у рази збільшувати шум вимірювання повітряної швидкості на інтервалах від десятків секунд до кількох хвилин [1–3]. Такі епізоди виникають і закінчуються випадково, а система керування, як правило, не знає поточного стану сенсора: регулятор і фільтр синтезують для номінальних умов і використовують без перемикань.

Для автономної системи з обмеженнями на стан природним показником якості є не середньоквадратична похибка, а ймовірність безвідмовної роботи протягом місії – ймовірність того, що вектор стану не вийде за межі допустимої області (обмеження швидкості, висоти, кутів і команд виконавчих механізмів) за заданий час. Синтез керування за цим критерієм розвинуто в теорії надійності лінійних систем керування [4–6], але для одного, номінального режиму вимірювань. Теорія марковських систем зі стрибками [7, 8] враховує режими, проте оперує другими моментами, усередненими за режимами.

Звідси виникає практичне питання: що саме проєктувальник має знати про деградацію сенсора, щоб синтезувати регулятор, який максимізує ймовірність безвідмовної роботи? Чи досить номінальної моделі, чи потрібна множина можливих режимів сенсора, чи повна стохастична модель деградації – ймовірності переходів, частка часу в деградованому стані, тривалість епізодів? Відповідь визначає, які дані про надійність сенсорів слід збирати, і чи можна безпечно замінювати змінний шум його усередненим значенням – прийом, поширений в інженерній практиці.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Діагностику несправностей сенсорів повітряних даних БпЛА активно досліджують. У роботі [1] запропоновано модельну діагностику несправностей вимірювання повітряної швидкості; у [2] розроблено схему виявлення та ізоляції несправностей повітряних даних малих БпЛА в рамках моніторингу цілісності; огляд [3] систематизує модельні методи і методи на основі даних для діагностики сенсорів повітряних даних. Ці роботи відповідають на питання, як виявити несправність, але не на питання, як синтез керування має враховувати статистику деградації, якщо поточний стан сенсора невідомий регулятору.

Синтез лінійного керування за критерієм ймовірності першого виходу з допустимої області започатковано в [4] і розвинуто для активних систем керування в [5, 6]: ймовірність відмови оцінюють через інтенсивності перетинів меж (формула Райса) і пуассонівське наближення. У цих роботах статистика шумів вимірювання фіксована. Теорія дискретних марковських систем зі стрибками [7] дає умови стійкості й оптимальності для середньоквадратичних критеріїв, зокрема за частково спостережуваних режимів і з детектором режимів [8]; однак критерій другого моменту, усереднений за режимами, не є критерієм ймовірності виходу з області. Нещодавні роботи з безпечного керування стохастичними системами за виходом з імовірнісними обмеженнями [9] гарантують перебування в безпечній множині із заданою ймовірністю, але за відомої і незмінної статистики шумів. Показники

впливу окремих сенсорів на замкнену систему розроблено в задачах безпеки кіберфізичних систем [10], де вони мають мінімаксний характер. Активне розрізнення моделей несправностей із гарантіями безпеки [11] розв'язує задачу діагностики, а не синтезу пасивного регулятора.

Таким чином, невирішеною частиною загальної проблеми є питання, яку інформацію про приховану стохастичну деградацію сенсора має використовувати синтез керування за критерієм ймовірності безвідмовної роботи, чи безпечне усереднення деградації і за яких умов деградація взагалі суттєво впливає на надійність.

Мета та завдання дослідження

Метою роботи є встановити, яку інформацію про приховану деградацію сенсора має використовувати синтез керування за критерієм ймовірності безвідмовної роботи, і визначити умови, за яких ця деградація суттєво змінює надійність автономної системи.

Для досягнення мети поставлено такі завдання:

1) формалізувати задачу синтезу регулятора, який не спостерігає режиму сенсора, за критерієм ймовірності безвідмовної роботи;

2) побудувати обчислювально ефективну оцінку ймовірності безвідмовної роботи для системи з прихованими режимами сенсора і визначити межі її застосовності;

3) отримати теоретичні твердження про достатність знання режимів, про коваріацію похибки за перемикань шуму та про небезпеку усереднення деградації;

4) перевірити твердження обчислювальним експериментом на моделі БпЛА з нелінійною моделлю-двійником;

5) оцінити, як вплив деградації залежить від режиму польоту, структури регулятора та складу сенсорів оцінювача.

Методологія

Дослідження виконано методами математичного моделювання і теорії ймовірностей: використано апарат марковських ланцюгів і фазово-типових розподілів, теорію перетинів рівня гауссовими послідовностями, лінійно-квадратичний синтез і фільтрацію Калмана, числову оптимізацію вагових параметрів регулятора. Теоретичні твердження перевірено обчислювальним експериментом методом Монте-Карло на розробленому авторами програмному симуляторі мовою Python. Синтези порівнювали з використанням спільних випадкових чисел (парні прогони); для різниць ймовірностей наведено 95-відсоткові довірчі інтервали Ньюкомба для парних даних [12]. Гіпотези, правила прийняття рішень і обсяги вибірок фіксували в протоколах до виконання розрахунків; негативні результати збережено й наведено.

Під час дослідження використано генеративну мовну модель Claude (Anthropic) як допоміжний інструмент для пошуку й аналізу літератури, розроблення програмного коду моделювання, перевірки аналітичних викладок, оброблення результатів і підготовки тексту. Усі отримані результати, обчислення та висновки перевірено авторами, які несуть повну відповідальність за зміст статті.

Викладення основного матеріалу

Постановка задачі

Розглянемо лінійну дискретну модель об'єкта, лінеаризовану в околі усталеного режиму:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k, \quad y_k = Cx_k + R(s_k)^{1/2}v_k + \beta(s_k), \tag{1}$$

де $x_k \in \mathbb{R}^n$ – вектор стану (разом зі станами формувального фільтра турбулентності); u_k – керування; y_k – вимірювання; $w_k \sim N(0, W)$ і $v_k \sim N(0, \mathrm{I})$ – незалежні послідовності білого шуму. Режим сенсорної підсистеми $s_k \in \{1, \ldots, M\}$ є прихованим незвідним аперіодичним марковським ланцюгом з матрицею переходів P і стаціонарним розподілом π, незалежним від w і v. Деградація шумового типу змінює коваріацію $R(s_k)$; зміщення $\beta(s_k)$ у теоретичній частині дорівнює нулю (в обчислювальному експерименті додано мале заниження показу).

Регулятор не спостерігає режиму: використано фільтр Калмана зі сталим коефіцієнтом підсилення L, розрахованим для номінального режиму, і сталий коефіцієнт зворотного зв'язку, $u_k = K\hat{x}_{k|k}$. Для розширеного вектора $\xi_k = (x_k, e_k)$, де e_k – похибка прогнозу, замкнена система має вигляд

$$\xi_{k+1} = \Phi\xi_k + G_w w_k + G_v(R(s_k)^{1/2}v_k + \beta(s_k)), \tag{2}$$

причому матриця Φ не залежить від режиму. Допустиму область задано обмеженнями на канали $z_{i,k} = c_i^{\top}\xi_k + d_i^{\top}(R(s_k)^{1/2}v_k + \beta(s_k))$, $|z_{i,k}| \le b_i$, $i = 1, \ldots, m$ (відхилення стану і команди виконавчих механізмів); межі b_i пропорційні масштабу області s. Час першого виходу $\tau = \min\{k: |z_{i,k})| > b_i$ для деякого $i\}$, ймовірність безвідмовної роботи протягом місії з T кроків

$$S(T) = \Pr(\tau > T). \tag{3}$$

Задача синтезу полягає у виборі K (у роботі – через чотири вагові параметри лінійно-квадратичного регулятора за незмінного номінального фільтра), що максимізує $S(T)$. Синтези різняться тим, що вони знають про деградацію (табл. 1).

Таблиця 1

Синтези та інформація про деградацію, яку вони використовують

Позначення	Критерій синтезу	Що відомо про деградацію
P1	максимум $S(T)$ для повної моделі ланцюга	режими і матриця переходів P
B9	максимум $S(T)$ для номінальних вимірювань (відомий метод [4–6])	нічого
B6s	максимум ймовірності безвідмовної роботи в найгіршому режимі	лише множина режимів
B8s	максимум $S(T)$ для усередненого шуму $\bar{R} = \sum_m \pi_m R(m)$	середній рівень шуму
B6	мінімум нормованої дисперсії в найгіршому режимі	лише множина режимів
B8	мінімум усередненої нормованої дисперсії (критерій марковських систем зі стрибками)	стаціонарний розподіл π
B0, B1, B5	LQG; H_∞-регулятор за станом з фільтром Калмана; LQG за коваріацією виходів	нічого

Фазово-типова оцінка ймовірності безвідмовної роботи

Для кожного режиму m стаціонарна коваріація розширеного стану визначається рівнянням Ляпунова $\Sigma_m = \Phi \Sigma_m \Phi^\top + W_m$, $W_m = G_w W G_w^\top + G_v R(m) G_v^\top$, звідки обчислюються дисперсія $\sigma_{i,m}^2$, кореляція між сусідніми відліками $\rho_{i,m}$ і нормований рівень $h_{i,m} = b_i/\sigma_{i,m}$ кожного каналу.

Лема 1. Нехай (Z_0, Z_1) – стандартний двовимірний нормальний вектор з коефіцієнтом кореляції $\rho \in (-1,1)$, $h > 0$, $\alpha = \sqrt{(1-\rho)/(1+\rho)}$. Тоді ймовірність перетину рівня за один крок

$$p(h, \rho) = \Pr(Z_0 \le h < Z_1) = 2T(h, \alpha), \tag{4}$$

де $T(h,\alpha) = \frac{1}{2\pi}\int_0^\alpha \frac{e^{-h^2(1+x^2)/2}}{1+x^2}dx$ – функція Оуена [13], і виконуються оцінки

$$\frac{\alpha}{\pi}\frac{e^{-h^2(1+\alpha^2)/2}}{1+\alpha^2} \le p(h,\rho) \le \min\left\{\frac{\alpha}{\pi}e^{-h^2/2}, Q(h)\right\}, \tag{5}$$

де $Q(h)$ – функція хвоста стандартного нормального розподілу.

Доведення випливає з тотожності Оуена $\Pr(Z_0 > h, Z_1 > h) = Q(h) - 2T(h, \alpha)$ та оцінювання підінтегральної функції на відрізку $[0, \alpha]$. З (5) випливають два режими: для гладкого каналу ($\rho \to 1$) $p \approx \frac{\alpha}{\pi}e^{-h^2/2}$ – дискретна форма формули Райса [14]; для шорсткого каналу ($h\alpha \to \infty$) $p/Q(h) \to 1$, тобто кожне перевищення є новим перетином. Лема показує, чого не бачать дисперсійні критерії: за однакового нормованого рівня h канали з різною кореляцією мають різні інтенсивності виходу (для $\rho = 0{,}9$ і $\rho = 0{,}999$ – у 8–10 разів за $h = 2\ldots5$), тому критерій, що вирівнює лише нормовані дисперсії, недостатньо захищає «швидкі» канали, зокрема канали команд виконавчих механізмів, на які безпосередньо проходить шум сенсора.

Інтенсивність виходу в режимі m визначено як $\lambda_m = \min\left\{1, \sum_i \lambda_{i,m}\right\}$, де $\lambda_{i,m}$ – ймовірність перетину будь-якої з двох меж каналу i, поділена на ймовірність перебування всередині області. Ймовірність безвідмовної роботи оцінюється фазово-типовою композицією

$$S_{\text{РТ}}(T) = \pi^\top M_\lambda^T 1, \quad M_\lambda = \operatorname{diag}(1-\lambda_1, \ldots, 1-\lambda_M) P. \tag{6}$$

Асимптотично $-T^{-1}\log S_{PT}(T) \to -\log r(\lambda)$, де $r(\lambda)$ – корінь Перрона матриці M_λ, причому в режимі рідкісних виходів ($\lambda_d D \ll 1$, D – середня тривалість деградованого епізоду в кроках) $r(\lambda) \approx 1 - \bar{h}$, $\bar{h} = \pi^\top \lambda$. Оцінка (6) потребує лише розв'язання M рівнянь Ляпунова і є у 150–200 разів швидшою за статистичне моделювання, що робить можливою оптимізацію регулятора.

Теоретичні властивості

Твердження 1 (достатність знання режимів). Нехай $\lambda m(K, s)$ – інтенсивності виходу в режимах для коефіцієнта K і масштабу області s, $\bar{h}(K,s) = \sum_m \pi_m \lambda_m(K,s)$, $f_s(K) = -s^{-2}\log \bar{h}(K,s)$, $g_s(K) = -s^{-2}\log\max_m \lambda_m(K, s)$. Тоді для всіх K і s

$$g_s(K) \le f_s(K) \le g_s(K) + s^{-2}\log\frac{1}{\pi_{\min}}. \tag{7}$$

Доведення випливає з нерівностей $\pi_{\min}\max_m \lambda_m \le \bar{h} \le \max_m \lambda_m$. Наслідок: синтез за найгіршим режимом, який використовує лише перелік режимів, поступається синтезу за повною моделлю ланцюга не більше ніж на $\log(1/\pi_{\min})$ одиниць натурального логарифма усередненої інтенсивності виходу; відносно самого показника, що

зростає як s^2, ця різниця зникає зі збільшенням області. Статистика ланцюга стає важливою поза режимом рідкісних виходів, коли надійність визначається частотою деградованих епізодів $\pi d/D$.

Твердження 2 (коваріація за перемикань шуму). Нехай $\beta \equiv 0$ і $W_{\min} \preccurlyeq W_m \preccurlyeq W_{\max}$ для всіх режимів, а $\Sigma_{\min}$, $\Sigma_{\max}$ – відповідні стаціонарні коваріації. Тоді за будь-якої траєкторії режимів і початкової коваріації між $\Sigma_{\min}$ і $\Sigma_{\max}$ вектор ξ_k має нульове середнє і

$$\Sigma_{\min} \preccurlyeq \Sigma_k \preccurlyeq \Sigma_{\max} \text{ для всіх } k. \tag{8}$$

Доведення випливає з монотонності відображення $X \mapsto \Phi X \Phi^{\top} + W$ у порядку додатно напіввизначених матриць. Отже, за деградації шумового типу стаціонарна оцінка (6) може помилятися лише через перехідні процеси, тривалість яких обмежена часом релаксації контуру (для розглянутого літака 90 % зміни дисперсії повітряної швидкості відбувається за 1 с, тоді як епізоди тривають 20–300 с). За деградації типу зміщення середнє значення каналу може перерегулювати, і ризик виходу концентрується відразу після перемикання; це формальна межа застосовності оцінки (6).

Твердження 3 (небезпека усереднення). Для контуру, що не залежить від режиму, безумовна стаціонарна коваріація дорівнює $\overline{\Sigma} = \sum \pi_m \Sigma_m$, тобто коваріації контуру з усередненим шумом $\overline{R}$. Існує сімейство скалярних систем $x_{k+1} = ax_k + u_k + w_k^m$, $y_k = x_k + \varrho_{s_k} v_k$ ($\varrho_n = 1$, $\varrho_d = \rho$, $\pi_d = c/\rho^2$), для якого за $(1 + c)(1 - a^2) < W$ усереднений критерій для кожного $\rho > 1$ обирає синтез A ($u_k = -ay_k$) замість синтезу B ($u_k \equiv 0$), тоді як $S_A(T_\rho) \to 0$ і $S_B(T_\rho) \to 1$ за $\rho \to \infty$ (горизонт T_ρ охоплює близько $\log \rho$ деградованих епізодів). Для $a^2 = 0{,}9$, $W = 1$, $c = 1$, $D = 100$ кроків усереднені дисперсії становлять 2,8 (A) і 10 (B), а ймовірності безвідмовної роботи – $S_A = 0{,}128$; 0,034; 0,010; 0,001 і $S_B \geq 0{,}9991$ для $\rho = 10$; 30; 100; 1000.

Причина в тому, що усереднена інтенсивність шуму є рівнем, якого сенсор ніколи не має. Більше того, усереднення може бути гіршим за ігнорування деградації. У прикладі з трьома обмеженими каналами, дисперсії яких лінійно залежать від інтенсивності шуму r і частки θ сигналу сенсора, що спрямовується на перший виконавчий механізм ($v_1 = 1 + 0{,}01r\theta$, $v_2 = 1{,}8 - 0{,}8\theta$, $v_3 = 0{,}3 + 0{,}2r(1 - \theta)$), мінімаксний синтез для усередненої інтенсивності ($\overline{r} = 18{,}98$ за $\rho^2 = 900$, $\pi_d = 0{,}02$) дає найбільшу дисперсію в деградованому режимі 34,8 проти 9,89 для синтезу, що ігнорує деградацію, і 9,54 для синтезу за найгіршим режимом. Оптимальна частка $\theta^*(r)$ немонотонна за r, оскільки зі зміною r змінюється множина активних обмежень.

Обчислювальний експеримент

Об’єктом обрано поздовжній рух БпЛА Aerosonde [15], лінеаризований у режимі барражування на швидкості 20 м/с; турбулентність задано моделлю Драйдена середньої інтенсивності (швидкість вітру на висоті 20 футів – 30 вузлів) [16]. Оцінювач використовує набір із семи сенсорів, у якому інформацію про повітряну швидкість дає переважно приймач повітряного тиску. Деградований режим приймача збільшує середньоквадратичне відхилення шуму в 3, 10 або 30 разів і додає мале заниження показу (0,1 від допустимого відхилення повітряної швидкості). Частка часу в деградованому режимі $\pi_d \in \{0{,}01; 0{,}03; 0{,}1; 0{,}3\}$, середня тривалість епізоду $D \in \{20; 60; 300\}$ с. Розглянуто дві допустимі області, s_0 і $0{,}75s_0$, де масштаб $s_0 = 1{,}064$ калібровано так, щоб ймовірність безвідмовної роботи регулятора B1 за номінальних вимірювань дорівнювала 0,95; разом 72 комбінації умов. Тривалість місії – 20 хв після 60 с перехідного періоду; у кожній комбінації виконано 5000 парних прогонів. Різницю між синтезами вважали значущою, якщо вона не менша за 0,01, а довірчий інтервал не містить нуля. Найбільші контрасти повторено на нелінійній моделі-двійнику (інтегрування нелінійних рівнянь руху з нелінійними моделями сенсорів за тих самих регуляторів і фільтрів).

Результати

Основні контрасти наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Найбільші різниці ймовірності безвідмовної роботи між синтезами

Контраст	Умови: шум, π_d, D, область	Лінійна модель	Нелінійний двійник [95 % інтервал
P1 − B9	×30; 0,1; 20 с; $0{,}75s_0$	+0,941	+0,886 [0,877; 0,895]
B6s − B9	×30; 0,1; 20 с; $0{,}75s_0$	+0,927	+0,872 [0,863; 0,881]
P1 − B6s	×30; 0,01; 300 с; $0{,}75s_0$	+0,030	+0,026 [0,021; 0,031]
P1 − B8s	×30; 0,03; 20 с; $0{,}75s_0$	+0,306	+0,252 [0,240; 0,265]
B8s − B9	×30; 0,03; 20 с; s_0	−0,119	−0,116 [−0,125; −0,107]
P1 − B8	×10; 0,3; 20 с; $0{,}75s_0$	+0,975	+0,923 [0,915; 0,930]
P1 − B6	×30; 0,3; 20 с; $0{,}75s_0$	+0,934	+0,869 [0,859; 0,878]

Моделювання деградації необхідне. Синтез за повною моделлю P1 перевершує синтез за номінальними вимірюваннями B9 у 30 із 72 комбінацій; найбільша різниця становить +0,941 (довірчий інтервал [0,934; 0,947]) для

рідкісного, але тяжкого деградованого режиму у вужчій області. В інших комбінаціях різниця менша за поріг значущості, тобто деградація не впливає на надійність. Відповідно до твердження 1 різниця велика, коли рідкісний тяжкий режим домінує в усередненій інтенсивності виходу, а синтез B9 його не бачить.

Знання режимів майже достатнє. Синтез B6s, що знає лише множину режимів, поступається P1 не більше ніж на 0,030 і відновлює щонайменше 75 % виграшу P1 у 29 із 30 комбінацій, де виграш значущий. Різниця логарифмів усередненої інтенсивності виходу між B6s і P1 не перевищує 0,58, тобто 13 % від оцінки $\log(1/\pi_{\min}) \approx 4{,}6$ у (7). Найбільша різниця P1 − B6s спостерігається, як і передбачає твердження 1, за найменшої частки деградованого режиму (0,01) у вужчій області.

Усереднення небезпечне. Синтез B8 за усередненою нормованою дисперсією втрачає до 0,975 ймовірності безвідмовної роботи, а синтез B8s для усередненого шуму – до 0,306. У шести комбінаціях B8s гірший за синтез B9, що ігнорує деградацію (від −0,014 до −0,119). Механізм відповідає прикладу до твердження 3: B8s розрахований на шум приймача, що в 3,2–5,3 раза перевищує номінальний за середньоквадратичним відхиленням (рівень, якого сенсор ніколи не має), спрямовує більшу частку сигналу приймача на кермо висоти і має в 2,8–3,6 раза більшу інтенсивність виходу в деградованому режимі за практично однакової інтенсивності в номінальному. Дисперсійні та H_∞-критерії також погано узгоджуються з надійністю: синтез B6 за найгіршою дисперсією втрачає до 0,934.

Вплив залежить від режиму польоту і регулятора. Ту саму несправність перенесено на дев'ять режимів усталеного польоту (20–27 м/с) для стандартних регуляторів B0, B1, B5 (рис. 1). Несправність R (шум ×10, заниження показу, епізоди 300 с, частка 0,1) коштує регулятору B1 0,135 ймовірності безвідмовної роботи на швидкості 20 м/с, 0,023 на 21 м/с і не більше 0,0024 від 22 м/с. Тяжча несправність N (шум ×30, епізоди 60 с, частка 0,03) коштує 0,34–0,45 на швидкостях 20–22 м/с, 0,12–0,25 на 23 м/с і не більше 0,008 на 25 м/с: поріг впливу зміщується до більших швидкостей зі зростанням тяжкості. Запасу за швидкістю недостатньо для прогнозу: за майже однакових запасів (5,31 і 5,67 м/с) втрати регулятора B1 становлять 0,135 і 0,0002, а регулятора B5 – 0,032 і 0,089, тобто змінюються в протилежних напрямах. Несправність змінює порядок регуляторів за надійністю в 6 випадках, а режим польоту – у 29.

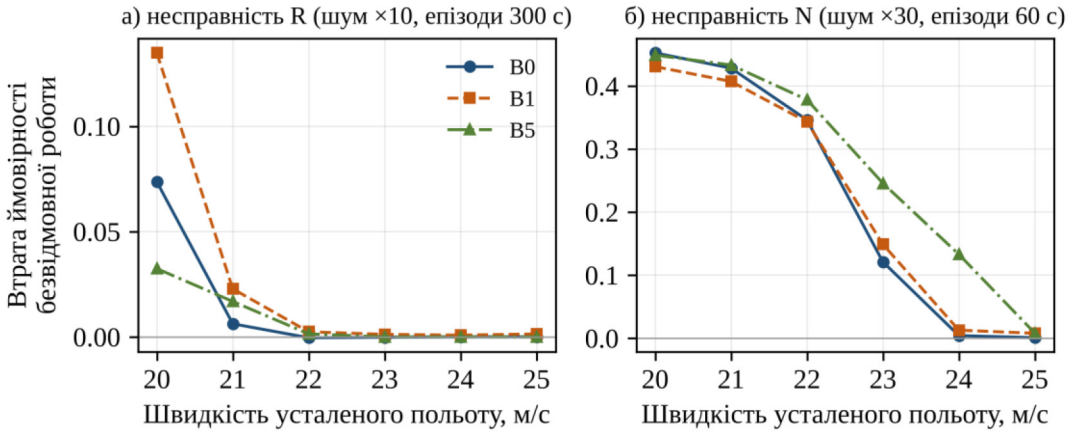


Рис. 1. Втрата ймовірності безвідмовної роботи від однієї і тієї самої несправності приймача повітряного тиску залежно від швидкості усталеного польоту для регуляторів B0, B1, B5 (масштаб області s_0, 5000 парних прогонів на точку)

Точність оцінки (6). Для 72 комбінацій шумової деградації медіанна абсолютна похибка оцінки порівняно з методом Монте-Карло становить 0,005, і в усіх 72 комбінаціях оцінка правильно визначає, чи є різниця значущою. Для несправності R медіанна похибка становить 0,0008, для тяжкої несправності N з короткими епізодами – 0,016 (максимум 0,044): тут попередньо зафіксований критерій точності не виконано, що позначає межу застосовності стаціонарної оцінки. Нормована дисперсія як дешевий показник упорядковує 96 % (R) і 89 % (N) пар регуляторів правильно проти 100 % і 99 % для оцінки (6).

Склад сенсорів оцінювача. Отримані висновки стосуються оцінювача, у якому інформацію про повітряну швидкість дає переважно приймач повітряного тиску. Якщо до оцінювача додати точні акселерометри (0,05 м/с²) за точної моделі літака, втрати від розглянутих несправностей зникають (не більше 0,003). За акселерометрів із шумом рівня вібрацій (0,5 м/с²) втрати від тяжких несправностей повертаються (0,41–0,47), а висновки щодо синтезів зберігаються: P1 перевершує B9 у 19 із 36 комбінацій (до +0,967), P1 − B6s не перевищує 0,008, а B8s поступається P1 до 0,090, хоча вже не опускається нижче B9.

Перевірка на нелінійній моделі. Усі вісім найбільших контрастів зберігають напрям на нелінійному двійнику за тим самим правилом значущості; їх величини на 2–17 % менші, ніж для лінійної моделі (табл. 2).

Обговорення результатів

Отримані результати дають відповідь на поставлене питання у формі ієрархії інформації. Номінальної моделі недостатньо: у третині комбінацій синтез, що не враховує деградацію, втрачає суттєву частку надійності. Множина режимів сенсора – тобто знання того, наскільки поганим може стати сенсор, – дає майже весь виграш; статистика ланцюга (частка часу і тривалість епізодів) додає не більше 0,03, що узгоджується з оцінкою (7). Для практики це означає, що збирати слід насамперед дані про тяжкість можливих режимів деградації, а не про їхню частоту, а синтез за найгіршим режимом є обґрунтованим наближенням, поки виходи з області рідкісні.

Усереднення деградації, навпаки, є небезпечним спрощенням: другий момент, усереднений за режимами, точний для безумовної коваріації, але є неправильним об'єктом для ймовірності безвідмовної роботи за тривалих режимів (твердження 3). Для набору сенсорів повітряних даних синтез для усередненого шуму виявився гіршим за ігнорування деградації; за наявності акселерометрів із шумом рівня вібрацій цей ефект зникає, хоча втрати порівняно із синтезом за повною моделлю зберігаються.

Чи має деградація значення взагалі, визначається спільно режимом польоту, тяжкістю несправності, структурою регулятора і складом сенсорів оцінювача; простий запас за швидкістю цього не прогнозує. Фазово-типова оцінка (6) є придатним інструментом такого аналізу для деградації шумового типу, але не для зміщень, за яких ризик зосереджений у перехідному процесі після перемикання (твердження 2).

Обмеження роботи: один тип літального апарата і один деградований сенсор; синтез в одному режимі польоту; лінійна модель синтезу (ефекти на нелінійному двійнику на 2–17 % менші); фіксований номінальний фільтр; несправності типу зміщення і пропуски вимірювань не розглянуто.

Висновки

1. Сформульовано задачу синтезу керування за критерієм ймовірності безвідмовної роботи для лінійного об'єкта з прихованою марковською деградацією сенсора шумового типу, коли регулятор і фільтр не спостерігають режиму сенсора, і запропоновано фазово-типову оцінку ймовірності безвідмовної роботи, яка у 150–200 разів швидша за статистичне моделювання і має медіанну похибку 0,005 для деградації шумового типу.

2. Доведено, що знання множини режимів сенсора асимптотично достатнє, а статистика ланцюга змінює усереднену інтенсивність виходу не більше ніж на $\log(1/\pi_{min})$; що перемикання рівня шуму утримують коваріацію між стаціонарними значеннями режимів; що усереднений критерій другого моменту може обрати синтез, ймовірність безвідмовної роботи якого прямує до нуля.

3. На моделі БпЛА Aerosonde встановлено, що синтез, який не враховує деградацію, втрачає до 0,94 ймовірності безвідмовної роботи (0,89 на нелінійному двійнику), синтез за найгіршим режимом відстає від синтезу за повною моделлю не більше ніж на 0,03, а синтез для усередненого шуму може бути гіршим за ігнорування деградації (до 0,12).

4. Вплив однієї і тієї самої несправності сенсора різко залежить від режиму польоту, структури регулятора і складу сенсорів оцінювача: втрата надійності зменшується більш ніж у 50 разів при збільшенні швидкості на 2 м/с, а за наявності точних акселерометрів розглянута деградація не впливає на надійність.

Напрями подальших досліджень

Подальші дослідження доцільно спрямувати на побудову оцінки ймовірності безвідмовної роботи з урахуванням перехідних процесів для несправностей типу зміщення, на регулятори, що оцінюють режим сенсора, на пропуски і затримки вимірювань, а також на перевірку висновків для інших типів літальних апаратів і сенсорів.

Список використаної літератури

1. Hansen S., Blanke M. Diagnosis of airspeed measurement faults for unmanned aerial vehicles. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2014. Vol. 50, No. 1. P. 224–239. DOI: 10.1109/TAES.2013.120420

2. Sun K., Gebre-Egziabher D. Air data fault detection and isolation for small UAS using integrity monitoring framework. *NAVIGATION: Journal of the Institute of Navigation*. 2021. Vol. 68, No. 3. P. 577–600. DOI: 10.1002/navi.440

3. Lopes L. L., Travé-Massuyès L., Jauberthie C., Alcalay G. A review of fault diagnosis techniques applied to aircraft air data sensors. *35th International Conference on Principles of Diagnosis and Resilient Systems (DX 2024)*. Wadern : Schloss Dagstuhl – Leibniz-Zentrum für Informatik, 2024. P. 3:1–3:20. (OASIcs ; vol. 125). DOI: 10.4230/OASIcs.DX.2024.3

4. Field R. V., Bergman L. A. Reliability-based approach to linear covariance control design. *Journal of Engineering Mechanics*. 1998. Vol. 124, No. 2. P. 193–199. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(1998)124:2(193)

5. Scruggs J. T., Taflanidis A. A., Beck J. L. Reliability-based control optimization for active base isolation systems. *Structural Control and Health Monitoring*. 2006. Vol. 13. P. 705–723. DOI: 10.1002/stc.107

6. Taflanidis A. A., Scruggs J. T., Beck J. L. Reliability-based performance objectives and probabilistic robustness in structural control applications. *Journal of Engineering Mechanics*. 2008. Vol. 134, No. 4. P. 291–301. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(2008)134:4(291)

7. Costa O. L. V., Fragoso M. D., Marques R. P. Discrete-time Markov jump linear systems. London : Springer, 2005. (Probability and Its Applications).

8. Costa O. L. V., Fragoso M. D., Todorov M. G. A detector-based approach for the H2 control of Markov jump linear systems with partial information. *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2015. Vol. 60, No. 5. P. 1219–1234. DOI: 10.1109/TAC.2014.2366253

9. Maity, D., & Tsiotras, P. (2025). Optimal covariance control for partially observed linear stochastic systems under chance constraints. Systems & Control Letters, 205, 106249. https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2025.106249

10. Murguia C., Shames I., Ruths J., Nešić D. Security metrics and synthesis of secure control systems. *Automatica*. 2020. Vol. 115. Art. 108757. DOI: 10.1016/j.automatica.2019.108757

11. Massa, N., & Paulson, J. A. (2024). Optimal input design for guaranteed fault diagnosis of nonlinear systems: An active deep learning approach. Control Engineering Practice, 153, 106118. https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2024.106118

12. Newcombe R. G. Improved confidence intervals for the difference between binomial proportions based on paired data. *Statistics in Medicine*. 1998. Vol. 17, No. 22. P. 2635–2650.

13. Owen D. B. Tables for computing bivariate normal probabilities. *The Annals of Mathematical Statistics*. 1956. Vol. 27, No. 4. P. 1075–1090.

14. Rice S. O. Mathematical analysis of random noise. *Bell System Technical Journal*. 1944. Vol. 23, No. 3. P. 282–332.

15. Beard R. W., McLain T. W. Small unmanned aircraft: theory and practice. Princeton : Princeton University Press, 2012.

16. MIL-F-8785C. Military specification: flying qualities of piloted airplanes. Washington : U.S. Department of Defense, 1980.

References

1. Hansen, S., & Blanke, M. (2014). Diagnosis of airspeed measurement faults for unmanned aerial vehicles. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, *50*(1), 224–239. https://doi.org/10.1109/TAES.2013.120420

2. Sun, K., & Gebre-Egziabher, D. (2021). Air data fault detection and isolation for small UAS using integrity monitoring framework. *NAVIGATION: Journal of the Institute of Navigation*, *68*(3), 577–600. https://doi.org/10.1002/navi.440

3. Lopes, L. L., Travé-Massuyès, L., Jauberthie, C., & Alcalay, G. (2024). A review of fault diagnosis techniques applied to aircraft air data sensors. In *35th International Conference on Principles of Diagnosis and Resilient Systems (DX 2024)* (OASIcs, Vol. 125, pp. 3:1–3:20). Schloss Dagstuhl – Leibniz-Zentrum für Informatik. https://doi.org/10.4230/OASIcs.DX.2024.3

4. Field, R. V., & Bergman, L. A. (1998). Reliability-based approach to linear covariance control design. *Journal of Engineering Mechanics*, *124*(2), 193–199. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1998)124:2(193)

5. Scruggs, J. T., Taflanidis, A. A., & Beck, J. L. (2006). Reliability-based control optimization for active base isolation systems. *Structural Control and Health Monitoring*, *13*, 705–723. https://doi.org/10.1002/stc.107

6. Taflanidis, A. A., Scruggs, J. T., & Beck, J. L. (2008). Reliability-based performance objectives and probabilistic robustness in structural control applications. *Journal of Engineering Mechanics*, *134*(4), 291–301. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2008)134:4(291)

7. Costa, O. L. V., Fragoso, M. D., & Marques, R. P. (2005). *Discrete-time Markov jump linear systems*. Springer.

8. Costa, O. L. V., Fragoso, M. D., & Todorov, M. G. (2015). A detector-based approach for the H2 control of Markov jump linear systems with partial information. *IEEE Transactions on Automatic Control*, *60*(5), 1219–1234. https://doi.org/10.1109/TAC.2014.2366253

9. Maity, D., & Tsiotras, P. (2025). Optimal covariance control for partially observed linear stochastic systems under chance constraints. Systems & Control Letters, 205, 106249. https://doi.org/10.1016/j.sysconle.2025.106249

10. Murguia, C., Shames, I., Ruths, J., & Nešić, D. (2020). Security metrics and synthesis of secure control systems. *Automatica*, *115*, 108757. https://doi.org/10.1016/j.automatica.2019.108757

11. Massa, N., & Paulson, J. A. (2024). Optimal input design for guaranteed fault diagnosis of nonlinear systems: An active deep learning approach. Control Engineering Practice, 153, 106118. https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2024.106118

12. Newcombe, R. G. (1998). Improved confidence intervals for the difference between binomial proportions based on paired data. *Statistics in Medicine*, *17*(22), 2635–2650.

13. Owen, D. B. (1956). Tables for computing bivariate normal probabilities. *The Annals of Mathematical Statistics*, *27*(4), 1075–1090.

14. Rice, S. O. (1944). Mathematical analysis of random noise. *Bell System Technical Journal*, *23*(3), 282–332.

15. Beard, R. W., & McLain, T. W. (2012). *Small unmanned aircraft: Theory and practice*. Princeton University Press.

16. U.S. Department of Defense. (1980). *Military specification: Flying qualities of piloted airplanes* (MIL-F-8785C).