

В. В. КРУПА

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя  
ORCID: 0000-0001-5634-0053

В. Р. КОБЕЛЬНИК

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя  
ORCID: 0000-0003-0614-7487

Н. М. ТИМОШЕНКО

Національний університет «Львівська політехніка»  
ORCID: 0000-0002-5595-6531

О. О. КОВАЛЬЧУК

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя  
ORCID: 0000-0001-8495-057X

## ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗСПОВАННЯ ВЕЛИЧИН ПОДАЧ ТОКАРНИХ ВЕРСТАТІВ В ІМОВІРНІСНОМУ АСПЕКТІ

*В роботі проаналізовано праці з тематики дослідження розсіювання подач на верстатах. Встановлено значну кількість окремих досліджень з даної тематики, як по токарних так і верстатах іншого технологічного призначення, зокрема свердлильних і фрезерних. Більшість з цих робіт базуються на вивченні розсіювання величини подачі лише одного окремого верстата. Однією із тенденцій публікацій в даній області є застосування ймовірно-статистичних методів.*

*Проведено аналіз причин виникнення розсіювання величини подачі токарних верстатів. Запропоновано методику провеення експериментальних досліджень, на основі якої проведено вимірювання величин подач більше 20 токарних верстатів різного типорозміру від 16Б04П до 16К25, а також точності (нормальної та підвищеної). Проводили 100-120 вимірювань на різних кінематичних ланцюгах усіх верстатів. У роботі подано результати вимірювань дев'яти кінематичних ланцюгів чотирьох верстатів. Здійснено опрацювання результатів вимірювань на основі теорії ймовірностей та математичної статистики. Для цього знайдено характеристики розсіювання величини подачі – середнє значення, дисперсію та середнє квадратичне відхилення. За критерієм Гребса, відкидали значення, які різко виділялись (грубі похибки). Висловлено припущення та за критеріями Колмогорова і Пірсона доведено, що величина подач токарних верстатів на кожному із досліджуваних кінематичних ланцюгів підкоряється усіченому ліворуч нормальному закону розподілу із розсіюванням  $\pm 3\sigma$ . Подано гістограми, полігони розподілу, а також криві нормального розподілу величин подач.*

*Дана робота може бути основою для дослідження впливу величини подачі (її стохастичності) на такі параметри процесу різання, як силові характеристики, як одним із розглядуваних причин виникнення вібрацій в процесі різання, а також для розроблення комп'ютерних програм з вивчення стохастичності процесу різання.*

**Ключові слова:** дисперсія розсіювання, кінематичний ланцюг, усічений нормальний закон розподілу, крива розподілу, точність переміщення.

V. V. KRUPA

Ternopil Ivan Puliuj National Technical University  
ORCID: 0000-0001-5634-0053

V. R. KOBELNYK

Ternopil Ivan Puliuj National Technical University  
ORCID: 0000-0003-0614-7487

N. M. TYMOSHENKO

Lviv Polytechnic National University  
ORCID: 0000-0002-5595-6531

O. O. KOVALCHUK

Ternopil Ivan Puliuj National Technical University  
ORCID: 0000-0001-8495-057X

## RESEARCH OF THE FEED VALUES DISTRIBUTION OF LATHES IN THE PROBABILITY ASPECT

*The papers dealing with the research of feed dispersion on machine tools are analyzed in this work. A significant number of particular investigations on the given problem are determined both for turning machines and those of other technological purposes, particularly, drilling and milling machines. Most of these papers are based on the investigations*

of feed dispersion value for one individual machine. One of the trends of publications in this area is the application of probabilistic statistical methods.

Analysis of the reasons of feed dispersion value of turning machines is carried out. Method for conducting experimental research is proposed. On the basis of this method, the feed values measurements of more than 20 turning machines of various sizes from 16B04P to 16K25, as well as accuracy (normal and increased) are carried out. 100-120 measurements are made on various kinematic chains of all machines. The paper presents the results of measurements for nine kinematic chains of four machines are presented. The results of the measurements are processed on the basis of theory of probabilities and mathematical statistics. For this purpose, the characteristics of feed dispersion value – the average value, dispersion and mean square deviation are found. According to Krebs criteria, the values showed up sharply (gross errors) are rejected. The assumption is made and it is proved according to Kolmogorov and Pearson criteria that the feed value of turning machines on each of the investigated kinematic chains complies the left-truncated normal distribution law with  $\pm 3\sigma$  dispersion. Histograms, distribution polygons, as well as normal distribution curves of feed values are presented.

This paper can create the basis for the investigation of the feed value influence (its stochasticity) on such parameters of the cutting process as power characteristics, as one of the considered causes of vibrations in the cutting process, as well as for the development of computer programs for studying the cutting process stochasticity.

**Key words:** scattering dispersion, kinematic chain, truncated normal distribution law, distribution curve, movement accuracy.

### Постановка проблеми в загальному вигляді

Одним із найважливіших напрямів розвитку в сфері галузевого машинобудування є дослідження точності переміщення робочих органів машин, а також забезпечення їх руху за певним заданим алгоритмом. В області обробки матеріалів різання точність переміщення супорта чи стола верстату (точність подачі) є одним факторів, що впливає на процес оброблення, оскільки величина подачі впливає як на якісні показники оброблюваних поверхонь, так і на силові характеристики процесу різання. Однією із тенденцій в цій галузі є врахування стохастичності процесів різання, їх аналізу та виявлення факторів, що впливають як на самі процеси, а також виявлення ймовірних факторів, що зумовлюють стохастичність певних величин. Зважаючи значну кількість різноманітних параметрів, що впливають як на сам процес різання, так і на його забезпечення, врахувати кожен з яких є часто неможливо, доцільним є в таких випадках застосування ймовірнісно-статистичних методів.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

При дослідженні процесів різання широко використовуються ймовірнісно-статистичні методи. Найчастіше вони використовуються при розв'язуванні задач оптимізації [1–2], а також при дослідженні характеристик процесу різання [3], [4], [5], [6]. Наприклад, [1] вирішено задачу багатокритеріальної оптимізації процесу точіння за допомогою ймовірнісно-статистичного підходу, [2] проведено оптимізацію процесу точіння загартованої сталі AISI 52100 за допомогою стохастичного програмування, [3] стохастичність у цьому документі враховано різні критерії процесу оптимізації. Велика кількість робіт присвячена аналізу стохастичності сил різання, що виникають при різанні шару металу при токарній обробці [4] і фрезеруванні [5], [6].

Тематики наукових праць в області керування переміщеннями робочих органів можна розділити умовно на кілька напрямів:

- Розробці методів керування точністю обробки за рахунок різноманітних систем контролю переміщень робочих органів;
- Керуванням динамічними характеристиками та зміною режимів різання під час обробки;
- Безпосереднє дослідження розсіювання подач на верстатах і їх впливу на процес обробки.

Перший напрям присвячений розробці теоретичних та реалізаційних основ створення апаратно-програмних засобів управління механічною обробкою виробів, що забезпечують підвищення точності та оперативності контролю технологічного процесу на основі створення автоматизованої системи з використанням адаптивного нейронечіткого управління.

Зокрема в роботі [7] запропоновано модель адаптивної системи нейронечіткого управління точністю та стабільністю технологічного процесу механічної обробки деталей, що забезпечує регламентоване значення контрольованого параметра незалежно від закону його розподілу та зміни в часі систематичної складової похибки механічної обробки. У роботі [8] встановлено перспективні напрями розробки конструкцій фрез з різною подачею на зуб та коловою траєкторією формоутворюючих рухів.

Суть методів діагностики верстатів в процесі обробки заключається в контролі певних параметрів заготовки, інструменту чи елементів самого верстата в певних межах [9], [10], [11], [12], [13], [14]. Як тільки якийсь параметр виходить за межі допустимих значень система або вимикається або підкорегує режими різання і інші параметри процесу різання. При підкорегуванні будь якого переміщення відбувається зміна його швидкості, що саме по собі буде спричиняти стохастичність цього переміщення. Наприклад робота [9] спрямована на виявлення ефектів впливу амплітуди коливань на параметри обробки. Підтверджено можливість зменшення амплітуди

коливань та шорсткості обробленої поверхні при зміні розподілу мас у технологічній системі та доведено, що зміна розподілу мас у технологічній системі призводить до зміни форми коливань. Роботи [10], [11] присвячені вирішенню проблеми забезпечення якості обробленої поверхні шляхом суміщення вузла власних форм коливань із зоною оброблення, Отримані залежності впливу частот власних коливань вузлів верстата на шорсткість обробленої поверхні. Подано шляхи підвищення стабільності процесу різання шляхом управління елементами режимі різання в процесі обробки.

Суть методів діагностики верстатів в процесі обробки заключається в контролі певних параметрів заготовки, інструменту чи елементів самого верстата в певних межах [12], [13], [14], [15], [16]. Як тільки якийсь параметр виходить за межі допустимих значень система або вимикається або підкореговує режими різання і інші параметри процесу різання.

Робота [17] присвячена підвищенню точності обробки на токарних верстатах-автоматах шляхом розробки конструкції різцетримачів з можливістю підрегулювання їх в процесі обробки і компенсації систематичних похибок.

Проте важливим є і процес контролю параметрів верстата не в процесі обробки для виявлення його технічного стану, зокрема параметрів його кінематичної точності. Оскільки недостатньо просто задати режим руху робочого органу, а потрібно і його технологічно і практично забезпечити.

Велика кількість праць присвячена дослідженню стохастичності подач верстатів різного технологічного призначення, з використанням в тому числі імовірно-статистичних методів.

Дослідженню розсіювання подачі токарних верстатів присвячена робота [18]. У ній проведено дослідження розсіювання подач верстат 16К20, а також здійснена спроба їх оцінки. Проте ця робота виконана лише по одному верстату і є фрагментарною. Більш ґрунтовними дослідженнями стохастичності подач на токарних верстатах є [19], [20]. В них запропоновано методику та проведено дослідження розсіювання величини подачі на універсальних токарних верстатів та подано їх вплив на висоту мікронерівностей профілю оброблюваної поверхні.

Крім дослідження розсіювання подач токарних верстатів опубліковано ряд досліджень по верстатах іншого технологічного призначення, зокрема свердлильних та фрезерних. В працях [21], [22] проведені дослідження розсіювання подач для свердлильного верстата 2Н118. Доведено, що величина подачі свердлильних верстатів підкоряється нормальному закону розподілу. Аналогічні дослідження для фрезерних верстатів опубліковані в праці [23]. В ній запропонована оригінальна методика визначення нерівномірності подач фрезерних верстатів, зважаючи, що приводи головного руху і подач у цих верстатів розділені.

В усіх вищенаведених роботах доведено, що величина подачі підкоряється нормальному закону розподілу, проте в них проведені виміри на одному верстаті.

В роботах [24], [25], [26] для дослідження стохастичності подач використано теорію малої вибірки за методом ітерацій. Зокрема в праці [24] використано теорію малої вибірки для встановлення закону розподілу та визначено характеристики розподілу, в [25] запропоновано уточнений метод апіорно-емпіричних функцій для визначення характеристик розподілу подачі, а в [26] із використанням теорії малої вибірки подана методика визначення впливу подачі на силу різання при розточуванні та зенкеруванні. Дані дослідження є лише частковими і висвітлюють лише частину проблеми.

Нерівномірність подач на верстатах та їх вплив на параметри обробки, зокрема шорсткість досліджувались у роботах [27], [28], [29], [30], [31]. Зокрема, робота [27] присвячена розробці математичних моделей дослідження впливу та нерівномірності подачі на шорсткість з використанням теорії ймовірностей. У роботах [28], [29], [30] проведені дослідження зменшення впливу нерівномірності подачі на параметри шорсткості та здійснена спроба встановити ці закономірності. У ґрунтовному дослідженні [31] проаналізовано вплив подачі на шорсткість поверхні в імовірнісному аспекті не тільки для обробки сталей а й кольорових металів. Робота [32] присвячена встановленню впливу стохастичності подачі на тангенціальну силу різання при точінні, прийнявши, що величина подачі є стохастичною величиною з нормальним законом розподілу.

Деяка кількість наукових публікацій [33], [34], [35], [36], [37] присвячена розробці конструкцій інструментів, зокрема розточувальних головок з нерівномірним розміщенням різців та впливу стохастичності подачі верстата та подачу на кожному із різців. Зокрема наведено відповідні математичні залежності як без врахування радіуса вершин [33], [34], так із його врахуванням [35] [36], [37]. Окремим дослідженням є робота [38], в якій застосований подібний підхід до розробки конструкцій торцевих фрез із врахуванням стохастичності подач. У роботі [39] зроблена спроба оцінки поточного стану та залишкового ресурсу верстата та надані певні рекомендації, однак вони не поширюються на кінематичні ланцюги подач.

Незважаючи на значну кількість публікацій з запропонованої тематики, цілісної роботи з дослідження величин розсіювання подач для верстатів певного технологічного призначення різних типорозмірів та ступеней точності немає.

**Метою роботи** є експериментальні дослідження точності величин подач універсальних токарних верстатів нормальної та підвищеної точності та встановлення їх закону розподілу

### Основні завдання

1. Провести експериментальні дослідження величин подач універсальних токарних верстатів різного типорозміру нормальної та підвищеної точності
2. Базуючись на теоремах теорії ймовірностей встановити закон розподілу подач.
3. Провести перевірку узгодження експериментального і теоретичного законів

### Передумови проведення досліджень

Точність подачі на універсальному верстаті залежить від певної кількості факторів: довжини кінематичного ланцюга, точності виготовлення елементів (ланок) кінематичного ланцюга, динамічних факторів, зазорів в кінематичних ланцюгах, накопиченої кінематичної похибки, розсіювання кроків зубчастих коліс, відхилення профілю зубчастих коліс від евольвенти та ін. Наприклад, для універсальних токарних металорізальних верстатів точність переміщення супорта залежить від: точності виготовлення зубчастих коліс, зокрема правильного взаємного розташування зубів (похибки кроку) і неточності форми робочих поверхонь (похибки форми профілю зубів), в коробці подач; точності виготовлення черв'ячної передачі (за нормами кінематичної точності, плавності роботи, повноти контакту і величини бокового зазору) та передачі колесо-рейка (похибка кроку, похибки форми профілю зубів), зазорів в кінематичному ланцюгах, силових та температурних деформацій елементів кінематичного ланцюга. Кінематичний ланцюг окремої подачі середнього токарного верстату, як правило, складається більше, ніж з десяти передач і з'єднань, кожен елемент яких має свої норми кінематичної точності і точності спряжень. Дослідження розсіювання подач проведено на двадцяти універсальних токарно-гвинторізних верстатах моделей 16К25, 1К62, 16К20, 16Б16КП, 1А616, 16Б05П, 16Б04П. Всі верстати експлуатувалися зовсім в різних умовах, як на виробництві так і в навчальних лабораторіях. Очевидно, що в них різна ступінь зношування елементів кінематичних ланцюгів, проте слід зауважити, що в них вчасно проводилося технічне обслуговування та ремонт. Зважаючи на значну кількість оброблених статистичних даних і обмеженість обсягу статті, в цій роботі представлено дані по чотирьох верстатах – два підвищеної точності (16Б04П та 16Б16КП) та два нормальної точності (16К20 та 1К62). На основі аналізу кінематичних схем приводів подач зазначених верстатів виявлено більше восьми механічних передач між шпинделем та виконавчим органом, кожен елемент яких має відповідну ступінь виготовлення і буде впливати на величину точності переміщення супорта. Врахувати вплив кожного елемента (наприклад допуску його виготовлення чи встановлення тощо) є практично неможливим. Тому дані дослідження проведено з використанням імовірно-статистичних методів.

### Методика проведення експериментальних досліджень

Методика визначення значень подач пояснюється рис. 1 і суть її полягає у наступному. На кожному кінематичному ланцюгу, що забезпечує паспортні значення подач:  $s_1 = 0.05 \text{ мм / об}$ ;  $s_2 = 0.06 \text{ мм / об}$ ;  $s_3 = 0.075 \text{ мм / об}$ ;  $s_4 = 0.09 \text{ мм / об}$ ;  $s_5 = 0.1 \text{ мм / об}$ ;  $s_6 = 0.125 \text{ мм / об}$ ;  $s_7 = 0.15 \text{ мм / об}$ ;  $s_8 = 0.175 \text{ мм / об}$ ;  $s_9 = 0.2 \text{ мм / об}$  здійснювали 100-120 вимірювань реальних переміщень супорта за 1 оберт шпинделя [19], [20]. Для цього встановлювали на верстаті задану подачу. За допомогою вантажу 8 (рис. 2.1), масою 20 кг, який підвішувався на тросі 6, і через блок 7 закріплювався до супорта верстату, створювали силу  $P_x$ , щоб ліквідувати можливі зазори в зачепленнях елементів кінематичних ланцюгів і, прокручуючи патрон 1 на один оберт, за допомогою індикатора 4 годинникового типу з ціною поділки 1 мкм, який встановлювався на штативі, і за допомогою магніту закріплювався до напрямних верстату, визначали переміщення супорта, яке приймали рівне значенню подачі  $s_i$ .

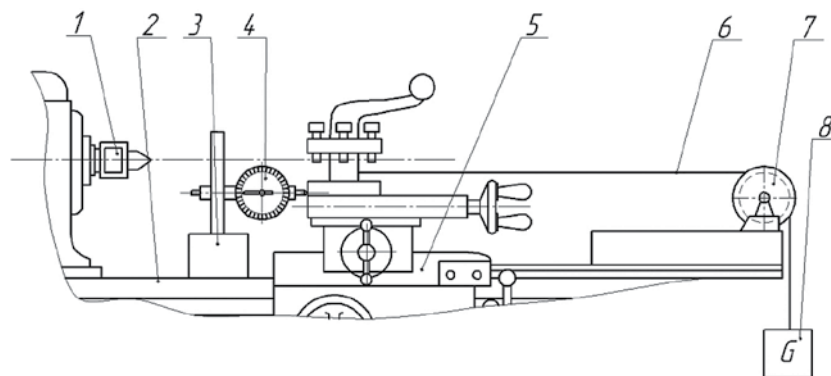


Рис. 1. Схема вимірювання подачі на верстаті: 1 – патрон, 2 – станина, 3 – штатив з магнітом, 4 – індикатор годинникового типу з ціною поділки 0,001 мм, 5 – супорт, 6 – трос, 7 – блок, 8 – вантаж

Таким чином, отримували статистичні ряди значень випадкової величини  $s$  – подачі. На першому етапі визначали відповідні середні значення  $\bar{s}_{i0}$  ( $i=1-9$ ) та дисперсії  $D(s_{i0})$  розсіювання у отриманих статистичних рядах.

Середні значення, прийнявши їх приблизно рівними математичному сподіванню, тобто  $\bar{S}_i \approx M(s_i)$  отримували за формулою [40]:

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^n s_i}{n} \tag{1}$$

де  $s_i$  – значення випадкової величини;

$n$  – кількість різних значень  $s_i$ .

Дисперсію розсіювання  $D(s)$  та середньо квадратичні відхилення  $\sigma(s)$  визначали із залежностей відповідно [40]:

$$D(s) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (s_i - \bar{s})^2 \tag{2}$$

$$\sigma(s) = \sqrt{D(s)} \tag{3}$$

За критерієм Гребса [41] визначали значення подач, які значно відрізнялись від інших і виключали їх зі статистичних рядів, використовуючи залежність

$$t_k = \frac{|s'_i - \bar{s}|}{\sigma(s)}, \tag{4}$$

де  $s'$  – значення, яке різко виділяється (найбільше чи найменше).

Виключивши зі статистичних рядів значення подач, що сильно виділялись, перерахували відповідні середні значення  $\bar{s}$ , дисперсії розсіювання  $D(s)$  та середньоквадратичні відхилення  $\sigma(s)$ .

### Результати експериментальних досліджень

Результати розрахунків середнього значення  $\bar{s}$  згідно (1), дисперсії розсіювання  $D(s)$  (2) та середньоквадратичного відхилення  $\sigma(s)$  (3) подано в таблиці 1.

Таблиця 1

**Значення подач та характеристики їх розсіювання**

Модель верстата	16К20								
Подача за паспортом, $s$ , мм/об	0,5	0,6	0,75	0,9	0,1	0,125	0,15	0,175	0,2
Середнє значення $\bar{s}$ , мкм/об	46,18	59,15	69,87	80,74	93,93	118,8	142,83	166	193,1
Дисперсія подачі $D(s)$ , мкм <sup>2</sup>	7,95	20,68	10,58	21,94	26,25	29,33	32,62	54,95	60,91
Середнє квадрат. відхилення подачі $\sigma(s)$ , мкм	2,82	4,5	3,25	4,62	5,12	5,41	5,71	7,25	7,8
Модель верстата	16Б04П								
Подача за паспортом, $s$ , мм/об	0,5	0,6	0,75	0,9	0,1	0,125	0,15	0,175	0,2
Середнє значення $\bar{s}$ , мкм/об	47,06	57,13	72,16	84,88	97,31	121,72	148,8	174,51	201,1
Дисперсія подачі $D(s)$ , мкм <sup>2</sup>	5,96	4,76	4,42	6,02	7,76	19,51	7,23	6,62	11,53
Середнє квадрат. відхилення подачі $\sigma(s)$ , мкм	2,44	2,18	2,1	2,45	2,79	4,42	2,69	2,57	3,4
Модель верстата	16Б16КП								
Подача за паспортом, $s$ , мм/об	0,5	0,6	0,75	0,9	0,1	0,125	0,15	0,175	0,2
Середнє значення $\bar{s}$ , мкм/об	46,42	59,73	70,57	83,9	96,43	120,47	147,96	169,05	195,18
Дисперсія подачі $D(s)$ , мкм <sup>2</sup>	6,12	11,72	14,38	13,51	13,02	28,24	37,29	65,88	78,8
Середнє квадрат. відхилення подачі $\sigma(s)$ , мкм	2,67	3,42	3,79	3,68	3,61	5,31	6,1	8,11	8,88
Модель верстата	16Б16КП								
Подача за паспортом, $s$ , мм/об	0,5	0,6	0,7	0,8	0,1	0,12	0,15	0,17	0,2
Середнє значення $\bar{s}$ , мкм/об	46,87	60,23	69,46	81,98	94,77	120,85	141,36	169,08	194,65
Дисперсія подачі $D(s)$ , мкм <sup>2</sup>	8,37	11,01	5,66	9,98	10,24	28,9	29,97	36,00	50,19
Середнє квадрат. відхилення подачі $\sigma(s)$ , мкм	2,89	3,31	2,37	3,16	3,2	5,38	5,47	6,00	7,08

Задача вирівнювання (згладжування) полягає в тому, щоб підібрати теоретичну плавну криву розподілу, що виражає лише істотні риси статистичного матеріалу, але не випадковості, пов'язані з недостатнім обсягом експериментальних даних. Ця крива, має якнайкраще описувати даний статистичний розподіл.

Враховуючи те, що кінематичний ланцюг окремої подачі середнього токарного верстату, як правило, складається більше, ніж з десяти передач і з'єднань, кожен елемент яких має свої норми кінематичної точності і точності спряжень, можна висунути гіпотезу про закон її розподілу. На основі граничної теореми теорії ймовірностей за

формулюванням Ляпунова, а також базуючись на граничній теоремі Чебишева [40] гіпотезу про те, що подача на верстаті є стохастичною величиною з нормальним законом розподілу. З урахуванням того, що величина подачі є додатною величиною, будемо вважати статистичний розподіл усіченим нормальним.

З точки зору теорії ймовірностей, межі нормального закону розподілу лежать на всьому діапазоні дійсних чисел, тобто  $(-\infty; \infty)$ . Проте при оцінюванні реального процесу будемо користуватися правилом «трьох сігм». Згідно цього правила – практично всі значення нормально розподіленої випадкової величини лежать в інтервалі  $[\bar{x} - 3\sigma; \bar{x} + 3\sigma]$ . Точніше не менш, ніж із 99,7% достовірністю, значення нормально розподіленої випадкової величини лежить у вказаному інтервалі.

В загальному випадку густина розподілу для кожної із подач  $s$  з дисперсією  $D(s)$  та середнім значенням  $\bar{s}$ , за зрізаним нормальним законом розподілу на проміжку  $(a;b)$  має наступний вигляд [40], [41], [42]

$$f(s) = \frac{c}{\sqrt{2\pi D(s)}} \cdot e^{\frac{-(s-\bar{s})^2}{2D(s)}}, \tag{5}$$

де  $c$  – множник, що визначається за формулою [40]  $c = \frac{1}{1/2 \cdot \left\{ \Phi\left(\frac{b-\bar{s}}{\sqrt{2D(s)}}\right) - \Phi\left(\frac{a-\bar{s}}{\sqrt{2D(s)}}\right) \right\}}$ .

$\Phi\left(\frac{b-\bar{s}}{\sqrt{2D(s)}}\right)$  та  $\Phi\left(\frac{a-\bar{s}}{\sqrt{2D(s)}}\right)$  – функції Лапласа.

Прийнявши  $a = \bar{s} - k\sqrt{D(s)}$  та  $b = \bar{s} + k\sqrt{D(s)}$ , отримаємо:  $c = 1/\Phi(k/\sqrt{2})$ . Врахувавши  $k$  знаходиться в інтервалі  $2 \leq k \leq 3$  [26] отримаємо нерівність  $1,0027 \leq c \leq 1,048$  [40]. Через те, враховуючи отриману нерівність в подальшому будемо записувати закон розподілу подачі як нормальний, а не урізаним ліворуч нормальний і щільність ймовірностей цього розподілу буде мати вигляд

$$f(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D(s)}} \cdot e^{\frac{-(s-\bar{s})^2}{2D(s)}}. \tag{6}$$

Криві густин розподілу Гауса з полігонами частот подані на рис. 2-5(а-д)

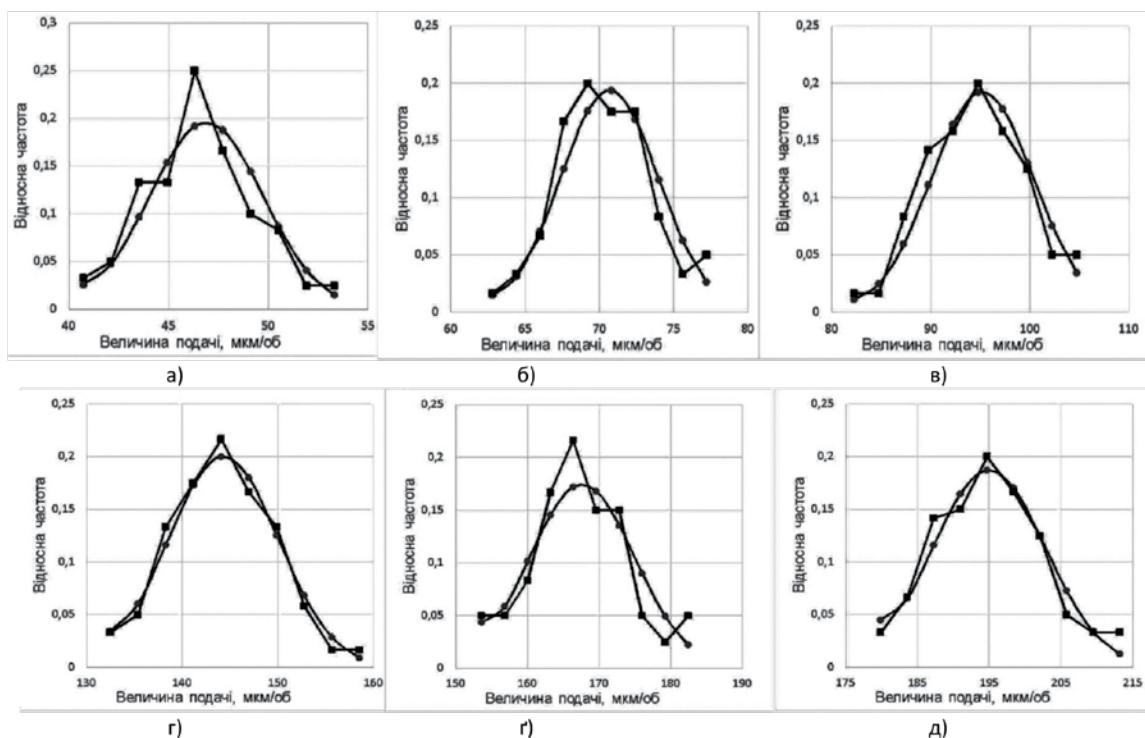


Рис. 2. Полігони частот та криві нормального розподілу величини подачі верстата 16K20 на кінематичних ланцюгах: а)  $s=0,05$  мм/об; б)  $s=0,75$  мм/об; в)  $s=0,1$  мм/об; г)  $s=0,15$  мм/об; r)  $s=0,175$  мм/об; д)  $s=0,2$  мм/об.

—●— Крива розподілу Гауса    —■— Полігон частот

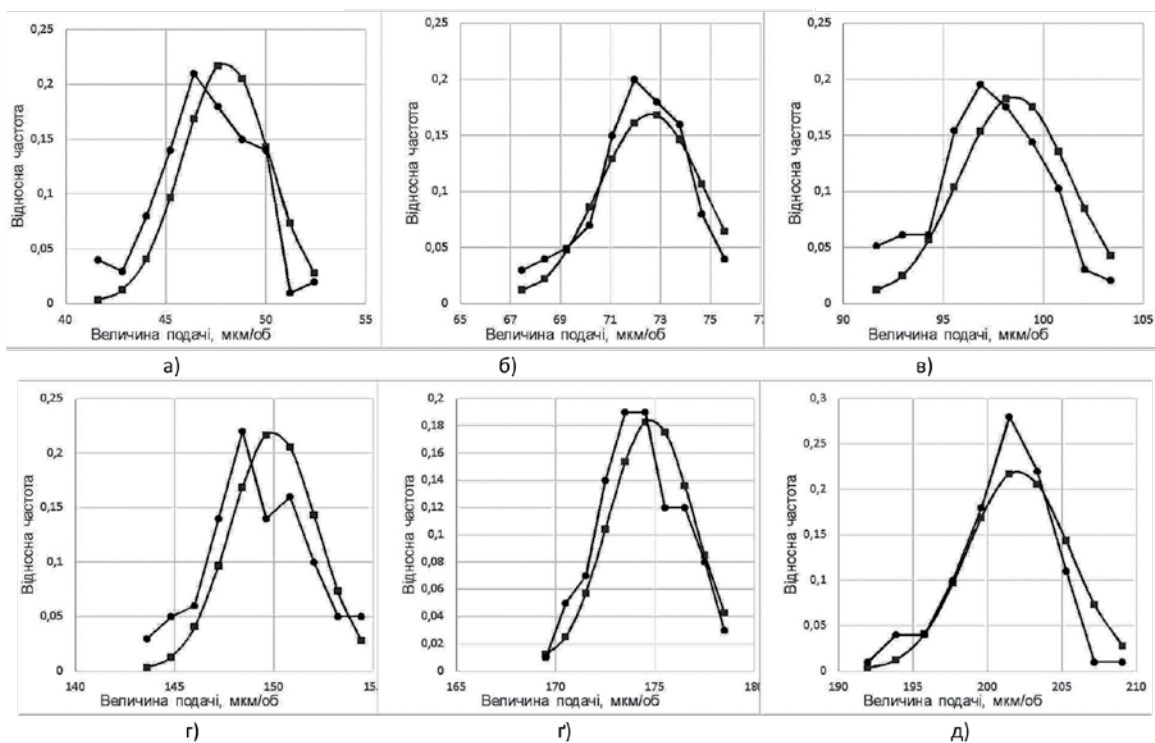


Рис. 3. Полігони частот та криві нормального розподілу величини подачі верстата 16K20 на кінематичних ланцюгах: а)  $s=0,05$ мм/об; б)  $s=0,75$  мм/об; в)  $s=0,1$  мм/об; г)  $s=0,15$  мм/об; г)  $s=0,175$  мм/об; д)  $s=0,2$  мм/об.

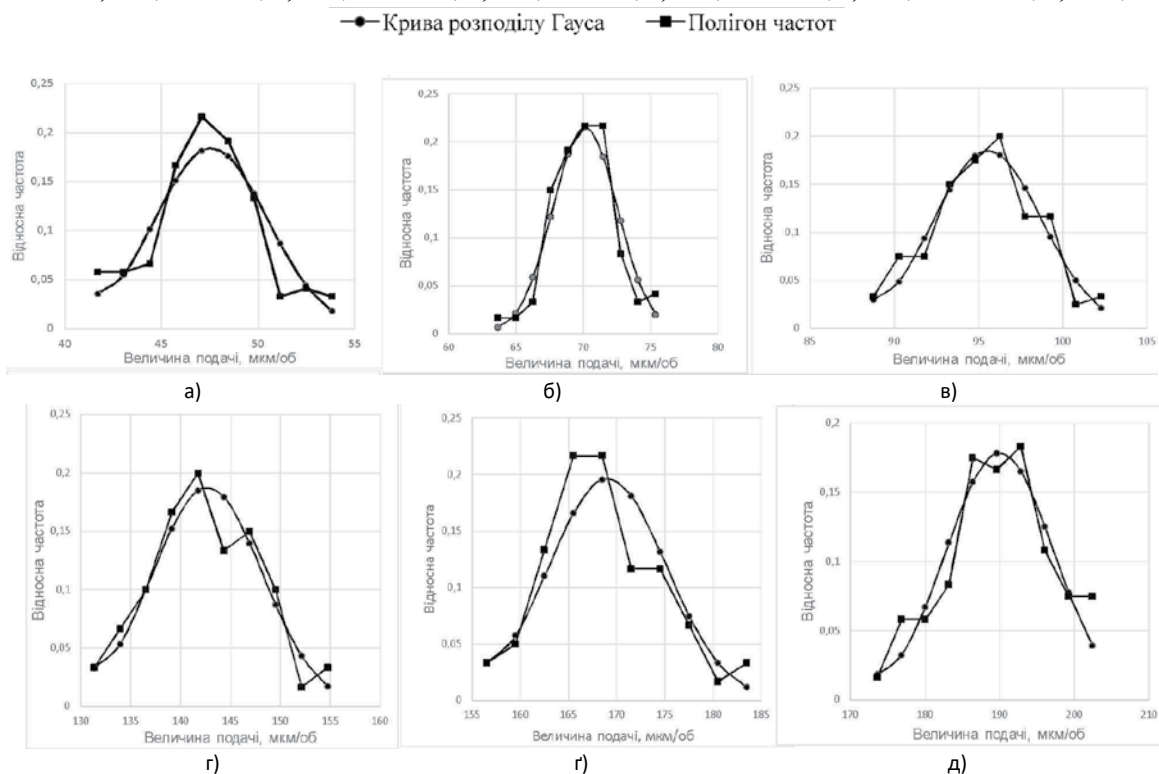
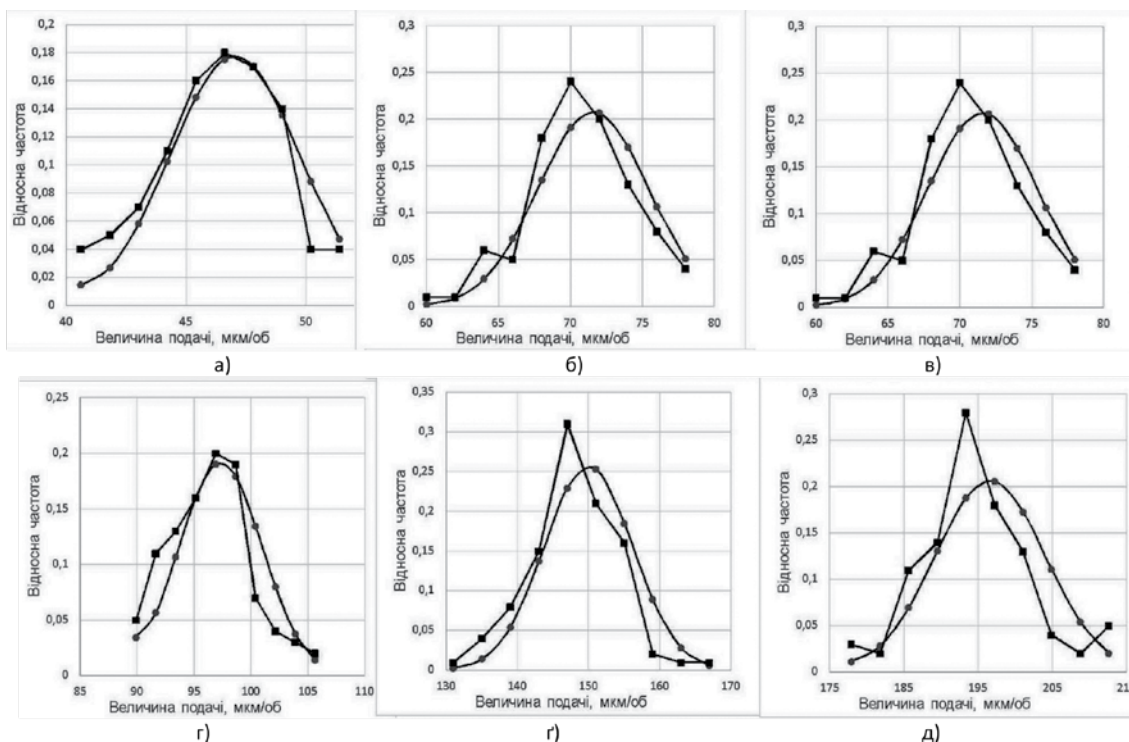


Рис. 4. Полігони частот та криві нормального розподілу величини подачі верстата 16K20 на кінематичних ланцюгах: а)  $s=0,05$ мм/об; б)  $s=0,07$  мм/об; в)  $s=0,1$  мм/об; г)  $s=0,15$  мм/об; г)  $s=0,17$  мм/об; д)  $s=0,2$  мм/об.



**Рис. 5.** Полігони частот та криві нормального розподілу величини подачі верстата 16К20 на кінематичних ланцюгах: а)  $s=0,05$ мм/об; б)  $s=0,075$  мм/об; в)  $s=0,1$  мм/об; г)  $s=0,15$  мм/об; г)  $s=0,175$  мм/об; д)  $s=0,2$  мм/об.

—●— Крива розподілу Гауса    —■— Полігон частот

**Перевірка узгодження дослідного закону теоретичному**

Для перевірки узгодження дослідного розподілу з законом нормального розподілу використовують критерії Колмогорова та критерій Пірсона.

Сутність перевірки за критерієм Колмогорова полягає у визначення критерію згоди Колмогорова  $\lambda$  за формулою [40], [41]

$$\lambda = \frac{|N_m - N'_m|_{max}}{n} \sqrt{n} \tag{6}$$

де  $N_m$  та  $N'_m$  – відповідно накопичені експериментальне та теоретичне число потраплянь в інтервал;

Далі, знаючи величину  $\lambda$ , визначають значення ймовірності  $P(\lambda)$  [27].

Якщо в результаті розрахунку виявиться, що значення ймовірності  $P(\lambda) > 0,05$  (0,05 це рівень значущості найбільш часто вживаний в машинобудуванні), то дослідний розподіл підпорядковується закону нормального розподілу. Якщо  $P(\lambda) < 0,05$ , то гіпотеза нормальності відкидається, що викликано істотним відхиленням дослідного розподілу від закону нормального розподілу.

Результати перевірки подано в таблиці 2.

Критерій Пірсона ( $\chi^2$ ) застосовується в тому випадку, коли перевіряють узгодженість експериментального розподілу не тільки з законом нормального розподілу, а й з іншими. При досить великій кількості спостережень цей критерій є найбільш достовірним, так як він забезпечує мінімальну помилку в прийнятті невірної гіпотези в порівнянні з іншими критеріями.

Критерій  $\chi^2$  визначають за формулою [41]

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^f \frac{(m_i - m'_i)^2}{m'_i} \tag{7}$$

де  $m_i$  – експериментальне число потраплянь, що відповідає  $i$ -му інтервалу;  $m'_i$  – теоретичне число потраплянь, відповідне  $i$ -му інтервалу;  $f$  – число інтервалів.

Число ступенів свободи

$$k = f - g - 1 \tag{8}$$

де  $g$  – число параметрів теоретичної функції розподілу (для функції нормального розподілу  $g=2$ ).



Число ступенів свободи

$$k = 10 - 2 - 1 = 7$$

Результати перевірки закону розподілу за критерієм Пірсона подано в табл. 2.

Таблиця 2

**Дані розрахунків за критеріями Колмогорова та Пірсона  
для досліджуваних кінематичних ланцюгів верстатів**

Модель верстата	16К20					
Подача, мм/об	0,05	0,075	0,1	0,15	0,175	0,2
$\lambda$	0,634125	0,449058	0,333133	0,187094	0,68146	0,287881
$P(\lambda)$	0,327	0,36	0,378	0,39	0,744	0,382
$\chi^2 (\chi^2_{табл}=14,07)$	2,573	2,475	2,399	1,935	4,42	1,830
Модель верстата	1К62					
Подача, мм/об	0,05	0,075	0,1	0,15	0,175	0,2
$\lambda$	0,277482	0,386009	0,327201	0,276582	0,52864	0,637525
$P(\lambda)$	0,383	0,369	0,378	0,383	0,949	0,325
$\chi^2 (\chi^2_{табл}=14,07)$	1,830	2,720	3,294	1,830	8,831	10,215
Модель верстата	16Б16КП					
Подача, мм/об	0,05	0,07	0,1	0,15	0,17	0,2
$\lambda$	0,591387	0,38481	0,322589	0,506708	0,842562	0,389193
$P(\lambda)$	0,335	0,371	0,379	0,35	0,481	0,369
$\chi^2 (\chi^2_{табл}=14,07)$	3,466	3,640	2,663	3,009	6,622	2,006
Модель верстата	16Б04П					
Подача, мм/об	0,05	0,075	0,1	0,15	0,175	0,2
$\lambda$	0,485242	0,9004	0,645018	0,807061	0,886241	0,923477
$P(\lambda)$	0,356	0,266	0,323	0,287	0,421	0,267
$\chi^2 (\chi^2_{табл}=14,07)$	2,851	3,799	3,548	8,090	5,53	6,360

Таким чином, оскільки  $P(\lambda) > 0.05$  на всіх ланцюгах подач, за критерієм Колмогорова даний розподіл можна вважати нормальним.

Зважаючи, що отримані значення  $\chi^2 < \chi^2_{табл}$ , за критерієм Пірсона ( $\chi^2$ ) підтвердили узгодженість гіпотези про розподіл кожної із досліджуваних подач за нормальним законом.

Отримані розрахунки підтверджують висунуту гіпотезу про те, що величину подачі універсальних токарних верстатів можна представляти усіченим ліворуч нормальним законом розподілу із розсіюванням  $\pm 3\sigma$ .

#### Висновки

1. За запропонованою методикою проведено експериментальні дослідження величини подачі універсальних токарних верстатів, згідно яких сформовано статистичні ряди з 100–120 значень величин подач. Виявлено розсіювання величин подачі після кожного оберту шпинделя.

2. На основі сформованих статистичних рядів, групування дослідних даних та виглядів полігонів розподілу висловлено припущення, що величину подачі на токарному верстаті можна представляти за нормальним (усіченим ліворуч) законом розподілу.

3. За критеріями Пірсона та Колмогорова, доведено, що величину подачі універсальних токарних верстатів можна представляти усіченим ліворуч нормальним законом розподілу із розсіюванням  $\pm 3\sigma$ . При записі щільності розподілу величин подач усіченістю можна знехтувати.

#### Перспективи

Запропонована модель досліджень, а також встановлення закону розподілу подач універсальних токарних верстатів дасть змогу досліджувати інші процеси та параметри, які залежать від величини подачі як стохастичні процеси чи величини з урахуванням нормального закону розподілу величини подачі. На основі запропонованого методу можна досліджувати розсіювання (можливе) величин подач на інших типах верстатів, навіть на верстатах з ЧПК. Дана робота може бути основою для дослідження впливу величини подачі на такі параметри процесу різання, як силові характеристики, як одним із розглядуваних причин виникнення вібрацій в процесі різання, а також для розроблення комп'ютерних програм з вивчення стохастичності процесу різання.

#### Список використаної літератури

- Bohdanova, L.M., Vasilyeva, L.V., Guzenko, D.E., Kolodyazhny, V. M. A Software system to solve the multi-criteria optimization problem with stochastic constraints, *Cybern Syst Anal* 54, (2018) 1013-1018, doi:10.1007/s10559-018-0104-2
- A. F. Torres, F. B. Rocha, F. A. Almeida, J. H. F. Gomes, A. P. Paiva and P. P. Balestrassi, Multivariate Stochastic Optimization Approach Applied in a Flux-Cored Arc Welding Process, in *IEEE Access*, 8 (2020) 61267-61276, doi:10.1109/ACCESS.2020.2983566.

3. A.F. Torres, F.A. de Almeida, A.P. de Paiva, J.R. Ferreira, P.P. Balestrassi & P. Henrique da Silva Campos Impact of stochastic industrial variables on the cost optimization of AISI 52100 hardened-steel turning process. *Int J Adv Manuf Technol* 104 (2019) 4331–4340, doi:10.1007/s00170-019-04273-1
4. G. Fodor, H.T. Sykora, D. Bachrathy Stochastic modeling of the cutting force in turning processes. *Int J Adv Manuf Technol* 111, (2020) 213–226, doi:10.1007/s00170-020-05877-8
5. Xuewei Zhang, Tianbiao Yu, Ji Zhao An analytical approach on stochastic model for cutting force prediction in milling ceramic matrix composites, *International Journal of Mechanical Sciences*, 168 (2020) 105314, doi:10.1016/j.ijmecsci.2019.105314
6. Xuewei Zhang, Tianbiao Yu, Pengfei Xu, Ji Zhao In-process stochastic tool wear identification and its application to the improved cutting force modeling of micro milling, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 164 (2022), 108233, doi:10.1016/j.ymssp.2021.108233
7. Зубрецька Н.А. Нейронечітке управління точністю та стабільністю технологічних процесів механічної обробки деталей / Н. А. Зубрецька // Східно-Європейський журнал передових технологій, 2013 – № 3(63). – С. 49-53
8. Громовий, О. А. Шляхи удосконалення процесу обробки плоских поверхонь деталей фрезеруванням / Громовий, О. А., Виговський, Г. М., Балицька, Н. О. // *Технічна інженерія*, 2(86), 2020, С. 48–53.
9. Залога В. О. Динамічне управління коливаннями при точінні / В.О. Залога, Д. В. Криворучко, Ю. В. Шаповал, К. А. Дрофа. // *Mechanics and Advanced Technologies*. – 2017. – № 79. – С. 100–107
10. Залога В. О. Підвищення стабільності процесу різання шляхом зміни швидкості різання в процесі обробки / В. О. Залога, Р. М. Зінченко, Ю. В. Шаповал // *Високі технології в машинобудуванні : збірник наукових праць*. – Х. : НТУ «ХП», 2014. – Вип. 1 (24). – С. 59-70.
11. Шаповал Ю.В. Підвищення ефективності оброблення деталей на токарних верстатах шляхом керування динамікою процесу з високими частотами обертання шпинделя: автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.03.01. Житомир, 2018. 24 с.
12. Маслов А.Р. Диагностирование и контроль технологических систем в машиностроении: сб. материалов / сост. и ред. А.Р. Маслов. М.: Издательство «ИТО», 2008. 240 с.
13. Гордеев О. Ф. Вібродіагностика верстата з використанням мереж Байеса / О. Ф. Гордеев, Р. М. Полінкевич, Н. Т. Зубовецька, Т. І. Четвержук // *Наукові нотатки*. – 2013. – Вип. 40. – С. 62-69.
14. Шевченко В. В. Система діагностики працездатності різального інструменту на верстатах із ЧПК / Шевченко В.В., Заєць С.С., Богачов Є.В., Коробцов Є.І. // *Вчені записки Таврійського національного університету імені Ві Вернадського. Серія: Технічні науки*. – 2018. – №. 29 (68), № 2. – С. 198-202.
15. Гордеев О. Ф. Безразборная диагностика стыков металлорежущих станков на основе самоподобия деформаций/ Гордеев О. Ф., Четвержук Т. І. // *Прогресивні технології і системи машинобудування*. – 2014. – №. 1. – С. 99-105.
16. Перетяка Н. О. Аналіз даних теплового контролю шпиндельних опор настільного токарно-гвинторізного верстата/ Перетяка Н. О., Перетяка Н. А. // *Вісник Вінницького політехнічного інституту*– 2019 – № 2: С. 91-98.
17. Шевченко, О. В. Підвищення точності обробки на токарних автоматизованих верстатах шляхом мікрорегулювання положення різця / О. В. Шевченко, Т. Г. Гримуд // *Вісник НТУУ «КП»*. *Машинобудування : збірник наукових праць*. – 2010. – № 59. – С. 59–64.
18. Кривий П.Д. Метод оцінювання статичної точності кінематичних ланцюгів подач консольних фрезерних верстатів / П. Д. Кривий, В. Р. Кобельник, В. В. Крупа, Н. М. Тимошенко // *Прогресивні технології в машинобудуванні : збірник наукових праць*, Львів-Плай. – Львів, 2020. – С. 103–105.
19. Кривий П. Вплив випадковості подачі на висоту мікронерівностей поверхні при її точінні або розточуванні / П. Кривий, Н. Тимошенко, М. Шарик, В. Крупа // *Львів : Машинознавство*. – 2013. – № 9-10 (195-196). – С. 76-83.
20. Крупа В. В. Металорізальні інструменти з асиметричним розміщенням лез для оброблення глибоких отворів циліндрів : дис. канд. техн. наук, спец. 05.03.01 / Крупа Володимир Васильович – Тернопіль, 2015. – 185 с.
21. Кобельник В.Р. Методика дослідження кінематичної точності механізму подач вертикально-свердлильних верстатів, на прикладі моделі 2Н118 / Кобельник В.Р. Кривий П.Д. // *Процеси механічної обробки в машинобудуванні : зб. наукових праць*. Житомир : ЖДТУ, 2010. – Вип. 8. С. 99-108.
22. Кобельник В. Р. Підвищення ефективності процесу свердління наскрізних отворів регулюванням подачі: дис..... канд. техн. наук, спец. 05.03.01 / Кобельник Володимир Романович – Тернопіль, 2013. – 168 с.
23. Дубина С. Я. Дослідження точності кінематичних ланцюгів подач фрезерних верстатів загального призначення : кваліфікаційна робота магістра за спеціальністю «133 – галузеве машинобудування» / С. Я. Дубина. – Тернопіль : ТНТУ, 2020. – 82 с.
24. Кобельник В.Р. Використання методу ітерацій для дослідження точності подач металорізальних верстатів/ Кобельник В.Р, Крупа В.В., Тимошенко Н.М. // *Машинобудування очима молодих: прогресивні ідеї – наука – виробництво: тези допов.* – Краматорськ: ДДМА, 2018. С. 78-80.

25. Кривий П. Д. Уточнений метод апріорно-емпіричних функцій визначення закону розподілу та його характеристик на основі малої вибірки / П. Д. Кривий, Н. М. Тимошенко, В. О. Дзюра, В. Р. Кобельник // *Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій: тези допов. 14-15 травня 2020 року.* – Тернопіль, ТНТУ – 2020. – С. 132–133.
26. Кривий П.Д. Методика визначення впливу подачі на силу різання при розточуванні та зенкеруванні з використанням теорії малої вибірки / Кривий П.Д., Крупа В.В. // *Матеріали Всеукраїнської науково-технічної конференції «Прогресивні технології у машинобудуванні».* Львів : В-во Львівської політехніки, 2016. С. 35-36.
27. Лоев В. Ю. Вплив нерівномірності подач та обертів шпинделя на процеси лезової обробки деталі / Лоев В. Ю., Отаманський В. В. // *Всеукраїнська науково-практична on-line конференції аспірантів, молодих учених та студентів : тези допов. Житомир, ЖДТУ – 2014.* – С. 157-158.
28. Stepchyn Y. Decrease of surfaces roughness for parts processed with edge tool by improvement of the lathe working components uniform feed / Yaroslav Stepchyn, Valentyn Otamanskyi // *Scientific Journal of TNTU.* – Tern. : TNTU, 2017. – Vol 88. – No 4. – P. 119–128.
29. Отаманський, В. В. Покращення шорсткості поверхонь деталей, оброблених лезовим інструментом шляхом підвищення рівномірності подачі супорту (стола) / Отаманський, В. В., Ковальчук В. С. // *Всеукраїнська науково-практичної on-line конференції аспірантів, молодих учених та студентів, присвяченої дню науки: тези допов. Житомир ЖДТУ, 2017.* С. 10-11.
30. Отаманський, В. В. Математичні моделі впливу нерівномірності подачі на шорсткість поверхонь деталей, оброблених лезовим інструментом // *Всеукраїнська науково-практичної on-line конференції аспірантів, молодих учених та студентів, присвяченої дню науки: тези допов. Житомир ЖДТУ, 2016.* С. 26-27.
31. Kryvyi, P., Dzyura, V., Tymoshenko, N., Maruschak, P., Nugaras, J., & Prentkovskis, O. (2018). Probability-statistical estimation method of feed influence on as-turned finish of steels and non-ferrous metals. *Metals*, 8(11), 965. <https://doi.org/10.3390/met8110965>
32. V. Krupa, N. Tymoshenko, V. Kobelnyk, I. Petrechko, Probability-statistical estimation method of feed influence on the tangential cutting force under turning, *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering* 114/1 (2022) 22-31. DOI: <https://doi.org/10.5604/01.3001.0016.1480>
33. Кривий П. Д. Конструкторсько-технологічні передумови підвищення якості оброблення глибоких отворів тонкостінних циліндрів / Кривий П. Д., Крупа В. В., Продан В. І. // *Вісник ТДТУ.* – 2010. – Том 15. – № 1. – С. 147-156.
34. Крупа В. В. Визначення конструкторсько-технологічних параметрів багаторізцевих розточних головок з поділом припуску та подачі / Крупа В. // *Вісник ТНТУ.* – 2011. – Том 16. – № 1. – С. 105-117. – (машинобудування, автоматизація виробництва та процеси механічної обробки).
35. Кривий П. Д. Конструкторсько-технологічні параметри багаторізцевих розточних головок з радіусними вершинами різців / П. Д. Кривий, В. В. Крупа // *Міжвузівський збірник «Наукові нотатки».* Луцьк, 2011. – Вип. 33– С. 92-99.
36. Кривий П. Д. Інструментальне забезпечення процесу розточування глибоких отворів тонкостінних циліндрів / П. Д. Кривий, В. В. Крупа // *Машинобудування України очима молодих. Прогресивні ідеї – наука – виробництво : тези допов. ЖДТУ.* – 2011. С. 22
37. Кривий П. Д. Розточувальні інструменти з попарно-асиметричним розміщенням лез для оброблення глибоких циліндричних отворів / П. Д. Кривий, В. Р. Кобельник, В. В. Крупа, В. Г. Яковлев // *Технічні науки та технології.* – 2016. – № 2 (4). – С. 28-35.
38. Кривий П. Д. Підвищення продуктивності процесу і якості плоскої поверхні сформованої комбінаційним торцевим фрезеруванням / Кривий П.Д., Кобельник В.Р., Крупа В.В., Мимрик Н.П. // *Вісник Донбаської державної машинобудівної академії : збірник наукових праць.* Краматорськ : ДДМА, 2019, – № 3 (47). – С. 199-206.
39. Лоев В. Ю. Підвищення ресурсу точності прецизійних металорізальних верстатів шляхом поновлення вихідних нормативних параметрів/ Лоев, В. Ю., Соловійов А. В. // *Всеукраїнська науково-практичної on-line конференції аспірантів, молодих учених та студентів, присвяченої дню науки: тези допов. Житомир ЖДТУ, 2016.* С. 21.
40. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М. : Наука, 1969. – 432 с.
41. Колкер Я. Д. Математический анализ точности механической обработки деталей. / Я. Д. Колкер // *Киев : Техника – 1979.* – 200 с.
42. Літнарівич Р.М. Побудова і дослідження математичної моделі за джерелами експериментальних даних методами регресійного аналізу: навчальний посібник, МЕНУ, Рівне, 2011. – 140 с.

### References

1. Bohdanova, L.M., Vasilyeva, L.V., Guzenko, D.E., Kolodyazhny, V. M. A Software system to solve the multi-criteria optimization problem with stochastic constraints, *Cybern SystAnal* 54, (2018) 1013-1018, doi:10.1007/s10559-018-0104-2
2. Torres A. F., Rocha F. B., Almeida F. A., Gomes J. H. F., Paiva A. P., Balestrassi P. P., Multivariate Stochastic Optimization Approach Applied in a Flux-Cored Arc Welding Process, in *IEEE Access*, 8 (2020) 61267-61276, doi: 10.1109/ACCESS.2020.2983566.

3. Torres A.F., de Almeida F.A., de Paiva A.P., Ferreira J.R., Balestrassi P.P. Henrique da Silva Campos Impact of stochastic industrial variables on the cost optimization of AISI 52100 hardened-steel turning process. *Int J Adv Manuf Technol* 104 (2019) 4331–4340, doi:10.1007/s00170-019-04273-1.
4. G. Fodor, H.T. Sykora, D. Bachrathy Stochastic modeling of the cutting force in turning processes. *Int J Adv Manuf Technol* 111, (2020) 213-226, doi:10.1007/s00170-020-05877-8
5. Xuewei Zhang, Tianbiao Yu, Ji Zhao An analytical approach on stochastic model for cutting force prediction in milling ceramic matrix composites, *International Journal of Mechanical Sciences*, 168 (2020) 105314, doi:10.1016/j.ijmecsci.2019.105314
6. Xuewei Zhang, Tianbiao Yu, Pengfei Xu, Ji Zhao In-process stochastic tool wear identification and its application to the improved cutting force modeling of micro milling, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 164 (2022), 108233, doi:10.1016/j.ymsp.2021.108233
7. Zubretska N.A. Neironechitke upravlinnia tochnistiu ta stabilnistiu tekhnolohichnykh protsesiv mekhanichnoi obrobky detalei, *Skhidno-Yevropeyskyi zhurnal peredovykh tekhnolohii*, 2013 – No3(63). – p. 49-53 [in Ukrainian].
8. Hromovyi, O. A. Vyhovskiy, H. M., Balytska, N. O., Shliakhy udoskonalennia protsesu obrobky ploskykh poverkhon detalei frezeruvanniam, *Tekhnichna inzheneriia*, 2(86), 2020, p. 48–53. [in Ukrainian]
9. Zaloha V. O., Kryvoruchko D. V., Shapoval Yu. V., Drofa K. A., Dynamichne upravlinnia kolyvanniamy pry tochnini, *Mechanics and Advanced Technologies*, 2017, No79, p. 100–107. [in Ukrainian].
10. Zaloha V. O., Zinchenko R. M., Shapoval Yu. V. Pidvyshchennia stabilnosti protsesu rizannia shliakhom zminy shvydkosti rizannia v protsesi obrobky, *Vysoki tekhnolohii v mashynobuduvanni: zbirnyk naukovykh prats*, Kh.: NTU “KhPI”, 2014. – Vyp. 1 (24). – p. 59-70. [in Ukrainian]
11. Shapoval Yu.V. Pidvyshchennia efektyvnosti obroblennia detalei na tokarnykh verstatakh shliakhom keruvannia dynamikoju protsesu z vysokymy chastotamy obertannia shpyndelia: avtoref. dys. ... kand. tekhn. nauk : 05.03.01. Zhytomyr, 2018. 24 p. [in Ukrainian]
12. Maslov A.R. Dyagnostyrovanye y kontrol tekhnolohicheskyykh system v mashynostroenyy: sb. materyalov., M.: Yzdatelstvo “YTO”, 2008. 240p. [in Russian]
13. Hordieiev O. F. Vibrodiahnastyka verstata z vykorystanniam merezh Baiiesa, *Naukovi notatky*, 2013, No. 40. p. 62-69. [in Ukrainian]
14. Shevchenko V. V., Zaiets S.S., Bohachov Ye.V., Korobtsov Ye.I. Systema diahnostryky pratsezdatsnosti rizalnoho instrumentu na verstatakh iz ChPK, *Vcheni zapysky Tavriiskoho natsionalnoho universytetu imeni VI Vernadskoho. Seriia: Tekhnichni nauky*, 2018, №. 29 (68), № 2, p. 198-202. [in Ukrainian]
15. Hordieiev O. F., Chetverzhuk T. I. Bezrazbornaia dyagnostyka stykov metallorzhushchyykh stankov na osnove samopodobya deformatsyi, *Prohresyvni tekhnolohii i systemy mashynobuduvannia*, 2014, No. 1, p. 99-105. [in Russian]
16. Peretiaka N. O., Peretiaka N. A. Analiz danykh teplovoho kontroliu shpyndelnykh opor nastilnoho tokarno-hvyntoriznoho verstata, *Visnyk Vinnytskoho politekhnichnoho instytutu*, 2019, No 2, p. 91-98 [in Ukrainian]
17. Shevchenko, O. V., Hrymud T. H. Pidvyshchennia tochnosti obrobky na tokarnykh avtomatyzovanykh verstatakh shliakhom mikrorehuliuвання polozhennia riztsia, *Visnyk NTUU “KPI” Mashynobuduvannia : zbirnyk naukovykh prats*, 2010, No 59, p. 59–64. [in Ukrainian]
18. Kryvyi P. D., Kobelnyk V. R., Krupa V. V., Tymoshenko N. M. Metod otsiniuvannia statychnoi tochnosti kinematychnykh lantsiuhiv podach konsolnykh frezernykh verstativ // *Prohresyvni tekhnolohii v mashynobuduvanni : tezy dopov.*, Lviv, 2020, S. 103–105. [in Ukrainian]
19. Kryvyi P., Tymoshenko N., Sharyk M., Krupa V. Vplyv vypadkovosti podachi na vysotu mikronerivnosti poverkhni pry yii tochnini abo roztochuvanni, *Lviv, Mashynoznavstvo*, 2013, No9-10 (195-196), p. 76-83. [in Ukrainian]
20. Krupa V. V. Metalorizalni instrumenty z asymetrychnym rozmishchenniam lez dlia obroblennia hlybokyykh otvoriv tsylindriv : dys. kand. tekhn. nauk, spets. 05.03.01 / Krupa Volodymyr Vasylovych – Ternopil, 2015. – 185 p. [in Ukrainian]
21. Kobelnyk V.R. Kryvyi P.D. Metodyka doslidzhennia kinematychnoi tochnosti mekhanizmu podach vertykalno-sverdlynykh verstativ, na prykladi modeli 2N118, *Protsey mekhanichnoi obrobky v mashynobuduvanni : zb. naukovykh prats*. Zhytomyr, ZhDTU, 2010, Vyp. 8, p. 99-108. [in Ukrainian]
22. Kobelnyk V. R. Pidvyshchennia efektyvnosti protsesu sverdlinnia naskriznykh otvoriv rehuliuванняm podachi: dys... kand. tekhn. nauk, spets. 05.03.01 / Kobelnyk Volodymyr Romanovych – Ternopil, 2013. – 168 p. [in Ukrainian]
23. Dubyna S. Ya. Doslidzhennia tochnosti kinematychnykh lantsiuhiv podach frezernykh verstativ zahalnoho pryznachennia : kvalifikatsiina robota mahistra za spetsialnistiu 133 haluzeve mashynobuduvannia, Ternopil, TNTU, 2020. 82 p. [in Ukrainian]
24. Kobelnyk V.R., Krupa V.V., Tymoshenko N.M. Vykorystannia metodu iteratsii dlia doslidzhennia tochnosti podach metalorizalnykh verstativ, *Mashynobuduvannia ochyma molodykh: prohresyvni idei – nauka – vyrobnytstvo: tezy dopov.*, Kramatorsk: DDMA, 2018, p. 78-80. [in Ukrainian]
25. Kryvyi P. D., Tymoshenko N. M., Dziura V. O., Kobelnyk V. R. Utochnenyi metod apriorno-empirychnykh funktsii vyznachennia zakonu rozpodilu ta yoho kharakterystyk na osnovi maloi vybirky, *Fundamentalni ta prykladni problemy suchasnykh tekhnolohii*, TNTU, 2020, p. 132–133. [in Ukrainian]

26. Kryvyi P.D., Krupa V.V. Metodyka vyznachennia vplyvu podachi na sylu rizannia pry roztochuvanni ta zenkeruvanni z vykorystanniam teorii maloi vybirky, Prohresyvni tekhnolohii u mashynobuduvanni: tezy dopov, Lviv : NU “LP”, 2016., p. 35-36 [in Ukrainian]
27. Loiev V. Yu., Otamanskyi V. V. Vplyv nerivnomirnosti podach ta obertiv shpyndelia na protsesy lezovoi obrobky detail, Vseukrainska naukovo-praktychna on-line konferentsii aspirantiv, molodykh uchenykh ta studentiv : tezy dopov. Zhytomyr, ZhDTU , 2014, p. 157-158 [in Ukrainian]
28. Stepchyn V. Yu., Otamanskyi V. V. Decrease of surfaces roughness for parts processed with edge tool by improvement of the lathe working components uniform feed, Scientific Journal of TNTU, Tern., TNTU, 2017, Vol 88. No 4., P. 119–128.
29. Otamanskyi, V. V., Kovalchuk V. S. Pokrashchennia shorstkosti poverkhon detalei, obroblenykh lezovym instrumentom shliakhom pidvyshchennia rivnomirnosti podachi suportu (stolu), Vseukrainska naukovo-praktychnoi on-line konferentsii aspirantiv, molodykh uchenykh ta studentiv, prysviachenoï dnu nauky: tezy dopov. Zhytomyr ZhDTU, 2017. p.10-11. [in Ukrainian]
30. Otamanskyi, V. V. Matematychni modeli vplyvu nerivnomirnosti podachi na shorstkist poverkhon detalei, obroblenykh lezovym instrumentom, Vseukrainska naukovo-praktychnoi on-line konferentsii aspirantiv, molodykh uchenykh ta studentiv, prysviachenoï dnu nauky: tezy dopov. Zhytomyr ZhDTU, 2016. p. 26-27. [in Ukrainian]
31. Kryvyi, P., Dzyura, V., Tymoshenko, N., Maruschak, P., Nugaras, J., & Prentkovskis, O. (2018). Probability-statistical estimation method of feed influence on as-turned finish of steels and non-ferrous metals. *Metals*, 8(11), 965. <https://doi.org/10.3390/met8110965>
32. V. Krupa, N. Tymoshenko, V. Kobelnyk, I. Petrechko, Probability-statistical estimation method of feed influence on the tangential cutting force under turning, *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering* 114/1 (2022) 22-31. DOI: <https://doi.org/10.5604/01.3001.0016.1480>
33. Kryvyi P. D., Krupa V. V., Prodan V. I. Konstruktorsko-tekhnolohichni peredumovy pidvyshchennia yakosti obroblennia hlybokykh otvoriv tonkostinnykh tsylindriv , *Visnyk TDTU*, 2010, Vol. 15, No 1., p. 147-156. [in Ukrainian]
34. Krupa V. V. Vyznachennia konstruktorsko-tekhnolohichnykh parametriv bahatoriztsevykh roztochnykh holovok z podilom prypusku ta podachi, *Visnyk TNTU*, 2011, Vol. 16, No 1, p.105-117 [in Ukrainian]
35. Kryvyi P. D., Krupa V. V. Konstruktorsko-tekhnolohichni parametry bahatoriztsevykh roztochnykh holovok z radiusnymy vershynamy riztsiv, *Mizhvuzivskyi zbirnyk “Naukovi notatky”*, Lutsk, 2011, No33, p.92-99. [in Ukrainian]
36. Kryvyi P. D. Krupa V. V., Instrumentalne zabezpechennia protsesu roztochuvannia hlybokykh otvoriv tonkostinnykh tsylindriv , *Mashynobuduvannia Ukrainy ochyma molodykh. Prohresyvni idei – nauka – vyrobnytstvo: tezy dopov.*, ZhDTU, 2011. p. 22 [in Ukrainian]
37. Kryvyi, P. D., Kobelnyk V. R., Krupa V. V., Yakovliev V. H., Roztochualni instrumenty z poparno-asymetrychnym rozmishchenniam lez dlia obroblennia hlybokykh tsylindrychnykh otvoriv, *Tekhnichni nauky ta tekhnolohii*, 2016, No 2 (4), p. 28-35. [in Ukrainian]
38. Kryvyi P.D., Kobelnyk V.R., Krupa V.V., Mymryk N.P. Pidvyshchennia produktyvnosti protsesu i yakosti ploskoi poverkhni sformovanoi kombinatsiinym tortsevym frezeruvanniam, *Visnyk Donbaskoi derzhavnoi mashynobudivnoi akademii : zbirnyk naukovykh prats. Kramatorsk : DDMA*, 2019, No 3 (47). p. 199-206. [in Ukrainian]
39. Loiev V. Yu., Soloviov A. V. Pidvyshchennia resursu tochnosti pretsyziinykh metalorizalnykh verstativ shliakhom ponovlennia vykhidnykh normatyvnykh parametriv, Vseukrainska naukovo-praktychnoi on-line konferentsii aspirantiv, molodykh uchenykh ta studentiv, prysviachenoï dnu nauky: tezy dopov. Zhytomyr ZhDTU, 2016. p.21. [in Ukrainian]
40. Venttsel E. S., Ovcharov L. A. *Teoriya veroiatnostei*, Nauka, 1969, 432 p. [in Russian]
41. Kolker Ya. D. *Matematycheskyi analiz tochnosti mekhanycheskoi obrabotky detalei*, Kyev: Tekhnyka , 1979. – 200 p. [in Russian]
42. Litnarovych R.M. Pobudova i doslidzhennia matematychnoi modeli za dzherelamy eksperymentalnykh danykh metodamy rehresiinoho analizu: navchalnyi posibnyk, MEHU, Rivne, 2011, 140 p. [in Ukrainian]