

**В. С. ДОРОФЄЄВ**

доктор технічних наук, професор,  
професор кафедри інформаційних технологій проектування та дизайну  
Національний університет «Одеська політехніка»  
ORCID: 0000-0002-2412-4134

**Г. В. ЗІНЧЕНКО**

кандидат технічних наук,  
доцент кафедри інформаційних технологій проектування та дизайну  
Національний університет «Одеська політехніка»  
ORCID: 0000-0002-0517-0151

**Н. В. ПУШКАР**

кандидат технічних наук, доцент,  
професор кафедри залізобетонних конструкцій та транспортних споруд  
Одеська державна академія будівництва та архітектури  
ORCID: 0000-0002-4243-7353

## ДОТИЧНІ НАПРУЖЕННЯ В ЕЛЕМЕНТАХ, ЩО ЗГІНАЮТЬСЯ ПРИ ДВОКВАДРАТИЧНОМУ ЗАКОНІ ДЕФОРМУВАННЯ БЕТОНУ

У даній роботі визначені дотичні напруження в бетонних і залізобетонних балках при сумісній дії згинального моменту і поперечної сили. Проаналізовані експериментальні і теоретичні дослідження провідних українських авторів стосовно вивчення роботи стиснутих і згинальних бетонних і залізобетонних елементів конструкцій при різних силових впливах і довільної форми поперечного перерізу. Розвинуті методи оцінки напружено-деформованого стану на підставі реальних діаграм деформування бетону з врахуванням фізичної і геометричної нелінійності. Виведені залежності нормальних напружень в згинальних елементах при двоквадратичному законі деформування бетону.

Авторами проаналізовано характер епюри дотичних напружень у бетонній балці. Визначено точки, де  $\tau_y$  набуває екстремального значення. Визначені максимальні дотичні напруження. Описані дотичні напруження при двократичному законі деформування бетону. Проаналізовано максимальні дотичні напруження при нелінійному законі деформування, показано, що вони мають менші значення, ніж при лінійному.

Показано, що запропоновані методи визначення напружень в бетоні не дають можливості для визначення нормальних і дотичних напружень, а також аналізувати дійсний напружений стан в перерізах по довжині і висоті елементів, тому в роботі продовжені дослідження бетонних і залізобетонних конструкцій для визначення дотичних напружень внутрішніх зусиль при нелінійному законі деформування бетону.

Наведено, що формули для дотичних напружень елемента, що враховують нелінійну складову закону деформування, крім поперечної сили містять відношення діючого в перерізі згинального моменту до моменту розрахункового бетонної балки.

На основі отриманих результатів побудовано епюри дотичних напружень у розтягнутій та стислій зонах бетонного перерізу. За результатами досліджень для залізобетонної балки виведені формули визначення дотичних напружень з урахуванням змінності наведеного моменту інерції вздовж її осі.

**Ключові слова:** бетонні балки, залізобетонні балки, дотичні напруження, деформування бетону, нелінійне деформування.

V. S. DOROFEEV

Doctor of Technical Sciences, Professor,  
Professor at the Department of Information Technologies  
of Planning and Design  
Odesa Polytechnic National University  
ORCID: 0000-0002-2412-4134

H. V. ZINCHENKO

Candidate of Technical Sciences,  
Associate Professor at the Department of Information Technologies  
of Planning and Design  
Odesa Polytechnic National University  
ORCID: 0000-0002-0517-0151

N. V. PUSHKAR

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,  
Professor at the Department of Reinforced Concrete Structures  
and Transport Facilities  
Odesa State Academy of Building and Architecture  
ORCID: 0000-0002-4243-7353

## TANGENTIAL STRESSES IN BENDING ELEMENTS UNDER THE TWO-QUADRATIC LAW OF CONCRETE DEFORMATION

*The tangential stresses in concrete and reinforced concrete beams under the combined action of bending moment and transverse force are determined in this work. The experimental and theoretical studies of the leading Ukrainian authors regarding the study of the work of compressed and bending concrete and reinforced concrete elements of structures under various force influences and an arbitrary shape of the cross-section are analyzed. Developed methods for assessing the stress-strain state based on real diaphragms of concrete deformation, taking into account physical and geometric nonlinearity. Derived dependences of normal stresses in bending elements under the two-quadratic law of concrete deformation.*

*The authors analyzed the nature of the plot of tangential stresses in a concrete beam. The point where becomes extreme  $\tau_x$  is determined. The maximum tangential stresses are determined. The tangential stresses under the two-fold law of concrete deformation are described. The maximum tangential stresses under the nonlinear law of deformation were analyzed, and it was shown that they have smaller values than under the linear law.*

*It is shown that the proposed methods of determining stresses in concrete do not provide an opportunity to determine normal and tangential stresses, as well as to analyze the actual stress state in cross-sections along the wall and the height of the elements, therefore, the work continues the research of concrete and reinforced concrete structures to determine the tangential stresses of internal forces with nonlinear laws of deformation of concrete.*

*It is stated that the formulas for the tangential stresses of the element, which take into account the nonlinear component of the law of deformation, in addition to the transverse force, contain the ratio of the bending moment acting in the section to the moment of the calculated concrete beam.*

*On the basis of the obtained results, plots of tangential stresses in the stretched and compressed zones of the concrete cross-section were constructed. According to the research results, the formulas for determining tangential stresses for a reinforced concrete beam are derived, taking into account the variability of the given moment of inertia along its axis.*

**Key words:** concrete beams, reinforced concrete beams, tangential stresses, deformation of concrete, nonlinear deformation.

### Постановка проблеми

В даний час існує багато результатів досліджень напружено-деформованого стану бетонних і залізобетонних конструкцій при різних впливах і формах поперечного перерізу, розвинуті методи оцінки напружено-деформованого стану і несучої здатності залізобетонних конструкцій на підставі реальних діаграм деформування матеріалів, виведені залежності нормальних напружень в згинальних елементах при двоквадратичному законі деформування бетону. Це роботи С. С. Бабіч [1; 2], Є. М. Бабіч [3; 4; 5], П. Вахненко [7; 8], В. Дорофєєва [6; 9; 10], Г. Чобана [11] та інших.

Запропоновані методи не дають можливості рекомендувати залежності для визначення нормальних і дотичних напружень, а також аналізувати напружений стан в різних перерізах згинальних елементів. Це дає можливість зробити висновок про необхідність подальшого наукового дослідження з метою отримання залежностей для визначення дотичних напружень внутрішніх зусиль у бетонних та залізобетонних балках при нелінійному законі деформування бетону, отримати епюри дотичних напружень у розтягнутій та стислій зонах бетонного перерізу,

вивести формули визначення дотичних напружень залізобетонного згинального елемента з урахуванням змінності наведеного моменту інерції вздовж його осі.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій**

В останні роки активно проводяться дослідження напружено-деформованого стану бетонних і залізобетонних конструкцій при різних впливах і формах поперечного перерізу. Так в [1, с. 94; 2, с. 142–146] проведені експериментальні дослідження роботи згинальних елементів трикутного профілю з визначенням внутрішніх зусиль і урахуванням повної діаграми деформування бетону.

В роботах [3, с. 119; 4, с. 39–44] дослідженні бетонні і залізобетонні елементи конструкцій в умовах малоциклового навантаження і наведені нові апроксимаційні залежності «напруження-деформації», враховуючи нелінійність деформування бетону.

Бамбура А. Н. [5, с. 36–39] розвив методи оцінки напружено-деформованого стану і несучої здатності залізобетонних конструкцій на підставі реальних діаграм деформування матеріалів.

В роботі [6, с. 4] надане експериментальне обґрунтування закону деформування бетонів при завантаженні однократного короткочасного діючого навантаження.

У роботах [7, с. 112; 8, с. 77–80] наведені сучасні методи розрахунку залізобетонних конструкцій при складному виді деформацій і відмічені особливості деформування неармованого і армованого бетону.

Чобан Г. С. [11, с. 16] розробив розрахунок і конструювання залізобетонних нерозрізних балок на підставі експериментально-теоретичних залежностей між внутрішніми зусиллями та жорсткістю перерізів.

В роботі [10, с. 9–16] виведені залежності нормальних напружень в згинальних елементах при двоквадратичному законі деформування бетону.

**Формулювання мети дослідження**

На підставі проведеного аналізу метою досліджень є визначення дотичних напружень в бетонних і залізобетонних згинальних елементах при дії згинального моменту і поперечної сили при двоквадратичному законі деформування бетону. Проаналізувати максимальні дотичні напруження при нелінійному законі деформування.

**Викладення основного матеріалу дослідження**

Приймається, що бетон представляє собою однорідну, ізотропну, суцільну середу. Дотичні напруження в поперечних перерізах згинальних елементів залежать тільки від поперечної сили. При чистому згині в кожній точці утворюється лінійний напружений стан, для котрого справедливий закон деформування [6, с. 4].

Визначимо дотичні напруження  $\tau_{xy}=f_2(V)$  при двоквадратичному законі деформування бетону. При прикладанні до балки поперечного навантаження крім згинальних моментів  $M$  в її перерізах виникають поперечні сили  $V$ . Дотичні напруження в точці  $k$  на майданчиках, що належать поперечним та повздовжнім перерізам ( $\tau_{xy}=\tau_{yx}$ ), що обумовлені поперечною силою  $V$ .

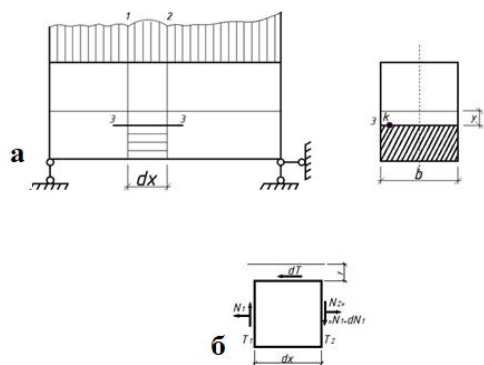
**1. Бетонні балки.** Виділимо перерізами 1-1; 2-2; 3-3 (рис. 1а) елемент балки та розглянемо сили, що діють на нього (рис. 1б). Умова рівноваги елемента:

$$\sum X=0; -N_1+(N_1+\Delta N_1)-dT=0, dT=dN_1 \tag{1}$$

Виразимо  $dT$  через  $\tau_{xy}$ , використовуючи гіпотезу Журавського, тоді

$$dT=\tau_{xy}b dx \tag{2}$$

Для визначення  $dN$ , програмуємо всі нормальні сили, що діють на відсічену частину перерізу  $A^*$  (рис. 3), а потім знайдемо їх приріст при переході від перерізу 1-1 до перерізу 2-2.



**Рис. 1. Визначення дотичних напружень  $\tau_{xy}$**

$$N_1 = \int_{A^*} \sigma_{ctd} dA = \int_{A^*} \left( \frac{M_y}{I_{red}} - \frac{1}{4Rf_{ctk}} \cdot \frac{M^2 y^2}{I_{red}^2} + \left\| \frac{E_{2t}}{E_{cm}^2} \cdot \frac{M^2 (y - y_{ctd})^2}{y_{red}} \right\| \right) dA = \frac{M}{I_{red}} \cdot S_{n-n}^* - \frac{M^2}{4Rf_{ctk}} \cdot \frac{I_{n-n}^{(2)*}}{I_{red}^2} + \frac{E_{2t}}{E_{cm}^2} \cdot \frac{M^2}{I_{red}^2} \cdot I_{n-n}^{(2)**}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Де: } S_{n-n}^* &= \int_{A^*} y dA; & I_{n-n}^{(2)*} &= \int_{n-n}^{(2)*} y^2 dA \\ I_{n-n}^{(2)**} &= \left\| \int_{y_{ctd}} \int_{A^*} (y - y_{ctd})^2 dA \right\| \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

При визначенні  $dN_1$  слід враховувати, що функціями від  $x \in M$  та  $I_{red}$ . При цьому  $I_{red}$  змінюється за рахунок зміщення нейтральної лінії. Відомо, що це зміщення мале  $h_p \approx h_c$ , можна не враховувати вплив зміни  $I_{red}$ . Тоді

$$dN_1 = \frac{dM}{I_{red}} \cdot S_{n-n}^* - \frac{1}{4Rf_{ctk}} \cdot \frac{2MdM}{I_{red}^2} \cdot I_{n-n}^{(2)*} + \frac{E_{2t}}{E_{cm}^2} \cdot \frac{2MdM}{I_{red}^2} \cdot I_{n-n}^{(2)**}$$

Підставляючи (2) та (3) в (1) отримаємо:

$$\tau_{yx} = \frac{dM}{b dx} \cdot \frac{S_{n-n}^*}{I_{red}} - \frac{2}{4Rf_{ctk}} \cdot \frac{dM}{b dx} \times \frac{M}{I_{red}} \cdot \frac{I_{n-n}^{(2)*}}{E_{cm}^2} \cdot \frac{dM}{b dx} \cdot \frac{M}{I_{red}} \cdot \frac{I_{n-n}^{(2)**}}{I_{red}}$$

Можна записати

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{VS_{n-n}^*}{bI_{red}} - \frac{1}{2Rf_{ctk}} \cdot \frac{VI_{n-n}^*}{bI_{red}} \cdot \frac{M}{I_{red}} + 2 \frac{E_{2t}}{E_{cm}^2} \cdot \frac{VI_{n-n}^{(2)**}}{bI_{red}} \cdot \frac{M}{I_{red}} \quad (4)$$

Слід пам'ятати, що при  $y \leq y_{fctk}$  останній доданок перетворюється в 0. В (4) геометричні характеристики залежать від координати точки  $\bar{y}$  (рис. 2).

$$\frac{V(h_p^3 - \bar{y}^3)M}{I_{red} \cdot 3 \cdot 2Rf_{ctk} I_{red}} \cdot \frac{h_p}{h_p} = \frac{V(h_p^3 - \bar{y}^3)}{3I_{red} h_p} \cdot \frac{M}{\max M} \quad (5)$$

Останню формулу перетворимо, використовуючи умову міцності при згині бетонної балки:

$$\frac{\max M}{W_{red}} \leq 2R_{ctk}$$

Тоді другий член формули (5):

$$\frac{V(h_p^3 - \bar{y}^3)M}{I_{red} \cdot 3 \cdot 2Rf_{ctk} I_{red}} \cdot \frac{h_p}{h_p} = \frac{V(h_p^3 - \bar{y}^3)}{3I_{red} h_p} \cdot \frac{M}{\max M}$$

Формула (5) приймає вигляд:

$$\tau_{xy} = \frac{V(h_p^2 - \bar{y}^2)}{2I_{red}} - \frac{V(h_p^3 - \bar{y}^3)}{3I_{red} h_p} \cdot \eta \cdot \frac{\max M}{W_{red}} \leq 2R_{ctk} \quad (5)$$

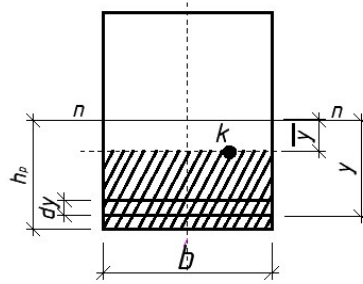


Рис. 2. До визначення статичного моменту  $S_{n-n}^*$  відсіченої частини поперечного перерізу

У разі, якщо точка "к", в якій визначається дотичне напруження, знаходиться в стислій зоні можна записати:

$$\tau_{xy} = \frac{V(h_c^2 - \bar{y}^2)}{2I_{red}} - \frac{VM(h_c^3 - \bar{y}^3)}{3R_{fck} I_{red}^2}$$

Другий член цієї формули перетворимо:

$$\frac{V(h_c^3 - \bar{y}^3)M}{I_{red} \cdot 3 \cdot 2R_{fck} I_{red}} \cdot \frac{R_{fck}}{R_{fck}} \cdot \frac{h_p}{h_p} = \frac{V(h_p^3 - \bar{y}^3)}{3I_{red} h_p} \cdot \frac{M}{\max M} \cdot \frac{R_{fck}}{R_{fck}}$$

Тоді остаточно:

$$\tau_{xy} = \frac{V(h_c^2 - \bar{y}^2)}{2I_{red}} - \frac{V(h_c^3 - \bar{y}^3)}{3I_{red}^2 h_p} \cdot \eta \cdot \chi \tag{6}$$

Де:  $\chi = \frac{f_{ctk}}{f_{ck}}$

Проаналізуємо нижче характер епюри дотичних напружень у бетонній балці відповідно до (5) та (6). Визначимо точки, де  $\tau_{xy}$  набуває екстремального значення:

$$\frac{d\tau_{xy}}{d\bar{y}} = 0 \tag{7}$$

Для напружень у розтягнутій зоні згідно (5) та (7):

$$\begin{aligned} \frac{d\tau_{xy}}{d\bar{y}} &= \frac{V\bar{y}}{I_{red}} + \frac{V\bar{y}}{I_{red}h_p} \cdot \eta = 0 \\ \text{Чи } \bar{y} \left( 1 - \frac{\bar{y}}{h_p} \cdot \eta \right) &= 0 \\ \bar{y}_{01} = 0; \bar{y}_{02} &= \frac{h_p}{\eta} \end{aligned} \tag{8}$$

$$\bar{y}_0 = 0; \bar{y}_{02} = \frac{h_p}{\eta}$$

Для напружень у сжатій зоні згідно (6):

$$\frac{d\tau_{xy}^c}{d\bar{y}} = \frac{V\bar{y}}{I_{red}} + \frac{V\bar{y}^2}{I_{red}h_p} \cdot \eta \cdot \chi = 0$$

Звідси 2 корні:

$$\bar{y}_{01} = 0 \quad \bar{y}_{02} = \frac{h_p}{\eta\chi} \tag{9}$$

Перший корінь в обох випадках відповідає  $\max \tau_y$  .:

$$\max \tau_{xy} = \frac{Vh_p^2}{2I_{red}} - \frac{Vh_p^3}{3I_{red}} \cdot \eta$$

Використовуючи (6) при  $\bar{y}_{02}=0$ :

$$\max \tau_{xy} = \frac{Vh_p^2}{2I_{red}} - \frac{Vh_c^3}{3I_{red}h_p} \cdot \eta \cdot \chi$$

Аналізуючи  $\max \tau_{xy}$  при нелінійному законі деформування, бачимо, що вони мають менші значення, ніж при лінійному.

Другі корені виразів [8, с. 77–80] і [9, с. 134–137] свідчить, що другий екстремум в обох випадках лежить за межами перерізу. Враховуючи наявність двох екстремальних точок як у розтягнутій, і стиснутих зонах можна дійти невтішного висновку про наявність точки перегину кожної гілки (рис. 3). Для виявлення положення точки перегину розглянемо умову:

$$\frac{d\tau_{xy}^c}{d\bar{y}^2} = 0$$

Тоді запишемо (5):

$$\frac{d^2\tau_{xy}}{d\bar{y}^2} = -\frac{V}{I_{red}} + 2 \cdot \frac{V}{I_{red}} \cdot \frac{\bar{y}}{h_p} \eta = 0$$

Звідси положення точки перегину:

$$y_0^{(n)} = \frac{h_p}{2\eta}$$

Тоді згідно (6)

$$\frac{d^2\tau_{xy}}{d\bar{y}^2} = -\frac{V}{I_{red}} + 2 \cdot \frac{V}{I_{red}} \cdot \frac{\bar{y}}{h_p} \eta\chi = 0$$

$$y_0^n = \frac{h_p}{2\eta\chi}$$

З отриманих залежностей (рис. 3) випливає, що можливі 2 випадки: 1 – точка перегину знаходиться в межах епюри  $\tau_{xy}$  і 2 – точка перегину знаходиться за межами перерізу.

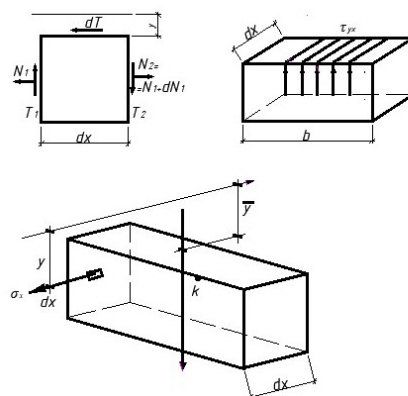


Рис. 3. До виведення формули для визначення дотичного напруження  $\tau_{xy}$  в перерізах бетонної балки

**2. Залізобетонні балки.** Розглянемо залізобетонну балку завантажену поперечним навантаженням (рис. 4) і виділимо в ній перерізами 1-1 і 2-2 нескінченно малий елемент довжиною dx. Цей елемент почергово розсічений

горизонтальними перерізами 3-3 – у зоні тріщиноутворення, 4-4 – у розтягнутій зоні, 5-5 – у стислій зоні бетону. Розглянемо рівновагу кожної відсіченої частини (рис. 4б). У цьому випадку, коли перетин наведено в зоні тріщиноутворення

$$\Sigma X = 0 ; dT = dN \tag{10}$$

При визначенні зсуву зусилля  $dT$  тут надалі використовували гіпотезу Журавського.

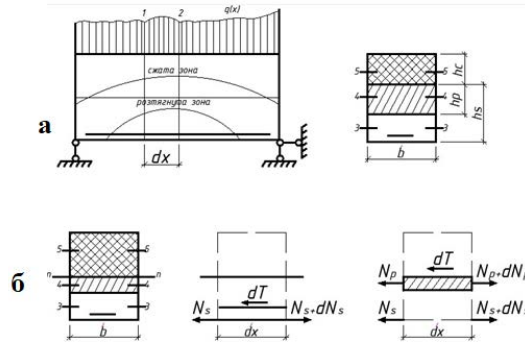


Рис. 4. Визначення дотичних напружень  $\tau_{xy}$  в перерізі залізобетонної балки

$$dT = \tau_{yx} b dx \quad \Sigma X = 0 ; dT = dN \tag{11}$$

Зусилля в арматурі:

$$N_x = \sigma_s A_s = \frac{n_s M S_s}{I_{red}}$$

Тоді

$$dN = \frac{n_s S_s (dM I_{red} - M dI_{red})}{I_{red}^2} \tag{12}$$

Після підстановки (11) и (12) в (10):

$$\tau_{xy} = \frac{V}{b I_{red}} \cdot \left[ \frac{1 - M S_{red}}{V I_{red}} \right] n_s S_s$$

де  $S_{red} = dI_{red} / dx$

Якщо горизонтальний переріз проведено у розтягнутій зоні (рис. 4б), то рівняння рівноваги відсіченої частини:

$$dT = dN_s + dN_p \tag{13}$$

де зусилля і визначаються за наведеними вище формулами, а визначення обчислюємо спочатку використовуючи залежність (30) [10]:

$$N_p = \int_{A^*} \sigma_{cl} dA = \frac{M S_{n-n}^*}{I_{red}} - \frac{\beta_{lt} M^2 I_{n-n}^*}{I_{red}^2}$$

де  $S_{n-n}^* = \int_{A_p^*} y da$ ;  $I_{n-n}^* = \int_{A_p^*} y^2 da$ ;  $\beta_{lt} = \frac{E_{lt}}{E_{cm}}$

$A_p^*$  – площа відсіченої частини розтягнутої зони бетону

Тоді:

$$dN_p = \frac{S_{n-n}^* (dM I_{red} - M dI_{red})}{I_{red}^2} - \frac{2 \beta_{lt} I_{n-n}^* (M dM I_{red}^2 - M^2 I_{red} dI_{red})}{I_{red}^4}$$

Підставляючи в (13) величини, що входять до нього:

$$\tau_{xy} = \frac{V}{bI_{red}} \cdot \left(1 - \frac{MS_{red}}{VI_{red}}\right) \times \left(n_s S_s + S_{n-n}^{*,p} - 2\beta_{1t} \cdot \frac{I_{n-n}^{*,p}}{I_{red}}\right)$$

Аналогічно отримуємо залежність для визначення дотичних напружень в стислій зоні бетону:

$$\tau_{xy} = \frac{V}{bI_{red}} \cdot \left(1 - \frac{MS_{red}}{VI_{red}}\right) \times \left(n_s S_s + S_{n-n}^{(p)} - S_{n-n}^{*,c} - 2\beta_{1t} \frac{I_{n-n}^{(p)} M}{I_{red}} + 2\beta_1 \frac{I_{n-n}^{(c)} M}{I_{red}}\right) \quad (14)$$

Якщо при виведенні формули  $\tau_{xy}$  розглядати рівновагу верхньої відсіченої частини, то

$$\tau_{xy} = \frac{V}{bI_{red}} \cdot \left(1 - \frac{MS_{red}}{VI_{red}}\right) \times \left(S_{n-n}^{*,c} - 2\beta_1 \frac{I_{n-n}^{*,c} M}{I_{red}}\right) \quad (15)$$

де  $\beta_1 = \frac{E_1}{E_{cm}}$

Найбільші дотичні напруження виникають на нейтральній осі. Їхню величину можна отримати використовуючи (14) або (15).

$$\begin{aligned} \max \tau_{xy} &= \frac{V}{bI_{red}} \cdot \left(1 - \frac{MS_{red}}{VI_{red}}\right) \times \left(n_s S_s + S_{n-n}^{(p)} - 2\beta_{1t} \frac{I_{n-n}^{(p)} M}{I_{red}}\right); \\ \max \tau_{xy} &= \frac{V}{bI_{red}} \cdot \left(1 - \frac{MS_{red}}{VI_{red}}\right) \times \left(S_{n-n}^{(c)} - 2\beta_{1t} \frac{I_{n-n}^{(c)} M}{I_{red}}\right) \end{aligned}$$

де  $S_{red} = dI_{red} / dx$  її можна отримати використовуючи залежність:  $B_{red}^{(x)} = B_{red}^0 \left(\frac{M^0}{M(x)}\right)^m$  обґрунтовану експеримен-

тально, [10, с. 9–16],  $m$  – параметр, що залежить від властивостей міцності та деформативних властивостей, кількості робочої арматури та тривалості дії навантаження.

### Висновки

1. Отримано залежності для визначення дотичних напружень як функцій від значень внутрішніх зусиль у бетонних та залізобетонних балках при нелінійному законі деформування бетону.
2. Формули для дотичних напружень елемента, що враховують нелінійну складову закону деформування, крім поперечної сили містять відношення діючого в перерізі згинального моменту до моменту розрахункового бетонної балки.
3. Побудовано епюри дотичних напружень у розтягнутій та стислій зонах бетонного перерізу.
4. Для залізобетонної балки виведені формули визначення дотичних напружень з урахуванням змінності наведеного моменту інерції вздовж її осі.

### Список використаної літератури

1. Бабіч Є.Є. Експериментальні дослідження роботи згинальних елементів трикутного профілю. *Збірник наукових статей «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. 1996. С. 94.
2. Бабіч Є.Є. Визначення внутрішніх зусиль в залізобетонних елементах трикутного профілю з урахуванням повної діаграми деформованого бетону. *Видавництво Української державної академії водного господарства. Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво*. 1997. Випуск 21. С. 142–146.
3. Бабіч Є.М., Круєв Ю.О. Бетонні та залізобетонні елементи в умовах малоциклових навантажень: монографія / Є.М. Бабіч, Ю.О. Круєв; Вид-во РДТУ. Рівне, 1999. – С. 119.
4. Бабіч Е. М., Крусь Ю.А., Гарницкий Ю.В. Новые аппроксимации зависимости “напряжения-деформации”, учитывающие нелинейность деформирования бетонов. *Известия вузов. Строительство и архитектура*. 1996. № 2. – С. 39–44.
5. Бамбура А.Н. Развитие методов оценки напряженно-деформированного состояния и несущей способности железобетонных конструкций на основе реальных диаграмм деформирования материалов. *Научно-практические проблемы современного железобетона: материалы первой Всеукраинской науч.-техн. конф.*, м. Киев, 1996 р. Київ, 1996. С. 36–39.



6. Дорофеев В.С., Барданов В.Ю. Экспериментальное обоснование закона деформирования бетонов при загрузении однократной кратковременной нагрузкой. *Инф. Лист ОЦНТ и ЭЙ*. 1995. № 148. С. 4.

7. Вахненко П.Ф. Современные методы расчета железобетонных конструкций на сложные виды деформаций: монография. Київ: Будівельник, 1992. 112 с.

8. Вахненко П.Ф., Кондель В.М. Особенности деформирования неармированного и армированного бетона. *Видавництво Полтавського державного технічного університету. Проблеми теорії і практики залізобетону*. 1997. С. 77–80.

9. Дорофеев В.С., Барданов В.Ю. Косательные напряжения в железобетонной балке при нелинейном законе деформирования бетона. *Видавництво Полтавського державного технічного університету. Проблеми теорії і практики залізобетону*. 1997. С. 134–137.

10. Дорофеев В.С., Зінченко Г.В., Пушкар Н.В. Нормальні напруження в згинальних елементах при двуквадратичному законі деформування бетону. *Вісник Херсонського національного технічного університету*. Інженерні науки. Херсон, 2023. № 4 (83). С. 9–16.

11. Чобан Г.С. Расчет и конструирование железобетонных неразрезных балок на основе экспериментально-теоретических зависимостей между внутренними усилиями и жесткостью сечений: автореф. дис... к.т.н.: 05.23.01, Одесса, 1988. 16 с.

### References

1. Babich Ye.Ie. (1996). Eksperymentalni doslidzhennia roboty zghynalnykh elementiv trykutnoho profilu. [Experimental studies of the operation of bending elements of a triangular profile]. *Zbirnyk naukovykh statei «Resursoekonomni materialy, konstruksii, budivli ta sporudy» – Collection of scientific articles "Resource-economic materials, constructions, buildings and structures"*, pp. 94.

2. Babich Ye.Ie. (1997). Vyznachennia vnutrishnikh zusyil v zalizobetonnykh elementakh trykutnoho profilu z urakhuvanniam povnoi diahramy deformovanoho betonu Hidromelioratsiia ta hidrotekhnichne budivnytstvo [Determination of internal forces in reinforced concrete elements of a triangular profile, taking into account the full diagram of deformed concrete]. *Vyd-vo Ukrainskoi derzhavnoi akademii vodnoho hospodarstva – Publishing House of the Ukrainian State Academy of Water Management. Hydromelioration and hydrotechnical construction*. Issue 21, pp. 142–146.

3. Babich Ye.M., Kruiiev Yu. O. (1999). *Betonni ta zalizobetonni elementy v umovakh malotsyklovykh navantazhen [Concrete and reinforced concrete elements under conditions of low-cycle loads]*. Rivne: RDTU Publishing House.

4. Babich E. M., Krus Yu.A., & Garnitskiy Yu.V. (1996). Novyie approksimatsii zavisimosti “napryazheniya-deformatsii”, uchityvayushchie nelineynost deformirovaniya betonov [New approximations of the stress-strain relationship, taking into account the nonlinearity of concrete deformation]. *Izvestiya vuzov. Stroitelstvo i arhitektura – News from universities. Construction and architecture*, No 2, pp. 39–44.

5. Bambura A.N. (1996). Razvitie metodov otsenki napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i nesushey sposobnosti zhelezobetonnykh konstruksiy na osnove realnykh diagram deformirovaniya materialov [Development of methods for assessing the stress-strain state and bearing capacity of reinforced concrete structures based on real material deformation diagrams]. Scientific and practical problems of modern reinforced concrete. *Materials of the first All-Ukrainian scientific and technical. conf.* (pp. 36–39). Kiev.

6. Dorofeev V.S., Bardanov V.Yu. (1995). Eksperimentalnoe obosnovanie zakona deformirovaniya betonov pri zagruzhennii odnokratnoy kratkovremennoy nagruzkoy [Experimental substantiation of the law of concrete deformation when loaded with a single short-term load] *Inf. List OTsNT i Ey – Inf. Sheet OCNT and EY*, No 148. P. 4.

7. Vahnenko P.F. (1992). Sovremennyye metodyi rascheta zhelezobetonnykh konstruksiy na slozhnyie vidy deformatsiy [Modern methods for calculating reinforced concrete structures for complex types of deformations]. Kyiv: Budivelnik. p. 12.

8. Vahnenko P.F., Kondel V.M. (1997). Osobennosti deformirovaniya nearmirovannogo i armirovannogo betona [Features of deformation of unreinforced and reinforced concrete]. *Vydavnytstvo Poltavskoho derzhavnoho tekhnichnoho universytetu. Problemy teorii i praktyky zalizobetonu – Poltava State Technical University Publishing House. Problems of theory and practice of reinforced concrete*, pp. 77–80.

9. Dorofeev V.S., Bardanov V.Yu. (1997). Kosatelnyie napryazheniya v zhelezobetonnoy balke pri nelineynom zakone deformirovaniya betona [Shear stresses in a reinforced concrete beam under the nonlinear law of concrete deformation]. *Vydavnytstvo Poltavskoho derzhavnoho tekhnichnoho universytetu. Problemy teorii i praktyky zalizobetonu – Poltava State Technical University Publishing House. Problems of theory and practice of reinforced concrete*, pp. 134–137.

10. Dorofiev V.S., Zinchenko H.V., & Pushkar N.V. (2023). Normalni napruzhennia v zghynalnykh elementakh pry dvukvadratychnomu zakoni deformuvannia betona [Normal stresses in bending elements with the two-square law of concrete deformation] *Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu. Inzhenerni nauky – Bulletin of the Kherson National Technical University. Engineering sciences*, No 4 (83), pp. 9–16.

11. Choban G.S. (1988). Raschet i konstruirovaniye zhelezobetonnykh nerazreznykh balok na osnove eksperimentalno-teoreticheskikh zavisimostey mezhdru vnutrennimi usilyami i zhestkostyu secheniy [Calculation and design of reinforced concrete continuous beams based on experimental and theoretical relationships between internal forces and section stiffness]. *Extended abstract of candidate* Odessa.