

В. А. ЗОЗУЛЯ

кандидат технічних наук, доцент,
доцент кафедри цифрової економіки та системного аналізу
Державний торговельно-економічний університет
ORCID: 0000-0003-3793-4686

С. І. ОСАДЧИЙ

доктор технічних наук, професор,
професор кафедри конструкції повітряних суден, авіадвигунів
та підтримання льотної придатності
Льотна академія Національного авіаційного університету
ORCID: 0000-0002-1811-3594

ТЕХНОЛОГІЯ СТРУКТУРНОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ДВОКОНТУРНОЇ БАГАТОВИМІРНОЇ СЛІДКУВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ДО СИСТЕМ СТАБІЛІЗАЦІЇ

У статті розглядаються платформи Стюарта як об'єкт керування. Визначено, що однією з ключових задач є підвищення точності виконання програмного руху робочої поверхні платформи, що вимагає вирішення кількох складних питань дослідження динамічних об'єктів. Для спрощення процесів аналізу та синтезу таких складних систем, як система керування рухом робочої поверхні платформи Стюарта, запропоновано технологію, яка перетворює структурну схему двоконтурної багатовимірної слідувальної системи на схему багатовимірної системи стабілізації. Розробка цієї технології є основною метою дослідження. Технологія базується на загальному принципі перетворення слідувальних систем до еквівалентних систем стабілізації з урахуванням правил перетворення структурних схем та лінійних систем. Вона призначена для перетворення багатовимірної двоконтурної слідувальної системи з корекцією за збуреннями або без неї. Визначені похибки та функціонал критерію якості двоконтурної слідувальної системи з урахуванням корекції за збуреннями. Окремо підкреслено значення поліноміальних вагових матриць, що обмежують дисперсію сигналу керування та помилок. Ці матриці встановлюються на основі відомих характеристик динаміки об'єкта стабілізації та фізичного змісту компонентів векторів вихідних координат і сигналів керування, що дозволяє визначити їх нормативні значення та встановити взаємозв'язок між ними. Таким чином, результатом роботи є розробка методики та технології структурного перетворення схеми багатовимірної слідувальної системи керування рухом робочої поверхні платформи Стюарта на схему системи стабілізації, що дозволяє проводити подальший синтез і оцінку якості системи. Запропонована методика й технологія є основою для створення інформаційної технології аналітичного проектування оптимальної багатовимірної слідувальної системи керування рухом робочої поверхні платформи Стюарта в умовах випадкових впливів, яка включає виконання низки взаємопов'язаних операцій.

Ключові слова: платформа Стюарта, двоконтурна слідувальна система, система стабілізації, функціонал критерію якості.

V. A. ZOZULIA

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor,
Associate Professor at the Department of Digital Economy and System Analysis
State University of Trade and Economics
ORCID: 0000-0003-3793-4686

S. I. OSADCHIY

Dr. Sc., Professor,
Professor at the Department of Aircraft Construction, Aircraft Engines,
and Airworthiness Maintenance
Flight Academy of the National Aviation University
ORCID: 0000-0002-1811-3594

THE STRUCTURAL TRANSFORMATION TECHNOLOGY OF A TWO-LOOP MULTIDIMENSIONAL TRACKING CONTROL SYSTEM INTO STABILIZATION SYSTEMS

The article examines Stewart platforms as a control object. It has been determined that one of the key tasks is to enhance the accuracy of executing programmed movements of the platform's working surface, which requires addressing several complex issues related to the study of dynamic objects. To simplify the processes of analysis and synthesis for

such complex systems as the Stewart platform's working surface control system movement, a technology is proposed that transforms the structural scheme of a two-loop multidimensional tracking system into a scheme of a multidimensional stabilization system. The development of this technology is the main objective of the research. The technology is based on the general principle of transforming tracking systems into equivalent stabilization systems, taking into account the rules for transforming structural schemes and linear systems. It is designed to convert a multidimensional two-loop tracking system with or without disturbance correction. The errors and the quality criterion functionality of the two-loop tracking system with consideration for disturbance correction have been defined. The significance of polynomial weighting matrices that limit the dispersion of control signals and errors is emphasized separately. These matrices are established based on known characteristics of the stabilization object's dynamics and the physical meanings of the components of the output coordinate vectors and control signals, which allows for the determination of their normative values and the establishment of relationships between them. Thus, the outcome of the work is the development of a methodology and technology for the structural transformation of the scheme of the Stewart platform's working surface movement multidimensional tracking control system into a stabilization system scheme, enabling further synthesis and evaluation of the system's quality. The proposed methodology and technology serve as the foundation for creating an information technology for the analytical design of the Stewart platform's working surface movement optimal multidimensional tracking control system under random influences, which includes the execution of a series of interrelated operations.

Key words: Stewart platform, two-loop tracking system, stabilization system, quality criterion functionality.

Постановка проблеми

Особливу увагу привертають конструкції просторових механізмів із паралельною структурою, які вперше з'явилися у 50–60-х роках ХХ століття в роботах Стюарта і Гауфа [1, 2]. Згодом конструкція, що складається з шести однакових кінематичних ланцюгів (штанг), отримала назву «платформа Стюарта». Завдяки програмному регулюванню довжини цих ланцюгів, можна керувати положенням вихідної ланки, переміщуючи її у вертикальному та горизонтальному напрямках і повертаючи в трьох площинах. Така платформа має шість ступенів вільності: три поступальні та три обертальні.

У дослідженні [3] було проведено аналіз структурних схем систем керування рухом робочої поверхні (РП) платформи Стюарта для різних технологічних завдань: позиціонування, стабілізація, тренажери рухів мобільних об'єктів тощо [4]. На основі теорії автоматичного керування встановлено, що незалежно від сфери застосування, всі системи керування рухом РП платформи Стюарта можна класифікувати як багатовимірні двоконтурні слідкувальні системи з корекцією за збуреннями або без неї [5].

Для складного багатовимірного об'єкта керування, такого як платформа Стюарта, актуальною є задача максимізації точності виконання заданого руху. Як зазначено в монографії [6], вирішення цієї задачі вимагає розв'язання низки проблем, пов'язаних зі створенням оптимальної системи керування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Аналіз результатів досліджень, наведених у джерелах [6, 7], дозволив сформулювати концепцію аналітичного проектування оптимальної системи керування рухом РП платформи Стюарта. Ця концепція полягає в тому, щоб привести структурну схему багатовимірної слідкувальної системи до схеми багатовимірної системи стабілізації, з подальшим застосуванням методу синтезу, описаного у [8].

У роботі [6] запропоновано загальний алгоритм структурного перетворення слідкувальних систем до еквівалентних систем стабілізації, враховуючи правила перетворення структурних схем та лінійних систем [9]. Це перетворення формалізує та суттєво спрощує вирішення завдань аналізу і синтезу складних динамічних систем, таких як системи керування рухом РП платформи Стюарта.

Формулювання мети досліджень

Метою статті є розробка технології структурного перетворення двоконтурної схеми багатовимірної слідкувальної системи керування рухом РП платформи Стюарта до схеми системи стабілізації для подальшого дослідження синтезу та якості даної системи.

Викладення основного матеріалу дослідження

У роботі [5] запропоновано структурну схему двоконтурної багатовимірної слідкувальної системи керування рухом робочої платформи (РП) платформи Стюарта, як це показано на рисунку 1, із відповідними позначеннями та термінами.

Маємо $x_1 - n$ – мірний вектор вихідних координат об'єкта керування, платформи Стюарта; P_0 – поліноміальна матриця розмірності $n \times n$, яка характеризує динаміку об'єкта керування; $u - m$ – мірний вектор сигналів керування; M_0 – поліноміальна матриця розмірності $n \times m$, яка визначає чутливість об'єкта до зміни сигналів керування; $\psi_{об} - n$ – мірний вектор стаціонарних випадкових збурень в об'єкті керування з нульовим математичним очікуванням; динаміка частин регулятора, розташованих у ланцюгу завдання програмного сигналу, в зворотному зв'язку до об'єкта та в ланцюзі об'єкта керування, описується матрицями передатних функцій W_2, W_1 та W_3 які мають розмірності $m \times n$. Будемо вважати також, що вектор вихідних координат x_1 вимірюється повністю за допомогою системи неідеальних датчиків, динаміка яких визначається матрицею передавальних

Як видно з рисунка 1, на входах вимірювачів K_1 та K_2 діють вектор вихідних координат об'єкта керування x_1 та похибка слідкуючої системі ε , відповідно, а на виході вимірювачів K_1 та K_2 отримують вектори x_2 та ε_1 . Тоді можна записати наступне рівняння:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \varepsilon_x \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Введемо позначення

$$x_{\varepsilon_1} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix}, K_0 = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix}, \tag{7}$$

Як видно з рисунка 1, на вході регулятора W_0 діють вектори x_3 та ε_2 , по аналогії з першим варіантом системи слідкування можна записати наступне рівняння:

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \varepsilon_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_r \end{bmatrix}, \tag{8}$$

введемо позначення:

$$x_{\varepsilon_2} = \begin{bmatrix} x_3 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix}, \phi_0 = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_r \end{bmatrix} \tag{9}$$

З врахуванням рівняння (6) та (8), позначень (7), (9) отримуємо:

$$x_{\varepsilon_2} = K_0 x_{\varepsilon_1} + \phi_0.$$

Рівняння сигналу керування u можна визначити, як:

$$u = W_3 (-W_1 x_3 + W_2 \varepsilon_2),$$

а в матричній формі

$$u = W_3 \begin{bmatrix} -W_1 & W_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix},$$

або

$$u = W_0 (K_0 x_{\varepsilon_1} + \phi_0). \tag{10}$$

де $W_0 = W_3 \begin{bmatrix} -W_1 & W_2 \end{bmatrix}$ – передаточна функція регулятора двоконтурної слідкуючої системи.

Таким чином, двоконтурна слідкувальна система еквівалентна за структурою рівняннями об'єкта (5) та регулятора (10) системі стабілізації, яка зображена на рисунку 2.

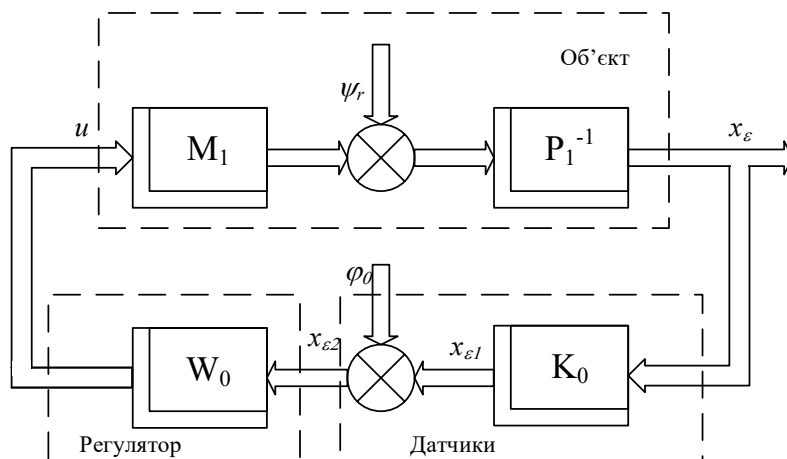


Рис. 2. Структурна схема багатовимірної системи стабілізації

Тоді на підставі [6] функціонал критерію якості системи стабілізації для двоконтурної слідкуючої системи набуває вигляду:

$$e = \langle x_{\varepsilon}' R x_{\varepsilon} \rangle + \langle u' C u \rangle, \quad (11)$$

де “ $\langle \rangle$ ” – знак математичного очікування; “/” – знак транспонування [10]; R – додатно визначена поліноміальна вагова матриця розміру $n \times n$, яка визначає вплив дисперсії помилки на значення критерію e ; C – невід’ємно визначена поліноміальна вагова матриця розміру $m \times m$, яка обмежує дисперсію сигналу керування u . Задача визначення елементів матриць вагових коефіцієнтів R та C , детально викладено в роботах [6], і полягає у тому, щоб за відомими особливостями динаміки об’єкта стабілізації та фізичним змістом компонентів векторів його вихідних координат x і сигналів керування u встановити нормативні значення шуканих матриць R^o , C^o та визначити зв’язок між ними та R , C .

Підставивши визначення (6) та визначення (7), в критерій якості системи стабілізації (11) визначимо функціонал критерію якості для двоконтурної слідкуючої системи:

$$e = \left\langle x_{\varepsilon_1}' (K_0^{-1})' \begin{bmatrix} O_n \\ E_n \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} O_n & E_n \end{bmatrix} (K_0^{-1}) x_{\varepsilon_1} \right\rangle + \langle u' C u \rangle. \quad (12)$$

Введемо позначення

$$R_1 = (K_0^{-1})' \begin{bmatrix} O_n \\ E_n \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} O_n & E_n \end{bmatrix} (K_0^{-1}) = \begin{bmatrix} O_n & O_n \\ O_n & K_0^{-1} R K_0 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

з врахуванням вираження (13) вираз (12) перетворюється на рівняння

$$e = \langle x_{\varepsilon_1}' R_1 x_{\varepsilon_1} \rangle + \langle u' C u \rangle. \quad (14)$$

У випадку з корекцією по збуренню, ланцюг на рисунку 1 позначено штриховими лініями, система рівнянь (3) доповнюється рівнянням:

$$E_n c = O_n + L_1 \Psi_{ob}, \quad (15)$$

де $c = y_l = L_1 \Psi_{ob}$.

В такому випадку можна записати нову систему рівнянь для двоконтурної слідкувальної системи в векторно-матричній формі:

$$\begin{bmatrix} P_0 & O_n & O_n \\ E_n & E_n & O_n \\ O_n & O_n & E_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \varepsilon_x \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_0 \\ O_{n \times m} \\ O_{n \times m} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \Psi_{ob} \\ r_0 \\ L_1 \Psi_{ob} \end{bmatrix}.$$

Введемо нові позначення:

$$P_{10} = \begin{bmatrix} P_0 & O_n & O_n \\ E_n & E_n & O_n \\ O_n & O_n & E_n \end{bmatrix}, \quad M_{10} = \begin{bmatrix} M_0 \\ O_{n \times m} \\ O_{n \times m} \end{bmatrix}, \quad x_c = \begin{bmatrix} x_1 \\ \varepsilon_x \\ c \end{bmatrix}, \quad \Psi_L = \begin{bmatrix} \Psi_{ob} \\ r_0 \\ L_1 \Psi_{ob} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

де P_{10} – розширена поліноміальна матриця розмірності $n \times n$, яка характеризує динаміку об’єкта керування; x_c – розширений вектор реакцій; M_{10} – розширена поліноміальна матриця розмірності $n \times m$, яка визначає чутливість об’єкта до зміни сигналів керування; Ψ_L – розширений вектор стаціонарних випадкових збурень в об’єкті керування.

Враховуючи позначення (16), рівняння (1), можна записати так:

$$P_{10} x_c = M_{10} u + \Psi_L. \quad (17)$$

По аналогії з рівнянням (6) можна записати наступне рівняння:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ \varepsilon_1 \\ y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_1 & O_n & O_n \\ O_n & K_2 & O_n \\ O_n & O_n & L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \varepsilon_x \\ c \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Введемо позначення

$$x_{c_0} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \varepsilon_1 \\ y_1 \end{bmatrix}, \quad K_{10} = \begin{bmatrix} K_1 & O_n & O_n \\ O_n & K_2 & O_n \\ O_n & O_n & L_1 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Як видно з рисунка 1, на вході регулятора W_0 діють вектори x_3, y_2 та ε_2 , по аналогії з першим варіантом, для системи слідкування з корекцією по збуренню можна записати наступне рівняння:

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ \varepsilon_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \varepsilon_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_r \\ \phi_L \end{bmatrix},$$

введемо позначення:

$$\phi_{10} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_r \\ \phi_L \end{bmatrix}. \tag{20}$$

З врахуванням рівняння (18) та позначень (19), (16), (20) отримуємо:

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ \varepsilon_2 \\ y_2 \end{bmatrix} = K_{10}x_c + \phi_{10}.$$

Рівняння сигналу керування u можна визначити, як:

$$u = W_3(-W_1x_3 + W_2\varepsilon_2 - W_4y_2),$$

а в матричній формі

$$u = W_3 \begin{bmatrix} -W_1 & W_2 & -W_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ \varepsilon_2 \\ y_2 \end{bmatrix},$$

або

$$u = W_0(K_{10}x_c + \phi_{10}), \tag{21}$$

де $W_0 = W_3 \begin{bmatrix} -W_1 & W_2 & -W_4 \end{bmatrix}$.

Таким чином, двоконтурна слідкувальна система еквівалентна за структурою, рівняннями об'єкта (17) та регулятора (21) системі стабілізації, яка зображена на рисунку 2.

Функціонал критерію якості для двоконтурної слідкуючої системи з корекцією по збуренню визначається аналогічно, як для двоконтурної слідкуючої системи. По аналогії з рівнянням функціоналу критерію якості (11) з врахуванням рівняння (17) та визначення (16), (19) отримуємо:

$$e_{10} = \left\langle x_{c_0}' (K_{10}^{-1})' \begin{bmatrix} O_n \\ E_n \\ O_n \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} O_n & E_n & O_n \end{bmatrix} (K_{10}^{-1}) x_{c_0} \right\rangle + \langle u' C u \rangle, \tag{22}$$

введемо позначення

$$R_{10} = (K_{10}^{-1})' \begin{bmatrix} O_n \\ E_n \\ O_n \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} O_n & E_n & O_n \end{bmatrix} (K_{10}^{-1}) = \begin{bmatrix} O_n & O_n & O_n \\ O_n & K_0^{-1} R K_0 & O_n \\ O_n & O_n & O_n \end{bmatrix}. \tag{23}$$

З врахуванням вираження (23), вираз (22) перетворюється на рівняння:

$$e_{10} = \langle x_{c_0}' R_{10} x_{c_0} \rangle + \langle u' C u \rangle. \tag{24}$$

Висновки

Таким чином, розроблено новий алгоритм, який дозволяє поширити методи вирішення задач дослідження систем стабілізації у частотній області на випадок дослідження оптимальних двоконтурних системи слідкування та системи слідкування з введенням корекції по збуренню системи керування рухом РП платформи Стюарта. Даний алгоритм побудовано на технології структурного перетворення слідкувальних систем до еквівалентних систем стабілізації. Таке перетворення формалізує і істотно спрощує розв'язання задач аналізу і синтезу складних динамічних систем, таких як систем керування рухом РП платформи Стюарта. Структурні перетворення представлені в даній роботі дозволяють звести задачу синтезу оптимальної системи стабілізації до визначення

структури і параметрів матриці передавальних функцій регулятора W_0 за відомими поліноміальними і дробово-раціональними матрицями M_1 , P_1 , та K_0 при забезпеченні стійкості системи стабілізації та мінімуму функціоналу критерію якості (14) та (24).

Список використаної літератури

1. Stewart D. A platform with 6 degrees of freedom. Proc. of the Institution of mechanical engineers, 180 (Part 1, 15), 1965. P. 371–386.
2. Gough, V.E. and Whitehall, S.G., Universal tyre test machine. Proceedings of the FISITA Ninth International Technical Congress. 1962. May. P. 117–137.
3. Hamid D. Taghirad. Parallel Robots. Mechanics and Control. CRC Press; 1 edition, by Taylor & Francis Group, 2013, 533 p.
4. Merlet J.-P. Parallel Robots. Springer, 2nd edition, 2006. 394 p.
5. Зозуля В.А., Осадчий С.І. Огляд методів побудови систем керування механізмом паралельної кінематичної структури на основі платформи Стюарта (гексапод). Автоматизація технологічних і бізнес-процесів. 2019. Т. 11 № 3. С. 23–31. DOI:10.15673/atbp.v11i3.1504
6. Блохін Л.М., Буриченко М.Ю., Білак Н.В., [та ін.]. Статистична динаміка систем управління: підручник. К.: НАУ. 2014. 300 с.
7. Александров Є.Є. Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами: Навч. посібник: у 4 т. Т. 2: Автоматичне керування рухом літальних апаратів/ Є.Є. Александров, Е.П. Козлов, Б.І. Кузнецов; за заг.ред. Є.Є. Александрова – Харків: НТУ“ХПІ”, 2006. 528 с.
8. Osadchiy S.I., Zozulya V.A. Combined method for the synthesis of optimal stabilization systems of multidimensional moving objects under stationary random impacts. Automation and Information Sciences. 2013. Vol. 45, Issue 6. P. 25–35.
9. Kvakernaak H., Sivan R. Linear optimal control systems. New York: John Wiley & Son Inc., 1972. 575 p.
10. Horn R. A., Johnson C. R. Matrix Analysis. Cambridge University Press (2nd ed.), 2012. 643 p. DOI: 10.1017/CBO9781139020411.

References

1. Stewart D. A platform with 6 degrees of freedom. Proc. of the Institution of mechanical engineers, 180 (Part 1, 15), 1965. P. 371–386.
2. Gough, V.E. and Whitehall, S.G., Universal tyre test machine. Proceedings of the FISITA Ninth International Technical Congress. 1962. May. P. 117–137.
3. Hamid D. Taghirad. Parallel Robots. Mechanics and Control. CRC Press; 1 edition, by Taylor & Francis Group, 2013, 533 p.
4. Merlet J.-P. Parallel Robots. Springer, 2nd edition, 2006. 394 p.
5. Zozulya V.A., Osadchyi S.I. (2019) Ohliad metodiv pobudovy system keruvannya mekhanizmom paralelnoi kinematychnoi struktury na osnovi platformy Stiuarta (heksapod) [Review of methods for constructing control systems for a parallel kinematic structure mechanism based on the Stewart platform (hexapod)]. *Automation of technological and business processes*, vol. 11, no. 3, pp. 23–31. DOI:10.15673/atbp.v11i3.1504
6. Blokhin L.M., Burychenko M.YU., Bilak N.V., [ta in.] (2014). *Statystychna dynamika system upravlinnya* [Statistical dynamics of control systems]. Kyiv: NAU. (in Ukrainian)
7. Aleksandrov Ye.Ye., Kozlov E.P., Kuznietsov B.I. (2006) *Avtomatychne keruvannya rukhomymy obiektamy i tekhnolohichnymy protsesamy: Navch. posibnyk: u 4 t. T. 2: Avtomatychne keruvannya rukhom litalnykh aparativ* [Automatic control of moving objects and technological processes: Textbook: in 4 vols. Vol. 2: Automatic control of aircraft movement]. Kharkiv: NTU“KhPI”. (in Ukrainian)
8. Osadchiy S.I., Zozulya V.A. Combined method for the synthesis of optimal stabilization systems of multidimensional moving objects under stationary random impacts. Automation and Information Sciences. 2013. Vol. 45, Issue 6. P. 25–35.
9. Kvakernaak H., Sivan R. Linear optimal control systems. New York: John Wiley & Son Inc., 1972. 575 p.
10. Horn R. A., Johnson C. R. Matrix Analysis. Cambridge University Press (2nd ed.), 2012. 643 p. DOI: 10.1017/CBO9781139020411.