УДК 519.8 https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2022.3.10

І. І. РЯСНА
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України
ORCID: 0000-0003-1370-3066
І. О. СЕНЬКО
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України
ORCID: 0000-0002-2432-4582
О. Є. СЕНЬКО
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України
ORCID: 0000-0002-0613-6430

НЕЧІТКИЙ ПІДХІД ДО МОДЕЛЮВАННЯ ТА РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ УПОРЯДКУВАННЯ ТА ВИБОРУ

Проблеми упорядкування та вибору об’єктів виникають у різних галузях людської діяльності. У випадках, коли використовується інформація про характеристики об’єктів, отримана від експертів, пропонуються нечіткі моделі задач, що ураховують різні види невизначеності та більш аргументовано відображають реальні ситуації. Особливу увагу привертає проблема адекватності або гомоморфізму емпіричної та математичної моделей у задачах з різнотипними даними, виміряними за різними шкалами, а саме, за шкалами відношень, порядку, інтервалів та абсолютними. У таких випадках, згідно положенням репрезентативної теорії вимірювань, необхідно забезпечити інваріантність результатів обчислень за наявності як кількісних, так і якісних даних.

Метою роботи є теоретичне обґрунтування та розробка інваріантної процедури розв'язування задач упорядкування та вибору претендентів на вільні посади підприємства на основі оцінки їхньої конкурентоспроможності з урахуванням різнотипної інформації, яка може бути отриманою на основі експертних оцінок.

Розв'язок задачі ґрунтується на окремому порівнянні характеристик претендентів з відповідними найкращими характеристиками відносно посади або професії (еталону) на основі використання коефіцієнту лінгвістичної кореляції, за допомогою якого визначається нечітка міра схожості еталону та претендентів. Доведено теореми про інваріантність такої міри схожості при вимірюваннях характеристик у різних шкалах. Наведено приклад розв’язування однієї задачі вибору щодо призначення за конкурсом кращих кандидатів з претендентів, які подали відповідні документи на вакантні посади підприємства, при визначенні їхніх характеристик за шкалами порядку та абсолютною шкалою.

Ключові слова: *нечітка множина, упорядкування, проблема вибору, нечітке відношення схожості, агрегування, кількісні та якісні характеристики.*

I. I. RIASNA
V. M. Glushkov Institute of Cybernetics of National Academy of Sciences of Ukraine
ORCID: 0000-0003-1370-3066
I. O. SENKO
V. M. Glushkov Institute of Cybernetics of National Academy of Sciences of Ukraine
ORCID: 0000-0002-2432-4582
O. E. SENKO
V. M. Glushkov Institute of Cybernetics of National Academy of Sciences of Ukraine
ORCID: 0000-0002-0613-6430

A FUZZY APPROACH TO MODELING AND SOLVING ORDERING AND SELECTING PROBLEMS

The ordering and selecting of objects arise in various fields of human activity. In cases where information about the characteristics of objects obtained from experts is used, fuzzy problem models are proposed that take into account various types of uncertainty and more logically reflect real situations. Special attention is drawn to the adequacy problems or homomorphism of empirical and mathematical models in problems with different types of data measured on different scales, namely, on ratio, order, intervals, and absolute scales. In such cases, according to the positions of the representative measurement theory, it is necessary to ensure the invariance of the calculation results in the presence of both quantitative and qualitative data.

The paper considers the theoretical substantiation and development of an invariant procedure for solving the problems of ordering and selecting applicants for vacant positions in the enterprise based on the assessment of their competitiveness, taking into account various types of information that can be obtained on the basis of expert assessments.

The solution of the problem is based on a separate comparison of the characteristics of the applicants with the corresponding best characteristics in relation to the position or profession (standard) based on the use of the linguistic *correlation coefficient, which is used to determine a fuzzy similarity measure of the standard and the applicants. Theorems about the invariance of such similarity measure when measuring characteristics in different scales are proved. An example of solving one selection problem regarding the appointment of the best candidates from the applicants, who submitted relevant documents for vacant positions in the enterprise, while determining their characteristics according to order and absolute scales, is presented.*

Key words: *fuzzy set, ordering, selecting, fuzzy similarity relation, aggregation, qualitative and quantitative characteristics.*

Постановка проблеми

У сучасних технологічно складних галузях, які становлять основу будь-якої розвиненої економіки, не успадковуються, а створюються найбільш суттєві виробничі чинники: кваліфікована робоча сила і науково-технічна база [1–4]. Пошук і відбір працівників, найчастіше, проводиться за таким показником як конкурентоспроможність робочої сили, який стає ознакою відповідності людського чинника ринковим умовам. Як правило, конкурентоспроможність розглядають в контексті відповідності посаді або професії. Високий рівень освіти, кваліфікації, значний досвід працівників підприємства, здатність ефективно працювати в сучасних конкурентних умовах з урахуванням внутрішніх та зовнішніх викликів і ризиків забезпечують конкурентоспроможність усього підприємства в цілому.

Для оцінки конкурентоспроможності претендентів на вакантні посади або персоналу підприємства в цілому використовують якісні та кількісні характеристики [5]. Показники конкурентоспроможності, як правило, вимірюються за різними шкалами. Для визначення кращого за конкурентоспроможністю претендента на вакантні посади або працівника підприємства необхідно провести порівняння за сукупністю якісних і кількісних характеристик. Таким чином, постає задача агрегування якісних та кількісних даних для оцінки конкурентоспроможності працівника або претендента на посаду та порівняння цих оцінок з метою побудови відношення порядку для колективу працівників або відбору кращих претендентів на вакантні посади.

Якісні характеристики в цих задачах можуть бути як суб'єктивними, так і об'єктивними. Наприклад, до об'єктивних характеристик відносяться: кваліфікація, досвід роботи, стаж роботи, освіта, здоров'я, продуктивність праці, вклад працівника в результати діяльності підприємства або організації. У свою чергу об'єктивні характеристики визначаються сукупністю різних показників, наприклад, характеристика «освіта» визначається такими показниками: освіта за спеціальною сферою діяльності, освіта в суміжних сферах діяльності, оцінка загальних знань і освіти. До суб'єктивних характеристик відносяться: характер, здатність до навчання, розширення знань і підвищення кваліфікації, відношення до роботи на певному підприємстві або в певній організації. До кількісних характеристик відносяться: заробітна плата, витрати пов'язані з найманням працівника на роботу, витрати, пов'язані з навчанням, адаптацією, перекваліфікацією, підвищенням кваліфікації. Зазначимо, що оцінки конкурентоспроможності мають бути інваріантними при допустимих перетвореннях у шкалах, що використані для вимірювань за одночасної наявності як кількісних, так і якісних характеристик.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Наразі перелік літературних джерел, що стосується формалізації та розв’язування задач за наявності багатовимірної інформації, як чіткої, так і нечіткої дуже великий, наприклад, [6]. Такі задачі виникають майже в усіх галузях людської діяльності. Проте, багатовимірні випадки визначення параметрів і характеристик об’єктів за наявності їхніх вимірювань за різними шкалами за класифікацією С. Стівенса розглядаються не в достатній мірі.

Проблема існування шкал вимірювання відношень схожості для визначення ознак об’єктів у шкалах порядку, відношень та інтервалів була викладена в [7]. Нехай $\{f_i\}$ ($i = 1, \ldots, M$) – множина ознак, що виміряні у фіксованих шкалах m_i на емпіричній множині A, $\mathfrak{M} = \{m_i\}$, $m_i(A)$ – сукупність шкальних значень згідно набору ознак, $x, y \in m_i(A) \subset R^{m_i}$, $i \in \{1, \ldots, M\}$, R^1 – множина дійсних чисел.

Мірою схожості називається числова функція $F(x, y)$, на яку накладаються три умови:

1) неперервність,

2) симетричність: $F(x, y) = F(y, x)$,

3) $0 \le F(x, y) \le 1$, причому $F(x, y) = 1 \Leftrightarrow x = y$.

Нехай міра схожості вимірюється у шкалі порядку. Як відомо, шкала порядку визначена з точністю до групи монотонно зростаючих неперервних відображень (допустимих перетворень) сукупності своїх шкальних значень у R^1.

Розглянемо клас непараметричних мір схожості, для яких згідно репрезентативній теорії вимірювань, повинна виконуватися така природна умова.

4) Адекватність: $F(x, y) \le F(z, t) \Leftrightarrow F(x', y') \le F(z', t')$ за довільних перетворень шкали порядку $\gamma : m_i \to m'$ та $x, y, z, t \in m_i(A)$.

Функції, які задовольняють умовам 1) – 4), називають адекватними (парними) мірами схожості.

Доведено такі теореми [7].

Теорема 1. Для шкал порядку клас адекватних мір схожості – пустий.

Теорема 2. Клас адекватних мір схожості для шкал відношень або інтервалів – пустий для $M \ge 2$.

Наслідком цих теорем є висновок про неможливість коректного (адекватного) визначення мір схожості або відмінності для виділеного класу задач.

Пропонується використовувати параметричні міри схожості, що дозволяють зберігати незмінними їхні значення при заміні шкал на еквівалентні [7]. Наприклад, використовувати нормування – ділення на середньоквадратичне відхилення або максимальну різницю значень за кожною з ознак для кількісних шкал. З обчислювальної точки зору таке нормування еквівалентне введенню спеціальних одиниць виміру (відповідно, одиниць середньоквадратичної або максимальної частки діапазону відхилень – різниць – виміряної ознаки).

Проте, для кількісних шкал такий підхід не є задовільним в методичному відношенні, оскільки результати можуть залежати від конкретної вибірки [8]. Крім того, залишається відкритим питання про спосіб введення адекватних мір схожості для шкал порядку, тим більше для випадків, коли ознаки вимірюються одночасно як в кількісних, так і в якісних шкалах.

Іншими словами, с точки зору автора роботи [7], неможлива в певних ситуаціях коректна (адекватна) побудова мір схожості, та, відповідно, мір відмінності (за потреби, на основі мір відмінності вводиться метрика в просторі різнотипних ознак). Це означає неможливість коректної формалізації задач за одночасного використання якісних та кількісних ознак, критеріїв тощо.

Ця проблема зазвичай формулюється або як проблема розробки методів і алгоритмів, що працюють зі змішаною кількісно-якісною інформацією, або як проблема агрегування оцінок у моделях зі змішаною кількісно-якісною інформацією [9].

Зокрема, у роботах [10], [11] розглядаються алгоритми кластеризації, що застосовні до даних із пропущеними значеннями, що вигідно відрізняє ці підходи від класичних алгоритмів кластеризації, для застосування яких, зазвичай, неураховувались спостереження із пропущеними значеннями.

Для вирішення проблем з різнотипними даними пропонується проводити формалізацію задач з урахуванням математичного апарату теорії нечітких множин [12]. Міри схожості для різних модифікацій та розширень моделей нечітких множин наведено, наприклад, в [13–17].

Розв'язання задачі вибору претендента, який найбільш відповідає посаді або професії, або впорядкування за конкурентоспроможністю сукупності працівників ґрунтується, найчастіше, на згортці значень їхніх характеристик в інтегральний показник, який дозволяє побудувати відображення простору характеристик на дійсну пряму. Основні труднощі побудови такого відображення пов'язані з тим, що характеристики працівників вимірюються за різними шкалами, а значення якісних характеристик часто задаються вербально з великою мірою невизначеності. Наприклад, можуть задаватися три градації характеристики «стаж роботи»: малий, середній, великий; п'ять градацій характеристики «досвід роботи» за основним фахом: не менше року, не менше трьох років, майже п'ять років, не менше п'яти років, більше п'яти років.

Для оцінки конкурентоспроможності, як правило, використовують бальні методи. У роботі [5] наведено бальний спосіб розрахунку таких показників з урахуванням вагових коефіцієнтів. Правомірність такого підходу при словесному (лінгвістичному) описі характеристик, найчастіше, непереконлива, а значення вагових коефіцієнтів важко обґрунтувати. Наприклад, в [18] наведені випадки, коли бальні оцінки можуть не відповідати реальній ситуації при аналізі якісних показників.

Для задач, де змінні зазнали суттєвого впливу спотворюючих факторів, тобто спостерігаються із похибками, досліджується клас моделей з похибками в змінних (error-in-variables). Для таких моделей у задачах регресії окремо розглядають задачі прогнозування значень залежної змінної та задачі ідентифікації коефіцієнтів моделі, оскільки розв'язки таких задач, які володіють хорошими властивостями з точки зору теорії, а отже можуть розглядатися як оптимальні на практиці, досягаються з використанням різних оціночних функцій. Задача прогнозування для моделей регресії з похибками у змінних розглядалася у [19]. Властивості оцінок коефіцієнтів множинної векторної лінійної регресійної моделі з похибками у змінних, які дозволяють зменшити похибку оцінювання при практичному використанні розглядалися у [20].

Формулювання мети дослідження

Метою дослідження є теоретичне обґрунтування та розробка інваріантної процедури розв'язання задачі упорядкування та вибору претендентів на вільні посади підприємства на основі оцінки їхньої конкурентоспроможності з урахуванням якісної та кількісної інформації, яка може бути отриманою на основі експертних оцінок

Викладення основного матеріалу дослідження

Вищенаведені задачі згідно класифікації Г. Саймона та А. Ньюелла [21] є слабкоструктурованими задачами.

Для розв'язання цих задач використаємо математичний апарат теорії нечітких множин.

Нечіткі множини, функції належності яких вимірюються за різними шкалами, назвемо недовизначеними нечіткими множинами. Метою введення поняття «недовизначена нечітка множина» є урахування наявності невизначеності числових вимірювань функції належності у шкалах порядку, інтервалів та відношень. Невизначеність такого виду породжується сутністю поняття «шкала вимірювань» у репрезентативній теорії вимірювань, яке подається групою функцій належності, які пов'язані допустимими перетвореннями.

Розглянемо одну із проблем, яка виникає за умов такої невизначеності. Нехай множина емпіричних об'єктів X має одну якісну властивість w, яка має дві нечіткі градації t_1, t_2, що вимірюються за одновимірними шкалами. Тоді, результати вимірювань $\forall x \in X$ визначають нечітку множину у сенсі Л. Заде $\tilde{A}_x = \left\{\left(t_1, \mu_{t_1}(x)\right), \left(t_2, \mu_{t_2}(x)\right)\right\}$.

Якщо значення $\mu_{t_1}(x)$, $\mu_{t_2}(x)$ вимірюються за однією й тією ж шкалою, то $\tilde{A}_x$ $\forall x \in X$ – гомогенна нечітка підмножина множини $\{t_1, t_2\}$, однак, якщо значення $\mu_{t_1}(x)$, $\mu_{t_2}(x)$ вимірюються за різними шкалами, то $\tilde{A}_x$ є гетерогенною нечіткою підмножиною множини $\{t_1, t_2\}$ [22].

Для гомогенних нечітких множин при строго монотонному перетворенні, яке є допустимим у шкалі порядку, зберігається відношення строгого порядку $x \succ y \Leftrightarrow \left(\mu_{t_1}(x) \geq \mu_{t_1}(y)\right) \& \left(\mu_{t_2}(x) \geq \mu_{t_2}(y)\right)$, причому хоча б одна нерівність є строгою. Наприклад: нехай $0 < \alpha < 1$, $\mu_{t_1}(x) = \mu_{t_1}(y)$, $\mu_{t_2}(x) > \mu_{t_2}(y)$, тоді $\alpha\mu_{t_1}(x) = \alpha\mu_{t_1}(y)$, $\alpha\mu_{t_2}(x) > \alpha\mu_{t_2}(y)$. Однак ці відношення, вочевидь, не зберігаються за допустимих перетворень для гетерогенних нечітких множин. Таким чином, недовизначеність нечітких множин обумовлює необхідність розробки спеціальних методів обробки вихідних даних з метою забезпечення гомоморфізму емпіричної та математичної моделей.

Для того, щоб розширити класи моделей нечітких множин, що досліджуються, використаємо більш загальне означення функції належності нечіткої множини $\underset{\sim}{A}$, а саме: $\mu_{\underset{\sim}{A}} : U \to M$, де M – повністю упорядкована множина або множина належностей. Множина M може також бути множиною значень деякої лінгвістичної змінної. Це дозволяє розглядати неструктуровані та слабкоструктуровані задачі, у яких якісна інформація подана природною мовою. Наприклад, лінгвістична змінна «конкурентоздатність» може мати три значення: висока, середня, низька. Для людського мислення такий вербальний опис є природним. Невизначеність, що виникає при такому грануловані кількісної змінної, пов'язана з невизначеністю прообразів при відображенні значень кількісної змінної у значення лінгвістичної змінної.

Такого типу невизначеність може бути усунена, наприклад, у процесі експериментальних досліджень шляхом побудови функцій належності вербальних значень (термів) лінгвістичної змінної [23].

Розглянемо неформальну постановку задачі упорядкування та вибору претендентів на вільні посади підприємства на основі оцінки їхньої конкурентоспроможності. Вважаємо, що ідеальні характеристики претендента відомі. Наприклад, можна скористатися класичним поділом працівників на керівників, професіоналів, фахівців, технічних службовців і робітників, потім деталізувати вимоги у рамках кожної з категорій за професіями.

Як оцінку конкурентоспроможності претендента на вакантну посаду будемо використовувати ступінь його схожості з еталоном. Відповідно до репрезентативної теорії вимірювань така міра схожості має бути інваріантною при допустимих перетвореннях у шкалах, які були використані для вимірювань. Таке нечітке відношення схожості задаємо за допомогою коефіцієнту лінгвістичної кореляції, який визначимо так.

Коефіцієнт лінгвістичної кореляції. Нехай X – скінченна множина об'єктів (елементів) емпіричної системи, $W = \{w_1, ..., w_n\}$ – скінченна множина нечітких властивостей елементів множини X, визначених вербально. Нехай властивість $w_i \in W$ має скінченну множину вербальних значень $T_{w_i} = \left\{t_1^i, ..., t_{m(w_i)}^i\right\}$, $m(w_i)$ – кількість значень властивості $w_i \in W$.

Назвемо коефіцієнтом лінгвістичної кореляції (КЛК)

$$K_{\text{lingv}}(x, y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} k_i(x, y), \tag{1}$$

і парціальним коефіцієнтом лінгвістичної кореляції

$$k_i(x, y) = \tilde{\tau}_i^*\left(\tilde{D}_x^i, \tilde{D}_y^i\right) = \left(\sum_{j=1}^{m(w_i)} \min\left(\eta_x(t_j^i), \eta_y(t_j^i)\right) \middle/ \sum_{j=1}^{m(w_i)} \max\left(\eta_x(t_j^i), \eta_y(t_j^i)\right)\right), \tag{2}$$

де $\tilde{\tau}_i^*\left(\tilde{D}_x^i, \tilde{D}_y^i\right)$ – парціальна міра схожості у математичній моделі за властивістю $w_i \in W$, $\tilde{D}_x^i$ та $\tilde{D}_y^i$ – результати вимірювань значень властивості $w_i \in W$, відповідно, елементів $x, y \in X$, n – загальна кількість властивостей, $\eta_x(t_j^i)$ визначає міру належності значення t_j^i властивості w_i елемента $x \in X$, $j \in \{1, ..., m(w_i)\}$, $i \in \{1, ..., n\}$.

Парціальний КЛК визначає значення парціальної міри схожості на множині емпіричних об'єктів X.

При вимірюваннях значень функцій належності за абсолютною шкалою $k_i(x, x) = 1$, $k_i(x, y) = k_i(y, x)$, $K_{\text{lingv}}(x, x) = 1$, $K_{\text{lingv}}(x, y) = K_{\text{lingv}}(y, x)$, $k_i(x, y) \in [0, 1]$, $K_{\text{lingv}}(x, y) \in [0, 1]$, тобто за формулами (1), (2) визначено нечітку міру схожості на X×X: $\tilde{\tau}(x, y) = K_{\text{lingv}}(x, y)$. Так як оператори min і max є допустимими для шкал порядку, інтервалів, відношень та абсолютної [8], справедливі такі теореми.

Теорема 3. При вимірюванні значень функції належності нечіткої якісної властивості $w_i \in W$ за шкалою відношень, $i \in \{1, ..., n\}$, парціальна нечітка міра схожості (2) – інваріантна.

Доведення. При вимірюваннях значень функції належності за шкалою відношень отримаємо таку рівність:

$$k_i(x, y) = \tilde{\tau}_i^*\left(\tilde{D}_x^i, \tilde{D}_y^i\right) = \left(\sum_{j=1}^{m(w_i)} \min\left(\eta_x(t_j^i), \eta_y(t_j^i)\right) \middle/ \sum_{j=1}^{m(w_i)} \max\left(\eta_x(t_j^i), \eta_y(t_j^i)\right)\right) =$$

$$= \left(\sum_{j=1}^{m(w_i)} \min\left(\alpha\eta_x(t_j^i), \alpha\eta_y(t_j^i)\right) \middle/ \sum_{j=1}^{m(w_i)} \max\left(\alpha\eta_x(t_j^i), \alpha\eta_y(t_j^i)\right)\right),$$

так як допустимим перетворенням значень функції належності за цією шкалою є перетворення подібності, а саме, $y = \alpha x$, де $0 < \alpha < 1$.

Теорема доведена.

Теорема 2. Існує допустиме монотонне перетворення $\psi\left(\eta_x(t_j^i)\right)$, $t_j^i \in T_{w_i}$, яке призводить до інваріантності значень функції належності парціальної нечіткої міри схожості (2), $i \in \{1,...,n\}$, при вимірюваннях значень функцій належності нечіткої якісної властивості за шкалою порядку та шкалою інтервалів.

Доведення. Нехай послідовність значень $A = \left(\eta_{x_1}(t_j^i),...,\eta_{x_k}(t_j^i),...,\eta_{x_N}(t_j^i)\right)$ – результат вимірювань значень t_j^i властивості w_i сукупності емпіричних об'єктів $X = \{x_1,...,x_N\}$. Позначимо $a_k = \eta_{x_k}(t_j^i)$, $a_k \in [0,1]$. Впорядкуємо елементи послідовності A за зростанням, отримаємо ранжирувану послідовність $A' = \left(a_{k_1} \le ... \le a_{k_r} \le ... \le a_{k_N}\right)$, номер r – ранг елемента $a_k \in A$, $1 \le r \le N$, у випадку, коли в послідовності A відсутні однакові елементи $a_{k_r} \ne a_{k_{r+1}}$. За наявності ($m+1$) елементів, таких, що $a_{k_p} = a_{k_{p+1}} = ... = a_{k_{p+m}}$, для послідовності A використаємо дробові ранги $(p+…+(p+m))/(m+1)$ в інтервалі значень $[p, p+m]$. І в першому, і в другому випадках загальна сума рангів дорівнює $N(N+1)/2$. Нехай $r(a_k)$ – значення рангу елемента a_k, $r(a_k) \in [1, N]$. Монотонне перетворення φ, яке не змінює відношення порядку, допустиме у шкалі порядку, а саме: $a_k = a_m \Rightarrow \varphi(a_k) = \varphi(a_m)$, $a_k > a_m \Rightarrow \varphi(a_k) > \varphi(a_m)$. При таких перетвореннях значення рангів $r(a_k)$ у послідовності A' не змінюються. Нехай $\psi(a_k) = r(a_k)/N$, так як $r(a_k) \in [1, N]$, то $0 < \psi(a_k) \le 1$. Значення $\psi(a_k)$ не змінюється при будь-якому допустимому монотонному перетворенні φ в шкалі порядку. Отже, при застосуванні перетворення ψ значення функції належності парціальної нечіткої міри схожості

$$k_i(x,y) = \left(\sum_{j=1}^{m(w_i)} \min\left(\psi\left(\eta_x(t_j^i)\right), \psi\left(\eta_y(t_j^i)\right)\right) \Big/ \sum_{j=1}^{m(w_i)} \max\left(\psi\left(\eta_x(t_j^i)\right), \psi\left(\eta_y(t_j^i)\right)\right)\right)$$

є інваріантними. Таке перетворення допустиме і у шкалі інтервалів.

Теорема доведена.

Інваріантність парціальних мір схожості призводить до інваріантності КЛК, використання якого як міри схожості забезпечує адекватність формальної моделі емпіричної системи.

Зазначимо, що словесне подання характеристик за наявності базової кількісної змінної можна формалізувати, використовуючи поняття лінгвістичної змінної, визначене Л. Заде в [24]. Тоді результати вимірювання характеристик в загальному випадку можна подати у вигляді нечіткої дискретної множини.

Наведемо формальну постановку задачі. Нехай X – скінченна множина (об'єктів) елементів емпіричної системи, W – скінченна множина нечітких властивостей елементів множини X, визначених вербально. Результат вимірювань значень функцій належності за сукупністю властивостей $W = \{w_1, ..., w_n\}$, n – кількість властивостей, може бути гомогенною або гетерогенною нечіткою множиною, функцію належності якої визначаємо так: $\mu_W : X \to L_1 \times ... \times L_n$, де L_i – ґратка, $\mu_W(x) = (\mu_1(x),...,\mu_n(x))$, $\mu_i : X \to L_i$, $i = \{1,...,n\}$.

Вважаємо, що властивість $w_i \in W$ має скінченну множину $T_i = \left\{t_1^i,...,t_{m(w_i)}^i\right\}$ вербальних значень (ознак, градацій, лінгвістичних термів), $m(w_i)$ – кількість цих значень. Нехай значення $\left\{t_1,...,t_{m(w_i)}\right\}$ властивості $w_i \in W$ вимірюються за певною шкалою, тобто результат вимірювання властивості w_i є гомогенною нечіткою підмножиною множини T_i.

Нехай x_{em} – еталонний елемент, властивості якого вважаються найкращими. Елемент x_{em} – верхня грань ґратки $L = L_1 \times ... \times L_n$. Вважаємо, що $x_{em} \in X$. Сформулюємо задачу так: упорядкувати задану множину елементів X відносно еталону x_{em} на основі множини характеристик W.

Для порівняння схожості елементів x із заданої множини X з еталонним елементом x_{em} використовуємо КЛК, який обчислюємо за формулами

$$K_{\text{lingv}}(x, x_{em}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} k_i(x, x_{em}),\ k_i(x, x_{em}) = \tilde{\tau}_i^*\left(\tilde{D}_x, \tilde{D}_{x_{em}}\right),$$

$$\tilde{\tau}_i^*\left(\tilde{D}_x, \tilde{D}_{x_{em}}\right) = \left(\sum_{j=1}^{m(w_i)} \min\left(\eta_x(t_j^i), \eta_{x_{em}}(t_j^i)\right) \Big/ \sum_{j=1}^{m(w_i)} \max\left(\eta_x(t_j^i), \eta_{x_{em}}(t_j^i)\right)\right),$$

де $k_i(x, x_{em})$ – парціальний КЛК, який визначає значення парціальної міри схожості на множині емпіричних об'єктів X за властивістю $w_i \in W$, $\tilde{\tau}_i^*\left(\tilde{D}_x^i, \tilde{D}_{x_{em}}^i\right)$ – парціальна міра схожості у математичній моделі за властивістю $w_i \in W$ у випадках вимірювання гомогенної властивості w_i за абсолютною шкалою або шкалами порядку, відношень чи інтервалів; $\tilde{D}_x^i$ та $\tilde{D}_{x_{em}}^i$ – результати вимірювань значень властивості $w_i \in W$, відповідно, елементів $x \in X$ та $x_{em} \in X$, n – загальна кількість властивостей, $\eta_x(t_j^i)$ та $\eta_{x_{em}}(t_j^i)$ визначають міру належності значення t_j^i властивості w_i, відповідно, елементів x, x_{em}, $i \in \{1,...,n\}$, $j \in \{1, ..., m(w_i)\}$.

Згідно теореми 3 значення $K_{\text{lingv}}(x, x_{em})$ – інваріантні при допустимих перетвореннях у шкалах відношень. Згідно теореми 4 для забезпечення інваріантності $K_{\text{lingv}}(x, x_{em})$ у випадках вимірювань значень властивості $w_i \in W$ за шкалою порядку або шкалою інтервалів замість значень $\eta_x(t_j^i)$, $\eta_y(t_j^i)$ застосовуємо нормовані значення рангів (за необхідності використовуємо дробові ранги).

Визначимо на множині X відношення нестрогого порядку. Вважаємо, що елемент $x \in X$ – еквівалентний елементу $y \in X$: $x \sim y$, якщо $K_{\text{lingv}}(x, x_{em}) = K_{\text{lingv}}(y, x_{em})$, а елемент $x \in X$ є більш прийнятним, ніж елемент $y \in X$, $x \succ y$, якщо $K_{\text{lingv}}(x, x_{em}) > K_{\text{lingv}}(y, x_{em})$.

Введене відношення нестрогого порядку дозволяє розв'язати поставлену задачу упорядкування множини X або знайти кращий (найбільш прийнятний) елемент (елементи).

Приклад. Нехай перед менеджером відділу менеджменту, який займається підбором персоналу для певного промислового підприємства, стоїть завдання вибору кількох кращих представників з претендентів на посади інженерів технічного відділу підприємства, яке випускає електронну апаратуру, наприклад, для нової моделі комплексу безпілотних літальних апаратів.

Припустимо, що для визначення найкращих претендентів необхідно отримати оцінки їхньої конкурентоспроможності за сукупністю двох нечітких якісних характеристик (w_1, w_2), де w_1 – стаж роботи, w_2 – рівень кваліфікації, та за однією кількісною характеристикою w_3, яка визначена за абсолютною шкалою, а саме, w_3 – кількість друкованих статей, патентів, актів впровадження. Характеристики w_1, w_2 – нечіткі багатовимірні експертні оцінки, які вимірюються в шкалах порядку. Нехай характеристика «стаж роботи» має дві градації $w_1 = (t_1^1,\ t_2^1)$, де t_1^1 – стаж роботи за профілем підприємства, t_2^1 – стаж роботи з програмованими логічними матрицями та відповідним програмним забезпеченням. Припустимо, що характеристика «рівень кваліфікації» має три градації $w_2 = (t_1^2,\ t_2^2,\ t_3^2)$, де t_1^2 – володіння іноземними мовами, t_2^2 – володіння мовами програмування із заданого переліку, t_3^2 – стаж роботи у провідних галузевих підприємствах. Нехай $m = 2$ – кількість вакансій, $X = \{x_i\}_{i=1}^{p}$ – множина p претендентів. Задамо кількість претендентів $p = 4$. Нехай характеристика «кількість друкованих статей, патентів актів впровадження» ідеального претендента дорівнює 10, а інших претендентів, відповідно, дорівнює (1; 5; 4; 6).

Нехай менеджер поставив такі оцінки градаціям $t_1^1,\ t_2^1$ характеристики w_1 претендентам на вакансії, а саме: $x_1 - (0,6;0,9)$, $x_2 - (0,5;0,4)$, $x_3 - (0,3;0,7)$, $x_4 - (0,4;0,5)$. Вважаємо, що ідеальний претендент має максимальне значення градацій характеристики w_1, $x_{id} - (1;1)$. Тоді, за градаціями t_1^1, t_2^1 характеристики w_1 отримаємо такі послідовності оцінок, які були поставлені менеджером:

$$\left(t_1^1(x_1), t_1^1(x_2), t_1^1(x_3), t_1^1(x_4), t_1^1(x_{id})\right) = (0,6;0,5;0,3;0,4;1),$$

$$\left(t_2^1(x_1), t_2^1(x_2), t_2^1(x_3), t_2^1(x_4), t_2^1(x_{id})\right) = (0,9;0,4;0,7;0,5;1).$$

Відповідний вектор рангів оцінок t_1^1, упорядкованих за зростанням, для послідовності $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_{id})$ матиме вигляд: $\left(r_1^1(x_1), r_1^1(x_2), r_1^1(x_3), r_1^1(x_4), r_1^1(x_{id})\right) = (4;3;1;2;5)$.

За аналогією, запишемо вектор рангів оцінок t_2^1: $\left(r_2^1(x_1), r_2^1(x_2), r_2^1(x_3), r_2^1(x_4), r_2^1(x_{id})\right) = (4;1;3;2;5)$.

Так як значення рангів є інваріантними до допустимих (монотонних) перетворень у шкалі порядку, то значення функцій належності нечітких характеристик w_1, w_2 обчислюємо шляхом ділення рангових оцінок на максимальне значення рангу, що дорівнює 5. Тоді, для упорядкованої сукупності $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_{id})$, відповідно, отримаємо значення функцій належності оцінок t_1^1 и t_2^1:

$$\left(\eta_{x_1}(t_1^1), \eta_{x_2}(t_1^1), \eta_{x_3}(t_1^1), \eta_{x_4}(t_1^1), \eta_{x_{id}}(t_1^1)\right) = (0,8;0,6;0,2;0,4;1),$$

$$\left(\eta_{x_1}(t_2^1), \eta_{x_2}(t_2^1), \eta_{x_3}(t_2^1), \eta_{x_4}(t_2^1), \eta_{x_{id}}(t_2^1)\right) = (0,8;0,2;0,6;0,4;1).$$

Нехай менеджер поставив для претендентів такі оцінки градаціям $t_1^2,\ t_2^2,\ t_3^2$ характеристики w_2: $x_1 - (0,8;0,7;0,3)$, $x_2 - (0,3;0,6;0,8)$, $x_3 - (0,5;0,9;0,2)$, $x_4 - (0,6;0,8;0,6)$. Ідеальний претендент має максимальне значення градацій характеристики w_2, $x_{id} - (1;1;1)$. Запишемо послідовності оцінок менеджером градацій $t_1^2,\ t_2^2,\ t_3^2$ характеристики w_2:

$$\left(t_1^2(x_1), t_1^2(x_2), t_1^2(x_3), t_1^2(x_4), t_1^2(x_{id})\right) = (0,8;0,3;0,5;0,6;1),$$

$$\left(t_2^2(x_1), t_2^2(x_2), t_2^2(x_3), t_2^2(x_4), t_2^2(x_{id})\right) = (0,7;0,6;0,9;0,8;1),$$

$$\left(t_3^2(x_1), t_3^2(x_2), t_3^2(x_3), t_3^2(x_4), t_3^2(x_{id})\right) = (0,3;0,8;0,2;0,6;1).$$

Для послідовності $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_{id})$ відповідний вектор рангів оцінок t_1^2 матиме такий вигляд: $\left(r_1^2(x_1), r_1^2(x_2), r_1^2(x_3), r_1^2(x_4), r_1^2(x_{id})\right) = (4;1;2;3;5)$.

Запишемо вектор рангів оцінок $t_2^2 - \left(r_2^2(x_1), r_2^2(x_2), r_2^2(x_3), r_2^2(x_4), r_2^2(x_{id})\right) = (2;1;4;3;5)$, і вектор рангів оцінок $t_3^2 - \left(r_3^2(x_1), r_3^2(x_2), r_3^2(x_3), r_3^2(x_4), r_3^2(x_{id})\right) = (2;4;1;3;5)$.

Значення функцій належності нечітких градацій $t_1^2,\ t_2^2,\ t_3^2$ обчислюємо шляхом ділення рангових оцінок на максимальне значення рангу, яке дорівнює 5. Таким чином, для упорядкованої сукупності $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_{id})$ отримаємо значення функцій належності оцінок $t_1^2,\ t_2^2,\ t_3^2$:

$$\left(\eta_{x_1}(t_1^2), \eta_{x_2}(t_1^2), \eta_{x_3}(t_1^2), \eta_{x_4}(t_1^2), \eta_{x_{id}}(t_1^2)\right) = (0,8;0,2;0,4;0,6;1),$$

$$\left(\eta_{x_1}(t_2^2), \eta_{x_2}(t_2^2), \eta_{x_3}(t_2^2), \eta_{x_4}(t_2^2), \eta_{x_{id}}(t_2^2)\right) = (0,4;0,2;0,8;0,6;1),$$

$$\left(\eta_{x_1}(t_3^2), \eta_{x_2}(t_3^2), \eta_{x_3}(t_3^2), \eta_{x_4}(t_3^2), \eta_{x_{id}}(t_3^2)\right) = (0,4;0,8;0,2;0,6;1).$$

Для оцінки міри схожості претендента $x_p \in X$ $\left(p \in \{1, 2, 3, 4\}\right)$ з ідеальним претендентом x_{id} використовуємо $K_{\text{lingv}}(x_p, x_{id})$, який обчислюємо так:

$$K_{\text{lingv}}(x_p, x_{id}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} k_i(x_p, x_{id}),\ k_i\left(x_p, x_{id}\right) = \tilde{\tau}_i^*\left(\tilde{D}_{x_p}^i, \tilde{D}_{x_{id}}^i\right),$$

$$\tilde{\tau}_i^*\left(\tilde{D}_{x_p}^i, \tilde{D}_{x_{id}}^i\right) = \left(\sum_{j=1}^{m(w_i)} \min\left(\eta_{x_p}(t_j^i), \eta_{x_{x_{id}}}(t_j^i)\right) \Big/ \sum_{j=1}^{m(w_i)} \max\left(\eta_{x_p}(t_j^i), \eta_{x_{x_{id}}}(t_j^i)\right)\right),$$

де $k_i(x_p, x_{id})$ – парціальний КЛК, який визначає значення парціальної міри схожості на множині емпіричних об'єктів $X \times X$ за властивістю $w_i \in W$; $\tilde{\tau}_i^*\left(\tilde{D}_{x_p}, \tilde{D}_{x_{id}}\right)$ – парціальна міра схожості у математичній моделі за властивістю $w_i \in W$; $\tilde{D}_{x_p}^i$ та $\tilde{D}_{x_{id}}^i$ – результати вимірювань значень властивості $w_i \in W$, відповідно, елементів $x_p \in X$ та $x_{id} \in X$; n = 3– загальна кількість властивостей; $\eta_{x_p}(t_j^i)$ та $\eta_{x_{id}}(t_j^i)$ визначають міру належності значення t_j^i властивості w_i, відповідно, елементів x_p, x_{id}; $m(w_1) = 2$, $m(w_2) = 3$, $m(w_3) = 1$.

Тоді, за вищенаведеними формулами отримаємо:

$$k_1\left(x_1, x_{id}\right) = \left(0,8 + 0,8\right)/2 = 0,80;\ k_2\left(x_1, x_{id}\right) = \left(0,8 + 0,4 + 0,4\right)/3 = 0,53;\ k_3(x_1, x_{\text{id}}) = 0,\ 1;$$
$$K_{\text{lingv}}(x_1, x_{id}) = \left(0,80 + 0,53 + 0,1\right)/3 = 0,48;$$

$$k_1\left(x_2, x_{id}\right) = \left(0,6 + 0,2\right)/2 = 0,40;\ k_2\left(x_2, x_{id}\right) = \left(0,2 + 0,2 + 0,8\right)/3 = 0,40;\ k_3(x_2, x_{\text{id}}) = 0,5;$$
$$K_{\text{lingv}}(x_2, x_{id}) = \left(0,40 + 0,40 + 0,5\right)/3 = 0,43.$$

$$k_1\left(x_3, x_{id}\right) = \left(0,2 + 0,6\right)/2 = 0,40;\ k_2\left(x_3, x_{id}\right) = \left(0,4 + 0,8 + 0,2\right)/3 = 0,47;\ k_3(x_3, x_{\text{id}}) = 0,4;$$
$$K_{\text{lingv}}(x_3, x_{id}) = \left(0,40 + 0,47 + 0,4\right)/3 = 0,42;$$

$$k_1\left(x_4, x_{id}\right) = \left(0,4 + 0,4\right)/2 = 0,40;\ k_2\left(x_4, x_{id}\right) = \left(0,6 + 0,6 + 0,6\right)/3 = 0,60;\ k_3(x_4, x_{\text{id}}) = 0,6;$$

$$K_{\text{lingv}}(x_4, x_{id}) = \left(0,6 + 0,4 + 0,6\right)/3 = 0,53.$$

Згідно проведеним обчисленням маємо

$$K_{\text{lingv}}(x_4, x_{id}) > K_{\text{lingv}}(x_1, x_{id}) > K_{\text{lingv}}(x_2, x_{id}) > K_{\text{lingv}}(x_3, x_{id}).$$

Отже, робимо висновок: отримані оцінки конкурентоспроможності претендентів, що обчислені за допомогою КЛК, і для яких використані експертні оцінки багатовимірних нечітких характеристик, дві з яких подані в шкалах порядку, а одна в абсолютній шкалі, стверджують, що одну із двох вакансій слід запропонувати претенденту x_4, а другу вакансію слід запропонувати претенденту x_1.

Висновки

Запропоновано процедуру формалізації та розв'язування задач упорядкування та вибору претендентів на вільні робочі місця підприємства за наявності нечіткої експертної інформації, яка забезпечує можливість уникнути побудови згортки значень характеристик, виміряних за різними шкалами, та забезпечує інваріантність розв'язку при допустимих перетвореннях результатів вимірювань. Розв'язок задач ґрунтується на окремому порівнянні одноіменних характеристик еталону (претендента з найкращими характеристиками відносно посади або професії) і характеристик наявних претендентів на основі використання коефіцієнту лінгвістичної кореляції. Приведено приклад формалізації та розв'язування однієї задачі вибору щодо призначення за конкурсом кращих кандидатів з наявних претендентів на вакантні посади промислового підприємства при вимірюванні їхніх характеристик за шкалами порядку та абсолютною шкалою.

Запропонований підхід може бути основою для розробки алгоритмів розв'язання задач упорядкування та вибору в умовах невизначеності, обумовленої нечіткістю та наявністю початкових даних, які визначені у різних шкалах.

Список використаної літератури

1. Портер М. Конкуренция. М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. 96 с.
2. Овчаренко Г.М., Шабрацький С.В. Конкурентоспроможність персоналу та її вплив на формування нематеріальних активів підприємства. URL: http://www.ukr.vipreshebnik.ru/ upr-presonal/4359-konkurentospromozhnist-personaluta-jiji-vpliv-na-formuvannya-nematerialnikh-aktivivpidpriemstva.html
3. Олійник А.С., Піхуля О.Г., Романова О.В., Лопан А.М. Конкурентноспрможність персоналу як складова ефективної діяльності підприємства. *Економіка&Держава.* 2020. № 1. С. 97 – 101.
4. Полоус О.В., Лукій Т.Р. Конкурентоспроможності людського капіталу в умовах глобалізації. *Причорноморські економічні студії.* 2018. Випуск 35. С. 16 – 21. 5.pdf (bses.in.ua).
5. Грішнова О., Шпирко О. Конкурентоспроможність персоналу підприємства: критерії визначення та показники вимірювання. *Україна: аспекти праці.* 2004. № 3. С. 3 – 9.
6. Зак Ю.А. Кластерный анализ для многомерных объектов в условиях нечетких данных. *System Research & Information Technologies.* 2021. № 2. С. 18 – 34. DOI: 10.20535/SRIT.2308-8893.2021.2.02

7. Шусторович А.М. Об адекватных парных мерах сходства в задачах распознавания образов с разнородными признаками. *Вопросы обработки информации при проектировании систем.* Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1977. С. 147 – 152.

8. Миркин Б.Г. Анализ качественных признаков и структур. М.: Статистика, 1980. 319 с.

9. Інформатика в Україні: становлення, розвиток, проблеми. /Сергієнко І.В.; за заг. ред. Капітонова Ю.В., Лебедєва Т.Т. Київ: НАН України, Ін-т кібернетики імені В.М. Глушкова. Київ: Наукова думка, 1999. 354 с.

10. Boluki Sh., Dadanech S.Z., Quin X., Dougherty E.R. Optimal clustering with missing values. *BMC Bioinformatics.* 20 (12):321. 2019. https://doi.org/10.1186/s12859-019-2832-3

11. Wagstaff K. Clustering with Missing Values: No Imputation Required. In: Classification, Clustering, and Data Mining Applications. *Proceedings of the Meeting of the International Federation of Classification Societies (IFCS).* Illinois Institute of Technology, Chicago, 15–18 July 2004. P. 649–658. 2004. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17103-1_61

12. Hulianytskyi L., Riasna I. On Fuzzy Similarity Relations for Heterogeneous Fuzzy Sets. *II International Scientific Symposium «Intelligent Solutions» IntSol-2021, September 28–30, 2021, Kyiv-Uzhhorod, Ukraine IntSol*, 48 – 59. CEUR-WS.org/vol–3018/Paper_5.pdf

13. Hussain A., Ullah K., Alshahrani M.N., Yang M.S., Pamucar D. Novel Aczel-Alsina operators for Pythagorean fuzzy sets with application in multi-attribute decision making. *Symmetry.* 2022. 14. P. 940. https://doi.org/10.3390/sym14050940

14. Liu D., Chen X., Peng D. Some cosine similarity measures and distance measures between q-rung orthopair fuzzy sets. *Int. J.Intell. Syst.* 2019. 34. P. 1572 – 1587. https://doi.org/10.1002/int.22108

15. Peng X., Liu L. Information measures for q-rung orthopair fuzzy sets. *Int. J. Intell. Syst.* 2019. 34. P. 1795 – 1834. https://doi.org/10.1002/int.22115

16. Yang M.S., Ali Z., Mahmood T. Three-way decisions based on q-rung orthopair fuzzy 2-tuple linguistic sets with generalized Maclaurin symmetric mean operators. *Mathematics.* 2021. 9. P. 1387. DOI:10.3390/math9121387

17. Joshi B.P., Gegov A. Confidence levels q-rung orthopair fuzzy aggregation operators and its applications to MCDM problems. *Int. J. Intell. Syst.* 2020. 35. P. 125 – 149. https://doi.org/10.1002/int.22203

18. Орлов А.И. Объекты нечисловой природы. *Заводская лаборатория*. 1995. 61. № 3. С. 41 – 52.

19. Kukush A., Senko I. Prediction in polynomial errors-in-variables models. *Modern Stochastics: Theory and Applications.* 7(2). P. 203 – 219. 2020. https://doi.org/10.15559/20-VMSTA154

20. Sen'ko I. O. The asymptotic normality of an adjusted least squares estimator in a multivariate vector errors-in-variables regression model. *Theor. Probability and Math. Statist.* 88. P. 175 – 190. 2014. https://doi.org/10.1090/S0094-9000-2014-00929-1

21. Simon H.A., Newell A. Heuristic problems solving: the next advance in operation research. *Operation Reserch*. 1958. v. 6. № 1. P. 1 – 10. https://www.jstor.org/stable/167397

22. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта: /под ред. Д.А. Поспелова. М.: Наука, 1986. 312 с.

23. Zadeh L.A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. *Information Sciences*. 1975. v. 8. P. 199 – 249. https://doi.org/10.1016/0020-0255(75)90036-5

References

1. Porter, M. (2003). Competition: M.: Williams Publishing House. [in Russian].

2. Ovcharenko, G.M., Shabratsky, S.V. Competitiveness to the staff and її having invested in the formation of intangible assets of the enterprise. [in Ukrainian]. URL: http://www.ukr.vipreshebnik.ru/ upr-presonal/4359-konkurentospromozhnist-personaluta-jiji-vpliv-na-formuvannya-nematerialnikh-aktivivpidpriemstva.html

3. Oliynik, A.S., Pikhulya, O.G., Romanova, O.V., Lopan, A.M. (2020). Competitiveness of the personnel as a warehouse for efficient operation of the enterprise. *Economy&State.* No. 1. 97 – 101. [in Ukrainian].

4. Polous, O.V., Lukiy, T.R. (2018). Competitiveness of human capital in the minds of globalization. *Prychornomorsk economic studios.* Issue 35. 16 – 21. [in Ukrainian]. 5.pdf (bses.in.ua)

5. Grishnova, O., Shpirko, O. (2004). Competitiveness of the personnel of the enterprise: criteria for the appointment and showing of vimiruvannya. *Ukraine: aspects of practice.* No. 3. 3 – 9. [in Ukrainian].

6. Zak, Yu.A. (2021). Cluster analysis for multidimensional objects in conditions of fuzzy data. *System Research & Information Technologies.* № 2. 18 – 34. [in Russian]. DOI: 10.20535/SRIT.2308-8893.2021.2.02

7. Shustorovich, A.M. (1977). On adequate pair measures of similarity in problems of pattern recognition with heterogeneous features. *Issues of information processing in the design of systems.* Novosibirsk: IM SO AN SSSR. 147 – 152. [in Russian].

8. Mirkin, B.G. (1980). Analysis of qualitative features and structures: M.: Statistics. [in Russian].

9. Informatics in Ukraine: formation, development, problems. (1999). /Sergienko I.V.; in general ed. Kapitonova Yu.V., Lebedeva T.T. Kyiv: NAS of Ukraine, Institute of Cybernetics named after V.M. Hlushkova: Kyiv: Naukova dumka. [in Ukrainian].

10. Boluki, Sh., Dadanech, S.Z., Quin X., Dougherty, E.R. (2019). Optimal clustering with missing values. BMC Bioinformatics. 20 (12):321. [in English]. https://doi.org/10.1186/s12859-019-2832-3

11. Wagstaff, K. (2004). Clustering with Missing Values: No Imputation Required. In: Classification, Clustering, and Data Mining Applications. *Proceedings of the Meeting of the International Federation of Classification Societies (IFCS)*, *Illinois Institute of Technology, Chicago, 15–18 July 2004*. 649–658. [in English]. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17103-1_61

12. Hulianytskyi, L., Riasna, I. (2021). On Fuzzy Similarity Relations for Heterogeneous Fuzzy Sets. *II International Scientific Symposium «Intelligent Solutions» IntSol-2021, September 28–30, Kyiv-Uzhhorod, Ukraine IntSol*, 48 – 59. [in English]. CEUR-WS.org/vol–3018/Paper_5.pdf

13. Hussain, A., Ullah, K., Alshahrani, M.N., Yang, M.S., Pamucar, D. (2022**).** Novel Aczel-Alsina operators for Pythagorean fuzzy sets with application in multi-attribute decision making. *Symmetry.* 14. 940. [in English]. https://doi.org/10.3390/sym14050940

14. Liu, D., Chen, X., Peng, D. (2019). Some cosine similarity measures and distance measures between q-rung orthopair fuzzy sets. *Int. J.Intell. Syst.* 34. 1572 – 1587. [in English]. https://doi.org/10.1002/int.22108

15. Peng, X., Liu, L. (2019). Information measures for q-rung orthopair fuzzy sets. *Int. J. Intell. Syst.* 34. 1795 – 1834. [in English]. https://doi.org/10.1002/int.22115

16. Yang, M.S., Ali, Z., Mahmood, T. (2021). Three-way decisions based on q-rung orthopair fuzzy 2-tuple linguistic sets with generalized Maclaurin symmetric mean operators. *Mathematics*. 9. 1387. [in English]. doi:10.3390/math9121387

17. Joshi, B.P., Gegov, A. (2020**).** Confidence levels q-rung orthopair fuzzy aggregation operators and its applications to MCDM problems. *Int. J. Intell. Syst.* 35. 125 – 149. [in English]. https://doi.org/10.1002/int.22203

18. Orlov, A.I. (1995). Objects of non-numerical nature. *Factory laboratory.* 61, No. 3. 41 – 52. [in Russian].

19. Kukush, A., Senko, I. (2020). Prediction in polynomial errors-in-variables models. *Modern Stochastics: Theory and Applications*. 7(2). 203 – 219. [in English]. https://doi.org/10.15559/20-VMSTA154

20. Sen'ko, I. O. (2014). The asymptotic normality of an adjusted least squares estimator in a multivariate vector errors-in-variables regression model. *Theor. Probability and Math. Statist.* 88, 175 – 190. (2014). [in English]. https://doi.org/10.1090/S0094-9000-2014-00929-1

21. Simon, H.A., Newell, A. (1958). Heuristic problems solving: the next advance in operation research. *Operation Reserch*. v. 6. № 1. 1 – 10. [in English].

22. Pospelov, D. A. (ed.) (1986). Fuzzy Sets in Models of Control and Artificial Intelligence: Nauka: Moscow. [in Russian].

23. Zadeh, L.A. (1975). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. *Information Sciences.* v. 8. 199 – 249. [in English]. https://doi.org/10.1016/0020-0255(75)90036-5