

СОЦІАЛЬНІ ТА ПОВЕДІНКОВІ НАУКИ

УДК 330.42 (075.8)

DOI <https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2024.3.48>

І. В. ВИГОДНЕР

старший викладач кафедри інформатики і комп'ютерних наук

Херсонський національний технічний університет

ORCID: 0000-0002-4476-557X

**КОМПЕТЕНТІСНИЙ ПІДХІД ПРИ ВИКЛАДАННІ ДИСЦИПЛІНИ
«ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ:
ОПТИМІЗАЦІЙНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ»**

У роботі розглянуто компетентнісний підхід при викладанні дисципліни «Економіко-математичні методи і моделі: оптимізаційні методи і моделі». Ця дисципліна належить до переліку нормативних навчальних дисциплін та є важливою і невід'ємною складовою підготовки студентів спеціальностей 051 – Економіка, 071 – Облік і оподаткування, 072 – Фінанси, банківська справа, страхування та фондовий ринок. Завданням спеціалістів, якими стануть сьогоднішні студенти цих спеціальностей, буде керування та оптимізація роботи економічних систем, знаходження траєкторії їх розвитку, забезпечення функціонування установ у напрямку максимальної економічної ефективності. Щоб відповідати таким вимогам, необхідно володіти методами математичного моделювання, вміти будувати економіко-математичні моделі, знати методи оптимізації економічних процесів та явищ.

Компетентнісний підхід до підготовки майбутніх економістів, обліківців, працівників банківської сфери, аналітиків сучасного виробництва робить дисципліну математичного циклу своєчасними та затребуваними. «Економіко-математичні методи та моделі» є одним з таких базових курсів. При цьому в сучасних умовах зв'язок теоретичної складової дисципліни та завдань практичної спрямованості стає ще більш актуальним.

Серед основних компетентностей, що набувають студенти вищезначених спеціальностей, виділяють інтегральні, загальні та спеціальні. Для демонстрації, яким чином формуються у студентів названі компетентності, обрано декілька тем: «Постановка задачі математичного програмування. Загальна економіко-математична модель задачі лінійного програмування», «Симплексний метод при розв'язанні задачі лінійного програмування». В ході розв'язання задачі розглянуто економічну інтерпретацію кожного кроку симплексного алгоритму. Наголошено, що задачі оптимізації з великою кількістю чинників доцільно вирішувати за допомогою сучасного інформаційного та програмного забезпечення.

Ключові слова: компетентнісний підхід, дисципліни економіко-математичного циклу, економіко-математичні методи і моделі, економічні спеціальності, задача математичного програмування, симплексний метод, практична спрямованість.

I. V. VYGODNER

Senior Lecturer at the Department of General Education, Humanities
and Natural Sciences

Kherson National Technical University

ORCID: 0000-0002-4476-557X

**COMPETENT APPROACH TO TEACHING THE DISCIPLINE
“ECONOMICS-MATHEMATICAL METHODS AND MODELS:
OPTIMIZATION METHODS AND MODELS”**

In this work, the competence approach in teaching the discipline "Economics-mathematical methods and models: optimization methods and models" is considered. This discipline belongs to the list of normative educational disciplines and is an important and integral component of the training of students of specialties 051 – Economics, 071 – Accounting and taxation, 072 – Finance, banking and insurance. The task of today's students of these specialties will be to manage and optimize the work of economic systems, find the trajectory of their development, and ensure the functioning of institutions in the direction of maximum economic efficiency. In order to meet such requirements, it is necessary to master the methods of mathematical modeling, to be able to build economic and mathematical models, to know the methods of optimizing economic processes and phenomena.

Among the main competencies acquired by students of the above specialties, integral, general and special competencies are distinguished. Several topics were chosen to demonstrate how students develop these competencies: "Conceptual aspects of mathematical modeling of the economy. Formulation of the problem of mathematical programming. General

economic-mathematical model of the problem of linear programming", "Simplex method for solving problems of linear programming". In the course of solving the problem, the economic interpretation of each step of the simplex algorithm was considered. It is emphasized that optimization tasks with a large number of factors should be solved with the help of modern information and software.

Key words: *competence approach, disciplines of the economic-mathematical cycle, economic-mathematical methods and models, economic specialties, the problem of mathematical programming, simplex method, the concept of duality, practical orientation.*

Постановка проблеми

Однією з умов якісної підготовки майбутніх спеціалістів є компетентнісний підхід до викладання будь-якої навчальної дисципліни. Дисципліна «Економіко-математичні методи і моделі: оптимізаційні методи і моделі» належить до переліку нормативних навчальних дисциплін та є важливою і невід'ємною складовою підготовки студентів спеціальностей 051 – Економіка, 071 – Облік і оподаткування, 072 – Фінанси, банківська справа, страхування та фондовий ринок.

Завданням спеціалістів, якими стануть сьогоднішні студенти цих спеціальностей, буде керування та оптимізація економічних систем, знаходження їх траєкторії розвитку задля досягнення максимальної економічної ефективності. Щоб відповідати таким вимогам, необхідно володіти методами математичного моделювання, вміти будувати економіко-математичні моделі, знати методи оптимізації економічних процесів та явищ.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Поставлені перед сучасними студентами задачі вивчає декілька наук економіко-математичного циклу, одна з них «Економіко-математичні методи і моделі: оптимізаційні методи і моделі», яка охоплює всі етапи вивчення систем, у тому числі економічних: від з'ясування мети (цілі) функціонування й розвитку, побудови економіко-математичної моделі та відшукування оптимального розв'язку до розробки плану практичної реалізації здобутих результатів дослідження та забезпечення реалізації цього плану. При цьому в сучасних умовах зв'язок теоретичної складової дисципліни та завдань практичної спрямованості стає ще більш актуальним. Особливо слід зауважити на актуальність того, щоб студенти вміли застосовувати сучасне інформаційне та програмне забезпечення для отримання та обробки даних у сфері фінансів, банківської справи та страхування.

Формулювання мети дослідження

Метою дослідження є виділення основних інтегральних, загальних та спеціальних компетентностей, які набуваються студентами на заняттях з дисципліни «Економіко-математичні методи і моделі: оптимізаційні методи і моделі» та запропонування методів і відповідних завдань для формування даних компетентностей.

Викладення основного матеріалу дослідження

«Економіко-математичні методи та моделі» є одним з базових курсів, що сприяє формуванню аналітично-дослідницьких компетентностей, які є необхідними для майбутніх економістів, фінансистів, обліківців, аналітиків в умовах сучасного виробництва. Компетентнісний підхід до підготовки таких спеціалістів робить дисципліни математичного циклу своєчасними та затребуваними. При цьому зв'язок теоретичної складової та завдань практичної спрямованості стає ще більш актуальним.

Серед основних компетентностей, що набувають студенти вищезазначених спеціальностей, виділяють інтегральні, загальні та спеціальні компетентності.

Інтегральна компетентність потребує від студента вміння розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми під час професійної діяльності у сфері обліку, аудиту та оподаткування або в процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів економічної науки і характеризується комплексністю, а іноді, й невизначеністю умов.

Загальні компетентності складаються з багатьох чинників. Це здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях; вміння проводити дослідження на відповідному рівні; можливість визначати та описувати характеристики організації; здатність аналізувати результати діяльності організації, зіставляти їх з факторами впливу зовнішнього та внутрішнього середовища; вміння визначати перспективи розвитку організації; можливість відшукувати, обробляти та аналізувати інформації з різних джерел; схильність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу і можливість приймати обґрунтовані рішення.

Важливу фахову роль грають спеціальні компетентності. До них відносять розуміння, як застосовуються економіко-математичні методи для вирішення фінансових задач. Також важливо вміти використовувати сучасне інформаційне та програмне забезпечення для отримання і обробки даних у сфері економіки, фінансів, банківської справи та страхування. Необхідно вміти визначати, обґрунтовувати та брати відповідальність за професійні рішення, досліджувати тенденції розвитку економіки за допомогою інструментарію макро- та мікроекономічного аналізу, робити узагальнення стосовно оцінки прояву окремих явищ, які властиві сучасним процесам в економіці; прогнозувати на основі стандартних теоретичних та економетричних моделей соціально-економічні процеси.

Розглянемо формування компетенцій на прикладі таких тем дисципліни, як «Постановка задачі математичного програмування. Загальна економіко-математична модель задачі лінійного програмування» та «Розв’язання задач лінійного програмування симплексним методом». Перший розділ дає можливість студентам ознайомитися з етапами постановки економічної проблеми та розроблення концептуальної моделі. Етап розроблення математичних моделей – це етап формалізації економічної проблеми, вираження її у вигляді конкретних математичних залежностей і відношень (функцій, рівнянь, нерівностей тощо). Вони вчать чітко формулювати сутність проблеми (цілі дослідження), припущення, що приймаються, і ті питання, на які необхідно одержати відповіді. З урахуванням цілей дослідження проводиться якісний аналіз об’єкта. Відокремлюються, абстрагуючись від другорядних, найважливіші риси і властивості об’єкта, що моделюється. Обираються та обґрунтовуються основні показники й система гіпотез, що пояснюють поведінку та розвиток об’єкта і на основі яких буде відбуватись подальша формалізація. На цьому етапі моделювання широко застосовуються якісні методи описання систем, знакові та мовні моделі.

Наступний розділ дисципліни: «Розв’язання задач лінійного програмування симплексним методом». Симплекс-метод – один із найпопулярніших і найефективніших методів розв’язання задач лінійного програмування. У контексті економічних задач він використовується для оптимізації процесів, максимізації прибутків або мінімізації витрат, розподілу ресурсів, планування виробництва та інших завдань, які можна сформулювати у вигляді лінійних рівнянь і нерівностей. Необхідно відразу акцентувати увагу, що він може бути використаний для довільної кількості невідомих, тобто, є інструментарієм планування економіки підприємства, регіону, країни тощо.

Симплекс-метод – це ітераційна обчислювальна процедура, яка дає змогу, починаючи з певного опорного плану, за скінченну кількість кроків отримати оптимальний план задачі лінійного програмування або з’ясувати, що його не існує. Тому дуже важливо, щоб студенти засвоїли не тільки математичну, тобто, обчислювальну сторону пошуку оптимального плану. До них треба донести, що спрямований перебір допустимих планів, коли на кожному кроці здійснюється перехід від одного опорного плану до наступного, який за значенням цільової функції був би хоча б не гіршим за попередній, змінює значення функціонала (цільової функції) в потрібному напрямку: збільшується (для задачі на максимум) чи зменшується (для задачі на мінімум). Важливо, щоб студент розумів економічну інтерпретацію всіх значень симплексної таблиці протягом кожної ітерації. Критерії оптимальності плану та зміст індексного рядка теж повинні сприйматися як показники ефективності роботи економічної системи, а не як абстрактні цифри деякого алгоритму. Покажемо вищесказане на конкретному прикладі. Не будемо наводити формули для розрахунку значень, вони є в доступі в довільному підручнику з математичного моделювання та відомі студентам з лекційного матеріалу. Зосередимося на економічному змісті цих значень.

Задача. Кондитерська фабрика для виробництва трьох видів карамелі *A*, *B* і *C* використовує три види сировини: цукровий пісок, патоку і фруктове пюре. Норми витрат сировини кожного виду на виробництво 1 тонни карамелі даного виду наведені в таблиці 1. Також вказана загальна кількість сировини кожного виду, яка може бути використана фабрикою, та прибуток від реалізації 1 т карамелі кожного виду. Треба знайти такий план виробництва карамелі, який би забезпечив максимальний прибуток від її реалізації [1].

Таблиця 1

Вид сировини	Норми витрат сировини (т) на 1 т карамелі			Загальна кількість сировини (т)
	A	B	C	
Цукровий пісок	0,8	0,5	0,6	800
Патока	0,4	0,4	0,3	600
Фруктове пюре	–	0,1	0,1	120
Прибуток від реалізації 1 т продукції (грн.)	108	112	126	

Розв’язання. Складемо математичну модель задачі. Позначимо через x_1 шуканий план виготовлення карамелі *A*, через x_2 – карамелі *B* і через x_3 – карамелі *C*. Оскільки фонд сировини для виготовлення цих трьох видів карамелі обмежений, то змінні x_1, x_2, x_3 повинні задовольняти систему нерівностей:

$$\begin{cases} 0,8x_1 + 0,5x_2 + 0,6x_3 \leq 800, \\ 0,4x_1 + 0,4x_2 + 0,3x_3 \leq 600, \\ 0,1x_2 + 0,1x_3 \leq 120. \end{cases}$$

Загальна вартість виготовленої фабрикою карамелі за умов випуску x_1 т карамелі виду *A*, x_2 т – виду *B* і x_3 т виду *C* становить

$$Z = 108x_1 + 112x_2 + 126x_3.$$

За своїм економічним змістом x_1, x_2, x_3 можуть набувати тільки невід’ємних значень: $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$.

Таким чином, отримали математичну модель задачі.

Для використання симплексного методу зведемо задачу до канонічного вигляду. Для цього введемо три додаткові змінні x_4, x_5, x_6 , у результаті чого обмеження запишуться у вигляді системи рівнянь:

$$\begin{cases} 0,8x_1 + 0,5x_2 + 0,6x_3 + x_4 & = 800, \\ 0,4x_1 + 0,4x_2 + 0,3x_3 & + x_5 = 600, \\ & 0,1x_2 + 0,1x_3 + x_6 = 120. \end{cases}$$

$$Z = 108x_1 + 112x_2 + 126x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 \rightarrow \max$$

Економічний зміст додаткових змінних.

Додаткові змінні за економічним змістом означають невикористану за даним планом виробництва кількість сировини того чи іншого виду. Наприклад, x_4 – це невикористана кількість тонн цукрового піску, x_5 – патоки, x_6 – фруктових поре.

Складемо симплекс-таблицю (табл. 2) для першої ітерації, обчислимо значення цільової функції Z_0 і оцінки Δ_j , перевіримо план на оптимальність.

Таблиця 2

i	Б	C _σ	P ₀	108	112	126	0	0	0
				P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
1	P ₄	0	800	0,8	0,5	0,6	1	0	0
2	P ₅	0	600	0,4	0,4	0,3	0	1	0
← 3	P ₆	0	120	0	0,1	(0,1)	0	0	1
4			Z ₀ = 0	-108	-112	-126	0	0	0

Як видно з таблиці 2, значення всіх основних змінних x_1, x_2, x_3 дорівнюють нулю, а додаткові змінні набувають своїх значень у відповідності з обмеженнями задачі. Ці значення змінних відповідають такому плану, при якому нічого не виготовляється, сировина не використовується і значення цільової функції дорівнює нулю. Цей план, звичайно, не є оптимальним.

Це видно із 4-го рядка нашої таблиці: $\Delta_1 = -108 < 0$, $\Delta_2 = -112 < 0$, $\Delta_3 = -126 < 0$. Від’ємні числа не тільки свідчать про можливість збільшення прибутку, але й показують, наскільки збільшиться ця сума при введенні в план одиниці того чи іншого виду продукції.

Економічний зміст індексного (останнього) рядка.

Від’ємне число -108 означає, що при включенні в план виробництва однієї тонни карамелі А забезпечується збільшення прибутку на 108 грн. Якщо включити в план виробництва по одній тонні карамелей В і С, то прибуток зросте відповідно на 112 і 126 грн. Тому з економічної точки зору найбільш доцільним є включення в план виробництва карамелі С.

Це ж необхідно зробити і на основі формальної ознаки симплексного методу, оскільки максимальне за абсолютною величиною від’ємне число Δ_j відповідає вектору P_3 .

Визначимо вектор, який будемо виключати з базису. Для цього складаємо співвідношення.

$$\min \left\{ \frac{b_i}{a_{i3}} \right\} \text{ для } a_{i3} > 0, \text{ тобто } \min \left\{ \frac{800}{0,6}; \frac{600}{0,3}; \frac{120}{0,1} \right\} = \frac{120}{0,1} = 1200.$$

Оскільки мінімум досягається за третім рядком, то з базису виводиться вектор P_6 .

Економічний зміст проведеної процедури знаходження $\min \left\{ \frac{b_i}{a_{i3}} \right\}$.

Знайшовши число $\frac{120}{0,1}$, ми таким чином з економічної точки зору визначимо, скільки тонн карамелі С кондитерська фабрика може виготовити із врахуванням норм витрат і наявних об’ємів сировини кожного виду. Тому що сировини даного виду відповідно є 800, 600, 120 тонн, а на одну тонну карамелі С потрібно витратити сировини кожного виду відповідно 0,6, 0,3, 0,1 т, то максимальна кількість тонн карамелі С, яка може бути виготовлена підприємством, дорівнює $\min \left\{ \frac{800}{0,6}; \frac{600}{0,3}; \frac{120}{0,1} \right\} = \frac{120}{0,1} = 1200$, тобто, обмежуючим фактором для виробництва карамелі С є наявний об’єм фруктових поре.

З урахуванням його наявності фабрика може виготовити 1200 т карамелі С. При цьому фруктові поре буде повністю використане.

Заповнемо таблицю 3 наступної ітерації за алгоритмом симплексного методу, підрахуємо значення цільової функції Z_1 та оцінки в 4-му рядку.

Таблиця 3

i	Б	C _σ	P ₀	108	112	126	0	0	0
				P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
← 1	P ₄	0	80	(0,8)	-0,1	0	1	0	-6
2	P ₅	0	240	0,4	0,1	0	0	1	-3
3	P ₃	126	1200	0	1	1	0	0	10
4		Z ₁ =151200		-108	14	0	0	0	1260

Оскільки в індексному рядку є від’ємне значення $\Delta_1 < 0$, то одержаний опорний план $X = (0; 0; 1200; 80; 240; 0)$ не є оптимальним. Але треба звернути увагу, що цільова функція зросла за своїм значенням.

Економічний зміст даної ітерації.

При даному плані виготовляється 1200 т карамелі С і залишаються невикористаними 80 т цукрового піску і 240 т патоки. Прибуток при цьому плані складає 151 200 грн. Розглянемо для прикладу дані стовпчика P₁. Число 0 у третьому рядку цього стовпчика показує, на скільки слід зменшити виготовлення карамелі С, якщо запланувати випуск однієї тонни карамелі А. Числа 0,8 і 0,4 в 1-му і 2-му рядках вектора P₁ показують відповідно, скільки потрібно цукрового піску і патоки при включенні в план виробництва однієї тонни карамелі А, а число -108 у четвертому рядку означає, що якщо буде заплановано випуск 1т карамелі А, то це забезпечить збільшення прибутку на 108 грн. Такий же зміст мають числа стовпчика P₂. Дещо інший економічний зміст мають числа, записані в стовпці P₆. Число 10 у 3-му рядку цього стовпця показує, що збільшення запасів фруктового пюре на 1 т дозволило б збільшити випуск карамелі С на 10 т. При цьому знадобилося б 6 т цукрового піску і 3 т патоки. Збільшення випуску карамелі С на 10 т приведе до збільшення прибутку на 1260 грн.

Із викладеного економічного змісту даних таблиці 3 випливає, що отриманий план не є оптимальним.

Оскільки єдине $\Delta_1 < 0$, то P₁ включаємо в базис. Для визначення провідного рядка шукаємо $\min \left\{ \frac{80}{0,8}; \frac{240}{0,4} \right\} = \frac{80}{0,8} = 100$. Отже, з базису виключаємо P₄. Число 0,8 буде ключовим елементом.

Будуємо нову симплекс-таблицю (табл. 4) за алгоритмом симплексного методу, підраховуємо значення цільової функції Z₂ та оцінки в 4-му рядку.

Таблиця 4

i	Б	C _σ	P ₀	108	112	126	0	0	0
				P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆
1	P ₁	108	100	1	-0,125	0	1,25	0	-7,5
2	P ₅	0	200	0	0,15	0	-5	1	0
3	P ₃	126	1200	0	1	1	0	0	10
4		Z ₂ = 162000		0	0,5	0	135	0	450

Оскільки всі $\Delta_j \geq 0$ ($j = \overline{1,6}$), то план $X = (100; 0; 1200; 0; 200; 0)$ буде оптимальним і $Z_{\max} = 162000$.

Економічний зміст.

Отже, оптимальний план виготовлення карамелі включає виготовлення 100 т карамелі А, 1200 т карамелі С. При даному плані повністю використовується цукровий пісок і фруктове пюре, але залишаються невикористаними 200 т патоки. Прибуток при такому плані складає 162000 грн. Оптимальним планом виготовлення карамелі не передбачено випуск карамелі В. Введення у план виготовлення 1 т карамелі В призвело б до зменшення прибутку на 0,5 грн. (це видно з 4-го рядка стовпчика A₂).

Ця тема та запропонований підхід до неї розвиває такі компетентності, як вміння розв’язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми, які передбачають застосування теорії і методів економічної науки; вміння проводити дослідження на відповідному рівні; здатність визначати та описувати характеристики процесу, аналізувати результати діяльності організації та зіставляти їх з факторами впливу зовнішнього та внутрішнього середовища, визначати перспективи розвитку організації. Студенти вчать формулювати обґрунтовані рішення, мислити абстрактно, аналізувати та синтезувати інформацію. Симплекс-метод розвиває вміння досліджувати тенденції розвитку економіки за допомогою інструментарію макро- та мікроекономічного аналізу, прогнозувати на основі стандартних теоретичних та економетричних моделей соціально-економічні процеси.

Особливо слід зауважити на необхідність розвитку такої компетентності як здатність застосовувати сучасне інформаційне та програмне забезпечення для отримання і обробки даних у сфері фінансів, банківської справи та страхування. Тому доцільно, щоб на практичних заняттях з дисципліни поєднувалися традиційні завдання з усними розрахунками та завдання, розв’язання яких має на увазі застосування програмного забезпечення, такого як Excel, MATLAB, Python та інше.

Висновки

При викладанні дисципліни «Економіко-математичні методи і моделі: оптимізаційні методи і моделі» необхідно орієнтуватися на розвиток у студентів інтегральних, загальних та фахових компетентностей. Це можливо, якщо поєднати теоретичні засади з завданнями практичного економічного застосування та орієнтувати студентів на проблеми, розв'язання яких потребує використання певного програмного забезпечення.

Список використаної літератури

1. Вітлінський В.В. Математичне програмування: Навч.-метод. Посібник для самостійного вивчення дисципліни/ В.В Вітлінський, С.І. Наконечний, Т.О. Терещенко. К.: КНЕУ, 2001. 248 с.
2. Буреннікова О.В. Оптимізаційні методи та моделі : навчальний посібник /Н. В. Буреннікова, О. В. Зелінська, І. М. Ушкаленко, Ю. Ю. Буренніков. Вінниця : ВНТУ, 2019. 121 с.

References

1. Vitlinsky, V., Nakonechnyi, S., & Tereshchenko, T. (2001). *Matematychnе prohramuvannia: Navch.-metod. Posibnyk dlia samostiinoho vyvchennia dysypliny* [Mathematical programming: Educational method. Guide for independent study of the discipline]. K.: KNEU [in Ukraine].
2. Burennikova, N., Zelinska, O., Ushkalenko, I., & Burennikov, Yu. (2019). *Optymizatsiini metody ta modeli : navchalnyi posibnyk* [Optimization methods and models: study guide]. Vinnytsia: VNTU [in Ukraine].